Circuitos y electrónica I

Félix Libardo Puetaman Ojeda

Guías de autoevaluación

Rector de la Universidad de Antioquia
Alberto Uribe Correa

Vicerrector de Docencia
Óscar Sierra Rodríguez

Decano de la Facultad de Ingeniería
Elkin Libardo Ríos Ortiz

Vicedecano de la Facultad de Ingeniería
Carlos Alberto Palacio Tobón

Coordinador del programa de Educación Ude@
Luis Ignacio Ordoñez Mutis

Asesor metodológico del Programa de Educación Ude@
Guillermo León Ospina Gómez

Autor
Félix Libardo Puetaman Ojeda

Jefe del Departamento de Recursos de Apoyo e Informática (DRAI)
Juan Diego Vélez Serna

Coordinadora de Producción
Lyda Yaneth Contreras Olivares

Integrador de medios
Diana Margoth López Herrera

Corrector de estilo/ Asesor pedagógico
Daniel Aldana Estrada/ Carlos Alberto Hurtado García

Diagramación y diseño
Duván Mejía Zapata
Maribel Salazar Estrada

Impresión
Cátedra Litografía

Primera edición, septiembre de 2010

ISBN: 978-958-8748-19-1

Impreso en Medellín (Colombia)

Guías para la autoevaluación

Presentación

La guía de autoevaluación configura un proceso que incluye verificación, diagnóstico, reflexión, corrección y realimentación como fases fundamentales que permiten identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes en cuanto al conocimiento adquirido, buscando mejorar sus niveles de desempeño para garantizar certeza y calidad en la aplicación de dichos conocimientos en situaciones problemáticas que emerjan en su entorno.

La guía de autoevaluación tiene como propósito llevar al estudiante a que practique, ponga a prueba y verifique por sí mismo el grado de apropiación que ha logrado sobre una temática específica, todo ello apoyado en una completa y clara realimentación que los tutores hacen de cada uno de los puntos que incluyen las actividades propuestas.

El diseño educativo de los cursos Ude@ incluye guías de autoevaluación que, a partir de la realimentación que hace el tutor, ofrece al estudiante indicadores sobre su avance en el aprendizaje a la vez que permiten apoyar el estudio independiente y la toma de decisiones sobre qué puntos deberá mejorar para lograr los objetivos.

Una guía de autoevaluación en Ude@ puede estar integrada por diferentes tipos de actividades: selección múltiple con única respuesta verdadera, ejercicios para resolver a partir de desarrollo matemático, cuestionarios de relación de columnas, actividades de falso y verdadero, actividades de complementación, análisis de casos, historietas, tiras cómicas, entre otros, e incluye como proceso de realimentación no sólo las respuestas correctas a los ejercicios y cuestionarios planteados, sino las sustentaciones del por qué las demás opciones no eran correctas.

En síntesis, la guía de autoevaluación se plantea con el fin de que el estudiante tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante cada semana; las actividades propuestas están relacionados en su totalidad con la temática abordada en este lapso de tiempo y le ayudarán a recordar o a afianzar aquellos conceptos y/o procedimientos que le permitan acercarse con mayor propiedad a una prueba real de conocimientos.

La idea es que el estudiante desarrolle la autoevaluación las veces que desee hasta que logre obtener el nivel de acierto deseado. No obstante, y aunque la realimentación de cada actividad muestra las respuestas correctas para cada caso, se le sugiere al aprendiz abstenerse de revisarlas hasta después de intentar —como mínimo una vez— resolver la actividad a partir de su propio conocimiento, ya sea eligiendo una respuesta correcta entre las opciones presentadas o desarrollando los ejercicios a lápiz para después verificar el respectivo procedimiento y resultado.

Cordialmente,

Félix Libardo Puetaman Ojeda

Autoevaluación semana 1

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de ocho preguntas, clasificadas de la siguiente manera:

Pregunta 1: apareamiento o relación.
Preguntas 2 a 5: opción múltiple con única respuesta.
Preguntas 6 a 8: opción doble con única respuesta.

Temas:
- 1. Variables eléctricas
- 2. Elementos pasivos

1. Correlacione cada término de la columna A con el significado más adecuado de la columna B.

columna A	columna B
(1). Carga eléctrica	a. Número de protones en el núcleo de un átomo.
(2). Electrón	b. Movimiento de cargas eléctricas.
(3). Potencia	c. Unidad de corriente eléctrica.
(4). Valencia de un elemento	d. Trabajo necesario para llevar la unidad de carga positiva de un punto a otro.
(5). Corriente eléctrica	e. Propiedad intrínseca de la materia responsable de los fenómenos eléctricos.
(6). Ion positivo	f. Átomo cargado negativamente.
(7). Culombio	g. Número de electrones en el último nivel de un átomo.
(8). Electricidad	h. Unidad de carga eléctrica.
(9). Número atómico	i. Peso del átomo.
(10). Voltaje	j. Portador de carga eléctrica negativa.
	k. Átomo cargado positivamente.
	l. Fenómeno físico debido a la interacción de cargas eléctricas.
	m. Rapidez con que se consume o sumistra energía.

Respuestas

(1). e; (2). j; (3). m; (4). g; (5). b; (6). k; (7). h; (8). l; (9). a; (10). d.

2. Una fuente de corriente de 5 amperios carga una batería de 12 voltios en una hora. ¿Cuánta energía acumuló la batería?

   a. 60 J.
   b. 18 kJ.
   c. 1.5 kJ.
   d. 216 kJ.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se convirtieron las horas a segundos.
b. Falso. No se consideró el voltaje de la batería.
c. Falso. Se dividió por el voltaje en lugar de multiplicar.
d. Verdadero. La carga almacenada en una hora es $q = it = (5)(60 \times 60) = 18.000$ C. Por lo tanto, la energía almacenada por la batería de 12 voltios es:

$$E = qv = 18.000 \times 12 = 216 \text{ kJ.}$$

3. El voltaje a través de una resistencia de 100 Ω es $v(t) = 120 \cos(120\pi t)$ V. ¿Cuál es la energía consumida por la resistencia en un periodo de la señal?

   a. 120 J.
   b. 1.2 J.
   c. 72 J.
   d. 144π J.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se tuvo en cuenta el valor de la resistencia.
b. Verdadero. La corriente a través de la resistencia es:

$$i(t) = \frac{v(t)}{r} = \frac{120 \cos(120\pi t)}{100} = 1.2 \cos(120\,\pi t) \text{ A.}$$

La potencia absorbida es:

$$p(t) = v(t)\,i(t) = [120 \cos(120\pi t)][1.2 \cos(120\pi t)]$$
$$= 144 \cos^2(120\pi t) \text{ W.}$$

El periodo de la onda es igual a:

$$T = \frac{w}{2\pi} = \frac{120\pi}{2\pi} = \frac{1}{60} = 16.66 \text{ ms.}$$

La energia consumida en un periodo es:

$$E(t) = \int_0^T p(t)\,dt = \int_0^T 144\cos^2(120\pi t)\,dt$$
$$= 144\int_0^T \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(240\pi t)\right]dt = 72T \text{ J}$$
$$= 72\frac{1}{60} = 1.2 \text{ J}.$$

c. Falso. No se multiplicó por el periodo.
d. Falso. Se multiplicó por el periodo en radianes.

4. Un condensador de 10 µF tiene un voltaje inicial de 4 V. Si en $t = 0$ se le aplica una corriente constante de 3 mA para cargarlo, ¿cuál es el voltaje del condensador después de 5 milisegundos?:

a. 1.5 V.
b. 1.504 V.
c. 5.5 V.
d. 1.500 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se consideró el voltaje inicial.
b. Falso. No se convirtieron los milisegundos en segundos.
c. Verdadero. El voltaje en un condensador es:

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\,d\tau = 4 + \frac{1}{10\times 10^{-6}F}\int_0^t 3\times 10^{-3}\,d\tau$$
$$= 4 + 3\times 10^2 t \text{ V}.$$

Luego, el voltaje en el condensador para cualquier instante t es igual a:

$$v(t) = 4 + 3\times 10^2 t \text{ V}.$$

En $t = 5$ ms, el voltaje es:

$$v(5\text{ ms}) = 4 + 3\times 10^2 \times 5\times 10^{-3} = 5.5 \text{ V}.$$

d. Falso. Se despreció el voltaje inicial y el tiempo no se expresó en segundos.

5. Un condensador de 5 μF tiene un voltaje inicial de 3 V. Si en $t = 0$ se le aplica una corriente constante de 4 mA para cargarlo, ¿cuál es la carga del condensador después de 10 milisegundos?:

a. 40 μC.
b. 55 μC.
c. 40 mC.
d. 40 C.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se tuvo en cuenta la carga inicial.
b. Verdadero. La carga en el condensador es:

$$q(t) = q(t_0) + \int_0^t i(\tau)d\tau = 3 \times 5 \times 10^{-6} + \int_0^t 4 \times 10^{-3} d\tau$$
$$= 15 \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-3} t \text{ C.}$$

La carga eléctrica en el condensador para cualquier instante *t* es igual a:

$$q(t) = 15 \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-3} t \text{ C.}$$

En $t = 10$ ms la carga es:

$$q(10 \text{ ms}) = 15 \times 10^{-6} + 4 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3} = 55 \times 10^{-6} \text{ C.}$$

La carga después de 10 ms es:

$$q(10 \text{ ms}) = 55 \ \mu\text{C.}$$

c. Falso. Se despreció la carga inicial y el tiempo no se expresó en segundos.
d. Falso. Se despreció la carga inicial, los milisegundos no se convirtieron a segundos y los miliamperios no se convirtieron a amperios.

El siguiente enunciado es para las preguntas 6, 7 y 8.

La forma de la corriente a través de una bobina de 0.2 H se muestra en la figura 1.

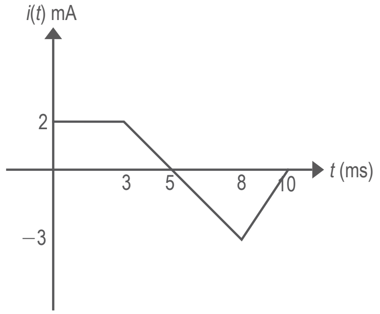


Figura 1. Forma de la corriente a través de la bobina de 0.2 H.

6. ¿Cuál es la gráfica correspondiente al voltaje de la bobina para $t > 0$?:

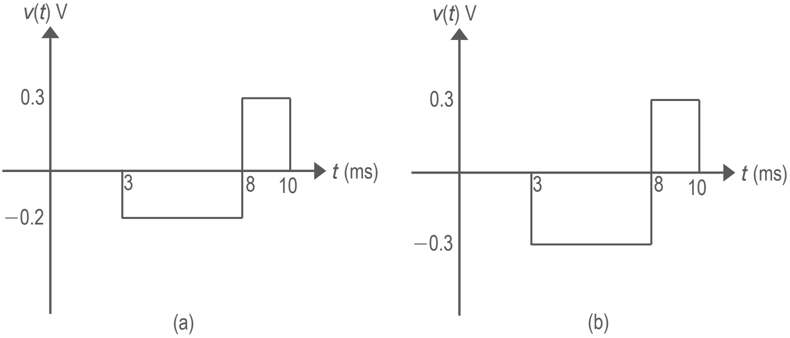


Figura 2. Forma del voltaje a través de la bobina.

a. Figura 2(a).
b. Figura 2(b).

Comentarios a las respuestas

a. Correcta. El voltaje a través de una bobina es $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$.

La ecuación de la gráfica de corriente es:

$i(t) = 2$ mA, para $0 < t < 3$ ms.
$i(t) = 5 - t$ mA, para $3 < t < 8$ ms.
$i(t) = 1.5t - 15$ mA, para $8 < t < 10$ ms.

Por lo tanto, los valores correspondientes a los voltajes son:

$v(t) = 0$ V, para $0 < t < 3$ ms.
$v(t) = -0.2$ V, para $3 < t < 8$ ms.
$v(t) = 0.3$ V, para $8 < t < 10$ ms.

La representación gráfica de la forma del voltaje corresponde a la figura 2(a).

b. Incorrecta. La pendiente de la recta de la corriente en el intervalo de $3 < t < 8$ ms no es igual -1.5 sino a -1.

7. ¿Cuál es la gráfica de la potencia en la bobina, para $t > 0$?:

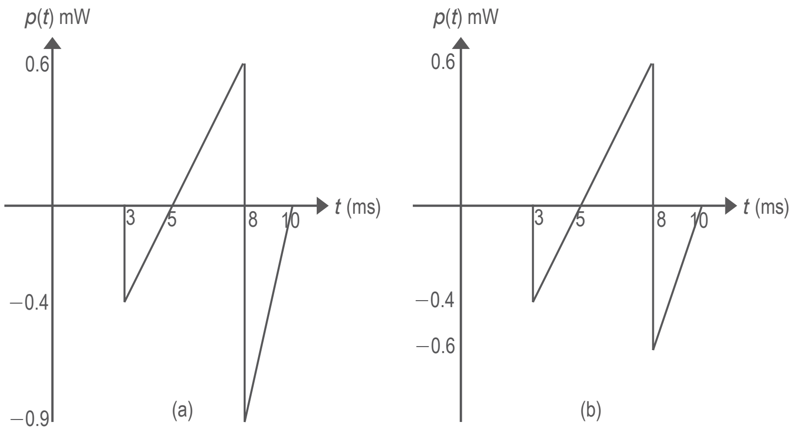


Figura 3. Forma de la potencia a través de la bobina.

a. Figura 3(a).
b. Figura 3(b).

Comentarios a las respuestas

a. Correcta. La potencia a través de la bobina es $p(t) = v(t)i(t)$.

La ecuación de la gráfica de corriente es:

$i(t) = 2$ mA, para $0 < t < 3$ ms.
$i(t) = 5 - t$ mA, para $3 < t < 8$ ms.
$i(t) = 1.5t - 15$ mA, para $8 < t < 10$ ms.

El voltaje a través de una bobina es $v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$.

Luego, los valores correspondientes a los voltajes son:

$v(t) = 0$ V, para $0 < t < 3$ ms.
$v(t) = -0.2$ V, para $3 < t < 8$ ms.
$v(t) = 0.3$ V, para $8 < t < 10$ ms.

Las ecuaciones correspondientes a la potencia en la bobina son:

$p(t) = 0$ W, para $0 < t < 3$ ms
$p(t) = (-0.2)(5 - t) = 0.2t - 1$ mW, para $3 < t < 8$ ms.
$p(t) = 0.3(1.5t - 15) = 0.45t - 4.5$ mW, para $8 < t < 10$ ms.

La gráfica de la potencia corresponde a la figura 3(a).

b. Incorrecta. El voltaje en el intervalo de $8 < t < 10$ ms es 0.3 y no 0.2 V.

8. ¿Cuál es la gráfica correspondiente a la energía en la bobina, para $t > 0$?:

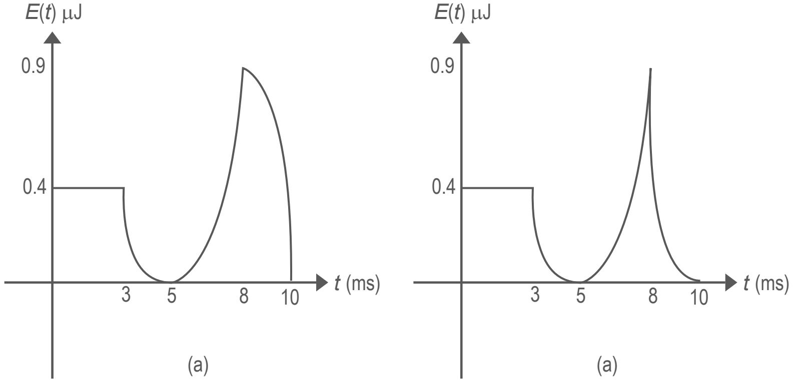


Figura 4. Representación gráfica de la forma de energía en la bobina.

a. Figura 4(a).
b. Figura 4(b).

Comentarios a las respuestas

a. Incorrecta. Al graficar la curva de la energía, el vértice de la parábola en el intervalo $8 < t < 10$ ms está en $t = 10$ ms y no en $t = 8$ ms.

b. Correcta. La energía a través de una bobina es igual a:

$$\int v(t)i(t)dt = \int L\frac{di(t)}{dt}i(t)dt = L\int i(t)di = \frac{1}{2}L[i(t)]^2.$$

La ecuación de la grafica de corriente es:

$i(t) = 2$ mA, para $0 < t < 3$ ms.
$i(t) = 5 - t$ mA, para $3 < t < 8$ ms.
$i(t) = 1.5t - 15$ mA, para $8 < t < 10$ ms.

Luego, la energía está definida por:

$E(t) = 0.4$ μJ, para $0 < t < 3$ ms.
$E(t) = \frac{1}{2}0.2[5-t]^2 = 0.1[5-t]^2$ μJ, para $3 < t < 8$ ms.
$E(t) = 0.1[1.5t - 15]^2 = 0.225[t-10]^2$ μJ, para $8 < t < 10$ ms.

La gráfica de la energía en la bobina corresponde a la figura 4(b).

Autoevaluación semana 2

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de diez preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 3. Elementos activos
- 4. Ley de Ohm y ley de voltajes de Kirchhoff

1. Una resistencia eléctrica se conecta a una fuente de 120 V constantes y consume una potencia de 1.2 kW. ¿Cuál es el valor de la resistencia?:

    a. 12 kΩ.
    b. 6 Ω.
    c. 0.1 Ω.
    d. 12 Ω.

    Comentarios a las respuestas

    a. Falso: No se convirtieron los 1.2 kilovatios a vatios.
    b. Falso: Se dividió la potencia por dos.
    c. Falso. En la ecuación de la potencia no se consideró el voltaje al cuadrado.
    d. Verdadera. El valor de la resistencia es $R = \frac{V^2}{P} = \frac{120^2}{1.200} = 12\ \Omega$.

2. Una batería de 12 V, una resistencia de 10 Ω y un bombillo que consume 30 W a 12 voltios se conectan en serie. ¿Cuál es el valor de la corriente que entrega la fuente?:

    a. 0.81 A.
    b. 2.5 A.
    c. 1.2 A.
    d. 3.7 A.

    Comentarios a las respuestas

    a. Verdadera. El valor de la resistencia del bombillo es $R = \frac{V^2}{P} = \frac{12^2}{30} = 4.8\ \Omega$.

    La resistencia total equivalente en serie con la fuente es igual a:

    $$R_S = 10 + 4.8 = 14.8\ \Omega.$$

Luego, la corriente que entrega la batería es $I = \dfrac{V}{R_s} = \dfrac{12}{14.8} = 0.81 \text{ A}$.

b. Falso. No se consideró la resistencia de 10 Ω.
c. Falso. No se tuvo en cuenta el bombillo.
d. Falso. Se consideró la resistencia en paralelo con el bombillo.

3. Un bombillo de 2 W a 10 voltios se conecta en serie con una resistencia a los bornes de una batería de 12 V. ¿Cuál es el valor de la resistencia en serie para que el bombillo funcione satisfactoriamente?:

   a. 0 Ω.
   b. 10 Ω.
   c. 60 Ω.
   d. 12 Ω.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Si no se conecta una resistencia en serie con el bombillo, éste se quema por exceder el voltaje nominal.
   b. Verdadera. Para que el bombillo funcione satisfactoriamente su voltaje debe ser el nominal, o sea 10 V, y su corriente la necesaria para producir los 2 W, es decir:

   $$I = \frac{P}{V} = \frac{2}{10} = 0.2 \text{ A}.$$

   La resistencia en serie con el bombillo debe tener un voltaje de 2 V y una corriente de 0.2 A. Por lo tanto, su valor es $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{2}{0.2} = 10 \ \Omega$.

   c. Falso. Para calcular la resistencia se consideró el voltaje de la batería y no la diferencia entre el voltaje de la batería y el bombillo.
   d. Falso. En el cálculo de la corriente del bombillo se tomó el voltaje de la batería y no el voltaje nominal del bombillo.

4. En la polarización directa de la curva característica de voltaje-corriente (*V*-*I*) de un diodo, ¿cómo es la variación de la corriente con respecto al voltaje a través del diodo?:

   a. Lineal.
   b. Exponencial decreciente.
   c. Exponencial creciente.
   d. No depende del voltaje.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El diodo no es un elemento lineal y la corriente no varía proporcionalmente con el voltaje.
b. Falso. La corriente en el diodo aumenta con el voltaje.
c. Verdadero. La ecuación que relaciona el voltaje-corriente a través de un diodo es:

$$I_D = I_s\left(e^{\frac{vD}{\eta V_T}} - 1\right).$$

d. Falso. La curva característica sí depende del voltaje.

5. ¿A qué equivale el modelo ideal del diodo cuando se polariza directamente?:

a. A una fuente de voltaje con el lado positivo hacia el ánodo.
b. A un interruptor abierto.
c. A una fuente de voltaje en serie con una resistencia.
d. A un interruptor cerrado.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Esto corresponde al modelo aproximado.
b. Falso. Ésta es la representación del diodo en polarización inversa.
c. Falso. Ésta es la representación del modelo real del diodo.
d. Verdadero. En el modelo ideal del diodo la polarización directa equivale a un corto-circuito o interruptor cerrado.

6. En polarizacion directa el modelo aproximado del diodo equivale a:

a. Una fuente de voltaje con el lado positivo hacia el cátodo.
b. Una fuente de voltaje en serie con una resistencia.
c. Una fuente de voltaje con el lado positivo hacia el ánodo.
d. Un interruptor cerrado.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Esta representación no corresponde a ningún modelo del diodo.
b. Falso. Ésta es la representación del modelo real del diodo.
c. Verdadero. En polarización directa el modelo aproximado del diodo sólo tiene en cuenta la caída de voltaje que produce el potencial de barrera de la juntura, que debe ser superado por el voltaje de polarización externa para que el diodo conduzca y no sea una fuente de voltaje activa.
d. Falso. Ésta corresponde al modelo ideal del diodo.

7. ¿Cómo varía la característica de voltaje-corriente (*V*-*I*) en los modelos ideal y aproximado del diodo en conducción?:

   a. Proporcional.
   b. Exponencial decreciente.
   c. Exponencial creciente.
   d. No depende del voltaje.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. La corriente no varía proporcionalmente con el voltaje.
   b. Falso. La corriente no disminuye con el voltaje del diodo.
   c. Falso. La corriente no aumenta con el voltaje del diodo.
   d. Verdadero. En conducción la corriente puede tener cualquier valor y el voltaje permanece constante.

8. En el circuito de la figura 1 el diodo es de silicio con un voltaje en conducción de 0.6 V. ¿Cuál es la corriente a través del diodo si se emplea el modelo aproximado?:

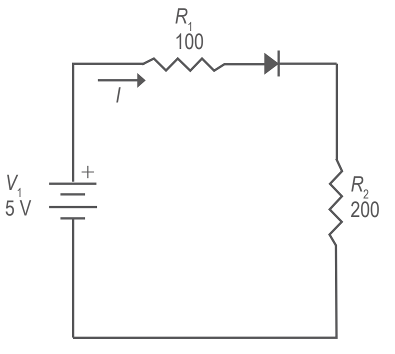


Figura 1. Circuito con diodos.

   a. 16.67 mA.
   b. 18.67 mA.
   c. 14.67 mA.
   d. 0 mA.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Se reemplazó el diodo por su modelo ideal.
   b. Falso. Se consideró el voltaje del diodo con polaridad invertida.
   c. Verdadera. El circuito equivalente se muestra en la figura 2.

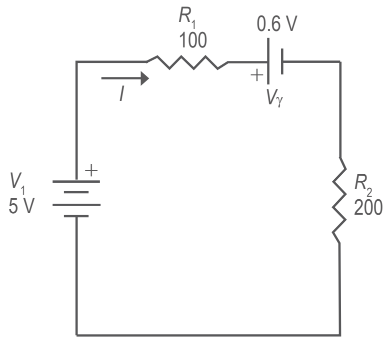


Figura 2. Circuito equivalente.

Aplicando la ley de voltajes a la trayectoria cerrada tenemos:

$$-V_1 + R_1 I + V_\gamma + R_2 I = 0.$$

Despejando la corriente, nos queda:

$$I = \frac{V_1 - V_\gamma}{R_1 + R_2} = \frac{4.4}{300} = 14.67 \text{ mA}.$$

d. Falso. Se consideró el diodo inversamente polarizado.

9. En el circuito de la figura 3 el valor del voltaje de la fuente controlada V_C es:

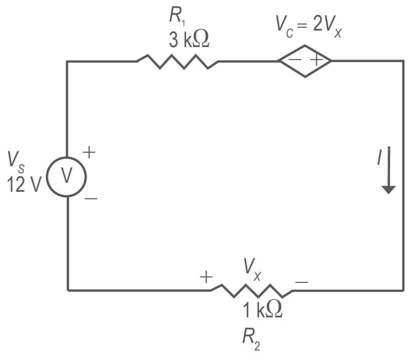


Figura 3. Circuito con fuentes controladas.

a. -4 V.
b. 0 V.
c. -12 V.
d. -6 V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la trayectoria cerrada, nos queda:

$$-V_S + R_1 I - V_C - V_X = 0. \qquad \text{(a)}$$

De acuerdo con la ley de Ohm:

$$V_X = -R_2 I. \qquad \text{(b)}$$

Despejando la corriente de la ecuación (b) y reemplazándola en la ecuación (a), tenemos:

$$-V_S + R_1\left[\frac{-V_X}{R_2}\right] - 2V_X - V_X = 0.$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$$-12 + 3\,\text{k}\Omega\left[\frac{-V_X}{1\,\text{k}\Omega}\right] - 3V_X = 0.$$

Despejando, $V_X = -\dfrac{12}{6} = -2\text{ V}.$

Luego, el voltaje de la fuente controlada es $V_C = 2V_X = -4\text{ V}.$

b. Falso. Se calculó mal la corriente cuando se aplicó la ley de Ohm a través de R_2.
c. Falso. Se tomó mal la polaridad del voltaje de la fuente controlada.
d. Falso. El voltaje V_X a través de R_2 se consideró con la polaridad invertida.

10. El JFET del circuito de la figura 4 tiene las siguientes caracteristicas: $I_{DSS} = 5\text{ mA}$ y $I_{GSOFF} = -4\text{ V}$. ¿Cuál es el valor del voltaje V_{DS}?:

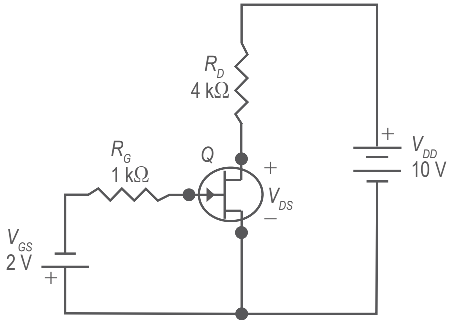


Figura 4. Circuito con un transistor efecto de campo JFET.

a. 45 V.
b. 5 V.
c. 10 V.
d. 20 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El valor del voltaje V_{GS} no es positivo sino negativo.
b. Verdadera. El circuito equivalente se muestra en la figura 2:

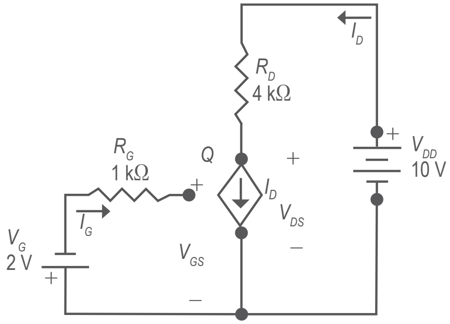


Figura 5. Circuito equivalente.

donde el valor de la fuente de corriente controlada por voltaje está definido por:

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSOFF}}\right)^2. \qquad \text{(c)}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la trayectoria de la izquierda del circuito, tenemos:

$$V_G + R_G I_G + V_{GS} = 0.$$

Pero $I_G = 0$.

Luego:

$$V_{GS} = -V_G = -2\text{ V}.$$

Reemplazando valores en la ecuación (a), tenemos que:

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSOFF}}\right)^2 = 5\left(1 - \frac{2}{4}\right)^2 = 1.25\text{ mA}.$$

Planteando la trayectoria a la derecha del circuito, nos da:

$$-V_{DD} + R_D I_D + V_{DS} = 0.$$

De donde:

$$V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D = 10 - 4(\mathrm{k}\Omega)(1.25\ \mathrm{mA}) = 5\ \mathrm{V}.$$

c. Falso. No se elevó al cuadrado el paréntesis.
d. Falso. Se consideró el voltaje igual a cero.

Autoevaluación semana 3

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cinco preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 5. Ley de corrientes de Kirchhoff
- 6. Redes equivalentes

1. Para el circuito de la figura 1, ¿cuál es la resistencia equivalente vista entre los puntos *a* y *b*?:

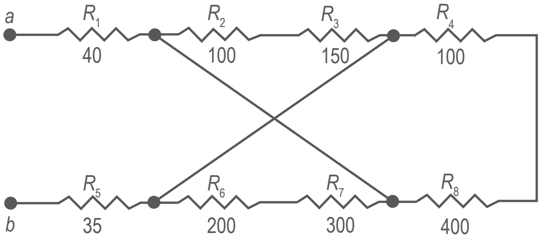


Figura 1. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b*.

a. 1.325 Ω.
b. 575 Ω.
c. 200 Ω.
d. 741.66 Ω.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Las resistencias no están en serie.
b. Falso. Las resistencias R_4 y R_8 están en serie, lo mismo que la resistencia R_3 con R_2 y R_6 con R_7. Sus resistencias equivalentes son:

$$R_{S1} = R_4 + R_8 = 500\ \Omega,\ R_{S2} = R_2 + R_3 = 250\ \Omega \text{ y } R_{S3} = R_6 + R_7 = 500\ \Omega.$$

Pero la resistencia equivalente del paralelo de R_{S2} con R_{S3} no está en serie con las demás.

c. Verdadero. En el circuito de la figura 1, las resistencias R_4 y R_8 están en serie, lo mismo que la resistencia R_2 con R_3 y R_6 con R_7. Sus resistencias equivalentes son:

$$R_{S1} = R_4 + R_8 = 500\ \Omega,\ R_{S2} = R_2 + R_3 = 250\ \Omega \text{ y } R_{S3} = R_6 + R_7 = 500\ \Omega.$$

El circuito equivalente queda como muestra la figura 2(a).

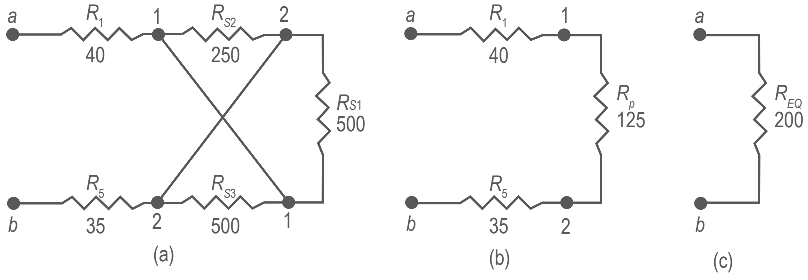


Figura 2. Circuitos equivalentes al de la figura 1.

En el circuito de la figura 2(a) las resistencias R_{S1}, R_{S2} y R_{S3} están conectadas al mismo par de nodos 1 y 2, luego estas tres resistencias están en paralelo. Su resistencia equivalente es:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{R_{S2}} + \frac{1}{R_{S3}} = \frac{1}{500} + \frac{1}{250} + \frac{1}{500} = \frac{4}{500} = \frac{1}{125}$$

$$R_p = 125\ \Omega.$$

El circuito resultante se muestra en la figura 2(b).

Finalmente, la resistencia equivalente vista entre los puntos *a* y *b* es igual a:

$$R_{EQ} = R_1 + R_p + R_5 = 200\ \Omega.$$

d. Falso. Las resistencias R_4 y R_8 están en serie, lo mismo que la resistencia R_3 con R_2 y R_6 con R_7. Sus resistencias equivalentes son:

$$R_{S1} = R_4 + R_8 = 500\ \Omega,\ R_{S2} = R_2 + R_3 = 250\ \Omega\ y\ R_{S3} = R_6 + R_7 = 500\ \Omega.$$

Pero el paralelo de R_{S1} y R_{S2} no está en serie con las demás resistencias.

2. Para el circuito de la figura 3, ¿cuál es el valor de la corriente I_8?:

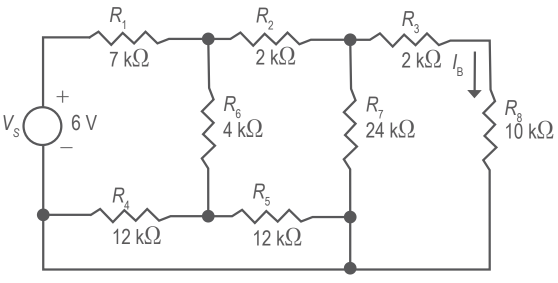


Figura 3. Circuito resistivo.

a. 0.5 mA.
b. 0.25 mA.
c. 0.33 mA.
d. 0.166 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. 0.5 mA es la corriente total que entrega la fuente y la resistencia R_8 no está en serie con la fuente.
b. Falso. 0.25 mA es la corriente a través de la resistencia R_2 y ésta no se encuentra en serie con R_8.
c. Falso. Se aplicó mal el divisor de corriente.
d. Verdadero. Simplificando el circuito de la figura 3, tenemos que las resistencias R_3 y R_8 están en serie y su resistencia equivalente es igual a:

$$R_{S1} = R_3 + R_8 = 12\ \mathrm{k}\Omega.$$

Las resistencias R_4 y R_5 están en paralelo y su resistencia equivalente es igual a:

$$R_{p1} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = \frac{144}{24} = 6\ \mathrm{k}\Omega.$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 4(a).

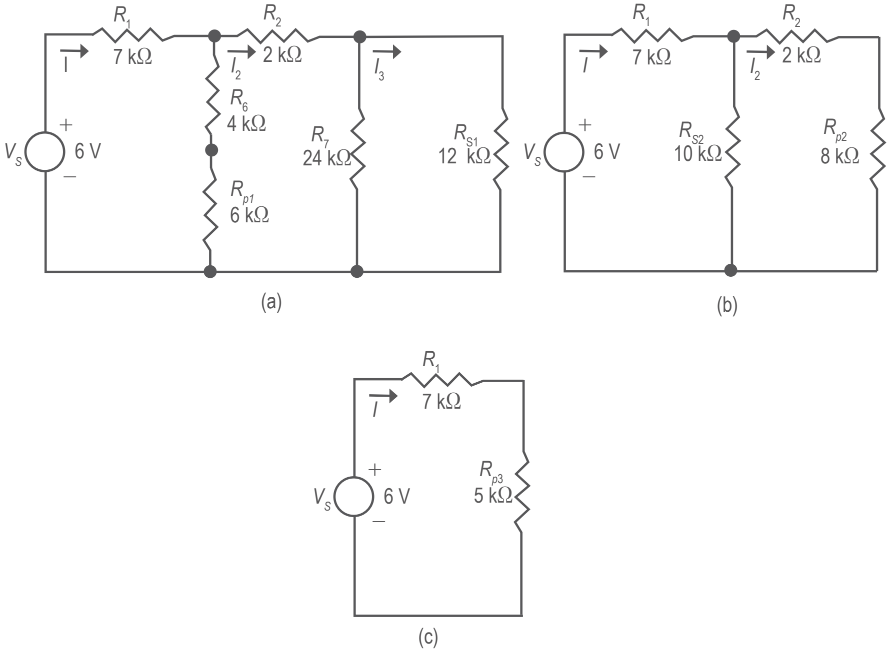


Figura 4. Circuitos equivalentes al de la figura 3.

