

**UNA APROXIMACIÓN AL PERÍMETRO Y AL ÁREA A TRAVÉS DE
SITUACIONES DE MEDIDA**

HÉCTOR ALBERTO GARCÍA MARÍN

1026135386

JOHVANNY ELIÉCER DAZA

1038062174

JAIME ANDRÉS ÚSUGA SEPÚLVEDA

71785063

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

ASESORA

YOLANDA BELTRÁN DE COBALEDA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN- ANTIOQUIA

2010

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos en primer lugar a nuestras familias que, condicionalmente nos han ayudado con apoyo económico, techo y alimentación para llegar al punto donde hemos llegado en formación profesional.

En segundo lugar a la asesora Yolanda Beltrán y a la profesora Denis Vanegas, quienes estuvieron amablemente dispuestas y pendientes para orientar nuestro trabajo y darle un sustento de validez al mismo. En este mismo sentido al profesor Jesús María Gutiérrez quien fuera el lector experto que evaluara el presente trabajo.

En un tercer lugar al profesor Hugo Monsalve quien fuera nuestro maestro cooperador y quien sin su permiso y disposición para facilitarnos clases, se nos hubiera hecho difícil la aplicabilidad de nuestra propuesta.

En cuarto lugar, a la Universidad de Antioquia, por facilitarnos efectivamente nuestra formación profesional y auxilios económicos que aliviaron el bolsillo de nuestros padres.

ÍNDICE

1. Resumen.....	4
2. Prólogo.....	5
3. A Modo de Introito.....	7
4. Justificación.....	9
5. Acercamiento al Problema.....	15
5.1 Pregunta.....	17
5.2 Objetivo General.....	17
5.3 Objetivos Específicos.....	17
6. Marco Teórico.....	18
6.1 De la Enseñanza y el Aprendizaje del Pensamiento Métrico.....	18
6.1.1 Aspecto cognitivo.....	19
6.1.2 Aspecto formativo.....	24
6.1.3 Aspecto didáctico.....	24
6.2 Situaciones de Medida.....	27
6.2 Aspectos relativos a la Medida.....	28
6.2.1 Tipos de Magnitudes.....	30
6.2.2 De la Naturaleza de las Unidades de Medida.....	31
6.3 Sobre Problemas y Estrategia.....	34
6.4 Sobre Experiencia de Aula.....	36
7. Microcontexto.....	38
8. Propuesta de Intervención.....	41
9. Análisis.....	46
9.1 Aproximación al Perímetro.....	47
9.2 Aproximación al Área.....	58
9.3 Relación Perímetro-Área.....	76
10. Conclusiones Generales.....	83
11. Referencias Bibliográficas	84
12. Anexos.....	87
12.1 Macrocontexto.....	87
12.2 Guías de Trabajo.....	91

1. Resumen

La propuesta de este proyecto es básicamente actuar bajo el lema “a medir se aprende midiendo y analizando las estrategias usadas”, para introducir o acercar a los niños del grado 6º-5 de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo, a los conceptos de área y perímetro de figuras planas, a través de situaciones de medida, en las que los estudiantes, luego de medir con una unidad ciertos elementos de un polígono, respondan a preguntas presentadas en guías de trabajo, y donde den cuenta de las estrategias que utilizaron en el proceso de medición.

2. PRÓLOGO

Cada vez más se habla de la construcción de los conceptos en la enseñanza de las ciencias y se afirma que se hace como algo que facilita una mayor comprensión de los mismos. En el caso de la enseñanza de las matemáticas no pasa distinto, pues en el planteamiento de actividades encaminadas a la consecución de su aprendizaje, se hace hincapié en la exploración de los elementos en juego para entablar relaciones y operaciones.

En el caso de la medida de la superficie y la longitud, es ineludible introducir a los niños en los conceptos de área y perímetro por medio de la manipulación de unidades con las cuales ha de conseguirse dicha medida, así como también utilizar diferentes unidades de tal forma que se reconozca la conservación de la cantidad de magnitud, así varíe la unidad utilizada.

Chamorro y Belmonte (1994: 42) plantean que:

“La “metodología de la quietud” priva al alumno de una fuente inagotable de ocasiones para aprehender que proceden de la propia experiencia, cercana a su intuición, y, lo que es más importante retrasa, y a veces impide, la formación de conceptos, lo que obliga al escolar a recurrir a la memorización de reglas no comprendidas, que solo se aplican bien durante un corto espacio de tiempo”.

Esta metodología, ajena al contenido del presente trabajo, no supone situaciones de medida donde se involucra al estudiante en el proceso de hallar una medida para responder a una pregunta, por medio de la cual los mismos pueden darse cuenta, empíricamente, por qué medir es, por una parte, una actividad de

aproximación, y por otra, que es inherente a casi toda actividad que involucre matemáticas.

Cuando se nos presenta una situación que implique ciertos conocimientos matemáticos, es imprescindible manejar (utilizar) medidas que frecuentemente vienen dadas, pero, como ha sido concebido el presente trabajo, dichas medidas han de hallarse, para resolver los problemas presentes en las guías con las que se intervino durante el proceso.

Por lo anterior pensamos que el trabajo escrito aquí presentado, contribuye a las metodologías de enseñanza y aprendizaje del pensamiento métrico, en tanto aporta actividades donde se estimula el uso de medidas de superficie y longitud, para responder a preguntas que lleven a reflexionar sobre lo que se está haciendo.

Los autores

3. A MODO DE INTROITO...

A las matemáticas se les muestra frecuentemente como una especie de conocimiento ajeno a la realidad, o por lo menos inútil o poco práctico, debido a las concepciones epistemológicas de los profesores en relación a este saber, lo cual repercute necesariamente en el modo y forma de abordar una propuesta de enseñanza en clase. Por ese fuerte arraigo cultural que tiene nuestra sociedad en relación a los mitos en matemáticas, es que se debe propender por una enseñanza basada en la participación activa del estudiante y la experimentación, de tal forma que él pueda, como históricamente ha pasado, construir y refutar deducciones y conjeturas.

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar un proyecto pedagógico cuyos temas son área y perímetro de figuras planas, bajo situaciones de medida y enmarcado en la modalidad de experiencia de aula. El proyecto se desarrolló con los niños del grado 6º-5 de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo, ubicado en la Comuna 10, barrio Colón, sector Niquitao, durante el año 2009; dicha sede se inauguró precisamente en este año para favorecer la inclusión de población infantil vulnerable que veía la posibilidad de estudiar bastante lejana, pues en ese sector no había colegios.

Este trabajo muestra en un primer momento la presentación del problema que nos convocó a intervenir en sexto grado con nuestra propuesta, a partir de una pregunta problematizadora y unos objetivos que la orientaron, para luego dar paso a la justificación.

Luego de esto, presenta un marco teórico sobre la didáctica del pensamiento métrico en la escuela, que trata de qué se debe tener en cuenta para favorecer o estimular dicho pensamiento, además de exponer informalmente lo que supone medir una magnitud, qué se entiende por *cantidad de magnitud*, y el asunto de la

unidad de medida; dentro del mismo marco se presentan algunas ideas básicas sobre qué es un *problema*, además de exponer lo que se entiende por estrategia, y por último se presenta una breve reseña de lo que se va a entender por *experiencia de aula*.

Se expone el microcontexto y por último, la parte más fuerte del trabajo que se divide en la metodología de intervención, el análisis de los resultados, para luego dar paso a unas conclusiones generales de lo que se pudo identificar y analizar. Luego, al final, se presenta en anexos, una breve reseña del macrocontexto y las guías de trabajo que planeamos a fin que lograr nuestro cometido.

Es importante resaltar que el presente trabajo puede servir como un texto del que el lector pueda extraer elementos para disponerse en clase con las guías que se presentan en los anexos y hacer sus propias propuestas.

4. JUSTIFICACIÓN

Con las diferentes dificultades en el aprendizaje de las matemáticas que los estudiantes tienen que experimentar, y si además de esto traemos a colación los exiguos conocimientos que poseen al emprender la secundaria, se tiene una sólida justificación para pensar en que se deben proponer muchas alternativas y estrategias que vayan en pro de mejorar las prácticas pedagógicas de matemáticas; en este caso Obando y Múnera (2003, p. 185) argumentan:

“Mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un saber como la matemática implica reorganizar el currículo de modo que éste se pueda movilizar desde una orientación metodológica participativa que integre otras alternativas diferentes a la presentación lineal y abstracta de los contenidos matemáticos”.

Entonces, se sugiere replantear la forma en que se transmite el saber que, en nuestro caso, es la medición y más específicamente la utilización de unidades estandarizadas y no estandarizadas aplicadas a los conceptos de área y perímetro de figuras planas.

Los niños han tenido la oportunidad de ver el modo de utilizar una cinta métrica, la medición de la extensión de terrenos, la construcción de casas a partir de cantidades de agua, cemento y arena; han utilizado el dinero; han medido con sus cuartas en diferentes juegos, etc; sin embargo, el contexto escolar no propone ni impulsa un acercamiento a lo que verdaderamente se refiere el proceso de **medir**, cuando se tiene un mundo tridimensional de dónde formar una base consistente para el desarrollo del pensamiento métrico, permitiendo así que los sujetos puedan contextualizar y que tomen conciencia de lo que aprenden, visto desde el mismo medio en el cual ellos se desenvuelven y llevan a cabo sus actividades del diario vivir.

Cuando en el saber matemático se aborda el tema de medir, es muy común que se piense de inmediato en el uso de las fórmulas que en muchos casos se emplean de manera indiscriminada para calcular perímetros y áreas de figuras planas, volúmenes, etc, que se presentan en la escuela, restringiendo así el acto de **medir** a una cuestión netamente de aplicación de procedimientos algorítmicos carentes de reflexión previa.

Que los estudiantes tengan la oportunidad de realizar mediciones directas, así como de darse cuenta de la conveniencia o no que tiene una determinada unidad al utilizarse, son aspectos importantes para abordar el estudio de la medida. Al respecto el MEN (1998, p. 16) nos dice que,

En la década de los ochenta se empezó a reconocer a nivel mundial que el énfasis dado en la matemática básica a lo estructural había sido exagerado y de consecuencias negativas como se mencionó anteriormente. A raíz de esto se empezó a rescatar el valor de lo empírico y de lo intuitivo en los procesos de construcción del conocimiento matemático en la escuela. Esto ha llevado a involucrar significativamente la manipulación y la experiencia con los objetos que sirven de apoyo a los procesos de construcción sin restar importancia desde luego a la comprensión y a la reflexión, que posteriormente deben conducir a la formalización rigurosa.

Se critica que usualmente el trabajo se sesga al tomar sólo las figuras planas regulares y estáticas que muestra un libro. Las figuras irregulares, con bordes no rectilíneos, escasas veces aparecen en escena ya que éstas no son tan fáciles de ajustar a una fórmula, éstas últimas comparadas con las primeras, ponen en juego las habilidades y estrategias que pueden ir surgiendo en los alumnos para medir de manera aproximada, y que con seguridad van a arrojar resultados diferentes entre los participantes, además tienen un valor agregado: se le muestra al niño que el universo o el medio que habitamos no es tan regular como se muestra en el tablero,

pues las hojas de los árboles, los mismos tallos, las fuentes acuáticas, las rocas, los animales, los frutos, el mismo cuerpo humano, entre otros, tienen formas irregulares.

En esta medida, la intención de salirse de un libro para reforzar el trabajo experimental que sirva como base a la conceptualización, es pertinente, en tanto

“(...) hay acuerdos en que el principal objetivo de cualquier trabajo en matemáticas es ayudar a las personas a dar sentido al mundo que les rodea y a comprender los significados que otros construyen y cultivan. Mediante el aprendizaje de las matemáticas los alumnos no sólo desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella.”¹

Es una realidad que en la mayoría de las instituciones públicas no se propician verdaderos momentos y espacios de aprendizaje que inciten y provoquen la movilización del pensamiento a partir de la experiencia de medir, de tal forma que los estudiantes no repitan de manera ingenua y pasiva los saberes matemáticos relacionados con la medida. Lo anterior lo corrobora Chamorro y Belmonte (1994, p. 15) al afirmar que,

“Parece necesario que los niños tomen contacto desde edades tempranas con situaciones que le lleven al descubrimiento de las magnitudes físicas, consideradas y percibidas como atributos o propiedades de colecciones de objetos que han sido comparados directamente a través de los sentidos”

¹ MEN, *Op. cit.* Pág. 18.

De los pensamientos que proponen los lineamientos curriculares, nos parece que el métrico, junto con los sistemas de medidas, contiene una riqueza inmensa si se persigue darle sentido a las matemáticas, además porque inherente a este pensamiento está el espacial con sus sistemas geométricos por su uso representacional de la realidad.

Las experiencias de los niños se encuentran restringidas y con pocas posibilidades de emerger hacia un horizonte de comprensión de los conceptos, y muchas veces se les anima en la actividad de medir donde las respuestas exactas son las que priman, mientras que uno de los elementos más convenientes para formar en el concepto de medida, sería la estimación. Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991, p. 89) afirman que,

“La acción de medir ha quedado, pues, demasiado constreñida por la precisión por causa de la exactitud del número (...). Las matemáticas escolares se limitan con demasiada frecuencia a medidas donde la precisión prima de forma absoluta.”

En ese sentido, dentro de las nociones de medida se debe tener presente ayudar a los niños a familiarizarse con formas y figuras, generándose así cuestiones relativas al tamaño, y que comparen éste con otros, pues así penetramos en el mundo de la medida. En este sentido Dickson, *et al.* (1991, p. 88) citando a Brookes, nos plantean que,

“Uno de los problemas con que tropiezan los niños para aprehender la noción de medida, nos revela Brookes (1970), estriba en que la introducción de los niños de nuestra cultura al mundo de la medida se realiza mediante instrumentos refinados y complejos. Les ha sido vedado el desarrollo histórico de la medida, lo que conlleva para empezar, que no se dan cuenta de la necesidad misma de medir, ni de

cómo la medida emergió de una “noción de igualdad socialmente aceptada” al comparar el tamaño, la importancia, el valor, etc., en situaciones comerciales o de trueque. Brookes afirma que los niños no tienen conciencia de las sutilezas de la noción de replicación de la unidad, es decir la repetición de una unidad de medida, a partir de lo cual el hombre ha llegado al número y al recuento. Y que de este hecho nació la necesidad de patrones de medida fijos.”

Frecuentemente, dentro de la medida, los resultados de los ejercicios son números redondos (enteros), y que hacen que la medición de los objetos del mundo real sea ajena a lo que se muestra dentro del aula, pues la regularidad perceptual de las figuras dibujadas en el tablero contrasta con la irregularidad de los cuerpos fuera de la misma. Existe por lo tanto un conflicto entre el mundo real y el diseño del mundo ideal que se presenta al niño dentro del salón de clase, pues *“la realidad perceptual de la medida comporta siempre aproximación y error”*. Dickson *et. al* (1991, p. 90).

De alguna forma, también en los Estándares básicos de competencias en matemáticas, nos plantean algunos conocimientos y procedimientos que, se supone, deben desarrollarse durante los grados cuarto y quinto. En consonancia con esto, se justifica, aún más, desde este documento propuesto por el MEN, hacer énfasis en el pensamiento métrico y los procesos de medición de magnitudes.

A continuación presentamos algunas habilidades y conocimientos tomados del MEN (2007, p. 83), que los niños de sexto deberían tener y que nos da más razones para abordar el pensamiento métrico y el énfasis que le hemos dado.

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos

y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).

- Seleccione unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos.
- Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

En conclusión, vemos que se hace necesario un trabajo con el pensamiento métrico, a través de situaciones de medida, de tal forma que los niños tengan la oportunidad de acercarse a las magnitudes en cuestión y potenciarles en consecuencia habilidades matemáticas en torno a dicho pensamiento.

5. ACERCAMIENTO AL PROBLEMA

En nuestro país actualmente se utiliza el Sistema Internacional de medidas, que contiene en la medición de la magnitud longitud a la unidad metro lineal y en la magnitud superficie al metro cuadrado; así como el segundo para el tiempo, los grados Celsius para la temperatura, el kilogramo para la masa y así se pueden seguir enunciando diferentes magnitudes y las unidades patrón que sostienen dicho sistema de medida, cuya enseñanza ha primado por encima de la introducción al conocimiento de las magnitudes, a través situaciones de medida. Entonces el problema no es que el Sistema Internacional se utilice y enseñe sino que dicho sistema sea concebido como un punto de partida y no de llegada pues ante todo, supone un proceso de construcción. Se trata pues de rescatar el hecho de que los sistemas de medida estandarizados no son más que convenciones, y que no son ni más ni menos útiles que los no estandarizados o los que se pueden considerar en situaciones donde se carece de los instrumentos de medida convencionales o refinados para hacer alguna medición.

Así, rescatando la importancia del pensamiento métrico, con mucha frecuencia se evidencia el poco manejo conceptual y el limitado trabajo que se hace con los niños hacia los conceptos de perímetro y área de un polígono, pues no se deja de remitir a fórmulas sin una previa exploración empírica de la que posteriormente surgen éstas.

Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2002, p. 82) confirman que:

“En particular se ha encontrado que con frecuencia los alumnos confunden el área con el perímetro. Una explicación de esta dificultad puede ser el haber recibido un énfasis prematuro en el uso de las fórmulas, con poco esfuerzo por desarrollarlas y comprender cómo y por qué funcionan las fórmulas.”

Mediante la observación que se hizo de las clases impartidas por el maestro de matemáticas y cooperador nuestro, en el grado sexto V en la Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo, pudimos constatar que dicho maestro tenía un fuerte arraigo de metodología tradicional frente a la presentación de los temas de clase, en tanto al comenzar un nuevo concepto, no comenzaba por una introducción histórica que contextualizara el ambiente en el que fue construyéndose el concepto en cuestión y así dar luces a los estudiantes de que se trata una vez más de las construcciones del ser humano. Esta forma de concebir la matemáticas, nos puso a pensar en cómo hacer para que los niños se salieran de la rutina del cuaderno, el tablero y la tiza, y entonces convenimos en desarrollar un trabajo de exploración y medición directa de las magnitudes superficie y longitud con sus respectivas unidades, hallar áreas y perímetros, de tal forma que los niños, participaran activamente de la medición y encontraran estrategias para dar respuesta a las preguntas que se les hacía. Es así como vimos necesario hacer un proceso para introducir a estos niños en la medición directa de las magnitudes anteriormente mencionadas, partir de la siguiente pregunta:

5.1 Pregunta

¿Cómo desarrollan, los niños del grado sexto cinco de La Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo, situaciones de medida en torno al perímetro y al área de figuras planas?

Para responder quisimos orientarnos por medio de los siguientes objetivos:

5.2 Objetivo General

Identificar y analizar las estrategias que los niños del grado sexto cinco de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez, sede San Lorenzo, establecen para resolver situaciones de medida en torno al perímetro y al área de figuras planas.

5.3 Objetivos específicos

- 1. Facilitar a los niños un acercamiento a la medición de longitudes y superficies.*
- 2. Consolidar un manejo elemental de unidades de medida convencionales para hallar de manera aproximada el área y el perímetro.*

6. MARCO TEÓRICO

No cabe duda que antes de pensársele a una propuesta que esté enfocada a favorecer el desarrollo del pensamiento métrico con los estudiantes, hay que abordar algunos elementos conceptuales que van a estar inmersos de manera directa o indirecta en el proyecto, con el propósito de reconocer algo de la estructura matemática inherente a dicho pensamiento.

Palabras como magnitud, cantidad de magnitud, medida, unidad de medida, problema, estrategia; entre otras, son importantes para enmarcar nuestra propuesta.

6.1 De la enseñanza y el aprendizaje del Pensamiento Métrico

La enseñanza y el aprendizaje del pensamiento métrico incluye pensar la función social que cumple la medida en el diario vivir, en tanto sirve para hacer estimaciones al rededor de la duración de un viaje a pie o en automóvil; analizar las causas del aumento o disminución del gasto e servicios públicos y en consecuencia tomar decisiones, etc.

Los conceptos y procedimientos propios del pensamiento métrico *“hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones.”* (MEN, 2007, p. 63). El trabajo con este Pensamiento, contiene aspectos tanto cognitivos, como formativos, y por supuesto didácticos, que es importante precisar.

6.1.1 Aspecto cognitivo

La importancia y el tratamiento didáctico inherente a la enseñanza y aprendizaje del pensamiento métrico, es en gran parte de este trabajo, referenciado de Godino *et al* (2004, p. 361-388) quienes se basan en una propuesta de J. E. Inskeep, cuyo lema es *“a medir se aprende midiendo y analizando las estrategias usadas”*².

Debido a su aplicabilidad en el plano de lo cotidiano, el estudio de las magnitudes y su medida es importante para el currículo de matemáticas desde los primeros años de la educación básica, ya que dicho uso favorece la interdisciplinariedad; al respecto Godino *et al* (2004, p. 361) afirman que el estudio de la medida

“(…) ofrece oportunidad de aprender y aplicar otros contenidos matemáticos, como operaciones aritméticas, ideas geométricas, conceptos estadísticos y la noción de función. Permite establecer conexiones entre diversas partes de las matemáticas y entre las matemáticas y otras áreas diferentes, como el área de sociedad, ciencias, arte y educación física.”

La percepción de cualidades de los objetos, la comparación, clasificación y seriación de los mismos, son actividades propias de la medida de magnitudes y van a contribuir a relacionar los sistemas numéricos con las formas y figuras geométricas, hallando medidas de longitud, superficie, volumen de cuerpos geométricos, tanto en las técnicas de medida directa (contar el número de unidades) como indirecta (determinación del "tamaño" de las colecciones, o las dimensiones de los cuerpos y figuras mediante operaciones aritméticas y algebraicas).

² Extraído de Cuadernos de Aula, *Las Magnitudes y su medida en la Educación Primaria*, pág. 16.

Es importante el principio de **conservación** de la cantidad de magnitud, el cual se refiere a la invarianza de aspectos cruciales de dicha magnitud, es decir, no cambian características fundamentales aunque se les manipule y perceptivamente puede verse lo contrario.

Sobre la adquisición de este principio, Godino *et al* (2004, p. 363) afirman:

“Se dice que un niño ha adquirido la capacidad de conservación si no se deja llevar por su percepción. Esta propiedad referida, por ejemplo al número, hace que un cambio en la disposición de unas canicas puestas en fila pueda llevar al niño a pensar que el número de ellas ha cambiado si se las dispone con una separación mayor. El no cometer errores de este tipo, signo de que el niño ha adquirido la capacidad de conservación referido a una determinada propiedad, está relacionado con el principio de reversibilidad, es decir, el conocimiento de que muchos cambios son reversibles y que, mediante la acción adecuada, se puede volver a la situación inicial.”

La planificación y realización de de tareas adecuadas mediante diferenciación de acciones reversibles y no reversibles sobre objetos, reconocimiento de qué propiedades cambian y cuáles no cuando se realizan determinadas acciones sobre los objetos y el diseño de sencillos experimentos referidos a propiedades concretas sobre dichos, puede facilitar la adquisición del principio de conservación

Por ejemplo en el caso de la longitud, normalmente asociada con las dimensiones de los objetos, lo que se conserva es la distancia entendida como espacio vacío entre objetos:

“A edades tempranas el niño suele pensar que la distancia entre dos objetos cambia si se interpone un tercer objeto entre ellos y es la percepción correcta de las distancias uno de los aspectos que le llevarán a la adquisición del principio de conservación de la longitud y hará que el

niño esté en condiciones de abordar el estudio de la medida de longitudes y su aplicación posterior al cálculo de perímetros.”³

Los estudiantes pueden explorar cómo cambian algunas medidas de los objetos al someterlos a ciertas transformaciones. Por ejemplo, cortando en piezas una figura y reagrupándolas de distinta manera puede cambiar el perímetro, pero no el área.

Pero ¿Cómo se aprende a medir? Según Godino *et al* (2004, p. 364), medir supone una mezcla de importantes destrezas sensoriales y perceptivas con aspectos geométricos y aritméticos, así como también implica al área afectiva y proporciona al niño la oportunidad de alcanzar un sentido de realización, y en consecuencia apreciar la utilidad básica de los sistemas de medición.

En general el proceso de medir procede secuencialmente desde la percepción a la comparación y después a la aplicación de un estándar de medida (o referente) y sigue las siguientes etapas que describimos brevemente a continuación.

En la medición juega un papel crucial la **percepción** de lo que debe ser medido. Primero hay que explorar el objeto a medir para descubrir características que el ojo por sí solo no puede; es aquí donde se pone en juego la sensación con miras a no reducir, por ejemplo, las marcas de un termómetro a un ejercicio de lectura de escalas solamente, sino a mostrar que esta magnitud varía conforme a lo caliente o frío que se sienta el ambiente. En cuanto a la distinción entre magnitudes, medidas como la altura de un niño, por ejemplo, da significado a la longitud, mientras que no al peso. Así Godino *et al* (2004, p. 364) dicen que

“El profesor debería estar dispuesto para exponer a los niños a muchos estímulos y muchas propiedades de los objetos que eventualmente

³ Godino, *Op cit.* p. 364.

deben medir. Estas actividades son un comienzo fundamental para adquirir destreza en la medición.”

