

ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN QUE UTILIZAN LOS NIÑOS Y NIÑAS
DE PREESCOLAR Y PRIMERO PARA RESOLVER PROBLEMAS
DE ESTRUCTURA ADITIVA



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL
MEDELLÍN
2008

ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN QUE UTILIZAN LOS NIÑOS Y NIÑAS
DE PREESCOLAR Y PRIMERO PARA RESOLVER PROBLEMAS
DE ESTRUCTURA ADITIVA

ALBA LUCÍA ECHAVARRÍA RUEDA

ANAMARÍA MEZA GONZÁLEZ

DIANA CAROLINA CEBALLOS CANO

DIANA PATRICIA VALDERRAMA HINESTROZA

EDID YOHANA MOSQUERA CÓRDOBA

SANDRA MILENA QUINTERO BEDOYA

Asesora:

GABRIELA BUILES GIL

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL

MEDELLÍN

2008

RECONOCIMIENTOS

Al proyecto “*Colegios de Calidad para Medellín: Una Escuela Posible*” por permitirnos realizar nuestro proyecto investigativo en las *Instituciones Educativas Héctor Abad Gómez y La Independencia*.

A las *Instituciones Educativas Héctor Abad Gómez y La Independencia* (Sede Amor al Niño y Refugio del Niño) por abrirnos las puertas y brindarnos la posibilidad de crecer como profesionales y especialmente por fortalecer nuestra convicción, de que la educación cada día puede mejorar, si la escuela y toda la Comunidad Educativa se lo proponen.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo investigativo, si bien ha requerido de esfuerzo y mucha dedicación por parte de las autoras y su asesora, no hubiese sido posible su finalización sin la cooperación desinteresada de todas aquellas personas que han sido un soporte muy fuerte en momentos de angustia y desesperación.

Queremos agradecer hoy y siempre a nuestras familias porque está claro, que si no fuese por el esfuerzo realizado por ellos, nuestros estudios no hubiesen sido posibles. A nuestros padres, hermanos, parejas, hijos, entre otros, por el ánimo, el apoyo, el cariño, la colaboración y la alegría que nos brindaron, ya que esto nos dio la fortaleza necesaria para seguir adelante.

De igual manera nuestro más sincero agradecimiento a Gabriela Builes Gil, nuestra asesora de proyecto, porque a través de su experiencia y acompañamiento, y en especial su exigencia, logró que llegáramos a obtener un trabajo que fuera gratificante para nuestra profesión y formación y del cual nos sintiéramos orgullosas.

Agradecemos también, a las maestras cooperadoras de las instituciones educativas donde llevamos a cabo nuestras prácticas pedagógicas, por abrirnos la intimidad

de sus aulas y el espacio para hacer parte del proceso educativo de sus estudiantes y tomar de ellos la experiencia en nuestro quehacer en las aulas.

Allí, en esas aulas de clase, se encuentran las personas más significativas en nuestro trabajo, LOS NIÑOS. Con ellos compartimos y nos abrieron un espacio en sus vidas y sin ninguna predisposición y con gran sencillez y sinceridad, permitieron que hiciéramos parte de su proceso de formación y de su vida escolar. Ellos dejaron huellas importantes en nuestras vidas, muy posiblemente nosotras también las dejamos en ellos. Gracias, muchas gracias por haber hecho parte de esta etapa de nuestras vidas y de nuestra formación.

A los docentes por la colaboración, la paciencia y el apoyo brindado desde siempre y sobre todo por esa gran amistad que nos ofrecieron y ofrecen, por escucharnos y aconsejarnos siempre, por los ánimos que nos dan. A todos ellos por esos momentos en los que más que ser un profesor(a) se comportaron como un verdadero(a) amigo(a).

Al todo el equipo de trabajo, por el ánimo, la paciencia, la confianza. Por compartir las mismas experiencias y respaldarnos cada vez que era necesario, no solamente durante esta etapa sino a lo largo de estos años de estudio. Por la participación activa de cada una en el proyecto, lo que nos permitió crecer y sentir un poco más la vida.

En general quisiéramos agradecer a todas y cada una de las personas que han vivido a nuestro lado la realización de este proyecto, con todos los altibajos que de ella se hayan podido derivar, y que no alcanzamos a nombrar, pero ellas saben que desde los más profundo de nuestro corazón les agradecemos el habernos brindado todo el apoyo, la colaboración, el ánimo, pero en especial, el cariño y la amistad.

“Lo que hoy es utópico mañana es real. Mundos Posibles. La utopía es lo que ha conducido a que seamos posibles”.

J. Bruner.

CONTENIDO

RECONOCIMIENTOS	iii
AGRADECIMIENTOS	iv
INTRODUCCIÓN	9
JUSTIFICACIÓN	12
Objetivos	14
<i>Objetivo general</i>	14
<i>Objetivos específicos</i>	14
DESCRIPCION DE LA POBLACIÓN	15
Caracterización de la población	15
<i>Institución Educativa Héctor Abad Gómez</i>	15
<i>Institución Educativa La Independencia</i>	17
MARCO REFERENCIAL	19
Antecedentes.....	19
Referente conceptual	29
<i>La resolución de problemas: una perspectiva de investigación permanente</i>	29
<i>La representación infantil: un reflejo de la mente</i>	58
SITUACIÓN PROBLEMA: UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	87
Algunas actividades desarrolladas como situaciones de aprendizaje.	92
<i>Nombre de la situación problema: “En la fabrica de chocolates”</i>	92
<i>Situación de aprendizaje: “Mis aventuras”</i>	97
<i>Nombre de la situación problema: “En el parque de diversiones”</i>	104
<i>Situación de aprendizaje: “bolsa de retos”</i>	106
<i>Nombre de la situación problema: “La finca de Sebastián”</i>	109
<i>Nombre de la situación problema: El granjero, Armando Manzanero</i>	117

DISEÑO METODOLÓGICO	120
Procedimiento general	125
<i>Instrumento de evaluación aplicado en los diferentes momentos</i>	126
ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN QUE EMPLEAN LOS NIÑOS DE PREESCOLAR Y PRIMERO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA	130
Criterios de análisis e interpretación	131
Estrategias de representación que emplean los niños de preescolar para resolver problemas de estructura aditiva	136
<i>Estrategias de representación que emplean los niños del grado primero para resolver problemas de estructura aditiva</i>	157
CONCLUSIONES	186
REFERENCIAS	191
ANEXOS	201
Anexo N° 1: Listado de los grupos	201

INTRODUCCIÓN

Las diferentes formas comunicativas serán los indicadores básicos para interpretar los procesos de comprensión y los niveles de representación que van construyendo los niños en la medida en que se enfrentan a situaciones en las que deben resolver problemas sencillos que requieren de la utilización intuitiva de la suma y la resta. Las estrategias comunicativas bien sea verbales, gestuales, icónicas, pictográficas, con apoyo de materiales concretos, dan cuenta de la manera como los niños se van apropiando del mundo de los objetos y sus relaciones. Dan cuenta de la manera como van construyendo los esquemas de representación y como se van apropiando de un lenguaje que les permite enriquecer las interacciones.

Los aprendizajes en los niños tienen sentido si estos se logran integrar o relacionar con su pequeño mundo de ideas, de concepciones y en definitiva de representaciones o saberes previos. En este sentido, para diseñar y ejecutar propuestas didácticas para la enseñanza de la matemáticas en la educación infantil, y en este caso con la intencionalidad específica de potencializar el desarrollo del pensamiento numérico desde la primera infancia, se requieren conocer los procesos de pensamiento de los niños, y esto es posible en la medida en que se logre avanzar en el análisis e interpretación de las diferentes estrategias de representación y comunicación que utilizan a la hora de resolver problemas sencillos de matemáticas.

Desde los lineamientos curriculares de matemáticas se plantea que una de las más refinadas manifestaciones del pensamiento matemático es la capacidad del sujeto para resolver problemas nuevos y formularse preguntas (M.E.N. 1998). Es desde este postulado que se plantea la necesidad de realizar una permanente revisión de las prácticas educativas para la enseñanza de la matemática desde los primeros años de escolaridad con el fin de fomentar la interacción desde situaciones de aprendizaje con sentido y más específicamente situaciones problema.

A la hora de realizar actividades de resolución de problemas con los niños de preescolar y primero se evidencia que la mayoría logran proponer y plantear alguna estrategia de solución y comunicarla bien sea a nivel verbal, gráfica o simbólica aunque hay algunos que se aproximan a la respuesta pero utilizando la estrategia de cálculo mental. Esto de alguna manera muestra que los niños utilizan alguna estrategia para representar la información que logran comprender. Es por esto que para avanzar en la construcción de una propuesta basada en la resolución de problemas es necesario profundizar en el estudio de diferentes tópicos que intervienen en este proceso.

En este sentido, se aborda el tópico de resolución de problemas y se realiza una conceptualización desde la definición, la clasificación, los procedimientos de resolución y las habilidades que demanda del sujeto la tarea de resolver problemas, entre otros.

También se aborda el tópico de las representaciones infantiles desde la conceptualización, la tipología y algunos niveles propuestos por diferentes autores.

De igual forma se propone las situaciones problemas como una estrategia metodológica que lleva al estudiante a una construcción de su aprendizaje y al desarrollo de habilidades de representación, y a partir de estas se plantearon problemas de estructura aditiva de acuerdo a las categorías propuestas por Vergnaud.

Todos los conceptos y autores mencionados dentro del marco teórico nos permitieron hacer una revisión de las producciones de los niños y llevar a cabo el análisis e interpretación de las estrategias que emplean a la hora de darle solución a los problemas.

Finalmente, nuestro proyecto está enmarcado en la línea de la investigación cualitativa, ya que esta nos permite avanzar en los procesos de comprensión, análisis e interpretación de acontecimientos más de carácter social y en este caso educativo. Además el enfoque es la investigación acción educativa la cual posibilita al docente y a las maestras en formación hacer una reflexión constante de su práctica con el fin de transformar y transformarse significativamente.

JUSTIFICACIÓN

Estar atento a las maneras como los niños representan diversas situaciones problema o simplemente problemas, se convierte en toda una actividad investigativa por parte del maestro, en el sentido que esto permite reconocer diferentes procesos de construcción de aprendizajes por parte de los niños. Actividad que incluso vale la pena aplicar o implementar no solo en el área de la matemática sino en la actividad escolar desde las diferentes disciplinas. Es en este sentido que el análisis de las estrategias que utilizan los niños de preescolar y primero para resolver problemas, en este caso de estructura aditiva, permite constatar que estamos ante una riqueza de manifestaciones o representaciones que tiene que exigir de parte nuestra, es decir de los docentes, una mirada mas dinámica, motivante y sobre todo reflexiva de los procesos, de los cuales somos responsables en el aula.

A lo largo de nuestra experiencia de maestras en formación, nos hemos podido dar cuenta que en la práctica escolar aun persiste el criterio, que las actividades de resolución de problemas con los niños solo se realizan después de enseñar los algoritmos de las distintas operaciones matemáticas. Por tal motivo, se hace necesario profundizar en la conceptualización y analizar en la práctica las estrategias de representación que utilizan los niños y niñas de preescolar y primero para resolver los problemas de estructura aditiva, con el fin de avanzar en la comprensión que los

procesos de aprendizaje en los niños se dan de una manera diferenciada e incluso en momentos distintos a los planeados en las mismas instituciones educativas.

Durante este proceso nos surgen preguntas como:

- a) ¿Qué estrategias utilizan los niños y niñas de preescolar y primero para representar las acciones implícitas en problemas de estructura aditiva?
- b) ¿Qué representan los niños cuando representan problemas de estructura aditiva?
- c) ¿Cómo representan los niños las relaciones y operaciones aditivas inmersas en los problemas?
- d) ¿Qué niveles de representación se evidencia en los niños a la hora de resolver problemas de estructura aditiva?

Objetivos

Objetivo general

- a) Profundizar en la conceptualización sobre los procesos de representación que van construyendo los niños y niñas de preescolar y primero al enfrentarse a actividades de resolución de problemas sencillos de estructura aditiva.
- b) Desarrollar en las maestras en formación el espíritu investigativo para que, desde la cotidianidad del aula, puedan aportar a la construcción y cualificación de propuestas didácticas para la enseñanza de la matemática desde los primeros años de escolaridad.

Objetivos específicos

- a) Analizar e interpretar las diferentes formas de representación que utilizan los niños de preescolar y primero en el momento de resolver problemas de estructura aditiva.
- b) Avanzar en la comprensión sobre los procesos de aprendizaje de los niños con relación a la resolución de problemas.
- c) Diseñar situaciones de aprendizaje que favorezcan la utilización de diferentes estrategias para la representación de problemas sencillos de estructura aditiva.

DESCRIPCION DE LA POBLACIÓN

La población objeto de estudio de nuestro proyecto fueron dos (2) grupos del nivel de pre-escolar y seis (6) grupos del grado primero, los primeros hacen parte de la Institución Educativa La Independencia (Sede El Refugio, Sede amor al Niño), cuatro (4) grupos pertenecientes al grado primero de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez y dos (2) de la Institución Educativa la Independencia; para ser un total de 294 niños, en edades comprendidas en los 5 y 8 años de edad; ambas instituciones de carácter público, ubicadas en el Municipio de Medellín. Los niños y niñas pertenecientes a estas instituciones son de niveles socioeconómicos bajos-medios, se encuentran en estratos entre el 1 y el 3.

Caracterización de la población

Institución Educativa Héctor Abad Gómez

Está ubicado en la calle Colombia N° 50 -13, frente a la entrada lateral Sur de la Plaza de Flórez, está conformado por cuatro plantas físicas unidas interiormente, donde prestan sus servicios en la tres jornadas, en la mañana a grupos

correspondientes a la primaria y preescolar; en la tarde a grupos correspondientes a los grados de preescolar y básica secundaria; en la noche, presta sus servicios a los ciclos lectivos integrados: tres, cuatro, cinco y seis en 19 grupos.

La población a la que atiende, en general, es heterogénea en edad, oficio, nivel académico, grado y continuidad de escolaridad. Cuenta con una población total de 2.525 estudiantes, distribuidos en sus diversos niveles educativos.

La institución tiene como misión integrar esfuerzos entre todos los estamentos de la comunidad educativa: padres de familia de los estudiantes menores de edad, acompañantes de los adultos en el proceso educativo, los estudiantes, asociación de egresados y el personal docente y directivo de la Institución educativa Héctor Abad Gómez, encaminados a lograr en toda la comunidad educativa un alto sentido de pertenencia que se manifieste en acciones que permitan liderar proyectos y acciones que contribuyan a la formación en los niños, jóvenes y adultos de valores humanos, éticos, sociales, laborales e intelectuales que los formen y capaciten para hacer parte de una sociedad que sea más equitativa, valorativa de la persona y que le ofrezca posibilidades de crecimiento personal y de interacción con el mundo laboral, es decir, una MISIÓN centrada en EL SENTIR, PENSAR Y ACTUAR.

Como visión, espera la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, ser el semillero en el cual se formen hombres y mujeres integrales, con énfasis en valores y derechos humanos, que adquieran una formación "en y para la vida", que se sientan orgullosos de su "ser".

Institución Educativa La Independencia

Está ubicada en el salado, en el sector de San Javier, en la comuna 13 de Medellín. Ubicada en la calle 39 d # 112-81. Atiende 1.914 estudiantes en los niveles de preescolar, básica y media en dos jornadas distribuidas en 2 secciones: amor al niño y el refugio del niño.

El reto para este año es implementar una cultura organizacional que les permita diseñar y levantar el mapa de procesos seguros que con ello mejoraran la prestación del servicio, después de tener definido su horizonte institucional.

Dentro del componente de comunicación que desarrolla la gestión escolar y que permite leer la realidad de los diferentes actores de la vida institución, se han logrado establecer mecanismos de comunicación permanente entre el equipo directivo y los docentes que les permite intercambiar experiencias y saberes, apropiarse de la política de calidad, reconocer acuerdos, presentar evidencias que dan cuenta de los avances de cada proceso, mediante reuniones periódicas, aplicación y seguimiento mensual del cronograma del plan operativo.

Se desarrollan procesos de revisión de los planes de área partiendo de la experiencia del año anterior con el proyecto de recontextualización de áreas ofrecido por la Secretaría de Educación, el cual tuvo una gran acogida y participación docentes de las áreas de matemática, lenguaje, ciencias naturales y ciencias sociales; actualmente se están proyectando esta experiencia a los demás docentes y

áreas, adicionalmente han tenido capacitaciones internas con recursos propios, con miras a formular planes de estudio articulados y coherentes con el horizonte institucional, con la misión y la visión.

MARCO REFERENCIAL

Antecedentes

Para emprender el desarrollo de este proyecto se realizó una búsqueda de las investigaciones relacionadas con la actividad de resolución de problemas en la población infantil existentes en el contexto de la educación superior de nuestro medio local.

A continuación se hace una presentación de las principales fuentes encontradas que sirven de referente para este trabajo:

- a) Alexandra Rodríguez Rodríguez y otros “Propuesta de intervención pedagógica para desarrollar habilidades cálculo mental en niños de preescolar y primer ciclo de básica primaria”; Medellín, centro de documentación Universidad de Antioquia, 2002.
- b) Pulgarín M.E.J. e Hinestroza M.I. (2000). Desarrollo del pensamiento matemático mediante la resolución de problemas en el grado segundo de la escuela urbana María Goretti del municipio de Segovia Antioquia. Segovia: Tecnológico de Antioquia.

- c) Luz Faride Castaño Noreña y otros (2008). Las situaciones de variación y cambio como herramienta para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático desde los primeros grados de escolaridad, Medellín, Universidad de Antioquia.

- d) Gloria Stella Calle Pérez; Joyce Zenith Orozco; Lina Marcela Piedrahita; Luz amparo Gómez; Stella Saldarriaga. Propuesta de intervención pedagógica en el aula para el desarrollo del pensamiento numérico de los grados segundo y tercero del colegio juvenil nuevo futuro. Medellín, centro de documentación ciencias sociales, Universidad de Antioquia.

- e) Inés del Carmen Plasencia Cruz. Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos. Universidad de la Laguna.

En estos trabajos, generalmente los problemas planteados se centran básicamente en la movilización de procesos cognitivos y la implementación de una propuesta de intervención pedagógica basada en actividades que potencializan habilidades de cálculo mental, planteadas desde la cotidianidad del niño, otro de ellos es reconocer cuáles son las estrategias utilizadas por los niños para realizar cálculos mentales que dan solución a los problemas relacionados con su cotidianidad.

Los objetivos de las anteriores tesis se centran en proporcionar estrategias que le permitan al niño desarrollar habilidades y procesos en cálculo mental, para enfrentarse a las diferentes situaciones matemáticas, además de generar situaciones

de enseñanza y aprendizaje, que motiven y posibiliten aprendizajes significativos y colaborativos, que fomenten el interés por esta área de conocimiento; Además de construir explicaciones sobre el uso que los estudiantes hacen de las imágenes mentales cuando resuelven y dan sentido a los problemas matemáticos, y analizar si el papel del profesor tiene proyección en esta actividad matemática de los estudiantes.

La población objeto de estudio fueron estudiantes de los grados de preescolar, primero y cuarto de primaria de diferentes instituciones educativas.

En general el marco teórico propuesto se centra en:

- a) Desarrollo mental, propuesto por Jean Piaget, consiste en 4 estadios cronológicos: sensor-motor (0-2 $\frac{1}{2}$ años), pre-operacional (2 $\frac{1}{2}$ - 7 años), pensamiento concreto (7-11 ó 13 años) y pensamiento formal (11-15 años).
- b) La construcción del pensamiento matemático se adquiere por medio de los hechos reales, concretos y experimentales.
- c) La solución de un problema matemático es un acto intelectual que exige comprensión en forma gramatical del enunciado, interpretación de las relaciones aplicadas y la codificación de dichas relaciones en la solución.

- d) Un problema es cualquier pregunta matemática que para ser solucionada requiere unas operaciones adecuadas, se deben plantear varios intentos para dar solución.
- e) Para el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tiene rasgos comunes.
- f) Teorías cognoscitivas. Dentro de éstas encontramos los Procesos Mentales trabajados principalmente por Jean Piaget y la Interacción Social retomada por Vigotsky.
- g) Teorías del Aprendizaje, aquí se toman autores como: Ausbel, Pozo, Novak y Vergnaud.
- h) Didácticas de las matemáticas, enmarcadas en los procesos de variación y cambio del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, retomando autores como: Mason, Kaput, Duval, Vasco, Obando, Posada B, entre otros.
- i) El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que las personas tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en diferentes contextos de manera significativa.

- j) Los niños antes de llegar a la escuela se han enfrentado a situaciones cotidianas que exigen un manejo de esquemas lógico matemáticos y nociones pre-numéricas, las cuales han ido construyendo en la interacción con los objetos (Piaget). Al ingresar a la escuela se hace una formalización de las estrategias y técnicas utilizadas para realizar cálculos matemáticos sin desconocer que hacen parte del desarrollo cognitivo individual.
- k) El desarrollo del concepto del número se ve fructificado a través de las experiencias apropiadas que el docente pueda brindar, pero no se le puede forzar mediante ejercicios, por que no es posible ejercitársele a comprender, simplemente se puede entrenar para la repetición de memoria; se puede ayudar a comprender a su propio tiempo y modo tan sólo ofreciendo las experiencias que transmitan la idea.
- l) El cálculo mental se define como el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido para obtener resultados exactos o aproximados; este ayuda a generalizar y aumentar la velocidad del pensamiento matemático, pues las operaciones aritméticas en él se realizan a partir de los esquemas interiorizados de las relaciones simbólicas que poseen los niños.
- m) Según, Piaget antes de los seis años de edad aproximadamente, los niños tienen cierta dificultad en establecer nociones sobre diferentes aspectos de espacio, tiempo, movimiento, número, medida, relaciones lógicas elementales,

etc. Esto se debe a que el pensamiento del niño en esta etapa no es operativo, es decir, que sus acciones en la realidad no son reemplazadas por acciones en su imaginación, condición indispensable del pensamiento lógico. Por tanto, el niño no puede hacer comparaciones mentalmente, sino que las lleva a cabo en forma práctica y con dificultad establece una relación simple entre pares de objetos.

- n) Debido a la falta de representaciones mentales, su pensamiento está dominado por las percepciones inmediatas y sus juicios adolecen de la variabilidad típica de la percepción, se deduce porque sólo es posible lograr la estabilidad de su pensamiento conceptual mediante una forma de actividades perceptivas que le permite coordinar una cantidad de percepciones de un mismo objeto.

El enfoque que predominó fue el cualitativo-descriptivo, aunque también se tuvieron en cuenta algunos elementos del cuantitativo, el primero es propio de la investigación educativa la cual permitió planificar, describir, explorar y profundizar en el problema, igualmente, sirvió para conocer el contexto en el cual se desenvuelve la población que se intervino, además, posibilitó la aplicabilidad de categorías para la comprensión y desarrollo del Pensamiento Matemático, la segunda es el cuantitativo, ya que en algunas tesis se utilizó para el diseño pre-experimental y dentro de este mismo el diseño de un sólo grupo con pre-test y post-test, el cual consiste en la aplicación a un grupo de una prueba previa, luego un tratamiento en este caso la propuesta con estrategias para desarrollar el cálculo mental y por último la aplicación

de una prueba posterior, la cual es la misma prueba diagnóstica aplicada antes de implementar la propuesta pedagógica.

Dentro de las técnicas e instrumentos para la recolección de la información que se utilizaron son: observación directa, dialogo, conversación, encuesta, diario de campo, talleres, cuadernos de los estudiantes, los cuadros de trabajo o sabanas de información, la actividad inicial y actividad final.

Los hallazgos obtenidos en las investigaciones, en términos muy generales, fueron:

- a) Se pasa de aprendizajes mecánicos a aprendizajes significativos y comprensibles; se fortalece el razonamiento lógico; hay integración y trabajo interdisciplinario.

- b) Dentro del trabajo en el aula con los estudiantes, a través de la interacción con los proyectos de aula se pudo observar que ellos poseen un manejo teórico de operaciones matemáticas, los cuales son llevados a la práctica de forma mecanizada, realizan cálculos mentales, sin embargo son poco efectivos por estar alejados de su cotidianidad, utilizan estrategias de cálculo, descontextualizadas de las situaciones, lo que supone una poca comprensión del porqué de estas estrategias y su uso eficaz.

A nivel de conclusiones de estos trabajos se resaltan las siguientes:

- a) La adquisición de estas estrategias requiere de la intervención activa del maestro en el aula, el cual deberá propiciar situaciones de juego,

deducciones, búsqueda de explicaciones para dicha adquisición. Todo esto convierte al niño en parte activa del aprendizaje y por ende el cálculo mental no será algo aislado y rutinario.

- b) En los contenidos abordados se evidencia que las tesis se enfocaron conceptualmente en las nociones básicas acerca de la construcción del número como son, cardinalidad, correspondencia, seriación, clasificación y resolución de problemas entre otros.
- c) En cada una de las tesis se utilizaron actividades y problemas para evaluar el estado inicial y el estado final de la población objeto de estudio.
- d) Los resultados de las evaluaciones arrojaron que Después de realizar el análisis, comparando los resultados de ambas pruebas, es evidente que las actividades de intervención pedagógica juegan un papel muy importante en le mejoramiento de los niveles de conceptualización de los estudiantes, si se tiene en cuenta que estas actividades fueron significativas para el niño, además de proporcionarle elementos importantes como la interacción individual y grupal en le medio para poder alcanzar el conocimiento; estas situaciones impulsan a los niños a la actuación, por que les ofrecen retos, los problematizan y les crean necesidades en las que hay intereses grupales o individuales por satisfacer.

- e) Con base en el análisis de las Categorías, la estructura de los talleres permitió en los estudiantes un mayor acercamiento al lenguaje verbal y escrito, siendo éste esencial para que se de una comunicación, concisa, precisa y rigurosa. El lenguaje matemático aplicado a diferentes fenómenos (en especial aquellos que tienen que ver con situaciones de variación y cambio), y aspectos de la realidad, es un instrumento eficaz que ayuda a comprender mejor el entorno que rodea a los estudiantes y a visualizar objetivamente un mundo en continua evolución.
- f) Las actividades lúdicas son una herramienta fundamental que posibilitan que los estudiantes adquieran las nociones matemáticas de forma práctica y divertida posibilitándolos a su vez a asimilar temas más complejos que les posibilitara en buen desarrollo a nivel social e individual; de igual forma es importante reconocer y entender que para la adquisición y asimilación de los procesos matemáticos, requieren de mucha estimulación a nivel cognitivo partiendo de la cotidianidad del niño y de lo concreto, para que a si sea verdaderamente significativo para la vida en todos los niveles.
- g) Los problemas de estructura aditiva simple, son los que se resuelven por medio de una operación de suma o de resta. Están fundamentalmente determinados por dos estructuras básicas: La Estructura Simbólica y la Estructura Semántica se analiza desde dos puntos de vista: el gramatical y el lógico matemático, y de acuerdo a ellas, se clasifican según la posición que se le asigne a la variable.

Para concluir y hacer un contraste de los aportes de las tesis antes mencionadas en relación con nuestro proyecto pedagógico, podemos resaltar que este es importante ya que permite evidenciar las estrategias de representación que utilizan los estudiantes objeto de este estudio para dar solución a un problema matemático, además resalta la pertinencia de las situaciones de aprendizaje en el contexto académico ya que posibilita al estudiante conceptualizar, simbolizar y además aplicar los diversos códigos matemáticos.

Además con este trabajo se amplían las investigaciones que se vienen realizando en el campo de la educación matemática en los primeros ciclos de la educación básica primaria y específicamente en la temática de resolución de problemas.

Referente conceptual

La resolución de problemas: una perspectiva de investigación permanente

En el contexto actual de la educación básica la resolución de problemas ya no es solo un contenido propio de una disciplina académica sino que se ha convertido en un eje fundamental articulador de procesos desde las diferentes áreas y en un objetivo prioritario de formación del ser humano. Así mismo lo plantea Guzmán (1984) “Lo que sobre todo deberíamos proporcionar a nuestros alumnos a través de las matemáticas es la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos”.

Es así como en nuestra investigación se ve la necesidad de abordar y ampliar algunas conceptualizaciones referentes a la temática, con el fin de que se resuelvan algunas inquietudes o preguntas que se pudieran generar como: Qué es un problema y cuáles son algunas clasificaciones, qué es la resolución de problemas matemáticos y algunos aspectos que se desligan de la misma temática.

Se intenta dar cuenta de diferentes momentos de abordar esta temática, así:

1. Delimitación de problema dentro de un contexto matemático y en un contexto educativo.
2. La resolución de problemas como actividad en la que se involucran los estudiantes.

3. Las clasificaciones de los problemas desde diferentes criterios
4. Las estrategias de resolución que utilizan los estudiantes a la hora de resolver los problemas.

El problema: no es solo una cuestión matemática

Estar ante un problema, es estar ante una pregunta que demanda del sujeto alguna respuesta, una búsqueda, una actividad de relaciones o en última instancia una actividad de pensamiento que los estudiantes manifiestan o que se hace visible en el análisis de las estrategias que utilizan en el intento de encontrar una respuesta. Abrantes (1996) menciona al respecto que los problemas son “actividades complejas que involucran procesos cognitivos superiores, como la visualización, la asociación, la abstracción, la comprensión, manipulación, razonamiento, análisis, síntesis y generalización”. Es así como se pudiera mencionar que al trabajar con los problemas es pertinente darle prioridad a los procesos que se presentan a nivel de la mente del niño, para construir las respuestas, y lograr la movilización del pensamiento que se da en él, con el fin de que estos nos permitan visualizar los niveles representativos en los niños, su evolución y las diferentes estrategias que ponen en juego para dar cuenta de la construcción de su proceso mental y del desarrollo de dicha investigación.

Para Encarnación Castro (1995) “se considera un problema matemático a toda situación que entrañe una meta o logro y donde casi siempre existirá un obstáculo para alcanzar dicha meta”.

Autores como Oviedo y Pulido de Castellanos (2000), entienden el problema como “una situación espontánea o imprevista, para la cual no se tiene una solución eficaz y adecuada de manera inmediata, hecho que si bien produce incertidumbre, se convierte en una potencialidad para resolverla”.

Asimismo en los problemas no es evidente el camino a seguir para hallar una solución; incluso puede haber varios; y desde luego esto no está condicionado y enseñado previamente. Hay que apelar a conocimientos diversos, y no siempre de matemáticas; hay que relacionar saberes procedentes de campos diferentes, y hay que poner a punto relaciones nuevas que los diversos contextos ofrecen. Por tanto, un "problema" sería una cuestión a la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverla es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos. Pero además tiene que ser una cuestión que nos interese, que nos provoque las ganas de resolverla, una tarea a la que estemos dispuestos a dedicarle tiempo y esfuerzos.

Entendiendo el problema desde la cuestión matemática es una situación o dificultad prevista o espontánea, con algunos elementos desconocidos para el sujeto, pero

capaz de provocar la realización de acciones sucesivas para darle solución.
(Mazario, 2002)

Se define un problema matemático como una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes, para lo cual deberá operar con las condiciones, en el marco de su base de conocimientos y experiencias (Berenguer, 2003).

Es por esto que para Chamorro (2005) la noción de problema debe ir más allá de la realización de una operación y de encontrar su resultado; debe ser algo más que ejecutar un algoritmo, tiene que ver más con hacer preguntas relacionadas con la matematización de un problema, o bien con la construcción de nuevos objetos matemáticos, y responder a esas preguntas.

Otros autores como Woods, Crowe, Hoffman y Wright (1985) definen el problema como una situación estimulante, para la cual el individuo no tiene respuesta; es decir, el problema surge cuando el individuo no puede responder inmediatamente y eficazmente a una situación, ósea que sólo existe un problema cuando el sujeto no le da una solución inmediata a una situación planteada, sino que debe construirla.

El problema no es una realidad de orden físico, sino psicológico, en la que se ponen en juego ciertas habilidades propias del solucionador, de tal manera que una

situación puede constituirse como un problema pero para otro sencillamente es un ejercicio. Esto es lo que Pozo llama “diferencia entre expertos y novatos”. En este sentido es pertinente mencionar que, lo que para un individuo puede ser un problema, para otra persona no, porque existen diferencias a nivel del desarrollo intelectual, además existen diferentes estilos y ritmos de aprendizaje los cuales inciden en la comprensión que la persona tenga de los problemas, además la experiencia de vida también afecta ya que para una individuo que trabaja en el área comercial o de las ventas puede ser más sencillo resolver problemas que estén dentro de su contexto, que solucionar los problemas que tienen por ejemplo relación con campo del deporte.

Es así que la importancia de trabajar los problemas de tipo matemáticos, en el aula de clase, podríamos decir que está fundamentada en que estos permiten que los niños reconozcan, en algunas situaciones, una forma de superar retos y lograr metas dentro de su propio contexto y ampliarlo a otros contextos. Según los lineamientos curriculares (1998), a través de los problemas matemáticos “los estudiantes van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel”.

Podríamos mencionar además que un problema se le presenta al estudiante como una situación con un interrogante o pregunta a la cual le deberá dar solución, el reto que tiene éste es darle sentido y comprender los datos que se le brinden, para luego

decidir que hacer, que estrategias utilizar y como lograr dar respuesta al interrogante, poniendo en juego su capacidad de análisis, interpretación y deducción. Según Pérez (1994), “el objetivo es que el menor pueda discernir el sentido de lo que está haciendo, y que lo traslade de modo autónomo a situaciones nuevas, sean cotidianas o escolares”

Es entonces así que el éxito en el aprendizaje de las matemáticas, depende en gran parte del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos, a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros; en esas actividades, las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las diversas situaciones problemáticas que se le planteen.