En el circuito de la figura 4(a), las resistencias equivalentes son:

$$R_{S2} = R_6 + R_{p1} = 10\ \text{k}\Omega.$$

Las resistencias R_7 y R_{S1} están en paralelo y su equivalente es igual a:

$$R_{p2} = \frac{R_7 R_{S1}}{R_7 + R_{S1}} = \frac{288}{36} = 8\ \text{k}\Omega.$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 4(b).

Finalmente, en el circuito de la figura 4(b) las resistencias R_2 y R_{p2} están en serie y su resistencia equivalente queda en paralelo con R_{S2}. Luego, el equivalente de estas tres resistencias es:

$$R_{p3} = \frac{(R_2 + R_{p2})R_{S2}}{(R_2 + R_{p2}) + R_{S2}} = \frac{100}{20} = 5\ \text{k}\Omega.$$

El circuito resultante se muestra en la figura 4(c), donde la resistencia total en los extremos de la fuente es:

$$R_{EQ} = R_1 + R_{p3} = 12\ \text{k}\Omega\,.$$

La corriente total que entrega la fuente es:

$$I = \frac{V_S}{R_{EQ}} = \frac{6\ \text{V}}{12\ \text{k}\Omega} = 0.5\ \text{mA}.$$

La corriente a través de la resistencia R_{p2} podemos calcularla aplicando la ecuación del divisor de corriente en el circuito de la figura 4(b), asi:

$$I_2 = \frac{R_{S2} I}{R_{S2} + (R_2 + R_{p2})} = \frac{10 \times 0.5}{10 + 10} = 0.25\ \text{mA}.$$

De la misma forma podemos calcular la corriente a través de la resistencia R_{S1}. Aplicando el divisor de corriente en el circuito de la figura 4(a), tenemos:

$$I_3 = \frac{R_7 I_2}{R_7 + R_{S1}} = \frac{24 \times 0.5}{24 + 12} = 0.166\ \text{mA}\,.$$

La corriente I_3 es igual a la corriente I_8.

3. En el circuito de la figura 5 los diodos son de silicio con $V_\gamma = 0.6$ V. ¿Cuál es la corriente a través del diodo D_2?:

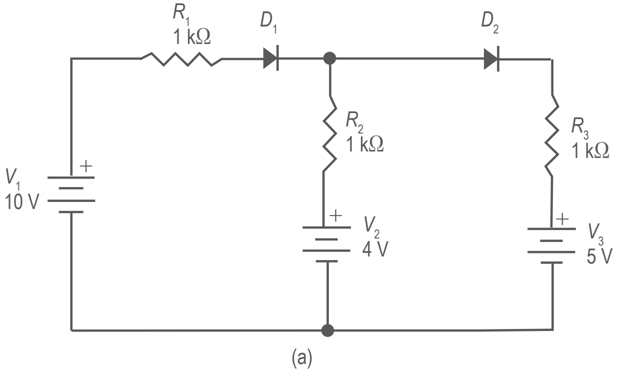


Figura 5. Circuito con diodos.

a. 0.
b. 0.73 mA.
c. 1.33 mA.
d. 1.93 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Aparentemente las fuentes V_2 y V_3 polarizan inversamente el diodo D_2, pero el valor de V_1 hace que el diodo conduzca.
b. Verdadera. Para calcular las corrientes a través de los diodos suponemos que están conduciendo y los reemplazamos por el modelo aproximado con $V_\gamma = 0.6$ V, como muestra la figura 6(b). Luego, resolvemos el circuito asignando corrientes en el sentido de conducción de los diodos.

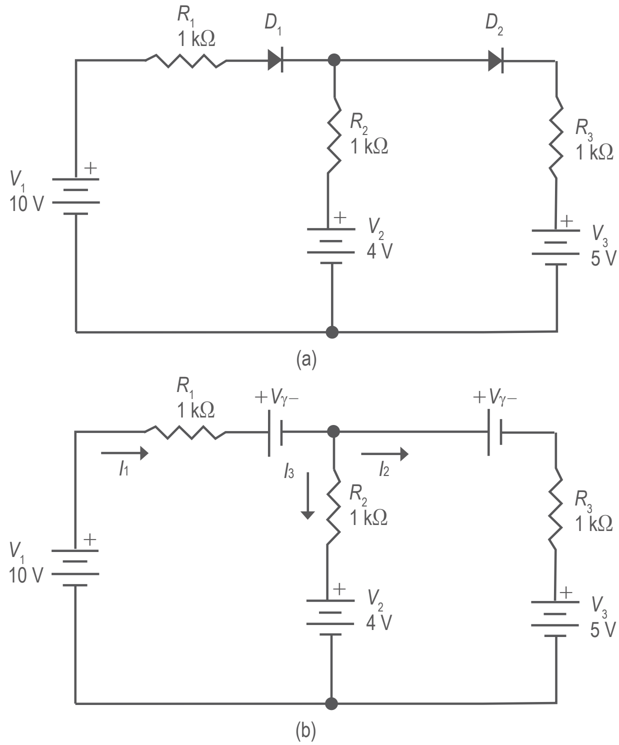


Figura 6. (a). Circuito inicial; (b). Circuito equivalente.

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la trayectoria que contiene al diodo D_1, tenemos:

$$-V_1 + R_1 I_1 + V_\gamma + R_2 I_3 + V_2 = 0.$$

Reemplazando valores y considerando las corrientes en miliamperios, obtenemos:

$$I_1 + I_3 = 5.4. \qquad \text{(a)}$$

Aplicando la LVK a la trayectoria que contiene al diodo D_2, nos queda:

$$-V_2 - R_2 I_3 + V_\gamma + R_3 I_2 + V_3 = 0.$$

Reemplazando valores y considerando las corrientes en miliamperios, obtenemos:

$$I_2 - I_3 = -1.6. \qquad \text{(b)}$$

Aplicando la ley de corriente de Kirchhoff al nodo que une los diodos, tenemos:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \qquad \text{(c)}$$

Resolviendo simultáneamente las ecuaciones (a), (b) y (c), obtenemos los valores de las corrientes, asi:

Despejando I_1 de la ecuación (a) e I_2 de (b) y reemplazándolas en la ecuación (c), tenemos:

$$5.4 - I_3 - (I_3 - I_6) - I_3 = 0. \qquad \text{(d)}$$

Despejando I_3 de la ecuacion (d) y reemplazando el valor en (b) y en (c), nos da:

$$I_3 = 2.33 \text{ mA}, \quad I_2 = 0.73 \text{ mA}, \quad I_1 = 3.07 \text{ mA}.$$

Como las corrientes de los diodos I_1 e I_2 son positivas, los diodos están conduciendo y la suposición es correcta. La corriente en el diodo D_2 es $I_2 = 0.73$ mA.

c. Falso. El error se debe a que utilizó el modelo ideal del diodo.
d. Falso. Reemplazó el modelo del diodo con la polaridad invertida.

4. El transistor del circuito de la figura 7 tiene un $\beta = 19$. Si la corriente $I_2 = 1$ mA, ¿cuál es el valor del voltaje V_{CE}, del transistor?:

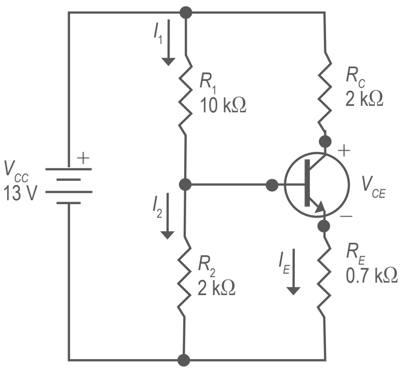


Figura 7. Circuito con transistor bipolar.

a. 7.8 V.
b. 0.3 V.
c. 13 V.
d. 7.6 V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadera. Para calcular el voltaje V_{CE} suponemos que el transistor está polarizado en la región activa y lo reemplazamos por su modelo, como muestra la figura 8(b).

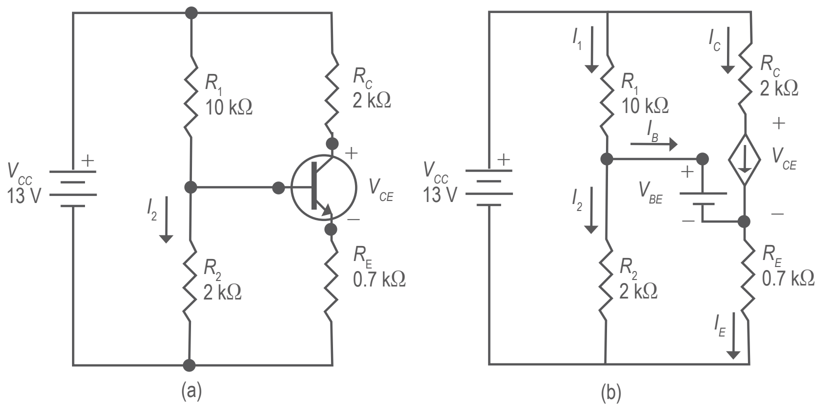


Figura 8. (a). Circuito original; (b). Circuito equivalente en la región activa.

Resolvemos el circuito equivalente de la figura 8(b).

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a través de la trayectoria que contiene la fuente V_{CC}, las resistencias R_1 y R_2, tenemos:

$$-V_{CC} + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0.$$

Despejando I_1 y reemplazando valores con las corrientes en miliamperios, nos queda:

$$I_1 = \frac{V_{CC} - I_2 R_2}{R_1} = \frac{13 - 1 \times 2}{10} = 1.1\,\text{mA}.$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo de la base del transistor, obtenemos:

$$I_B = I_1 - I_2 = 1.1 - 1 = 0.1\,\text{mA}.$$

Como el transistor está en la región activa, se cumple que:

$$I_C = \beta I_B = 19 \times 0.1 = 1.9\,\text{mA}.$$

Para calcular el voltaje V_{CE} aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) a la trayectoria externa:

$$-V_{CC}+R_C I_C+V_{CE}+R_E I_E=0.$$

Despejando V_{CE} y reemplazando valores, tenemos que:

$$V_{CE}=V_{CC}-R_C I_C-R_E I_E=13-2\times 1.9-0.7\times 2=7.8$$

$$=7.8\text{ V}.$$

Estos resultados indican que el transistor está en la región activa y la suposición es correcta.

b. Falso. El transistor no está en la región de saturación.
c. Falso. El transistor no está en la región de corte, porque la corriente de base es diferente de cero.
d. Falso. No se tuvo en cuenta la corriente de base del transistor.

5. El transistor del circuito de la figura 9 es de silicio con un $\beta=20$. Si la corriente $I_1=0.58$ mA, ¿cuál es el valor de la corriente I_E en el emisor del transistor?:

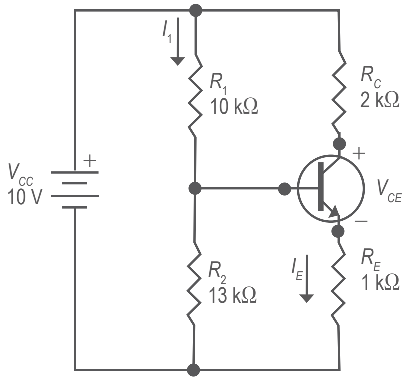


Figura 9. Circuito con transistor bipolar.

a. 5.4 mA.
b. 3.15 mA.
c. 0.
d. 3.4 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El transistor no está en la región activa.
b. Falso. Faltó sumar la corriente de base.
c. Falso. El transistor no está en la región de corte porque la corriente de base es diferente de cero.
d. Verdadero. Para calcular la corriente de emisor I_E suponemos que el transistor está polarizado en la región activa y lo reemplazamos por su modelo, como muestra la figura 10(a).

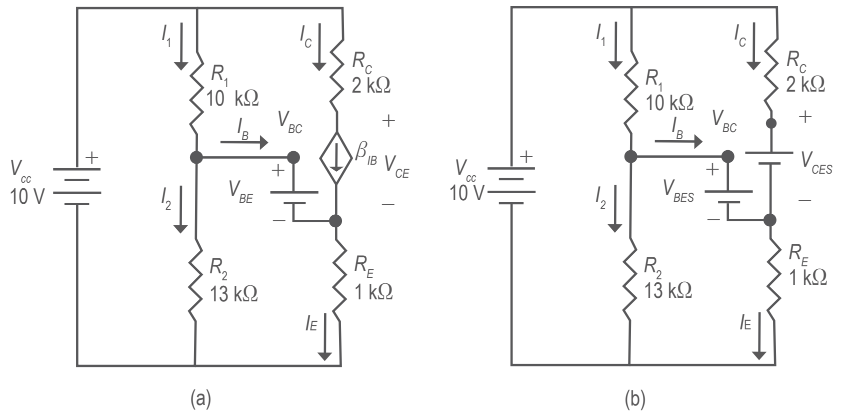


Figura 10.(a). Circuito equivalente en la región activa; (b). Circuito equivalente en saturación.

Resolvemos el circuito equivalente de la figura 10(a).

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a través de la trayectoria que contiene la fuente V_{CC}, las resistencias R_1 y R_2, tenemos:

$$-V_{CC} + R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0.$$

Despejando I_2 y reemplazando valores con las corrientes en miliamperios, nos queda:

$$I_2 = \frac{V_{CC} - R_1 I_1}{R_2} = \frac{10 - 10 \times 0.58}{13} = 0.323 \text{ mA}.$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo de la base del transistor, obtenemos:

$$I_B = I_1 - I_2 = 0.58 - 0.323 = 0.257 \text{ mA}.$$

Como estamos considerando que el transistor está en la región activa, se cumple que:

$$I_C = \beta I_B = 20 \times 0.257 = 5.14 \text{ mA}.$$

Calculamos el voltaje V_{CE} aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la trayectoria externa:

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E = 0.$$

Despejando V_{CE} y reemplazando valores, tenemos que:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E = 10 - 2 \times 5.14 - 1 \times (5.14 + 0.257) = -5.677$$

$$= -5.677 \text{ V}.$$

Con este resultado de $V_{CE} = -5.677 \text{ V}$ el transistor no puede estar en la región activa. Por lo tanto, la suposición es incorrecta. En la región de corte tampoco está porque la corriente de base es diferente de cero. En conclusión, el transistor está en la región de saturación. Reemplazamos el transistor por su modelo en saturación con sus voltajes V_{CE} y V_{BE} iguales a los de saturación. Como el transistor es de silicio, consideramos los siguientes valores:

$$V_{CE} = V_{CES} = 0.3 \text{ V},$$
$$V_{BE} = V_{BES} = 0.8 \text{ V}.$$

La corriente de base es la misma que se determinó anteriormente. Para calcular la corriente de colector I_C aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff a la trayectoria externa:

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CES} + R_E I_E = 0.$$

Reemplazando valores y con $I_E = I_C + I_B = I_C + 0.257$, tenemos:

$$-10 + 2I_C + 0.3 + 1(I_C + 0.257) = 0.$$

Despejamos la corriente de colector:

$$I_C = \frac{10 - 0.3 - 0.257}{3} = 3.15 \text{ mA}.$$

La corriente de emisor es:

$$I_E = I_C + I_B = 3.15 + 0.257 = 3.4 \text{ mA}.$$
$$= 3.4 \text{ mA}.$$

Autoevaluación semana 4

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cuatro preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 7. Análisis de circuitos por corrientes de malla en circuitos con fuentes independientes
- 8. Análisis de circuitos por mallas en circuitos con fuentes controladas

1. En el circuito de la figura 1 los valores de las corientes de malla I_1, I_2 e I_3 en amperios son, respectivamente:

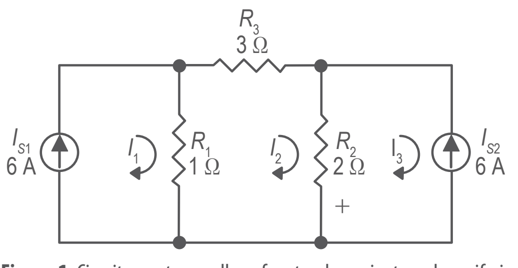


Figura 1. Circuito con tres mallas y fuentes de corriente en la periferia.

a. 6, −1, 6.
b. 6, 1, −6.
c. 6, −1, −6.
d. 6, 0, −6.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La corriente I_3 va en sentido contrario a I_{S2}. Por lo tanto, su valor es igual pero negativo.
b. Falso. Se planteó mal la ecuación de la malla 2.
c. Verdadero. A través de cada fuente de corriente en la periferia sólo pasa una corriente de malla, y expresando los valores de las fuentes de corriente en función de la corriente de malla que pasa a través de ella, tenemos:

$$I_{S1} = I_1 = 6 \text{ A},$$
$$I_{S2} = -I_3 = 6 \text{ A}.$$

Luego,

$I_3 = -6$ A.

Para calcular I_2 aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff a la malla 2, asi:

$$R_1(I_2 - I_1) + R_3 I_2 + R_2(I_2 - I_3) = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, nos queda:

$$-R_1 I_1 + (R_1 + R_2 + R_3) I_2 - R_2 I_3) = 0.$$

Despejando I_2 y reemplazando valores, tenemos:

$$I_2 = \frac{R_1 I_1 + R_2 I_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{6 - 12}{6} = -1 \text{ A}.$$

Las corrientes de malla son:

$I_1 = 6$ A, $I_2 = -1$ A, $I_3 = -6$ A.

d. Falso. Se planteó mal la ley de voltajes de Kirchhoff a la malla 2.

2. En el circuito de la figura 2 los valores de las corientes de malla I_1 , I_2 e I_3 en miliamperios son, respectivamente:

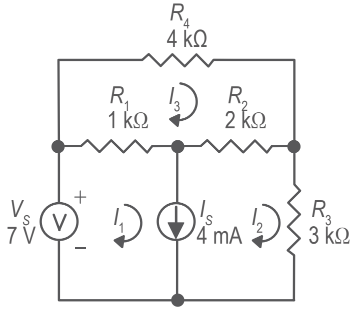


Figura 2. Circuito con tres mallas y una fuente de corriente interna.

a. 4.5, 0.5, 0.79.
b. 2.78, 1.32, 0.77.
c. 5, 1, 1.
d. 4.18, 0.18, −0.65.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Se planteó mal la supermalla que encierra la fuente de corriente.
b. Falso. El valor de la fuente de corriente no es igual a $I_1 + I_2$, sino a la diferencia.
c. Verdadero. Expresando el valor de la fuente de corriente en función de las corrientes de malla que pasan a través de ella, tenemos:

$$I_S = I_1 - I_2 = 4\ \text{mA}. \qquad \text{(a)}$$

Aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff a la malla que no contiene fuentes de corriente, en este caso a la malla 3, así:

$$R_1(I_3 - I_1) + R_4 I_3 + R_2(I_3 - I_2) = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, nos queda:

$$-R_1 I_1 - R_2 I_2 + (R_1 + R_2 + R_4) I_3 = 0.$$

Reemplazando valores, considerando las corrientes en miliamperios, tenemos:

$$-I_1 - 2I_2 + 7I_3 = 0. \qquad \text{(b)}$$

Aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff a la supermalla que encierra la fuente de corriente, así:

$$-V_S + R_1(I_1 - I_3) + R_2(I_2 - I_3) + R_3 I_2 = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, nos queda:

$$R_1 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 - (R_1 + R_2) I_3 = V_S.$$

Reemplazando valores, considerando las corrientes en miliamperios, tenemos:

$$I_1 + 5I_2 - 3I_3 = 7. \qquad \text{(c)}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones (a), (b) y (c), así:

$$I_S = I_1 - I_2 = 4\ \text{mA}. \qquad \text{(a)}$$

$$-I_1 - 2I_2 + 7I_3 = 0. \qquad \text{(b)}$$

$$I_1 + 5I_2 - 3I_3 = 7. \qquad \text{(c)}$$

Si a la ecuación (b) la multiplicamos por 3 y le sumamos la (c) multiplicada por 7, se cancela I_3 y nos queda:

$$4I_1 + 29I_2 = 49. \qquad \text{(d)}$$

Si a la ecuación (d) le restamos la (a) multiplicada por 4, se cancela I_1 y nos queda:

$$33I_2 = 33.$$

De donde:

$$I_1 = 5 \text{ mA}, I_2 = 1 \text{ mA}, I_3 = 1 \text{ mA}.$$

d. Falso. Se planteó mal la ley de voltajes de Kirchhoff a través de la malla 3.

3. En el circuito de la figura 3 la fuente de corriente controlada por voltaje es igual a $I_C = 4V_X$ mA. ¿Cuál es el valor del voltaje V_X?:

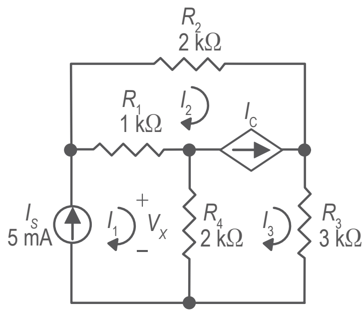


Figura 3. Circuito con una fuente controlada.

a. 1.56 V.
b. 10 V.
c. 3.4 V.
d. −0.38 V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Expresando el valor de la corriente de la fuente controlada en función de las corrientes de malla, tenemos:

$$I_C = 4V_X = 4R_4(I_1 - I_3) \text{ mA}.$$

Expresamos los valores de las fuentes de corriente en función de las corrientes de malla que pasan a través de ellas, así:

$$I_S = I_1 = 5 \text{ mA},$$
$$I_C = 4R_4(I_1 - I_3) = I_3 - I_2.$$

Reemplazando valores con las corrientes en miliamperios, obtenemos:

$$8(5 - I_3) = (I_3 - I_2).$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, nos queda:

$$I_2 - 9I_3 = -40. \qquad \text{(e)}$$

Aplicamos la ley de voltajes de Kirchhoff a la supermalla que encierra la fuente de corriente controlada, así:

$$R_1(I_2 - I_1) + R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4(I_3 - I_1) = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, nos queda:

$$-(R_1 + R_4) I_1 + (R_1 + R_2) I_2 + (R_3 + R_4) I_3 = 0.$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$3I_2 + 5I_3 = 15. \qquad \text{(f)}$$

Resolvemos las ecuaciones (e) y (f), así:

Si a la ecuación (f) le restamos la ecuación (e) multiplicada por 3, se cancela I_2 y nos queda:

$$32I_3 = 135.$$

De donde:

$$I_3 = 4.22 \text{ mA}.$$

Las corrientes de malla son:

$$I_1 = 5 \text{ mA}, I_2 = -2 \text{ mA e } I_3 = 4.22 \text{ mA}.$$

El voltaje V_X es igual a:

$$V_X = R_4(I_1 - I_3) = 2(5 - 4.22) = 1.56 \text{ V}.$$

b. Falso. La corriente que circula por la resistencia R_4 no es igual a la de la fuente de corriente independiente.
c. Falso. Se planteó mal la ecuación de la supermalla.
d. Falso. Se expresó mal el valor de la fuente controlada en función de las corrientes de malla.

4. El transistor efecto de campo JFET del circuito de la figura 4 tiene las siguientes características: $I_{DSS} = 10$ mA, $V_{GSOFF} = -4$V. ¿Cuál es valor del voltaje V_{DS} del FET?:

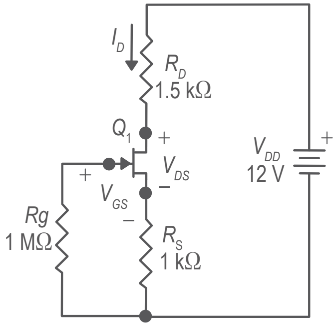


Figura 4. Circuito con transistor efecto de campo JFET.

a. 12 V.
b. 1.66 V.
c. 5.75 V.
d. 6.62 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El transistor no está en la región de corte.
b. Falso. El transistor no está en la región óhmica.
c. Falso. El voltaje V_{GS} no es la mitad del voltaje V_{GSOFF}.
d. Verdadero. Para calcular el voltaje V_{DS} suponemos que el JFET está en la región activa y lo reemplazamos por su modelo, como muestra la figura 4(b).

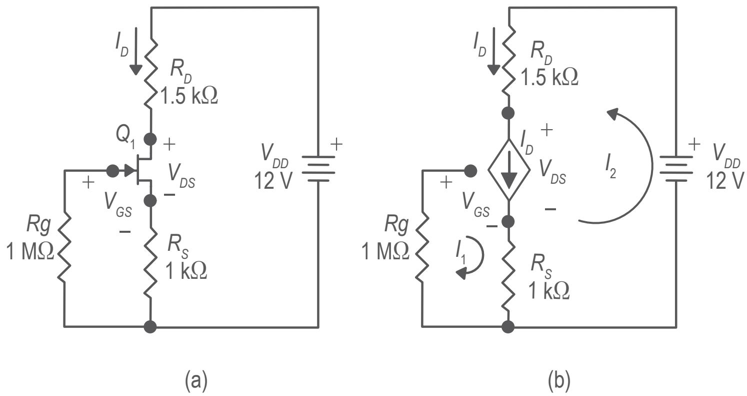


Figura 4. (a). Circuito inicial; (b). Circuito equivalente.

Resolvemos el circuito equivalente de la figura 4(b), empleando mallas, donde:

$$I_D = I_{DSS}\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSOFF}}\right]^2.$$

Expresamos la fuente controlada en función de las corrientes de malla, así:

$$I_D = I_2 = I_{DSS}\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GSOFF}}\right]^2. \tag{g}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la malla 1, tenemos:

$$R_G I_1 + V_{GS} + R_S(I_2 - I_1) = 0.$$

Pero en la malla 1 hay un circuito abierto, luego $I_1 = 0$, y despejando V_{GS}, tenemos:

$$V_{GS} = - R_S I_2 = - R_S I_D. \tag{h}$$

Reemplazando la ecuación (h) en (g), obtenemos:

$$I_D = I_{DSS}\left[1 - \frac{- R_S I_D}{V_{GSOFF}}\right]^2. \tag{i}$$

Reemplazando valores en (i) y considerando las corrientes en miliamperios, tenemos:

$$I_D = 10\left[1 - \frac{I_D}{4}\right]^2 \text{mA}. \tag{j}$$

Desarrollando el cuadrado de la ecuación (j) y ordenando la ecuación, nos queda:

$$I_D^2 - 9.61_D + 16 = 0.$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos dos valores para I_D:

$$I_{D1} = 7.45 \text{ mA} \text{ e } I_{D2} = 2.15 \text{ mA}.$$

De estos dos valores seleccionamos $I_{D2} = 2.15$ mA para que el transistor esté en la región activa; con este valor nos da un V_{GS} mayor que V_{GSOFF}. Si consideramos $I_{D1} = 7.45$ mA, el valor de V_{GS} sería menor que V_{GSOFF} y el transistor estaría en la región de corte.

Por lo tanto,

$$I_D = 2.15 \text{ mA} \text{ y } V_{GS} = -2.15 \text{ V}.$$

Aplicando la LVK a la malla 2 del circuito equivalente, tenemos:

$$-V_{DD} + R_D I_D + V_{DS} + R_S I_D = 0.$$

Despejando V_{DS} y reemplazando valores, tenemos que:

$$V_{DS} = V_{DD} - (R_D + R_S) I_D = 12 - (2.5)(2.15) = 6.62 \text{ V}.$$

Por lo tanto,

$$V_{DS} = 6.62 \text{ V} \text{ e } I_D = 2.15 \text{ mA}.$$

De acuerdo con estos resultados la suposición es correcta y el JFET está en la región activa.

Autoevaluación semana 5

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cuatro preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 9. Análisis de circuitos por nodos de voltaje
- 10. Análisis por nodos de voltaje en circuitos que tienen fuentes controladas

1. En el circuito de la figura 1 los voltajes de nodo V_1, V_2, V_3 y V_4 son, respectivamente:

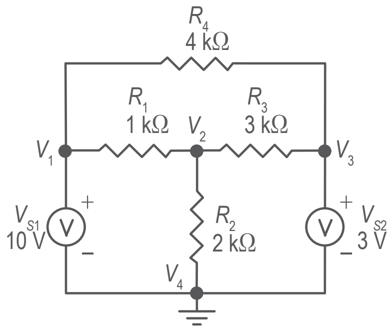


Figura 1. Circuito con cuatro nodos.

a. 10, 13.2, 3, 0.
b. 10, 7.7, 3, 0.
c. 10, −6, 3, 0.
d. 10, 6, 3, 0.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Se planteó mal la ley de corrientes de Kirchhoff en el nodo 2.
b. Falso. Se calculó mal la corriente a través de R_2.
c. Falso. Se despejaron mal los voltajes de las fuentes.
d. Verdadero. El nodo 4 es el nodo de referencia, luego $V_4 = 0$. Expresando los valores de las fuentes de voltaje en función de los voltajes de nodo, tenemos:

$$V_{S1} = V_1 = 10 \text{ V},$$
$$V_{S2} = V_3 = 3 \text{ V}.$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff a los nodos que no conectan fuentes de voltaje, obtenemos:

Nodo 2:

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y reemplazando valores, tenemos:

$$\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right]V_2 - \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_3}{R_3} = \left[\frac{1}{1\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{2\,\mathrm{k\Omega}} + \frac{1}{3\,\mathrm{k\Omega}}\right]V_2 - \frac{10}{1\,\mathrm{k\Omega}} - \frac{3}{3\,\mathrm{k\Omega}} = 0.$$

Multiplicando la ecuación por 6 kΩ y despejando V_2, nos queda:

$$V_2 = \frac{66}{11} = 6\text{ V}.$$

Los voltajes de nodo son:

$$V_1 = 10\text{ V},\ V_2 = 6\text{ V},\ V_3 = 3\text{ V y } V_4 = 0.$$

2. En el circuito de la figura 2, ¿cuál es el voltaje de nodo V_3?:

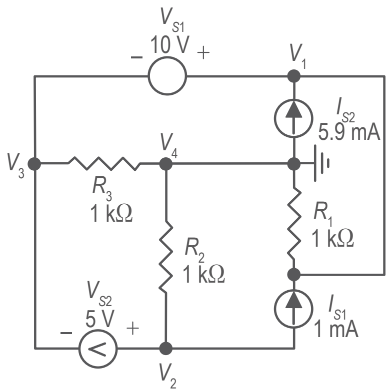


Figura 2. Circuito con varias fuentes independientes.

a. -2 V.
b. 2 V.
c. 3 V.
d. 1 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Se despejó mal el voltaje V_3.
b. Verdadero. El nodo 4 es el nodo de referencia, luego $V_4 = 0$.

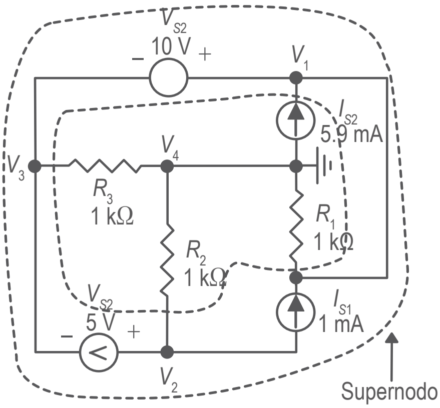


Figura 3. Circuito con el supernodo que encierra los nodos 1, 2 y 3.

Expresando las fuentes de voltaje en función de los voltajes de nodo a los que están conectadas, tenemos:

$$V_{S1} = V_1 - V_3 = 10 \text{ V}, \qquad (a)$$

$$V_{S2} = V_2 - V_3 = 5 \text{ V}. \qquad (b)$$

Aplicamos la ley de corrientes de Kirchhoff al supernodo que encierra las fuentes de voltaje V_{S1}, V_{S2} y la fuente de corriente I_{S1}, o supernodo que contiene los nodos 1, 2 y 3, como muestra la figura 3, obtenemos:

$$\frac{V_1 - V_4}{R_1} + \frac{V_2 - V_4}{R_2} + \frac{V_3 - V_4}{R_3} - I_{S2} = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y con $V_4 = 0$, nos queda:

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = I_{S2}.$$

Reemplazando valores, nos da:

$$\frac{V_1}{4} + \frac{V_2}{2} + \frac{V_3}{5} = 5.9. \qquad (c)$$

Multiplicando la ecuación (c) por 20, obtenemos:

$$5V_1 + 10V_2 + 4V_3 = 118 \text{ V}.$$

Simplificando, nos queda:

$$19V_3 = 118 - 80 = 38 \text{ V}.$$

Despejando, tenemos:

$$V_3 = 2\text{ V}.$$

c. Falso. Dejó por fuera del supernodo la fuente de corriente $I_{S1} = 1$ mA y la sumó a I_{S2}.
d. Falso. Dejó por fuera del supernodo la fuente de corriente $I_{S1} = 1$ mA y la restó a I_{S2}.

3. En el circuito de la figura 4, ¿cuál es valor del voltaje de nodo V_2?:

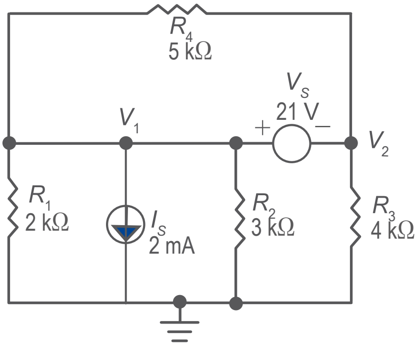


Figura 4. Circuito con cuatro nodos.

a. -21 V.
b. 21 V.
c. 24 V.
d. -18 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El voltaje del nodo 2 es diferente al de la fuente de voltaje.
b. Falso. 21 voltios es el voltaje de la fuente y no corresponde al voltaje del nodo 2.
c. Falso. El voltaje del nodo 2 es igual al voltaje del nodo 1 menos el voltaje de la fuente, y no la suma.
d. Verdadero. El circuito tiene tres nodos. El nodo de referencia tiene un voltaje $V_3 = 0$. Resolviendo el circuito por nodos, tenemos:

El valor de la fuente de voltaje en función de los voltajes de los nodos a los que está conectada es:

$$V_S = V_1 - V_2 = 21\text{ V}. \qquad \text{(d)}$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff al supernodo que encierra la fuente de voltaje y la resistencia R_4 o supernodo que contiene los nodos 1 y 2, como muestra la figura 5, tenemos:

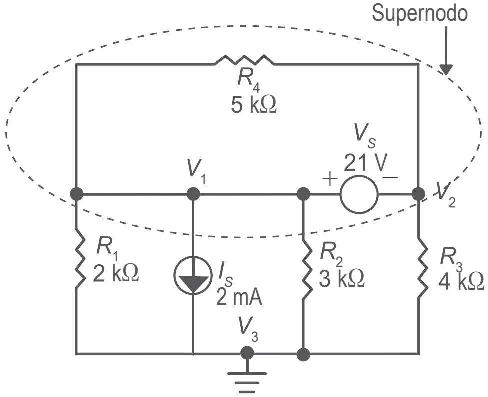


Figura 5. Circuito con el supernodo.

$$\frac{V_1 - V_3}{R_1} + I_S + \frac{V_1 - V_3}{R_2} + \frac{V_2 - V_3}{R_3} = 0.$$

Reduciendo términos semejantes, tenemos:

$$\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right] V_1 + \frac{1}{R_3} V_2 = - I_S.$$

Reemplazando los valores, nos queda:

$$\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right] V_1 + \frac{1}{4} V_2 = - 2.$$

Multiplicando por 12, tenemos:

$$10V_1 + 3V_2 = -24. \qquad \text{(e)}$$

Resolvemos simultáneamente las ecuaciones (d) y (e), así:

Multiplicando la ecuación (d) por 3 y sumándola con la (e), se cancela V_2 y nos queda:

$$13V_1 = 39,$$
$$V_1 = 3 \text{ V y } V_2 = -18 \text{ V}.$$

4. El transistor bipolar de la figura 6 es de silicio con $V\gamma = 0.7$ y un $\beta = 40$. ¿Cuál es el valor del voltaje de nodo V_C?

