



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**INTERACCIONES DE UN COLECTIVO DE ESTUDIANTES—CON—EDMODO®
AL FACTORIZAR POLINOMIOS RELACIONADOS CON EL FACTOR COMÚN,
DIFERENCIA DE CUADRADOS Y TRINOMIOS**

Autor

JAIME ALBERTO MEJÍA BETANCUR

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Apartadó, Colombia

2021



**INTERACCIONES DE UN COLECTIVO DE ESTUDIANTES—CON—
EDMODO® AL FACTORIZAR POLINOMIOS RELACIONADOS CON EL
FACTOR COMÚN, DIFERENCIA DE CUADRADOS Y TRINOMIOS**

JAIME ALBERTO MEJÍA BETANCUR

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Educación, en la línea de Educación Matemática

Asesores:

EDISON ALBERTO SUCERQUIA VEGA

Doctor en educación: Línea de Formación en Educación Matemática

DAVID FERNANDO MÉNDEZ VARGAS

Magíster en Educación: Línea de Formación en Educación Matemática

Línea de Investigación: Educación Matemática

Grupo de Investigación:

EDUMATH

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Apartadó, Colombia

2021

A mis queridos padres, Nora y Ramiro

A mi amada esposa Viviana

Agradecimientos

En general, terminar la maestría es un gran paso en mi carrera docente, un logro académico que en este momento de mi vida tiene un significado enorme, lograrlo ha requerido tiempo, esfuerzo y dedicación. Sin embargo, en este largo camino no he estado sólo, han estado presentes muchas personas, que han apoyado de forma directa o indirecta, muchas gracias a cada una de ellas.

Les agradezco infinitamente al Doctor Edison Alberto Sucerquia Vega y al Magister David Fernando Méndez Vargas, por ser mis guías durante estos arduos semestres de trabajo en la construcción de este proyecto, por estar allí siempre con la palabra precisa en el momento justo, por su paciencia y dedicación.

Infinitos agradecimientos al Doctor Carlos Mario Jaramillo López y al Doctor Pedro Vicente Duarte, por creer en el Urabá y traer la maestría en educación de la mano de su grupo de investigación EDUMATH; por hacerme sentir parte del grupo, por el apoyo y, sobre todo, por brindarme la oportunidad de realizar la maestría, que me fue esquiva por mucho tiempo.

Les agradezco a todos los profesores que estuvieron en este camino, me brindaron las bases teóricas para consolidar mi estudio, sus aportes precisos, sugerencias, preguntas y recomendaciones me permitieron construir lo que en este escrito les presento.

Un agradecimiento especial al señor Guillermo José Cardona Moreno y al señor Jorge Humberto Moreno, rectores de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, quienes desde el comienzo de esta investigación me apoyaron con los espacios pertinentes y los medios tecnológicos necesarios para llevarla a cabo; a mis estudiantes, por hacer parte del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®; por participar activamente, con motivación, responsabilidad y entusiasmo, en el desarrollo de las actividades. Sin su presencia, no hubiese sido posible culminar mi investigación.

Por último, y no siendo menos importante, le agradezco con el alma y el corazón a mi esposa, por apoyarme en todo momento, por entender que “no tenía tiempo para nada”, por estar allí con

su consejo, su punto de vista y sobre todo con su amor incondicional. A mí gran amiga Tatiana Castro, por ayudarme en los momentos más críticos y en general, a mis colegas y amigos, quienes durante todo este camino entendieron su importancia y me apoyaron de diferentes maneras para que pudiera lograr esta meta tan anhelada.

¡Muchas gracias a todos!

Resumen

El presente trabajo de investigación se desarrolló en la institución Educativa Eduardo Espitia Romero del municipio de Necoclí, con los estudiantes de la media académica. La institución, utiliza como medio tecnológico para el acompañamiento de los procesos educativos la plataforma Edmodo®. Sin embargo, no era clara la manera como los estudiantes hacían uso de este medio en el proceso académico, especialmente en el área de matemáticas; además, al momento de llegar los estudiantes a la media académica, se evidencia que presentan algunas dificultades para resolver situaciones que implican factorizar polinomios, es por ello, que esta investigación pretende solucionar dichas dificultades haciendo uso de este tipo de ambientes virtuales.

Ubicando la investigación en el contexto de la educación virtual en el campo de las matemáticas, se identifica el constructo teórico humanos—con—medios, el cual, reconoce que los medios y los humanos constituyen una unidad pensante que permite la producción de conocimiento matemático. Desde esta perspectiva, el presente estudio centra su atención en esclarecer la manera como interactúa un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® para abordar la factorización de polinomios y analizar dichas interacciones para comprender este fenómeno desde su contexto real.

Reconociendo que, cuando se hacen uso de plataformas educativas en la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, el proceso de interacción es un fenómeno complejo, ya que, dichas plataformas permiten múltiples acciones recíprocas y que los estudiantes tienen diversas alternativas para acceder a recursos, herramientas, entre otras posibilidades de interacción. Por lo tanto, se emplea un método investigativo que pretende describir las características de este objeto de estudio, considerando como pertinente un estudio de casos intrínseco, con el cual, se pueda responder a los propósitos investigativos y establecer conclusiones que conlleven a realizar aportes en este campo.

Al culminar el tratamiento de los datos desde un enfoque cualitativo, se confirma que las interacciones son un componente fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje que se orientan a través de medios, como lo es la plataforma Edmodo®; la investigación logró evidenciar algunas interacciones predominantes al trabajar con la factorización dentro de un colectivo pensante, interacciones que pueden ser utilizadas para continuar procesos investigativos en el

mismo contexto institucional o en situaciones que contengan similares características a las del presente estudio o en otros conceptos matemáticos y mediados a través de plataformas educativas.

Palabras claves: Interacciones, humanos—con—medios, estudiantes—con—Edmodo®, factorización, Edmodo®.

Abstract

This research work is developed with the students of the academic mean belonging to the Eduardo Espitia Romero Educational Institution of the municipality of Necoclí. The institution uses the Edmodo® platform as a technological means to monitor educational processes. However, it is not clear how students make use of this medium in the academic process, especially in the area of mathematics; Furthermore, when students reach the academic mean, it is evident that they present some difficulties solving situations that involve factoring polynomials, which is why this research pretends to solve these difficulties using this type of virtual environment.

Locating the research in the context of virtual education in the field of mathematics, the Human — with — means theoretical construct is identified, which recognizes that the means and humans constitute a thinking unit that allows the production of mathematical knowledge. From this perspective, the present study focuses the attention on clarifying the way in which a group of Students-with-Edmodo® interacts to approach the factorization of polynomials and analyze the interactions to understand this phenomenon of this real context.

Recognizing that, when educational platforms are used in the teaching and learning of mathematical concepts, the interaction process is a complex phenomenon, because these platforms allow multiple reciprocal actions and the students have different alternatives to access resources, tools, among other possibilities of interaction. Therefore, an investigative method is used that pretends to describe the characteristics of this object of study, considering pertinent an intrinsic case study, with which it is possible to respond to the investigative purposes and establish conclusions that lead to making contributions in this field.

Upon completion of the data treatment from a qualitative approach, it is confirmed that interactions are a fundamental component in the teaching and learning processes that are oriented through media, such as the Edmodo® platform; The research managed to show some predominant interactions when working with factoring within a thinking group, interactions that can be used to continue investigative processes in the same institutional context or in situations that contain similar characteristics to those of the present study or in other mathematical concepts and mediated through educational platforms.

Keywords: Interactions, technological means, humans — with — media, students — with — Edmodo®, factorization of polynomials, Edmodo® platform.

Tabla de contenido

	Pág.
Resumen.....	6
Abstract.....	8
Introducción.....	19
Capítulo I Contextualización del estudio.....	22
1.1. Ubicación geográfica de la investigación.....	22
1.2. Una mirada desde los documentos rectores de matemáticas.....	24
1.2.1. Lineamientos curriculares de matemáticas.....	24
1.2.1.1. Pensamiento numérico.....	24
1.2.1.2. Pensamiento espacial y sistemas geométricos.....	25
1.2.1.3. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.....	25
1.2.2. Lineamientos curriculares en nuevas tecnologías y currículo de matemáticas.....	25
1.2.3. Estándares básicos de competencias en matemáticas.....	26
1.2.4. Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas.....	27
1.3. Antecedentes.....	28
1.3.1. Referentes asociados a la factorización de polinomios.....	28
1.3.2. Referentes asociados al constructo de humanos—con—medios en educación matemática.....	30
1.3.3. Referentes asociados a la implementación de Edmodo® en el aula.....	31
1.4. Formulación del problema.....	33
1.4.1. Dificultades para factorizar expresiones algebraicas.....	33

1.4.2. Tiempo vs malla curricular	38
1.4.3. Dificultades para trabajar en jornada extra-clase	39
1.5. Pregunta de investigación	40
1.6. Objetivos	41
1.6.1. Objetivo general.....	41
1.6.2. Objetivos específicos	41
Capítulo II Referentes teóricos	43
2.1. Constructo teórico de humanos—con—medios	43
2.2. Interacciones en educación virtual.....	50
2.3. Aprendizaje colectivo	53
2.4. Conocimiento matemático	55
2.4.1. La factorización de polinomios.....	57
2.4.2. Recuento histórico e importancia de la factorización de polinomios	58
2.4.3. Enseñanza de la factorización.....	62
2.4.4. Dificultades presentadas por los estudiantes al momento de factorizar polinomios	74
2.5. Plataforma Edmodo®	75
Capítulo III Metodología	79
3.1. Enfoque de la investigación.....	79
3.2. Instrumentos de recolección de datos	84
3.3. Participantes.....	85

3.4. Diseño de actividades	86
3.4.1. Etapa 1: Diagnóstico	86
3.4.2. Etapa 2: Desarrollo de la intervención	87
3.5. Actividades	88
3.5.1. Actividad 1: conceptualización	89
3.5.2. Actividad 2: explicación del tema mediante vídeos	89
3.5.3. Actividad 3: realización de ejercicios	90
3.5.4. Actividad 4: retroalimentación	90
3.6. Análisis de la información	90
3.6.1. Categorización de las interacciones	91
3.7. Cronograma.....	92
Capítulo IV Resultados y análisis.....	94
4.1. Conformación del colectivo.....	94
4.2. Diagnóstico	95
4.3. Descripción de interacciones entre estudiantes y factorización.....	99
4.3.1. Factor común.....	100
4.3.1.1. Actividad uno: contextualización.....	100
4.3.1.2. Actividad dos: explicación por vídeos.	103
4.3.1.3. Actividad tres: realización de ejercicios.	106
4.3.1.4. Actividad cuatro: retroalimentación.....	111

4.3.2. Diferencia de cuadrados perfectos	112
4.3.2.1. Actividad uno: contextualización.....	113
4.3.2.2. Actividad dos: explicación por vídeos.	116
4.3.2.3. Actividad tres: realización de ejercicios.	118
4.3.2.4. Actividad cuatro: retroalimentación.....	120
4.3.3. Factorización de trinomios	122
4.3.3.1. Actividad uno: contextualización.....	123
4.3.3.2. Actividad dos: explicación por vídeos.	125
4.3.3.3. Actividad tres: realización de ejercicios.	128
4.4. Categorías de análisis.....	132
4.4.1. Interacciones con los medios tecnológicos	132
4.4.2. Interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.....	142
4.4.3. Tiempo en que se dan las interacciones	152
4.5. Apropiación de la factorización al interior de un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.....	155
Capítulo V Conclusiones	166
5.1. Consecución de los objetivos.....	166
5.2. Dificultades en la factorización de polinomios desde un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.....	170
5.3. Dificultades en el trabajo con Edmodo®.....	171

5.4. Contribuciones en el marco de la educación matemática	172
5.5. Futuros temas de investigación.....	173
Referencias bibliográficas.....	175
Anexos	180
Anexo A. Presentación de los casos de factorización.....	180
Anexo B. Enlaces de los vídeos tomados de YouTube	183

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1. Diagnóstico sobre factorización	96
Tabla 2. Estructura de la entrevista	155
Tabla 3. Entrevista 1	156
Tabla 4. Entrevista 2	157
Tabla 5. Entrevista 3	157
Tabla 6. Entrevista 4	158
Tabla 7. Entrevista 5	159

Lista de imágenes

	Pág.
Imagen 1. Dificultad al momento de emplear la factorización	34
Imagen 2. Dificultad en reconocer el caso de factorización	34
Imagen 3. Dificultades algebraicas	35
Imagen 4. Dificultad en reconocer el caso de factorización al solucionar la identidad trigonométrica	35
Imagen 5. Otro caso de dificultad	36
Imagen 6. Ecuación de segundo grado	59
Imagen 7. Procedimiento 1	60
Imagen 8. Procedimiento 2	60
Imagen 9. Procedimiento 3	60
Imagen 10. Resumen del diseño de las actividades	86
Imagen 11. Interacciones	91
Imagen 12. Configuración grupo plataforma Edmodo®	95
Imagen 13. Foro.....	101
Imagen 14. Presentación power point	101
Imagen 15. Interacción de estudiantes	102
Imagen 16. Interacción de los miembros del colectivo	102
Imagen 17. Vídeos enlace de YouTube	103
Imagen 18. Vídeo participación estudiante	104
Imagen 19. Ejercicio 1 propuesto para estudiantes	107
Imagen 20. Ejercicio 2 propuesto para estudiantes	107
Imagen 21. Solución de ejercicio estudiante Susana	108
Imagen 22. Observación de la solución del ejercicio de la estudiante Susana.....	108

Imagen 23. Solución de ejercicio estudiante Candy.....	109
Imagen 24. Observación 1 de la solución del ejercicio de la estudiante Candy.....	109
Imagen 25. Observación 2 de la solución del ejercicio de la estudiante Candy.....	110
Imagen 26. Actividad retroalimentación 1	111
Imagen 27. Actividad contextualización 1	113
Imagen 28. Foro 2.....	113
Imagen 29. Foro 3.....	114
Imagen 30. Foro 4.....	115
Imagen 31. Actividad 2: Explicación de vídeos.....	117
Imagen 32. Foro 5.....	117
Imagen 33. Ejercicios	118
Imagen 34 Solución del ejercicio de la estudiante Susana	119
Imagen 35. Solución del ejercicio del estudiante Miguel.....	120
Imagen 36. Retroalimentación 1	121
Imagen 37. Retroalimentación 2	121
Imagen 38. Contextualización.....	123
Imagen 39. Foro 6.....	124
Imagen 40. Foro 7.....	125
Imagen 41. Explicación por vídeos.....	126
Imagen 42. Foro 8.....	127
Imagen 43. Foro 9.....	128
Imagen 44. Ejercicios trinomios	129
Imagen 45. Ejercicio de trinomio resuelto por Camenza	129
Imagen 46. Ejercicio de trinomio resuelto por Miguel.....	130

Imagen 47. Ejercicio de trinomio resuelto por Susana	130
Imagen 48. Foro 10.....	133
Imagen 49. Explicación factor común.....	134
Imagen 50. Evidencia apoyo grupal.....	135
Imagen 51. Foro 11.....	137
Imagen 52. Foro 12.....	138
Imagen 53. Foro 13.....	139
Imagen 54. Foro 14.....	141
Imagen 55. Foro 15.....	142
Imagen 56. Foro 16.....	143
Imagen 57. Foro 17.....	144
Imagen 58. Foro 18.....	146
Imagen 59. Evidencia explicación	147
Imagen 60. Explicación del docente	147
Imagen 61. Evidencia ejercicio resuelto por el estudiante.....	148
Imagen 62. Evidencia 2 ejercicio resuelto por el estudiante.....	150
Imagen 63. Foro 19.....	151
Imagen 64. Evidencia de la participación de los estudiantes.....	152
Imagen 65. Evidencia de interacción de los estudiantes.....	153
Imagen 66. Evidencia retroalimentación de conocimientos entre los estudiantes	154
Imagen 67. Comparación 1 de ejercicios resueltos en la actividad inicial y en el curso factorización	162
Imagen 68. Evidencia del aprendizaje del estudiante	163
Imagen 69. Comparación 2 de ejercicios resueltos en el curso factorización	163
Imagen 70. Factorización de polinomios	164

Lista de abreviaturas

Abreviatura	Término
STEM	Science, Technology, Engineering y Mathematics, las cuales traducidas al español significan Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas.
TIC	Tecnologías de la Información y la Comunicación
EDMODO®	Plataforma educativa b-learning que permite el trabajo colaborativo entre estudiantes y docentes. www.edmodo.com
DANE	Departamento Administrativo Nacional de Estadística
DBA	Derechos Básicos de Aprendizaje
MEN	Ministerio de Educación Nacional de Colombia
FACEBOOK	Red social creada por Mark Zuckerberg en 2004

Introducción

En la actualidad existen diferentes objetos de estudio en lo que a educación matemática se refiere, lo cual permite una gran variedad de didácticas que buscan mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina, entre esta variedad podemos mencionar, la modelación matemática, la articulación de la metodología STEM, la integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en educación entre otras.

Este proceso investigativo nace desde mi práctica pedagógica como docente de matemáticas, al percibir que los estudiantes de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero del municipio de Necoclí, presentan dificultades en el área al cursar los grados de la media académica, mostrando algunas debilidades en el manejo de la factorización de polinomios, siendo esto un motivo por el cual, se les dificulta desarrollar las competencias en conceptos fundamentales de trigonometría y cálculo, limitando su desempeño en los conceptos propios de esos grados.

La presente investigación está relacionada con el campo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), ya que emplea diferentes herramientas tecnológicas tales como: la plataforma Edmodo®, tablets, computadores, Internet, lápiz, hojas, celulares, entre otras, a lo largo del proceso investigativo en el colectivo formado por estudiantes, docentes y Edmodo® que pretenden producir conocimiento matemático. Cabe anotar que, el estudio se realiza en un contexto virtual con estudiantes de los grados de la media académica, aunque el colegio en el cual, se lleva a cabo la investigación es presencial.

Aprovechando que la institución educativa buscaba generar un acercamiento entre el conocimiento matemático y los estudiantes mediado por las TIC, se integró la plataforma Edmodo® a sus herramientas virtuales desde hace 5 años aproximadamente. Esta búsqueda se da al ver que los estudiantes de la institución son “nativos digitales”, término que se emplea para denotar a los “jóvenes que han crecido inmersos en el hardware y el software” (Gardner y Davis, 2014, p. 8). Este trabajo con la plataforma se comienza como un intento por frenar la desidia de los estudiantes frente a las matemáticas, ya que para algunos de ellos son aburridas y monótonas, debido a que se enseñan desde la tiza y el tablero, lo que Palomino (2004) llama tecnología tradicional, y ellos son más de interacciones con la tecnología actual o moderna, es decir, están

familiarizados con las interacciones por medio de chats, vídeos, y redes sociales, por tanto, se presenta a estos “nativos digitales” una plataforma que integra los chats y las herramientas multimedia a la que están acostumbrados, pero en un entorno netamente académico, como se observará a lo largo de los próximos capítulos.

Por medio de la plataforma se busca facilitar el trabajo dentro de las matemáticas, incentivando su estudio de manera virtual e interactiva, pero a su vez, se pretende por medio de ella contrarrestar dificultades de tiempo y espacio a la hora de orientar los diferentes casos de factorización, dado que el tiempo de los estudiantes y la distancia entre las viviendas de ellos y el colegio es una limitante para profundizar los conceptos vistos en años anteriores.

A lo largo de la investigación se trabaja con un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, lo cual, lleva a elegir un marco teórico que aborde las interacciones entre las personas y los medios en la producción de conocimiento, siendo éste el constructo teórico *humans—with—media* (humanos – con – medios) cuya tesis principal expone que “el conocimiento es siempre producido por colectivos de *humanos—con—medios*” (Borba y Villarreal, 2005, p. 92).

Este constructo teórico brinda nociones de cómo la interacción entre humanos y medios permite reorganizar el pensamiento, aportando así comprensión, propuestas, respuestas y nuevas preguntas dentro del trabajo en las clases de matemáticas, en donde no se piensa en estudiante y en medio por separado, sino, como una unidad, indisoluble de *humanos—con—medios*.

En relación con la estructura del trabajo, este consta de cinco capítulos. En el primer capítulo, se realiza una contextualización de la investigación, se ofrece una ubicación geográfica para situar al lector en el contexto social y cultural donde se desarrolla la investigación y se hace una breve descripción del municipio, de la institución y de los estudiantes participantes. Además, se identifica el problema de investigación, se formula la pregunta y se plantean los objetivos a alcanzar en la misma, también se encuentran los antecedentes, donde se abordan investigaciones que trabajaron el mismo objeto matemático (factorización de polinomios), y otras que utilizaron la plataforma Edmodo®; por último, se presentan investigaciones que se realizaron bajo el marco teórico de *humanos—con—medios*.

En el segundo capítulo, se describen los referentes teóricos que soporta el presente trabajo, en donde se resaltan conceptos importantes para el desarrollo de este en su etapa de análisis, en primer lugar, se presenta el constructo teórico de humanos—con—medios; luego, se aborda el objeto matemático (la factorización de polinomios), desde su historicidad e importancia en el plan de estudios colombiano, hasta su estructura como tal, y por último, se aborda la plataforma Edmodo® con el fin de familiarizar al lector con ella y así se pueda comprender mejor el trabajo descrito en esta investigación.

El tercer capítulo, aborda la metodología seleccionada para alcanzar los objetivos de la investigación y así poder dar respuesta a la pregunta que motivó el presente trabajo, allí se describe la pertinencia del enfoque investigativo y el estudio de caso como método para desarrollarla, además, se expone el diseño de esta.

El cuarto capítulo, describe y presenta el análisis de las interacciones generadas al interior del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, entre los estudiantes, el objeto matemático, la plataforma y el docente, en pro de concebir el conocimiento matemático. Este análisis se presenta en forma progresiva, permitiendo entender las interacciones generadas en el colectivo cuando se aborda la factorización de polinomios.

En el quinto y último capítulo, se describen las conclusiones derivadas del trabajo investigativo; además, se realizan algunas consideraciones finales que intentan dejar abierta la posibilidad a futuras investigaciones en matemáticas, en donde se empleen colectivos de estudiantes—con—medios para producir conocimiento matemático, dejando algunas sugerencias para el trabajo con plataformas virtuales, destacando las ventajas y desventajas observadas en esta experiencia investigativa.

Finalmente, se anexan algunos registros que se recolectaron en el proceso investigativo y que pretenden dar claridad y soporte a algunas aseveraciones dadas a lo largo del escrito, es por ello, que son referenciados constantemente a lo largo del trabajo. Es importante mencionar que los datos son tomados de las interacciones generadas en la plataforma Edmodo®, por tanto, son imágenes de las diferentes actividades allí realizadas.

Capítulo I

Contextualización del estudio

“Ninguna investigación humana puede ser denominada ciencia si no pasa a través de pruebas matemáticas”

Leonardo Da Vinci

En este capítulo, se describe el contexto en el cual se realiza la investigación, en donde se puede apreciar la población a intervenir y las características de ella, también se encuentra un repaso sobre documentos rectores, tales como: Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Lineamientos Curriculares en Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, y los Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas.

De igual manera, en este capítulo, se realiza una descripción de investigaciones que antecedieron el presente trabajo y que tienen en común el objeto matemático, o el marco teórico o la plataforma Edmodo®, esto con el fin de entender los diferentes aportes que se han dado en educación en los tres tópicos que abarca esta investigación.

Luego de presentar el contexto de la investigación, se describen diferentes dificultades que se observan en los jóvenes de la media académica en lo referente a la factorización de polinomios, justificando así el problema de investigación y permitiendo plantear la pregunta y los objetivos de esta.

1.1. Ubicación geográfica de la investigación

El presente proceso investigativo, se llevó a cabo en el Municipio de Necoclí (Antioquia – Colombia), conformado por aproximadamente 62.365 habitantes (DANE, 2005) de los cuales 15.419 pertenecen a la población urbana y 46.946 a la rural con un índice de alfabetismo de un 76.8%, concentrado principalmente en la zona urbana. El principal sustento del municipio proviene del comercio, el transporte informal, el turismo y la pesca; el estrato socio económico de la mayoría de los habitantes del municipio es bajo, especialmente los habitantes de las veredas.

El estudio se lleva a cabo en la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, esta es de carácter oficial y cuenta con los niveles de educación básica, media y formación para adultos, distribuidos en sus cuatro sedes, dos urbanas y dos rurales; el trabajo investigativo se realiza en la

sede principal de la institución, la cual cuenta con una planta física con 26 salones y dos salas de sistemas, una para primaria y la otra para secundaria, ambas dotadas de vídeo beam, 30 computadores portátiles, dotados por el programa computadores para educar, y conexión a Internet, además, se cuenta con un equipamiento de tablets que se transportan a los salones de clase según la necesidad del docente.

La institución educativa atiende a una población de 1800 alumnos aproximadamente, matriculados en 45 grupos, de los cuales 20 están en la jornada de la mañana, 20 en la tarde y cinco en la jornada nocturna. La planta docente y directiva de la institución para la atención de sus alumnos está conformada por un rector, tres coordinadores, 63 docentes y 2 psico orientadores, además, cuenta con el apoyo de dos docentes del SENA quienes orientan las clases de las dos medias técnicas que ofrece la institución, una de ellas en medio ambiente y conservación de los recursos naturales y la otra en contabilidad.

Para la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero (INER), es importante la calidad académica y el desarrollo integral de sus estudiantes, por tanto, cuenta con siete proyectos educativos y/o culturales, los cuales son: Los Estudiantes del INER le Cantan a Colombia, Festival Deportivo Costeños Creativos, Festival de Danzas y Comparsas del INER, Congreso Nacional de Filosofía, Historias en inglés, el periódico institucional Informativo Estudiantil y Festival Lúdico Recreativo de las Matemáticas.

En la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, se vienen implementando el uso de las tecnologías en las actividades académicas, de acuerdo con el Plan Decenal de Educación (MEN, 2017), como medio para favorecer los procesos de aprendizaje, entre ellos, de conocimientos matemáticos. Además, se implementan herramientas tecnológicas que buscan desarrollar actividades de aprendizaje en espacios diferentes a los de la institución, con la participación de parte de la comunidad educativa. Sin embargo, faltan propuestas que permitan analizar cómo estas tecnologías son utilizadas por los estudiantes para la adquisición de conocimientos.

La población en la que se realiza la investigación son estudiantes de los grados de la media académica, los cuales se encuentran distribuidos en cuatro grupos, dos por cada grado, para un total de 150 estudiantes, de los cuales, para efectos de analizar la información se toman cinco de ellos, aunque a los 150 estudiantes se les propone las actividades propias de la investigación.

1.2. Una mirada desde los documentos rectores de matemáticas

En Colombia, se han producido una serie de documentos en cuanto a la educación matemática se refiere, dado que se ha buscado que dicha área del conocimiento se asimile de la mejor manera y permita el desarrollo de competencias útiles para la vida; es así que se originan los documentos que tomaremos como rectores para el presente trabajo, estos son: la serie de Lineamientos Curriculares, específicamente en matemáticas y en Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas; los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y El Plan Decenal de Educación.

1.2.1. Lineamientos curriculares de matemáticas

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son “puntos de apoyo y de orientación general y son un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción nacional, regional y local” (MEN. 1998, p. 2), además, los lineamientos buscan fomentar en los colegios tanto la investigación como la innovación, en la formación de los jóvenes estudiantes del país.

Estos lineamientos exponen las matemáticas escolares en cinco pensamientos, entendiendo como pensamiento matemático la habilidad de pensar y trabajar en términos de números o como lo menciona Chapman (2011), el pensamiento matemático es el tipo de pensamiento que ponemos en juego al hacer matemáticas; estos pensamientos son: numérico y sistemas numéricos, espacial y sistemas geométricos, métrico y sistemas de medidas, variacional y sistemas algebraicos y analíticos, y aleatorio y sistemas de datos. Para el desarrollo de esta investigación los pensamientos matemáticos que se abordan son el numérico, el espacial y sistemas geométricos y el variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

1.2.1.1. Pensamiento numérico.

Este pensamiento permite desarrollar habilidades y destrezas numéricas, en un sentido operacional; los estudiantes al trabajar en él adquieren la competencia para usar los números y realizar operaciones simples o complejas en su diario vivir.

El MEN (1998), citando a McIntosh (1992) menciona que:

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al usar los números con sus operaciones. (p.26)

A lo largo de esta investigación, se utilizan conceptos relacionados con este pensamiento, puesto que se realizarán operaciones matemáticas con números reales y se aplican propiedades como la distributiva al trabajar la factorización de polinomios.

1.2.1.2. Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Este pensamiento permite desarrollar “la inteligencia espacial” que, según Gardner (1998) en su teoría de las inteligencias múltiples, es esencial para desarrollar habilidades para el pensamiento científico, además, permite favorecer las interacciones entre lo intuitivo y lo abstracto, mediante el desarrollo de la capacidad de representar el espacio por medio de la geometría. Este pensamiento está relacionado con el estudio debido a que la factorización es un proceso que puede ser desarrollado a través del cálculo de áreas de figuras rectangulares, lo cual se pretende abordar con el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

1.2.1.3. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Este pensamiento brinda herramientas necesarias para que los estudiantes puedan ampliar conceptos y operaciones aprendidas en la aritmética, generalizándolos para formar una estructura algebraica, además, de desarrollar una perspectiva de la variación, los conceptos allí abordados pueden ayudar al estudiante a modelar el mundo que lo rodea a través de un lenguaje matemático y así llegar a soluciones numéricas de la vida real, pues en este es que se sitúa la factorización de polinomios, la cual, es el objeto de estudio de esta investigación.

1.2.2. Lineamientos curriculares en nuevas tecnologías y currículo de matemáticas

Este documento se origina en 1999, al observar la realidad nacional y el “nuevo orden mundial” y tiene como objetivo fundamental “la construcción de forma participativa de unas orientaciones para la incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas” (MEN, 1999, p. 11).

Estos documentos fundamentan la articulación de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, al respecto el MEN (1999) indica que:

Las nuevas tecnologías no sólo han hecho más fáciles los cálculos y la elaboración de gráficas, sino que han cambiado la naturaleza misma de los problemas que interesan a las matemáticas y los métodos que usan los matemáticos para la investigación. (p. 19)

Además, el MEN (1999) afirma que:

La tecnología está cambiando el modo de ver y estudiar las matemáticas y sus usos, ampliando el rango de sus posibilidades y, por lo tanto, se hace necesario que los estudiantes aprendan a utilizarla como herramienta para procesar información y en la investigación y resolución de problemas. (p. 20)

De lo anterior se puede decir que, estos lineamientos se ven reflejados, al igual que el pensamiento algebraico, en las actividades que se realizan a lo largo de la investigación, ya que, este proyecto busca analizar las interacciones que se presentan en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al momento de abordar la factorización de polinomios, siendo Edmodo® una plataforma b-learning (herramienta para la enseñanza tanto presencial como virtual) que a través de sus herramientas permite las interacciones entre los miembros del colectivo que ayudarán en el proceso de aprendizaje.

1.2.3. Estándares básicos de competencias en matemáticas

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas son publicados en el año 2006, estos surgen como estrategias para homologar el lenguaje entre las instituciones de educación básica y media, tanto públicas como privadas, buscando que se orienten los mismos aprendizajes de acuerdo con el grado de escolaridad de los estudiantes, además, con la premisa fundamental de mejorar los resultados académicos.

En relación con los Estándares, la presente investigación tiene en cuenta algunos de ellos para el desarrollo de las actividades y los temas que se deben estudiar según el grado que estén cursando los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, los cuales son:

- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.
- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.
- Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. (MEN, 1998, p. 35)

1.2.4. Derechos básicos de aprendizaje en matemáticas

En el 2015, el MEN publica lo que denominan “una nueva herramienta para docentes y padres de familia”, dicha herramienta la conforman los DBA, cuyo objetivo es garantizar que, sin importar el lugar de ubicación de la institución educativa dentro del territorio nacional, se orienten unos aprendizajes mínimos que garanticen que los jóvenes adquieran una base común de conocimientos.

Al igual que con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, la presente investigación tiene en cuenta las orientaciones dadas en los DBA y los conceptos mínimos que deben saber los estudiantes que forman parte del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® según el grado que se encuentren, los cuales son:

- Representa relaciones numéricas mediante expresiones algebraicas y opera con y sobre variables.
- Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y comparaciones entre expresiones algebraicas.
- Utiliza las propiedades de la equivalencia para realizar cálculos con números reales.
- Explica las respuestas y resultados en un problema usando las expresiones algebraicas y la pertinencia de las unidades utilizadas en los cálculos. (MEN, 2015, p. 24)

1.3. Antecedentes

En este apartado, se presenta un rastreo bibliográfico de algunas investigaciones que se realizaron abordando el mismo objeto de estudio, el mismo marco teórico, o que utilizaron la plataforma Edmodo® como medio para abordar el conocimiento en el aula de clases.

1.3.1. Referentes asociados a la factorización de polinomios

A partir del rastreo de documentos, se han encontrado autores como Ospina (2007), quien investigó sobre *La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en ingeniería de sistemas y telecomunicaciones de la universidad de Manizales*, en este estudio se concluye que “hay mayor comprensión en la docencia virtual en relación con la docencia presencial” (Ospina, 2007, p. 59). Lo anterior, hace pensar que el ambiente generado al interactuar en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, puede ser un medio en el cual se pueda abordar la factorización de polinomios en el contexto de la institución.

Arenas (2016) en su investigación: *Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de la factorización a través de las TIC* concluye que “el uso de herramientas tecnológicas ayuda a despertar el interés y la motivación en los estudiantes” (p. 59). Lo anterior según el autor, es importante, ya que, al contrastar su grupo experimental con el grupo de control, se notaba la diferencia a la hora de enfrentarse al conocimiento, puesto que la disposición era diferente, haciendo más visibles los conocimientos en factorización en el grupo experimental; partiendo del estudio de Arenas (2016), la presente investigación espera trascender del hecho de despertar el interés de los estudiantes, no sólo, se pretende despertar el interés, sino, abordar de una manera diferente a la tradicional la factorización dentro del colectivo de estudiantes.

Por su parte, Martínez y Gualdrón (2018) dan a conocer en su investigación: *Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes del grado noveno*, como es posible generar un cambio significativo en un grupo de estudiantes en torno al pensamiento variacional, mediante la utilización de las TIC en el aula de matemáticas. Por lo anterior, se espera que el presente trabajo dentro del colectivo genere algún cambio a la hora de afrontar la factorización de polinomios y así poder superar las dificultades que se presentan a la hora de trabajar con este concepto.

Hernández (2012), quien en su trabajo de investigación: *Las ventajas de los vídeos para aprender factorización con estrategias de aprendizaje cooperativo en octavo grado escolar*, describe que algunas de las ventajas de utilizar herramientas digitales como vídeos en la enseñanza de la factorización, es el mejoramiento académico de los estudiantes y que estos vídeos tienen la ventaja de ser diseñados por profesores que presentan el paso a paso de cómo se debe factorizar en cada caso, además de que los vídeos, según la autora, permiten generar debates y el intercambio de ideas al interior de un grupo de trabajo. Esta afirmación realizada por el autor brinda una base para que en la presente investigación se empleen los vídeos dentro del colectivo y así abordar la factorización de polinomios por medio de ellos en conjunto con otras herramientas.

Otros autores como Simanca, Abuchar y Velazco (2017), quienes en su investigación llamada *Las TIC y el aprendizaje de los trinomios* concluyen que el uso de las TIC son una alternativa para superar las dificultades con la factorización que se originan en las etapas iniciales del estudio del álgebra, pero recalcan que estas son un medio más no un fin, su uso no debe ser aislado, sino en un contexto apropiado, según los autores “interrelacione, conlleve a aprender, a reflexionar y a razonar” (p. 206). Lo mencionado anteriormente, permite intuir que el trabajo dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® puede ayudar a superar las dificultades asociadas a la factorización de polinomios que presentan los estudiantes de la media académica de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero.

Por su parte Valderrama (2015), en la tesis titulada *La tecnología como mediador en la enseñanza de la factorización de polinomios cuadráticos para grado octavo*, concluye que en los estudiantes se evidenció un aprendizaje significativo respecto del concepto de factorización de polinomios, fortalecido por conocimientos científicos, debido a la mediación de las TIC, puesto que se obtuvieron mejores resultados que en la enseñanza tradicional; el trabajo en un ambiente interactivo según el autor, “favoreció en los estudiantes la participación de su propio aprendizaje” (p. 108). Además, se logró estimular la motivación en cuanto a la factorización de polinomios. Partiendo de lo anterior, la presente investigación busca que el trabajo dentro del colectivo permita de cierta manera, modificar el conocimiento de los estudiantes respecto a la factorización de polinomios, que los estudiantes puedan factorizar un polinomio sin presentar mayores dificultades, y logren identificar el caso que se debe emplear para factorizar un polinomio determinado.

El autor Guerra (2018), en su trabajo investigativo denominado *Factorización con geometría a dos colores* concluye que los resultados de aprendizaje en los alumnos se evidenciaron en la forma de defender un “problema de factorización” (p. 20). Además, argumentó que el trabajo por medio de las TIC les permitió a los estudiantes llegar a un aprendizaje significativo, ya que ayudó a evitar que memorizaran los procesos de manera mecánica, lo cual, conllevaría a errores en el tema más adelante. Esta tesis es fundamental en la presente investigación porque aporta constructos teóricos que orientan a implementar herramientas virtuales en aula de clase, los cuales ayudan a que los estudiantes miembros del colectivo puedan mejorar su desempeño con la factorización de polinomio, mediante las interacciones que puedan surgir dentro del colectivo.

La autora Quinche (2019), en su trabajo de investigación llamado *Estrategias para el aprendizaje de la matemática mediante el uso de TIC en noveno grado*, también apoya la tesis de que el uso de las TIC en la enseñanza de la factorización permite a los estudiantes desarrollar su conocimiento, ya que les permite aprender a su propio ritmo, “siendo el aprendizaje más autónomo y significativo” (P. 71). Lo anterior, se podría ver reflejado en esta investigación en el sentido de que los estudiantes de manera autónoma puedan ir mejorando en su conocimiento sobre la factorización, a la hora que puedan, de manera libre y espontánea y sin estar sujetos a tiempos y espacios determinados.

Lo descrito anteriormente, permite creer que la mediación de las TIC, en este caso el trabajo de un colectivo pensante de estudiantes—con—Edmodo® puede ayudar a generar un cambio en el pensamiento variacional de los estudiantes intervenidos en la presente investigación, para que puedan superar las dificultades que poseen en la factorización de polinomios.

1.3.2. Referentes asociados al constructo de humanos—con—medios en educación matemática

En la tesis doctoral de Sucerquia (2016) “Interacción de un colectivo de humans—with—media en un curso de matemáticas a distancia virtual”, el autor concluye que, en un curso de educación a distancia virtual, se presentan constantemente acciones entre los miembros del colectivo, las cuales establecen conexiones relacionadas con la producción de conocimiento.

De igual manera, en sus conclusiones resalta la importancia de continuar estudios donde se observe la interacción de colectivos conformados por humanos—con—medios asociados a la educación matemática. Tomando en cuenta estas consideraciones, se hace pertinente este estudio para analizar las interacciones generadas al abordar la factorización en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

Por su parte Villa y Borba (2011) en su publicación “humans—with—media en la producción de conocimiento matemático. El caso de Geogebra®” llegan a la conclusión que, el usar medios tecnológicos es una manera de redimensionar la forma de producir conocimiento matemático en las aulas de clase.

Por otro lado, Villarreal (2012), describe en un artículo de investigación titulado *Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza*, cómo la introducción de la tecnología en los distintos niveles educativos implica desafíos para profesores, directivos y formadores de docentes; además, hace énfasis en que el trabajo con las TIC requiere de una pedagogía que esté en sintonía con dicho trabajo y este conjunto debe producir cambios curriculares.

Los aspectos anteriores, permiten considerar que el trabajo con los medios es una alternativa para redimensionar la forma de producir conocimientos y que, de igual manera, se pueden estudiar dichas producciones relacionadas con la factorización de polinomios, además de comprender que el aprendizaje de un conocimiento será producido en este contexto por la interacción entre humanos y medios, pero no de manera separada, sino, en una comunión, una simbiosis en donde parafraseando a Borba y Villarreal (2005) los humanos modifican a los medios y los medios modifican a su vez el pensamiento de los humanos.

1.3.3. Referentes asociados a la implementación de Edmodo® en el aula

Corrales y González (2015) en la investigación *Usos reales de la red social Edmodo® en una experiencia de enseñanza y aprendizaje en el área de lenguaje en el grado cuarto B de la Institución Educativa Suroriental de Pereira* concluye que:

La red social Edmodo® permite que se genere una interacción del docente y el estudiante o entre los mismos estudiantes, la cual permite a su vez tener un control de las actividades

planteadas, ya sea por parte del docente, los estudiantes y hasta los mismos padres de familia, lo cual facilita la recolección de la información que permite visualizar los avances y dificultades que estos estudiantes presentan. (p. 157)

Por su parte, Vázquez (2013) deja a modo de conclusión que el uso de una herramienta como Edmodo® mejora los indicadores de desempeño en las competencias que se trabajen, además, en palabras del autor “El uso escolar de las redes sociales acerca al alumnado a la realidad diaria y le insta a poder participar de forma activa en el proceso productivo” (Vázquez, 2013, p. 332).

De igual manera, Marín (2015) describe en su trabajo investigativo *Redes sociales Educativas: caso Edmodo® en Educación Secundaria* cómo este tipo de metodologías busca entre otros aspectos el facilitar a los estudiantes el mejoramiento académico, la minimización de dificultades en su aprendizaje en relación con sus ritmos o estilos y el apoyo a estudiantes que no pueden asistir a clase de manera constante; además, ofrece al docente la capacidad de explorar otras formas o metodologías de enseñanza que pueden apoyar positivamente su labor.

Por lo descrito anteriormente, se puede evidenciar que la red social Edmodo® puede facilitar la interlocución entre los miembros del colectivo que trabajan con ella y la factorización de polinomios, permitiendo mejorar las competencias en este tema y así poder tener un mejor desempeño en otros conceptos matemáticos que requieran de la factorización para su comprensión.

Del rastreo realizado, se puede mencionar que el presente trabajo investigativo es pertinente, ya que, realizando un estudio en el cual se permita la interacción entre los estudiantes con la factorización y entre los estudiantes con los estudiantes, en pro de superar las dificultades que se presentan con la factorizar, utilizando la plataforma Edmodo® como mediador para dichas interacciones, se podría superar las dificultades de índole algebraico de los estudiantes pertenecientes a la media académica en la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero. Cabe resaltar que, aunque se han realizado investigaciones en torno a la factorización de polinomios, otras con el marco teórico de humanos—con—medios y varias con la implementación de la plataforma Edmodo® como medio para complementar el trabajo dentro del aula, no se encontró ningún estudio que integre esos tres elementos, de la manera que se intenta llevar a cabo en esta investigación.