Clasificación de problemas o tipos de problemas matemáticos.

El desarrollo conceptual sobre el tema de la resolución de problemas en el campo de la enseñanza de la matemática es amplio y diverso, así mismo los criterios desde los cuales diferentes investigadores realizan propuestas de clasificación o categorización. Nos parece importante revisar algunas propuestas de clasificación, desde el contexto de la educación básica primaria, con el fin de comparar los posibles criterios de los autores que pone de manifiesto no solo la variedad de alternativas sino las múltiples posibilidades de utilización como estrategias de enseñanza.

Luria y Tsvetkova (1981 en Mesa Betancur, 1990), plantean un tipo de clasificación para los problemas matemáticos desde el criterio de la complejidad progresiva de los algoritmos de solución que se requiere aplicar para dar solución.

Proponen siete categorías:

- a) *Problemas simples*: que se resuelven a través de una operación aritmética y los datos determinan de manera unívoca el algoritmo de resolución.
- b) *Problemas con aplicación directa de la reversibilidad*: Son del tipo $a - x = b$, $x - a = b$. En los problemas inversos el orden de los actos difiere de aquel en que se dan los datos. (Luria y Tsvetkova, 1981).
- c) *Problemas compuestos*: estos son imposibles resolverlos mediante un solo acto, ya que implican hallar primero el valor del segundo término y únicamente después calcular el resultado pedido.
- d) *Problemas compuestos en cadena*: la construcción del algoritmo de resolución se hace mediante un encadenamiento de operaciones. El resultado de una operación se utiliza, como dato, para la siguiente operación.
- e) *Problemas compuestos con operaciones adicionales*: se caracterizan porque todas las operaciones inmediatas, no formuladas en los datos del problema, revisten un carácter auxiliar y la respuesta final es el resultado de toda una cadena de operaciones auxiliares.

- f) *Problemas que involucran sistemas de ecuaciones*: todas las magnitudes del enunciado constituyen incógnitas que sólo pueden obtenerse por la confrontación de ecuaciones que intervienen en el problema en cuestión.
- g) *Problemas de conflicto especial*: en este tipo de problemas el algoritmo de la resolución entra en conflicto con un estereotipo ya sólidamente adquirido y la resolución correcta del problema sólo es posible en la medida en que se triunfa sobre este estereotipo.

Vemos entonces que esta es una clasificación que va de lo simple a lo complejo en la utilización de las operaciones que demanda el problema.

Otra autora como Encarnación Castro (1995), propone cuatro categorías de problemas, esta categorización la realiza teniendo en cuenta el tipo de variable, ya que los problemas simbólicos de estructura aditiva, según esta autora, variarán según la sentencia abierta dada en el problema y cambiando la incógnita surgen seis sentencias abiertas para la suma y otras seis para la diferencia. En otras palabras se puede decir que el criterio hace referencia a los diferentes contextos en los que se plantea el problema y las relaciones entre los datos.

- a) *La categoría de cambio*: se refiere a los problemas que implican un incremento de una cantidad inicial hasta crear una serie final.

La cantidad inicial y la magnitud del cambio son conocidas.

La cantidad inicial y el resultado del cambio son conocidos, la incógnita en este caso es la magnitud del cambio.

- b) *La categoría de combinación:* hace referencia a la relación entre una colección y 2 subcolecciones disjuntas de la misma.

Conocer la colección total y una de las subcolecciones y desconocer la otra subcolección.

Conocer las dos subcolecciones y desconocer la colección total.

- c) *La categoría de comparación:* implica la comparación entre dos colecciones, la relación entre las colecciones se establece utilizando los términos “más que” y “menos que”.

Referente y referido conocidos, se desconocer la comparación.

Referente y comparación conocidos, se desconoce el referido.

Referido y comparación conocidos, referente desconocido.

- d) *La categoría de igualación:* se produce alguna acción relacionada con la comparación entre dos colecciones disjuntas y hay que responder que hacer con una de las colecciones para que presenten el mismo número de elementos que la otra.

La acción hay que realizarla sobre el mayor de las colecciones en cuyo caso se tiene una separación-igualación.

La acción se realiza sobre la menor de las colecciones en este caso se tiene una unión-igualación.

María del Carmen Chamorro (2005) presenta dos clasificaciones, la primera son los problemas que surgen en el interior de la propia disciplina y como segunda clasificación denomina los problemas que provienen del mundo exterior, de la vida real. Además, menciona que al trabajar con este segundo tipo de problemas se plantean cuestiones fundamentales, nada fáciles sobre las relaciones entre las matemáticas y la realidad, y sobre la posibilidad de un funcionamiento autónomo de las matemáticas.

Por último Vergnaud (1991) presenta otra categoría de problemas, para elaborar dicha clasificación el autor toma como principio las relaciones aditivas y los tipos de adiciones y sustracciones, ya que el grado de dificultad en los distintos casos es diferente. Las categorías que propone Vergnaud se retomarán para la presente investigación ya que plantea una serie de problemas de fácil aplicación y entendimiento para los niños, además en estos se recoge otros planteamientos de los autores ya mencionados de una manera más amplia y sencilla para la aplicabilidad de la propuesta investigativa.

a) *Primera categoría:* dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

En esta los datos se refieren a cantidades o medidas independientes una de la otra y se debe observar si los niños representan de alguna manera las dos medidas y si representan la cantidad total.

- b) *Segunda categoría:* Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida. En este tipo de problemas los datos se refieren a: un dato se refiere a una medida (tiene 8 colores) pero el otro dato se refiere a una transformación (se gana 7 colores) que se opera o se realiza sobre la medida.
- c) *Tercera categoría:* Una relación une dos medidas. En este problema 8 monedas es una medida pero 3 monedas es una relación (menos que) y el total haría referencia a otra medida. Se trata en este caso de observar como representan los niños el dato que se refiere a la relación, como hacen la comparación y también como representan el resultado que se refiere a una medida.
- d) *Cuarta categoría:* Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación. En este tipo de problemas los datos aunque son cantidades, estos hacen referencia a una transformación (se gasto), es posible que este tipo de representación sea muy similar a la primera categoría; sin embargo vale la pena observar si los niños muestran algún tipo de diferenciación en la representación de dichas cantidades que en el primer tipo de problema hacen referencia a medidas mientras que en este se refiere a transformaciones.
- e) *Quinta categoría:* Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo. En este caso las nueve bolas de chicle se refieren al estado relativo es decir una medida que no existe y es muy importante rastrear como representan los niños este tipo de cantidades

que son irreales. El pago de 6 se refiere a la transformación que actúa sobre esa medida que no existe. Igualmente hay que estar atentos a la manera como los niños representan este dato.

- f) *Sexta categoría*: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo. En este caso los datos del problema se refieren a estados relativos (deber tanto) igual que en el anterior habría que observar de que manera los niños representan este estado de deber, y además como relacionan esos dos estados. En este caso estas cantidades se refieren a medidas irreales.

Por ejemplo en la anterior clasificación propuesta por Vergnaud (1991), en la que dada una medida inicial y una transformación de ella, se pide a los niños que encuentren la medida final. Estos problemas pueden ser mas fácilmente representados a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más fáciles de resolver, a la vez que nos permiten evidenciar las estrategias que utilizan en dicha acción.

El objetivo que se busca, al trabajar con esta categoría de problemas, es visualizar el desempeño de los estudiantes al momento de enfrentarse con problemas, que pertenecen a las diferentes estructuras semánticas básicas y mirar el procedimiento que emplean para darle solución.

Ejemplos de las categorías y los problemas aplicados:

Estos ejemplos aplicados tienen como base conceptual las categorías presentadas por Vergnaud (1991)

a) Primera categoría:

Carolina tiene 8 confites de menta, en un frasco, y 7 confites de chocolate en otro ¿Cuántos confites tiene por todo?

b) Segunda categoría:

Christopher tiene 8 colores y en una rifa se gana 7 colores ¿Cuántos colores tiene por todos?

c) Tercera categoría:

Mario tiene 8 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?

d) Cuarta categoría:

La mamá de pablo gasto 5 huevos en el desayuno y luego gasto 7 huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gasto por todo?

e) Quinta categoría:

La señora de la tienda le debe a Julián 9 bolitas de chicle y le dio (pago) 6 bolitas de chicle ¿Cuántas bolitas de chicle le queda debiendo la señora a Julián?

f) *Sexta categoría:*

Wilson le debe 9 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 5 bolas de cristal a Wilson entonces ¿Cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?

La aplicación de dichas categorías nos permitió recoger evidencias que nos posibilitaron reconocer en los niños, con quienes trabajamos, las estrategias que emplean en la resolución de problemas y los niveles de representación, a partir de esto se generó la propuesta de nuestro trabajo.

La resolución de problemas: Una actividad de comprensión y de interpretación

La resolución de problemas se convierte en un contenido fundamental que está o debe estar presente desde los primeros años de escolaridad, más aun cuando cada vez se reconoce su importancia debido a las diferentes habilidades cognitivas que los estudiantes ponen en juego cuando están involucrados en este tipo de actividades.

Dichas habilidades involucran procesos complejos de pensamiento, como son la comprensión de enunciados, interpretación, planeación, comunicación y representación, análisis, inferencia, aplicación y generalización, verificación, entre otros. Es por todos estos procesos que enfrentarse a actividades de resolución de problemas puede ser un acto de exploración altamente creativo, como lo plantea Polya (1957):

Un gran problema significa un gran descubrimiento, hay una partícula de descubrimiento en la solución de cualquier problema. El suyo puede ser modesto, pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, y si lo resuelve por medios propios, puede experimentar la tensión y el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo.

Es por ello que en el contexto actual de la educación matemática escolar se plantea la necesidad de que la resolución de problemas se convierta en una de las principales estrategias para dinamizar la actividad matemática en el aula, y en lo posible la actividad escolar en general, con el fin de posibilitar el desarrollo del pensamiento matemático en los niños, de una forma autónoma, participativa y que involucre el análisis y la reflexión de los sujetos. Oviedo (2006) manifiesta en este sentido que la resolución de problemas se convertiría en una de las estrategias más asequibles para llevar a los estudiantes a aprender a aprender no sólo como un enfoque educativo, sino como un modo de concebir las actividades educativas.

Es por esto que la resolución de problemas es una actividad educativa, donde a través de la implementación de esta, se genera en los estudiantes un sinnúmero de actividades mentales, ya que se ven enfrentados a dar respuestas a situaciones desconocidas y complejas; además deberán dar respuesta a los interrogantes y tendrá que hacer uso de sus habilidades y de una serie de estrategias que den cuenta de lo que saben.

Para Chamorro (2003) el trabajo a través de la resolución de problemas, posibilita en los estudiantes que construyan nuevos conocimientos matemáticos, modelicen situaciones, dominen y comprendan el entorno que les rodea; además desarrolla la capacidad de análisis, de interpretación de los datos y el pensamiento lógico-matemático. Es decir, que a través de la resolución de problemas se ponen en juego procesos cognitivos, que llevan al menor a la movilización de esquemas de pensamiento.

Así mismo la actividad de resolver problemas es mucho más que encontrar una respuesta de manera directa o inmediata; implica el reto de enfrentarse a la tarea de crear un plan de acción, aplicarlo y evaluarlo, la solución es tan solo el resultado de un sin número de procesos al que se debe de enfrentar los sujetos.

Para Callejo (1990) “la resolución de problemas matemáticos es una actividad altamente formativa por los conocimientos, destrezas y los tipos de razonamiento que en ella se ponen en juego”. Dicha actividad es vista en la escuela como un proceso que posibilita aprender conceptos y desarrollar destrezas, para aplicarlas estratégicamente en la resolución de problemas en otros contextos. De igual modo el desarrollo de esta habilidad es el resultado del trabajo personal, de la práctica adquirida resolviendo problemas y de la reflexión sobre esa práctica. No es posible convertirse en un solucionista experto mediante la mera lectura pasiva de un libro, del mismo modo que no es posible convertirse en un buen nadador o pianista simplemente leyendo.

Según Novak (1988) la resolución hace referencia al proceso mediante el cual una situación incierta es clarificada, por aplicación en mayor o menor medida, de conocimientos y procedimientos por parte del sujeto.

Para otros autores como Oviedo y Pulido (2000) la resolución de problemas es:

...un proceso mediante el cual una persona que se enfrenta a un problema trata de identificarlo, delimitarlo, de explorar posibilidades de resolverlo, de elegir las estrategias adecuadas para lograrlo a partir de sus desarrollos individuales, de llevarlas a la práctica mediante la aplicación de métodos y técnicas apropiadas y de obtener cierta aproximación a la solución del mismo.

Es decir resolver un problema implica realizar tareas que demandan procesos de razonamientos más o menos complejos y no simplemente una actividad asociativa y rutinaria.

Chamorro y Francisco Vecino conciben la resolución de problemas en la edad infantil “como un ejercicio de designación que debe dar cuenta de las representaciones internas que se generan en la mente del niño ante la proposición de una situación problemática determinada (2005). En otras palabras en el ejercicio de la resolución de problemas se pone en juego la función simbólica, ya que hay un proceso dinámico de representación que conduce a la solución.

También es pertinente mencionar que los trabajos sobre resolución de problemas, según los lineamientos curriculares, del MEN se considera bajo dos perspectivas,

uno es la solución de problemas como una interacción con situaciones problemáticas con fines pedagógicos, y otra es desarrollar la capacidad para la resolución, como objetivo general del área o sea como un logro fundamental de toda la educación básica. Además las investigaciones manifiestas en los lineamientos curriculares han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, y proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes (NCTM, 1989):

- a) Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- b) Verificación Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- c) Interpretación de resultados a la luz del problema original.
- d) Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- e) Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas

Cabe mencionar que el ejercicio práctico con la resolución de problemas, dentro de las aulas de clase, ha venido privilegiando tradicionalmente la aplicación del algoritmo, utilizando éste de forma directa para dar la solución a los planteamientos y las actividades de resolver problemas, esto ha llevado a que en las prácticas educativas se evidencien, con frecuencia, dificultades en el desarrollo de actividades que vinculan a la resolución de problemas, a las prácticas cotidianas de la enseñanza o al contexto natural del menor, debido a que el menor interioriza el ejercicio de sumar o restar sin utilizar un sin número de estrategias que le

posibilitarían un amplio desarrollo cognitivo; en este tipo de enseñanza se da prioridad a los procedimientos matemáticos que emplea el niño, pero no se le da tanta importancia a las preguntas que el enunciado genera en el menor y tampoco se analiza las estrategias y procesos implicados en la solución.

El reconocimiento que se le ha dado a la resolución de problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, y formulación de algunas características a tener en cuenta en el momento de darle solución a un problema, Para resolver problemas no existen fórmulas mágicas; no hay un conjunto de procedimientos o métodos que aplicándolos lleven necesariamente a la resolución del problema, pero algunos autores proponen aspectos a tener en cuenta.

Polya (1945) nombra cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, que se ha constituido en el punto de partida para otros autores.

1. *Comprender el problema:* Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de suma importancia, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil debido a los múltiples lenguajes que intervienen.
2. *Concebir un plan para descubrir la solución:* Hay que plantearlo de una manera flexible y recursiva, alejada de mecanicismos.

3. *Ejecutar el plan y verificar el procedimiento:* se debe tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica

4. *Comprobar el resultado:* Es el más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

Dentro de las líneas de desarrollo de las ideas de Polya, Schoenfeld da una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, que agrupa en tres fases, y que extractamos:

- a. Análisis.
 1. Trazar un diagrama.
 2. Examinar casos particulares.
 3. Probar a simplificar el problema.

- b. Exploración.
 1. Examinar problemas esencialmente equivalentes.
 2. Examinar problemas ligeramente modificados.
 3. Examinar problemas ampliamente modificados.

- c. Comprobación de la solución obtenida.
 1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
 - ¿Utiliza todos los datos pertinentes?

¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?

¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:

¿Es posible obtener la misma solución por otro método?

¿Puede quedar concretada en casos particulares?

¿Es posible reducirla a resultados conocidos?

¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Finalmente, hacemos una recopilación de las estrategias más frecuentes que se suelen utilizar en la resolución de problemas. Según Fernández (1992) serían:

- a) Ensayo-error.
- b) Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
- c) Manipular y experimentar manualmente.
- d) Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
- e) Experimentar y extraer pautas (inducir).
- f) Resolver problemas análogos (analogía).
- g) Seguir un método (organización).
- h) Hacer esquemas, tablas, dibujos (representación).
- i) Hacer recuento (conteo).
- j) Utilizar un método de expresión adecuado: verbal, algebraico, gráfico, numérico (codificar, expresión, comunicación).
- k) Cambio de estados.
- l) Sacar partido de la simetría.

- m) Deducir y sacar conclusiones.
- n) Conjeturar.
- o) Principio del palomar.
- p) Analizar los casos límite.
- q) Reformular el problema.
- r) Suponer que no (reducción al absurdo).
- s) Empezar por el final (dar el problema por resuelto).

Algunas investigaciones como la de Polya, Vergnaud y otros autores, muestran que el estudio entorno a la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas en matemáticas debe desarrollar un esfuerzo por superar el enfoque tradicional; la resolución de problemas abre paso a la distinción entre ejercicios y problemas contextualizados en el aula y enriquece este concepto, además desde las nuevas perspectivas promueve cambios conceptuales, metodológicos y actitudinales.

Así mismo la actividad de resolución de problemas nos permite dar una mirada a lo que comprenden los niños y como lo interpretan, debido a que este tipo de proceso fomenta y da cuenta de las habilidades y estrategias utilizadas por ellos, para dar respuesta a lo desconocido, lo cual les genera conflicto ya que los enfrenta a situaciones distintas y cambiantes.

Deberíamos mencionar entonces que una de las funciones principales de la escuela pareciera ser la de brindar situaciones de aprendizaje, en las cuales los niños utilicen los conocimientos, que ya tienen, para resolver ciertos problemas y que a partir de

las soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas; y así sistemáticamente se presentan nuevas situaciones para generar nuevas aplicaciones y nuevos aprendizajes.

El éxito en el aprendizaje de las matemáticas depende en gran parte del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos, a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades, las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

Estrategias en la resolución de problemas matemáticos

Las estrategias constituyen un contexto representacional donde los niños ponen en escena sus capacidades cognitivas, que se manifiestan en las estrategias que utilizan a la hora de enfrentarse a la tarea de resolver un problema, desarrolladas por una serie de interacciones construidas de manera formal e informal, es decir desde sus experiencias educativas como de sus propias vivencias, dependiendo también de lo que privilegia el contexto en el cual el sujeto se desarrolla. Para algunos autores que han desarrollado investigaciones al respecto la estrategia en general es “lo que utiliza el hombre para pensar, crear, aprender y desarrollar su talento en determinadas esferas”, De la Torre (1987 y 2000); Sánchez, (1992); González, (1989); Chi y Glaser, (1986); Mitjás, (1997).

Así mismo una estrategia no es algo rígido, sino más bien algo flexible, susceptible de ser modificada y procesada a partir de los descubrimientos que el sujeto realice en su aplicación, dado que en muchos casos, el sólo hecho de verificar por sí mismo la estrategia utilizada, le permite reconocer sus aciertos y errores.

Sin embargo, el hecho de comprender y poder resolver un problema, sólo le permitirá al sujeto reconocer las distintas estrategias que le son de utilidad y que le permiten seguir aprendiendo. Esto es un elemento importante para el auto aprendizaje, ya despierta su motivación a seguir aprendiendo, en busca del equilibrio cognitivo que se va generando por solucionar los conflictos generados por el problema. De ahí la importancia de que cada estudiante pueda reconocer las estrategias que utiliza para valorarla y tomar decisiones que le permitan continuar, corregir, cambiar, con el uso de una determinada estrategia, ya que esta es la que le permite dar a conocer lo que hizo, o dar a conocer lo que quiere representar y lo que sabe. Es por ello que cada individuo, dependiendo de su conocimiento y de las estrategias o recursos que se le ofrezcan, podrá utilizar diferentes métodos para resolver los problemas.

Es así que el abordaje de procesos de resolución de problemas, en las aulas de clase, permite el enlace de los niños con su creatividad, generando unos procesos de representación simbólica de su realidad, y muchos de los niños, a partir de las situaciones problemas, relacionan el problema con experiencias pasadas y lo interpretan a través de imágenes o dibujos de su propio contexto. La representación de un problema, para el niño, implica una especie de asimilación con su entorno, y la

estrategia se convertirá entonces en la herramienta que le permitirá realizar el contacto con el contexto y representarse.

En el análisis o hallazgos de la manera como los niños de preescolar y primero resuelven los problemas y que estrategias utilizan, se encontró que Inicialmente los menores no expresan con la simbología matemática la estructura aritmética que está implicada en dichos problemas problema, pero esto no quiere decir que no comprendan las relaciones aditivas, es decir el concepto de suma o de resta, y que no entiendan la situación, sino que logran representar la situación pero a través de las imágenes, y dibujos o con el material que se les brinda en el momento.

En algunas investigaciones rastreadas especialmente en la de (Doyle, 1983) sobre la adquisición de rutinas aritméticas, han mostrado que los niños entre 3 y 5 años desarrollan y utilizan estrategias de solución “naturalmente” obtenidas de su experiencia. Los menores usan ese procedimiento para “inventar” nuevos procedimientos al momento de enfrentar problemas aritméticos formales, lo que les permite hacer tareas de cuantificación (conteo adición y sustracción) a través de formas variadas.

Así mismo las estrategias elaboradas por los niños, en particular frente a problemas de tipo aditivo, (por ejemplo sin numerales), eventualmente no son necesariamente intencionales, y en efecto demuestran ser, por el contrario, altamente flexibles. De tal manera que los niños de preescolar usan procedimientos “intuitivos” para solucionar problemas operativos de cuantificación, es decir y valga la expresión, de tipo

procedimental, por lo que consideramos que con ello nos aproximamos de una forma novedosa a la interpretación del fenómeno: podemos afirmar entonces que las estrategias utilizadas por los menores no responden a un plan sistemático o patrón (en su origen), ni a una acción ciertamente deliberada, sino que lo hacen a partir de una especie de acoplamiento sobre la marcha, esto es, mediante acciones que van tejiendo en función del problema que cada sujeto pretende solucionar.

Se podría mencionar también que la mayoría de los estudiantes analizados se encuentran todavía en una especie de “oscuridad”, pues todavía no pueden adelantarse a dar respuestas, a partir de la observación y la experiencia que tienen para solucionar un problema, y por esto que se guían en su mayoría por la intuición, es decir, sólo por lo que son capaces de percibir en algunos casos del problema matemático.

Además la aplicación de la pruebas con resolución de problemas creó una situación de desequilibrio cognitivo en los niños, a través de las diferentes secciones, si embargo estas se desarrollaron con la clara consigna de que el resultado que se obtuviera, no estaría necesariamente “bien” o “mal”, a fin de reducir la innecesaria tensión que generaban en los niños. Es así que carecían de importancia real el hecho de detectar la cantidad de aciertos, que tienen los estudiantes, sino que, a través de las respuestas dadas, se pretendía identificar el uso de las estrategias utilizadas y los niveles de representación que los niños poseen.

Uno de los hallazgos observados, en la resolución de problemas entre los estudiantes es que existe cierta tendencia a utilizar los dedos de la mano como el objeto manipulativo más próximo y confiable para realizar el cálculo. La mayoría de los estudiantes observados, utilizan las colecciones de muestra, pero con cierto temor, y los niños más grandecitos transforman la estrategia y la cambian a enumerar - etiquetar.

Además también se pudo observar que las respuestas verbales y las explicaciones o justificaciones que los mismos niños dan sobre sus estrategias, nos aproximan a comprender cómo razonan y cuál es el procedimiento que siguen en la resolución de los problemas que se les presentan, aunque en muchos casos no implican que la respuesta dada sea necesariamente correcta. La verbalización de una respuesta es otro tipo de estrategia, Sin embargo, lograr que el estudiante explique, justifique o haga el recorrido mental de lo que hizo y lo verbalice, es muy difícil y en algunos casos, los estudiantes no supieron justificar sus respuestas o simplemente responden que ya lo sabían.

Giraldo (2006), menciona al respecto que hay distintas estrategias de representaciones que los niños utilizan para resolver problemas de tipo matemático, unas de estas son las expresiones gráficas donde se esbozan categorías como son: la gráfico idiosincrático, señales discretas sin correspondencia con la cantidad, correspondencia biunívoca abstracta, cardinal. Además menciona que las estrategias, no son posibles observarlas todas en una sola ejecución de los niños, como método para llegar a una respuesta. Pero que la mayoría de los sujetos

usan el conteo como estrategia de resolución, y solo algunos, evidencian el uso de unidades de conteo figurativas como los dedos pero verbalizan una estrategia de abstracción derivada.

Fue muy evidente en los registros que se recogieron, que los niños por lo general emplean la imagen gráfica para darle solución al problema, contextualizar la situación, y luego brindar el resultado de la operación, asimismo algunos estudiantes al aplicar la segunda prueba emplearon la simbología matemática y la representación gráfica, es decir se evidencio un avance del proceso.

Otro de los hallazgos a mencionar es que al utilizar material gráfico, para plantearles los problemas a los niños, se identificó que este material inducía a los niños primero a graficar, por ello era necesario mencionarles el objetivo, el cual consistía en darle una solución al problema; en contraste cuando se les proponía a los estudiantes el problema, sin apoyo visual, ellos se centraban más en brindar la solución, así fuera de una forma gráfica o simbólica o utilizando ambas estrategias a la vez.

Finalmente se pudo observar sobre el uso de estrategias, que los niños no utilizan una única estrategia representacional, por la flexibilidad que estas le ofrecen en su aplicación. Además ellos pudieron alternar entre una y otra estrategia a medida que los diferentes planteamientos del problema les exigía una respuesta diferente, o aplicar dos estrategias para resolver un mismo problema. Es por ello que la estrategia como factor generador de representaciones nos abre la puerta a desarrollar el análisis de los niveles de representación de los niños que serán

ampliados en posteriores capítulos evidenciando todos los procesos que se dan en las mentes infantiles cuando se ven enfrentados a la tarea de resolver un problema matemático.

La representación infantil: un reflejo de la mente

Como vimos en el capítulo anterior, en el transcurso de las actividades escolares y más específicamente en las actividades que tienen que ver con el área de las matemáticas, los niños desarrollan habilidades, destrezas, capacidades, conceptos y diferentes representaciones de su mundo cotidiano, el cual, a su vez, van perfeccionando y modificando.

En el largo proceso del desarrollo evolutivo, los seres humanos, están inmersos en un mundo donde las representaciones forman parte de la cotidianidad, debido a que desde los primeros años de vida los adultos se encargan de envolver al niño dentro de todas sus actividades las cuales, en su mayoría, están permeadas por imágenes, escritos y un sinnúmero de lenguajes que se deben aprender para desenvolverse en el medio que los rodea. Los niños no crean estos sistemas de representación sino que los aprenden a entender y utilizar, siendo esto lo que les permite desarrollar un proceso de construcción que pasa por diferentes etapas y donde se relacionan los aspectos cognitivos, sociales y culturales.

Toda representación que llega a la mente del niño o del adulto se da por medio de una imagen mental. Esta imagen intenta responder algún cuestionamiento y es de esta manera que surgen en la mente representaciones parecidas a dibujos o fotografías, que traen consigo determinadas propiedades del objeto o situación que se desea resolver. Las imágenes mentales son generalmente de tipo visual y llegan

a la mente del sujeto como una proyección “en la que los objetos representados pueden inspeccionarse y transformarse de diversas formas” (Ortells, 1996).

Las imágenes son representaciones mentales concretas, formas de “ver” las cosas, los fenómenos, se les utiliza para recuperar y captar la esencia de las mismas o los detalles que han resultado relevantes al individuo que las construye. El hombre logra almacenar, de manera constante, gran cantidad de información, la cual en el momento de ser requerida, por cualquier motivo, llega a la mente con relativa rapidez, en situaciones diversas.

Durante el desarrollo de nuestra investigación, pudimos observar o evidenciar, diversas actitudes, reflexiones y formas utilizadas por los niños para resolver los problemas; lo cual nos llevo a elaborar un capítulo que abordara el tema de las representaciones para comprender lo que hacen los niños en el momento de dar solución a un problema de tipo matemático.

Lo anterior podría, de alguna manera, plantear para este capítulo diferentes cuestionamientos, que posibilitan el desarrollo del mismo, contextualizados en diferentes ítems que al tema se refieren: ¿Qué se entiende por representación? ¿Cuáles son los tipos de representación que existen? y ¿Cuáles son los niveles de las representaciones?

El trabajo conceptual que presentaremos está enmarcado en diferentes autores como: Martí, Bruner, Pozo, Pontecorvo, Sinclair, Kaput, Duval, Piaget y Vigotsky, entre otros.

La representación: más allá de su “significado”

Teniendo en cuenta los cuestionamientos anteriores intentaremos delimitar el concepto de representación, tomando para ello algunas definiciones de autores, que se destacan en el tema, para así brindar un acercamiento a lo que es la representación.

El reconocimiento de los diferentes tipos de representación que emplean los niños para resolver problemas de tipo matemático, es donde radica la importancia de trabajar esta temática ya que, como lo plantea Vigotsky (1996) todos los seres humanos se representan la realidad que viven según el contexto y el nivel de desarrollo cognitivo que tengan.

Desde un punto de vista general, una representación es siempre la representación de algo. Kaput (1989 en Plasencia, I.) afirma que los sistemas de representación, cuando se aprenden, son utilizados por los individuos para estructurar la creación y elaboración de sus representaciones mentales, “medio por el cual un individuo organiza y maneja el flujo de su experiencia” (Kaput, 1989). Por esto el concepto representación “da por supuesta la consideración de dos entidades relacionadas,

pero funcionalmente separadas” (Kaput, 1987 en Plasencia, I.). Una de estas entidades se denomina “objeto representante” y la otra es el “objeto representado”, esto se convierte en un punto de referencia importante en el proyecto ya que permite y exige analizar la relación existente entre las estrategias de representación que utilizan los niños para representar algo, en este caso con los problemas, es decir se trata de dar cuenta de qué representan los niños con lo que representan. Teniendo en cuenta los planteamientos tanto de Kaput como de Plasencia, se podría decir que al hablarse de un objeto, este se puede referir a la misma cosa o algo parecido, como también puede estar relacionado con una palabra o un concepto, entonces el objeto representante tiene la función de determinar la exactitud y/o precisión de la cosa u objeto representado, el objeto representante sirve para destacar una propiedad existente o no del objeto representado. Mientras que el objeto representado es el encargado de mostrar las relaciones que el sujeto hace con los significados o de generar nuevas estructuras de significado y representación entre conceptos o cosas.

Hay, entonces, una correspondencia entre algunos aspectos del mundo real y algunos del mundo representado. De esta manera “cualquier especificación particular de la noción de representación debería describir al menos cinco entidades:

El mundo representado;

El mundo representante;

Qué aspectos del mundo representado han sido representados;

Qué aspectos del mundo representante hacen la representación y

La correspondencia entre los dos mundos”. (Kaput, 1987 en Plasencia, I.)

Aplicando lo anterior a nuestro proyecto investigativo se podría decir que cada una de las entidades descritas por Kaput (1987) se interpretarían para nuestro objetivo de la siguiente manera:

El contexto del problema;

Qué tipo de representación realiza;

Que aspectos del problema representan los niños;

Como representa el niño lo que representa;

Correspondencia entre el contexto del problema y la producción del niño.

Retomando las investigaciones de Pozo y Martí (2000), desde la perspectiva de la cognición, las representaciones son pensadas desde un signo o signos que tienen un significado desde el mundo exterior o desde el mundo interior, es decir, estos símbolos o signos que representan algo pueden ser internos o externos. Dentro de la psicología se han distinguido, tradicionalmente, los siguientes significados de representación (Pozo y Martí, 2000):

- a) La representación como aprehensión de un objeto efectivamente presente, con lo que se suele equiparar la representación con la percepción o algunas de sus formas.

- b) La representación como reproducción en la conciencia de percepciones pasadas, es decir, se trata de las llamadas “representaciones de la memoria” o recuerdos.

- c) La representación como anticipación de acontecimientos futuros a base de una combinación de percepciones pasadas, reproductiva o productiva y, por tanto, se suele equiparar entonces la representación con la imaginación.

- d) La representación como la unión en la conciencia de varias percepciones no actuales (pero tampoco pasadas o anticipatorias), estaríamos ante lo que se denomina imaginación o hasta alucinación.

Fue Piaget (1957) quien planteo la importancia de las representaciones y a partir de ese momento este término empezó a diferenciarse de otros que hasta entonces se habían considerado similares, como era el caso de la “percepción” y comenzó a ser considerado un elemento crucial tanto en el desarrollo como en la adquisición de conocimientos. Para Piaget cuando los niños representan la realidad, no representan la realidad en sí, sino lo que piensan acerca de esa realidad (Piaget, 1977) es por la representación infantil que él emplea el término “representación” en dos sentidos diferentes: en el sentido amplio, la representación se confunde con el pensamiento, es decir, la inteligencia no se apoya simplemente en las percepciones, los movimientos o la manera como la comprenden, sino en un sistema conceptual o esquemas mentales. En el sentido estricto, se reduce a la imagen mental o al recuerdo-imagen, es decir, a la evocación simbólica de realidades ausentes.

