



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Ecuaciones cuadráticas: una posibilidad para analizar la dialéctica entre
el lenguaje natural y las expresiones algebraicas**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación
Básica Matemáticas**

**IDER GUERRA BARRIENTOS
ANGIE OROZCO QUINTERO
LUIS ALONSO VARGAS RESTREPO**

Asesor

DIEGO ALEJANDRO PÉREZ GALEANO

Magister en Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2015



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Dedicamos este trabajo a:

Dios, quien supo guiarnos por el camino correcto, darnos fuerza para seguir adelante y no desfallecer ante los problemas que se nos presentaron.

Nuestros padres y familiares, quienes nos han apoyado para poder llegar a esta instancia de nuestros estudios y siempre han estado presentes para brindarnos todo su apoyo.

Esas personas importantes en nuestras vidas que siempre estuvieron listas para brindarnos su ayuda, paciencia y comprensión.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

AGRADECIMIENTOS

Manifestamos nuestros agradecimientos a la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera por abrimos las puertas de su establecimiento y brindarnos esta oportunidad, al igual que a la maestra Edilma Eliza Palacios Pino por permitirnos hacer parte de su clase, por su acompañamiento, apoyo, disposición, y por brindarnos su experiencia y permitirnos crecer como docentes en formación.

También expresamos nuestro agradecimiento a los protagonistas de la investigación y en general a todos los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera durante el año 2014 por su colaboración y participación en las actividades propuestas durante este proceso.

A nuestro orientador Diego Alejandro Pérez Galeano, por el acompañamiento, apoyo y motivación que nos brindó en todo momento. A nuestros compañeros de práctica pedagógica por ser parte fundamental durante estos cuatro semestres de práctica, por su apoyo y aportes, los cuales nos ayudaron no solo a avanzar en nuestro trabajo de grado sino también a crecer como personas y profesionales.

Y agradecemos a nuestras familias, por brindarnos su apoyo incondicional, por animarnos a continuar a pesar de las dificultades, por acompañarnos día a día. Y principalmente a Dios por regalarnos la vida, por ser nuestro guía y darnos sabiduría para tomar las decisiones correctas.



RESUMEN

En el presente trabajo de grado pretendemos responder a la pregunta de investigación la cual indagó sobre *¿Cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadráticas?* tomando como objeto de investigación la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas. En este sentido, planteamos como objetivo, *Analizar cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadráticas.*

La metodología de clase se centró en un Dominó Cuadrático (Rodríguez, 2011) el cual está basado en el juego del dominó clásico que contiene en sus fichas enunciados de ecuaciones cuadráticas tanto en lenguaje natural como en expresiones algebraicas y fue desarrollado en tres fases, una individual, otra en forma de coevaluación y una última, de manera grupal.

Este trabajo de grado estuvo planteado bajo una perspectiva histórico-cultural, y en coherencia con esta, el paradigma metodológico que asumimos fue la investigación cualitativa desde un enfoque fenomenológico hermenéutico, por ende, utilizamos como instrumentos de producción de datos el Dominó Cuadrático, grabaciones de audio y video, entrevistas semi-estructuradas, carteleras, guías y observaciones durante todo el proceso.

Los datos producidos por lo protagonistas se analizaron con base en el estudio de casos, por medio de una triangulación entre los datos obtenidos, nuestros referentes teóricos y nuestra postura como investigadores. Dicho análisis posibilitó determinar la dialéctica que se puede dar entre las expresiones algebraicas y el lenguaje natural, partiendo de situaciones reales de los estudiantes.

PALABRAS-CLAVE:

1. Contexto. 2. Álgebra. 3. Interpretación. 4. Perspectiva Sociocultural



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

ABSTRACT

In this research we intend to respond the question which asked about How the ninth-grade students of School Ramón Munera Lopera, interpret the dialectic that exists between natural language and algebraic expressions, while they are studying quadratic equations? Taking as research object the dialectic between natural language and algebraic expressions. In this sense, we plant the objective, analyze how the students of School Ramón Munera Lopera, interpret the dialectic that exists between natural language and algebraic expressions, while they are studying quadratic equations.

The methodology class focused on a Quadratic Dominoes (Rodriguez, 2011) which is based on the dominoes game classic that contains in its chips quadratic equations both in natural language and algebraic expressions and was developed in three phases, an individual with peer assessment and a final, a group.

This degree work was raised under a historical and cultural perspective, and consistent with this, the methodological paradigm that we assume was the qualitative research from a hermeneutic phenomenological approach, therefore, we used as instruments of data production Quadratic Dominoes, recordings audio and video, semi-structured interviews, billboards, guides and observations throughout the process.

The data produced by the protagonists were analyzed based on case studies, through a triangulation between the data obtained, our theoretical framework and our position as researchers. This analysis allowed determining the dialectic that can occur between algebraic expressions and natural language, based on real situations of students.

Key words: 1. Context. 2. Algebra. 3. Interpretation. 4. Sociocultural approach.



