

**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA
DE FRACCIONES.
MÉTODO TRADICIONAL VS. MÉTODO ALTERNATIVO**

**WILSON ORLANDO MONTOYA BETANCUR
JUAN CAMILO ARCILA OSPINA
CARLOS MARIO MACEA CORONADO**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
LICENCIADO EN MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**Asesor:
DIEGO LEÓN CORREA ARANGO
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
MEDELLÍN
2007**

ACEPTACIÓN

Nota de Aceptación

Firma del Presidente

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Fecha:

AGRADECIMIENTOS

Manifestamos nuestros más sinceros agradecimientos a las personas e instituciones que posibilitaron la realización del presente trabajo:

A nuestro asesor Diego León Correa por su ayuda, comprensión y asesoría en la realización de este trabajo..

A la doctora Lourdes Valverde Ramírez y en general a todo el grupo de profesores asesores, por sus valiosos aportes en nuestro proceso de formación universitaria.

A los directivos de la Institución Educativa José Antonio Galán por su colaboración y por permitirnos realizar nuestra práctica docente en sus instalaciones.

RESUMEN

En el trabajo "propuesta de intervención pedagógica para la enseñanza de fracciones", se realizó teniendo en cuenta lo que se propone desde las tendencias actuales de la educación respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Se busca que el estudiante se familiarice más con la actividad de solucionar situaciones problema, para de este modo favorecer a la movilización de procesos de pensamiento.

El enfoque de la propuesta está basado fundamentalmente en los siguientes aspectos: se muestra la importancia de la resolución de problemas para el proceso educativo y una forma como el estudiante puede abordar la resolución de éstos según la propuesta hecha por Polya, se presentan diferentes tipos de situaciones problema y los aspectos más relevantes que el profesor debe tener en cuenta a la hora de escoger una situación problema, se presentan actividades no tradicionales donde el estudiante pueda manipular los objetos matemáticos y nuevas formas de presentar situaciones problemas a los estudiantes a partir de cuentos e historias.

CONTENIDO

| | Pág. |
|---|------|
| 1. INTRODUCCIÓN | |
| 1.1 JUSTIFICACIÓN | 7 |
| 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 9 |
| 1.3 OBJETIVOS | 10 |
| 1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN | 11 |
| | |
| 2. MARCO TEÓRICO | 12 |
| 2.1 UNA APROXIMACIÓN AL CONCEPTO "PROBLEMA" | 13 |
| 2.1.1 Diferencia entre problema y ejercicio | 15 |
| 2.1.2 propuesta metodológica para la resolución de problemas. | 16 |
| 2.2. UNA MIRADA A LAS TENDENCIAS ACTUALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. | 19 |
| 2.3 LAS ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE MATEMÁTICO | 22 |
| 2.4 LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO EJE CENTRAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. | 24 |
| 2.4.1 Factores a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas a partir de situaciones problema. | 27 |
| 2.4.2 Referentes para el diseño de las situaciones problema. | 32 |
| 2.4.3 modelos de situaciones problema. | 37 |
| | |
| 3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES. | 42 |
| 3.1 INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN. | 48 |
| 3.2 ACTIVIDAD PARA FAMILIARIZAR ALESTUDIANTE CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. | 52 |

| | |
|--|-----|
| 3.3 OPERACIONES CON FRACCIONES Y APLICACIONES. | 59 |
| 3.4 LA FRACCIÓN COMO PORCENTAJE. | 73 |
| 3.5 LA FRACCIÓN COMO RAZÓN. | 76 |
| 4. PROPUESTA DE ACTIVIDADES EVALUATIVAS. | 80 |
| 5. ACTIVIDADES NO TRADICIONALES | 84 |
| 5.1 ACTIVIDADES CON MATERIAL TANGIBLE | 86 |
| 5.1.1 Jugando con cerillos | 86 |
| 5.1.2 Coloreando secciones de un mosaico | 88 |
| 5.1.3 Domino de fracciones | 94 |
| 5.2 CUENTO: APRENDIENDO CON CAPERUCITA ROJA | 97 |
| 5.3 LA IMPORTANCIA DE LOS GRÁFICOS | 98 |
| 5.4 LA TRANSVERSALIZACIÓN DE CONTENIDOS | 101 |
| 5.4.1 Un viaje por Egipto | 101 |
| 5.4.2 Propuesta de trabajo final. | 105 |
| 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 106 |
| 7. BIBLIOGRAFÍA | 109 |
| 8. ANEXO 1. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DIAGNÓSTICAS | 112 |

1. INTRODUCCIÓN

La matemática es excepcional para el desarrollo de la mente humana. Provee y cualifica las habilidades del pensamiento humano. En esta época se hace necesario ofrecer a los estudiantes una matemática más dinámica que llame la atención, que sea más amena y menos tediosa.

Para nadie es un secreto que en la actualidad, al menos en teoría, se propone que el eje principal de la enseñanza de las matemáticas debe ser las situaciones problema enmarcadas en la vida cotidiana de los estudiantes. Los estándares curriculares por ejemplo son muy claros al proponer que el interés principal de la educación es de ser formar personas competentes, esto es, que sepan aplicar sus conocimientos en situaciones de la vida cotidiana o académica. Sin embargo, como dice un viejo y conocido refrán "del dicho al hecho hay mucho trecho" y aunque los libros guías traen generalmente al final de cada temática o unidad una semi-propuesta para trabajar con situaciones problema, aún no hemos podido asimilar la cultura de trabajar a partir de estas, pues ello implica además de tener un buen repertorio que podamos utilizar en un determinado espacio académico, ser más conscientes de que la utilización de estas debe estar estrechamente relacionado con las capacidades y habilidades que tenga el grupo, es decir, el docente no sólo debe manejar su saber específico sino también saber interpretar las condiciones en las cuales se encuentra un grupo, para saber escoger así las situaciones problema más adecuadas.

Este trabajo busca presentar iniciativas y elaborar propuestas adecuadas para transformar la relación de los estudiantes con las matemáticas, para evitar un aprendizaje mecánico y procurar un aprendizaje más dinámico en donde el estudiante esté confrontando continuamente su saber.

La propuesta de intervención pedagógica que se presenta consta de los siguientes ítems: se diseñó una actividad inicial con el fin de llevar al estudiante a obtener una adecuada comprensión de los significados más importantes del concepto de fracción, se presenta una actividad para la familiarización del estudiante con el proceso de solucionar situaciones problema centrada en los cuatro pasos propuestos por polya, se formularon diferentes tipos de situaciones problemas relacionadas con la vida cotidiana del estudiante que permitan una mayor generalización del concepto de fracción, se presentan unos cuentos tradicionales e historias rediseñados a un contexto matemático en los cuales se encuentran inmersas situaciones problemas, se proponen una serie de actividades no tradicionales en donde el objetivo fundamental a de ser movilizar procesos de pensamiento a partir de la solución de situaciones problema y por último se presenta una propuesta evaluativa.

1.1 JUSTIFICACIÓN

En nuestra experiencia como estudiantes y como docentes hemos notado que la temática de fracciones es una de las más importantes en el ámbito educativo, pero la realidad muestra que son muy pocos los estudiantes que llegan a comprender adecuadamente esta temática.

Según los estándares curriculares, el estudiante al finalizar el grado quinto, respecto a esta temática, debe:

- *Reconocer como un mismo número puede representarse de diferentes maneras- como fracción, decimal o porcentaje según el contexto.*
- *Usar fracciones en contextos distintos y reconocer sus diferentes significados.*

Sin embargo en la prueba diagnóstica que se realizó a estudiantes de grado sexto¹ de la institución educativa José Antonio Galán, se nota que muchos estudiantes incluso tienen dudas con el concepto básico de la fracción como un operador que denota la relación existente entre las partes y el todo.

Así mismo, el estudiante al finalizar el grado sexto respecto a esta temática debe:

- utilizar números en sus diferentes representaciones (fracciones decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas.

¹ Ver Anexo 1 (prueba diagnóstica para el grado sexto)

Pero de nuevo la realidad nos muestra que hay una divergencia muy grande entre lo que se pretende lograr y los resultados reales, tal como se muestra en los resultados de la prueba diagnóstica² hecha a estudiantes del grado séptimo de la institución educativa José Antonio Galán.

Por todo lo anteriormente expuesto es notoria la necesidad de presentar estrategias que ayuden a solucionar dicho problema, que faciliten al estudiante una adecuada comprensión de la temática en cuestión y permitan la familiarización del estudiante con la solución de situaciones problema.

Otro aspecto importante por el cual se hace necesario que el estudiante adquiera unas bases sólidas a cerca de esta temática de fracciones es que en las pruebas de estado e incluso en las mismas pruebas que hacen las universidades para los exámenes de admisión generalmente se colocan varios puntos relacionados con dicha temática.

² Ver anexo 1 (prueba diagnóstica grado séptimo)

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una de las temáticas más importantes a nivel de la educación básica y media, es la temática de fracciones. Algunos conceptos tratados en esta (razón, porcentaje, relación parte-todo, etc.) van a ser fundamentales para otras temáticas como proporcionalidad y estadística e incluso en otras materias como química y física. Sin embargo y a pesar de su importancia también constituye una de las principales falencias que tienen los estudiantes al finalizar el grado sexto³ y aún al finalizar el grado once, pues una gran mayoría de los estudiantes asocian el concepto de fracción sólo con la relación existente entre las partes y el todo de un objeto o conjunto de objetos, olvidándose de los otros significados que puede tomar el concepto de fracción en diferentes contextos y además presentan mucha dificultad para aplicar estos significados en la solución de situaciones problema.

Debido a esta situación nuestro problema a investigar esta centrado en **la dificultad que tienen los estudiantes del grado sexto para aplicar los diferentes significados del concepto de fracción en la solución de situaciones problema.**

³ Ver anexo 1 sobre los resultados de la prueba diagnóstica realizada a estudiantes de grado séptimo.

1.3 OBJETIVOS

OBJETO DE ESTUDIO

Proceso docente educativo en la enseñanza de fracciones.

CAMPO DE ACCIÓN

Actividades que favorezcan a la movilización de procesos de pensamiento a partir de la utilización de situaciones problema relacionadas con fracciones.

OBJETIVO GENERAL

Elaborar una estrategia de intervención en el aula, basada en las tendencias actuales de la educación, que facilite al estudiante la comprensión de los diferentes significados del concepto de fracción y su correcta aplicación en la solución situaciones problema.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Diseñar actividades que faciliten al estudiante una adecuada comprensión de los diferentes significados del concepto de fracción.

Elaborar diferentes tipos de situaciones problema que puedan contribuir al desarrollo del razonamiento matemático y permitan una mayor generalización del concepto de fracción.

Diseñar actividades no tradicionales que favorezcan a la movilización de procesos de pensamiento.

1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ¿Qué estrategia didáctica se podría utilizar que ayude a los estudiantes del grado sexto a interpretar adecuadamente los diferentes significados del concepto de fracción y además aplicarlos correctamente en la solución de situaciones problema?
- ¿Qué actividades diferentes a las utilizadas tradicionalmente se podrían realizar en el aula de clase, de tal forma que sean más atractivas para los estudiantes y que favorezcan el desarrollo del razonamiento matemático?

2. MARCO TEÓRICO

Una de las principales funciones de la escuela es la de posibilitar que los estudiantes se apropien de conocimientos considerados socio-culturalmente relevantes. El conocimiento, tal como es producido en el campo científico, requiere de una serie de adaptaciones para su difusión y enseñanza. Estas implican, entre otros procesos, su simplificación y su traducción a un lenguaje menos complejo para que pueda ser aprendido. Los futuros educadores y los que ejercen su profesión en la actualidad, tienen entonces la tarea de buscar estrategias que permitan que el estudiante encuentre un mayor sentido y significado a lo que se está estudiando y además, diseñar estrategias que permitan al estudiante estar haciendo una continua confrontación de su saber y no de su capacidad para memorizar, no sólo con el fin de responderle al docente por las notas, sino también de formar una cultura de autorreflexión tanto para el docente como para el alumno, sobre el proceso que se está llevando a cabo.

Los lineamientos curriculares de matemáticas son muy claros al enfatizar en la necesidad de utilizar las situaciones problema como eje central de la enseñanza matemática, pues estas son el contexto más propicio para favorecer al desarrollo de habilidades como el razonamiento matemático y la capacidad reflexiva, igualmente, los estándares de matemáticas enfatizan sobre la necesidad de que el estudiante sea competente con aquello que aprende.

2.1 Una aproximación al concepto "problema"

Inicialmente es importante tratar de hacer un acercamiento a la interpretación que algunos autores han hecho sobre el concepto "problema", pues son varias las definiciones que podemos encontrar dependiendo de las finalidades de cada autor.

Según George Polya⁴

"un problema es la capacidad de soslayar una dificultad, de seguir un camino indirecto cuando el directo no aparece, es lo que coloca al animal inteligente sobre el torpe, lo que coloca al hombre por encima de los animales mas inteligentes, y a los hombres de talento por encima de sus compañeros, los otros hombres."

Según José Antonio Fernández.⁵

"Un problema se considera como tal para un sujeto cualquiera Cuando el sujeto es conciente de lo que hay que hacer, sin saber en principio, como hacerlo. En este sentido, el sujeto reconoce un desafío novedoso al que hay que dar respuesta. La posibilidad o imposibilidad de solución y su expresión, tanto cualitativa como cuantitativa, se buscará con la elaboración razonada de estrategias personales apoyadas en métodos, técnicas y modelos, convencionales o no, que respalden la precisión del vocabulario, la exactitud de los resultados y la contrastación de la respuesta obtenida"

En general la definición de lo que es un problema siempre apunta a un desconocimiento inicial del camino a seguir para llegar a la solución, a un reto

⁴ POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México. Trillas. 1984.

⁵ FERNANDEZ BRAVO, José Antonio. Técnicas creativas para la solución de problemas aritméticos. Barcelona: CissPraxis, 2000. 198 p.

que se le presenta al sujeto para poner a prueba su creatividad y sus conocimientos. Pero más que una definición formal del término problema lo que realmente debe interesar es la importancia que tienen estos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los problemas se pueden utilizar como una estrategia que permitirá brindar espacios al estudiante para potenciar habilidades como: ser más creativo, más reflexivo y más autónomo en su aprendizaje. Enfrentar problemas matemáticos significa aprender a razonar lógicamente, significa aprender a manipular esos conocimientos adquiridos hasta el momento, haciendo relaciones entre ellos, sistematizando la información, para de este modo poder llegar a la solución del problema. Lo importante de este proceso de resolución no es entonces la solución como tal, sino el camino que se siguió para llegar ésta.

Resolver un problema, es por tanto, una actividad de aprendizaje que involucra el pensamiento y la creatividad, el pensamiento en tanto se "obliga" al estudiante a aplicar lo que sabe de una manera no mecánica sino reflexiva y creativo puesto que para encontrar el camino de solución el estudiante necesita proponer, y en cierto modo reinventar la matemática y desde luego este proceso implica ser muy creativo.

2.1.1 Diferencia entre problema y ejercicio

Es importante hacer una distinción entre lo que es un problema y lo que es un ejercicio. Dejando claro que el realizar algunos ejercicios no es malo, incluso a veces son necesarios en el proceso de enseñanza de las matemáticas, ya que no hay que olvidar del todo la parte de la habilidad para operar, lo malo es quedarse sólo en lo operativo y no trabajar la parte de la resolución de problemas, que será la que permitirá la comprensión del concepto o conceptos trabajados.

Hay una diferencia básica entre el concepto "problema" y "ejercicio". No es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema. Una cosa es aplicar un algoritmo de forma más o menos mecánica, y otra, resolver un problema, dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto. "El ejercicio podría decirse es de carácter operativo, sirve para hacer comprensible, mediante la aplicación, una regla o ley cualquiera, es una combinación de operaciones, mientras el problema lo es de proposiciones. Este se basa en la lógica, en la agrupación, separación y especialización de datos",⁶ aunque ello no implique que en algún momento no se utilicen operaciones, pero a diferencia del ejercicio estas operaciones son como una especie de puntada final y nada más, lo verdaderamente importante en el problema es el proceso que se llevo a cabo para llegar a la respuesta y no tanto el resultado o la parte operativa que se realizó para su solución.

En sí, se puede decir que los ejercicios se utilizan con el propósito de adquirir un dominio de la parte operativa, mecanizar un procedimiento mientras lo que se busca con la situación problema es movilizar procesos de pensamientos, permitir el razonamiento matemático.

⁶ FRANCO R, Ramón. Didáctica de la matemática. Medellín: Bedout, 1967. 142p

2.1.2 Propuesta metodológica para la resolución de problemas

En diferentes propuestas educativas se plasman en sus diseños y decretos curriculares la conveniencia de reservar un peso importante al enfrentamiento por parte de los estudiantes a problemas y situaciones problémicas, con la intención de servir de instrumento de organización del conocimiento y de preparación para el abordaje cada vez más autónomo de las situaciones cotidianas, como lo es el caso de los lineamientos curriculares de matemáticas que orientan el proceso educativo en nuestro país colombiano.

La importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas ha sido resaltada por grandes investigadores, (George Polya, 1984; Alan Schoenfeld, 1992; Miguel de Guzmán, 1993; entre otros.) que han considerado que de una metodología basada en la resolución de problemas sobre la construcción de conocimiento por parte de los estudiantes hace aflorar concepciones dinámicas sobre la matemática y su enseñanza-aprendizaje. En la medida que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

El reconocimiento que se le ha dado a la actividad de resolver problemas en el desarrollo de las matemáticas ha originado algunas propuestas sobre su enseñanza, entre las cuales se destaca la propuesta hecha por George Polya.

"George Polya, plantea que resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado.

Aunque todos los problemas no se resuelven de la misma forma e incluso un mismo problema puede tener muchos caminos diferentes para llegar a su

solución, una propuesta metodológica interesante a la hora de enfrentarse a la resolución de un problema es la hecha por Polya (1984), el cual plantea cuatro pasos que orientarían el proceso en la resolución de un problema⁷ y que se describen a continuación.