La **comparación** sigue a la percepción pues habiendo percibido alguna propiedad de algún objeto, de un modo natural, se puede “juntar” o “asociar” con otros objetos que comparten la propiedad que se percibe.

“La comparación de sensaciones es bastante natural. La comparación de objetos que pueden colocarse próximos es también una consecuencia natural de las percepciones. Al medir su altura, algunos niños pueden desear compararla con la de otros niños de la clase. Podemos, en este caso, indicar a los niños que se tiendan sobre grandes hojas de papel y dibujar los contornos de sus cuerpos, de tal modo que se puedan comparar. Esta actividad se hace sin ninguna habilidad numérica previa. La comparación de atributos de objetos conduce de un modo bastante lógico a la necesidad de un estándar que podamos aplicar sucesivamente.”⁴

Un trabajo que puede ayudar a enriquecer y de alguna manera cooperar para que el alumno madure la idea de lo que significa realmente medir, consiste en enfrentarlo a situaciones concretas donde él tenga que ir a medir el objeto en cuestión con diversas unidades de medida, es decir que pueda comparar, como bien lo afirman Chamorro y Belmonte (1994, p. 57):

“El procedimiento más simple de comparación es hacerlo directamente con los dos objetos en cuestión, bien usando sólo los sentidos –especialmente la mirada-, como en el estadio más primitivo de la estimación sensorial, o bien mediante un desplazamiento de los objetos.”

⁴ Godino, *Op cit.* p. 366.

La comparación de dos cosas es adecuada cuando deseamos hacer enunciados de equivalencia o no equivalencia y sirve bien para comparaciones iniciales; por ejemplo, "Mi madre es más alta que yo", "Yo soy más alto que mi hermano". Luego con terceras partes se avanza hacia la necesidad de un referente, pues las comparaciones lógicas que éstas resultan pronto ser bastante inefectivas. Así, el enunciado "Si yo peso más que mi hermano y él pesa más que mi primo pequeño, entonces yo peso más que mi primo", conduce a pensar que tanto más o qué tanto menos y es ahí donde se requiere de una unidad de medida de referencia a la que podamos acudir en cualquier momento. El referente inicial que usemos no tiene que ser un referente estándar, pues las partes del cuerpo son referentes fácilmente disponibles para medir longitudes.

Los referentes no estandarizados son útiles para un trabajo fuerte en comparación, si se desea llevar a los niños más allá de lo obvio es necesario enseñarles los referentes que pueden ser usados por más de una comunidad o población.

Al respecto, Godino *et al* (2004, p. 366) argumentan:

“Los estándares de medida tienen como mínimo dos funciones importantes. Primero, permiten a una persona comunicar una medida a otra de un modo abreviado y directo. Segundo, permiten medidas precisas y consistentes en diferentes áreas geográficas. Cuando nos trasladamos de un país a otro, podemos estar seguros de que las medidas que son estándares en nuestro país son estándares en otro también. Una extensión lógica de esta idea será adoptar estándares de medida utilizables para comunicar los mismos mensajes en todas las partes del mundo. Esto conduce naturalmente al Sistema Internacional (...).”

6.1.2 Aspecto formativo

Cabe destacar dos aspectos no secuenciales de la medición: el relacionado con el dominio afectivo y el relacionado con la propia acción de medir.

En cuanto a la medición como una actividad afectiva, el trabajo con magnitudes y medida producirá resultados como apreciar el papel que la medición juega en sus vidas y en la sociedad, y disfrutar siendo capaces de medir por sí mismos. Relacionar los programas de matemáticas con los estudios de ciencias y sociales, e introducir algunas de las destrezas de medición en el arte y educación física puede ayudar en el desarrollo de la afectividad, pues los niños necesitan ver la medida como una parte importante de sus propias vidas. Necesitan ver que es importante medir con precisión una tabla para la construcción de una silla de madera. Necesitan la habilidad para leer un reloj si no quieren perderse su programa favorito de televisión.

En cuanto a la acción de medir, los niños deben ser enseñados a hacerlo de tal modo que desarrollen la confianza en sí mismos. La satisfacción que un niño puede sentir de haber hecho un buen trabajo de medición puede llevarlo a valorar más su actividad en la escuela.

De otra parte, Godino *et al* (2004, p. 372), proponen:

“Medición sin acción es meramente un tipo de rutina memorística o ejercicio intelectual. Los niños pueden memorizar el Sistema Métrico Decimal sin mucho esfuerzo. Sin embargo, queremos algo más que la habilidad para responder a unos tests estandarizados. Queremos que los niños tengan experiencias en todas las áreas básicas de la medición y que sean capaces de medir precisa y consistentemente. Tales experiencias deben ser sistemáticamente planeadas por el profesor y convertirse en parte integral del curriculum.”

6.1.3 Aspecto didáctico

Este aspecto se basa en los dos anteriores, pues necesita de ellos para formular y reflexionar el trabajo desarrollado en clase con miras a adquirir destrezas en el campo de la medición. De aquí que colijamos que los docentes deben estimular en el estudiante la práctica de mediciones directas, permitiéndole diseñar y utilizar instrumentos que se ajusten al tamaño y naturaleza de la cualidad del objeto que se quiere medir, y que realice mediciones a través del conteo del número de veces que una unidad de medida se dispone sobre el objeto a medir, además de que comprenda las condiciones en que debe hacerse tal conteo, y a su vez descubra la utilidad de un sistema de unidades, aunque éste no sea el convencional o legal, y las posibilidades que brinda contar con múltiplos y submúltiplos de la unidad seleccionada.

Como se trata de introducir a los estudiantes en las magnitudes longitud y superficie, traemos a colación el documento *La enseñanza de la medida en la Educación General Básica*, página 28, donde se exponen razones psicológicas y didácticas que pueden explicar la confusión entre el área y el perímetro. Entre otras, se encuentran:

Razones psicológicas:

- El hecho de que el perímetro es unidimensional mientras que el área exige la coordinación de dos dimensiones y el volumen de tres haciendo más dificultosa su captación;
- La tendencia a llevar a modelos lineales (en particular a pensarlas como magnitudes directamente proporcionales) las relaciones lado-perímetro, perímetro-área, área-volumen, por lo cual los alumnos no admiten que manteniéndose estable el perímetro se puedan obtener áreas distintas (mayores o menores que la dada) o que al duplicar un lado de un cubo se octuplique su volumen en lugar de duplicarse. A través de la resolución de problemas variados sobre figuras y cuerpos concretos el alumno deberá

constatar el tipo de dependencia entre la variación de un lado y el perímetro en distintas clases de figuras y la independencia entre la variación del perímetro y el área de una figura y, más adelante, entre el área y el volumen de un cuerpo.

Razones didácticas:

- La falta de tiempo de construcción (partiendo de la exploración en el plano concreto) de las nociones de perímetro, área y volumen, y el apuro por pasar a las fórmulas.
- El uso de pocos recursos y actividades que permitan visualizar las diferencias de estos conceptos contrastándolos. (Recursos como el geoplano, el papel punteado o cuadriculado, las varillas articulables y actividades que impliquen el desarrollo de cuerpos, la construcción de cuerpos a partir de sus caras, el sellado de las caras de un cuerpo, la búsqueda de cuerpos equivalentes pero de formas distintas trabajando con bloques o ladrillitos, el cálculo de la superficie de cada uno de estos cuerpos, etc. son sumamente importantes para ayudar a los alumnos a discriminar estos conceptos)
- La insistencia en presentar las figuras o cuerpos dibujando su contorno y no destacando su interior.
- La postergación de la enseñanza del perímetro al segundo ciclo, uniéndose a la del área.
- (Siendo la longitud la magnitud más accesible para los pequeños, el cálculo de perímetros no puede implicar ninguna dificultad, mientras no se le exijan fórmulas).

6.1.4 Situaciones de medida

Godino *et al* (2002, p. 12), exponen lo siguiente sobre lo que ellos titulan “situaciones de medida”:

“El primer punto de reflexión de la enseñanza de la medida debe ser clarificar los tipos de situaciones o tareas que han llevado, y continúan llevando, al hombre a realizar la actividad de medir ciertas características de los objetos perceptibles. Si queremos que los alumnos entiendan la razón de ser de la medida debemos enfrentarles a dichas situaciones, no tanto para que ellos reinventen por sí mismos las técnicas, sino para que puedan dominar los procedimientos de medida y atribuir un sentido práctico al lenguaje y normas que regulan la actividad de medir.”

“Afortunadamente no todas las situaciones son distintas unas de otras, sino que hay tipos de situaciones o tareas para las que se pueden usar las mismas técnicas e instrumentos. Se cuenta de la misma manera las ovejas del redil, o el número de árboles de la finca; se mide igual el largo de este folio que el ancho de la mesa. Nos interesa identificar, describir y enseñar estas invariancias de situaciones, técnicas y lenguaje (oral y escrito) para legar a las generaciones venideras nuestros artefactos de medida, incluyendo el lenguaje de la medida.”

De esto se puede inferir que una situación de medida⁵ es aquella que lleva al niño a medir ciertas características de los objetos perceptibles con el propósito de que entienda la razón de ser de la medida en conjunción con un sentido práctico guiado por el lenguaje y las normas que regulan la actividad de medir. Dichas normas son,

⁵ Preferimos tomar la expresión *situación de medida* que *situación de medición*, aunque no creemos que haya diferencia.

entre otras, que la medida siempre es aproximada, elección una unidad medida de referencia y afín con la magnitud en cuestión.

6.2 Aspectos relativos a la Medida

A continuación se exponen algunos aspectos informales sobre medir, magnitud, cantidad, extraídos del documento *Las Magnitudes y su medida en la Educación Primaria*, Pág. 5⁶:

*“Hablar de **medir** supone realizar una acción que asigna un código identificativo a determinadas características perceptibles de un objeto. De esta manera, medir es asignar una categoría tanto a características cuantitativas y continuas como longitud, masa, capacidad..., como a rasgos cualitativos, como el país de nacimiento o el color del pelo...”*

*“El nombre de **magnitud** se atribuye a los atributos que varían de manera cuantitativa y continua como la longitud, el peso, la densidad, etc., o también de manera discreta como la cantidad de objetos en una colección.”*

*“El término **cantidad** se refiere habitualmente al valor que toma la magnitud en un objeto particular, como por ejemplo: el alto de esta puerta es de 2 metros.”*

“Precisemos un poco más este término y tomemos como referencia la magnitud longitud. Consideremos como punto de partida una colección de tiras de cartón. Diremos que dos tiras son congruentes si al superponerse sus extremos coinciden. Físicamente podemos realizar comparaciones entre las diferentes tiras de cartón y comprobar su igualdad o desigualdad; como consecuencia de ello obtenemos clases de objetos (tiras cartón) que son iguales entre sí respecto de la cualidad

⁶ Insistimos que esta es una presentación informal de estos términos que dentro de la teoría matemática tienen su sustento algebraico y cuyas estructuras no nos pareció pertinente exponer.

longitud. De esta manera podemos decir que cada clase de objetos (con la misma longitud) es una cantidad de longitud.”

La medida es el resultado de la medición de una cantidad de magnitud bajo una unidad fijada. Así, al medir una magnitud⁷:

1. Fijamos, en primer lugar, una cantidad u , que llamamos unidad.
2. A cada cantidad de magnitud, le asignamos un número por comparación con la unidad u , es decir, establecemos una aplicación, que denotamos med_u , del conjunto que define la magnitud M en el semianillo de medición $S(M)$

$$med_u : (M) \rightarrow S(M)$$

$$m \rightarrow med_u(m)$$

El valor $med_u(m) = r \Leftrightarrow m = ru$, es decir que r es el número de veces que hay que “iterar” u para obtener m .

Esta aplicación es un isomorfismo de semigrupos, es decir, es una aplicación biyectiva compatible con las operaciones definidas en M y $S(M)$ respectivamente y, por tanto, verifica que:

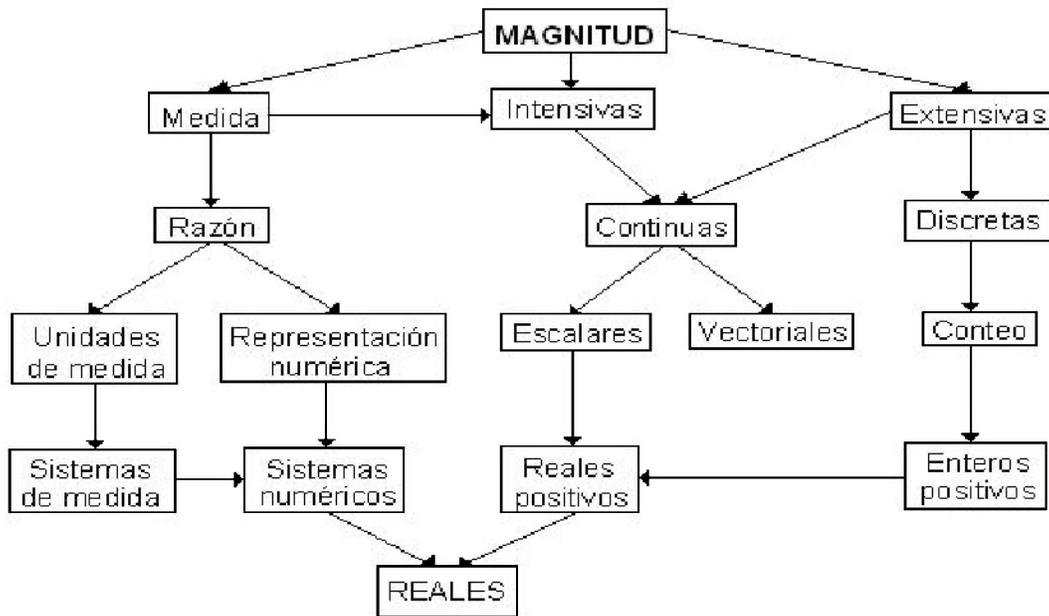
$$med_u(m + n) = med_u(m) + med_u(n)$$

$$med_u(rm) = rmed_u(m)$$

También conserva el orden de M , si u es positiva, si $m \leq n$, entonces $med_u(m) \leq med_u(n)$, lo invierte si u es negativa, $m \leq n$, entonces $med_u(m) \geq med_u(n)$.

⁷ El abordaje sobre de esta aproximación formal a la noción de medida es tomado de Olmo, moreno y Gil (1993, p. 142).

6.2.1 Tipos de magnitudes



Tomada de Posada *et al.* (2006, p. 43).

Dentro de los tipos de magnitudes se encuentran las fundamentales, la derivadas, las escalares y las vectoriales. Así, las magnitudes fundamentales según Posada, *et al* (2006, p. 34), “*son aquellas que se definen en el proceso de medición; usando sus respectivas unidades de medida son también llamadas indefinidas o primarias*”. Algunas de estas magnitudes son la longitud, la masa, el volumen, el tiempo y la superficie. Asimismo se definen las *magnitudes derivadas* como aquellas que se definen a partir de las fundamentales o que no son medibles directamente como lo son la velocidad, que se define a partir de las magnitudes longitud y tiempo. De forma intuitiva se denominan magnitudes escalares, aquellas que quedan completamente expresadas con un número y una unidad, pues no están determinadas por una dirección o un sentido. Cabe dejar claro que una magnitud fundamental también puede ser escalar y ese es el caso de la masa, el tiempo y la longitud, entre otros. Con estos ejemplos se puede distinguir bien lo que son las llamadas magnitudes vectoriales, pues éstas sí comprenden una dirección y un sentido, tal es el caso de la velocidad, la aceleración y la corriente eléctrica.

6.2.2 De la naturaleza de las unidades de medida

Cuando de medir una magnitud se trata, es preciso definir una unidad que nos permita obtener una medida de tal forma que podamos definir qué tan grande es la cantidad de la magnitud en cuestión.

Estamos de acuerdo en que la adopción de una unidad es una convención, pues esto se hace necesario para comunicar la medida; posiblemente al siguiente día no se adopte la misma medida para la misma situación, pero se reemplazará por otra que análogamente desempeña la misma función. Lo importante de anotar esto es mostrar que la unidad de medida prescinde del tiempo, y que si la convención queda establecida para una comunidad como un referente, podremos denominarla *unidad estandarizada* para dicha población; en caso contrario se hablará de una *unidad no estandarizada*.

La unidad de medida puede ser artificial, como un palo de escoba o un bombón, la masa de una piedra, una baldosa como volumen o superficie, etc.; o puede provenir de alguna parte del cuerpo humano, éstas se llaman *antropométricas*, y dentro de estas se encuentran la cuarta de una mano, el pie, la pulgada, un paso, que si se observa bien, están frecuentemente asociadas a la magnitud longitud; otro tipo de unidad es la *astronómica*⁸ o *natural*, normalmente asociada al tiempo y que se refiere indirectamente a la longitud en tanto se habla de *tantos días de camino*.

La riqueza en unidades de medida para tal o cual magnitud pueden ser un producto de las condiciones de vida y de trabajo de una población, pues según Kula (1980, p. 5):

⁸ Son denominaciones nuestras, desconocemos si algún autor las trata con otro nombre.

En aquellas sociedades que habitan en condiciones de relativa amplitud territorial, el sistema de medición de la superficie está poco desarrollado. Entre los Ashanti (Ghana), en cuya economía el papel preponderante lo desempeñaba la explotación de oro en polvo, alcanzó un desarrollo muy apreciable el sistema de pesas. Por otra parte, los nómadas de Sahara, donde la exacta apreciación de la distancia entre un pozo de agua y el siguiente tiene una importancia de vida o muerte, poseen una terminología muy rica en cuanto a las medidas de longitud.

Las unidades que llamamos antropométricas no necesariamente se refieren a que estrictamente tengan que tener un instrumento tangible para ser utilizadas, pues esa apreciación de los nómadas del Sahara tiene una base que es la intuición, en este caso bajo la modalidad de la estimación. Son antropométricas en tanto no están reguladas por una medida exacta, única y común a las diferentes magnitudes, por ejemplo las medidas eslavas de la que habla Moszynski, al ser citado por Kula (1980, p. 5), cuando al referirse al carácter significativo de las medidas, nos dice que trae como consecuencia el uso de diferentes medidas para diferentes objetos. Así, él expone que:

“Cada medida servía para cada cosa. El pie para distancias las plantas de patatas, el paso para longitud⁹, el codo para los géneros, jamás para maderas, que se medían en varas. El campesino pescador, al hablar de su red, dice que tiene treinta varas de largo por veinte codos de ancho.”

No es difícil intuir entonces, que esa afinidad del ser humano con la naturaleza, de alguna forma producía esos sistemas de medidas, que de cierto modo eran

⁹ El mismo Kula aclara que esta unidad se utiliza para distancias cortas y que a medida que éstas se hacían más largas, aparecían otras como el alcance de la voz.

convencionales pero que también eran circunstanciales de acuerdo con las actividades desempeñadas: *“el largo de la red es más fácil de medir en varas, mientras que su ancho lo es en codos.”*¹⁰

Un carácter especial que puede adoptar la unidad de medida, es que se pueda considerar como un *patrón* o referente para comparar otras unidades, alrededor de la misma magnitud, y que sean múltiplos o divisores del mismo respecto de una razón, de tal forma que se facilite la conversión de unidades de acuerdo con el medio en que se esté midiendo. Por ejemplo, el metro es la unidad patrón para la longitud, dentro del Sistema Internacional, pero para estimar la distancia entre un municipio y otro no es práctico (fácil) hacerlo en metros, más bien se habla de *kilómetros*, unidad derivada del metro y que es mil veces (*kilo*) más larga que él. Así pasa con las otras unidades y magnitudes: el gramo, el kilogramo, la tonelada, para la masa; la hectárea, el centímetro cuadrado o el metro cuadrado, para la superficie; el bite y el *kilobite*, *megabite*, *terabite*, para unidades virtuales o del campo de la informática.

Se destaca así la importancia de la unidad de medida por ser el intermediario que asocia una determinada cantidad de magnitud con un número. Al respecto el MEN (1998, p. 17) afirma que:

“En cuanto a la medida se refiere, los énfasis están en comprender los atributos medibles (longitud, área, capacidad, peso, etc.) y su carácter de invarianza, dar significado al patrón y a la unidad de medida, y a los procesos mismos de medición (...).”

Frecuentemente se hace énfasis en el empleo de las unidades estandarizadas correspondientes al sistema internacional, bien sea para hablar de longitud o superficie, y de hecho es lo que más se vive en el cotidiano. Se habla de metros

¹⁰ Kula, *Op. Cit.* p. 5.

cuadrados de la plancha que se construirá, del estadio, de la huerta para sembrar, del piso de la casa, entre muchos otros ejemplos que se podrían citar, pero no se da pie para que se reflexione y se haga un trabajo previo donde se emplee unidades no estandarizadas que vayan enfocadas a la experimentación con material tangible, y que se puedan utilizar unidades antropométricas como el pie, y así, esto irá en pro de que el niño entienda que no sólo existen y se pueden usar las estandarizadas sino que podemos adaptar a conveniencia de nuestro contexto nuestras unidades para medir, y esto propiciará que el niño vaya entendiendo en por qué se llega a emplear las unidades estandarizadas.

6.3 Sobre Problemas y Estrategia

Se entiende que para resolver problemas se necesitan estrategias y no meras técnicas; bajo esta lógica se expondrá brevemente lo que hemos de entender con estos tres términos.

Para este trabajo se asumen las características de un problema como las concibe Santos Trigo (2007, p. 51) cuando afirma que:

*Un **problema**, en términos generales, es una tarea o situación en la cual aparecen los siguientes componentes:*

- *La existencia de un interés; es decir, una persona o un grupo de individuos quiere o necesita encontrar una solución.*
- *La no existencia de una solución inmediata. Es decir, no hay un procedimiento o regla que garantice la solución completa de la tarea. Por ejemplo la aplicación directa de un algoritmo o conjunto de reglas no es suficiente para determinar la solución.*

- *La presencia de diversos caminos o métodos de solución (algebraico, geométrico, numérico). Aquí, se considera la posibilidad de que el problema pueda tener más de una solución.*
- *La atención por parte de una persona o un grupo de individuos para llevar a cabo un conjunto de acciones tendentes a resolver esa tarea. Es decir, un problema es tal hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolver.*

En la pregunta que orientó nuestra intervención nos interrogamos sobre las estrategias que emprenden los niños para resolver los problemas planteados en las guías. Con el fin de precisar a qué nos referimos con “**estrategia**” recurrimos a Juan Ignacio Pozo quien nos ilustra acerca de la distinción entre estrategia y técnica. Este autor está de acuerdo con Coll y Valls cuando se refieren a la cuestión del procedimiento como aquel “*conjunto de acciones ordenadas, orientadas a la consecución de una meta*” (2008, p. 487). Dicha meta puede conseguirse mediante una estrategia o una técnica, aceptada previamente por parte de quien pretende ejecutar algún procedimiento. La técnica con su carácter de automática y la estrategia con el suyo de planeación, son componentes que se complementan cuando de resolver un problema se trata. Así, “*El aprendizaje de procedimientos requiere un dominio técnico, basado en procesos asociativos e instrucción directa, previo a un aprendizaje estratégico, de carácter constructivo, mediante tareas y actividades más abiertas.*” (Pozo, 2008, p. 509).

Y en el sentido más general, “*Mientras que la técnica sería una rutina automatizada como consecuencia de la práctica repetida, las estrategias implican una planificación y toma de decisiones sobre los pasos que se van a seguir.*” (Pozo, 2008, p. 499).

6.4 Sobre Experiencia de Aula

Nuestro proyecto se desarrolló bajo la forma experiencia de aula. Cuando aludimos a la sistematización de esta experiencia, hablamos de una reflexión sobre la misma. Pero como afirma Jara (2003, p. 5), *“no toda reflexión sobre una experiencia podría ser calificada de sistematización”*, pues se puede reflexionar a partir de una narración de experiencias, una descripción de procesos, una clasificación de las mismas por categorías comunes, una ordenación y tabulación de ellas, o una disertación teórica ejemplificando con algunas referencias prácticas. (Jara, 2003, p. 6). La sistematización va más allá, ya que supone interpretar los procesos vividos, apropiarnos de la experiencia vivida y dar cuenta de ella, para compartir con otros lo aprendido.

De lo anterior se puede colegir que, como afirma Jara (2003, p. 6):

“La sistematización es aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo.”