Entonces se podría decir que la representación aparece de la relación de significantes con significados, es decir, se evoca un objeto ausente por medio de un objeto presente. La representación en si no es solamente un objeto material que se

puede ver, sino también la posible imagen mental que se crea de algo, y de alguna manera estas dos ideas, tanto la física real como la mental, forman para el sujeto un solo objeto que no crea dudas y del cual puede hablar sin crear confusión en la idea que se pretende expresar o el cuestionamiento que se quiere resolver (Pozo, 2004).

Desde esta perspectiva Marti (2003) afirma que “las representaciones son... objetos físicos compuestos por una serie de marcas visibles organizadas en un espacio bidimensional, y a la vez son objetos que remiten a otra realidad. La escritura es una representación del lenguaje, las imágenes representan objetos, etc.”. Siguiendo la línea Ortells (1996) define la representación como “una especie de modelo que guarda cierta correspondencia con el objeto o evento que pretende representar”.

Bruner (1995), puntualiza que:

...la representación, o un sistema de representación, es un conjunto de reglas mediante las cuales se puede conservar aquello experimentado en diferentes acontecimientos. La representación del mundo o de alguna parte de nuestra experiencia, posee determinadas características que son de enorme interés. En cierto sentido, es algo así como un “médium”. Podemos representar algunos sucesos por las acciones que requieren mediante una imagen, mediante palabras o con otros símbolos.

Partiendo de este punto de vista parece fundamental generar en los niños la necesidad de utilizar variadas representaciones, y es la escuela un espacio que debe propiciar esta experiencia, ya que en el contexto escolar es donde los procesos de

intervención tienen sentido en tanto posibilidades de construir, ampliar y complejizar el mundo de las representaciones en los niños y fundamentalmente ampliar las posibilidades de conexiones o significaciones entre diferentes situaciones. Es a través de trabajar y reconstruir las representaciones externas y las relaciones entre ellas que el sujeto construye sus propias representaciones mentales, las conexiones entre ellas, y las conexiones que les dan sentido en las estructuras más amplias de conocimiento.

El proceso de conocimiento es más que la simple construcción de estructuras internas; es importante resaltar el papel del contexto social así como de las acciones y experiencias inherentes al proceso de construcción del conocimiento y de sus representaciones. En lo que se refiere al aspecto del contexto, Piaget y García (1982) señalan:

...en la experiencia del niño, las situaciones con las cuales se enfrenta son generadas por su entorno social, y las cosas aparecen en contextos que les otorgan significaciones especiales. No se asimilan objetos 'puros'. Se asimilan situaciones en las cuales los objetos desempeñan ciertos papeles y no otros. Cuando el sistema de comunicación del niño con su entorno social se hace más complejo y más rico, y particularmente cuando el lenguaje se convierte en medio dominante, lo que podríamos llamar la experiencia directa de los objetos comienza a quedar subordinada, en ciertas situaciones, al sistema de significaciones que le otorga el medio social.

Es por esto que en determinado momento del desarrollo cognitivo los niños ya no requieren de los dibujos o las graficas para resolver el problema.

Es importante, entonces, presentar al niño diferentes contextos de significación para que estos utilicen sus pensamientos y todo aquello que está dentro de ellos, para expresarse, es decir para representar. Generalmente lo hacen por medio de dibujos que aunque en un principio parezcan figuras sin sentido, estas reflejan todo lo que el niño siente frente al medio, cabe anotar, que estas producciones van evolucionando en la medida que el niño crece, a la par con el desarrollo psicomotor y cognoscitivo, de esta manera se van potenciando sus posibilidades de comunicarse, de establecer relaciones sociales y vínculos afectivos.

Tipos de representación: fronteras borrosas

Las representaciones han sido tipificadas desde diferentes autores de diversas maneras, aunque no distan unas de otras. Los criterios de clasificación más destacados para el desarrollo de este proyecto, son los que se presentan a continuación:

- a) “Los símbolos visuales/ símbolos verbales”: (Skemp, 1980 en Astudillo M.).
Esta separación está relacionada con las funciones complementarias de los hemisferios cerebrales. Los símbolos visuales aíslan propiedades espaciales, los verbales las propiedades independientes de la configuración espacial. Los

símbolos visuales son más difíciles de comunicar que los verbales. Los símbolos visuales representan un pensamiento individual, los verbales representan un pensamiento más socializado.

- b) “Las representaciones opacas y las representaciones transparentes”. Una representación transparente no tendrá ni más ni menos significado que la idea o estructura que representa, mientras que una representación opaca enfatizará algunos aspectos de la idea o estructura y desenfatará otros; tendrá algunas propiedades más allá de la estructura que está involucrada en ella y no tendrá algunas propiedades que la idea de estructura que tiene (Lesh, R. Behr, M. Y Post, T. 1987 en Astudillo M.).

- c) “La notación-display y la notación-acción”. Algunos sistemas de notación, como gráficas de coordenadas, tablas de datos, o histogramas se usan principalmente para desplegar información, son las notaciones-display. Otros sistemas, como el algebraico, las ecuaciones y expresiones, son utilizadas para las transformaciones y se llaman notación-acción (Kaput, 1992 en Astudillo M.).

- d) “Representaciones analógicas y proposicionales”. En la representación mental analógica, donde la manifestación está guiada por una relación de semejanzas, más empleada es la imagen visual ya que su estructura permite una asimilación del significado rápida y fácil “una imagen vale más que mil palabras” (proverbio popular), pero hay otras como las auditivas, olfativas o

táctiles; mientras que en las representaciones proposicionales son unidades lingüísticas de estructura oracional, que están constituidas por sujeto y predicado, que se une mediante coordinación o subordinación a otra u otras proposiciones para formar una oración compuesta y con las cuales se propone algo. Las representaciones mentales proposicionales, son discretas (individuales), organizadas por reglas de combinación (las reglas del mentales) y abstractas; una proposición admite más de una representación posible (una frase, un principio, un discurso se representa de diferentes maneras en distintas personas); (Greca y Moreira, 1997).

Todas estas tipificaciones de alguna manera convergen o se asemejan a las más comunes que son las que se denominan como representaciones internas y representaciones externas (Martí, 2003), estas desarrollan los procesos mentales que dan cuenta de la realidad, y median las relaciones con el mundo exterior. Dicho de otro modo las representaciones internas, dan cuenta de la interacción entre el sujeto y su entorno, y las representaciones externas, median las actividades humanas a través del lenguaje, la escritura, la escritura numérica, las imágenes y los procesos de comunicación. Es difícil diferenciar ambas representaciones ya que se necesitan de las representaciones externas para acceder a las internas (Martí, 2003). Existen otros autores como Piaget y Vigotsky que plantean de forma explícita la importante relación que tienen los aspectos internos y externos del conocimiento, aunque cada uno de ellos lo tome desde diferentes posturas.

Teniendo en cuenta esta última tipología de representación en nuestro trabajo investigativo nos centraremos en analizar y tratar de interpretar las representaciones externas, aunque esta representación también da cuenta de las representaciones internas de los niños, no se profundizara en este aspecto ya que esto exigiría una práctica mas individual. Como dice Marti (2003) “las representaciones externas tienen la función de comunicar o expresar algo”, entonces lo que se hará es tratar de interpretar en las representaciones que realizan los niños la manera como ellos comunican el problema que se les plantea y la significación que le dan a los datos del enunciado.

Las representaciones externas también denominadas, por otros autores (Marti; 2003), como “sistemas externos de símbolos” (DeLoache, 1995; Gardner, 1998), “sistemas de notación” (Cohen, 1985; Sinclair, 1988) o “representaciones semióticas” (Duval, 1993; Eco, 1977), son las que hacen referencia a los sistemas de representación que están relacionados con sistemas de escritura como son los números, las letras, mapas, esquemas, entre otros, los cuales tienen la función de comunicar o expresar algo.

Para ampliar un poco más los rasgos esenciales que tienen los sistemas de representación externos, se tomaran los cuatro aspectos a los que están estrechamente vinculadas estas representaciones y que son mencionadas por Juan Ignacio Pozo (2004).

- a) “Los sistemas externos de representación existen como objetos independientes del contexto en que fueron producidos”. Porque ellos autónomamente favorecen las explicaciones o las representaciones y no necesitan como en el lenguaje de una explicación detallada sino que la representación en si basta como explicación, del objeto.

- b) “Las representaciones externas se basan en un soporte material que les proporciona cierta permanencia”. Las representaciones externas permiten desde su versatilidad que otras representaciones se den de manera más práctica, es decir, como las representaciones externas son fáciles de manipular, transportar, archivar, modificar y son de fácil accesibilidad se pueden expresar en otros sistemas de representación en una forma menos compleja para el sujeto.

- c) “La mayoría de los sistemas de memoria externa se despliegan en el espacio y no en el tiempo, es decir son sistemas de notación gráfica”. Estos sistemas se refieren a las relaciones espaciales como tal, las cuales son empleadas como recurso de representación, es decir que el sujeto se hace una representación visoespacial de su entorno, este sistema de memoria externa está enfocada a una organización espacial.

- d) “La memoria cultural externa requiere sistemas de representación con una organización tanto sintáctica como semántica”. Esta representación requiere más desarrollo para su interpretación y comprensión porque no solo requiere

de la memoria externa del objeto sino también del concepto mental que de él se tiene, a la vez que necesita tener unos conocimientos culturales que le permitan relacionar su memoria cultural con la memoria que se tiene del objeto y relacionarlo con su representación gráfica, o sea que se puede decir y como se puede decir del objeto para con esas tres actuaciones de la memoria cultural, memoria gráfica y el concepto de cómo se explica el objeto en sí, es decir, esta representación “requiere apropiarse de un conjunto de convenciones gráficas... que la propia cultura ha ido haciendo implícitas... es lo que sucede con el dominio de la escritura, las notaciones numéricas y el resto de los sistemas externos de representación” (Pozo, 2004)

Niveles de representación: edificación del universo representativo

Siendo las representaciones estructuras que permiten nombrar las relaciones entre el sujeto y el entorno; la apropiación y construcción por parte de estos es todo un proceso complejo que se puede explicar desde diferentes niveles de representación que darían cuenta de unos estados y sus transformaciones.

Según Resnick y Ford (1990), para examinar las relaciones entre el conocimiento y el desempeño ante la resolución de un problema matemático, es necesario conocer las estructuras de conocimiento que tiene el estudiante sobre el tópico al cual pertenece el problema. Esto pone de manifiesto, la importancia de identificar las características de la información que tiene el estudiante almacenada en su memoria,

particularmente la organización y relaciones que guardan entre si los conceptos. Es por este motivo que se convierte en un aspecto importante el hecho de conocer el tipo de conceptos y las relaciones que el sujeto establece entre estos para así identificar la representación desarrollada por este al darle solución al problema planteado y a su vez conocer el por qué de esa respuesta, ya sea correcta o no.

Chi, Glaser Y Feltovich (1979), Sims y Kaput (1983) y Reif (1979), consideran el planteamiento de un problema, como una variable que influye en su solución. Esta influencia radica en que, a partir de los elementos presentes en el planteamiento, el sujeto elaborará una representación del problema, entonces, al rededor de la solución de un problema matemático giran múltiples factores como son el lenguaje, que se utiliza para plantearlo, la representación de éste y el resultado como tal. Se hace posible pensar que la idea, imagen o representación que el individuo se hace del problema, es lo que determina el camino que se va a tomar para solucionarlo y que de dicha representación también depende la respuesta.

Existen, desde múltiples autores, diferentes maneras de determinar los niveles de representación, que están estrechamente relacionados con nuestro problema de investigación y el análisis que se pretende dar a las producciones de los niños.

Duval (1993) dice que la comprensión en matemáticas se basa en la distinción entre un objeto y su representación. No obstante, las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias. Además, para

que un sistema de representación pueda ser un registro de representación, debe permitir tres actividades cognitivas fundamentales:

- a) *La formación de una representación identificable en un registro dado.* Esto implica selección de rasgos y datos del contenido por representar. Esta selección se hace en función de las unidades y de las reglas de formación de un registro. Es decir cuando los niños logran graficar, desde un dibujo, algo del contenido de un problema planteado.
- b) *El tratamiento de una representación o transformación en el mismo registro donde ha sido formada.* Cada registro tiene sus reglas de tratamiento, desde un ejemplo sería cuando el niño logra representar con otro dibujo el problema.
- c) *La conversión de una transformación de esta representación en una representación de otro registro, conservando la totalidad o parte del contenido de la representación inicial.* En este caso el niño cambia su representación y emplea otra de otro tipo. Esta representación puede ser esquemática o numérica, para dar cuenta del problema.

Según Piaget (1977), La representación la construye el niño a través de los siguientes niveles:

1. *Imitación Diferida:* imitación de un acto complicado aunque carezca de modelo. Por ejemplo: hacer arepitas, esto da muestras de que el niño es

capaz de tener en su mente (representado) un patrón de gestos sin verlo delante de sí.

2. *Representación a un nivel señal:* en esta fase el niño reconoce el objeto a través de una de sus partes o de un efecto producido por él. Por ejemplo: el teléfono por su timbre, la madre por su voz.

3. *Representación a nivel simbólico:* en esta fase el niño representa su mundo a través de acciones u objetos que tienen una relación o semejanza con la realidad representada. Por ejemplo: dramatizar a la mamá haciendo comida.

Existen cinco tipos de representaciones simbólicas:

Imitación: empleo del cuerpo para representar.

Simulación: utilización de objetos para representar otro. Por ejemplo un palito para representar un avión.

Onomatopeyas: emisiones de sonidos de lo representado.

Modelos bidimensionales: como por ejemplo dibujos, pinturas, etc.

Modelos tridimensionales: como modelados con masa, Plastilina, barro, construcciones con bloques, etc.

4. *Representaciones a nivel de signo:* en esta fase el niño es capaz de representar su mundo a través de signos, que son representaciones arbitrarias compartidas por la sociedad (palabras habladas o escritas, números, gráficos), que no tienen ninguna semejanza concreta con lo que precisa.

Según Bruner (1984) hay tres tipos de sistemas de representación que operan durante el desarrollo de la inteligencia humana, estos modos son la representación enactiva, la representación icónica y la representación simbólica.

1. *La representación enactiva*: Es la representación que se lleva a cabo por medio de acciones, y según Bruner (1980: P 32) “está diseñada para guiar y apoyar la actividad simbólica”.

Bruner (1984; p 122), también menciona que “lo importante en este caso es que la representación se expresa por medio de la acción y por ello tiene sus mismas limitaciones, entre las que cabe destacar su carácter secuencial e irreversible”.

2. *Representación icónica*: Esta hace referencia “a una segunda etapa de la representación que surge cuando el niño es capaz de representar el mundo por sus imágenes o esquemas espaciales, que son independientes de la acción” (Bruner, 1980).

Según Bruner (1984) la imagen “es una analogía muy estilizada, selectiva y simultánea de un suceso experimentado. Sin embargo, su manera de referirse a los objetos no es tan arbitraria como lo es en el caso de las palabras” es decir que es posible reconocer la imagen de un objeto o de un suceso luego de haberlo visto y de haberlo vivido, pero no es posible conocer la palabra que designa a un suceso por el hecho de haberlo experimentado.

3. *La representación simbólica: “La idea que hay un nombre que va unido con las cosas y que este nombre es arbitrario, constituye la esencia del simbolismo e incluso White (1949) llega a decir que tal “simbolismo” es la única base de toda la conducta humana” (Bruner, 1980).*

Resnick y Ford (1990), plantean que existen tres tipos de representación para los problemas matemáticos escrito: lingüístico-informal, visual y algebraico.

1. *La representación lingüístico-informal* es aquella en la que el individuo construye, asociando las palabras del problema, con las categorías lingüísticas que él posee; es decir, un individuo hace una representación lingüístico-informal, cuando es capaz de reformular el problema en sus propias palabras.
2. *La representación de un problema es visual* (o icónica) cuando el sujeto evoca, a partir del planteamiento, conocimientos acerca de relaciones espaciales entre los datos que representa, mediante imágenes de objetos.
3. *La representación de un problema es algebraica*, cuando el sujeto evoca, a partir del planteamiento, las reglas para manipular expresiones simbólicas.

Pontecorvo (1996) empleo los siguientes niveles para clasificar las expresiones gráficas de las respuestas de los niños. Esta clasificación de representaciones gráficas de cantidades señala las siguientes categorías:

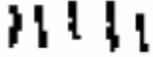
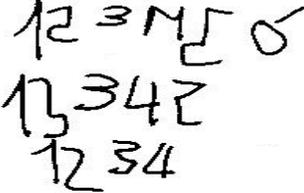
1. *Signos no controlados, continuos o discretos.* Los niños de este nivel hacen uso continuo de un signo específico, “de forma pseudo-cursiva”, sin tener un control de la cantidad, para representar ya sea el nombre del número o del objeto, o en algunas ocasiones de los dos respectivamente.
2. *Signos discretos no correspondientes a las cantidades.* El niño emplea “signos discretos” que no son correspondientes a las cantidades dadas.
3. *Correspondencia biunívoca, pictográfica o con representación de la calidad específica.* En este nivel los niños usan la correspondencia biunívoca ya sea en lo pictográfico o en la representación de “la calidad específica de los objetos”. Los niños representan las características particulares de los objetos empleando signos diferentes, representan la cantidad y también la diferencia entre los objetos.
4. *Correspondencia biunívoca, abstracta.* Los niños, en este nivel, realizan una correspondencia cuantitativa entre los signos escritos y los objetos representados. En esta modalidad la representación puede darse a través de líneas o círculos.
5. *Etapa de transición y conflicto.* Los niños antes de pasar al uso exclusivo y correcto del número pasan por dos variantes:

Tras marcar el nombre del número o la correspondencia pasan al cardinal. Los niños emplean “los numerales solo en un segundo momento”, es decir, que los niños utilizan la correspondencia cuando se les pide representar cantidades, a pesar de que conocen el numeral y lo utilizan bajo pedido específico.

Uso de numerales como ordinales o como marca de correspondencia. En este subnivel se encuentran los niños que utilizan los numerales de manera no convencional, es decir que aunque realicen una correspondencia correcta su representación de 5 objetos lo hacen así 1 2 3 4 5. O en algunas ocasiones, aunque muy escasas, los niños repiten el numeral correcto tantas veces como objetos hallan para contar, por ejemplo: 22, 333, 666666.

6. *Uso del cardinal.* Es el nivel en el cual los niños dominan los numerales, así sea de modo invertido, y los emplean para representar la cantidad.

NIVELES DE EXPRESIONES GRÁFICAS DE LAS RESPUESTAS DE LOS NIÑOS	EJEMPLO
Signos no controlados, continuos o discretos.	
Signos discretos no correspondientes a las cantidades.	

Correspondencia biunívoca, pictográfica o con representación de la calidad específica.		
Correspondencia biunívoca, abstracta.		
Etapa de transición y conflicto.	Tras marcar el nombre del número o la correspondencia pasan al cardinal.	
	Uso de numerales como ordinales o como marca de correspondencia.	
Uso del cardinal.		

Sinclair, Siegrist y Sinclair (1983) categorizaron seis tipos de representaciones:

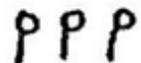
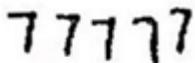
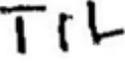
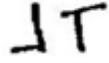
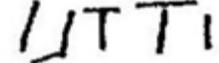
1. *Representación global de la cantidad.* Los ejemplos de este tipo incluyen trazos múltiples, por ejemplo |||| para tres pelotas y ||||| para dos pelotas. Puede decirse que los niños que realizan este tipo de trazos están

representando una idea prenumérica, vagamente cuantitativa, de "muchos", "un montón" o "más de uno".

2. *Representación del objeto-clase.* Estas notaciones revelan un enfoque sobre los aspectos cualitativos más que cuantitativos de cada conjunto de objetos. El ejemplo muestra una escritura particular de la letra B para tres pelotas¹ y para dos pelotas, y el dibujo de una casa para cinco casas.
3. *Correspondencia uno a uno con símbolos (símbolos en el sentido piagetiano).* La figura muestra tres ejemplos de este tipo de notación. Algunos niños inventaron símbolos para representar la cantidad correcta, y otros utilizaron tres letras convencionales como símbolos para representar el número de objetos (Por ejemplo, "TIL" y "AE1" (las cuales no son palabras de tres letras en francés] para representar tres pelotas). Este es el primer tipo de notación en el cual hacen su aparición las ideas numéricas precisas.
4. *Correspondencia uno a uno con numerales.* Como puede apreciarse en la figura, el primer ejemplo de correspondencia uno a uno con numerales para tres pelotas es "123", y el segundo ejemplo es "333". Puede decirse que los niños que escribieron esos numerales sintieron la necesidad de representar cada objeto, o bien, su propia acción de contarlos.

¹ B evoca la inicial de la palabra original en francés "balle" (pelota pequeña).

5. *Sólo el valor cardinal.* Finalmente vemos el numeral 3 para tres pelotas y 5 para cinco casas (con ortografía inventada, que refleja la forma como se pronuncian en francés los números tres, dos y cinco: trois, deux y cinq).
6. *Valor cardinal y clase de objeto.* Los ejemplos de este tipo son "4 lápices y "5 casas" ("Crèion" y "mèzone" presentan ortografía inventada de las palabras crayons y maisons. Probablemente a los niños que dieron estas repuestas se les mostraron cuatro lápices en lugar de 2 pelotas. Estas representaciones reflejan un enfoque simultáneo sobre los aspectos cuantitativos y cualitativos de cada conjunto.

NIVEL	REPRESENTACIÓN		
	Tres pelotas	Dos pelotas	Cinco casas
Representación global de la cantidad			
Representación del objeto-clase			
Correspondencia uno a			
			

uno con símbolos	A E I	O I	9 A E O I
Correspondencia uno a uno con numerales	1 2 E	1 2	1 2 E 4 2
	3 3 3	2 2	5 5 5 5 5
Sólo el valor cardinal	3 - TPO	2 - Oa	5 - sin
Valor cardinal y clase de objeto	4 crèion	deu bal	3 mèzone

La mayoría de los autores y niveles aquí trabajados direccionaron el análisis de las estrategias que utilizan los niños de preescolar y primero para resolver problemas de estructura aditiva, además de considerar algunos niveles intermedios de representación que expliquen estos procesos.

Pontecorvo y Sinclair sirvieron de apoyo en la estructuración de nuestra propia categoría de análisis, posibilitando clasificar y posteriormente analizar de manera apropiada las representaciones de los niños las cuales equivalen aun proceso cognitivo que se ha llevado acabo mediante la implementación de situaciones de aprendizaje que involucran problemas matemáticos de estructura aditiva.

Las categorías que aquí proponemos están delimitadas por criterios teóricos que le dan un significado conceptual a las representaciones de los niños, a través de ellas los estudiantes representan el contexto de la situación y/o los datos del problema, dando cuenta, a su vez, del nivel cognitivo en el cual se encuentran.

Al hacer una revisión bibliográfica de los postulados teóricos que tienen y hacen referencia a la pregunta de investigación, se encontró la diversidad de clasificaciones o niveles que proponen para las representaciones que plantean distintos autores, pero con la diferencia que estos no están enfocados a la resolución de problemas, sino a evidenciar como los niños hacen una representación de su mundo, las cantidades y la construcción del número. Como ya es sabido nuestra investigación hace referencia al proceso cognitivo por el cual el niño pasa para representarse un problema matemático de estructura aditiva, por esta razón se hizo necesario, teniendo en cuenta a los autores, considerar otros niveles intermedios de representación, asumiendo como referente principal nuestras preguntas movilizadoras: ¿Cómo representa el niño un problema matemático? Y ¿Qué representa el niño cuando representa?

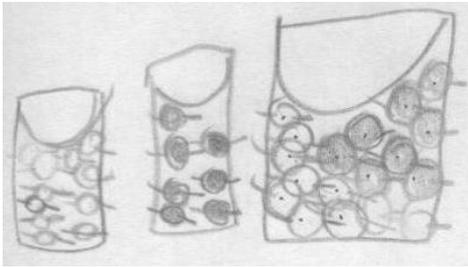
Para poder suponer estos niveles, se observaron las diferentes producciones de los niños, con el fin evidenciar los rasgos más característicos de ellas y de estas surgieron los diferentes niveles de representación y variaciones de estos que se presentaran a continuación:

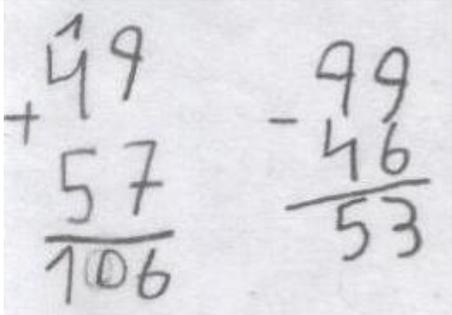
1. *Representación Gráfica*: en este nivel los niños representan el problema por medio de dibujos los cuales pueden tener o no correspondencia con el problema. Los niños emplean estos dibujos para tener un referente concreto con el cual recrean la situación o los datos del problema. La representación grafica no necesariamente corresponde a los detalles del enunciado del problema, ya que el niño puede dibujar los confites haciendo una representación biunívoca pictográfica o emplear la representación abstracta o haciendo una correspondencia biunívoca abstracta, como lo plantea Pontecorvo (1996).
2. *Representación Gráfica y Simbólica*: esta es una forma de representación intermedia donde aun se evidencian tanto las representaciones graficas, como también están presentes signos de operación (más (+); menos (-); igual (=)) y los números, los cuales serian los datos del problema.

El referente gráfico que el niño hace del problema se constituye en el vinculo concreto, el cual le va dando sentido a lo simbólico y así comienza el proceso de desligamiento de lo grafico como un referente concreto.

En este nivel lo que ocurre es simple: el niño dentro de las estrategias que emplea para resolver el problema cuenta con varias maneras o estrategias para llegar al resultado, es decir escoge una combinación de dos niveles para el proceso de resolución.

3. *Representación Simbólica-Algebraica*: en este nivel inicialmente el niño se hace una representación del contexto con sus características propias, esta imagen posteriormente le permite al niño plasmar de modo simbólico-algebraico lo que el se esta representando. Con relación a lo anterior Salsa y Peralta (2004) plantean que “cada vez que un niño debe utilizar un objeto simbólico necesita detectar y comprender su naturaleza” es decir el niño establece una asociación con su referente mental y con lo simbólico.

NIVEL DE REPRESENTACIÓN	EJEMPLO
Representación grafica	
Representación grafica y simbólica	

Representación simbólica-algebraica	 <p>The image shows two handwritten arithmetic problems. The first is an addition problem: 49 plus 57 equals 106. The second is a subtraction problem: 99 minus 46 equals 53. Both problems are written in a child's handwriting on a light-colored background.</p>
-------------------------------------	---

Estos niveles de representación se relacionan entre si en tanto que se presentan de forma evolutiva y por esta razón uno depende del otro. Un niño antes de realizar la transición de un nivel a otro requiere de mucha práctica para hacerlo de manera exitosa.

SITUACIÓN PROBLEMA: UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Actualmente el trabajo a través de la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos crea la necesidad de transformar los encuentros escolares en contextos de situaciones problemas, que favorezcan desde la interacción diferentes procesos de comprensión.

Autores como Obando y Múnera (2003), definen la situación problema como un “contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos”.

Las situaciones problema permiten tener un espacio más abierto donde el niño reflexione con el otro sobre las posibles respuestas o soluciones de dicho problema, llevando al estudiante a procesos de confrontación y a desarrollar habilidades de representación, que dan paso a la ejercitación del desarrollo de su pensamiento.

Es por ello que la corriente pedagógica constructivista, plantea que el menor llega a la escuela con unos conocimientos que adquiere en su vida cotidiana, estos

conocimientos el docente necesita aprovecharlos, para generar una propuesta pedagógica en la cual el estudiante sea el centro del aprendizaje y por lo tanto constructor de su propio conocimiento, de una forma reflexiva y participativa. Este paradigma pedagógico implica que el profesor no es un poseedor del conocimiento, sino un mediador del proceso enseñanza-aprendizaje.

Esta concepción de la enseñanza implica construir una propuesta pedagógica distinta, en la cual se tenga en cuenta el contexto y los intereses de los estudiantes, además que posibilite el aprendizaje tanto del estudiante como del docente. Es así como surge la propuesta para nuestra investigación de trabajar a través de las situaciones problemas, como una manera de incentivar en los estudiantes la capacidad de análisis, reflexión, y de exploración; además de motivarlos a buscar sus propias soluciones y que estas nos permitan dar cuenta de las estrategias representativas que los niños utilizan en la resolución de problemas que serán en última instancia a lo que apunta nuestro trabajo investigativo.

Para Ramos (2004),

...saber que hacen los niños para resolver problemas matemáticos implica, que en la acción práctica se reconozca el reto pedagógico a partir de planear diversas situaciones que demandan la movilización de capacidades, con actividades comprensibles y adecuadas a las características de cada edad.

Además desde los lineamientos curriculares se propone, el acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de

la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias. Ya que este es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Es por ello que en este trabajo investigativo se habla de situación problema como estrategia didáctica, y se hace referencia a las acciones que se promueven y que se realizan con los niños dentro del aula de clase, con la intención específica de que éstas se conviertan en experiencias que posibiliten procesos de aprendizaje, en términos similares a los que lo señala Salgado (1998) “en el proceso de enseñanza-aprendizaje es necesario plantear situaciones didácticas que partan de los significantes que los niños emplean y la forma en que los usan, pues ello facilitara la construcción de nuevos aprendizajes”.

González y Weinstein (2006), proponen diferentes tipos de situaciones didácticas, que consideramos se relaciona con nuestra investigación por el énfasis tanto en los procesos interactivos como de comunicación y socialización, fundamentales para los aprendizajes y por lo tanto para las representaciones:

- a) *Situaciones de acción*: En estas situaciones se genera una interacción entre los estudiantes y el medio físico. Los estudiantes deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución.

- b) *Situación de formulación*: El objetivo de esta situación es la comunicación de informaciones entre los estudiantes. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
- c) *Situaciones de validación*: En estas se trata de convencer a uno o a varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los estudiantes deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto; hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.
- d) *Situaciones de institucionalización*: Están destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de estudiantes de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formación y de validación.

Las situaciones problemas nos posibilitan como docentes, motivar a los niños a que construyan su propio conocimiento y de igual manera permite trabajar de forma articulada los contenidos de diferentes áreas del saber y los estudiantes las podrán transformar y recoger lo que les sirva para su entorno cotidiano, desarrollando la capacidad de explorar y de ser autónomos en la búsqueda del conocimiento.

Al trabajar la resolución de problemas, dentro de una situación contextualizada, el menor evidenciará la articulación entre teoría y práctica, pero de una manera activa, ya que se le facilitara explorar y construir conceptos desde su propia realidad. Esto permite el enlace de los niños con su creatividad, generando unos procesos de representación simbólica de su realidad.

La representación de un problema, para el niño, implica una especie de relación con su entorno, es por esto cada individuo, dependiendo de su conocimiento y de las estrategias o recursos que se le ofrezcan, podrá utilizar diferentes métodos para resolver dichas situaciones.

Las situaciones de aprendizaje para el maestro, son un medio que brinda la oportunidad de organizar intervenciones pedagógicas, que guíen con sentido el uso y la función de la actividad de aprendizaje, desarrollando en la práctica las habilidades del pensamiento (atención, recordar y pensar). Ramos (2006) manifiesta que “el trabajo con la resolución de problemas, exige una intervención docente que considere los tiempos requeridos por los niños para reflexionar y decidir sus acciones, comentarlas y buscar estrategias propias de solución”.

Algunas actividades desarrolladas como situaciones de aprendizaje.

Nombre de la situación problema: “En la fábrica de chocolates”

Descripción general de la situación.

Primero se realiza una contextualización sobre lo que es una fábrica de chocolates a partir del diálogo, lecturas, imágenes. Luego se plantea que la función que tenemos es la empacar productos para enviar a algunos almacenes de cadena.

Actividad 1: “Empacando y empacando”

El grupo se organiza en subgrupos y a cada equipo se le entrega el material que corresponde a los productos de la fábrica, bandas de caucho y bolsas.

La tarea del equipo es formar paquetes de 10 del mismo material y amarrarlo con las bandas, separar los paquetes según el producto y empacarlos en las bolsas. Cada bolsa debe llevar el registro de lo que contiene especificando el número de paquetes y el número de unidades y en una hoja realizar el registro del trabajo realizado, esto de manera diferenciada por producto, total de paquetes y total unidades.

Se hace una socialización de lo realizado por cada equipo y se elabora un registro general de todo lo que se ha empacado. A partir de esto se propone preguntas como:

A partir de la comparación de los paquetes de cada equipo, ¿en donde hay más?, ¿en donde hay menos?, ¿cuántos mas hay en este que en este?, ¿cuánto le sobra a este para igualar la cantidad de este otro equipo?, ¿si se junta los paquetes de estos tres grupos cuantos paquetes se completan? ¿En tres paquetes de chocolates cuantos chocolates hay por todo?, en un equipo hay 8 paquetes de bombones de café y 12 paquetes de bombones de chocolates, ¿cuántos paquetes hay por todo en ese equipo?

A cada equipo de niños se le asigna la responsabilidad de empaclar el pedido de un almacén, recordando que se debe hacer en paquetes de 10 lo más que se pueda, así:

a) Para el Almacén 1:

18 bombones de café, 23 bombones de chocolate y 37 bolas de chicle.

b) Para el Almacén 2:

26 bombones de café, 13 bombones de chocolate y 41 bolas de chicle.

c) Para el Almacén 3:

35 bombones de café, 28 bombones de chocolate y 15 bolas de chicle.