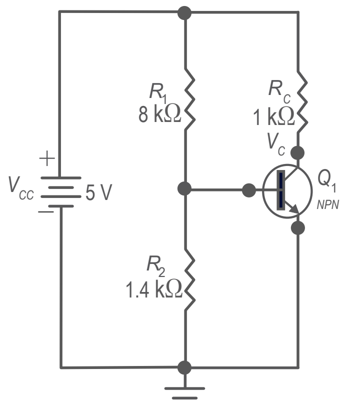


Figura 6. Circuito de polarización de un transistor bipolar *NPN*.

a. 0.7 V.
b. 5 V.
c. 3.5 V.
d. 3.0 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. 0.7 V es el voltaje base-emisor del transistor y no puede ser igual al voltaje colector-emisor.
b. Falso. El voltaje V_C no puede ser igual al de la fuente, porque de acuerdo con el circuito el transistor no puede estar en corte ya que existe una corriente sobre la base del transistor.
c. Verdadera. Reemplazando el transistor por su circuito equivalente en la región activa nos queda como muestra la figura 7(b).

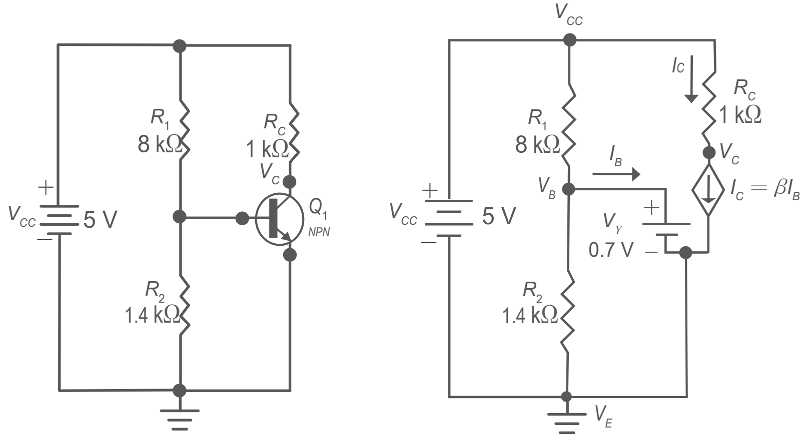


Figura 7. (a). Circuito original; (b). Circuito equivalente.

Resolvemos el circuito equivalente de la figura 7(b), por el método de nodos.

El circuito tiene cuatro nodos: V_{CC}, V_B, V_C y V_E o de referencia. Teniendo en cuenta las fuentes de voltaje conectadas a estos nodos, tenemos que los valores de los voltajes de nodo son: $V_{CC} = 5$ V, $V_B = V\gamma = 0.7$ V, $V_E = 0$ y V_C no se conoce su valor.

Expresamos el valor de la fuente controlada en función de los voltajes de nodo, así:

$$I_C = \beta I_B.$$

Aplicamos la ley de corrientes de Kirchhoff al nodo V_B:

$$\frac{V_B - V_{CC}}{R_1} + \frac{V_B}{R_2} + I_B = 0.$$

Despejando y reemplazando valores, tenemos:

$$I_B = -\frac{V_B - V_{CC}}{R_1} - \frac{V_B}{R_2} = -\frac{0.7 - 5}{8\ \text{k}\Omega} - \frac{0.7}{1.4\ \text{k}\Omega} = 0.5375 - 0.5 = 0.0375\ \text{mA}.$$

Luego, la corriente de base I_B es:

$$I_B = 0.0375\ \text{mA}.$$

La corriente I_C es:

$$I_C = \beta I_B = 40 \times 0.0375 = 1.5\ \text{mA}.$$

Para calcular el voltaje V_C, aplicamos la ley de corrientes al nodo V_C y nos queda:

$$\frac{V_C - V_{CC}}{R_C} + I_C = 0.$$

Despejando V_C, tenemos:

$$V_C = V_{CC} - R_C I_C = 5 - 1\ \text{k}\Omega \times 1.5\ \text{mA} = 3.5\ \text{V}$$
$$= 3.5\text{V}.$$

De acuerdo con estos resultados el transistor está polarizado en la región activa.

d. Falso. Se calculó mal la corriente de colector del transistor.

Autoevaluación semana 6

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cinco preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 11. Principio de proporcionalidad y superposición
- 12. Teoremas de Thevenin y de Norton
- 13. Teorema de máxima transferencia de potencia

1. En el circuito de la figura 1, $g_m = 4$ mA/V y la corriente de salida $I_0 = -1$ mA. ¿Cuál es el valor de I_0 si el voltaje de la fuente se aumenta a $V_S = 9$V?:

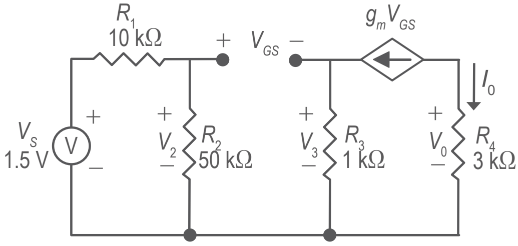


Figura 1. Circuito equivalente de un amplificador con FET.

a. -3 mA.
b. -6 mA .
c. -9 mA.
d. 6 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El voltaje de la fuente no se triplicó.
b. Verdadero. De acuerdo con el principio de proporcionalidad el voltaje de la fuente se multiplicó por 6, luego la corriente de salida tiene que aumentar en la misma proporción.
c. Falso. El voltaje de la fuente no se aumentó 9 veces.
d. Falso. El voltaje de la fuente no se multiplicó por -6.

2. En el circuito de la figura 2, $V_S = 10$ V e $i_S(t) = 3\cos(10t)$ mA. ¿Cuál es el voltaje V_X?:

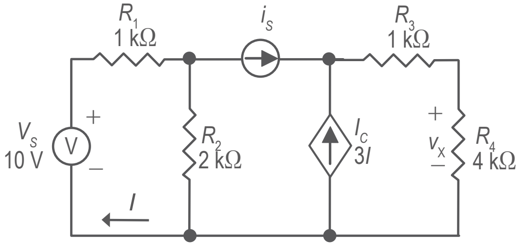


Figura 2. Circuito con dos fuentes independientes de diferente frecuencia.

a. $v_X = 40 + 24\cos(10t)$ V.
b. $v_X = 24\cos(10t)$ V.
c. $v_X = 40$ V.
d. $v_X = 64$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero Como las fuentes son de diferente frecuencia, resolvemos el circuito aplicando superposición.

Con $V_S = 10$ V e $i_S = 0$, el circuito queda como muestra la figura 3(a).

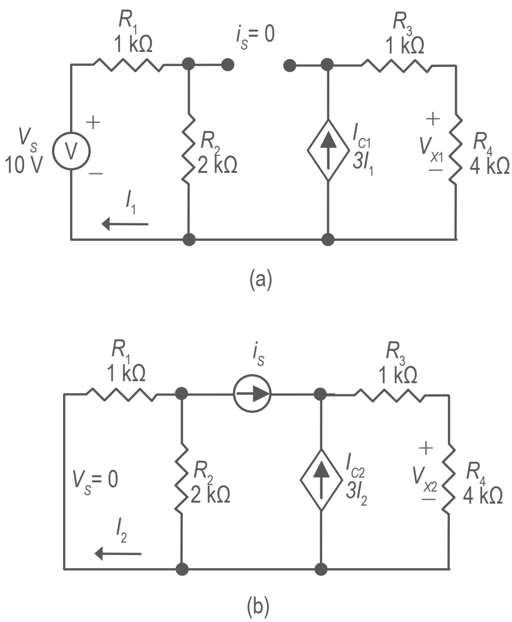


Figura 3. (a). Circuito con $V_S = 10$ V e $i_S = 0$; (b). Circuito con $V_S = 0$ e $i_S = 3\cos(10t)$ mA.

Resolvemos el circuito de la figura 3(a), para calcular el voltaje V_{X1}, asi:

Expresando el valor de la fuente controlada en función de los parámetros del circuito, tenemos:

$$I_{C1} = 3I_1 = \frac{3V_S}{R_1 + R_2} = \frac{30}{3\ \text{k}\Omega} = 10\ \text{mA}.$$

El voltaje V_{X1} es igual a:

$$V_{X1} = R_4 I_{C1} = 4 \times 10 = 40\ \text{V}.$$

Con $V_S = 0$ e $i_S = 3\cos(10t)$ mA, el circuito queda como muestra la figura 3(b).

Aplicando el divisor de corriente al paralelo de R_1 con R_2, tenemos:

$$I_2 = \frac{R_2 i_S}{R_1 + R_2} = \frac{6\cos(10t)}{3\ \text{k}\Omega} = 2\cos(10t)\ \text{mA}.$$

El valor de la fuente controlada es:

$$I_{C2} = 3I_2 = 6\cos(10t)\ \text{mA}.$$

El voltaje V_{X2} es igual a:

$$V_{X2} = R_4 I_{C2} = 4 \times 6\cos(10t) = 24\cos(10t)\ \text{V}.$$

Por lo tanto, aplicando superposición, tenemos que:

$$v_x = V_{X1} + V_{X2} = 40 + 24\cos(10t)\ \text{V}.$$

b. Falso. No tuvo en cuenta la contribución de la fuente $V_S = 10$ V .
c. Falso. No tuvo en cuenta la contribución de la fuente $i_S(t) = 3\cos(10t)$ mA.
d. Falso. No se pueden sumar aritméticamente voltajes de diferente frecuencia.

3. En el circuito de la figura 4, ¿cuánto vale la resistencia equivalente vista en las terminales *a* y *b*?:

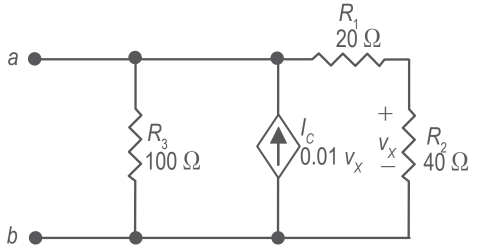


Figura 4. Circuito sin fuentes independientes.

a. 37.5 Ω.
b. 60 Ω.
c. 50 Ω.
d. 160 Ω.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Se descartó la fuente controlada.
b. Falso. No se tuvo en cuenta la resistencia R_3 ni la fuente controlada.
c. Verdadero. Como el circuito tiene sólo fuentes controladas, para determinar la resistencia equivalente tenemos que conectar una fuente externa entre *a* y *b*. La resistencia equivalente es igual a la relación entre el voltaje y la corriente que entrega la fuente externa al circuito. Si conectamos una fuente externa de voltaje V_E como muestra el circuito de la figura 5, tenemos que la resistencia equivalente es $R_E = \frac{V_E}{I_E}$.

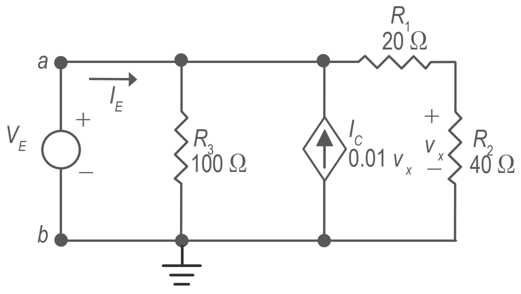


Figura 5. Circuito con la fuente externa V_E.

Para hallar R_E resolvemos el circuito por nodos, así:

Nodo *a*:

Teniendo en cuenta que el voltaje del nodo *a* es igual al voltaje de la fuente, tenemos:

$$-I_E + \frac{V_E}{R_3} - 0.01V_X + \frac{V_E}{R_1 + R_2} = 0. \qquad \text{(a)}$$

Pero el voltaje V_X, por divisor de voltaje, es:

$$v_X = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_E. \qquad \text{(b)}$$

Reemplazando la ecuación (b) en (a), tenemos:

$$\left[\frac{1}{R_3} - \frac{0.01R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_1 + R_2}\right] V_E = I_E.$$

Reemplazando valores, nos queda:

$$\left[\frac{1}{100} + \frac{0.4}{60} + \frac{1}{60}\right] V_E = I_E,$$

$$\left[\frac{1}{100} + \frac{0.6}{60}\right] V_E = I_E.$$

Despejando la relación, nos queda:

$$R_E = \frac{V_E}{I_E} = 50\ \Omega.$$

d. Falso. Se descartó la fuente controlada y las resistencias no están en serie.

4. En el circuito de la figura 6 la fuente de voltaje controlada por corriente es igual a $V_C = 0.25\, I_C$ V, donde la corriente I_C está en miliamperios. ¿Cuál es el equivalente Thevenin del circuito visto en los puntos *a* y *b*?:

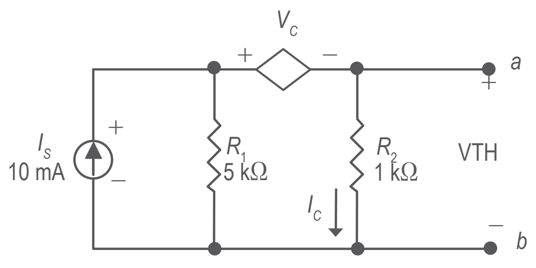
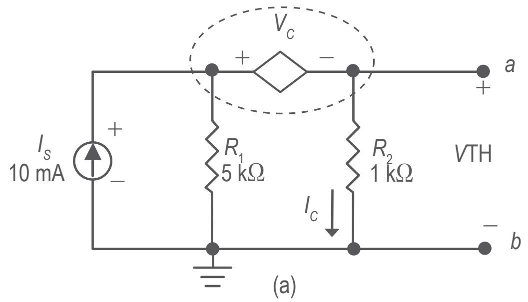


Figura 6. Circuito con fuente controlada.

a. $V_{TH} = 8.3$ V y $R_{TH} = 833\ \Omega$.
b. $V_{TH} = 10$ V y $R_{TH} = 1\ \text{k}\Omega$.
c. $V_{TH} = 8$ V y $R_{TH} = 833\ \Omega$.
d. $V_{TH} = 8$ V y $R_{TH} = 800\ \Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Se descartó la fuente controlada.
b. Falso. No se tuvo en cuenta la resistencia R_1 ni la fuente controlada.
c. Falso. No se tuvo en cuenta la fuente controlada para calcular la R_{TH}.
d. Verdadero. Para calcular el voltaje Thevenin del circuito de la figura 7(a) lo resolvemos por nodos, así:



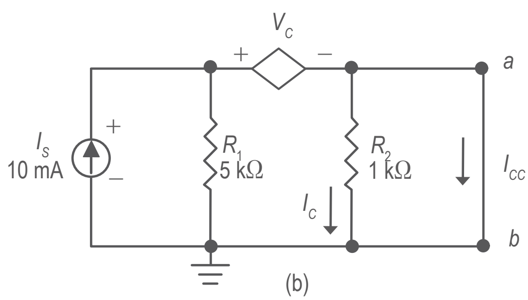


Figura 7. (a). Circuito inicial; (b). Circuito para calcular la corriente de cortocircuito.

Expresamos el valor de la fuente controlada en función de los voltajes de nodo:

$$V_C = 0.25 I_C = 0.25 \frac{V_{TH}}{R_2} = 0.25 V_{TH}. \qquad \text{(c)}$$

Aplicamos la ley de corrientes de Kirchhoff al supernodo que encierra la fuente controlada:

$$-I_S + \frac{V_{TH} + V_C}{R_1} + \frac{V_{TH}}{R_2} = 0. \qquad \text{(d)}$$

Reemplazando la ecuación (c) en la (d), tenemos:

$$\frac{V_{TH} + 0.25V_{TH}}{R_1} + \frac{V_{TH}}{R_2} = I_S$$

Reduciendo términos semejantes y reemplazando valores, nos queda:

$$\left[\frac{1.25}{5} + \frac{1}{1}\right]V_{TH} = 10,$$

$$V_{TH} = 8 \text{ V}.$$

Para determinar la resistencia Thevenin, calculamos la corriente de cortocircuito en la red de la figura 7(b). Como la resistencia R_2 está cortocircuitada, la $I_C = 0$ y el voltaje de la fuente controlada también es cero. Luego la corriente de cortocircuito es igual a la de la fuente independiente.

$$I_{CC} = I_S = 10 \text{ mA} V_{TH} = 10.$$

La resistencia Thevenin es:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{CC}} = \frac{8}{10 \text{ mA}} = 800\ \Omega.$$

5. ¿Cuál es la potencia máxima que puede entregar el circuito de la figura 8 a una carga conectada entre los puntos *a* y *b*?:

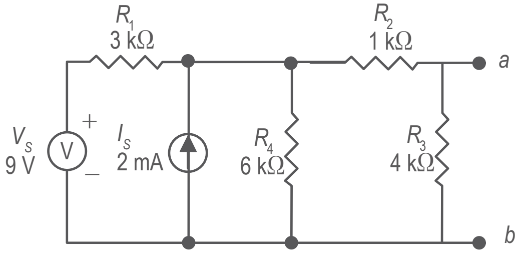


Figura 8. Circuito para determinar la máxima potencia de salida.

a. 16.67 mW.
b. 8.33 mW.
c. 4.17 mW.
d. 0.92 mW.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Faltó dividir por 4.
b. Falso. No se divide por 2 sino por 4.
c. Verdadero. Para calcular la potencia máxima transferida tenemos que determinar el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos *a* y *b*. Para esto resolvemos el circuito empleando transformación de fuentes, así:

La fuente de voltaje V_S en serie con R_1 la transformamos en una fuente de corriente I_{N1} en paralelo con R_1, como muestra la figura 9(a), donde:

$$I_{N1} = \frac{V_S}{R_1} = \frac{9}{3\ \text{k}\Omega} = 3\ \text{mA}.$$

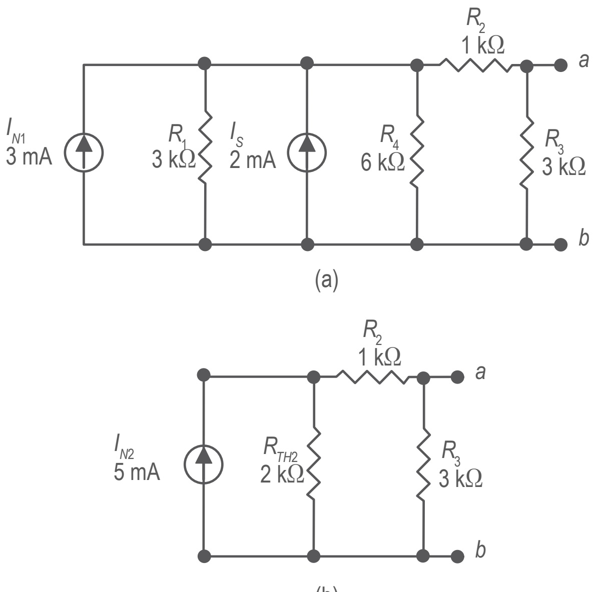


Figura 9. (a). Circuito equivalente; (b). Circuito equivalente simplificado.

Simplificando el circuito de la figura 9(a) obtenemos el 9(b), donde:

$$I_{N2} = I_S + I_{N1} = 2 + 3 = 5\ \text{mA},$$

$$R_{TH2} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2\ \text{k}\Omega.$$

La fuente de corriente I_{N2} en paralelo con R_{TH2} de la figura 9(b) la transformamos en una fuente de voltaje V_{TH2} en serie con R_{TH2}, como muestra la figura 10(a), donde:

$$V_{TH2} = R_{TH2} I_{N2} = 2 \times 5 = 10 \text{ V}.$$

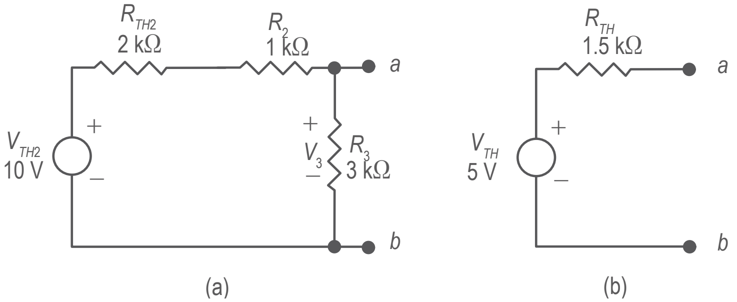


Figura 10. (a). Circuito equivalente con fuente de voltaje; (b). Equivalente Thevenin.

Finalmente determinamos el equivalente Thevenin del circuito de la figura 10(a) y obtenemos la figura 10(b), donde:

$$V_{TH} = \frac{R_3}{R_{TH2} + R_2 + R_3} V_{TH2} = \frac{3}{6} 10 = 5 \text{ V}.$$

La resistencia Thevenin R_{TH} la obtenemos quitando la fuente de voltaje V_{TH2} del circuito de la figura 10(a) y calculando la resistencia equivalente vista entre *a* y *b*, asi:

$$R_{TH} = \frac{(R_{TH2} + R_2) R_3}{R_{TH} + R_2 + R_3} = \frac{(2+1)3}{2+1+3} = 1.5 \text{ k}\Omega.$$

La potencia máxima que puede entregar el circuito de la figura 8 a una carga de 1.5 kΩ es:

$$P_{MAX} = \frac{[V_{TH}]^2}{4R_{RTH}} = \frac{25}{6} = 4.17 \text{ mW}.$$

d. Falso. Para máxima transferencia de potencia la carga tiene que ser igual a la resistencia Thevenin $R_{CARGA} = R_{TH} = 1.5 \text{ k}\Omega$.

Autoevaluación semana 7

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de siete preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:
- 14. El amplificador operacional
- 15. Aplicaciones del amplificador operacional

1. ¿Cuál de las siguientes caracteristicas no se tiene en cuenta necesariamente en el análisis de un circuito con amplificador operacional ideal?:

   a. Resistencia de entrada alta.
   b. Alta ganancia de voltaje en lazo abierto.
   c. Manejo de potencias bajas.
   d. Resistencia de salida baja.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. En el análisis de un amplificador operacional ideal se considera que no absorbe corriente.
   b. Falso. El amplificador operacional ideal tiene una ganancia de voltaje muy alta.
   c. Verdadero. En el análisis del amplificador operacional ideal no se considera su potencia.
   d. Falso. El amplificador operacional ideal en la salida se comporta como una fuente controlada de voltaje ideal con resistencia interna cero.

2. El amplificador operacional funciona como amplificador diferencial por una terminal cuando:

   a. Las dos entradas están conectadas entre sí.
   b. La señal se aplica entre las dos entradas.
   c. La señal de salida está invertida.
   d. La señal se aplica a una entrada y la otra está conectada a tierra.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. En el modo diferencial no se trata de reducir las entradas a una sola.
   b. Falso. Si se aplica la señal entre las dos entradas el amplificador opera en el modo diferencial por dos terminales.
   c. Falso. Una señal invertida en la salida no es indicativo de que el amplificador está operando en el modo diferencial por una entrada.
   d. Verdadero. En el modo diferencial de una terminal, una entrada se conecta a tierra y a la otra se le aplica la señal.

3. Cuando el amplificador operacional funciona en el modo diferencial por dos terminales:

   a. La señal se aplica a una entrada y la otra se conecta a tierra.
   b. Se conecta una señal entre las dos entradas.
   c. Se aplican dos voltajes de la misma fase a las dos entradas.
   d. Se tiene una señal idéntica en ambas entradas.

Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Este es el modo diferencial de una sola entrada.
   b. Verdadero. En el modo diferencial de dos entradas se aplican dos señales desfasadas a las entradas o una sola fuente conectada entre las dos entradas.
   c. Falso. En el modo diferencial de dos terminales las señales deben estar desfasadas.
   d. Falso. Si se aplica una señal identica a las dos entradas obtenemos el modo común.

4. En el amplificador inversor de la figura 1, si la resistencia R_V se disminuye, la ganancia de voltaje del amplificador:

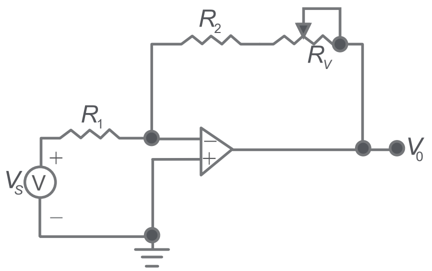


Figura 1. Amplificador inversor de ganancia variable.

   a. Aumenta.
   b. Disminuye.
   c. Permanece igual.
   d. Es igual a 1 y no cambia.

Comentarios a las respuestas

   a. Falso. La ganancia de voltaje no es inversamente proporcional a R_V.
   b. Verdadero. La ganancia es proporcional a R_V, y si la resistencia R_V disminuye, la ganancia también disminuye.
   c. Falso. La ganancia de voltaje del amplificador depende de R_V.
   d. Falso. Es un amplificador inversor y la ganancia es negativa. Si R_V varía, la magnitud de la ganancia también varía.

5. ¿Cuál es la ganancia en voltaje $A_V = \frac{V_0}{V_S}$ del circuito de la figura 2?:

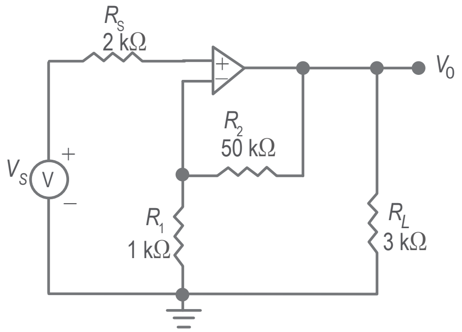


Figura 2. Circuito amplificador.

a. 50.
b. -50.
c. 26.
d. 51.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No tuvo en cuenta el 1 de la ecuación de la ganancia de un amplificador no inversor.
b. Falso. El circuito no es un amplifcador inversor.
c. Falso. La ganancia de voltaje del amplificador no depende de R_S.
d. Verdadero. Es un amplificador no inversor y la ganancia es:

$$A_V = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{50}{1} = 51.$$

6. El amplificador operacional del circuito de la figura 3 es ideal. ¿Cuál es el valor del voltaje de salida V_0?:

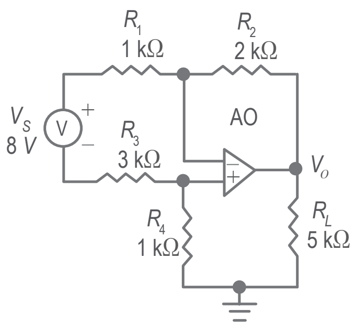


Figura 3. Circuito con un amplificador operacional

a. -4 V.
b. -16 V.
c. -6 V.
d. -8 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. R_1 y R_3 están en serie y se puede reducir a una resistencia equivalente de 4 kΩ pero no se puede aplicar la ecuación de ganancia de un amplificador inversor porque la fuente no está conectada a tierra.
b. Falso. Es un amplifcador inversor, pero en este caso la ganancia no es igual a:

$$A_V = -\frac{R_2}{R_1}.$$

c. Verdadero. Tenemos que resolver el circuito para calcular el voltaje de salida. Simplificamos el circuito reduciendo R_1 y R_2 a una resistencia serie equivalente, como muestra la figura 4, donde:

$$R_S = R_1 + R_2 = 4 \text{ k}\Omega.$$

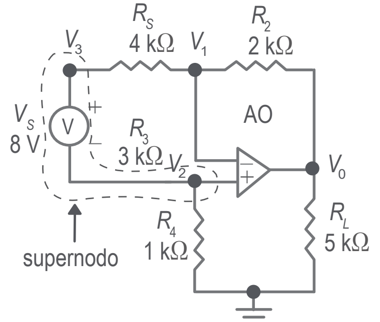


Figura 4. Circuito simplificado con sus voltajes de nodo: V_1, V_2, V_3 y V_4.

Resolviendo por nodos y teniendo en cuenta que el amplificador operacional no absorbe corriente, tenemos:

El voltaje de la fuente en función de los voltajes de nodo es igual a:

$$V_S = V_3 - V_2 = 8,$$
$$V_3 = 8 + V_2.$$

Nodo 1:

$$\frac{V_1 - V_3}{R_5} + \frac{V_1 - V_0}{R_2} = 0.$$

Reemplazando valores, con $V_1 = V_2$ y $V_3 = 8 + V_1$, nos queda:

$$\frac{V_1 - (8 + V_1)}{4} + \frac{V_1 - V_0}{2} = -2 + \frac{V_1 - V_0}{2} = 0.$$

Despejando el voltaje de salida:

$$V_0 = V_1 - 4.$$

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff al supernodo que encierra la fuente de voltaje o nodos 2 y 3, tenemos:

$$\frac{V_3 - V_1}{R_5} + \frac{V_2}{R_4} = 0.$$

Reemplazando valores, con $V_1 = V_2$ y $V_3 = 8 + V_1$, obtenemos:

$$\frac{8 + V_1 - V_1}{4} + \frac{V_1}{1} = 2 + V_1 = 0.$$

Despejando V_1:

$$V_1 = -2\text{V},$$
$$V_3 = 6,$$
$$V_0 = -6\text{V}.$$

d. Falso. El circuito es un amplificador inversor, pero la magnitud de la ganancia de voltaje no es igual a 1.

7. El amplificador operacional del circuito de la figura 5 es ideal. ¿Cuál es el valor de la corriente de salida I_0?:

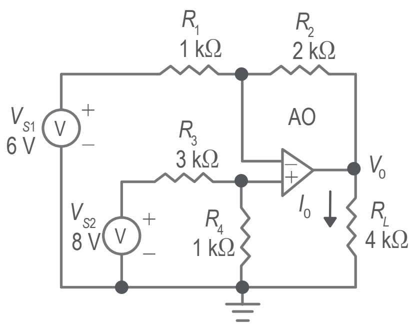


Figura 5. Circuito con amplificador operacional.

a. -3 mA.
b. 6 mA.
c. -1.5 mA.
d. 4.5 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se tuvo en cuenta el voltaje de la fuente $V_{S2} = 8$.
b. Falso. No se tuvo en cuenta el voltaje de la fuente $V_{S1} = 6$.
c. Verdadero. Resolviendo el circuito aplicando superposición, tenemos:

Con $V_{S1} = 6$ V y $V_{S2} = 0$, el circuito queda como muestra la figura 6(a).

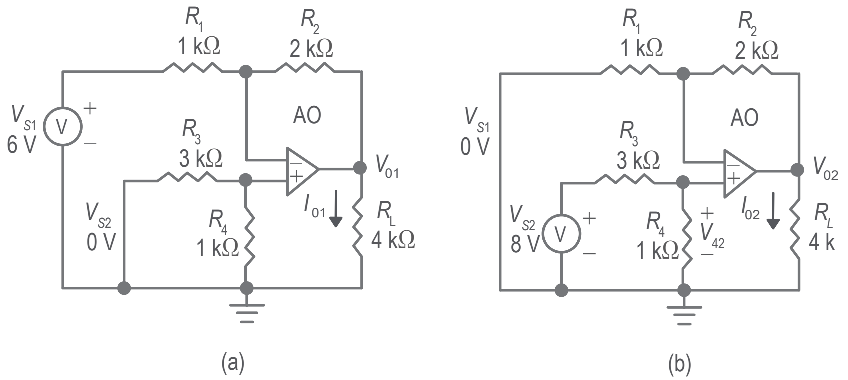


Figura 6. Circuito con: (a). $V_{S1} = 6$ V y $V_{S2} = 0$; (b). $V_{S1} = 0$ V y $V_{S2} = 8$ V.

El circuito de la figura 6(a) es equivalente a un amplificador inversor con una ganancia igual a:

$$A_{V1} = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{2}{1} = -2.$$

Por lo tanto, el voltaje de salida es:

$$V_{01} = A_{V1} V_{S1} = -2(6) = -12 \text{ V}.$$

La corriente de salida es:

$$I_{01} = \frac{V_{01}}{R_L} = \frac{-12}{4 \text{ k}\Omega} = -3 \text{ mA}.$$

Con $V_{S1} = 0$ V y $V_{S2} = 8$, el circuito queda como muestra la figura 6(b). Este circuito es equivalente a un amplificador no inversor con una ganancia igual a:

$$A_{V2} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{2}{1} = 3.$$

EL voltaje de salida es:

$$V_{02} = A_{V2}\, V_{42}.$$

Por divisor de voltaje es:

$$V_{42} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_{S2} = \frac{1}{4}(8) = 2 \text{ V},$$
$$V_{02} = A_{V2} V_{42} = 3(2) = 6 \text{ V}.$$

La corriente de salida es:

$$I_{02} = \frac{V_{02}}{R_L} = \frac{6}{4\ \text{k}\Omega} = 1.5 \text{ mA}.$$

Por lo tanto, por superposición la corriente de salida total es:

$$I_0 = I_{01} + I_{02} = -3 + 1.5 = -1.5 \text{ mA}.$$

d. Falso. No aplicó bien el principio de superposición.

Autoevaluación semana 8

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cinco preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 16. Aplicaciones del diodo de juntura
- 17. Aplicaciones del diodo zener

1. En el circuito de la figura 1 el diodo es ideal. ¿Cuánto vale la corriente a través del diodo?:

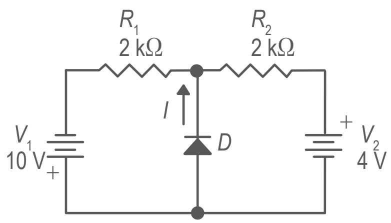


Figura 1. Circuito con un diodo ideal.

a. 5 mA.
b. 3 mA.
c. 2 mA.
d. 0.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Faltó considerar la corriente de la fuente $V_2 = 4$ V.
b. Verdadero. Resolvemos el circuito empleando el teorema de Thevenin, así:

Quitamos el diodo y calculamos el equivalente Thevenin del circuito visto en las terminales del diodo, como muestra la figura 2(a).