Así, la sistematización es el resultado de todo un esfuerzo por comprender el sentido de las experiencias, a partir de una ordenación y reconstrucción del proceso vivido

Entonces, la reflexión puede acentuarse en *la reconstrucción ordenada de la experiencia*, en el carácter de *proceso productor de conocimiento*, en la *conceptualización de la práctica*, o bajo la forma de *sistematización como un proceso participativo*. Desde un primer momento en la elaboración de la propuesta se pretendió que el presente trabajo tuviera el acento puesto en *la reconstrucción ordenada de la práctica*, pues esto

"(...) alude a un proceso de reflexión que pretende ordenar u organizar lo que ha sido la marcha, los procesos, los resultados de un proyecto, buscando en tal dinámica las dimensiones que pueden explicar el curso que asumió el trabajo realizado. Como la experiencia involucra a diversos actores, la sistematización intenta dilucidar también el sentido o el significado que el proceso ha tendido para los actores participantes en ella." (Jara, 2003, p. 5).

El mismo Jara (2003, p. 3) nos afirma que la sistematización persigue principalmente todos o alguno de los siguientes objetivos específicos:

- Favorecer el intercambio de experiencias
- Tener una mejor comprensión del equipo sobre su propio trabajo
- Adquirir conocimientos teóricos a partir de la práctica
- Mejorar la práctica

En conclusión,

"El ejercicio de sistematizar, es un ejercicio claramente teórico; es un esfuerzo riguroso que formula categorías, clasifica y ordena elementos empíricos; hace análisis y síntesis, inducción y deducción; obtiene conclusiones y las formula como pautas para su verificación práctica. La sistematización relaciona los procesos inmediatos con su contexto, confronta el quehacer práctico con los supuestos teóricos que lo inspiran." (Jara, 2003, p. 9).

7. MICROCONTEXTO

La intervención se llevó a cabo en la Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo, la cual empezó a registrar labores académicas a finales de febrero del año 2009, a dicha institución asisten estudiantes del barrio San Lorenzo (también conocido como Niquitao), Barrio Colón, San Diego, Las Palmas, Barrio Triste y otros sectores aledaños, y unos pocos de lugares más alejados.

La mayoría de los niños que allí estudian viven en inquilinatos. Significa esto que su lugar de habitación es compartido con otras familias, cada una de las cuales paga la pieza de manera compartida a diario o mensual, otros han sido acogidos por fundaciones donde permanecen el resto del tiempo cuando salen del colegio; aquellos cuyos padres no se pueden hacer responsables de ellos, por múltiples razones, se hospedan en internados, otros que han corrido con una suerte diferente viven con un primo, la abuela, tía u otras personas con quienes no se comparte parentesco alguno.

Los niños permanecen solos gran parte del día y frecuentan la calle sin reparo de nadie, de tal forma que paulatinamente van estableciendo contacto con personas que los orientan hacia adquirir conductas como consumo de drogas, robo, prostitución. Muchos de ellos a pesar de ser tan menores, venden confites en las esquinas o calles, sobre todo en el centro donde hay más afluencia de personas y en algunas estaciones de buses.

Debido a que los niños que asisten al colegio son una población muy "nómada" o flotante, es decir, que han estado en diferentes colegios estudiando o no han tenido la oportunidad de estar siempre en el sistema escolar, traen consigo conocimientos muy exiguos de los temas que ya deberían saber.

Nuestra población fue el grupo sexto cinco; grupo que llegó a contar a principios de año con 36 niños y que terminó con 27 en noviembre, sus edades oscilan entre los 11 y 14 años. Por la edad en la cual están los chicos y por el influjo cultural y el medio familiar tan particular y personal en el cual ellos han sido levantados, son un poco bruscos al jugar, algunos manejan un vocabulario bastante soez. Además, son estudiantes que hay que tenerlos muy ocupados para tratar de canalizar esa especie de “libertinaje” que traen desde afuera, máxime si el espacio que ofrece la institución para la recreación en el momento, deja mucho que desear ya que aún no se cuenta con la malla que encierre la placa deportiva y esto implica una posibilidad de que se extravíen o incluso de que se “vuelen”¹¹ de las instalaciones. Cada uno de ellos recibió gratuitamente un kit escolar¹² y el uniforme al inicio del año; por otra parte fueron beneficiarios de un complemento alimenticio si aportaban \$1000 semanalmente.

El comportamiento para atender a una sesión es variable pues no todos están siempre dispuestos a participar activamente en la clase, pero los que sí lo hacen, entregan la mejor disposición. El colegio no cuenta con espacios bien definidos para la recreación, sólo tiene la cancha polideportiva, pero de ésta se hace uso en algunas clases y en algunos descansos, ya que al no tenerse todavía la malla es un riesgo dejar salir a los muchachos, pues por la periferia hay flujo nutrido de carros. Por la edad de los niños, los descansos se convierten en el momento para salir a jugar fervorosamente, de una manera a veces brusca, pero al fin al cabo sana, pues las prácticas más comunes son el microfútbol para los niños y el voleibol para las niñas. El colegio y esta sede cuentan con el apoyo de instituciones como la universidad de Antioquia con la EBN, la Policía Comunitaria, COMFAMA,

¹¹ Como el colegio está recién construido, los niños salían a recreo en la placa polideportiva, puede haber algunos que decidan irse porque no quieren estar más en el colegio en ese día. Cabe aclarar es una minoría la que practica esto.

¹² Además del uniforme, la EBN les dio un morral, dentro del cual se encontraba una cartuchera con lápices, sacapuntas y borrador; unos ocho cuadernos y una caja de colores.

entre otras, que se hacen presentes para aportar su grano de arena a personas que realmente lo necesitan. Dentro del grupo de profesores que enseña allí, algunos conocen un poco más acerca del trabajo con niños vulnerables y de alto riesgo en diversos aspectos; hay algunos profesores más comprometidos con esta labor, otros tienen una proyección más conductista y rígida y pueden no ser los más apropiados para desenvolverse en éste tipo de contextos con niños que merecen un trato muy especial por sus condiciones actuales de vida.

8. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

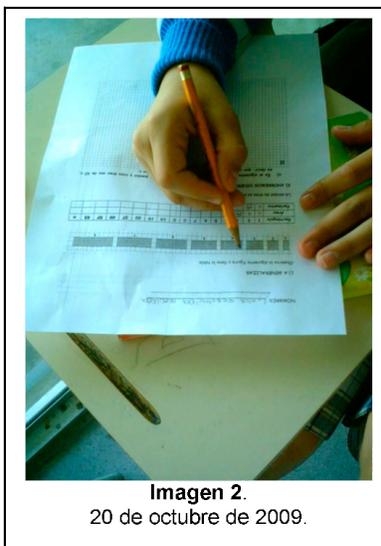
Reiteramos la idea de que nuestra propuesta fue desarrollada bajo una experiencia de aula, haciendo énfasis en qué propusieron los estudiantes para resolver las situaciones de medida que se les presentó.



La intervención se efectuó por medio de actividades orientadas por guías de trabajo en las cuales generalmente se pedía medir cierta longitud o superficie con las unidades dadas y luego se respondían preguntas que dieran cuenta del proceso y estrategias aplicadas. En una gran parte se hizo énfasis en los rectángulos. No hicimos trabajo específico con polígonos regulares o irregulares, más bien una combinación de ambos y atendiendo en algunas

guías que la unidad de medida encaje exactamente, y en otras que resulte una medida no entera.

Las guías están presentadas en un lenguaje sencillo, sin tecnicismos, pues ante todo quisimos, con las condiciones del contexto, facilitar su comprensión; además estaban apoyadas en la acción de medir con unidades de medida concretos donde se hacía necesaria en un primer término la replicación de las mismas y luego veríamos qué procedimientos utilizarían para simplificar los caminos para llegar a las respuestas de las preguntas presentadas.



En este orden de ideas, Godino *et al* (2004, p. 373), nos dicen:

“La enseñanza de la medición debe apoyarse en las ideas intuitivas de los alumnos y en sus experiencias informales de medición para ayudarles a comprender los atributos que se miden y lo que significa medir. El estudio de la medida en la escuela elemental requiere el uso de materiales concretos para que los niños comprendan los rasgos de los objetos que se miden y dominen los instrumentos correspondientes. Los profesores en formación deben, por tanto, familiarizarse con estos materiales e instrumentos.”



Imagen 3: Trabajo en grupo.
9 de junio de 2009.

Dentro de nuestro trabajo, se propusieron diferentes actividades donde los niños, para responder a diversas preguntas relacionadas con la medida, debían conseguir dichas medidas empíricamente; dicha consecución merecía de alguna forma un plan, que aquí llamamos estrategia, el procedimiento para llegar a la solución del problema no era rutinario, ya que en diferentes situaciones de medida se encuentran con varias dificultades de no inmediata superación.

Los niños en

determinadas situaciones trabajaban de manera individual o grupal, y su interés se evidenciaba en tanto que emprendían el camino para resolver lo que se les proponía en las guías, algunos había que motivárseles un poco más que a otros, pues el estado anímico de los estudiantes no siempre fue el mismo y el papel del docente en este caso es tratar de que por lo menos la mayoría se integre.

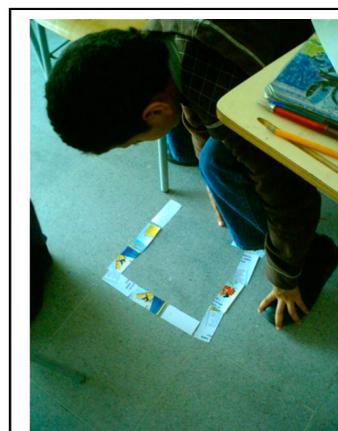


Imagen 4: Tanteando y pensando estrategias.
22 de septiembre de 2009.

No se pretendió en ningún momento que los niños aplicaran fórmulas o algoritmos de manera directa, pues esto podría entorpecer el acercamiento a los procesos de medir, debido a que el uso de éstas llevarían a que se encontrara una solución inmediata, y se quedaría en el mero hecho de encontrar un número, no se estaría haciendo énfasis en el procedimiento que muestre las dificultades, aciertos y estrategias por los cuales se tuvo que pasar para dar cuenta de un resultado, así mismo en caso de hacer uso de una fórmula, lo ideal sería que ésta fuera el resultado de una búsqueda de patrones de manera consciente.



Nuestro trabajo da cuenta de las diferentes soluciones¹³ que podrían surgir entre los participantes a los problemas planteados, los cuales eran abiertos, es decir, que daban la posibilidad de que los niños los solucionaran de diversas formas, permitiendo luego la validación de cualesquier estrategia. En el caso de nuestra experiencia muy a menudo se utilizaban diferentes unidades de medida para el trabajo de la longitud y la superficie, lo cual llevaría sin duda alguna a diferentes resultados, y era un ejercicio muy

interesante en tanto que se podría llevar a la confrontación del por qué a unos les daba más y por qué a otros, menos. La ventaja de esta propuesta estriba en que propicia la experiencia de hallar los datos y darse cuenta del margen de error que existe al conseguirlos, porque en la experimentación se concientiza de que la medida es aproximada.

¹³ Para nuestro caso, no elegimos analizar niños en particular, sino casos especiales -no siempre de los mismos niños- que ameritaban una exposición sobre las estrategias que plantearon al momento de desarrollar las actividades.

Para responder a una serie de preguntas sobre medidas es necesario tener unos datos, los cuales pueden ser dados por quien pregunta o hallados experimentalmente; el caso nuestro es el segundo, pues los niños debían hallar las medidas. Así, contrario a lo que suele usarse con los problemas o ejercicios de rutina, la riqueza de nuestro trabajo consistió en que el niño fue a medir y halló los datos, pues no le fueron dados.

Entonces, nuestra intervención se desarrolló en cuatro momentos, a saber:

Momento 1

Una aproximación al concepto de polígono como “*una figura plana limitada por rectas que forman una línea quebrada cerrada*” (Landaverde, s.f., p. 23). En este sentido, en las tres primeras guías, se procedió siguiendo esta definición de tal forma que por lo menos los estudiantes entendieran que se trata de una figura cerrada y sin curvas, además de las diferentes formas que pueden adoptar las figuras presentadas. Se trató pues, de que los niños identificaran diferentes polígonos con miras a sustraer de ellos las medidas perímetro y área, que se verían en los restantes momentos. Anexo 2, pp. 91-97.

Momento 2

La realización de tres guías enfocadas al concepto de perímetro y cuyo contenido era de ejercicios y problemas que, a partir del conteo, arrojaban datos para la resolución de los mismos. Básicamente se les proponía a los niños que, utilizando unidades de medida previamente fijadas por nosotros, hallaran cuántas veces están contenidas éstas en la línea que define la forma de la figura plana en cuestión, además se hizo énfasis en los polígonos irregulares. El espacio de resolución fue principalmente el piso del salón de clase, con la medición del borde las baldosas, esto con el fin de sacarlos de la rutina del cuaderno. Anexo 2, pp. 98-102.

Momento 3

Aproximación al concepto de área de diferentes polígonos a partir del conteo de las unidades de área que, en algún caso fueron figuras planas como círculos, triángulos y rectángulos. También entra en juego el cuadrado como unidad de área para resolver problemas en la guía. Medidas enteras y otras no enteras resultan de este momento, tras la medición de la superficie. También cabe resaltar que habrá algunas actividades que involucren perímetro y área simultáneamente. Anexo 2, pp. 103-108.

Momento 4

En los anteriores momentos las unidades han sido arbitrarias y en este momento se comienza¹⁴ a trabajar la unidad estandarizada conocida como metro y con la cual se elaboró un material en papel craf, con forma cuadrada y precisamente de lado 1m; dicho papel hace su entrada para medir la superficie del salón de clase y la placa, el perímetro de la terraza; todo esto con miras a resolver problemas prácticos. Cabe destacar también que el perímetro de la placa se midió también con los pies de los niños, configurándose así el uso de unidades antropométricas.

Algo muy importante en esta propuesta es que no se tomó de entrada el metro lineal o el metro cuadrado, porque es muy común que cuando nos hablen de medir se piense sólo en el sistema métrico decimal y el sistema internacional de medidas; por el contrario en este caso se inicia con una serie de unidades no estandarizadas, para luego hacer uso de unos patrones que son convenidos académicamente. Anexo 2, pp. 109-110.

A continuación viene una descripción de lo que los niños hicieron teniendo en cuenta las diferentes estrategias, o la manera como procedieron en el momento de hallar el perímetro o el área de figuras planas.

¹⁴ Los detalles de cómo se introdujo se encuentran en el análisis de la guía *Cubrimiento del salón* (p. 67).

9. ANÁLISIS

En el análisis de nuestra experiencia de aula lo más demandante es la reflexión sobre lo observado, escrito y vivido, a la luz de algunas explicaciones teóricas que sirven para dilucidar el rumbo que va tomando la respuesta a la pregunta. En dicho análisis fue necesario hacer una categorización, porque vimos pertinente relacionar lo que se llevó a cabo con lo que la teoría expone y esto enriqueció más el trabajo, de la misma manera nos permitió reflexionar y hacer un ejercicio crítico de los procesos escenificados en la experiencia.

De la intervención en el aula se toman datos con las evidencias que quedan en las guías de las actividades propuestas a los niños, además se cuenta con registros fotográficos y las observaciones que se hacían en el desarrollo de las mismas. Las guías que serán objeto de análisis fueron escogidas, en primer lugar, por las preguntas que contenían y que rescataban el hecho de describir cómo se hizo el procedimiento para responderlas, es decir, cuál o cuáles fueron las estrategias utilizadas para dar solución al problema; y en segundo lugar, de acuerdo a la claridad de las respuestas debido a que muchas evidencias, o no se entendía la letra o no se encontraba sentido a lo que decía.

Así, los insumos con lo que se contaron, emergieron tres categorías enfocadas en dos de los temas macro del proyecto: área y perímetro. Así, se tiene una primera categoría llamada "aproximación al perímetro", donde se recogen las evidencias de cómo resolvían los niños las preguntas donde hacía presencia la magnitud longitud. Una segunda categoría llamada "aproximación al área" y que análogamente como se hizo en la primera categoría, se buscaron las estrategias que los estudiantes utilizaron para dar solución a los que se les pedía. Y una tercera que relaciona las dos anteriores y que en consecuencia se dio en llamar "relación perímetro-área" y que tuvo por objeto centrarse en una guía donde se ponían en juego estos dos temas bajo el fenómeno de la conservación de la cantidad de magnitud.

El siguiente cuadro contiene los momentos y las guías que se aplicaron en cada uno y servirá en adelante para ubicar al lector cuando se hable específicamente alguna guía. El contenido de las guías se encuentran en anexo 2.

Momento	Guía
Reconocimiento de Polígonos	Rectas, triángulos y cuadriláteros
	Identificación de polígonos
	Clasificando polígonos
Acercamiento al perímetro	Hallando perímetros
	La estación de gasolina
	Experimentemos con perímetros
Acercamiento al área	Midamos el piso
	Experimentemos con áreas
	Áreas y Perímetros
Uso de unidades estandarizadas	Cubrimiento del salón
	Midamos grandes cosas
	Problemas

En todas las categorías aparecen tres grandes tópicos que permean las estrategias; ellos son el reconocimiento del tamaño de la unidad, la completación de la unidad de medida y el trabajo con la unidad de medida. Dichos tópicos constituyen la base sobre la cual se analiza y de esta manera llegar a las conclusiones del trabajo.

Cabe recordar que en cada guía se les daba a los niños unidades de medidas tangibles, elaboradas previamente en cartón, con las cuales tuvieron la oportunidad de hallar perímetro y área a diferentes figuras planas.

9.1 APROXIMACIÓN AL PERÍMETRO

Vamos a entender por *perímetro* la medida del borde de un polígono bajo una unidad, y que como tal, tiene una base que es la magnitud longitud, ésta a su vez se entiende informalmente como afirma Lovell (1986, p. 127) cuando dice que es aquella cualidad de *largura* o extensión del principio al fin o de un extremo a otro en el campo del espacio (ocupado), distinto a lo que es la distancia cuya base es el espacio vacío. En este sentido las medidas de longitud que han de hallar los chicos

no se refieren a distancias, pues entre otras cosas, la distancia también se entiende como la menor longitud que existe entre dos puntos; sino más bien, se han de centrar en recorridos por el borde de los polígonos presentados en cada guía que, como tales, estarán constituidos por líneas quebradas (nunca curvas).

En primera instancia, para aproximar a los niños al concepto de longitud, se dice que se debe comenzar por la comparación de cantidades de esta magnitud, mediante situaciones que los lleven al acto mismo de comparar; en este sentido Posada, *et al* (2006, p. 47) dicen al respecto que

“(…) los niños construyen el concepto de “longitud”, por abstracción, es decir, que requieren ser enfrentados a una serie de actividades con colecciones de objetos que posean esta característica. Dichas actividades deben ser más de comparación, de distintas cantidades; esto requiere seleccionar una cantidad representante de longitud (unidad), para determinar la medida de la longitud en términos de ella, es decir la medida con u de la cantidad.”

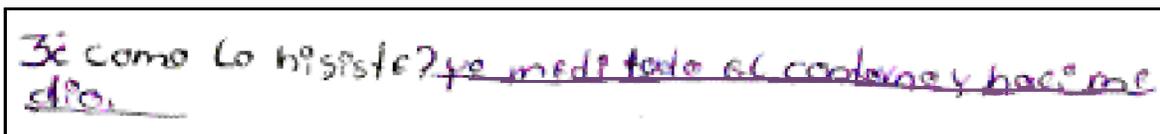
Varias de las actividades propuestas a los niños de sexto involucraron implícitamente la comparación, aunque es de anotar que éste no fue el énfasis pues como se ha dicho, se trabajó con unidades de medida establecida para dar solución a las situaciones y en las que se involucraba tácitamente la suma de cantidades.

A continuación expondremos entonces, las actividades que sirvieron como sostén en el momento de consolidar la aproximación al perímetro como una categoría.

En una guía llamada “**Hallando perímetros**” (p. 98) se entregaron varias tirillas rígidas de papel, las cuales eran divisores del lado de la baldosa cuadrada, y se pedía averiguar las veces que cabe la unidad dada en el borde de la baldosa y responder cómo lo hicieron.

La estrategia que se puso en juego de manera repetida en varios de los chicos consiste en la replicación de la unidad, y que podríamos llamar primaria en tanto que es de las más básicas aunque no por ello menos compleja para los niños de este grado. Se observó que los niños contaban de uno en uno, a medida que iban poniendo una unidad tras otra sobre el lado de la baldosa.

De varias respuestas mostramos una para corroborar lo dicho anteriormente.



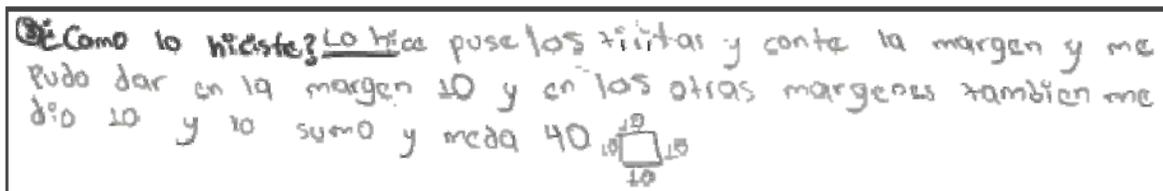
¿E como lo hiciste? yo medí todo el cuadrado y haciéndolo

Imagen 6: Replicación de la unidad de medida. Actividad 1 desarrollada el 28 de julio de 2009.

En síntesis, lo que acá se puede ver es que el niño no reconoce una de las propiedades del cuadrado, por lo tanto necesita ir poniendo y contando las veces que cabe la unidad de medida hasta que “da la vuelta” a toda la figura.

Para la misma actividad se presenta otro tipo de estrategia en la que varios niños miden un lado y luego lo suman cuatro veces, de alguna manera reconocen una de las propiedades del cuadrado pero no se evidencia un manejo de la estructura multiplicativa, se quedan en la suma.

Una respuesta a lo descrito anteriormente es la siguiente.



¿E como lo hiciste? Lo hice puse las tiritas y conte la margen y me pudo dar en la margen 10 y en las otras márgenes también me dio 10 y lo sumo y meda 40

Imagen 7: Adición. Actividad 1 desarrollada el 28 de julio de 2009.

El chico dice: “Lo hice puse las tiritas y conté la margen y me pudo dar en la margen 10 y en las otras márgenes también me dio 10 y lo sumo y meda 40”. El chico incluso hace su propio esquema donde muestra cómo lo hizo.

Otro tipo de respuesta es la de multiplicar por cuatro la medida de un lado, ésta la consideramos la más “avanzada”, debido a que no sólo se reconoce la propiedad del cuadrado sino que además se evidencia que hay una idea más madura de la estructura multiplicativa.

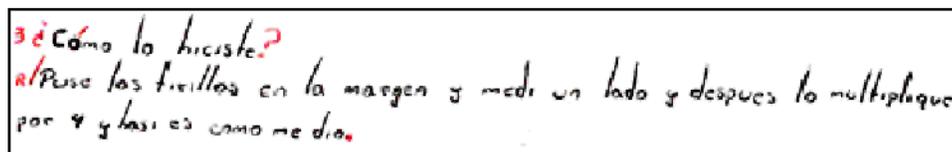


Imagen 8: Multiplicación. Actividad 1 desarrollada el 28 de julio de 2009.

En esta estrategia los niños hablan de que primero miden un lado y luego multiplican su medida por el número de lados pues reconocen que son iguales, y por eso se puede cuadruplicar la medida obtenida.

Mulligan y Mitchelmore, citados por Caballero (2005, p. 86) intentaron determinar el tipo de estrategias de cálculo que utilizaban niños de 7 a 8 años cuando resolvían problemas de multiplicación; dichos niños no habían recibido instrucción formal sobre la multiplicación. Según esta autora, estos investigadores identificaron tres modelos intuitivos de la multiplicación: conteo directo, adición repetida, y operación de multiplicar:

Conteo directo: Utilización de la habilidad de contar para representar correctamente un problema y dar la respuesta.

Adición repetida: Representación de grupos de tamaños iguales, es decir, secuencias de múltiplos.

Operación: Concepción de la multiplicación como una operación binaria, cuyo resultado representaba el número final de la secuencia de múltiplos.

Así,

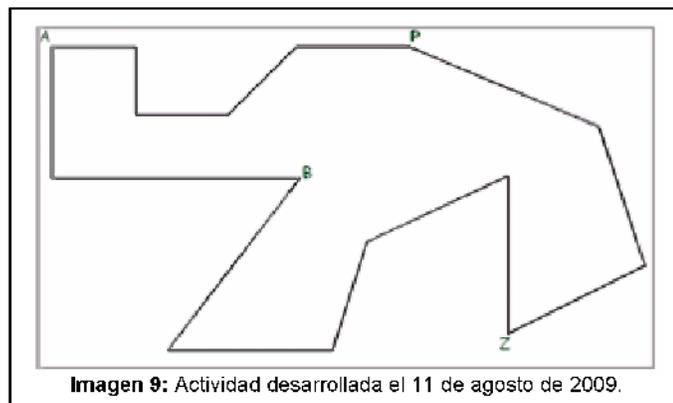
“Los datos indicaron que existía una progresión en los modelos utilizados por los estudiantes de 2º y 3º, que iban desde el conteo

directo pasando por la sustracción o adición repetida a las operaciones multiplicativas, así como en la eficacia para resolver los problemas.”
(Caballero, 2005, p. 86).