1.4. Formulación del problema

En la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, se percibe que los estudiantes al llegar a la media académica presentan falencias en el manejo algebraico, las cuales dificultan el desarrollo adecuado de las temáticas propias de estos grados, estas falencias se han intentado solucionar por medio de tareas para desarrollar en la casa, pero, por las condiciones socio culturales y económicas de los estudiantes no se logra avanzar mucho en dicho aspecto.

Es por lo anterior, que en este apartado se describe el problema matemático, dividido en tres tópicos, los cuales son: dificultades en el manejo algebraico, tiempo vs malla curricular y dificultades para trabajar en jornada extra-clase. También se enuncia la pregunta de investigación y los objetivos que direccionan el presente trabajo.

1.4.1. *Dificultades para factorizar expresiones algebraicas*

En la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, se ha evidenciado que los estudiantes llegan a los grados de la media académica con dificultades para afrontar la temática propia del grado, específicamente en los conceptos pertenecientes al tema de factorización de polinomios, ocasionando que los estudiantes no desarrollen las competencias necesarias para el grado en el que se encuentran, generando un atraso en el mismo. Además, si se piensa en los estudios universitarios de los estudiantes, la preocupación crece, ya que, el álgebra y específicamente la factorización de polinomios es importante para cursar algunas materias relacionadas con matemáticas en los primeros semestres de las universidades del país; por tanto, se requiere corregir tales vacíos y lograr que los jóvenes de la media académica alcancen las competencias necesarias y así llegar mejor preparados a una futura vida universitaria.

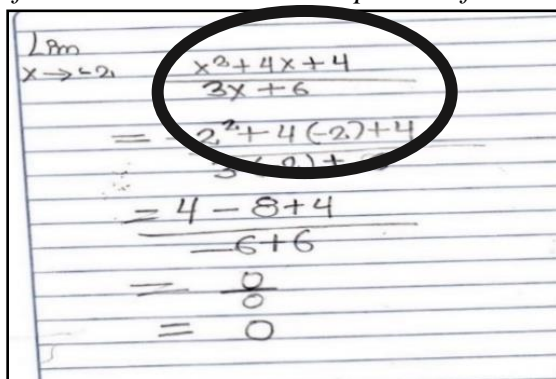
Según el plan de estudios de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, los conceptos relacionados con la factorización se orientan en el grado octavo en el pensamiento variacional, esto según los lineamientos curriculares; generalmente se orientan en el tercer periodo académico, en donde se comienza a explicar los productos y cocientes notables y luego los casos de factorización. En el grado noveno se hace un repaso de dichos casos de factorización en el primer periodo académico y en la media académica se utilizan como herramientas fundamentales para

resolver ejercicios de los principales temas de cada uno de estos grados, como, en la demostración de identidades trigonométricas o, en la solución de desigualdades y límites de funciones.

Las dificultades que se ha observado al momento de emplear la factorización son:

Imagen 1.

Dificultad al momento de emplear la factorización



$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{3x + 6} \\ = \frac{2^2 + 4(-2) + 4}{3(-2) + 6} \\ = \frac{4 - 8 + 4}{-6 + 6} \\ = \frac{0}{0} \\ = 0 \end{aligned}$$

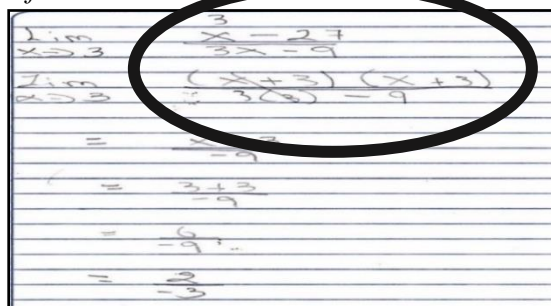
Fuente: Tomada de la prueba escrita sobre límites del 10 de agosto de 2018.

En este ejercicio se puede apreciar que el estudiante no reconoce que la expresión algebraica es factorizable, por tanto, busca dar una solución y procede a reemplazar la “x”. Se evidencia que el estudiante tiene una dificultad a la hora de comprender qué debe factorizar, no cae en cuenta que para solucionar el ejercicio debe simplificar la función racional, convirtiéndose esta en una de las primeras dificultades que se tratan en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

En la Imagen 2. se observa como el estudiante no reconoce el caso de factorización que debe utilizar:

Imagen 2.

Dificultad en reconocer el caso de factorización



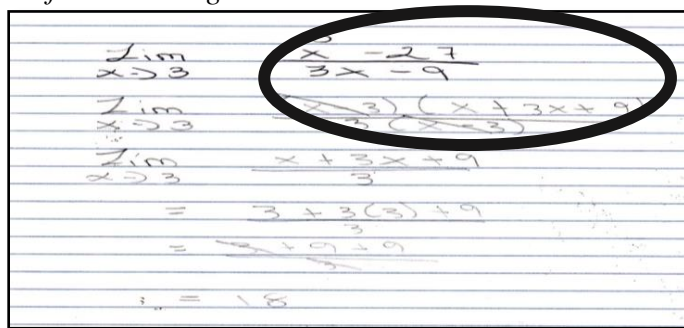
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 3x}{x + 3} \\ = \frac{(-3)^2 + 3(-3)}{-3 + 3} \\ = \frac{9 - 9}{0} \\ = \frac{0}{0} \end{aligned}$$

Fuente: Tomada de la prueba escrita sobre límites del 10 de agosto de 2018.

El estudiante confunde los casos de factorización, intenta factorizar un binomio empleando una diferencia de cuadrados perfectos, cuando el procedimiento que se debe utilizar es una suma o diferencia de cubos, además, simplifica de forma incorrecta las expresiones algebraicas, de ahí que, se pueda observar como el estudiante no diferencia entre un caso de factorización y otro.

Por otro lado, se encuentran dificultades algebraicas, en donde no se aplica bien el caso de factorización necesitado, miremos la imagen a continuación:

Imagen 3.
Dificultades algebraicas

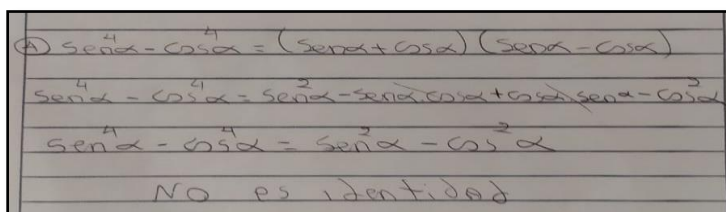


Fuente: Tomada de la prueba escrita sobre límites del 10 de agosto de 2018.

El estudiante no factoriza bien la suma o diferencia de cubos, ya que no eleva al cuadrado el primer término del segundo paréntesis, esto simplemente puede ser un error por omisión, al intentar realizar el ejercicio rápidamente o, puede ser un error conceptual, pero al observar los otros ejercicios realizados por el mismo estudiante, se observa que su error es conceptual, no interiorizó la estructura de este caso de factorización.

En esta imagen se puede apreciar que el estudiante no reconoce el caso de factorización que se debe aplicar a la hora de solucionar la identidad trigonométrica:

Imagen 4.
Dificultad en reconocer el caso de factorización al solucionar la identidad trigonométrica



Fuente: Tomada de la evaluación de identidades trigonométricas del 24 de julio de 2019.

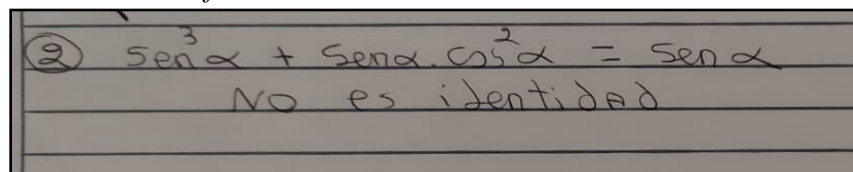
El estudiante, no identifica que se encuentra ante un ejercicio que requiere de la factorización de polinomios, no reconoce que la expresión a la izquierda del igual se puede factorizar mediante una diferencia de cuadrados perfectos, piensa que lo único que se puede factorizar son letras, especialmente la x, y, a y b.

El acto anterior, muestra que los estudiantes no alcanzaron a interiorizar la estructura de la factorización, que la ven como una fórmula que se debe aplicar en determinados ejercicios y previamente anunciados, pero, al encontrarse ante un caso de factorización en otro contexto algebraico no lo reconocen y por tanto no lo realizan.

Otro caso similar al anterior se puede apreciar en la siguiente imagen:

Imagen 5.

Otro caso de dificultad



② $\text{sen}^3 \alpha + \text{sen} \alpha \cdot \text{cos}^2 \alpha = \text{sen} \alpha$
NO es identidad

Fuente: Tomada de la evaluación de identidades trigonométricas del 24 de julio de 2019.

El estudiante mira el ejercicio y como no ve qué miembro de la identidad puede reemplazar mediante las identidades básicas, asume que la ecuación no es una identidad, por tanto, se evidencia que no reconoce que en el miembro de la izquierda se puede sacar un factor común y así poder demostrar la identidad. Si bien la dificultad parece que es en trigonometría, vemos que no es así, ya que en las identidades en donde no se presentan expresiones factorizables el desempeño es bueno, la dificultad aparece en las expresiones que deben ser factorizadas.

Se logra evidenciar, la falta de apropiación conceptual por parte de los estudiantes en el tema de la factorización es algo que vieron y aprendieron en el grado octavo, pero que al llegar a los grados superiores no aplican como es debido, es complejo para ellos reconocer dichos casos en diferentes contextos, por ende, es necesario volver a enseñar la factorización para poder avanzar en los temas de los grados que cursan.

A continuación, se muestra un resumen de las dificultades halladas en los estudiantes.

- Dificultad para identificar cuál caso de factorización emplear para hallar los factores de un polinomio determinado.
- Al momento de emplear el factor común, los estudiantes no factorizan completamente, pues, sólo hallan el factor común de la parte literal o de los coeficientes, pero difícilmente de ambos.
- Cuando se encuentran con una expresión como: $4a^2 - 36a$, no la solucionan, argumentando que no es factorizable, ya que, la parte literal del segundo término no posee un exponente par, en otras palabras, no identifican que dicha expresión se puede factorizar por otro caso que no sea la diferencia de cuadrados perfectos.
- A la hora de factorizar trinomios, no identifican cuando es un trinomio cuadrado perfecto o un trinomio diferente.
- Con frecuencia tienden a buscar los factores de un polinomio que se factorice mediante una suma o diferencia de cubos perfectos empleando el proceso de una diferencia de cuadrados perfectos.
- Si el polinomio necesita que se emplee dos casos de factorización para factorizarlo completamente, los estudiantes sólo lo hacen una sola vez, sin llegar encontrar todos los factores de este.
- Si el polinomio se factoriza mediante el factor común por agrupación de términos, la mayoría de las veces los estudiantes lo intentan con una agrupación, si esta no arroja un resultado positivo, sencillamente dicen que el polinomio no es factorizable.
- No identifican que la factorización es una estructura, por tanto, no solucionan ejercicios que lleven la factorización en un contexto que no sea algebraico y con las variables con las cuales están acostumbrados a trabajar.

Como se pudo apreciar en las líneas anteriores, los estudiantes al llegar a la media académica presentan algunas falencias en la conceptualización de la factorización, lo que provoca que tengan un rendimiento académico por debajo de lo esperado en su desarrollo académico, de ahí, qué se genera la necesidad de buscar estrategias que permitan el afianzamiento de estos conceptos sin dejar de ver los conocimientos propios de los grados de la media académica.

1.4.2. Tiempo vs malla curricular

Por las dinámicas internas de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, se puede decir, que en las clases de la media académica no hay tiempo suficiente para repasar la factorización de polinomios, ya que, en ese tiempo se debe acompañar el proceso de enseñanza que forman parte de la malla curricular del grado, haciendo difícil el trabajo con los temas de desigualdades y límites, entre otros, pues no sólo se debe acompañar a los estudiantes en dichos conceptos, sino, intentar que los jóvenes recuerden, reconozcan y apliquen los casos de factorización cuando sean necesarios.

En la media académica tenemos algunos temas como:

- La teoría de probabilidad.
- Trigonometría: Funciones trigonométricas, solución de triángulos, e identidades y ecuaciones trigonométricas.
- Geometría Analítica.
- Intervalos, valor absoluto y desigualdades con valor absoluto.
- Funciones.
- Límites de funciones.
- La derivada y sus aplicaciones.
- La integral y su aplicación para hallar el área bajo una curva.

Los temas antes mencionados se dividen en los dos años que tiene la media académica y se desarrollan en las 40 semanas de clases que tiene el año escolar. Para el diseño del plan de área, se parte del supuesto que los estudiantes ya conocen los conceptos que requieren para comprender los temas, por tanto, no se tiene un espacio que permita dedicar el tiempo suficiente para repasar un concepto como la factorización de polinomios, sin dejar de ver los temas mínimos obligatorios que se deben impartir en la media académica, por lo que, se considera pertinente buscar una estrategia que permita superar esta dificultad de espacio y tiempo.

1.4.3. Dificultades para trabajar en jornada extra-clase

Al ver que las clases no son suficientes, se piensa en proponer actividades de refuerzo que se realicen en un horario extra clase, pero estas no arrojaron el resultado esperado, pues, los estudiantes argumentan que en la casa no tienen a quién preguntarle sobre sus dudas y no tienen como superar los obstáculos que se les presentan y, lo que dificulta aún más la situación, es que la mayoría de los alumnos de los grados a intervenir son jóvenes que viven en veredas, algunas cercanas y otras más alejadas del casco urbano, lo cual, no permite que se acerquen con facilidad al colegio o donde compañeros que les puedan ayudar, siendo peor la situación en las temporadas de lluvia, en donde, para muchos es casi imposible salir de sus hogares, es por ello que, no se ha contemplado enseñar la factorización en contra jornada.

Por lo antes mencionado, los docentes del área de matemáticas, especialmente los de la media académica de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, se han planteado diferentes estrategias para abordar dichas dificultades, siendo una de ellas el trabajo con las nuevas tecnologías. Aunque el trabajo con ellas se ha limitado hasta el momento a emplearse como una herramienta más para escribir, sustituyendo el tablero y el marcador, por un vídeo beam y un computador, pero sin utilizar muchas de las posibilidades que la tecnología proporciona.

Cabe mencionar que la Internet posee una gran cantidad de herramientas para trabajar por fuera del aula, pero dicha opción no era utilizada en años anteriores, ya que algunos docentes de la institución presentaban dificultades para trabajar con medios tecnológicos, sólo desde hace 5 años se viene intentando el trabajo desde lo virtual, utilizando plataformas como Edmodo® y Chamilo¹ en diferentes áreas y grados, pero estas no han dado los frutos esperados, dado que no se han generado las interacciones necesarias para superar las dificultades antes mencionadas, siendo esta situación la que propicia nuestro problema a abordar.

Se espera que, la presente investigación, permita evidenciar que el trabajo desde la virtualidad facilita la responsabilidad de los estudiantes en el estudio de conceptos que se requieren para desempeñarse bien en un determinado grado, sacando el mayor provecho posible a las virtudes de

¹ Plataforma virtual e-learning utilizada por la institución. <http://chamiloiner.sinai.net.co/index.php>

la Internet y de los medios en general en cuanto a la educación matemática se refiere, por lo menos, en la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero.

1.5. Pregunta de investigación

En los apartados anteriores se han descrito las diversas dificultades que se contemplan en los conceptos expuestos, es en este sentido, donde el presente trabajo investigativo cobra importancia, pues, el objeto de estudio de esta investigación centra su atención en esclarecer la manera como interactúa un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® para abordar la factorización de polinomios y analizar dichas interacciones para comprender este fenómeno desde su contexto real.

La tecnología no es la única herramienta que se puede utilizar para producir el conocimiento, pero sí se retoma que nuestros estudiantes “nacieron con la internet”, y acudiendo a los autores Prensky (2011) o Gardner y Davis (2014) que los llaman “nativos digitales”, los docentes como agentes vitales en la educación deben intentar llegar a ellos por los medios que están más cercanos a sus intereses y así poder captar su atención, es decir, por medio de la tecnología. Los jóvenes actuales han nacido y crecido con la tecnología, su mundo es interactivo, visual y sobre todo virtual; es por ello, que se considera trabajar con las TIC en el aula, puesto que, es una manera diferente a la tradicional de abordar con los estudiantes un conocimiento desde un “lenguaje” natural para ellos y que no se les dificulta utilizar.

La tecnología brinda una infinidad de recursos que permiten al docente llevar un conocimiento al aula de clase, se tiene desde vídeos, aplicaciones, simuladores, entre otros medios tecnológicos que con seguridad facilitan la adquisición de conocimiento por parte de los estudiantes, pero para la presente investigación se elige trabajar con la plataforma Edmodo®, ya que, es un medio que acerca a los docentes al “lenguaje” utilizado por los estudiantes, haciendo que las clases sean acordes e inmersas en ese mundo virtual en donde ellos están cada vez más sumergidos; permitiendo así, una interacción entre estudiantes con estudiantes y estudiantes con docentes en tiempo real o de manera asincrónica, según sea la necesidad y las circunstancias, sin límites de espacio y tiempo, por medio de mensajes de texto tipo chat, además de permitir solucionar dudas instantáneas, ya que, soporta imágenes, vídeos y permite hacer uso de foros.

Es así como, se puede trabajar la factorización de polinomios con la plataforma, aprovechando las herramientas que tiene integrada a ella y profundizando en casos tales como, la factorización de trinomios, la diferencia de cuadrados perfectos, el factor común; aprovechando el tiempo de las clases para desarrollar las temáticas del grado a la par que se avanza en la factorización de polinomios. Es por lo anterior, que se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera interactúa un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al Factorizar polinomios, como factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios?

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo general

Analizar las interacciones que realiza un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al factorizar polinomios, como factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios.

1.6.2. Objetivos específicos

- Identificar las interacciones del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® que se realizan al factorizar polinomios, como factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios.
- Describir el proceso realizado por el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al factorizar polinomios, como factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios.

Por lo expresado en los párrafos anteriores, se puede decir que la importancia de este trabajo radica en la simbiosis entre la implementación de las herramientas tecnológicas en la forma de abordar las matemáticas y la manera como estas herramientas en unión con los estudiantes y el docente pueden producir un conocimiento matemático. Además, de ayudar a superar barreras de tiempo y espacio, que eventualmente se generan en las dinámicas de enseñanza que se produce al interior de la institución educativa, por tanto, en el siguiente capítulo se abordarán los referentes que dan sustento teórico a la presente investigación, teniendo en cuenta el constructo de humanos—con—medios, el cual, define que el conocimiento matemático es producido por las interacciones realizadas dentro de colectivos de humanos y no humanos como una unidad básica pensante, además, se definirá el concepto de interacción en educación virtual, el cual, hace alusión

a toda acción entre humanos y no humanos que busca modificar su pensamiento, también se expondrá la factorización de polinomios desde lo histórico, hasta lo procedimental, y finalmente se describirá la plataforma educativa Edmodo®, la cual, se implementa en la institución para intentar mejorar los procesos de enseñanza – aprendizaje.

Capítulo II

Referentes teóricos

“La práctica debe siempre ser edificada sobre la buena teoría”

Leonardo Da Vinci

Retomando el problema de investigación, el cual, está centrado en las dificultades para aprender la factorización de polinomios y aprovechando la utilización por parte de los estudiantes de la plataforma Edmodo®, se hace necesario presentar unos referentes que orienten el trabajo a través de la interacción del colectivo de estudiantes con los medios que utilizan en la clase, por tanto, se requiere de un referente teórico que permita establecer una relación entre los medios y los participantes y la manera en que ellos interactúan para abordar la factorización de polinomios, por ésta razón se considera pertinente el constructo teórico humanos—con—medios, además, se declara la definición de conocimiento matemático, se exponen los casos de factorización que se intervienen a lo largo del trabajo investigativo y por último se describe la plataforma Edmodo®.

2.1. Constructo teórico de humanos—con—medios

Desde la antigüedad el hombre ha desarrollado tecnología que le ha ayudado a superar las dificultades propias de cada momento histórico, desde el uso de la arcilla para plasmar y evidenciar sus pensamientos, hasta los cohetes que lo han acercado al espacio exterior, en cada época el hombre junto con la tecnología desarrollada ha modificado su pensamiento, su entorno y su vida; a tal punto que se le es difícil vivir sin ella. En la actualidad el ser humano no es ajeno a dicho comportamiento y está en la constante búsqueda de integrar la tecnología en sus quehaceres, siendo la educación uno de esos campos en donde se pretende hacer un trabajo conjunto entre humanos—y—tecnología para producir conocimientos y superar las dificultades que van surgiendo.

Los jóvenes de esta generación no son iguales a los estudiantes de las generaciones anteriores, sus comportamientos, gustos, y acelerado estilo de vida marcan una diferencia, los jóvenes de hoy viven inmersos en un mundo interactivo en donde la educación debe intentar estar presente. Se ha pretendido entonces introducir las TIC a la educación para intentar llegar a los jóvenes de una manera más cercana a “su mundo”, parafraseando a Valderrama (2015), se puede decir que se tiene la creencia de que el proceso de integrar las TIC en el aula facilita la creación de nuevos ambientes

de aprendizaje que a su vez puede mejorar los desempeños de los estudiantes en las áreas tradicionales del currículo, lo que ha influido para que se articule el uso de la tecnología en las aulas de clase, intentando mejorar las estrategias pedagógicas para darles a los estudiantes las competencias necesarias en las áreas fundamentales del conocimiento.

Es por lo anterior, que en matemáticas se ha venido intentando desde hace algunos años generar una “simbiosis” entre matemática y tecnología, ya que, ésta permite orientar conceptos matemáticos abstractos de manera más tangibles haciendo que los alumnos puedan entenderlos con mayor facilidad, además, como lo expresan Pastrán y Pinzón (2015) “Las herramientas informáticas permiten introducir una metodología de trabajo más constructivista en las clases de matemática, promoviendo una participación activa y creativa del aprendiz” (p. 142). Por lo cual, a lo largo de las últimas décadas hemos observado como la Internet se ha llenado de diferentes software y aplicaciones digitales que permiten trabajar algún concepto matemático, por ejemplo; podemos encontrar GeoGebra®, ésta, es una herramienta que permite graficar desde una función lineal, hasta graficar y hallar el valor de una integral definida, también encontramos el uso de “baldosas algebraicas”, existen diferentes aplicaciones similares, pero con diferentes nombres, este software permite aprender a factorizar mediante una interfaz que grafica cada elemento del polinomio; también se encuentran diferentes plataformas educativas como Moodle y Edmodo® que permiten crear cursos en donde se pueden depositar documentos, vídeos y cualquier otra cantidad de herramientas que facilitan el desarrollo fluido del curso.

Es en este contexto, que encontramos el constructo de humanos—con—medios², el cual se toma como referente teórico para la presente investigación, ya que, los estudiantes participantes en ella están inmersos en la tecnología, puesto que emplean para sus clases de matemáticas una plataforma educativa, conviven con ella para cada clase, e interactúan constantemente formando un colectivo entre ellos, la plataforma, el docente y el conocimiento matemático, acto que está en concordancia con la tesis central defendida por el constructo de humanos—con—medios la cual dice que “el conocimiento es siempre producido por colectivos de humanos—con—medios” (Borba y Villarreal, 2005, p. 92).

² Constructo descrito en el libro: *Humans—with—Media and the reorganization of mathematical thinking* de los autores (Borba y Villarreal, 2005).

La tecnología por sí sola no es capaz de producir conocimiento, ésta necesita de la constante alimentación de los seres humanos, así como lo expresan Borba y Villarreal (2005):

Dentro de la comunidad de la educación matemática, uno de los pocos temas sobre los que hay consenso con respecto a la discusión sobre la tecnología es que las computadoras por sí solas no producirán ningún cambio, y que se debe emprender una discusión pedagógica intensa. En otras palabras, si se toma la decisión de usar medios tecnológicos en el aula, aún está abierto el debate sobre cómo usarlos, desde la perspectiva del docente y los estudiantes, así como desde el punto de vista de otros actores en la educación matemática (p. 2).

De lo anterior, se puede interpretar que, la importancia del trabajo con la tecnología en el aula no es el utilizar por utilizar los computadores, la importancia radica en la interacción que se genere entre los medios y los estudiantes, en nuestro caso la importancia radica en las acciones recíprocas que se establezcan entre los estudiantes y los diferentes medios que brinda la plataforma Edmodo® para así fortalecer o superar las dificultades que los estudiantes tienen con la factorización de polinomios.

Por tanto, se puede observar cómo se va configurando la integración de la tecnología con la educación, ya que, como lo dicen Noss y Hoyles (1996) citados en Borba y Villarreal (2005), “las nuevas tecnologías, todas las tecnologías, inevitablemente alteran la forma en que se construye el conocimiento y lo que significa para cualquier individuo” (p. 15). En este sentido, se puede interpretar que, en la institución educativa al trabajar con Edmodo®, se construye conocimiento matemático con un significado diferente que depende de la interacción del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, aspectos que pretenden ser analizados en el presente estudio.

Lo que se espera entonces, es aprovechar el uso habitual que los estudiantes le han venido dando a la plataforma Edmodo®, para intentar superar las dificultades que los estudiantes están presentando a la hora de aplicar la factorización de polinomios, puesto que el uso de la tecnología, en este caso la plataforma, puede conducir a una variedad de razonamientos que pueden permitirle a los estudiantes apropiarse de la factorización de manera diferente a como se pudo hacer al enseñarse sin la misma; ya que, como lo afirman Borba y Villarreal (2005) “el uso de

computadores conducirá a una diversidad de ideas aún mayor en comparación a cuando los humanos no tenían acceso a este medio como parte de una unidad cognitiva básica” (p. 17).

Es allí, en el marco del uso de la tecnología en la educación en donde surge una perspectiva que amerita reflexionar, en palabras de Borba y Villarreal (2005) “la perspectiva que adoptamos sugiere que los humanos están constituidos por tecnologías que transforman y modifican su razonamiento y, al mismo tiempo, estos humanos están constantemente transformando estas tecnologías” (p. 22). Al estar los estudiantes en constante interacción con la plataforma y con el conocimiento matemático se espera analizar dichas interacciones desde su contexto natural, ya que el uso de la plataforma es habitual y no forzado para un fin determinado, es decir, ya la plataforma no es ajena a los estudiantes, forma parte de su proceso, estudiantes y plataforma no están por separado son un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, por tanto, ya no se piensa en una tecnología aparte de los humanos, sino, en un conjunto, un colectivo que va en busca de producir conocimiento matemático, según Borba y Villarreal (2005) “el Saber en este sentido se convierte, por lo tanto, en un esfuerzo no solo de los humanos, sino de un colectivo de humanos y cosas” (p. 26).

De lo anterior, se puede decir que la importancia de la tecnología en la educación es la unión de ella con los humanos que constantemente la “alimentan” y se “alimentan” de ella; se forma allí entonces, una unidad en pro de la producción de conocimientos; dentro de este contexto se puede decir que, los estudiantes “alimentan” la plataforma y se “alimentan” de ella, para que el colectivo pueda superar sus dificultades en factorización.

Borba y Villarreal (2005) lo expresan de la siguiente manera:

Es por eso que apoyamos la noción de que los humanos—con—los medios (o los humanos—con—la—tecnología o los humanos—con—la—tecnología—de—inteligencia) deberían ser la unidad básica de conocimiento. Este colectivo, formado por humanos y no humanos, produce significado ya que conecta diferentes nodos de una red. La red de significados es la metáfora de cómo este colectivo de humanos—con—medios produce conocimiento (p. 26).

Por tanto, en esta investigación se analizará las interacciones que realiza un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® cuando abordan la factorización de polinomios, entendiendo que lo

hará como una unidad básica e indisoluble, en la cual, se busca que los estudiantes puedan modificar los medios a su alcance y a su vez, estos medios puedan modificar a los estudiantes.

Según lo anterior, se puede afirmar que la tecnología debe permear el proceso educativo, ya que, los estudiantes deberían estar expuestos al contacto con la tecnología, pues ésta está presente en aspectos de la vida cotidiana, ya Borba y Villarreal (2005) lo decían:

Las computadoras, las calculadoras gráficas y las diferentes interfaces vinculadas a ellas se pueden ver como una reorganización del pensamiento y una alteración de la naturaleza de la producción de conocimiento, ya que los colectivos de humanos con medios se alteran cualitativamente por la entrada de nuevos miembros. Las computadoras deberían estar en la escuela, de acuerdo con esta línea de pensamiento, porque los estudiantes deberían estar expuestos a estas nuevas tecnologías de inteligencia para que el conocimiento que se produce en las escuelas y universidades no se desconecte del resto de la sociedad, ya que las Tecnologías de Información y Comunicación son una parte cada vez más integral de nuestras vidas (p. 56).

Lo cual, reafirma que el trabajo entre estudiantes y medios es una opción válida para la educación actual, no se puede pensar en un joven alejado de la tecnología en su vida cotidiana, por tanto, no se debería pensar en un joven alejado de la tecnología dentro de su proceso educativo.

Borba y Villarreal (2005) plantean dentro de los ejemplos que tienen en su obra que en los ambientes de humanos—con—Internet se presenta un fenómeno denominado “multidiálogo”, éste ocurre cuando hay diferentes diálogos de manera simultánea en el Chat, siendo esta una característica importante en un curso de matemáticas desarrollado en educación virtual, este aspecto deberá ser observado en el análisis de la información recolectada en el trabajo de campo de este estudio, ya que de acuerdo con Sucerquia (2016) es otra forma de interacción.

Pero el multidiálogo no es la única característica que se puede presentar dentro de este tipo de colectivos, ya que según el constructo de humanos—con—medios la modelación, la visualización, la educación on-line y la experimentación también producen conocimiento matemático, teniendo presente que los medios materiales o inmateriales, surgen de la necesidad de superación de la incompletitud ontológica del ser humano (Borba, Scucuglia y Gadanidis, 2014). Para el presente

trabajo investigativo se asume que la visualización y la experimentación serán las características preponderantes, sin embargo, el multidiálogo y la educación on-line estarán también presente.

Es en este orden de ideas, que se define la visualización y la experimentación en el presente marco teórico, Según Borba y Villarreal (2005) la visualización es una forma de razonamiento dentro de la investigación en matemáticas y, particularmente, en Educación Matemática. En dicho constructo presentan dos niveles en los que la visualización se puede considerar, en primer lugar está asociada a su uso en la prueba matemática formal; en segundo lugar, se relaciona con su uso en otras actividades matemáticas tales como la elaboración de conjeturas, la solución de problemas o los intentos de explicar algunos resultados matemáticos a colegas o estudiantes; en este caso, donde se ve la visualización como una característica que sobresale en la presente investigación, pues se pretende con una de las actividades a desarrollar en el trabajo de campo, que los mismos jóvenes mediante vídeos propios puedan explicarle a sus compañeros los casos a trabajar de factorización.

A su vez, en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® se genera una experimentación con diferentes tipos de medios reunidos en la plataforma Edmodo®, dicha experimentación produce interacciones que a su vez se espera que produzcan conocimiento matemático asociado a la factorización de polinomios que ayuden a los estudiantes a superar sus dificultades, por tanto, según Borba, Scucuglia y Gadanidis (2014), la noción de experimentación con tecnologías debe atribuir un diseño experimental a una actividad matemática, generando escenarios de investigación matemática, en otras palabras, ambientes aptos para el descubrimiento, para la formulación de conjeturas acerca de un problema y búsqueda de posibles soluciones. En este sentido, experimentar con tecnologías puede ser entendido como el uso de tecnologías informáticas en el estudio de conceptos matemáticos (Borba y Penteado, 2001; Borba y Villarreal, 2005).

Es dentro de la experimentación con tecnologías que Borba y Villarreal (2005) y Borba, Scucuglia y Gadanidis (2014), dan unas pautas de lo que una actividad matemática debe ofrecer para:

- Creación y simulación de modelos matemáticos.
- Generación de conjeturas matemáticas.
- Manipulación dinámica de objetos construidos.

- Realización de verificación de conjeturas usando un gran número de ejemplos, modificando representaciones de objetos, simulando componentes de construcciones, etc.
- Convencimiento sobre la veracidad de conjeturas.
- Elaboración de nuevos tipos de problemas y construcciones matemáticas.
- Creación y conexión entre diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos.
- Exploración de carácter visual, dinámico y manipulativo de objetos matemáticos.
- Incentivo a la combinación de razonamientos intuitivos, inductivos o abductivos, que puedan contribuir al desarrollo de razonamientos deductivos.
- Creación de actividades matemáticas “abiertas controladas”, es decir, direccionadas a objetivos específicos.
- Enseñar y aprender matemáticas de forma alternativa.
- Comprensión de conceptos.
- Conocimiento de nuevas dinámicas, formas de conectividad y relaciones de poder en el aula de clase.
- Desarrollo de un nuevo tipo de lenguaje, oral, escrito, en la comunicación matemática.
- Creación de diferentes tipos de símbolos y notaciones matemáticas.
- Profundización en varios niveles de rigor.
- Identificación de incoherencias conceptuales y/o actualizaciones de enunciados.

En este orden de ideas, el trabajo en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® genera actividades controladas que buscan la interacción entre los miembros del colectivo, que permitan abordar la factorización de polinomios; generando nuevas dinámicas, formas de conectividad y relaciones de poder dentro de la clase, además de permitir la comprensión de nuevos conceptos.

Si bien, en el marco teórico de humanos—con—medios se habla de producción de conocimiento y el presente trabajo no lo hace de forma evidente, ya que, no se evidencia una producción de conocimiento como tal, se considera que humanos—con—medios es el marco teórico pertinente, dado que, el trabajo se desarrolla en un contexto virtual, se generan interacciones entre diferentes medios y los estudiantes, además, esas interacciones pueden producir conocimiento matemático; ya que, se puede considerar que cuando un estudiante en un contexto

virtual es capaz de realizar ejercicios, de explicarle a sus compañeros y reconoce que caso de factorización necesita para hallar los factores de determinado polinomio, es porque aprendió un conocimiento matemático, en otras palabras, si un estudiante produce conocimiento es porque antes tuvo que aprender dicho conocimiento, por tanto, esta investigación se encarga de identificar, describir y analizar las interacciones que se producen dentro de un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al abordar la factorización de polinomios y no se centra en una producción de conocimiento como tal, puesto que hablar de producir nuevos conocimientos en matemáticas sería el campo de una investigación más profunda y de carácter doctoral.

2.2. Interacciones en educación virtual

Para la presente investigación las interacciones generadas dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® son un componente importante, puesto que son ellas el objeto de análisis, por tal motivo, en este apartado centraremos la discusión en su definición y la importancia de estas para la educación virtual.

Al revisar varios diccionarios de la lengua española como el diccionario del uso español de María Moliner, el diccionario de la Real Academia Española, el diccionario Larousse, entre otros. Se encontraron varias definiciones de interacción, a continuación, veremos algunas de ellas:

- Modificación del comportamiento de un sujeto cuando otro sujeto actúa sobre el primero.
- Acción que se ejerce recíprocamente entre dos o más objetos, personas, agentes, fuerzas, funciones, etc.
- Acción de influencia recíproca entre dos o más cuerpos, personas, fenómenos, factores o sistemas.
- Conjunto de teorías y técnicas relativas al diálogo entre la persona y el ordenador.

A partir de las definiciones anteriores se puede decir que las acciones que se realicen dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® se pueden interpretar como interacciones, dado que éstas se establecerán dentro de un diálogo constante entre los estudiantes y la plataforma Edmodo® (Computador, celular, Tablet), y dichas acciones modificarán el comportamiento de cada individuo

participante, ya que según Borba y Villarreal (2005) los humanos modifican a los medios y los medios modifican a su vez el pensamiento de los humanos.

De otro lado, Sucerquia (2016) citando a Borba y Villarreal (2005) afirma que:

Ha habido una interacción entre los humanos y la tecnología y que la evolución de la especie humana resulta de esta interacción, hasta el punto de que la fusión de tecnologías en la vida cotidiana cambia nuestra forma de pensar y actuar (p. 68).

Desde el punto de vista anterior, se puede afirmar que las posibles interacciones que se generarán dentro del colectivo a estudiar podrán modificar la manera de pensar y de actuar de los miembros en torno a la factorización de polinomios, puesto que se contará con herramientas que permitirán ese diálogo constante, por ejemplo, el chat y los foros de discusión, en donde pueden surgir preguntas relacionadas con el conocimiento matemático en donde estudiantes, o el docente pueden dar respuesta, generando así diálogos y/o discusiones bidireccionales que según Sucerquia (2016) “complejizan la interacción y que se describe como un fenómeno que se denomina multidialógico” (p. 68).

Las interacciones dentro de un curso de educación matemática virtual están presentes la mayor parte del tiempo y en algunos de los elementos que lo conforman, según Sucerquia (2016),

La educación matemática virtual tiene diferentes elementos que pueden ser objetos de estudio tales como el aprendizaje de las matemáticas, metodologías innovadoras, la didáctica, la pedagogía, la evaluación en matemáticas, sin embargo, se considera que la interacción es un elemento inmerso en cada uno de estos elementos (p.69).

Además, Sucerquia (2016) también nos afirma que “las interacciones sincrónicas y asincrónicas son importantes para el desarrollo de cursos en educación a distancia virtual cuando se pretende abordar el aprendizaje en estos ambientes” (p.69), por tanto, se puede decir que las interacciones serán importantes dentro del trabajo que se realizará dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, puesto que se presentarán dentro del desarrollo del mismo de manera asincrónica y en ocasiones de manera sincrónica mediante las diferentes actividades planteadas para la etapa de intervención en donde se intentará solucionar las dificultades que los estudiantes presentan en la factorización de polinomios.

Ahora bien, en matemáticas y dentro del marco de humanos—con—medios la interacción “se puede entender como una relación que se establece entre los actores del colectivo de humanos—con—medios y que modifica la naturaleza del aprendizaje” (Sucerquia, 2016, p. 71), por tanto, se pretende que las interacciones surgidas al interior del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® logren modificar de cierta manera la forma de aprender la factorización de polinomios de sus miembros.

Dado lo anterior, podemos entender que las interacciones estarán asociadas a las diferentes relaciones que se puedan establecer entre el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, teniendo en cuenta que se podrán vislumbrar en las diferentes acciones recíprocas entre los miembros del colectivo, ya sean humanos o no humanos, tales como el trabajo dentro del chat, los diálogos en los foros, la lectura de los conceptos matemáticos, la visualización de fotos o vídeos, etc.

Las interacciones mencionadas anteriormente, Sucerquia (2016) las reúne y define en cuatro categorías las cuales son:

La interacción con la tecnología, esta se entiende como las interacciones relacionadas con el uso de la plataforma, las cuales, por estar dentro de un ambiente virtual, se constituye en una regularidad; para el contexto de esta investigación tendríamos dentro de esta categoría los diálogos en el chat, en los foros, el mismo ingreso a la plataforma Edmodo®, etc.

Una segunda categoría, sería la interacción con recursos matemáticos, este tipo de interacciones están relacionadas con los recursos que contienen conocimientos matemáticos, los cuales son, las fuentes de información, las definiciones, propiedades y aspectos matemáticos correspondientes a un curso de matemáticas, para la presente investigación se tendría en esta categoría la acción dada sobre las diapositivas en donde se explica la teoría sobre la factorización de polinomios, los vídeos enlazados a la plataforma en donde se presentan ejemplos del objeto matemático, las fotografías con los ejercicios realizados por parte de los estudiantes, etc.

Existe otro grupo de interacciones presentes en las clases virtuales y tienen que ver con los diálogos entre los estudiantes por medio del chat, del correo electrónico, o por otro medio tecnológico, estas interacciones hacen parte de la categoría llamada interacciones entre estudiantes, que en nuestro contexto se puede apreciar en los diálogos entre los jóvenes del colectivo mediante

el chat inmerso en la plataforma, en los foros de discusión o en los mensajes internos que la plataforma les permite realizar.

Una última categoría descrita por Sucerquia (2016), fue la interacción con el profesor, de la cual, forman parte los diálogos realizados entre los estudiantes y el profesor, buscando dar solución a las dificultades que se podrían encontrar con el objeto matemático, estos se dan mediante la oralidad, o por el chat; para esta investigación se reconoce dentro de esta categoría las preguntas que se le pueden presentar al docente por parte de los estudiantes, además de la retroalimentación que el docente les presentará al finalizar cada actividad.

2.3. Aprendizaje colectivo

Como se mencionó en apartados anteriores, en el presente trabajo se observa, describe y analizan las posibles interacciones, que se pueden presentar al interior de un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al factorizar polinomios, aunque de igual manera se espera que el proceso dentro del colectivo pueda ayudar a los estudiantes a afianzar sus conocimientos en este proceso.

Es importante que se haga un recuento de lo que consideramos puede ser aprendizaje colectivo, dado que este tipo de aprendizaje puede generarse al interior del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®. Según (Barba, Cuenca, y Rosa, 2007) haciendo alusión a Piaget, el aprendizaje se da por la reorganización de las estructuras cognitivas, que resultan de los procesos adaptativos y de asimilación del sujeto, en donde este construye un conocimiento nuevo a partir de la experiencia, la manipulación de objetos y la interacción con otro.

Lo anterior sugiere que el aprendizaje se da a partir de las interacciones que un individuo tiene con su entorno y/o con otro (compañeros, recursos, entre otros), que facilitan la adquisición de un conocimiento nuevo, por tanto, al asumir que dentro del colectivo se generarán algunas interacciones entre sus miembros, se puede augurar que quizás se dé el aprendizaje de los casos de factorización a tratar dentro del colectivo.

Adicional a esto, se hace referencia al planteamiento de Vygotsky (1987) el cual afirma, que el desarrollo individual se da en un contexto social y en la interacción del individuo con el medio y su cultura, de allí la importancia de trabajar en colectivos, puesto que dentro de un colectivo se pueden generar esas interacciones, que repercutirán en el desarrollo cultural e individual de sus miembros.

Si bien, tanto Piaget como Vygotsky fueron psicólogos, su trabajo en cuanto al aprendizaje marcó un punto de inflexión en la educación, pasando de una educación pasiva, en donde el estudiante era simplemente receptor de información a una educación en la cual los estudiantes eran protagonistas de su aprendizaje, estos interactuaban con el docente, con sus compañeros y con el conocimiento, tanto previo como nuevo y así se producía un “aprendizaje significativo”, este según (Ausbel, Novak, y Hanesian, 1983) es el aprendizaje que proviene de la interacción sujeto-objeto, el conocimiento previo y la disposición del sujeto, de lo cual, se puede inferir que un aprendizaje significativo, es el proceso en donde un nuevo conocimiento se relaciona con uno previo, construyendo así un nuevo conocimiento que puede ser aplicado en la práctica.