TABLA DE CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN	1
2. INICIOS DE NUESTRA INVESTIGACIÓN.....	5
3. UN RECORRIDO POR LA INSTITUCIÓN.....	10
3.1 Presentando el Centro de Práctica	11
3.2 La Comunidad Educativa.....	12
4. TRAZANDO NUESTRA INVESTIGACIÓN	14
4.1 Fundamentos metodológicos	14
4.2 Fases de la investigación.....	16
4.2.1 Revisión Bibliográfica.....	16
4.2.2 Planteamiento del Problema.....	16
4.2.3 Trabajo de Campo	17
4.2.4 Análisis	19
4.3 Protagonistas de nuestra investigación	19
4.4 Instrumentos de producción de registros y datos.....	22
4.4.1 Actividad inicial	22
4.4.2 “Dominó Cuadrático” Actividad Principal.....	24
4.4.3 Actividad Final	28
4.4.4 Grabaciones de Audio y Video.....	29
4.4.5 Entrevistas Semi-Estructuradas	29
4.5 Análisis	30
5. UNA MIRADA AL LENGUAJE NATURAL DESDE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	32
5.1 Lenguaje Natural: Abordaje Teórico	32
5.2 Interpretando el Lenguaje Natural	34
6.INTERPRETANDO EXPRESIONES ALGEBRAICAS	41
6.1 Expresiones Algebraicas: Abordaje Teórico	41
6.2 Ecuaciones Cuadráticas: Abordaje Teórico.....	42
6.3 Pasando del lenguaje natural a las expresiones algebraicas.....	44



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

7. DIALÉCTICA ENTRE EL LENGUAJE NATURAL Y LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS	51
7.1 Dialéctica: Abordaje Teórico	51
7.2 Dialéctica: Interpretando Ecuaciones Cuadráticas	54
8. CONSIDERACIONES FINALES	64
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	68



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Actividades Realizadas en el trabajo de campo	17
--	----

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Esquema del Trabajo de Grado	4
Ilustración 2. Carta de Autorización.....	21
Ilustración 3. Cartelera Actividad Inicial	23
Ilustración 4. Dominó Primera Fase	26
Ilustración 5. Cartelera de Brayan	35
Ilustración 6. Actividad inicial de Marlon.....	46
Ilustración 7. Actividad central de la fase 2 revisada por Marlon.....	58
Ilustración 8. Actividad central de la fase 2 revisada por Marlon (2)	58
Ilustración 9. Desarrollo del torneo	60
Ilustración 10. Desarrollo Actividad Final	62



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

1. PRESENTACIÓN

A lo largo de los años escolares se ha evidenciado la dificultad que se presenta en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra, por parte de los estudiantes de octavo y noveno grado, a los cuales se les imparte formalmente esta rama de las matemáticas, como una materia nueva que contiene un lenguaje distinto, formal y generalizado. En este sentido, los estudiantes suelen percibirla alejada de la aritmética, sin evidenciar la relación que existe entre ellas, lo cual produce de antemano que en los estudiantes crezca la idea de que el álgebra, y en general las matemáticas tienen un grado mayor de dificultad a diferencia de otras áreas.

A partir de esta realidad y al conocer la estrecha relación que desde nuestra formación sabemos que existe entre las matemáticas y la vida real, plantemos un proyecto de investigación que permitiera a los estudiantes de noveno grado estudiar el álgebra en relación con su contexto, implementando actividades en las que el estudiante tenga que dialogar con el lenguaje natural y las expresiones algebraicas durante la apropiación del concepto de ecuación cuadrática. Por ende nuestro trabajo de grado tuvo como objeto de estudio la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas.

Después de dos semestre de acompañamiento, el primero con grado octavo y el segundo, con los mismos estudiantes en el grado noveno de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, con la maestra de matemáticas Edilma Eliza Palacios Pino como cooperadora, planteamos un proyecto de investigación cuya pregunta fue *¿Cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadráticas?* Y en coherencia con lo

anterior, se constituyó como objetivo de investigación, *Analizar cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadráticas.*

Como punto de partida, en el capítulo dos llamado *Inicios de Nuestra Investigación* contaremos nuestra experiencia en los primeros semestres de práctica, las cuales nos llevaron a formular nuestra pregunta y objetivo de investigación con base en unas primeras observaciones de aula y un pequeño estado de arte.

En el capítulo tres llamado *Un Recorrido por la Institución* describimos a grandes rasgos la planta física de la institución, en particular las aulas de clase donde convivían los estudiantes con los que realizamos nuestra practica pedagógica, su comunidad educativa teniendo en cuenta tanto sus funciones como sus principios, además de la descripción del entorno en el que se encuentra la Institución Educativa y su comunidad en general.

En el capítulo cuatro llamado *Trazando Nuestra Investigación* presentaremos el diseño que utilizamos para la presente investigación, describiendo sus fundamentos metodológicos, las fases de la investigación, los protagonistas, los instrumentos de producción de registros y datos, y al final de esta explicaremos cómo se llevó a cabo el análisis.

En el capítulo cinco llamado *Una Mirada al Lenguaje Natural desde las Expresiones Algebraicas*, describimos nuestra primera categoría de análisis, la cual estuvo centrada en el lenguaje natural y presentamos aquí los resultados en cuanto a los datos

producidos en cada una de las actividades en torno al tema realizadas con los estudiantes, la revisión bibliográfica y nuestra postura como investigadores.

En el capítulo seis llamado *Interpretando Expresiones Algebraicas* describimos nuestra segunda categoría de análisis, la cual estuvo enfocada en las expresiones algebraicas construidas por los estudiantes, teniendo en cuenta sus aciertos y desaciertos a la hora de pasar del lenguaje natural a una expresión algebraica, teniendo presente los autores que han investigado sobre este tema y nuestra postura al respecto.

En el capítulo siete llamado *Dialéctica entre el Lenguaje Natural y las Expresiones Algebraicas* presentamos al análisis que realizamos en torno a los datos producidos, los cuales nos permitieron evidenciar la dialéctica que se presentó entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas de los estudiantes durante el trabajo de campo y, al igual que en las categorías anteriores, el análisis de esta se realizó teniendo en cuenta una previa revisión bibliográfica y nuestra postura epistemológica.