Según Fischbein y otros, citados por Orozco (s.f., p. 3), “*para resolver este tipo de problemas multiplicativos usando la suma, los niños utilizan modalidades diferenciadas de la llamada adición repetida*”. Esta adición repetida será de mismas unidades o de paquetes o grupos de unidades que en este caso será la medida de cada lado

Entonces, recogiendo de manera general las tres estrategias presentadas, podemos ver que se ponen en escena tres formas de llegar a la solución, según los modelos anteriormente reseñados: por *replicación de la unidad (Conteo directo)* por todo el borde de la baldosa, Por *suma o adición de lados (Adición repetida)* después de tener la medida de uno de ellos, y por *multiplicación (Operación)* por cuatro debido a que se reconoce que son iguales. Así, en síntesis, unos se quedan en el conteo, otros avanzan hacia la adición cuando reconocen que los lados son iguales, y otros cuadruplican la medida del lado del cuadrado. “*Por supuesto que en el origen de la operación multiplicativa está la operación aditiva, sin embargo, es necesario que los alumnos superen los procedimientos aditivos y aprendan a multiplicar.*” (Orozco, s.f., p. 2).

En la guía “**La estación de gasolina**” (p. 101), se plantea que Juan y Pedro se encuentran en la estación de gasolina ubicada en el punto A y cada uno tiene que llevar un galón de gasolina hasta el punto Z (ver imagen 9) y regresar a su lugar



inicial (el punto A). *Sobre el interior de la figura no se puede caminar; sólo se permite hacerlo por su borde.*

En esta actividad hay un momento en el que Pedro dice que si él hace el recorrido pasando por B, le toca caminar menos que si lo hace por el punto P, pues el recorrido es más corto. De acá se pregunta ¿Le darías la razón a Pedro? Demuestra la falsedad o veracidad de la afirmación. Para responder a las preguntas, a unos grupos se les entregó un palito de cartón de 3cm y a otros de 2cm de longitud.

A continuación presentamos dos procedimientos que los niños tuvieron en cuenta para dar o no la razón a Pedro:

1) *Si la unidad no cabe más en el lado entonces rayo eso que falta.*

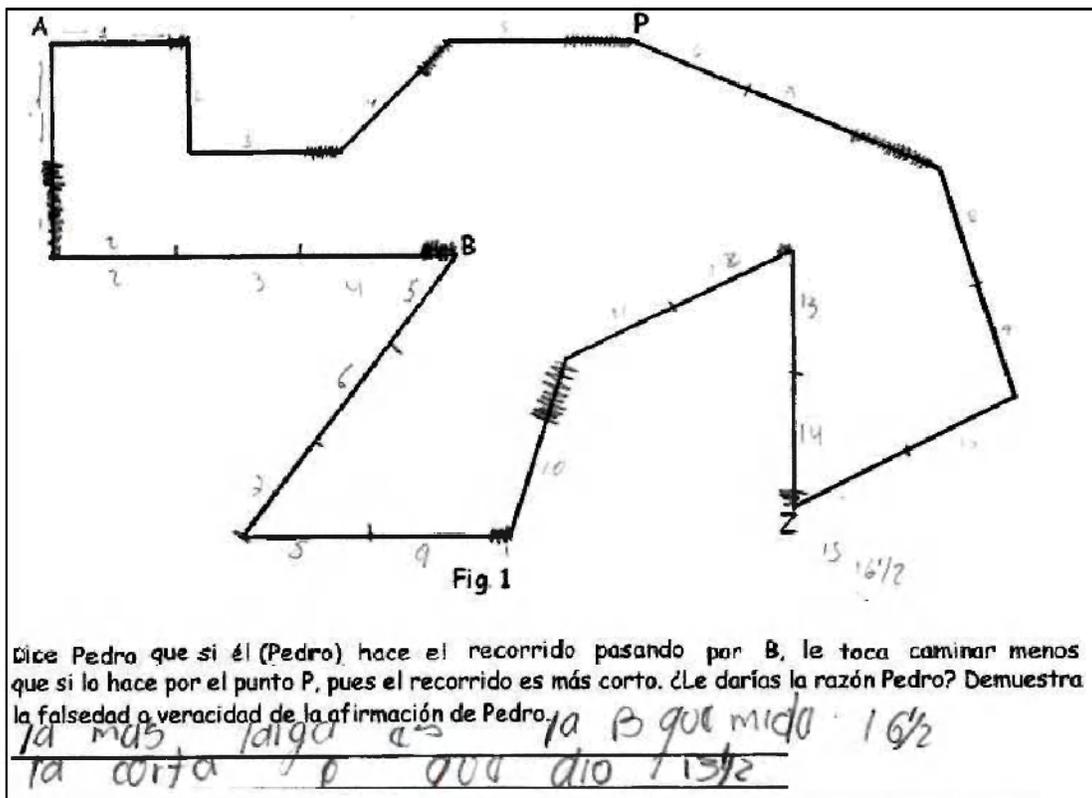


Imagen 10: Niño 1: Composición de la unidad con rayas. Actividad desarrollada el 11 de Agosto de 2009.

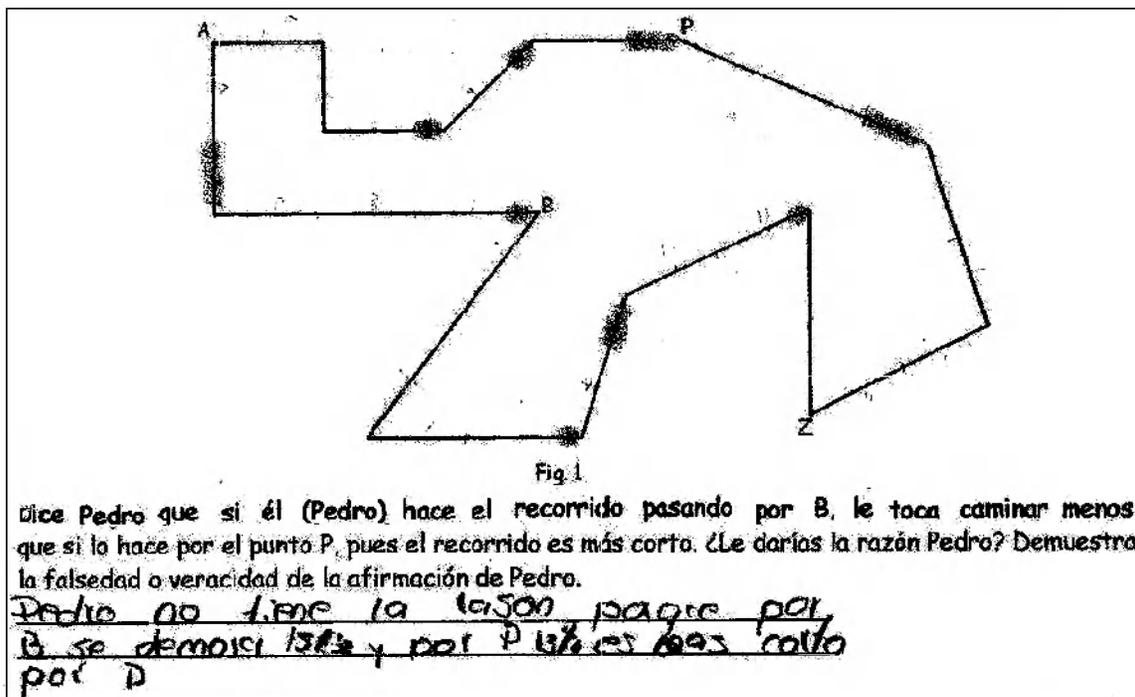


Imagen 11: Niño 2. Composición de la unidad con rayas. Actividad desarrollada el 11 de Agosto de 2009.

En las imágenes 10 y 11 podemos ver dos estrategias donde los niños tratan de llegar a la respuesta por un camino similar; lo primero que hacen es contar las veces que cabe totalmente la unidad en cada segmento de la figura; cuando la unidad no cabe, los niños rayan el segmento restante; luego de esto, repiten el procedimiento desde el siguiente vértice y vuelven a rayar; y así lo hacen sucesivamente hasta llegar a Z.

El niño 1 va llevando la cuenta de uno en uno al pasar por B y P respectivamente y pone los números, luego donde la unidad no cabe exactamente raya y se observa que uno estos segmentos para formar una nueva unidad, así le da que por B es $16\frac{1}{2}$ y por P $13\frac{1}{2}$ contando las unidades enteras. El niño 2, dice que pasando por B se "demora" $15\frac{1}{2}$ y si lo hace por P dice que es más corto porque le da $13\frac{1}{4}$, con lo cual concluye que "Pedro no tiene la razón".

Los resultados de los tres ejemplos no son los mismos, pues se debe tener en cuenta que a cada niño se le hizo entrega de dos unidades, una más larga que la otra.

En la guía “**Experimentemos con perímetros**” (p. 99), se pide medir el borde de tres polígonos con dos unidades diferentes (ver imagen 8), luego se debe comparar las medidas obtenidas con cada unidad y en cada figura (puntos 1 y 2) y concluir algo sobre las mismas en el punto 3.

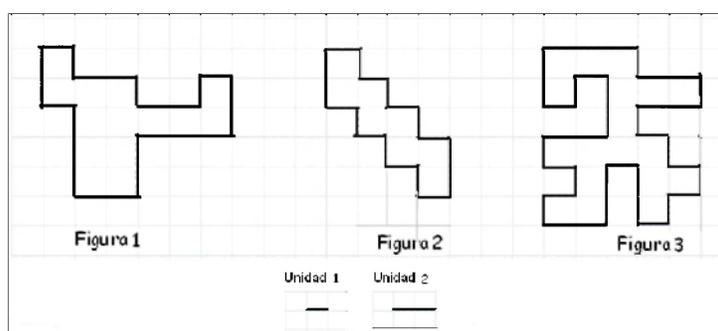


Imagen 13: Actividad 2 desarrollada el 25 agosto de 2009

A continuación se muestra una evidencia.

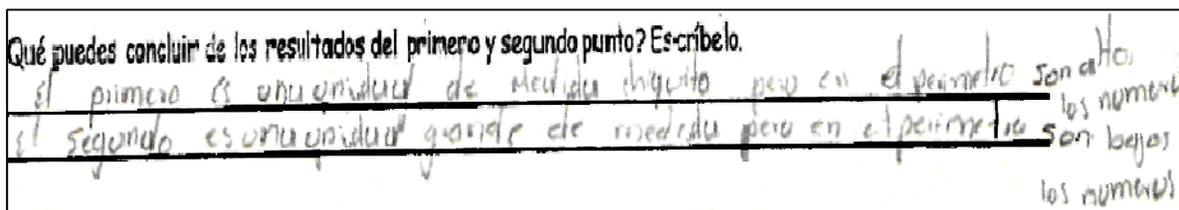


Imagen 14: Reconocimiento del tamaño de la unidad. Actividad 2 desarrollada el 25 agosto de 2009

*“Que el primero es una unidad de medida chiquito pero en el perímetro son altos los números”
 “Que el segundo es una unidad grande de medida pero en el perímetro son bajos los números”*

Un rasgo interesante e importante para percatarse de la evolución del niño sobre el acto de medir es que reconozca que si bien dicho acto está constituido por la replicación de la unidad de medida, también se presenta una consecuencia necesaria de esto, y que consiste en que a menor cantidad de magnitud de la unidad utilizada, mayor será la medida. Al respecto Dickson *et al* (1991, p. 97), dicen

“(…), otros de los aspectos cruciales en el desarrollo de las nociones asociadas al proceso de medida estriba en la comprensión de la relación entre el tamaño de la unidad y el número necesario para medir una cantidad dada; esto es, cuanto menor sea la unidad de medida, tantas más veces será preciso repetirla.”

Algo muy curioso ocurrió con tres niños que habían utilizado la unidad 2 para hallar el perímetro de la primera figura, pero se les estaba pidiendo que usaran la unidad 1; ante esto se les interrogó cómo resolver la situación y dijeron: *“tenemos que sumar este resultado dos veces, porque la unidad más grande es dos veces la pequeña” y por tanto da más grande el resultado.*

A continuación vamos a abordar la guía que dará el cierre a ésta categoría, la cual lleva por nombre **“Midamos grandes cosas”**¹⁵ (p. 109). En dicha guía se pretendió observar las estrategias que los niños utilizan en el hallazgo del perímetro de grandes cantidades de magnitud¹⁶. En la cancha se pidió hallar el perímetro con la medida del pie de los niños y en la terraza se pide hallar el perímetro con la cinta métrica (sin calibrar) de un metro de longitud.

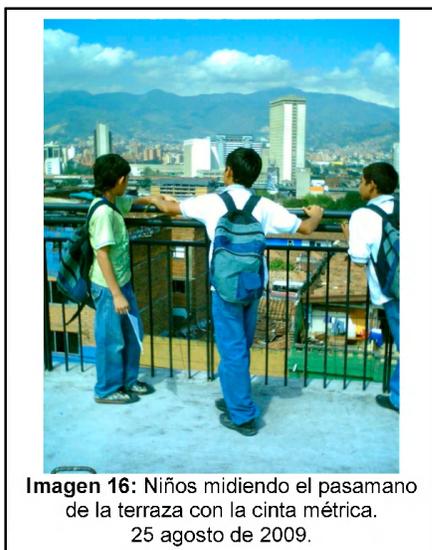
En relación al perímetro de la cancha se les pidió a varios niños decirnos cómo lo hallarían. Surgieron varias ideas, como la de un niño que nos dijo *“Voy a recorrer toda la parte amarilla de la cancha y multiplico la cantidad de pies que cabe por la cantidad de*



¹⁵ Se les fue dando las indicaciones, y al cabo de la actividad se hizo la socialización. En hojas en blanco los niños escribieron cómo hallaron el perímetro de la terraza y la cancha y el área de ésta última.

¹⁶ Con esto nos referimos a grandes cantidades para los niños como placa polideportiva y la terraza, pues éstos nuevos referentes son de una extensión más amplia comparada con la que ellos se habían enfrentado, como las baldosas del salón y la misma extensión del piso del salón.

centímetros del pie, o sea 25cm". (Ver imagen 15). Se le acompañó en el recorrido, y lo que recogió fue 130 pies de largo y de ancho 64 pies, luego sumó estos resultados y los multiplicó por dos pues él identificó que los lados opuestos debían medir igual por ser un rectángulo y el total fue de 388 pies y al multiplicarlos por 25cm le dio 9700cm, "lo que equivale a 97 metros", según dijo.



En la actividad donde se le pedía hallar el perímetro de la terraza los niños fueron organizados en grupos de a tres o cuatro y a cada grupo se le entregaron tres cintas métricas no calibradas (sin centímetros) de un metro de longitud y aprovecharon la ventaja que suponía el pasamanos que bordeaba dicha terraza para medirlo en vez de agacharse para hacerlo en el piso. En dicha terraza hay una puerta que no tiene pasamanos, pero hay que tenerla en cuenta de todas formas para hallar el perímetro de la terraza.

Algunos niños utilizaron una estrategia muy segura y precisa, la cual consistía en poner la cinta métrica y marcar el punto con un número correspondiente a la cantidad de cintas que fuera poniendo; otros hacían prácticamente lo mismo pero no marcaban con números, sino con rayitas y otros marcaban con saliva. En el momento de pasar por los vértices, los niños no encontraron problemas, ya que la cinta métrica era flexible y se podría doblar, entonces no se tenía que fragmentar la unidad. Todos los equipos fueron consientes de empezar y terminar en el mismo



punto. Cada grupo empezó donde lo consideró conveniente. Algunos de ellos no fueron muy precisos ya que no le prestaron atención al momento de medir y obviaron espacios entre cinta y cinta, alterando así el resultado.

9.2 'APROXIMACIÓN' AL ÁREA

Entenderemos por *área* como la medida de una cantidad de superficie o extensión bajo una unidad. Así, cuando se hable de hallar el área de la baldosa del salón o de la cancha, se entenderá que se trata de encontrar dicha medida con una unidad dada. Dicha unidad, al reproducirla por toda la extensión a medir, supone visualmente un recubrimiento; este recubrimiento, según Posada *et al* (2006, p. 63), constituye una primera aproximación al concepto de área, para luego dar paso a la idea de que dicha aproximación es un medio conveniente para expresar el tamaño de una región, en otras palabras para expresar el número de unidades requeridas para cubrir la región en cuestión.

Estos autores entienden el área como una magnitud, sin embargo no creemos que sea óbice tenerlos en cuenta cuando señalan, al respecto de cómo debe ser una aproximación al área:

“El proceso de la enseñanza de la magnitud área involucra una serie de conceptos y procedimientos previos para su aritmetización; su comprensión implica que en un primer lugar se realicen una serie de trabajos o actividades prácticas de medición, donde el estudiante pueda observar las múltiples aplicaciones que tiene ésta en la cotidianidad y además que se representen una serie de situaciones donde su uso resulte imprescindible para la solución de problemas prácticos.” (Posada *et al*, 2006, p. 65).

Y es precisamente esta aproximación al área la que hemos implementado en nuestro proyecto y que a continuación exponemos bajo la presentación de actividades donde se recubrieron diversos objetos.

En la guía “**Midamos el piso**” (p. 103), se hizo un trabajo a partir del cubrimiento de las baldosas del salón con diferentes polígonos de papel, recortados previamente, como el hexágono de lado 3cm, triángulos equiláteros de 3cm y 10cm de lado, círculos de radio 3cm y 5cm, rectángulos de dimensiones 6cm por 5cm. Estas medidas no se dieron a conocer en ningún momento, el objetivo fue utilizar todos estos polígonos como unidades de medida de tal forma que se evidenciara la facilidad que presenta el cuadrado si se le compara con el resto de unidades, en el momento de medir una superficie.

En la primera actividad se pide averiguar las veces que cabe el polígono dado en la baldosa y explicar cómo lo averiguó, además de juzgar si dicho polígono puede cubrir totalmente dicha baldosa.

A los siguientes grupos les correspondió medir con los círculos.

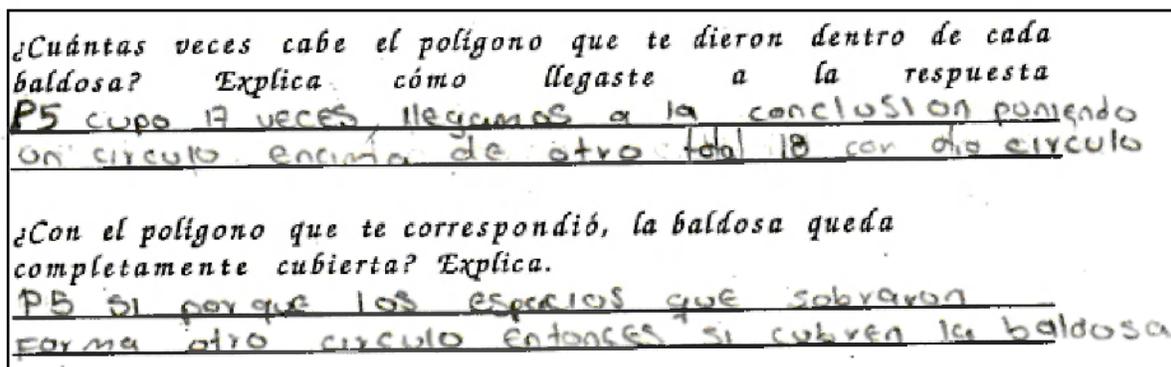


Imagen 18: Actividad 1a y 1b. 22 de septiembre de 2009.

“P5” significa “polígono 5”, y es un código que nos permitió reconocer las características del polígono al momento de recoger los datos. En este caso es un círculo de radio 5cm (imagen 18).

Se evidencia que recurren a la completación de la unidad a través del conteo. Ciertamente el círculo exige un ejercicio de aproximación que amerita mayor conocimiento cuando de fragmentarlo se trata¹⁷. Estas chicas dicen que lo hicieron

¹⁷ La intención de esta guía fue principalmente hacer hincapié en lo poco práctico que resulta medir superficies con figuras curvas como el círculo.

“poniendo un círculo encima de otro”, tal como se muestra en las imágenes 18 y 19. Se rescata de esta de la imagen 19, que tiene algún sentido el hecho de que les haya dado 17 unidades, pues superponer de esta forma implica una adición sucesiva de partes de círculo en la que no es fácil precisar qué tan alejado se está de una medida aproximada.



La segunda pregunta, del anterior caso contradice la del siguiente, en lo que respecta a si el círculo cubre totalmente el objeto a medir. Estos chicos, que tuvieron en sus manos un círculo de radio 3cm, afirman que no se puede cubrir completamente la baldosa “porque faltan espacios por rellenar”. (Imagen 20).

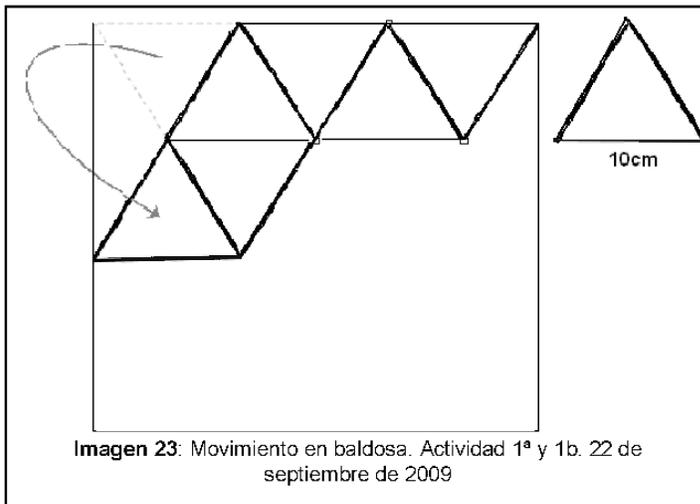
¿Cuántas veces cabe el polígono que te dieron dentro de cada baldosa? Explica cómo llegaste a la respuesta
 Cabe 8 círculos aproximadamente pusimos
 6 círculos pero sobraba espacios y los rellenamos con
 pedazos de círculo y rellenamos la baldosa.
 ¿Con el polígono que te correspondió, la baldosa queda
 completamente cubierta? Explica.
 No porque le faltaron pedazos en
 rellenar.

Imagen 20: Actividad 1a y 1b. 22 de septiembre de 2009.

Muy probablemente la causa de la contradicción entre la segunda respuesta de las imágenes 18 y 20, reside en la elaboración de la pregunta, pues no es claro en qué sentido hay que cubrir la baldosa. Según dichas respuestas, las chicas de la imagen 19 no suponen que los pedazos de círculo que quedan sobre otros no cuentan al momento de hallar la medida requerida; Por otro lado, los niños de las imágenes 20 y 21 dicen que “cabe ocho círculos” y es porque



Imagen 21: Actividad 1a y 1b: Niños con círculos de radio 3cm. 22 de septiembre de 2009.



ocho círculos les dimos; de esto se desprende que supusieron que hasta ahí llegaba la actividad y por eso afirman que no se puede llenar rellenar la baldosa. Aunque cabe destacar que sí se pusieron a rayar o pintar la baldosa y luego a cubrirla con círculos doblados, pero siempre con los mismos

ocho círculos, y así es evidente que “faltaron pedazos en rellenar”.

También, en relación con la completación de unidad de medida, nos encontramos con un chico a quien le correspondió seis triángulos equiláteros de lado 5 cm. Comenzó pensando cómo hacer para que esos triángulos entregados cubrieran toda la baldosa (ver imagen 22) y tomó una primera fila y como lo vimos estancado, se le mostró la forma de coger una que ya se había utilizado, es decir, se le dio otras unidades que ya habían sido utilizadas por otro grupo para seguir recubriendo. Entonces le preguntamos cómo hacer para terminar de cubrir la baldosa, a lo que respondió: *“en los bordes cabe la mitad y más otras mitades puede llegarse a tapar todo.”* (Ver imagen 23).



La estrategia consistió, pues, no en mirar cómo defenderse con seis unidades, sino en que, visiblemente, las partes laterales de la baldosa tenían cierta forma que al juntarlas formaban una unidad más; es decir, que una vez más la estrategia de completar la unidad hace su aparición.