1. Comprender el Problema

Es importante que el sujeto una vez haya leído detenidamente el problema trate de expresarlo con sus propias palabras o valerse de un diagrama que le permita tener una mayor claridad del problema o alguna otra estrategia que le permita comprender que es lo que se pide en el problema y que datos se dan.

2. Trazar un plan

Para la realización de esta acción el sujeto debe analizar nuevamente el problema para tratar de hacer relaciones entre los datos dados y los conocimientos previos con los que cuenta el sujeto, buscar relaciones con otras situaciones semejantes que haya trabajado. Buscar que otros datos podrían ser útiles para resolver el problema, sintetizar relacionando lo dado con lo buscado y otros elementos conocidos para determinar los elementos y relaciones que son esenciales para la solución del problema y a partir de estas relaciones e inferencias visualizar una o varias estrategias de solución escogiendo la que crea más adecuada.

3. Ejecutar el plan

La realización de esta acción implica sintetizar, al unificar los elementos separados en el análisis del problema para poder escribir la solución del mismo, considerando sólo aquellas propiedades que son necesarias o

⁷ POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México. Trillas. 1984.

suficientes para la solución, puede también sintetizar al reconstruir la solución del problema cuando utiliza la estrategia de trabajo hacia atrás. Y lógicamente deberá ejecutar operaciones propias del contexto matemático en el que está enunciado el problema.

4. Evaluar la solución del problema

Para la realización de esta acción el sujeto deberá:

- Relacionar la solución hallada con las exigencias planteadas en el texto del problema para determinar si la misma es apropiada.
- Contemplar si es posible otra solución y cuál solución es la más racional

2. 2 UNA MIRADA A LAS TENDENCIAS ACTUALES DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Las matemáticas son sin lugar a dudas uno de los pilares fundamentales en el marco de la educación puesto que su dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales. Son muchas las investigaciones y propuestas que se han hecho entorno a esta área en pro de mejorar los resultados educativos, en su mayoría coinciden con la necesidad de que el estudiante sea un agente más activo dentro de su proceso educativo, asemejando su actividad a la de un científico y que el docente más que un transmisor de conocimiento debe ser un orientador, un guía que permita al estudiante ser cada vez más autónomo en su proceso formativo. Desde los lineamientos curriculares de matemáticas, por ejemplo, se proponen tres grandes aspectos fundamentales para la organización del currículo:⁸

***Procesos generales** que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; La comunicación; La modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.*

Lo que se ha de pretender es entonces, que se eliminen los procesos en donde se haga una mecanización sin sentido de los conocimientos, pues esto antes que producir buenos resultados, genera en el estudiante una pereza mental de la cual será muy difícil salir una vez hecho el daño.

***Conocimientos básicos** que tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, entre otros) y con sistemas propios de la matemática.*

⁸ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS. Colombia: Delfin Ltda, 1998. 131 p.

Es importante destacar aquí, que las habilidades de pensamiento y los contenidos convencionales no deben ser tomados como opuestos o independientes sino como complementarios y que no necesariamente se debe tomar cada pensamiento de forma individual, sino que en una actividad pueden tenerse en cuenta varios a la vez.

El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprenden. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas

Este aspecto es uno de los aspectos más relevantes que se deben tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas, pues será el que permitirá al estudiante darle sentido a todo aquello que está estudiando y por ende seguramente a interesarse un poco más por las matemáticas al ver su aplicabilidad en la vida misma. De allí que se haga necesario el relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos a partir de situaciones problemas que permitan hacer esta relación y que lleven al estudiante a estar reflexionando continuamente sobre los conocimientos adquiridos evitando la memorización sin sentido de ellos. En este sentido, el diseño de una situación problema debe ser tal que además de comprometer la afectividad del estudiante desencadene los procesos de aprendizaje esperados.

Miguel de guzmán plantea que "la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los conocimientos matemáticos cuyo valor no

se debe en absoluto dejar a un lado como campo de operaciones privilegiando para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- Que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y la ciencia."⁹

Por otra parte **Verschaffel y Decorte** en su artículo "Number and arithmetic" publicado en el internacional Handbook of mathematics proponen cinco frentes sobre los cuales se debe fundamentar la actividad del aprendizaje de las matemáticas.¹⁰

- El aprendizaje de las matemáticas como una actividad constructiva.
- La importancia de contextos auténticos y significativos.
- Progresos hacia niveles superiores de abstracción y formalización.
- Aprendizaje a través de la interacción social y la cooperación.
- Interconexión de los componentes del conocimiento y las habilidades.

⁹ Miguel de guzmán, Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas, editorial popular, Madrid, 1993, Pág. 111

¹⁰ Citado por Orlando Mesa. Modelos de razonamiento lógico-matemático implementados en situaciones problema, en algunos temas específicos de matemática. p. 10

2.3 LAS ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

Según Ángel Mínguez,¹¹ una AAM está compuesta por tres elementos: Conceptos y procedimientos; ejemplificación y contextualización; y ejercicios, problemas y preguntas, no necesariamente en ese orden, aunque la ausencia de uno de ellos descalifica a la misma como una AAM.

1. Conceptos y procedimientos. Es el elemento en el cual se desarrollan las bases conceptuales (Conceptos, definiciones, axiomas o teoremas) del tema a trabajar en la actividad de aprendizaje y de definen o deducen los procedimientos o algoritmos que permiten operacionalizar los asuntos tratados en el tema.

En el ámbito educativo es evidente la dificultad que se presenta para enseñar todos los contenidos o conocimientos relacionados con cada temática que se enseñe en un determinado grado, ya que ello requeriría de mucho tiempo, tiempo con el que por su puesto no cuenta el docente. Esto hace que la escogencia de estos contenidos tenga que hacerse de una forma muy cuidadosa y que el profesor deba tener un muy buen manejo de su saber específico para elegir cuales serán esos contenidos temáticos centrales que pueden propiciar en el estudiante *significado, profundidad, conexiones y variedades de perspectivas*, es decir, que propicien un buen aprendizaje no sólo en contenido sino también en el desarrollo de habilidades y capacidades.

Se debe tener cuidado con este aspecto, pues el hecho de decir que se van a reducir los contenidos a enseñar no implica que vallan a ser superficiales y sin sentido.

¹¹ MÍNGUEZ, Ángel. Los ejemplos, ejercicios, problemas y preguntas en las actividades de aprendizaje de matemática. En: REVISTA EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA. VOL. XV, No. 35, (Enero-Abril, de 2003). P. 143 - 197

2. Contextualización y ejemplificación. *Es el elemento en el que se ubica históricamente el tema tratado mostrando sus orígenes y aplicación, así como el correcto uso de los procedimientos o algoritmos de acuerdo al contexto de aplicación bien sea la aplicación planteada real o construida.*

La contextualización y ejemplificación permiten dar sentido a aquello que se está aprendiendo, sirven como un puente entre esos conocimientos formales o científicos que manejan los libros muchas veces un poco complejos y los saberes particulares que maneja el estudiante debido al mundo sociocultural en el cual se encuentra inmerso, ayudando así a evitar los errores conceptuales que pueden surgir en el estudiante.

Respecto a esto Miguel de Guzmán expresa "Si la matemática es una ciencia que participa mucho más de lo que hasta ahora se pensaba del carácter de empírica, sobre todo en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal es necesario que la inmersión en ella se realice teniendo en cuenta mucho más intensamente la experiencia y la manipulación de los objetos de los que surge".¹²

3. Ejercicios, problemas y preguntas. *Es el elemento en el que se le exige al aprendiz poner a prueba sus conocimientos y habilidades matemáticas, permitiéndole a su vez la precisión, el desarrollo y la consolidación de los mismos.*

En esta parte es bueno detenernos un poco más, pues como se plantea en el transcurso de este marco teórico las situaciones problemas y/o problemas deben ser el eje central del proceso de enseñanza aprendizaje.

¹² Citado por MÍNGUEZ, Ángel. Los ejemplos, ejercicios, problemas y preguntas en las actividades de aprendizaje de matemática. En: REVISTA EDUCACIÓN Y PEDAGOGÍA . VOL. XV, No. 35, (Enero-Abril, de 2003). P. 145

2.4 LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO EJE CENTRAL EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

Son muchas las teorías de aprendizaje que han surgido en contraposición a la enseñanza tradicional, a la mecanización sin sentido de un gran número de contenidos que sólo sirven para pasar de un grado a otro y para causar en el estudiante temor y desagrado por el estudio de las matemáticas. Una de estas teorías de aprendizaje, derivadas de la corriente del constructivismo, la cual propone como principio fundamental el papel activo y dinámico de los estudiantes en su proceso de formación, es la de resolución de problemas. En esta se propone que el eje fundamental de la enseñanza de las matemáticas ha de ser enfrentar al estudiante continuamente a situaciones problema, las cuales deben estar acordes a las capacidades y conocimientos del grupo y a los objetivos del curso.

Si nos devolvemos un poco en la historia, podríamos decir que el trabajo hecho por polya, aunque en un principio fue una investigación sobre el cómo los científicos resolvían los problemas, tuvo una gran influencia para la educación, y se ha constituido como base importante para posteriores investigaciones. En la actualidad se siguen haciendo investigaciones enmarcadas en la resolución de problemas con el fin de mejorar cada vez más, el proceso de enseñanza-aprendizaje, como es el caso de propuesta de enseñanza de las matemáticas a partir de situaciones problema.

Según la indagación que se hizo desde diferentes autores que han trabajado ésta teoría, nos atrevemos a decir que aunque el concepto "situación problema" es un concepto que desde luego está estrechamente ligado a lo que es un problema y que incluso algunos autores parecieran entenderlo como

sinónimos, si puede tener una pequeña diferencia desde la parte formal. Esta diferencia, consideramos, está básicamente enmarcada en dos aspectos:

el primero tiene que ver con la contextualización del término situación problema a la parte académica, y en especial en las consideradas ciencias exactas, pues el término problema en sí, es muy genérico y se puede utilizar en muchas situaciones y en diferentes contextos (políticos, culturales, sociales, cotidianos, etc.)

El segundo tiene que ver con el hecho de que una situación problema debe utilizarse fundamentalmente, como una estrategia para que el estudiante confronte continuamente sus conocimientos, y a diferencia de la concepción de problema, en ésta, el estudiante puede conocer inicialmente el camino de solución, pues precisamente lo que se busca en muchas ocasiones es que el estudiante aplique esos conocimientos adquiridos. Ahora bien, tampoco se puede considerar como un simple ejercicio, pues los ejercicios son para adquirir un dominio de la parte operativa y lo que se busca con la situación problema como se mencionó anteriormente es que se apliquen los conceptos enseñados (movilizar procesos de pensamientos).

Podríamos decir, que el problema es algo muy subjetivo, en el sentido que depende de la relación existente entre alumno- problema, y no en la situación planteada en sí, es decir, un problema es intransferible y la situación problemática como tal se da es en el sujeto, como diría Piaget, una situación será un problema para el sujeto si pone a éste en un estado de desequilibrio, aunque ello no implique que no pueda resolverlo, si no que en el momento en que se le presenta, no conoce un camino para darle solución.

De lo anterior se puede inferir que la situación problema que se presenta al estudiante puede convertirse o no en un problema para el estudiante dependiendo de la estructura cognitiva de éste.

Existen varias definiciones desde diferentes autores sobre lo que es una situación problema y consideramos que la más se acerca a los intereses de este trabajo es la presentada por el profesor Orlando Mesa quien propone que la situación problema es¹³

"un espacio de interrogantes que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y aplicación significativa de los conceptos para plantear y resolver problemas de tipo matemático",

Las situaciones problemas se pueden utilizar como una estrategia para brindar al estudiante un espacio para que confrontar su saber, para que aplique los conocimientos adquiridos, para favorecer el razonamiento matemático, para comunicarse matemáticamente, para aprender a sistematizar la información, para llegar a niveles de conocimientos cada vez más generales, etc. En síntesis se podría decir que "la situación problema es el denotador de la actividad cognitiva" pues permite movilizar procesos de pensamiento haciendo que el estudiante sea cada vez más autónomo, más creativo, más reflexivo, etc. Habilidades superiores del ser humano.

Es muy común para nosotros escuchar que los grandes deportistas requieren ejercitar muy bien sus músculos haciendo diferentes tipos de actividades para mantenerse en forma, de manera similar, si se quiere que el estudiante sea bueno en la parte intelectual, se requiere de actividades que permitan a la persona ser cada vez más competitivo, y es precisamente esto, lo que se pretende al tener en cuenta las situaciones problemas en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

¹³ MESA BETANCUR, Orlando. Modelos de razonamiento lógico-matemático implementados en situaciones problema, en algunos temas específicos de la matemática. Medellín: Ltda., 1998

2. 4. 1 Factores a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas a partir de situaciones problema.

Enseñar a partir de situaciones problema, no significa llenar al estudiante de problemas en vez de ejercicios, en este proceso el maestro constituye un apoyo fundamental para el aprendizaje del estudiante, pues es el maestro quien debe propiciar los medios adecuados para una aprendizaje con sentido y además manejar el ritmo del curso según la lectura que haga de su grupo, debiendo cuidar de los siguientes aspectos.

En primer lugar, escoger muy bien las situaciones adecuadas en el momento adecuado, es decir, tener claro cuál es el objetivo de su utilización, que conceptos pretende que el estudiante aplique al resolverla y si el estudiante está o no en capacidad de enfrentar este reto. Es importante tener claro que las situaciones problemas que se les presenten a los estudiantes no sean ni tan fáciles que se convierta en un simple ejercicio, ni tan difíciles que no los puedan resolver con los conocimientos adquiridos hasta el momento. El docente debe por tanto contar con un muy buen repertorio de situaciones problema de diferentes niveles de dificultad y diferentes contextos y evitar sacar situaciones problemas al azar desconociendo el objetivo que se pretende con ella.

En segundo lugar, procurar que las situaciones problemas sean contextualizadas, característica indispensable para generar un aprendizaje con sentido y para que el estudiante reconozca la utilidad de lo aprendido en el mundo real, es decir, trabajar con situaciones problemas contextualizadas permitirán aumentar el interés y facilitar el proceso de comprensión para el estudiante, ya que no es lo mismo enfrentarse a algo desconocido, que asociar un problema con algo conocido. Este último presentará un doble problema para el estudiante, el primero, el tratar de entender lo que plantea la situación y el segundo, el escoger la estrategia que le permita encontrar lo buscado.

En tercer lugar, tener en cuenta que la dificultad de las situaciones problema debe ser secuencial y acorde a las capacidades del grupo, de tal forma que se propicie gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción, esto es, que la forma que se estructure la clase, además de permitir al estudiante ir aprendiendo nuevos conceptos, permita también, hacer una relación entre estos y los conocimientos que el estudiante ya tiene en su estructura cognitiva. Para hacer una ilustración de este principio a continuación se presenta un ejemplo en donde el objetivo será, relacionar los conceptos de porcentaje y fracción, además de mostrar la fracción como una relación entre parte- todo y como una relación entre partes del todo.

Los estudiantes del grado sexto estaban planeando hacer un paseo al finalizar el año lectivo. El director de grupo propuso la idea de ir al parque de las aguas, sin embargo, permitió que fueran los alumnos quienes decidieran esto de manera democrática, obteniéndose los siguientes resultados: el 35 % de los estudiantes votaron en contra y el resto a favor. Conociendo que el número de estudiantes del grupo eran 40, responda las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuál fue el número de votos a favor y en contra respectivamente?
- b. ¿Cuál es la fracción que representa los votos en contra, respecto al total de votos?
- c. ¿Cuál es la fracción que me representa los votos en contra, respecto al número de votos a favor?
- d. Sí el paseo se aprueba con las tres quintas partes del total de votos, ¿Cuántos votos demás se obtuvieron? ¿A qué porcentaje del total de votos corresponde este excedente?

En cuarto lugar, tener muy claro que la función del educador es la de ser un guía, un orientador y como tal debe crear espacios para que el estudiante pueda pensar y actuar por sí mismo. Así por ejemplo, ante la evidente lluvia de preguntas que van a surgir respecto a las situaciones problemas propuestas, procurar no dar respuesta acabadas e inmediatas, ya que esto truncaría su aprendizaje, sino mas bien guiarlo, inducirlo a que él mismo se las responda.

En quinto lugar, procurar brindar espacios en donde el estudiante cree conciencia de que no hay un sólo camino para llegar a la solución sino no que pueden existir varias maneras de llegar a esta, todas igualmente válidas aunque unas más difíciles que otras, las cuales no necesariamente tienen que ver con la secuencia de los contenidos planteados en un programa. A continuación se presenta una situación problema resuelta por dos métodos, aunque se podría resolver también por otros métodos diferentes.

Un paquete de galletas navideño trae galletas rectangulares y redondas. Un cuarto del total de galletas son redondas y la mitad de las galletas redondas son de color negro. Si las galletas redondas de color negro son 8. ¿Cuántas galletas trae el paquete?

Solución por el método gráfico

Primero se procede a hacer una representación gráfica del enunciado

G. redondas

G. redondas:—
negras 8

Aprovechando que las divisiones que se hacen en fracciones deben ser iguales, la solución a este problema es simplemente devolverse colocando el número correspondiente en cada casilla, tal como se ilustra a continuación.

| | | | | |
|-----------------------|----|----|----|----|
| G. redondas | 16 | 16 | 16 | 16 |
| G. redondas negras | 8 | 8 | | |

De la figura anterior se concluye que el número de galletas que traía el paquete son $16 + 16 + 16 + 16 = 64$ galletas

Solución por método algorítmico

Para plantear el algoritmo se requiere manejar el concepto de la fracción como una relación entre parte-todo y también como una relación entre partes del todo.

Para representar que la mitad de un cuarto del total de galletas equivalen a 8 galletas procedemos de la siguiente manera.

Tomando a **X** como el total de galletas que había en el paquete, lo anterior se expresa matemáticamente como sigue.

$$\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{4} \text{ de } \mathbf{X} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \mathbf{X} = \mathbf{8}$$

$$\frac{1}{8} \mathbf{X} = \mathbf{8}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{8} \times \mathbf{8}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{64} \text{ galletas}$$

La respuesta es entonces que el paquete traía 64 galletas.