Finalmente en el capítulo ocho llamado *Conclusiones* contaremos algunas reflexiones generales que pudimos considerar al finalizar tanto nuestro proceso de práctica como el análisis de los datos, al tiempo que dejaremos planteadas algunas temáticas o líneas de investigación a nivel de pregrado, para que futuros investigadores interesados en el tema continúen con esta tarea.

Como parte del proceso de consolidación y del desarrollo del proyecto, elaboramos un esquema en el cual contamos que el proyecto de investigación se planteó bajo una perspectiva histórico-cultural, y en coherencia con esta, el paradigma metodológico que se asumió fue la investigación cualitativa desde un enfoque fenomenológico-hermenéutico, el

cual entiende lo real como fenómenos contextualizados, los cuales no son analizados aisladamente, sino que buscan ser comprendidos para luego resignificar dichos acontecimientos.

Como metodología de clase utilizamos un juego el cual nombramos “Dominó Cuadrático”, y además de ser este el principal instrumento de producción de datos, implementamos grabaciones de audio y video, entrevistas semi-estructuradas, carteleras, fotografías, guías de trabajo y observaciones; y los datos producidos los analizamos con base en el estudio de casos, por medio de una triangulación entre los datos obtenidos, nuestros referentes teóricos y nuestra postura como investigadores. En la figura 1 mostramos dicho esquema.



Ilustración 1. Esquema del Trabajo de Grado



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

2 INICIOS DE NUESTRA INVESTIGACIÓN

Durante nuestro primer semestre de práctica asumimos un papel de observadores, donde nos ocupamos de analizar la actitud y comportamiento de los estudiantes, movilizandolos nuestras expectativas investigativas desde la experiencia en el aula escolar.

Tales observaciones no solo se enfocaron en el aula de clase, sino también en el entorno de la institución y su comunidad educativa, buscando entender el porqué de muchos de los comportamientos y actitudes de los estudiantes, ya que por ejemplo, a medida que la profesora Edilma iba desarrollando sus temas de clase, observamos que los estudiantes presentaban un desinterés por el álgebra, y este no solo se debía al no poder dar solución a los ejercicios propuestos, sino también al no poder comprender el significado de las ecuaciones, así como las aplicaciones que se les podrían dar en un presente y en un futuro, además de tener una justificación clara para aprenderlas.

Para ellos, el álgebra solo eran operaciones con números y letras sin sentido, ya que en repetidas ocasiones nos manifestaban que desde que comenzaron a trabajar con el álgebra no entendían nada y que las matemáticas se habían vuelto muy difíciles y además no entendían por qué se utilizaban letras, lo cual nos intrigó, al conocer la estrecha relación que existe entre las matemáticas y la vida cotidiana, incluyendo las ecuaciones lineales, cuyo tema estudiaban en aquel período.

Con tal motivación, continuamos en el segundo semestre de nuestra práctica, ahora asumiendo el papel de maestros, y fue a partir de nuestras observaciones, acompañamientos en el aula, y diálogos con los estudiantes y maestra cooperadora, que evidenciamos una

falta de relación entre las matemáticas y la vida real, por parte de los estudiantes, ya que se les dificultaba comprender que existen situaciones de la vida real expresadas en lenguaje natural, que pueden ser llevadas a expresiones algebraicas para ser resueltas matemáticamente.

Creció entonces un interés en nosotros, como maestros en formación, practicantes e investigadores, por analizar cómo los estudiantes abordan la solución de problemas que involucran ecuaciones cuadráticas desde el lenguaje natural, buscando así, que puedan relacionar dichas ecuaciones, desde situaciones reales a las que se enfrentan a diario y comprender el porqué y el paraqué se aprende álgebra, así como paraqué les sirve en el presente y en un futuro, lo cual les inquietaba, y manifestaban en repetidas ocasiones.

Los procesos anteriormente mencionados, fueron diseñados y desarrollados por nosotros con el acompañamiento de nuestro asesor de práctica, quien nos brindó su colaboración y orientación en este proceso. En este camino nos surgieron numerosas dudas en cuanto a cómo realizar el acompañamiento en las clases, de tal manera que pudiésemos dar respuesta a nuestro interrogante y fue él, quien con su experiencia y compromiso nos direccionó y acompañó. Igualmente mencionamos el apoyo que nos brindó nuestra maestra cooperadora Edilma Palacios, quien desde el inicio nos animó a posicionarnos como docentes en el aula brindándonos su confianza.

Y fue así como nos concientizamos de la importancia de trabajar el álgebra en la secundaria en relación con el contexto, buscando que en las clases de matemáticas no se perciban estudiantes estáticos, ni desinteresados por aprender, sino que se puedan ver

estudiantes activos, participativos e interesados por conocer las matemáticas en relación con el mundo real.

De esta manera, enfocamos nuestra investigación en la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, creyendo que a partir de una clara interpretación se podría representar en expresiones algebraicas lo que en lenguaje natural es familiar para los estudiantes. De esta manera, buscamos que manipularan las ecuaciones cuadráticas, que fueron las que nos interesaron en este caso, y así, poder evidenciar la relación que existe entre las matemáticas y la vida real, ahora analizándolo desde una mirada como investigadores.