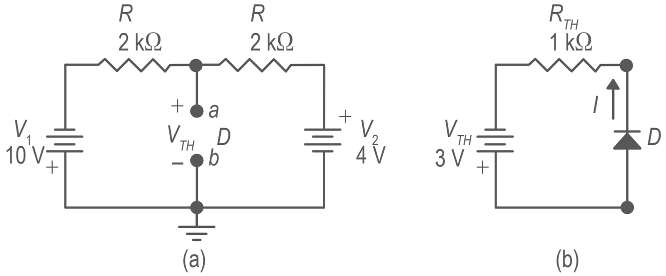


Figura 2. (a). Circuito para calcular el Thevenin en las terminales del diodo; (b). Circuito con su equivalente Thevenin.

Resolviendo por nodos el circuito de la figura 2(a), tenemos:

Nodo *a*:

$$\frac{V_{TH} - V_1}{R} + \frac{V_{TH} - V_2}{R} = 0.$$

Reemplazando valores, obtenemos:

$$\frac{V_{TH} - (-10)}{2\ \text{k}\Omega} + \frac{V_{TH} - 4}{2\ \text{k}\Omega} = \frac{2V_{TH} + 6}{2\ \text{k}\Omega} = 0,$$
$$V_{TH} = -3\ \text{V}.$$

Quitamos las fuentes para calcular la resistencia Thevenin:

$$R_{TH} = \frac{RR}{R + R} = \frac{R}{2} = 1\ \text{k}\Omega.$$

Reemplazando el circuito por su equivalente Thevenin y conectando el diodo, obtenemos el circuito de la figura 2(b). Como se puede apreciar en la figura 2(b), el diodo está polarizado directamente y se comporta como un cortocircuito.

En consecuencia, la corriente a través del diodo es igual a:

$$I = \frac{V_{TH}}{R_{TH}} = \frac{3}{1\ \text{k}\Omega} = 3\ \text{mA}.$$

c. Falso. Faltó considerar la corriente de la fuente $V_1 = 10$ V, y además la corriente que genera la fuente $V_2 = 4$ V circula en sentido contrario.
d. Falso. El diodo está polarizado directamente y conduce una corriente diferente de cero.

2. En el circuito de la figura 3 el voltaje de entrada $v_1 = 100\ \text{sen}\ (120\pi t)$ voltios. Considerando diodos ideales, ¿cuál es el rizado del voltaje de salida?:

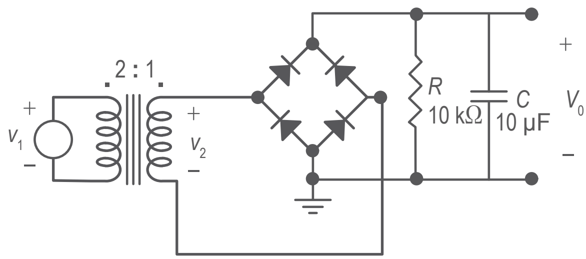


Figura 3. Fuente con rectificador de onda completa y filtro RC.

a. 7.67 V.
b. 8 V.
c. 4 V.
d. 2.55 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Consideró el periodo de la señal de entrada y no el de la señal rectificada.
b. Falso. El voltaje pico de carga del condensador no es igual al del voltaje de entrada.
c. Verdadero. El circuito es un rectificador de onda completa. Si el voltaje de la fuente de entrada es $v_1 = 100 \text{ sen } (120\pi t)$ V, el voltaje en el secundario del transfomador con una relación 2:1 es $v_2 = 50 \text{ sen}(120\pi t)$ V. El voltaje pico del secundario es $V_{p2} = 50$ V.

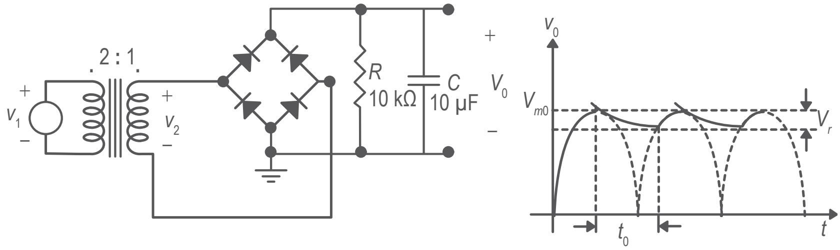


Figura 4. (a). Fuente con rectificador de onda completa; (b). Voltaje de salida.

La figura 4(b) muestra el voltaje de salida durante el tiempo de carga y descarga del condensador *C* a través de la resistencia *R*, así:

El condensador se carga hacia el valor pico o máximo de salida $V_{m0} = V_{p2} = 50$ V, siguiendo la onda senoidal cuando el diodo conduce. Y se descarga exponencialmente a través de la resistencia cuando el diodo deja de conducir, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$V_0 = V_{m0} e^{-\frac{t}{RC}} = 50e^{-\frac{t}{RC}} \text{ V}.$$

Según la gráfica de la figura 4(b), el voltaje del condensador después de un tiempo de descarga t_0 es:

$$V_0(t_0) = 50e^{-\frac{t_0}{RC}} = V_{m0} - V_r,$$

donde V_r es el voltaje de rizado, luego:

$$V_r = V_{m0} - 50e^{-\frac{t_0}{RC}} = 50\left[1 - e^{-\frac{t_0}{RC}}\right].$$

El periodo de la señal de entrada es:

$$T = \frac{2\pi}{120\pi} = \frac{1}{60} = 16.66\ \text{ms}.$$

Para un tiempo de descarga igual a un periodo de la señal rectificada:

$$t_0 = \frac{\pi}{120\pi} = \frac{1}{120} = 8.33\ \text{ms},$$
$$RC = 10^4 \times 10^{-5} = 0.1\ \text{s}.$$

El voltaje de rizado de la señal de salida es:

$$V_r = 50\left[1 - e^{-\frac{t_0}{RC}}\right] = 50\left[1 - e^{-\frac{t_0}{RC}}\right] = 50[1 - 0.92] = 4\ \text{V}.$$

d. Falso. Multiplicó por el valor promedio de la señal rectificada y no por el valor pico.

3. En el circuito de la figura 5, la señal de entrada varía entre $-10 \leq v_1 \leq 10$ voltios. Si el diodo se representa por el modelo aproximado con un voltaje $V_\gamma = 0.6$ V, ¿Cual es la parte de voltaje de entrada v_i que se recorta y no aparece a la salida v_0?

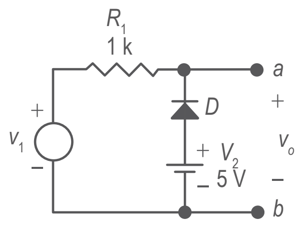


Figura 5. Circuito recortador de voltaje.

a. $v_i < 4.4$ V.
b. $v_i > 4.4$ V.
c. $v_i < 5$ V.
d. $v_i > 5$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Para analizar el circuito recortador, primero consideramos que el diodo está conduciendo y determinamos el valor del voltaje de entrada y de salida en esta condición. El circuito equivalente con el diodo en conducción se muestra en la figura 6(a).

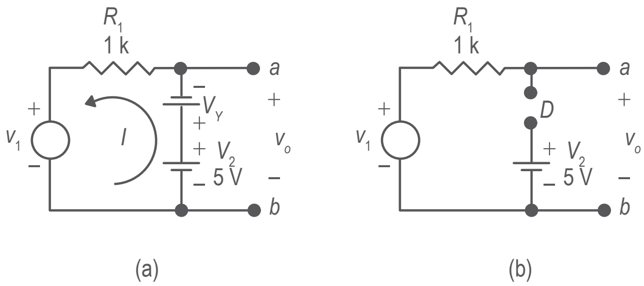


Figura 6. (a). Circuito equivalente en conducción; (b). Circuito equivalente en no conducción.

Analizando la malla del circuito de la figura 6(a), tenemos:

$$v_1 - V_2 + V_\gamma + R_1 I = 0.$$

Despejando la corriente y reemplazando valores, obtenemos:

$$I = \frac{V_2 - v_1 - V_\gamma}{R_1} = \frac{5 - v_1 - 0.6}{1\,\text{k}\Omega} = 4.4 - v_1 \text{ mA}.$$

Para que el diodo esté conduciendo, la corriente debe ser positiva:

$$I = 4.4 - v_1 > 0.$$

Por lo tanto, el diodo conduce cuando:

$$4.4 > v_1.$$

El voltaje de salida es igual a:

$$v_0 = v_2 - v_\gamma > 5 - 0.6 = 4.4 \text{ V}.$$

Con el diodo en conducción el voltaje de salida es constante e igual a 4.4 voltios.

Cuando el voltaje de entrada es mayor que 4.4 voltios el diodo no conduce y el voltaje de salida es igual al de entrada, como muestra el circuito equivalente de la figura 6(b).

$$v_0 = v_1 \text{ para } v_1 > 4.4 \text{ V}.$$

En conclusión, cuando el voltaje de entrada es menor que 4.4 voltios, el diodo conduce y el voltaje de salida permanece constante en 4.4 voltios. O sea que el circuito recorta los voltajes de entrada menores que 4.4 voltios.

b. Falso. Para voltajes mayores que 4.4 voltios el diodo está bloqueado y la salida es igual a la entrada.
c. Falso. Está considerando el diodo ideal.
d. Falso. Para voltajes mayores que 5 voltios el diodo está bloqueado y la salida es igual a la entrada.

4. En el circuito de la figura 7 el voltaje de entrada es una señal periódica cuyo valor varía entre $-5 \leq v_i \leq 5$ V. Si el diodo se representa por su modelo aproximado, la señal de salida queda sujeta por:

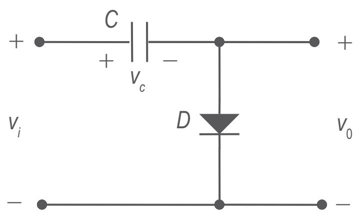


Figura 7. Circuito sujetador.

a. Debajo de 0 V.
b. Encima de 0 V.
c. Encima de 0.6 V.
d. Debajo de 0.6 V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El diodo no es ideal.
b. Falso. El voltaje del condensador no es igual a -5 V.
c. Falso. El condensador le adiciona un voltaje negativo a la señal de entrada.
d. Verdadero. Podemos analizar el circuito de la figura 7 en la siguiente forma:

Inicialmente, cuando el condensador está descargado y el diodo conduce, el condensador empieza a cargarse y su voltaje es igual a:

$$v_C = v_i - V_\gamma = v_i - 0.6.$$

En el instante en que la señal de entrada alcanza su valor máximo de 5 voltios, el voltaje del condensador es:

$$v_C = 5 - 0.6 = 4.4 \text{ V}.$$

Cuando la señal de entrada empieza a disminuir a partir de su valor máximo, el diodo deja de conducir y se comporta como un circuito abierto. El voltaje de salida en estos momentos es:

$$v_0 = v_i - v_C = v_i - 4.4 \text{ V}.$$

Como la señal de entrada varía entre:

$$-5 \leq v_0 \leq 5 \text{ V},$$

la señal de salida varia entre

$$-9.4 \leq v_0 \leq 0.6 \text{ V}.$$

Es decir, la señal queda sujeta por debajo de 0.6 voltios.

5. El circuito de la figura 8 es una fuente regulada con diodo zener. Las características del diodo son $V_Z = 8$ V, $I_{Z\min} = 2$ mA y $R_Z = 10\ \Omega$. ¿Cuál es el valor de la resistencia de carga R_L mínima que se puede conectar a la salida sin perder la regulación?:

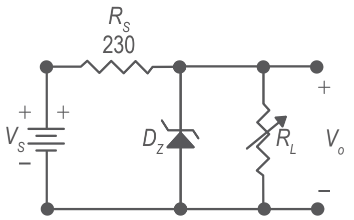


Figura 8. Fuente regulada con diodo zener.

a. 167 Ω.
b. 159 Ω.
c. 153 Ω.
d. 150 Ω.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Para determinar el valor de la resistencia de carga mínima que se puede conectar a la salida, primero reemplazamos el diodo zener por su modelo, como muestra la figura 9, y hacemos el siguiente análisis:

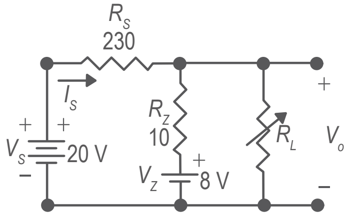


Figura 9. Circuito equivalente de la fuente regulada con diodo zener.

La corriente que entrega la fuente de voltaje sin carga es:

$$I_S = \frac{V_S - V_Z}{R_S + R_Z} = \frac{20 - 8}{230 + 10} = 50 \text{ mA.}$$

La corriente máxima que se puede entregar a la carga sin perder regulación es:

$$I_{L\max} = I_S - I_{Z\min} = 50 - 2 = 48 \text{ mA.}$$

En consecuencia, la resistencia de carga mínima es:

$$R_{L\min} = \frac{V_0}{I_{L\max}} = \frac{V_Z + R_Z I_{Z\min}}{I_{L\max}} = \frac{8 + 10 \times 2 \text{ mA}}{48 \text{ mA}} = 0.167 \text{ k}\Omega$$
$$= 167\ \Omega.$$

b. Falso. No se tuvo en cuenta la resistencia interna del diodo zener de 10 Ω.
c. Falso. Se despreció la corriente mínima del diodo y su resistencia interna.
d. Falso. El diodo sale de conducción y no regula el voltaje.

Autoevaluación semana 9

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cuatro preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:
- 18. Circuito R-C
- 19. Circuito R-L

1. Reducir el circuito de la figura 1 a una red R-C equivalente. ¿Cuánto vale el voltaje de la fuente, la resistencia *R* y el condensador *C* del circuito R-C equivalente?:

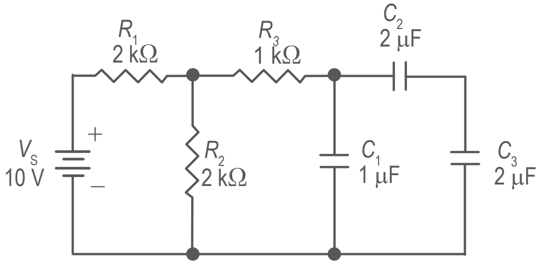


Figura 1. Circuito con varias resistencias y condensadores.

a. 5 V, 2 kΩ y 2 μF.
b. 2.5 V, 2 kΩ y 2 μF.
c. 5 V, 2 kΩ y 0.8 μF.
d. 2.5 V, 2.66 kΩ y 2 μF.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Simplificamos el circuito hasta obtener un R-C, o sea un circuito con una resistencia y un condensador equivalentes, así:

Los condensadores C_2 y C_3 están en serie; su equivalente es:

$$C_S = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\,\mu\text{F}.$$

Los condensadores C_1 y C_S quedan en paralelo; su equivalente es:

$$C = C_1 + C_S = 1 + 1 = 2\ \mu F.$$

Después de simplificar los condensadores el circuito queda como muestra la figura 2(a).

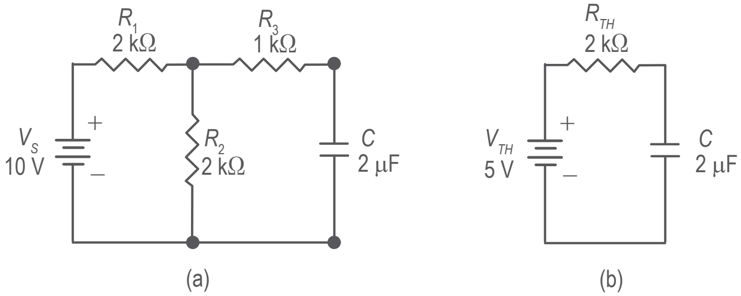


Figura 2. (a). Circuito con un condensador equivalente; (b). Circuito R-C equivalente.

Quitamos el condensador equivalente de la figura 2(a) y calculamos el equivalente Thevenin del circuito resistivo, así:

El voltaje Thevenin es igual al voltaje a través de la resistencia R_2. Aplicando divisor de voltaje, tenemos:

$$V_{TH} = \frac{R_2 V_S}{R_1 + R_2} = \frac{2 \times 10}{2 + 2} = 5\ \text{V}.$$

Quitamos la fuente de voltaje y calculamos la resistencia equivalente en las terminales del condensador:

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{2 \times 2}{2 + 2} + 1 = 2\ \text{k}\Omega.$$

Reemplazando el circuito por su equivalente Thevenin y conectando el condensador obtenemos el circuito R-C equivalente, como muestra la figura 2(b).

b. Falso. Calculó mal el voltaje Thevenin.
c. Falso. Calculó mal el condensador equivalente.
d. Falso. Calculó mal el equivalente Thevenin.

2. El circuito de la figura 3 se encuentra en estado estable. En $t = 0$ se cierra el interruptor. ¿Cuál es el voltaje del condensador para $t > 0$?:

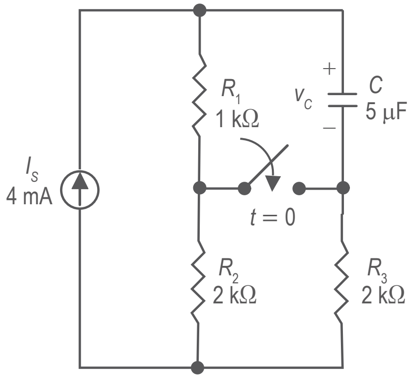


Figura 3. Circuito R-C.

a. $v_C(t) = 8e^{-100t} + 4$ V.
b. $v_C(t) = 4e^{-200t} + 4$ V.
c. $v_C(t) = 8e^{-200t} + 4$ V.
d. $v_C(t) = 8e^{-100t} + 8$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Calculó mal la constante de tiempo.
b. Falso. El voltaje inicial del condensador está mal calculado.
c. Verdadero. Analizamos el circuito para dos situaciones diferentes: con el interruptor abierto y con el interruptor cerrado.

Para $t < 0$

El interruptor está abierto y el circuito alcanza el estado estable, donde el condensador se comporta como un circuito abierto.

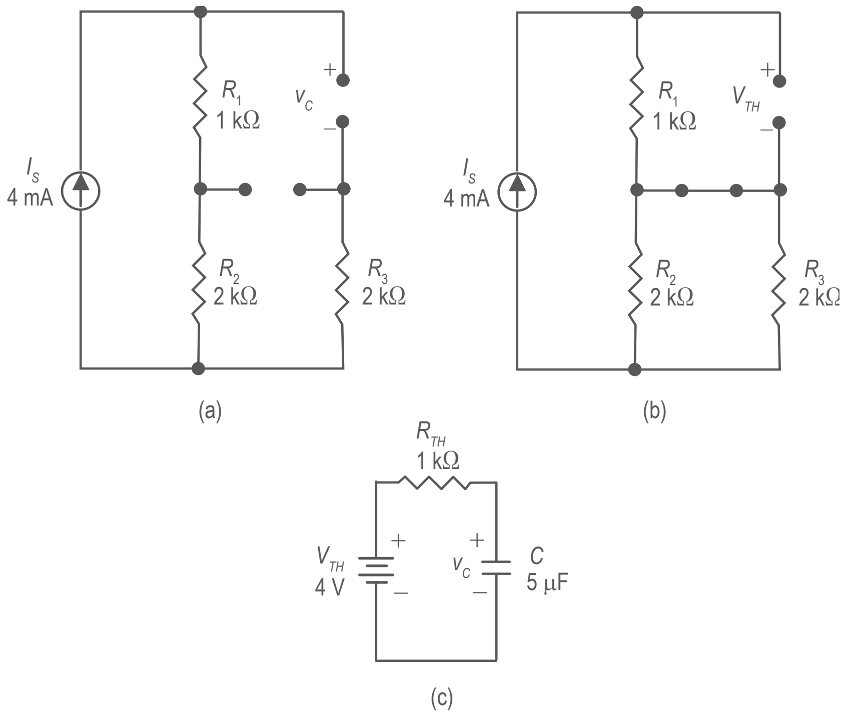


Figura 4. (a). Circuito equivalente para $t < 0$; (b). Circuito equivalente para calcular el Thevenin, en $t > 0$; (c). Circuito R-C equivalente para $t > 0$.

El circuito equivalente queda como muestra la figura 4(a) y determinamos el voltaje del condensador, así:

$$v_C = (R_1 + R_2)I_S = 3\ \text{k}\Omega \times 4\ \text{mA} = 12\ \text{V}.$$

Para *t* > 0

El interruptor está cerrado, quitamos el condensador y determinamos el equivalente Thevenin en las terminales del condensador empleando el circuito de la figura 4(b), así:

El voltaje Thevenin es igual al voltaje a través de la resistencia R_1. Aplicando la ley de Ohm, tenemos:

$$V_{TH} = R_1 I_S = 1\ \text{k}\Omega \times 4\ \text{mA} = 4\ \text{V}.$$

Para la resistencia Thevenin, quitamos la fuente de corriente, la reemplazamos por un circuito abierto y calculamos la resistencia equivalente en las terminales del condensador. Obtenemos:

$$R_{TH} = R_1 = 1\ \text{k}\Omega.$$

Reemplazando el circuito por su equivalente Thevenin y conectando el condensador obtenemos el circuito R-C equivalente mostrado en la figura 4(c). Determinamos el voltaje a través del condensador, así:

Planteando la malla, tenemos:

$$-V_{TH} + R_{TH} i + v_C = 0. \qquad \text{(a)}$$

Pero $i = C\dfrac{dv_C}{dt}$.

Reemplazando la corriente en la ecuación (a) y ordenando, nos queda:

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{R_{TH} C} v_C = \frac{V_{TH}}{R_{TH} C}. \qquad \text{(b)}$$

La constante de tiempo $\tau = R_{TH} C = 1 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6} = 5$ ms.

Reemplazando valores en la ecuación (b), tenemos:

$$\frac{dv_C}{dt} + 200 v_C = 800\ \text{V}. \qquad \text{(c)}$$

La solución de la ecuación diferencial (c) es:

$$v_C(t) = v_{CN}(t) + v_{CF}(t).$$

(1). La solución natural $v_{CN}(t)$ es:

$$v_{CN}(t) = Ae^{-200t}.$$

(2). La solución forzada tiene la misma forma de la fuente, en este caso igual a una constante:

$$v_{CF}(t) = B.$$

Reemplazando la solución forzada en la ecuación diferencial (c), obtenemos:

$$B = v_{CF}(t) = 4\ \text{V}.$$

(3). La solución completa es:

$$v_C(t) = Ae^{-200t} + 4\text{ V}. \qquad \text{(d)}$$

Aplicamos condiciones iniciales en la ecuación (d), con $t = 0$ y $v_C(0) = 12\text{ V}$:

$$12 = Ae^{0} + 4\text{ V},$$
$$A = 8\text{ V}.$$

Reemplazando el valor de A en la ecuación (d) y simplificando, tenemos:

$$v_C(t) = 8e^{-200t} + 4\text{ V}.$$

d. Falso. El equivalente Thevenin está mal calculado.

3. En el circuito de la figura 5 la fuente de corriente $i_S(t) = u(t)$ mA. Si el amplificador operacional es ideal, ¿cuánto vale la corriente de salida $i_0(t)$?:

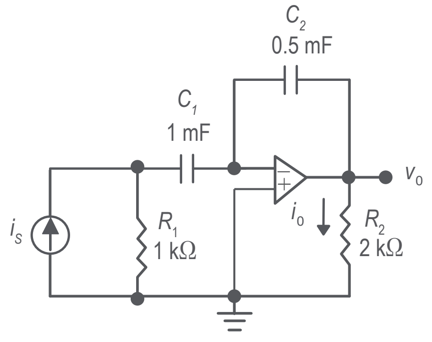


Figura 5. Circuito R-C con amplificador operacional.

a. e^{-t} mA.
b. $(e^{-t} - 1)$ mA.
c. $(1 - e^{-t})$ mA.
d. 1 mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La corriente de salida no es igual a la corriente del condensador C_2.
b. Verdadero. Resolviendo el circuito por nodos, tenemos que el voltaje de nodo de las entradas del amplificador operacional es igual al de referencia. Por lo tanto, el voltaje del condensador C_1 es igual al voltaje (nodo 1) y el voltaje del condensador C_2 es igual al voltaje de salida v_0 (nodo 2), como muestra la figura 6.

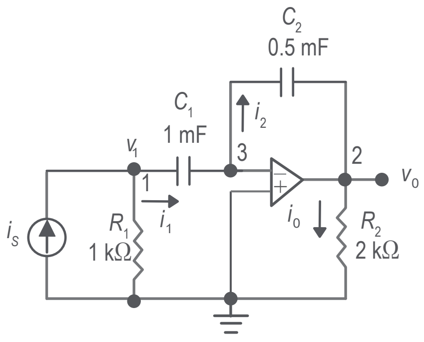


Figura 6. Circuito R-C con los voltajes de nodo y las corrientes del circuito.

Analizando el circuito por nodos, tenemos:

Nodo 1:

$$-i_S + \frac{v_1}{R_1} + i_1 = 0. \tag{e}$$

Pero la corriente en el condensador $i_1 = C_1 \dfrac{dv_1}{dt}$.

Reemplazando la corriente en la ecuación (e) y ordenando, nos queda:

$$\frac{dv_1}{dt} + \frac{1}{R_1 C_1} v_1 = \frac{i_S}{C_1}. \tag{f}$$

La constante de tiempo $\tau = R_1 C_1 = 1\,\text{k}\Omega \times 1\,\text{mF} = 1\,\text{s}$.

Reemplazando valores en la ecuación (f), tenemos:

$$\frac{dv_1}{dt} + v_1 = 1\,\text{V}. \tag{g}$$

La solución de la ecuación diferencial (g) es:

$$v_1(t) = v_{1N}(t) + v_{1F}(t).$$

(1). La solución natural es:

$$v_{1N}(t) = Ae^{-t}.$$

(2). La solución forzada tiene la misma forma de la fuente, en este caso igual a una constante:

$$V_{1F}(t) = B.$$

Reemplazando la solución forzada en la ecuación diferencial (g), obtenemos:

$$B = v_{1F}(t) = 1\ \text{V}.$$

(3). La solución completa es:

$$v_1(t) = Ae^{-t} + 1\ \text{V}. \qquad \text{(h)}$$

Aplicamos condiciones iniciales en la ecuación (h), con $t = 0$ y $v_1(0) = v_C(0) = 0$ V:

$$0 = Ae^{0} + 1\ \text{V},$$
$$A = -1\ \text{V}.$$

Reemplazando el valor de A en la ecuación (h) y simplificando, tenemos:

$$v_1(t) = 1 - e^{-t}\ \text{V}.$$

La corriente del condensador C_1 es:

$$i_1 = C_1\frac{dv_1}{dt} = C_1\frac{d(1-e^{-t})}{dt} = C_1(e^{-t}) = e^{-t}\ \text{mA}.$$

Nodo 3:

$$i_1 = i_2 = e^{-t}\ \text{mA}.$$

El voltaje del condensador C_2 es igual a:

$$v_2(t) = v_2(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^t(-i_2)d\tau = -\frac{10^{-3}}{0.5\times 10^{-3}}\left[-e^{-\tau}\right]_0^t = -2[1-e^{-\tau}]\ \text{V}.$$

El voltaje de salida es igual a:

$$v_0(t) = v_2(t) = 2(e^{-t}-1)\ \text{V}.$$

La corriente de salida es igual a:

$$i_0(t) = \frac{v_0(t)}{R_2} = \frac{2(e^{-t}-1)}{2\ \text{k}\Omega} = (e^{-t}-1)\ \text{mA}$$
$$= (e^{-t}-1)\ \text{mA}.$$

c. Falso. La corriente en el condensador C_2 es igual a $i_2 = -C_2 \frac{dv_2}{dt}$ porque la corriente entra al condensador por el borne positivo del voltaje.
d. Falso. Un miliamperio es la corriente de salida en estado estable. Falta la corriente del transiente o solución natural.

4. En el circuito de la figura 7 el interruptor está en la posición 1 hasta alcanzar el estado estable. En $t = 0$, pasa a la posición 2. ¿Cuál es el valor de la corriente en la bobina $i_L(t)$ para $t > 0$, si la fuente $v_{S2}(t) = 50 \cos(5t)$ V?:

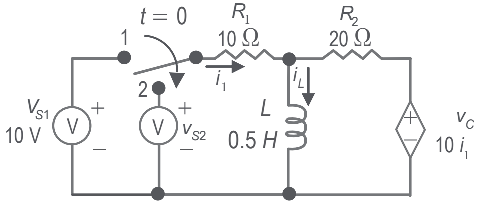


Figura 7. Circuito R-L.

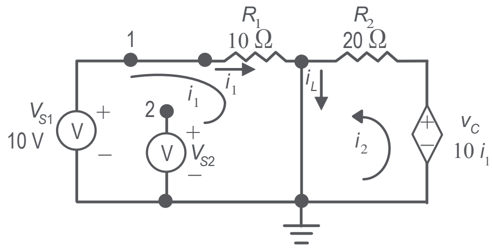
a. $7.5 - 4.5e^{-10t}$ A.
b. $6.7 \cos(5t - 26.57^{\circ})$ A.
c. $8.6 \cos(10t - 63.43^{\circ}) - 4.5e^{-10t}$ A.
d. $6.7 \cos(5t - 26.57^{\circ}) - 4.5e^{-10t}$ A.

Comentarios a las respuestas

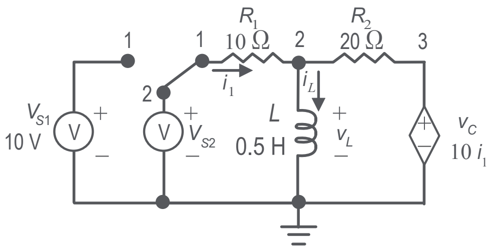
a. Falso. La fuente $v_{S2}(t)$ no es constante e igual a 50 V.
b. Falso. Falta la solución natural.
c. Falso. La solución forzada debe tener la misma frecuencia de la fuente.
d. Verdadero. Para calcular la corriente en la bobina analizamos el circuito con el interruptor en la posición 1 para $t < 0$, y luego, en la posición 2, para $t > 0$, así:

Para $t < 0$

El interruptor está en la posición 1 y el circuito se encuentra en estado estable. En consecuencia, la bobina se comporta como un cortocircuito. La figura 8(a) muestra el circuito equivalente.



(a)



(b)

Figura 8. (a). Circuito R-L en estado estable $t < 0$; (b). Circuito R-L para $t > 0$.

Resolvemos por mallas el circuito de la figura 8(a) para determinar la corriente en la bobina. El valor del voltaje de la fuente controlada en función de las corrientes de malla es:

$$v_C = 10 i_1.$$

Malla 1:

$$-V_{S1} + R_1 i_1 = 0.$$

Despejando la corriente i_1 y reemplazando valores, obtenemos:

$$i_1 = \frac{V_{S1}}{R_1} = \frac{10}{10} = 1\text{ A}.$$

Malla 2:

$$-v_C + R_2 i_2 = 0.$$

Despejando la corriente i_2 y reemplazando valores, obtenemos:

$$i_2 = \frac{v_C}{R_2} = \frac{10}{20} = 0.5\text{ A}.$$

Luego, la corriente a través de la bobina es:

$$i_L = i_1 + i_2 = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ A}.$$

Para *t* > 0

El interruptor pasa a la posición 2 y el circuito queda como muestra la figura 8(b). Resolviendo por nodos el circuito de la figura 8(b), tenemos:

El valor del voltaje de la fuente controlada en función de los voltajes de nodo es:

$$v_C = 10i_1 = 10\frac{V_{S2} - v_L}{R_1} = (V_{S2} - v_L), \qquad \text{(i)}$$

Nodo 2:

$$\frac{v_L - V_{S2}}{R_1} + \frac{v_L - v_C}{R_2} + i_L = 0.$$

Reemplazando los valores de las resistencias y la ecuación (i), tenemos:

$$\frac{v_L - V_{S2}}{10} + \frac{v_L - (V_{S2} - v_L)}{20} + i_L = 0. \qquad \text{(j)}$$

Multiplicando por 20 la ecuación (j) y simplificando, nos queda:

$$2(v_L - V_{S2}) + v_L - (V_{S2} - v_L) + 20i_L = 4v_L - 3V_{S2} + 20i_L = 0. \qquad \text{(k)}$$

Reemplazando el valor de la fuente y $v_L = L\dfrac{di_L}{dt}$ en la ecuación (k), obtenemos:

$$4L\frac{di_L}{dt} + 20i_L = 150\cos(5t).$$

Reemplazando el valor de $L = 0.5$ H y ordenando, nos queda:

$$\frac{di_L}{dt} + 10i_L = 75\cos(5t). \qquad \text{(l)}$$

La ecuación (l) es la ecuación diferencial que caracteriza al circuito cuya solución es:

$$i_L(t) = i_{LN}(t) + i_{LF}(t).$$

(1). La solución natural es:

$$i_{LN}(t) = Ae^{-10t} \text{ A}.$$

(2). La solución forzada tiene la misma forma de la fuente:

$$i_{LF}(t) = B\cos(5t) + D\,\text{sen}(5t).$$

Reemplazando la solución forzada en la ecuación diferencial original (l), tenemos:

$$-5B\ \mathrm{sen}\,(5t) + 5D\cos(5t) + 10[B\cos(5t) + D\ \mathrm{sen}\,(5t)] = 75\cos(5t).$$

Reduciendo términos semejantes, queda:

$$(10D - 5B)\ \mathrm{sen}\,(5t) + (10B + 5D)\cos(5t) = 75\cos(5t). \quad \text{(m)}$$

Igualando los dos miembros de la ecuación (m), obtenemos el sistema:

$$10D - 5B = 0, \quad \text{(n)}$$
$$5D + 10B = 75. \quad \text{(o)}$$

Multiplicando la ecuación (n) por 2 y sumando la ecuación (o), tenemos que:

$$25D = 75,$$
$$D = 3 \text{ y } B = 6.$$

Reemplazando estos valores en la solución forzada:

$$i_{LF}(t) = 6\cos(5t) + 3\ \mathrm{sen}\,(5t)\ \mathrm{A}.$$

(3). La solución completa es:

$$i_{LF}(t) = Ae^{-10t} + 6\cos(5t) + 3\ \mathrm{sen}\,(5t)\ \mathrm{A}. \quad \text{(p)}$$

Reemplazando las condiciones iniciales en la ecuación (p), tenemos:

con $t = 0$,

$$I_L(0) = 1.5\ \mathrm{A},$$
$$1.5 = A + 6,$$
$$A = -4.5,$$

la corriente en la bobina para $t > 0$ es:

$$i_L(t) = 6\cos(5t) + 3\ \mathrm{sen}\,(5t) - 4.5e^{-10t}\ \mathrm{A}.$$

Reduciendo la ecuación anterior a una sola función coseno, nos queda:

$$i_L(t) = \sqrt{36+9}\left[\frac{6}{\sqrt{36+9}}\cos(5t) + \frac{3}{\sqrt{36+9}}\ \mathrm{sen}\,(5t)\right] - 4.5e^{-10t}$$
$$= 6.7[\cos(26.57^\circ)\cos(5t) + \mathrm{sen}\,(26.57^\circ)\ \mathrm{sen}\,(5t)] - 4.5e^{-10t}.$$

Finalmente, la corriente en la bobina para $t > 0$ es:

$$i_L(t) = 6.7\cos(5t - 26.57^\circ) - 4.5e^{-10t}\ \mathrm{A}.$$

Autoevaluación semana 10

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de cinco preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 20. Circuito R-L-C
- 21. Respuesta de un circuito R-L-C empleando operadores diferenciales
- 22. Respuesta de un circuito de primer orden con fuentes constantes

1. En un circuito R-L-C subamortiguado, las dos raíces de la ecuación característica son:

   a. Reales y diferentes.
   b. Reales iguales.
   c. Complejas conjugadas
   d. Imaginarias y diferentes.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Las raíces son reales y diferentes cuando $\alpha^2 > \omega_0^2$ y el circuito es sobreamortiguado.
   b. Falso. Las raíces son reales iguales cuando $\alpha^2 = \omega_0^2$ y el circuito es críticamente amortiguado.
   c. Verdadero. Las raíces son complejas conjugadas cuando $\alpha^2 < \omega_0^2$ y el circuito es subamortiguado.
   d. Falso. Las raíces de la ecuación característica están sujetas a tres condiciones posibles:

      1. Dos raíces reales y diferentes cuando $\alpha^2 > \omega_0^2$.
      2. Dos raíces reales iguales cuando $\alpha^2 = \omega_0^2$.
      3. Dos raíces complejas cuando $\alpha^2 < \omega_0^2$.