Para cada almacén se debe enviar la factura diferenciando por producto paquetes y unidades.

Actividad 2: "Haciendo cálculos"

La fábrica nos solicita que le colaboremos realizando las siguientes cuentas:

- a) En la fábrica otros trabajadores en la mañana han empacado y despachado un pedido de 40 paquetes de bolas de chicle y que en la tarde despacharon otro pedido de 35 paquetes. Para saber cuantos paquetes de bolas de chicle se han enviado es necesario que cada uno en su hoja realice las cuentas y nos indique cuantos paquetes de bolas de chicle se enviaron por todo.

- b) Para el almacén X se vendieron 39 paquetes de chocolatinas, pero ellos solo nos han pagado 19 paquetes. La compañía necesita saber ¿Cuántos paquetes nos debe el almacén X todavía?

- c) La fabrica a cada almacén por la compra de 35 paquetes de Chocolatinas Jet, le regalara otros 10 paquetes. La compañía necesita saber el total de paquetes de chocolatinas que enviará a cada almacén.

- d) Para despachar el pedido para el almacén 1, en una caja empacaremos 25 paquetes de bolitas de chicle y en la otra caja empacaremos 10 paquetes menos. Pero es necesario que en la hoja de registro quede claro la cantidad de paquetes que va en cada caja.

- e) Para el almacén 2, la fábrica tiene un pedido de 55 paquetes de bombones de chocolate, pero ya tienen empacados 25 paquetes. La fábrica necesita saber ¿Cuántos paquetes de bombones les falta empacar para poder enviar el pedido?”
- f) Los niños disponen de los materiales para la realización de las actividades. Además con el grupo en general se realizara una confrontación donde se discutirá cuales fueron las estrategias que emplearon para llegar al resultado de cada uno de los problemas.

Actividad 3: “Cerrando cuentas”

Proponer la actividad teniendo en cuenta lo anterior. Por ejemplo la empresa quiere saber cuánto ha vendido por todo.

Analiza la tabla que muestra algunos datos sobre las ventas que hizo la “Compañía Nacional de Chocolates” esta semana al almacén

Producto	Cantidad	Cantidad
Chocolatinas	50	8
Bombones	75	15

Chicles	68	13
Caramelos	80	19
Confites	40	5
Galletas	55	10

¿El número total de chocolatinas y caramelos es?

¿La cantidad del producto que más se envió fue?

¿La cantidad del producto que menos se envió fue?

¿El número total de bombones y confites es?

¿El número total de chicles y galletas es?

¿Cuál de los siguientes productos se vendió menos?: chocolatinas, galletas o chicles

¿Cuál de los siguientes productos se vendió más?: bombones, caramelos o confites

¿El número total de productos enviados fue?

Situación de aprendizaje: "Mis aventuras"

a. *Objetivo:*

Ser el jugador que más problemas y acertijos resuelva correctamente para así dar la vuelta completa al tablero y llegar al centro.

b. *Preparación:*

Haber entre 2 y 4 jugadores

Tener un dado

Que cada jugador tenga dos fichas del mismo color, pero sin repetir el color de otros jugadores.

c. *¿Cómo se juega?*

Cada jugador escoge un color para jugar.

Todos los jugadores lanzan el dado y quien saque el número mayor comienza.

En caso de empate se realizara un desempate.

El primer jugador lanza el dado y cuenta tantas casillas como indique el dado, siguiendo la flecha.

Si algún jugador cae en un espacio con instrucciones específicas, deberá resolverlas. Si no lo logra debe aceptar el castigo.

Los problemas y acertijos se toman según el color que indique la casilla:

Problemas de color naranjado y acertijos de color fucsia.

d. Reglas:

Quien resuelva el acertijo que le corresponde avanza 2 casillas

Quien no resuelva el acertijo que le corresponde retrocede 3 casillas

Quien resuelva el problema que le corresponde avanza 3 casillas

Quien no resuelva el problema que le corresponde retrocede 4 casillas.

Solo es un turno por jugador

Gana quien sea el primer jugador en dar la vuelta al tablero y seguido el camino coloreado hacia el cuadro central, con sus dos fichas.

Si al que le toca el turno no resuelve el problema cualquiera lo puede resolver pero explicándolo a los demás y se ganaría los puntos.

ACERTIJJOS

<p>Hay gatos en un cajón, cada gato en un rincón, cada gato ve tres gatos ¿Sabes cuántos gatos son?</p>	<p>Una señora tenía en su billetera 3000 pesos en dos billetes, pero uno de ellos no era de 1000 pesos. ¿Qué billetes tenía?</p>	<p>De siete patos metí dos en un cajón, ¿Cuántos picos y patas son?</p>	<p>Un pan, otro pan, pan y medio y medio pan. ¿Cuántos panes son?</p>	<p>Si una niña se come un pastel en una hora,... ¿Cuánto tardarán dos niñas en comerse dos pasteles?</p>
<p>Adivina adivinador ¿Cuál de estos dos números es el mayor?</p> <p>35 y 53</p>	<p>Adivina adivinador ¿Cuál de estos dos números es el mayor?</p> <p>128 y 182</p>	<p>Adivina adivinador ¿Cuál de estos dos números es el menor?</p> <p>42 y 24</p>	<p>Adivina adivinador ¿Cuál de estos dos números es el menor?</p> <p>156 y 165</p>	<p>Adivina adivinador ¿Cuál numero hay entre estos dos?</p> <p>87 ____ 89</p>

<p>Adivina adivinador</p> <p>¿Cuál número hay entre estos dos?</p> <p>199 ____ 201</p>	<p>Si quieres saber que número soy: cuatro decenas tengo yo.</p>	<p>Si quieres saber que número soy cuenta 10 veces de 2 en 2.</p>	<p>Si en un sapo no te quieres convertir, adivina el número que esta antes de mí.</p> <p>____ 87</p>	<p>Si en un sapo no te quieres convertir, adivina el número que esta antes de mí.</p> <p>____ 103</p>
<p>Si en un lagarto no te quieres convertir adivina que número esta después de mí.</p> <p>56 ____</p>	<p>Si en un lagarto no te quieres convertir adivina que número esta después de mí.</p> <p>65 ____</p>	<p>Cuenta 5 veces de 10 en 10 y sabrás que número es.</p>	<p>Cuenta 4 veces de 5 en 5 pegando un brinco ¿Qué número soy?</p>	<p>Si cuentas 4 veces de 2 en 2, encontraras un número muy gordinflón.</p>

PROBLEMAS

<p>Si tú tienes 24 bolas de chicle amarillas y otras 28 bolas de chicle azul ¿Cuántas bolas de chicle hay por todas?</p>	<p>Si tengo 9 paquetes de 10 unidades tengo?</p>	<p>Si tienes 46 bombones de fresa. ¿Cuántos paquetes de 10 puedes formar?</p>	<p>Si en una caja verde hay 34 colores y en la caja azul hay 22 colores ¿Cuántos colores hay en la caja azul?</p>	<p>Si tú le pagaste al señor de la tienda 18 bolitas de chocolate y el solo te dio 12 ¿Cuántas bolitas te debe?</p>
<p>En la placita de flores tienen 26 claveles rojos y 38 claveles blancos ¿Cuántos claveles hay por</p>	<p>Si tengo 50 dulces y necesito empackar en dos cajas la misma cantidad ¿Cuántos dulces quedan en</p>	<p>Si tienes 6 paquetes de 10 unidades tienes?</p>	<p>Si tienes 48 bolitas de cristal ¿Cuántos paquetes de 10 puedes formar?</p>	<p>A Javier le gustan mucho las frutas y tiene 8 fresas y su amigo Andrés le regalo 15 fresas</p>

todo?	cada caja?			¿Cuántas fresas tiene Javier?
Camilo tenía 30 monedas, pero jugando se le cayeron 17 ¿Cuántas monedas le han quedado a Camilo?	Juliana colecciona piedras y tiene 56 pero quiere tener 90 ¿Cuántas piedras le faltan a Juliana para tener las que quiere?	Don Gabriel tiene en su tienda algunos chocolates, compro 20 mas y ahora tiene 56 ¿Cuántos chocolates tenia don Gabriel?	Laura esta recogiendo flores y su mamá le entrego 5 mas y ahora Laura tiene 18 flores ¿Cuántas flores tenia Laura antes?	Diego tiene dos paquetes de galletas, uno de fresa y otro de vainilla, cada uno tiene 12 galletas ¿Cuántas galletas tiene en total?
Carlitos tiene 14 carritos y Daniel 6 ¿Cuántos carros tiene Carlitos más que Daniel?	David tiene 9 balones y Esteban tiene 5, para tener tantos balones Esteban ¿Cuántos	Catalina tiene 15 moños y Sara tiene unos cuantos, si Sara bota 7 moños tendrá tantos como Catalina	Melissa tiene 12 lápices de colores y le presta 5 a su compañero ¿Cuántos lápices de colores de	Ángela tiene 8 libros y Paula tiene 2 menos que Ángela ¿Cuántos libros tiene Paula?

balones debe botar	¿Cuántos	moños	quedaron?
David?	tiene Sara?		

TABLERO DEL JUEGO

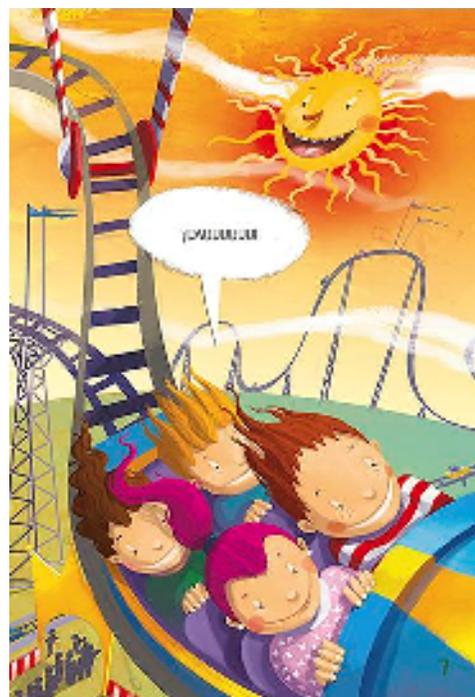


Nombre de la situación problema: “En el parque de diversiones”

Descripción general de la situación:

La contextualización se realiza a partir de la lectura de un cuento y de un video relacionado con un parque de diversiones.

Actividad 1: “ayudando a los niños del paseo”



Para la realización de esta actividad los niños ayudaran a dar respuesta a una serie de dificultades planteadas en dicha situación.

- a) *Problema 1:* “La profesora contrato dos buses, pero a cada bus podía llevar una cantidad diferente de estudiantes. Al bus número uno solo se podían montar 54 estudiantes y en el bus número dos solo se podían montar 38 estudiantes ¿Cuántos estudiantes había por todos en los dos buses?”

- b) *Problema 2:* “La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, y en la taquilla le regalaron otras 24 boletas. ¿Cuántos estudiantes pueden montar en el barco pirata?”

- c) *Problema 3*: “En los carritos de color verde se montaron 39 niños y en los carritos naranjados se montaron 24 niños menos que en los carritos verdes ¿Cuántos estudiantes montaron en los carritos naranjados?”
- d) *Problema 4*: “Por la mañana, antes de montarse al bus, los niños y la profesora Paula desayunaron 37 hamburguesas y al almuerzo ellos se comieron otras 46 hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas se comieron por todos en el paseo?”
- e) *Problema 5*: “El señor del parque le quedo debiendo a la profesora Paula 29 boletas y como no las tenía todas solo le pago 18 ¿Cuántas boletas le quedo debiendo el señor a la profesora?”
- f) *Problema 6*: “Se montaron algunos estudiantes y quedaron en la fila 26, luego solo se pudieron montar 18, entonces ¿Cuántos estudiantes quedaron faltando por montar en la rueda de Chicago?”

Situación de aprendizaje: “bolsa de retos”

a) *Objetivo:*

Ser el jugador que más problemas y acertijos resuelva correctamente para así lograr un punto para su equipo.

b) *Preparación:*

Haber dos equipos con igual número de jugadores.

Tener una bolsa con los problemas y acertijos.

c) *¿Cómo se juega?*

Cada equipo escogerá un representante por turno, quien elegirá al azar el reto o acertijo.

Todos los demás integrantes del equipo deberán resolver el problema o acertijo.

El representante es quien lo realizará en el tablero.

Entre todos se hace la verificación de lo que realiza cada uno de los equipos.

Cada equipo realiza un registro escrito de los puntajes obtenidos.

d) *Reglas:*

El equipo que responda correctamente tendrá un punto.

El equipo que no responda correctamente no tendrá puntos.

El participante que obtengan ayuda, serán sancionados con menos un punto (-1) para su equipo.

Habr  un tiempo de 2 minutos para resolver el problema

PROBLEMAS Y ACERTIJOS:

 Cu al crees que es mayor el numero 52 o el 25?

 Cu anto da la suma de $10 + 7$?

 Cu al es el n mero que hay despu s del 26?

 Cu anto es $25 - 5$?

 Cu antos grupos de 10 son 3 decenas?

 Cu antas unidades tienen 2 decenas?

 Qu  n mero hay antes de 29?

 Cu al es el resultado de $12 + 8$?

 Cu al es el resultado de $18 - 8$?

Dibuja tantos bombones como a os tengas

 Cu al es el n mero que hay entre 23 y el 25?

Si son en el sal n cuarenta ni os y faltaron 5  Cu antos ni os hay?

Un chocolate cuesta 8 pesos y un bomb n 5  Cu anto dinero necesito para comprar los dos?

 Cu antos grupos de 2 flores puedo armar con 9 flores?

 Cu antos grupos de 5 objetos puedo armar con 15 cosas?

Habían nadando 7 patos en una laguna y luego llegaron 3, ¿Cuántos patos habían nadando?

En la mesa habían 13 panes para el desayuno Juanito hizo 6 panes y Ana hizo el resto, ¿Cuántos panes hizo Ana?

¿Cuál es la respuesta correcta $8+5=13$ o $8+5=15$?

¿Cuál de estas dos da un numero mayor $8+6$ o $6+8$?

Escribe contando de dos en dos el número que hay después del 12

Cuenta de tres en tres y dinos cual es el número que hay después del 15

Cuenta de dos en dos y dinos cual es el número par que hay antes del 18

Cuenta de tres en tres y dinos cual es el número que hay antes del 18

Escribe el número anterior a 11 y el que le sigue

Escribe el número anterior y siguiente de 17

Escribe el número anterior y siguiente de 26

Cuenta de cinco en cinco y dinos cual es el número que esta después del 25

Cuenta de cinco en cinco y dinos cual es el número anterior al 25

¿Cuál número es mayor el 31 o el 13?

¿Cuál es el número mayor entre 03, 12, 07, 17?

Dibuja con círculos la respuesta de la suma $5+4=$

Dibuja con rectángulos la respuesta de la resta $9-5=$

Ubica el número 35 en el Abaco

Ubica el número 123 en el Abaco

¿Qué numero esta antes de 15 y después de 13?

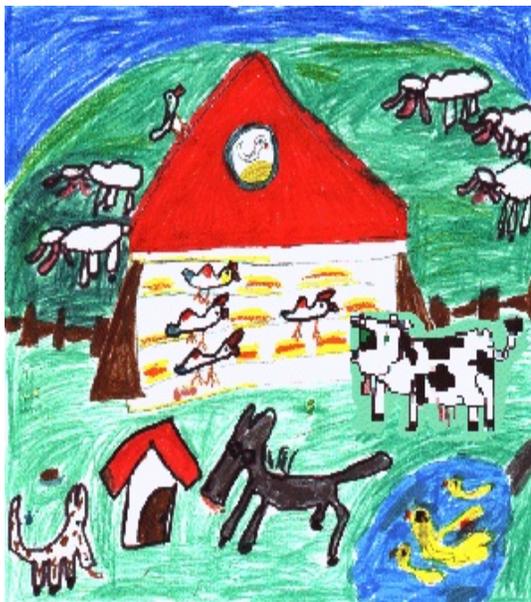
Si las gallinas tienen dos patas y tengo 5 gallinas ¿Cuántas patas son en total?

Si tengo 20 confites y me como 12 ¿Cuántos me quedaron?

Nombre de la situación problema: “La finca de Sebastián”

Descripción general de la situación.

Se realiza una contextualización a través de imágenes, cuentos y títeres. Con esta temática se desarrollaran tanto trabajos que implican la resolución de problemas como actividades de lectoescritura.



Los problemas serán llevados o narrados por un animal o personaje que vive en la finca

(títere) a través de una carta, los cuales envió Sebastián el dueño de la granja.

Actividad 1: La primera carta de Sebastián...

Descripción de la actividad:

Se le presentara a los niños el personaje que ha enviado Sebastián para que le ayudemos con algunos cálculos de su finca. El personaje nos contara que esta pasando en la finca y luego nos mostrara la carta y procederá a leerla.

En esta carta estarán descritos una serie de problemas que Sebastián necesita que le ayudemos a resolver como:

a) Problemas categoría 1:

Directo: Sebastián tiene dos corrales para los cerdos, en uno guardo 49 y en el otro 57 ¿Cuántos cerdos tiene por todo Sebastián en los dos corrales?

Reversible: En una marranera hay 99 cerdos, 46 de esos cerdos son machos ¿Cuántas son hembras?

b) Problemas categoría 2:

Directo: La semana pasada en el gallinero había 106 pollitos y esta semana echaron otros 87 pollitos ¿Cuántos pollitos hay por todos en el gallinero?

Reversible: en la mañana las gallinas pusieron 116 huevos y en la tarde pusieron otros, por todos hay 238 huevos ¿Cuántos huevos pusieron las gallinas en la tarde?

c) Problemas categoría 3:

Directo: Don Orlando tiene 58 caballos y Sebastián tiene 69 ¿Cuántos caballos más tiene Sebastián?

Reversible: Sebastián vendió 24 caballos y en la caballeriza le quedaron 49 ¿Cuántos caballos tenía Sebastián?

Actividad 2: La segunda carta de Sebastián...

Descripción de la actividad:

Después de un recuento, se les presentara a los niños un nuevo personaje que a mandado Sebastián con una nueva carta, la cual contiene los problemas para los niños.

Cuando se termine de leer la carta, se releerá el primer problema que esta propone, se solucionara, y así se realizara sucesivamente con los demás problemas.

Carta 2: Hola niños y niñas, quiero darles las gracias por la importante ayuda que me dieron la semana pasada, ustedes me colaboraron mucho, pero tengo mucho que hacer en la finca porque mi ayudante Juanito se fue a la ciudad a comprar unas cosas para los animales, así que de nuevo necesito que me ayuden a resolver unos problemitas que tengo.

a) Problemas categoría 4:

Directo: Ayer en la mañana ordeñe las vacas y saque 34 canecas de leche, y hoy en la mañana saque otras 29 canecas de leche ¿Cuántas canecas de leche saque por todas?

Reversible: En el mercado del pueblo me compre 158 costales con cuido para los cerdos y ellos ya se han comido 46 costales de cuido ¿Cuántos costales de cuido me quedan?

b) Problemas categoría 5:

Directo: Sebastián le compro a Don Orlando 76 conejos, pero Don Orlando solo le dio 41 ¿Cuántos conejos le quedo debiendo Don Orlando a Sebastián?

Reversible: En la mañana Sebastián se encuentra 23 lombrices para los pollitos, y en la tarde encuentra 18 más que las que encontró en la mañana ¿Cuántas lombrices encontró Sebastián en la tarde?

c) Problemas categoría 6:

Directo: Sebastián le debe 108 huevos a Juanito, pero Juanito le debe 54 huevos a Sebastián, entonces ¿Cuántos huevos le debe Sebastián a Juanito?

Reversible: Sebastián le debe 34 cerditos a Don Orlando y 49 a Doña Marta ¿Cuántos cerditos debe en total Sebastián?

Actividad 3: El cuento y la canción de Sebastián

Descripción de la actividad: para iniciar o finalizar esta situación problema se leerá el cuento “La granja de Sebastián” y luego se les enseñara la canción con la proyección del video.

Canción de la finca de Sebastián

(El video de esta canción se puede encontrar en el siguiente sitio web:
<http://www.youtube.com/watch?v=oY8eKMxkhdk&feature=related>)

Es la vida aquí divina,

que lo diga la gallina (Cacareo).
Todos viven a sus anchas,
fíjense sino en la chancha (Oink).
De a poquitos, de a poquitos,
van creciendo los pollitos (Piar)
Y navega en una lata,
con sus hijas doña pata (Cua, cua)
A la vaca yo la ordeño,
para eso soy su dueño (Mujir)
Y en mi granja son felices,
hasta las pobres lombrices (Silbido)
Tra lalalalalalalalalalalalala (bis)

El cuento la finca de Sebastián

La finca de Sebastián era una finca como todas las fincas; es decir, muy normal. Pero un día todo cambió porque a Sebastián se le ocurrió tomar un ayudante. La idea no era mala, ya que en la finca había mucho trabajo y Sebastián se sentía un poco cansado.

El ayudante se llamaba Juanito y parecía muy bueno y trabajador; pero... como siempre había vivido en la ciudad, era algo torpe a pesar de su buena voluntad.

El día que Juanito llegó a la finca, Sebastián le recomendó que se fuera a dormir temprano porque tenía que levantarse a la madrugada, junto con el sol, cuando cantaba el gallo.

"¡Vaya despertador más raro!", pensó Juanito mientras iba en busca del gallo para ponerlo sobre su mesa de luz.

Y eso no fue nada... ¡lo peor fue cuando intentó darle cuerda! Tuvo que correrlo por todo el dormitorio porque el gallo no se dejaba retorcer la cola.

"Este debe ser un gallo automático, de esos que tienen pilas", pensó y, cansado de correrlo, se acostó.

El pobre gallo, que no entendía lo que sucedía, se quedó dormido junto a Juanito y, como la cama era muy cómoda, los dos durmieron y durmieron hasta que el sol estuvo muy alto.

El problema fue que como el gallo no cantó, todos en la finca se quedaron dormidos. El primero en despertarse fue el ternero y como tenía mucha hambre despertó a su mamá, la vaca, para que le diera la leche.

Después de alimentar a su hijito, mamá vaca esperó y esperó que Sebastián le llevara su comida. Entonces, muy hambrienta, se metió en la cocina de la casa y se tomó todo el café que encontró.

Los cerdos, que ya se habían despertado y también tenían hambre, vieron entrar a la vaca en la cocina y decidieron imitarla. Pero por el camino pasaron por el gallinero y despertaron a las gallinas para invitarlas a desayunar con ellos en la cocina de Sebastián.

Para entonces, ya no se podía decir que la finca de Sebastián fuera como todas las fincas... porque de normal, ¡no le quedaba nada!

Tanto alboroto en la cocina, despertó por fin a Sebastián que, al mirar su reloj, comprobó desesperado que ya eran... ¡como las diez de la mañana!

Se puso las botas y fue al dormitorio de Juanito y, cuando entró, no pudo creer lo que estaba viendo: ¡Juanito y el gallo dormían plácidamente, uno junto al otro! Sebastián corrió escaleras abajo y, al entrar en la cocina, se encontró con que los animales de la finca se habían comido todo lo que encontraron.

El desorden era increíble y Sebastián pensó que se trataba de una pesadilla y que aún no se había despertado.

A pesar de la ayuda de Juanito, a Sebastián le llevó todo el día poner en orden la finca hasta lograr que pareciera normal otra vez

Pero al día siguiente, cuando Sebastián ordeñó la vaca, ¡llenó un tarro entero con café con leche!

Cuando Juanito vio esto dijo:

¡Qué lástima que ayer la vaca se tomara el café en lugar de comerse el chocolate...!

Pero lo que Juanito no sabía, era que el chocolate se lo habían comido las gallinas que, en ese momento, estaban poniendo “¡Huevos de... Chocolate!”

Autora: Raquel Barthe

Tomado de: <http://www.leemeuncuento.com.ar/sebastian.html>

Nombre de la situación problema: El granjero, Armando Manzanero.

Descripción general de la situación:

Don Armando es un señor que tiene una finca en Guarne Antioquia y se dedica a cultivar frutas, pero principalmente manzanas. En la finca tiene sembrados árboles de manzanas y también animales. El señor Don Armando quiere que le ayudemos con lo siguiente, lo cual es pedido por medio de una carta:



Actividad 1: “resolviendo problemas manzaneros”.

Hola niños, quiero contarles que me enteré que ustedes me podrían ayudar a llevar unas cuentas de mi finca como las siguientes:

- a) En un árbol tengo 9 manzanas rojas y en otro árbol tengo 11 manzanas verdes. ¿Cuántas manzanas tengo para vender en la plaza?

- b) Tengo una canasta azul con 15 manzanas y en la canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tengo en la canasta amarilla? Y ¿cuántas manzanas tengo por todo?
- c) En una semana vendo la siguiente cantidad de manzanas: el lunes vendo 18, el martes vendo el doble de lo que vendí el lunes, el miércoles vendo 10 menos de lo que vendí el martes, el jueves vendo 32 y el viernes vendo 7 mas de las que vendí el jueves.
- d) Don Armando quiere saber entonces ¿cuánto vendió cada día de la semana?, ¿cuál es la diferencia entre todos los días?, ¿cuál es el día que vendió más manzanas?, ¿cuál es el día que vendió menos?, ¿los dos primeros días de la semana cuánto vendió?

Actividad 2: "Don Armando necesita mas ayuda"

A don Armando le ha ido muy bien con las cuentas que le hemos ayudado a hacer. Resulta que don Armando compró patos, cerdos, vacas y caballos; pero sigue teniendo el problema para hacer las cuentas de su finca y como está tan contento con lo que le hemos ayudado, nos mandó lo siguiente.

- a) Don Armando y sus trabajadores todos los días desayunan y comen con los huevos que sus gallinas ponen, necesita saber cuantos huevos se gasta durante el día.
- b) Para el desayuno de todos los trabajadores se gasta 8 huevos y en la comida se gasta la misma cantidad que en el desayuno. ¿Cuantos huevos se gasta durante el día?, ¿cuántos huevos se gasta de lunes a viernes?
- c) La vecina tendera en la plaza le debe a don Armando 17 piñas, pero ella le pagó 9 piñas. ¿Cuántas piñas le debe la señora de la plaza a don Armando?
- d) Tengo 12 gallinas y me regalaron otras 10 gallinas. Necesito saber ¿Cuántas gallinas tengo por todo en el corral?
- e) Don Armando le debe 14 gallinas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 gallinas a don Armando. ¿Cuántas gallinas le queda debiendo don Armando a don Pedro?

DISEÑO METODOLÓGICO

La comprensión de la realidad donde actúa el maestro se logra o se construye a partir del ejercicio o la práctica permanente y comprometida del análisis y la reflexión, para ir generando nuevas experiencias, nuevos aprendizajes, nuevas teorías, nuevas visiones y explicaciones, posibilitándole cuestionar su práctica pedagógica y enriquecer su quehacer cotidiano de manera tal que influyan positiva y significativamente en los procesos de formación de los estudiantes.

La metodología cualitativa se basa principalmente en la descripción y análisis de las diferentes situaciones halladas en el lapso de la investigación, permitiendo a la vez realizarle modificaciones según los datos que se vayan encontrando, puesto que este no es un enfoque rígido, sino que por tratarse de un estudio poblacional deja abierta la posibilidad de realizar cambios a partir de los diferentes factores que influyen en el desarrollo de cada individuo. Por tanto es de gran interés enmarcar nuestro proyecto de investigación en este enfoque ya que nos permite la comprensión e interpretación de fenómenos en el contexto educativo y de manera específica de los procesos de representación en la resolución de problemas matemáticos.

Rastreando diferentes autores, como Galeano, Briones, Sandoval y Restrepo; encontramos que es en este tipo de investigación, donde se permite comprender las dinámicas internas del grupo estudiado y así entender los sucesos y acciones que se generan en el mismo, para transformar los problemas más significativos que se presentan.

María Eumelia Galeano plantea que la investigación cualitativa “ introduce otras formas de acceder al conocimiento de la realidad social ya que permite la familiarización del investigador con un contexto, unos actores y unas situaciones; apuntando así a la comprensión de la realidad como resultado de un proceso, haciendo énfasis en la valoración de lo subjetivo, lo vivencial y la interacción entre los sujetos de la investigación, logrando así hacer de lo cotidiano un espacio de comprensión de la realidad”.

Citando a Briones “La investigación cualitativa es la búsqueda de conocimientos que no se tienen sobre un tema u objeto que se ha elegido estudiar y a partir de esto se trata de interpretar las creencias, evaluaciones, conductas, interacciones y las significaciones dadas por el grupo que se ha elegido investigar”.

Unido a lo anterior los investigadores cualitativos “estudian la realidad en su contexto natural, tal como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de

materiales que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas” Gregorio Rodríguez Gómez y otros. (1996:72)

La investigación cualitativa, se puede comprender como un esquema abierto y flexible de indagación, el cual se va desarrollando y perfeccionando en el proceso investigativo, que depende, específicamente de un plan, que sirve de marco referencial, donde se determina una situación problemática, la recolección y organización de los datos y se identifican una línea o un patrón que comprende el análisis, la interpretación y la conceptualización inductiva o analítica.

Este análisis se orienta, según las características de las situaciones problema que se desarrollan dentro del mismo proceso de investigación, lo que conlleva a la realización de un estudio constante y permanente de las representaciones, para poder realizar transformaciones significativas en los objetos de estudio.

La anterior idea está directamente relacionada con los postulados que se manejan en la investigación acción educativa, la cual es una modalidad que se inscribe en la investigación cualitativa y Bernardo Restrepo (2004) la define como: “un modelo eficaz para construir un saber pedagógico, porque permite la reflexión en la acción o conversación reflexiva entre el investigador, los agentes involucrados y la acción problemática”. Para Lewin (1973) es entendida, como “un proceso de investigación, un proceso de continua búsqueda, que conlleva a entender el oficio docente, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias que se

realizan; como un elemento esencial de lo que constituye la propia actividad educativa”.

Partiendo de lo anterior se retoma la Investigación Acción Educativa como línea en la cual está inserta este proyecto de investigación, puesto que ésta permite que el docente reflexione frente al proceso de enseñanza aprendizaje, replantee sus estrategias y proponga nuevas alternativas para el trabajo en el aula de acuerdo a las experiencias que se viven dentro de las instituciones. Además permite que las maestras en formación reflexionen constantemente frente a su labor pedagógica y en esta medida planteen metodologías y estrategias con el fin de proponer diferentes alternativas para el trabajo en el aula de acuerdo a las experiencias vividas dentro de la misma.

De este modo los lineamientos de la investigación-acción educativa cobran sentido dentro de nuestro proyecto, debido a que brindan una oportunidad a los participantes del proceso de práctica, de un espacio para el diálogo, la reflexión y la construcción de conocimientos.

De lo anterior se podría decir que la investigación acción educativa se muestra como una metodología de investigación orientada hacia el cambio educativo y se caracteriza entre otras cosas por ser un proceso que como señalan Kemmis y Mac Taggart (1988); “Se construye desde y para la práctica, pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla, demanda la participación de los sujetos en la mejora de sus propias prácticas, exige una

actuación grupal por la que los sujetos implicados colaboran coordinadamente en todas las fases del proceso de investigación, implica la realización de análisis crítico de las situaciones y se configura como una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión”.

Nuestro proyecto se inscribe en esta línea de investigación, porque permite la articulación entre la teoría pedagógica y el saber pedagógico; además posibilita que el maestro no se limite a la implementación de técnicas, ya que en la interacción constante con su objeto de conocimiento y la deconstrucción en su práctica pedagógica, le permite tener la flexibilidad para adaptar sus propuestas, estrategias y metodologías a las necesidades que se vayan presentado, sin que ello le reste validez a su proceso de investigación.

La investigación-acción según Carr y Kemmis (1988) se presenta como “una estrategia interesante para estudiar la realidad educativa, mejorar la comprensión y, por ende, mejorar la práctica”. Posibilita al docente sistematizar el proceso individual de sus estudiantes, a la vez que investiga, analiza y enseña a sus estudiantes, aspectos significativos que los impulsarán a tener un desarrollo armónico. De igual forma, el maestro conseguirá un equilibrio entre el ser y el saber hacer, ya que es consiente que su práctica pedagógica es una práctica social que trascenderá y transformará relevantemente el pensamiento de sus educandos.

Procedimiento general

Este proyecto de investigación se desarrolla durante tres semestres en las dos instituciones educativas La Independencia y Héctor Abad Gómez, con dos grupos de preescolar y seis grupos de primero. Durante este tiempo se realiza un proceso de intervención pedagógica desde la propuesta de situaciones de aprendizaje. En el transcurso de este proceso se definen tres momentos para realizar evaluaciones y recoger información sobre las estrategias utilizadas por los niños para resolver los problemas. El instrumento de evaluación utilizado en cada uno de los momentos consistía en seis (6) problemas de estructura aditiva, cada uno correspondiente a una de las categorías propuestas por Vergnaud. De igual manera, los problemas planteados estaban relacionados con la situación de aprendizaje que se estuviera desarrollando en cada uno de los grupos y para recoger los registros en cada uno se realizaba la lectura en voz alta de cada uno de los problemas y a cada niño se le entregaba una hoja para que lo resolviera como quisiera. El problema se leía las veces que los niños lo solicitaban o simplemente se leía dos o tres veces, se realizaban algunas intervenciones para indagar a algunos niños por el sentido de lo realizado o cuando solo escribían el total se les solicitaba que escribieran como lo habían realizado.