El siguiente es un caso donde se utiliza un cuadrado de lado 10cm:

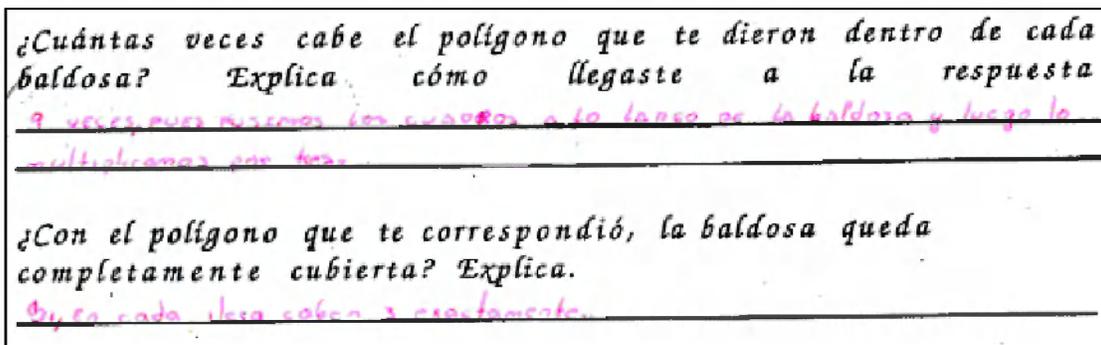


Imagen 24: Multiplicación por 3. Actividad 1a y 1b. 22 de septiembre de 2009.

Se evidencia una estrategia donde se hace presente cierta estructura multiplicativa en tanto disponen tres cuadrados en fila y luego piensan que esta fila se reproduce en el resto de la superficie de la baldosa en tres veces y por eso dicen que “multiplicamos por tres”.

El siguiente grupo que dispuso del rectángulo de 6*5 centímetros:

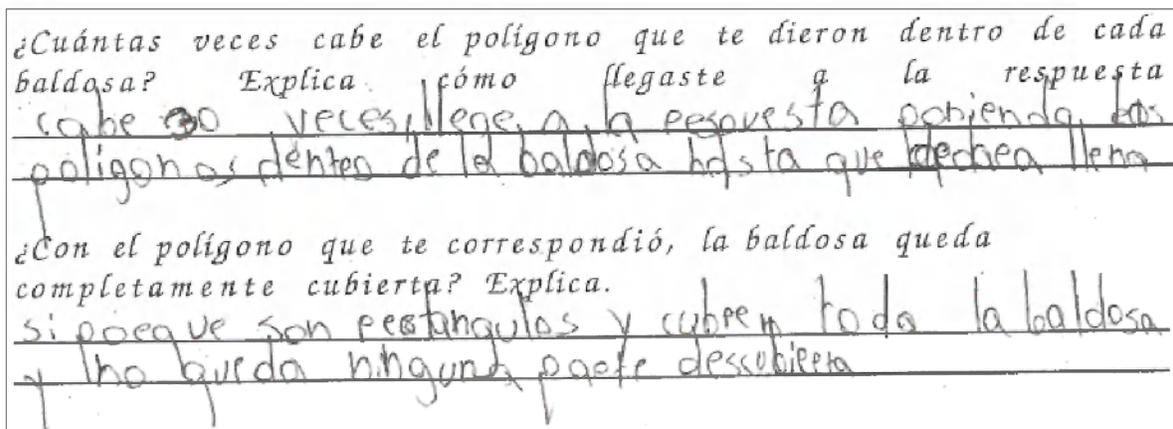


Imagen 25: Replicación. Actividad 1a y 1b. 22 de septiembre de 2009.

La imagen 25 muestra un ejemplo de replicación de la unidad, siendo otra estrategia no menos importante que la de la imagen 24.

Quisimos saber qué hacían los niños al preguntárseles por el área de varias baldosas y eso se hizo en la segunda actividad. Las respuestas más representativas son las siguientes:

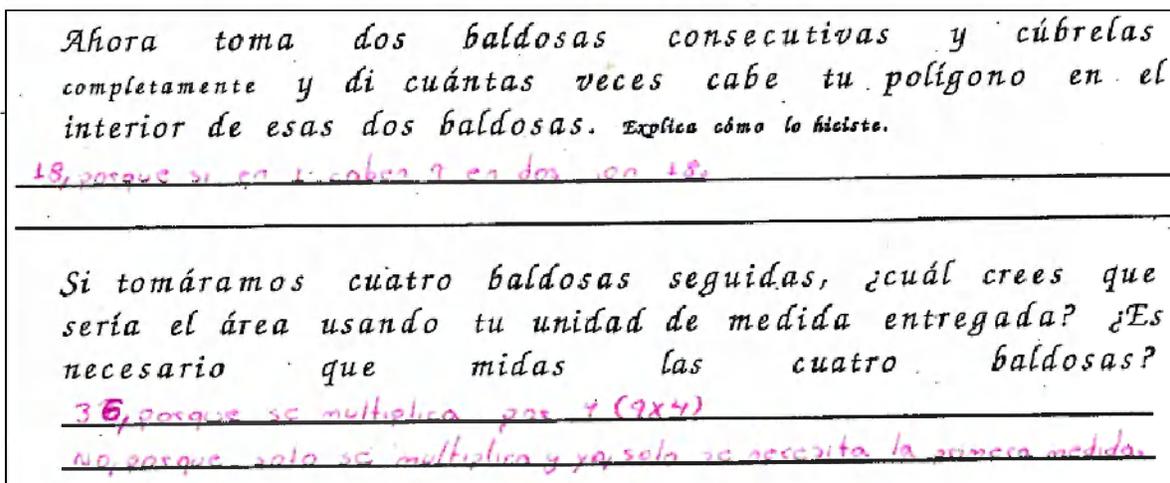


Imagen 26: Multiplicación por 4. Actividad 2a y 2c. 22 de septiembre de 2009.

En la imagen 26 se muestra una estrategia consistente en multiplicar la primera medida por cuatro en tanto el área de una baldosa es 9 según el niño que escribe.

Para la misma actividad, que conduce a sumar, lo podemos ver en la imagen 27:

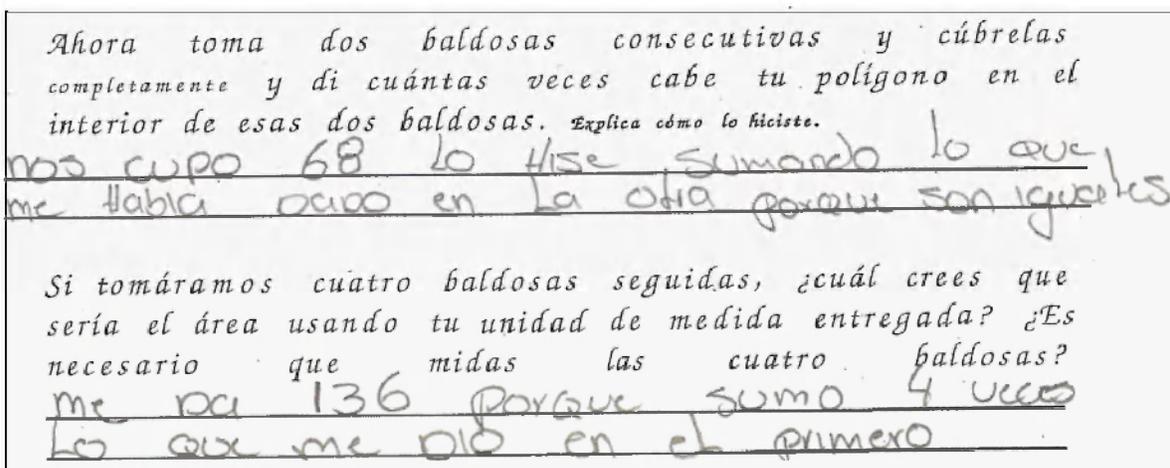


Imagen 27: Adición de medidas de lados. Actividad 2a y 2c. 22 de septiembre de 2009.

Se observa entonces, según la imagen 27, que hubo niños que no vieron más que sumar el área de una baldosa con el área de otra. Es importante tener en cuenta que multiplicación no se hace explícita pues el niño habla de “sumo 4 veces” y no “multiplico por 4”.

Por último, un ejemplo donde se observó que el grupo cubría y recubría las baldosas unidad por unidad. Una estrategia básica y no por eso menos compleja:

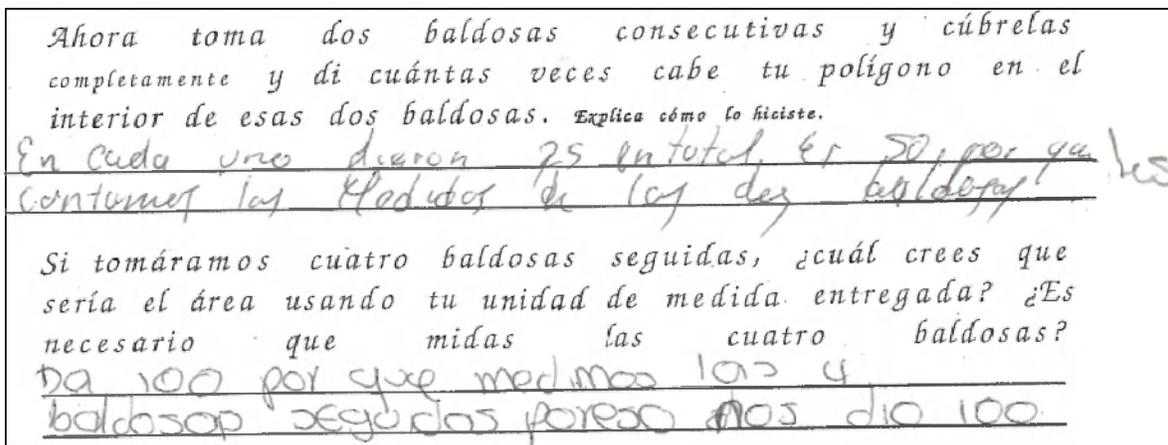


Imagen 28: Conteo uno por uno. Actividad 2a y 2c. 22 de septiembre de 2009.

Así, la replicación de la unidad o conteo sucesivo hace su aparición una vez más como muestra imagen 28, donde se muestra que contaron “las dos medidas” como si con una no tuvieran; y así, volvieron a contar en la otra y dicen que “en cada uno dieron 25” y “en total 50”; es cierto que de alguna forma aparece la suma por algún lado, pero en este caso lo importante es destacar que parece que no se dan cuenta, a simple vista, que las baldosas tienen la misma extensión y que eso implica necesariamente el evitarse contar otra vez; esto se confirma en la tercera pregunta cuando hablan de medir “las 4 baldosas seguidas”, pues en la observación procedieron con dicha replicación.

En la guía “**Experimentemos con áreas**” (p. 104), se indagó si los niños identificaban la implicación que tiene el tamaño de la unidad de área en el área total del polígono. Así, se les preguntó por la cantidad de veces que cabe la unidad 1 y la unidad 2 (ver Imagen 29) para luego concluir algo sobre las medidas con dichas unidades.

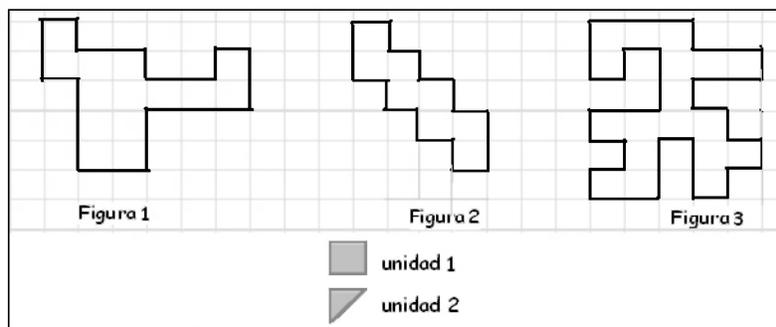


Imagen 29: Actividad desarrollada el 28 de septiembre de 2009.

Ante la pregunta de si aumenta o disminuye el resultado si se mide con la unidad 1 a si se mide con la unidad 2, la respuesta es bastante recurrente.

Dijeron algunos “*la respuesta es el doble de la anterior*”, otros contaban de nuevo hasta llegar a la solución, todos independientemente de la forma como lo hicieran, llegaron a la solución correcta. Ellos se daban cuenta de que el nuevo resultado aumentaba pues afirmaron “*Claro, es que éste es la mitad del anterior*”. A continuación una de las respuestas:

3. ¿Aumenta o disminuye el resultado? aumenta porque se multiplica por dos
 4. Si aumenta o disminuye explica por qué crees que sucede esto: porque cada triángulo es la mitad de cada cuadro

Imagen 30: Reconocimiento de tamaño de la unidad. Actividad 1a y 1b. 28 de septiembre de 2009.

En la actividad 2 de la misma guía se les presentaba a los niños la imagen 31¹⁸ y una unidad de medida para que le hallaran el área.

Se les hizo dos preguntas claves, la primera era según el cuadrado U ¿Qué área tiene la figura? Y la segunda era ¿cómo lo hiciste? Aquí es donde se entra a ver qué estrategias usarían para dar respuesta a la situación.

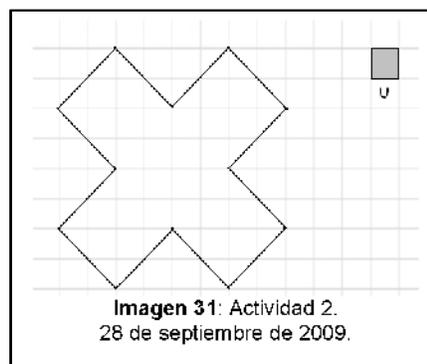


Imagen 31: Actividad 2.
28 de septiembre de 2009.

¹⁸ Tomado de Posada *et al* (2006, p. 67).

A continuación mostraremos dos ejemplos de respuesta que muestran cierta consistencia en lo que se dijo anteriormente, es decir, completar unidades con los triángulos que aparecen en las zonas más “exteriores” de la figura.

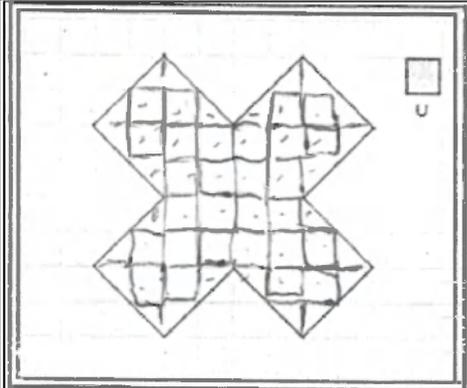
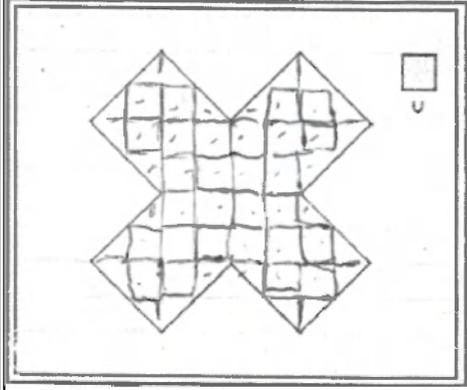
	<p>ACTIVIDAD # 2</p> <p>Según el cuadrado U ¿Qué área tiene la siguiente figura? <u>40</u></p> <hr/> <p>¿Cómo lo hiciste? <u>yo la hice atiendo</u> <u>cuadros y luego los conte y los que</u> <u>me sobraron los uni y tambien los</u> <u>conte</u></p>
	<p>ACTIVIDAD # 2</p> <p>Según el cuadrado U ¿Qué área tiene la siguiente figura? <u>la</u> <u>figura tiene 40</u></p> <hr/> <p>¿Cómo lo hiciste? <u>Porque 2 triangulos</u> <u>forman un cuadrado y</u> <u>contamos todos triangulos</u> <u>y cuadrados y dan 40</u></p>

Imagen 32: Composición de la unidad. Actividad del 28 de septiembre de 2009.

Lo retador de la figura de la imagen 31, es que no siempre el niño se iba a encontrar con la unidad, la cual era un cuadro de la cuadrícula, sino que en algunas partes de ella aparecían triángulos que al unir dos de ellos se conforma una nueva unidad. Este procedimiento es llamado exhaustión de unidades.

Según Olmo *et al* (1993, p. 19), citando a Freudenthal, hay tres formas de aproximarse al área: *Repartir* equitativamente, Comparar y reproducir, y medir. Ésta última incluye situaciones en las que la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar. La realización de esta aproximación puede efectuarse de varias formas, una de ellas

“por exhaustión con unidades. Es decir, rellenando el interior de la superficie a medir con unidades (de superficie) colocadas unas junto a otras y no superpuestas, y en aquellas partes de la superficie donde no quepan se recurre a rellenar con unidades más pequeñas.”

Dicha exhaustión es la realizada con la figura con forma de “x” presentada más arriba y donde se nota una recurrencia por unir los triángulos ubicados en los vértices de la misma, de tal forma que se generan nuevos cuadrados unidad para luego sumarlos a los que vienen completos en la figura.”

Siguiendo con el análisis de otra actividad, esta vez de la guía denominada **“Cubrimiento del salón”**¹⁹, se hizo una presentación del material con el cual se iba a medir, consistió en 14 pliegos de papel craf²⁰ cuadrados de lado un metro, luego se les dijo que entre todos hallaran el área del salón. Debido a que sólo contamos con registros fotográficos, expondremos descriptivamente esta experiencia tal cual la vivimos y expusimos en el diario pedagógico del 29 de octubre de 2009.

Al momento de empezar se les pregunta a los niños ¿Qué es un metro?, y uno responde *“son cien centímetros”*; otro dice que *“es para medir”*, y otro *“una cosa con la que mide mi mamá”*. Luego se les preguntó por la forma del pliego, a lo cual dicen casi al unísono que *“es cuadrado”*. Se les interrogó sobre cuánto mide el lado, a lo cual unos responden que *“un metro”*²¹, y entonces



¹⁹ No contó con guía escrita, sino con una instrucción.

²⁰ Este material se dejó en la en la institución para que sean utilizados posteriormente por otros profesores en el trato del perímetro y el área o para cualquier otra actividad.

²¹ Estamos parados frente a más de veinte niños y uno de nosotros sostiene un pliego cuadrado de lado metro y ante la respuesta de varios niños, podríamos decir que estiman, pues visualmente, a unos tres metros de dicho pliego, coinciden en afirmar que el lado es de un metro de longitud.

preguntamos ¿Qué es un metro cuadrado? a lo que algunos responde algo muy curioso: “cuatrocientos centímetros, porque tiene cuadrados lados”. Esta respuesta aparenta ser bastante lógica con lo que los niños ven y piensan, que ninguno se mostró en desacuerdo; es como si estuvieran asociaran solo una dimensión de la realidad. Luego de esto se les explicó que eso que veían es lo que llaman un metro cuadrado y toda esa superficie se llama metro cuadrado porque es un cuadrado de lado un metro.



Pues bien, se les dijo una vez más para qué sirve un metro cuadrado además se les mencionó múltiples espacios de la vida en los que se puede utilizar, todo esto con el objeto de hacer un buen protocolo y que ellos lograran identificar la vasta utilización del mismo; una vez hecho esto se les dijo que el objetivo de la clase era hallar el área del salón; no se presentó ningún caso en el cual se hayan puesto a hallar el perímetro del aula, ya los niños sabían a qué nos referíamos al mencionar la palabra área, es más, en la jerga de ellos “el área es lo de adentro” y el perímetro lo designaban como “el borde o frontera”.

Les dijimos: “niños, acá están los metros cuadrados. Ahora, sabiendo que entre todos tiene que hallar el área del salón con esos pliegos, miren qué estrategias van a emplear para averiguar el dato requerido.” Entonces ellos empezaron a trabajar en el asunto, unos comenzaron cubriendo por un lado, otros por otro y lo que esperábamos era que se pusieran de



acuerdo pues cada quien por su lado solo haría complicar la tarea; hasta que una

niña comenzó a liderar la actividad (imagen 35), estuvo al tanto para que no se dañaran los pliegos y contagió al resto de niños que no querían hacer nada a que participaran; ella se encargó de ir corriendo los metros junto con tres chicas, estas niñas iban llevando la cuenta de las veces que llevaban cubriendo el piso cuando iban poniendo los pliegos en la superficie del salón.

La estrategia que realizaron los niños consistió en que iban acomodando los metros cuadrados en filas empezando en un extremo del salón hasta llegar al otro lado, por ciertas características del aula en algún momento no iba a ser posible poner un pliego extendido completamente, pues además de que el salón no tenía un piso cuadrado, tampoco sus medidas en metros eran exactas, entonces algunos niños tomaron el pliego y lo doblaron a la mitad (ver imagen 36) para formar rectángulos, luego afirmaban que “*si se unen dos pedazos de estos forman un cuadrado*”, en este instante no termina el reto para ellos, pues llegaron a un espacio donde ya no cabía ni el metro cuadrado ni la mitad de éste y se necesitaba de una parte o unidad más pequeña para poder terminar de recorrer el



Imagen 36: Descomposición de la unidad por mitades.
Actividad del 29 de septiembre de 2009.

piso totalmente, entonces se les preguntaba sobre qué hacer y al cabo de unos segundos un grupo de niños dijo que lo iban a dividir en cuartos y que así lograrían hallar toda el área y eligieron un líder para que lo hiciera, además afirmaron que si unían cuatro pedazos de éstos lograrían obtener un metro más y lo corroboraban comparando estos pedazos con el cuadrado original (ver imagen 37).



Imagen 37: Descomposición de la unidad por cuartos.
Actividad del 29 de septiembre de 2009.

Es claro que según la manipulación que le dan los niños a las unidades utilizadas les dé una aproximación de la medida, pero antes que esto, ellos están mostrando la idea que tienen para identificar un medio o un cuarto de la unidad establecida. El área les dio 64m^2 aproximadamente, fue un trabajo que ellos mismos hicieron de manera libre y empírica.

En esta hora también aprovechamos para ver que un niño se dedicó libremente a hallar el área de los dos tableros y le dio seis cuadrados enteros y en la parte inferior quedaba un espacio por cubrir y luego tapó con cuartos de cuadrado, no cuadrados sino rectangulares (Imagen 38).



Cabe destacar que, si bien la actividad fue estrictamente sobre el área, a un grupo de niños se les ocurrió hallar el perímetro del salón sin recurrir directamente a los pliegos, sino que recordaron cuántas veces cupo el pliego en un lado del salón y luego recordaron cómo había sido en un lado adyacente y con eso tuvieron para saber que (aproximadamente) el perímetro de dicho salón es de 32 metros.

La socialización se iba haciendo de manera simultánea ya que todos podíamos ir viendo cómo era que se estaba haciendo. Así, en el momento de estar acabándose de medir la superficie y que ya no cabían pliegos enteros, se preguntaban qué

hacer, y uno de los niños propuso doblar y fue y dobló mientras los otros miraban. También, en un comienzo los niños se separaron en grupos y cada cual hacía lo que creía hasta que les propusimos unirse desde un solo lado para, desde ahí, avanzar hasta el opuesto. Cabe destacar también que la anterior actividad es de aquellas que se denominan *de pavimentado* y según Olmo *et al* (1993, p. 66), éstas *“son muy aconsejables y facilitarán, posteriormente, las tareas de aritmetización”*.

A modo de conclusión, podemos decir que se notó mucha motivación por parte del grupo, y sobre todo que algunos niños han logrado ir formando una idea un tanto sólida sobre este tema del área de polígonos. Es importante anotar también que se evidencia una vez más la medición por exhaustión con las unidades tal y como ocurrió con el polígono en forma de “X”.

Nuevamente hemos de introducirnos en la guía **“Midamos grandes cosas”** (p. 109), esta vez en la segunda actividad, donde se les pidió hallar el área de la cancha de microfútbol, limitada por la línea amarilla, con los pliegos cuadrados de lado 1m. Les observaríamos sus procedimientos y de eso recogimos algunos registros fotográficos. Entonces les dijimos a los niños que se formaran en grupos de a cuatro, luego se les dijo que ya habíamos hecho una actividad en el salón con el metro cuadrado y que esta vez lo íbamos a hacer teniendo como referente la cancha de microfútbol de la institución. Como sólo se contaba con catorce pliegos, hubo equipos que se unieron para facilitar la estrategia que habrían de emplear. Así, la imagen 44 muestra en un primer término la expresión “8 cuadrados”, queriendo decir con ello que ese equipo dispuso de esa cantidad de cuadrados. Luego de la observación y la socialización hemos de mostrar la estrategia que usaron tres grupos para obtener la medida de la superficie limitada por la línea amarilla de la placa polideportiva del colegio:

Grupo 1: Desprecian una fragmento de losa al afirmar que en cada una caben 6 pliegos (exactamente) y luego suponen que se trata de medir toda la placa, cuando

sólo se trata de la cancha de microfútbol, que no es toda la extensión de la placa, y por eso afirman que hay que multiplicar por ochenta.