Las teorías descritas por los autores antes mencionados muestran la importancia de la interacción con el medio, con un objeto o con otro individuo, para generar un aprendizaje que sea significativo, pero es Chevallard (1987) quién da una definición más precisa sobre dichas interacciones, pues, según él

El aprendizaje se construye en interacción con el entorno; las otras personas, adultos o pares, son interlocutores relevantes que aportan perspectivas, modelos para imitar o superar, indicios, informaciones, recursos para favorecer u obstaculizar la tarea. Es en este sentido que se concibe al aprendizaje como un proceso de construcción conjunta, a partir de la cooperación, la confrontación de ideas y de significados, la búsqueda de acuerdos y consensos.

Esta definición de Chevallard nos acerca un poco más a lo que es el aprendizaje colectivo, el cual según el Tecnológico de Monterrey en su revista Aprendizaje colaborativo: técnicas didácticas (s.f) lo describe como:

una técnica didáctica que promueve el aprendizaje centrado en el alumno basando el trabajo en pequeños grupos, donde los estudiantes con diferentes niveles de habilidad utilizan una variedad de actividades de aprendizaje para mejorar su entendimiento sobre una materia. Cada miembro del grupo de trabajo es responsable no solo de su aprendizaje, sino de ayudar a sus compañeros a aprender.

Por lo anterior, se puede decir que el aprendizaje colectivo permite que los miembros de pequeños grupos puedan aprender mediante las interacciones que se generan dentro de ellos, el esfuerzo es grupal y la idea no es alcanzar un aprendizaje individual, la idea es que el colectivo pueda aprender lo que se está estudiando.

En cuanto a las matemáticas el aprendizaje colectivo puede significar una gran ayuda en cuanto a la superación de las dificultades que son propias del área, debido a que la rigurosidad propia del área, sus dificultades simbólicas, lo rígido de su discurso y el pensamiento abstracto que maneja, hace que de manera individual su proceso de enseñanza - aprendizaje sea algo complejo, pero el trabajo dentro de un colectivo puede ayudar a superar los obstáculos que pueden surgir en su estudio, gracias a las bondades que el aprendizaje colectivo presenta.

2.4. Conocimiento matemático

Para el presente trabajo de investigación, es importante definir lo que se entiende como conocimiento matemático para poder contextualizar al lector y así evitar que este no logre ubicarse durante la lectura. Se adopta la definición dada por González (2011), donde declara que el conocimiento matemático es “el proceso que logra la alfabetización cuantitativa de los sujetos, para que sean capaces de interpretar los datos y utilizar unas matemáticas adaptadas a su quehacer cotidiano” (p. 270). En otras palabras, adquirir un conocimiento matemático es lograr utilizar las herramientas que brindan las matemáticas para solucionar situaciones de la vida académica y/o cotidiana.

Según González (2011), para desarrollar un conocimiento matemático, existe un proceso de interacción entre el sujeto y un medio (sujeto-objeto) en dicha interacción el sujeto sólo tiene dos fuentes de extracción de la información, siendo estas la acción y el objeto, los mecanismos

utilizados para extraer la información son nombrados procesos de abstracción, siendo la abstracción el proceso por el cual se separan mentalmente las cualidades particulares de varios objetos para detenernos en una o en diversas características comunes, de este proceso es que se logra la generalización. Es en esos procesos de abstracción donde se focalizará el trabajo del investigador en las interacciones dadas en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

Barberá y Gómez (1996) citado por González (2011) enuncian algunas características del conocimiento matemático:

- Es un conocimiento de un alto nivel de abstracción y generalidad, que elimina las referencias a objetos, situaciones y contextos particulares, y que se desvincula también de las formas de representaciones perceptivas e intuitivas de esos objetos, situaciones y contextos.
- Es de naturaleza esencialmente deductiva y no se valida mediante el contraste con fenómenos o datos de la realidad, como en otras disciplinas científicas, sino mediante un proceso interno de demostración a partir de determinadas definiciones fundamentales o axiomas. Este carácter deductivo provoca, además, que el conocimiento matemático tenga, aún en mayor medida que otras ciencias, una estructura altamente integrada y jerarquizada.
- Se apoya en un lenguaje formal específico, que presenta notables diferencias con el lenguaje natural: implica un conjunto particular de sistemas notacionales, busca la precisión, el rigor, la abreviación y la universalidad, y su finalidad fundamental no es tanto la representación o la comunicación de fenómenos o situaciones reales cuando la posibilidad de obtener resultados internamente consistentes, realizando para ello inferencias válidas en términos del propio sistema axiomático que constituye el conocimiento matemático. También en este sentido, suprime intenciones, emociones y afectos, y es de naturaleza esencialmente teórica, impersonal y atemporal (p. 272).

Es claro que, las características antes mencionadas describen el conocimiento matemático escolar, pero no se puede olvidar que las matemáticas tienen también una relación con el

contexto, más funcional y que se encuentra relacionada con la resolución de problemas en situaciones concretas.

El desarrollo del conocimiento matemático no puede estar separado de la acción concreta sobre los objetos, de la intuición, de contextos particulares, ni menos de los instrumentos y tecnologías utilizadas como apoyo para la actividad matemática, dado que por lo general el conocimiento surge de una necesidad y de una experiencia con el medio, de allí la importancia de que dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® los estudiantes manipulan medios, interactúan entre ellos, con el docente y con el conocimiento, experimentan y utilizan su intuición para buscarle solución a las dificultades que presentan con la factorización de polinomios.

Según González (2011) y MEN (2006), existen dos tipos de conocimiento matemático: el conocimiento declarativo, el cual se basa en información consistente en hechos, son conceptos o ideas conocidas de manera consciente, que se pueden almacenar como proposiciones y el conocimiento procedimental, este trata sobre el cómo hacer las cosas, se refiere a como ejecutar una secuencia de pasos para llegar a un resultado; para efectos de este trabajo investigativo se trabaja con el conocimiento declarativo, ya que con la investigación se busca no sólo que los estudiantes aprendan el procedimiento, sino, que ojalá sean conscientes de lo que van haciendo.

Es de aclarar, que el conocimiento matemático al que se hace referencia en el presente trabajo de investigación es la factorización de polinomios, la cual como se ha mencionado anteriormente, se requiere para adquirir nuevos conocimientos dentro del ámbito de la trigonometría o el cálculo diferencial, es así como, cuando se hable de la factorización de polinomios, nos estaremos refiriendo de manera específica a ese conocimiento matemático.

2.4.1. La factorización de polinomios

Al realizar un rastreo en varios textos de álgebra, se pueden encontrar una diversidad de definiciones del término factorización de expresiones algebraicas. A continuación, se mencionarán algunas que se utilizan en el contexto de los estudiantes:

- Es convertir la expresión algebraica al producto de otras expresiones algebraicas (Camargo et al., 2002, p.139).

- Es el proceso que consiste en hallar los factores primos en que se puede descomponer una expresión algebraica (Bedoya y Londoño, 1985, p. 138).
- Es el proceso inverso de la multiplicación, en donde se dice que un polinomio está completamente factorizado cuando está escrito como el producto de sus factores primos. (Barnett, 1978, p. 43).
- Factorizar una expresión algebraica es descomponerla en un producto de factores que deben ser expresiones irreducibles en el conjunto sobre el cual se está factorizando. (Álvarez y Mejía, 2006, p. 29).

Si bien, todas las definiciones anteriores son válidas, para el presente trabajo se toma como base la definición dada por Álvarez y Mejía (2006), ya que, se acerca a los conocimientos previos que poseen los estudiantes que participan en la investigación, además, es importante aclarar que dentro de la investigación sólo se piensa trabajar dentro del conjunto de los números reales, por lo tanto, factorizar un polinomio significa expresarlo como el producto de polinomios irreducibles, los cuales son según Álvarez y Mejía (2006) expresiones que no pueden descomponerse como el producto de dos o más expresiones algebraicas de grado mayor que cero en un conjunto dado. Este proceso de encontrar los factores de un polinomio es útil, por ejemplo, en el estudio del cálculo.

Para la presente investigación se toman como punto de partida los diez casos de factorización de polinomios, de allí, se hace una selección de los casos más utilizados a la hora de resolver identidades trigonométricas, desigualdades y límites, estos son: el factor común, la diferencia de cuadrados perfectos y la factorización de trinomios, lo anterior bajo el supuesto que los estudiantes que ya pasaron por el grado octavo, donde se orienta este tema, ya identifican lo que es un factor, ya reconocen lo que es un binomio, trinomio y polinomio, además de los conceptos de factor y factorización; por ello, en esta investigación nos centramos en las interacciones que se dan entre el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, en el momento de solucionar ejercicios en donde se deba aplicar la factorización de polinomios, utilizando los casos antes mencionados.

2.4.2. Recuento histórico e importancia de la factorización de polinomios

La factorización de polinomios históricamente aparece como una herramienta en la resolución de ecuaciones, obteniendo importancia más adelante en la teoría de polinomios, por tanto, si se requiere hablar de la factorización, debemos viajar al origen de las ecuaciones cuadráticas, éstas

según Bedoya (2000) surgen desde civilizaciones como la babilónica, la egipcia y la griega en contextos aritméticos y geométricos en donde se buscaba dar solución a problemas cotidianos.

Según Torres, Mora y Luque (2003), los babilonios fueron los primeros que resolvieron ecuaciones cuadráticas, esto se evidencia en unas tablillas descifradas por Neugebaveren en 1930, se dice que dichas tablas tienen una antigüedad de 4000 años, allí se logra evidenciar la solución de ecuaciones empleando el método conocido en la actualidad como “completar un cuadrado”. En términos modernos, la fórmula cuadrática:

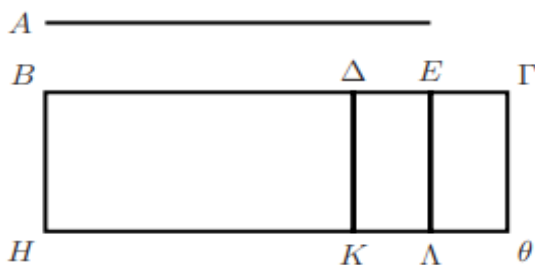
$$x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} + \frac{a}{2}, \text{ como solución a la ecuación } x^2 - ax = b .$$

Más tarde, los griegos y los árabes consiguieron resolver ecuaciones de segundo grado, también utilizando el método de completar el cuadrado, pero ellos le añadieron la aplicación de áreas, lo cual equivale a la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la adición:

$ab + ac + ad = a(b + c + d)$, esto se puede evidenciar en el II libro de los Elementos de Euclides, pues allí vemos que:

Imagen 6.

Ecuación de segundo grado

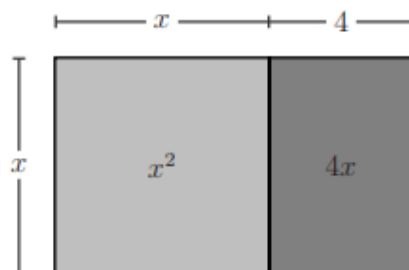


Fuente: Tomado de (Torres, Mora y Luque, 2003, p. 178).

Ahora bien, según Van der (1985), los griegos con Euclides y los árabes con Al- Khowarizmi y Tabit Ben Qurra, para encontrar un número x tal que $x^2 + 4x = 140$, desarrollaron el siguiente procedimiento:

Consideraban x como el lado de un cuadrado de área x^2 y $4x$ como el área de un rectángulo de lados 4 y x , respectivamente; en consecuencia, $x^2 + 4x$ es el área, como se observa en la siguiente Imagen 7.

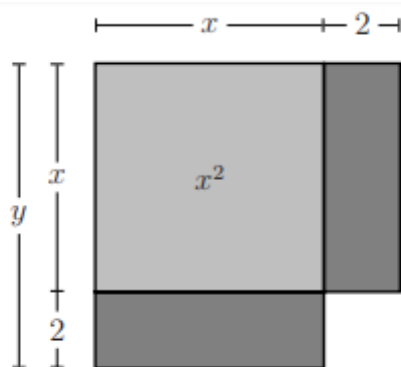
Imagen 7.
Procedimiento 1



Fuente: Tomado de (Torres, Mora y Luque, 2003, p. 179).

Luego, cambiaron el dibujo original por una imagen con la misma área, dividiendo el rectángulo de área $4x$ en dos rectángulos de área $2x$ y situando uno de ellos a la derecha del rectángulo de área x^2 y el otro debajo, para formar la siguiente Imagen 8.

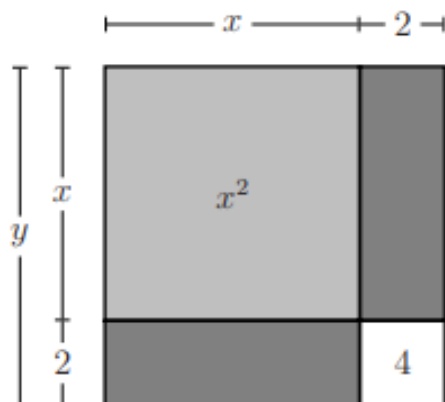
Imagen 8.
Procedimiento 2



Fuente: Tomado de (Torres, Mora y Luque, 2003, p. 180).

Luego, la imagen se puede completar con un cuadrado de área conocida, que sería 4 ; obteniendo la Imagen 9.

Imagen 9.
Procedimiento 3



Fuente: Tomado de (Torres, Mora y Luque, 2003, p. 180).

De lo anterior, se puede decir que el área de la región sombreada equivale a 140 (ya que, corresponde a $x^2 + 4x$) y como el área del cuadrado blanco es 4, se tiene que el área total del cuadrado es igual a 144, luego el lado del cuadrado grande es 12, por lo tanto, el valor de x debe ser 10.

Según Torres, Mora y Luque (2003), es Euclides de Alejandría quién por primera vez plantea y recopila los conceptos básicos de la factorización de números, en sus libros VII, VIII y IX de los Elementos de Euclides, en donde hace referencia a los conceptos de múltiplo y divisor con las expresiones “está medido por” y “mide a” respectivamente.

Ya en el siglo III, Diofanto de Alejandría creó un símbolo algebraico para designar la incógnita, este símbolo fue la primera sílaba de la palabra griega *arithmos*, que según (Freudenthal, 1983) y (Recalde, 2018) significa número; esta palabra fue necesaria, ya que para los griegos según (Freudenthal, 1983) las letras también significaban números, lo cual pudo haber hecho que los matemáticos de la época tuvieran dificultades para transferir “el uso geométrico de las letras para variables directamente al álgebra” (Freudenthal, 1983p. 20). A finales del siglo VIII y en parte del siglo IX, los matemáticos provenientes de Arabia desarrollaron el álgebra fundamental de los polinomios, dicha álgebra se basaba en la multiplicación, división y extracción de raíces cuadradas de polinomios; por su parte en China se han encontrado diferentes métodos para resolver ecuaciones de segundo grado, de las cuales se destaca el “*fan fa*” o como es conocido en occidente según Boyer (1986) el “*método de Horner*”.

El desarrollo moderno del álgebra se le atribuye según Torres, Mora y Luque (2003) a Ars Magna de Girolamo Cardano (1501-1576) el cual muestra las soluciones para ecuaciones cúbicas y cuárticas, desarrolladas por Nicolo Fontana Tartaglia (1500-1557), Ludovico Ferrari (1522-1565) y por él mismo Cardano, obtenidas de un procedimiento sistemático de completación de cuadrados.

En la edad media, según lo describe Freudenthal (1983), la palabra “cosa” (del italiano) llegó a ser el nombre de la incógnita, de hecho, según él mismo autor, los “cosistas” desarrollaron todo un simbolismo para las potencias de la incógnita. En esta época las matemáticas ocupan un lugar importante, dado que, según Ruiz (1998) las escuelas de filosofía de Oxford y París aseguraron que las matemáticas eran el principal instrumento para estudiar fenómenos naturales, naciendo así las funciones. Es en el siglo XVI donde, según Freudenthal (1983) y Boyer (1986), Vieta utilizó una vocal para representar una cantidad desconocida y una consonante para representar una cantidad conocida, siendo esa notación el comienzo del desarrollo del lenguaje algebraico.

En 1797 es Gauss quién realiza la primera demostración rigurosa del teorema fundamental del álgebra, este es un teorema que afirma la existencia de al menos una raíz compleja para cada polinomio con coeficiente complejo de grado $n \geq 1$, pero no muestra un método para hallar dicha raíz (Freudenthal, 1983).

Por lo anterior, se puede deducir que la factorización nace para dar solución a ciertos tipos de ecuaciones cuadráticas, además, permite el desarrollo del pensamiento lógico matemático, es importante para resolver polinomios, para simplificar fracciones algebraicas y encontrar las raíces de ciertas ecuaciones, permite demostrar algunas identidades trigonométricas y ayuda en la solución de límites derivadas e integrales.

2.4.3. Enseñanza de la factorización

La factorización de polinomios tiene varias maneras de ser abordada, se puede hacer énfasis en lo procedimental y seguir una serie de fórmulas que nos permiten llegar a encontrar los factores de un polinomio o se puede trabajar la factorización desde la geometría mediante las áreas de figuras rectangulares, se puede trabajar con “las tecnologías tradicionales” (Palomino 2004) que se refieren al uso del lápiz, el papel y/o materiales manipulables o por medio de las TIC.

Desde mi experiencia como docente, puedo decir que el álgebra se ha venido enseñando de la misma manera por muchos años, no se puede decir que esto no sea válido, puesto que, ha funcionado. En el mismo sentido Kieran (1994) plantea que desde que el álgebra se introduce como materia escolar y hasta el momento, han permanecido casi inalterables sus contenidos y su secuencia conservando su carácter estructural³. Dado lo anterior, se puede decir que esta inmutabilidad del álgebra ha podido generar dificultades para su aprendizaje, puesto que, en algunas ocasiones el álgebra se enseña a partir de una manipulación mecánica de fórmulas, sin generar ningún sentido, al respecto Simanca, Abuchar, y Velazco (2017) afirman que: “los errores en los estudiantes, en muchos casos, son responsabilidad de los docentes por su proceso pedagógico” (p. 205). Dado que, algunos docentes se centran en la manipulación mecánica de símbolos, es en ese contexto que los alumnos pueden llegar a presentar dificultades con la factorización, dado que al no encontrar un sentido racional o consciente al proceso que se está realizando pueden perder el interés y no aprender.

En Necoclí, específicamente en la institución Eduardo Espitia Romero, por lo general se enseña la factorización basándose en el libro llamado “Álgebra de Baldor”, se enseñan 10 casos de factorización, los cuales se encuentran en el capítulo X llamado “Descomposición factorial” y los casos allí explicados en su orden son: factor común, factor común por agrupación de términos, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados perfectos, trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción, trinomio de la forma x^2+bx+c , trinomio de la forma ax^2+bx+c , cubo perfecto de un binomio, suma o diferencia de cubos perfectos y la suma o diferencia de dos potencias iguales, según Kieran (1994), es usual que los profesores en práctica elaboren su plan de ejecución o de área con base a los libros de texto, ya que, se considera válido y pertinente puesto que estos libros son hechos por expertos.

Lo anterior según Palomino (2004), es un ejemplo de la llamada “tecnología tradicional”, pero como veremos a continuación existen otros métodos de enseñanza para la factorización que pueden ayudar a mejorar el desempeño de los estudiantes.

³ Entendiendo por estructural, a un conjunto de operaciones que se realizan sobre expresiones algebraicas y no sobre números.

Tenemos, por ejemplo, el método heurístico que según Palomino (2004) consiste en hacer que los estudiantes construyan sus propias ideas y de esta manera construya conocimiento mediante la presentación de situaciones problema, puesto que la heurística hace referencia a “una característica que poseen los seres humanos para inventar, crear y resolver problemas a partir de la creatividad y el pensamiento divergente” (Hernández, 2012, p. 40).

Mason (1999), propone otro método para enseñar factorización el cual llama “Secuencias de Tunja”, este consiste en lograr que los estudiantes detecten patrones y puedan expresar generalidades, esto para entender la factorización no como una imposición de cálculos con números y letras, sino, como el resultado de una generalización desde las reglas de la aritmética.

Otros autores, como Dreyfous (1996) defienden el uso de material manipulable que permita expresar el producto de dos números naturales a través de generalizaciones que lleven al uso de letras para expresar dichas generalidades, es en este campo que Dreyfous (1996) propone el uso de “algeblocks”, este método consiste en el uso de bloques de colores con los que se pueden formar las reglas de factorización siguiendo un proceso similar al empleado por los griegos y los árabes descrito en párrafos anteriores.

Según Palomino (2004), los tres métodos más usados en Colombia por los maestros para enseñar a factorizar polinomios son la división sintética, las reglas de los casos de factorización o la fórmula cuadrática en algunos casos; el uso de material manipulable y el uso de las TIC, siendo estas últimas algo limitadas para la época de su publicación, pero desde ese entonces ya se estaba hablando de la importancia de las TIC en la enseñanza de las matemáticas.

Como se mencionó anteriormente, los casos de factorización⁴ que se trabajan en esta investigación son:

El factor común: Es una expresión algebraica en la que se utiliza exponentes naturales de variables literales, esta expresión puede ser monomio, binomio, trinomio o polinomio, este caso se caracteriza por tener un factor que se repite en todos los términos de la expresión.

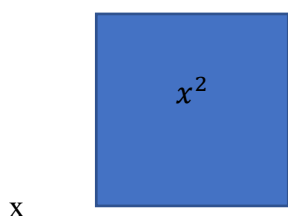
Ejemplo: $5a^2 - 15ab - 10ac$

⁴ Esta recapitulación de los casos de factorización está basada en el libro “Álgebra” de (Baldor, 1941).

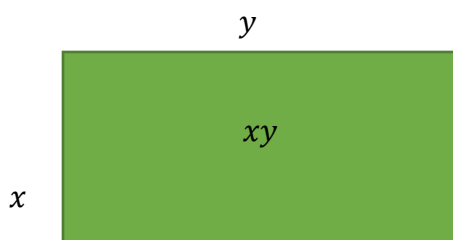
En este ejemplo el factor común es el número 5 y la parte literal a ; la solución a dicho ejercicio es: $5a(a - 3b - 2c)$. Generalmente, se ha enseñado el factor común por medio de la siguiente ecuación: $a^2 + ab = a(a + b)$, en donde se les dice a los estudiantes que a^2 y ab tienen la letra a , por tanto, ese factor común a se escribe como coeficiente de un paréntesis y dentro del paréntesis se escriben los cocientes de dividir el factor común por la expresión original.

Otra manera de enseñar el factor común es por medio de bloques algebraicos, cabe mencionar que este método se puede hacer por medio de elementos manipulables o de manera virtual, en este caso se emplea la propiedad asociativa de la multiplicación con respecto a la suma, de la siguiente manera:

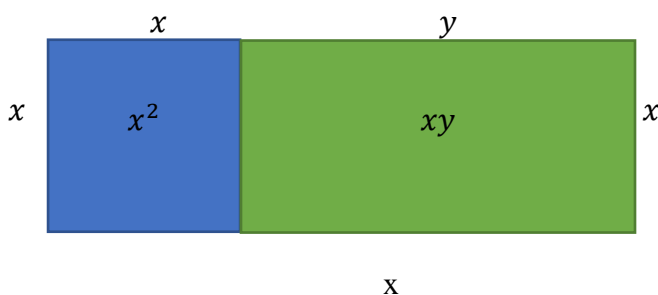
Se tiene un cuadrado de lado x , cuya área será x^2 .



Luego, tenemos un rectángulo de lados x e y , entonces su área será $x \cdot y$.



Si sumamos las áreas anteriores obtendremos $x^2 + xy$, en los bloques se tiene que:



y

Ahora, empleando la definición del área de un rectángulo podemos apreciar que la factorización de $x^2 + xy = x(x + y)$.

- Diferencia de cuadrados perfectos:

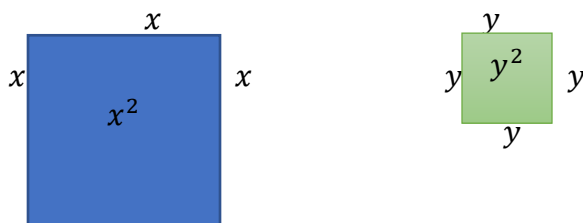
La diferencia de cuadrados perfectos se caracteriza por ser un binomio, sus términos siempre son cuadrados perfectos y los separa el signo menos, esto para obtener raíces reales, si el signo que los separa es positivo, el binomio no tendría solución en los reales, por ejemplo: $4x^2 - 16y^4$.

En este ejemplo, vemos que los términos del binomio son cuadrados ya que tienen raíces cuadradas exactas; la solución a dicho ejercicio es: $(2x + 4y^2)(2x - 4y^2)$.

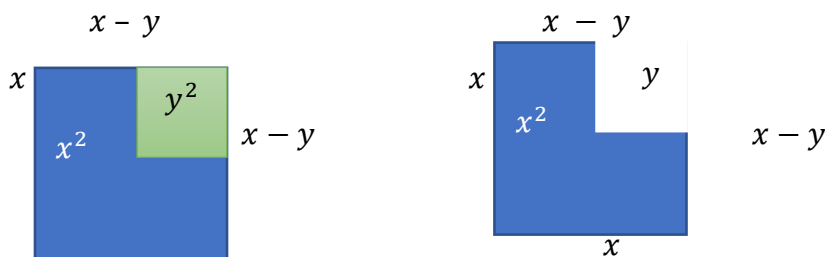
Generalmente, este caso se explica con la siguiente ecuación: $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$, en donde se les dice a los estudiantes que deben sacar las raíces cuadradas tanto del minuendo como del sustraendo, luego se multiplica la suma por la diferencia de esas raíces.

Miremos como se puede factorizar empleando los bloques algebraicos:

Tendremos dos cuadrados, uno de lado x , y otro de lado y , en donde, y sea menor que x , por tanto, tendremos dos cuadrados uno con área x^2 y otro de área y^2 , de la siguiente manera:



Ahora, como es una resta la que vamos a representar, colocamos el cuadrado pequeño en el interior del cuadrado grande, es decir, el cuadrado de área y^2 lo colocamos dentro del cuadrado de área x^2 , y borramos o cortamos el área del cuadrado pequeño de la siguiente manera:



Ahora, tenemos una figura formada por dos rectángulos, uno de lados x y $(x-y)$; el otro de lados y y $(x-y)$, al sumar las áreas de los rectángulos obtenemos: $x(x - y) + y(x - y) = x^2 - y^2$.

- Trinomios:

Es una expresión algebraica que consta de tres términos, en los textos escolares encontramos tres casos importantes de ellos; los cuales son: el trinomio cuadrado perfecto, el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ y el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$; para efectos de esta investigación, no se hará dicha distinción y solo llamaremos a este caso factorización de trinomios, ya que se trabaja con los estudiantes una forma de factorizar cualquier trinomio sin diferenciar a que caso pertenece.

Ejemplo: $a^2 + 2ab + b^2$

$$\begin{aligned} \text{La solución a este caso sería: } &= (a + b)(a + b) \\ &= (a + b)^2 \end{aligned}$$

Por lo general, los trinomios como se mencionó anteriormente se enseñan por separado, veamos cómo se hace:

- ✓ Trinomio cuadrado perfecto:

Para este caso se emplea la ecuación $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Y se dice que la regla para factorizar un trinomio cuadrado perfecto es:

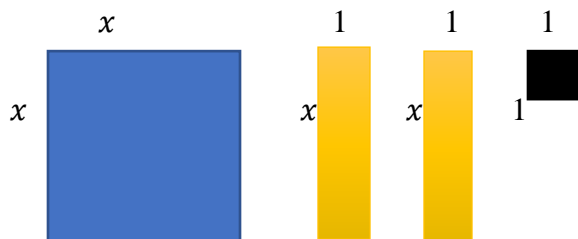
- Extraer la raíz cuadrada del primer y del tercer término del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. Y para terminar el binomio obtenido se debe elevar al cuadrado.

Cabe mencionar que para poder realizar este procedimiento se debe cerciorar que si sea un trinomio cuadrado perfecto y para ello existe la siguiente regla:

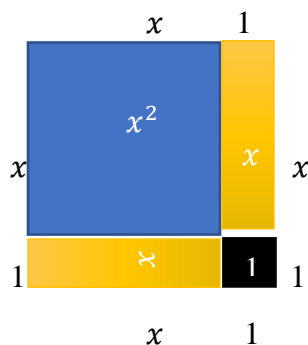
- El primer y el último término deben ser cuadrados perfectos (tener raíz cuadrada exacta), ambos deben ser positivos y el segundo término debe ser el doble producto de las raíces cuadradas del primer y del tercer término.

Por medio de los bloques algebraicos sería:

Tenemos 4 rectángulos, uno de lados x , otro de lados x y 1 , y un cuarto rectángulo de lado 1 .



Luego, los ubicamos de tal forma que se forme un cuadrado con los cuatro rectángulos.



Aplicando la definición del área de un cuadrado tenemos que la factorización de $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$.

✓ Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Para este caso por lo general se enseña que el trinomio debe cumplir los siguientes criterios:

1. El coeficiente del primer término es 1 .
2. El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.
3. El segundo término tiene la misma letra del primer término y esta tiene exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
4. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primer y segundo término y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

Luego que se ha verificado que se cumple lo anterior se enseña las reglas para factorizar este caso:

1. El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de la letra del primer término del trinomio.
2. En el primer paréntesis se ubica después de la letra el signo del segundo término del trinomio y en el segundo paréntesis después de la letra se ubica el resultado de multiplicar los signos del trinomio.
3. Si los dos paréntesis tienen signos iguales, se buscan dos números que sumados den el valor absoluto del segundo término y multiplicados den el valor absoluto del tercer término del trinomio.
4. Si los dos paréntesis tienen signos diferentes, se buscan dos números que restados den el valor absoluto del segundo término y multiplicados den el valor absoluto del tercer término del trinomio, el número mayor lo ubicamos en el primer paréntesis luego del signo.

Veamos un ejemplo:

Factorizar $x^2 - 2x - 3$

1. El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de la letra del primer término del trinomio.
 $(x) (x)$.
2. En el primer paréntesis se ubica después de la letra el signo del segundo término del trinomio y en el segundo paréntesis después de la letra se ubica el resultado de multiplicar los signos del trinomio.
 $(x -) (x +)$.
3. Si los dos paréntesis tienen signos diferentes, se buscan dos números que restados den el valor absoluto del segundo término y multiplicados den el valor absoluto del tercer término del trinomio, el número mayor lo ubicamos en el primer paréntesis luego del signo.
 $(x - 3)(x + 1)$.

Otra forma de factorizar este trinomio se conoce como el método del aspa, o cruzado, o de la Tijera, según Lexus Editores S.A (2008), este se utiliza para factorizar trinomios de la forma:

$ax^{2n} \pm bx^n \pm c$ o de la forma $x^{2n} \pm bx^n \pm c$ y explican el siguiente procedimiento para realizar su factorización.

Se descompone en dos factores los términos ax^{2n} o x^{2n} , según sea el caso. Se coloca estos factores en las puntas de la izquierda del aspa. El término independiente, incluyendo el signo, también se descompone en dos factores, los cuales se colocan en las puntas de la derecha del aspa. El término central del trinomio debe ser igual a la suma de los productos del aspa. Por último, los factores de la nueva expresión son las sumas en forma horizontal de los extremos del aspa (p. 142).

Además, los autores también explican que este método puede utilizarse para factorizar polinomios de la forma $ax^{2n} \pm bx^ny^n \pm cy^{2n} \pm dx^n \pm ey^n \pm f$ ó en la solución de algunos polinomios de 4° grado, para ello se utiliza una variación llamada el método de aspa doble.

El método del Aspa es el que usa el docente investigador para explicar estos casos ya que no es necesario diferenciar que tipo de trinomio es el que se va a factorizar, puesto que es efectivo para cualquier trinomio factorizable en reales, a continuación, veremos un ejemplo de ello.

Factorizar $x^2 - 2x - 3$

1. Tomamos el primer y el tercer término y los descomponemos

$$\begin{array}{l|ll} x^2 & x & 3 \\ & x & 1 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}$$

2. Multiplicamos los factores que se encuentran al frente de cada uno así,

$$\begin{array}{l|ll} x^2 & x & 3 \\ & x & 1 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array}$$

obteniendo $3x$

x

3. Con los resultados obtenidos debemos mirar si restando o sumando nos da el coeficiente del segundo término del trinomio.

$$3x - x = 2x$$

4. Si la operación del paso anterior es una resta ubicamos signos diferentes en los factores del tercer término, colocándole el signo del segundo término al factor mayor y el signo contrario al otro factor.

$$x^2 \left| \begin{array}{cc|c} x & -3 & 3 \\ x & +1 & \end{array} \right.$$

5. Ubicamos en dos paréntesis los factores, pero formando los binomios con los factores en diagonal.

$$x^2 \left(\begin{array}{cc|c} x & -3 & 3 \\ x & +1 & \end{array} \right)$$

Obteniendo $(x + 1)(x - 3)$

✓ Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Para este caso generalmente se explica que se diferencia del trinomio anterior por que tiene un coeficiente en el primer término.

El proceso para factorizar es el siguiente:

Factorizar $3x^2 + 7x - 6$

1. Se multiplica el coeficiente del primer término por el trinomio, pero la multiplicación con el segundo término se deja indicada.

$$9x^2 + 7(3x) - 18$$

2. Se factoriza el trinomio igual al trinomio anterior

- El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de la letra del primer término del trinomio.
- En el primer paréntesis se ubica después de la letra el signo del segundo término del trinomio y en el segundo paréntesis después de la letra se ubica el resultado de multiplicar los signos del trinomio.
- Si los dos paréntesis tienen signos iguales, se buscan dos números que sumados den el valor absoluto del segundo término y multiplicados den el valor absoluto del tercer término del trinomio.
- Si los dos paréntesis tienen signos diferentes, se buscan dos números que restados den el valor absoluto del segundo término y multiplicados den el valor absoluto del tercer término del trinomio, el número mayor lo ubicamos en el primer paréntesis luego del signo.

Obteniendo $(3x + 9)(3x - 2)$

3. Como al principio se multiplicó por el coeficiente del primer término, se debe dividir por el mismo número, aunque este se debe descomponer en dos factores, puesto que debe dividir a los dos paréntesis.

$$\frac{(3x+9)(3x-2)}{3 \cdot 1}$$

4. Se realiza la división y se obtiene

$$(x + 3)(3x - 2)$$

También podemos factorizar por el método del aspa.

Factorizar $3x^2 + 7x - 6$

1. Tomamos el primer y el tercer término y los descomponemos

$$\begin{array}{l|ll|l} 3x^2 & 3x & 3 & 6 \\ & x & 2 & \end{array}$$

2. Multiplicamos los factores que se encuentran al frente de cada uno así

$$\begin{array}{l|ll|l} 3x^2 & 3x & \rightarrow 3 & 6 \\ & x & \rightarrow 2 & \end{array}$$

obteniendo $9x$

$$2x$$

3. Con los resultados obtenidos debemos mirar si restando o sumando nos da el coeficiente del segundo término del trinomio.

$$9x - 2x = 7x$$

4. Si la operación del paso anterior es menos ubicamos signos diferentes en los factores del tercer término, colocándole el signo del segundo término al factor mayor y el signo contrario al otro factor.

$$\begin{array}{l|ll|l} 3x^2 & 3x & + 3 & 6 \\ & x & - 2 & \end{array}$$

5. Ubicamos en dos paréntesis los factores, pero formando los binomios con los factores en diagonal.

$$\begin{array}{l|ll|l} 3x^2 & 3x & & + 3 & 3 \\ & x & & - 2 & \end{array}$$

Obteniendo $(3x - 2)(x + 3)$

Como anexo a la investigación se dejan algunas presentaciones de Power Point donde se explica la forma de realizar estos casos de factorización, estas presentaciones forman parte del material cotidiano de estudio de los estudiantes dentro de la plataforma Edmodo®.

2.4.4. Dificultades presentadas por los estudiantes al momento de factorizar polinomios

La factorización de polinomios es un proceso complejo que requiere de la capacidad de abstracción, ya que, es abstracta y en algunos casos difícil de identificar, y sí se les pregunta a los estudiantes al respecto encontramos respuestas ingeniosas, que van desde “a mí no me enseñaron bien”, “el profesor explicaba muy enredado”, hasta respuestas tales como, “para mí las matemáticas son muy duras”, “eso no me gusta”; este tipo de respuestas son comunes en algunos estudiantes que ven álgebra, Socas (1997) las clasifica de la siguiente manera:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza aprendizaje.
- Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

(p. 126).

Las dificultades en matemáticas son una constante, muchos jóvenes sufren a la hora de estudiarlas, pero esas mismas dificultades pueden ser el punto de partida para mejorar el desempeño en ellas, parafraseando a Palarea y Socas (1997) es necesario hacer explícitos los errores para facilitarle al estudiante la incorporación de un nuevo saber; en otras palabras, se debe ver de manera explícita el error, para poder superarlo y así poder adquirir un nuevo conocimiento.

Otros autores como Gallardo y Rojano (1998) ubican las dificultades algebraicas en tres aspectos fundamentales, los cuales son:

- El significado de las letras.
- El cambio a una serie de convenciones diferentes de las usadas en aritmética.
- El reconocimiento y uso de estructuras.

Retomando la idea de Palarea y Socas (1997), es necesario apoyarse en los errores hallados en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los estudiantes para contribuir en la adquisición de los conceptos estudiados, pero para ello el docente debe prever dichos errores y así poder ayudar a completar el conocimiento que ha de faltar para entender y no volver a cometer los mismos errores, ya que estos, puede ser la manifestación de algo que no quedó claro.

Para Fernández (1997) las dificultades o errores que los alumnos cometen al estudiar la factorización de polinomios son:

- Errores de naturaleza algebraica, en donde el signo igual no relaciona expresiones equivalentes.
- Errores de procedimientos, como el mal uso de la propiedad distributiva.
- Errores debidos a falsas generalizaciones sobre números.
- Errores ocasionados del paso de la aritmética al álgebra.
- Uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos.

Los estudiantes que forman parte del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® no son ajenos a las dificultades y errores mencionados anteriormente y, por tanto, a medida que se vaya realizando la intervención, se irán haciendo evidentes las dificultades de alguno de ellos, dichas dificultades serán el punto inicial para preparar las actividades y así poder superarlas y lograr que adquieran el conocimiento matemático, tal y como lo plantean (Palarea y Socas, 1997).

2.5. Plataforma Edmodo®

A lo largo de la investigación se ha presentado como la tecnología y la educación matemática pueden trabajar de la mano, se han mencionado varias herramientas tecnológicas que han sido diseñadas para mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, entre las cuales se encuentra la plataforma Edmodo®, esta brinda diferentes herramientas digitales que propician el conocimiento matemático, además de permitir la interacción entre los estudiantes y el conocimiento, entre los estudiantes y los estudiantes y entre los estudiantes y el docente.

Pero ¿qué es Edmodo®? Edmodo® es una plataforma b-learning, según (Fernández, y Pampillón, s, f) se puede decir que es “una aplicación web que integra un conjunto de herramientas

para la enseñanza – aprendizaje en línea, permitiendo una enseñanza mixta, donde se combina la enseñanza en Internet con experiencias en la clase presencial” (p. 02).

En dicha plataforma podemos reproducir vídeos que ayudan a dar claridad sobre algún proceso e inmediatamente se puede generar conversaciones acerca del vídeo, preguntas y respuestas que surjan de la interacción con el vídeo, además, se puede generar un cuestionario que refuerce los conceptos vistos en el vídeo y en tiempo real desde la misma plataforma se pueden resolver las dudas de las actividades creadas en ella, es decir, la plataforma integra varias herramientas que permiten interacciones que pueden llevar a la construcción de un conocimiento.

Ésta tiene una interfaz muy parecida a una red social, permite la interacción entre docentes y estudiantes desde un entorno similar al utilizado por Facebook, dicha plataforma fue creada en el año 2008 por Jeff O’Hara y Nic Borg quienes trabajaban en los departamentos de tecnologías de varios colegios en los Estados Unidos, allí al ver que siempre les pedían que bloquearan las redes sociales por el uso continuo de ellas en clases, se dieron cuenta de la necesidad de una herramienta similar a dichas redes, pero educativa, de tal manera que tanto, estudiantes como docentes, pudieran interactuar sin límites de espacio o de tiempo y así el proceso de formación no se detuviera al dejar las aulas.

En términos de la educación estadounidense, Edmodo® es una plataforma K – 12 (Término que hace referencia a la educación de preescolar hasta el grado 12), siendo la más grande del mundo, contaba a julio del 2017 con 78 millones de usuarios entre docentes y estudiantes repartidos por todo el mundo.

Además, Edmodo® cuenta con diferentes roles, profesores, estudiantes y padres de familia; permitiendo la interacción entre todos, siendo una característica importante dicha interacción entre docentes y padres de familia.

La plataforma Edmodo® es “la unión” entre una plataforma educativa y una red social, permite mandar mensajes personalizados o en grupo, permite publicar información en diferentes formatos, sean vídeos, documentos en Word, Excel, Pdf y Power Point, además, permite comentar en tiempo real publicaciones hechas por estudiantes o docentes y dar likes a dichas publicaciones, actividades propias de una red social cualquiera, pero a su vez, dota al docente de herramientas tales como:

calendario académico y biblioteca virtual; además, el docente puede crear y editar evaluaciones para ser aplicadas on-line, obteniendo los resultados en tiempo real.

Edmodo® permite que el docente lleve un sistema de evaluación continuo basado en las actividades y/o evaluaciones que se van colgando en el muro de la plataforma, además de lo descrito anteriormente, Edmodo® posee una característica importante, es una plataforma gratuita y se puede acceder a ella no sólo desde un computador, sino, desde cualquier dispositivo móvil que tenga conexión a Internet.

La plataforma Edmodo® permite tener control de las actividades académicas, pues trae un calendario que facilita programar las actividades a desarrollar, además, ayuda a llevar un control de notas y lo más importante es una herramienta útil para contrarrestar la deserción escolar que es un serio problema de nuestra educación actual, puesto que en ella se pueden dejar las notas de clase, montar los vídeos con la explicación de la teoría y proponer algunos ejercicios como evaluación, dicha evaluación es controlada con tiempos seleccionados por el docente acorde a la cantidad y nivel de dificultad de la misma y así los estudiantes que tengan dificultades para llegar a las aulas de clase puedan continuar con su proceso educativo sin muchos traumas.

Por último y no menos importante, dicha plataforma permite tener una comunicación en tiempo real con estudiantes y padres de familia, dejando a un lado las dificultades que se presentan por las limitaciones de tiempo y espacio, propiciando así una interacción permanente entre los miembros del colectivo que la esté usando; cabe resaltar que Edmodo® se puede trabajar desde un computador, una tableta o desde un Smartphone, haciendo mucho más fácil su utilización, logrando así que el proceso de formación trascienda de las cuatro paredes del aula de clase y permitiendo el diálogo y las asesorías a cualquier hora del día, es por ello, que los docentes del área de matemáticas de la institución Educativa Eduardo Espitia Romero, toman la decisión de trabajar con la plataforma Edmodo® y, por tanto, es la que se emplea en esta investigación.