Además de estos registros, durante todo el proceso de intervención se recoge información sobre las interacciones generadas en las diferentes situaciones y actividades realizadas, sobre el trabajo de los niños tanto a nivel individual como por pequeños grupos, sobre los interrogantes y las confrontaciones que se realizaban en

la resolución de los diferentes problemas y en general sobre la ejecución de las planeaciones de cada una de las situaciones y actividades propuestas para cada grupo. En este sentido se hizo uso de estrategias de sistematización como la observación participante, los diarios de campo y las planeaciones.

Instrumento de evaluación aplicado en los diferentes momentos:

Para preescolar se diseñaron problemas como:

Momento inicial	Momento intermedio	Momento final relativo
<i>Primera categoría:</i> 2 medidas se componen para dar lugar a una medida.		
Carolina tiene 3 confites de menta en un frasco y 4 confites de chocolate en otro. ¿Cuántos confites tiene por todo?	Don armando tiene 5 manzanas en una canasta y en otra canasta tiene 4 manzanas. ¿Cuántas manzanas tiene por todo?	Sebastián tiene en un corral 8 cerdos y en otro corral tiene otros 4 cerdos. ¿Cuántos cerdos tiene en total Sebastián?
<i>Segunda categoría:</i> Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.		
Christopher tiene 5 colores y en una rifa se gana 2 colores. ¿Cuántos colores tiene por todos?	Don armando tiene 7 gallinas y le regalaron otras 3 gallinas. ¿Cuántas gallinas tiene por todas?	Sebastián tenía 7 pollitos en el corral y compro otros 6 mas. ¿Cuántos pollitos tiene ahora?
<i>Tercera categoría:</i> Una relación une dos medidas.		
Mario tiene 8 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario.	Don armando tiene en una canasta azul 10 manzanas y en la	Sebastián tiene 11 caballos y Carlos tiene 5 caballos menos que Sebastián

¿Cuántas monedas tiene Jaime?	canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tiene en la canasta amarilla?	¿Cuántos caballos tiene Carlos?
<i>Cuarta categoría:</i> Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.		
La mamá de pablo gastó 5 huevos para el desayuno y luego gastó 2 huevos en la tarde para hacer una torta. ¿Cuántos huevos gastó por todo?	Para el desayuno Don armando se gasta 8 huevos y en la comida se gasta otros 3 huevos. ¿Cuántos huevos se gasto por todos?	Sebastián la semana pasada recogió 9 huevos del corral de las gallinas y esta semana ha recogido 5 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido?
<i>Quinta categoría:</i> Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo		
La señora de la tienda le debe a Julián 5 bolas de chicle y le pagó 2 bolitas. ¿Cuántas bolitas de chicle le quedó debiendo?	Don Armando le debe a doña Flor 8 pescados, y le pagó 2 pescados ¿Cuántos pescados le quedó debiendo?	Sebastián le compro a don Rubén 10 bolsas de cuido, pero sólo le pago 4 bolsas ¿Cuántas le queda debiendo?
<i>Sexta categoría:</i> Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.		
Wilson le debe 4 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 2 bolas de cristal a Wilson. Entonces ¿Cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?	Don Armando le debe 9 naranjas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 naranjas a don Armando. ¿Cuántas naranjas le queda debiendo don Armando a don Pedro?	Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?

Para el grado de primero se propusieron problemas como:

Momento inicial	Momento intermedio	Momento final relativo
<i>Primera categoría:</i> 2 medidas se componen para dar lugar a una medida.		
Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿cuántos confites tiene por todo?	En un árbol hay 11 manzanas verdes y en otro árbol hay 9 manzanas rojas ¿Cuántas manzanas hay en total?	Sebastián tiene dos corrales para los cerdos, en uno guardo 49 y en el otro 57 ¿Cuántos cerdos tiene por todo Sebastián en los dos corrales?
<i>Segunda categoría:</i> Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.		
Christopher tiene 8 colores y en una rifa se ganó 7 colores. ¿Cuántos colores tiene por todo?	Si tengo 12 gallinas y me regalaron otras 15 ¿Cuántas gallinas tengo por todas?	La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, y en la taquilla le regalaron otros 24 boletas para sus estudiantes ¿Cuántos boletos tiene por todo?
<i>Tercera categoría:</i> Una relación une dos medidas.		
Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?	Las gallinas preparan la comida y colocan en la casa azul 7 sacos de trigo y en la casa amarilla colocan 4 sacos de trigo más que en la casa azul. ¿Cuántos sacos de trigo han colocado en la casa amarilla?	En los carritos de color verde se montaron 39 niños y en los carritos naranjados se montaron 24 niños menos que en los carritos verdes ¿Cuántos estudiantes montaron en los carritos naranjados?
<i>Cuarta categoría:</i> Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.		
La mamá de Pablo gasto 5 huevos en el desayuno y gasto 7	Para el desayuno de los trabajadores se gastan 18 huevos y en la	Por la mañana, antes de montarse al bus, los niños y la profesora Paula

<p>huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gasto por todo?</p>	<p>comida se gastan otros 80 ¿Cuántos se gastaron en total?</p>	<p>desayunaron 37 hamburguesas y al almuerzo ellos se comieron otras 46 hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas se comieron por todo en el paseo?</p>
<p><i>Quinta categoría:</i> Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo</p>		
<p>La señora de la tienda le debía a Julián 9 bolitas de chicle y le dio 6 bolitas de chicle ¿Cuántas bolitas de chicle le queda debiendo la señora a Julián?</p>	<p>Doña María debe a don Armando 17 piñas, y le paga 9 ¿Cuántas piñas queda debiendo?</p>	<p>Sebastián le debe a Don Rubén 20 costales de cuido que compró para las gallinas, y le pagó 13 costales ¿Cuántos costales de cuido le queda debiendo Sebastián a Don Rubén?</p>
<p><i>Sexta categoría:</i> Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.</p>		
<p>Wilson le debe 9 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 5 bolas de cristal a Wilson, entonces ¿Cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex</p>	<p>Don Armando le debe 14 gallinas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 gallinas a don Armando. ¿Cuántas gallinas le queda debiendo don Armando a don Pedro?</p>	<p>Sebastián le debe a Doña Luz 24 canastas de huevo que le encargó, pero Doña Luz le debe a su vez 14 canastas de huevo ¿Cuántas canastas de huevo le debe Sebastián a Doña Luz?</p>

ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS DE REPRESENTACIÓN QUE EMPLEAN LOS NIÑOS DE PREESCOLAR Y PRIMERO PARA RESOLVER PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA

Todo el tiempo de realización de este proyecto con los niños de preescolar y primero estuvo orientado por varias inquietudes relacionadas con las estrategias que utilizan los niños a la hora de resolver problemas de estructura aditiva y es por esto que con el análisis de las producciones de los niños intentamos dar respuestas a preguntas como: ¿Qué representan los niños cuando están ante la tarea de resolver problemas de estructura aditiva pero de manera gráfica?, ¿Qué muestran los niños en las representaciones?, ¿Cómo representan los niños los diferentes significados de los términos de los problemas correspondientes a las seis categorías propuestas por Vergnaud?, ¿Cómo representan las acciones que se plantean en los diferentes problemas (relaciones y operaciones entre los términos del problema)?, ¿Cómo representan el resultado o la respuesta a la pregunta que se plantea en el problema?, ¿Cómo da cuenta el niño que relaciona la operación de suma o de resta que le permite resolver los problemas de estructura aditiva?, ¿En este proceso se puede hablar de niveles de representación y cómo se manifiestan?, ¿Las estrategias que utilizan los niños para resolver los problemas se diferencian de acuerdo a las categorías propuestas?

Criterios de análisis e interpretación

Para el análisis e interpretación tuvimos en cuenta, además de las preguntas orientadoras, dos criterios fundamentales. **Un primer criterio** relacionado con el sentido de los términos en cada uno de los problemas de las seis categorías que trabajamos, así:

En la primera categoría, dos medidas se componen para dar lugar a una medida, los datos se refieren a cantidades o medidas independientes una de la otra y se debe observar si los niños representan de alguna manera las dos medidas y si representan la cantidad total. Es muy importante analizar de que manera los niños representan la composición (que sería la operación) entre las medidas.

En la segunda categoría, una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida, los datos se refieren a: un dato se refiere a una medida pero el otro dato se refiere a una transformación que se opera o se realiza sobre la medida. En las representaciones hay que observar cómo se representan estos datos.

En la tercera categoría, una relación une dos medidas, dos datos hacen referencia a medidas y un tercer dato hace referencia a una relación entre esas dos medidas. Se trata en este caso de observar como representan los niños el dato que se refiere a la relación, como hacen la comparación y también como representan el resultado que se refiere a una medida.

En la cuarta, dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación, en este tipo de problemas los datos aunque son cantidades, estos hacen referencia a una transformación (se gasto), es posible que este tipo de representación sea muy similar a la primera categoría; sin embargo vale la pena observar si los niños muestran algún tipo de diferenciación en la representación de dichas cantidades que en el primer tipo de problema hacen referencia a medidas mientras que en este se refiere a transformaciones.

En la quinta, una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo. En este caso un dato se refieren a un estado relativo es decir una medida que no existe y es muy importante rastrear como representan los niños este tipo de cantidades que son irreales. El pago de “x cantidad” se refiere a la transformación que actúa sobre esa medida que no existe. Igualmente hay que estar atentos a la manera como los niños representan este dato. Es muy probable encontrar que los niños representan estos datos como si fueran medidas estáticas. Lo fundamental es observar que tipo de relación establecen los niños entre estos dos datos.

En la sexta, dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo. En este caso los datos del problema se refieren a estados relativos (deber tanto). Igual que en el anterior habría que observar de que manera los niños representan este estado de deber, y además como relacionan esos dos estados. En este caso estas cantidades se refieren a medidas irreales.

Un segundo criterio hace referencia a la manera como los niños realizan las representaciones de los diferentes problemas. En ese sentido, al analizar todas las producciones que se recogieron en los diferentes momentos nos encontramos que las representaciones que realizan los niños las podíamos agrupar en tres grandes niveles:

1. En un primer nivel ubicamos las **representaciones gráficas** que algunos autores denominan representaciones gráficas analógicas, otros representaciones icónicas. En todo caso se refieren a las representaciones en las que solo aparece el dibujo.
2. En un segundo nivel ubicamos las **representaciones gráfica_ simbólicas**, que de alguna manera dan cuenta de un proceso intermedio entre un primer nivel y un tercer nivel pero que muestra unas características definidas en tanto la estrategia de representación por medio de dos sistemas el gráfico y el simbólico al mismo tiempo. Cuando hablamos del sistema simbólico hacemos referencia a la escritura de los números.
3. En un tercer nivel ubicamos las **representaciones algebraicas** que dan cuenta de un proceso de generalización en la estructura aditiva por parte de los niños. En este momento los niños representan con la operación respectiva de la suma o la resta, la estrategia de resolución.

Es importante aclarar que más que la tarea de clasificar las producciones de los niños en cada uno de estos niveles fue el análisis detallado de todas las variaciones que nos encontramos en cada nivel, lo que nos mostró con claridad la particularidad de los procesos de representación de los problemas de estructura aditiva y nos permitió encontrar algunas repuestas a las diferentes preguntas que guiaron este trabajo.

Teniendo en cuenta estos criterios, consideramos importante analizar e interpretar las producciones de los niños teniendo en cuenta las diferencias y las semejanzas en las representaciones que realizan de las diferentes categorías de problemas y dar cuenta de las modificaciones que se van dando durante el proceso de la práctica.

El análisis se presenta en tres momentos que son acordes con los momentos de la evaluación: el momento inicial que da cuenta de la manera como los niños realizan las representaciones de las solución de los problemas en el inicio del proceso de intervención, luego el momento intermedio que lo que muestra es un proceso de construcción que se va dando en los niños y finalmente, un momento que denominamos final relativo porque no se trata de la finalización de un proceso sino de un momento en que finalizamos el proceso de intervención o mejor definimos un momento de finalización.

Durante todo el proceso de intervención se realizaron actividades de resolución y representación de los diferentes tipos de problemas tanto de manera individual como grupal. Pero para fines de este trabajo es importante aclarar primero, que solo

analizamos las producciones individuales y segundo, que el análisis se centra es en las estrategias de representación y no en los procesos de comprensión, es decir que no se realiza un análisis interpretativo de las representaciones en relación con la comprensión del problema, sino únicamente en lo que representa el niño cuando representa la estrategia de resolución. Se hace esta delimitación porque consideramos que esto sería una de tantas posibilidades de investigación que se pueden desprender de este estudio, es decir una puerta que se abre a otras investigaciones.

Con el objetivo de recrear y ampliar el análisis acompañamos el análisis con las producciones de los niños. Presentamos solo una muestra reducida, ya que el trabajo se realizó con un número de niños bastante amplio, pero tratando de que la muestra fuera lo más representativamente posible. Igual somos conscientes que así estamos sacrificando la individualidad de todos y cada uno de los niños y niñas que participaron con nosotras en la realización de este trabajo y por ello les pedimos disculpas y reconocemos su invaluable participación y entusiasmo.

Estrategias de representación que emplean los niños de preescolar para resolver problemas de estructura aditiva

Momento inicial

Se trabajaron los siguientes problemas:

- a) *Primera categoría:* Carolina tiene 3 confites de menta en un frasco y 4 confites de chocolate en otro. ¿Cuántos confites tiene por todo?
- b) *Segunda categoría:* Christopher tiene 5 colores y en una rifa se gana 2 colores. ¿Cuántos colores tiene por todos?
- c) *Tercera categoría:* Mario tiene 8 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario. ¿Cuántas monedas tiene Jaime?
- d) *Cuarta categoría:* La mamá de pablo gastó 5 huevos para el desayuno y luego gastó 2 huevos en la tarde para hacer una torta. ¿Cuántos huevos gastó por todo?
- e) *Quinta categoría:* La señora de la tienda le debe a Julián 5 bolas de chicle y le pagó 2 bolitas. ¿Cuántas bolitas de chicle le quedó debiendo?
- f) *Sexta categoría:* Wilson le debe 4 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 2 bolas de cristal a Wilson. Entonces ¿cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?

En este primer momento evidenciamos que la mayoría de los niños utilizan la representación gráfica o el dibujo como estrategia para dar solución a los diferentes problemas.

Unos niños realizan una representación gráfica icónica que no guarda ninguna relación con el problema planteado, como vemos en este caso específico en las siguientes figuras (Figuras N° 1, 2, 3 y 4).



Figura N° 1



Figura N° 2

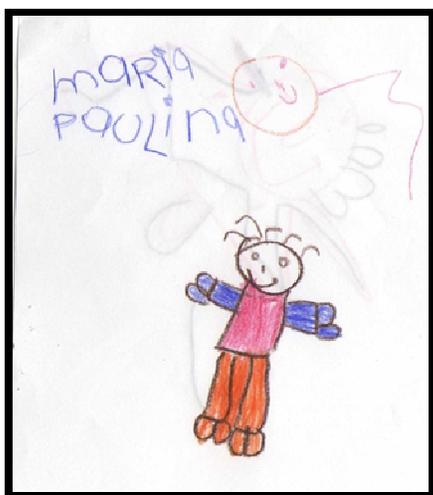


Figura N° 3



Figura N° 4

Podemos ver que estos dibujos no hacen referencia ni al contexto ni a los datos del problema y cuando se indaga a los niños por lo que dibujaron dicen que se dibujaron a ellos mismos u a otro elemento ajeno al problema.

Otros niños también realizan una representación gráfica icónica en la que los dibujos dan cuenta de algunos elementos del contexto general del problema y de los datos, pero sin una correspondencia clara con las cantidades expresadas en el problema, como se observa en las siguientes figuras de los problemas de la categoría 1 (Figura N° 5, 6 y 7).



Figura N° 5

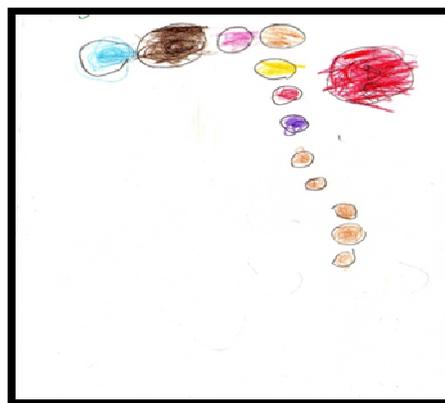


Figura N° 6

Carolina tiene 3 confites de menta en un frasco y 4 confites de chocolate en otro. ¿Cuántos confites tiene por todo?

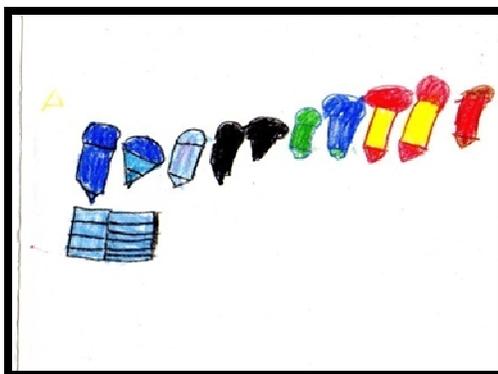


Figura N° 7

Christopher tiene 5 colores y en una rifa se gana 2 colores. ¿Cuántos colores tiene por todos?

Lo que muestran los niños aquí, es una noción general de cantidad en términos de muchos, ya que al indagar sobre lo que hicieron, ellos simplemente dicen haber dibujado los confites, las monedas, los lápices o el elemento que correspondía a determinado problema. Como lo plantea Sinclair y otros (1983) “los niños que realizan este tipo de trazos están representando una idea pre numérica vagamente cuantitativa, de “muchos”, “un montón” o “mas de uno”, denominando este tipo de representación como global de la cantidad”.

En los problemas de las categorías que implican transformaciones igualmente se evidencia las mismas estrategias de representación anteriormente mencionadas, como graficar los datos del problema como medidas estáticas, más no la transformación que opera sobre la medida, además en algunas producciones los niños incluyen otros elementos propios del problema, por ejemplo: los lápices, la torta, los huevos y el personaje, como se observa en las figuras N° 8, 9, 10, 11 y 12.



Figura N° 8

Christopher tiene 5 colores y en una rifa se gana 2 colores. ¿Cuántos colores tiene por todos?

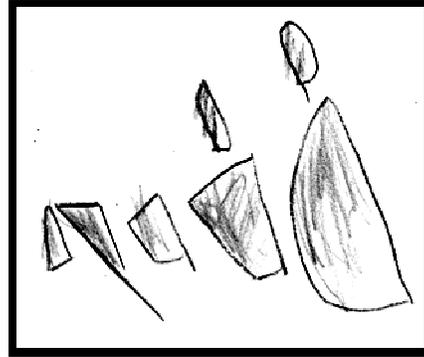


Figura N° 9

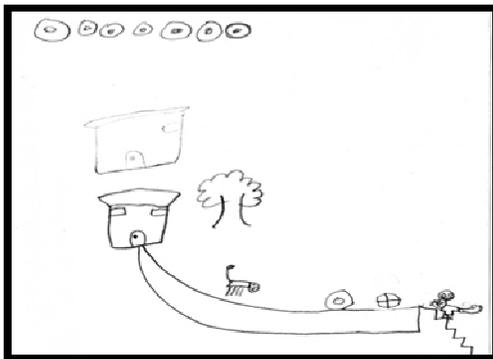


Figura N° 10

La mamá de pablo gastó 5 huevos para el desayuno y luego gastó 2 huevos en la tarde para hacer una torta. ¿Cuántos huevos gastó por todo?

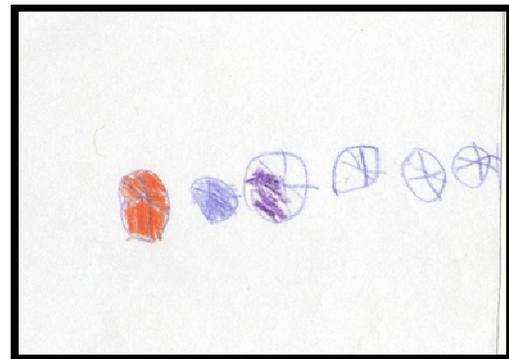


Figura N° 11

Wilson le debe 4 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 2 bolas de cristal a Wilson. Entonces ¿cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?



Figura N° 12

La señora de la tienda le debe a Julián 5 bolas de chicle y le pagó 2 bolitas. ¿Cuántas bolitas de chicle le quedó debiendo?

Otros niños también realizan una representación icónica de las cantidades que corresponden al problema (Figura N° 13, 14, 15 y 16).

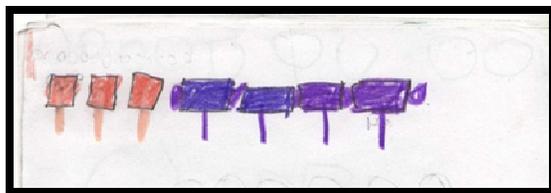


Figura N° 13

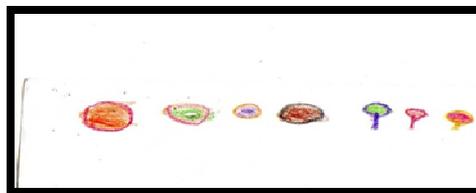


Figura N° 14

Carolina tiene 3 confites de menta en un frasco y 4 confites de chocolate en otro. ¿Cuántos confites tiene por todo?

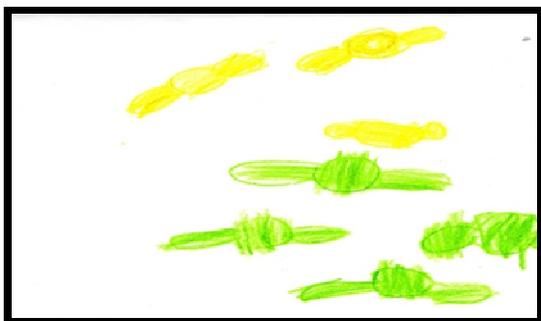


Figura N° 15

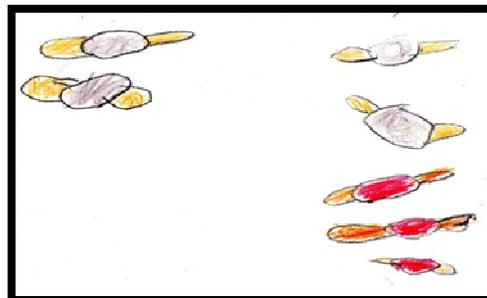


Figura N° 16

En este caso, la utilización de diferentes colores y la representación de las cantidades, una seguida de la otra, es un indicio de la manera como los niños representan el significado de los datos del problema y la relación o combinación entre los mismos; es decir la composición entre dos medidas. Vemos, como lo plantea Pontecorvo, los niños usan la correspondencia biunívoca ya sea en lo pictográfico o en la representación de “la calidad específica de los objetos”. Los niños representan las características particulares de los objetos empleando signos diferentes entre las cantidades, esto evidencia que los niños reconocen el aspecto cardinal del número.

Sin embargo hay niños que representan de manera explícita esta relación (Figuras N° 17 y 18)

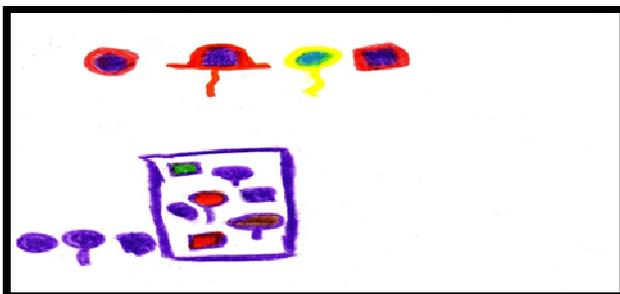


Figura N° 17

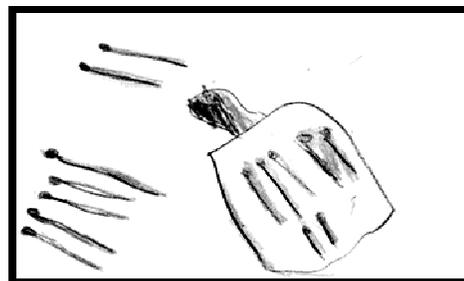


Figura 18

Carolina tiene 3 confites de menta en un frasco y 4 confites de chocolate en otro. ¿Cuántos confites tiene por todo?

Podemos ver que representan las dos medidas y aparte la acción de la composición entre estas medidas, encerrando la cantidad total en un frasco. Esta sería como una “representación intuitiva” de la adición.

En algunos casos de las diferentes categorías comenzamos a ver en las producciones de los niños rasgos de representación simbólica donde ellos grafican los elementos y unido a esto hacen el número, aunque este no necesariamente correspondía con los datos enunciados en el problema, también observamos que algunos hacen los elementos y los enumeran uno a uno, haciendo una correspondencia biunívoca abstracta así como lo plantea Pontecorvo (1996) “en este nivel los niños realizan una correspondencia cuantitativa entre los signos escritos y los objetos representados” (Figuras N° 19, 20, 21 y 22)



Figura N° 19

Mario tiene 8 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario. ¿Cuántas monedas tiene Jaime?

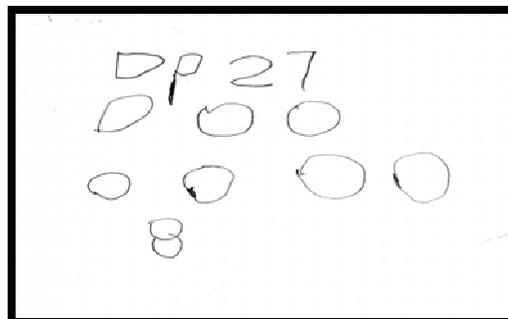


Figura N° 20

La señora de la tienda le debe a Julián 5 bolas de chicle y le pagó 2 bolitas. ¿Cuántas bolitas de chicle le quedó debiendo?



Figura N° 21

Wilson le debe 4 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 2 bolas de cristal a Wilson. Entonces ¿cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?

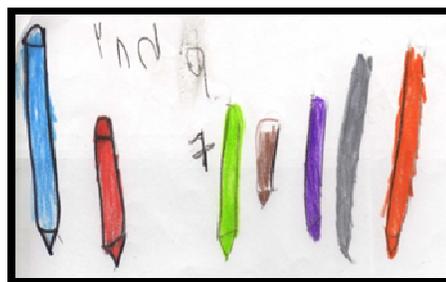


Figura N°22

Christopher tiene 5 colores y en una rifa se gana 2 colores. ¿Cuántos colores tiene por todos?

Además en la figura N° 22 se pudo observar que algunos niños representan los datos del problema de manera gráfica analógica y el resultado total de las cantidades de forma simbólica, haciéndose visible un acercamiento a la operación aunque no se presenten signos matemáticos.

Momento intermedio

En este se trabajaron los siguientes problemas:

- a) *Primera categoría:* Don armando tiene 5 manzanas en una canasta y en otra canasta tiene 4 manzanas ¿Cuántas manzanas tiene por todo?
- b) *Segunda categoría:* Don armando tiene 7 gallinas y le regalaron otras 3 gallinas ¿Cuántas gallinas tiene por todas?
- c) *Tercera categoría:* Don armando tiene en una canasta azul 10 manzanas y en la canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tiene en la canasta amarilla?
- d) *Cuarta categoría:* Para el desayuno Don armando se gasta 8 huevos y en la comida se gasta otros 3 huevos. ¿Cuántos huevos se gastó por todos?
- e) *Quinta categoría:* Don Armando le debe a doña Flor 8 pescados, y le pagó 2 pescados ¿Cuántos pescados le quedó debiendo?
- f) *Sexta categoría:* Don Armando le debe 9 naranjas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 naranjas a don Armando. ¿Cuántas naranjas le queda debiendo don Armando a don Pedro?

En estas producciones al igual que en el primer momento, predominan más las representaciones graficas, donde la mayoría de los niños tienden a dibujar las colecciones a las que hace referencia el problema como por ejemplo las manzanas, los pescados, y las gallinas, pero en algunos casos las cantidades no corresponden a los datos del problema, como se ve en las siguientes imágenes (Figuras N° 23, 24 y 25):

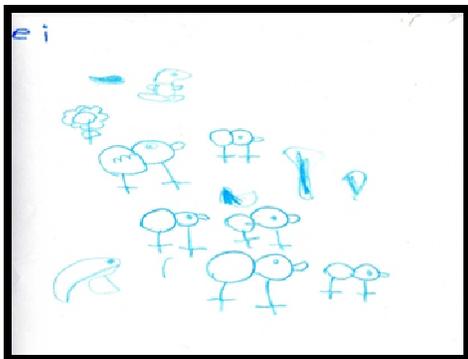


Figura N° 23
Don armando tiene 7 gallinas y le regalaron otras 3 gallinas ¿Cuántas gallinas tiene por todas?

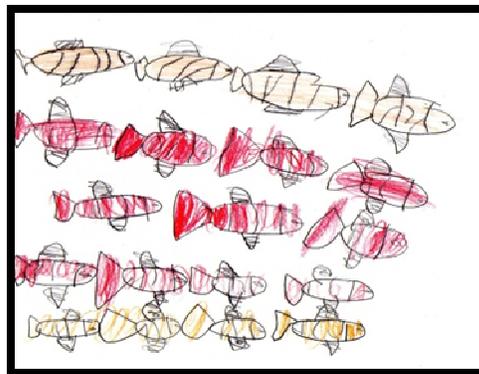


Figura N° 24
Don Armando le debe a doña Flor 8 pescados, y le pagó 2 pescados ¿Cuántos pescados le quedó debiendo?



Figura N° 25
Don armando tiene en una canasta azul 10 manzanas y en la canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tiene en la canasta amarilla?

A diferencia del anterior, en este segundo momento ya hay más niños que dibujan las cantidades que si corresponden a los datos enunciados en el problema y unido ello escriben el cardinal que corresponde al resultado total; como lo plantea Pontecorvo (1996), en este nivel los niños dominan los numerales, así sea de modo invertido, y los emplean para representar la cantidad.

De igual modo los niños en este momento ya dan cuenta de los datos de los problemas pero no de las relaciones que se dan entre estos datos, en cada una de

estas categorías. Algunos niños sólo representa una de las cantidades porque al parecer aun no tienen el proceso de abstracción de que la segunda medida está expresada en relación con la primera, y podríamos decir que es esto lo que marca el nivel de dificultad de estas categorías. También encontramos casos en que los niños suman las cantidades (Figura N° 26, 27, 28, 29 y 30)

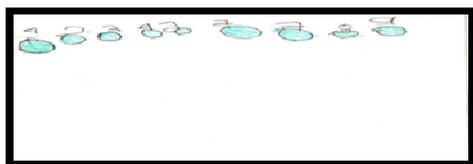


Figura N° 26

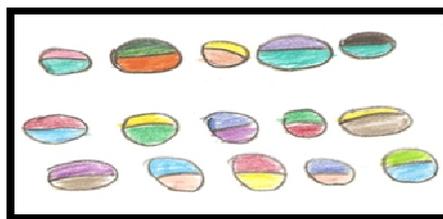


Figura N° 27

Don armando tiene en una canasta azul 10 manzanas y en la canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tiene en la canasta amarilla?

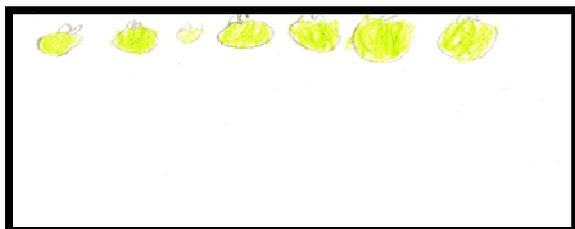


Figura N° 28



Figura N° 29

Don Armando le debe 9 naranjas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 naranjas a don Armando. ¿Cuántas naranjas le queda debiendo don Armando a don Pedro?

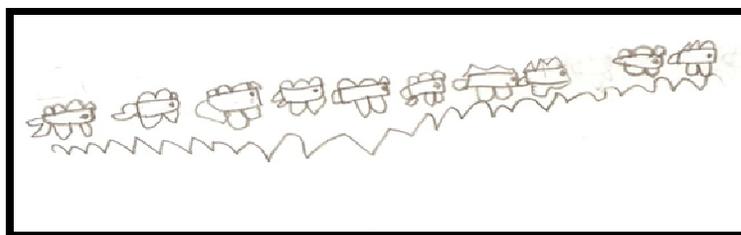


Figura N° 30

Don Armando le debe a doña Flor 8 pescados, y le pagó 2 pescados ¿Cuántos pescados le quedó debiendo?

Así mismo, vemos en las siguientes representaciones (Figuras N° 31, 32 y 33) que algunos niños dan cuenta del significado de los datos al interior del problema cuando grafican por ejemplo, los huevos quebrados, pero también se puede decir que dan cuenta de la relación que se da entre los datos cuando muestran las dos cantidades que en esta categoría de problemas corresponden a transformaciones (se gastó 8 y luego se gastó 3).



Figura N° 31



Figura N° 32

Para el desayuno Don armando se gasta 8 huevos y en la comida se gasta otros 3 huevos. ¿Cuántos huevos se gasto por todos?