Por otro lado, aunque la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, se encuentra ubicada en un sector vulnerable de la ciudad¹, este no es un impedimento para que los estudiantes puedan estudiar y comprender matemáticas, donde forman parte de una comunidad y contexto sociocultural en el que día a día aprenden a convivir en sociedad, por lo cual concordamos con lo expuesto en uno de los párrafos de los estándares básicos de matemáticas donde plantea el Ministerio de Educación Nacional [MEN] que:

El contexto de aprendizaje de las matemáticas es el lugar, no solo físico sino ante todo sociocultural, desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas (2003, p 70)

Por lo tanto, consideramos que es necesario que se dé una relación entre los contenidos que se trabajan en las clases de matemáticas con el contexto inmediato o

¹ La institución se encuentra ubicada en el extremo nororiental de la ciudad de Medellín, en la comuna 3 Manrique Oriental, barrio Raizal.

contexto de aula, el contexto escolar o contexto institucional, y el contexto extraescolar o contexto sociocultural, como nos lo presentan los estándares básicos de competencias en matemáticas del año 2006; y por medio del lenguaje natural podemos construir tal relación.

En cuanto a investigaciones relacionadas con la enseñanza del álgebra, se ha hecho, tanto a nivel nacional como internacional hincapié en la importancia del uso del lenguaje natural y las expresiones algebraicas, ya que se han encontrado dificultades en la comunicación de expresiones algebraicas por parte de estudiantes de secundaria.

Además, teniendo en cuenta que uno de los principales propósitos de la enseñanza del álgebra es que el estudiante logre comunicar en lenguaje algebraico relaciones, regularidades y procesos en forma general, podemos evidenciar que la asimilación y comunicación que debería existir entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, está siendo asociado a la aplicación de fórmulas y algoritmos, mas no a la comprensión de los mismos, y como consecuencia de esto no hay significado en las expresiones algebraicas, sino por el contrario se ha convertido en una búsqueda de algoritmos entre letras.

Por ende, planteamos una investigación, partiendo de la importancia que se le debe dar al lenguaje natural, en relación con el contexto de los estudiantes, como punto de partida en el aprendizaje de las matemáticas, en este caso, de las ecuaciones cuadráticas como tema central; de tal forma que los estudiantes no vean las matemáticas como algo aislado de la vida real, sino que puedan leer el mundo desde un lenguaje matemático, y les pueda servir de herramienta para desenvolverse en un mundo globalizado, que cada día trae consigo nuevas demandas.

En ese sentido, nuestra pregunta de investigación fue *¿Cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadrática? Y en coherencia, el objetivo planteado fue “Analizar cómo los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, interpretan la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al estudiar enunciados que contengan ecuaciones cuadráticas”.*

Vale la pena aclarar que consideramos pertinente fijar nuestra investigación en las ecuaciones cuadráticas, ya que es un tema que se trabaja en los últimos periodos de grado noveno, establecido tanto a nivel curricular como en el plan de área de matemáticas de la Institución Educativa, y cuyo tiempo tuvimos a disposición para realizar nuestro trabajo de campo.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

3. UN RECORRIDO POR LA INSTITUCIÓN

La Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, se encuentra ubicada en el municipio de Medellín, zona 1 Nororiental, en la comuna 3, Barrio Raizal; es de naturaleza oficial y tiene un carácter mixto. Su jornada es diurna mañana y diurna tarde, con niveles educativos de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media académica.

Es una entidad de educación formal y oficial, que considera al ser humano como destinado a la más alta dignidad y a procesos constantes de desarrollo y formación, que lo llevan a establecer con otras relaciones democráticas, participativas y pluralistas en las que debe prevalecer el interés general. Por otro lado contribuye a la formación académica y en valores desde una concepción integral del ser humano, permitiendo el desarrollo del pensamiento y la acción autónoma y creativa, con proyección a la comunidad, acorde con las exigencias del entorno y favoreciendo la convivencia armónica y el ejercicio de la ciudadanía.

La Institución Educativa en mención concibe al ser humano como centro y fin hacia el cual debe propender toda la acción y quehacer institucional. Por ello, esta parte de la comprensión de que el ser humano es multidimensional y se encuentra en constantes procesos de cambio y transformación que lo llevan a buscar la dignificación y el florecimiento humano, en tanto se reconoce como parte de un contexto social, político, económico, cultural y educativo que le determina y es posible intervenir para aprender a convivir y construir con otros.

3.1 Presentando el Centro de Práctica

La Institución Educativa Ramón Múnera Lopera cuenta con dos entradas, en la entrada principal se encuentra una gran reja de barrotes alargados, por donde entran y salen los estudiantes en el horario habitual de clases, y la cual les posibilita tener interacción directa e indirecta con los habitantes de las casas aledañas a la institución; por ejemplo en el horario del descanso son varios los venteros del mismo sector que se sitúan frente a ella ofreciendo productos comestibles, de igual modo, esta, no les impide a los estudiantes poder comunicarse con personas del exterior durante la jornada académica.

La segunda entrada es de tamaño estándar, y por esta se atiende a visitantes, estudiantes y padres de familia en horarios distintos a la entrada y salida de la jornada académica, tales visitas son registradas por los porteros y deben ser debidamente anunciadas.

La institución cuenta con dos plantas: en la planta baja se encuentra la rectoría, seguida de la coordinación y la emisora, además cuenta con un salón multiusos, con un laboratorio, dos salas de informática, una cafetería con despensa, el área del restaurante con su cocina y comedor, al lado de este se encuentra un pequeño patio salón con dos mesas de ping pong y con escaleras hacia el segundo piso.