Retomando el objetivo general de la investigación, se cree pertinente partir de la categorización de las interacciones realizada por Sucerquia (2016), para así tener una ruta de navegación a la hora de diseñar las actividades que se plantearán en los próximos capítulos, por tanto, se consideran de manera a priori estructurar las actividades teniendo en cuenta las interacciones:

- Interacciones asociadas a la factorización de polinomios.
- Interacciones entre los miembros del colectivo.
- Interacciones sincrónicas y asincrónicas.

Dado que el constructo humanos—con—medios, reconoce que los medios y los humanos constituyen una unidad pensante que permite la producción de conocimiento, a través de interacciones generadas en su interior, se pensó en este como el referente teórico propicio para el desarrollo de la presente investigación, además, al relacionar los medios con las matemáticas, es idóneo para explicar desde él las interacciones generadas en la presente investigación entre la factorización y los estudiantes a través de las herramientas provistas por la plataforma Edmodo®.

Partiendo de la base teórica, en donde las interacciones se reconocen como un fenómeno complejo, con múltiples variables de acciones reciprocas entre los estudiantes, el docente y la plataforma educativa, se considera necesario emplear un método investigativo que propicie la descripción de las características del objeto de estudio, por tanto, se considera pertinente un estudio de caso intrínseco, con el cual, se espera dar respuesta a los propósitos investigativos y generar conclusiones que podrían realizar aportes en el campo de la educación matemática, lo cual se considera en el desarrollo del siguiente capítulo.

Capítulo III

Metodología

“Investigación es lo que hago cuando no sé lo que estoy haciendo”

Wernher Von Braun.

A lo largo de este capítulo, se abordan las características y particularidades de la metodología que orienta este proyecto de investigación. Inicialmente se da una mirada general al diseño metodológico, en un segundo momento se describe el método elegido para la investigación, y finalmente se da a conocer los participantes, los instrumentos de recolección de datos y las actividades a realizar para un posterior análisis de los datos. Esto con el propósito de fijar una ruta de trabajo y elegir un camino que nos lleve a alcanzar los objetivos trazados.

3.1. Enfoque de la investigación

Por lo general, en el campo de la educación se utilizan dos tipos de metodología, estas son: la metodología cuantitativa y la metodología cualitativa, el modelo cuantitativo se utiliza cuando se pretende explicar fenómenos de causa y efecto. Este modelo requiere el empleo de un lenguaje unificado y la posibilidad de cuantificación de los fenómenos en estudio. La metodología cuantitativa plantea una secuencia de pasos que permiten realizar el estudio de un fenómeno en particular, la comunicación de los resultados en forma estadística y en gráficos resulta entendible para el público en general. (Hernández, Fernández, Baptista, 2014).

A su vez, la metodología cualitativa en palabras de Taylor y Bogdan (1986) “es aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable” (p. 20). Este tipo de metodología extrae descripciones a partir de la observación directa de los sujetos investigados, además, se apoya en instrumentos para recolectar información como entrevistas, notas de campo, audios, vídeos y fotografías, entre otros.

Para la presente investigación es importante identificar y analizar las interacciones generadas en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al abordar la factorización de polinomios, por tanto, y apoyándonos en la definición antes dada de interacción, es importante encontrar una

metodología acorde al propósito de la misma, una que provea las herramientas necesarias para alcanzar los objetivos y llegar a responder la pregunta de investigación descrita anteriormente, es por ello que basándonos en las palabras de Hernández, Fernández y Baptista (2014), quienes argumenta que:

El enfoque (cualitativo) se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados completamente. Tal recolección consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, prioridades, experiencias, significados y otros aspectos más bien subjetivos). También resultan de interés las interacciones entre individuos, grupos y colectividades. El investigador hace preguntas más abiertas, recaba datos expresados a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal, así como visual, los cuales describe, analiza y convierte en temas que vincula, y reconoce sus tendencias personales. Debido a ello, la preocupación directa del investigador se concentra en las vivencias de los participantes tal como fueron (o son) sentidas y experimentadas (p. 8).

Es por lo anterior, que se considera pertinente optar por la investigación cualitativa, puesto que el estudio se centrará en las interacciones producidas dentro del colectivo, además, los datos a recolectar surgirán de dichas interacciones en forma verbal, escrita o visual, puesto que la plataforma que forma parte del colectivo así lo permite mediante fotos, vídeos o chat; además, permite generar un proceso descriptivo de algunas incidencias y del posterior análisis de la manera como interactúan los miembros del colectivo estudiantes—con—Edmodo® al abordar la factorización de polinomios.

Además, retomando a Borba (2012), el conocimiento es una dimensión subjetiva del ser humano y, por lo tanto, los aspectos relacionados con esta acción deben ser representados por una investigación de tipo cualitativo, por tanto, dentro de la presente investigación es importante observar las emociones, los sentimientos en torno al trabajo dentro del colectivo y sobre todo con el trabajo con la factorización, para ello se utilizarán los chats y los foros.

El análisis que se emplea es de tipo deductivo, ya que, se parte de la interpretación de las interacciones que surgen en el colectivo específico, hasta llegar a una descripción de las interacciones que se llevan a cabo al abordar la factorización de polinomios en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

En correspondencia con lo anterior, se requiere de un método investigativo que permita analizar el fenómeno en profundidad, mediante la observación directa entre docente investigador, estudiantes participantes, plataformas virtuales, computadores, celulares o tablets permitiendo observar, describir y comparar las acciones que realiza el colectivo cuando abordan la factorización de polinomios, por tanto, se miran diferentes métodos de investigación como el de Investigación Acción Participación, el experimental, el etnográfico, el de estudio de casos, entre otros.

De los métodos antes mencionados se indaga en el estudio de caso, el cual, según Hernández, Fernández y Baptista (2014), es una investigación que, mediante los procesos cuantitativo, cualitativo y/o mixto, se analiza profundamente una unidad integral para responder al planteamiento del problema, quienes a su vez citan a Mertens (2005) quién define el estudio de caso como una investigación sobre un individuo, grupo organización, proceso, etc., que es visto y analizado como una unidad, lo anterior entra en concordancia con nuestro marco teórico, ya que, el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, a la luz del constructo de humanos—con—medios, es una unidad indisoluble en donde los estudiantes modifican la plataforma y esta a su vez modifica al estudiante, buscando así superar las dificultades en la factorización de polinomios.

Además, este método permite realizar un estudio a profundidad, “disciplinado y cualitativo del objeto de estudio” (Stake, 1999, p. 12). En nuestro caso sería analizar las interacciones que se tejen en el colectivo de estudiantes al abordar la factorización de polinomios, estas interacciones están dadas en un contexto escolar particular, en situaciones reales propias del proceso educativo, es allí donde se encontraría el caso a estudiar, en esas interacciones que se generan en el colectivo en torno a la factorización.

Según Sucerquia (2016), algunas de las interacciones que se pueden generar dentro de una clase virtual son:

- Ingresar a la sesión
- Escribir en el chat
- Presentar vídeo
- Realizar preguntas orales.
- Lectura de definiciones o propiedades matemáticas.

- Escribir en la pizarra.
- Compartir escritorio.
- Utilizar las herramientas de dibujo.
- Adjuntar un documento en la sesión.
- Leer uno de los módulos del texto guía.
- Diálogo entre estudiantes.
- Diálogo con el profesor.
- Enviar un mensaje a través de un foro.
- Proponer espacios para la interacción.
- Publicar información (sitios web, documentos, etc.)
- Señalar la pizarra, para hacer énfasis en algún aspecto relacionado con el conocimiento en discusión.
- Compartir enlaces de vídeos.
- Envío de mensajes a través de correo electrónico.
- Descargar documentos de la plataforma.
- Responder al profesor de manera escrita (p. 175 - 176).

En el contexto de la presente investigación podríamos esperar según lo anterior que se presenten las siguientes interacciones:

- Ingresar a la plataforma Edmodo®.
- Escribir en el chat de la plataforma.
- Presentar vídeos en la plataforma.
- Realizar preguntas en el Chat de la plataforma.
- Realizar preguntas orales.
- Responder al profesor de manera escrita.
- Publicar enlaces de vídeos.
- Publicación de ejercicios resueltos en formato fotográfico.
- Retroalimentación de lo aprendido desde el chat o los foros.
- Diálogo entre estudiantes y entre estudiantes y profesor por medio del foro de la plataforma.

Por lo descrito en los párrafos anteriores, se propone como método de investigación el estudio de caso propuesto por Stake (1999), considerado como un instrumento que permite analizar la comprensión de un individuo o de un grupo de personas, donde la observación y la entrevista juega un papel importante, además, la información recopilada permite apoyar como se desarrolla el proceso investigativo, guardando cierta relación con el campo educativo y social. “El estudio de casos, es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (Stake, 1999, p. 8). Donde las comprensiones de los acontecimientos aportan al desarrollo del proceso investigativo.

Además, según Gromaz et al. (2007) quienes expresan que el aporte de este tipo de estudios se fundamenta en tres aspectos, los cuales son: el énfasis en las observaciones a largo plazo, basadas en informes descriptivos más que en categorías preestablecidas, interés por describir la conducta observada y una preocupación por la perspectiva de los participantes acerca de los hechos, es decir, como construyen su realidad social. De lo anterior podemos concluir que el método de estudio de caso se ajusta a la naturaleza del estudio, razón por la cual se considera pertinente para llevar a cabo la presente investigación, ya que, se pretende observar las interacciones que surgen al interior de un colectivo de estudiantes cuando se abordan la factorización de polinomios. Retomando la propuesta de Stake (1999), se identifican tres tipos de casos: Intrínseco, Instrumental y Colectivo. El estudio intrínseco es el cual se preocupa por estudiar un caso a profundidad, teniendo en cuenta el contexto de manera detallada, este tipo de caso es determinado casi por sí mismo, no pretende hacer generalizaciones, sino que procura abordar un tema de interés, según (Stake, 1999), se estudia “porque necesitamos aprender sobre ese caso particular” (p. 16).

El estudio instrumental está direccionado desde “una necesidad de comprensión general” (Stake, 1999, p. 16). Considerando que se puede hacer desde un caso particular, en ese sentido el mismo caso en sí se convierte en un instrumento que permite la comprensión del objeto de estudio; por último, se tiene el estudio colectivo o múltiple, este se refiere a varios casos y no sólo a uno, este tipo de estudio exige algo de coordinación entre los casos para dar mayor legitimidad.

Siendo coherente con lo anterior y teniendo en cuenta las características del estudio, se considera pertinente para la presente investigación llevar a cabo un estudio de caso Instrumental, dado que, el caso no viene dado, sino que a través de este método de estudio se comprende la vida

y acciones de los participantes cuando se involucran aspectos nuevos, además de que las interacciones generadas al interior del colectivo son a su vez instrumentos dentro del estudio.

3.2. Instrumentos de recolección de datos

Teniendo en cuenta que: “El diseño de una investigación requiere una organización conceptual, ideas que expresen la comprensión que se necesita, puentes conceptuales que arranquen de lo que ya se conoce, estructuras cognitivas que guíen la recogida de datos, y esquemas” (Stake, 1999, p. 22).

Por tanto, para la presente investigación se consideran los siguientes instrumentos para la recolección de los datos:

Entrevista, según Stake (1999), “mucho de lo que no podemos observar personalmente, otros lo han observado o lo están observando. Dos de las utilidades principales del estudio de casos son las descripciones y las interpretaciones que se obtienen de otras personas” (p. 60). Es por ello, que el investigador recurre a las entrevistas de los participantes del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, para tener una mejor percepción de las interacciones que se dan, lo que permite un análisis más detallado de las relaciones que se crean en el favorecimiento del conocimiento matemático, estas entrevistas son personales y no tienen un guion definido, dado que las preguntas surgirán de acuerdo con la evolución de las actividades.

Registro documental, en palabras de Stake (1999),

La recogida de datos mediante el estudio de documentos sigue el mismo esquema de razonamiento que la observación o la entrevista. Hay que tener la mente organizada, aunque abierta a pistas inesperadas. Se deben prever cuidadosamente las preguntas de la investigación y establecer un sistema que las cosas se desarrollen según lo previsto (p. 63).

Además, según Stake (1999), “los documentos sirven como sustitutos de registros de actividades que el investigador no puede observar directamente. Algunas veces, estos registros son observadores más expertos que el investigador” (p. 64). Es por lo anterior, que el docente investigador recurre a los documentos creados por los estudiantes y por él mismo a lo largo del

desarrollo de las actividades en el colectivo, estos documentos son: Talleres, diarios de campo, entre otros.

Todo lo anterior, se realiza con el fin de recoger las apreciaciones con respecto al trabajo que se va realizando al interior del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® donde se pueda evidenciar los progresos en lo concerniente a la factorización de polinomios, producto de las interacciones generadas al interior del colectivo.

Además, se utilizará la Observación como técnica de recolección de datos, ya que en palabras de Stake (1999), “la observación conduce al investigador hacia una mejor comprensión del caso” (p. 57). En este sentido, el investigador observará la interacción por el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, como se configura esta relación, y a partir de allí comprender las lógicas que permite la apropiación de la factorización de polinomios.

3.3. Participantes

Los participantes del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, son los estudiantes matriculados en los grados de la media académica, con ellos se realizan las actividades de intervención del presente proyecto, aunque para efectos del análisis de los datos se toma una muestra de cinco estudiantes, esta selección se hace teniendo en cuenta que los estudiantes presenten dificultades con la factorización de polinomios y/o con los conceptos matemáticos que requieren de la factorización, además, deben presentar el aval previo de sus acudientes para poder formar parte del proceso investigativo. Para efectos de proteger la identidad de los participantes los llamaremos por los siguientes seudónimos:

- Susana, tiene 15 años, cursa el grado décimo y presenta dificultades para reconocer el caso de factorización que debe emplear a la hora de factorizar un polinomio.
- Carmenza, tiene 15 años y cursa el grado décimo, su principal dificultad es que no comprende qué caso de factorizar utilizar a la hora de factorizar un polinomio.
- Facundo, tiene 15 años y cursa el grado décimo, su mayor dificultad la presenta a nivel procedimental, pues se confunde frecuentemente a la hora de factorizar un polinomio.

- Miguel, tiene 19 años y cursa el grado once, su mayor dificultad es que se confunde al momento de solucionar algunos ejercicios, por ejemplo, a la hora de encontrar la raíz cuadrada de un número, él lo divide entre dos.
- Candy, tiene 15 años y cursa el grado once, su mayor dificultad la presenta en el momento de identificar qué caso emplear para factorizar, puesto que no sabe identificar las características de los polinomios a factorizar.

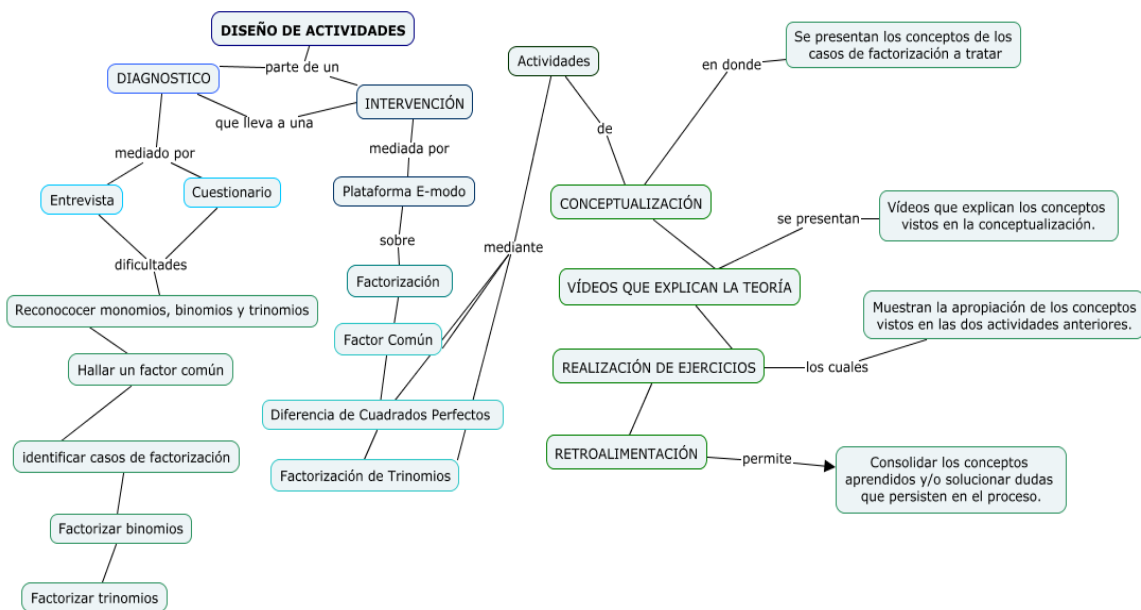
Las anteriores son las dificultades más evidenciadas o detectadas de acuerdo con los procesos estudiados hasta el momento.

3.4. Diseño de actividades

La presente investigación se encuentra organizada por etapas. A continuación, se presenta una descripción de las respectivas etapas.

Imagen 10.

Resumen del diseño de las actividades



Fuente: Elaboración propia, 2019

3.4.1. Etapa 1: Diagnóstico

El docente investigador basándose en su experiencia en el aula realiza un diagnóstico al comenzar cada año lectivo, antes de abordar los temas propios del grado realiza una serie de

preguntas acerca de los conceptos claves que se necesitan para afrontar los temas del grado, por lo que realiza el siguiente cuestionario:

1. ¿Saben que es un monomio, binomio o trinomio?
2. ¿Recuerdan que es factorización de polinomios?
3. ¿Saben factorizar polinomios?
4. ¿Saben en qué puede ayudar la factorización de polinomios?
5. ¿Recuerdan algún caso de factorización?
6. ¿Reconocen los diferentes casos de factorización?
7. ¿Qué es un factor?
8. ¿Saben que es un factor común?
9. ¿Qué es un cuadrado perfecto?
10. ¿Qué es una diferencia de cuadrados perfectos?
11. ¿Cuántos casos de factorización tienen que ver con trinomios?
12. ¿Identifican con cual caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $x^4 - 81$?
13. ¿Identifican con cual caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $x^2 + 4x + 4$?
14. ¿Identifican con cual caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $4x^4 + 2x + 16$?
15. ¿Es posible factorizar este ejercicio $x^2 + 4$ en el conjunto de los números reales?

3.4.2. Etapa 2: Desarrollo de la intervención

Las intervenciones se realizan desde la plataforma y son pensadas teniendo en cuenta el modelo pedagógico de la Institución Eduardo Espitia Romero, además, de su sistema de evaluación.

Como se mencionó anteriormente, se trabaja con los estudiantes matriculados en los grados que orienta el docente investigador, se les propone a todos ellos realizar las actividades sobre factorización, ya que se toma como un repaso para las diferentes temáticas a tratar y son valoradas en el proceso de evaluación de las clases de matemáticas.

Las intervenciones se realizan de manera virtual sin un horario establecido, cada estudiante entra a la plataforma a la hora y en el día que le quede más sencillo, lo importante es que cumplan con las actividades antes que finalice el mes de junio.

La intervención se desarrolla de la siguiente manera:

- Al comenzar el año escolar el docente presenta la plataforma a sus estudiantes, les enseña a utilizarla (especialmente para los alumnos nuevos que no la conocen), crea el curso de factorización y cada estudiante se matricula en él.
- El docente publica un cronograma de actividades en la plataforma y desde ella les pide a sus estudiantes que estén atentos a las publicaciones.
- El docente comienza a subir la información necesaria para el trabajo en la plataforma, como lo es la teoría, los vídeos y los ejercicios a resolver por parte de los estudiantes, esto forma parte de las actividades a desarrollar en la intervención; la publicación de la información se hace paulatinamente, un concepto después del otro en el siguiente orden:
 1. Concepto uno: factor común.
 2. Concepto dos: Diferencia de cuadrados perfectos.
 3. Concepto tres: Factorización de trinomios.

Al finalizar la fase de intervención el docente deja el curso abierto para que los estudiantes puedan entrar a él en el momento que lo necesiten.

3.5. Actividades

Las actividades, pretenden que los estudiantes según sus posibilidades tomen de manera consciente sus ideas y compartan sus conocimientos a través de las interacciones que se generen en el colectivo, todo ello para propiciar la factorización de polinomios, pasando de conceptos básicos hasta llegar a la apropiación del tema, además, se busca también que puedan diferenciar que caso de factorización utilizar dependiendo de la necesidad y del contexto.

Las actividades para desarrollar en cada uno de los casos de factorización son cuatro, las cuales, buscan propiciar el conocimiento del caso para ser aplicados en la solución de diferentes ejercicios dependiendo del tema y del grado que se esté cursando, se busca que manejen la factorización para que sean capaces de factorizar una expresión trigonométrica a la hora de resolver una identidad, o que puedan factorizar una expresión algebraica para eliminar una indeterminación en límites.

Las cuatro actividades se aplican en cada uno de los casos a trabajar (factor común, diferencias de cuadrados y factorización de trinomios); estas constan de una estructura similar en donde su cambio sustancial es en el caso de factorización a intervenir, la estructura es la siguiente.

3.5.1. Actividad 1: conceptualización

En la conceptualización se presentan los conceptos matemáticos a tratar. En el primer concepto se presenta el factor común, en el segundo concepto la diferencia de cuadrados perfectos y en el tercer concepto la factorización de trinomios (trinomio cuadrado perfecto, trinomios de la forma $x^2 \pm bx \pm c$ y trinomios de la forma $ax^2 \pm bx \pm c$), allí se brinda la teoría haciendo uso de algún medio audio visual, sea documento Pdf, Word o presentaciones de Power Point, en donde se trata de acercar al estudiante al concepto y posteriormente se dan las pautas para el manejo operativo del caso.

Los archivos en Power Point, están animados de tal forma que a medida que se va viendo la teoría se va explicando de manera visual. Luego de presentar la teoría se realiza un foro de discusión en donde los estudiantes interactúan entre ellos y en ocasiones con el docente sobre lo aprendido o sobre las dudas generadas tanto por la teoría o por la misma discusión producida en el foro, en este espacio los estudiantes hacen preguntas acerca de lo que no entendieron, piden explicación tanto del docente o de otros compañeros y comparten las estrategias que utilizan para avanzar en los contenidos.

3.5.2. Actividad 2: explicación del tema mediante vídeos

Se busca a través de vídeos, explicar desde diferentes fuentes el caso de factorización tratado, la mayoría de los vídeos presentados son realizados por docentes de matemáticas quienes explican los casos de factorización seleccionados para esta investigación y se presenta un vídeo realizado por una de las estudiantes, dado a la insistencia de ella, en el que con sus propias palabras intenta ser lo más clara posible en la explicación y así lograr que sus compañeros entiendan.

Los vídeos son enlazados a la plataforma Edmodo® desde YouTube, es decir, no se descargan, simplemente se deja un enlace para que los estudiantes lo puedan ver desde YouTube, esto para respetar los derechos de autor, aunque el vídeo que realizan los estudiantes

si se sube directamente a la plataforma para no hacerlos públicos, por tanto, los únicos que los pueden ver son los estudiantes que se encuentran matriculados en el curso; los vídeos se escogen siempre dependiendo de la teoría que se está tratando, por ejemplo, en el caso de la factorización de trinomios, allí el docente recurre a un proceso para factorizar llamado el método del Aspa o de la Tijera, por tanto, los vídeos son todos relacionados con este.

En este instante de las actividades también se realiza un foro similar al realizado en el momento de la conceptualización.

3.5.3. Actividad 3: realización de ejercicios

Los estudiantes ponen a prueba el conocimiento adquirido a través de los pasos anteriores, mediante una serie de ejercicios que el docente propone desde la plataforma, los estudiantes en su tiempo libre los realizan y le mandan al docente una foto con la solución, además, si continúan con dudas, las expresan en ese momento mediante el chat privado que pueden tener con el docente.

Los ejercicios son tomados del álgebra de (Baldor,1941) ya que es el libro guía de la institución para abordar la temática de factorización.

3.5.4. Actividad 4: retroalimentación

Cuando los estudiantes suben la solución de los ejercicios a la plataforma para que el docente los revise, este les hace la devolución de estos con sugerencias si es que deben mejorar en algo, o con las felicitaciones porque están buenos, es en esta actividad que los miembros del colectivo muestran y evidencian si el trabajo con la plataforma ha sido fructífero, puesto que al terminar la retroalimentación ya deben estar en condiciones de factorizar expresiones algebraicas dentro de los números reales y acorde al nivel de la media académica.

3.6. Análisis de la información

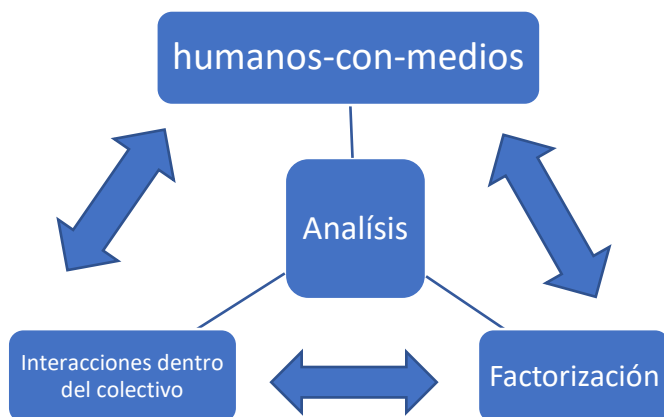
Para el análisis de la presente investigación, se hace necesario la interpretación de los datos que van surgiendo a partir de la observación de las interacciones dadas en la plataforma, la entrevista y documentos escritos, “En la indagación cualitativa se posee una mayor riqueza, amplitud y profundidad en los datos, si estos provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes

y al utilizar una mayor variedad de formas de recolección de los datos” (Hernández, Fernández. y Baptista, 2010, p.439).

Después de recolectada y agrupada la información, se inicia un análisis de las interacciones que se generan en las actividades desarrolladas, se pretende utilizar el software Atlas.ti para identificar las categorías de análisis y posteriormente realizar la triangulación de los datos procedentes de diferentes métodos de información como lo son, la observación de las interacciones dadas en la plataforma, la teoría consultada dentro del marco teórico de humanos—con—medios y los aspectos teóricos consultados en investigaciones relacionadas con el mismo objeto de estudio, por tanto, el objetivo de la triangulación en este estudio, es ampliar la comprensión y el análisis de las situaciones que se dieron al interior del colectivo, considerando las evidencias que resultaron de los diferentes métodos usados y, de esta manera, llegar a analizar las interacciones que se dan al abordar la factorización de polinomios en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

Imagen 11.

Interacciones



Fuente: Elaboración propia, 2019

3.6.1. Categorización de las interacciones

Tomando los cuatro grupos donde Sucerquia (2016), categorizó las interacciones generadas en una clase virtual (interacción con la tecnología, interacciones con los recursos matemáticos, interacción entre estudiantes e interacción con el profesor) y que están descritos en el capítulo dos de la presente investigación y utilizando el software Atlas ti, en donde por medio de “una nube de palabras” surgida al cargar documentos tales como: el libro humans—with—media, las

transcripciones de las intervenciones de los estudiantes dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® y los datos teóricos consultados sobre la factorización al software. Se establecen las categorías de análisis que ordenaran las interacciones para su posterior análisis, estas categorías son:

- La interacción con los medios tecnológicos.
- La interacción con los objetos matemáticos.
- La interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.
- Interacciones dadas de manera asincrónica.

Se es consciente, que el número de categorías puede aumentar o disminuir a lo largo del trabajo de campo, puesto que pueden surgir otras al momento del análisis o por el contrario podría desaparecer algunas, o cambiarse por otras más pertinentes.

El análisis de las categorías se dará contrastando los datos recogidos mediante la observación, los diálogos y las interacciones generadas al interior del colectivo, con la teoría consultada con anterioridad y así se podrá analizar las interacciones que favorezcan la factorización de polinomios.

En la interacción con los medios tecnológicos se espera encontrar interacciones de los miembros con las diferentes herramientas tecnológicas a disposición del colectivo, como fotos, vídeos, mensajes, etc. En la interacción con los objetos matemáticos se espera visualizar las interacciones realizadas entre los estudiantes y los objetos matemáticos, tales como consultar en los libros virtuales que se encuentran alojados en la plataforma Edmodo®. En cuanto a la interacción entre los miembros del colectivo, se espera observar diálogos, preguntas y respuestas en torno a la factorización. Por último, en las interacciones dadas de manera asincrónica, se espera identificar como el trabajo asincrónico favorece la aclaración de dudas en cualquier momento, ayudando a no limitar el conocimiento a un espacio y tiempo determinado.

3.7. Cronograma

Para dar respuesta a la pregunta de investigación y alcanzar los objetivos planteados, se sigue la ruta metodológica que se presenta a continuación:

- Conformación del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, este colectivo está formado por los estudiantes matriculados en los grados donde el docente investigador labora, pero se hace énfasis en cinco estudiantes en concreto.
- Diseño y puesta en marcha de actividades de formación en factorización mediadas por la plataforma Edmodo®.
- Interacción del colectivo a través de actividades de formación en factorización mediadas por la plataforma Edmodo®.
- Entrevistas grupales e individuales, donde su análisis y triangulación con otras fuentes de información, van a permitir caracterizar la evolución del conocimiento matemático asociado a la factorización de polinomios.
- Análisis de la información recolectada a través de las diferentes fuentes de información.

Teniendo en cuenta los diferentes enfoques con los cuales se podría desarrollar una investigación y partiendo de la naturaleza del estudio se considera, que este debe propiciar acciones como; reconocer, describir y analizar las interacciones que surgen dentro del colectivo formado entre estudiantes y Edmodo®, razón por la cual se asume un enfoque cualitativo, ya que este permite describir interacciones generadas al interior del colectivo. De igual manera, se requiere observar las diferentes relaciones dadas a través de la factorización de polinomios con los miembros del colectivo, desde su contexto real de manera detallada, por tal motivo, se elige el método de estudio de caso intrínseco, para alcanzar los objetivos planteados en la investigación.

Además, con el diseño de las actividades que se implementan en el trabajo de campo para abordar la factorización, se pretende identificar una serie de interacciones que se producen entre los miembros del colectivo, haciendo oportuno su categorización, valiéndonos de las categorías a priori establecidas desde el capítulo dos, siendo estas las que se analizarán en el siguiente capítulo.

Capítulo IV

Resultados y análisis

“No entiendes realmente algo a menos que seas capaz de explicárselo a tu abuela”

Albert Einstein

En el presente apartado, se describe el análisis de los datos recolectados en la etapa de intervención con los estudiantes, se interpretan los datos teniendo en cuenta el marco conceptual, la observación y los documentos aportados por los participantes, en donde, se registran las interacciones generadas en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

Para la realización del análisis, se comienza por describir la conformación del colectivo, se analizan las actividades desarrolladas en la actividad diagnóstica, la cual se tomó como punto de referencia para la implementación de las actividades, se procede a describir las interacciones entre los estudiantes y la factorización, es necesario recordar que son tres casos de factorización que tendremos presentes en la investigación de acuerdo a las actividades planteadas (factor común, diferencia de cuadrados y los trinomios) y, se realiza el análisis de las categorías que se describieron en el capítulo anterior (la interacción con los medios tecnológicos, la interacción con los objetos matemáticos, la interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® y las interacciones dadas de manera sincrónica o asincrónica), esto con el fin de dar respuesta a la pregunta de investigación, para ello, se triangulan los datos, teoría—observación—producción de los estudiantes, y por último se presentan los resultados derivados del proceso analítico.

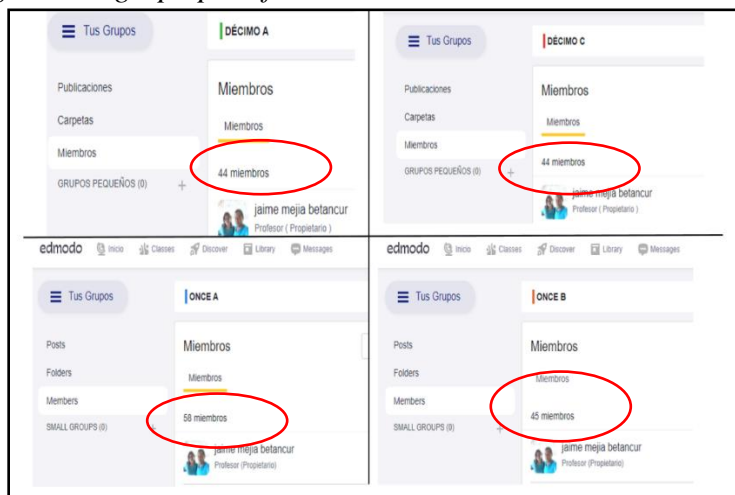
4.1. Conformación del colectivo

El colectivo se conforma con los estudiantes matriculados en los grados de la media académica de la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero, como el trabajo se realiza en la plataforma Edmodo®, el docente investigador procede a rediseñar y establecer un grupo llamado Factorización, el cual genera un código de ingreso para el grupo, este es entregado por parte del docente investigador a los estudiantes para que se matriculen en el curso, para ello deben ingresar el código junto con un usuario y una contraseña que ellos mismos crean para poder ingresar posteriormente, esto se puede hacer desde un celular, una tablet o un computador, sólo se necesita

una conexión a Internet y puede ser directamente desde la página de la plataforma o desde la aplicación para celulares o tablets.

A continuación, se muestra cómo se configura el grupo.

Imagen 12.
Configuración grupo plataforma Edmodo®



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®

En la imagen, se puede evidenciar la cantidad de alumnos matriculados de cada grupo intervenido, la respuesta positiva se da porque los estudiantes vienen trabajando desde hace varios años con la plataforma y ya están acostumbrados a ella, se volvió parte de su dinámica de estudio, además, según Gardner y Davis (2014) los jóvenes de hoy en día se consideran “nativos digitales” y su mundo cada vez es más virtual, por tanto, el uso de esta plataforma es familiar para ellos. De este grupo se analizarán cinco estudiantes que presentaron dificultades en la prueba diagnóstica, además, son jóvenes dedicados y constantes, lo cual, hace pensar que su participación en las actividades dentro del colectivo puede ser continuas.

4.2. Diagnóstico

Para tener una idea acerca del conocimiento sobre factorización que poseen los estudiantes, se les pide que resuelvan un cuestionario de 15 preguntas que indaga por conceptos tanto teóricos como procedimentales relacionados con la factorización de una expresión algebraica. Estas preguntas fueron cargadas en la plataforma y los estudiantes inscritos las debían responder.

A continuación, se presenta un cuadro que resume las respuestas de los estudiantes que son tenidos en cuenta para el análisis. .

Tabla 1.
Diagnóstico sobre factorización

Pregunta estudiante	Susana	Facundo	Miguel	Carmenza	Candy
1. ¿Saben que es un monomio, binomio o trinomio?	La verdad estoy en blanco, no sé qué es eso.	Un binomio tiene dos letras, un trinomio tres y un monomio una.	Un monomio es una expresión de un término, un binomio tiene dos y un trinomio tres.	No recuerdo la verdad.	Son expresiones compuestas por números y letras, todas con diferente cantidad de expresiones.
2. ¿Recuerdan que es de factorización de polinomios?	Ni idea.	Es algo parecido a dividir.	Recuerdo que eso lo enseñaron en octavo, pero ya se me olvidó.	No recuerdo.	Es cuando un polinomio lo puedes factorizar en varios factores.
3. ¿Saben factorizar polinomios?	En estos momentos no me acuerdo, si me recuerda un poco quizás.	No.	No me acuerdo.	No.	No me acuerdo de nada, no sé cómo se haría eso.
4. ¿Saben en qué puede ayudar la factorización de polinomios?	No sé en qué me podría ayudar.	No.	Ni idea.	Para ser sincera no sé.	No.
5. ¿Recuerdan algún caso de factorización?	De nombre recuerdo el trinomio cuadrado perfecto, pero no me acuerdo como se resuelve.	Recuerdo uno que era trinomio.	Se que los casos eran varios, pero no me acuerdo.	La verdad no.	A mí no me enseñaron bien eso, me cambiaron a varios profes y eso no se vio.
6. ¿Reconocen los diferentes casos de factorización?	La verdad no.	Para nada.	Para mí todo eso es igual de complicado.	No.	No los reconozco.
7. ¿Saben qué es un factor?	Es como un término.	Es lo que se obtiene al factorizar.	Ni idea.	No sé.	Lo que se factoriza.
8. ¿Saben que es un factor común?	Un término que es común en varios ejercicios.	Un caso de factorización, creo que se llama así.	Un caso de factorización.	No recuerdo.	La verdad, no sé.

Continuación Tabla 1. Diagnóstico sobre factorización

9. ¿Qué es un cuadrado perfecto?	Un número que se puede dividir por el mismo.	El resultado de multiplicar el mismo número.	Otro caso de factorización.	Tiene que ver con las raíces cuadradas.	Creo que un número que se le puede sacar la raíz cuadrada.
10. ¿Qué es una diferencia de cuadrados perfectos?	Un caso de factorización, en donde hay números que son cuadrados perfectos.	Una resta de cuadrados perfectos.	Tiene que ver con un caso de factorización.	Tiene que ver con números que se les puede sacar la raíz cuadrada.	No sé.
11. ¿Cuántos casos de factorización tienen que ver con trinomios?	Creo que dos.	Uno.	Creo que tres.	No recuerdo.	Demás que uno.
12. ¿Identifican con cuál caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $x^4 - 81$?	No.	No.	No.	No.	Ni idea.
13. ¿Identifican con cuál caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $x^2 + 4x + 4$?	Es un trinomio.	Un trinomio.	No.	No.	Ni idea.
14. ¿Identifican con cuál caso puedo factorizar el siguiente ejercicio $4x^4 + 2x + 16$?	Es un trinomio.	Es un trinomio.	Es parecido al anterior pero no sé qué caso es.	No.	Ni idea.
15. ¿Es posible factorizar este ejercicio $x^2 + 4$ en el conjunto de los números reales?	Demás que sí.	Debe tener solución.	Yo creo que sí.	No sé.	Ni idea.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

En el diagnóstico realizado, se pudo apreciar que los estudiantes al llegar a la media académica no recuerdan mucho sobre la factorización, lo que se puede evidenciar en las respuestas dadas, ya que el común denominador en las respuestas fue el “no me acuerdo”, o “ni idea”; por ejemplo, en la pregunta número tres, los cinco estudiantes en cuestión responden que no se acuerdan como factorizar un polinomio. O en las respuestas dadas a la pregunta número 15, se puede apreciar que ninguno de los estudiantes reconoce que la expresión $x^2 + 4$ no puede ser factorizable en el conjunto de los números reales; a su vez se puede observar en la respuesta a la pregunta 12, en donde se hace referencia a una diferencia de cuadrados perfectos, que no tienen idea de cómo se puede solucionar el ejercicio, no alcanzan a recordar que caso es, otro ejemplo, son las respuestas a la pregunta 14, allí se les indaga por el caso que se debe utilizar para factorizar una expresión que tiene tres términos, Susana y Facundo, responden que es un trinomio, si bien la expresión es un trinomio, para factorizarla se debe recurrir al factor común y eso no lo identificaron, además, se puede observar que los cinco estudiantes no tienen claro el proceso de factorizar o para que se puede utilizar la factorización de polinomios, puesto que las respuestas a las preguntas de la 8 a la 15, en donde se pregunta explícitamente por casos concretos de factorización la mayoría de ellos contestaron que no sabían o no se acordaban, por ejemplo, mirando las respuestas de Susana y Facundo a las preguntas 13 y 14 vemos que reconocen los trinomios, ya que asocian el término tri con la cantidad tres, es decir, al tener tres elementos asocian que es un trinomio, pero no reconocen que caso emplear para factorizarlo.

Lo anterior, demuestra la dificultad que se posee en cuanto a la factorización y reafirma el problema de investigación, ya que, los estudiantes tenidos en cuenta para esta investigación se encuentran en la media académica y han pasado mínimo un año viendo y estudiando la factorización de polinomios y trabajando con la plataforma Edmodo®, lo cual, muestra que no se han generado casi interacciones entre la plataforma y los estudiantes que ayuden a mejorar su desempeño en la factorización; sí se observa detenidamente las respuestas, se puede apreciar como algunos de ellos sí recuerdan de manera somera la factorización, pero desde su parte teórica, pues estudiantes como Facundo, Miguel y especialmente Candy, contestan con cierta propiedad cuando se les pregunta por lo que es un monomio, un binomio o un trinomio, pero ya en su parte operativa los estudiantes no tienen presente como diferenciar los casos que se pueden emplear para factorizar un polinomio y mucho menos tienen presente como se puede factorizar, esto se puede evidenciar

en las respuestas dadas a las preguntas desde la 12 hasta la 15, en donde, se pretendía ver si eran capaces de reconocer el caso de factorización apropiado para encontrar los factores de un determinado polinomio.

Como se mencionó en el párrafo anterior los estudiantes no recuerdan bien lo que es factorizar, además, se les dificulta reconocer los casos y de hacerlo no identifican el procedimiento adecuado para su desarrollo, por lo tanto, se requiere de actividades que en el momento de la intervención permitan generar interacciones que faciliten el reconocimiento de los casos de factorización en primer lugar y luego, que permitan a los estudiantes factorizar polinomios.

4.3. Descripción de interacciones entre estudiantes y factorización

Una vez realizado el diagnóstico, el cual, se toma como punto de partida para dar paso a las actividades al interior del colectivo; se establece abordar la factorización desde tres casos, los cuales son: factor común, diferencia de cuadrados perfectos y factorización de trinomios, estos últimos (los trinomios) se tratarán como un solo caso, es decir, se aplica el mismo procedimiento, llamado el método del Aspa, para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, un trinomio de la forma $x^2 \pm bx \pm c$ o un trinomio de la forma $ax^2 \pm bx \pm c$. El problema que motivó esta investigación está enmarcado en las dificultades que los estudiantes presentan en la media académica por no saber o no recordar la factorización de polinomios, por tanto, era necesario trabajar con los casos más repetitivos que aparecen en conceptos tales como las identidades trigonométricas, las desigualdades, los límites de funciones, entre otros conceptos propios de la matemática que se estudia en la media académica.