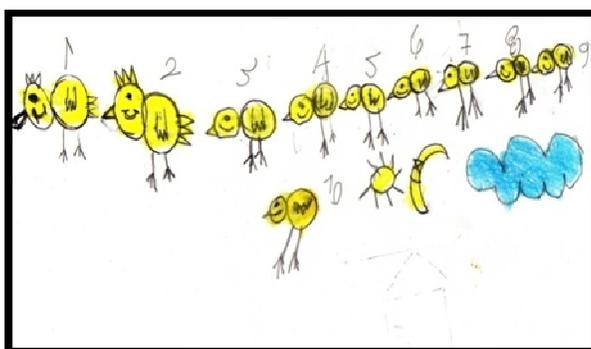


Figura N° 33

Don armando tiene 7 gallinas y le regalaron otras 3 gallinas ¿Cuántas gallinas tiene por todas?

En el otro caso (Figura N° 32), también podríamos decir que da cuenta de la relación cuando realiza la cantidad inicial y le agrega (le coloca junto) los que le regalaron (una transformación opera sobre una medida).

Momento final relativo

En este momento, al igual que en los momentos anteriores se trabajaron los siguientes problemas:

- a) *Primera categoría:* Sebastián tiene en un corral 8 cerdos y en otro corral tiene otros 4 cerdos ¿Cuántos cerdos tiene en total Sebastián?
- b) *Segunda categoría:* Sebastián tenía 7 pollitos en el corral y compró otros 6 mas ¿Cuántos pollitos tiene ahora?
- c) *Tercera categoría:* Sebastián tiene 11 caballos y Carlos tiene 5 caballos menos que Sebastián ¿Cuántos caballos tiene Carlos?
- d) *Cuarta categoría:* Sebastián la semana pasada recogió 9 huevos del corral de las gallinas y esta semana ha recogido 5 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido?
- e) *Quinta categoría:* Sebastián le compro a don Rubén 10 bolsas de cuido, pero sólo le pago 4 bolsas ¿Cuántas le queda debiendo?
- f) *Sexta categoría:* Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?

En este tercer momento seguimos viendo casos de representación gráfica icónica que no guarda ninguna correspondencia con los datos de los problemas pero en los problemas de las categorías 3, 5, 6, como se daba en el primer momento con los problemas de las categorías 1, 2 y 4; así como observamos en la figura N° 34.

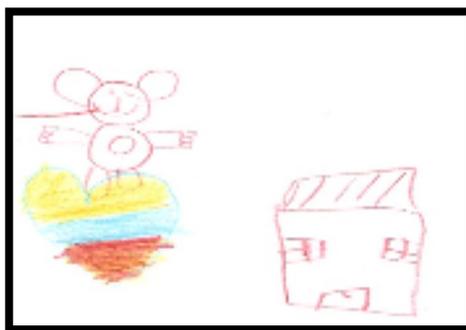


Figura N°34

Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?

También sigue apareciendo pero en menor cantidad como enuncia Sinclair et al (1983) una “representación global de la cantidad” adicionando muchos elementos al problema (Figura N° 35 y 36).



Figura N°35



Figura N°36

Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?

Podemos mencionar, entonces, que ya son mas los niños que reconocen el sentido de los datos del problema en las categorías 1, 2 y 4, ya que dan cuenta de otros niveles de representación, acercándose cada vez mas a la operación convencional de sumar o como lo mencionan ellos mismos de juntar. Las diferencias mas notorias en relación a los anteriores momentos, es que los niños realizan una representación gráfica y simbólica de los datos del problema y del total (Figura N° 37, 38, 39, 40 y 41).



Figura N° 37

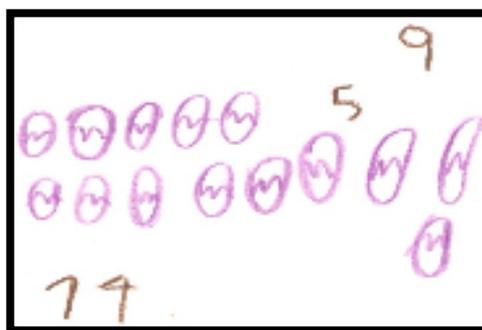


Figura N° 38

Sebastián la semana pasada recogió 9 huevos del corral de las gallinas y esta semana ha recogido 5 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido?

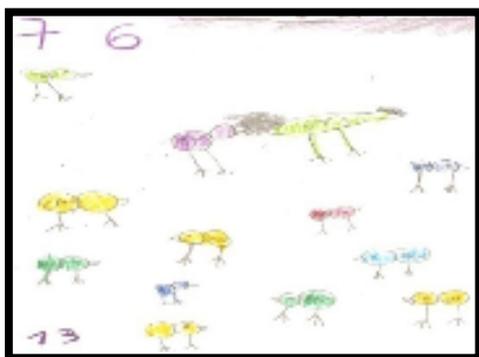


Figura N° 39

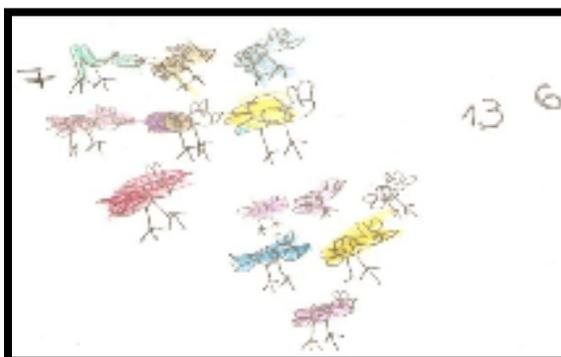


Figura N° 40

Sebastián tenía 7 pollitos en el corral y compro otros 6 mas ¿Cuántos pollitos tiene ahora?

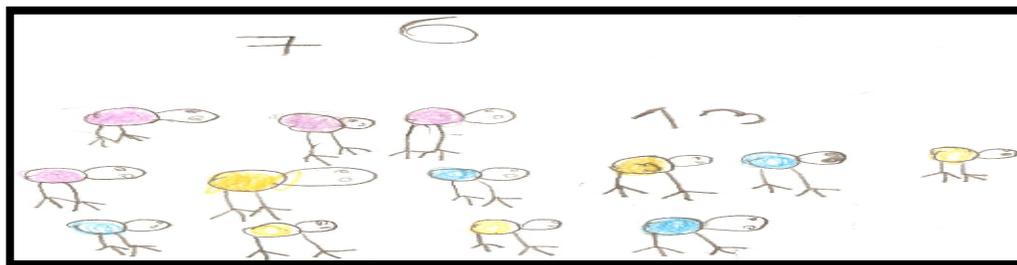


Figura N°41
Sebastián tenía 7 pollitos en el corral y compro otros 6 mas ¿Cuántos pollitos tiene ahora?

Esto da cuenta de la manera como relacionan los datos en cada una de estas categorías y se acercan paulatinamente a la estructura convencional de la operación, sin que logren representar simbólicamente dichas relaciones o la operación implícita en los problemas.

También observamos que los niños comienzan a reconocer el sentido de los datos y las relaciones en los problemas de las categorías 3, 5, 6 ya que en sus representaciones dan cuenta del resultado ya sea de modo icónico o gráfico simbólico, unos ayudándose del material concreto y otros por medio del cálculo mental. Así como se evidencia en las figuras N° 42, 43, 44, 45, 46 y 47.



Figura N°42



Figura N°43

Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?”



Figura N°44



Figura N° 45

Sebastián tiene 11 caballos y Carlos tiene 5 caballos menos que Sebastián ¿Cuántos caballos tiene Carlos?

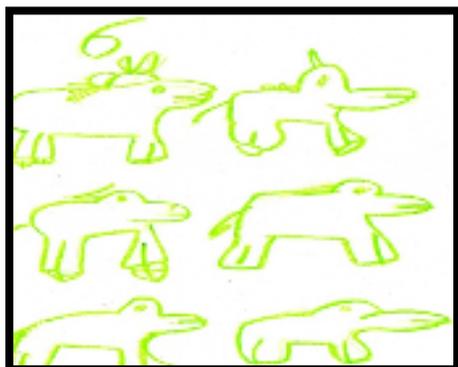


Figura N°46

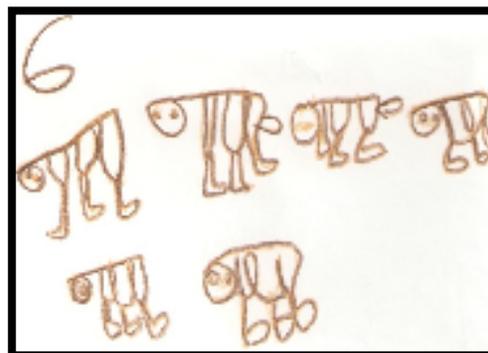


Figura N°47

Algo significativo dentro de esta representación es que uno de los niños hace de forma repetitiva el resultado y con esto se puede evidenciar, como lo plantea Pontecorvo “el uso de numeral como ordinal o como marca de correspondencia”. En esta variación se encuentran los niños que utilizan los numerales de manera no convencional, es decir los niños repiten el numeral correcto tantas veces como objetos hallan para contar, esta fase hace parte de la etapa de transición y conflicto por el cual atraviesa el niño antes de pasar por el uso exclusivo y correcto de los números (Figura N° 48).



Figura N° 48

Sebastián le debe a doña Luz 9 huevos pero doña Luz le debe a Sebastián 3 huevos ¿Cuántos huevos le queda debiendo Sebastián a doña Luz?"

Así mismo vemos que algunos niños realizaron un conteo con colecciones de muestra para llegar a la solución, colocando sólo el número que corresponde al resultado (Figura N° 49 y 50).



Figura N°49

Sebastián tenía 7 pollitos en el corral y compro otros 6 mas ¿Cuántos pollitos tiene ahora?

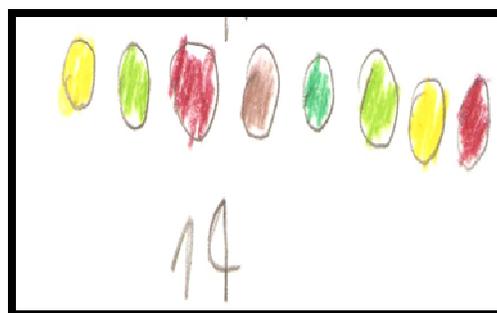


Figura N°50

Sebastián la semana pasada recogió 9 huevos del corral de las gallinas y esta semana ha recogido 5 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido?

En estos casos pareciera ser que las representaciones gráficas o los dibujos las utilizan no como estrategia de resolución sino como un complemento para contextualizar (adornar) el problema.

De igual manera, en la siguiente imagen podemos observar como uno de los niños además de escribir los números que corresponden a los datos y al resultado, muestra la manera como utiliza una representación esquemática de las cantidades

(rayitas) como apoyo para realizar el conteo uno a uno y poder llegar al resultado del problema. Aquí vemos como lo plantea Duval “La conversión de una transformación” (1993) es decir el niño cambia una representación por otra pero que de igual forma conserva la totalidad del contenido del enunciado; esta representación puede ser esquemática o numérica, para dar cuenta del problema (Figura N° 51).

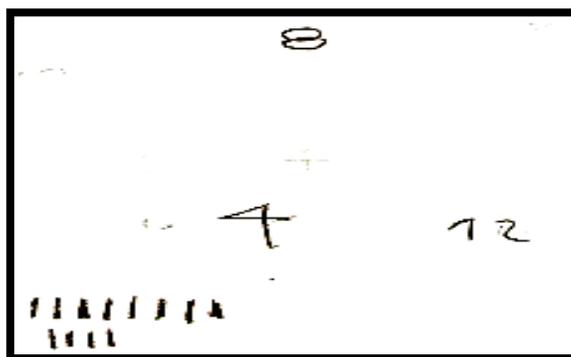


Figura N°51

Sebastián tiene en un corral 8 cerdos y en otro corral tiene otros 4 cerdos ¿Cuántos cerdos tiene en total Sebastián?

Esta representación esquemática da cuenta de la aproximación de los niños a niveles de generalización, ya que, a diferencia de la representación icónica que guarda una relación directa con lo representado, la esquemática le posibilita representar toda clase de datos, además permite la transición a lo simbólico.

En este momento también comienza a aparecer la representación simbólica muy próxima a la representación algebraica (Figura N° 52, 53, 54, 55 y 56).

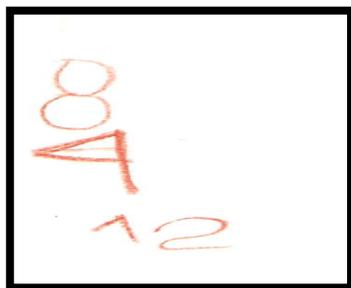


Figura N°51



Figura N°52

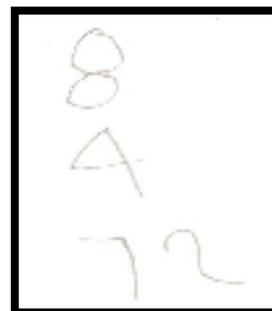


Figura N°53

Sebastián tiene en un corral 8 cerdos y en otro corral tiene otros 4 cerdos ¿Cuántos cerdos tiene en total Sebastián?



Figura N°54



Figura N°55

En estas los niños muestran como tratan de representar el procedimiento convencional de realizar la operación de la suma.

Finalmente vemos diferentes producciones donde los niños después de realizar cálculo mental o sobre conteo de algunas colecciones de muestra como son los lápices, los colores o los dedos, dan el resultado del problema de modo simbólico.

Como lo vemos en las figuras N° 57, 58 y 59.

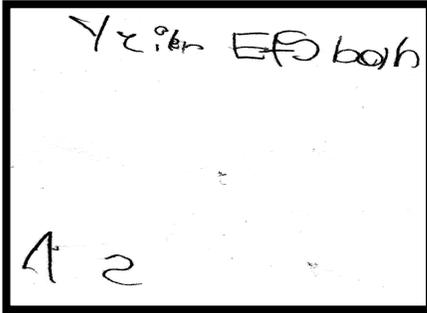


Figura N°56

Sebastián tiene en un corral 8 cerdos y en otro corral tiene otros 4 cerdos ¿Cuántos cerdos tiene en total Sebastián?

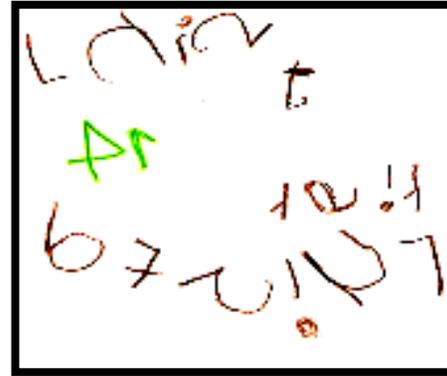


Figura N°57

Sebastián la semana pasada recogió 9 huevos del corral de las gallinas y esta semana ha recogido 5 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido?



Figura N°58

Sebastián le compra a don Rubén 10 bolsas de cuido, pero sólo le pago 4 bolsas ¿Cuántas le queda debiendo?

Estrategias de representación que emplean los niños del grado primero para resolver problemas de estructura aditiva

Momento inicial

En este momento se propusieron los siguientes problemas:

- a) *Primera Categoría:* Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿cuántos confites tiene por todo?
- b) *Segunda Categoría:* Christopher tiene 8 colores y en una rifa se ganó 7 colores. ¿Cuántos colores tiene por todo?
- c) *Tercera Categoría:* Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?
- d) *Cuarta Categoría:* La mamá de Pablo gasto 5 huevos en el desayuno y gasto 7 huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gasto por todo?
- e) *Quinta Categoría:* La señora de la tienda le debía a Julián 9 bolitas de chicle y le dio 6 bolitas de chicle ¿Cuántas bolitas de chicle le queda debiendo la señora a Julián?
- f) *Sexta Categoría:* Wilson le debe 9 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 5 bolas de cristal a Wilson, entonces ¿Cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex

Teniendo en cuenta las distintas representaciones realizadas por los niños ubicamos en un primer nivel las representaciones gráficas analógicas (Greca y Moreira, 1997) encontrando, dentro de este tipo de representación, las siguientes variaciones:

Algunos niños en su representación no dan cuenta del objeto representado (Kaput, 1987), como se observa en las figuras N° 1, 2 y 3. Los dibujos y marcas que realizan los niños no se relacionan con el problema.



Figura N° 1



Figura N° 2

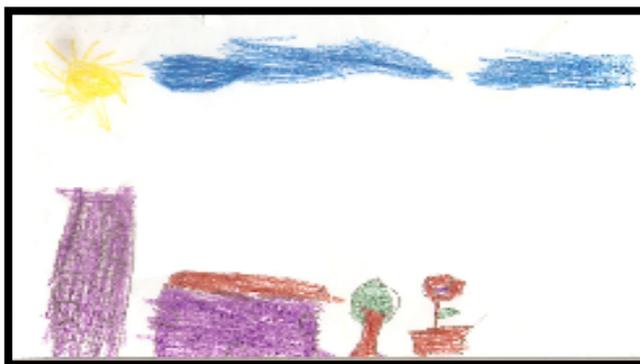


Figura N° 3

En este sentido podríamos decir que no muestra indicios de comprensión del problema pero sería un error ya que no se profundizó en la indagación sobre la comprensión o no del mismo de otra forma. Al preguntarle a un niño que fue lo que dibujó respondió: “Quería hacer un dibujo bonito” y “me gusta dibujar muchas cosas”.

También encontramos otros niños que representan algunos elementos del contexto general del problema, pero las cantidades no corresponden a las planteadas. Algunos niños emplean los signos discretos no correspondientes a las cantidades (Pontecorvo, 1996), ya que hacen una representación icónica de los elementos mencionados en el problema, pero la cantidad no tiene correspondencia con el enunciado planteado (Figura N° 4 y 5).

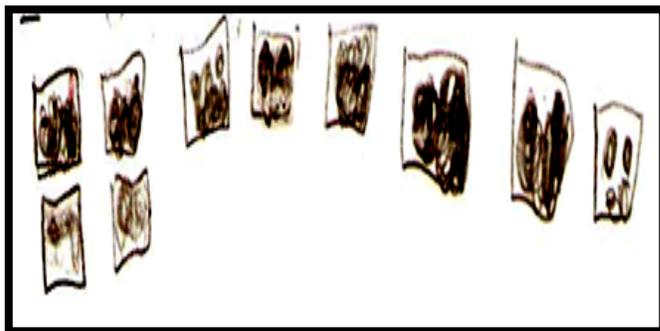


Figura N° 1

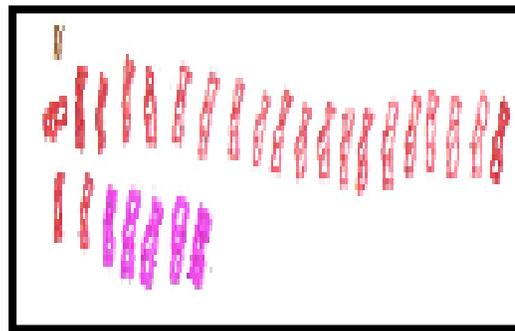


Figura N° 2

Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro
¿Cuántos confites tiene por todo?

Lo que se muestra cuando los niños grafican cantidades, aunque no corresponden a los datos del problema, es una noción de cantidad.

En este mismo nivel de representación gráfica de tipo analógica o icónica (Bruner, 1980 y Resnick y Ford, 1990), se encuentra otro grupo de niños que en sus representaciones dan cuenta únicamente de los datos del problema, bien sea cuando estos se refieren a medidas, a transformaciones o estados relativos, pero no representan ni la operación ni el resultado. (Figuras N° 6, 7, 8 y 9).



Figura N° 6

Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿cuántos confites tiene por todo?



Figura N° 7

Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?



Figura N° 8

Christopher tiene 8 colores y en una rifa se ganó 7 colores. ¿Cuántos colores tiene por todo?



Figura N° 3

La mamá de Pablo gastó 5 huevos en el desayuno y gastó 7 huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gastó por todo?

Otros niños también dibujan los datos en forma independiente, pero además de esto representan la relación de estos datos en el problema (Figura N° 10 y 11).

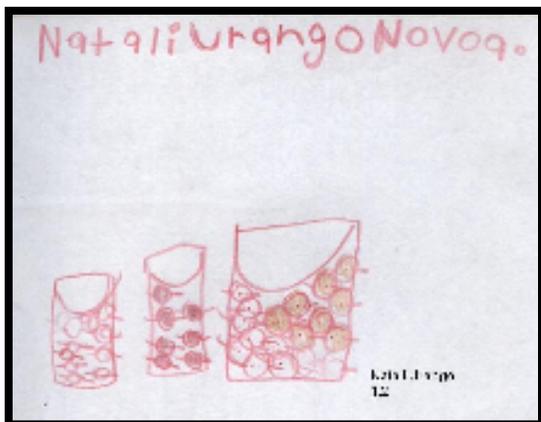


Figura N° 5

Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿cuántos confites tiene por todo?

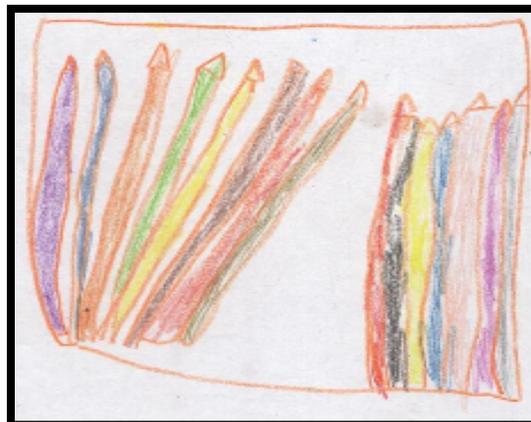


Figura N° 4

Christopher tiene 8 colores y en una rifa se ganó 7 colores. ¿Cuántos colores tiene por todo?

Vemos como un niño representa cada una de las cantidades (medidas) y la manera como las junta o las combina en una sola colección (figura N° 10), y en la otra como representa la transformación que opera sobre la medida, colocando ambas cantidades dentro de la misma colección, (figura N° 11). Es una manera de representar tanto el sentido de los datos como la relación entre ellos. Esto podría ser una representación intuitiva de la relación aditiva que está implícita en este tipo de problemas.

También algunos niños, en los problemas de la categoría 3 y 5, logran dar cuenta del significado de los datos y la relación que se da entre ellos al interior de los problemas (Figura N° 12 y 13).

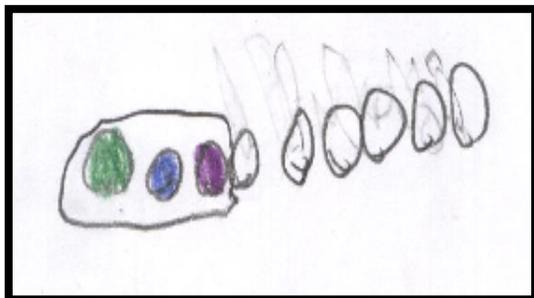


Figura N° 7

Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?

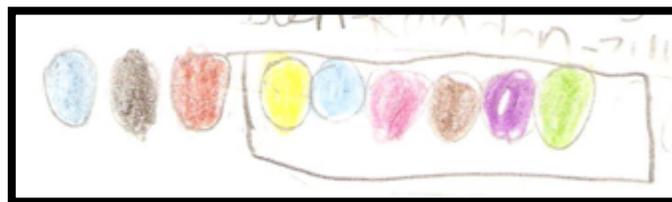


Figura N° 7

Vemos en las figuras 12 y 13 la manera como los niños representan la relación “3 menos que” encerrando o dejando por fuera dicha cantidad. De igual manera en la figura N° 14, se ve como el niño da muestra de la transformación que opera sobre un estado relativo, graficando la cantidad que se “debe” y encerrando la cantidad que se “paga”, de tal forma que afuera de esta colección queda lo que sería la respuesta al problema, y que hace referencia a un estado relativo.

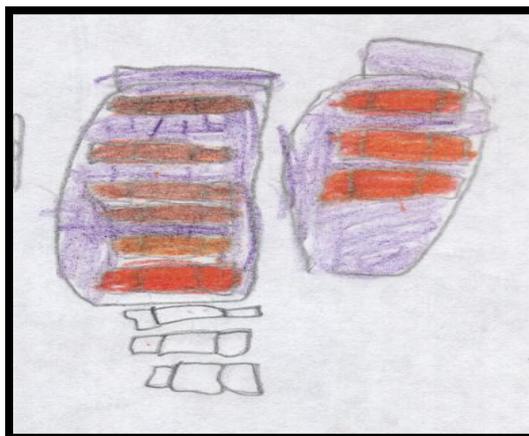


Figura N° 8

La señora de la tienda le debía a Julián 9 bolitas de chicle y le dio 6 bolitas de chicle ¿Cuántas bolitas de chicle le queda debiendo la señora a Julián?

En el siguiente nivel de representación encontramos niños que realizan una **representación gráfica y simbólica** como estrategia para resolver los problemas, encontrando así las siguientes variaciones:

Niños que representan gráficamente cada una de las cantidades y de manera simbólica los totales, en unos dan cuenta de cada uno de los datos (Figura N° 15) y en otros, además de las cantidades, representan el resultado (Figura N° 16).

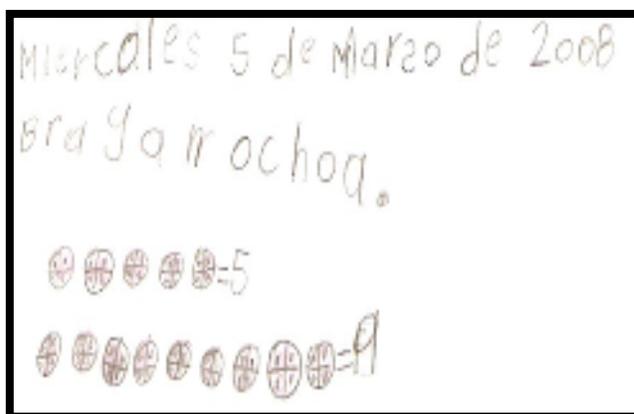


Figura N° 10

Wilson le debe 9 bolas de cristal a Alex, pero Alex le debe 5 bolas de cristal a Wilson, entonces ¿Cuántas bolas de cristal le debe Wilson a Alex?

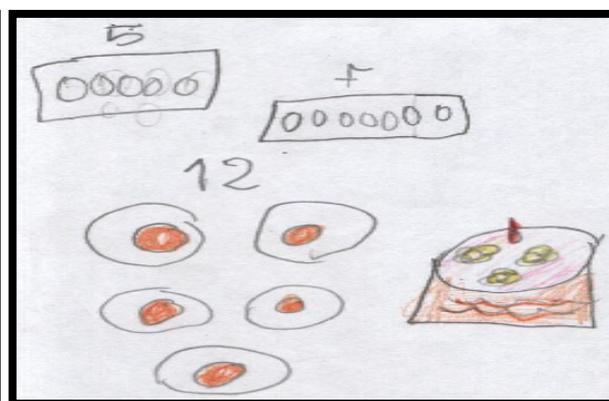


Figura N° 9

La mamá de Pablo gasto 5 huevos en el desayuno y gasto 7 huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gasto por todo?

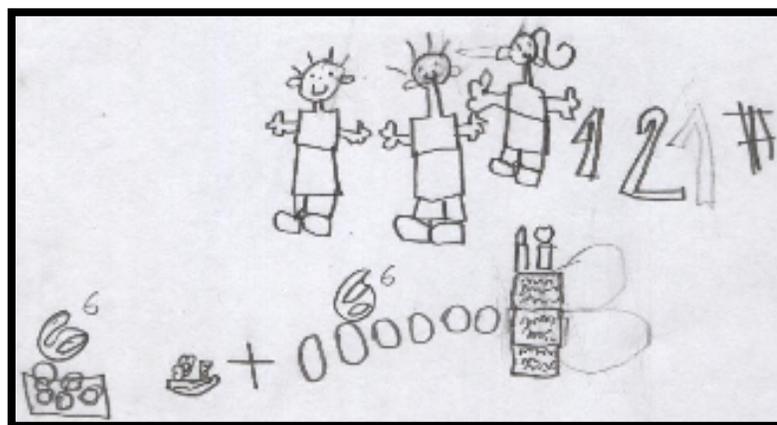


Figura N° 11

La mamá de Pablo gasto 5 huevos en el desayuno y gasto 7 huevos en la tarde para hacer una torta ¿Cuántos huevos gasto por todo?

En estas producciones se evidencia la utilización de dos sistemas de representación al mismo tiempo, el sistema de representación gráfico y el sistema de numeración, con la utilización de los números cifras y el signo de la igualdad (Ortells, 1996). También observamos que los niños representan las tres medidas pero no la relación, es decir que se llega al resultado mediante una estrategia de cálculo: algunos niños realizan el conteo de cada uno de los elementos de la colección y otros un sobre conteo partiendo del cardinal de una de las colecciones (Figura N° 17)

Realizando una comparación de las anteriores categorías con la tercera (Figura N° 18) se pudo observar que en estas representaciones los niños no dan cuenta de la relación que une las dos medidas, sino que representan los datos como cantidades que se combinan.

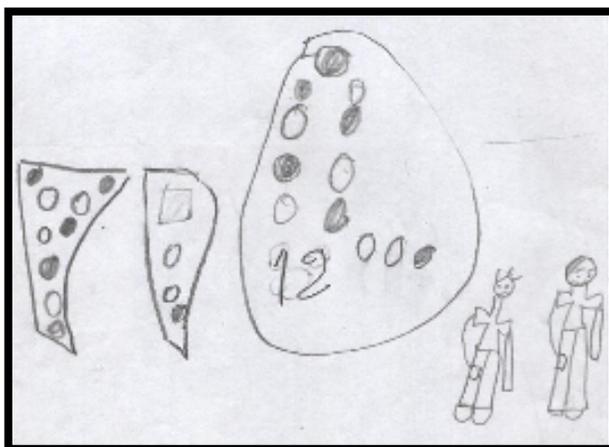


Figura N° 12

Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?

Por otra parte, unos niños representan únicamente el resultado y lo hacen de manera gráfica y simbólica.

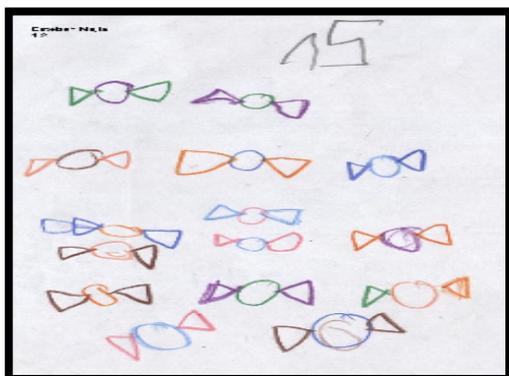


Figura N° 13



Figura N° 20

Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿Cuántos confites tiene por todo?

En estos casos observamos que el niño primero dibuja una cantidad y seguidamente la segunda cantidad, sin diferenciarlas, para luego realizar un conteo total y representar simbólicamente este resultado (Figura N° 19 y 20).

De igual manera otros niños además muestran la relación de combinación entre estas cantidades. Aquí es importante resaltar que desde la representación gráfica, ya sean icónicas o arbitrarias, muestra la relación entre los datos, pero en la representación simbólica no se muestra (Figura N° 21 y 22).

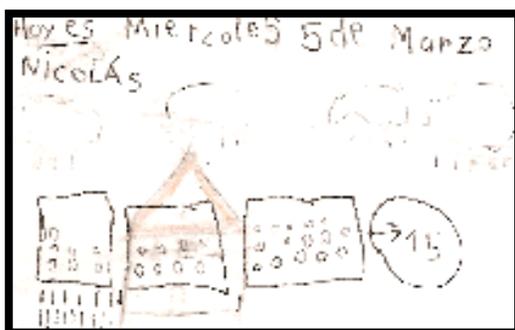


Figura N° 14

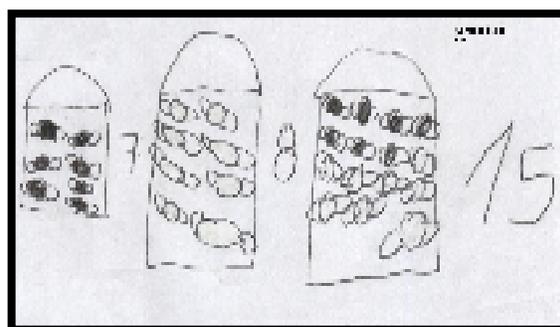


Figura N° 21

Carolina tiene 9 confites de menta, en un frasco, y 5 confites de chocolate en otro ¿cuántos confites tiene por todo?

En la tercera categoría, unos pocos niños dan cuenta de la relación que se da entre los datos logrando llegar al resultado (Figura N° 22).

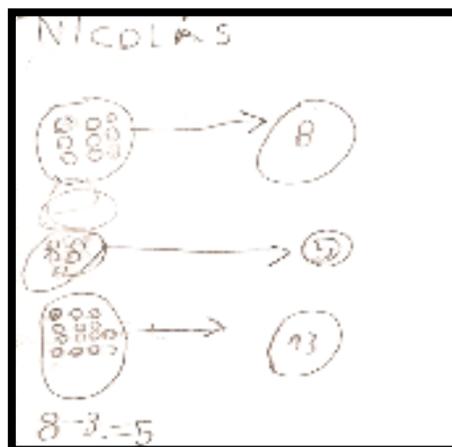


Figura N° 22

Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario
¿Cuántas monedas tiene Jaime?

En este caso se puede ver como la representación gráfica no le permite al niño resolver el problema sino que al contrario le permite darse cuenta que esa no puede ser la respuesta y por lo tanto lo resuelve de manera algebraica.