Respecto a las aulas de clase, en la primer planta encontramos tres, incluyendo el aula de preescolar, los baños se encuentran en esta primera planta, hay también dos baños de mujeres, uno de hombres y uno de profesores, una cancha de baloncesto cubierta por un

techo tipo membrana, donde los estudiantes reciben sus clases de educación física, y residen durante el descanso, y la secretaría ubicada al frente de la segunda entrada.

Se puede tener acceso a la planta alta por dos vías ubicadas en extremos opuestos, en esta se encuentran la sala de profesores dotada por varios escritorios y lockers de uso personal de los mismos, un pequeño salón con utensilios deportivos, y una biblioteca de uso estudiantil, y la mayoría de las aulas de clase que en total suman once.

Cada una de las aulas cuenta con un televisor de 21 pulgadas aproximadamente, un pequeño parlante por el que se comunican asuntos institucionales de orden colectivo, un tablero de tiza y acrílico y frente a este están ubicadas en filas las sillas de tipo universitarias y en una esquina al lado del tablero se encuentra el escritorio y el asiento del profesor.

3.2 La Comunidad Educativa

Las familias vinculadas a la Institución Educativa básicamente se encuentran estratificadas en los niveles 1 y 2, aunque las condiciones de vivienda parecen variar según el barrio en el que viven, por ejemplo en el Raizal, barrio en el que se encuentra ubicada la Institución, las viviendas en su gran mayoría son construidas en adobe y materiales duraderos; tienen entre uno y cuatro pisos, a diferencia de los barrios la Cruz, la Onda y otros, donde la mayoría de sus casas son elaboradas de tablas y materiales no duraderos, lo cual permite ver las diversas situaciones económicas que se viven al interior de los diferentes grupos familiares donde habitan y conviven los estudiantes de la Institución.

Las familias son numerosas, y son escasos los hogares conformados por los dos padres y sus hijos; en su mayoría viven solo con uno de los padres, o con sus abuelos, tíos, padrastros, madrastras o hermanos mayores, y a pesar del alto número de habitantes en un mismo hogar, son pocas las personas dentro del mismo que tienen un empleo estable, por ende son bajos los ingresos económicos, por lo que la mayoría deben trabajar en empleos informales, como las ventas ambulantes y empleos por cortos lapsos de tiempo, en los cuales participan no solo los adultos si no también los menores de edad, en la búsqueda del sustento diario.

Los estudiantes de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera pese a la difícil situación económica que han atravesado en la particularidad de sus hogares, ven el estudio como una oportunidad para tener una mejor calidad de vida, ya que desean estudiar para ser en un futuro profesionales y obtener buenos empleos que les garanticen una buena situación económica.

Aunque los estudiantes aspiran entrar a la universidad, no lo hacen tanto por un deseo o pasión académica, sino con miras a obtener dinero y poder suplir las necesidades económicas, personales y familiares, evidenciando la situación económica en la que viven, deseando tener otro estilo de vida para no repetir la misma historia de sus familias, y aunque es de rescatar que quieran aspirar a ser profesionales, sería mejor si lo hicieran no solo por una estabilidad económica, sino también por el gusto de ejercer su profesión.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

4 TRAZANDO NUESTRA INVESTIGACIÓN

4.1 Fundamentos metodológicos

La metodología que planteamos fue de tipo cualitativa, en tanto apuntamos a la solución de ecuaciones cuadráticas desde un lenguaje natural que involucrara la vida real y cotidiana de los estudiantes, entre ellas situaciones sociales, culturales y en general humanas. En este sentido atendemos la investigación cualitativa como la plantea Taylor y Bogdan (1987 p.3) quienes la consideran, en un sentido amplio como “Aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable”, de esta manera estos autores llegan a señalar algunas de las características propias de la investigación cualitativa.

Esta investigación es inductiva, de modo que el investigador ve al escenario y a las personas desde una perspectiva holística, los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas, para ellos todas las perspectivas son valiosas, dan énfasis a la validez en su investigación, los métodos cualitativos son humanistas y teniendo presente que la investigación cualitativa toma muestras pequeñas para explorar las relaciones sociales y describir la realidad tal como la aprecian el grupo de personas que participan en la investigación, esta trata de lograr una descripción holística, esto es, que intenta analizar exhaustivamente, con sumo detalle, un asunto o actividad en particular.

También consideramos pertinente a Méndez (2009) citando a Pérez (2001) cuando señala que la investigación cualitativa:

Es un tipo de investigación que permite tener una visión más adecuada, clara, dinámica, global y aproximada la realidad social [...] que procura interpretar la acción social, develar su significado, intentando incorporar de los participantes estrictamente lo que dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones[...] y de igual manera es también un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación [...] (p.6)

Para el desarrollo de esta investigación, el abordaje que asumimos fue de tipo fenomenológico-hermenéutico, centrando nuestro interés en el análisis de un fenómeno, que nos permitiera constatar si la investigación ayudaría a transformar las prácticas de los estudiantes; por lo tanto realizamos los análisis e interpretaciones en relación con la dialéctica que se presentó entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas dentro del aula de clase, tal como lo plantea Sánchez (1998) cuando menciona que este tipo de abordaje

Concibe lo real cómo fenómenos contextualizados, se preocupa por la capacidad humana de producir símbolos para comunicar significados; por eso el proceso cognoscitivo se realiza por medio de métodos interpretativos. Los fenómenos no son aislados o analizados, son comprendidos a través de un proceso de recuperación de contextos y de significados. (p.120)

También Méndez (2009) define este abordaje como aquel que

Pretende dar nuevos horizontes, renovadas reflexiones y comprensiones, considerando que la aproximación rígida y completa (al fenómeno) es imposible. La fenomenología hermenéutica, no se propone la reducción del fenómeno, sino su interacción con el contexto temporal-espacial, utilizando para ellos signos, símbolos, lenguaje, lingüística y polisemia (p. 14)

Por tanto lo que pretendimos con este tipo de abordaje fue analizar los objetos de la investigación que decidimos, así como interpretarlos, procurar captar el significado de los fenómenos y analizar su sentido o sus sentidos, en las diversas situaciones dónde estos se presentaron.