En conclusión lo que se debe pretender con esta estrategia de enseñar matemáticas a partir de situaciones problema es que el estudiante más que aprenderse unos contenidos de memoria, desarrolle habilidades tan importantes como el razonamiento matemático, la creatividad, la autonomía, la capacidad de sistematización y de generalización, entre otros. Habilidades que han sido muy descuidadas tal vez por su grado de complejidad, pero que sin duda alguna son las que constituyen uno de los mayores logros que un estudiante puede alcanzar en el área de matemáticas. Es bueno aclarar, que estas habilidades no se van a lograr de la noche a la mañana y que es un proceso que no es fácil, sin embargo, es importante comenzar el proceso desde los primeros años del colegio y no dejarlo para los últimos grados donde muy poco se podrá hacer. Hay quienes dirán seguramente, que los avances que se logran con los estudiantes a partir de la utilización de las situaciones problema, no son muy notorias, pero si comparamos los resultados de esto, con los resultados de un aprendizaje memorístico si existe una gran diferencia, es muy bien conocido que estos se olvidan fácilmente. Por lo que tenemos muy poco que perder, pero si mucho que ganar.

2.4.2 Referentes para el diseño de las situaciones problema.

Anteriormente se presentaron unas consideraciones generales que es importante tener en cuenta a la hora de abordar el proceso de enseñanza de las matemáticas tomando como eje central las situaciones problema. Ahora se presentaran unos referentes propuestos por el profesor Orlando mesa para el diseño de las situaciones problemas en matemáticas.¹⁴

1. Definir una red conceptual básica con referentes en el saber formal pero de acuerdo con las condiciones individuales de los estudiantes y su contexto socio-cultural.

Los conceptos tal y como son presentados en los saberes formales requieren ser transformados, reconceptualizados de tal forma que se puedan ajustar a las condiciones cognitivas y socioculturales de los estudiantes, este aspecto debe ser uno de los primeros pasos, pues precisar el significado, la profundidad y el sentido de los concepto a enseñar, se constituye en un elemento relevante si se quiere obtener realmente unos buenos resultados educativos.

Dentro de este contexto el profesor Guzmán y el profesor artigue en relación al termino "redes conceptuales "sugieren tener en cuenta lo siguiente:

- La noción matemática tal como se define en el contexto del saber sabio en una época dada.
- El conjunto de los significantes asociados al concepto.
- Los instrumentos: teoremas, técnicas algorítmicas específicas del tratamiento del concepto.
- La clase de situaciones problema que le dan sentido al concepto para el alumno.

¹⁴ MESA BETANCUR Orlando. Contextos para el desarrollo de la situación problema en la enseñanza de las matemáticas: un ejemplo para contar. Colombia, Ltda. 1998

- El conjunto de significantes que es capaz de asociarle, en particular las imágenes mentales.
- Las expresiones simbólicas

2. Seleccionar un motivo que facilite las actividades y el planteamiento del problema.

"Un motivo es cualquier fenómeno, real o imaginario que origine una situación problemática". La principal característica de este debe ser sin embargo, lograr una atención no obligada por parte del estudiante hacia el objeto de estudio, es decir, procurar que la actividad incentive al estudiante a concentrar su atención en un determinado objeto de estudio que antes le era ajeno o sin ningún sentido práctico. Dentro de los aspectos más recomendados para obtener la atención de los estudiantes están las situaciones de la vida real principalmente de su cotidianidad y la contextualización de los contenidos.

3. Establecer varios estados de complejidad conceptual, en las actividades y en las preguntas.

Es importante tener en cuenta, y principalmente en estos primeros años de estudio (básica secundaria) donde el estudiante está empezando a desarrollar su capacidad de razonamiento, estructurar tanto contenidos como ejercicios y situaciones problema desde unos esquemas muy básicos e ir aumentando el nivel de dificultad según la lectura que haga el profesor de su curso, pues de nada sirve terminar un sin número de contenidos si no los estudiantes no adquirieron una adecuada comprensión de ellos.

4. Precisar la estrategia para la intervención didáctica, en la que deben diferenciarse los momentos de la enseñanza y los de los aprendizajes creativos:

"La pregunta de cómo intervenir durante la acción educativa convoca a una respuesta integral e integradora desde las teorías que postulan la creación de un nuevo espacio didáctico. Integral, puesto que la variedad y complejidad de los elementos y las variables, que participan en el acompañamiento para la formación y los aprendizajes de los estudiantes, imponen que se asuma una búsqueda de informaciones convergentes, en vez de aceptar los diseños curriculares de una sola escuela o posición pedagógica. Integradora, ya que la intervención obliga a reconceptualizar informaciones diferentes y aun divergentes de modo que adquieran coherencia y sentido en las particularidades de los contextos educativos"

Respecto al cuándo utilizar las situaciones problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, se podría decir, que no existe un único momento, sino que pueden ser utilizadas en cualquier instancia de este, ya sea al inicio como una situación que permita crear en el estudiante una necesidad de aprender algo nuevo o como un ejemplo ilustrativo, en el transcurso del proceso como una forma para confrontar continuamente al estudiante sobre su aprendizaje o para lograr que el estudiante obtenga cada vez un concepto más generalizado o al final como estrategia de evaluación.

5. Escoger los ejercicios y problemas prototipo que deben comprender los estudiantes

Como partimos de la necesidad de unos saberes básicos, en la enseñanza de las matemáticas es fundamental seleccionar cierto tipo de problemas y ejercicios que faciliten su comprensión y dominio en la aplicación de algoritmos. A través de estos problemas y ejercicios se busca garantizar el saber cultural indispensable para intervenir socialmente y para continuar con otros estudios de la matemática o de las áreas que hacen uso de ellas. Pero, aunque algunos temas son indispensables para todos los ciudadanos, la importancia de centrarse en la solución de problemas y ejercicios radica en el mejoramiento de

las competencias cognoscitivas y en las adquisiciones formativas: al aprender comprensivamente la matemática se aprende a pensar matemáticamente.

6. Señalar posibilidades para la ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados.

Una situación problema, verdaderamente interesante, debe ofrecer posibilidades para crear nuevos centros de interés y desencadenar búsquedas de otros aprendizajes o formulación de nuevos problemas, no necesariamente vinculados con la matemática. Por ejemplo, la aritmética se aplica hacia el álgebra, la geometría, la estadística, la medida, el análisis de fenómenos físicos, químicos y biológicos, y muchos otros temas. Como se explicó anteriormente, son más importantes los procesos de Matematización que la enseñanza "rígida y fría" de conceptos matemáticos.

7. Acoger un proceso para la evaluación de logros

"A partir del plan individual de trabajo, el docente podrá registrar la historia de cada estudiante, sus logros, sus actitudes y sus limitaciones, y así evitara calificaciones absolutas y afirmaciones imprecisas o demasiado generales. En matemáticas no informa mucho una frase como: "tiene dificultades para resolver problemas", pero si tiene sentido la frase: "Se le dificulta escribir, en códigos matemáticos, los enunciados de los problemas", pues, de esta última anotación se desprende una acción didáctica: ejercicios para transcribir enunciados, presentados en el lenguaje común, al lenguaje de los símbolos matemáticos".

La evaluación no debería limitarse a describir y analizar las carencias frente a un saber, sino también a informar de todos los elementos positivos que muestra el estudiante, en cada sector del conocimiento y en cada temática

tratada, esto es, debe ser el resultado de un proceso de seguimiento continuo y no simplemente el resultado de uno o más exámenes escritos.

Según el profesor orlando Mesa los siguientes elementos deberán ser tenidos en cuenta para la evaluación cualitativa de los logros alcanzados.

- Las concepciones de los alumnos sobre los conceptos y los cambios que se presentan en ellas mediante la participación activa de los estudiantes.
- La comprensión de los contenidos temáticos básicos.
- El estado de conceptualización alcanzado frente a los saberes formales.
- La adquisición de destrezas.
- La participación individual en tareas colectivas.
- El interés por ampliar los conocimientos discutidos en el aula.
- La capacidad de lectura y escritura de temas relacionados con el área.
- La capacidad de reflexionar, críticamente, sobre lo que se le enseñe, lee o escribe.

2.4.3 MODELOS DE SITUACIONES PROBLEMAS.

Generalmente los libros plantean situaciones problema que se resuelven de manera muy lineal, es decir, situaciones donde se presentan unos datos iniciales a partir de los cuales y mediante la aplicación de uno a más algoritmos se debe llegar a una solución, y aunque este tipo de situaciones sirven como una buena estrategia para la conceptualización matemática, no favorecen mucho a otras habilidades también importantes como lo son la reversibilidad de pensamiento, la creatividad (inventar, proponer) y la autonomía, entre otras.

A continuación se presentan unos modelos de situaciones problemas no como una contrapropuesta a las situaciones lineales, sino más bien como un complemento a estas, basados en su mayoría en la clasificación hecha por Fernandez Bravo.¹⁵ y rediseñadas para la enseñanza de la temática de fracciones.

1. Situaciones lineales

Son las situaciones que generalmente trabajan los textos guías, en las cuales el estudiante debe interpretar la información que se les da y buscar uno o más algoritmos que lleven a la solución.

Ejemplos.

¹⁵ FERNANDEZ BRAVO, José Antonio. Técnicas creativas para la solución de problemas aritméticos. Barcelona: Cisspraxis, 2000 , 148 p

- Los $\frac{7}{9}$ de 45 niños de sexto aprobaron el examen ¿Cuántos niños lo perdieron?
- Un granjero dejo una herencia de 135 reses, 200 caballos y 6.000.000 de pesos. El testamento dice que a su único hijo le tocan $\frac{2}{3}$ de las reses, $\frac{1}{4}$ de los caballos y $\frac{3}{5}$ del dinero, el resto al asilo ¿Cuánto le tocó de cada cosa a su hijo? ¿Cuánto al asilo?

2. Situaciones que implican pensamiento reversible

Como la misma palabra lo expresa, es un proceso contrario al que se realiza en la solución de una situación lineal. En sí lo que pretende este tipo de situaciones es que el estudiante invente situaciones que se correspondan con unos algoritmos dados o con una respuesta dada. Este proceso reversible generalmente es más difícil pues implica un mayor dominio de la parte conceptual que de la parte operativa.

Ejemplos.

- Inventar un problema de fracciones cuya solución sea 6 ventas.
- Inventar un problema de fracciones que se pueda resolver con la siguiente expresión matemática $(\frac{2}{-} x 84)$
- Inventar un problema de fracciones cuya solución sea: la edad de Andrés es un tercio de la de Felipe.

3. Situaciones con enunciados abiertos:

Son situaciones donde se le da al alumno una información para que el cree una situación problema en la que utilice esa idea.

Inventar una situación problema donde se tenga en cuenta el concepto de fracción a partir de lo que sugiera la idea.

Ejemplos

- "Muchos de los accidentes son por culpa del alcohol"
- "Mi padre es mayor que mi madre"

4. Situaciones de enlace: son situaciones donde se pide encontrar la concordancia lógica entre enunciado, pregunta y solución.

Ejemplos

- Colocar en correspondencia cada pregunta con la solución adecuada.

Se tiene un cubo azul de 40 Kg., un cubo rojo que pesa ocho décimos del peso del azul y un cubo verde que pesa cinco octavos del peso del azul.

- ¿Cuánto pesan todos los cubos?
- ¿Cuánto pesa más el cubo rojo que el verde?
- Si se colocará el cubo azul en un lado de la balanza y en el otro lado el rojo y el verde ¿Qué peso se tendría que añadir al cubo azul para equilibrar la balanza?

$$\left(\frac{8}{10} \times 40\right) - \left(\frac{5}{8} \times 40\right) = 7 \text{ Kg}$$

$$40 + X = \left(\frac{8}{10} \times 40\right) + \left(\frac{5}{8} \times 40\right) \text{ de donde } X = 17 \text{ Kg}$$

$$\text{—} \quad 40 + \left(\frac{8}{10} \times 40\right) + \left(\frac{5}{8} \times 40\right) = 7 \text{ Kg}$$

- Escribir preguntas relacionadas con fracciones que se puedan resolver a partir del siguiente enunciado.

"Juan camilo hizo deporte 120 minutos, su amigo Esteban hizo 20 minutos menos"

- Escribir preguntas a partir del siguiente enunciado fijándote en la operación que tienes que realizar para responderla.

Una licuadora costaba \$54.000 en enero de 2006. En Mayo, mes de la madre su precio era $\frac{10}{9}$ del de enero, y en diciembre $\frac{7}{6}$ de lo que costaba en enero.

¿.....? Resta de fraccionarios

¿.....? suma de fraccionarios

- Inventar un enunciado con fracciones que te permita responder a estas dos preguntas.

¿Cuántos minutos espero Luís más que Arturo?

¿Cuántos minutos espero Arturo menos que Sara?

5. Situaciones para encontrar el error

Son situaciones donde no se ha utilizado bien el concepto que está implícito y que ponen al estudiante a reflexionar el por qué y el donde estará el error.

- Don Juan antes de morir reparte entre sus hijos 960 reses de ganado de la siguiente manera: al mayor le dejó las $\frac{7}{24}$ partes de las reses, al del medio las $\frac{9}{32}$ partes de las reses y al menor le dejó las $\frac{5}{12}$ partes de las reses.

Sin embargo a la hora de la repartición de la herencia el abogado les dijo que la repartición no estaba hecha correctamente. ¿En donde estará el error de la repartición?

6. Situaciones para completar: Se presenta un problema resuelto, de cuyo enunciado se han borrado algunos datos y se ha dejado el espacio correspondiente para que el alumno lo complete según corresponda.

- Un estudiante al salir de su casa para el colegio tenía 30 bolas de cristal, después de jugar en descanso con sus compañeros regresa con ____ de las que tenía.

¿Con cuántas bolas de cristal regresa a casa?

R// regresa con 40 canicas

- Un vendedor de almanaques de bolsillo compra un total de ____ almanaques para revenderlos por las calles en semana. Los dos primeros días de la semana vendió un cuarto de los almanaques comprados, los tres días siguientes tres quintos y los restantes el sábado. ¿Cuántos almanaques vendió el sábado?

R// El sábado vendió 54 almanaques.

3. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

La propuesta que se presenta a continuación está basada en la utilización de situaciones problemas como eje fundamental del proceso de enseñanza aprendizaje buscando con ello movilizar procesos de pensamiento, es decir, que el estudiante este reflexionando continuamente sobre los conceptos adquiridos, para evitar así una mecanización sin sentido de estos.

Sin embargo en esta propuesta no sólo se va a trabajar con situaciones problema sino que además se proponen otras actividades como juegos matemáticos, manipulación de material concreto, cuentos matemáticos y la resolución de problemas mediante métodos gráficos sin la utilización de algoritmos o procedimientos matemáticos, desde luego siempre con el propósito de llevar al estudiante a obtener un aprendizaje con sentido y tratar de que el estudiante aprenda manipular más sus conocimientos, a aplicarlos en diferentes contextos.

En vista a que el profesor debe escoger muy bien los contenidos a enseñar, teniendo muy en cuenta el factor tiempo, lo primero que se hizo fue indagar por los conceptos más importantes que el estudiante debía aprender en esta temática de fracciones y con base en ello se propusieron situaciones problemas que tuvieran implícito dichos conceptos. Se procuró además tener muy en cuenta la parte de la cotidianidad del estudiante, ya que es mucho más fácil y más conveniente poner al estudiante a aplicar los conocimientos sobre algo conocido que sobre algo desconocido.

También es importante destacar lo siguiente:

Aunque el énfasis va a estar en las situaciones problemas, esto no implica que no se tomaran en cuenta los ejercicios meramente operativos, pues consideramos que hay espacios de la temática que requieren que el estudiante deba manejar un procedimiento algorítmico antes de aplicar este en la solución de situaciones problemas, como es el caso de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división de fracciones).

Se trató de que la explicación de los conceptos, al menos los más importantes, estuvieran siempre acompañados con ejemplos muy cotidianos para que el estudiante tuviera una idea visual de estos antes de entrar a aplicarlos en situaciones problema. Para este aspecto se utilizó mucho la parte de la representación gráfica, en especial en la primera parte donde se explica el concepto de fracción.

La parte a la que se le hizo mayor énfasis fue a tomar la fracción como una relación entre parte -todo o entre partes del todo y a relacionar el concepto de fracción con el concepto de porcentaje, pues consideramos que estos son la base fundamental para lo que viene en los grados siguientes.

La estructura de la unidad como tal se muestra a continuación.

MODELO DE UNIDAD DIDÁCTICA¹⁶

| Act. | Tipo de act. | Descripción de la actividad | Tiempo aprox. | Contenidos implicados | Nivel dific. | Causa | Intención educativa | Import. act. |
|------|--------------|-----------------------------|---------------|-----------------------|--------------|-------|---------------------|--------------|
| | | | | | | | | |

Actividad: se numeran las actividades en secuencia (1, 2, 3, etc.)

Tipo de actividad:

| | |
|--|---|
| Exposición del profesor (EXP) Problemas de papel y lápiz (PPL) <ul style="list-style-type: none"> - Cuestiones cotidianas. - Cuestiones de aplicación. - Ejercicios y problemas. | Exposición del profesor interactuando con el grupo (TGGEXPO) Trabajo en pequeño grupo (TPG) Actividad Extraescolar (TAR) Puesta en común (TPC) Actividad evaluativa (AEV) |
|--|---|

Descripción de la actividad: en qué consiste la actividad. Por ejemplo: Si es una exposición del profesor Se podría adjuntar un esquema aproximado de la misma o indicar las páginas del texto que se utilizó.

Tiempo aproximado: duración aproximada de la actividad.

Contenidos implicados: Contenidos que se quieren enseñar con cada actividad.

Nivel de dificultad: Difícil (D) Normal(N) Fácil (F)

Causa de la dificultad: (Sólo en D o N)

| | |
|--|--|
| Derivada de la complejidad científica (CIEN) Derivada de escaso interés para el alumno (MOTI) Derivada de no tener medios (MEDI) | Derivada de confusiones cotidianas (SOCI) Derivada de falta de conocimientos anteriores (INIC) Derivada del razonamiento matemático (RAZM) |
|--|--|

¹⁶ PRO BUENO, Antonio. Planificación de unidades didácticas por los profesores: análisis de actividades de enseñanza. En: Enseñanza de las ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas. Vol. 17. No. 03. Noviembre, 1999. P. 411

Intención educativa de la actividad: Explicar que se pretende conseguir con cada actividad.