Para los tres casos se proponen las siguientes actividades en el orden que se establecen a continuación:

- **Conceptualización:** En esta actividad los estudiantes descargan e interactúan con la teoría que el docente sube a la plataforma, allí encuentran las reglas de la factorización para cada caso acompañados de múltiples ejemplos.
- **Explicación por vídeos:** Por medio de esta actividad los estudiantes pueden aclarar las dudas que quedaron de la actividad anterior, recurriendo a vídeos que el docente selecciona y sube a la plataforma, el docente para seleccionar los vídeos tiene tres

criterios fundamentales, el primero es que los vídeos sean realizados por docentes de matemáticas, el segundo es que sean claros, sin ambigüedades y el tercero que la forma de explicar sea similar entre ellos.

- Realización de ejercicios: Los estudiantes por medio de esta actividad ponen a prueba los conocimientos adquiridos en las actividades anteriores, realizando una serie de ejercicios que varían en complejidad.
- Retroalimentación: En esta actividad el docente les devuelve a los estudiantes los resultados de los ejercicios realizados en la actividad pasada, les explica los errores cometidos, explicando cual fue el error y cómo se debía haber realizado el ejercicio, si no se presentan errores el docente destaca los aciertos realizados.

Se considera pertinente aclarar, que en la conceptualización y en la explicación por vídeos se realizan foros en donde se puede observar las interacciones de los miembros del colectivo en donde se crea una dinámica de preguntas y respuestas en pro de despejar las dudas que pueden ir surgiendo en la medida que avanza la intervención.

4.3.1. Factor común

Se dice que un polinomio tiene factor común, cuando una misma cantidad, sea número y/o parte literal, se encuentra en todos los términos del polinomio, encontrar el factor común, es precisamente hallar el término que se repite y dividir la expresión original por este término.

A continuación, se describe cada actividad desarrollada para este caso.

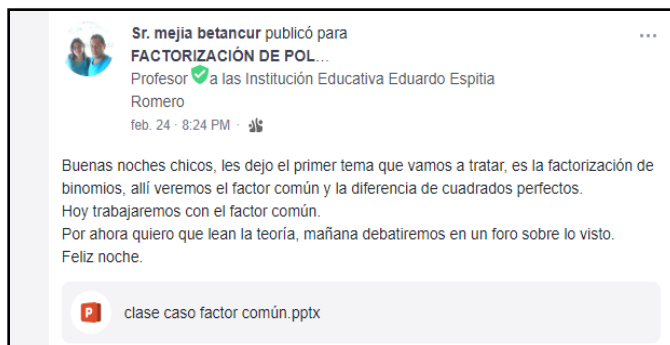
4.3.1.1. Actividad uno: contextualización.

En esta actividad se publica en la plataforma una presentación en la cual, los estudiantes pueden ver la teoría sobre el factor común, esta es presentada en Power Point, (diseñada por el docente investigador), en ella se explica paso a paso como reconocer y factorizar una expresión algebraica por medio del factor común, además, se les presenta diferentes ejercicios resueltos a modo de ejemplo, esto con la intención de que los estudiantes recuerden y/o aprendan a factorizar este caso, además, se habilita un foro en donde los estudiantes pueden hacer comentarios al respecto, es decir, ¿qué dudas les genera?, ¿qué recuerdan?, ¿en qué les aportó la actividad para fortalecer el

concepto?, en términos generales se trata de que los estudiantes expresen sus opiniones en torno al tema en cuestión. La presentación se encuentra de la siguiente manera:

Imagen 13.

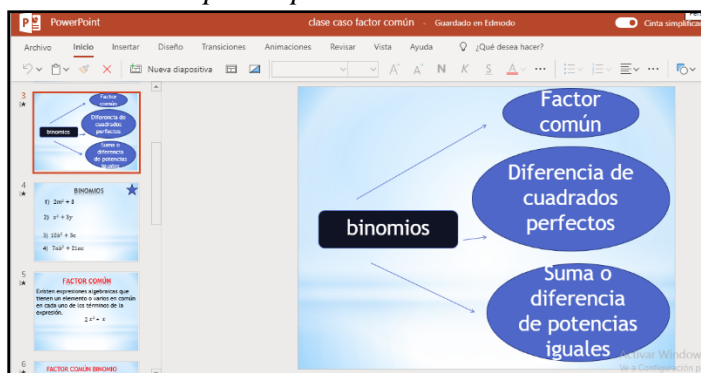
Foro



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Imagen 14.

Presentación power point



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la imagen anterior, se aprecia la presentación en Power Point que el docente subió a la plataforma, en ella se presenta a los estudiantes la teoría sobre el factor común, comenzando por la factorización de este caso en monomios, hasta llegar a polinomios.

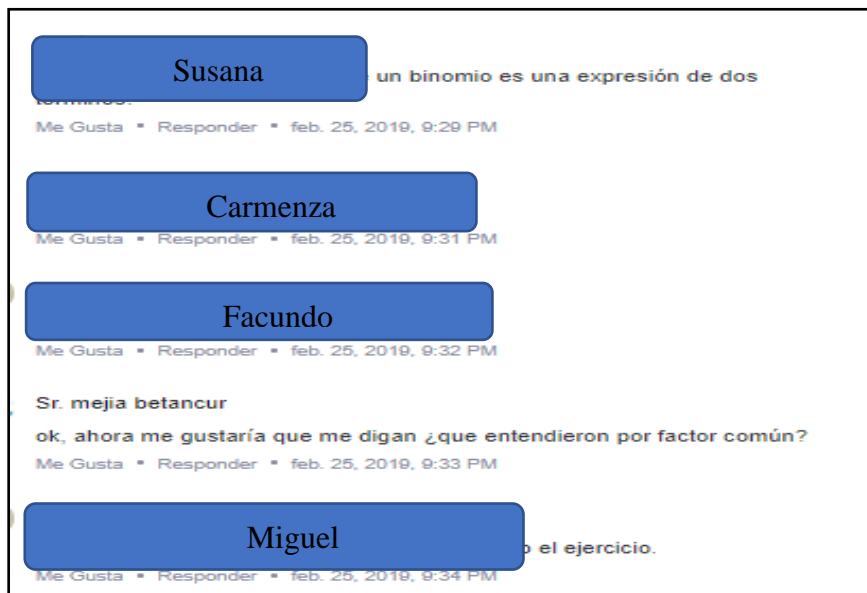
Al docente subir la teoría, los estudiantes comienzan a interactuar con la plataforma, descargando la información, haciendo clic en “me gusta” y realizando comentarios acerca de dicha teoría, como se aprecia en la siguiente imagen.

Imagen 15.*Interacción de estudiantes*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Es de aclarar, que desde la plataforma no se puede evidenciar las descargas que se produzcan de los contenidos que allí se alojan, aunque el docente asume que las descargas se han efectuado, ya que, este acto está inmerso en el proceso dentro del colectivo, puesto que, para poder trabajar los estudiantes tuvieron que descargar los archivos allí alojados.

También, se puede destacar que la interacción de los miembros del colectivo se puede llevar a cabo en cualquier hora del día, además, la teoría como se mencionó anteriormente va acompañada de un foro de discusión en donde los miembros del colectivo interactúan en búsqueda de aclarar dudas, dichas interacciones van ubicando a los estudiantes en el caso que se les presenta, como lo podemos apreciar en la siguiente imagen.

Imagen 16.*Interacción de los miembros del colectivo*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

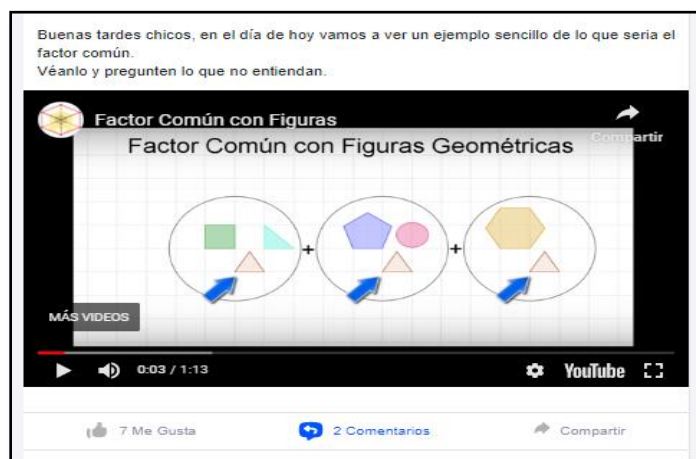
La imagen anterior, además, de evidenciar la interacción de los estudiantes en un horario poco habitual de clases, pues se realizó alrededor de las 9 y 30 de la noche, permite observar que los estudiantes comienzan a tejer relaciones entre ellos mediados por el conocimiento matemático en cuestión, es el caso de Susana que, luego de observar la teoría ubicada en la plataforma, cuenta en el foro lo que entendió, dice que “un binomio es una expresión de dos términos”, a su vez Carmenza y Facundo responden que entendieron igual que Susana, esta acción recíproca se propicia al observar, leer y estudiar la teoría ubicada en la plataforma, evidenciando como la plataforma permite que los miembros del colectivo puedan interactuar entre ellos, transversalizados desde el conocimiento matemático y de manera asincrónica.

4.3.1.2. Actividad dos: explicación por vídeos.

En esta actividad, los miembros del colectivo observan varios vídeos sobre el caso que se está tratando (factor común) los vídeos son llevados a la plataforma mediante un enlace de YouTube, es decir, no se alojan directamente en la plataforma, esto para no violentar los derechos de autor. Una vez observado los vídeos, los estudiantes entran al foro en donde expresan sus dudas e inquietudes y allí entre los otros miembros del colectivo le van dando solución.

Imagen 17.

Vídeos enlace de YouTube



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En el vídeo, se puede apreciar de manera lúdica como se explica lo que es un factor común recurriendo a grupos de figuras geométricas, los estudiantes cuentan con una ventaja al tener estos tipos de vídeos en la plataforma y es que pueden verlos en cualquier momento que lo necesiten, y

así poder repasar y aprender, además, si necesitan la teoría también pueden recurrir a ella de manera casi que inmediata y no necesitan estar visitando varias páginas de Internet para estudiar. Sobre el trabajo en la factorización de polinomios a través de vídeos Hernández (2012) nos dice que es una herramienta que propicia el aprendizaje de la factorización y recomienda su uso en las clases donde se necesite ver este tema, de ahí que se pensó utilizar los vídeos dentro de esta investigación.

Con las actividades descritas anteriormente, tanto la teoría como los vídeos explicativos, y los foros integrados a ellas se puede observar que la combinación entre teoría y explicación acerca a los miembros del colectivo a un insipiente entendimiento del concepto, ya que, reconocen el caso de factorización, pero todavía no lo saben factorizar, especialmente, cuando la expresión posee factores comunes numéricos.

En este caso de factorización, la estudiante Candy dentro de su proceso de formación, se graba explicando una manera de solucionar un factor común, en él emplea sus propias palabras para explicar cada paso del proceso e intenta ser lo más explícita posible. El vídeo se transcribe a continuación:

Imagen 18.

Vídeo participación estudiante



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Transcripción del vídeo

Estudiante: Buenos días hoy vamos a encontrar los factores de una expresión algebraica por medio del caso de factorización llamado factor común.

Primero debemos observar que en cada uno de los términos de la expresión se encuentre algo que se repite, sea un número o una letra, o ambas, debemos reconocer que cuando hablo de que un número se repite, es que los coeficientes deben ser múltiplos de un mismo número, como en este caso: podemos observar que $2x^2 + 4x^3 - 6x$ todos los coeficientes son múltiplos de 2.

Bueno, al ver que existe un número o una letra que se repite, procedemos a sacar el factor común, en este caso es el $2x$, debemos recordar, que siempre tomaremos la letra que se repite con el menor exponente que tenga.

Luego abrimos un paréntesis y nos preguntamos que le falta a este $2x$ para ser igual a cada término de la expresión inicial, así:

Que le falta a $2x$ para ser igual a $2x^2$, vemos que le falta una x , por tanto, en el paréntesis ponemos la x , luego va el signo que sigue en la expresión original, el cual es $+$, luego preguntamos que le falta a $2x$ para ser igual a $4x^3$, es decir, buscamos un número que multiplicado por 2 me de 4, ese sería 2 y lo ponemos en el paréntesis, luego vemos que a x le falta x^2 , para ser igual a x^3 , por tanto, ese x^2 va en el paréntesis, así $2x(x + 2x^2)$, luego ponemos el signo que sigue en la expresión original que es menos, y repetimos el paso anterior, preguntándonos qué número multiplicado por 2 nos da 6, y el resultado lo ubicamos en el paréntesis y como x es igual a x , no ponemos nada más y cerramos el paréntesis y terminamos quedando así la factorización: $2x(x + 2x^2 + 3)$.

La estudiante, explica una manera se debe factorizar un polinomio por medio del factor común, el vídeo es compartido a todos los miembros del colectivo, permitiendo que lo puedan ver y que puedan entablar un dialogo a partir de él, mediante los foros, el chat o la misma opción de comentarios que trae el vídeo.

Se puede evidenciar con la propiedad que Candy expone la factorización por medio del factor común, manifestando paso a paso como ella resuelve el caso, tiene claro que es un factor común cuando expresa que:

En cada uno de los términos de la expresión se encuentre algo que se repite, sea un número o una letra, o ambas, debemos reconocer que cuando hablo de que un número se repite, es que los coeficientes deben ser múltiplos de un mismo número.

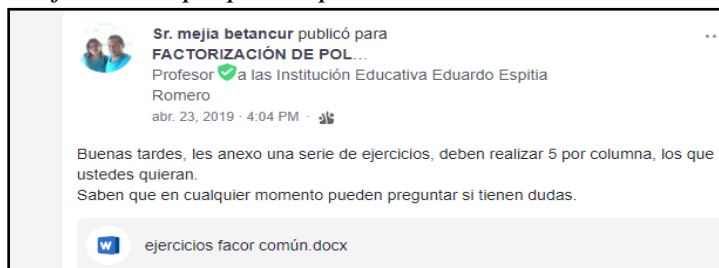
En sus palabras, evidencia que entendió lo que es un factor común y se debe destacar el énfasis que hace a la hora de decir que el término que se repite puede ser una letra, o un número y que ese número se repite porque los coeficientes que tiene la expresión son múltiplos de él; ese énfasis la estudiante lo hace porque ella en la actividad anterior, en la teoría no comprendía bien esa parte y el docente le explicó, por tanto, ella pensó que debía explicar muy bien ese aspecto en su vídeo para que nadie cometiera el error que ella cometió (este incidente se analiza con detalle más adelante).

También es de destacar dentro del vídeo, como la estudiante evita la división dentro de su explicación, es decir, de manera implícita se ve que está dividiendo la expresión original entre el factor común, para hallar la expresión que va dentro del paréntesis, pero en sus palabras ella busca que sus compañeros comprendan de manera sencilla y simplemente dice: “luego abrimos un paréntesis y nos preguntamos que le falta a este $2x$ para ser igual a cada término de la expresión inicial”, allí vemos que implícitamente está realizando una división de un polinomio, entre un monomio, pero lo hace en un lenguaje asequible para sus compañeros, ya que, la división es un proceso que generalmente se le dificulta a los estudiantes.

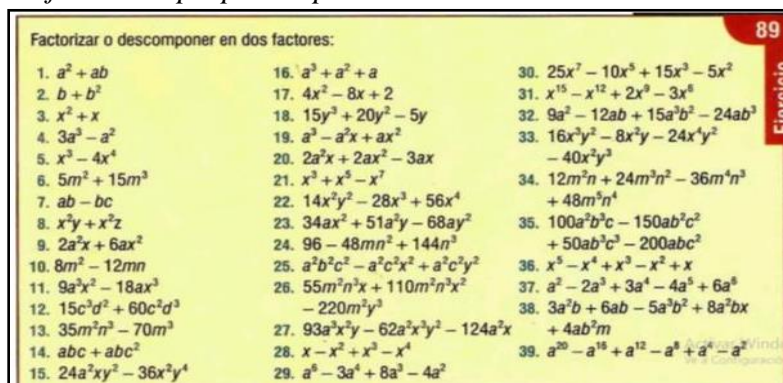
4.3.1.3. Actividad tres: realización de ejercicios.

En esta actividad, los estudiantes ponen a prueba lo que hasta el momento han comprendido en las actividades anteriores y realizan una serie de ejercicios sobre factorización que el docente les propone, es de aclarar que el objetivo de esta actividad es identificar si los estudiantes asimilaron el desarrollo procedimental del caso tratado.

A continuación, se observan los ejercicios propuestos para la realización por parte de los estudiantes.

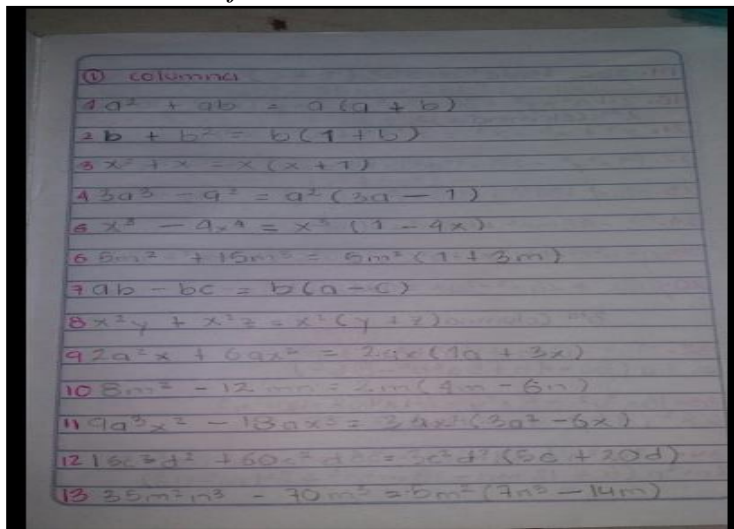
Imagen 19.*Ejercicio 1 propuesto para estudiantes*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Imagen 20.*Ejercicio 2 propuesto para estudiantes*

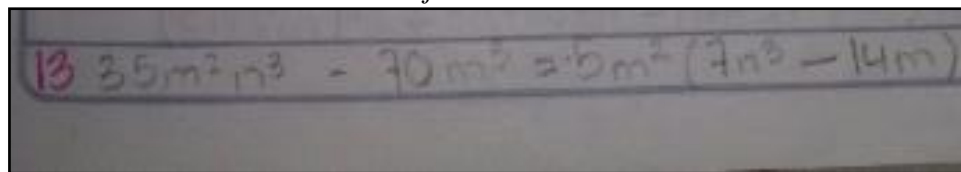
Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

El docente les pide a los miembros del colectivo que realicen cinco ejercicios de cada columna, los que ellos escojan, esto para que no se sientan presionados y a su vez para asegurarse que vayan realizando ejercicios cada vez más complejos, ya que, aunque todos los ejercicios son del mismo caso de factorización, cada columna tiene un nivel de complejidad diferente, la primer columna tiene ejercicios que son binomios, en la segunda columna los ejercicios son trinomios y a partir del ejercicio 28 son polinomios, lo cual los hace un poco más complejos y en la tercer columna los ejercicios aparte de ser polinomios sus factores comunes no son muy evidentes, en muchos de los ejercicios se debe buscar los múltiplos comunes para hallarlo, lo que los hace de mayor complejidad. Los participantes del colectivo entregan los ejercicios realizados a través del chat interno que posee la plataforma, mediante fotos como se ve en la siguiente imagen.

Imagen 21.*Solución de ejercicio estudiante Susana*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la Imagen 21, se aprecia que la estudiante Susana hace entrega de la solución de los ejercicios propuestos, vemos que los ejercicios del 1 al 8 los solucionó bien, pero se nota una dificultad en los ejercicios en donde debe hallar el máximo común divisor como factor común, esto permite deducir que la estudiante entendió bien el factor común cuando esté es literal, pero el factor común numérico le genera cierta dificultad, miremos el ejercicio 13.

Imagen 22.*Observación de la solución del ejercicio de la estudiante Susana*

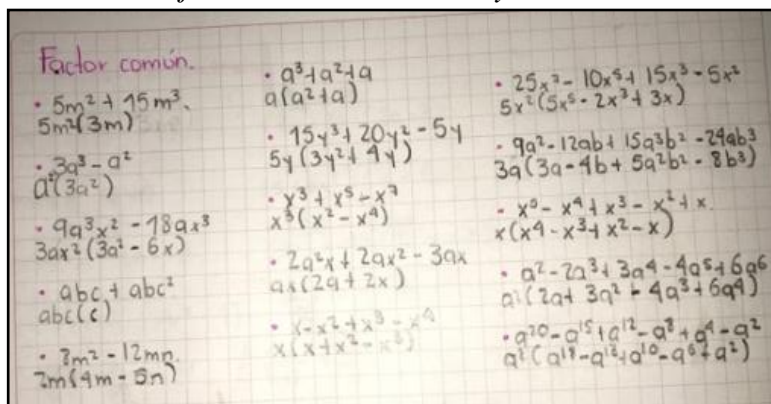
Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se observa que la estudiante ha comprendido la estructura del factor común, identifica que existe un factor común alfanumérico y desarrolla el ejercicio, pero al escoger el factor común numérico, no haya el máximo común divisor, simplemente, escoge un número que pueda dividir ambos coeficientes, en este caso escoge el cinco, que, si bien divide a 35 y 70, no es el máximo lo que obligaría a factorizar nuevamente, cosa que la estudiante no realizó.

Esta dificultad no le pasó solamente a la estudiante Susana, ya que, en los ejercicios de la estudiante Candy se encuentra lo siguiente:

Imagen 23.

Solución de ejercicio estudiante Candy

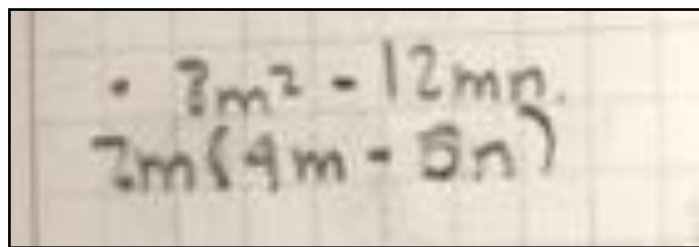


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En el último ejercicio de la primera columna, se puede ver que comete el mismo error conceptual que la estudiante Susana.

Imagen 24.

Observación 1 de la solución del ejercicio de la estudiante Candy

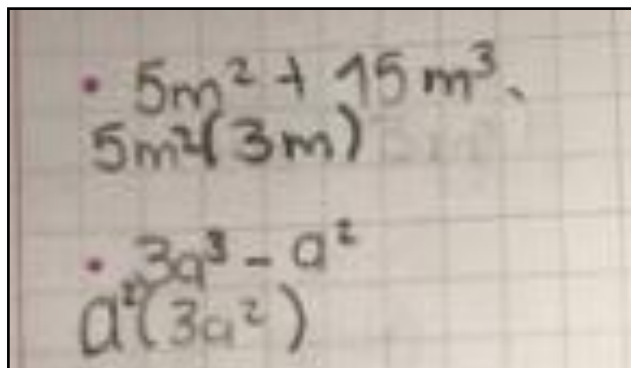


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Pues toma la expresión $2m$ como el factor común, cuando el factor común sería $4m$, además, se equivoca en la división; y si miramos bien, comete otros errores al momento de realizar otros ejercicios, por ejemplo, miremos los primeros ejercicios:

Imagen 25.

Observación 2 de la solución del ejercicio de la estudiante Candy



• $5m^2 + 15m^3$
 $5m^2(3m)$

• $3a^3 - a^2$
 $a^2(3a^2)$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En ellos, se evidencia un error conceptual, la estudiante no comprende que al obtener el factor común lo que se hace es una división entre la expresión dada originalmente y el factor común hallado, dando como resultado de esta división el factor que queda en el paréntesis, por tanto, ella como no comprende ese concepto, lo que hace, es omitir el uno que daría como resultado de dividir el factor común entre su homólogo en la expresión original. Observando sus otros ejercicios, se puede decir, que las actividades realizadas hasta el momento le han permitido entender el concepto del factor común, pero aun presenta dificultades que debe superar, pues todavía existen ejercicios que no logra resolver correctamente, para los cual se espera que la interacción con los compañeros, el docente y los medios le permitan comprender el factor común de una expresión algebraica.

Como se puede evidenciar, los participantes hasta el momento han avanzado en la comprensión del caso factor común, sin embargo, vemos que se presentan falencias en cuanto a identificar este factor en los coeficientes de las expresiones, este aspecto es recurrente en los miembros del colectivo y es el concepto clave a trabajar en la actividad siguiente, pero es de destacar como ellos ha ido avanzando dado, que en un comienzo expresaban que no recordaban o no tenían idea de lo que era factorizar, por ejemplo, es evidente el avance de Candy, a tal punto que decide realizar un vídeo explicando, o la estudiante Susana, que realizó varios ejercicios buenos, cuando en un comienzo se veía tan reacia a la factorización.

4.3.1.4. Actividad cuatro: retroalimentación.

En esta actividad, el docente les devuelve a los estudiantes las correcciones de los ejercicios realizados, les hace sugerencias y los invita a seguir estudiando para que no olviden lo ya trabajado, El docente investigador observa si las interacciones dadas al interior del colectivo si lograron su objetivo.

A continuación, se presenta un ejemplo de la situación descrita anteriormente:

El estudiante Miguel entrega al docente por el interno una serie de ejercicios sobre el factor común, los cuales en su mayoría no están bien desarrollados, el docente en la retroalimentación se lo hace saber y le propone que vuelva y mire detalladamente la teoría y los vídeos sobre ese caso en particular, de ahí surge la siguiente conversación.

Imagen 26.

Actividad retroalimentación 1



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la interacción anterior, se puede evidenciar que el estudiante Miguel no comprendía bien como sacar el factor común numérico, en el diálogo con el docente investigador Miguel afirma que: “anteriormente el no entendía lo que se debía hacer para obtener el resultado”, y que observando a Candy se dio cuenta que no era difícil, Miguel aclara que la parte que le complicaba

era dividir la expresión original entre el factor común y como Candy nunca hablo explícitamente de división, por eso entendió, ¿por qué será que la división genera obstáculos en el aprendizaje, será que todas las operaciones “inversas” generan este tipo de obstáculos? ⁵

El docente luego de leer las respuestas de Miguel a sus preguntas, le propone que realice un ejercicio y este lo realiza sin problema, lo que evidencia que el joven en cuestión sí entendió el caso.

En la situación descrita anteriormente se puede ver cómo las interacciones generadas al interior del colectivo van modificando los conocimientos de los estudiantes, y poco a poco se van acercando a un aprendizaje del tema que se está tratando, esto concuerda con la posición de Chevallard (1987) quién asumía que el aprendizaje se construye en interacción con el entorno, en donde las otras personas son interlocutores relevantes que favorecen la tarea.

En el trabajo realizado con el factor común, se percibe que los estudiantes logran identificar cuando una expresión se puede factorizar por medio del factor común, esto lo lograron los cinco estudiantes con las dos primeras actividades, pero en general, presentaron dificultades para factorizar expresiones algebraicas que presentaban un factor común numérico en el cual se debía hallar el mayor divisor entre ellos para obtenerlo, este tipo de ejercicios se pudieron comprender y desarrollar después de ver las cuatro actividades, destacando la actividad cuatro, en la cual, la retroalimentación fue fundamental a la hora de comprender el caso, puesto que evidenciaba los errores cometidos y se les explica la forma como se deben realizar los ejercicios en los cuales presentaron dificultades.

4.3.2. Diferencia de cuadrados perfectos

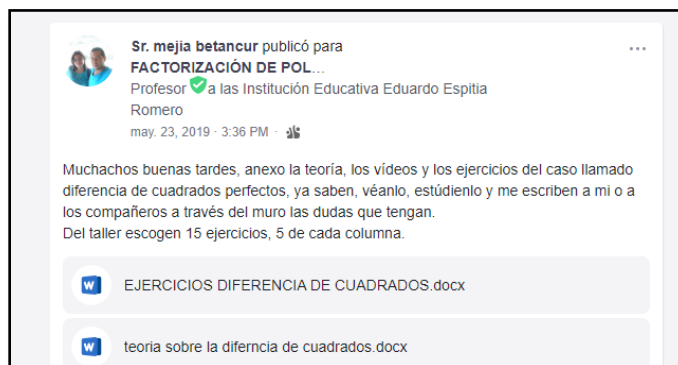
Llamamos diferencia de cuadrados, al caso de factorización que permite obtener los factores de un binomio cuyos términos tiene raíz cuadrada exacta y es el resultado de multiplicar la diferencia por la suma de sus raíces.

⁵ Esta interrogante no forma parte de esta investigación, por tanto, no se ahonda en ella, pero puede servir para una futura investigación.

4.3.2.1. Actividad uno: contextualización.

Los estudiantes descargaron y trabajaron en la teoría dejada por el profesor para el respectivo caso.

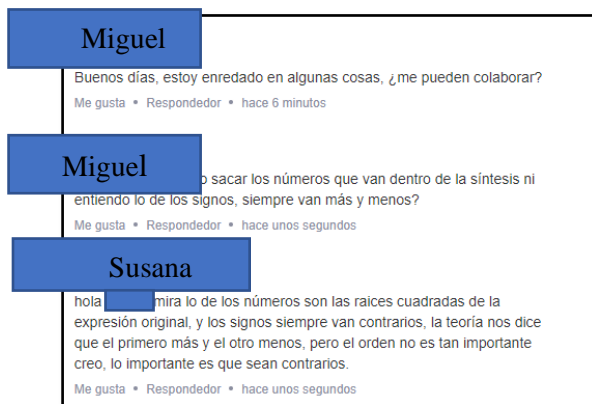
Imagen 27.
Actividad contextualización 1



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Al momento de ver el foro que trae la teoría se puede ver como algunos de los estudiantes interactúan.

Imagen 28.
Foro 2



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

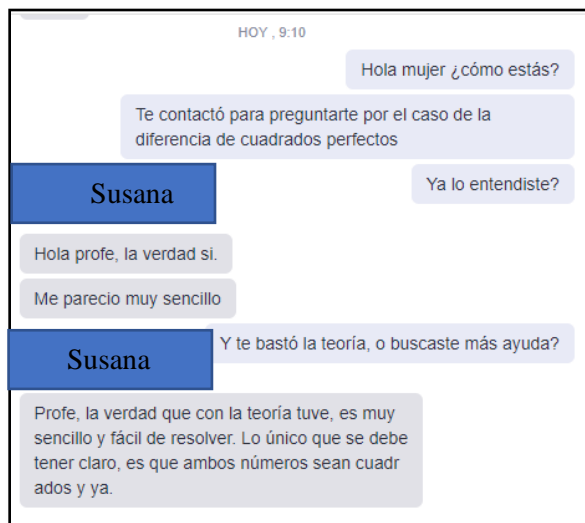
Se puede observar, como el estudiante Miguel después de ver la teoría queda con dudas y pide que le ayuden, explícitamente pide que le expliquen de donde surgen los números que se colocan en los paréntesis al resolver una diferencia de cuadrados, además, no entiende bien lo de los signos, casi que inmediatamente (en el mismo minuto) la estudiante Susana le explica que los números son las raíces cuadradas de la expresión original y que los signos son contrarios.

El docente investigador, al observar este diálogo se interesa y por el interno de forma separada realiza algunas preguntas a ambos estudiantes, ya que ve como Susana con la teoría entendió, pues se evidencia en la manera de explicar y también nota como Miguel tiene dificultades, por tanto, desea apreciar en mayor detalle y de las propias palabras de los participantes, las interacciones que lograron este evento, pues, a sabiendas que la información es la misma para cada participante, que las acciones que se pueden dar dentro del colectivo son las mismas para cada miembro, es interesante analizar los posibles motivos por los cuales un estudiante logra comprender un concepto rápidamente y el otro le toma más tiempo para ello.

Observemos la intervención del docente con Susana

Imagen 29.

Foro 3



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

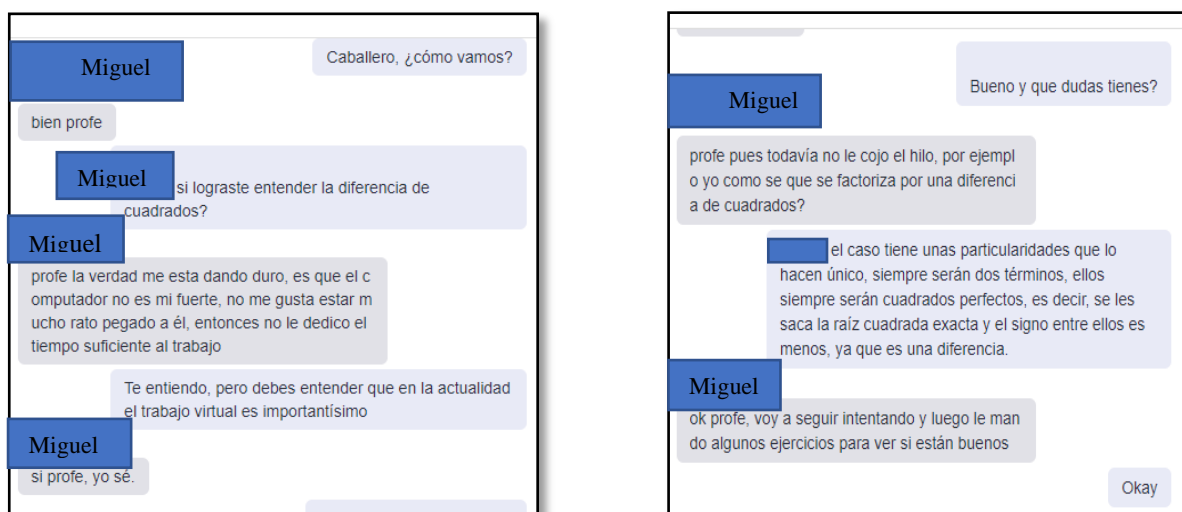
Este diálogo, sumado a la explicación que la estudiante le brinda a su compañero y que se observó en párrafos anteriores, deja ver que efectivamente la estudiante entendió el concepto y le

bastó la teoría para ello, además, el docente le pide que le mande algunos ejercicios resueltos y ella lo hace sin cometer errores, esto lo veremos más adelante.

Por su parte, el estudiante Miguel sí presenta dificultades, y posee un argumento de peso que dará entrada para un posterior análisis, puesto que Miguel en la conversación con el docente admite que no le gusta trabajar por mucho tiempo en el computador, por ende no le dedica el tiempo suficiente al trabajo con la plataforma y debido a esa cuestión es que no logra entender muy bien, él prefiere trabajar de manera presencial, que necesita al docente ahí cerca para resolver sus dudas, a continuación, se muestra dicha interacción.

Imagen 30.

Foro 4



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede apreciar, que el estudiante no se siente a gusto trabajando en el computador, por ende, tampoco se siente bien con el uso de la plataforma, por tanto, no le dedica el tiempo suficiente a estudiar y no comprende el caso que se está tratando, por ello presenta dificultades a la hora de realizar los ejercicios.

Cabe aclarar, que por lo general se cree que los estudiantes se sienten cómodos a la hora de trabajar en un computador, pues, la novedad, la interacción, o la costumbre a su mundo virtual, hace creer que ellos presentan buena disposición para ello, pero en el caso de Miguel no era así, él se mostró renuente al trabajo virtual y como se pudo leer en la imagen anterior, él confiesa que “no le gusta estar mucho rato pegado a el computador”, esto hace que su disposición no sea la

mejor a la hora de afrontar las actividades, pues éstas requieren de un tiempo prudente frente al computador para poderlas atender, pero su actitud fue cambiando poco a poco a lo largo del trabajo, el docente investigador le habló de las bondades y de la necesidad actual de trabajar por medio de la virtualidad y este se fue adaptando, hasta que culminó el proceso.

De lo anterior, podemos decir que no todos los estudiantes están dispuestos en un principio a trabajar desde la virtualidad, algunos son reacios, pero al paso de las sesiones y de ver que el trabajo desde allí le aporta a su formación, van superando su apatía y terminan inmersos en el trabajo realizando cada actividad propuesta.

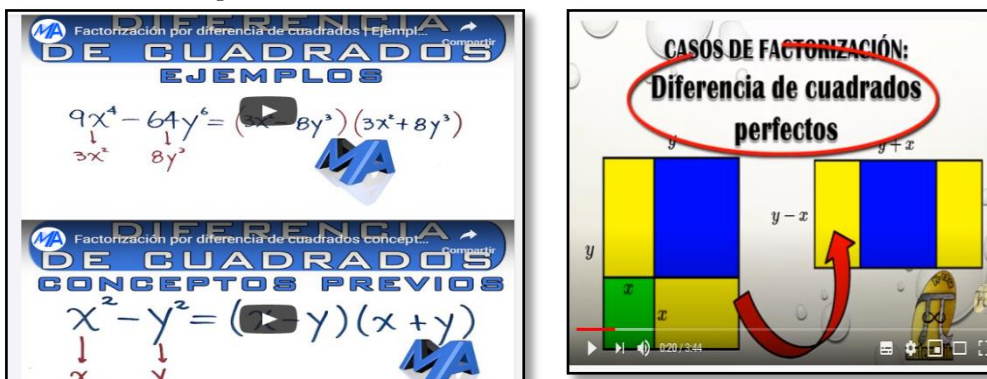
4.3.2.2. Actividad dos: explicación por vídeos.

En esta actividad se presentan vídeos en donde se puede apreciar la forma de factorizar mediante una diferencia de cuadrados perfectos, en ellos se explica el paso a paso y se muestran varios ejemplos. Como se mencionó en la actividad anterior, el único de los cinco estudiantes que presentó dificultades en este caso fue Miguel, por tanto, centraremos la descripción en sus interacciones.

Los vídeos vienen acompañados de un foro y es allí donde se manifiestan las mayores interacciones entre los miembros del colectivo, el estudiante Miguel observa los vídeos y luego escribe en el foro para hallar respuestas a sus dudas, puesto que, según manifiesta, ve los vídeos en varias ocasiones y sigue sin entender algunos procesos allí explicados, por ejemplo, no entiende la ubicación de los signos dentro de los paréntesis. A continuación, se ven las imágenes de los vídeos observados por él y el resto de los estudiantes y posteriormente se describe la interacción de Miguel.

Imagen 31.

Actividad 2: Explicación de vídeos



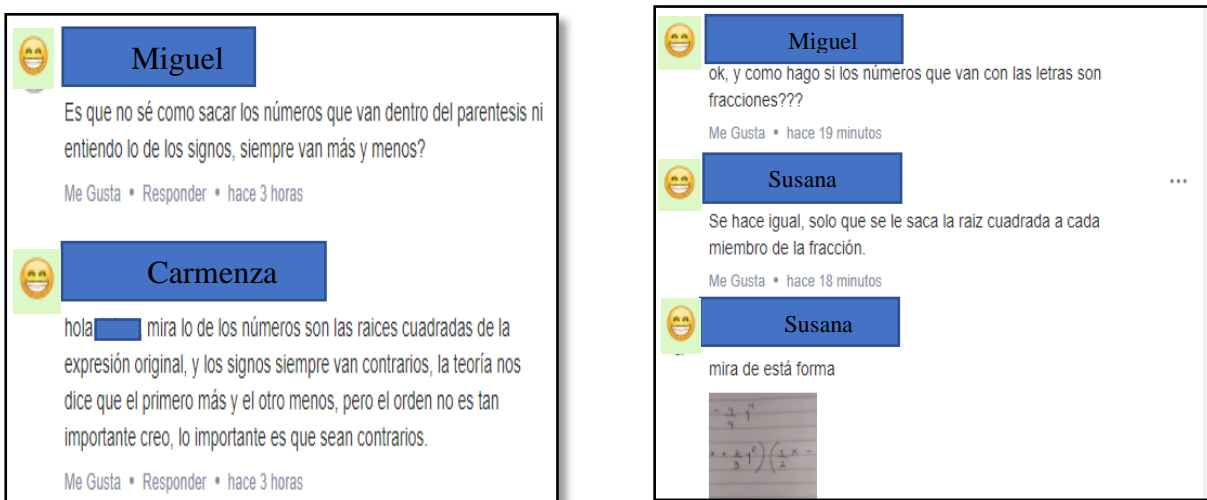
Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En estos vídeos, se explica de diferentes maneras la factorización por medio de la diferencia de cuadrados perfectos, se tienen vídeos en donde se explica de la manera tradicional, buscando las raíces cuadradas y multiplicando la suma por la diferencia de esas raíces, también hay vídeos en donde se explica por medio de baldosas algebraicas o bloque lógicos, esto con el fin de mostrar diferentes formas de factorizar y así dar alternativas para los estudiantes.

Ya en el foro de discusión, se comienzan las interacciones entre los estudiantes en torno a la diferencia de cuadrados perfectos, en este caso observaremos las inquietudes de Miguel y como sus compañeras le intentan ayudar para que él pueda proseguir.

Imagen 32.

Foro 5



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

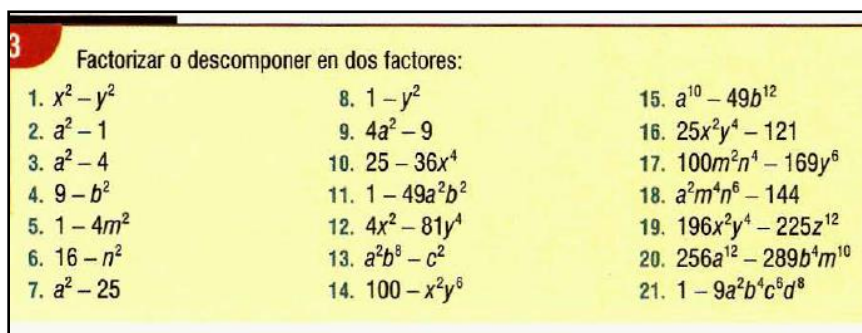
En la discusión anterior, se puede observar como las estudiantes Carmenza y Susana le intentan explicar a Miguel la forma de factorizar por medio de la diferencia de cuadrados, esta discusión nos evidencia el avance que han tenido las estudiantes Carmenza y Susana, ya que, explican de manera correcta y responden a los interrogantes de Miguel, él todavía no se ve cómodo, aunque ya va entendiendo un poco más, pues como se mencionó anteriormente, Miguel fue en un comienzo reacio al trabajo desde la plataforma, no interactuaba con sus compañeros, sólo se limitaba a las interacciones con los contenidos alojados en la plataforma, pero poco a poco, se fue liberando de sus temores y/o prejuicios y comenzó a interactuar con sus compañeros y docente, así poco a poco fue avanzando cada vez más en su proceso dentro del colectivo, esto queda evidenciado en el siguiente apartado, con la realización de los ejercicios.

4.3.2.3. Actividad tres: realización de ejercicios.

En esta actividad se proponen una serie de ejercicios tomados del Álgebra de (Baldor, 1941) como se aprecia en la siguiente imagen:

Imagen 33.

Ejercicios



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Los estudiantes adjuntan los ejercicios solicitados, en este caso de diferencia de cuadrados perfectos, Susana los manda por el foro abierto, mientras que los otros miembros prefieren hacerlo por el chat interno que tiene solo con el profesor, miremos algunos de los ejercicios.