Otros niños muestran el resultado de manera simbólica y realizan el cálculo utilizando los dedos como colecciones de muestra, pero al sugerirle que representaran lo que habían hecho, representan la cantidad inicial y el resultado. (Figura N° 23).

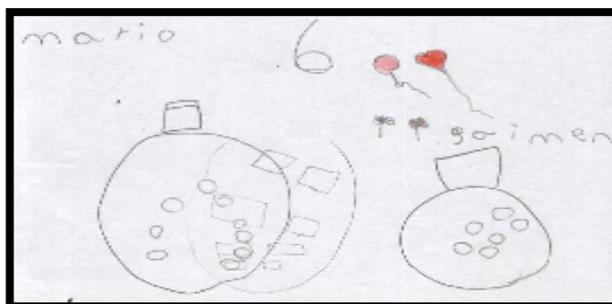


Figura N° 23

Mario tiene 9 monedas y Jaime tiene 3 monedas menos que Mario ¿Cuántas monedas tiene Jaime?

Es así como, en estas representaciones (N° 22 y 23) se evidencian dos procedimientos para llegar a la solución, unos parten de la representación gráfica y luego llegan a lo simbólico y otros parten de lo simbólico y luego tratan de realizar la representación gráfica.

Cuando se abordó la quinta categoría unos pocos niños parecieron descubrir la operación implícita o la composición de un estado relativo para dar lugar al otro estado relativo, pero esta relación no la representaron de forma gráfica sino simbólica, es decir representan uno de los datos del problema y el resultado, mientras que desde lo simbólico dan cuenta de ambos datos y del resultado, pero no de la operación (Figura N° 24).



Figura N° 24

La señora de la tienda le debía a Julián 9 bolitas de chicle y le dio 6 bolitas de chicle ¿Cuántas bolitas de chicle le queda debiendo la señora a Julián?

A manera de conclusión se podría mencionar que en general la mayoría de representaciones que se observan de los estudiantes, estos dibujan algunos datos explícitos del enunciado, como es el contexto o las cantidades, aunque en su mayoría todavía no realizan la operación matemática que subyace o que se infiere, para esto se requiere de un proceso de mayor abstracción y de inferencia, aunque las representaciones gráficas dan indicios de dichas relaciones o transformaciones.

Momento intermedio

En este momento se plantearon los siguientes problemas.

- a) *Primera categoría:* En un árbol hay 11 manzanas verdes y en otro árbol hay 9 manzanas rojas ¿Cuántas manzanas hay en total?
- b) *Segunda Categoría:* Si tengo 12 gallinas y me regalaron otras 15 ¿Cuántas gallinas tengo por todas?
- c) *Tercera categoría:* Las gallinas preparan la comida y colocan en la casa azul 7 sacos de trigo y en la casa amarilla colocan 4 sacos de trigo más que en la casa azul. ¿Cuántos sacos de trigo han colocado en la casa amarilla?
- d) *Cuarta categoría:* Para el desayuno de los trabajadores se gastan 18 huevos y en la comida se gastan otros 80 ¿Cuántos se gastaron en total?
- e) *Quinta categoría:* Doña María debe a don Armando 17 piñas, y le paga 9 ¿Cuántas piñas queda debiendo?

- f) *Sexta categoría:* Don Armando le debe 14 gallinas a don Pedro, pero don Pedro le debe 7 gallinas a don Armando. ¿Cuántas gallinas le queda debiendo don Armando a don Pedro?

Luego de un tiempo de intervención a través de las situaciones problema, podemos observar como en las producciones que realizan los niños van dando cuenta de un proceso en los niveles de representación:

En las producciones seguimos encontrando el nivel de representación gráfica y simbólica, (Figura N° 25 y 26).

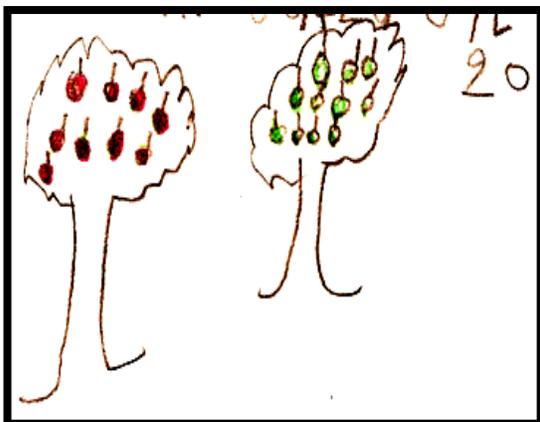


Figura N° 25

En un árbol tengo 9 manzanas rojas y en otro árbol tengo 11 manzanas verdes ¿Cuántas manzanas tengo para vender en la plaza?



Figura N° 26

Tengo 12 gallinas y me regalaron otras 15 gallinas. Necesito saber ¿Cuántas gallinas tengo por todo en el corral?

A diferencia de la estrategia anterior, algunos de los niños no realizan la representación gráfica de las cantidades sino que utilizan los números como una abstracción de las mismas, tanto de los datos como del resultado de la operación de

combinación o transformación, pero no muestran la operación que relaciona los datos y llegan al resultado por medio de la estrategia del sobreconteo. En este caso dan cuenta de un nivel simbólico (Figura N° 27 y 28).

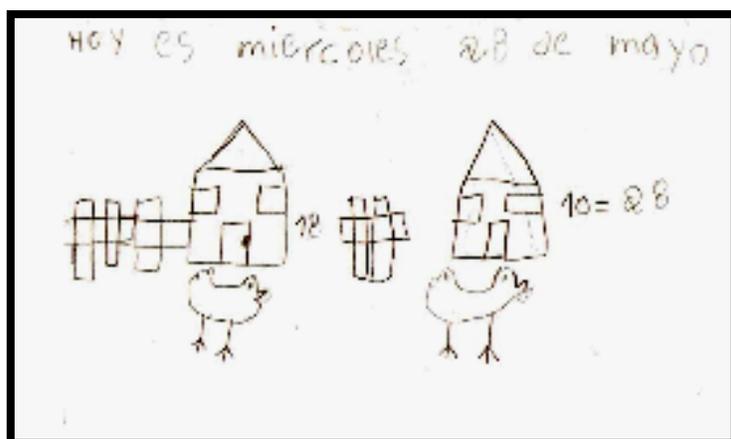


Figura N° 27

En la casa azul hay 18 gallinas y en la casa amarilla hay 10 gallinas ¿Cuántas gallinas hay en total?

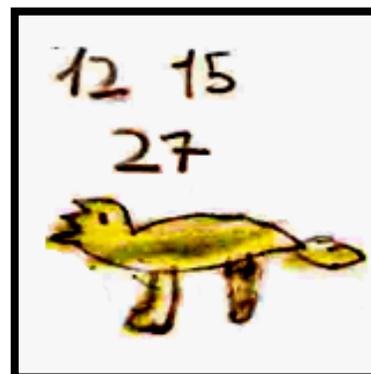


Figura N° 28

Tengo 12 gallinas y me regalaron otras 15 gallinas. Necesito saber ¿Cuántas gallinas tengo por todo en el corral?

Otros estudiantes, además de representar las cantidades también indican la operación matemática (Figura N° 29 y 30), es decir los niños realizan representaciones gráficas analógicas de los datos del problema y también la representación de la operación de manera algebraica (Resnick y Ford, 1990). En este caso los niños pasan de un sistema de representación gráfica a uno algebraico mostrando con esto, por una parte la necesidad del dibujo para mostrar el objeto representado, pero por otra el nivel de abstracción alcanzado.

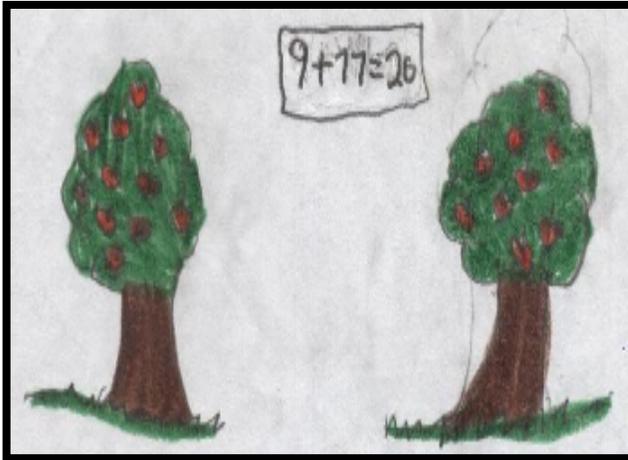


Figura N° 29

En un árbol tengo 9 manzanas rojas y en otro árbol tengo 11 manzanas verdes ¿Cuántas manzanas tengo para vender en la plaza?

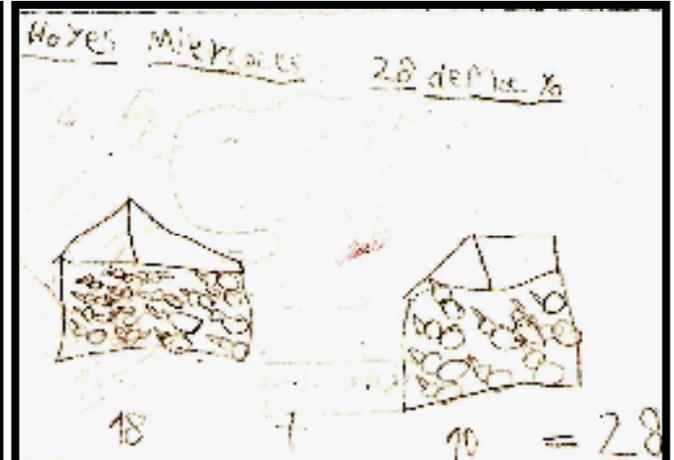


Figura N° 30

En la casa azul hay 18 gallinas y en la casa amarilla hay 10 gallinas ¿Cuántas gallinas hay en total?

Otros estudiantes, ya no necesitan dibujar las cantidades de los datos del problema, sino que recurren directamente a la representación algebraica de la relación aditiva y el dibujo aparece más con la intención de decorar su producción. (Figura N° 31).



Figura N° 31

Tengo 12 gallinas y me regalaron otras 10 gallinas. Necesito saber ¿Cuántas gallinas tengo por todo en el corral?

En los problemas que implican resta, en este momento los niños logran identificar con mayor facilidad la operación involucrada en el problema, a diferencia del momento anterior (Figura N° 32, 33 y 34).

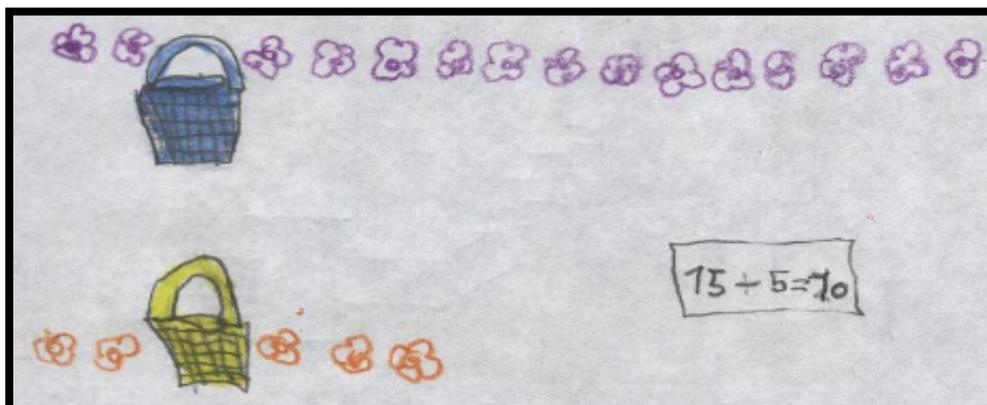


Figura N° 32

Tengo una canasta azul con 15 manzanas y en la canasta amarilla hay 5 manzanas menos que en la azul. ¿Cuántas manzanas tengo en la canasta amarilla?

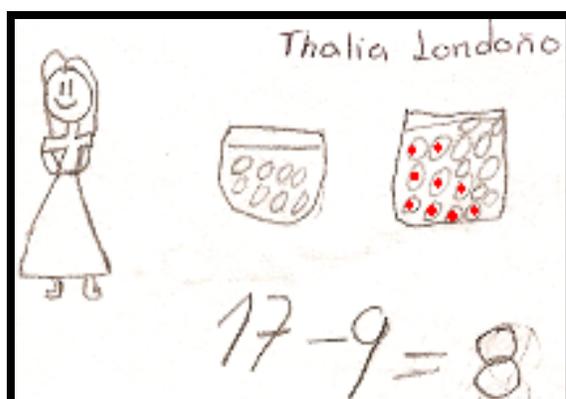


Figura N° 33

Doña María le debe a don Armando 17 piñas y ella le pagó 9 piñas. ¿Cuántas piñas le debe Doña María a don Armando?



Figura N° 34

Doña María le debe a don Armando 17 piñas y ella le pagó 9 piñas. ¿Cuántas piñas le debe Doña María a don Armando?

Es interesante ver como los niños dan cuenta de la relación “5 menos que” de manera algebraica, sin embargo a nivel icónico o arbitrario lo que hacen es dibujar los datos del problema más no la relación implícita en ellos (Figura N° 32), aunque

algunos niños si logran, de forma gráfica, dar cuenta de la transformación o relación de los datos dentro del problema ya sea tachando o encerrando (Figura N° 33 y 34).

Encontramos también que algunos niños empiezan a utilizar la representación gráfica esquemática o arbitraria, es decir que empiezan a sustituir el dibujo del objeto por rayitas o bolitas, para contar (Pontecorvo, 1996 y Sinclair). (Figura N° 35 y 36)

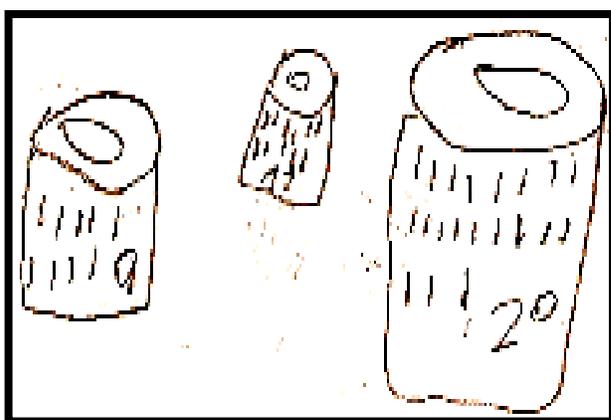


Figura N° 35

En un árbol tengo 9 manzanas rojas y en otro árbol tengo 11 manzanas verdes ¿Cuántas manzanas tengo para vender en la plaza?

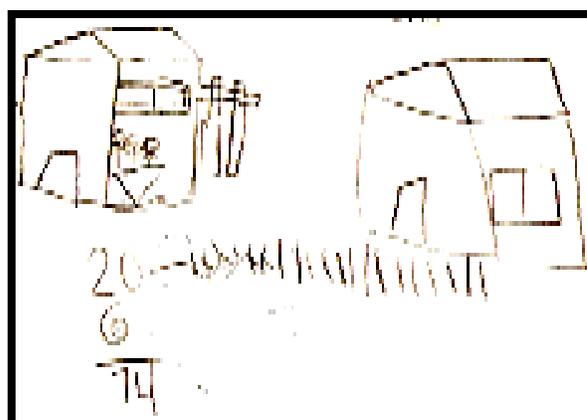


Figura N° 36

La gallina Matilde le debe a la gallina Margarita 20 sacos de trigo y le pago 6 sacos de trigo ¿cuántos sacos de trigo le queda debiendo la gallina Matilde a la gallina Margarita?

Para concluir este segundo momento del análisis se podría decir que muchos de los niños, en esta fase del proceso, representan las distintas relaciones y transformaciones que se dan dentro de las diferentes categorías propuestas por Vergnaud, para ello varios de los estudiantes emplean la simbología matemática y un número considerable de niños representan las operaciones algebraicas, pero a la vez se sirven de las representaciones gráficas analógicas o esquemáticas para llegar a la solución del problema, ya que aun tienen la necesidad de tener un apoyo concreto para darle sentido a los datos dentro del problema y llegar a la solución.

Momento final relativo

Los siguientes son algunos de los problemas que se les plantearon a los niños de acuerdo a las categorías que propone Vergnaud (1991).

- a) *Primera categoría:* Sebastián tiene dos corrales para los cerdos, en uno guardo 49 y en el otro 57 ¿Cuántos cerdos tiene por todo Sebastián en los dos corrales?
- b) *Segunda Categoría:* La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, y en la taquilla le regalaron otros 24 boletas para sus estudiantes ¿Cuántos boletos tiene por todo?
- c) *Tercera categoría:* En los carritos de color verde se montaron 39 niños y en los carritos naranjados se montaron 24 niños menos que en los carritos verdes ¿Cuántos estudiantes montaron en los carritos naranjados?
- d) *Cuarta categoría:* Por la mañana, antes de montarse al bus, los niños y la profesora Paula desayunaron 37 hamburguesas y al almuerzo ellos se comieron otras 46 hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas se comieron por todo en el paseo?
- e) *Quinta categoría:* Sebastián le debe a Don Rubén 20 costales de cuido que compró para las gallinas, y le pagó 13 costales ¿Cuántos costales de cuido le queda debiendo Sebastián a Don Rubén?
- f) *Sexta categoría:* Sebastián le debe a Doña Luz 24 canastas de huevo que le encargó, pero Doña Luz le debe a su vez 14 canastas de huevo ¿Cuántas canastas de huevo le debe Sebastián a Doña Luz?

En este momento también encontramos representaciones que corresponden al nivel gráfico simbólico, pero la mayoría como una representación esquemática o arbitraria y es utilizada más como un apoyo para realizar el cálculo que se requiere en la operación. (Figuras N° 37 y 38)



Figura N° 37

La profesora Paula contrato dos buses. Al bus número uno se montaron 54 estudiantes y en el bus número dos se montaron 38 estudiantes ¿Cuántos estudiantes había por todos en los dos buses?

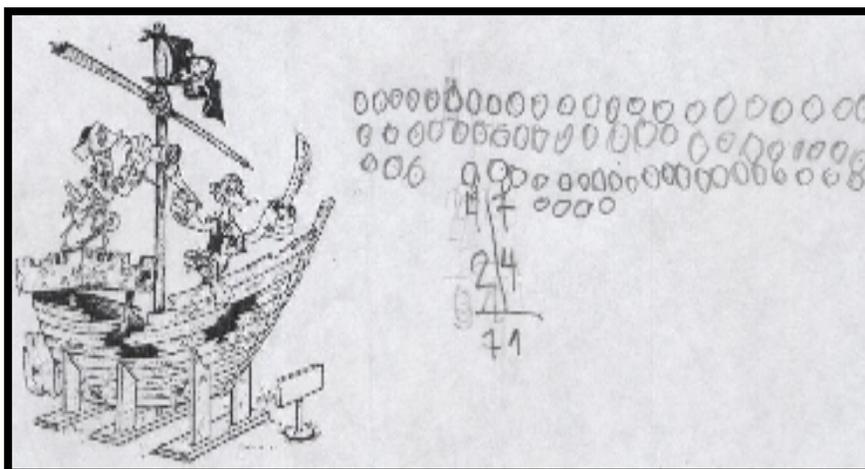


Figura N° 38

La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, pero en la taquilla le regalaron 24 boletas para sus estudiantes ¿Cuántos estudiantes pueden montar en el barco pirata?

También encontramos representaciones algebraicas acompañadas de representaciones gráficas esquemáticas; en las cuales los niños, por ejemplo, al resolver una operación de resta grafican de manera icónica o arbitraria uno de los datos y tachan o señalan tantos como indique el otro dato mostrando con esto la representación del sentido de los datos del problema y la relación entre los mismos, en este caso una transformación opera sobre un estado relativo, dando como resultado otro estado relativo (Figura N° 39 y 40).

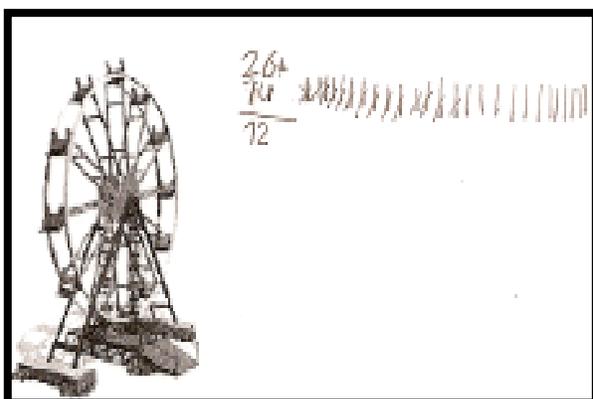


Figura N° 39

Se montaron algunos estudiantes y quedaron en la fila 26, luego solo se pudieron montar 18, entonces ¿Cuántos estudiantes quedaron faltando por montar en la rueda de Chicago?

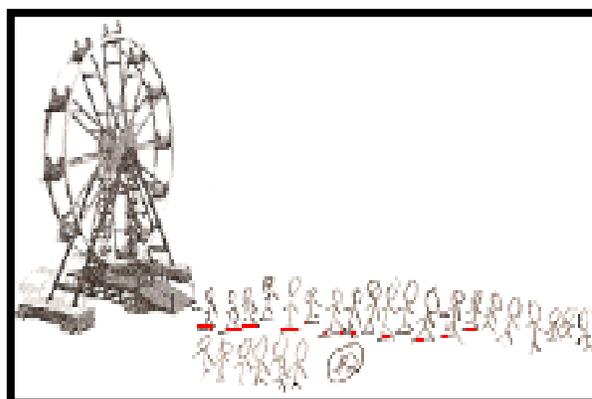


Figura N° 40

Se montaron algunos estudiantes y quedaron en la fila 26, luego solo se pudieron montar 18, entonces ¿Cuántos estudiantes quedaron faltando por montar en la rueda de Chicago?

Otros, cuando usan apoyo gráfico lo hacen para sumar las unidades y las decenas (Figura N° 41). En este tipo de representación el niño muestra la comprensión del algoritmo de la suma pero la necesidad del apoyo gráfico esquemático para realizar el cálculo. Representa por una parte la suma de las unidades y aparte la suma de las decenas, incluso teniendo en cuenta la decena que se sustituye o se cambia de las 11 unidades.

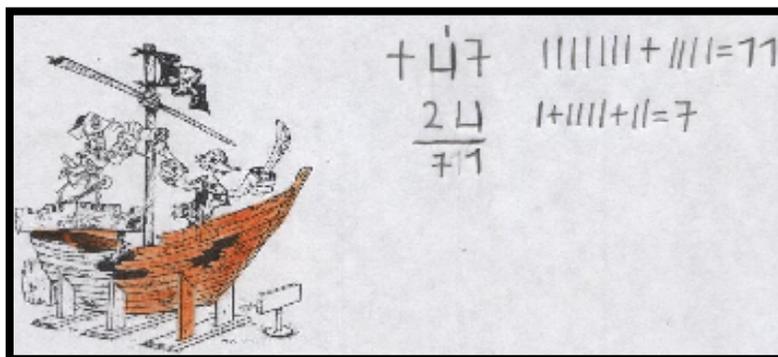


Figura N° 41

La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, pero en la taquilla le regalaron 24 boletas para sus estudiantes ¿Cuántos estudiantes pueden montar en el barco pirata?

A partir de este momento las representaciones de los niños muestran un gran cambio, debido a que observamos una disminución de los apoyos gráficos e identificamos que en la mayoría de las representaciones predomina la representación simbólica y la algebraica; dándonos cuenta con esto que los niños reconocen tanto el significado de los datos como la operación y la relación entre los mismos, además dan cuenta de la generalización del modelo de la suma y la resta para resolver diferentes problemas de estructura aditiva. Así mismo, en estas representaciones algebraicas vemos la manera como los niños se van aproximando a los procedimientos convencionales para resolver dichas operaciones.

Encontramos también casos en que los niños sólo copian los datos del problema y no indican ninguna operación o resultado (Figura N° 42).

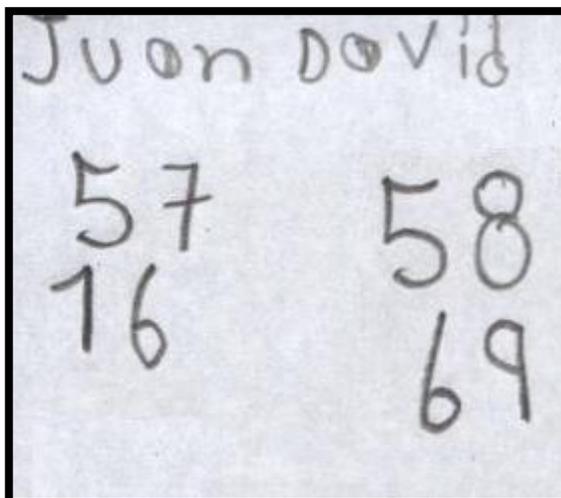


Figura N° 42

Sebastián tiene en la caballeriza 57 caballos y Don Orlando tiene 16 caballos menos que Sebastián ¿Cuántos caballos tiene Don Orlando?

Don Orlando tiene 58 caballos y Sebastián tiene 69 ¿Cuántos caballos más tiene Sebastián?

Otros, en los que al realizar la suma se olvidan de “llevar” la decena, aunque algunos la indican en la operación, no la tienen en cuenta a la hora de realizar el cálculo y así llegar al resultado correcto (Figura N° 43).

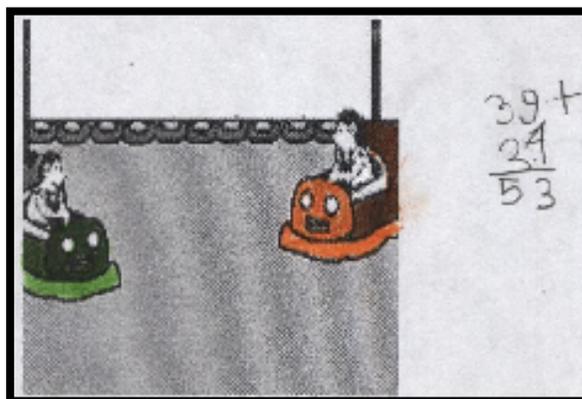


Figura N° 43

En los carritos de color verde se montaron 39 niños y en los carritos naranjados se montaron 24 niños menos que en los carritos verdes ¿Cuántos estudiantes montaron en los carritos naranjados?

Otros niños en el momento de sumar las decenas y al obtener como resultado una cantidad mayor que 9, en este caso 10, no colocan el uno en el resultado porque en los sumandos no aparecen centenas (así lo explican), pero sí lo colocan en el primer sumando indicando que “llevan” esa cantidad (Figura N° 44). Algunos niños al llevar las decenas se confunden y estas son ubicadas en el lugar de las centenas y la suman como centena (Figura N° 45).

Figura N° 44

Sebastián tiene dos corrales para los cerdos, en uno guardo 49 y en el otro 57 ¿Cuántos cerdos tiene por todo Sebastián en los dos corrales?

Figura N° 45

La semana pasada en el gallinero había 106 pollitos y esta semana echaron otros 87 pollitos ¿Cuántos pollitos hay por todos en el gallinero?

Los niños que ubican de forma incorrecta los datos (unidades debajo de las decenas y decenas debajo de las centenas) y por este motivo el resultado no es correcto, aunque hay otros que hacen lo mismo pero si llegan al resultado correcto dando cuenta con esto de cierta comprensión del sistema de numeración decimal (Figura N° 46 y 47).

En este sentido también observamos la manera como los niños, en este tipo de representaciones, reproducen algunas prácticas escolares, así:

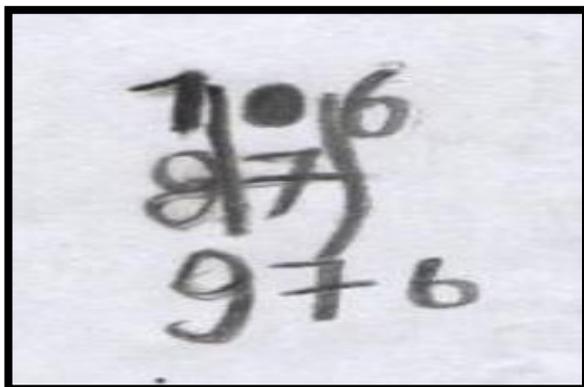


Figura N° 46

La semana pasada en el gallinero había 106 pollitos y esta semana echaron otros 87 pollitos ¿Cuántos pollitos hay por todos en el gallinero?

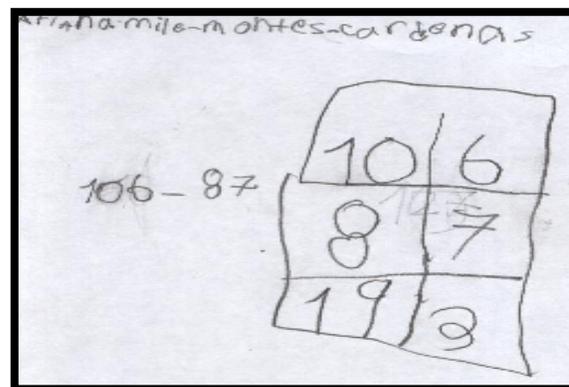


Figura N° 47

La semana pasada en el gallinero había 106 pollitos y esta semana echaron otros 87 pollitos ¿Cuántos pollitos hay por todos en el gallinero?

Algunos niños al indicar la operación, lo hacen sin emplear los símbolos de la suma (+), y de la resta (-) o el que indicaría el igual a (=), y a cambio utilizan el modelo de las columnas que separan las unidades, decenas, centenas (Figura N° 48 y 49).

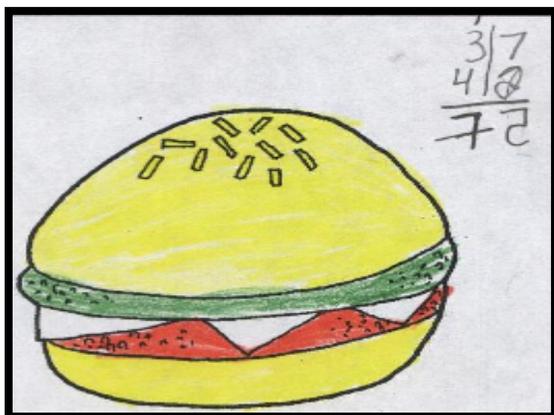


Figura N° 48

Por la mañana, antes de montarse al bus, los niños y la profesora Paula desayunaron 37 hamburguesas y al almuerzo ellos se comieron otras 46 hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas se comieron por todo en el paseo?

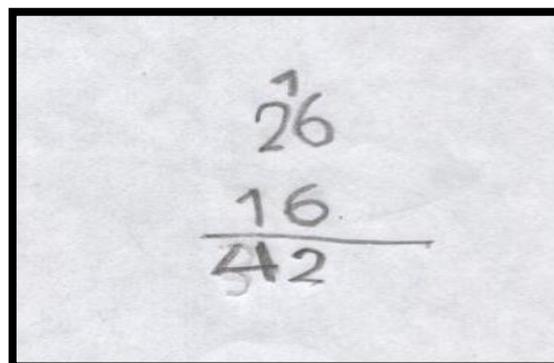


Figura N° 49

Sebastián la semana pasada recogió 26 huevos del corral de las gallinas, y esta semana ha recogido 16 huevos ¿Cuántos huevos en total ha recogido Sebastián?

Otros para no equivocarse en la correcta ubicación de los números hacen lo siguiente: cuando se les da un número de tres cifras y luego uno de dos cifras lo que hacen es agregar un cero a la izquierda al número de dos cifras para que así sus números queden correctamente ubicados (Figura N° 50).

$$\begin{array}{r} 106 \\ + 087 \\ \hline 193 \end{array}$$

Figura N° 50

La semana pasada en el gallinero había 106 pollitos y esta semana echaron otros 87 pollitos ¿Cuántos pollitos hay por todos en el gallinero?

También en las representaciones encontramos que hay momentos en que los niños confunden los signos de la suma y de la resta, pero logran realizar la operación que corresponde al problemas (Figura N° 51).

$$\begin{array}{r} 39 \\ - 24 \\ \hline 15 \end{array}$$

Figura N° 51

En los carritos de color verde se montaron 39 niños y en los carritos naranjados se montaron 24 niños menos que en los carritos verdes ¿Cuántos estudiantes montaron en los carritos naranjados?

También encontramos niños que al resolver un problema, como el siguiente, colocan las cantidades en el orden en el que aparecen en el problema, pero con la representación que realizan muestran la relación entre los datos y así colocan el minuendo en el lugar del sustraendo realizan adecuadamente la operación (Figura N° 52). Otros, que también hacen lo mismo, escriben que no se puede realizar la operación, es decir no es posible aplicar la regla “que al número mayor se le saca el número menor”. (Figura N° 53).

$$\begin{array}{r} 58- \\ 69 \\ \hline 11 \end{array}$$

Figura N° 52

Don Orlando tiene 58 caballos y Sebastián tiene 69 ¿Cuántos caballos más tiene Sebastián?

$$\begin{array}{r} +58- \\ 69 \\ \hline 127 \end{array} \quad \begin{array}{r} 69- \\ 58 \\ \hline 11 \end{array}$$

No se puede

Figura N° 53

Don Orlando tiene 58 caballos y Sebastián tiene 69 ¿Cuántos caballos más tiene Sebastián?

Por último están los niños que en sus producciones realizan la operación correcta, es decir suman o restan. Ellos lo hacen indicando y solucionando correctamente la operación. (Figuras N° 54, 55, 56, 57 y 58).