Importancia de la actividad: Elegir las actividades más importante del tema, y en una hoja aparte justificar la elección.

UNIDAD DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES

| Act. | Tipo de activ. | Descripción de la actividad | Tiempo aprox. (min.) | Contenidos implicados | Niv. dific. | Causa | Intención educativa | Import. Activ. |
|------|----------------|---|----------------------|---|-------------|-------|--|----------------|
| 1 | TLP | - Actividad diagnóstica. | 20 | - Concepto de fracción. | N | INIC | - Indagar por los conocimientos previos de los estudiantes. | |
| 2 | TPG TPC | - manipulación de material concreto. - socialización de la actividad | 50 | - m.c.m - No fraccionario - No decimal. - Porcentaje | N | CIEN | - Comprender que un número se puede representar de diferentes maneras (Fracción, porcentaje y decimal) | |
| 3 | TGGEXPO TLP | - actividad ilustrativa sobre el concepto de fracción. - Ejemplificación y contextualización. (Cuento: Aprendiendo con caperucita Roja) | 50 | - la fracción como una relación parte-todo | F | | - Identificar la fracción como una relación parte-todo | TGGEXPO TLP |
| 4 | EXP TPC | - Actividad de resolución de problemas. | 100 | - cómo resolver problemas (polya) | D | RAZM | - Familiarizar al estudiante con la resolución de problemas. | EXP TPC |
| 5 | AEV TPC | - Evaluación sobre la aplicación del concepto de fracción (relación parte-todo) | 50 | - la fracción como una relación parte-todo | N | RAZM | - Aplicar el conceptote fracción (relación parte- todo) en situaciones problema. | |

| | | | | | | | | |
|----|-------------------------------------|--|-----|--|---|--------------|---|------------|
| | | | | | | | | |
| 6 | EXPO TLP TPC | - clase magistral. - Ejemplificación y contextualización. | 50 | - Fracción propia e impropia. - Numero mixto. - Conversión de una fracción propia a No. Mixto. - Recta numérica | N | CIEN MOTI | - comprender los conceptos de fracción propia e impropia y número mixto. | |
| 7 | EXPO TLP TPC | - clase magistral. - Ejemplificación y contextualización. | 50 | - Fracciones equivalentes. - Amplificación y simplificación. | N | CIEN MOTI | - comprender y aplicar los conceptos de amplificación y simplificación de fracciones. | |
| 8 | TAR | - Taller sobre los dos temas anteriores (5 y 6) | | Ver actividades 5 y 6 | N | CIEN MOTI | Ver actividades 5 y 6 | |
| 9 | EXPO TLP TPC | - clase magistral. - Ejemplificación y contextualización. | 50 | - Suma de fracciones. - m.c.m | N | CIEN | - Aplicar correctamente el procedimiento algorítmico en la suma de fracciones. | |
| 10 | TLP TPC | - Solución de situaciones problemas por el método gráfico. | 50 | - La fracción como una relación entre las partes y el todo. | N | CIEN | | TLP TPC |
| 11 | TLP TPG TPC TAR TPC | - Aplicación de la operación suma de fracciones en situaciones problema. - Cuento: (robando una vaca) - Historia (un viaje por Egipto) | 100 | - suma de fracciones. - principio: la suma de las partes debe ser igual al todo. | D | RAZM | - Aplicar el concepto suma de fracciones, en la solución de situaciones problemas. | TLP TPC |
| 12 | AEV | - Evaluación escrita. | 50 | Suma de fracciones | N | RAZM | - Aplicar el concepto "suma fracciones" en la solución de | |

| | | | | | | | | |
|----|---------------------------|--|----|--------------------------------|---|------|---|--------------------|
| | | | | | | | situaciones problema. | |
| 13 | EXPO TLP TPC TAR | - clase magistral. - Ejemplificación y contextualización. | 50 | - División de fracciones | N | CIEN | - Aplicar el concepto "división de fracciones" en la solución de situaciones problema. | |
| 14 | EXPO TLP TPC TAR | - clase magistral. - taller para trabajar en grupo | 50 | - La fracción como porcentaje. | N | RAZM | - Identificar el concepto de porcentaje como un caso particular del concepto de fracción. | EXPO TLP TPC |
| 15 | AEV | - Evaluación escrita - corrección de la evaluación. | 50 | - La fracción como porcentaje. | N | RAZM | - Aplicar el concepto de porcentaje en la solución de situaciones problema. | |
| 16 | TGGEXP0 TLP TPC | - Taller de situaciones problemas. | 50 | - La fracción como una razón. | D | CIEN | - Identificar el concepto de razón como un caso particular del concepto de fracción. | |
| 17 | AEV | - Trabajo en grupo - Actividad de socialización. | 50 | - La fracción como una razón. | D | CIEN | - Aplicar el concepto de fracción en la solución de situaciones problema. | |

3.1 INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE FRACCIÓN

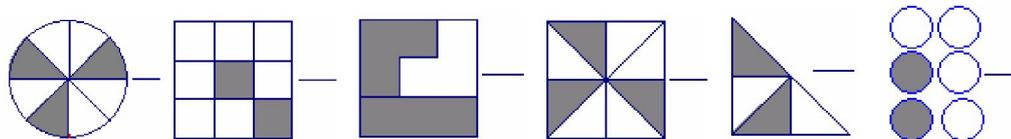
Objetivo: identificar la fracción como una relación parte-todo

Definición: Una fracción es una expresión de la forma a/b , con a y b perteneciente a los naturales y b diferente de cero, en donde **b** (denominador) representa el número de partes iguales en que se divide el todo, el cual puede ser un objeto, una reunión de objetos o una magnitud dependiendo del contexto y **a** (numerador) representa el número de partes que se toman de dicha división.

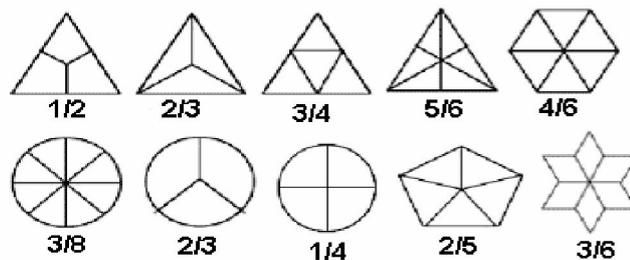
ACTIVIDAD 1

La siguiente actividad tiene como objetivo desarrollar la comprensión del significado de una fracción como una relación entre la parte y el todo o entre las partes del todo, además de su representación gráfica y su escritura simbólica.

1. Colocar en cada caso la fracción que me representa la parte sombreada



2. Para cada figura colorea la parte que representa la fracción indicada.



3. Si el rectángulo representa el todo, representa por separado las siguientes fracciones: $1/2$, $1/3$, $1/4$, $3/5$, $4/6$.

4. En los siguientes casos se representa gráficamente una parte del todo y su fracción correspondiente. Se debe dibujar para cada caso la figura que me represente el todo.



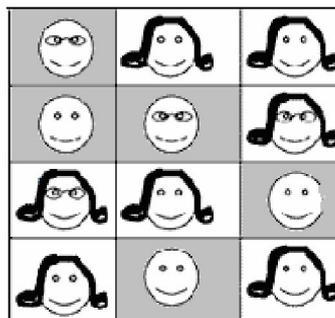
5. ¿Qué fracción del rectángulo grande representa el cuadrado pequeño?



6. En el parqueadero de una residencia se parquean diariamente 20 vehículos de los cuales cinco son taxis. Expresa el número de taxis como una fracción del número total de vehículos.

7. Se desea repartir por partes iguales cinco naranjas entre tres estudiantes, expresa la cantidad correspondiente a cada estudiante.

6.



a) Del total de personas, indica la fracción que corresponde a las siguientes características:

Son niñas

Son niños

Usan lentes

b) La fracción que representa las niñas que usan lentes es_

c) La fracción que representan los niños que no usan lentes es_

Nota: en esta parte se trabajará el cuento "Aprendiendo con caperucita roja
(Ver página 96)

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar dos números fraccionarios se multiplican numeradores entre si y denominadores entre si. Ejemplo:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{2 \times 5}{3 \times 9} = \frac{10}{27}$$

Actividad

1. Escribir la expresión matemática para cada caso y hallar el resultado en los casos posibles.

- El doble de un número _____
- El triple de un número _____
- La mitad de un número _____
- Las dos terceras partes de un número _____
- La mitad de la tercera parte de 48 _____
- La mitad de un número aumentado en 5 _____
- La cuarta parte de un número más la mitad del mismo. _____
- los dos séptimos de los cuatro quintos de 70 _____
- $\frac{2}{8}$ de $\frac{3}{5}$ de $\frac{7}{10}$ de 160 _____
- Tres veces 50
- Nueve veces un séptimo
- Cinco veces un quinto
- Inventar 5 ejercicios similares a los anteriores

2. Sombrear la tercera parte, de la mitad de la gráfica siguiente



Verificar este resultado con la operación $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$

3.2 ACTIVIDAD PARA FAMILIARIZAR AL ESTUDIANTE CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Objetivo: familiarizar a los estudiantes con el proceso de resolución de problemas.

Aunque no hay una única forma de llegar a la solución de una situación problema seguramente las consideraciones presentadas por Polya pueden brindar una muy buena estrategia para hacerles frente. A continuación se presentan estas ideas de forma resumida, las cuales servirán de guía para la solución de muchas situaciones problemas y/o problemas.

1. Comprender el Problema. Para ello tenga en cuenta ítems como:

- Replantear el problema con tus propias palabras sacando los datos que se nos dan y los que se nos piden.
- Si es posible, haga una representación gráfica de la situación para entenderla con mayor claridad o alguna otra estrategia que te ayude a tener una visión más amplia y clara del problema.
- ver si hay información que sobra, o por el contrario puedes inferir otros datos que están implícitos en el enunciado.

2. Trazar un plan

- trata de hacer relaciones entre los datos que se dan valiéndose de los conocimientos adquiridos hasta el momento.
- Busca relaciones con otras situaciones que hallas trabajado.
- Busca una estrategia que permita relacionar lo dado con lo buscado, como por ejemplo, la utilización de uno o varios algoritmos que me

permitan llegar a la solución. Si hacen falta datos reflexiona como podrías llegar a ellos.

3. Ejecutar el plan

- Trate de utilizar la estrategia que consideres más adecuada que le permita hacer relaciones entre los datos conocidos, lo que se pide y los conocimientos previos que se tienen, puede ser la aplicación de unos procedimientos algorítmicos u otra estrategia que lo lleve a la solución del problema.

4. Evaluar la solución del problema

- Verifique que el resultado obtenido si tenga sentido, por ejemplo, que no le de un número entero donde deba dar una fracción propia, o que no le de un resultado negativo cuando obligatoriamente debe dar positivo, etc.
- Contemple si es posible otra solución y cuál solución es la más racional

Ejemplo ilustrativo 1

David abrió su alcancía y tenía ahorrados un total de \$8.000 en monedas de \$100. Si después de comprar un juguete le quedaron tres cuartos del dinero que tenía. ¿Cuánto dinero costó el juguete?

Estrategia a seguir

1. Comprender el Problema

Datos dados

- *Total ahorrado: \$ 8.000 en monedas de 100*
- *Dinero que le queda después de la compra: tres cuartos de \$ 8.000*

Dato pedido

- *Costo del juguete*

Representación gráfica del problema



Datos que se pueden inferir a partir de la gráfica.

- Costo del juguete: un cuarto de \$ 8.000

2. Trazar un plan

Se puede aplicar el algoritmo de multiplicación de fracciones o deducir la respuesta mediante un método gráfico.

3. Ejecutar el plan

El algoritmo para hacer este tipo de problemas es hacer una multiplicación de fracciones. Así para hallar $\frac{1}{4}$ de \$8.000 que es el costo del juguete, simplemente se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí, tal como se muestra a continuación.

$$\frac{1}{4} \times 8.000 = \frac{8.000}{4} = 2.000$$

De donde se deduce que el costo del juguete es de \$ 2.000

4. Evaluar la solución del problema

La solución no se sale de las restricciones del problema ya que el costo del juguete debe estar entre 0 y \$ 8.000, y el resultado no se salió de este rango.

Otro posible camino de solución puede ser el siguiente.

Solución por método gráfico

Para hallar a cuanto equivalen $\frac{1}{4}$ de \$8.000, dividimos el todo (8.000) en cuatro partes iguales (ver figura 1), por lo que cada parte equivaldrá a \$2.000



Figura 1

De lo anterior se deduce que un cuarto de \$ 8.000 equivale a \$ 2.000

Ejemplo ilustrativo 2

Diana tiene $\frac{1}{3}$ de la edad de Sandra, Alexandra tiene $\frac{5}{8}$ de la edad de Diana. Si Sandra tiene 54 años ¿Cuántos años tendrá Alexandra?

Solución utilizando método gráfico

Tomando como el todo la edad de Sandra (48 años), como Diana tiene $\frac{1}{3}$ de la edad de Sandra, la edad de Diana resulta de dividir el todo (48) en tres partes iguales (16) y tomar una parte de estas (16), que sería la edad de Diana (ver figura 1)

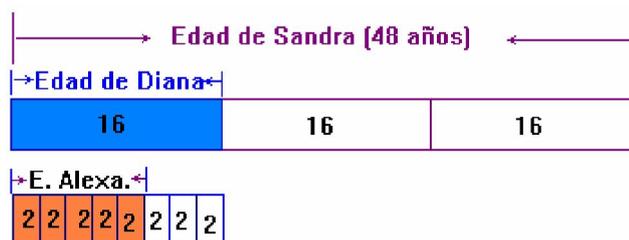


Figura 1

De igual forma como Alexandra tiene los $\frac{5}{8}$ de la edad de Diana (16 años) se obtiene que la edad de Alexandra es 10 años.

Solución utilizando multiplicación de fracciones.

La edad de Diana es $\frac{1}{3}$ de 48, esto es 16 años. Como la edad de Alexandra es $\frac{5}{8}$ de la de Diana, haciendo la multiplicación respectiva se obtiene que Alexandra tiene 10 Años.

Otra forma sería tomando en cuenta que la edad de Alexandra es los $\frac{5}{8}$ de $\frac{1}{3}$ de la edad de Sandra, esto es:

$$\frac{5}{8} \times \frac{1}{3} \times 58 = 10$$

Taller de repaso sobre el concepto de fracción

a. Hallar

- $\frac{2}{5}$ de \$20.000
- $\frac{3}{6}$ de 54.000 metros
- $\frac{5}{6}$ de un día (trabajar con horas)
- $\frac{2}{5}$ de hora (respuesta en minutos)

b. Los $\frac{7}{9}$ de 45 niños de sexto aprobaron el examen ¿Cuántos niños no aprobaron el examen?

c. Alexandra asistió a la escuela $\frac{5}{6}$ de los días del mes de noviembre ¿Cuántos días faltó Alexandra a clase en el mes de noviembre?

d. Un granjero dejó una herencia de 135 reses, 200 caballos y 6.000.000 de pesos. El testamento dice que a su único hijo le tocan $\frac{2}{3}$ de las reses, $\frac{1}{4}$ de los caballos y $\frac{3}{5}$ del dinero, el resto al asilo del ancianos ¿Cuánto le toco de cada cosa a su hijo? ¿Cuánto al asilo?

e. Organice el siguiente enunciado en orden lógico y coherente sabiendo que la respuesta correcta es: 6 camisas.

10 camisas de las cuales - Julio tenía - y el resto color oscuro - $\frac{2}{5}$ eran color claro - ¿cuántas - de color oscuro - tenía Julio - camisas?

f. Sandra dice a su hermano Juan. Los dos quintos del dinero que nos dio nuestro padre equivalen a \$6.000. ¿Cuanto dinero les dio su padre?

g. Llevo leídas 99 páginas de un libro, esto representa $\frac{3}{4}$ del libro. ¿Cuántas hojas tiene el libro?

h. Inventar un problema que se resuelva mediante la siguiente expresión matemática: $(7/8) \times 24$

i. Inventar un problema de fracciones cuya solución sea 6 años

j. Un tanque que tenía una capacidad de 1500 litros de agua estaba lleno hasta las dos terceras partes de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua había en el tanque en ese momento?

k. Si cuatro flores representan $1/3$ de un ramo completo ¿Cuántas flores conforman el ramo?

L. Si 18 rosas conforman un ramo completo ¿Qué fracción del ramo representan 3 rosas?

M. Los dos quintos de los ahorros de Laura son \$3.800 ¿Cuánto dinero tiene ahorrado?

N. Andrés se ha comido dos quintos de una pizza, y Jessica se ha comido el resto. Si cada quinto de pizza tiene un costote \$1.500 ¿cuánto pago más Jessica que Andrés?

3. 3 OPERACIONES CON FRACCIONES Y APLICACIONES

OBJETIVO: aplicar las operaciones básicas (suma, multiplicación y división) en la solución de situaciones problema.

A continuación se presentarán los conceptos y procedimientos básicos que se deben manejar respecto a esta temática de las operaciones con fracciones con sus respectivos ejemplos contextualizados, para posteriormente aplicar estos en la solución de situaciones problema.

CONCEPTUALICEMOS

Fracción propia: cuando el numerador es menor que el denominador

Fracción impropia: Cuando el numerador es mayor que el denominador.

Número mixto: Es la suma de un número entero y una fracción. Esto es, está conformado por una parte entera y otra fraccionaria. El número $2\frac{2}{3}$ es un

2

número mixto y es equivalente a tener $2 + \frac{2}{3}$. Una representación grafica de

éste sería la siguiente:



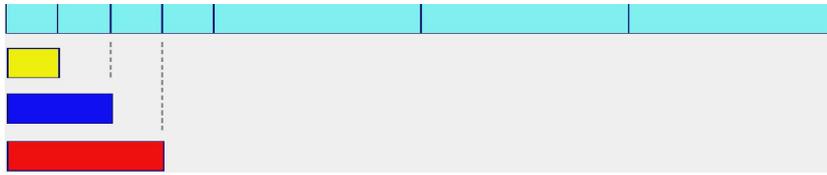
Actividad

1. Representar mediante un dibujo lo que se indica en cada caso, colocando al frente de éste tanto el número mixto correspondiente como su equivalente en fracción impropia.