Susana:

Imagen 34

Solución del ejercicio de la estudiante Susana

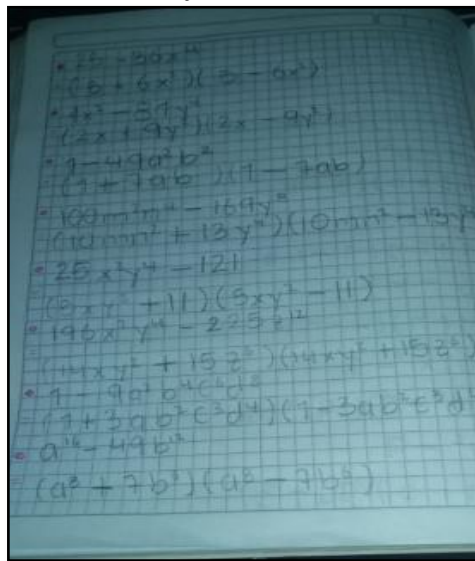
The image shows a student's handwritten solutions for factoring several algebraic expressions. The solutions are as follows:

- $a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1)$
- $a^2 - 9 = (a + 3)(a - 3)$
- $a^2 - 4 = (a + 2)(a - 2)$
- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $1 - 9m^2 = (1 + 3m)(1 - 3m)$
- $16 - 9n^2 = (4 + 3n)(4 - 3n)$
- $36x^{14} - 1 = (6x^7 + 1)(6x^7 - 1)$
- $4a^2 - 9 = (2a + 3)(2a - 3)$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede apreciar que la estudiante, logró entender el caso y no presentó dificultades a la hora de realizar los ejercicios, al igual que ella Facundo, Carmenza y Candy no presentaron dificultades.

Miguel, también entregó los ejercicios resueltos, a pesar de que en las actividades previas presentó algunas dificultades, a la hora de entregar los ejercicios los presentó sin cometer errores, lo que indica que logró entender el concepto, cabe recordar que Miguel fue ayudado en varias ocasiones por sus compañeros y por el docente, esto se evidenció en los apartados anteriores, y evidencia que las interacciones dentro del colectivo ayudan no sólo a que cada individuo aprenda, sino, que es importante el aprendizaje de todos sus miembros, lo cual, según el Tecnológico de Monterrey (s,f) es una característica de que se está logrando un aprendizaje colectivo. veamos una parte de los ejercicios que realizó Miguel.

Imagen 35.*Solución del ejercicio del estudiante Miguel*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la imagen 38, se puede apreciar que el estudiante logró factorizar una expresión algebraica por medio de la diferencia de cuadrados perfectos, gracias a la ayuda obtenida en el colectivo de estudiantes, esto muestra que las interacciones entre estudiantes—con—Edmodo® han logrado modificar el pensamiento de Miguel, puesto que él no se sentía capaz de factorizar y no entendía la forma en que se podía hacer, pero como se aprecia en la imagen, después de varias interacciones en el colectivo lo logró.

4.3.2.4. Actividad cuatro: retroalimentación.

Como se pudo apreciar en las actividades anteriores, los estudiantes no presentaron dificultades a la hora de trabajar con este tema, aparte de la presentada por Miguel en las actividades uno y dos, pero con la ayuda de sus compañeros, este logró superar esos inconvenientes y presentó sus ejercicios haciéndolos correctamente al igual que el resto de sus compañeros, el docente no necesitó corregir ni un solo ejercicio presentado por los cinco estudiantes observados, a continuación se evidencia parte de esta situación descrita.

Imagen 366.
Retroalimentación 1

$a^2 - 1$
 $(a + 1)(a - 1)$
 $a^2 - 9$
 $-(a + 3)(a - 3)$
 $a - b^2$
 $-(b + a)(b - a)$
 $7 - 4m^2$
 $-(7 + 2m)(7 - 2m)$
 $16 - 71^2$
 $-(4 + 71)(4 - 71)$
 $361x^{14} - 1$
 $-(19x^7 + 1)(19x^7 - 1)$
 $4a^2 - 3$
 $-(2a - 3)(2a + 3)$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede observar, que la estudiante Susana identificó sin dificultad el caso y solucionó los ejercicios sin cometer error alguno, por su parte, Miguel también entregó sin presentar errores, a pesar de que en las primeras tres actividades presentó dificultades, miremos los ejercicios:

Imagen 37.
Retroalimentación 2

$25 - 9ax^2$
 $(5 + 3x)(5 - 3x)$
 $4a^2 - 9b^2$
 $(2a + 3b)(2a - 3b)$
 $9 - 49a^2b^2$
 $(3 + 7ab)(3 - 7ab)$
 $100m^2n^2 - 169y^2$
 $(10mn + 13y)(10mn - 13y)$
 $25x^2y^2 - 121$
 $(5xy + 11)(5xy - 11)$
 $196x^2y^2 - 225z^2$
 $(14xy + 15z)(14xy - 15z)$
 $1 - 9a^2b^2c^2d^2$
 $-(7 + 3abc^2d^2)(7 - 3abc^2d^2)$
 $a^2 - 49b^2$
 $(a + 7b)(a - 7b)$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede apreciar, que el estudiante logró entender la disposición de los signos en los paréntesis, logró comprender que dentro de los paréntesis se ubican las raíces cuadradas de los términos del

binomio original y así superó las dificultades que traía y que se evidenciaron en las actividades anteriores.

Por lo anterior, no fue necesario implementar la actividad cuatro, dado que los cinco estudiantes a analizar entendieron bien el caso y entregaron sin cometer errores los ejercicios solicitados. El docente se limitó a felicitar a cada uno y animarlos para el próximo tema.

En el trabajo dentro de este caso, se pudo observar que los cinco estudiantes entendieron la diferencia de cuadrados perfectos, con la ayuda de las interacciones generadas a partir de las primeras tres actividades, pero se debe destacar la ayuda que le brindaron a Miguel, puesto que él no comprendía bien, pero sus compañeros le explicaron, le contestaron cada pregunta que él realizó y así logró entender el caso, y esa conexión establecida mediante el foro es lo que pudo haber ocasionado que no se necesitará de la retroalimentación, puesto, que los miembros podían ver los diálogos e ir repasando lo que estaba sucediendo.

4.3.3. Factorización de trinomios

Los trinomios son expresiones algebraicas compuestas por tres términos, en el libro guía que se lleva en la Institución donde se efectúa el trabajo de campo se ven tres tipos de trinomios, el trinomio cuadrado perfecto, el trinomio de la forma $x^2 \pm bx \pm c$ y el trinomio de la forma $ax^2 \pm bx \pm c$. Para factorizar este tipo de expresiones, se busca dos factores que al ser multiplicados entre ellos de como resultado el trinomio original.

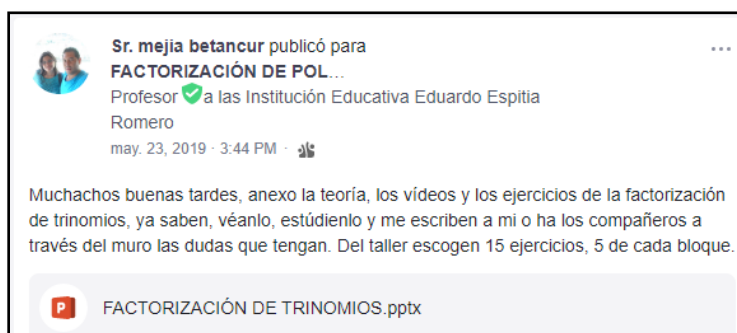
Para trabajar estos casos el docente decide, en aras del tiempo y de facilitar la comprensión de los estudiantes, explicarlo por lo que se conoce como el caso del Tanteo, método de Aspas o de la Tijera, el cual, se describió en el capítulo dos, esta forma de factorizar permite hallar los factores de cualquier trinomio factorizable en el conjunto de los números reales, sin necesidad de establecer la diferencia, pensando si es un trinomio cuadrado perfecto o un trinomio de la forma.

A diferencia del caso anterior, en este sí vemos como los estudiantes presentan un poco de dificultad y necesitan las cuatro actividades para poder entender bien y lograr solucionar los ejercicios bien hechos, aunque la actividad cuatro se desarrolla a lo largo del desarrollo de las otras tres actividades.

4.3.3.1. Actividad uno: contextualización.

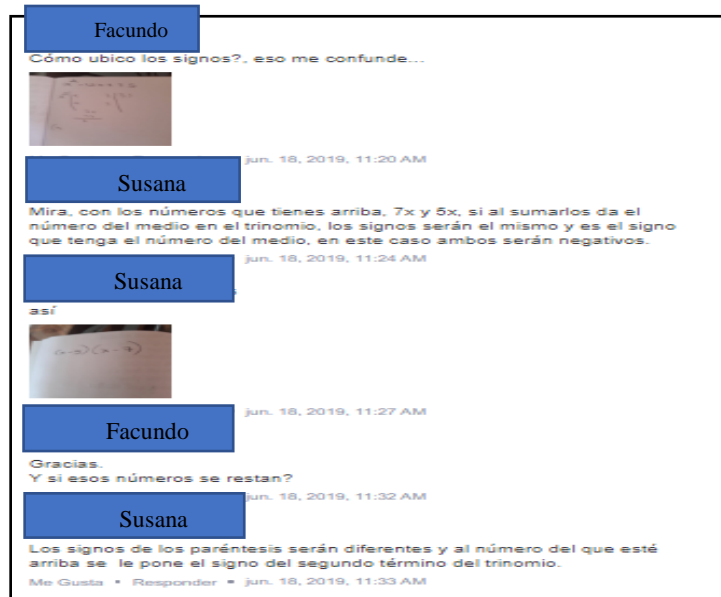
Como ya es costumbre en el colectivo, el docente nutre la plataforma de contenido matemático al subir la teoría sobre la factorización de trinomios, en la cual, explica paso a paso como factorizar un trinomio empleando el método del Aspa, esta es descargada y trabajada de manera individual y en el horario que mejor se acomode a cada estudiante, es de anotar que este método es nuevo para los estudiantes y se les recomienda dedicarle tiempo para comprenderlo, además, se les sugiere que pregunten a penas surjan dudas, dado que, este método está compuesto de muchas operaciones que los pueden confundir.

Imagen 38. Contextualización



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

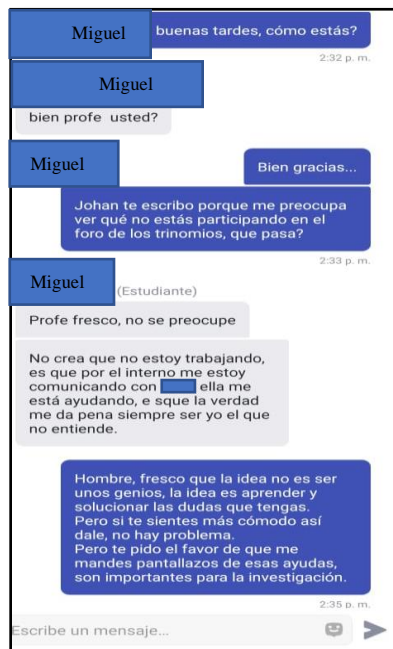
Luego, en el foro se comienzan a evidenciar las dudas que van surgiendo a partir de la teoría, de allí, surgen interacciones que permiten observar como el colectivo va creciendo en confianza y en conocimiento, dado que, algunos miembros se atreven a explicarle a sus compañeros el caso de factorización que en el momento se está abordando; una muestra de ello es el siguiente diálogo.

Imagen 39.*Foro 6*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede observar, como dialogan Facundo y Susana, Facundo le pregunta a Susana ¿cómo puede ubicar los signos? a lo que Susana le responde que debe mirar los números $7x$ y $5x$, que los signos dependen del resultado de suma o restar esos números..., esto muestra que la compañera Susana está apropiada del tema y mediante el diálogo intenta dar respuesta a la pregunta de su compañero, pero no contenta con eso, le refuerza la explicación con una foto donde ejemplifica lo que le dice a Facundo. Pero Facundo no es el único con dudas, el estudiante Miguel vía WhatsApp le pide ayuda a la estudiante Susana, está le explica y le ayuda a entender (la evidencia no está, ya que el docente no tiene acceso a los chats internos de los estudiantes); pero se da cuenta porque el estudiante Miguel hace referencia a ese asunto en una conversación con el docente.

Imagen 40.
Foro 7



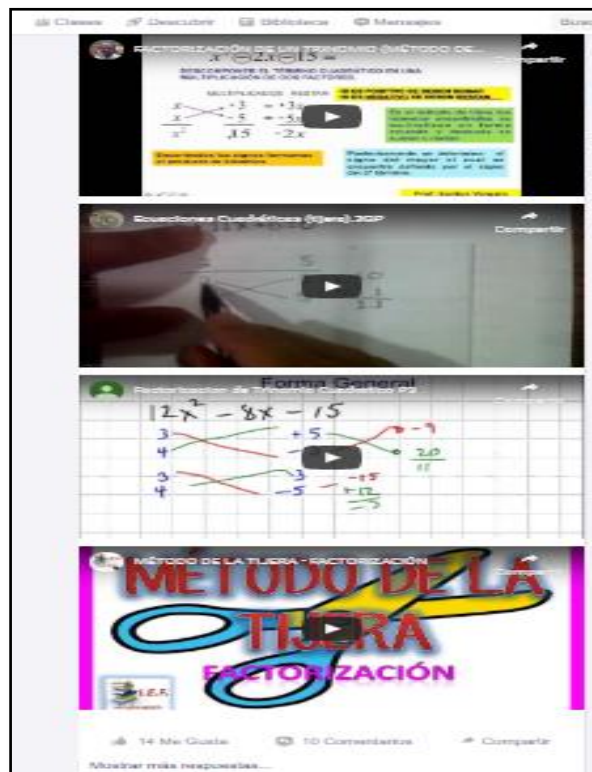
Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Cabe mencionar que, el estudiante nunca envió las conversaciones que sostuvo con la compañera, pero se considera importante mencionar ese suceso para evidenciar como las interacciones se gestaban por varios medios en torno a la factorización y así podemos evidenciar que en las clases de carácter virtual las interacciones entre los estudiantes no se realizan únicamente por los medios que se tienen dentro del colectivo, los estudiantes también buscan otras alternativas de comunicación para aclarar sus dudas.

4.3.3.2. Actividad dos: explicación por vídeos.

Los vídeos presentados en esta actividad fueron de mucha utilidad para los estudiantes, ya que, el tema o la forma de ver el caso era totalmente nueva para ellos, los vídeos presentados son los siguientes:

Imagen 41.
Explicación por vídeos

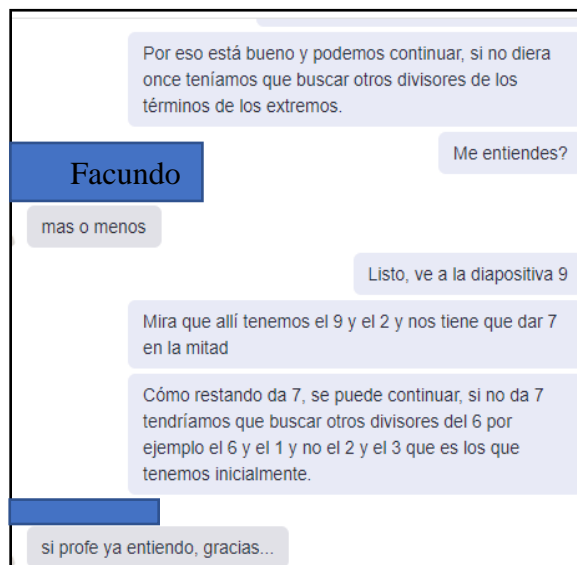
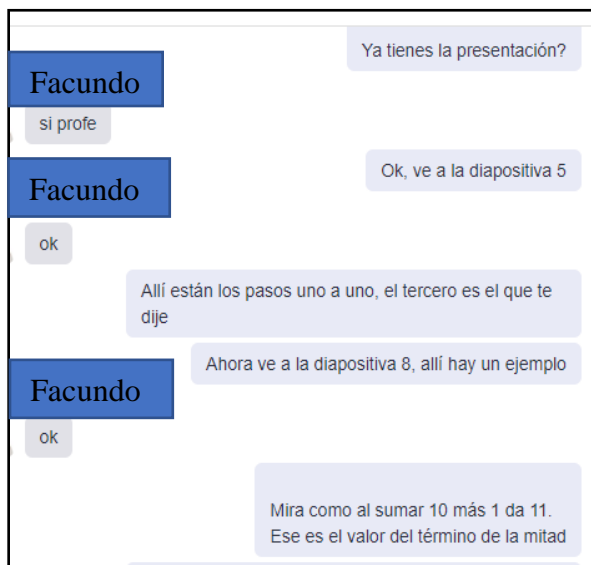
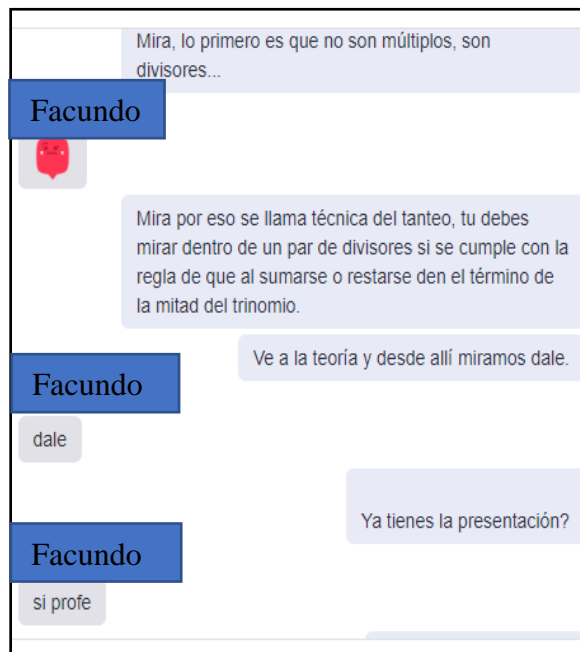
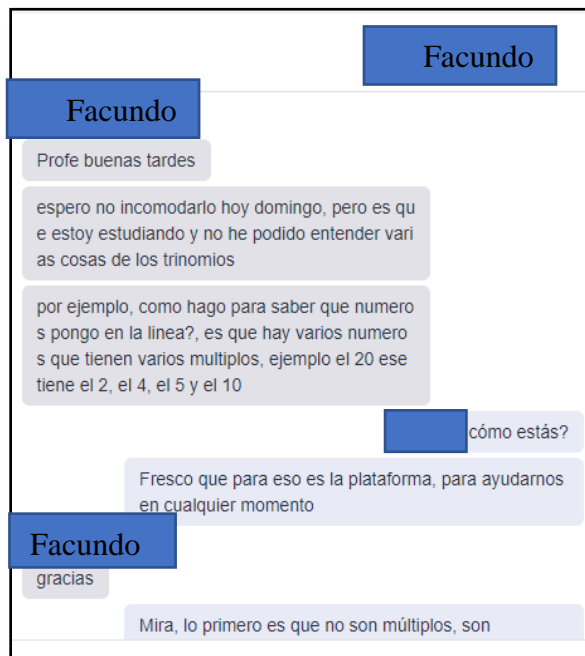


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En estos vídeos se presenta el método del Aspa o también conocido como de la Tijera, el motivo para utilizar este método es que, por medio de este, se puede factorizar un trinomio cuadrado perfecto, al igual que un trinomio de la forma $x^2 \pm bx \pm c$ o un trinomio de la forma $ax^2 \pm bx \pm c$ con un procedimiento similar, sin necesidad de identificar a que trinomio pertenece la expresión, facilita el proceso para los estudiantes.

A continuación, se presenta la interacción entre el colectivo de estudiantes mediante el foro de discusión, allí se puede evidenciar las dificultades del estudiante Facundo y como mediante la plataforma busca solucionarlas.

Imagen 42.
Foro 8



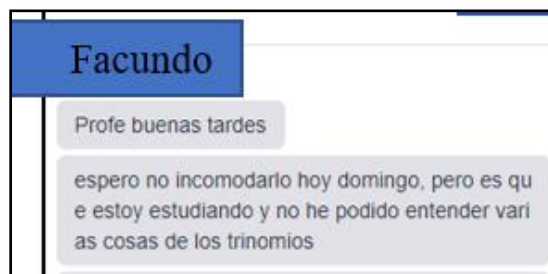
Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la conversación, el estudiante pregunta sobre unos valores que se deben ubicar para poder factorizar este caso (trinomios), el docente le pide que se ubique en la presentación de Power Point que se dejó en la plataforma y desde allí le explica paso a paso, el estudiante luego dice que entendió y que seguirá estudiando, allí se aprecia como por medio de las interacciones permitidas por la plataforma el estudiante pudo entender un caso de factorización que en un principio fue de

difícil comprensión, además, se evidencia la interacción que se tiene tanto el docente como el estudiante con un objeto matemático, pues la charla gira en torno a la presentación de Power Point en donde se tiene la teoría y los ejemplos del caso en cuestión.

Imagen 433.

Foro 9



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Un aspecto importante de resaltar es que esa interacción se dio un domingo en la tarde, aunque no es su jornada laboral, el docente interactuó un momento con su estudiante, esto es importante, ya que, se pudo solucionar una duda, en el momento que surgió. Esto evidencia que el trabajo dentro del colectivo permite el contacto y la solución de dudas sin limitarse a un horario rígido, pero esto debe ir de la mano con unas reglas claras para que se respete tanto el tiempo de descanso del profesor y de los alumnos.

4.3.3.3. Actividad tres: realización de ejercicios.

En esta actividad se les publica a los estudiantes ejercicios de los tres tipos de trinomios antes mencionados y se les pide que los resuelvan según lo que se ha enseñado en el colectivo, es en este momento donde sale a reducir la realidad, pues es en este instante donde se evidencia si los estudiantes han comprendido o no y si las interacciones tenidas hasta el momento han sido suficientes.

Los ejercicios propuestos son:

Imagen 44.*Ejercicios trinomios*

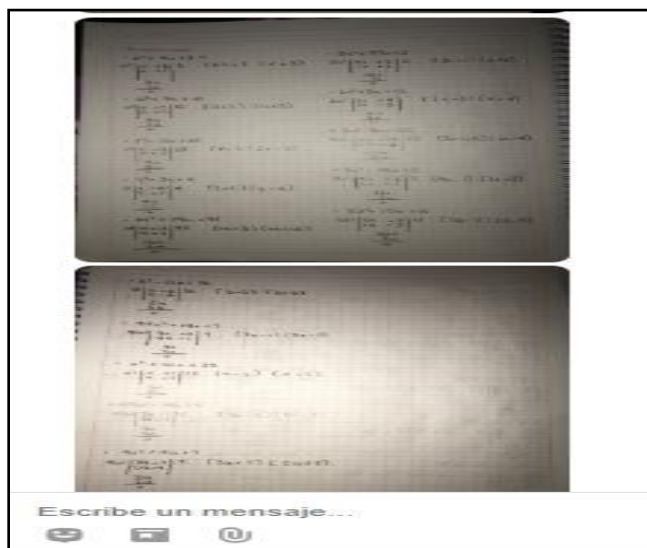
1. $a^2 - 2ab + b^2$	1. $x^2 + 7x + 10$	1. $2x^2 + 3x - 2$
2. $a^2 + 2ab + b^2$	2. $x^2 - 5x + 6$	2. $3x^2 - 5x - 2$
3. $x^2 - 2x + 1$	3. $x^2 + 3x - 10$	3. $6x^2 + 7x + 2$
4. $y^4 + 1 + 2y^2$	4. $x^2 + x - 2$	4. $5x^2 + 13x - 6$
5. $a^2 - 10a + 25$	5. $a^2 + 4a + 3$	5. $6x^2 - 6 - 5x$
6. $9 - 6x + x^2$	6. $m^2 + 5m - 14$	
7. $16 + 40x^2 + 25x^4$	7. $v^2 - 9v + 20$	
8. $1 + 49a^2 - 14a$		

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Los miembros del colectivo entregaron sus ejercicios, algunos lo hicieron público por el foro y otros los mandaron por el chat interno del profesor, quizás por temor a equivocarse y exponer sus equivocaciones al público.

Por ejemplo, Carmenza y Miguel enviaron sus ejercicios al chat interno, donde solamente los puede observar el docente, pero Susana los envió al foro, donde todos los podían observar, el docente les insistía que esa era la ruta apropiada, puesto que otros estudiantes podían utilizar sus ejercicios como inspiración o apoyo para poder realizar los propios.

Carmenza entregando al interno:

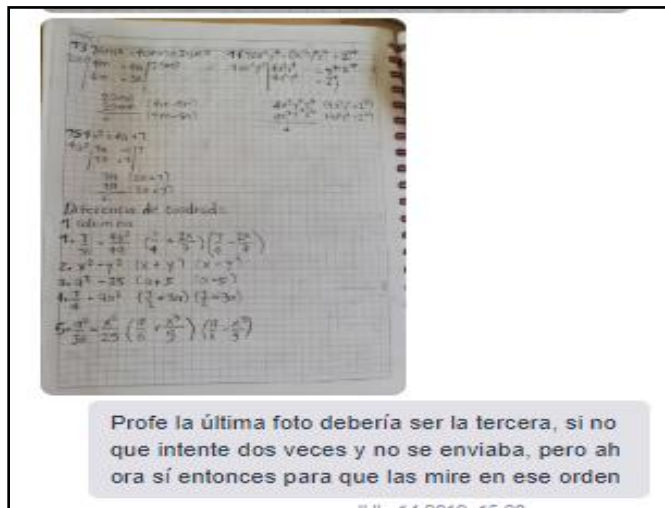
Imagen 45.*Ejercicio de trinomio resuelto por Carmenza*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Miguel entregando por interno:

Imagen 46.

Ejercicio de trinomio resuelto por Miguel

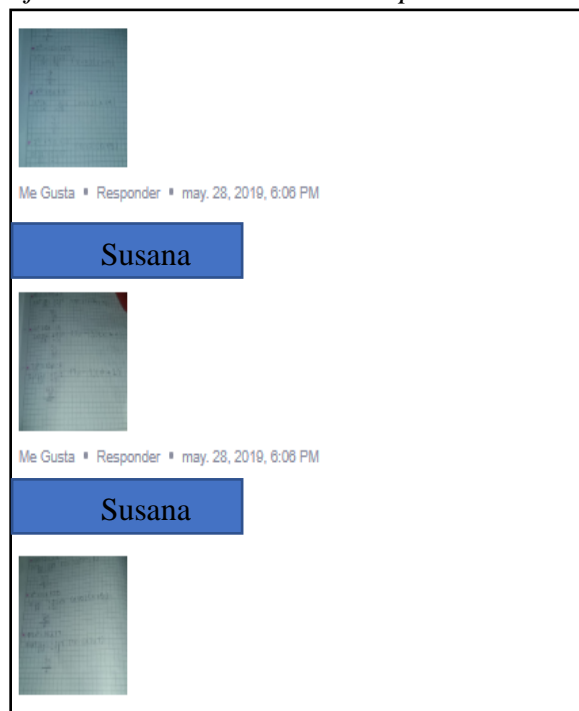


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Susana entregando en el foro

Imagen 47.

Ejercicio de trinomio resuelto por Susana



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En este caso de factorización, la actividad cuatro se realizó en conjunto con la actividad tres, ya que, los estudiantes antes de hacer los ejercicios y mientras los hacían fueron pidiendo asesoría, como se evidenció en los párrafos anteriores, por tal motivo, cuando entregaron los ejercicios no hubo nada que corregir, dado que fueron retroalimentados por el docente durante el desarrollo de las tres primeras actividades, en otras palabras, los estudiantes a medida que iban realizando los ejercicios los mandaban al docente y este les corregía uno a uno, puesto que los estudiantes no estaban muy confiados con lo que estaban haciendo.

Al finalizar las actividades con los trinomios, se nota que fue un tema complejo para entender, pero se logra visualizar que el trabajo en el colectivo ayudó a que los jóvenes participantes lograran aclarar dudas y pudieran superar algunas dificultades en la factorización de estos, logrando identificar que eran trinomios y como debían factorizarlos y resolviendo ejercicios que antes no habían podido resolver.

De las actividades anteriores, se puede inferir que las interacciones generadas al interior de un colectivo de humanos—con—medios pueden ayudar a solucionar dificultades que se posean en matemáticas, además, se pudo constatar que estas interacciones ayudaron en lo procedimental, ya que, permitieron que los cinco chicos pudieran identificar y factorizar los diferentes casos de factorización estudiados, no se puede garantizar que hallar aprendizaje de manera permanente, pero por lo menos se puede decir, que al finalizar esta etapa reconocen los diferentes casos tratados y factorizan mejor que al comienzo, evidenciando un cambio respecto a la factorización.

Otro aspecto que se pudo observar es que los estudiantes no aprenden de forma lineal, es decir, no adquieren el conocimiento pasando de la actividad uno a la dos y luego a la tres, hasta llegar a la cuatro; no, los estudiantes pasan de la actividad uno a la dos, pero para pasar a la tres generalmente se deben devolver a la uno, y de allí vuelven a la dos y luego pasan a la tres, y así sucesivamente, en otras palabras, únicamente con la teoría es difícil que aprendan a factorizar, deben observar videos para entender mejor, pero a la hora de realizar los ejercicios, vuelven a la teoría y a los videos buscando apoyo para realizarlos y en la retroalimentación el docente generalmente los volvía a situar en la teoría para explicarles, dado que necesita de un apoyo visual para que los estudiantes pudieran comprender y evidenciar los errores que pudieron cometer para así corregirlos.

4.4. Categorías de análisis

En el capítulo 3 se declaran las categorías, en las cuales, se realizaría el análisis de las interacciones, allí se mencionan las siguientes categorías:

- La interacción con los medios tecnológicos.
- La interacción con los objetos matemáticos.
- La interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.
- Interacciones dadas de manera asincrónica.

Pero luego del trabajo de campo, se toma la decisión de refinar un poco esas categorías, dado que este evidenció que las interacciones con los objetos matemáticos son transversales a las otras tres categorías, ya que, en la mayor parte del tiempo se interactúa con el objeto matemático como se pudo apreciar en el apartado anterior, de ahí que, en el momento de realizar el análisis, se analizarán las tres categorías e inmerso en ese proceso se va analizando las interacciones con la factorización.

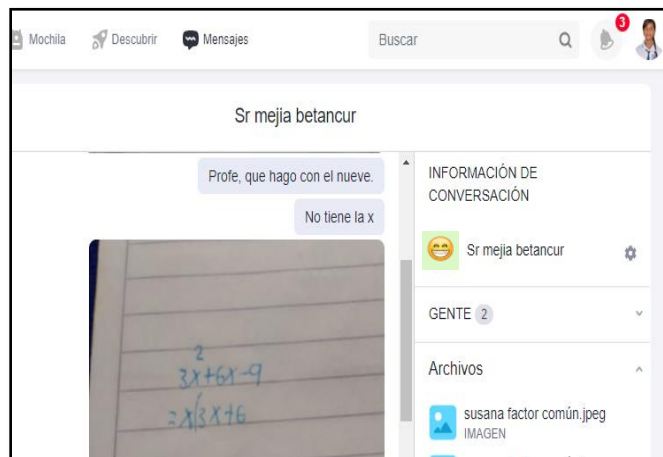
Dejando entonces las siguientes tres categorías:

- La interacción con los medios tecnológicos.
- La interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.
- El tiempo en que se dan las interacciones.

4.4.1. *Interacciones con los medios tecnológicos*

Esta categoría, recoge aquellas interacciones dadas al interior del colectivo de estudiantes, que muestran una interacción entre los estudiantes y los medios tecnológicos que forman parte del colectivo, estos medios son la plataforma Edmodo®, el chat integrado a la plataforma, el foro asociado a la teoría y los vídeos de los ejercicios; las interacciones como tal se dan cuando los estudiantes entran a la plataforma, ingresan a al espacio de factorización en la cual están matriculados, descargan la teoría, reproducen los vídeos, le dan “like” a las publicaciones, participan en el foro con preguntas o respuestas, estas interacciones se pueden apreciar en el siguiente ejemplo:

Imagen 48.
Foro 10



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Podemos ver, como la estudiante utiliza el chat interno de la plataforma para pedirle explicación al docente, además, sube una foto que toma desde su celular para que el docente le pueda entender fácilmente.

Susana dice:

¿Profe que hago con el nueve?, no tiene la x. Haciendo alusión a que el número nueve no tiene x y según ella ese sería el factor común, no tiene en cuenta la parte numérica, en este momento no es consciente de que los números tienen un factor común, por lo que se puede apreciar que la teoría les dio una idea de lo que es el factor común, pero no fue suficiente, por tanto, se puede decir que la visualización de la teoría ayuda a entender en parte el concepto, pero quedan algunas interrogantes que está no puede solucionar, necesita la ayuda de otro recurso.

Si bien, se puede decir que la visualización juega un papel importante para aprender matemáticas como lo mencionan Scucuglia (2012), citado por (Borba, Scucuglia y Gadanidis 2014) en donde se dice que “La visualización se torna un proceso fundamental en el pensamiento matemático”, puesto que “la visualización envuelve un esquema mental que representa una información visual espacial” (Borba, Scucuglia y Gadanidis, 2014. p, 53). Se debe mencionar que se pueden encontrar varios medios que permiten visualizar un contenido matemático en el colectivo, como lo puede ser una presentación de Power Point, sin embargo, se considera que no es suficiente, por lo que se sugiere hacer uso de otro medio que, además, de la visualización permita

escuchar. Se evidencia que la interacción entre la estudiante, la tecnología y el docente es una herramienta que permite preguntar de manera remota y sin necesidad de compartir un mismo espacio.

Además, se puede catalogar la dificultad que presenta la estudiante según Socas (1997), como una dificultad asociada a los procesos de pensamiento matemático, ya que, ella no logra identificar que los tres coeficientes que forman el polinomio sean múltiplos de tres; de esta dificultad, es que el docente investigador se vale para preparar parte de la actividad siguiente para seguir facilitando el manejo de la factorización, puesto que, en ella les presenta a los estudiantes vídeos en donde la dificultad presentada por Susana, es bien explicada haciendo énfasis en que un factor común puede ser un binomio, trinomio o polinomio y este puede ser tanto numérico, como alfanumérico.

Imagen 49.

Explicación factor común

Factorización algebraica

1. Factor común

1.1. Factor común numérico

Características

Relaciona únicamente números

Ejemplo

$$42 + 24 - 126 + 66$$

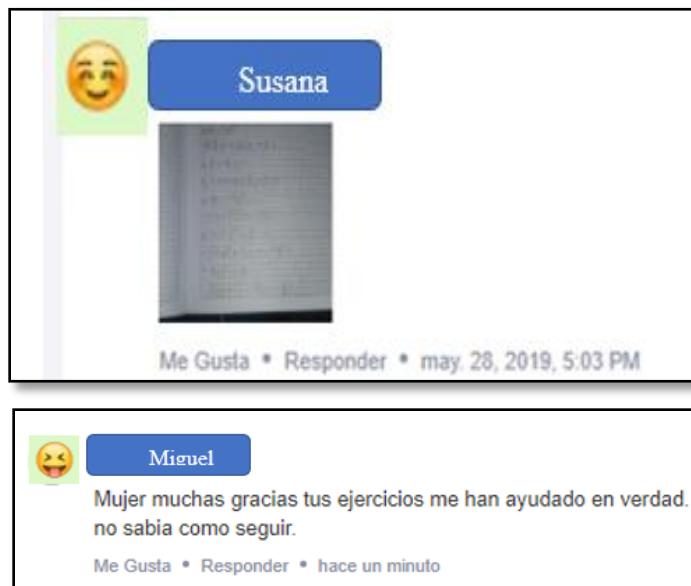
42	24	126	66	
21	12	63	33	
7	6	21	11	
1	3	7	3	

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Lo anterior, se hace basados en el planteamiento de (Palarea y Socas, 1997), ya que se toma la dificultad como una herramienta para la adquisición del concepto, en este caso, se toma la dificultad de reconocer los múltiplos, y se profundiza en ello para así lograr comprender el factor común.

Otro ejemplo, de las interacciones con la tecnología lo tenemos en la siguiente secuencia, en donde se puede apreciar como el trabajo en conjunto y lo que los estudiantes hacen en el colectivo va ayudando a “nutrir” la plataforma y así cada miembro se va favoreciendo de los contenidos, miremos como Miguel se apoyó en los ejercicios de Susana para poder hacer los suyos.

Imagen 50.
Evidencia apoyo grupal



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se observa, que la estudiante publica los ejercicios resueltos y el compañero se apoya en ellos para realizar su trabajo, luego, le agradece porque su aporte le ayudó a entender mejor, pues tenía un obstáculo y sus ejercicios le ayudaron a seguir adelante, esta situación puede ejemplificar lo que Borba y Villarreal (2005) dicen:

Es por eso que apoyamos la noción de que los humanos-con-los medios (o los humanos-con-la-tecnología o los humanos-con-la-tecnología-de-inteligencia) deberían ser la unidad básica de conocimiento. Este colectivo, formado por humanos y no humanos, produce significado ya que conecta diferentes nodos de una red. La red de significados es la metáfora de como este colectivo de humanos—con—medios produce conocimiento. (p. 26)

Ya que, al unirse los estudiantes con la plataforma y conformar un colectivo pensante, están entrelazando significados que ayudan a que se logre modificar su estructura mental en torno a la factorización de polinomios, es decir, estas interacciones están modificando y reorganizando el pensamiento matemático de los miembros del colectivo, sustentando o visibilizando la tesis principal de (Borba y Villarreal, 2005), además, el trabajo con algún sistema tecnológico modifica la forma de pensar o de generar ideas, según Borba y Villarreal (2005) “podemos afirmar que el

uso de computadoras conducirá a una diversidad de ideas aún mayor en comparación a cuando los humanos no tenían acceso a este medio como parte de una unidad cognitiva básica” (p, 17).

Además, se ve reflejado un comportamiento de grupo, una asociación de estudiantes que están en busca de un fin común, pues se observa la manera de ayudarse entre ellos, es decir, los miembros del colectivo están construyendo un aprendizaje mediante las interacciones con ellos y el medio en el que están, es decir, mediante las interacciones con su entorno, puesto que, según Chevallard (1987), el aprendizaje se construye al interactuar con el entorno, esto es destacado, ya que, esta forma de ayudarse a través de los foros o los chats es una de las estrategias que según ellos más les facilitó el proceso con la factorización, como se evidencia en la respuesta a la siguiente pregunta que se encuentra en la entrevista final:

Investigador: ¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?

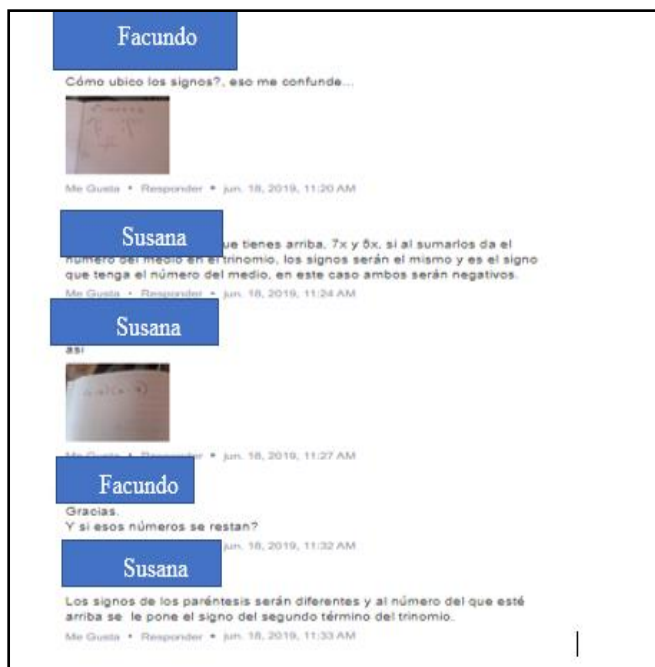
Miguel: *Me parece que la actividad, todas las actividades ayudaron a que yo pudiera entender la factorización, pero me parece, que la mejor fue el foro, ya que, por allí podíamos preguntar y nos daban respuestas que nos permitían aprender.*

Otra secuencia, que nos muestra esta interacción entre estudiantes y medios se da cuando Facundo pregunta sobre ubicar los signos en la factorización por trinomios, por medio del foro y Susana le contesta, además, sube fotos en donde le va explicando el paso a paso de como factorizar, este comportamiento dentro del colectivo sigue mostrando que el aprendizaje dentro del colectivo se da mediante las interacciones entre sus miembros, puesto que se ayudan formando un “aprendizaje colectivo” en términos de Chevallard (1987).

Observemos la interacción:

Imagen 51.

Foro 11



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

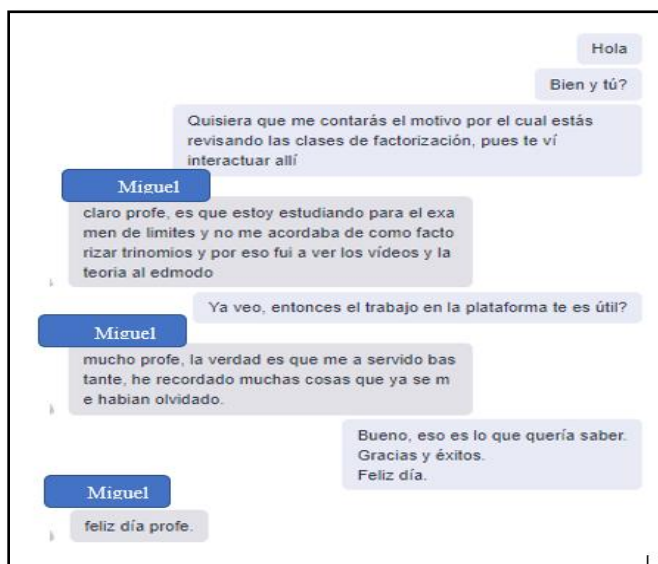
Se puede observar, en la respuesta de Susana lo apropiada que está del tema y como intenta explicarle a su compañero en sus palabras lo que se hace en ese caso de factorización además, emplea una fotografía para que se pueda visualizar de manera más clara lo que acaba de explicar, generando un diálogo no sólo entre los dos estudiantes, sino, entre los estudiantes y la plataforma, pues esta es interlocutora a la vez, ya que se puede ir a ella cuando se necesite y ella está allí para orientar, este momento nos recuerda las palabras de Nemirovsky y Noble (1997), citados por Borba y Villarreal (2005) donde afirman que “las herramientas como las computadoras, las calculadoras gráficas o los dispositivos físicos se pueden considerar como " ... “piezas de conversación' en lugar de dispositivos para ayudar a los estudiantes a internalizar una representación visual particular” (p.103). En otras palabras, el papel de los medios en el proceso de visualización va más allá del simple acto de mostrar una imagen, por tanto, Facundo puede resolver su dificultad mediante las palabras de Susana o por la imagen que su compañera subió.