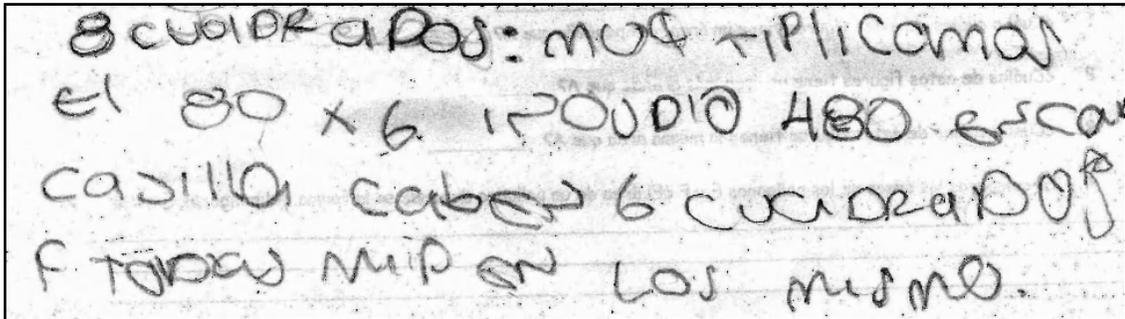


Imagen 40: Estrategia por losas.

Actividad 1b desarrollada el 10 de noviembre de 2009.

"8 cuadrados: multiplicamos el 80x6 y nos dio 480 en cada casilla caben 6 cuadrados y todas miden lo mismo."

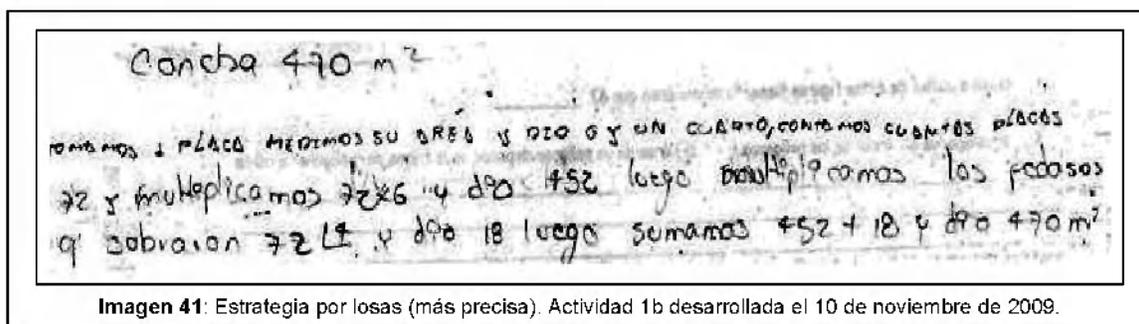
Cabe destacar que esta estrategia es relativamente poco conveniente, pues como se muestra en la imagen 41, hay fragmentos de losa que no están por dentro de la región limitada por la línea amarilla y eso implica no multiplicar por 80 sino por un número menor. Esto no sucede con la segunda estrategia en la que empíricamente se mide el largo y el ancho del rectángulo limitado por la línea amarilla.



Imagen 39, Cubrimiento de una losa.

Actividad 1b desarrollada el 10 de noviembre de 2009.

Grupo 2: Antes de mostrar el procedimiento del grupo 2, cabe destacar que si se observa la imagen 42, se notará que el rectángulo de borde amarillo puede, imaginariamente, “correrse” a la izquierda o a la derecha y quedaría fácilmente visible que dentro del mismo, caben aproximadamente 72 losas, y si además de esto sabemos que dentro de cada losa caben 6,25 pliegos aproximadamente²², entonces se notará que basta con multiplicar 6.25 por 72 y tendríamos un área bastante aproximada de la cancha de microfútbol. Esto nos parece importante mostrarlo para contrastarlo con la respuesta de la imagen 41, en la que, evidentemente, no utilizan decimales:



Obsérvese que para este grupo, $72 \cdot 6 = 452$, cuando en realidad es 432, y al sumarle 18 queda en 470. Lo importante de esto no es tanto el resultado sino la estrategia, pero el producto correcto ($72 \cdot 6 = 432$) al sumarle 18, da 450 unidades cuadradas²³.



Imagen 43: Estrategia por lados de la cancha.
Actividad 1b desarrollada el 10 de noviembre de 2009.

Grupo 3: La otra estrategia es la que se ideó un chico y sus compañeros cuando dijeron que lo que iban a hacer era ver cuántas veces cabía el metro cuadrado a lo largo de la cancha y que luego hallarían el ancho; como no se disponía de un número suficiente para determinar la medida de las dimensiones, lo que este grupo hizo

fue ir poniendo pliegos y luego reutilizaban los que ya habían empleado para seguir con el recorrido, después sólo les bastó multiplicar las dos cantidades resultantes de la medición de los lados de la cancha. (Ver imágenes 43 y 44). En el caso de ellos, no se tuvieron que poner a ver si les sobraban pedazos a la extensión de la placa pues se ciñeron a la línea amarilla, como se muestra en las fotografías. De ahí que, hicieran un conteo sin que existiera un margen de error significativo, es decir, la probabilidad de que se dejara de cubrir espacio era mínima, pues bastaba con poner la atención en las dimensiones de la cancha. A ellos les dio 28 m de largo por 16 m de



Imagen 44: Estrategia por lados de la cancha.
Actividad 1b desarrollada el 10 de noviembre de 2009.

²³ Ese 72 que el grupo 2 muestra en la imagen 42, fue deducido según lo que vieron en la placa y que es acorde con la imagen 40: observaron que detrás de los arcos las placas están a mitades y al unir esas mitades sólo habría que tener en cuenta 72 (80-8) losas.

ancho, multiplicaron estas dos medidas y les debía arrojar 448 unidades cuadradas, pero como se muestra en la imagen 45, se equivocaron al sumar.

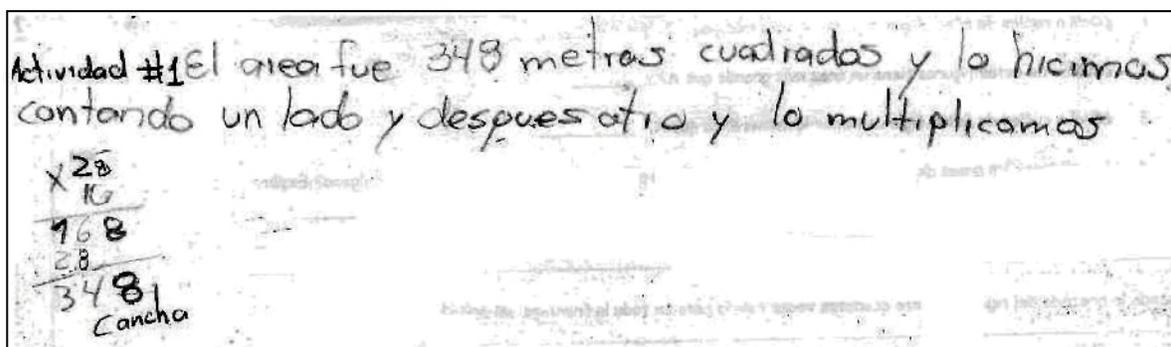


Imagen 45: Estrategia por lados de la cancha. Actividad 1b desarrollada el 10 de noviembre de 2009.

En conclusión, los 448 m² de área que les resulta al grupo 1, implican un resultado bastante alejado de los 450 m² y 448 m² de los otros dos grupos respectivamente; esto tiene que ver con la estrategia utilizada con los conocimientos previos de los niños. Al cabo de la actividad algunos se mostraron sorprendidos por el trabajo que se habrían podido evitar de haberlo hecho como el grupo de la segunda estrategia.

También cabe anotar que el grupo 1 y el grupo 2 utilizan una misma estrategia consistente en apoyarse en el número de pliegos por losa para llegar luego al resultado a partir de la multiplicación. Multiplicación que también es usada por el grupo 3, pero éste no se centró en las losas sino en las dimensiones de la cancha con el número de pliegos y eso le bastó.

Según Orozco (s.f., p. 4):

“Desde la perspectiva de la matemática, el niño multiplica si compone dos números cualquiera en un tercero que es su producto. Dado el carácter diferenciado de las variables que intervienen en la multiplicación se la tipifica como operación binaria. Sus términos se denominan factores.”

Ese carácter diferenciado se refiere, en las estrategias anteriores, al 72 como operador y al $6\frac{1}{4}$ como la medida de cada losa, para los grupos 1 y 2; en el caso del grupo 3, lo que se tiene es la diferencia en las dimensiones del rectángulo, aunque la magnitud en cuestión coincida.

Creemos que los grupos de la esta actividad *multiplicaron* en sentido estricto de acuerdo con lo que afirma Orozco (s.f., p. 4), pues,

“En términos generales, se dice que el niño multiplica si maneja simultánea y multiplicativamente dos valores numéricos de diferente tipo. Multiplicativamente quiere decir que maneja uno de los dos términos como operador. Expresiones como “4 veces 3” y “3 por 4” permiten a un/una maestro/a inferir la utilización de procedimientos multiplicativos y dan cuenta del manejo simultáneo de los dos valores numéricos.”

9.3 RELACIÓN PERÍMETRO-ÁREA

Si el perímetro tiene algo que ver con el área o viceversa, o si habrá alguna relación de dependencia entre estos dos conceptos, es algo que los niños no tienen bien claro, pues en el momento de conservar el área para escoger rectángulos con diversidad de dimensiones, puede suceder o no que el perímetro aumente y ¿esto hará que el tamaño (extensión) del polígono escogido se agrande o se disminuya?

Este problema se presentó en la guía “**áreas y perímetros**” (p. 106), donde en la actividad 2 (“ahorremos dinero”) se planteaba en primer lugar un terreno de área igual a 60 unidades cuadradas para mostrar diversidad de rectángulos donde se conservara la misma. Dicha actividad tuvo como objetivo propiciar un espacio para que los niños usen conocimientos que ya se han trabajado para sacarles provecho en una situación de “optimización”, en el sentido de conservar terrenos de un área

dada y variar el perímetro de tal forma que resulte lo más barato posible la cercada o enmallada de dicho terreno; también se buscó que conservando el perímetro de dedujera el máximo de área del terreno del rectángulo.

Así, sobre la relación entre el área y el perímetro de los polígonos, propusimos la guía anteriormente reseñada y donde escogimos las respuestas más completas²⁴.

a) En el siguiente geoplano dibuja todos los rectángulos que puedas y cuya área sea de 60 u, es decir, que cada rectángulo contenga 60 cuadrados de área u.

Enumera cada rectángulo y luego de esto escribe al lado de cada uno el perímetro que le corresponde.

¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de mayor perímetro? 122

¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de menor perímetro? 32

Si necesitas un terreno de 60 unidades cuadradas de u (u^2) y éste se encuentra desprovisto de malla ¿Cuál de las anteriores figuras prefieres para tu terreno? ¿Por qué?

el # 6 porque es la figura más grande

Imagen 46: Rectángulo 6 como el más grande. Actividad 2 desarrollada el 20 de octubre de 2009.

El anterior es un ejemplo claro del fenómeno sobre la no conservación del área que tienen algunos niños, donde se resalta la respuesta de que la figura 6 “es la más

²⁴ Hablamos de completas porque muchos niños respondían con enunciados o dibujos poco claros, o de los que no se podrá inferir nada sobre la relación área-perímetro.

grande”, cuando se supone que el área o la extensión de los polígonos es la misma.

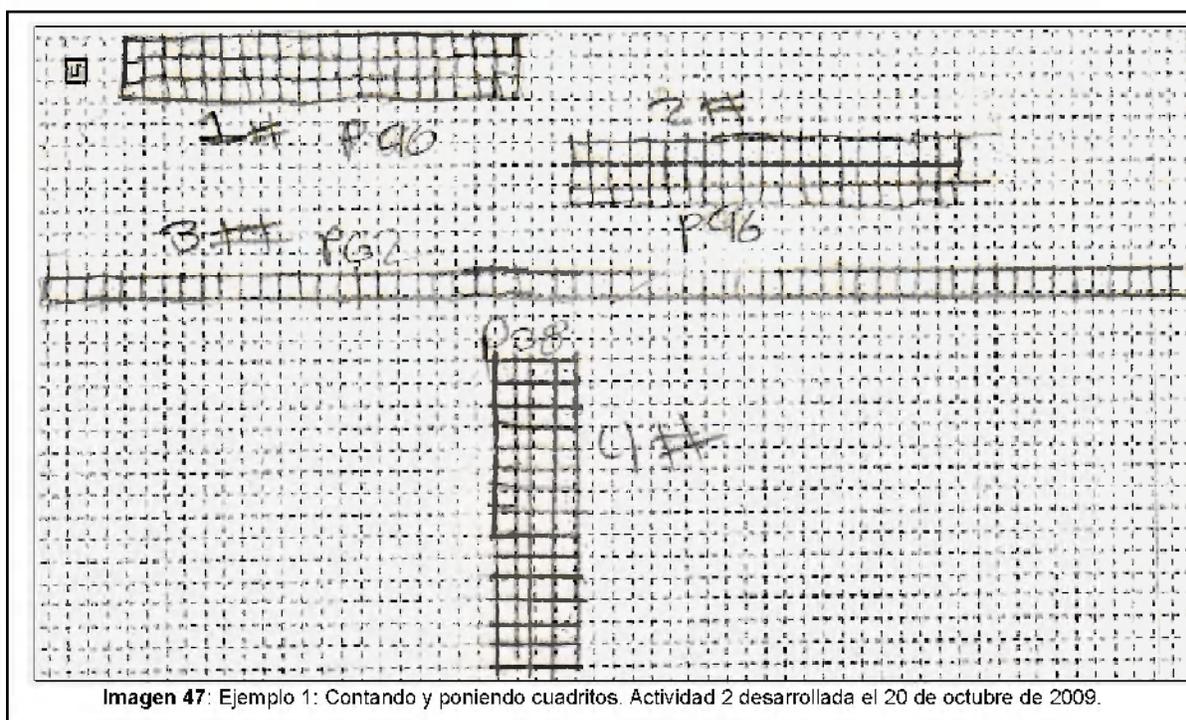
Presentamos el formato completo pues queremos mostrar que las preguntas orientadoras sobre el mayor y menor perímetro, no fueron tan orientadoras, pues no se tuvieron en cuenta para responder la tercera pregunta en términos de ahorrar dinero y de cierta forma “comodidad”, pues pareciera que es preferible un terreno con las dimensiones del rectángulo 6. En cuanto a las dimensiones de los rectángulos de mayor y menor perímetro, las respuestas no son correctas pues responden con el perímetro, aunque esto les debe orientar de todos modos para responder a la pregunta que le sigue. Así, esto parece no ser importante al momento de elegir el rectángulo de menor perímetro para, supuestamente, ahorrar dinero. De esto colegimos que el niño no tuvo en cuenta la utilidad que podría suponer para él el escoger el rectángulo de menor perímetro, sino que se dejó llevar por la apariencia de que el de mayor perímetro es el “más grande”.

Es importante confesar que esto no es lo que creímos que iba a ocurrir, pues no teníamos ni idea de que los niños se “dejaran llevar” por una dimensión como parece notarse en la anterior imagen. También otros niños construyeron varios rectángulos donde el de mayor perímetro (122 unidades) fue el más demandado, al parecer porque hace que la extensión sea para ellos como más grande. Parece que no tuvieron clara la conservación del área, pues al preguntárseles por el terreno que elegirían para enmallarlo, optan por el más alargado que es el que tiene mayor perímetro. Es como si no les importara la forma del terreno sino que éste será más atractivo entre más perímetro tenga y esto hará que el terreno como que se agrande o parezca más grande.

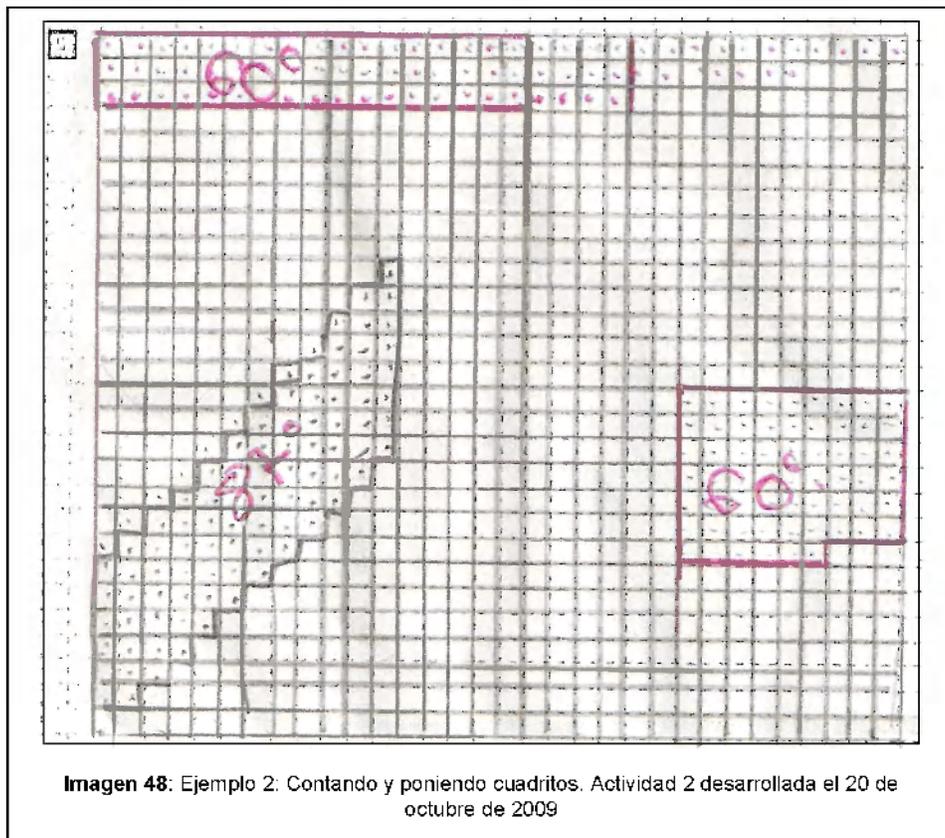
Al respecto de esto, Lovell (1986, p. 137) nos da una explicación a este fenómeno que, creemos, es bastante ilustrativa:

“Antes de que el concepto de área se haya desarrollado en toda su extensión, el niño necesita centrarse cada vez sobre un aspecto de la superficie, por ejemplo, su largura, y dirá que una superficie más larga es “más grande”. Aún cuando haya alcanzado el concepto de área puede no ser capaz (como algunos adultos) de expresar su conocimiento verbalmente con precisión; dirá “esta mesa es más grande” cuando quiere decir que su área es mayor que la de otra.”

De otra parte, cabe destacar que en el proceso de solución de la guía se presentaron dos estrategias para construir los rectángulos de área 60u. La primera consistió en basarse por los “cuadritos”, es decir, contando los cuadritos a la vez que los iban acomodando para formar los rectángulos que efectivamente contuvieran 60 unidades u. (Ver imágenes 47 y 48).



Cabe resaltar que se observó que los niños iban contando unidad por unidad²⁵, pero con la diferencia de que uno logra establecer rectángulos de 60u (imagen 47), mientras que el otro se pierde en un polígono de 87u, luego hace otro intento fallido al lograr un polígono de 60u pero que no es rectangular, y por último logra hacer un rectángulo y dice que es de 60, pero evidentemente no cuenta bien, pues dicho rectángulo es de 3×17 . (Ver imagen 48)



²⁵ Una evidencia de esto es que los cuadraditos están resaltados uno por uno como si a medida que fuera contando, fuera marcándolos con puntos.

La otra estrategia se extrae de la imagen 49 y que consistió primero en descomponer el 60 en sus divisores primos y luego formar diversas parejas de números de tal forma que bastara dibujar los rectángulos luego de dicho análisis. Se evidencia cómo luego de hacer la tradicional línea vertical de donde se extraen los divisores, más abajo en la misma imagen, tantea productos y concluye con el listado que le permitirá graficar los rectángulos de la izquierda.

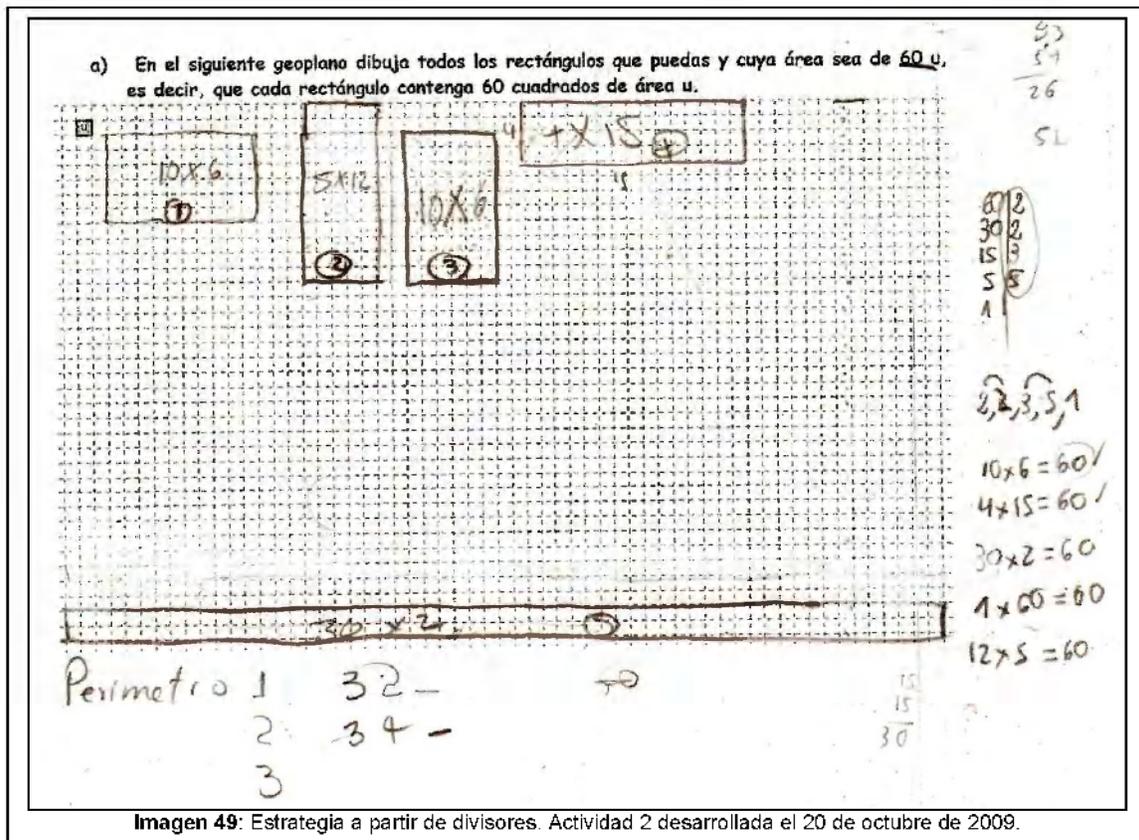


Imagen 49: Estrategia a partir de divisores. Actividad 2 desarrollada el 20 de octubre de 2009.

En conclusión, las estrategias que se extraen de esta experiencia, a pesar de ser pocas, son bastante dicientes en cuanto a la facilidad de unos y a la dificultad de otros al momento de plantear soluciones a problemas como el expuesto en “ahorremos dinero”.

Con mucha frecuencia se evidencia el poco manejo conceptual y el limitado trabajo que se hace con los niños hacia los conceptos de perímetro y área de figuras

planas. Dicha evidencia se muestra, según Paula Moreira (1998-1999, p. 9), cuando afirma que “...los alumnos no distinguen el área y el perímetro desde un punto de vista de los objetos geométricos (al medir el perímetro piensan que están midiendo el área) [...] porque consideran varían forzosamente en el mismo sentido.”

Esto lo confirman Godino et al (2002, p. 68), al referirse al tema de la conservación de la cantidad de magnitud, cuando acepta que

“El hecho de establecer una fuerte relación, a veces casi de tipo biunívoco, entre área y perímetro, en el sentido de que si una cambia la otra también lo hace necesariamente, en el mismo sentido y en la misma proporción, es lo que en un momento dado puede facilitar o entorpecer la adquisición de la conservación de una u otra magnitud. Quizás este hecho pueda explicar, al menos en parte, la existencia de un cierto paralelismo, según Piaget, entre la adquisición del principio de conservación de la longitud y el de conservación del área.”

10. CONCLUSIONES GENERALES

- Es evidente que se resaltan tres grandes estrategias por parte de los niños en las situaciones de medida del área y el perímetro, dadas las unidades con las que les propone medir; ellas son:

Por conteo: consiste en no ver más opción que replicar la unidad de medida hasta que no se pueda medir o replicar más, es decir, hasta copar la cantidad de magnitud a medir con la cantidad de magnitud de la unidad.

Por adición repetida: consiste en contar las veces que cabe la unidad de medida en una parte del objeto a medir y luego por congruencia entre ésta y las otras partes que están en juego, suma las veces que sea necesario para obtener la medida total de las mencionadas partes.