- Par y medio de panela
- Dos kilos y medio de azúcar

Tres horas y tres cuartos

Un quesito y un cuarto.



2. Con base en el dibujo anterior responda las siguientes preguntas tratando de explicar con tus propias palabras los resultados.

a. ¿Cuántas veces cabe o está cada uno de las cintas pequeñas en la cinta de mayor longitud? Recuerde que la respuesta no necesariamente debe ser un número entero, puede ser también un número mixto.

b. ¿si se tomara como unidad de medida la unión entre la cinta roja y la azul cuántas veces se podría colocar esta cinta en la de mayor longitud?

d. ¿Qué fracción me representa cada una de las cintas pequeñas respecto a la cinta grande?

Conversión de un número mixto a fracción impropia

* *Para pasar un número mixto a una fracción impropia se tendrá en cuenta que:*

- el numerador de la fracción impropia resulta de multiplicar la parte entera por el denominador de la parte fraccionaria y al resultado se le suma el numerador.
- El denominador de la fracción impropia será el mismo de la parte fraccionaria de número mixto.

Ejemplo:

$$2 \frac{2}{3} = \frac{(2*3)+2}{3} = \frac{8}{3}$$

Actividad

A. Dibujar los siguientes números mixtos en una recta numérica y luego pasarlos a fracciones impropias.

a. $2 \frac{1}{3}$

b. $3 \frac{2}{3}$

c. $5 \frac{4}{5}$

B. En una fábrica de automóviles se logró producir $\frac{5}{4}$ de lo previsto en el plan del mes. Si la producción era de 100 autos ¿Cuántos autos se fabricaron este mes?

Fracciones equivalentes: Son aquellas que representan la misma cantidad respecto a un todo.



Luego $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{8}$ son fracciones equivalentes.

*Para comprobar si una pareja de fraccionarios son equivalentes multiplicamos en cruz como se muestra a continuación.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{8}$$

$$1 \times 8 = 4 \times 2$$

Si se cumple que las multiplicaciones en cruz son iguales las fracciones son equivalentes.

Simplificación

Es llevar una fracción a otra equivalente que sea irreducible, es decir, que no tengan divisores comunes excepto el uno.

Para simplificar un fraccionario se divide tanto el numerador como el denominador por un divisor que sea común a ambos y así se continúa hasta que el único divisor común sea el uno.

Simplificar $18/12$

Como ambos números tienen mitad los dividimos por dos

$$\frac{18}{12} = \frac{9}{6}$$

Como ambos números no tienen mitad pero si tercera se dividen por tres

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Como 3 y 2 no tienen más divisores comunes, excepto el 1, se acaba el proceso.

Esto es $\frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

Amplificación

*Para amplificar una fracción se hace el proceso contrario al anterior, ya no se divide ambos números (Numerador y denominador) sino que se multiplican por un mismo número al cual se le va a denominar **factor de ampliación**.*

Ejemplos.

1. Amplificar el fraccionario $2/7$ si su factor de ampliación es 3

$$\frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{21}{21}$$

2. Cuál será el factor de ampliación para $\frac{7}{8}$ si se quiere que el denominador sea 24.

Vasta responder a la pregunta por que número tengo que multiplicar el denominador (8) para que me de 24. ($8 * ? = 24$)

$$\frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$$

Ejercicios.

Hallar para cada caso Cuál es el factor de ampliación para que el denominador de 18

- a. $\frac{5}{2}$ b. $\frac{14}{3}$ c. $\frac{5}{6}$

Fracciones homogéneas: son aquellas que tienen el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{3}$

Suma de fracciones homogéneas

• Para sumar fraccionarios homogéneos se suman o se restan los numeradores, según sea el caso, y se coloca el mismo denominador.

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2+7-5}{3} = \frac{4}{3}$$

Ejemplo ilustrativo

Se parte una torta en 8 pedazos iguales y se reparte entre tres niños dándole al primero un pedazo, al segundo dos y al tercero tres. ¿Qué fracción de la torta se comieron? ¿Qué fracción de la torta quedó?

El gráfico (figura 1) ilustra la porción de torta que le tocó a cada niño después de haberla partido en ocho pedazos iguales.

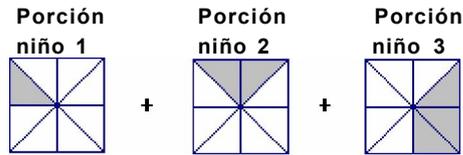


Figura 1

Debido a que la torta se dividió en ocho pedazos iguales, cada pedazo equivale a un octavo de torta. Ahora, como entre los tres se comieron seis pedazos de torta, ello significa que se comieron seis veces la fracción un octavo de torta, en otras palabras seis octavos de la torta (ver figura 2)

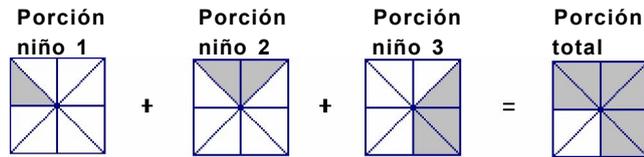


Figura 2

Actividad

Representar gráficamente y escribir la fracción correspondiente a lo pedido en cada caso.

- Cuatro veces un medio
- Dos veces un quinto
- Tres veces un tercio

Fracciones heterogéneas: son aquellas que tienen diferente denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{3}$ y $\frac{7}{2}$

Nótese que cuando multiplicamos un fraccionario por un número tanto en el numerador como en el denominador el valor de la fracción no cambia por que es como si estuviéramos multiplicando la fracción por 1, y sabemos que todo número multiplicado por uno da el mismo número.

Como pasar fracciones homogénea a heterogéneas

1. Hallamos el m.c.m que nos servirá como denominador común.
2. Miramos para cada fracción cuál es el factor de ampliación que me permitirá convertir cada fracción a una cuyo denominador sea el m.c.m. y hacemos la operación correspondiente. Ejemplo:

Convertir las siguientes fracciones homogéneas a heterogéneas $\frac{2}{7}$ y $\frac{5}{6}$

1. El m.c.m. entre 7 y 6 es 42
2. identificamos para cada fracción cuál es el factor de ampliación que nos da 42 en el denominador.

$$\frac{2 \times 6}{7 \times 6} \quad \text{y} \quad \frac{5 \times 7}{6 \times 7}$$

$$\frac{12}{42} \quad \text{y} \quad \frac{35}{42}$$

Ejercicios

Pasar los siguientes fraccionarios heterogéneos a homogéneos.

a. $\frac{7}{6}$; $\frac{11}{12}$ b. $\frac{13}{15}$; $\frac{3}{12}$ c. $\frac{5}{3}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{7}{4}$

Suma de fracciones heterogéneas

- Para sumar o restar fracciones heterogéneas se convierten a fracciones homogéneas y se suman o se restan los numeradores según sea el caso.

Ejemplo:

Para sumar $\frac{4}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

1. Hallamos el m.c.m de 3, 6, 4 que es 12
2. Convertimos cada fraccionario a otro equivalente cuyo denominador sea el m.c.m (12), utilizando el concepto de factor de amplificación.

$$\frac{4 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 2}{6 \times 2} - \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{16}{12} + \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

Una forma resumida de hacer esto es la siguiente:

1. hallamos el m.c.m de todas las fracciones, que será el denominador de la suma.
2. Para cada fraccionario tomamos el m.c.m, lo dividimos por el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{7}{5} - \frac{5}{15} = \frac{(15/3)2}{15} + \frac{(15/5)7}{15} - \frac{(15/15)5}{15} = \frac{10}{15} + \frac{21}{15} - \frac{5}{15} = \frac{26}{15}$$

Actividad

- A. Inventarse 3 sumas con fraccionarios heterogéneos, similares a la anterior, y resolverlas.

Actividad para la aplicación de las operaciones con fracciones

1. En el día del niño el alcalde de Medellín regaló a una escuela 288 regalos de los cuales $\frac{5}{36}$ eran artículos de deporte, $\frac{2}{9}$ eran muñecas, $\frac{3}{12}$ carros de juguetes y el resto útiles escolares.

- ¿Cuántos regalos no eran útiles escolares?
- ¿Qué fracción de los regalos eran útiles escolares?

2. Don Juan dio a cada uno de sus hijos \$18.000 para irsen a un paseo programado por el colegio. Si Joan se gastó los $\frac{2}{3}$ de su dinero, Jessica las $\frac{29}{36}$ partes de su dinero y Felipe las $\frac{13}{18}$ partes de su dinero.

- ¿Cuánto dinero gastaron entre los tres?
- ¿Qué fracción del dinero gastó más Felipe que Joan?

3. Don Juan antes de morir reparte sus bienes a los tres hijos que tenía de la siguiente manera:

- Al menor le corresponderá las $\frac{3}{7}$ partes de su herencia
- Al mayor $\frac{1}{4}$ parte de la herencia
- Y al mediano el resto

Si el total de la herencia estaba avalada en 56 millones de pesos ¿Cuánto dinero le correspondió al hermano mediano?

4. Andrés se ha comido un quinto de una pizza, y Jessica se ha comido tres cuartos del resto. ¿Qué porcentaje de la pizza queda para Luís?

5. Un carpintero necesita una tabla de madera de $3\frac{5}{8}$ metros de largo y otra

de $2\frac{2}{3}$ metros de largo. Ambas piezas deben cortarse de una tabla de 7

metros de longitud. ¿Qué longitud de la tabla queda después haber cortado las piezas requeridas?

Principio: la suma de las partes debe ser igual al todo.

Si se divide el todo en un número determinado de partes iguales, se debe cumplir necesariamente que la suma de todas las partes deben ser igual al todo que en fracciones se representa mediante el número uno que indica unidad.

Ejemplo ilustrativo

Las tres quintas partes de los estudiantes del colegio Tomas Carrasquilla prefieren el fútbol a cualquier otro deporte. Si el total de alumnos son 200 ¿Qué fracción de alumnos del colegio prefieren otro deporte? ¿Cuántos estudiantes prefieren un deporte diferente al fútbol?

Solución por el método gráfico.

Las $\frac{3}{5}$ partes de 200 equivalen a dividir el todo (200) en cinco partes iguales y tomar tres de ellas (ver figura1)



Figura1

De la figura 1 se deduce que $\frac{2}{5}$ de los estudiantes prefieren otro deporte lo cuál es equivalente a decir que 80 estudiantes prefieren un deporte diferente al fútbol.

Solución por el método tradicional.

Tenga en cuenta que si el denominador es un cinco esto indica que el todo se representará como $5/5$, si es un 20 el todo se representará como $20/20$, etc.

Como la fracción que representa los estudiantes que les gusta el fútbol es $3/5$, la fracción que me representa los estudiantes que no les gusta el fútbol es $2/5$, pues esta es la fracción que le hace falta a $3/5$ para ser igual a $5/5$ (el todo). Verifiquemos:

$$3/5 + 2/5 = 5/5 = 1 \text{ (todo)}$$

Otra forma sería si al todo (1 o $5/5$) le quito los estudiantes que prefieren el fútbol me quedan los estudiantes que prefieren otro deporte. Esto es:

$$5/5 - 3/5 = 2/5$$

De donde $2/5$ es la fracción que me representa los estudiantes que les gusta otro deporte diferente al fútbol.

Hallando los $2/5$ de 200 se obtiene que 80 estudiantes prefieren un deporte diferente al fútbol.

TALLER

1. Un escalador subió en la primera hora $\frac{1}{3}$ de la montaña, y en la segunda hora $\frac{2}{5}$ de la montaña ¿Qué fracción de la montaña subió? ¿Qué fracción de la montaña le faltó por subir?

2. Una fabrica produce mensualmente un total de 900 pares de zapatos, la mitad del total son botas, $\frac{1}{3}$ de lo que queda son deportivos y el resto zapatos de calle.

¿Cuántos pares de zapatos deportivos se producen mensualmente? ¿Qué fracción representará la producción de zapatos de calle?

3. Una caja de galletas navideñas trae galletas de diferentes formas y sabores, un cuarto de las galletas tienen forma circular y de estas la mitad son de chocolates Si se sabe que las galletas redondas de chocolate eran 8. ¿Cuántas galletas en total traía el paquete?

4. En una reunión la mitad de los asistentes son mujeres, los tres cuartos del resto son hombres y los demás son niños. Si el total de los asistentes es 48. ¿Cuántos niños asistieron a dicha reunión?

5. Tres socios liquidan una empresa de la siguiente manera. Al primero que era el socio mayoritario le tocó la mitad de la liquidación, al segundo $\frac{5}{12}$ del resto y al tercero la parte sobrante. Si la empresa se liquidó por 120 millones. ¿Cuál fue la diferencia entre el dinero que le tocó al primero y el que le tocó al tercero?

6. Don Carlos dio a su sobrino \$10.000 para que se los repartiera entre sus tres hijos. Este aprovechando la inocencia de los niños repartió el dinero de siguiente manera. Al menor le dio \$2000, al del medio le dio \$3000 y al mayorcito le dio \$4000.

¿Qué fracción es 4.000, de 10.000?

¿Qué fracción es 3.000 de 10.000?

¿Qué fracción es 2.000 de 10.000?

¿Cuánto suman las tres fracciones anteriores?

¿Fue correcta la repartición que hizo Diego? Explique con sus palabras el por qué de su respuesta

7. ROBANDO UNA VACA¹⁷

Esta es la historia de un hombre muy sabio que intervino en el reparto de una herencia consistente en 35 vacas. Los herederos eran tres y el padre había dispuesto el siguiente reparto: Al mayor la mitad de las vacas, al segundo una tercera parte de los animales y al tercero una novena parte.

Había dificultades porque la mitad de 35 es 17.5, la tercera parte de 35 es 11.66 y la novena parte de 35 es 3.88. Como las vacas no podían dividirse en esa forma, nuestro sabio resolvió entregar su propia vaca a los herederos para hacer más fácil el reparto, y quedaron entonces 36 vacas.

Ahora si era fácil: la mitad de 36 es 18, la tercera parte de 36 es 12 y la novena parte de 36 es 4. Si sumamos $18 + 12 + 4$ nos da 34. De esta forma cada uno de los herederos recibió más de lo estipulado en el testamento y todos quedaron. Pero mas feliz quedo nuestro sabio porque el había aportado una sola vaca y en el reparto final le quedaron dos.

¿Cómo podrías explicar esto?

¿Qué relación puedes establecer entre este cuento y la situación anterior?

¿Crees que el sabio hizo una repartición justa? Justifica la respuesta teniendo en cuenta los procedimientos matemáticos correspondientes.

¹⁷ Esta historia es una adaptación de la historia de la repartición de los camellos escrita por Malba Tahan en el hombre que calculaba.

División entre fracciones

Para dividir dos fracciones se multiplica en cruz o se invierte la fracción que hace las veces de divisor y luego se multiplican normalmente. Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{4} \div \frac{2}{9}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{8}$$

Aplicación

1. María compró cintas de colores de seis metros de longitud para adornar una piñata y recortó cada cinta en pedazos de medio metro. ¿Cuántos pedazos saco de cada cinta?
2. De una de papel de $\frac{9}{10}$ de metro de largo ¿Cuántos pedazos de $\frac{3}{10}$ de metro puedo cortar?
3. Una rueda avanza tres quintos de metro por cada vuelta. ¿Cuántas vueltas tendrá que dar para avanzar 723 metros?
4. Si una persona camina por cada hora un cuarto de kilómetro. Cuántas hora necesitará para completar tres kilómetros y medio.
5. Se quiere repartir Cuatro litros y un quinto de limonada entre seis niños. ¿Cuánto corresponde a cada niño?
6. Se desea llenar una vasija de 5 litros de capacidad utilizando otra vasija
2
mas pequeña cuya capacidad es de $\frac{1}{5}$ de litro. ¿Cuántas veces se debe vaciar la vasija para lograrlo?

NOTA: después de esta parte se realizará la actividad "Solución de situaciones problema por método gráfico" (ver página 98)

3.4 LA FRACCIÓN COMO PORCENTAJE

Objetivo

Identificar el concepto de porcentaje como un caso particular del concepto de fracción.

Seguramente habrás escuchado a alguien decir, me prestaron un dinero al dos por ciento, o en el Ley están haciendo descuentos hasta del 10 % en ciertos artículos y muchas otras situaciones donde se menciona el concepto de porcentaje.

El concepto de porcentaje es un concepto sencillo y muy útil en nuestra vida cotidiana. Lo que significa la palabra porcentaje es que el todo se divide en 100 partes iguales y se toman las partes que se me pidan, así por ejemplo si se pide el 3% se toman 3 partes, si se pide el 25% se toman 25 partes, etc.

Suponga que usted hace un préstamo de \$80.000 a un amigo, al 3 % mensual. Para saber a cuánto equivale ese 3% se divide el todo (80.000) en 100 partes iguales, por lo que cada parte equivaldrá a 800, y se toman 3 partes, esto es, 2.400, que será el 3% de 80.000. Esto es lo que debes pagar mensualmente por la prestada del dinero.

Otra forma sencilla de hallar el porcentaje es pasando el porcentaje a fracción de la siguiente manera. El número que antecede al signo de porcentaje (%) lo dividimos por 100, así ya no diríamos el tres por ciento de 80.000 (3% de 80.00) sino las tres cienavas partes de 80.000 ($\frac{3}{100}$ de 80.000). Lo cual se resuelve haciendo una multiplicación de fracciones.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times \\ \hline 80.000 \\ \hline 240.000 \\ \hline \end{array} = \frac{240.000}{100} = 2400$$

Nota: Para pasar un porcentaje a fracción se divide por 100 y para pasar una fracción a porcentaje se multiplica por 100.