En la anterior secuencia, se observa que Facundo tiene una dificultad que Fernández (1997) catalogaría de naturaleza algebraica, dado que el alumno no comprende cómo van los signos a la hora de realizar la operación; Pero su compañera Susana le explica y le ayuda a salir de esa dificultad al mostrarle paso a paso el procedimiento, en esta interacción vemos entonces como es Susana la que al identificar y hacer explícito el error de su compañero, puede utilizarlo a su favor para explicarle y sacarlo de este.

Es oportuno mencionar el comportamiento del estudiante Miguel, que meses después de trabajar en el colectivo volvió a utilizar la plataforma para estudiar, ante este suceso el docente le pregunta a Miguel sobre el hecho y el estudiante le manifiesta que necesitaba repasar para el examen de límites y no recordaba algo de factorización, por lo tanto, recurrió al curso que estaba en la plataforma, esto muestra que el medio tecnológico está disponible para cuando el estudiante estime conveniente hacer uso de este, lo que evidencia una vez más la interacción entre los estudiantes y el medio, veamos la interacción:

Imagen 52.

Foro 12



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

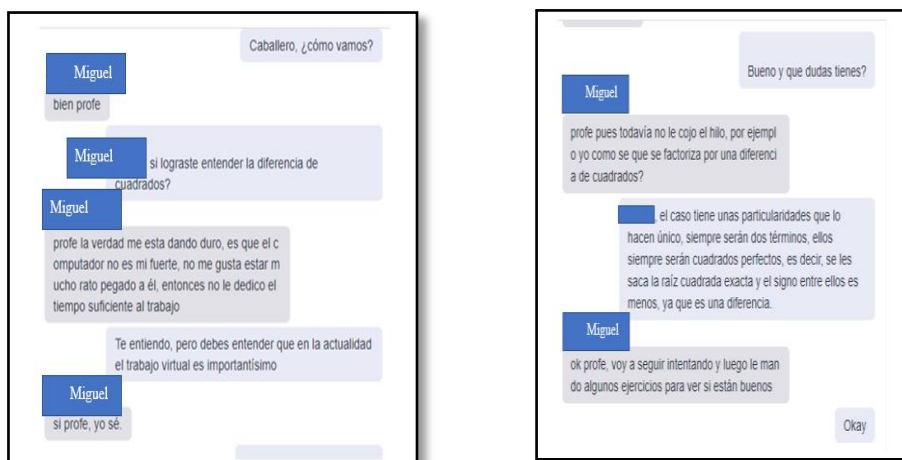
Como se puede apreciar, el estudiante no sólo responde por el motivo que lo llevó a la plataforma, sino, que destaca lo útil de esta a la hora de recordar conceptos, esta interacción entre los estudiantes y la plataforma nos reafirma que un computador o un software por sí solos no hacen nada, se necesita de la interacción de los humanos para alimentar el software y así este poder

transformar al humano, pues Miguel volvió a ver el vídeo, a leer la teoría que otro ser humano ingresó a la plataforma y además, necesitó de orientación, por tanto, realiza una pregunta, allí se evidencia de primera mano lo que Borba y Villarreal (2005) expresan “la perspectiva que adoptamos sugiere que los humanos están constituidos por tecnologías que transforman y modifican su razonamiento y, al mismo tiempo, estos humanos están constantemente transformando estas tecnologías” (p. 22).

En el trabajo de campo, también se pudo constatar que no ha todos los estudiantes les gusta trabajar con los computadores y que no siempre es fácil entender por medio de estos, en la siguiente secuencia se puede apreciar esta situación.

Imagen 53.

Foro 13



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Si bien se sabe que las tecnologías pueden ayudar a transformar nuestro pensamiento, no podemos esperar que hagan el trabajo por sí solas, o en palabras de Borba y Villarreal (2005) “los medios, por lo tanto, condicionan la forma en que uno puede pensar, pero no determinan la forma en que uno piensa” (p. 16). Es claro que el medio puede condicionar a Miguel en una manera de pensar los ejercicios, pero, este no determina lo que Miguel puede o no puede hacer con los ejercicios, allí influyen muchos factores que a la larga serán los responsables de la apropiación o no de los temas expuestos por los medios, estos factores son el interés, el tiempo dedicado al estudio, la capacidad de concentración, entre otros, aunque sabemos que los estudiantes en su gran mayoría son sujetos que interactúan a diario con la tecnología y que parece que les gusta, no se puede generalizar, pues, como acabamos de ver por lo menos, hay uno en el colectivo de

estudiantes—con—Edmodo® que no gusta del trabajo virtual y que prefiere tener al docente de manera presencial.

Otro ejemplo, de estas interacciones es el vídeo descrito en apartados anteriores donde la alumna Candy en un vídeo creado dentro del colectivo explica la forma de factorizar por medios del factor común, en este vídeo se puede apreciar como la alumna se esfuerza por explicar, en sus palabras, la manera de factorizar, por ejemplo, hace énfasis en cómo se diferencia un polinomio que se pueda factorizar por este caso.

Primero debemos observar que en cada uno de los términos de la expresión se encuentre algo que se repite, sea un número o una letra, o ambas.

Luego conocedora de las dificultades que ella misma tuvo en la primera actividad, en donde no supo encontrar el factor común numérico, evoca la importancia de saber cuándo un número se repite.

Debemos reconocer que cuando hablo de que un número se repite, es que los coeficientes deben ser múltiplos de un mismo número, como en este caso: podemos observar que $2x^2 + 4x^3 - 6x$ todos los coeficientes son múltiplos de 2.

Es en ese comportamiento anterior, que se puede decir que la estudiante interiorizó el caso de factor común, pues superó la dificultad que llegó a tener y se siente en la capacidad de ayudar a sus compañeros para que no tengan la misma dificultad.

Al continuar con su explicación, se nota que hace énfasis en algunos momentos de la explicación, para recordar algo que le parece importante decir, por ejemplo, en el siguiente aparte se ve que enfatiza que se debe colocar siempre “la letra que se repite con su menor exponente”.

Bueno, al ver que existe un número o una letra que se repite, procedemos a sacar el factor común, en este caso es el $2x$, debemos recordar, que siempre tomaremos la letra que se repite con el menor exponente que tenga.

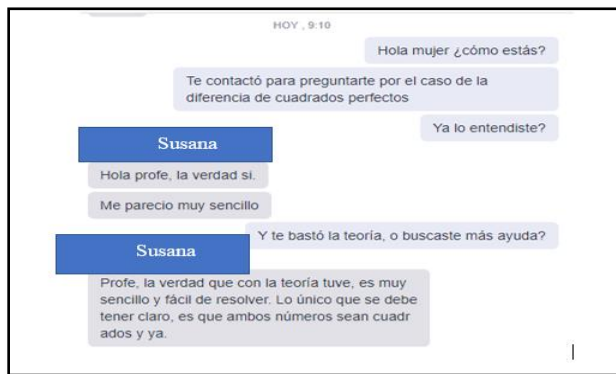
Y así, a lo largo del vídeo la estudiante se apoya en lo que a ella le dio dificultad para enfatizarlo y así intentar evitar que sus compañeros tengan esas dificultades, esto lo hace de una manera empírica, sin tener contacto con alguna teoría que le diga que hacer, demostrando que Palarea y Socas (1997) tenían razón al mencionar que es necesario hacer los errores explícitos, y partir de ellos para superar las dificultades.

Se puede observar, que los miembros del colectivo manejan de manera intuitiva como mínimo las herramientas necesarias para trabajar ya que, descargan las presentaciones donde se presenta la teoría de los casos de factorización, ven los vídeos en donde se explica los casos de factorización y realizan los ejercicios propuestos por el docente.

A continuación, se puede evidenciar que los estudiantes también interactúan con recursos matemáticos mediados por la tecnología, los ven, los manipulan, hacen preguntas acerca de lo que allí pasa y así van avanzando en la comprensión de la factorización, por ejemplo, la estudiante Susana asegura que solo con la teoría del caso de diferencia de cuadrados pudo entender.

Imagen 54.

Foro 14



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Podemos evidenciar, como la estudiante dice que el caso es sencillo, que solo con estudiar la teoría pudo comprender el concepto, además, ella en esta etapa de la investigación pudo explicarle a otro compañero sin llegar a las otras actividades, lo que refleja que evidentemente entendió el concepto, ya Nemirovsky y Noble (1997), citados por Borba y Villarreal (2005) afirmaban que “las herramientas como las computadoras, las calculadoras gráficas o los dispositivos físicos se pueden considerar como ” ... “piezas de conversación' en lugar de dispositivos para ayudar a los estudiantes a internalizar una representación visual particular” (p.103). Es por lo anterior que se

puede decir, que los estudiantes del colectivo lograron establecer un diálogo entre la teoría y los vídeos anclados en la plataforma para así lograr avanzar en su estudio de la factorización.

En otro momento de la investigación podemos apreciar como en un foro se genera la siguiente situación debido al vídeo que publicó Candy explicando el factor común.

Imagen 55.

Foro 15



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede evidenciar, como las estudiantes hacen referencia a la teoría y al vídeo publicado del tema, lo que muestra la importancia de la interacción entre los estudiantes y los recursos matemáticos, ya que son, referenciados y visitados con frecuencia para solucionar dudas y/o aprender nuevos conceptos.

Se evidencia, con el análisis anterior que el desarrollo en el campo tecnológico es un aliado a la hora de dar clases virtuales, pero que el éxito de tales clases depende de algunos factores como lo son las habilidades en el manejo de la misma tecnología, la apatía o gusto por ella y el acceso a la misma.

4.4.2. Interacción entre los miembros del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®

Este apartado, se centra en las interacciones generadas al interior del colectivo entre sus miembros, sea estudiantes con estudiantes o estudiantes con el docente; es en este apartado donde se evidencia el avance de los estudiantes en el estudio de la factorización, ya que, es en donde se aclaran dudas y se logra superar la mayoría de los obstáculos, cabe mencionar que estas interacciones siempre fueron mediadas por la plataforma, por tanto, también son interacciones con

medios tecnológicos y a su vez, siempre giraron en torno al conocimiento matemático, por tanto, también son interacciones con recursos matemáticos.

Retomando la interacción propiciada por la estudiante que sube el vídeo y explica el factor común.

Imagen 56.

Foro 16



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Allí, vemos como Carmenza tiene una dificultad algebraica, ya que, no comprende porque los signos que van dentro del paréntesis no cambian, y Susana le dice que la chica del vídeo lo explica, además, le recomienda que vaya a la teoría que dejó el profesor para que entienda mejor.

El aparte del vídeo al cual Susana hace alusión es el siguiente:

Luego abrimos un paréntesis y nos preguntamos que le falta a este $2x$ para ser igual a cada término de la expresión inicial, así:

Que le falta a $2x$ para ser igual a $2x^2$, vemos que le falta una x , por tanto, en el paréntesis ponemos la x , luego va el signo que sigue en la expresión original, el cual es $+$, luego preguntamos que le falta a $2x$ para ser igual a $4x^3$, es decir, buscamos un número que multiplicado por 2 me de 4, ese sería 2 y lo ponemos en el paréntesis, luego vemos que a x le falta x^2 , para ser igual a x^3 , por tanto, ese x^2 va en el paréntesis, así $2x(x + 2x^2)$, luego ponemos el signo que sigue en la expresión original que es menos, y repetimos el paso anterior, preguntándonos qué número

multiplicado por 2 nos da 6, y el resultado lo ubicamos en el paréntesis y como x es igual a x , no ponemos nada más y cerramos el paréntesis y terminamos quedando así la factorización:

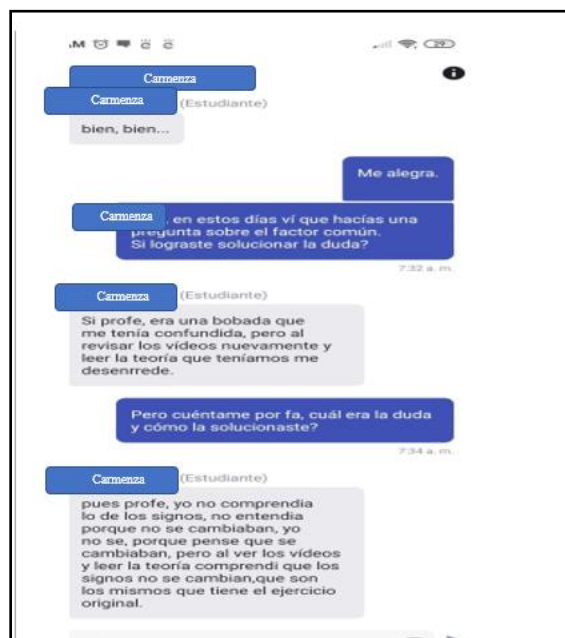
$$2x(x + 2x^2 + 3).$$

Vemos que allí, la estudiante explica cuales signos van dentro del paréntesis, explica que van los signos de la ecuación original, quizás Carmenza allí presenta una dificultad en donde está confundiendo un proceso visto en aritmética con este procedimiento algebraico, quizás la estudiante, está pensando que al entrar al paréntesis se debe hacer algo parecido a una trasposición de términos, esta dificultad puede encajar en los que (Gallardo y Rojano, 1998) llamaron dificultad en el cambio de una serie de convenciones diferentes de las usadas en aritmética. También vemos como la compañera le recomienda que busque la teoría que se encuentra en la plataforma y allí puede salir de su inquietud.

Luego del suceso anterior el docente realiza un conversatorio con Carmenza intentando indagar si ella sí pudo comprender el concepto, a continuación, veremos parte de este.

Imagen 57.

Foro 17

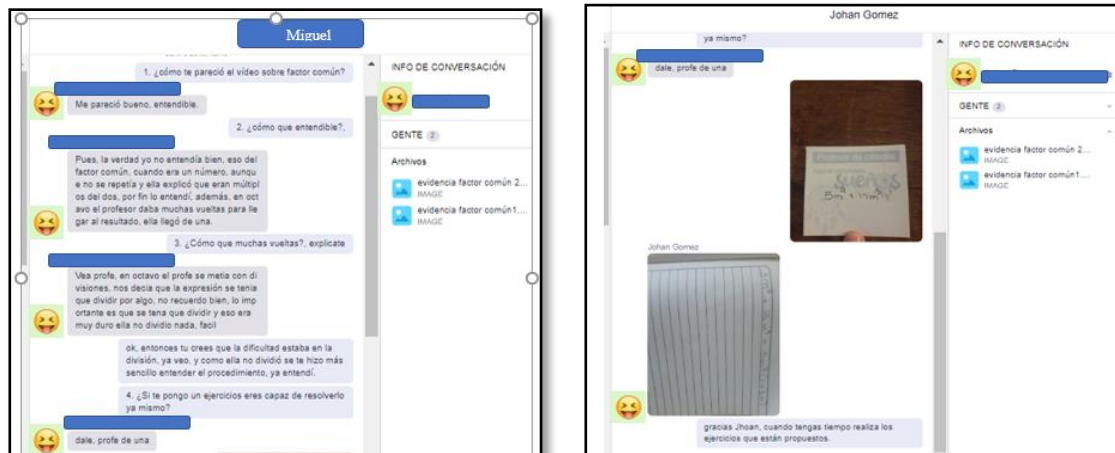


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede apreciar, como la estudiante deja ver que sí solucionó su dificultad inicial, pues explica la forma en que se manejan los signos al emplear el factor común, además, menciona que esto lo logró al leer nuevamente la teoría y al ver de nuevo los vídeos que se tenían en el colectivo.

En vista de lo descrito en la secuencia anterior, se puede concluir que la tecnología por sí misma no produce un cambio significativo en las personas, pero al ser alimentada por la interacción humana se vuelve una herramienta importante a la hora de aprender, en palabras de Borba y Villarreal (2005) “la perspectiva que adoptamos sugiere que los humanos están constituidos por tecnologías que transforman y modifican su razonamiento y, al mismo tiempo, estos humanos están constantemente transformando estas tecnologías” (p. 22). Es evidente como en la plataforma se encontraban los vídeos y la teoría del tema a tratar y la estudiante Carmenza aun no podía solucionar sus dudas, pero al entrar otra estudiante a la plataforma he interactuar con ella, logra que Carmenza vuelva a interactuar con la plataforma y logre entender lo que no había podido hacer antes, su razonamiento de una u otra manera fue transformado de tal forma que pudo comprender lo que estaba necesitando, ya que, ella no comprendía por qué los signos que van en el paréntesis al realizar un factor común no eran cambiados y quedaban los mismos que estaban en la expresión inicial, pero al ver nuevamente el vídeo ella pudo comprender lo que pasaba y así supero su dificultad.

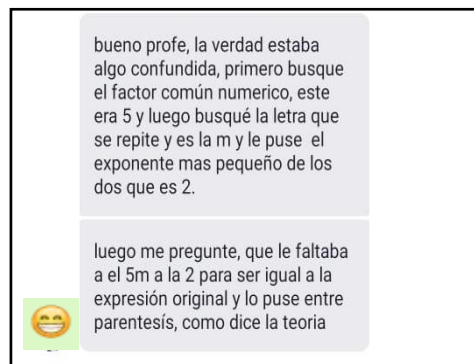
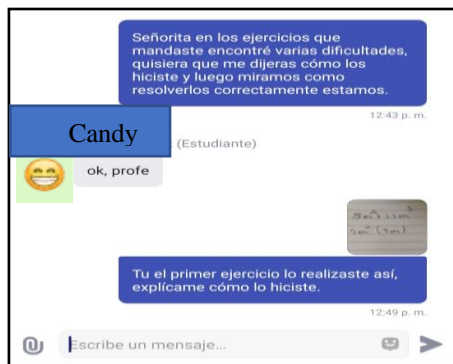
A continuación, se puede apreciar otra interacción, entre un estudiante y el docente en donde se aprecia como el docente comienza a preguntarle a Miguel sobre cómo le parece el vídeo y a raíz de las respuestas de este el docente sigue indagando sobre su posición frente al caso de factorización que se está tratando, luego le pide que realice un ejercicio y este lo realiza sin demora.

Imagen 58.*Foro 18*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la conversación, se nota que el estudiante no asume en un principio su responsabilidad en cuanto a no ser capaz de realizar un ejercicio, busca una excusa, pero luego reconoce que el vídeo le ayudo para superar el obstáculo que tenía y explica que cuando a él le enseñaron, lo hicieron diciéndole que para encontrar el factor común se debía realizar una división entre el factor común y la expresión original, esto lo confundía y no le dejaba avanzar, esta dificultad es la que Socas (1997) llama una dificultad asociada a los procesos de enseñanza - aprendizaje, pero como lo explicó la compañera le pareció más sencillo y pudo entender y así logró superar el obstáculo que no lo dejaba avanzar, además, logró evidenciar este avance realizando inmediatamente un ejercicio que el docente le propuso, se puede apreciar entonces como las interacciones en el colectivo permitieron que Miguel pudiera superar su dificultad con el factor común.

Otra muestra de las interacciones entre pares y/o docente al interior del colectivo, se da con la estudiante Candy, ya se había visto que está tenía dificultades en las actividades uno, dos y tres para poder entender bien el factor común, por tanto, en la retroalimentación se da la siguiente interacción entre ella, el docente y el conocimiento.

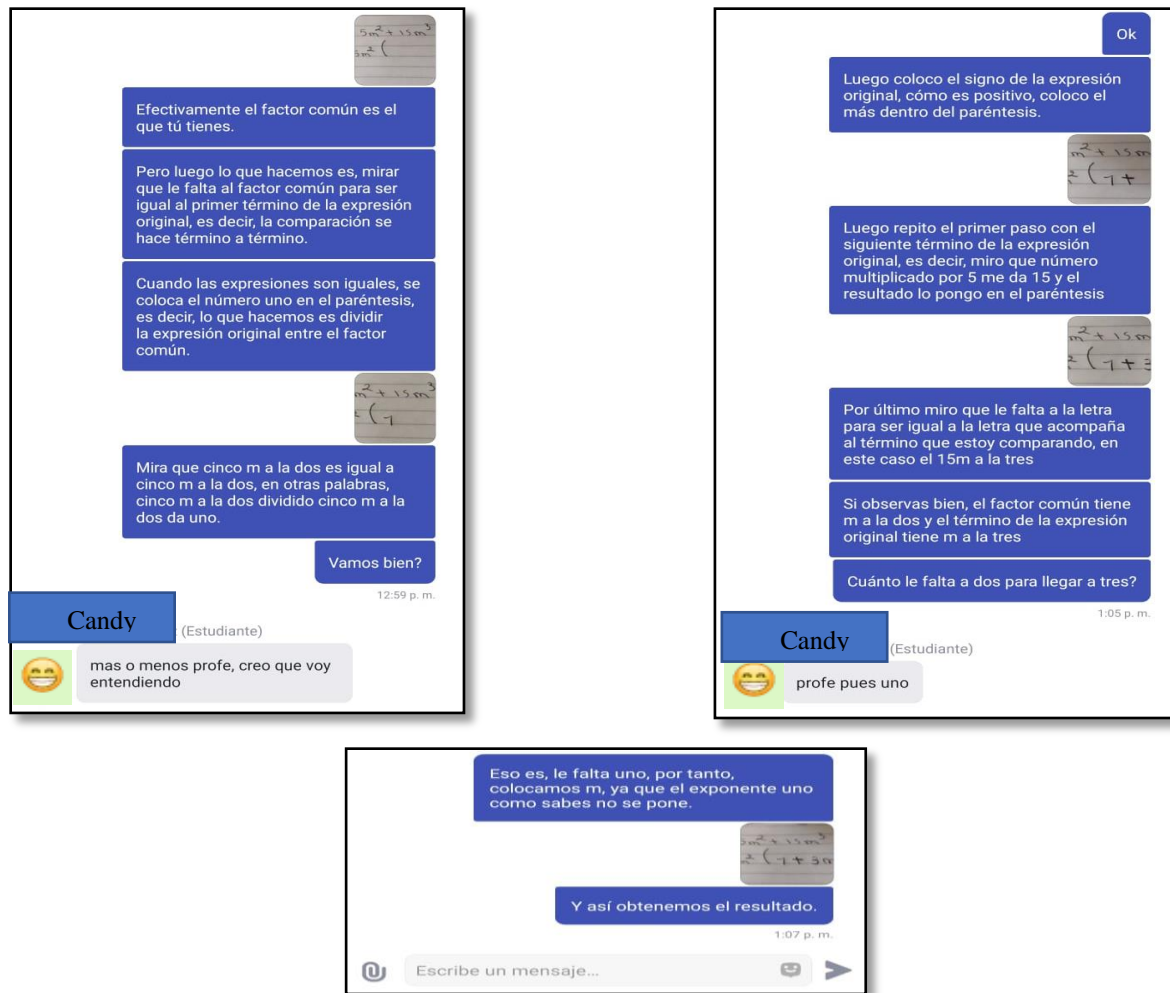
Imagen 59.*Evidencia explicación*

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

El docente le pide a la estudiante que le explique cómo es que realizó el ejercicio que envió en la actividad pasada, y ella procede a explicarlo como se ve en la Imagen 59.

En la explicación de la estudiante, se ve claramente lo que realizó y el error que cometió, pues ella no reconoce que al factorizar por medio del factor común es una división entre la expresión original y el factor común y por eso obtuvo el resultado que presentó, el docente le hace caer en cuenta de su error y le comienza a explicar.

Imagen 60.*Explicación del docente*



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

El docente, le termina de explicar en palabras y por medio de fotos el paso a paso del ejercicio y le propone que ella entonces haga uno y lo mande inmediatamente para ver si entendió.

Imagen 61.

Evidencia ejercicio resuelto por el estudiante



$$3a^3 - a^2$$

$$a^2(3a - 1)$$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En consecuencia, se puede apreciar que la conversación entre el docente y la estudiante gira en torno a un conocimiento matemático y se logra apreciar cómo se va apropiando del concepto, hasta que al final la estudiante logra realizar un ejercicio que al comienzo le generó dificultades.

Se ve que la dificultad de la estudiante, según Socas (1997) asociada a los procesos del pensamiento matemático y la forma de que ella saliera de ese error, era mostrarle el proceso erróneo cometido y luego el proceso bien hecho, explicándole de donde sale cada número y que operación se realizó para ello.

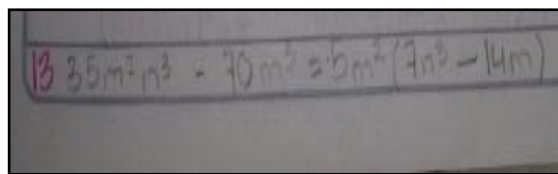
Además de lo expresado anteriormente, esta conversación entre docente y estudiante, deja ver que el acompañamiento por parte del docente es necesario para los estudiantes, ya que les brinda confianza y seguridad, si miramos detenidamente el diálogo, el docente no dice nada diferente a lo que está publicado en la teoría o en los vídeos donde se explica el caso, pero Candy argumenta no entender de la teoría, ni de los vídeos, pero a la hora que el docente le explica, ahí en ese

momento sí entiende; puede ser que en el imaginario de la estudiante, deba estar presente la figura del docente para entender.

Con Susana, la retroalimentación no presentó alguna dificultad, la estudiante como se vio en la actividad anterior tenía una dificultad para determinar el factor común numérico, recordemos uno de los ejercicios que ella realizó.

Imagen 62.

Evidencia 2 ejercicio resuelto por el estudiante



13 $35m^2n^3 = 70m^2 = 5m^2(7n^3 - 14m)$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Podemos evidenciar que no encuentra el factor común apropiado, pues este sería el 35 y no el 5 como ella la tiene, a continuación, se verá como el docente la abordó y como se logró solucionar su dificultad.

El docente, le escribe a Susana y le pide que se ubique en los ejercicios que ella entregó para trabajar desde esos ejercicios y surge el siguiente diálogo:

Imagen 63.**Foro 19**

En ese ejercicio y otros, no tomaste el factor común numérico que buscamos, siempre se debe tomar como factor común el número mayor que divida a los términos de la expresión original

Es decir,

A 35 y 70, efectivamente los divide el 5 como lo tienes tu

Pero existe otro número mayor que los divide a ambos, sabes cuál es?

2:49 p. m.

Susana (Estudiante)
profe el 7

Todavía hay uno más grande...

Si señorita, el 35, ese será el factor común. El ejercicio quedaría así

2:51 p. m.

Susana (Estudiante)
Entiendo, es sencillo

se debe colocar no cualquiera que se repita, sino el mayor número que los divida a todos cierto?

Así es.

Realiza este a ver

2:53 p. m.

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 3 \quad 4 \\
 9x^2 + 27xy + 12y^4 \\
 = 3(3x^2 + 9xy + 4y^4)
 \end{array}$$

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la secuencia anterior, se observa el proceso por el cual pasa la estudiante para aprender a factorizar por medio del factor común, ella con las tres primeras actividades había comprendido en parte el caso, pero con esta actividad cuatro logra por fin entenderlo mejor.

La estudiante a pesar de leer y estudiar la teoría, de ver vídeos e interactuar con sus compañeros en el foro, necesitó de la intervención del docente para poder salir de la inquietud que tenía y no la dejaba avanzar, es allí donde radica la importancia del acompañamiento docente en este tipo de trabajo virtual, pues queda evidenciado que los medios por si mismos no logran ayudar a superar las dificultades, se necesita de una persona que aproveche las dificultades y basándose en ellas pueda generar actividades que permita superarlas, tal cual como lo plantean Palarea y Socas (1997), ratificando nuevamente la sentencia de (Borba y Villarreal, 2005), de que el conocimiento es producido por un colectivo donde interactúan humanos y medios, ya que, se modifican unos a otros produciendo conocimiento.

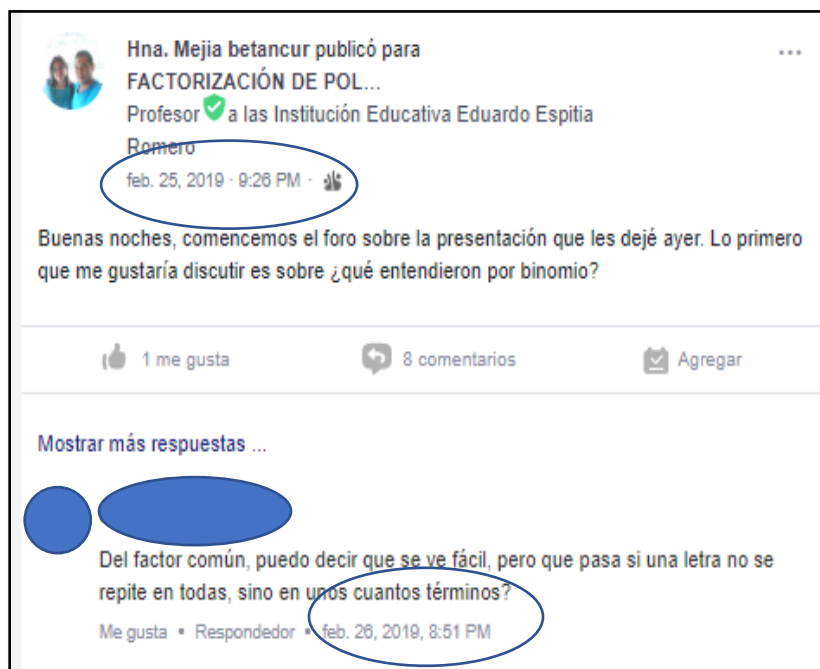
4.4.3. Tiempo en que se dan las interacciones

En los apartados anteriores, se pudo observar las interacciones generadas al interior del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, pero se enfatizó en el análisis de las interacciones tanto con la tecnología, como entre los miembros; pero hay un aspecto relevante que se considera pertinente analizar y tiene que ver con el tiempo en que las interacciones se dan, es decir, por lo que nos atañe la hora y el día de algunas de las interacciones generadas al interior del colectivo.

Se puede apreciar que el docente realiza una publicación y al otro día le contestan

Imagen 64.

Evidencia de la participación de los estudiantes



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Lo anterior, nos muestra como el trabajo en el colectivo permite interacciones asincrónicas, dejando que los estudiantes trabajen a su ritmo y en los momentos que pueden hacerlo sin presiones de tiempo, como el caso de este estudiante que se conecta a las 8:51 pm, para hacer un comentario en el foro propuesto por el docente.

En la Imagen 65, veremos una secuencia en donde se publica un vídeo y se genera una interacción en diferentes días y en horarios que no son habituales, lo que permite ver que el colectivo interactúa en horarios que los estudiantes tienen libres, ayudando así a alcanzar los objetivos planteados, venciendo obstáculos que la educación regular no puede superar fácilmente.

Imagen 65.

Evidencia de interacción de los estudiantes



Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se observa, que la publicación se realiza el 23 de abril a las 3:14 de la tarde, y los miembros del colectivo interactúan el 25 y 26 de abril, a diferentes horas, uno a las 8:21 de la noche y el otro a las 3:24 de la tarde; cabe mencionar que los miembros del colectivo estudiaban en la jornada de la mañana.

En otro momento del trabajo, nos encontramos con algo interesante, vemos como a pensar del tiempo, los estudiantes recurren al colectivo para superar sus dudas, por ejemplo, en la siguiente

imagen vemos que la actividad se planteó en abril, y en junio algunos estudiantes la retomaron para solucionar inquietudes que tenían.

Imagen 66.

Evidencia retroalimentación de conocimientos entre los estudiantes

PUBLICACIÓN

Profe por qué no se cambian los signos que van dentro del paréntesis si se supone que cuando entran cambian?

Me gusta • Responder • abr. 25, 2019, 8:18 p.m.

PREGUNTA

Mira ella lo explicado, dentro de la síntesis de los mismos signos de la expresión original.

Me gusta • Responder • jun. 03, 2019, 1:09 PM

RESPUESTA

Si quieres ver la presentación que está antes del vídeo, allí el profe explica bien lo de los signos.

Me gusta • Responder • jun. 03, 2019, 3:05 PM

Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Se puede observar, que las interacciones se dan en un mes diferente, ya había pasado la actividad en la plataforma para ese caso de factorización determinado, pero un estudiante retomó el caso y realizó una pregunta un mes después y casi inmediatamente obtuvo respuesta, lo cual nos demuestra que el trabajo dentro del colectivo propicia la apropiación de conceptos matemáticos, en nuestro caso, de la factorización, incluso al pasar el tiempo, los estudiantes continuamente se apoyan en él para repasar y recordar lo aprendido anteriormente, o simplemente para estudiar o solucionar temas que requieren de la factorización.

Las imágenes anteriores, son una muestra de que las interacciones se realizan de manera asincrónica, superando las limitaciones espacio temporales que se presentan en la educación presencial, en ellas se puede observar que los miembros del colectivo acuden a la plataforma en días y horarios diferentes encontrando así en el colectivo las respuestas a sus dudas para poder avanzar en el conocimiento, esto es importante, ya que en la presencialidad no se tiene la posibilidad de contar con estas ayudas así en cualquier momento, los estudiantes se deben limitar a las horas de clase o a las asesorías que se programen dentro de la jornada académica, aunque se debe aclarar, que esto no significa que un estudiante se le permita escribir en horas no adecuadas,

se debe, concertar con los miembros del colectivo un intervalo de tiempo para trabajar, establecer un horario dentro del cual se puedan interactuar.

4.5. Apropiación de la factorización al interior de un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®

Al finalizar la intervención, el docente realizó una entrevista a los miembros del colectivo, de manera general, pero para la presente investigación se toma en cuenta las respuestas dadas Candy, Susana, Miguel, Facundo y Carmenza, dicha entrevista es de carácter semi estructurado y se aplicó a través de la plataforma como todo el trabajo realizado. Esta entrevista permite observar la manera en que los estudiantes perciben el trabajo dentro del colectivo y dan cuenta si tuvieron avances en cuanto a la factorización de polinomios mediante las interacciones generadas en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

A continuación, veremos la estructura de la entrevista, luego se transcriben las respuestas de los estudiantes y al final se realiza el análisis de la categoría.

Tabla 2.
Estructura de la entrevista

Tema	Tema	Preguntas
Factorización tradicional Vs Factorización dentro del colectivo de estudiantes—con—edmodo®	Factorización tradicional	¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar? ¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?
	Factorización dentro del colectivo	¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización? ¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización? ¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Las respuestas, a la entrevista anterior dejaron ver varios asuntos de interés, vamos a mostrar algunas de las respuestas de los cinco estudiantes que formaron parte de la investigación y a su vez, se evidenciará el progreso que el estudiante presentó.

Tabla 3.

Entrevista 1

Pregunta	Respuesta
¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar?	Creo que por qué no prestaba la atención necesaria y porque los casos todos son muy parecidos, aunque unos más que otros y era difícil diferenciarlos.
¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?	La verdad sí, creo que es un tema muy difícil y se necesita más motivación.
¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización?	Sí, después de pasar las diferentes actividades, logré entender y diferenciar los casos que estudiamos.
¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?	Me parece que todas las actividades ayudaron a que yo pudiera entender la factorización, pero me parece, que la mejor fue el foro, ya que, por allí podíamos preguntar y nos daban respuestas que nos permitían aprender.
¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?	Los vídeos me parecen que fueron los más acertados junto con el chat.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Para Miguel, el trabajo dentro del colectivo fue bueno, destaca que allí logró entender la factorización, cosa que anteriormente no había podido, destaca que el foro es una herramienta que le permitió avanzar y que los vídeos al igual que el chat fueron recursos acertados, en sus palabras se legitima la teoría de (Borba y Villarreal, 2005), ya que podemos ver como el estudiante recalca la importancia de herramientas que permiten la integración de los humanos con los medios, enriqueciéndose los unos a los otros.

Tabla 4.
Entrevista 2

Pregunta	Respuesta
¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar?	Tuve muchos problemas con los docentes, es decir, me cambiaron de docentes como tres veces en el año y el tema no se dictó bien.
¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?	Sí, aunque la tecnología en ese año no se veía mucho en el colegio.
¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización?	Sí, a tal punto que me he atrevido a explicarle a otros compañeros.
¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?	Creo que la retroalimentación fue fundamental, uno en las otras tres aprendía, pero con el profe una quedaba tranquila.
¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?	La teoría y los vídeos, me parece que con eso se podía aprender.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Para Candy, la teoría y los vídeos fueron los recursos más importantes a la hora de trabajar en la plataforma, igualmente menciona que la retroalimentación fue fundamental, dado que, en las otras actividades se podía aprender, pero en el momento de la retroalimentación quedaba tranquila, al igual que Miguel, Candy deja entrever que los medios por sí solos no funcionan muy bien, que se necesita de la intervención de los humanos para realizar un buen trabajo.

Tabla 5.
Entrevista 3

Pregunta	Respuesta
¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar?	Yo aprendí, la dificultad es que no aprendí para siempre, se me olvido; quizás por no practicar.
¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?	Sí, algo más lúdica y practica; quizás eso hubiera hecho que no se me olvidara.
¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización?	Sí, ha sido muy cómodo y sencillo trabajar desde la plataforma, uno tiene todas las herramientas a la mano.

Continuación Tabla 5. Entrevista 3

¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?	Definitivamente las explicaciones en vídeos, siempre que uno no entendía podía volver a verlos, hasta llegar a entender.
¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?	Los vídeos y el chat, tanto con el profesor, como con los compañeros, allí uno podía ayudar y pedir ayuda.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Para Susana, los vídeos fueron de gran utilidad a la hora de trabajar con la factorización, explica que la importancia de estos radica en que se pueden ver las veces que sean necesarias para poder entender el tema, además, es otra que recalca lo importante del acompañamiento del docente y anexa el acompañamiento de sus compañeros, destaca que el chat fue bueno ya que por medio de él podía ayudar y pedir ayuda, esto es aprendizaje cooperativo, según Ferreiro (2009) citado por (González, 2010).

Tabla 6.
Entrevista 4

Pregunta	Respuesta
¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar?	Creo que la explicación no era la mejor, el profe no se hacía entender bien y no repetía cuando se le preguntaba.
¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?	Obvio si, la matemática requiere de paciencia, de explicar, explicar y explicar.
¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización?	Sí, dentro de este trabajo aprendí a diferenciar los casos, eso era lo más complicado para mí.
¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?	Todas, ya que, todas se complementaban entre sí.
¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?	Los vídeos y las presentaciones en Power Point, además, de las charlas por el chat.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Para Facundo, los vídeos y las presentaciones fueron importantes a la hora de que se le simplificara el trabajo con la factorización, además, destaca algo que los demás no vieron y es que las actividades realizadas eran complemento una de la otra, y eso ayudó a que el trabajo se lograra completar.

Tabla 7.
Entrevista 5

Pregunta	Respuesta
¿Cuáles crees que son los motivos por los que presentabas dificultades para aprender a factorizar?	Lo difícil, la factorización me parecía muy complicada, muy enredada, todo era parecido.
¿Te hubiese gustado que cuando te enseñaron por primera vez a factorizar te hubieran explicado de una manera diferente?	Sí, aunque pienso que tampoco hubiera aprendido en ese momento.
¿El colectivo te ha permitido superar las dificultades con la factorización?	Sí, he comprendido varias cosas que no sabía, he visto que la factorización no es tan difícil como yo creía, que no es sino prestar atención a unas reglas básicas, así se puede diferenciar los casos y aplicar cada regla a cada caso.
¿Cuál de las actividades que se realizaron piensas que fue la que más te ayudó con la factorización?	Los vídeos, la explicación por vídeos me ayudó mucho, todavía los veo cuando necesito recordar algo.
¿Qué recursos utilizados, crees que fueron los que más te ayudaron con la factorización?	Definitivamente los vídeos.

Fuente: Elaboración propia, 2019.

Carmenza, recalca que la utilización de vídeos fue de suma importancia en su proceso, ella dice que aprendió gracias a ellos y que todavía recurre a ellos cuando necesita recordar algo de factorización, este aspecto de la importancia de los vídeos lo mencionaba (Hernández, 2012) quién destaca en su tesis de grado, precisamente, la importancia de emplear vídeos en la enseñanza de la factorización.

Teniendo las respuestas de los cinco estudiantes, se puede apreciar que la mayoría le dan una importancia al trabajo del docente como apoyo al proceso, recalcan que la retroalimentación es importante y que sin ella era difícil avanzar, ese hallazgo es importante para la presente tesis, pues surge del análisis de los mismos estudiantes y refuerzan la tesis ya descrita a lo largo de la investigación de que los medios por sí solos no producen conocimiento, que éste siempre estará a cargo de un colectivo formado por humanos y medios.

Los estudiantes, también enfatizan en la importancia de los vídeos en el proceso llevado a cabo en el colectivo, mencionan que los vídeos fueron de gran importancia, ya que podían verlos reiteradamente, además, que pueden acudir a ellos en cualquier momento, se podría decir por lo

anterior que los vídeos son una ventaja a la hora de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes, dado que, se evidencia la mejoría de los estudiantes que los usan en cuanto a la factorización. (Hernández, 2012)

Ahora bien, en cuanto al trabajo realizado propiamente con la factorización se puede decir, que los chicos cometen errores en el manejo algebraico por falta de conocimientos previos, no multiplican bien, no manejan la radicación, ni la potenciación, además, la ley de signos es algo compleja para ellos, no diferencian los casos y la memoria no juega a su favor, puesto que olvidan con gran facilidad lo que han aprendido, estas dificultades, se evidenciaron a lo largo del proceso investigativo errores que Fernández (1997) llama “errores de naturaleza algebraica o errores de procedimiento” y son comunes en algunos estudiantes que se enfrentan al álgebra sea por primera vez o en reiterados momentos. El trabajo dentro del colectivo giró en torno a las dificultades presentadas por los estudiantes, cada dificultad era una oportunidad para seguir avanzando en el trabajo con la factorización, empleando la plataforma Edmodo®, este tipo de metodología según las respuestas dadas por los estudiantes es mejor para ellos, se sienten confiados y sin tanta presión, según Hernández (2012):

El apoyo, la colaboración, la concentración en pequeños grupos, el uso de computadores, los vídeos, la ayuda que reciben de otros compañeros, la libertad para desarrollar actividades, la seguridad y la ausencia de presión son las razones por las cuales prefieren (este tipo de trabajos) a las clases magistrales dadas por el docente (p. 123).

Por tanto, los estudiantes sintieron que el trabajo desde el colectivo les ayudó a mejorar su desempeño en cuanto a la factorización se refiere, se sintieron realmente parte de un colectivo en donde en cada actividad iban avanzando, lo contrario pasa en las clases magistrales, en donde los estudiantes se distraen fácilmente, no prestan mucha atención y se sienten perdidos en gran parte del proceso, de ahí que la factorización se les haga difícil.