4.2 Fases de la investigación

4.2.1 Revisión Bibliográfica

Durante los cuatro semestres de nuestra práctica pedagógica realizamos una revisión bibliográfica en torno al lenguaje natural, las expresiones algebraicas, la dialéctica, las ecuaciones cuadráticas y demás temáticas que eran relevantes para nuestra investigación. Estas referencias bibliográficas están compuestas por tesis de investigaciones, artículos académicos, libros entre otros, lo cual se consolidó en un estado del arte.

4.2.2 Planteamiento del Problema

En el primer semestre de nuestra práctica pedagógica asumimos un papel de observadores, donde nos ocupamos de analizar la actitud y comportamiento de los estudiantes, movilizand o nuestras expectativas investigativas desde la experiencia en el aula escolar.

Tales observaciones no solo se enfocaron en el aula de clase, sino también en el entorno de la institución y su comunidad, buscando entender el porqué de muchos de los comportamientos y actitudes de los estudiantes, ya que por ejemplo, a medida que la profesora Edilma iba desarrollando sus temas de clase, observamos que los estudiantes presentaban un desinterés por el álgebra, y este no solo se debía al no poder dar solución a los ejercicios propuestos, sino también al no poder comprender el significado de las ecuaciones, así como las aplicaciones que se les podrían dar en un presente y en un futuro. Todo esto nos intrigó, al conocer la estrecha relación que existe entre las matemáticas y la vida cotidiana, incluyendo las ecuaciones lineales, cuyo tema estudiaban en aquel período.

Con tal motivación, continuamos en el segundo semestre de nuestra práctica, ahora asumiendo el papel de maestros, y fue a partir de nuestras observaciones, acompañamientos en el aula, y diálogos con los estudiantes y la maestra cooperadora, que evidenciamos una falta de relación entre las matemáticas y la vida real, por parte de los estudiantes, ya que se les dificultaba comprender que existen situaciones de la vida real expresadas en lenguaje natural, que pueden ser llevadas a expresiones algebraicas.

De esta manera, enfocamos nuestra investigación en la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, creyendo que a partir de una clara interpretación se podrá representar en expresiones algebraicas lo que en lenguaje natural es familiar para los estudiantes. Y a partir de esto poder manipular las ecuaciones cuadráticas.

4.2.3 Trabajo de Campo

El trabajo de campo lo realizamos en el segundo semestre del 2014 correspondiente al tercer semestre de nuestra práctica pedagógica. Durante este periodo realizamos una actividad inicial, una central y una final, cuyo número de visitas con la actividad realizada y el objetivo de esta se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1. Actividades Realizadas en el trabajo de campo

Fecha Año 2014	Actividad	Objetivo
25 – 26 de Agosto	Actividad Inicial Cambiando de Lenguaje	Analizar cómo los estudiantes interpretan textos escritos en lenguaje natural y en expresiones algebraicas.



08-09 de Septiembre	Actividad Central Fase 1	Analizar cómo los estudiantes de noveno grado redactan y formulan enunciados, tanto en lenguaje natural como en expresiones algebraicas, con base a un enunciado dado.
22-23 de Septiembre	Actividad Central Fase 2	Analizar las habilidades con las que cuentan los estudiantes de noveno grado para detectar errores en cuanto a la escritura de enunciados en lenguaje natural y expresiones algebraicas.
29-30 de Septiembre	Actividad Central Fase 3: Primera y Segunda Ronda	Ubicar a los estudiantes de noveno grado en situaciones cotidianas en las que tenga que dialogar con el lenguaje natural y las expresiones algebraicas.
20-21 de Octubre	Actividad Central Fase 3: Ronda Final	
27-28 de Octubre	Actividad Final	Analizar cómo los estudiantes de noveno grado se apropiaron de la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas.



--	--	--

4.2.4 Análisis

El análisis lo realizamos en el cuarto semestre de nuestra práctica pedagógica; para este se construyeron categorías de análisis emergentes, como el resultado de la triangulación entre la bibliografía revisada, los datos obtenidos, y nuestras apreciaciones como investigadores, pues no quisimos sujetar los resultados a categorías establecidas a priori, de modo que a medida que fueron surgiendo los resultados, elementos y características claves, se fueron conformando las categorías que abarcaron dichos aspectos, y que fueron de nuestro interés analizar.

Además el análisis lo realizamos por medio del estudio de casos, con cinco estudiantes del grado noveno, de los cuales hablaremos en el siguiente apartado.

4.3 Protagonistas de nuestra investigación

Los estudiantes del grado noveno fueron aproximadamente cuarenta por grado, y si bien las actividades las realizamos con todos ellos, para efecto del análisis tomamos los datos producidos por cinco de ellos, los cuales sobresalieron por diversas cualidades y actitudes durante nuestras visitas en el colegio. A continuación presentamos los nombres y una breve descripción de cada uno:

Leidy Mariana Arboleda Rivera: mostró una buena disposición y ganas por aprender en cada una de las actividades que se llevaron a cabo, mostrando además un

interés por participar, lo cual se mostraba en las preguntas que realizaba, su participación en la socialización de las actividades y colaboración con los demás compañeros.