TALLER DE APLICACIÓN

1. Pasar las siguientes expresiones a fracciones: 1% de 50.000; 13% de 980; 63% de 850.00

2. Pasar las siguientes expresiones matemáticas a porcentaje $\frac{3}{4}$ de 2000, $\frac{1}{5}$ de 2500, $\frac{1}{10}$ de 600.

3. En parejas inventen dos situaciones en donde estén haciendo un negocio entre ustedes mismos, utilizando el concepto de porcentaje y resuélvanlas por cualquiera de los dos métodos mostrados.

4. Durante la aprobación de una ley en el congreso se obtuvieron los siguientes resultados: El 45% de los participantes votaron a favor, otro quinto de los participantes en contra y el resto en blanco. Si en el momento de la votación participaron 140 personas.
 - a. ¿Cuál es el número de votos a favor, en contra y en blanco respectivamente?

 - b. ¿Cuál es la fracción que me representa los votos en blanco respecto al total de votos?

 - c. ¿Cuál es la fracción que me representa los votos en blanco respecto al número de votos a favor?

 - d. ¿Qué porcentaje de los participantes votaron en blanco?

 - e. Si la ley se aprueba con las tres quintas partes del total de votos, ¿Cuántos votos faltaron para aprobarse la ley? ¿A qué porcentaje del total de votos corresponde los votos que faltaron para aprobarse la ley?

5. El costo de una estufa es de \$ 400.000. Si se rebaja en un 15 %. ¿Cuánto será el descuento? ¿Cuál será el nuevo valor?

6. El pasaje urbano actual es de \$ 1.000, anteriormente costaba 10% menos de lo que cuesta hoy. ¿Cuál era el costo del pasaje anteriormente?

7. En una encuesta realizada a 180 personas sobre la preferencia de los programas de televisión se obtuvieron los siguientes resultados

| | Películas | Novelas | Noticias | Total |
|---------|-----------|---------|----------|-------|
| Hombres | 45 | 10 | 25 | 80 |
| Mujeres | 15 | 50 | 15 | 80 |

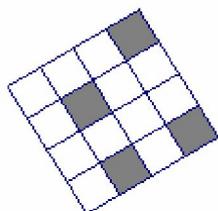
a. ¿Cuál es el porcentaje de personas que prefieren ver noticias?

b. ¿Cuál es el porcentaje de los hombres que prefieren novelas?

c. ¿Qué fracción de los hombres ven novelas?

d. ¿Qué fracción de las mujeres ven películas?

8. ¿Qué porcentaje del área de la siguiente figura está sombreada?



3. 5 LA FRACCIÓN COMO UNA RAZÓN

OBJETIVO: Identificar la fracción como una relación entre dos magnitudes.

El término fracción también se utiliza para relacionar dos magnitudes. Así por ejemplo para relacionar la edad de Andrés (12 años) con la de Alexandra (20 años) se procede la siguiente manera

$$\begin{array}{r} \text{Andrés} \quad _ \quad 12 \quad _ \quad 3 \\ \text{Alexandra} \quad _ \quad 20 \quad _ \quad 5 \end{array}$$

Lo anterior se puede leer como sigue

La razón entre la edad de Andrés y la de Alexandra es de tres a cinco (3 : 5) o Andrés tiene tres quintos de la edad de Alexandra

Es importante tener cuidado con la situación inversa, cuándo se nos pida ya no la razón entre la edad de Andrés y la de Alexandra, sino la razón entre la edad de Alexandra y la de Andrés, en este tipo de situaciones debo tener muy en cuenta el orden en que se expresa la situación. Comparemos con la situación anterior.

$$\begin{array}{r} \text{Alexandra} \quad _ \quad 20 \quad _ \quad 5 \\ \text{Andrés} \quad _ \quad 12 \quad _ \quad 3 \end{array}$$

¿Cómo puedo leer esta nueva situación?

Ejemplo ilustrativo

La razón entre la edad de Andrés y la de Alexandra es de 3:5, si Alexandra tiene 12 años, ¿cuántos tendrá Andrés?

Este tipo de situaciones generalmente permiten construir una ecuación con una incógnita.

$$\frac{\text{Andrés}}{\text{Alexandra}} = \frac{3}{5} \text{ como Alexandra tiene 20 Años, reemplazando queda}$$

$$\frac{\text{Andrés}}{20} = \frac{3}{5} \text{ Despejando}$$

$$\text{Andrés} = \frac{3}{5} \times 20 = 12 \text{ años}$$

Solución por método gráfico

Conocemos que la edad de Alexandra es de 20 años representamos esto gráficamente



Como la razón entre la edad de Andrés y la de Alexandra es de 3:5 ello significa que la edad de Andrés es tres quintos de la de Alexandra o leído de izquierda a derecha, la edad de Alexandra es cinco tercios de la de Andrés, Para representar lo primero, dividimos el 20 en cinco partes iguales y tomamos tres de estas.

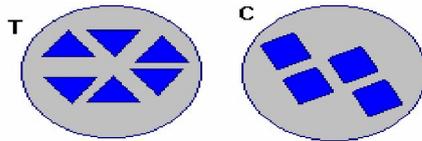


De la gráfica se deduce que la edad de Andrés es de 12 años.

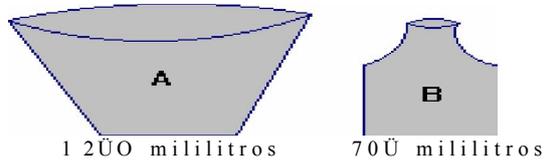
Actividad

1. Encuentre la razón existente entre:

A. El número de elementos de los conjuntos



B. El volumen de los dos recipientes



C. El área entre los dos polígonos.



D. los costos de los dos artículos



Para los puntos A y B exprese en palabras, cómo se podría leer o interpretar cada relación (como razón y como fracción)

Resuelva las siguientes situaciones problema.

2. Complete el espacio en blanco.

La razón de crecimiento entre dos árboles A y B es de ___: 4. Según esto cuando el árbol A mida 6 metros el árbol B va a tener una longitud de 8 metros.

3. Manuel quién trabaja en una empresa tiene un sueldo mensual de \$840.000. La razón entre el sueldo mensual de Manuel y el de su esposa es de 7 : 6. ¿Cuál es la diferencia entre el sueldo de estos esposos?

4. Teniendo en cuenta que para que una balanza se encuentre en equilibrio el peso en ambos lados debe ser el mismo. Si una de las piezas rectangulares pesa 3 Kg. ¿Cuánto pesa una pieza esférica?



5. Invente una situación problema donde tenga inmerso el concepto de razón, de la expresión "Últimamente dedico mayor tiempo a la lectura que a ver t.v "

6. Carlos y Juan son vendedores de zapatos. En un seguimiento realizado por la empresa donde trabajan se llegó a la conclusión de que Juan hace tres ventas por cada cuatro ventas que hace Carlos. Según lo anterior, si Pedro realizó 32 ventas en la semana ¿Cuántas ventas realizó Juan? ¿Cuál será el pago de Juan al finalizar la semana si por cada venta hecha le dan \$3.000?

7. Diana y Alex compran en compañía una rifa. Si se sabe que la razón entre lo que pagó Alex y lo que pagó Diana es de 1 : 2 y que Alex pagó \$ 1.6000.

a. Cuánto aportó Diana

b. En caso de ganarsen la rifa de \$ 1.500.000 ¿Cuánto le tocará a cada uno si se reparten en forma proporcional a lo aportado por cada uno?

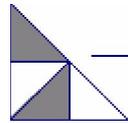
4. PROPUESTA DE ACTIVIDADES EVALUATIVAS

Actividad 1

Objetivo

Aplicar el concepto de fracción en la solución de situaciones problemas.

1. Si dos cuartos de la figura que se presenta a continuación está representando 5 días. ¿Cuántos días representará la figura completa?



2. Los $\frac{19}{21}$ de 42 niños de sexto aprobaron el examen de matemáticas que se les hizo sobre conjuntos en el primer periodo. ¿Cuántos niños aprobaron el examen?
3. Sandra dice a su hermano Juan. Los dos quintos del dinero que nos dio nuestro padre equivalen a \$6.000. ¿Cuánto dinero les dio su padre?
4. Invente una situación problema sencilla donde se utilice el concepto de fracción y resuélvala.

Buena suerte.

ACTIVIDAD 4

Objetivo

Aplicar el concepto de suma de fracciones en la solución de situaciones problema.

1. Resuelva la siguiente suma de fraccionarios

$$\frac{9}{14} a + \frac{12}{7} a - \frac{25}{28} a$$

2. Un escalador subió en la primera hora $\frac{1}{3}$ de la montaña, y en la segunda hora $\frac{2}{5}$ de la montaña ¿Qué fracción de la montaña subió? ¿Qué fracción de la montaña le faltó por subir?
3. Un estudiante al salir de su casa para el colegio tenía 30 bolas de cristal, después de jugar en descanso con sus compañeros regresa con $\frac{6}{5}$ de las que tenía.
¿Qué fracción me representa las bolas ganadas?
¿Con cuántas bolas de cristal regresa a casa?
4. Si los cinco séptimos de la longitud de un lazo equivalen a 10 metros, ¿Cuántos centímetros tiene tres séptimos de la longitud de dicho lazo?

Buena suerte

ACTIVIDAD 6.

Objetivo

Utilizar adecuadamente las operaciones multiplicación y división en la solución de situaciones problema.

1. Realizar las siguientes operaciones

a. $\left(\frac{5}{7} \times \frac{9}{2}\right) \times \frac{2}{3}$

b. $\left(\frac{5}{4} \div \frac{2}{3}\right) \times \frac{3}{2}$

2. ¿Cuánto son los tres cuartos de los dos tercios de 36 horas.

Resolver las siguientes situaciones problema.

3. María compró cintas de colores de seis metros de longitud para adornar una piñata y recortó cada cinta en pedazos de medio metro. ¿Cuántos pedazos saco de cada cinta?

4. Alexandra tiene $\frac{5}{6}$ de la edad de su hermano. Si su hermano tiene 24 años, ¿Cuál es la edad de Alexandra?

Buena suerte

ACTIVIDAD 6.

Objetivo

Reconocer los conceptos de fracción y porcentaje como dos operadores que se pueden relacionar entre sí.

1. Representar en forma de fracción los siguientes porcentajes

- a. El 10% de 500
- b. El 5% de 20

2. Representar en forma de porcentaje las siguientes fracciones

- a. $\frac{1}{2}$ de 38
- b. $\frac{3}{4}$ de 120
- c. $\frac{1}{5}$ de 45

Resolver las siguientes situaciones problemas

3. Las dos quintas partes de los estudiantes del grado sexto son mujeres ¿Qué porcentaje serán hombres?

4. Jessica ha gastado el 50% de sus ahorros en ropa y le dio a su hermano menor un cuarto de estos

- a. ¿Qué porcentaje de sus ahorros le sobró?
- b. si sus ahorros eran en total \$200.000 ¿Qué parte del dinero se gastó?

Buena suerte

SEGUNDA PARTE

5. ACTIVIDADES NO TRADICIONALES

Sin duda alguna son muchas las teorías que han surgido en relación al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje y sin embargo no podemos decir que ya se ha inventado todo, ni mucho menos una forma de llevar este proceso sin ningún contratiempo, pues son muchos los factores que están interviniendo en él. Esta idea presenta la necesidad de que los profesores repiensen continuamente su que hacer como educadores en pro de obtener siempre los mejores resultados posibles.

Desde los lineamientos curriculares el eje central de la educación matemática debe ser educar no sólo en el saber, sino también y en especial en el saber hacer, es decir, saber resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana y/o académica. Según esta exigencia de la educación actual, el maestro debe proponer actividades en donde lo importante sea que el estudiante ponga en juego sus conocimientos, más que la simple aplicación mecánica de una teoría o algoritmo. En este sentido los maestros que se dedican simplemente a transmitir el conocimiento de manera mecánica, sin reflexionar sobre el cómo hacer que los estudiantes accedan a este de una manera más amena y lo más asequible posible, están cayendo en el error de convertirse en una simple máquina, con un servicio no muy diferente a los prestados por los computadores y por los mismos libros, colocándose así en duda la verdadera función del educador de ser un guía u orientador del proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Sin embargo tampoco podemos desconocer la realidad del docente, ya que muchas de las veces éste no tiene el tiempo suficiente para estar preparando actividades para cada grupo, por lo que es conveniente que éste disponga de antemano de un buen número de actividades que le puedan servir y de las cuales el profesor se pueda valer según la lectura que haga de su grupo, pues estas siempre deben estar acordes a las capacidades y conocimientos de los estudiantes y no simplemente el hacer por hacer.

A continuación se presentarán algunas actividades que el docente podrá utilizar o rediseñar según lo crea conveniente para la enseñanza de la unidad de fracciones del grado sexto.

5.1 ACTIVIDADES CON MATERIAL TANGIBLE

No es desconocido para nosotros la importancia que tiene, el que las actividades que se realicen motiven o incentiven un poco a los estudiantes, a veces es conveniente permitir espacios que muestren otra cara de las matemáticas diferente a la monotonía de estar siempre resolviendo ejercicios o problemas en el cuaderno, Las actividades 1 , 2 y 3 que se presentan, tratan de incentivar un poco al estudiante mediante la manipulación de material concreto, a la vez que se están aplicando y reforzando los conocimientos adquiridos. Este tipo de actividades ayuda mucho a que el interés y por ende la respuesta del grupo sea mejor.

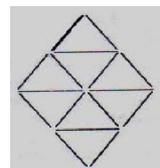
5.1.1 ACTIVIDAD 1 (jugando con cerillos)

OBJETIVO

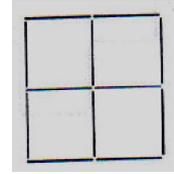
Aplicar el concepto de fracción como una relación entre parte-todo

Esta primera actividad se realizará a partir de la manipulación de palillos y aunque se aprovecha la parte lúdica, no se está olvidando que el propósito a de ser siempre que el estudiante aplique los conocimientos enseñados en clase, pero de una manera no tan monótona. Puede ser aplicada en el aula de clase después de la introducción que se hace al concepto de fracción o incluso como una actividad extra clase.

1. En la figura se muestran 8 triángulos iguales. Quita sólo cuatro palillos de tal forma que queden ocho dieciseisavos de los triángulos iniciales. ¿La fracción que representa el área final respecto a la inicial es?

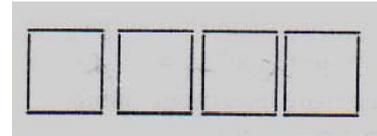


2. En la figura hay cuatro cuadrados unitarios y un cuadrado 2 x 2. Cambia de lugar 4 palillos de tal manera que la nueva figura tenga exactamente

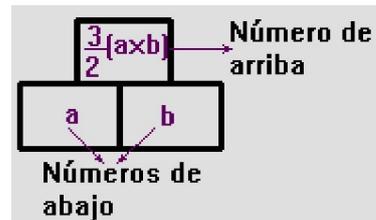
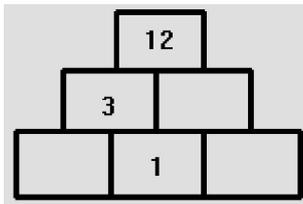


- Un tercio del área inicial
- Cinco cuartos del área inicial

3. Con 16 palillos se pueden formar cuatro cuadrados congruentes como se muestra en la figura. Construya con los mismos 16 palillos una figura que tenga $\frac{5}{4}$ del número de cuadrados iniciales.



4. Encuentre los números que faltan en la pirámide, teniendo en cuenta que el número de arriba siempre va a ser tres medios, del producto de los dos números de abajo.



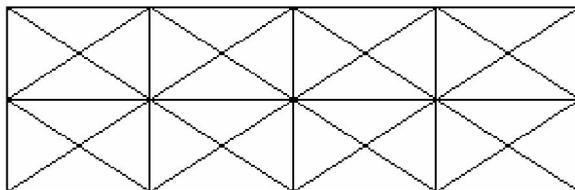
ACTIVIDAD 6.

5.1.2 Coloreando Secciones de un mosaico

Hay estudiantes que piensan en las fracciones, decimales y porcentajes como números totalmente diferentes. Es importante que ellos entiendan que un mismo número puede representarse de diferentes maneras.

Por ejemplo, si el número es racional tiene representación como fracción, como decimal y como un por ciento. Aplican a estas actividades los estándares de numeración, operaciones y conexión.

Esta actividad puede ser realizada, como una actividad de refuerzo para que se relacione los conceptos de porcentaje, fracción y decimal y además para mostrar una aplicación del m.c.m



1. Cada estudiante deberá tener una plantilla similar a la ilustrada en el dibujo.
2. Utilizando lápices de colores verde, amarillo, azul y rojo el estudiante sombreadá algunos de los de los triángulos en amarillo, algunos en verde, algunos en rojo, algunos en azul y dejará algunos sin colorear.

Para cada color halle la fracción sombreada respecto al mosaico y encuentre su equivalencia en decimal y en porcentaje escribiendo para cada caso su interpretación. Utilice la siguiente tabla para recopilar los datos.

| Color | Fracción | Por ciento | Decimal |
|--------------|----------|------------|---------|
| Amarillo | | | |
| Azul | | | |
| Rojo | | | |
| Verde | | | |
| Sin colorear | | | |
| Total | | | |

Extensión No. 1

Dibuje un mosaico y coloréelo de acuerdo a las siguientes especificaciones: Un cuarto del mosaico debe ser amarillo, un octavo verde y tres quintos azul.

1. ¿En cuántos pedazos puede dividir el mosaico de manera que le sea fácil colorearlo de acuerdo a las especificaciones?

Explique.

2. ¿Existe una respuesta única?

Explique.

-
-
3. Determine si tiene que colorear todo el mosaico para poder cumplir con las especificaciones.