El trabajo en el colectivo les permitió a los estudiantes buscar recursos, planear estrategias para aprender y, además, manejar su propio tiempo, adaptándolo a sus necesidades y requerimientos, lo anterior es lo que Palomino (2004) llamó método heurístico, entendiendo la heurística como una cualidad de los humanos para crear, inventar, innovar, descubrir y resolver problemas con creatividad.

Se pudo observar, que el trabajo dentro del colectivo fue útil para los estudiantes en cuanto a la factorización se refiere, resumiendo sus palabras se puede decir, que la teoría expuesta en la primer actividad les facilitó recordar y aprender conceptos claves a la hora de factorizar, la explicación por vídeos dada en la segunda actividad les ayudó a entender y a saber que hacer en determinados casos, ya que, por medio del vídeo el estudiante es como si tuviera al docente a su lado el tiempo que este requiera, la tercer actividad en donde se realizaron ejercicios, les ayudó a tener confianza y creer en que sí eran capaces, se pudieron enfrentar y afrontar los retos que en años anteriores les causaban dificultad, por último la retroalimentación con el docente les permitió afianzar los conocimientos adquiridos, cabe destacar que los foros y los chats ayudaron en el proceso de solución de dudas que iban surgiendo a lo largo del trabajo en las actividades.

Ahora bien, se ha observado la descripción y el análisis de los tres casos de factorización trabajados a la luz de las cuatro actividades planeadas y se ha podido apreciar como los estudiantes han podido alcanzar algunas competencias necesarias para factorizar expresiones algebraicas por medio de un factor común, una diferencia de cuadrados o un trinomio, pero este trabajo también nos deja otros aportes interesantes que destacar, a lo largo del trabajo vimos como los estudiantes, si bien, utilizaban el foro, preferían escribir y preguntar por el chat interno, y así no pasar “pena” según ellos, esto lo hacían cualquier día a cualquier hora, por lo que no tenían que esperar a ver personalmente a un compañero o el docente para despejar la duda. Esta situación deja en evidencia que no importa el momento en que el estudiante tenga la duda, pues los medios le permiten inmediatamente tenga una duda respecto al tema que se está abordando exponerla en el foro independientemente la hora que sea. Se puede decir que los participantes en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® participaron de acuerdo con su disponibilidad y necesidad.

Con la intención de mostrar algunos avances obtenidos en el transcurso de la investigación, se presenta un comparativo entre las actividades iniciales y las finales, destacando aspectos puntuales que evidencia como el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® en el transcurrir de las interacciones pudieron afianzar los diferentes casos de factorización que se estudiaron en el proceso investigativo.

Imagen 67.

Comparación 1 de ejercicios resueltos en la actividad inicial y en el curso factorización

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{3x + 6} \\ = \frac{-2^2 + 4(-2) + 4}{3(-2) + 6} \\ = \frac{4 - 8 + 4}{-6 + 6} \\ = \frac{0}{0} \\ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Hallar el siguiente límite} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x+2)(x-2)} \\ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x+2} \\ = \frac{2+3}{2+2} \\ = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

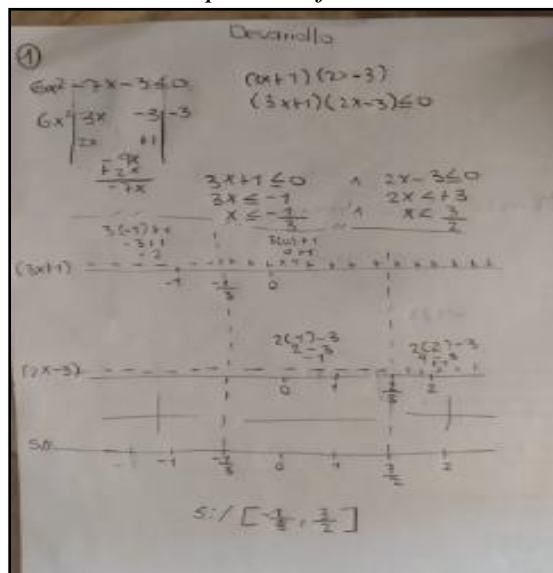
Fuente: Tomado de la actividad inicial, 2018 y del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

En la Imagen 67., se puede evidenciar que Carmenza en la actividad inicial del 10 de agosto de 2018 no reconoce el proceso a realizar, en este caso factorizar y simplemente reemplazan la letra “x”, pero en el curso de factorización el 5 de junio de 2019, se observa que identifica los dos casos de factorización involucrados, los resuelven de manera adecuada, y luego proceden a eliminar la indeterminación.

También podemos apreciar, como Facundo factoriza el trinomio para hallar el conjunto solución de la desigualdad, identifica que caso emplear y lo soluciona, para poder así encontrar los puntos críticos y así aplicar la “ley del cementerio”.

Imagen 68.

Evidencia del aprendizaje del estudiante

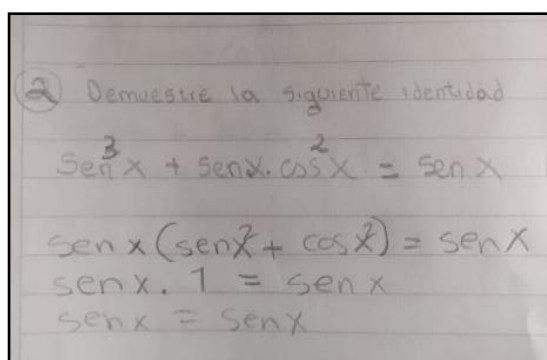
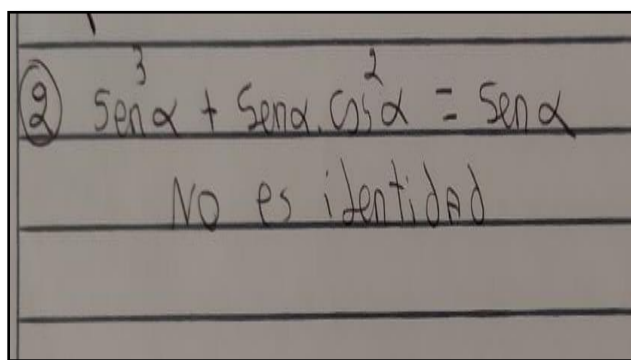


Fuente: Tomada del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

Por otra parte, se puede apreciar que en el grado décimo Susana logró superar una de las dificultades que poseían para demostrar identidades trigonométricas, ya que, en la Imagen 69. se puede observar que el 24 de julio de 2019 no reconoce que caso puede utilizar para factorizar la expresión dada.

Imagen 69.

Comparación 2 de ejercicios resueltos en el curso factorización



Fuente: Tomado del curso de factorización alojado en la plataforma Edmodo®, 2019.

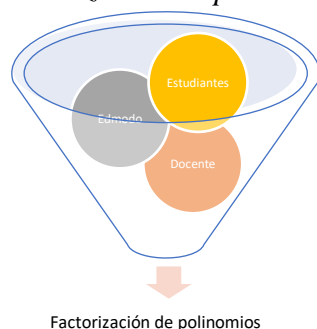
Pero, a Susana se le propone el mismo ejercicio unos meses después, luego de haber trabajado en el colectivo y el resultado es diferente. Se puede evidenciar, que ya el estudiante reconoce el caso de factorización y lo emplea para poder demostrar que la ecuación si es una identidad.

Podemos decir entonces, que el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® ofrece lo que (Borba y Villarreal, 2005) y (Borba, Scucuglia y Gadanidis, 2014), llaman pautas de lo que los medios deben ofrecer a una actividad matemática, pues se evidencia una manipulación dinámica de objetos construidos, en donde se puede manipular los vídeos y las presentaciones que se suben a la plataforma, Además, de realizar y manipular conjeturas con un gran número de ejemplos, sin dejar de lado la creación y conexión entre diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos, ni menos la exploración de carácter visual, dinámico y manipulativo de los mismos, la creación de actividades matemáticas “abiertas controladas”, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de forma alternativa y la comprensión de conceptos.

Es por ello que se puede decir, que el colectivo facilitó los procesos para que los estudiantes miembros de él pudieran aprender a factorizar sin utilizar su tiempo de las clases para tal fin, logrando superar en parte la problemática inicial, dado que, el tiempo empleado fue el tiempo por fuera del colegio y así se pudo avanzar en los temas de la malla curricular, además, se superó las barreras de la distancia y tiempo, puesto que los estudiantes trabajan de manera virtual desde sus casas.

A modo de resumen, se presenta el siguiente esquema que muestra las interacciones formadas en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®.

Imagen 70.
Factorización de polinomios



Fuente: Elaboración propia, 2020.

A raíz del análisis de las interacciones descritas en este capítulo, las cuales se evidencian a través del chat, los foros, teoría y de la visualización de vídeos, se logra observar cómo los estudiantes que integran el colectivo pudieron superar algunas dificultades que presentaban en la factorización de polinomios, específicamente en los tres casos abordados, dado que estas interacciones generaron las condiciones requeridas para ello.

Es a través de las interacciones entre estudiantes, plataforma y docente, en donde se pudo construir un conocimiento matemático, pero, dada la cantidad de interacciones se necesitó de su categorización, para poder realizar un análisis de ellas, puesto que se presentaron interacciones con los medios que la plataforma Edmodo® permite, diálogos entre los miembros del colectivo, que pueden ser de manera sincrónica o asincrónica, pero todas ellas, transversalizadas por las interacciones dadas con la factorización de polinomios, siendo estas el eje central del presente trabajo investigativo; es así, como se analizaron estas interacciones, arrojando resultados y conclusiones que se abordarán en el siguiente capítulo.

Capítulo V

Conclusiones

La conclusión es el lugar donde llegaste, cansado de pensar

Anónimo

Este capítulo describe las conclusiones que se derivaron del proceso investigativo, las cuales, se presentan de acuerdo a: los alcances relacionados con los objetivos propuestos en la investigación; las dificultades que se encontraron para trabajar con la factorización dentro del colectivo; aportes al campo de la educación matemática, teniendo en cuenta los hallazgos que emergieron en el proceso descrito en el análisis; y por último, se enuncian algunos posibles temas asociados al presente trabajo investigativo en los cuales, se pueden realizar futuras investigaciones.

Respecto al problema de investigación, es importante anotar que este surge ante el desconocimiento sobre la manera como interactúan los estudiantes de la media académica pertenecientes a la Institución Educativa Eduardo Espitia Romero con la plataforma Edmodo®, la cual han trabajado aproximadamente durante cinco años, al momento de abordar la factorización de polinomios, estos aspectos se presentaron en el primer capítulo de este estudio.

5.1. Consecución de los objetivos

En este apartado, se presentan los resultados del proceso investigativo obtenidos de la descripción y posterior análisis de las interacciones generadas en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, relacionados con el alcance de los objetivos planteados.

Para alcanzar el primer objetivo específico, *identificar las interacciones del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® que se realizan al factorizar polinomios: factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios*, se rediseñó y continuó con el curso de factorización orientado en años anteriores, aprovechando la plataforma Edmodo® que se tiene como herramienta de trabajo en la institución, en el cual, se observaron y describieron las interacciones que ocurrían allí, dichas interacciones surgen en el momento que los estudiantes comenzaron a descargar, ver y comentar sobre la teoría expuesta por el docente, al prestar atención a los vídeos alojados en la plataforma, en el instante que surgen preguntas y se generan respuestas por parte de los mismos alumnos o del docente utilizando el chat o el foro asociado a las actividades, al momento de

entregar por medio de registro fotográfico los ejercicios resueltos y en el tiempo en que se realiza la retroalimentación de los estudiantes por parte del docente.

Para el alcance del segundo objetivo específico, *describir el proceso realizado por el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al factorizar polinomios: factor común, diferencia de cuadrados perfectos y trinomios*, tal como se mencionó en el capítulo cuatro, se reconocieron las relaciones establecidas entre los miembros del colectivo; en donde se pudo observar la manera en que el chat se convirtió en un elemento importante a la hora de interactuar en torno a la factorización, o la forma como los foros sirvieron para disipar dudas entre los participantes, o como la mensajería interna con el docente u otro compañero sirvió a los más tímidos para avanzar en su proceso académico, además, la interlocución con los vídeos de manera asincrónica y reiterada, permitió entender conceptos relacionados con el objeto de estudio.

Por lo tanto, se puede resaltar que al identificar las interacciones y al tener la descripción de ellas entorno a la factorización de polinomios, al ser categorizadas y trianguladas con la teoría expuesta en el constructo teórico humanos—con—medios y con la factorización de polinomios se logró realizar su análisis, evidenciando como los estudiantes acuden a la plataforma, no como si esta fuera un repositorio virtual, sino, que van a descargar teoría, pero a su vez, tienen la posibilidad de dialogar sobre esta, pueden preguntar e interpelar a sus compañeros en torno a dicha teoría, o al observar un vídeo, pueden comenzar un debate que enriquece la plataforma en su contenido y así el colectivo se va transformando en torno a la factorización de polinomios, además, se puede apreciar que a través del multidiálogo, los miembros del colectivo logran superar las dificultades que se traían o que iban surgiendo a medida que el proceso investigativo avanzaba. es por lo anterior que se puede concluir que el objetivo general de la investigación se cumplió.

Los resultados de la investigación, muestran que las interacciones están presentes en las actividades desarrolladas en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, en donde se evidencia que los estudiantes pudieron interactuar a su propio ritmo de estudio, puesto que para descargar la información, observar los vídeos, escribir en el foro o en el chat, no existían horarios determinados, la información era entregada al colectivo y puesta a disposición de los miembros para que estos hicieran uso de esta en el momento que les fuera conveniente hacerlo. El objetivo era que los estudiantes participaran, interactuarán y entendieran la factorización de polinomios.

La interacción entre los miembros del colectivo fue fundamental, los estudiantes por medio de los foros o los chats, incluso por medio de mensajes con otras herramientas que no estaban en la plataforma, lograron solucionar sus dudas e inquietudes permitiendo así avanzar e ir superando paso a paso las dificultades que se tenían en un principio, Además, es importante anotar que los estudiantes solicitaban la asesoría del docente, ya que no dejan de reconocer su importancia dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje.

Por tanto, al describir las diferentes interacciones que se generaron al utilizar los medios que aporta la plataforma en torno a la factorización, las cuales se apreciaron en el momento de descargar y estudiar la teoría allí ofrecida, de observar los vídeos en reiteradas ocasiones, de preguntar, responder y discutir en torno a los diferentes procedimientos para factorizar un polinomio, de realizar ejercicios y evidenciarlos a través de registro fotográfico y de aprender de sus errores para poder superarlos, es que se logró evidenciar la manera en que interactúa un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® al abordar la factorización de polinomios.

Asimismo, las actividades diseñadas permitieron generar, evidenciar, describir y analizar las interacciones dadas al momento de abordar la factorización, el espacio de la teoría permitió que los estudiantes de manera individual interactuaran con el objeto matemático, en cuanto a la actividad de la explicación por vídeos, permitió que los estudiantes pudieran interactuar con explicaciones y ejemplos las veces que ellos necesitasen, repitiendo las explicaciones sin temor a ser juzgados o tachados por necesitar explicación en reiteradas ocasiones; la actividad en donde se entregan los ejercicios permitió una interlocución entre estudiantes y profesor mediados por el objeto matemático, allí se pudo evidenciar algunas falencias y además, fortalezas que iban adquiriendo los estudiantes a través del proceso dentro del colectivo y por último la retroalimentación permitió que los estudiantes a través de la interacción con el docente pudieran observar sus falencias en los ejercicios entregados y a raíz de la explicación del docente poder superarlas.

Se pudo apreciar, que las interacciones más recurrentes en el proceso fueron las concernientes al multidílogo entre los miembros del colectivo, sea por chat o en los foros de discusión, puesto que en estos espacios se buscó una ayuda para las dificultades presentadas en el proceso, se generaban preguntas y se obtenían respuestas, que explicaban algún ejercicio problemático.

Además, se logró detectar algunas interacciones menos frecuentes, pero que contribuyeron a superar las dificultades en factorización, dichas interacciones son las que se daban entre los estudiantes por fuera de los medios que brindaba la plataforma, llámese WhatsApp, Facebook o llamadas telefónicas, sólo se tuvo registro de una interacción de ese tipo y fue del estudiante Miguel, quién solicitó ayuda por WhatsApp a una compañera para resolver una duda que tenía, argumentando que estaba cansado de ser uno de los que más preguntaba por la plataforma y que sentía algo de vergüenza, por eso decidió hacerlo por un medio en el que nadie aparte de los dos implicados se daría cuenta.

El trabajo en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, logró incentivar a los estudiantes a estar comprometidos con su formación a través de una enseñanza de la factorización de manera alternativa e interactiva, dado que los estudiantes fueron protagonistas de su propio proceso, lograron en algunos casos vencer sus obstáculos y temores, dándose a ellos mismos la oportunidad de aprender y de enseñar, cosa que para ellos fue significativa, ya que, no pensaron ser capaces de explicar algo como factorización, esto fomentó la autonomía y la disciplina del trabajo por cuenta propia, si bien, el colectivo forma parte de un trabajo colaborativo, cada estudiante para participar en este tuvo que crear una autodisciplina para utilizar parte de su tiempo libre en el estudio de la factorización de polinomios.

Se evidenció que el trabajo en el colectivo favoreció a que los estudiantes aprendieran a su ritmo, ya que el aprendizaje de las matemáticas está enmarcado por diferentes ritmos en cada estudiante, estos son uno de los tantos factores que hacen de la matemática un área compleja de enseñar, puesto que, no se puede garantizar que existen dos estudiantes que aprendan al mismo tiempo y de la misma forma, es por ello que el trabajo dentro del colectivo propició por medio de las múltiples herramientas un trabajo de manera individual y/o colectiva, que facilitó que el estudiante se pudiera regular y adaptar a su ritmo y a sus necesidades, interactuando entre ellos o con la plataforma para obtener así un conocimiento, a su vez se puede apreciar que las interacciones dentro del colectivo lograron generar un aprendizaje en cuanto a la factorización se refiere de manera colectiva, en donde primó la solidaridad y el bien del grupo, sobre el aprendizaje individual.

Se pudo observar, que los estudiantes asimilaron la estructura de la factorización, permitiéndoles identificar los diferentes casos trabajados dentro del colectivo, y así, utilizarlos para desarrollar ejercicios que requieren factorizar, tales como la demostración de una identidad trigonométrica o en el momento de eliminar una indeterminación en un límite de funciones.

El trabajo en el colectivo mostró que el docente y los compañeros de clase al estar presentes de manera virtual para interactuar en un horario diferente al escolar, de manera asincrónica, pueden ayudar y apoyarse entre sí, mediante las interacciones propiciadas por la plataforma Edmodo® y enriquecidas por los miembros del colectivo, aunque esto conlleva a que se deben generar normas para el trabajo, estableciendo un rango de horario para respetar el tiempo de descanso de los miembros del colectivo.

Se evidenció, que los medios por sí solos no son suficientes a la hora de producir un conocimiento, se requiere de la participación de los humanos que estén allí alimentando esos medios, además, se observó que la figura del docente es necesaria, dado que, se necesita de alguien que no sólo despeje las dudas que surjan, sino, de alguien que garantice orden, que estructure y que guíe el proceso académico. Por otro lado, se detectó, que las interacciones entre los miembros del colectivo y el objeto matemático realizadas de manera asincrónica, pueden ayudar a minimizar el impacto negativo en los resultados académicos de los estudiantes que faltan al colegio por diferentes motivos, dado que, desde sus hogares, pueden adquirir conocimiento matemático.

Por lo descrito anteriormente, se puede concluir que las interacciones generadas dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo®, previamente descritas y analizadas, dieron solución a la problemática inicialmente planteada en el trabajo de investigación.

5.2. Dificultades en la factorización de polinomios desde un colectivo de estudiantes—con—Edmodo®

Si bien, se llegó a la conclusión que las interacciones propiciadas dentro del colectivo de estudiantes—con—Edmodo® lograron ayudar para que los miembros del colectivo pudieran superar las dificultades con la factorización, a lo largo de la investigación se encontraron algunas de las cuales se enunciarán a continuación.

En cuanto al factor común, algunos estudiantes necesitaron un poco más de tiempo para identificar el factor común numérico, esto especialmente se evidenció cuando necesitaban buscar el máximo común divisor de los coeficientes en el polinomio a factorizar, dificultad que al transcurrir la interlocución entre los miembros del colectivo se fue superando, a través la observación de vídeos y las explicaciones del docente u otro compañero.

Otra dificultad, que surgió a la hora de trabajar matemáticas en Edmodo® trata de las explicaciones en tiempo real, dado el trabajo de campo se consideran necesarias otras interacciones, como por ejemplo, el uso de tableros digitales, que permitan otras formas de interacción entre los miembros del colectivo, puesto, que hay conceptos matemáticos que requieren de una explicación ipso facto y que se hace complejo hacerla de manera asincrónica, aunque se logró por medio de otras interacciones generadas, superar este inconveniente.

Los estudiantes, al saber que la información la tienen a la mano, en algunos casos no se esfuerzan por aprender, sino, que se limitan a consultar la teoría o los vídeos cuando necesitan de los casos de factorización allí explicados, lo cual, genera que en un momento donde no tengan la plataforma a la mano, no logren ubicarse en el tema; generando cierta dependencia a la plataforma.

5.3. Dificultades en el trabajo con Edmodo®

Si bien, a lo largo de la investigación se ha mostrado que el trabajo en el colectivo de estudiantes—con—Edmodo® ha propiciado una apropiación de la factorización de polinomios por parte de algunos estudiantes, también en el proceso de investigación se detectaron algunas dificultades a la hora de trabajar en el colectivo, las cuales son:

Algunos estudiantes, aunque trabajaron en todas las actividades, sostuvieron que era complicado entender desde Edmodo®, que ellos necesitaban del profesor al lado para poder comprender, que no era lo mismo estudiar a través de un computador que en vivo y en directo. La plataforma en ocasiones tenía un mal funcionamiento, este comportamiento fue atípico, se presentó en pocas oportunidades, pero cuando sucedió se creó una sensación de inconformidad en los estudiantes. De igual forma, se presentó a lo largo del trabajo en el colectivo, fue la pérdida de la contraseña por parte de los estudiantes, constantemente al investigador le llegaban mensajes

solicitándole una nueva contraseña, aunque el proceso de recuperación de las contraseñas es sencillo, existían días de hasta 20 solicitudes para ello.

Por último, se presentaron dificultades técnicas a la hora de presentar pruebas que tenían tiempo, pues en algunos casos se les descargaba el celular a los miembros del colectivo a mitad de una prueba o se les desconectaba la Internet, ocasionando malos resultados en dicha prueba e inconformismo en los estudiantes.

Estas dificultades fueron fáciles de solucionar, pero si entorpecían un poco el trabajo de esos estudiantes en el colectivo, en algunos casos generaron algo de desmotivación, pues, ya había que insistirles para que participaran.

De las dificultades antes mencionadas, surgen una serie de recomendaciones que se hacen para un futuro trabajo por medio de plataformas educativas similares a la descrita en este trabajo investigativo:

Como estas plataformas permiten un trabajo sincrónico y asincrónico, se requiere al momento de conformar el colectivo, generar unas reglas básicas de trabajo, entre las cuales no pueden faltar, el establecer un horario de trabajo que respete el descanso de los miembros, y establecer un cronograma de trabajo en donde se tengan fechas establecidas para el cumplimiento de las actividades asignadas.

Las clases virtuales no puede estar alejadas de las normas de convivencia de la institución educativa, por tanto, se debe hacer énfasis en que se debe acatar el manual de convivencia de la institución y respetar a todos los miembros del colectivo, además, se debe dejar claro que la plataforma sólo se usará para fines académicos y no para asuntos personales.

5.4. Contribuciones en el marco de la educación matemática

La factorización de polinomios se puede considerar un concepto importante y necesario previo al trabajo con el cálculo diferencial e integral, pues este es indispensable para trabajar en conceptos como desigualdades, límites de funciones, derivadas de funciones, etc.

Por tanto, un trabajo que ayude a mejorar el desempeño de los estudiantes en este concepto esta intencionado para contribuir a la educación matemática desde alternativas tecnológicas, estrategias

didácticas desde la enseñanza de conceptos matemáticos. Este trabajo pretende de manera humilde ser un grano de arena en esa enseñanza de las matemáticas, proponiendo un primer trabajo investigativo en el contexto institucional.

Por otro lado, partiendo de las interacciones analizadas en esta investigación se podría construir una unidad didáctica que ayude a superar las dificultades sea en la factorización u en otro tema de matemáticas escolar mediante un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® u otra plataforma de características similares, dado que se evidenció que las interacciones producidas al interior del colectivo lograron generar un aprendizaje colectivo.

5.5. Futuros temas de investigación

El presente trabajo puede ser un punto de partida para realizar futuras investigaciones en los siguientes aspectos:

- Se puede profundizar en los casos de factorización que no se abordaron en esta investigación, tales como, la suma o diferencia de potencias iguales, la suma o diferencia de cubos perfectos, el trinomio por adición y sustracción, entre otros, usando plataformas educativas similares a la que se utilizó en esta investigación.
- Es posible desarrollar una investigación donde se analicen las interacciones que se presenten en la evaluación de conceptos matemáticos en plataformas educativas digitales, similares a la que se trabajó en esta investigación, puesto que, uno de los temas más álgidos en medio de la educación virtual es la evaluación por las múltiples variables que maneja.
- Es factible hacer investigaciones que permitan asociar plataformas de trabajo colectivo en la virtualidad con la factorización de polinomios, por ejemplo: Jamboard, Padlet, Socratic, EDpuzzle, Google Classroom, Quizizz, etc. Puesto que, sería muy interesante ver las interacciones que se puedan presentar en dichas plataformas alrededor de la esta.
- Se pueden realizar módulos de instrucción en donde se deje un paso a paso de cómo se puede trabajar con Edmodo® u otra plataforma educativa de características similares en educación matemática, destacando las interacciones que pueden generar producción de conocimiento.

- Es posible desarrollar investigaciones que evidencien no sólo que el trabajo en el marco de humanos—con—medios produce conocimiento, sino, generar una teoría en donde se evidencie el aprendizaje y la producción de nuevos conocimientos destacando las interacciones entre los miembros humanos y no humanos del colectivo en torno a un concepto matemático previamente establecido.

Si bien, son varias las conclusiones derivadas del presente trabajo investigativo, es pertinente resaltar que, a pesar de la evolución de las plataformas virtuales, de la implementación de los Cursos Masivos On line (MOC), de la proliferación de vídeos educativos, la tecnología por sí misma no produce un cambio significativo en cuanto a la educación se refiere, esta debe estar en una interacción constante con humanos para poder generar cambios en este ámbito.

Del mismo modo, se puede constatar al culminar este proceso investigativo, en donde, las interacciones entre estudiantes, docente y plataforma, fueron transversalizadas por la factorización de polinomios, que el acto educativo requiere de esa conexión entre humanos y no humanos, se necesita de la explicación por parte de algún miembro del colectivo de los conceptos que no quedan claros al leer la teoría o al observar los vídeos, además, se requiere de esa otra mirada, que evidencie los errores cometidos, para poder superarlos; por tanto, se puede decir, que al ser conscientes de las interacciones que se generan en un colectivo de estudiantes—con—Edmodo® u otra plataforma similar, se pueden diseñar actividades que busquen generar esas acciones recíprocas que alimenten el colectivo, de tal manera, que se permita producir un conocimiento matemático, ya que, es al analizar la manera en que los estudiantes se enfrentan a un objeto matemático de manera virtual, o al reflexionar sobre la forma de entablar diálogos para esclarecer sus dudas, o al evidenciar como avanzan en su aprendizaje, superando sus dificultades actividad, tras actividad, en esa medida, se puede decir, que se produce conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, R., y Mejía, F. (2006). *Factorización*. Universidad de Medellín.
- Arenas, A. (2016). *Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de la factorización a través de las TIC*. Tesis de maestría. Universidad de Colombia, Valledupar. Colombia.
- Ausbel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo*. Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo (2º ed). México: Tirinas.
- Baldor, A. (1941). *Algebra*. Publicaciones cultural.
- Barba, M., Cuenca, M., y Rosa, A. (2007). *Piaget y L. S. Vigotsky en el análisis de la relación entre educación y desarrollo*. Revista Iberoamericana de Educación, 45, 1-12.
- Barnett, R. (1978). *Álgebra y trigonometría*. México: McGraw – Hill.
- Bedoya, E. (2000). *Introducción a la función cuadrática*. Granada: Universidad de Granada.
- Bedoya, H., y Londoño, N. (1985). *Matemática progresiva 3. Álgebra y Geometría*. Bogotá: Editorial Norma.
- Binda, N., y Balbastre, F. (2013). Investigación cuantitativa e investigación cualitativa: buscando las ventajas de las diferentes metodologías de investigación. *Revista de Ciencias Económicas*, 179–187.
- Borba, M. (2012). Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. *ZDM Mathematics Education*, 44(6), 801–814. Doi: 10.1007/s11858-012-0436-8
- Borba, M., Scucuglia, R. y Gadanidis, G. (2014). *Fases das tecnologias digitais em educação matemática*. Sala de aula e Internet em movimento.
- Borba, M., y Penteado, M. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Borba, M., y Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematics thinking*. New York, USA: Springer.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza.
- Camargo, L.; García, G.; Leguizamón, C.; Samper, C., y Serrano, C. (2002). *Alfa 8*. Bogotá: Editorial norma.

- Chapman, O. (2011). Supporting the development of mathematical thinking. En B. Ubuz (Ed). *Proceedings of the 35th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1. 69-75. Ankara, Turkey: PME.
- Chevallard, I. (1987). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Corrales, C., y González, L. (2015). *Usos reales de la red social Edmodo® en una experiencia de enseñanza y aprendizaje en el área de lenguaje en el grado cuarto b de la institución educativa suroriental de Pereira*. Tesis de grado. Universidad Tecnológica de Pereira. Colombia.
- DANE (2005). Resultados y proyecciones 2005-2020. Bogotá: DANE. Consultado el 1 de mayo de 2018.
- Dreyfous, R. (1996). *Manual de lecciones*. Madrid: Alge Blocks.
- Fernández, A., y Pampillón C. (s.f). *Las plataformas e-learning para la enseñanza y el aprendizaje universitario en Internet*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Fernández, F. (1997). Aspectos históricos del paso de la aritmética al álgebra. Implicaciones para la enseñanza del lenguaje simbólico algebraico. *Revista Uno. Lenguajes algebraicos*. (14). 7 – 24
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.
- Gallardo, A., y Rojano, T. (1998) Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético – algebraico. *Recherches en didactique des mathématiques – Grenoble*. 9(2). 155-18.
- Gardner, H y Davis, K. (2014). *La generación APP*. Paidós. Buenos Aires, Argentina.
- Gardner, H. (1998). A Reply to Perry D. Klein's 'Multiplying the problems of intelligence by eight'. *Canadian Journal of Education*. 23 (1). 96–102. doi:10.2307/1585968. JSTOR 1585790.
- Gómez, D. y Torres, L. (1993). *Una alternativa para el proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización de Polinomios y fracciones Algebraicas*. Cali. Trabajo de grado. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía.
- Gromaz, M., García, J., Rodríguez, M., Beremejo, M., Fernández, C., Cebreiro, B.,(2007). Observatorio gallego de e-learning: metodología, técnicas e instrumentos. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*. 10(1). 101-118.

- Guerra, M. (2018). *Factorización con geometría a dos colores*. Tesis de Maestría Universidad Nacional de Educación, Azogues. Ecuador.
- Hernández, B. (2012). *Las ventajas de los vídeos para aprender factorización con estrategias de aprendizaje cooperativo en octavo grado escolar*. Tesis de maestría. Tecnológico de Monterrey. Bucaramanga, Colombia.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. 6 ed. McGraw-Hill / Interamericana Editores. México D.F., México.
- Kieran, C. (1994). *El aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar*. Traducción de Vilma María Mesa “una empresa docente”.
- Lexus Editores (2008). *Álgebra manual de preparación pre-universitaria*. Lexus editores S.A. Lima, Perú.
- Marín, E. (2015). Redes Sociales Educativas: caso Edmodo® en Educación Secundaria. *Campus Virtuales*, 4(2), 10-15.
- Martínez, L. y Gualdrón, E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno. *Revista investigativo Desarro*. 9(1), 91–102. Doi:10.19053/20278306. V9.n1.2018.8156
- Mason, J. (1999). Incitación al estudiante para que ude su capacidad natural de expresar generalidad: Las secuencias de Tunja. En: *Revista EMA*. 4(3). 232-246.
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Santafé de Bogotá. Colombia.
- MEN (1999). *Lineamientos curriculares en Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas*. Santafé de Bogotá. Colombia.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Santafé de Bogotá. Colombia.
- MEN (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje en Matemáticas*. Santafé de Bogotá. Colombia.
- MEN (2017). *Plan Decenal de Educación 2016-2026*. Camino hacia la calidad y la equidad. Santafé de Bogotá. Colombia.
http://www.plandecenal.edu.co/cms/images/PLAN%20NACIONAL%20DECENAL%20DE%20EDUCACION%20DA%20EDICION_271117.pdf
- Ospina, C. (2007). *La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en ingeniería de sistemas y telecomunicaciones de la universidad de Manizales*. Tesis de maestría. Facultad de educación y psicología, Manizales.

- Palarea, M., y Socas, M. (1997). Las fuentes de significado, los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. *Revista Uno. Lenguajes algebraicos*. (14). 21
- Palomino, M (2004). *Análisis didáctico de la factorización de expresiones polinómicas cuadráticas*. Trabajo de grado. Universidad del Valle. Santiago de Cali. Colombia.
- Pastrán, J., y Pinzón, F. (2015). Software libre: Una estrategia para aprender a factorizar. *Visión Electrónica*. 9(1), 139 – 148.
- Prensky, M. (2011). *Enseñar a nativos digitales*. Madrid: Biblioteca Innovación Educativo. Ed. SM.
- Quinche, P. (2019). *Estrategías para el aprendizaje de matemáticas mediante el uso de TIC en noveno grado*. Tesis de maestría. Universidad de Israel. Quito, Ecuador.
- Recalde, L. (2018). *Lecturas de historia de las matemáticas*. Cali: Universidad del Valle.
- Ruiz, L. (1998). *La noción de Función: análisis Epistemológico y didáctico*. Jaén: Universidad de Jaén.
- Simanca, F., Abuchar, A., y Velazco, S. (2017). Las TIC y el aprendizaje de los trinomios. *Redes De Ingeniería*, 199 – 207. <https://doi.org/10.14483/2248762X.12492>. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la secundaria. En: Rico, L (Coord.): *La ecuación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ICE-UB-Horsori, 125-154.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata. Madrid, España.
- Sucerquia, E. (2016). *Interacción de un colectivo de Humans-with-Media en un curso de matemáticas a distancia virtual*. Tesis de doctorado. Universidad de Antioquia, Medellín. Colombia.
- Taylor, S., y Bogdan, R. (1986). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Paidós. Barcelona, España.
- Tecnológico de Monterrey (s,f). *Aprendizaje colaborativo: técnicas didácticas*. México.
- Torres, J.; Mora, L., y Luque, C. (2003). *Factorización algebraica*. Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado del sitio web:

- <http://funes.uniandes.edu.co/5992/1/TorresFactorizaci%C3%B3nGeometr%C3%ADa2003.pdf>
- Valderrama, J. (2015) *La tecnología como mediador en la enseñanza de la factorización de polinomios cuadráticos para grado octavo*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Medellín, Colombia.
- Van der, W. (1985). *BL, Geometría y Álgebra en Civilizaciones Antiguas*. Berlín-Heidelberg.
- Vázquez, E. (2013). Microblogging con Edmodo® para el desarrollo de las competencias básicas del alumnado de enseñanza secundaria. Un estudio de caso. *Educatio Siglo XXI*, 31(1), 313-334.
- Vigotsky, L. S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. Ciudad de la Habana, Cuba: ED. Científico Técnica.
- Villa, J., y Borba, M. (2011). *Humans-with-Media en la producción de conocimiento matemático*. 12° Encuentro colombiano de matemática educativa, Quindío. Colombia.
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas*. 73-94.

Anexos

Los anexos son evidencias complementarias al trabajo investigativo, proveen información adicional que permite entender o dar más claridad del trabajo realizado, es por ello, que están relacionados con los casos de factorización que se estudiaron, con la plataforma Edmodo® y las actividades relacionadas.

Anexo A. Presentación de los casos de factorización

A continuación, se encuentran las presentaciones en Power Point de los casos de factorización estudiados, tal cual, se alojaron en la plataforma Edmodo®.

Factor común

<p style="text-align: center;">FACTOR COMÚN</p> <p>Extraer un factor común consiste en separar el elemento que sea común en cada término de una expresión, es decir, que se repita en todos los términos y colocarlo multiplicando a los términos en los que estaba inicialmente.</p> <p>Este caso puede tener cualquier cantidad de términos, desde un binomio hasta un polinomio.</p>	<p style="text-align: center;">FACTOR COMÚN</p> <ul style="list-style-type: none"> EJEMPLOS: <p>1. Factorizar $2x^2 + x$</p> <p>$= x (2x + 1)$ → Dentro de un paréntesis va lo que le falta al término de afuera para ser igual a la expresión inicial.</p> <p>↓</p> <p>sacó el termino que se repite con su menor exponente.</p>
<p style="text-align: center;">FACTOR COMÚN</p> <ul style="list-style-type: none"> EJEMPLOS: <p>2. Factorizar $2x^2 + 4x$</p> <p>$= 2x (x + 2)$ → Dentro de un paréntesis va lo que le falta al término de afuera para ser igual a la expresión inicial.</p> <p>↓</p> <p>sacó el termino que se repite con su menor exponente.</p>	<p style="text-align: center;">FACTOR COMÚN</p> <ul style="list-style-type: none"> EJEMPLOS: <p>3. Factorizar $3a^2 + 6ab - 9ab^2 + 27a^3c$</p> <p>$= a (a + 2b - 3b^2 + 9a^2c)$ → Dentro de un paréntesis va lo que le falta al término de afuera para ser igual a la expresión inicial.</p> <p>↓</p> <p>sacó el termino que se repite con su menor exponente.</p>

Diferencia de cuadrados perfectos

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

Para factorizar por medio de una diferencia de cuadrados, se deben cumplir las siguientes características:

1. Debe tener 2 términos (es decir, debe ser un binomio).
2. El signo de la mitad debe ser negativo (-).
3. Los términos deben ser cuadrados perfectos y las letras deben tener exponente par.

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

EJEMPLO:

1. Factorizar $x^2 - 9$

= () ()

= (+) (-)

= (x + 3) (x - 3)

Ponemos 2 paréntesis.

En el primer paréntesis ubicamos un + y en el segundo un -.

Ubicamos en los paréntesis las raíces cuadradas de los términos del binomio inicial.

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

EJEMPLO:

1. Factorizar $25x^2 - 81y^4$

= () ()

= (+) (-)

= (5x + 9y²) (5x - 9y²)

Ponemos 2 paréntesis.

En el primer paréntesis ubicamos un + y en el segundo un -.

Ubicamos en los paréntesis las raíces cuadradas de los términos del binomio inicial.

DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS

EJEMPLO:

1. Factorizar $m^2 - 100n^4$

= () ()

= (+) (-)

= (m + 10n²) (m - 10n²)

Ponemos 2 paréntesis.

En el primer paréntesis ubicamos un + y en el segundo un -.

Ubicamos en los paréntesis las raíces cuadradas de los términos del binomio inicial.

Factorización de trinomios

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

Un trinomio es una expresión con 3 términos y no presenta ningún término que se repita en todos los miembros del trinomio.

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

EJEMPLO:

1. Factorizar $x^2 + 7x + 10$

= x^2 | x | x | + | +5 | 10
 | x | x | + | +2 |
 | 5x |
 | 2x |
 | + |

= (x + 2) (x + 5)

Ubicamos el primer y el tercer término del trinomio, luego los descomponemos

Multiplicamos de frente, y luego vemos si con esos resultados sumando o restando me da el término de la mitad del trinomio.

Si es sumando, a los números encontrados cuando descompusimos el tercer término, les ponemos el mismo signo, siempre será el que tenga el término del medio del trinomio.

Ubicamos los términos en dos paréntesis, tomándolos en forma de equis, con sus respectivos signos.

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

EJEMPLO:

2. Factorizar $x^2 + x - 12$

$$= \begin{array}{c|cc} x^2 & x & \\ \hline x & +4 & -3 \\ \hline & 4x & -3x \\ & - & \end{array}$$

Ubicamos el primer y el tercer término del trinomio, luego los descomponemos

Multiplicamos de frente, y luego vemos si con esos resultados sumando o restando me da el término de la mitad del trinomio.

Si es restando, a los números encontrados cuando descompusimos el tercer término, les ponemos signos contrarios, siempre al de arriba le ponemos el signo que tenga el término del medio del trinomio.

Ubicamos los términos en dos paréntesis, tomándolos en forma de equis, con sus respectivos signos.

$= (x + 4)(x - 3)$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS

EJEMPLO:

3. Factorizar $x^2 + 5x + 6$

$$= \begin{array}{c|cc} x^2 & x & \\ \hline x & +3 & +2 \\ \hline & 3x & +2x \\ & + & \end{array}$$

Ubicamos el primer y el tercer término del trinomio, luego los descomponemos

Multiplicamos de frente, y luego vemos si con esos resultados sumando o restando me da el término de la mitad del trinomio.

Si es sumando, a los números encontrados cuando descompusimos el tercer término, les ponemos el mismo signo, siempre será el que tenga el término del medio del trinomio.

Ubicamos los términos en dos paréntesis, tomándolos en forma de equis, con sus respectivos signos.

$= (x + 2)(x + 3)$

Anexo B. Enlaces de los vídeos tomados de YouTube

Se relaciona los enlaces de los vídeos utilizados para abordar los diferentes casos de factorización.

Caso	Descripción	Enlace
Factor común	Vídeo en donde se explica de manera lúdica por medio de figuras geométricas.	https://youtu.be/0ak5oF4W9mQ
	Vídeo en el cual, se explica de forma detallada en varios ejercicios como factorizar por medio del factor común.	https://www.YouTube.com/watch?v=fVIFxTQTmB4
Diferencia de cuadrados perfectos	Vídeos en el cual, se explica de forma detallada en varios ejercicios como factorizar por medio de la diferencia de cuadrados perfectos.	https://www.YouTube.com/watch?v=dmUjA2V_vOQ&t=31s
		https://www.YouTube.com/watch?v=FErNPQ59qB0&t=263s
		https://www.YouTube.com/watch?v=pp8jXDYSNus
		https://www.youtube.com/watch?v=tRJEMFkyF0Y
Trinomios	En los vídeos se explica una forma factorizar los trinomios por medio del método del Aspa.	https://www.YouTube.com/watch?v=L4pvZkomiRg https://www.YouTube.com/watch?v=qvQII8izslU https://www.YouTube.com/watch?v=yNuSFANHMko&t=12s