2. En un circuito R-L-C alimentado con fuentes constantes, la bobina y el condensador en estado estable se comportan, respectivamente, como:

   a. Un circuito abierto y un cortocircuito.
   b. Un cortocircuito y un circuito abierto.
   c. Circuitos abiertos.
   d. Cortocircuitos.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Recuerde que en el estado estable la **corriente** en la bobina y el voltaje en el condensador son forzados a tener la misma forma que las fuentes.
b. Verdadero. En este caso, como las fuentes son constantes, en estado estable la corriente en la bobina y el **voltaje** en el condensador también son constantes. La derivada de una constante es igual a cero, luego el **voltaje** en la bobina y la **corriente** en el condensador son iguales a cero.
c. Falso. El voltaje en la bobina es $v_L = L\frac{d_iL}{dt}$, y en estado estable con fuentes constantes la **corriente** en la bobina también es constante, luego el voltaje es igual a cero. La bobina se comporta como un cortocircuito.
d. Falso. La **corriente** en un condensador es $I_C = C\frac{dv_C}{dt}$, y en estado estable con fuentes constantes el **voltaje** en el condensador también es constante, luego la **corriente** es igual a cero. El condensador se comporta como un circuito abierto.

3. En el circuito de la figura 1 el interruptor está en la posición 1 hasta alcanzar el estado estable. En $t = 0$ se pasa a la posición 2. ¿Cuál es el voltaje del condensador para $t > 0$?:

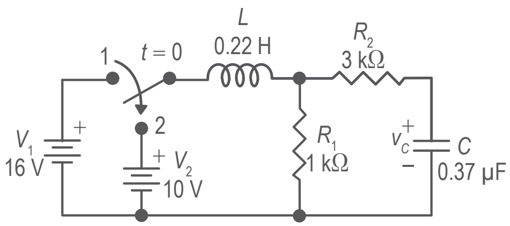


Figura 1. Circuito R-L-C.

a. 10 V.
b. $10 - 15e^{-1000t} + 5e^{-3000t}$ V.
c. $10 + 9e^{-1000t} - 3e^{-3000t}$ V.
d. $10 + 13.42e^{-1000t}\cos(2000t - 63.43^{\circ})$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Falta el voltaje del transiente o solución natural.
b. Falso. Las condiciones iniciales no son iguales a cero.
c. Verdadero. Analizamos el circuito para $t < 0$, con el interruptor en la posición 1 y en estado estable. Como la fuente es constante, la bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador como un circuito abierto; el circuito equivalente se muestra en la figura 2(a) y calculamos la corriente en la bobina y el voltaje en el condensador.

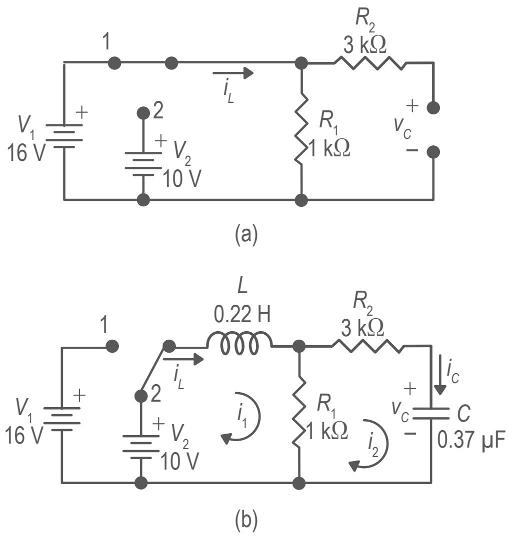


Figura 2. (a). Circuito equivalente en estado estable en $t < 0$; (b). Circuito para $t > 0$.

La corriente en la bobina es:

$$i_L = \frac{V_1}{R_1} = \frac{16}{1\,\text{k}} = 16\ \text{mA}.$$

El voltaje en el condensador es igual al de la fuente V_1:

$$v_C = V_1 = 16\ \text{V}.$$

Para *t* > 0

El interruptor está en la posición 2; el circuito queda como muestra la figura 2(b).

Resolvemos el circuito empleando el método de mallas.

Malla 1:

$$-V_2 + v_L + R_1(i_1 - i_2) = 0. \qquad \text{(a)}$$

En la ecuación (a) expresamos I_1, I_2 y v_L en función de $v_C(t)$ e $i_L(t)$, así:

$$i_1 - i_2 = i_L - i_C = i_L - C\frac{dv_C}{dt} \text{ y } v_L = L\frac{di_L}{dt}. \qquad \text{(b)}$$

Reemplazando las ecuaciones de (b) en (a), nos queda:

$$R_1 i_L - R_1 C\frac{dv_C}{dt} + L\frac{di_L}{dt} = V_2. \qquad \text{(c)}$$

Malla 2:

$$R_1(i_2 - i_1) + R_2 i_2 + v_C = 0. \qquad \text{(d)}$$

Expresando la ecuación (d) en función de $v_C(t)$ e $i_L(t)$, tenemos:

$$(R_1 + R_2)C\frac{dv_C}{dt} + v_C - R_1 i_L = 0. \qquad \text{(e)}$$

Con las ecuaciones (c) y (e), formamos el siguiente sistema:

$$R_1 i_L - R_1 C\frac{dv_C}{dt} + L\frac{di_L}{dt} = V_2, \qquad \text{(c)}$$

$$(R_1 + R_2)C\frac{dv_C}{dt} + v_C - R_1 i_L = 0. \qquad \text{(e)}$$

De la ecuación (e), despejamos $I_L(t)$:

$$i_L = \left[\frac{(R_1 + R_2)C\frac{dv_C}{dt} + v_C}{R_1}\right].$$

La reemplazamos en (c):

$$(R_1 + R_2)C\frac{dv_C}{dt} + v_C - R_1 C\frac{dv_C}{dt} + \frac{(R_1 + R_2)}{R_1}LC\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{1}{R_1}L\frac{dv_C}{dt} = V_2.$$

Simplificando y ordenando la ecuación, tenemos:

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{R_2 C + \frac{1}{R_1}L}{4LC}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{4LC}v_C = \frac{1}{4LC}V_2. \qquad \text{(f)}$$

Reemplazando valores en la ecuación (f), nos queda:

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{3 \times 0.37 \times 10^{-3}}{4 \times 0.37 \times 0.22 \times 10^{-6}}\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{0.3256 \times 10^{-6}}v_C = \frac{1}{0.3256 \times 10^{-6}}V_2$$

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + 4 \times 10^3\frac{dv_C}{dt} + 3 \times 10^6 v_C = 3 \times 10^7. \qquad \text{(g)}$$

Ahora resolvemos la ecuación diferencial (g). Primero determinamos la solución natural, $v_{CN}(t)$, así:

De la ecuación (g), tenemos que:

$$2\alpha = 4\times 10^3 \text{ y } \omega^2 = 3\times 10^6.$$

Luego,

$$\alpha^2 = 4\times 10^6 \text{ y } \omega^2 = 3\times 10^6.$$

El circuito es *sobreamortiguado* y la solución natural es de la forma:

$$v_{CN}(t) = A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t}, \qquad \text{(h)}$$

donde $S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega^2}$. (i)

Reemplazando valores en (i), tenemos:

$$S_{1,2} = -2\times 10^3 \pm \sqrt{4-3}\cdot 10^3 = (-2\pm 1)10^3,$$

de donde:

$$S_1 = -10^3 \text{ y } S_2 = -3\times 10^3. \qquad \text{(j)}$$

Reemplazando los valores de (j) en la ecuación (h), tenemos la solución natural:

$$v_{CN}(t) = A_1 e^{-1000t} + A_2 e^{-3000t},$$

donde A_1 y A_2 son constantes que dependen de las condiciones iniciales.

La solución forzada es igual a una constante B:

$$v_{CF}(t) = B.$$

Reemplazando la solución forzada en la ecuación diferencial original (g), tenemos:

$$3\times 10^6 B = 3\times 10^7,$$
$$B = 10.$$

La solución forzada es:

$$v_{CF}(t) = 10 \text{ V}.$$

La solución completa es:

$$v_C(t) = A_1 e^{-1000t} + A_2 e^{-3000t} + 10\ \text{V}. \qquad \text{(k)}$$

Las condiciones iniciales son:

En $t = 0$, $v_C(0) = 16$ V e $i_L(0) = 16$ mA.

Aplicando condiciones iniciales en la ecuación (k), tenemos:

$$16 = A_1 + A_2 + 10,$$

$$A_1 + A_2 = 6. \qquad \text{(l)}$$

De la ecuación (e) tenemos que la corriente i_L(t) es:

$$i_L = \left[\frac{(R_1 + R_2)C\dfrac{dv_C}{dt} + v_C}{R_1}\right] = 4C\frac{dv_C}{dt} + 10^{-3} v_C.$$

Reemplazando el voltaje del condensador de la ecuación(k), nos queda:

$$i_L = 4C[-10^3 A_1 e^{-1000t} - 3\times 10^3 A_2 e^{-3000t}] + 10^{-3}[A_1 e^{-1000t} + A_2 e^{-3000t} + 10].$$

Reduciendo términos semejantes, tenemos:

$$\begin{aligned} i_L &= (10^{-3} - 4C10^3)A_1 e^{-1000t} + (10^{-3} - 12C10^3)A_2 e^{-3000t} + 10^{-2} \\ &= (10^{-3} - 4\times 0.37\times 10^{-3})A_1 e^{-0.001t} + (10^{-3} - 12\times 0.37\times 10^{-3})A_2 e^{-0.003t} + 10^{-2}. \end{aligned}$$

Aplicando condiciones iniciales, obtenemos:

$$16\times 10^{-3} = -0.48\times 10^{-3} A_1 - 3.44\times 10^{-3} A_2 + 10^{-2},$$

$$16 = -0.48A_1 - 3.44A_2 + 10. \qquad \text{(m)}$$

Con las ecuaciones (l) y (m) formamos el siguiente sistema:

$$A_1 + A_2 = 6, \qquad \text{(l)}$$

$$-0.48A_1 - 3.44A_2 = 6. \qquad \text{(m)}$$

Despejando A_1 de la ecuación (l) y reemplazando en (m), nos queda:

$$-0.48(6-A_2)-3.44A_2=6,$$
$$-2.96A_2=8.88,$$
$$A_2=-3 \text{ y } A_1=9.$$

Reemplazando estos valores en (k), tenemos que el voltaje en el condensador es:

$$v_C(t)=9e^{-1000t}-3e^{-3000t}+10\text{ V}. \qquad \text{(n)}$$

Si consideramos el tiempo t en milisegundos, obtenemos:

$$v_C(t)=9e^{-t}-3e^{-3t}+10\text{ V}.$$

d. Falso. El circuito es sobreamortiguado y no subamortiguado.

4. En el circuito de la figura 3, ¿cuál es el valor de la corriente en la bobina para $t > 0$, si $v_S(t)=12\mu(-t)$ voltios y el circuito alcanza el estado estable en $t < 0$?:

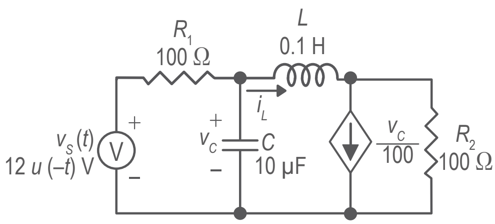


Figura 3. Circuito RLC con una fuente controlada.

a. 80 mA.
b. $56.57e^{-1000t}\cos\left(\sqrt{2}\times10^3t+90^\circ\right)$ mA.
c. $97.98e^{-1000t}\cos\left(\sqrt{2}\times10^3t-35.26^\circ\right)+80$ mA.
d. $97.98e^{-1000t}\cos\left(\sqrt{2}\times10^3t-35.26^\circ\right)$ mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. 80 mA es la corriente en la bobina en estado estable para $t < 0$.
b. Falso. La corriente inicial en la bobina no es cero.
c. Falso. La solución forzada es igual a cero.
d. Verdadero. Analizando el circuito, tenemos:

Para *t* < 0

La función escalón $\mu(-t) = 1$ y el voltaje de la fuente es $v_S(t) = 12$ V. Como la fuente es constante, en estado estable la bobina se comporta como un cortocircuito y el condensador como un circuito abierto; el circuito equivalente se muestra en la figura 4(a) y calculamos la corriente en la bobina y el voltaje en el condensador.

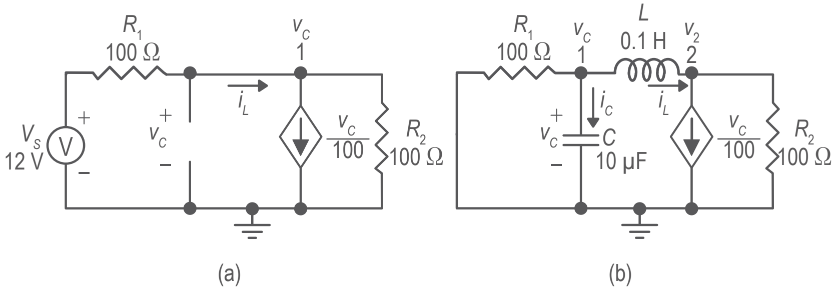


Figura 4. (a). Circuito equivalente en estado estable en $t < 0$; (b). Circuito para $t > 0$.

Analizamos por nodos el circuito de la figura 4(a).

Nodo 1:

$$\frac{v_C - V_S}{R_1} + \frac{v_C}{R_2} + \frac{v_C}{100} = 0,$$
$$\frac{v_C - 12}{R_1} + \frac{v_C}{R_2} + \frac{v_C}{100} = 0,$$
$$v_C = 4 \text{ V}.$$

La corriente en la bobina es:

$$i_L = \frac{V_S - v_C}{R_1} = \frac{12 - 4}{100} = 80 \text{ mA}.$$

Para *t* > 0

La función escalón $\mu(-t) = 0$ y el voltaje de la fuente es $v_S(t) = 0$ V. El circuito equivalente se muestra en la figura 4(b) y analizamos por nodos para determinar la corriente en la bobina.

Nodo 1:

$$\frac{v_L}{R_1} + i_C + i_L = 0.$$

Expresando la corriente del condensador en función de su voltaje, nos queda:

$$C\frac{dv_C}{dt}+\frac{v_C}{R_1}+i_L=0.$$

Empleando operadores diferenciales y simplificando, obtenemos:

$$(R_1CS+1)v_C+R_1i_L=0. \qquad \text{(o)}$$

Nodo 2:

$$\frac{v_C}{100}+\frac{v_2}{R_2}-i_L=0.$$

Pero V_2 es igual a:

$$v_2=v_C-v_L=v_C-L\frac{di_L}{dt}.$$

Reemplazando, tenemos:

$$\frac{v_C}{100}+\frac{v_C-L\frac{di_L}{dt}}{R_2}-i_L=0,$$
$$\frac{v_C}{100}+\frac{v_C}{R_2}-\frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt}-i_L=0.$$

Multiplicando por R_2, simplificando y empleando operadores diferenciales, obtenemos:

$$2v_C-(LS+R_2)i_L=0. \qquad \text{(p)}$$

Resolvemos las ecuaciones (o) y (p), para calcular la corriente en la bobina.

Despejando v_C de (p) y reemplazándola en (o), nos queda:

$$(R_1CS+1)\left[\frac{R_2+LS}{2}\right]i_L+R_1i_L=0.$$

Simplificando:

$$(R_1R_2CS+R_2+R_1LCS^2+LS)i_L+2R_1i_L=0,$$
$$R_1LCS^2i_L+(L+R_1R_2C)Si_L+(2R_1+R_2)i_L=0.$$

Ordenando la ecuación:

$$S^2i_L+\left[\frac{1}{R_1C}+\frac{R_2}{L}\right]Si_L+\left[\frac{2}{LC}+\frac{R_2}{R_1LC}\right]i_L=0.$$

Reemplazando valores:

$$S^2 i_L + [10^3 + 10^3] S i_L + [2 \times 10^6 + 10^6] i_L = 0.$$

La ecuación diferencial del circuito es:

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 2 \times 10^3 \frac{di_L}{dt} i_L + 3 \times 10^6 i_L = 0. \qquad \text{(q)}$$

Ahora resolvemos la ecuación diferencial (q).

La solución natural $i_{LN}(t)$ la determinamos así:

De la ecuación (q), tenemos que:

$$2\alpha = 2 \times 10^3 \text{ y } \omega^2 = 3 \times 10^6.$$

En consecuencia,

$$\alpha^2 = 10^6 \text{ y } \omega^2 = 3 \times 10^6.$$

El circuito es *subamortiguado* y la solución natural es de la forma:

$$i_{LN}(t) = Ae^{-\alpha_1 t} \cos(\omega_d t + \theta),$$

donde $\omega_d = \sqrt{\omega^2 - \alpha^2}$. (r)

Reemplazando valores en (r), tenemos:

$$\omega_d = \sqrt{3 - 1} \times 10^3 = \sqrt{2} \times 10^3,$$
$$i_{LN}(t) = Ae^{-1000t} \cos(\sqrt{2} \times 10^3 t + \theta).$$

La solución forzada es igual a cero, porque no hay fuentes independientes:

$$v_{CF}(t) = 0.$$

La solución completa es igual a la solución natural:

$$i_L(t) = Ae^{-1000t} \cos(\sqrt{2} \times 10^3 t + \theta). \qquad \text{(s)}$$

Las condiciones iniciales son:

En $t = 0$, $v_C(0) = 4$ e $i_L(0) = 80$ mA.

Aplicando condiciones iniciales en la ecuación (s), tenemos:

$$80 \times 10^{-3} = A\cos(\theta). \qquad \text{(t)}$$

De la ecuación (p) tenemos que el voltaje $v_C(t)$ es:

$$2v_C - (LS + R_2)i_L = 0,$$
$$v_C = \frac{(LS + R_2)i_L}{2} = \frac{L}{2}\frac{di_L}{dt} + \frac{R_2}{2}i_L.$$

Reemplazando $i_L(t)$ de la ecuación (s) y con $t = 0$, tenemos:

$$v_C(0) = \frac{L}{2}[-1.000A\cos\theta - \sqrt{2}\times 10^3 A\,\text{sen}\,\theta] + \frac{R_2}{2}A\cos\theta$$
$$= (-50 + 50)A\cos\theta - 50\sqrt{2}\,A\,\text{sen}\,\theta.$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$4 = -50\sqrt{2}\,A\,\text{sen}\,\theta. \qquad \text{(u)}$$

De las ecuaciones (t) y (u), obtenemos:

$$\tan\theta = \frac{4}{-50\sqrt{2}\times 80\times 10^{-3}} = -\frac{1}{\sqrt{2}},$$
$$\theta = -35.26^{\circ}.$$

Reemplazando valores en (t), tenemos:

$$A = \frac{80\times 10^{-3}}{\cos\theta} = \frac{80\times 10^{-3}}{\cos(-35.26^{\circ})} = 97.98\times 10^{-3}\ \text{A}.$$

Finalmente:

$$i_L(t) = 97.98e^{-1000t}\cos\left(\sqrt{2}\times 10^3 t - 35.26^{\circ}\right)\ \text{mA}.$$

5. En el circuito de la figura 5 el interruptor S_1 se cierra en $t = 0$ y después de 1 milisegundo se cierra S_2. ¿Cuál es el voltaje en el condensador para $t > 1$ ms?:

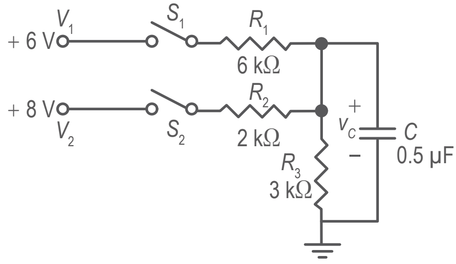


Figura 5. Circuito R-C con dos interruptores y dos fuentes.

a. $v_C(t) = 3.17e^{-2(t-1)}$ V.
b. $v_C(t) = 3 - e^{-2(t-1)}$ V.
c. $v_C(t) = 3 - 3e^{-2(t-1)}$ V.
d. $v_C(t) = 2[1 - e^{-t}]$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Analizando el circuito, tenemos:

Para 0 < *t* < 1 ms:

Se cierra el interruptor S_1 y el circuito se muestra en la figura 6(a).

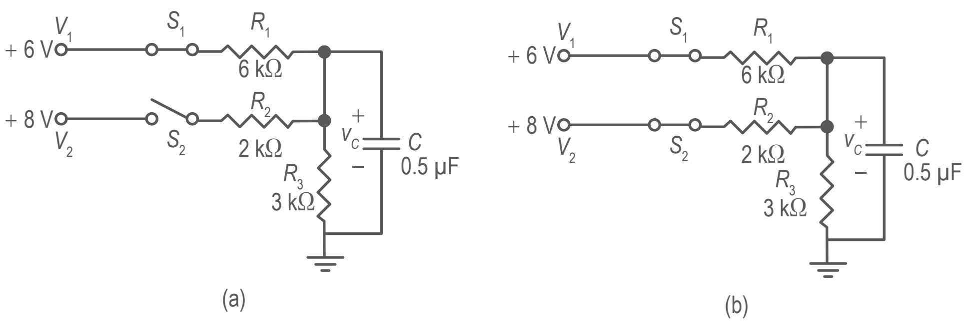


Figura 6. Circuito R-C con: (a). El interruptor S_1 cerrado y S_2 abierto; (b). Circuito con los dos interruptores cerrados

Determinando el equivalente Thevenin en las terminales del condensador, tenemos:

$$V_{TH} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_1 = \frac{3}{6+3} 6 = 2 \text{ V},$$
$$R_{TH} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_{3\,1}} = \frac{(6)(3)}{6+3} = 2 \text{ k}\Omega.$$

La constante de tiempo es:

$$\tau = R_{TH} C = 2 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-6} = 10^{-3} s = 1 \text{ms}.$$

La ecuación diferencial de un circuito RC, representado con su equivalente Thevenin, es:

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{R_{TH} C} v_C = \frac{V_{TH}}{R_{TH} C}. \qquad \text{(v)}$$

Reemplazando valores en la ecuación diferencial, tenemos:

$$\frac{dv_C}{dt} + 10^3 v_C = 2 \times 10^3.$$

Las condiciones iniciales son: $t_1 = 0$, $v_C(0) = V_i(t_1) = 0$ V.

La solución de la ecuación diferencial (v) es:

$$v_C(t) = (V_i - V_{TH}) e^{\frac{(t-t_1)}{\tau}} + V_{TH}. \qquad \text{(w)}$$

Reemplazando los valores del equivalente Thevenin, la constante de tiempo y las condiciones iniciales en la ecuación (w), obtenemos la solución:

$$v_C(t) = 2 - 2e^{-1000t} \text{ V}.$$

Si en la ecuación anterior expresamos el tiempo en milisegundos, nos queda:

$$v_C(t) = 2[1 - e^{-t}] \text{ V}. \qquad \text{(x)}$$

La ecuación (x) nos da el voltaje del condensador para 0 < *t* < 1 ms, donde *t* está en ms.

Para t > 1 ms:

Los interruptores S_1 y S_2 quedan cerrados y así aparece una segunda fuente en el circuito, como se muestra en la figura 6(b).

Determinamos el equivalente Thevenin visto en las terminales del condensador, del circuito de la figura 6(b), así:

Aplicando superposición, tenemos que:

$$V_{TH} = \frac{R_4}{R_1 + R_4} V_1 + \frac{R_5}{R_1 + R_5} V_2, \qquad \text{(y)}$$

donde R_4 es el paralelo entre R_2 y R_3, y R_5 es el paralelo entre R_1 y R_3. Por lo tanto,

$$R_4 = 1.2\ \text{k}\Omega \ \text{ y } \ R_5 = 2\ \text{k}\Omega.$$

Reemplazando valores en la ecuación (y), obtenemos:

$$\begin{aligned} V_{TH} &= \frac{1.2}{6 + 1.2} 6 + \frac{2}{6 + 2} 8 = 3, \\ &= 3\ \text{V}. \end{aligned}$$

Determinamos la resistencia Thevenin quitando las fuentes y calculando la resistencia equivalente vista en las terminales del condensador; las tres resistencias quedan en paralelo.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1\ \text{k}\Omega, \\ &R_{TH} = 1\ \text{k}\Omega. \end{aligned}$$

La constante de tiempo es:

$$\tau = R_{TH} C = 10^3 \times 0.5 \times 10^{-6} = 5 \times 10^{-4}\ \text{s}.$$

Reemplazando $V_{TH} = 3$ V y $R_{TH} = 1\ \text{k}\Omega$ en la ecuación diferencial (v), tenemos la ecuación diferencial del circuito de la figura 6(b):

$$\frac{dv_C}{dt} + \frac{1}{R_{TH} C} v_C = \frac{V_{TH}}{R_{TH} C}, \qquad \text{(v)}$$

$$\frac{dv_C}{dt} + 2 \times 10^3 v_C = 6 \times 10^3.$$

Las condiciones iniciales en este caso son $t_1 = 1$ ms, y de la ecuación (x) tenemos que:

$$v_C(1\ \text{ms}) = V_i(t_1) = 2 - 2e^{-1} = 1.26\ \text{V}.$$

La solución a la ecuación diferencial (v) es la ecuación (w):

$$v_C(t) = (V_i - V_{TH})e^{\frac{(t-t_1)}{\tau}} + V_{TH}$$

Reemplazando los valores en (w), tenemos el voltaje en el condensador para $t > 1$ ms:

$$\begin{aligned} v_C(t) &= (1.26 - 3)e^{-2(t-1)} + 3 = 3 - 1.74e^{-2(t-1)}\ \mathrm{V} \qquad \text{(z)} \\ &= 3 - 1.74e^{-2(t-1)}\ \mathrm{V}, \end{aligned}$$

donde t está en ms.

b. Falso. El circuito en $t = 1$ ms no alcanza el estado estable.
c. Falso. El voltaje inicial del condensador en $t = 1$ ms no es 0.
d. Falso. La ecuación corresponde al voltaje del condensador para $0 < t < 1$ ms.

Autoevaluación semana 11

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de nueve preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 23. Transformada de Laplace
- 24. Análisis de circuitos empleando transformada de Laplace
- 25. Funciones de transferencia

1. ¿Cuál es la transformada de Laplace de una constante *k*, para *t* > 0?:

   a. $\frac{1}{s+k}$.

   b. $\frac{1}{s}$.

   c. $\frac{k}{s^2}$.

   d. $\frac{k}{s}$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Ésta es la transformada de e^{-kt}.

b. Falso. Ésta corresponde a la transformada del escalón unitario.

c. Falso. Ésta es la transformada de **kt.**

d. Verdadero. Aplicando la definición de transformada de Laplace, tenemos:

$$\pounds[k] = \int_0^\infty k e^{-st}\,dt = k\left[-\frac{e^{-st}}{s}\right]_0^\infty = \frac{k}{s}.$$

2. Si la transformada de Laplace de una función $f(t)$ es $F(s) = \dfrac{s}{s^2 + 2s + 4}$, ¿cuál es la transformada de Laplace de $f(t)e^{-t}$, para $t > 0$?:

   a. $\dfrac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2s + 4}$.
   b. $\dfrac{s}{(s^2 + 2s + 4)^2(s+1)}$.
   c. $\dfrac{(s+1)}{(s+1)^2 + 2(s+1) + 4}$.
   d. $\dfrac{s}{s^2 + 2s + 4} + \dfrac{1}{(s+1)}$.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Aplicó mal la propiedad del cambio de frecuencia.
   b. Falso. La transformada de Laplace del producto de dos funciones no es igual al producto de sus transformadas.
   c. Verdadero. La transformada se determina aplicando la propiedad del cambio de frecuencia:

   $$\pounds[e^{-at}f(t)] = F(s+a).$$

   Es decir, reemplazando en $F(s) = \dfrac{s}{s^2 + 2s + 4}$, s por $s + 1$.
   d. Falso. La transformada de Laplace del producto de dos funciones no es igual a la suma de sus transformadas.

3. Diga cuál es la transformada de Laplace de un pulso rectangular definido por:

   $$v(t) = \begin{vmatrix} 5 & 0 \leq t \leq 2. \\ 0 & \text{para otro } t. \end{vmatrix}$$

   a. $\dfrac{5}{s}[1 - e^{2s}]$.
   b. $\dfrac{5}{s}[1 - e^{-2s}]$.
   c. $\dfrac{5}{s}e^{-2s}$.
   d. $\dfrac{5}{s}[e^{-2s} - 1]$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Aplicó mal la propiedad del retraso en el tiempo.
b. Verdadero. El pulso rectangular podemos definirlo con la expresión:

$$v(t) = 5u(t) - 5u(t-2),$$

y su transformada aplicando la propiedad de retardo en el tiempo es:

$$V(s) = \frac{5}{s} - \frac{5e^{-2s}}{s} = \frac{5}{s}[1 - e^{-2s}].$$

c. Falso. Ésta es la transformada de Laplace de la función escalón $v(t) = 5u(t-2)$.
d. Falso. Ésta es la transformada del pulso negativo.

4. ¿Cuál es la transformada inversa de Laplace de la expresión $F(s) = \frac{3s}{s^2 + 2s + 5}$, para $t > 0$?:

a. $3e^{-t}\cos(2t) - 1.5e^{-t}\,\mathrm{sen}\,(2t)$.
b. $3e^{-t}\cos(2t) - 0.5e^{-t}\,\mathrm{sen}\,(2t)$.
c. $3e^{-t}\cos(2t)$.
d. $3e^{-t}\cos(4t) - 1.5e^{-t}\,\mathrm{sen}\,(4t)$.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. La expresión se parece a la transformada de la función coseno amortiguado. La simplificamos tratando de llevarla a esta forma, así:

$$F(s) = \frac{3s}{s^2 + 2s + 5} = \frac{3s}{(s^2 + 2s + 1) + 4} = \frac{3s}{(s+1)^2 + 4}$$
$$= \frac{3(s+1) - 3}{(s+1)^2 + 4} = \frac{3(s+1)}{(s+1)^2 + 4} - \frac{3}{(s+1)^2 + 4}.$$

Al separar la expresión en dos fracciones se obtienen las transformadas de la función coseno amortiguado y seno amortiguado. Luego:

$$F(s) = 3\frac{(s+1)}{(s+1)^2 + 4} - \frac{3}{2}\frac{2}{(s+1)^2 + 4}.$$

La transformada inversa de esta última expresión es:

$$f(t) = 3\cos(2t)e^{-t} - 1.5\,\mathrm{sen}\,(2t)e^{-t}.$$

b. Falso. Se cometió un error en el numerador de la expresión (se restó 1 en lugar de 3):

$$v(t) = 5u(t) - 5u(t-2),$$

y su transformada aplicando la propiedad de retardo en el tiempo es:

$$V(s) = \frac{5}{s} - \frac{5e^{-2s}}{s} = \frac{5}{s}[1 - e^{-2s}].$$

c. Falso. Cuando se le sumó un 1 a la variable S, se olvidó restarlo para no modificar la expresión.

d. Falso. La frecuencia angular de las funciones coseno y seno es igual a la raíz cuadrada del término independiente del denominador.

5. ¿Cuál es la transformada inversa de $F(s) = \dfrac{s+3}{s^3 + 5s^2 + 9s + 5}$, para $t > 0$?:

a. $2e^{-t} - 2e^{-2t}\cos(t) - 3e^{-2t}\operatorname{sen}(t)$.

b. $e^{-t} + e^{-2t}\cos(t)$.

c. $e^{-t} - e^{-2t}\operatorname{sen}(t)$.

d. $e^{-t} - e^{-2t}\cos(t)$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Calculó mal las constantes de las fracciones parciales.

b. Falso. Se equivocó en el signo de la fracción correspondiente al término cuadrático.

c. Falso. La fracción parcial del término cuadrático corresponde a la transformada de la función coseno y no de la función seno.

d. Verdadero. Para calcular la transformada inversa de $F(s)$, la expresamos en fracciones parciales, así:

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{s+3}{s^3 + 5s^2 + 9s + 5} = \frac{s+3}{(s+1)(s^2+4s+5)} \\ &= \frac{A}{(s+1)} + \frac{Bs + C}{s^2 + 4s + 5} = \frac{A(s^2+4s+5) + (Bs+C)(s+1)}{(s+1)(s^2+4s+5)} \\ &= \frac{(A+B)s^2 + (4A+B+C)s + 5A + C}{(s+1)(s^2+4s+5)}. \qquad \text{(a)} \end{aligned}$$

Comparando los numeradores de la ecuación (a) con el de la $F(s)$ inicial, tenemos que:

$$A + B = 0, \qquad \text{(b)}$$
$$4A + B + C = 1, \qquad \text{(c)}$$
$$5A + C = 3. \qquad \text{(d)}$$

Resolvemos simultáneamente el sistema de ecuaciones (b), (c) y (d).