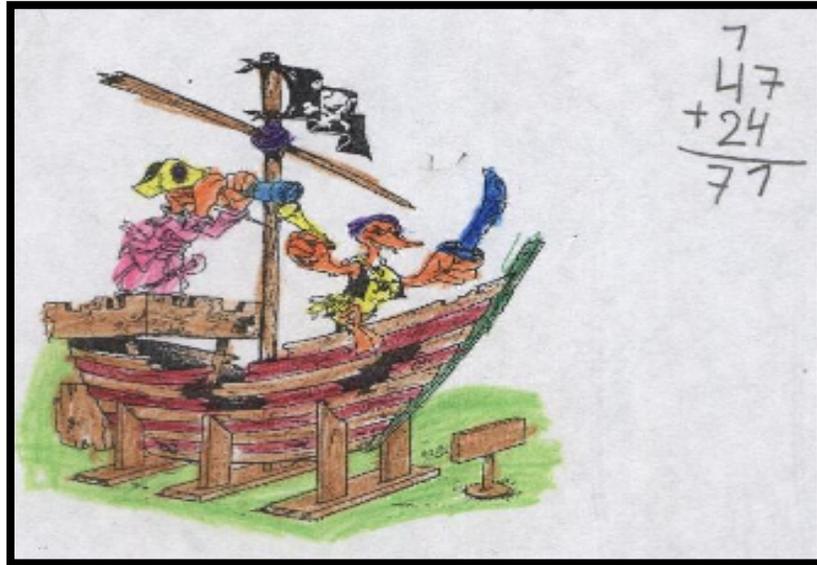


Figura N° 54

La profesora Paula ya tiene 47 boletas para que los estudiantes monten en el barco pirata, pero en la taquilla le regalaron 24 boletas para sus estudiantes ¿Cuántos estudiantes pueden montar en el barco pirata?

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 57 \\ \hline 106 \end{array} \quad \begin{array}{r} 99 \\ - 46 \\ \hline 53 \end{array}$$

Figura N° 55

Sebastián tiene dos corrales para los cerdos, en uno guardo 49 y en el otro 57 ¿Cuántos cerdos tiene por todo Sebastián en los dos corrales?

En una marranera hay 99 cerdos, 46 de esos cerdos son machos ¿Cuántas son hembras?

$$\begin{array}{r} 1 \\ 58 \\ + 69 \\ \hline 127 \end{array}$$

Figura N° 56

Don Orlando tiene 58 caballos y Sebastián tiene 69 ¿Cuántos caballos más tiene Sebastián?

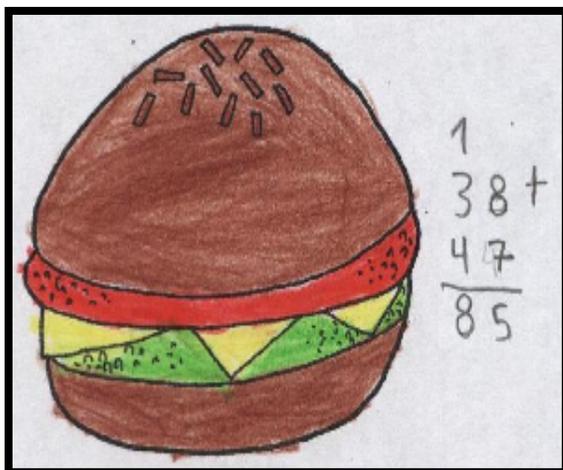


Figura N° 57

Por la mañana, antes de montarse al bus, los niños y la profesora Paula desayunaron 37 hamburguesas y al almuerzo ellos se comieron otras 46 hamburguesas. ¿Cuántas hamburguesas se comieron por todo en el paseo?

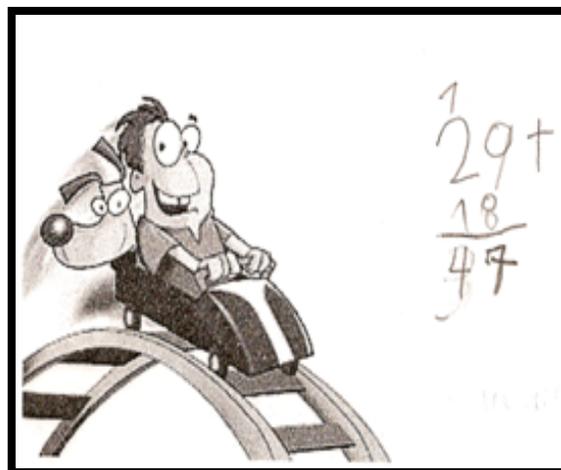


Figura N° 58

El señor del parque le quedo debiendo a la profesora Paula 29 boletas y como no las tenía todas solo le pago 18 ¿Cuántas boletas le quedo debiendo el señor a la profesora?

En este momento final relativo observamos que la mayoría de los niños dan cuenta de las relaciones y de las transformaciones de los datos al interior del problema empleando la representación algebraica, sin embargo no dejan de aparecer en algunos casos las representaciones esquemáticas, las cuales le sirven a los niños para realizar el conteo y hacer la operación matemática; las representaciones gráficas también las emplean los niños en algunos casos, pero con el objetivo de ambientar la situación planteada en el problema o decorar la producción.

También se puede decir que en este tercer momento en las producciones de los niños se pueden evidenciar muchas de las estrategias que la escuela les trasmite a los estudiantes para el aprendizaje de la estructura aditiva, por ejemplo hacer una línea vertical para separar las unidades de las decenas, colocar un cero debajo de

las centenas cuando el segundo término de la suma no tiene centenas, entre otras estrategias.

De manera general se podría decir que trabajar diferentes tipos de problemas se convirtió en algo significativo porque nos permitió observar algunas diferencias en las representaciones de los niños. Con esta diversidad de problemas evidenciamos que la mayoría de los estudiantes en un primer momento no lograron identificar la relación entre los datos de los problemas de las categorías 3, 5 y 6, ya que estas implicaban para ellos un mayor nivel de dificultad, pero luego de un acercamiento a este tipo de problemas, a través de situaciones de aprendizaje, y del proceso de aprendizaje que se fue dando en ellos, los niños lograban encontrar con mayor agilidad dicha relación y representar la operación matemática implícita en el problema.

CONCLUSIONES

- a) Realizar esta investigación permitió reconocer y evidenciar los procesos que se dan en los niños cuando se enfrentan a la tarea de resolver problemas, mostrando con ello el grado de complejidad en la construcción del conocimiento y en la manera como lo representan. Dándonos a entender que el aprendizaje no se construye en una forma lineal, ni en saltos, que por el contrario, es un proceso de constantes confrontaciones y variaciones.
- b) Las representaciones infantiles también están estrechamente ligadas a los procesos de construcción del lenguaje en los niños. Se evidenció que a medida que el léxico de los niños se amplía debido a las múltiples y variadas interacciones con las diferentes situaciones, los niveles de representación presentan transformaciones.
- c) Aunque fue numerosa la población con la que se desarrolló la investigación, podemos decir que esto permitió tener una mayor riqueza y variedad en las producciones que analizamos e interpretamos de los niños.
- d) El trabajo de resolución de problemas en contextos situacionales conocidos, constituyeron un acierto y una estrategia fundamental para el desarrollo de la

investigación, ya que los niños se sintieron en un ambiente más familiar y por consiguiente demostraron más confianza, autonomía y creatividad para desarrollar y resolver los problemas matemáticos generados en el proceso. Por esta razón se pudo evidenciar que el trabajo a partir de situaciones problema le permitió a los niños relacionar o integrar de manera significativa el algoritmo de la suma o la resta con diferentes situaciones que configuran la estructura aditiva en términos de Vergnaud.

- e) El desarrollo de esta investigación nos mostró que las diferentes estrategias de representación que utilizan los niños para resolver los problemas e) de esquema aditivo dan cuenta de unos niveles de complejidad progresiva iniciando con la representación gráfica icónica, pasando por la representación simbólica, hasta la alcanzar en nivel de representación algebraica en la que los niños dan cuenta de las reglas de las representaciones simbólicas.
- f) Otro de los hallazgos obtenidos es que en un primer momento los niños solo dieron cuenta de las relaciones entre los datos de los problemas correspondientes a las categorías uno, dos y cuatro, y a medida que se avanzaba en el proceso los niños lograban representar la relación de los problemas de las categorías restantes.
- g) Durante el proceso los niños generalmente representaban los datos de los problemas pero no mostraban una diferenciación del significado de estos

datos en cada una de las categorías de problemas; ya que esos datos aparecían en muchas de las representaciones como cantidades absolutas.

- h) Evidenciamos además que las mayores dificultades se presentaron en la resolución de los problemas de las categorías 3, 5 y 6; donde se vinculaban procesos de reversibilidad; al comienzo los niños no reconocían las transformaciones o estados relativo que estaban insertas en el problema, pero en la medida que el proceso avanzo uno de los logros más significativos fue que los niños lograron interpretar y mostrar las acciones que se daban al interior de estos problemas.
- i) Al desarrollar una confrontación entre las representaciones de preescolar y primero, pareciera ser que las representaciones de los niños tuvieran un momento inicial en el preescolar y se le diera continuidad a este proceso en el grado primero, ya que los niños de preescolar mostraron una variedad de estrategias de representaciones analógicas con algunos elementos de los problemas, además de representaciones de cantidades desde una noción inicial de muchos o pocos, hasta la representación simbólica del cardinal y en los niños de primero se observa que continúan este proceso ya que inician con la representación grafica y simbólica, continuándolo hasta el nivel de representación algebraica, utilizando algunas de las mismas estrategias que se observaron en el grado de preescolar.

- j) Con el trabajo en matemáticas, y más específicamente en la resolución de problemas (de estructura aditiva) a partir de situaciones problema, los niños dieron muestra de un gran interés y avance en su aprendizaje, porque para ellos esto representó algo nuevo, ya que se convirtió en un reto fascinante y entretenido de realizar. Además, los niños descubrieron un nuevo modo de trabajar el área de las matemáticas, encontrando diversas maneras de resolver dichos problemas, dejando de lado los estigmas y miedos que para muchos representan las matemáticas.
- k) Pudimos evidenciar que existen prácticas pedagógicas escolares que intervienen en la manera de cómo representan los niños lo que representan. Mostrando con esto, que la manera de cómo se realicen las prácticas de enseñanza escolar podrán ser determinantes en los procesos de aprendizaje de los niños; lo que genera en nosotras una mayor reflexión sobre dichas prácticas.
- l) La investigación acción educativa, nos permitió ver de una forma distinta los procesos de aprendizaje de los niños, no como productos a calificar sino con una mirada más reflexiva sobre su manera de comprensión, así mismo nos permitió un mayor acercamiento o interrelación con los niños, evidenciando sus particularidades, y permitiendo desarrollar una práctica más interactiva.
- m) Este proyecto nos permitió fortalecer nuestro quehacer pedagógico y mejorar nuestras competencias interpersonales, ya que tuvimos una constante

confrontación en el proceso de formación y práctica, que configuran el ser, el saber y el saber hacer del pedagogo en su práctica cotidiana.

- n) Finalmente podríamos decir que nuestra investigación deja interrogantes y preguntas abiertas para otras posibles investigaciones, relacionadas con las representaciones internas de los niños o procesos de comprensión y metacognición que no fueron investigadas en este proyecto.

REFERENCIAS

Abrantes, P. (1996). La resolución de Problemas. El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 8, 7-18

Abrantes, P., Ramos, N., Serrano, T., Et al. (2002). La resolución de problemas en matemáticas: teoría y experiencias. Editorial Grao. España.

Arbeláez, M. Las representaciones mentales. Revista ciencias humanas No. 29. Recuperado mayo, 2008, desde: <http://www.utp.edu.co/chumanas/revistas/revistas/rev29/index.htm>.

Astudillo, M. Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: perspectiva histórica. Ediciones Universidad de Salamanca. Recuperado abril, 2008, desde: www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1=584&dd99=pdf

Bausela, E. (2003). La docencia a través de la investigación-acción. Revista de psicodidactica (ISSN: 1681-5653), (Nº 15-16) 121 -130.

Belver, M. (2002). Arte, individuo y sociedad. Universidad complutense. Madrid.

Bermejo, V. (1990). El niño y la aritmética. Editorial Paidós. España.

Bermejo, V., Rodríguez, P. (1987). Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición. Revista de infancia y aprendizaje, (39-40), 71-81.

Bosch, L., De Menegazzo, L. (1974). La iniciación matemática de acuerdo con la psicología de J. Piaget. Editorial Latina. Buenos Aires.

Brissiaud, R. (1989). El aprendizaje del Cálculo. Más allá de Piaget y la teoría de conjuntos. Aprendizaje Visor. España.

Bruner, J. (1995). Acción, pensamiento y lenguaje (Compilación de J.L. Linaza). Editorial Alianza S.A. Madrid.

Bruner, J., (1980). Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo. Pablo del Rio Editorial. España.

Callejo, M. (1990). La resolución de problemas en un club matemático. Madrid: Narcea.

- Cañadas, M. C., Castro, E. (2006). Una metodología para el análisis del razonamiento inductivo basada en la resolución de problemas. Trabajo presentado en Seminario PAI sobre Metodologías de Investigación. Almería.
- Carr, W., Kemmis S. (1988). Teoría crítica de la enseñanza. La investigación-acción en la formación del profesorado. Barcelona: Martínez Roca.
- Castro, E. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Chamorro, M. del C. (2003) Didáctica de las Matemáticas para primaria (Capítulo VII). Pearson Editores. Madrid.
- Chamorro, M. del C. (2005). Didáctica de las Matemáticas para preescolar. Pearson Editores. Madrid.
- Coffey, A., Atkinson, P. (2003). Encontrar el sentido a los datos cualitativos, estrategias complementarias de investigación. Editorial Universidad de Antioquia (Facultad de Enfermería), Colombia.
- Dickson, L., Brown, M., Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Labor – MEC. Madrid.

Duval, R. (1993). *Semiosis y Noesis, lecturas en didáctica de las matemáticas*. SMECINVESTAV. México.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle. Cali.

Galeano, M. (2007). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa, enfoques cualitativos y cuantitativos de investigación, dos maneras de conocer la realidad social*. Fondo editorial universidad EAFIT, Colombia.

Giraldo, J. (2006). *Comprensión como objetivo de la enseñanza*. Universidad Cooperativa de Cali, Colombia. Documento presentado en una ponencia que ofrece los resultados de dos investigaciones sobre la comprensión del número natural en niños de preescolar y 1º de primaria. Abstract recuperado Agosto 9, 2008, desde: http://portalweb.ucatolica.edu.co/easyWeb2/files/44_243_v1n1giraldohuertas.pdf

González, A., Weinstein, E. (2006). *La enseñanza de las matemáticas en el jardín de infantes, a través de secuencias didácticas*. Homo Sapiens Ediciones. Argentina.

Kammi, C. (1982). *El número en la educación Preescolar*. Aprendizaje Visor. Madrid.

Marti, E. (2003). Representar el mundo externamente. Editorial A. Machado Libros S.A.. Madrid.

Martí, E. y Pozo, J. (2000). Más allá de las representaciones mentales: la adquisición de los sistemas externos de representación. Revista Infancia y Aprendizaje (090) 11 – 30.

Mazarío, I. (2002) La resolución de problemas en la Matemática I y II de la carrera de Agronomía. Tesis doctoral. Universidad de Matanzas. Cuba.

MEN, (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Editorial Delfín. Bogotá.

Mesa, O. (1990). La resolución de Problemas (Coloquio regional de Matemáticas y estadística). Universidad de Antioquia, Universidad Nacional, Sociedad Colombiana de matemáticas. Medellín.

Mesa, O. (1994). Criterios y estrategias para la enseñanza de la matemática. Centro de Pedagogía Participativa. Medellín.

Mesa, O. (1998). Contextos para el diseño de situaciones problema. Grupo impresor Ltda. Centro de Pedagogía participativa. Colombia.

Moreno, A. (1995). Autorregulación y solución de problemas: un punto de vista psicogénico. *Revista Infancia y aprendizaje*, (72), 51-70. Madrid: Board.

Novak, J., Gowin, B. (1988). *Aprendiendo a Aprender*. Martínez Roca. Barcelona.

Obando, G., Múnera, J. (2003). Las Situaciones Problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía* (ISSN 0121_7593). Vol. XV (35).

Obando, G., Vanegas, M., Vásquez, N. (2007). Serie didáctica de las matemáticas. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia (Módulo 1). Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos. Universidad de Antioquia y Gobernación de Antioquia, Secretaría de Educación para la Cultura. Medellín.

Ortells, J. (1996). *Imágenes mentales*. Editorial Paidós, Barcelona, España.

Oviedo, P. (2006). La resolución de problemas una estrategia para el aprendizaje. *Revista Universidad de La Salle*, 6, 12 – 20.

Panizza, M. (2004). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB. Análisis y Propuesta (Compilación)*. Editorial Paidós. Buenos Aires.

Pérez, M. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Santillana.

Piaget, J. (1957). La psicología del niño. Editorial Morato. Madrid, España.

Piaget, J. (1977). Estudios sociológicos. Editorial Ariel. Barcelona.

Piaget, J. (1994). La formación del símbolo en el niño. Fondo de Cultura Económica Ltd. Santafé de Bogotá.

Piaget, J., García, R. (1982). Psicogenesis e historia de la ciencia. Siglo XXI Editores. México.

Plasencia, I. Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos. Universidad de la Laguna. Recuperado mayo, 2008, desde: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=940>

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. Un nuevo enfoque del método matemático. Trillas Editorial. México.

Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el periodo preescolar y en la escuela primaria. Revista Infancia y Aprendizaje (074) 3-24.

Pozo, J. (2004). Adquisición del conocimiento. (2ª ed). Madrid: Morata.

Puig, L., Cerdán, F. (1995). Problemas Aritméticos Escolares. Editorial Síntesis. Madrid.

Pulido de C., R., Jessup, C., Margie, N., Oviedo, P. (2000). La resolución de problemas y la educación en ciencias naturales. En: Encuentro Nacional de Facultades de Educación 2000. Bogotá.

Ramos, M. del C. (2004). ¿Que hacen los niños preescolares para resolver problemas que implican el uso del número en diversas situaciones?. Documento presentado en la segunda reunión nacional de análisis: la actividad experimental en el aprendizaje de las ciencias naturales y exactas. Abstract recuperado junio, 2008, desde: <http://redexperimental.gob.mx/descargar.php?id=447>.

Resnick, L., Ford, W. (1990). La Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós. México.

Ríos, G. del S. (2006). Representaciones mentales sobre los problemas matemáticos en niños de 4°. Grado de básica primaria. Abstract recuperado junio, 2008, desde: <http://correo.umanizales.edu.co/tesis/medh/PRELIMINARESGloria.pdf>

Rodríguez, G., Gil, J. (1999). Metodología de la investigación cualitativa. Ediciones Aljibe. España.

Salgado, V. (1998). Los procesos de representación. La representación de los problemas aditivos. *De Seis a Diez*, 4 (II), 30-33.

Salsa, A. (2000). Implicancias didácticas del uso y la comprensión temprana de símbolos. *Revista Cultura y Educación* (19) 35-45. Madrid.

Salsa, A., Peralta, O. (2004). Comprensión y uso de representaciones externas: aspectos evaluativos y aportes al campo de la educación. *Revista IRICE* (18) 91-110. Argentina.

Scheuer, N., Sinclair, A. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Revista Infancia y Aprendizaje* (090) 31-50.

Serie didáctica de las matemáticas. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia (Módulo 2). Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. Universidad de Antioquia y Gobernación de Antioquia, Secretaría de Educación para la Cultura. Medellín.

Serie didáctica de las matemáticas. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia (Módulo 6). Situaciones de Aprendizaje. Universidad de Antioquia y Gobernación de Antioquia, Secretaría de Educación para la Cultura. Medellín.

Sinclair, A., Siegrist, F., Sinclair, H. (1983): Young Children Ideas About the Written Number System. Ponencia en la Conferencia de la OTAN sobre adquisición del símbolo. Mimeo de 13 páginas.

Tamayo, O. (2006). Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Revista Educación y Pedagogía, Vol. XVIII (45) 39- 49

Vergnaud, G. (1991). El niño las matemáticas y la realidad. Los problemas de tipo aditivo. Trillas Editorial. México.

Vigotsky, L. (1996). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Editorial Crítica. Barcelona.

Woolfolk, A. (1990). Psicología Educativa. Prentice-Hall Hispanoamericana. México.

ANEXOS

Anexo N° 1: Listado de los grupos

Institución Educativa La Independencia

Sede: Refugio del niño

Grado: Preescolar 1

Profesora: Gloria Mirelli Cardona Arenas.

1. Aguirre Vélez Kleider Arley
2. Álvarez Londoño Mileidi Alexandra
3. Estanda Olarte Heiner Alexis
4. Grisales Vélez María Juliana
5. Gutiérrez Osorio María Camila
6. Hoyos Alcalde Yeiler David
7. Jaramillo Gaviria Angie
8. Jaramillo Muñoz John Esneider
9. Layos Londoño Liset
10. Londoño Mosquera Estefania
11. López Isaza Cristian David
12. Mesa Londoño María Carolina
13. Montoya Vélez Kedwin Eduardo
14. Negrete Gonzales María Paulina
15. Oliveros Rodríguez Yirley Dayana
16. Palacios Rivera Yeiler Esteban
17. Parra Ramírez Sebastián Camilo
18. Piedrahita Moreno Santiago Alexander
19. Ramírez García Sebastián

20. Restrepo Hoyos María Cristina
21. Restrepo Vélez Jaime Alejandro
22. Rodríguez Acosta Anderson Alexis
23. Taborda Loaiza Alejandra
24. Urrego Bedoya Luis Javier
25. Urrego Bedoya Yilmar Andrés
26. Vásquez Silva Duberney
27. Villa Quintero Ximena

Institución Educativa La Independencia

Sede: Refugio Del Niño

Grado 1.1

Profesora: Luz Adriana Rivera Castañeda.

1. Aguirre Castaño Cristian Duvan
2. Aguirre Moreno Stefania
3. Aguirre Sánchez Santiago
4. Aguirre Vélez Yohan Stiven
5. Álvarez Guari Juan Esteban
6. Ardila Usquiano Yulieth Yohana
7. Campiño López Juliana Andrea
8. Cano Penagos Deicy Bibiana
9. Cartagena Graciano Valentina
10. Cartagena Rodríguez Yudy
11. Castaño David Santiago
12. Castaño David Simón
13. Chavarriaga López Joan
14. Córdoba Londoño Manuela
15. Correa Villa Juliana
16. Cuesta Petro Cristina
17. Cuesta Petro Mateo
18. David Henao Alejandra
19. Grisales Vélez Lina Isabel
20. Guisao Portillo Juan Esteban
21. Henao Estrada Melixa
22. Jimenes Ardila Deysy Yurany
23. Mena Zapata Angye Mizar
24. Naranjo Lujan Jhojan Santiago

25. Navarro Manco Luis Norbey
26. Olarte Yohan Felipe
27. Ortiz Soto Luz Edilia
28. Osorio Mosquera Yerson David
29. Osorio Vásquez Yiseily Milena
30. Palacios Carlos Didier
31. Parra Cano Jamilton
32. Petro Hurtado María Cristina
33. Pino Renteria Jhonatan David
34. Polo Ríos Leydi Marcela
35. Rodríguez Mejía Darli Dahiana
36. Rúa Bermidez William Arley
37. Serna Palacio Yessica Daniela
38. Suarez Álvarez Juan Daniel
39. Toro Hoyos Cristian Felipe
40. Toro Posada Andrés Felipe
41. Vásquez Muñoz Juan Diego
42. Vélez Sepúlveda Federman
43. Vera Gonzales María Alejandra

Institución Educativa La Independencia

Sede: Amor Al Niño

Grado Preescolar 1

Profesora: Sandra Caicedo Restrepo.

1. Álzate Velásquez Santiago
2. Ardila Salcedo Kevin Alejandro
3. Aristizabal Pamplona Esteban Alexander
4. Cano Villa Angie Valentina
5. Ceballos Martínez Angie Paola
6. Duque Tabares María Fernanda
7. García Mendoza Fabián Stiven
8. Goez Usuga Sara Meliza
9. Goez Caicedo Deinner Stiven
10. Gómez Misas Daniel
11. Henao Meneses Katerinne
12. Hernández Gómez Saray Diryana
13. Jiménez Ardila Sergio Andrés
14. Largo Pabón Elizabeth
15. Martínez Martínez José Daniel
16. Mesa Bedoya Katherin Yuliza
17. Muñoz Barrio Valentina
18. Muñoz Manjarres Mateo
19. Naranjo Villegas Juanita Vanessa
20. Nuñez Caicedo Venesa
21. Ortiz Cárdenas Venesa
22. Palacios Mosquera Daniel
23. Pereira Velásquez Cristian Mateo

24. Pérez Valencia Kelli Lorena
25. Quintana Moreno José Daniel
26. Rendón Pineda Michael Andrés
27. Saraza Álvarez Kevin Mateo
28. Tangarife Acevedo Valentina
29. Urrea Suarez Yenifer Vannesa
30. Villa Duque Mariana
31. Vinasco Zapata Angie Manuela
32. Zapata Osorno Santiago
33. Juan Sebastián Arango

Institución Educativa La Independencia

Sede: Amor Al Niño

Grado 1.4

Profesora: Beatriz Elena Londoño Arango.

1. Acevedo Vélez Laura Valeria
2. Amaya Guzmán Judith
3. Arias Mosquera Daniel
4. Cano Álzate Erica
5. Cañas Bedoya Mayra Alejandra
6. Cañaverál Gómez Yoani
7. Cartagena Muñoz Yurani
8. Duque López Yesica Andrea
9. Echavarría Romero Johan Sebastián
10. Flórez Rivera Darlin Yuliana
11. Henao Estrada Jhonata Stiwár
12. Hernández López Cesar Andrés
13. Hinestroza Mena Jovanny Andrés
14. Jaramillo Restrepo Vanessa
15. Marmolejo Ibarguen Jhon Stiven
16. Martínez Soto Luis Darío
17. Montiel Delgado José Eduardo
18. Montoya Moreno Diego Alejandro
19. Montoya Moreno Jorge Alexis
20. Moreno Flórez María Alejandra
21. Moreno García Alejandro
22. Mosquera Lozano Nilson
23. Muñoz Patiño Estiben

24. Ochoa Bedoya Brayan Stiven
25. Palacio Hernández Adriana Melissa
26. Quintero Lara Valentina
27. Rendón López Freyd Duvan
28. Rendón Zúluaga Juan Esteban
29. Ríos Taborda Sara
30. Ruiz Ortiz Karollay
31. Soto Montoya Santiago
32. Tabares Álzate Juan Sebastián
33. Tabares Cardona Santiago
34. Urrego Higueta Yerson Alejandro
35. Vásquez Vanegas Yonier Alexander
36. Velasco Rendón Yisel Mayerlli
37. Velásquez Ramírez Juan Felipe
38. Zapata Serna Angie Paola

*Institución Educativa Héctor Abad Gómez**Grado 1.1**Profesora: Lilia*

1. Arango Tabares Sebastián
2. Arcila Duarte Valentina
3. Arias Arias Brayan Estiven
4. Barrientos Acevedo Ivan Andrés
5. Beleño María Alejandra
6. Betancur Guzmán Alejandro
7. Callejas Cossio Emmanuel
8. Cano Feria Maria Nataly
9. Chaverra Guisao Valentina
10. Duque Gómez Silvia Andrea
11. Durango Jiménez Maycol
12. Gaitán Hernández Sebastián
13. Garzón Ramírez Alan Andrés
14. Giraldo Díaz Juan Santiago
15. Gómez Gutiérrez Juan Pablo
16. Gómez Largo María Isabel
17. González Bernal Mariana
18. Hernández Echeverri Miller Madeleiny
19. Herrera Guirlado Isaac
20. Higueta Durango Juan Fernando
21. Lotero León Nicolás
22. Marín Restrepo Alejandro
23. Martínez Ramírez Sebastián
24. Morales Quinchia Ana Isabel
25. Moreno Caicedo Angeline
26. Mendoza Hinestroza Juan José

27. Mosquera Kelly Jhoana
28. Mosquera Moreno Sergio
29. Ospina Zapata María Paula
30. Palomeque Murillo Ronny
31. Polo Hernández Natalia
32. Quimara López Sneider
33. Restrepo Barreneche Juan José
34. Restrepo Pineda Laura
35. Rodríguez Arias Juan Pablo
36. Ruiz Ramos Jorge Mario
37. Saa Gallego Angie Dayanna
38. Serna Álvarez Sara
39. Urrea Gutiérrez Julián Andrés
40. Vergara Vanessa
41. Zalas Mosquera María Alejandra

Institución Educativa Héctor Abad Gómez

Grado: 1.2

Profesora: Carmen Escobar

1. Álvarez Muñoz Sebastián
2. Álzate Cano Daniela
3. Álzate Rodríguez David Alejandro
4. Buñay Guaman Andrés Estiven
5. Carmona Sandra Milena
6. Diez Gil Juan Pablo
7. Escobar Gallego Federico
8. Flores Santamaría Karen Daiana
9. Flores Vera Juan Esteban
10. García Loaiza David Esteban
11. González Avendaño Mariana
12. Guzmán Gaspar Juan José
13. Jiménez Bedoya Carlos Daniel
14. Mantilla Hoyos Juan Sebastián
15. Mejía Echeverri Esteban
16. Mejía Ríos Juan Felipe
17. Monsalve Salinas David Alfonso
18. Pavas García Alejandro
19. Pérez Álzate Valentina
20. Ramírez Ramírez Laura Melissa
21. Restrepo Arango Esteban
22. Rincón Orozco Marilín Valeria
23. Ríos Hoyos Juan José
24. Rojas Flores Santiago
25. Sepúlveda Bedoya Carlos Alberto
26. Toro Giraldo Diego Alejandro
27. Urango Novoa Natali
28. Vargas Álvarez Jhon David
29. Vega Zapata Karen Jhoana
30. Zapata Cortes Juan David
31. Zapata Osorio Juan José
32. Zapata Puetaman Julián
33. Zuluaga Serna Cristian Ferney

*Institución Educativa Héctor Abad Gómez**Grado 1.3**Profesora: Rosa Adiela*

1. Agudelo Grajales Maryelli
2. Agudelo Usuga Angiee Paola
3. Álvarez Rojas Lennjhon
4. Arango Álvarez Mabel Cristina
5. Bermúdez Álvarez Carlos Andrés
6. Castillo Benítez Valentina
7. Ciro Agudelo Yineth Valentina
8. Córdova Martínez Kelly
9. Correa Campo Ledys Eliana
10. David Monsalve Mariana
11. Delgado Romero Juan Manuel
12. Estrada Hincapié Alexander
13. Gómez Forero Miguel Ángel
14. Gonzales Gil Kevin
15. Henao Estrada Alexander
16. Jaramillo Palacio María José
17. Londoño Conto Thalia Jhoana
18. López Ciro María Fernanda
19. Lujan Rojas Diego Alejandro
20. Marín Zuluaga Juan Pablo
21. Mejía Jaramillo Soraya Valentina
22. Muños Ruiz Jhon Alejandro
23. Muñoz Castaño Mariana
24. Murillo Mesa Brayann
25. Naranjo Gómez Carolaine

26. Navarro Quintero Dayson
27. Osorio Quintero Juan Manuel
28. Ossa Arboleda Marlon
29. Ossa Cardona Felipe
30. Ossa Zapata Kelly Tatiana
31. Peláez Barrientos Sebastián
32. Portillo Gutiérrez Jean Carlos
33. Prisco Rivera Yurany
34. Rendón Antony Andrey
35. Rey Montoya Yuly Damaris
36. Rodríguez Arias Santiago
37. Sánchez Nico
38. Sierra Zuleta Mariana
39. Suarez Lemus Juan Sebastián
40. Torrez Gonzales Juan Esteban
41. Urrego Blandon Maydy Liliana
42. Valencia Ocampo Anderson

Institución Educativa Héctor Abad Gómez

Grado 1-4

Profesora: Gudiela Molina

- 1 Álvarez Bustamante Fabián
- 2 Álvarez Muñoz Juan Camilo
- 3 Arbeláez Betancur Gustavo Adolfo
- 4 Bernal Jaramillo Dayana María
- 5 Calderón Uribe Alejandro
- 6 Cañola Muñoz Lina Mercedes
- 7 Carvajal Lopera Brayan Estiven
- 8 Castañeda Suarez Binglie Linn
- 9 Ciro Restrepo Juan Pablo
- 10 Fernández Yeison
- 11 Gamboa Fernández Natasha
- 12 García Vásquez Lina
- 13 Gómez Ramírez Andrés Felipe
- 14 González Tapias Dayhana
- 15 Guerra Zapata Nicolás
- 16 Hoyos Jaramillo Julieth Paola
- 17 Londoño Posso Tatiana
- 18 López Hincapié Jhon Alexis
- 19 Manco David Tatiana
- 20 Mira Pérez Mateo
- 21 Monsalve González Valeria
- 22 Monsalve Hincapié Paulina
- 23 Montes Cárdenas Ariana Mileth
- 24 Montoya Tabares Mateo
- 25 Ochoa Pérez Juan Pablo
- 26 Pulgarín Rentería Mateo
- 27 Quintana Méndez Lolita
- 28 Restrepo Ángel Andrés Felipe
- 29 Rincón Marilyn Valeria
- 30 Salazar Ortiz David Santiago
- 31 Sepúlveda Zuleta Valentina
- 32 Tene Buñay Kelly Johana
- 33 Vanegas López Deibid Arley