Explique. _____

4. Asegúrese de que la respuesta que obtuvo en sus cálculos coincide con la que muestra su dibujo.

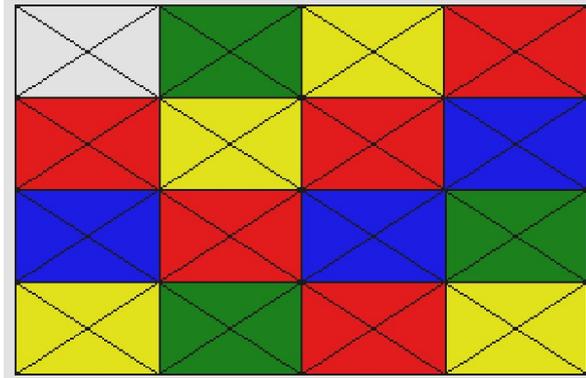
En la extensión anterior se espera que el estudiantes utilicen el concepto de mínimo común múltiplo para determinar una cantidad apropiada en la cuál dividir el mosaico.

Extensión No 2: Construye un nuevo mosaico coloreando $\frac{3}{4}$ rojo, $\frac{1}{5}$ azul, y $\frac{1}{6}$ verde. De una explicación al porque de los resultados obtenidos.

Se espera que los estudiantes descubran que es imposible cumplir con estas especificaciones y que justifique su conclusión explicando que la suma de las fracciones es mayor que uno.

Actividad de exploración.

El maestro presentará la siguiente plantilla a la clase



Y hará las siguientes preguntas para cada uno de los colores utilizados.

1. ¿Qué fracción del mosaico representa los rectángulos de color amarillo?
2. ¿Qué decimal representa la porción de los triángulos amarillos?
3. ¿Qué porcentaje del mosaico me representan los triángulos de color amarillo?

Con base a las respuestas anteriores llene la siguiente tabla

| Color | Fracción | Por ciento | Decimal |
|--------------|----------|------------|---------|
| Amarillo | | | |
| Azul | | | |
| Rojo | | | |
| Verde | | | |
| Sin colorear | | | |
| Total | | | |

ACTIVIDAD 6.

5.1.3 Dominó de fracciones

Objetivo

Identificar fracciones equivalentes

Es importante brindar espacios donde se le permita al estudiante salirse un poco del estar a toda hora escuchando al profesor o realizando actividades matemáticas, o por decirlo de algún modo, brindar ciertos espacios, así sean pocos, para la parte lúdica como los juegos o los videos, claro esta, relacionando estos con las temáticas de clase, no simplemente el hacer por hacer, sino que se debe tener un objetivo claro.

En esta actividad se pretende que el estudiante ponga en práctica el concepto de fracciones equivalentes a la vez que se está divirtiendo.

Antes de empezar a jugar se les pedirá a los estudiantes escribir algunas fracciones equivalentes a cada una de las siguientes, las cuales se encontrarán en el juego:

$$\begin{aligned} 1/7 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1/6 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1/5 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1/4 = \underline{\hspace{2cm}} \\ 1/3 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1/2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1 = \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

Reglas del juego

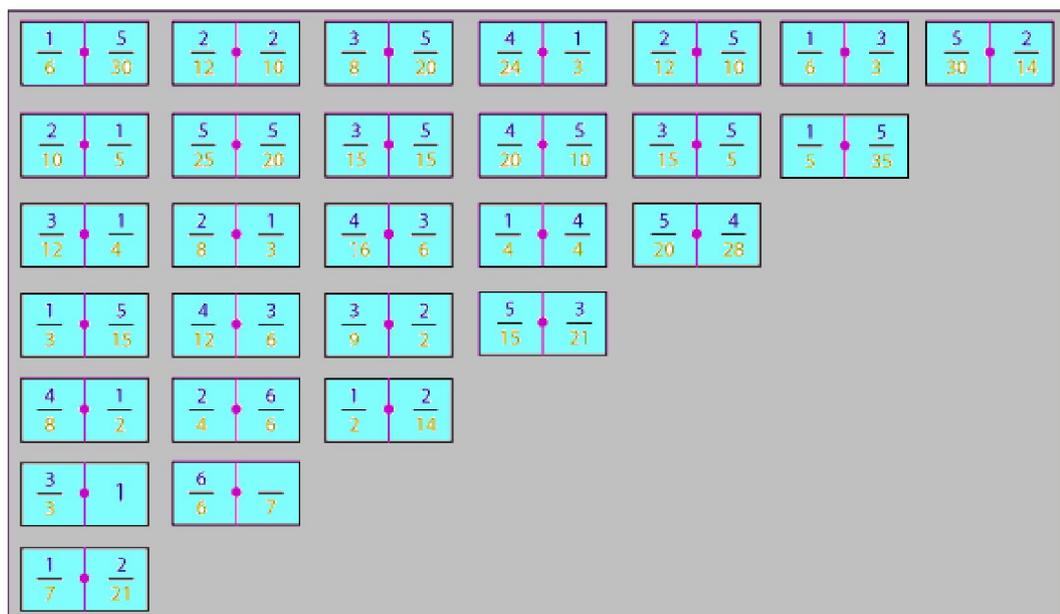
Este dominó es muy parecido al dominó normal, la única diferencia es que en lugar de números enteros tiene fracciones. Así la ficha más alta, en lugar de ser la mula de **6** es la mula de **1**.

El dominó tiene **28** fichas y se juega con 4 jugadores.

Se colocan las fichas boca abajo y se revuelven. Esto se llama **"hacer la sopa"**. Cada jugador toma **7** fichas al azar.

- El jugador con la mula de 1 es el que inicia el juego.
- El jugador que esté a la derecha tirará una ficha con un 1.
- El siguiente jugador a la derecha puede escoger, para tirar, uno de los dos extremos de la hilera. Siempre tendrá que tirar una ficha que coincida con el número de alguno de los extremos.
- Cada jugador tirará una sola ficha en su turno y si no tiene ninguna que pueda acomodar tendrá que pasar.
- Gana el primer jugador que se coloque todas sus fichas.
- Si esto no sucede porque ya ningún jugador puede acomodar fichas, se dice que el juego está cerrado.
- En un juego cerrado, cada jugador deberá sumar todos los números de sus fichas. Ganará el que menos puntos tenga.

A continuación representa el domino de fracciones, el cual se debe recortar antes de la clase.



ACTIVIDAD 6.

Objetivo

Aplicar el concepto de fracción en la solución de situaciones problemas.

Con esta actividad se pretende mostrar nuevas formas de presentar situaciones problema al estudiante desde un espacio no tan monótono y más lúdico, sin dejar a un lado el objetivo que se tiene de favorecer siempre la movilización de procesos de pensamiento.

Esta actividad se puede aplicar una vez se halla explicado el concepto de fracción como una relación entre parte-todo.

5.2 Cuento: "Aprendiendo con caperucita roja"

Cierto día Caperucita Roja recibe una muy buena noticia por parte de su madre, debería ir a la casa de la abuelita a llevarle unos panecillos pues esta se encontraba un poco enferma, con la condición de que por nada del mundo podría entrar al bosque que quedaba en el camino, pues se rumoraba que allí vivía un malvado lobo. Caperucita muy contenta tomó, de 30 panecillos que había en la cocina dos tercios de estos y los empacó en una canastilla, luego se despidió de su madre y empieza su camino.

Cuando iba a empezar a recorrer la orilla del bosque piensa para sí:

¡ Que bien, ya llevo dos quintos del camino que debo recorrer para llegar donde mi abuelita!

Lo que no se imaginaba caperucita era que el malvado lobo se dio cuenta de su llegada y la estaba esperando para comérsela. Y preciso, el lobo aprovechando la ingenuidad de caperucita logra convencerla de seguir un

atajo por el bosque donde inmediatamente trató de comérsela, aunque gracias a la aparición oportuna de un leñador que siempre pasaba por allí a las 7 a.m. y cinco sextos de hora, no lo pudo hacer.

El cazador muy preocupado por este hecho acompañó a caperucita por toda la orilla del bosque, por lo que Caperucita estaba otro tercio más cerca de la casa de su abuelita. Sin embargo, el malvado lobo no se dio por vencido y tomó un atajo para llegar primero, se comió la abuelita y se disfrazó para que Caperucita no lo reconociera a su llegada.

Cuando Caperucita entra a la casa y ve a su abuelita en la cama exclama un poco asustada como presintiendo algo. ¡Oh, abuela, qué ojos tan grandes tienes!

A lo que el lobo responde: Para verte mejor

Y así Caperucita siguió preguntando muy inquieta hasta que cuando preguntó el por qué tenía la boca tan grande, éste se lanzó sobre ella mientras decía:

¡Para comerte mejor!

Después de muchos gritos e inútil lucha de caperucita este finalmente se la comió, tanta hambre tenía el malvado lobo que a las dos se las trago enteras. Pero la suerte acompañaba de nuevo a caperucita, pues el cazador le pareció escuchar unos gritos e inmediatamente corrió en su ayuda. Cuando llegó el cazador encontró al lobo durmiendo y aún se escuchaba dentro de éste la débil voz de caperucita, por lo que se apresuró a cortar el estómago del lobo y a sacarlas. Después tomó de un montón de 10 piedras que había fuera de la casa, tres quintos de éstas y se las echaron al lobo en el estómago. Cuando despertó se sentía tan pesado que salió tambaleándose y gritando de dolor y desde entonces nunca más se volvió a saber de este malvado lobo.

Responder las siguientes preguntas de acuerdo a la lectura

- a. *¿Cuántos panecillos llevaba Caperucita Roja en la canastilla? ¿Qué fracción de los panecillos le sobraron a su madre?*
- b. *Realiza un dibujo del trayecto recorrido por caperucita (salida de la casa-orilla del bosque -casa de la abuelita), colocando para cada parte la fracción del camino correspondiente.*
- c. *Si el camino que recorrió Caperucita para ir donde su abuelita fue de 3.000 metros. ¿Cuántos metros habían de la casa de Caperucita al bosque? ¿Cuántos metros tenía la orilla del bosque? ¿Cuántos metros habían del final del bosque a la casa de la abuelita?*
- d. *¿A qué horas pasaba el leñador por el bosque donde vivía el malvado lobo?*
- e. *¿Cuántas piedras le echaron al lobo en su estómago? ¿Qué fracción de piedras quedaron fuera de la casa?*

ACTIVIDAD 6.

5.3 La importancia de los gráficos

Objetivo

Utilizar el método gráfico como una estrategia para la solución de situaciones problemas.

En muchas ocasiones la utilización de algún tipo de gráfico nos facilita la interpretación de los problemas y muchas veces incluso permite resolverlo mediante análisis de los gráficos sin necesidad de utilizar los procedimientos algorítmicos que generalmente se utilizan en la solución de estos. En el grado sexto la imagen visual de los conceptos que se les enseña es de vital importancia para la comprensión de ellos, podríamos decir que no existirá una verdadera comprensión de estos si el estudiante no obtiene una representación mental de los conceptos, por lo que se hace indispensable, el trabajo con gráficos.

Ejemplo ilustrativo 1

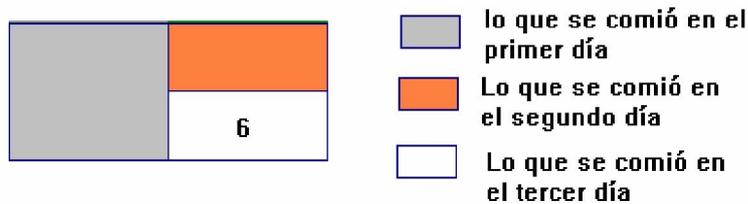
El novio de Diana le regaló una caja de chocolates, los cuales se comió de la siguiente manera:

- *El primer día se comió la mitad de los chocolates*
- *El segundo se comió la mitad de los que le sobraron*
- *El tercer día se comió el resto.*

Sí el tercer día se comió 6 chocolates ¿Cuántos chocolates traía la caja?

Solución por método gráfico

Pintamos una figura que nos represente la caja de chocolates y vamos pintando de diferente color la cantidad de chocolates que se comió Diana en cada día.



De la figura se puede deducir que el tercer día se comió 6 chocolates, el segundo también 6 y el primero 12, por lo que la caja traía en total 24 chocolates.

Ejemplo ilustrativo 2

Dos tercios de los miembros de una familia saben leer y escribir, tres cuartos de quienes saben leer y escribir son profesionales y de estos un tercio son médicos ¿Cuántos miembros conforman la familia si dos de los integrantes son médicos?

Solución por método gráfico

La representación gráfica del enunciado se muestra en la figura 1



Figura 1

Conociendo que 2 de los miembros de la familia son médicos, simplemente se procede a colocar en cada espacio el número correspondiente, tal como se muestra en la figura 2

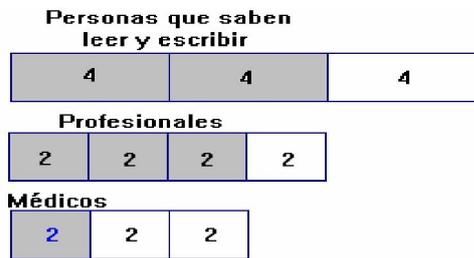


Figura 2

Ejemplo ilustrativo 3

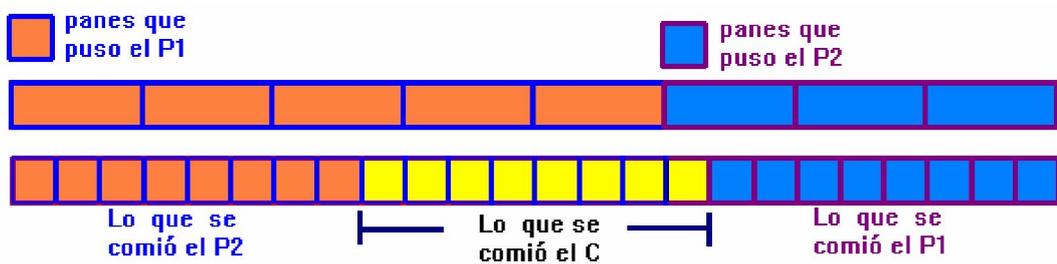
Un cazador se encuentra con dos pastores que le dan de comer. El primer pastor puso cinco panes y el segundo tres. Al despedirse el cazador les entrega ocho monedas. Suponiendo que los tres comieron partes iguales ¿Cómo deben repartirse los pastores las monedas de forma proporcional a lo dado?

Solución por método gráfico

Se tiene ocho panes para repartirlos entre tres personas, como ello no permite una división exacta esto implica que se debe hacer una partición de los panes de tal manera que a cada persona le toque igual cantidad de porciones de pan.

Una manera sencilla de hacer esta repartición tomando un pan y partirlo en tres porciones iguales, tocándole a cada persona una porción del pan. Lo mismo se haría con el resto de los panes asegurándose así una repartición equitativa

De esta partición obtenemos 24 porciones iguales de pan para repartirlas entre las tres personas, tocándole a cada uno 8 porciones de pan, como se puede observar en la figura.



De la figura se puede inferir que el pastor 1 le dio 7 porciones de pan al cazador y el pastor 2 sólo una porción. Ahora bien, como les dejo 8 monedas por las ocho porciones de pan que se comió, podríamos decir que por cada porción de pan pago 1 moneda y por tanto lo justo es que quien le dio 7 porciones de pan (pastor 1) le correspondan 7 monedas y a quien le dio una porción de pan (pastor 2) le corresponda una moneda.

5.4 ACTIVIDADES PARA LA TRANSVERSALIZACIÓN DE CONTENIDOS

Objetivo

Permitir la transversalización de contenidos entre áreas del saber.

Es importante que además de los contenidos que se deben enseñar de la matemáticas se trate de relacionar estos con otras áreas del saber como es la cultura general, español, artística, etc. Para que los estudiantes no vean la matemática como un campo apartado de las otras áreas y puedan ver una mayor aplicación de esta en la vida real.

ACTIVIDAD 5

La siguiente actividad nos va a permitir relacionar contenidos matemáticos con algunos datos históricos. Para realizar la actividad resuelva los interrogantes a medida que vaya encontrando uno.

5.4.1 Un viaje por Egipto.

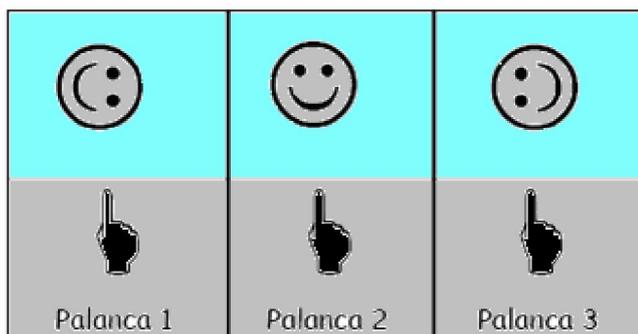
Un explorador encontró una pirámide Egipcia, pero no podía entrar porque una puerta de piedra rodeaba el camino. En ella había una inscripción que rezaba así: "Para abrir esta puerta, adivina el código: consigue que la suma de tres de estos números dividido entre otro de ellos (sin repetir) dé como resultado 21"

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |

1. ¿Cuál es la operación que debes realizar?

El explorador completó el código sin problemas y entró. Al pasar vio que había una piedra con un plano encima. Lo observó y notó que había cinco salas.

Cada una de las salas tenía una prueba y el explorador se dio cuenta de que si no supera todas las pruebas se quedará encerrado allí para siempre. En ese momento la roca que tapaba la puerta volvió a su sitio. El explorador siguió adelante. En la primera sala había tres palancas y tres caras mirando hacia diferente lugar y en su plano decía que tenía que conseguir que todas las caras se pusieran derechas sabiendo que:



La primera palanca da media vuelta a la primera cara y un cuarto a la segunda y a la tercera.

La segunda palanca da media vuelta a la segunda cara y un cuarto a la primera y a la tercera.

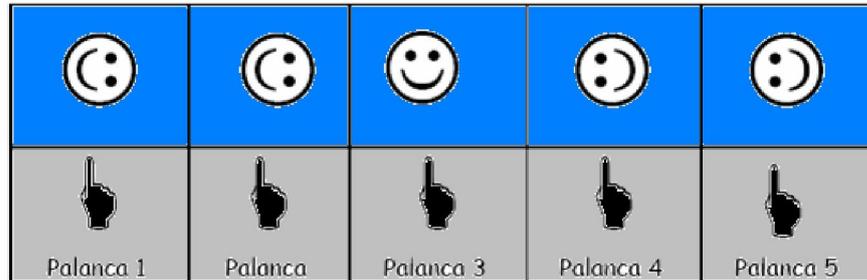
La tercera palanca da media vuelta a la tercera cara y un cuarto a la primera y a la segunda.