Restando (c) a (d), obtenemos:

$$A - B = 2. \qquad \text{(e)}$$

Sumando las ecuaciones (b) y (e), nos queda:

$$2A = 2,$$
$$A = 1,\ B = -1 \text{ y } C = -2.$$

Por lo tanto, $F(s)$ en fracciones parciales queda así:

$$F(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{s+2}{s^2+4s+5} = \frac{1}{s+1} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1}.$$

La transformada inversa es:

$$f(t) = e^{-t} - e^{-2t}\cos(t).$$

6. En el circuito de la figura 1 las condiciones iniciales en $t = 0$ son: $v_C(0) = 8$ V e $i_L(0) = 1$ A. Empleando transformada de Laplace, ¿cuál es el voltaje a través del condensador $v_C(t)$, para $t > 0$?:

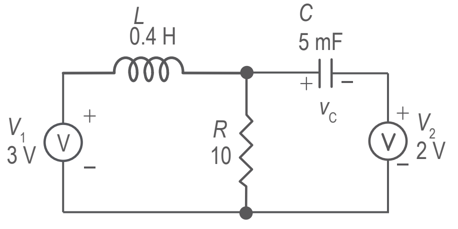


Figura 1. Circuito RLC con dos fuentes independientes.

a. $v_C(t) = 3 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\text{sen}(20t)$.
b. $v_C(t) = 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\text{sen}(20t)$.
c. $v_C(t) = 1 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\text{sen}(20t)$ V.
d. $v_C(t) = 1 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 7e^{-10t}\,\text{sen}(20t)$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Éste es el voltaje a través de la resistencia.
b. Falso. Se equivocó al calcular la transformada del voltaje en el condensador.
c. Verdadero. Resolvemos el circuito empleando la transformada de Laplace. Primero determinamos el circuito transformado, así:

Las fuentes de voltaje son constantes, luego su transformada es:

$$V_1(s) = \frac{3}{s},$$
$$V_2(s) = \frac{2}{s}.$$

Los valores de la impedancia y las fuentes de voltaje del circuito equivalente de la bobina y el condensador son, respectivamente:

$$Z_L(s) = Ls = 0.4s\ \Omega,$$
$$Li(0) = 0.4\ \text{V},$$
$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs} = \frac{200}{s}\ \Omega,$$
$$\frac{v(0)}{s} = \frac{8}{s}\ \text{V}.$$

El circuito transformado aparece en la figura 2. Y resolviendo por nodos, tenemos:

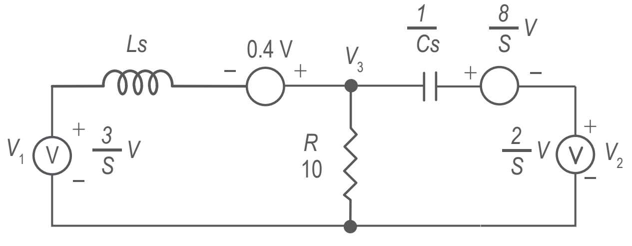


Figura 2. Circuito RLC transformado.

Nodo 3:

$$\frac{V_3}{R} + \frac{V_3 - (V_1 + 0.4)}{Ls} + \frac{V_3 - \left(V_2 + \frac{8}{s}\right)}{\frac{1}{Cs}} = 0.$$

Simplificando la ecuación anterior:

$$LsV_3 + R(V_3 - V_1 - 0.4) + RLCs^2\left(V_3 - V_2 - \frac{8}{s}\right) = 0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación:

$$(RLCs^2 + Ls + R)V_3 = R(V_1 + 0.4) + RLCs^2\left(V_2 + \frac{8}{s}\right) = 0.$$

Despejando el voltaje de nodo V_3:

$$V_3 = \frac{R(V_1 + 0.4) + RLCs^2\left(V_2 + \frac{8}{s}\right)}{(RLCs^2 + Ls + R)}.$$

Reemplazando valores y simplificando:

$$V_3 = \frac{10\left(\frac{3}{s} + 0.4\right) + 10 \times 0.4 \times 5 \times 10^{-3} s^2\left(\frac{2}{s} + \frac{8}{s}\right)}{(20 \times 10^{-3} s^2 + 0.4s + 10)} = \frac{0.2s^2 + 4s + 30}{s(0.02s^2 + 0.4s + 10)}$$

$$= \frac{0.2(s^2 + 20s + 150)}{0.02s(s^2 + 20s + 500)}.$$

Expresando el valor de V_3 en fracciones parciales, tenemos:

$$V_3 = \frac{10(s^2 + 20s + 150)}{s(s^2 + 20s + 500)} = 10\left[\frac{A}{s} + \frac{Bs + D}{s^2 + 20s + 500}\right] \tag{f}$$

$$= 10\left[\frac{A(s^2 + 20s + 150) + (Bs + D)s}{s(s^2 + 20s + 500)}\right].$$

$$= 10\left[\frac{(A + B)s^2 + (20A + D)s + (500A)}{s(s^2 + 20s + 500)}\right]. \tag{g}$$

Comparando los numeradores de la ecuación (g) con la (f), obtenemos:

$$A + B = 1,$$
$$20A + D = 20,$$
$$500A = 150.$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones, nos da:

$$A = 0.3,$$
$$B = 0.7,$$
$$D = 14.$$

Reemplazando los valores de A, B y D en la ecuación (f), tenemos:

$$V_3 = 10\left[\frac{0.3}{s} + \frac{0.7s + 14}{s^2 + 20s + 500}\right] \tag{h}$$

$$= \frac{3}{s} + \frac{7s}{(s + 10)^2 + 400} + \frac{140}{(s + 10)^2 + 400}.$$

Reorganizando la ecuación (h) para llevarla a la forma de la transformada de la función coseno y seno amortiguado, tenemos:

$$V_3 = \frac{3}{s} + \frac{7(s+10)}{(s+10)^2+400} + \frac{140-70}{(s+10)^2+400}$$

$$= \frac{3}{s} + \frac{7(s+10)}{(s+10)^2+400} + \frac{70}{(s+10)^2+400}.$$

La transformada inversa de V_3 es:

$$v_3(t) = 3 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\mathrm{sen}\,(20t)\ \mathrm{V}.$$

El voltaje del condensador es:

$$\begin{aligned} v_C(t) &= v_3 - v_2 = 3 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\mathrm{sen}\,(20t) - 2 \\ &= 1 + 7e^{-10t}\cos(20t) + 3.5e^{-10t}\,\mathrm{sen}\,(20t)\ \mathrm{V}. \end{aligned}$$

d. Falso. Calculó mal el término correspondiente a la transformada de la función seno amortiguado.

El siguiente enunciado corresponde a las preguntas 7, 8 y 9.

En el circuito de la figura 3 el amplificador operacional es ideal y se utiliza como amplificador no inversor con una ganancia $A = 1 + \frac{R_1}{R_2}$.

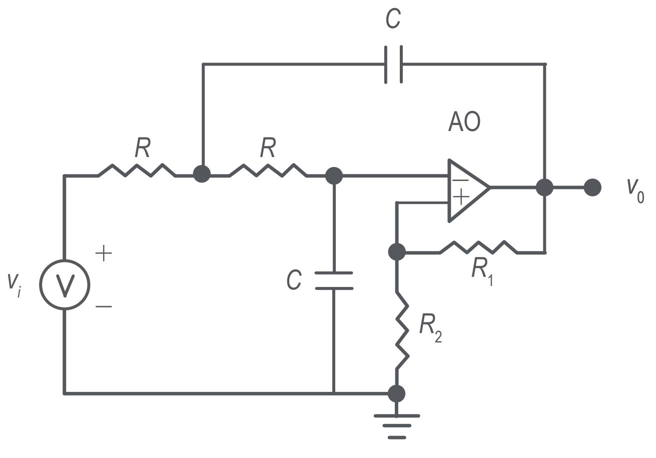


Figura 3. Circuito Sallen Key.

7. ¿Cuál es la función de transferencia $H(s) = \dfrac{V_0(s)}{V_i(s)}$ del circuito?:

a. $H(s) = \dfrac{1}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}$.
b. $H(s) = \dfrac{A}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}$.
c. $H(s) = \dfrac{A}{[(RCs)^2 + (1 - A)RCs + 1]}$.
d. $H(s) = \dfrac{A}{[(RCs)^2 + (A - 3)RCs + 1]}$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Ésta es la función de transferencia entre la salida V_0 y el voltaje de entrada al amplificador.
b. Verdadera. En el circuito, el amplificador operacional funciona como amplificador no inversor con una ganancia igual a $A = 1 + \dfrac{R_1}{R_2}$.

Podemos reemplazar el amplificador por un bloque A, como muestra la figura 4(a). Si reemplazamos el amplificador por su modelo ideal obtenemos el circuito de la figura 4(b).

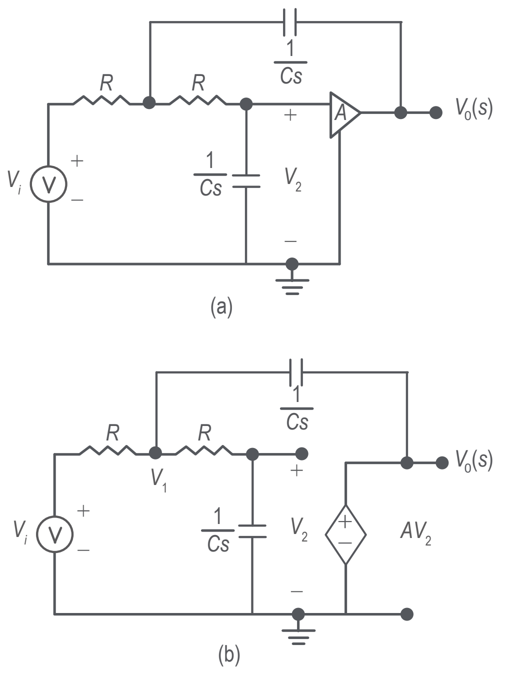


Figura 4. Circuito equivalente. (a). Con un amplificador de ganancia A; (b). Con el modelo ideal del amplificador de ganancia A.

Resolvemos el circuito de la figura 4(b) empleando el método de nodos, así:

Nodo 1:

$$\frac{V_1 - V_i}{R} + \frac{V_1 - V_2}{R} + \frac{V_1 - V_0}{\frac{1}{Cs}} = 0.$$

Reemplazando $V_0 = AV_2$ y simplificando, tenemos:

$$\frac{V_1 - V_i}{R} + \frac{V_1 - V_2}{R} + Cs(V_1 - AV_2) = 0,$$

$$[2 + RCs]V_1 - [1 + ARCs]V_2 = V_i. \qquad \text{(i)}$$

Nodo 2:

$$\frac{V_2 - V_1}{R} + \frac{V_2}{\frac{1}{Cs}} = 0.$$

Simplificando y ordenando la ecuación (i), nos queda:

$$\frac{V_2 - V_1}{R} + CsV_2 = 0,$$

$$-V_1 + [1 + RCs]V_2 = 0. \qquad \text{(j)}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones formado por (j) e (i). De la ecuación (j) despejamos V_1 y la reemplazamos en (i):

$$[2 + RCs][1 + RCs]V_2 - [1 + ARCs]V_2 = V_i,$$
$$[2 + 3RCs + (RCs)^2 - 1 - ARCs]V_2 = V_i.$$

Despejando V_2, tenemos:

$$V_2 = \frac{1}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}V_i.$$

El voltaje de salida es:

$$V_0 = AV_2 = \frac{A}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}V_i.$$

La función de transferencia es igual a:

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{A}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}.$$

c. Falso. Se equivocó al plantear las ecuaciones del circuito.
d. Falso. Resolvió mal el sistema de ecuaciones.

8. Teniendo en cuenta la función de transferencia del circuito de la figura 3, calculada en el numeral 7, ¿cuál es el valor de la ganancia *A* para que los polos de la red estén sobre el eje imaginario?:

   a. 1.
   b. 2.
   c. 3.
   d. 4.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Con $A = 1$, los polos del circuito quedan sobre el eje real.
   b. Falso. Con $A = 2$, los polos son complejos conjugados y quedan a la izquierda del eje imaginario.
   c. Verdadera. La función de transferencia del circuito es:

   $$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{A}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}.$$

   Con $A = 3$, la función de transferencia nos queda:

   $$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{3}{[(RCs)^2 + 1]}.$$

   Igualando el denominador a cero y despejando *s*, obtenemos los polos de la función:

   $$(RCs)^2 + 1 = 0,$$
   $$s^2 + \frac{1}{(RC)^2} = 0,$$
   $$s_{1,2} = \pm j\frac{1}{RC}.$$

   En consecuencia, los polos son imaginarios conjugados. El circuito se comporta como un oscilador.

   d. Falso. Con $A = 4$, los polos son complejos conjugados y quedan a la derecha del eje imaginario. El circuito es inestable.

9. De acuerdo con la función de transferencia determinada en el numeral 7 y con $A = 3$, $R = 1\ \text{k}\Omega$ y $C = 0.5$ mF, ¿cuál es la respuesta a la función impulso?:

   a. $h(t) = 6\ \text{sen}\,(2t)u(t)$.
   b. $h(t) = 6\cos\,(2t)u(t)$.
   c. $h(t) = 12\ \text{sen}\,(2t)u(t)$.
   d. $h(t) = 6\ \text{sen}\,(2t)$.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadera. De acuerdo con el numeral 7, la función de transferencia del circuito es:

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{A}{[(RCs)^2 + (3 - A)RCs + 1]}.$$

Con $A = 3$ y $RC = 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} = 0.5$, la función de transferencia nos queda:

$$H(s) = \frac{V_0}{V_i} = \frac{3}{[(0.5s)^2 + 1]} = \frac{3}{(0.5)^2\left[s^2 + \frac{1}{(0.5)^2}\right]} = \frac{12}{s^2 + 4}$$

$$= \frac{12}{s^2 + 4}.$$

La respuesta a la función impulso $h(t)$ es igual a la transformada inversa de la función de transferencia $H(s)$:

$$h(t) = 6\ \text{sen}\ (2t).$$

El circuito se comporta como un oscilador.

b. Falso. Para que la función de transferencia corresponda a la función coseno, debe tener la variable s en el numerador.
c. Falso. Se olvidó tener en cuenta que la transformada de la función seno tiene el valor de la frecuencia angular en el numerador de $H(s)$.
d. Falso. Falta la función escalón unitaria $u(t)$.

Autoevaluación semana 12

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de ocho preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas: ▪ 26. Transistor bipolar

1. Un transistor que funciona en la región activa tiene las junturas base-colector y base-emisor polarizadas, respectivamente, en forma:

    a. Directa-inversa.
    b. Directa-directa.
    c. Inversa-directa.
    d. Inversa-inversa.

    Comentarios a las respuestas

    a. Falso. Con esta polarización el transistor no funciona.
    b. Falso. Con esta polarización el transistor está en saturación.
    c. Verdadero. Ésta es la condición para que el transistor esté polarizado en la región activa.
    d. Falso. En esta condición el transistor está en corte.

2. En un transistor bipolar polarizado en la región de saturación se cumple que:

    a. $I_C = \beta I_B$.
    b. $I_C > \beta I_B$.
    c. $I_E = (\beta + 1) I_B$.
    d. $I_C < \beta I_B$.

    Comentarios a las respuestas

    a. Falso. Esta condición se cumple en la región activa.
    b. Falso. Esta situación no es posible.
    c. Falso. Esta condición se cumple en la región activa.
    d. Verdadero. La condición de saturación es que la corriente de base $I_B > \frac{I_C}{\beta}$.

3. En un transistor *npn* de silicio polarizado en la región activa el voltaje de la juntura base-emisor es aproximadamente igual a:

   a. 0.3 V.
   b. 0.7 V.
   c. 0 V.
   d. -0.7 V.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. Éste es el voltaje correspondiente a un transistor de germanio.
   b. Verdadero. El voltaje base-emisor del transistor de silicio en la región activa es similar al voltaje del diodo de silicio en conducción.
   c. Falso. Con voltaje cero el transistor no está en la región activa.
   d. Falso. Con este valor la juntura base-emisor estaría polarizada inversamente y el transistor estaría en la región de corte.

4. El voltaje aproximado a través de la juntura colector-emisor de un transistor *npn* de silicio polarizado en la región de saturación es:

   a. $V_{CE(sat)} < V_{BE(sat)}$.
   b. $V_{CE(sat)} > V_{BE(sat)}$.
   c. $V_{CE(sat)} = V_{BE(sat)}$.
   d. $V_{CE(sat)} = 0.7$.

   Comentarios a las respuestas

   a. Verdadero. El voltaje colector-emisor en saturación es $V_{CE(sat)} = 0.3$ V y el voltaje base-emisor del transistor de silicio en saturación es $V_{BE(sat)} = 0.8$ V.
   b. Falso. Si se cumple esta condición el transistor no está en saturación.
   c. Falso. Si el voltaje colector-emisor es igual al de la fuente el transistor está en corte.
   d. Falso. El voltaje $V_{CE(sat)} = 0.3$ V.

5. El modelo del transistor bipolar en la región activa y en corriente directa puede ser considerado como:

   a. Un voltaje en circuito abierto y una fuente de corriente controlada por voltaje.
   b. Dos fuentes de voltaje.
   c. Una fuente de voltaje y una fuente de corriente controlada por corriente.
   d. Una resistencia y una fuente de corriente controlada por corriente.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Esto corresponde al modelo del transistor efecto de campo o JFET.
b. Falso. Éste es el modelo del transistor bipolar pero en saturación.
c. Verdadero. El modelo del transistor en la región activa contiene una fuente de voltaje de entrada correspondiente al modelo del diodo base-emisor en conducción y una fuente de corriente controlada por corriente en la salida.
d. Falso. Esto corresponde al modelo híbrido simplificado del transistor en corriente alterna.

El siguiente enunciado corresponde a las preguntas 6, 7 y 8.

En el circuito de la figura 1 el transistor es de silicio y tiene un $\beta = 50$.

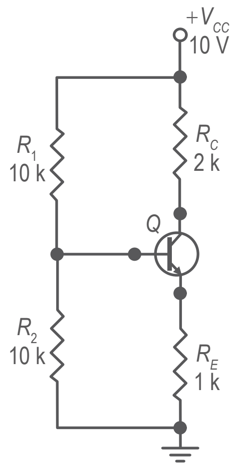


Figura 1. Circuito de polarización del transistor.

6. ¿Cuál es valor de la corriente de colector y el voltaje colector-emisor del punto de polarización?:

a. 3.18 mA, 0.3 V.
b. 3.93 mA, -1.86 V.
c. 3.93 mA, 1.86 V.
d. 3.18 mA, 0.46 V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Para determinar el punto de polarización del transistor suponemos que está en la región activa y determinamos el equivalente Thevenin del circuito entre base y tierra, así:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}, \tag{a}$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \qquad \text{(b)}$$

Reemplazando valores en las ecuaciones (a) y (b), tenemos:

$$V_{TH} = \frac{10\ \text{k}\Omega}{(10+10)\ \text{k}\Omega}(10) = 5\ \text{V},$$
$$R_{TH} = \frac{(10)(10)}{(10+10)}\ \text{k}\Omega = 5\ \text{k}\Omega.$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 2(a).

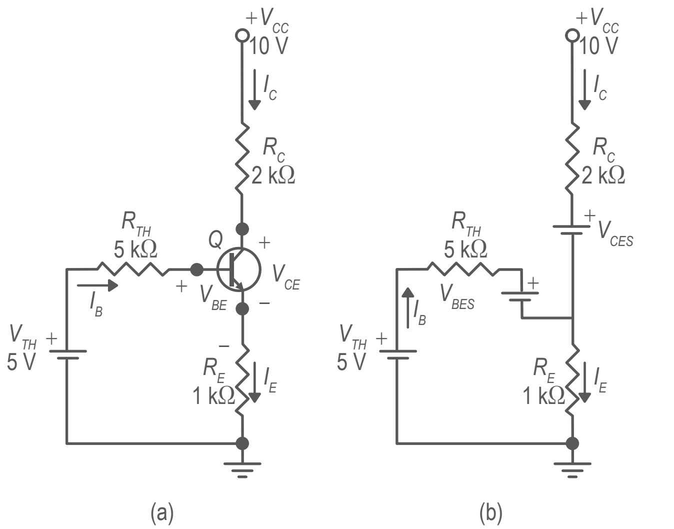


Figura 2. (a). Circuito con el equivalente Thevenin en la región activa; (b). Circuito equivalente del transistor en la región de saturación.

Las corrientes y los voltajes a través del transistor son I_B, I_C, I_E, V_{BE} y V_{CE}. Planteamos las mallas base-emisor y colector-emisor, así:

Malla de la base:

$$-V_{TH} + R_{TH} I_B + V_{BE} + R_E I_E = 0. \qquad \text{(c)}$$

En la región activa se cumple que:

$$I_E = (\beta + 1) I_B. \qquad \text{(d)}$$

Remplazando la corriente de emisor dada por la ecuación (d) en (c) y despejando la corriente de base, tenemos:

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1)R_E}. \qquad \text{(e)}$$

Reemplazando valores en la ecuación (e):

$$I_B = \frac{5 - 0.6}{5 + (50 + 1)} = 0.0786 \text{ mA}.$$

La corriente de colector es:

$$I_C = \beta I_B = 50 \times 0.0786 = 3.93 \text{ mA}.$$

Malla de colector:

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E = 0.$$

Despejando el voltaje emisor - colector:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E.$$

Reemplazando valores con las corrientes en miliamperios, tenemos:

$$V_{CE} = 10 - 2 \times 3.93 - 1 \times (3.93 + 0.078) = -1.86 \text{ V}.$$

De acuerdo con este resultado $V_{CE} = -1.86$ V el transistor no puede estar en la región activa.

La suposición es incorrecta. En la región de corte tampoco está porque la corriente de base es diferente de cero. Luego el transistor está en la región de saturación.

Reemplazamos el transistor de silicio por su modelo en saturación, como muestra la figura 2(b) con sus voltajes V_{CE} y V_{BE} iguales a:

$$V_{CE} = V_{CES} = 0.3 \text{ V},$$
$$V_{BE} = V_{BES} = 0.8 \text{ V}.$$

Resolvemos el circuito.

Malla de la base:

$$-V_{TH}+R_{TH}I_B+V_{BES}+R_EI_E=0.$$

Reemplazando valores y con $I_E=I_C+I_B$, tenemos:

$$-5+5I_B+0.8+(I_C+I_B)=0.$$

Reducimos términos semejantes y ordenamos la ecuación:

$$6I_B+I_C=4.2. \qquad \text{(f)}$$

Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff a la malla de salida, obtenemos:

$$-V_{CC}+R_CI_C+V_{CES}+R_EI_E=0.$$

Reemplazando valores:

$$-10+2I_C+0.3+(I_C+I_B)=0.$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación, tenemos:

$$I_B+3I_C=9.7. \qquad \text{(g)}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones formado por (f) y (g).

De la ecuación (g) despejamos la corriente de base y la reemplazamos en (f):

$$6(9.7-3\,I_C)+I_C=4.2.$$

Despejamos la corriente de colector:

$$I_C=\frac{58.2-4.2}{17}=3.18\text{ mA},$$
$$I_B=9.7-3I_C=9.7-3\times 3.18=0.17\text{ mA}.$$

Verificamos la condición de saturación

$$\frac{I_C}{\beta}=\frac{3.18}{50}=0.0636\text{ mA}.$$

Analizando los resultados, tenemos que se cumple la condición de saturación:

$$I_B > \frac{I_C}{\beta}.$$

Luego el transistor está polarizado en la región de saturación con:

$$I_C = 3.18 \text{ mA} \;\text{ y }\; V_{CE} = 0.3 \text{ V}.$$

b. Falso. El voltaje V_{CE}, no puede ser negativo porque el transistor estaría en corte. Tampoco está en la región activa.
c. Falso. El transistor no está en la región activa. Calculó mal la corriente de colector y el voltaje V_{CE}.
d. Falso. Calculó mal el voltaje V_{CE}. No tuvo en cuenta la corriente de base.

7. ¿Cuál es la ecuación de la línea de carga del circuito en corriente directa (DC)?:

a. $I_C = -0.33V_{CE}$ mA.
b. $I_C = 3.33 - 0.33V_{CE}$ mA.
c. $I_E = 3.45 - 0.34V_{CE}$ mA.
d. $I_C = 5 - 0.5V_{CE}$ mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No se tuvo en cuenta el voltaje de la fuente $V_{CC} = 10$ V.
b. Verdadero. Empleando el resultado del numeral **6**, el transistor está polarizado en la región de saturación con:

$$I_C = 3.18 \text{ mA} \quad \text{y} \quad V_{CE} = 0.3 \text{ V}.$$

Estos valores determinan un punto de la línea de carga del circuito. El otro punto que podemos emplear es el de la región de corte, donde:

$$I_C = 0 \text{ mA} \quad \text{y} \quad V_{CE} = V_{CC} = 10 \text{ V}.$$

Conocidos estos dos puntos determinamos la ecuación de la línea de carga, así:

$$(I_C - 0) = \frac{3.18 - 0}{0.3 - 10}(V_{CE} - 10) = 3.28 - 0.328V_{CE} \text{ mA}.$$

Por lo tanto, la ecuación de la línea de carga del circuito en corriente directa es:

$$I_C = 3.28 - 0.328V_{CE} \text{ mA}. \qquad \text{(h)}$$

Aproximando los valores, tenemos:

$$I_C = 3.3 - 0.33V_{CE}\text{ mA}.$$

La ecuación de la línea de carga también podemos calcularla considerando el transistor polarizado en la región activa, así:

Planteando la malla de salida del circuito de la figura 1, tenemos:

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} + R_E I_E = 0.$$

Generalmente la corriente de base es pequeña en comparación con la corriente de colector; podemos despreciarla y considerar $I_E \cong I_C$. Con esta aproximación, obtenemos:

$$-V_{CC} + R_C I_C + V_{CE} + R_E I_C = 0.$$

Despejando la corriente de colector:

$$I_C = \frac{V_{CC}}{R_C + R_E} - \frac{V_{CE}}{R_C + R_E}.$$

Reemplazando valores, con la corriente en miliamperios, tenemos:

$$I_C = \frac{10}{2+1} - \frac{V_{CE}}{3} = 3.33 - 0.33V_{CE}\text{ mA}.$$

En consecuencia, la ecuación de la línea de carga del circuito en corriente directa es:

$$I_C = 3.33 - 0.33V_{CE}\text{ mA}. \qquad \text{(i)}$$

Si comparamos la ecuación (i) con la (h) podemos decir que son aproximadamente iguales. La pequeña diferencia se debe al descarte de la corriente de base. Las dos ecuaciones son válidas.

c. Falso. La ecuación de la línea de carga relaciona la corriente de colector con el voltaje colector-emisor y no la corriente de emisor.
d. Falso. No tuvo en cuenta la resistencia del emisor.

8. Determine los valores de las resistencias R_1 y R_2 para que el punto de polarización esté en la mitad de la línea de carga de corriente directa:

a. $R_1 = 13.6\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 38\ \text{k}\Omega$.
b. $R_1 = 40\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 10\ \text{k}\Omega$.
c. $R_1 = 35\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 2\ \text{k}\Omega$.
d. $R_1 = 38\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 13.6\ \text{k}\Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Con estos valores el transistor está polarizado en la región de saturación.
b. Falso. El punto de polarización no está en el centro de la línea de carga.
c. Falso. El punto de polarización está en la región de corte.
d. Verdadero. Si el punto de polarización del transistor está en el centro de la línea de carga, el voltaje V_{CE} es igual a:

$$V_{CE} = \frac{V_{CC}}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ V}.$$

Con el $V_{CE} = 5$ V, el transistor está en la región activa, y considerando la ecuación de la línea de carga del circuito, calculada en el numeral 7, tenemos:

$$I_C = 3.33 - 0.33V_{CE} \text{ mA}. \qquad \text{(i)}$$

La corriente de colector del punto de polarización es:

$$I_C = 3.33 - 0.33V_{CE} = 3.33 - 0.33 \times 5 = 1.67 \text{ mA}. \qquad \text{(i)}$$

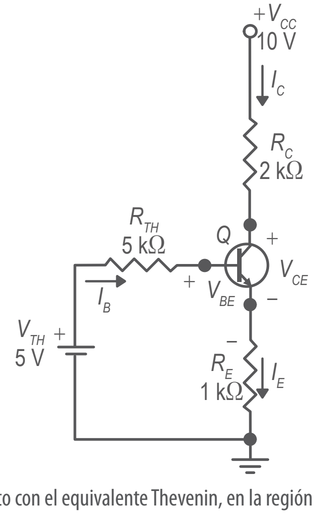


Figura 3. Circuito con el equivalente Thevenin, en la región activa.

Luego los valores del punto de polarización son:

$$I_C = 1.67 \text{ mA} \quad \text{y} \quad V_{CE} = 5 \text{ V}.$$

Ahora calculamos los valores de las resistencias R_1 y R_2 para obtener este punto de polarización, así:

Considerando el circuito de la figura 3, tenemos:

La corriente de base es igual a:

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} = \frac{1.67}{50} = 0.33 \text{ mA}.$$

Para la estabilidad del circuito, la resistencia Thevenin es:

$$R_{TH} = 10R_E\,,$$
$$R_{TH} = 10 \text{ k}\Omega.$$

Planteando la malla de la base del circuito, tenemos:

$$V_{TH} + R_{TH}I_B + V_{BE} + R_E I_E = 0$$

Despejando el voltaje Thevenin y reemplazando valores, obtenemos:

$$V_{TH} = R_{TH} I_B + V_{BE} + R_E I_E = 10 \times 0.33 + 0.6 + 1 \times (1.67 + 0.033) = 2.63 \text{ V}.$$

Calculamos las resistencias R_1 y R_2:

$$R_1 = \frac{R_{TH} V_{CC}}{V_{TH}} = \frac{10 \times 10}{2.63} = 38 \text{ k}\Omega,$$
$$R_2 = \frac{R_{TH}}{1 - \frac{V_{TH}}{V_{CC}}} = \frac{10}{1 - \frac{2.63}{10}} = \frac{10}{0.737} = 13.57 \text{ k}\Omega.$$

Por lo tanto, $R_1 = 38 \text{ k}\Omega$ y $R_2 = 13.6 \text{ k}\Omega$.

Autoevaluación semana 13

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de once preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:
- 27. Amplificador en emisor común

1. ¿Cuál es el valor de la resistencia en corriente alterna en el emisor de un transistor, si la corriente de polarización $I_E = 1$ mA?:

   a. 26 Ω.
   b. 0.026 Ω.
   c. 26 kΩ.
   d. 2.6 kΩ.

   Comentarios a las respuestas

   a. Verdadero. La resistencia r_e es igual a:

   $$r_e = \frac{26\text{ mV}}{I_E} = \frac{26\text{ mV}}{1\text{ mA}} = 26\ \Omega.$$

   b. Falso. No convirtió los miliamperios en amperios.
   c. Falso. No convirtió los milivoltios en voltios.
   d. Falso. Calculó el parámetro híbrido h_{ie}.

2. ¿Cuál es el valor del parámetro h_{ie} del modelo híbrido del transistor, si $h_{fe} = 100$ y la corriente de polarización $I_E = 2$ mA?:

   a. 26 Ω.
   b. 1300 Ω.
   c. 1.3 Ω.
   d. 13 Ω.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. No tuvo en cuenta el h_{fe} y consideró $I_E = 1$ mA.
   b. Verdadero. El parámetro h_{ie} es igual a:

   $$h_{ie} = \frac{h_{fe} 26\text{ mV}}{I_E} = \frac{100 \times 26\text{ mV}}{2\text{ mA}} = 1.300\ \Omega.$$

c. Falso. No convirtió los miliamperios en amperios.
d. Falso. No tuvo en cuenta el h_{fe}.

3. Los parámetros del modelo hibrido del transistor en emisor común son: h_{fe}, h_{ie}, h_{oe} y h_{re}. ¿Cuáles son los dos parámetros que aparecen en el modelo híbrido simplificado?:

a. h_{re} y h_{oe}.
b. h_{fe} y h_{oe}.
c. h_{re} y h_{ie}.
d. h_{fe} y h_{ie}.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Ninguno de los dos aparece en el modelo híbrido simplificado porque h_{re} es tan pequeño que se puede despreciar y h_{oe} es tan grande que puede ser considerado como un circuito abierto.
b. Falso. El h_{oe} no aparece en el modelo híbrido simplificado porque su valor de resistencia es tan alto que se lo puede considerar como un circuito abierto, en paralelo con la fuente de corriente controlada por corriente.
c. Falso. El h_{re}, no aparece en el modelo híbrido simplificado porque su valor es tan pequeño que la realimentación de voltaje se puede considerar igual a cero.
d. Verdadero. El parámetro h_{ie} corresponde a la resistencia de entrada y el h_{fe} es el parámetro de la fuente de corriente controlada por corriente del modelo híbrido simplificado.

4. El amplificador en emisor común se caracteriza porque amplifica:

a. Sólo voltaje.
b. Sólo corriente.
c. Voltaje y corriente.
d. Ninguna de las anteriores.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. También amplifica corriente.
b. Falso. También amplifica voltaje.
c. Verdadero. Es un amplificador muy empleado porque además de amplificar el voltaje de entrada entrega a la salida una corriente en alterna igual a β veces la corriente de entrada a la base del transistor.
d. Falso. El amplificador en emisor común amplifica voltaje y corriente.

5. ¿Qué pasa si en un amplificador en emisor común se deja la resistencia del emisor sin desacoplar?:

   a. Aumenta la ganancia de voltaje.
   b. Aumenta la ganancia de corriente.
   c. Disminuye la resistencia de salida del amplificador.
   d. Aumenta la resistencia de entrada del amplificador.

   Comentarios a las respuestas

   a. Falso. La ganancia de voltaje disminuye.
   b. Falso. La ganancia de corriente disminuye.
   c. Falso. La resistencia de salida aumenta.
   d. Verdadero. La resistencia de entrada aumenta en $(\beta + 1)R_E$.

El siguiente enunciado es para las preguntas 6, 7, 8, 9, 10 y 11.

El circuito de la figura 1 es un amplificador en emisor común que emplea un transistor de silicio con $V_{BE} = 0.6$ V y $\beta = 100$. La señal de entrada es $v_S(t) = 10 \text{ sen}(2\pi 10^4 t)$ mV.

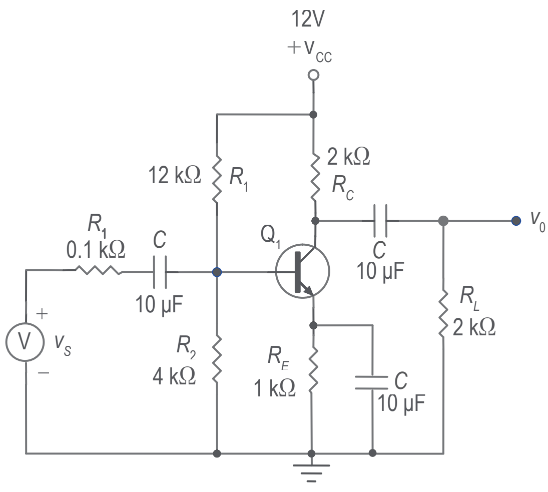


Figura 1. Amplificador en emisor común.

6. En el circuito de la figura 1, ¿cuáles son los valores de la corriente de colector y el voltaje colector-emisor del punto de polarización del transistor?:

a. $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 7.4$ V.
b. $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V.
c. $I_C = 2.4$ mA y $V_{CE} = 4.8$ V.
d. $I_C = 0.8$ mA y $V_{CE} = 9.6$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No tuvo en cuenta la caída de voltaje de la resistencia del emisor.
b. Verdadero. Para calcular el punto de polarización del circuito quitamos la fuente de corriente alterna y abrimos los condensadores. El circuito queda como muestra la figura 2(a).