Por multiplicación: Siendo la más avanzada, se caracteriza por simplificar los cálculos, pues luego de medir algunas partes del objeto en cuestión, multiplica por dos o por otros números, dependiendo del caso.

- El trabajo con situaciones de medida de longitud y superficie, ha resultado ser un aliciente para potenciar el desarrollo del pensamiento métrico debido al despliegue de habilidades y destrezas que pone en juego el niño al momento de medir.
- Considerando que las fórmulas son un punto de llegada, hemos mostrado cómo aproximar a los niños al estudio de la medida desde un punto de partida **diferente**: el acto mismo de medir.

11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Caballero, S. (2005). *Un estudio transversal y longitudinal sobre los conocimientos informales de las operaciones aritméticas básicas en niños de educación infantil*. Tesis de doctorado. Universidad Complutense de Madrid. Recuperado el 9 de junio de 2010 en <http://eprints.ucm.es/tesis/psi/ucm-t28929.pdf>
- Chamorro, M. y Belmonte, J. (1994). *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. (Nº 17). Madrid: Editorial Síntesis S.A.
- Cuadernos de Aula (sin autor): *Las Magnitudes y su medida en la Educación Primaria*, Recuperado el 11 de marzo de 2010 en http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/dgoie/publicace/docsup/la%20medida_parte5.pdf
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor.
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2002). *Medida de Magnitudes y su Didáctica para Maestros*. Proyecto Edumat-Maestros. Recuperado el 11 de marzo de 2010 en http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf
- Godino, J., Batanero, C. y Roa, R. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Proyecto Edumat-Maestros. Recuperado el 1 de mayo de 2010 en <http://redes-cepalcala.org/inspector/DOCUMENTOS%20Y%20LIBROS/MATEMATICAS/DIDACTICA%20DE%20LAS%20MATEMATICAS%20PARA%20MAESTROS.pdf>
- <http://agora.unalmed.edu.co/docs/Inquilinatos-ElColombiano-Oct.31-06.PDF> Recuperado el 5 de diciembre de 2008.
- Jara, O. (2003). *Para sistematizar experiencias*. Innovando, año 2, No 20. Recuperado el 11 de marzo de 2010 en <http://destp.minedu.gob.pe/secundaria/nwdes/pdfs/revistaie20.pdf>

- Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombres*. Madrid: Siglo XXI de España Editores.
- Landaverde, F. J. (s.f.). *Curso de geometría*. Bogotá: Retina.
- Lovell, K. (1986). *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. 6ª Ed. Madrid: Morata.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares, Matemáticas*. Bogotá D.C.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2007). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá D.C.
- Moreira, Paula. (1998-1999). *Un estudio de situaciones e invariantes: Herramienta para el análisis de la construcción del concepto de área en la educación básica*. Revista PETIT X, Nro 49, pp. 45-78. Traducción y adaptación al español realizada por Gilberto Obando Zapata.
- Obando, G. y Múnera, J. (2003). *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*. En *Revista de Educación y Pedagogía*. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35.
- Obra colectiva de los Docentes de la Red de escuelas de Campana (Agosto, 2001). *La enseñanza de la medida en la Educación General Básica*, en <http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/medidamodulo1.pdf> Recuperado el 11 de marzo de 2010.
- Orozco, M. (s.f.). *La estructura Multiplicativa*. Universidad del Valle. Recuperado el 20 de mayo de 2010 en http://objetos.univalle.edu.co/files/La_estructura_multiplicativa.pdf
- Olmo, M., Moreno, M y Gil, F. (1993). *Superficie y volumen: ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* (Nº 19). Madrid: Editorial Síntesis.
- Posada, F. et al. (2006). Módulo 3. *Pensamiento Métrico y sistemas de medidas*. En Serie Didáctica de las Matemáticas: Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia. Medellín: Editorial Artes y Letras.

- Pozo, J. I. (2008). *Aprendices y maestros: La psicología cognitiva del aprendizaje*. Madrid: Alianza Editorial.
- Santos Trigo, M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

12. ANEXOS

12.1 Anexo 1: Macrocontexto

A mediados del segundo semestre de 2009 comenzamos nuestra experiencia en EBN en la comuna 10 visitando inquilinatos. El siguiente es un resumen de lo que pudimos observar y constatar al cabo de este año.

Los sectores de San Lorenzo y barrio triste son los de mayor vulnerabilidad en la zona de La Candelaria (comuna 10), puesto que los niños y las familias que los habitan, por lo general provienen de grupos disfuncionales a nivel relacional, ya que no cumplen con las condiciones necesarias, respecto al cuidado y a la educación de sus integrantes; aunque pagar una pieza les puede costar más que un arriendo, entre 5.000 y 12.000 pesos diarios, las personas que recurren a estos barrios son de una alta vulnerabilidad económica.

Las personas que podrían llamarse habitantes de este sector, son en realidad una población flotante que va de paso. La mayoría de la población vive en los inquilinatos y casas dedicadas al expendio y consumo de sustancias psicoactivas, que se ubican en este sector. Así, *“Sólo en Niquitao hay 102 inquilinatos, muchos en precarias condiciones. Hay problemas de salud pública, saneamiento, hacinamiento, riesgo de drogadicción, alcoholismo y explotación sexual”*²⁶.

Los sectores de Guayaquil y Barrio Triste tienen una característica especial y es la facilidad que tienen los niños para acceder al centro de la ciudad, exponiéndolos a situaciones de alto riesgo. En cuanto a los barrios San Diego y Las Palmas, ese conglomerado de casas con espacios verdes sin estética, se han venido transformando con el tiempo, en un barrio ordenado, limpio y sano. Estas tres obras le han cambiado la cara a barrios como el propio Niquitao, Las Palmas y San

²⁶ Tomado de <http://agora.unalmed.edu.co/docs/Inquilinatos-EI-Colombiano-Oct.31-06.PDF>

Diego. Desmotivación del sector empresarial para generar empleo y escasa presencia estatal en la creación y ampliación de empresas.

La comunidad está conformada en su mayoría por recicladores, indigentes, vendedores ambulantes y familias indígenas pertenecientes a los Emberá Katios²⁷. Estas las personas, conformadas en grupos familiares, tienen condiciones socioeconómicas bastante precarias y por lo tanto se encuentran en alto riesgo o ejercicio de la prostitución, la mendicidad y/o drogadicción. La mayoría de la población vive en los inquilinatos y casas dedicadas al expendio y consumo de sustancias psicoactivas, que se ubican en este sector. Las madres son en su mayoría quienes sostienen el hogar con ayuda de sus hijos e hijas quienes desde muy pequeños deben comenzar a trabajar.

“Los sectores de Guayaquil y Barrio Triste tienen una característica especial y es la facilidad que tienen los niños para acceder al centro de la ciudad, exponiéndolos a situaciones de alto riesgo. Debido a que los niños permanecen gran parte del tiempo solos²⁸, empiezan a pasar mucho tiempo por fuera de la casa sin reparo de nadie y paulatinamente van estableciendo contacto con la calle que los conduce a adquirir conductas como consumo de drogas, robo, prostitución y por último pueden convertirse en niños habitantes de calle.

En los pobladores de este sector se puede observar el abandono en términos de nutrición, salud y educación. Parece como si el Estado no se preocupara por estas personas o por lo menos así parece pues evidente lo infrahumano de su situación, no obstante, es muy común ver numerosas fundaciones, de carácter privado, sin ánimo de lucro que ayudan, alimentan, dan albergue y protección a muchos niños de esta comunidad, puesto que son la población más vulnerable del sector. Uno de los puntos críticos de esta población infantil está relacionado con el maltrato, la

²⁷ Información recolectada cuando se realizaron las visitas domiciliarias a las familias.

²⁸ Esta información se recolectó cuando se realizaron las visitas domiciliarias a las familias.

prostitución y la mendicidad obligada, problemática que las últimas administraciones municipales han querido enfrentar con programas sociales y de atención a la niñez abandonada.

En cuanto a los barrios San Diego y Las Palmas, ese conglomerado de casas con espacios verdes sin estética, se han venido transformando con el tiempo, en un barrio ordenado, limpio y sano. Pero de un momento a otro estos barrios pasaron de ser tranquilos y sin sobresaltos a ser objeto de algunas inversiones importantes en infraestructura y espacio público en los últimos años. Primero fue el parque San Lorenzo, una audaz obra en un sector dominado por las sombras y la delincuencia, aprovechando la cercanía a un cementerio; luego fue la ampliación de la avenida Girardot desde San Juan hasta la vía de las Palmas, lo que posibilitó una salida del centro más rápida hacia el sur del Valle de Aburrá y finalmente, el colegio que ya se encuentra en la etapa final de construcción en el sector conocido como Niquitao. Estas tres obras le han cambiado la cara a barrios como el propio Niquitao, Las Palmas y San Diego.

Los problemas más predominantes de esta zona son:

- En educación, la carencia de locales o el mal estado en que se tienen, la falta de recursos propios para el mantenimiento y dotación de ayudas didácticas, el poco cubrimiento de la demanda educativa especialmente en secundaria y la falta de maestros.
- Problemáticas referidas a la ausencia de lugares adecuados para la práctica del deporte e inseguridad en los que existen y la falta de un compromiso serio de las diferentes autoridades para el apoyo a jóvenes deportistas.
- Gran concentración del desempleo, el empleo informal y el subempleo, situación que se enfatiza para las nuevas generaciones. Desmotivación del

sector empresarial para generar empleo y escasa presencia estatal en la creación y ampliación de empresas.

- El espacio público en el área central presenta problemas que tienen que ver, entre otros, con la localización indiscriminada de ventas ambulantes, con la saturación de avisos de forma incontrolada, así como por la congestión vehicular, la carencia de espacios públicos que alberguen las necesidades colectivas, incremento de población con graves problemas sociales como prostitución, drogadicción y alcoholismo.

- La inseguridad: Sus causas se pueden vincular a la inexistencia o deficiencia en la obtención de algunas condiciones mínimas de vida digna por parte de un grueso de población, muchos de ellos indigentes definidos; pero igualmente otra enorme cantidad de sectores pobres y marginales provenientes de diversos lugares de la ciudad, del departamento y del país.

12.2 Anexo 2: Guías de trabajo

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Educación Básica
con Énfasis en Matemáticas
Institución Educativa Héctor Abad Gómez-sede San Lorenzo



RECTAS, TRIÁNGULOS y CUADRILÁTEROS

Grado al cual se dirige: Sexto

OBJETIVO GENERAL: Identificar los conceptos erróneos que los niños tienen de algunas formas y objetos geométricos como las rectas perpendiculares y las paralelas, los cuadriláteros y los triángulos.

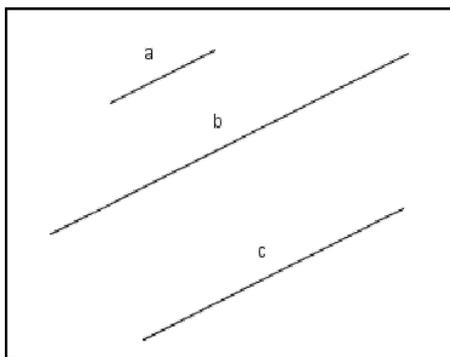
OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Conocer las diferencias que los niños hacen de cuadrado, paralelogramo, rectángulo.
- Observar si al cambiar la forma geométrica de posición también cambia el concepto de dicha forma.
- Saber qué noción tienen los niños de *ángulo*.
- Propiciar un espacio para el niño confronte lo que sabe con las preguntas que se le hace.

PROCEDIMIENTO: Se harán subgrupos de tres niños y se les entregará la guía. Se les acompañará en las preguntas que tengan sobre cuestiones que se les plantean. Se trata básicamente de diagnosticar algunos errores conceptuales que son usuales a su edad y formación escolar.

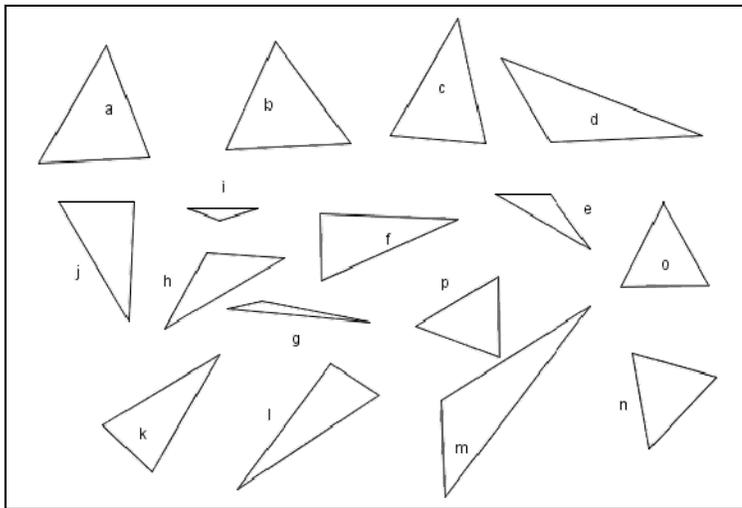
ACTIVIDAD:

- a) Observa la siguiente figura y luego responde:



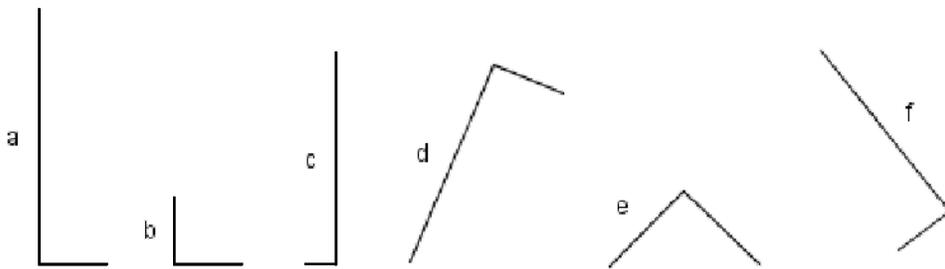
Si **a** es paralela a **b** y **b** es paralela a **c** entonces ¿**a** es paralela a **c**? argumenta tu respuesta con tus propias palabras.

Si trazas una recta, de tal forma que entre **a** y esa recta haya un ángulo recto ¿también la recta que has trazado forma un ángulo recto con **b** y con **c**? ¿Por qué? Si quieres puedes hacer un dibujo para apoyar tus argumentos.

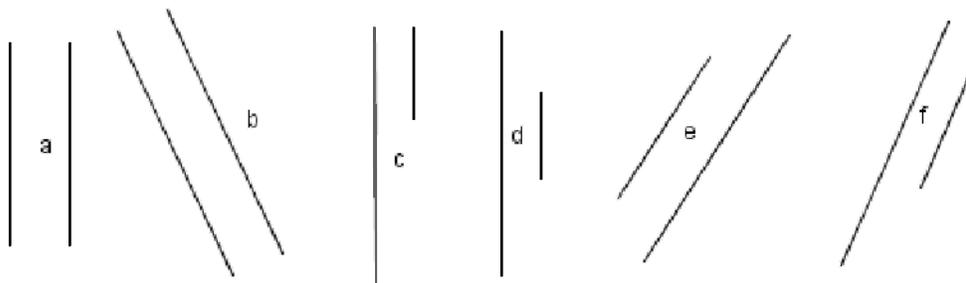


b) ¿De las siguientes figuras todas son triángulos? Presenta argumentos que te permitan convencer a tus compañeros de tu respuesta.

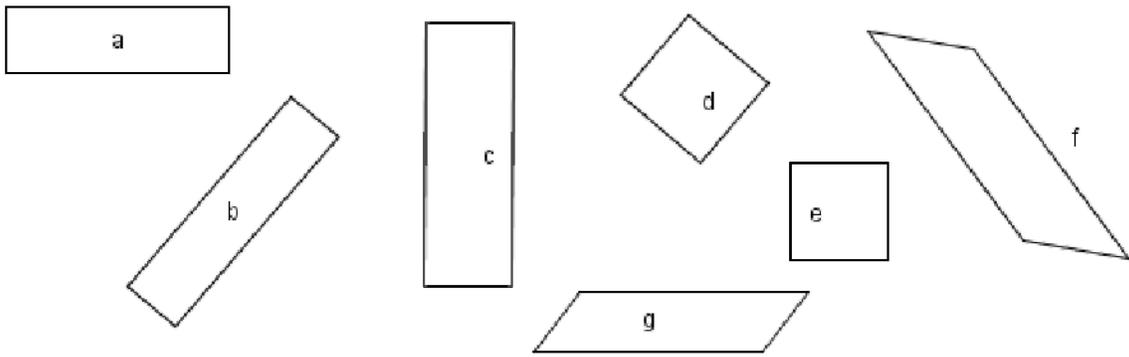
c) De las siguientes figuras ¿Cuál o cuáles reconoces como ángulos rectos? ¿Cómo convencerías a alguien de lo que respondiste?



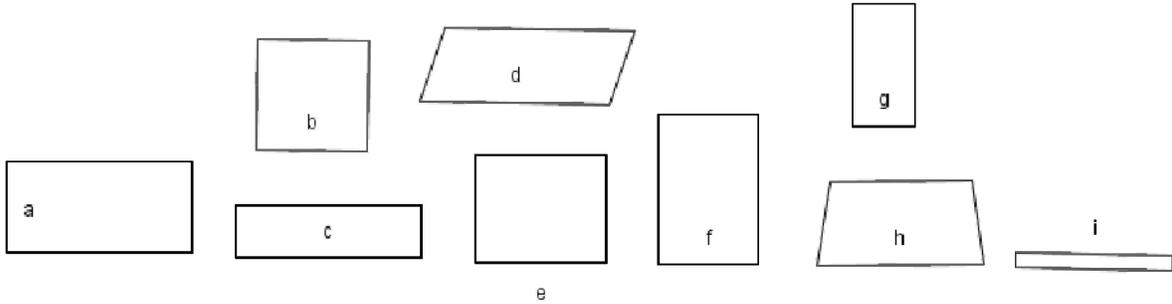
d) ¿De las siguientes figuras, en cuáles reconoces que hay rectas paralelas? Plantea argumentos que te den la razón.



e) ¿Cuál de las siguientes figuras son paralelogramos? ¿Por qué?



f) Observa las siguientes figuras y señala con una X las que consideres que son rectángulos



¿Cuáles son tus razones para afirmar que son rectángulos?

Si tienes alguna figura que no señalaste con la X, plantea las razones que te llevaron a no señalar dichas figuras.

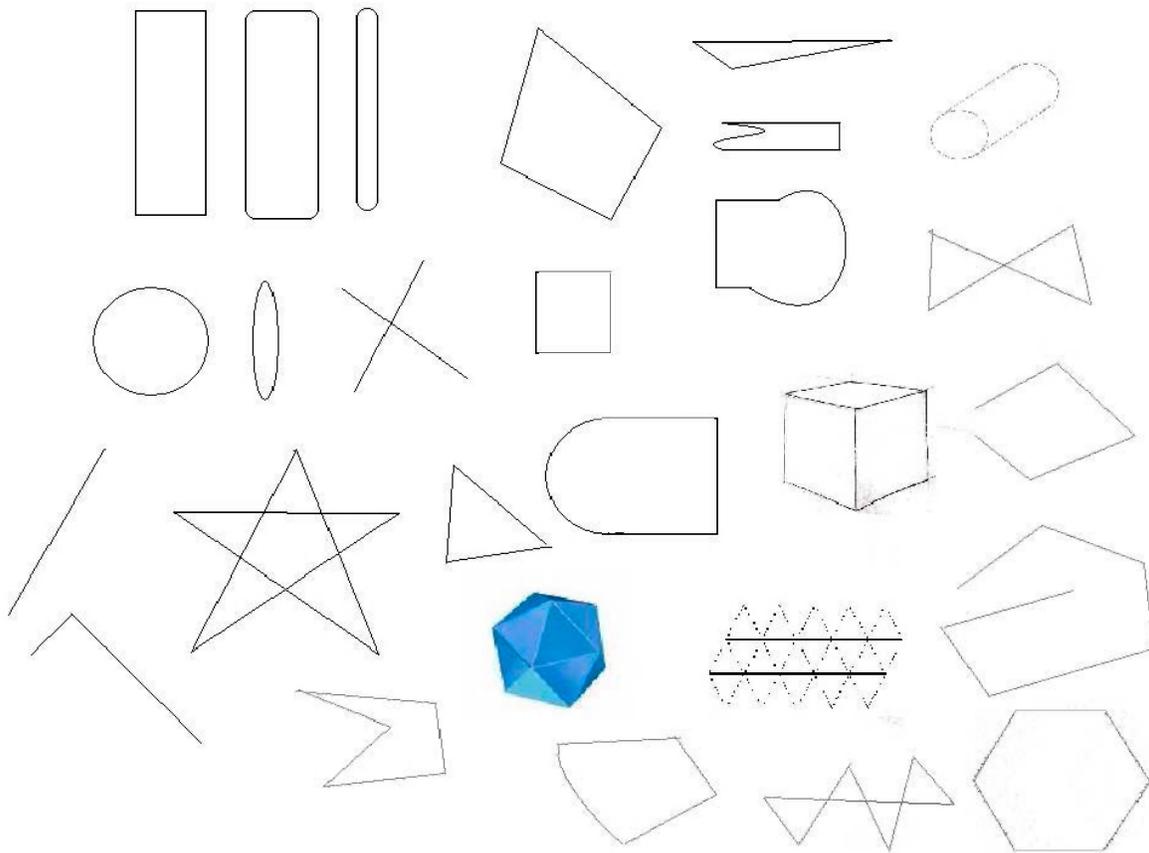
Elaborado por:
 Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

IDENTIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Nombre(s): _____

Actividad 1:

- a) A continuación señala con una X las figuras que consideras que son polígonos y argumenta tu respuesta.



- a) ¿Qué te llevó a no señalar las otras figuras?

Actividad 2:

Teniendo en cuenta lo que entiendes por "paralelogramo", responde si los siguientes polígonos son paralelogramos y argumenta tu respuesta.

Los tableros de tu salón. _____

Las baldosas de tu salón. _____

La superficie que sobresale de los adoquines que conforman las paredes de tu salón.

El escritorio de tu profesor _____

Las ventanas de tu salón. _____

La pasta de tu cuaderno de matemáticas. _____

Elaborado por:

Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

Clasificando polígonos

Grado al cual se dirige: Sexto

OBJETIVO GENERAL: Identificar los conceptos erróneos que los niños tienen de los polígonos clasificándolos según la cantidad de lados y en el caso del cuadrilátero, según su forma.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

1. Identificar las diferencias que los niños hacen de cuadrado, paralelogramo, rectángulo.
2. Identificar si quedó clara la diferencia entre una figura no poligonal y una poligonal.
3. Propiciar un espacio para el niño confronte lo que sabe con las preguntas que se le hace.

PROCEDIMIENTO: Se comienza repartiendo el grupo en equipos de a tres, luego a cada uno se le hace entrega de una hoja con las instrucciones y un paquete de muchas figuras “planas” dentro de las cuales se encuentran polígonos de variada cantidad de lados, pero que en su gran mayoría serán cuadriláteros por el problema que tienen los niños con el primer objetivo específico. Se les pedirá que clasifiquen las figuras según sus lados y nos concentraremos en los cuadriláteros para preguntarles sobre su forma.

Actividad 1:

1. Separa las figuras que son polígonos y las que no lo son.
2. Concéntrate en los polígonos y clasificalos según la cantidad de lados.
3. Dale a cada subconjunto un nombre según la cantidad de lados del polígono de ese subconjunto.

# lados	Nombre
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

4. Fíjate en los cuadriláteros y separa los que son paralelogramos y los que no. Dibuja dos polígonos de cada subconjunto.

Cuadriláteros	
Paralelogramos	No-paralelogramos
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">Rombos</div>	

5. Dentro del subconjunto de los paralelogramos forma dos conjuntos, uno de rectángulos y otro de no-rectángulos. Dibuja dos polígonos de cada subconjunto.

Paralelogramos	
Rectángulos	No-Rectángulos

6. Dentro del subconjunto de los rectángulos forma dos conjuntos, uno de cuadrados y otro de no-cuadrados. Dibuja dos polígonos de cada subconjunto.

Rectángulos	
Cuadrados	No-Cuadrados

Actividad 2: Observa bien todo lo que has hecho y cómo has clasificado todas estas figuras y ahora responde esto:

- a) ¿Todo cuadrado es paralelogramo? ¿Por qué? _____

- b) ¿Todo rectángulo es paralelogramo? ¿Por qué? _____

- c) ¿Todo cuadrado es rombo? _____

- d) ¿Todo rombo es paralelogramo? _____

Elaborado por:
 Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

Hallando perímetros

Grado al cual se dirige: Sexto

OBJETIVO GENERAL: Identificar las dificultades de los niños al hallar (sin ellos saber que están midiendo) la medida del contorno de algún polígono.