Nota: El sentido de giro es al contrario que las agujas del reloj

2. ¿Qué operación debes realizar para que las caras queden al derecho?

El explorador lo consiguió y, cansado, pasó a la siguiente sala, la cual era exactamente igual que la anterior pero con cinco palancas y cinco caras. Pero,

con el tiempo, la última palanca se había roto. Igual que antes, cada palanca gira media vuelta su cabeza y un cuarto de vuelta el resto.



3. ¿Qué operación debes realizar para poner las cinco caras al derecho?

El explorador necesitó mucho más tiempo para resolverlo, pero, finalmente y faltó de oxígeno, lo logró. Agotado pasó a la sala número tres en la que había una fuente en una esquina y cuyas paredes estaban llenas de agujeros con flechas dentro. Al lado de una fuente, sobre la pared, había una inscripción en la que ponía: "Consigue cuatro litros con las vasijas de tres y cinco litros y échalos en la vasija de mayor tamaño"

El explorador lo logró sin problemas y pasó a la siguiente sala, en la que ya se empezaba a notar el aire fresco. En esta sala solo había una roca en la pared con los números grabados del 0 a 9 y encima una operación matemática:

$$(1/3 + 1/4) - (3/4 - 2/4) =$$

4. ¿Cuál es el resultado de esta operación?

La prueba era sencilla, sólo había que hacer la operación y pulsar el número correcto.

El explorador lo hizo, pulsó el número correcto y ante él se abrió un pasadizo de unos 10 metros. Del techo colgaban tres péndulos con hachas al final. El explorador podría cruzar el pasillo corriendo en dos segundos, pero si un hacha le rozara lo cortaría por la mitad. Observó que el primer péndulo pasaba de un

lado a otro cada 2 segundos, el segundo lo hacía cada tres segundos y el tercero cada cinco segundos. ¿Cada cuántos segundos tendrá la oportunidad de pasar sin ser troceado?

El explorador lo calculó y pasó entero. En la última sala vio la tumba del dios de los muertos, Anubis.



El explorador abrió el ataúd y dentro había unas escaleras que bajaban. Entonces vio el verdadero sarcófago y los tesoros de Anubis y en la salida había una roca como la del principio pero con un agujero. El explorador cogió el plano, lo enrolló y lo metió en el agujero y la puerta de salida se abrió.

Preguntas transversales.

1. ¿Dónde está ubicada la pirámide de Keops?
2. ¿Qué otras pirámides rodean a Keops?
3. ¿Qué características tiene el lugar donde se encuentra ubicada esta pirámide?
4. ¿Cuáles son las consideradas siete maravillas del mundo y en qué país se encuentran ubicadas?
5. realizar un dibujo de la pirámide de Keops.

ACTIVIDAD 6.

5.4. 2 Propuesta de Trabajo final

Esta propuesta de trabajo final lo que pretende es incentivar un poco el amor por la lectura y el arte, además de permitir al estudiante un espacio para que sean creativos y autónomos. Se propone que dicha actividad debe empezar desde la mitad del año lectivo para darles el tiempo suficiente.

Es una actividad que se propone debe ser realizada y calificada en conjunto por los profesores de matemáticas, español y artística en dos tiempos o más según se considere necesario para ir orientando al estudiante sobre lo que podría mejorar.

Para incentivar más a los estudiantes, se les dará un premio a los mejores trabajos y se expondrán los trabajos al público en algún lugar del colegio.

El trabajo consistirá en leer un capítulo de algún cuento como es el quijote de la mancha o cualquier otro cuento tradicional y con base a esta lectura realizar los siguientes puntos.

1. Un dibujo alusivo a la lectura
2. Rediseñar el cuento o la parte del cuento escogida, colocando en algunos apartados situaciones relacionadas con fracciones así como se trabajó en el cuento aprendiendo con caperucita roja.
3. El cuento debe tener enlace, trama y desenlace además de tener muy buena ortografía.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Lo primero que se debe tener en cuenta para empezar a construir unas bases sólidas en el estudiante de la temática de fracciones es proponerle actividades en donde éste, a partir de la manipulación de material tangible, adquiera una representación mental adecuada del concepto de fracción en diferentes contextos, una vez el estudiante tenga una representación mental adecuada se debe proceder a brindar espacios para que aplique lo aprendido, pues si las bases no son lo suficientemente sólidas, será muy difícil que el estudiante pueda manipular su conocimiento de una manera eficaz. Las situaciones problemas se convierten en una muy buena estrategia para una vez interiorizados los conceptos básicos, el estudiante vaya adquiriendo un concepto cada vez más elaborado y más general.

La utilización de las situaciones problema como una estrategia para la enseñanza de las matemáticas se constituye en un medio fundamental para llegar a una verdadera comprensión de los conceptos, pues el comprender o no una temática está estrechamente ligado al poder aplicar estos conocimientos en diferentes situaciones. En otras palabras sólo podríamos decir que se comprendieron los conceptos en la medida en que se es capaz de aplicarlos en diferentes contextos o situaciones de una manera reflexiva, muy diferente al hecho de aprender a resolver de memoria unos cuantos ejercicios o situaciones problemas.

Las situaciones problemas favorecen además, al desarrollo de habilidades como la creatividad, la autonomía y el razonamiento lógico- matemático, habilidades que podríamos decir, son las colocan a los hombres inteligentes por encima de otros. También permiten que el estudiante aprenda a sistematizar la información, que es quizá, una de las mayores dificultades que tiene el estudiante, ya que muchas veces se tienen los conceptos o

conocimientos pero no se es capaz de hacer una relación entre ellos para sacar conclusiones a partir de dicha relación.

Aunque es muy evidente que desde las tendencias actuales de la educación se pretende dar primacía a las situaciones problemas dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, esto no es un proceso fácil ni para el estudiante ni para el docente, pues no sólo basta con tirar situaciones problemas al montón para que los estudiantes resuelvan sino que este proceso debe estar orientado con mucha objetividad por el docente a cargo, teniendo muy en cuenta las capacidades del grupo y los objetivos que se pretenden alcanzar al finalizar una determinada temática. Además se debe ser conciente que los resultados no van a ser inmediatos, pero si mucho mejores que si simplemente colocamos al estudiante a memorizar cosas sin sentido, pues aquello que no es comprendido es fácilmente olvidado, así que hay poco que perder y mucho que ganar.

Es importante además buscar estrategias que sean más atractivas para el estudiante, que permitan salirse un poco de la monotonía de las clases, teniendo cuidado en la forma como se presentan las situaciones problemas al estudiante, para evitar caer en el error de pasar de la metodología sólo ejercicios a sólo situaciones problema. Las actividades utilizadas en el proceso de enseñanza aprendizaje deben ser muy variadas, se deben tener en cuenta aunque en menor proporción la parte de ejercicios, además de diferentes actividades matemáticas para incentivar al estudiante y desde luego las situaciones problema. Lo que si es muy claro, y es lo que proponen las tendencias actuales de la educación a nivel mundial, es que las actividades matemáticas en su mayoría deben favorecer a movilizar procesos de pensamiento, en otras palabras, favorecer al desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

Este trabajo fue realizado teniendo en cuenta los lineamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional y algunos autores representativos de las

tendencias actuales de la educación matemática de nuestro país y a nivel mundial como Polya, Miguel de Guzmán, Orlando Mesa, entre otros. Se deja abierta la propuesta a todos aquellos profesores que quieran aplicarla para verificar si realmente sí permite alcanzar los objetivos propuestos inicialmente.

Se trata especialmente, tal como lo recomienda Miguel de Guzmán, de hacer del proceso de enseñanza aprendizaje algo más atractivo para el estudiante, a la vez que se pretende movilizar procesos de pensamiento.

7. BIBLIOGRAFÍA

BANYARD, Philip et al. Introducción a los procesos cognitivos. Barcelona: Ariel S.A, 1995. 398p.

FERNANDEZ BRAVO, José Antonio. Técnicas creativas para la solución de problemas aritméticos. Barcelona: Cisspraxis, 2000, 148 p.

GARCÍA, José Joaquín. La creatividad y la resolución de problemas como bases de un modelo didáctico alternativo. En: revista de educación y pedagogía Vol 15 No 21

LINARES CISCAR, Salvador y SÁNCHEZ GARCIA, Victoria. Fracciones: la relación parte -todo. España: Síntesis S.A, 2000. 168p.

LUCIO A. Ricardo. El enfoque constructivista en la educación. En: Revista Educación y cultura, No. 34, Santa fe de Bogotá. 1990.

MESA BETANCUR Orlando. Contextos para el desarrollo de la situación problema en la enseñanza de las matemáticas: un ejemplo para contar. Colombia, Ltda. 1998

Indicadores de Logros en la Educación Matemática en Contextos de Situaciones Problemáticas. En: Cuadernos Pedagógicos, edición especial N° 5. Facultad de Educación. Medellín.

DE GUZMAN, Miguel. Organización de Estados Iberoamericanos Para la Educación, la Ciencia y la Cultura: Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Internet. <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm#D>.

MÍNGUEZ, Ángel. Los ejemplos, ejercicios, problemas y preguntas en las actividades de aprendizaje de matemática. En: Revista Educación Y Pedagogía . Vol. XV, No. 35, (Enero-Abril, de 2003). P. 143 - 197

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS. Colombia: Delfín Ltda, 1998. 131 p.

MÚNERA, J. Las Situaciones Problema como Fuente de Matematización. En: Cuadernos Pedagógicos, N° 16. Facultad de Educación. Medellín, agosto de 2001.

OBANDO, Gilberto y MÚNERA, John Jairo. Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. En: Revista Educación y Pedagogía, Vol XV, N°35. Medellín

PEREZ PEÑA, John Jairo y VANEGAS HERNANDEZ, León Jairo. Un modelo de situación problema para la enseñanza de las matemáticas y la resolución de problemas. Medellín, 2001. 91 p. Monografía (especialista en docencia de las matemáticas). Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, departamento de educación avanzada.

POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas. México. Trillas. 1984.

PRO BUENO, Antonio. Planificación de unidades didácticas por los profesores: análisis de actividades de enseñanza. En: Enseñanza de las ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas. Vol. 17. No. 03. Noviembre, 1999. P. 411

RODRIGUEZ ESTRADA, Mauro y FERNÁNDEZ ORTEGA, Juan. Creatividad par resolver problemas. Medellín: Empresario Práctico, 1999. 120 p.

8. ANEXO 1

Actividad diagnóstica grado sexto

La siguiente actividad pretende indagar por los conocimientos básicos que han adquirido los estudiantes de sexto en grados inferiores a cerca del concepto de fracción, además de verificar si manejan bien el algoritmo para hallar el m.c.m indispensable para la parte de "suma de fracciones".

Eric Jefferson Vigoya 6º1

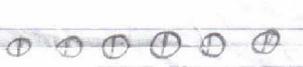
① Hallar el mcm de 11×44

2 dibujar para cada artículo la parte sombreada que se pide

2.A  $\frac{1}{2}$ vaso agua

2.B  $\frac{1}{4}$ queso

2.C  $\frac{1}{2}$ platos

2.D  $\frac{8}{8}$ naranjas

③ Juan tenía \$ 20.000 Si gastó $\frac{2}{5}$ de estas en una camisa cuánto le valió la camisa?

R/ = la camisa le valió 10.000 \$

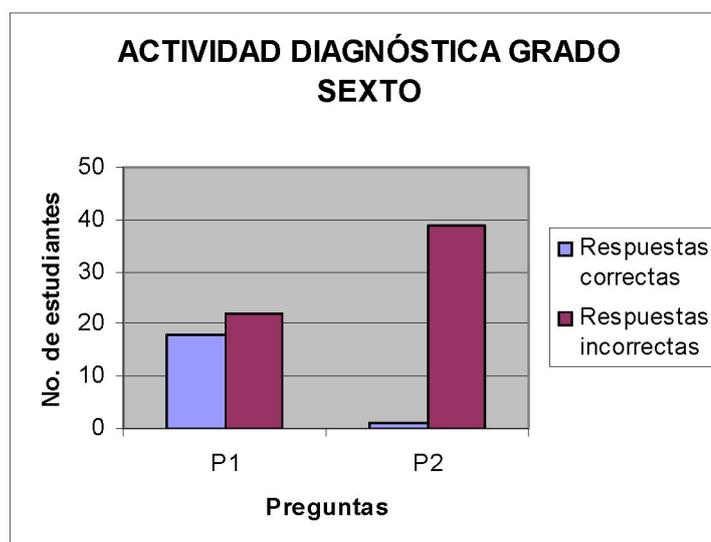
Solución 1º punto

| | | | |
|----|----|----|----|
| 11 | 11 | 44 | 2 |
| 1 | 1 | 22 | 22 |
| | | 11 | 11 |
| | | 1 | 1 |

$MCM = 11 \times 2 \times 2 = 44$

RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA.

| | Respuestas correctas | Respuestas incorrectas |
|---------------|----------------------|------------------------|
| Pregunta No 1 | 24 | 16 |
| Pregunta No 2 | 18 | 22 |
| Pregunta No 3 | 1 | 39 |



Análisis del resultado de la prueba.

El 60% de los estudiantes realizaron correctamente el algoritmo para hallar el mínimo común múltiplo entre dos números

El 45% de los estudiantes aplican el concepto de fracción como una relación entre parte-todo, aunque de estos sólo un 77.5% , se le dificulta comprender el concepto de fracción como una relación entre partes del todo.

Sólo un estudiante de los 40 que presentaron la prueba diagnóstica realizó correctamente el punto tres, que era una situación donde se debía aplicar el concepto de fracción.

De lo anterior podemos concluir que los estudiantes en su mayoría no manejan ni siquiera el concepto básico de fracción que deberían manejar en este grado y que las situaciones problemas definitivamente son un dolor de cabeza para ellos.

Actividad diagnóstica para el grado séptimo

Con la realización de esta actividad se pretende indagar por los conocimientos que tienen los estudiantes de grado séptimo sobre el concepto de fracción y la aplicación de este en situaciones problemas.

Christian Camilo Aguado (THE ROCK)

Actividad diagnóstica grado séptimo

1. Colocar en cada caso la fracción que me representa la parte sombreada

2. Hallar los tres quintos de un total de 25 naranjas.

$$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{25}{1} = \frac{3}{25}$$

En los puntos tres y cuatro resuelva las situaciones problemas dadas.

3. Un tanque que tenía una capacidad de 1500 litros de agua estaba lleno hasta las dos terceras partes de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua había en el tanque en ese momento?

R// Hay 500 litros de agua en el momento

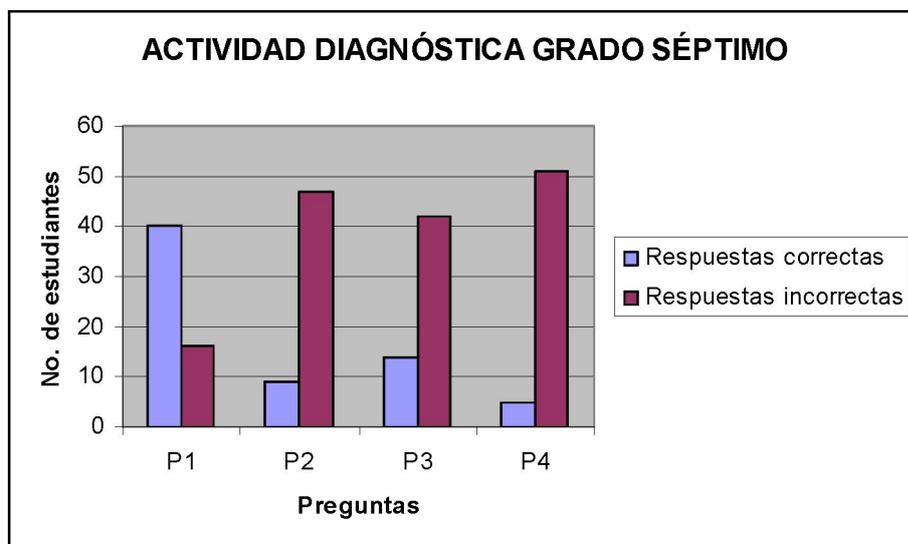
4. Andrés se ha comido dos quintos de una pizza, y Jessica se ha comido el resto. Si cada quinto de pizza tiene un costote \$1.500 ¿Cuál es la diferencia entre lo que pago Jessica y lo que pago Andrés?

R// Andrés pago 4500 y Jessica 9000 de una pizza de 8 porciones

BUENA SUERTE

RESULTADOS DE LA PRUEBA DIGNÓSTICA

| PREGUNTA | NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE CONTESTARON BIEN | NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE CONTESTARON MAL | NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE NO CONTESTARON |
|----------|--|---|--|
| P1 | 40 | 15 | 1 |
| P2 | 9 | 46 | 1 |
| P3 | 14 | 37 | 5 |
| P4 | 5 | 42 | 9 |



INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

En la primera pregunta, en donde se le pedía a los estudiantes escribir la fracción que representa la parte sombreada de cada gráfico respondieron acertadamente el 71,42% del total de estudiantes, mientras que en la pregunta número 2, en donde se les pedía aplicar el concepto básico de fracción como una relación parte-todo pero con magnitudes, sólo el 16.07% de los estudiantes respondieron correctamente.

De lo anterior se deduce que una de las dificultades que presentan los estudiantes es que asocian el concepto básico de fracción (relación parte-todo) a situaciones gráficas pero no a situaciones con magnitudes.

En las preguntas 3 y 4 en donde se les presentan situaciones problema para aplicar el concepto de fracción (relación parte-todo) respondieron en forma correcta a la tercera pregunta el 25% de los estudiantes evaluados y a la cuarta pregunta el 8.92% de los estudiantes.

De lo anterior se puede deducir que a una gran mayoría de los estudiantes se les dificulta aplicar el concepto de fracción en la solución de situaciones problemas, que debe ser según lo estipulado por el Ministerio de Educación Nacional el eje central de todo proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.