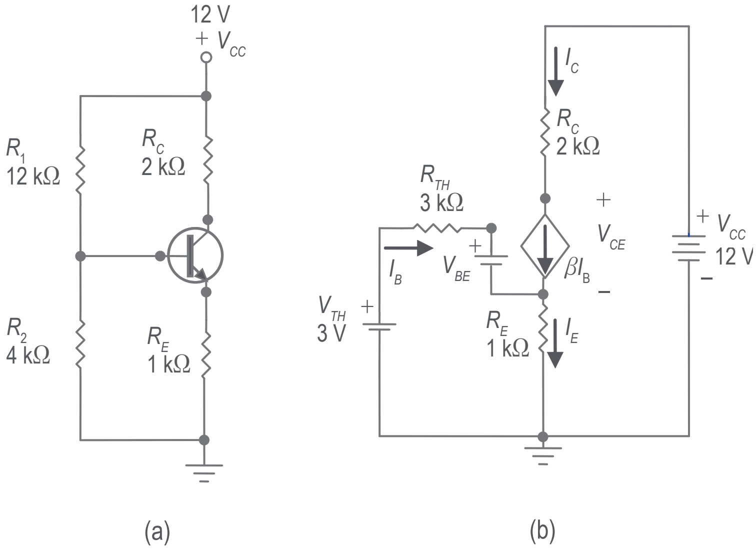


Figura 2. (a). Circuito del amplificador en corriente directa; (b). Circuito equivalente.

Calculamos el equivalente Thevenin entre base y tierra:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{4}{4 + 12} 12 = 3 \text{ V},$$

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \text{ k}\Omega.$$

Reemplazando el equivalente Thevenin y el transistor por su modelo en corriente directa obtenemos el circuito equivalente de la figura 2(b). Resolviendo por mallas, tenemos:

Malla de la base:

$$-V_{TH} + R_{TH} I_B + V_{BE} + R_E I_E = 0. \qquad \text{(a)}$$

En la región activa, la corriente de emisor está definida por:

$$I_E = (\beta + 1) I_B. \qquad \text{(b)}$$

Remplazando la corriente de emisor de la ecuación (b) en (a), nos queda:

$$R_{TH} I_B + V_{BE} + (\beta + 1) R_E I_B = V_{TH}.$$

Despejando la corriente de base y reemplazando valores, obtenemos:

$$I_B = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_{TH} + (\beta + 1) R_E} = \frac{3 - 0.6}{3 + (100 + 1)1} = 0.023 \text{ mA}.$$

La corriente de colector es:

$$I_C = \beta I_B = 100 \times 0.023 = 2.3 \text{ mA}.$$

Planteamos la malla de salida y calculamos el voltaje colector-emisor, así:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E = 12 - 2 \times 2.3 - 1 \times 2.3 = 5.1. \qquad \text{(c)}$$

Luego el punto de polarización es:

$I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V.

De acuerdo con estos resultados el transistor está en la región activa.

c. Falso. Al calcular la corriente de colector no se tuvo en cuenta la resistencia Thevenin.
d. Falso. Calculó mal la corriente de colector.

7. ¿Cuál es el valor de la resistencia de entrada en corriente alterna (AC), vista en las terminales de la fuente senoidal?:

   a. 1.130 Ω.
   b. 820 Ω.
   c. 1.346 Ω.
   d. 920 Ω.

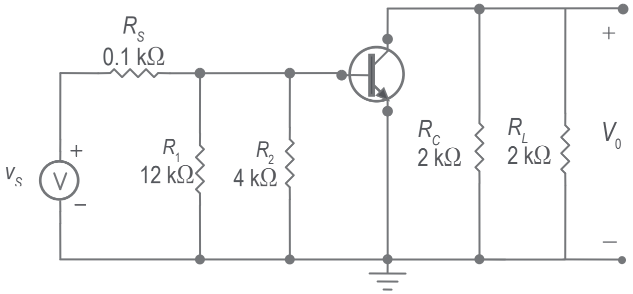
Comentarios a las respuestas

a. Falso. No tuvo en cuenta la resistencia Thevenin, ni la resistencia de la fuente.
b. Falso. No tuvo en cuenta la resistencia de la fuente.
c. Falso. La resistencia del emisor no se tiene en cuenta porque está cortocircuitada por el condensador.
d. Verdadero. Determinamos el circuito equivalente en AC. La impedancia de los condensadores a la frecuencia de la señal alterna es igual a:

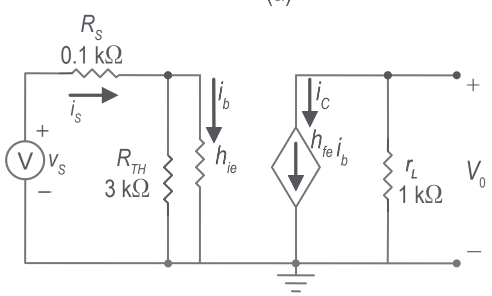
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j(2\pi 10^4)10 \times 10^{-6}} = -j1.6\ \Omega.$$

Con este valor podemos decir que se comportan como un cortocircuito.

Quitando la fuente V_{CC}, cortocircuitando los condensadores y reemplazando el transistor por su modelo en corriente alterna, nos queda el circuito mostrado en la figura 3(b).



(a)



(b)

Figura 3. (a). Circuito del amplificador en corriente alterna; (b). Circuito equivalente.

De acuerdo con el resultado del numeral 6, el transistor está en la región activa con:

$I_C = 2.3 \text{ mA}$ y $V_{CE} = 5.1 \text{ V}$.

Luego los valores de los parámetros híbridos son:

$$h_{fe} = \beta = 100,$$
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26 \text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26 \text{ mV}}{2.3 \text{ mA}} = 1.130\ \Omega.$$

La resistencia R_{TH} es igual al paralelo entre R_1 y R_2:

$$R_{TH} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \text{ k}\Omega.$$

La resistencia de entrada vista en las terminales de la fuente v_S de la figura 3(b) es:

$$R_i = \frac{v_S}{i_S} = R_S + \frac{R_{TH}h_{ie}}{R_{TH} + h_{ie}} = 0.1 + \frac{3 \times 1.13}{3 + 1.13} = 0.92 \text{ k}\Omega$$
$$= 920\,\Omega.$$

8. ¿Cuál es el valor del voltaje de salida en corriente alterna (AC)?:

a. $v_0 = 789$ mV.
b. $v_0 = 885$ mV.
c. $v_0 = 1.578$ mV.
d. $v_0 = 813$ mV.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Para calcular el voltaje de salida determinamos el circuito equivalente en corriente alterna, como muestra la figura 4.

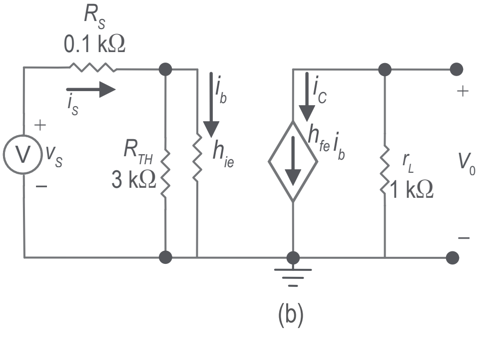


Figura 4. Circuito equivalente del amplificador en corriente alterna.

De acuerdo con el resultado del numeral 6, el transistor está en la región activa con:

$$I_C = 2.3 \text{ mA y } V_{CE} = 5.1\,\text{V},$$
$$h_{fe} = \beta = 100,$$
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26 \text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26 \text{ mV}}{2.3 \text{ mA}} = 1.130\ \Omega.$$

La resistencia R_{TH} es igual al paralelo entre R_1 y R_2:

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\ \text{k}\Omega.$$

La resistencia de carga r_L es igual al paralelo entre R_C y R_L:

$$r_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\ \text{k}\Omega.$$

Del circuito de la figura 4, el voltaje de salida es igual a:

$$v_0 = -\, r_L h_{fe} i_b. \qquad \text{(d)}$$

De la malla de entrada calculamos la corriente de base. Llamamos R_b, a la resistencia equivalente del paralelo entre R_{TH} y h_{ie}. Luego:

$$R_b = \frac{R_{TH} h_{ie}}{R_{TH} + h_{ie}} = \frac{3 \times 1.13}{3 + 1.13} = 0.82\ \text{k}\Omega. \qquad \text{(e)}$$

Aplicando divisor de tensión, el voltaje de la base es:

$$v_b = \frac{R_b}{R_b + R_S} v_S = \frac{0.82}{0.82 + 1} 10 \text{ mV} = 8.9 \text{ mV}.$$

La corriente de base es:

$$i_b = \frac{v_b}{h_{ie}} = \frac{8.91 \text{ mV}}{1.13\ \text{k}\Omega} = 7.89\ \mu\text{A}. \qquad \text{(f)}$$

Luego el voltaje de salida lo obtenemos reemplazando la ecuación (f) en (d):

$$v_0 = -\, r_L h_{fe} i_b = -\ 1\ \text{k}\Omega \times 100 \times 7.89\ \mu A = 789 \text{ mV}$$
$$= 789 \text{ mV}.$$

La ganancia de voltaje total es:

$$A_V = \frac{v_0}{v_S} = \frac{789}{10} = 78.9.$$

b. Falso. No tuvo en cuenta la caída de voltaje en la resistencia de la fuente
c. Falso. Al calcular el voltaje de salida no tuvo en cuenta la resistencia de carga o la de colector.
d. Falso. Al calcular la corriente de base no tuvo en cuenta la resistencia Thevenin.

9. Si en el amplificador de la figura 1 se elimina el condensador que cortocircuita la resistencia de emisor, ¿cuál es el valor de la resistencia de entrada en corriente alterna (AC) en las terminales de la fuente senoidal?:

a. $R_i = 1.13\ \text{k}\Omega$.
b. $R_i = 2.13\ \text{k}\Omega$.
c. $R_i = 3\ \text{k}\Omega$.
d. $R_i = 102.13\ \text{k}\Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La resistencia de entrada del amplificador no es igual a h_{ie}. Hay que tener en cuenta la resistencia del emisor, la resistencia Thevenin y la resistencia de la fuente.
b. Falso. La resistencia de entrada del amplificador no es igual a $h_{ie} + R_E$. Hay que tener en cuenta la resistencia Thevenin y la resistencia de la fuente. Además, h_{ie} no está en serie con R_E.
c. Verdadero. Para calcular la resistencia de entrada del amplificador, primero determinamos el circuito equivalente en corriente alterna teniendo en cuenta la resistencia de emisor, como muestra la figura 5.

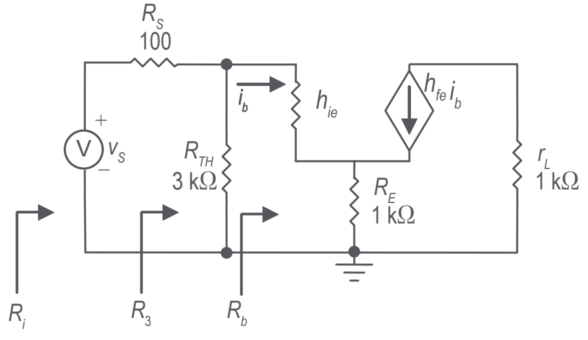


Figura 5. Circuito equivalente del amplificador en corriente alterna, con resistencia en el emisor.

En el numeral 6 determinamos que el transistor está en la región activa con:

$$I_C = 2.3 \text{ mA y } V_{CE} = 5.1\,\text{V},$$
$$h_{fe} = \beta = 100,$$
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26 \text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26 \text{ mV}}{2.3 \text{ mA}} = 1.130\ \Omega.$$

La resistencia R_{TH} es igual al paralelo entre R_1 y R_2:

$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3\ \text{k}\Omega.$$

La resistencia de carga r_L es igual al paralelo entre R_C y R_L:

$$r_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1\ \text{k}\Omega.$$

Del circuito de la figura 5, la resistencia de entrada en la base del transistor es igual a:

$$R_b = \frac{v_b}{i_b},$$

donde el voltaje de la base es:

$$v_b = h_{ie} i_b + R_E i_e = h_{ie} i_b + R_E (h_{fe} + 1) i_b.$$

Luego:

$$R_b = \frac{v_b}{i_b} = h_{ie} + (h_{fe} + 1) R_E$$
$$= 1.13 + (100 + 1)1 = 102.13\ \text{k}\Omega.$$

La resistencia de entrada R_3 vista después de la resistencia de la fuente, como muestra la figura 5, es igual al paralelo entre R_{TH} y R_b:

$$R_3 = \frac{R_{TH} R_b}{R_{TH} + R_b} = \frac{3 \times 102.13}{3 + 102.13} = 2.91\ \text{k}\Omega.$$

Finalmente, la resistencia de entrada en las terminales de la fuente es:

$$R_i = \frac{v_S}{i_S} = R_S + \frac{R_{TH} R_b}{R_{TH} + R_b} = 0.1 + \frac{3 \times 102.13}{3 + 102.13} = 3.01\ \text{k}\Omega.$$
$$= 3\ \text{k}\Omega.$$

d. Falso. Ésta es la resistencia vista en la base del transistor. Falta considerar la resistencia Thevenin y la resistencia de la fuente.

10. Si en el amplificador de la figura 1 se elimina el condensador que cortocircuita la resistencia de emisor, ¿cuál es el valor del voltaje de salida en corriente alterna (AC)?:

a. $v_0 = 789$ mV.
b. $v_0 = 9.5$ mV.
c. $v_0 = 469$ mV.
d. $v_0 = 19$ mV.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Al calcular la corriente de base no tuvo en cuenta la resistencia del emisor.
b. Verdadero. Primero determinamos el circuito equivalente en corriente alterna teniendo en cuenta la resistencia de emisor, como muestra la figura 6.

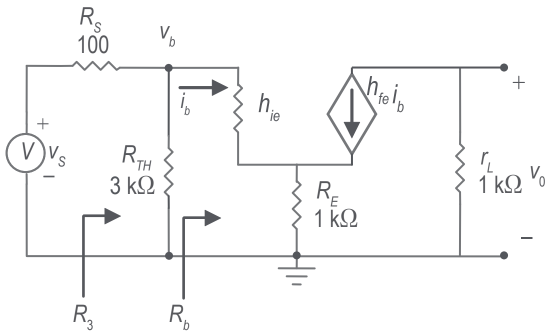


Figura 6. Circuito equivalente del amplificador en corriente alterna, con resistencia en el emisor.

En el numeral 6 determinamos el punto de polarización del transistor, con:

$$I_C = 2.3 \text{ mA y } V_{CE} = 5.1\,\text{V},$$
$$h_{fe} = \beta = 100,$$
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26 \text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26 \text{ mV}}{2.3 \text{ mA}} = 1.130\ \Omega,$$
$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \text{ k}\Omega,$$
$$r_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{2 \times 2}{2 + 2} = 1 \text{ k}\Omega.$$

Del circuito de la figura 6 tenemos que el voltaje de salida es:

$$v_0 = -\, r_L h_{fe} i_b. \qquad \text{(g)}$$

Ahora vamos a calcular la corriente de base, asi:

Del circuito de la figura 6 la resistencia de entrada en la base del transistor es igual a:

$$R_b = \frac{v_b}{i_b},$$

donde el voltaje de la base es:

$$v_b = h_{ie} i_b + R_E i_e = h_{ie} i_b + R_E (h_{fe} + 1) i_b.$$

Luego:

$$R_b = \frac{v_b}{i_b} = h_{ie} + (h_{fe} + 1) R_E.$$

Reemplazando tenemos:

$$R_b = 1.13 + (100 + 1)1 = 102.13\ \text{k}\Omega.$$

La resistencia de entrada R_3 vista después de la resistencia de la fuente, como muestra la figura 6, es igual al paralelo entre R_{TH} y R_b:

$$R_3 = \frac{R_{TH} R_b}{R_{TH} + R_b} = \frac{3 \times 102.13}{3 + 102.13} = 2.91\,\text{k}\Omega.$$

El voltaje de la base lo determinamos aplicando divisor de tensión entre R_3 y R_S:

$$v_b = \frac{R_3 v_S}{R_3 + R_S} = \frac{2.91}{2.91 + 1} 10 = 9.67\,\text{mV}.$$

La corriente de base es:

$$i_b = \frac{v_b}{R_b} = \frac{9.67\ \text{mV}}{102.13\ \text{k}\Omega} = 0.095\ \mu\text{A}.$$

Reemplazando la corriente de base en la ecuación (g), obtenemos:

$$\begin{aligned} v_0 &= -\, r_L h_{fe} i_b = -\,1\,\text{k}\Omega \times 100 \times 0.095\ \mu\text{A} = 9.5\ \text{mV} \\ &= 9.5\,\text{mV}. \end{aligned}$$

La ganancia de voltaje total es:

$$A_V = \frac{v_0}{v_S} = \frac{9.5}{10} = 0.95.$$

c. Falso. La resistencia del emisor no está en serie con h_{ie}. Además, al calcular la corriente de base no tuvo en cuenta la resistencia de la fuente.
d. Falso. Al calcular el voltaje de salida no tuvo en cuenta la resistencia de carga.

11. ¿Cuál es la ecuación de la línea de carga en corriente alterna (AC) del amplificador de la figura 1?:

a. $I_C = 4 - 0.4V_{CE}$ mA.
b. $i_c = - v_{ce}$ mA.
c. $I_c = 14.3 - V_{ce}$ mA.
d. $I_c = 7.4 - V_{ce}$ mA.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Ésta es la ecuación de la línea de carga en corriente directa.
b. Falso. Ésta es la ecuación de la línea de carga en corriente alterna, pero sin tener en cuenta los valores en corriente directa.
c. Falso. Utilizó el voltaje de la fuente de corriente directa en lugar del voltaje colector-emisor de polarización.
d. Verdadero. La ecuación de la línea de carga relaciona la corriente de colector total con el voltaje colector-emisor total, así:

$$I_c = I_C + i_c, \tag{h}$$

$$V_{ce} = V_{CE} + v_{ce}. \tag{i}$$

El voltaje colector-emisor en corriente alterna del circuito de la figura 1 es:

$$v_{ce} = - r_L i_c. \tag{j}$$

Despejando la corriente de colector de la ecuación (j) y reemplazándola en (h), tenemos:

$$I_c = I_C - \frac{v_{ce}}{r_L} = I_C - \frac{V_{ce} - V_{CE}}{r_L} = I_C + \frac{V_{CE}}{r_L} I_C - \frac{V_{ce}}{r_L}. \tag{k}$$

Reemplazando los valores del punto de polarizacion determinados en el numeral 6 y la resistencia de carga en AC del circuito, en la ecuación (k), tenemos la ecuación de la línea de carga en corriente alterna:

$$I_c = 2.3\,\text{mA} + \frac{5.1}{1\,\text{k}\Omega} - \frac{V_{ce}}{1\,\text{k}\Omega} = 7.4 - V_{ce}\,\text{mA}.$$

Autoevaluación semana 14

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de diez preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:
- 28. Amplificador en base y colector común

1. El amplificador en base común amplifica:

    a. Sólo voltaje.
    b. Sólo corriente.
    c. Voltaje y corriente.
    d. Potencia.

    Comentarios a las respuestas

    a. Verdadero. El amplificador en base común tiene una ganancia en voltaje igual a la del emisor comùn, pero la ganancia en corriente es menor que 1, o sea que no amplifica corriente.
    b. Falso. La ganancia en corriente es menor que 1.
    c. Falso. No amplifica corriente, la ganancia es menor que la unidad.
    d. Falso. No amplifica potencia porque no es capaz de amplificar corriente.

2. El amplificador en colector común amplifica:

    a. Sólo voltaje.
    b. Sólo corriente.
    c. Voltaje y corriente.
    d. Ninguna de las anteriores.

    Comentarios a las respuestas

    a. Falso. La ganancia en voltaje es menor que 1.
    b. Verdadero. El amplificador en colector común tiene una ganancia en corriente igual a la del emisor común, pero la ganancia en voltaje es menor que 1 o sea que no amplifica voltaje.
    c. Falso. La ganancia en voltaje es menor que 1.
    d. Falso. El amplificador en colector común amplifica corriente.

3. La resistencia de entrada de un amplificador en colector común es:

   a. Menor que la del amplificador en base común.
   b. Igual a la del amplificador en emisor común.
   c. Mayor que la del amplificador en emisor común y que la de base común.
   d. Mayor que la de base pero menor que la de emisor común.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La resistencia de entrada del amplificador en base común es la más pequeña de todas las configuraciones.
b. Falso. La resistencia de entrada del amplificador en colector común es mayor que la de emisor común.
c. Verdadero. El amplificador en colector común se caracteriza por tener una resistencia de entrada muy alta en comparación con la de otras configuraciones.
d. Falso. La resistencia de entrada del amplificador en colector común es mayor que la de emisor común.

4. El amplificador que tiene la resistencia de salida más pequeña es:

   a. Base común.
   b. Emisor común.
   c. Emisor común con resistencia en el emisor.
   d. Colector común.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La resistencia de salida del amplificador en base común es alta.
b. Falso. La resistencia de salida de un amplificador en emisor común es alta.
c. Falso. La resistencia de salida de un amplificador en emisor común con resistencia en el emisor es alta. El amplificador en colector común se caracteriza por tener una resistencia de entrada muy alta en comparación con la de otras configuraciones.
d. Verdadero. La resistencia de salida del amplificador en colector común es la más pequeña en comparación con la de las otras configuraciones.

El siguiente enunciado es para las preguntas 5, 6 y 7.

El circuito de la figura 1 es un amplificador en base común que emplea un transistor de silicio con $V_{BE} = 0.6$ V y $\beta = 100$. La señal de entrada es $v_S(t) = 10 \text{ sen} (2\pi 10^4 t)$ mV.

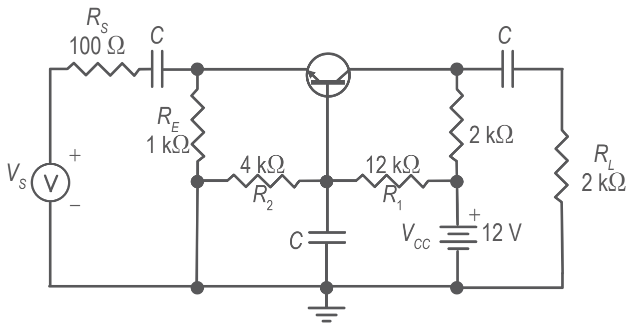


Figura 1. Amplificador en base común.

5. En el circuito de la figura 1 determine el punto de polarización del transistor. ¿Cuáles son los valores de la corriente de colector y el voltaje colector-emisor?:

a. $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 7.4$ V.
b. $I_C = 2.4$ mA y $V_{CE} = 4.8$ V.
c. $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V.
d. $I_C = 0.8$ mA y $V_{CE} = 9.6$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No tuvo en cuenta la caida de voltaje de la resistencia del emisor.
b. Falso. Al calcular la corriente de colector no se tuvo en cuenta la resistencia Thevenin.
c. Verdadero. Para calcular el punto de polarización del circuito quitamos la fuente de corriente alterna y abrimos los condensadores. El circuito queda como muestra la figura 2(a).

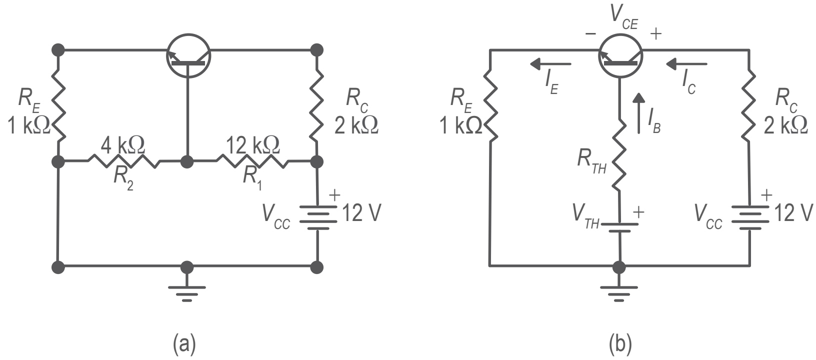


Figura 2. (a). Circuito del amplificador en corriente directa; (b). Circuito equivalente con el equivalente Thevenin.

Del circuito de la figura 2(a) determinamos el equivalente Thevenin:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{4}{4+12} 12 = 3\ \text{V},$$
$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 12}{4+12} = 3\ \text{k}\Omega.$$

Reemplazando el equivalente Thevenin, el circuito queda como muestra la figura 2(b). Suponemos que el transistor está polarizado en la región activa y resolvemos.

De la malla de la base obtenemos la corriente de emisor:

$$I_E = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E + \dfrac{R_{TH}}{(\beta+1)}} = \frac{3 - 0.6}{1\ \text{k}\Omega + \dfrac{3\ \text{k}\Omega}{101}} = 2.3\ \text{mA}$$
$$= I_C = 2.3\ \text{mA}.$$

De la malla de colector-emisor calculamos el voltaje colector-emisor:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C I_C - R_E I_E = 12 - 2 \times 2.3 - 1 \times 2.3 = 5.1. \qquad \text{(a)}$$

Luego el punto de polarización es:

$I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V.

De acuerdo con estos resultados el transistor está en la región activa.

d. Falso. Calculó mal la corriente de colector.

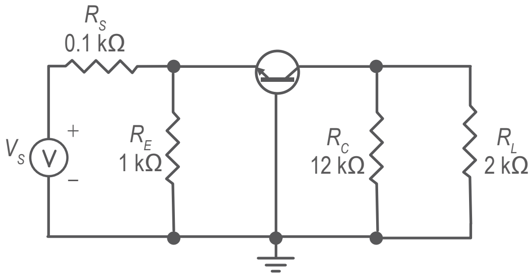
6. ¿Cuál es el valor de la resistencia en corriente alterna (AC), vista a la entrada del transistor?:

a. $R_i = 1.130\ \Omega$.
b. $R_i = 11.2\ \Omega$.
c. $R_i = 531\ \Omega$.
d. $R_i = 10.1\ \Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La resistencia de entrada no es igual al parámetro h_{ie} del transistor porque se está descartando la corriente de colector.
b. Verdadero. Para determinar la resistencia de entrada del amplificador primero tenemos que calcular el punto de polarización del transistor. De acuerdo con el resultado del numeral 5, el transistor está polarizado en la región activa con $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V.

El circuito del amplificador en corriente alterna se muestra en la figura 3(a), y reemplazando el transistor por su modelo en emisor común simplificado obtenemos el circuito equivalente de la figura 3(b):



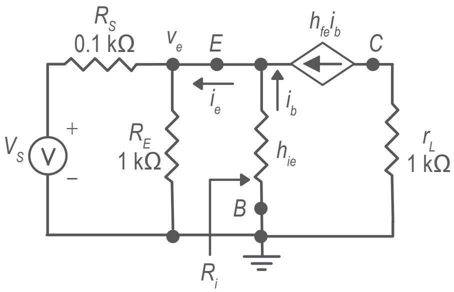


Figura 3. (a). Circuito del amplificador en corriente alterna; (b). Circuito equivalente.

donde los parámetros híbridos del transistor son:

$$h_{fe} = \beta = 100$$

$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26\text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26\text{ mV}}{2.3\text{ mA}} = 1.130\ \Omega.$$

La resistencia de carga r_L es igual al paralelo entre R_C y R_L:

$$r_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{2\times 2}{2+2} = 1\text{ k}\Omega.$$

La resistencia R_i vista a la entrada del transistor es:

$$R_i = \frac{v_e}{i_e} = \frac{h_{ie} i_b}{(h_{fe}+1) i_b} = \frac{h_{ie}}{(h_{fe}+1)}.$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$R_i = \frac{h_{ie}}{(h_{fe}+1)} = \frac{1.130}{101} = 11.2\ \Omega.$$

c. Falso. La resistencia de entrada al transistor no es equivalente al paralelo de h_{ie} con R_{TH}. Hay que tener en cuenta la rama de la fuente controlada y la resistencia Thevenin no se incluye.
d. Falso. La resistencia de entrada al transistor no incluye la resistencia Thevenin.

7. ¿Cuál es el voltaje de salida en corriente alterna?:

a. $v_0 = 87.7$ mV.
b. $v_0 = -\ 87.7$ mV.
c. $v_0 = 175.4$ mV.
d. $v_0 = 745$ mV.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. Empleando el resultado del numeral 5, el transistor está polarizado en la región activa con $I_C = 2.3$ mA y $V_{CE} = 5.1$ V. El circuito del amplificador en corriente alterna se muestra en la figura 4, donde el transistor se ha reemplazado por su modelo en emisor común simplificado.

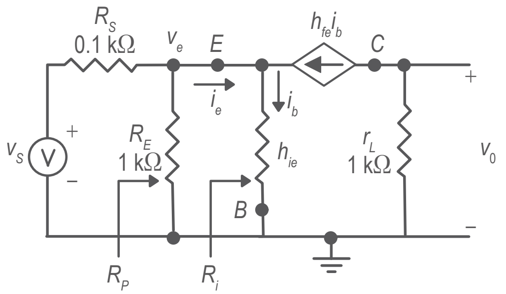


Figura 4. Circuito equivalente del amplificador en corriente alterna.

Los valores de los parámetros híbridos del transistor son:

$$h_{fe} = \beta = 100$$

$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26\text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26\text{ mV}}{2.3\text{ mA}} = 1.130\ \Omega.$$

La resistencia de carga del transistor es:

$$r_L = \frac{R_C R_L}{R_C + R_L} = \frac{2 \times 2}{2+2} = 1\text{ k}\Omega.$$

Del circuito equivalente de la figura 4, el voltaje de salida está dado por:

$$v_0 = -r_L i_c = -r_L h_{fe} i_b. \qquad \text{(b)}$$

Calculamos la corriente de base de la malla de entrada de transistor.

La resistencia R_i vista a la entrada del transistor la determinamos en el numeral 6 y es igual a:

$$R_i = \frac{h_{ie}}{(h_{fe}+1)} = \frac{1.130}{101} = 11.2\ \Omega.$$

Llamemos R_p a la resistencia equivalente al paralelo entre R_E y R_i:

$$R_p = \frac{R_E R_i}{R_E + R_i} = \frac{1.000 \times 11.2}{1.000 + 11.2} = 11\,\Omega.$$

Aplicando divisor de tensión, el voltaje del emisor es:

$$v_e = \frac{R_p}{R_p + R_S} v_S = \frac{11}{11+100} 10\ \text{mV} = 0.991\ \text{mV}.$$

La corriente de base del transistor es:

$$i_b = -\frac{v_e}{h_{ie}} = -\frac{0.991\ \text{mV}}{1.130} = 0.877\ \mu\text{A}.$$

El voltaje de salida lo obtenemos reemplazando la corriente de base en la ecuación (b):

$$\begin{aligned} v_0 &= -r_L h_{fe} i_b = 1.000(100)0.877\ \mu\text{A} = 87.7\ \text{mV} \\ &= 87.7\ \text{mV}. \end{aligned}$$

La ganancia en voltaje del amplificador es de 8.7.

b. Falso. El voltaje de salida no es negativo. Hubo un error en el signo de la corriente de base.
c. Falso. La resistencia de carga es el paralelo de R_C con R_L.
d. Falso. En el cálculo de la corriente de base no tuvo en cuenta la resistencia de entrada del transistor sino el h_{ie}.

El siguiente enunciado es para las preguntas 8, 9 y 10.

El circuito de la figura 5 es un amplificador en colector común que emplea un transistor de silicio con $V_{BE} = 0.6$ V y $\beta = 100$. La señal de entrada es $v_S(t) = 10 \text{ sen}\,(2\pi 10^4 t)$ mV.

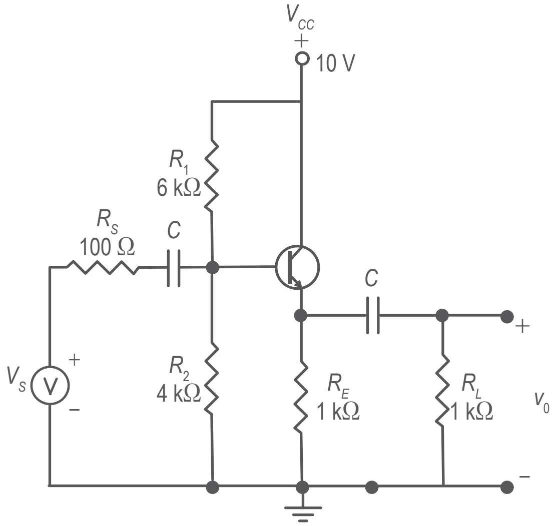


Figura 5. Amplificador en colector común.

8. En el circuito de la figura 1 determine el punto de polarización del transistor. ¿Cuáles son los valores de la corriente de colector y el voltaje colector-emisor?:

   a. $I_C = 3.4$ mA y $V_{CE} = 6.6$ V.
   b. $I_C = 3.32$ mA y $V_{CE} = 6.68$ V.
   c. $I_C = 3.9$ mA y $V_{CE} = 6.1$ V.
   d. $I_C = 9.7$ mA y $V_{CE} = 0.3$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No tuvo en cuenta la caída de voltaje de la resistencia Thevenin.
b. Verdadero. Para calcular el punto de polarizacion del circuito quitamos la fuente de corriente alterna y abrimos los condensadores. El circuito queda como muestra la figura 6(a).

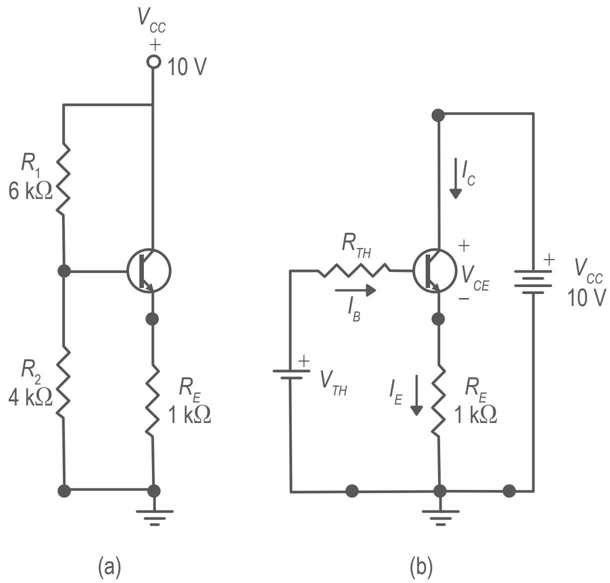


Figura 6. (a). Circuito del amplificador en corriente directa; (b). Circuito con el equivalente Thevenin.

Del circuito de la figura 6(a) determinamos el equivalente Thevenin:

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC} = \frac{4}{6+4} 10 = 4 \text{ V},$$
$$R_{TH} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \times 6}{4+6} = 2.4 \text{ k}\Omega.$$

Reemplazando el equivalente Thevenin, el circuito queda como muestra la figura 2(b). Suponemos que el transistor está polarizado en la región activa y resolvemos.