PROCEDIMIENTO: Se les propone a los niños que escriban en la guía cuántas veces cabe su unidad de medida (longitudinal) en el contorno de una baldosa del salón. Dicha unidad de medida puede ser un palo de paleta o una cinta o hilo de una longitud arbitraria. Luego de esto se les pedirá que escriban cuántas veces cabe su unidad de medida en el contorno de dos baldosas consecutivas.

Seguidamente se les preguntará la causa de la diferencia del número de veces entre una unidad de medida y otra. En este momento es cuando se entra a socializar la actividad y se mencionará la palabra perímetro para designar la medida del contorno de un polígono con unidad de medida previamente fijada.

Actividad 1:

- En el salón hay muchas baldosas ¿Qué forma tiene cada una? _____
- ¿Cuántas veces cabe lo que te dieron en el contorno (margen) de cada una? _____
- ¿Cómo lo hiciste?

Actividad 2:

- Ahora toma dos baldosas consecutivas y di cuántas veces cabe tu unidad en el margen de esas dos baldosas. _____
- Comparando el perímetro de la segunda figura con la primera ¿que puedes decir?

- Si tomáramos cuatro baldosas seguidas ¿cuál crees que sería el perímetro usando tu unidad de medida entregada? _____

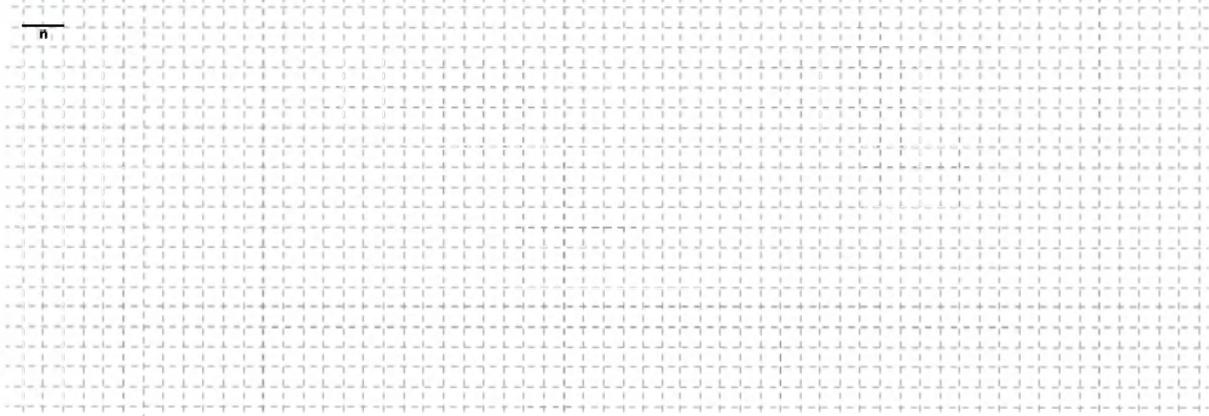
Experimentemos con perímetros

Grado al cual se dirige: Sexto 5

OBJETIVO GENERAL: Identificar las diferentes estrategias que emplean los niños para representar mediante un polígono cualesquiera, dado un determinado perímetro y a la vez cómo hallan el perímetro dado un polígono y un patrón de medida.

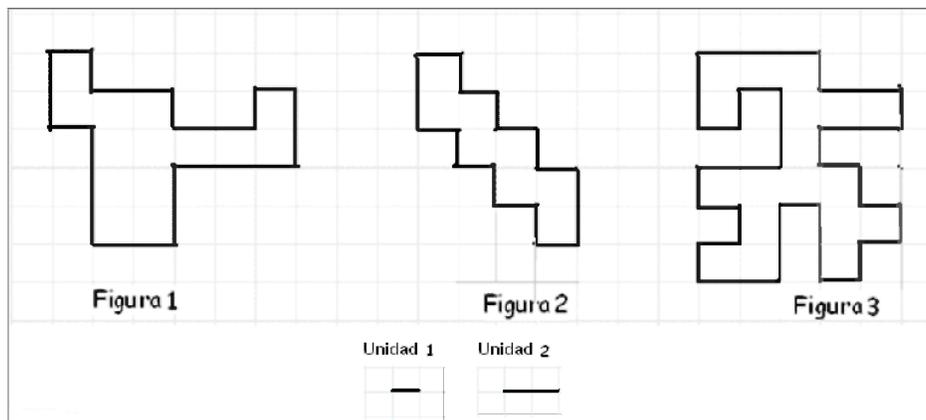
ACTIVIDAD #1

1. Construya un polígono cuya medida de sus bordes (perímetro) sea $3n$, $5n$ y $9n$ en la siguiente cuadrícula, con la condición de que se debe usar la regla para construirse las figuras.



ACTIVIDAD #2

A continuación se presentan tres polígonos, y dos patrones de medida, luego responde las siguientes preguntas.



a) Diga ¿Cuál es el perímetro de cada uno de ellos usando primero el patrón de medida uno?

Figura 1: _____ Figura 2: _____ Figura 3: _____

b) Ahora ¿Cuál es el perímetro de cada uno de ellos usando el patrón de medida dos?

Figura 1: _____ Figura 2: _____ Figura 3: _____

c) ¿Qué puedes concluir de los resultados del primero y segundo punto? Escríbelo.

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

La estación de gasolina

Grado al cual se dirige: Sexto 5

OBJETIVO GENERAL: Identificar las dificultades de los niños al hallar (sin ellos saber que están hallando) el perímetro del contorno de algún polígono.

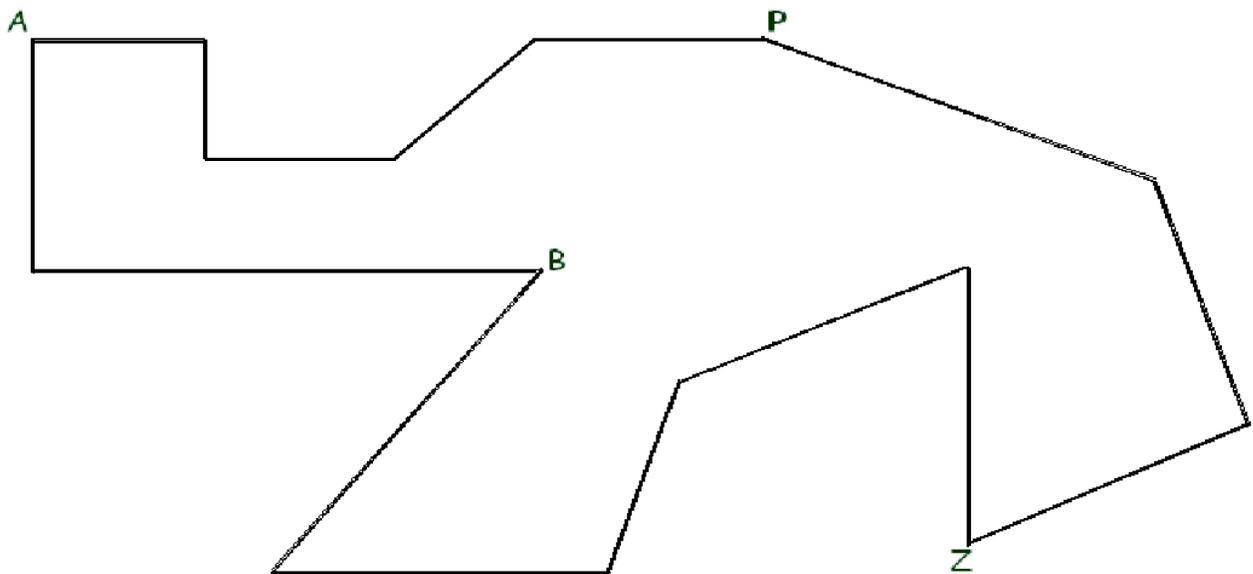
PROCEDIMIENTO: A cada niño se le hace entrega de dos unidades arbitrarias denominadas *unidad 1* y *unidad 2* con las cuales medirán el margen del polígono pintado en la guía y responderán las preguntas.

Se pretende insistir bastante en la causa de la diferencia entre la medida con una unidad y con la otra.

ACTIVIDAD 1

Juan y Pedro se encuentran en la estación de gasolina ubicada en el punto A y cada uno tiene que llevar un galón de gasolina hasta el punto Z y regresar a su lugar inicial (el punto A). *Sobre el interior de la figura no se puede caminar; sólo se puede caminar por su borde.*

Para responder a las siguientes preguntas utiliza unidades de medida m y n que se te entregaron y la figura que se muestra a continuación.



- a) ¿Qué nombre le darías a la figura anterior? _____
- b) Dice a Pedro que si él (Pedro) hace el recorrido pasando por B, le toca caminar menos que si lo hace por el punto P, pues el recorrido es más corto. ¿Le darías la razón Pedro? Demuestra la falsedad o veracidad de la afirmación de Pedro.

ACTIVIDAD 2

- a) Si Juan y Pedro le quisieran dar la vuelta a la manzana, ¿cuánto recorren? Utiliza las unidades y compara.
- b) ¿Qué puedes concluir?

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

Mediamos el piso

Grado al cual se dirige: Sexto 5

OBJETIVO GENERAL: Identificar las dificultades de los niños al hallar la medida (área) de la superficie de una figura poligonal.

Objetivos específicos:

1. Teselar o recubrir una o varias baldosas con diferentes unidades de medida y de diferentes formas.
2. Observar reacciones de los niños frente a la naturaleza de las nuevas unidades (antes eran longitudinales y ahora son superficiales).

Descripción: En grupos de a cuatro los niños recubrirán las baldosas con los polígonos que se les entrega. Así, un grupo tendrá cierta cantidad de triángulos de cierta área que cabrán tantas veces dentro de la baldosa (que cubran toda o más de la baldosa). Otros tendrán los círculos que implicarán cierto problema si se trata de cubrir la baldosa. Estas unidades están previamente medidas y hechas para que quepan cierta cantidad de veces dentro de la baldosa; esto nos permitirá detectar posibles errores al momento de medir y poder llevar a cabo una mejor socialización.

Actividad 1:

- a) En el salón hay muchas baldosas ¿Qué forma tiene cada una? _____
- b) ¿Cuántas veces cabe el polígono que te dieron dentro de cada baldosa? Explica cómo llegaste a la respuesta
- c) ¿Con el polígono que te correspondió, la baldosa queda completamente cubierta? Explica.

Actividad 2:

- a) Ahora toma dos baldosas consecutivas y cúbrelas completamente y di cuántas veces cabe tu polígono en el interior de esas dos baldosas. **Explica cómo lo hiciste.**
- b) Si comparas la cantidad de veces que cabe tu polígono en una baldosa y la cantidad que cabe en dos baldosas ¿qué puedes decir al respecto?
- c) Si tomáramos cuatro baldosas seguidas, ¿cuál crees que sería el área usando tu unidad de medida entregada? ¿Es necesario que midas las cuatro baldosas? _____

Experimentemos con áreas

Grado al cual se dirige: Sexto 5

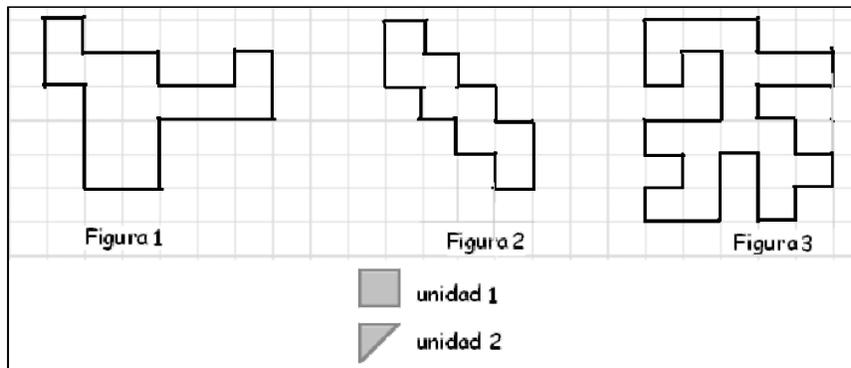
OBJETIVO GENERAL: Identificar las estrategias utilizadas por parte de los niños al momento de hallar el área de un polígono cualesquiera.

Objetivos específicos:

1. Explotar la cuadrícula como medio para encontrar un polígono de perímetro dado.
2. Observar cómo los niños juegan con unidades de medida al utilizarlas en varios polígonos en el momento de hallar área.
3. Incursionar con una situación donde se aplique el concepto de área de un polígono.

ACTIVIDAD #1.

A continuación se presentan tres polígonos con dos unidades:



¿Cuál es el área de cada figura con la unidad 1?

Figura 1: _____ Figura 2: _____ Figura 3: _____

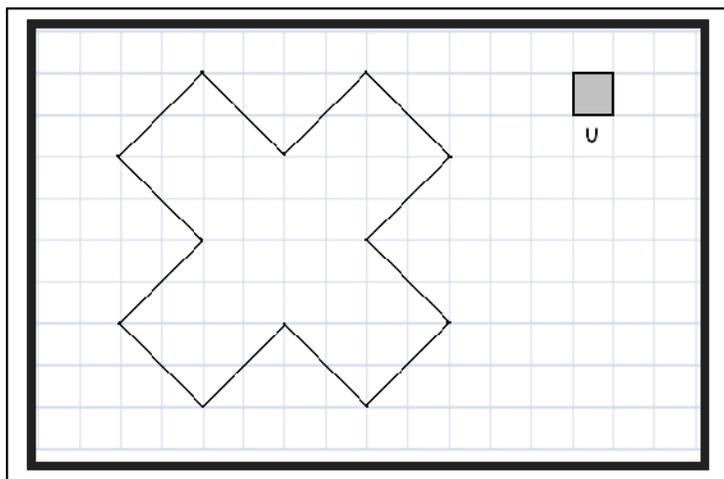
¿Cuál es el área de cada figura con la unidad 2?

Figura 1: _____ Figura 2: _____ Figura 3: _____

¿Aumenta o disminuye el resultado?

Si aumenta o disminuye explica por qué crees que sucede esto.

ACTIVIDAD # 2



Según el cuadrado U ¿Qué área tiene la siguiente figura?

¿Cómo lo hiciste?

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

Áreas y perímetros

Grado al cual se dirige: Sexto

OBJETIVO GENERAL: Dar cuenta de la comprensión que los niños han alcanzado frente a las medidas área y perímetro de un polígono.

El anteriormente mencionado objetivo general dice lo que dice porque para cuando vayamos a ejecutar las actividades que a continuación se describen, ya habremos trabajado área y perímetro por separado. Es decir que lo que pretendemos es evaluar lo que los niños han entendido de perímetro y área, pero en actividades donde es preciso que tengan estos dos conceptos claros.

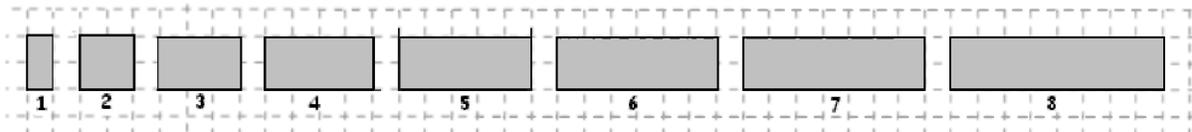
Antes de comenzar a describir las actividades es preciso aclarar que a lo sumo se ejecutarán las tres actividades en tres sesiones.

Actividades 1

A generalizar...

Objetivo: Se pretende que los niños por medio de lo que se les ha propuesto, se ejerciten en la búsqueda de patrones para que se acerquen a la generalización de algunas situaciones que se presentan en matemáticas.

Observa la siguiente figura y llena la tabla



Rectángulo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	37	49	57	83	n
Área																	
Perímetro																	

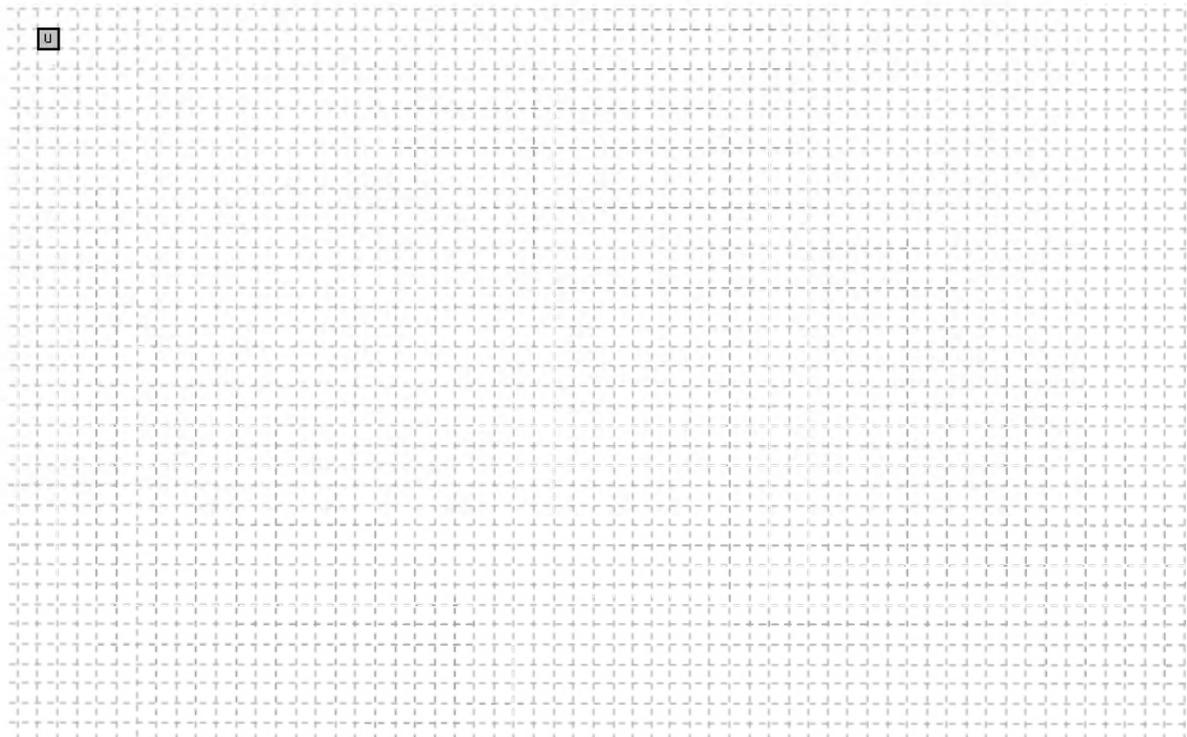
ACTIVIDAD 2.

Ahorremos dinero

Objetivo: Propiciar un espacio para que los niños usen algunos supuestos conocimientos que ya se han trabajado para sacar provecho de una situación por medio de la optimización.

Aclaración: Se trabajará un acercamiento a la optimización por medio de la aproximación de la determinación de máximos y mínimos en tanto se refiere a máximo beneficio a la escogencia de un terreno por un mínimo coste en el momento de, por ejemplo, enmallarlo.

- a) En la siguiente cuadrícula dibuja todos los rectángulos que puedas y cuya área sea de **60 u**, es decir, que cada rectángulo contenga 60 cuadrados de área **u**.

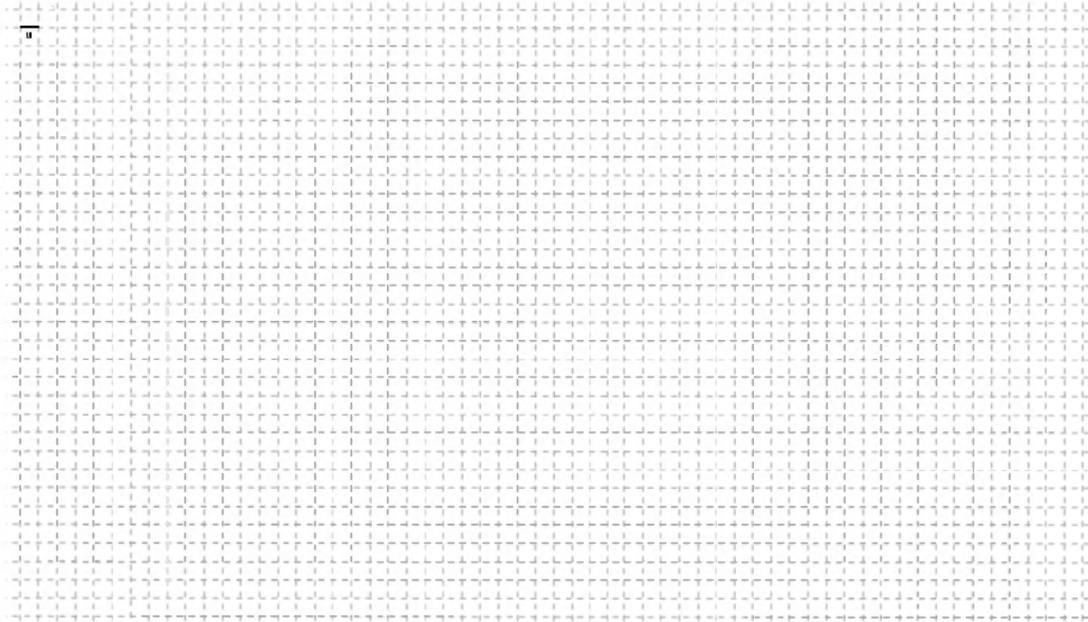


Enumera cada rectángulo y luego de esto escribe al lado de cada uno el perímetro que le corresponde.

- b) ¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de mayor perímetro? _____
c) ¿Qué dimensiones tiene el rectángulo de menor perímetro? _____
- d) Si necesitas un terreno de 60 metros cuadrados (60 m^2) y éste se encuentra desprovisto de maya
¿Cuál de las anteriores figuras prefieres para tu terreno? ¿Por qué?

- e) Si el metro de maya cuesta \$2500 ¿Cuánto debes invertir para enmallar tu terreno?

f) En la siguiente cuadrícula dibuja polígonos cuyo perímetro sea 32 u.



Enumera cada polígono y luego de esto escríbele al lado el área que le corresponde.

Si el precio del metro de maya es de \$2500 y quieres ahorrar dinero al momento de enmallar un terreno ¿Cuál de los polígonos escogerías y cuánto te costaría?

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

Mediamos grandes cosas

Grado al cual se dirige: Sexto 5

OBJETIVO GENERAL: Observar las estrategias que los niños utilizan en el hallazgo del perímetro y el área de grandes cantidades de magnitud de superficie y longitud.

Materiales: 14 pliegos cuadrados de lado metro de papel craf, cintas métricas de lado metro sin calibrar, es decir, en blanco.

PROCEDIMIENTO: En un primer momento se estará en la cancha utilizando el pie y el pliego de metro cuadrado para hallar el perímetro y el área de la cancha respectivamente. Se repartirán en grupos de a cuatro para desarrollar la guía.

En un segundo momento cada uno de los integrantes de los subgrupos, van a encontrar el número de veces que cabe una cinta de un metro a lo largo del pasamano. Acá se les pedirá a los niños que dibujen la terraza como si estuvieran viéndola desde arriba.

Actividad 1: En la cancha

- a) Cual es el perímetro de la cancha si mides con tus pies sobre la línea amarilla. Cada uno de ustedes copie su nombre y la medida que les dio.

Nombre	Medida del la línea amarilla

- b) Halla el área de la extensión de la cancha teniendo en cuenta que el límite es la línea amarilla. ¿cómo lo hiciste?

Actividad 2: En la terraza

- a) ¿Cuál es el perímetro de la terraza si tomas como unidad de medida el metro? ¿Cómo lo hallaste? _____

- b) Dibuja la terraza como si estuvieras viéndola desde arriba y divídela en rectángulos con las medidas del largo y el ancho que has hallado.
- c) ¿Aproximadamente cuántas veces cabe el largo de tu zapato en un metro?

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.

PROBLEMAS

Grado al cual se dirige: Sexto 5

OBJETIVO GENERAL: Observar las dificultades y las estrategias que los niños utilizan para resolver problemas cotidianos.

Después de hallar el perímetro de la cancha con el metro, resuelve lo siguiente.

1. Explica cómo haces para averiguar cuántos centímetros de perímetro tiene la cancha y cuántos pies tuyos caben en toda la línea amarilla.
2. Si vamos a enmallar la cancha y necesitamos poner postes cada 5 metros para que no se caiga esa malla ¿Cuántos postes se necesitarían para realizar este trabajo?
3. Si en la misma cancha se necesita poner postes con una distancia de 10 metros uno del otro ¿Cuántos postes se necesitarían para todo el borde (línea amarilla) de la cancha? Explica
4. Si alrededor de la cancha se puso 20 postes a igual distancia ¿Cuál sería esa distancia que los separa? Explica
5. Si el metro de maya me cuesta \$3000 ¿Cuánto costaría enmallar toda la cancha? Explica.
6. Si vamos a embaldosar la cancha y cada metro cuadrado de baldosín me vale 8000\$ ¿cuánto me costaría embaldosarla toda?

Elaborado por:
Héctor Alberto García Marín, Johvanny Eliécer Daza y Jaime Andrés Úsuga Sepúlveda.