De la malla de la base obtenemos la corriente de emisor:

$$I_E = \frac{V_{TH} - V_{BE}}{R_E + \dfrac{R_{TH}}{(\beta + 1)}} = \frac{4 - 0.6}{1 \text{ k}\Omega + \dfrac{2.4 \text{ k}\Omega}{101}} = 3.32 \text{ mA}$$
$$= I_C = 3.32 \text{ mA}.$$

De la malla de colector-emisor calculamos el voltaje colector-emisor:

$$V_{CE} = V_{CC} - R_E I_E = 10 - 1 \times 3.32 = 6.68 \text{ V}.$$

Luego el punto de polarización es:

$$I_C = 3.32 \text{ mA y } V_{CE} = 6.68 \text{ V}.$$

De acuerdo con estos resultados el transistor está en la región activa.

c. Falso. No tuvo en cuenta el voltaje base-emisor del transistor.
d. Falso. El transistor no está en saturación.

9. ¿Cuál es el valor de la resistencia en corriente alterna (AC) vista a la entrada del transistor?:

a. $R_i = 783\ \Omega$.
b. $R_i = 2.3\ k\Omega$.
c. $R_i = 50.5\ k\Omega$.
d. $R_i = 51.28\ k\Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La resistencia de entrada al transistor no es igual al h_{ie} porque no es un amplificador en emisor común.
b. Falso. La resistencia de entrada al transistor no incluye la resistencia Thevenin.
c. Falso. Faltó sumar el h_{ie}.
d. Verdadero. De acuerdo con los resultados del numeral 8, el transistor está polarizado en la región activa con $I_C = 3.32$ mA y $V_{CE} = 6.68$ V. Luego el circuito del amplificador en corriente alterna es como se muestra en la figura 7(a), y reemplazando el transistor por su modelo en emisor común simplificado obtenemos el circuito equivalente de la figura 7(b):

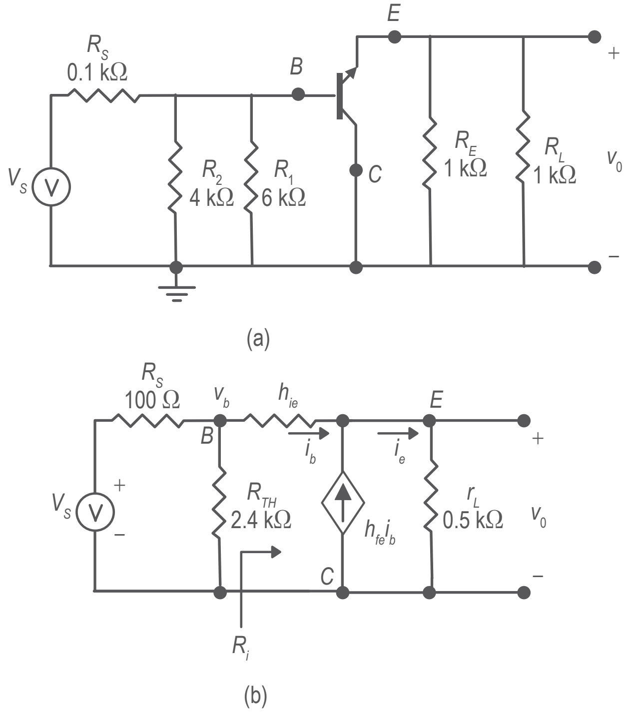


Figura 7. (a). Circuito del amplificador en corriente alterna; (b). Circuito equivalente.

donde los parámetros híbridos del transistor son:

$$h_{fe} = \beta = 100$$
$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26\text{ mV}}{I_E} = 100\frac{26\text{ mV}}{3.32\text{ mA}} = 783\ \Omega.$$

La resistencia de carga r_L es igual al paralelo entre R_E y R_L:

$$r_L = \frac{R_E R_L}{R_E + R_L} = \frac{1 \times 1}{1 + 1} = 0.5\text{ k}\Omega.$$

La resistencia equivalente vista a la entrada del transistor es:

$$R_i = \frac{v_b}{i_b} = \frac{h_{ie} i_b + r_L i_e}{i_b} = \frac{h_{ie} i_b + r_L(1 + h_{fe}) i_b}{i_b} = h_{ie} + (1 + h_{fe}) r_L.$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$R_i = 783 + 101 \times 500 = 5.28\text{ k}\Omega.$$

10. ¿Cuál es el voltaje de salida en corriente alterna?:

a. $v_0 = 18.86$ mV.
b. $v_0 = 9.85$ mV.
c. $v_0 = 9.43$ mV.
d. $v_0 = 9.7$ mV.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La ganancia de voltaje de un amplificador en colector común no puede ser mayor que 1.
b. Falso. No tuvo en cuenta la resistencia de la fuente.
c. Verdadero. Empleando el resultado del numeral 8, el transistor está polarizado en la región activa con $I_C = 3.32$ mA y $V_{CE} = 6.68$ V. El circuito del amplificador en corriente alterna se muestra en la figura 8, donde el transistor se ha reemplazado por su modelo en emisor común simplificado:

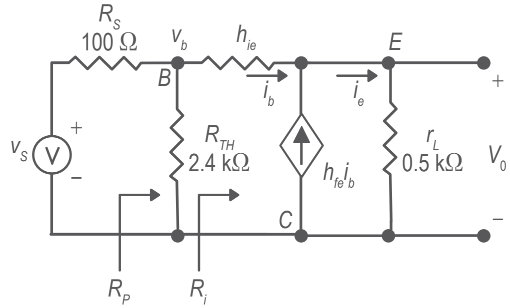


Figura 8. Circuito equivalente del amplificador en corriente alterna.

donde los parámetros híbridos del transistor son:

$$h_{fe} = \beta = 100$$

$$h_{ie} = h_{fe}\frac{26\ \text{mV}}{I_E} = 100\frac{26\ \text{mV}}{3.32\ \text{mA}} = 783\ \Omega.$$

La resistencia de carga del transistor r_L es:

$$r_L = \frac{R_E R_L}{R_E + R_L} = \frac{1\times 1}{1+1} = 0.5\ \text{k}\Omega.$$

Del circuito equivalente de la figura 8, el voltaje de salida es:

$$v_0 = r_L i_{ie} = r_L(1+h_{fe})i_b. \qquad \text{(c)}$$

La corriente de base la calculamos de la malla de entrada del transistor.

La resistencia equivalente R_i, vista a la entrada del transistor se determinó en el numeral 9 y es igual a:

$$v_0 = \frac{v_b}{i_b} h_{ie} + r_L(1+h_{fe})r_L = 783 + 101\times 500 = 51.28\ \text{k}\Omega.$$

La resistencia R_p igual al paralelo entre R_{TH} y R_i vista después de la resistencia de la fuente es:

$$R_p = \frac{R_{TH}R_i}{R_{TH}+R_i} = \frac{2.4\times 51.28}{2.4+51.28}\ \text{k}\Omega = 2.29\ \text{k}\Omega.$$

Aplicando divisor de tensión, el voltaje de la base es:

$$v_b = \frac{R_p}{R_p + R_S}v_S = \frac{2.29}{2.29+0.1}10\ \text{mV} = 9.58\ \text{mV}.$$

La corriente de base del transistor es igual a:

$$i_b = \frac{v_b}{R_i} = \frac{9.58\ \text{mV}}{51.28\ \text{k}\Omega} = 0.187\ \mu\text{A}.$$

El voltaje de salida lo obtenemos reemplazando la corriente de base en la ecuación (c):

$$\begin{aligned} v_0 &= r_L(1 + h_{fe})i_b = 0.5\ \text{k}\Omega(101)0.187\ \mu\text{A} = 9.43\ \text{mV} \\ &= 9.43\ \text{mV}. \end{aligned}$$

d. Falso. No calculó bien la corriente de base.

Autoevaluación semana 15

Las actividades de autoevaluación que encontrará a continuación han sido planteadas con el fin de que tenga la oportunidad de verificar los conocimientos adquiridos durante esta semana.

La autoevaluación para esta semana consta de nueve preguntas, todas de tipo opción múltiple con única respuesta.

Temas:

- 29. Transistor efecto de campo FET y MOSFET.
- 30. Amplificador con FET y transistor efecto de campo de puerta aislada MOSFET

1. En un transistor de efecto de campo de unión (JFET) el voltaje drenaje-fuente al cual la corriente de drenaje se vuelve constante se llama:

   a. Voltaje de corte.
   b. Voltaje de ruptura.
   c. Voltaje de umbral $V_{GS(umbrale)}$.
   d. Voltaje de estrangulamiento V_P.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El voltaje de corte $V_{GS(corte)}$ es el valor del voltaje compuerta-fuente que hace que la corriente de drenaje sea 0.
b. Falso. El voltaje de ruptura es el voltaje para el cual el dispositivo se puede dañar.
c. Falso. El voltaje de umbral $V_{GS(umbrale)}$ es el voltaje compuerta-fuente a partir del cual un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico de enriquecimiento (E-MOSFET) empieza a conducir.
d. Verdadero. Ésta es la definición de voltaje de estrangulamiento V_P, y para un JFET determinado este voltaje tiene un valor fijo.

2. El modelo en corriente directa de un transistor efecto de campo de unión (JFET) polarizado en la región de saturación contiene:

   a. Una fuente de corriente controlada por corriente.
   b. Una fuente de corriente controlada por voltaje.
   c. Una fuente de voltaje controlada por corriente.
   d. Una resistencia controlada por voltaje.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. La fuente de corriente controlada por corriente es en el modelo del transistor bipolar.
b. Verdadero. En la región de saturación o estado activo el canal está estrangulado y el JFET es una fuente de corriente controlada por voltaje mediante la siguiente ecuación:

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right)^2.$$

c. Falso. No es posible porque la corriente de entrada al JFET es 0.
d. Falso. El JFET se representa por una resistencia controlada por tensión cuando está polarizado en la región óhmica.

3. Un transistor efecto de campo JFET de canal N con $V_{GS(corte)} = -4$ V polarizado en la región óhmica debe cumplir las siguientes condiciones:

a. $V_{GS} < -4$ V y $V_{DG} < 4$ V.
b. $V_{GS} > -4$ V y $V_{DG} > 4$ V.
c. $V_{GS} > -4$ V y $V_{DG} < 4$ V.
d. $V_{GS} < -4$ V y $V_{DG} > 4$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Si $V_{GS} < -4$, el transistor está en corte y no conduce.
b. Falso. Si $V_{DG} > 4$, el transistor está en saturación.
c. Verdadero. Si $V_{GS} > -4$ V, el transistor está en conducción, y con $V_{DG} < 4$ V el transistor está polarizado en la región donde la corriente de dren aumenta con el voltaje V_{DS}; es decir, no está saturado.
d. Falso. Si $V_{GS} < -4$, el transistor está en corte y no conduce por más que se aumente el voltaje V_{DS}.

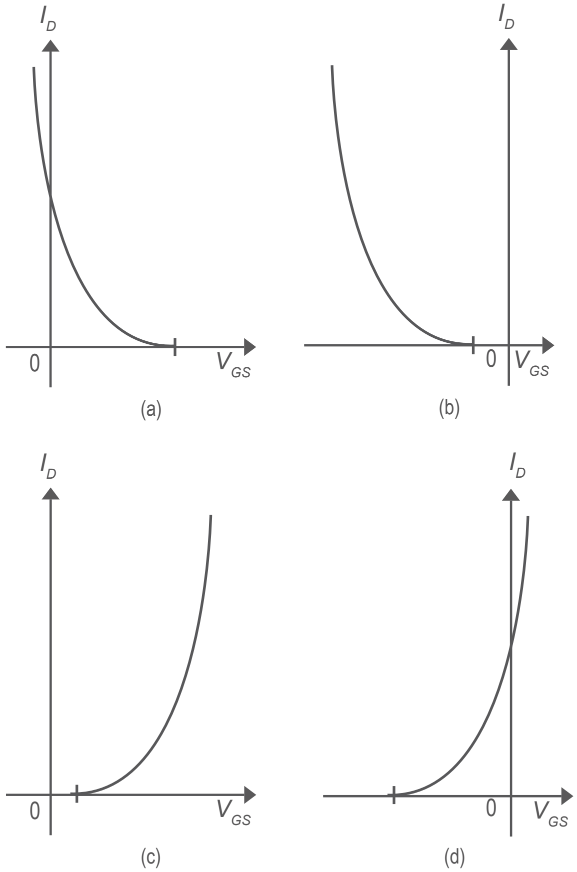
4. Un transistor efecto de campo JFET de canal N con $V_{GS(corte)} = -4$ V polarizado en la region de saturación o activa debe cumplir las siguientes condiciones:

a. $V_{GS} < -4$ V y $V_{DG} < 4$ V.
b. $V_{GS} > -4$ V y $V_{DG} < 4$ V.
c. $V_{GS} > -4$ V y $V_{DG} < 4$ V.
d. $V_{GS} > -4$ V y $V_{DG} > 4$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Si $V_{GS} < -4$, el transistor está en corte y no conduce.
b. Falso. En un JFET de canal N, el voltaje V_{GS} no puede ser positivo o mayor que 0.
c. Falso. En estas condiciones el JFET está polarizado en la región óhmica.
d. Verdadero. Si $V_{GS} > -4$ V el transistor está en conducción, y con $V_{DG} > 4$ V el transistor está polarizado en la región donde la corriente de dren permanece constante con el aumento del voltaje V_{DS}; es decir, está saturado.

5. La curva característica de transferencia de un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico de enriquecimiento (E-MOSFET) de canal N, corresponde a la gráfica mostrada en la figura:



a. Figura (a).
b. Figura (b).
c. Figura (c).
d. Figura (d).

Comentarios a las respuestas

a. Falso. Esta curva corresponde a transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico de empobrecimiento o deplexión (D-MOSFET) de canal P.
b. Falso. Ésta es la caracteristica de transferencia de un E-MOSFET de canal P.
c. Verdadero. La curva característica de transferencia de un E-MOSFET de cualquier tipo de canal no tiene corriente en el drenaje cuando $V_{GS} = 0$. En el E-MOSFET de canal N no hay corriente en el drenaje hasta que el V_{GS}, sea positivo y mayor que el voltaje de umbral, $V_{GS(umbrale)}$.
d. Falso. Esta curva corresponde a la característica de transferencia de un D-MOSFET de canal N.

6. Un transistor de efecto de campo semiconductor de óxido metálico de deplexión (D-MOSFET) de canal N con $V_{GS(corte)} = -4$ sólo conduce cuando el voltaje compuerta-fuente (V_{GS}) es:

a. $V_{GS} > -4$ V.
b. $-4 < V_{GS} < 0$ V.
c. $V_{GS} < -4$ V.
d. $0 < V_{GS}$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Verdadero. El D-MOSFET conduce cuando $V_{GS(corte)} < V_{GS}$. Los valores de V_{GS} pueden ser positivos o negativos.
b. Falso. El transistor D-MOSFET también conduce con valores positivos de V_{GS}.
c. Falso. Cuando $V_{GS} < -4$ V, el transistor no conduce porque está en corte.
d. Falso. El transistor D-MOSFET también conduce con valores negativos de V_{GS}.

7. El transistor efecto de campo JFET del circuito de la figura 1 tiene las siguientes características: $I_{DSS} = 10$ mA, $g_{mo} = 5$ ms. ¿Cuáles son los valores de I_D y V_{DS} del punto de polarización del JFET?:

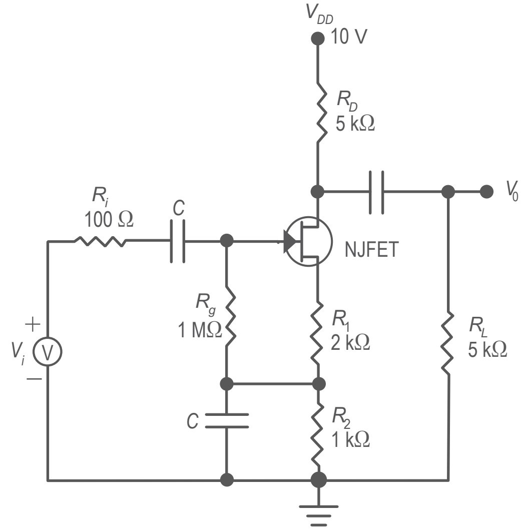


Figura 1. Circuito amplificador en fuente común.

a. $I_D = 1.28$ mA y $V_{DS} = -0.24$ V.
b. $I_D = 1.16$ mA y $V_{DS} = 0.7$ V.
c. $I_D = 0$ A y $V_{DS} = 10$ V.
d. $I_D = 0.84$ mA y $V_{DS} = 3.3$ V.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El voltaje VDS no puede ser negativo.
b. Verdadero. Para determinar el punto de polarización quitamos la fuente alterna y abrimos los condensadores; el circuito queda como muestra la figura 2(a). Si consideramos que el transistor JFET está polarizado en la región de saturación o zona activa, lo reemplazamos por su circuito equivalente, como muestra la figura 2(b), donde

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right)^2. \qquad \text{(a)}$$

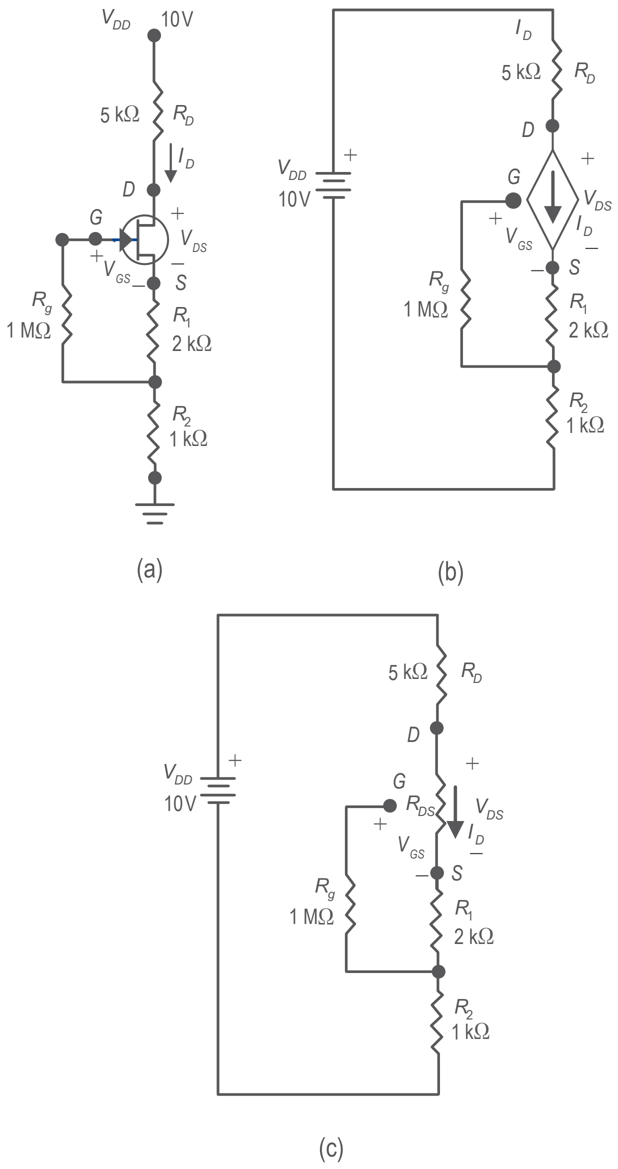


Figura 2. (a). Circuito del amplificador en corriente directa (DC); (b). Circuito equivalente en la región de saturación; (c). Circuito equivalente en la región óhmica.

La transconductancia del JFET está determinada por:

$$g_m = g_{m0}\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right],$$

donde:

$$g_{m0} = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GS(corte)}}. \tag{b}$$

Despejando $V_{GS(corte)}$ de la ecuación (b) y reemplazando valores, obtenemos:

$$\begin{aligned} V_{GS(corte)} &= -\,2\frac{I_{DSS}}{g_{m0}} = -\,2\frac{10\text{ mA}}{5\text{ ms}} = -\,4\text{ V} \\ &= -\,4\text{ V}. \end{aligned}$$

Del circuito equivalente de la figura 2(b), tenemos:

$$V_{GS} = -R_1 I_D = -2\text{ k}\Omega I_D. \tag{c}$$

Reemplazando la ecuación (a) en (c), tenemos:

$$V_{GS} = -\,2\text{ k}\Omega\ I_{DSS}\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right]^2 = -\,2\times 10\left[1 + \frac{V_{GS}}{4}\right]^2 = \frac{-\,20}{16}[16 + 8V_{GS} + V_{GS}^2]$$
.

Simplificando:

$$-\,0.8V_{GS} = [16 + 8V_{GS} + V_{GS}^2].$$

Ordenando la ecuación cuadrática, nos queda:

$$V_{GS}^2 + 8.8V_{GS} + 16 = 0.$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= \frac{-\,8.8 \pm \sqrt{(8.8)^2 - 64}}{2} = -\,4.4 \pm 1.83, \\ V_{GS1} &= -\,2.566\text{ V y } V_{GS2} = -\,6.23\text{ V}. \end{aligned}$$

En la región activa $V_{GS} > V_{GS(corte)}$; por lo tanto, elegimos:

$$V_{GS} = V_{GS1} = -2.566\text{ V}.$$

De la ecuación (c) despejamos la corriente de drenaje y la calculamos:

$$\begin{aligned} I_D &= \frac{V_{GS}}{2\text{ k}\Omega} = \frac{2.56}{2\text{ k}\Omega} = 1.28\text{ mA} \\ &= 1.28\text{ mA}. \end{aligned}$$

Para calcular el voltaje V_{DS} aplicamos la LVK a la malla externa del circuito, despejamos V_{DS} y reemplazamos valores:

$$V_{DS} = V_{DD} - R_D I_D - (R_1 + R_2) I_D = 10 - 5 \times 1.28 - 3 \times 1.28 = -\ 0.24\ \text{V}.$$
$$= -\ 0.24\ \text{V}.$$

De acuerdo con estos resultados el transistor JFET no está en la región de saturación. En consecuencia, el transistor está polarizado en la región óhmica y se comporta como una resistencia con un voltaje $v_{GS} \geq V_{GS(corte)}$ y $0 < V_{DS} < V_{GS} - V_F$, donde $V_p = -V_{GS(corte)}$. Reemplazando el transistor JFET por su modelo en la región óhmica, obtenemos el circuito de la figura 2(c) donde la corriente del drenaje en la región óhmica está definida por la ecuación (d):

$$I_D = K[2(V_{GS} - V_p)V_{DS} - V_{DS}^2], \qquad \text{(d)}$$

con:

$$K = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}.$$

Del circuito de la figura 2(c), tenemos:

$$V_{GS} = -\ R_1 I_D = -\ 2\ \text{k}\Omega I_D. \qquad \text{(e)}$$

De la malla externa:

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R_D + R_1 + R_2} = \frac{10 - V_{DS}}{8\ \text{k}\Omega}. \qquad \text{(f)}$$

Reemplazando la ecuación (f) en (e), obtenemos:

$$V_{GS} = -\frac{10 - V_{DS}}{4}. \qquad \text{(g)}$$

Reemplazando la ecuación (d) en (e), nos da:

$$\begin{aligned} V_{GS} &= -(2\ \text{k}\Omega)K[2(V_{GS} - V_p)V_{DS} - V_{DS}^2] \\ &= -\frac{20}{16}[2(V_{GS} - V_p)V_{DS} - V_{DS}^2]. \end{aligned} \qquad \text{(h)}$$

Reemplazando la ecuación (g) en (h), tenemos:

$$\begin{aligned} -\frac{10 - V_{DS}}{4} &= -\frac{10}{8}\left[2\left(4 - \frac{10 - V_{DS}}{4}\right)V_{DS} - V_{DS}^2\right] \\ &= -\frac{10}{8}\left[\left(8 - \frac{10 - V_{DS}}{2}\right)V_{DS} - V_{DS}^2\right]. \end{aligned}$$

Reduciendo términos semejantes y ordenando la ecuación anterior, nos queda:

$$V_{DS}^2 - 6.4V_{DS} + 4 = 0.$$

Resolviendo la ecuación cuadrática:

$$V_{DS} = \frac{6.4 \pm \sqrt{(6.4)^2 - 16}}{2} = \frac{6.4 \pm 5}{2} = 3.2 \pm 2.5 \text{ V}.$$

De los dos valores posibles de V_{DS}, 0.7 y 5.7 V, elegimos el que cumple la condición $0 < V_{DS} < V_{GS} - V_P$, o sea:

$$V_{DS} = 0.7 \text{ V}.$$

La corriente de dren la calculamos de la ecuación (i):

$$I_D = \frac{10 - V_{DS}}{8 \text{ k}\Omega} = \frac{10 - 0.7}{8 \text{ k}\Omega} = 1.16 \text{ mA}$$

$$= 1.16 \text{ mA}. \qquad \text{(i)}$$

El voltaje V_{GS} lo determinamos de la ecuación (e):

$$V_{GS} = -R_1 I_D = -2 \times 1.16 = -2.32 \text{ V}.$$

Verificamos si el valor de $V_{DS} = 0.7$ cumple la condición $0 < V_{DS} < 4 - 2.32 = 1.68$ y vemos que sí cumple.

En consecuencia, el transistor JFET está polarizado en la región óhmica, con:

$$I_D = 1.16 \text{ mA} \text{ y } V_{DS} = 0.7 \text{ V}.$$

La resistencia equivalente en el modelo del transistor es:

$$R_{DS} = \frac{V_{DS}}{I_D} = \frac{0.7}{1.16 \text{ mA}} = 603\ \Omega.$$

c. Falso. El transistor no está en la región de corte porque la corriente de drenaje es diferente de 0.
d. Falso. El voltaje V_{DS} no se puede suponer igual a la tercera parte del voltaje de la fuente como en el diseño de circuitos de polarización. Hay que calcularlo.

8. El transistor efecto de campo de juntura (JFET) del circuito de la figura 3 tiene las siguientes características: $I_{DSS} = 10$ mA y $V_{GS(corte)} = -4$ V. ¿Cuáles son los valores de las resistencias R_1 y R_2 para que el transistor esté polarizado en la región de saturación con $I_D = 1.5$ mA y $V_{DS} = 3$ V?:

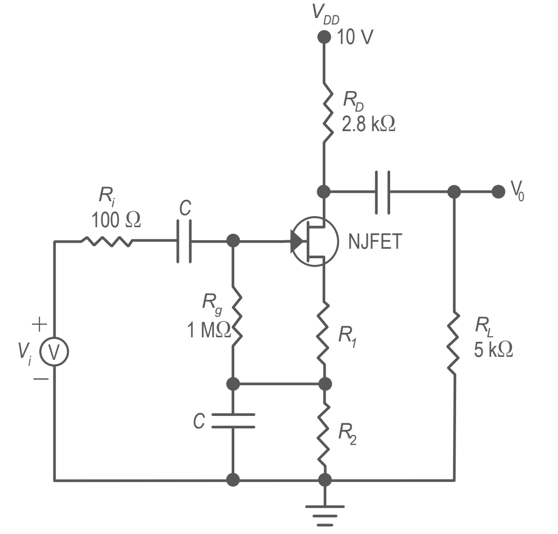


Figura 3. Circuito amplificador en fuente común.

a. $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$ y $R_2 = 866\ \Omega$.
b. $R_1 = 1866\ \Omega$ y $R_2 = 0$.
c. $R_1 = 1633\ \Omega$ y $R_2 = 1233\ \Omega$.
d. $R_1 = 1633\ \Omega$ y $R_2 = 233\ \Omega$.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. No podemos calcular el valor de $(R_1 + R_2)$ y después elegir arbitrariamente los valores de R_1 y R_2.
b. Falso. Calculó mal la resistencia R_1 y, en consecuencia, R_2 también está mal calculada.
c. Falso. La resistencia de carga R_L no se tiene en cuenta en el análisis de corriente directa.
d. Verdadero. Para calcular las resistencias R_1 y R_2 planteamos la malla externa del circuito y reemplazamos valores, asi:

$$V_{DD} - V_{DS} - R_D I_D - (R_1 + R_2) I_D = 0,$$
$$10 - 3 - 2.8\ \text{k}\Omega \times 1.5\ \text{mA} - (R_1 + R_2)1.5\ \text{mA} = 0.$$

Despejando $(R_1 + R_2)$, tenemos:

$$R_1 + R_2 = \frac{2.5}{1.5\text{ mA}} = 1.866.67\ \Omega.$$

Como el transistor está en la región de saturación, la corriente de drenaje está determinada por la siguiente ecuación:

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right)^2.$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$1.5\text{ mA} = 10\text{ mA}\left[1 + \frac{V_{GS}}{4}\right]^2 = \frac{10\text{ mA}}{16}[16 + 8V_{GS} + V_{GS}^2].$$

Simplificando:

$$2.4 = [16 + 8V_{GS} + V_{GS}^2].$$

Ordenando la ecuación, nos queda:

$$V_{GS}^2 + 8V_{GS} + 13.6 = 0.$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos:

$$V_{GS} = \frac{-8 \pm \sqrt{(8)^2 - 54.4}}{2} = -4 \pm 1.55,$$

$$V_{GS1} = -2.45\text{ V y } V_{GS2} = -5.55\text{ V}.$$

En la región activa $V_{GS} > V_{GS(corte)}$; luego elegimos:

$$V_{GS} = V_{GS1} = -2.45\text{ V}.$$

Del circuito tenemos que:

$$V_{GS} = -R_1 I_D.$$

Despejando R_1:

$$R_1 = -\frac{V_{GS}}{I_D} = \frac{2.45}{1.5\text{ mA}} = 1.633.33\ \Omega.$$

Como $R_1 + R_2 = 1.866.67\ \Omega$, los valores de las resistencias son:

$R_1 = 1.633\ \Omega$ y $R_2 = 233\ \Omega$.

9. Teniendo en cuenta el circuito de la figura 3 y los valores de R_1 y R_2 calculados en el numeral 8, ¿cuál es el valor del voltaje de salida $v_0(t)$ si $v_i(t) = 10 \cos(\omega t)$ mV?:

   a. $v_0(t) = 36.47 \cos(\omega t - 180^\circ)$ mV.
   b. $v_0(t) = 10.27 \cos(\omega t - 180^\circ)$ mV.
   c. $v_0(t) = 8.75 \cos(\omega t - 180^\circ)$ mV.
   d. $v_0(t) = 8.75 \cos(\omega t)$ mV.

Comentarios a las respuestas

a. Falso. El voltaje de entrada v_{gs} no es igual al de la fuente $v_i = 10$ mV.
b. Falso. Utilizó el valor de la transconductancia g_{m0} para $V_{GS} = 0$ y no la g_m correspondiente al voltaje V_{GS} del circuito.
c. Verdadero. De acuerdo con el numeral 8, el circuito de la figura 3 queda como la figura 4, donde el transistor efecto de campo JFET tiene las siguientes características:

$I_{DSS} = 10$ mA, $V_{GS(corte)} = -4$ V.

y el punto de polarización es $I_D = 1.5$ mA y $V_{DS} = 3$ V.

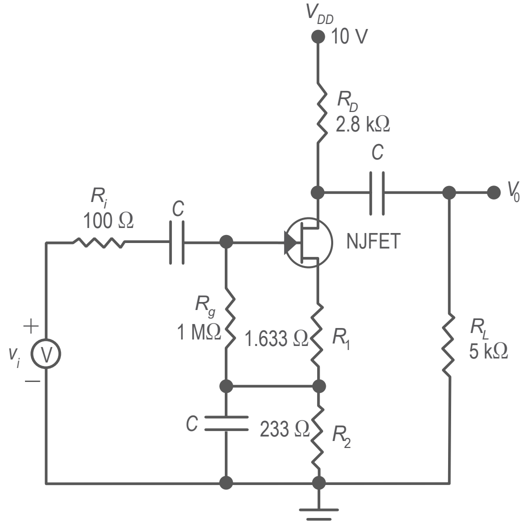


Figura 4. Circuito amplificador en fuente común con los valores de R_1 y R_2 calculados en el numeral 8.

Para calcular el voltaje de salida $v_0(t)$ consideramos el circuito equivalente en corriente alterna, mostrado en la figura 5.

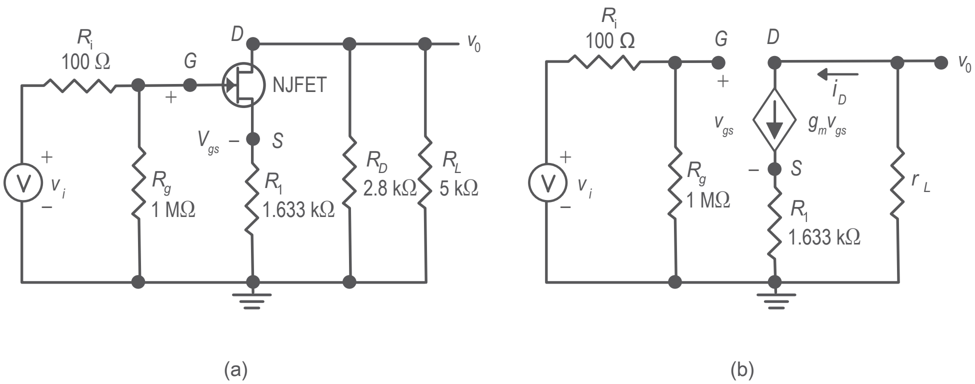


Figura 5. (a). Circuito del amplificador en corriente alterna; (b). Circuito equivalente con el modelo del JFET en corriente alterna.

La transconductancia del JFET está determinada por:

$$g_m = g_{m0}\left[1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS(corte)}}\right].$$

donde:

$$g_{m0} = -\frac{2I_{DSS}}{V_{GS(corte)}} = -\frac{2 \times 10 \text{ mA}}{-4} = 5 \text{ ms}.$$

Luego:

$$g_m = 5 \text{ ms}\left[1 - \frac{2.45}{4}\right] = 1.94 \text{ ms}.$$

Del circuito mostrado en la figura 5(b) tenemos que el voltaje de salida es:

$$v_0 = -g_m v_{gs} r_L,$$

donde:

$$r_L = \frac{R_D R_L}{R_D + R_L} = \frac{2.8 \times 5}{2.8 + 5} \text{ k}\Omega = 1.8 \text{ k}\Omega.$$

Como la resistencia $R_g \gg R_i$, el voltaje a través de la resistencia R_g es aproximadamente igual a v_i; por lo tanto:

$$v_{gs} = v_i - R_1 I_D = v_i - R_1 g_m v_{gs}.$$

Despejando v_{gs}, tenemos:

$$v_{gs} = \frac{v_i}{1 + R_1 g_m} = \frac{10 \text{ mV}}{1 + 1.63 \times 1.94} = 2.4 \text{ mV}.$$

Reemplazando en la ecuación (h), obtenemos:

$$v_0 = -g_m v_{gs} r_L = 1.94 \times 2.4 \times 1.88 \times 10^{-3} = -8.75 \text{ mV},$$
$$v_0(t) = 8.75 \cos(\omega t - 180^\circ) \text{ mV}.$$

d. Falso. El voltaje de salida está invertido 180º.

Ude@

Educación a distancia

Para ser, saber y saber hacer