Geraldin Quintana Mosquera: su desempeño y participación en las diferentes actividades que se trabajaron se reflejó en la manera como mostraba interés por participar en las preguntas que surgían, la participación en la socialización de las actividades, los aportes que hacía a la construcción de la misma y la disposición que mostró en participar de cada una de ellas.

Camilo Baena: mostraba interés por la clase y por desarrollar a cabalidad las actividades propuestas en cada una de las actividades, le gustaba trabajar en equipo y comunicar cómo fue el desarrollo de sus trabajos.

Marlon Quintana: se mostraba interesado por las actividades que se proponían en la clase, expresaba las preguntas que tenía acerca de las temáticas que no comprendía mejorando así su proceso de aprendizaje.

Brayan Morales: se percibía como una persona interesada por adquirir nuevos conocimientos, a la hora de realizar el trabajo en clase se mostraba al comienzo desmotivado pero al ver el desarrollo de las actividades su actitud cambiaba y realizaba el trabajo con dedicación y esfuerzo.

Vale la pena resaltar que hemos utilizado los nombres propios de los estudiantes bajo el consentimiento de sus acudientes. Dicha autorización está representada en la carta

firmada por ellos, la profesora Edilma, nuestro asesor y nosotros como investigadores. En la ilustración 2 mostramos dicha carta.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.
PRÁCTICA PEDAGÓGICA III
INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN MÚNERA LOPERA.



Medellín, 01 de septiembre de 2014

Señores
ACUDIENTES DEL ESTUDIANTE

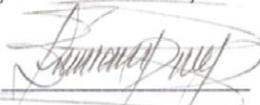
Marlón Quintana

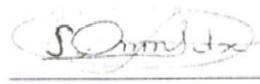
Reciban un cordial saludo.

En la clase de matemáticas de noveno grado, orientada por la profesora Edilma Palacios, estamos desarrollando un proyecto de investigación llamado "ecuaciones cuadráticas: una posibilidad para analizar la dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje formal".

Queremos solicitarle, formalmente, su autorización para que su hijo(a) forme parte de nuestro equipo de investigación como sujeto de la misma, e igualmente presentarlo(a) en la publicación de resultados. Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos en forma de videos, grabaciones, fotos, informes, entre otros que se han propuesto en la clase de matemáticas.

Agradecemos su atención y colaboración.


EDILMA PALACIOS PINO
Profesora del área de matemáticas
Institución Educativa Ramón Múnera Lopera


DIEGO ALEJANDRO PÉREZ GALEANO
Asesor del proyecto de investigación
Profesor de la Universidad de Antioquia


IDER GUERRA BARRIENTOS
Estudiante Investigador
Universidad de Antioquia


ANGIE OROZCO QUINTERO
Estudiante Investigadora
Universidad de Antioquia


LUIS VARGAS RESTREPO
Estudiante Investigador
Universidad de Antioquia

Ilustración 2. Carta de Autorización

Como protagonista de la investigación contamos además con la maestra cooperadora Edilma Eliza Palacios Pino, egresada de la Universidad Tecnológica del Chocó “Diego Luis Córdoba”, de la licenciatura en matemáticas y física, y quien labora en la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera hace siete años. En esta institución imparte clases de matemáticas a los grados superiores², es defensora del aseo y el orden, durante sus clases exige un ambiente aseado y de buena convivencia, invitando a sus estudiantes constantemente al buen trato, al respeto, a la escucha, a la buena convivencia, a un adecuado manejo del vocabulario.

4.4 Instrumentos de producción de registros y datos

4.4.1 Actividad inicial

Como actividad inicial le propusimos a los estudiantes una actividad la cual nombramos “Cambiando de lenguaje” en la cual por grupos de a tres, se les pedía reescribir un párrafo que se encontraba escrito en lenguaje natural reemplazando, por expresiones algebraicas, aquellas palabras o frases que podían sustituirse sin cambiar el sentido del mismo.

Al reescribir el párrafo, debían hacerlo en un pliego de papel periódico y después de esto intercambiaban los carteles con otro grupo que tuviese un párrafo diferente al suyo. En total habían cuatro párrafos diferentes y al intercambiar los carteles con alguno de sus compañeros, cada grupo debía hacer lo opuesto a la actividad inicial, es decir, debían reescribir el párrafo que se encontraba escrito tanto en lenguaje natural como expresiones

² En el contexto colombiano, nos referimos a grados superiores como aquellos que se encuentran en el tramo final de la educación básica secundaria y media, es decir, noveno, décimo y undécimo.

algebraicas solo en lenguaje natural, y comprender el sentido de este. A continuación mostramos la cartelera realizada por uno de los estudiantes:

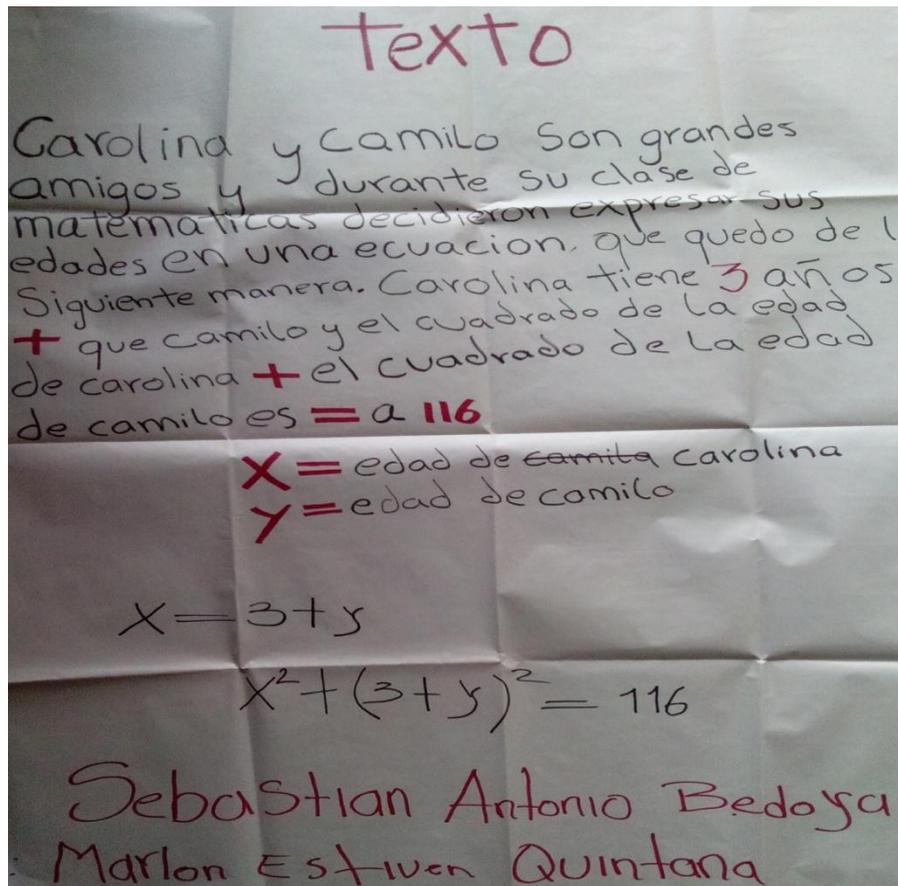


Ilustración 3. Cartelera Actividad Inicial

Al finalizar la actividad le realizamos a los estudiantes una serie de preguntas que nos dieron cuenta en un momento inicial, qué entendían los estudiantes por lenguaje natural, expresiones algebraicas y qué relación creían que existiera entre ambos, según sus propias apreciaciones, además de este ser el objetivo principal de la actividad.

4.4.2 “Dominó Cuadrático” Actividad Principal

Debido a la falta de motivación que han presentado los estudiantes en la clase de matemática, consideramos utilizar como metodología de clase un juego, buscando despertar en ellos cierto interés y motivación por participar; y luego de ponernos en la tarea de buscar teóricos que nos aportaran ideas para la construcción de este, nos encontramos con el trabajo de fin de máster de Rodríguez (2011).

El trabajo anteriormente mencionado titulaba “Traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación verbal y simbólico por estudiantes de secundaria”, en el cuál la autora utilizó como instrumento de producción de datos un “Cuasi-dominó Algebraico” nombrando su juego así, por las similitudes que tiene con el dominó clásico, sólo que con un número diferentes de fichas, que contenían expresiones algebraicas tanto en lenguaje natural cómo formal.

Este nos direccionó en la construcción de un juego que nos sirviera como instrumento de producción de datos, y se pudiera trabajar tanto individual como en pequeños grupos, y que nos permitiera analizar la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas. En el trabajo individual, cada estudiante realizó el ejercicio de completar los espacios faltantes en las fichas en lenguaje natural y expresiones algebraicas según el caso, lo cual produjo datos específicos de cada estudiante.

Con el trabajo en grupo, pudimos observar la interacción de los estudiantes en el momento de emparejar las fichas en los diferentes lenguajes, sin intervenir en su juego, a menos de que se faltara a una de las reglas que se les anunciaron con anterioridad, dando

libertad a expresiones y diálogos entre cada subgrupo, brindando la oportunidad de expresarse libremente.

Y así, basamos el diseño de nuestro juego en el juego del dominó clásico, el cual es familiar para todos los estudiantes. Rodríguez (2001) en su trabajo cita a González (2000) quien define este juego clásico como “un juego cuyas fichas se encuentran divididas en partes y están compuestas por las combinaciones de siete palos tomados en grupos de dos, teniendo en cuenta la repetición para la formación de las fichas dobles” (p. 28)

Nuestro “Dominó Cuadrático”, como lo hemos nombrado, ya que sus fichas estuvieron compuestas por expresiones cuadráticas en lenguaje natural y expresiones algebraicas, se conformó con veintiocho fichas, de las cuales siete eran pares. Esta adaptación del juego del dominó se realizó con la búsqueda de ubicar a los estudiantes en situaciones en las que tuvo que dialogar con los dos lenguajes, planteados en el contexto de enunciados de expresiones cuadráticas.

En torno a este juego organizamos la producción de datos en tres fases, una individual, otra de co-evaluación y una última, de forma grupal. A continuación mostramos en qué consistió cada una de las fases:

4.4.2.1 Fase I:

En esta fase a cada estudiante se le entregó una hoja que contenía 21 fichas como se muestra en la figura 4, simulando una partida de nuestro dominó cuadrático, este solo tenía enunciados en lenguaje natural o expresiones algebraicas en algunas de sus casillas, de tal modo que cada uno de los estudiantes debía llenar los espacios en blanco con el enunciado que correspondía. Cada una de las fichas debía contener una casilla en lenguaje natural y

otra con una expresión algebraica y las seis fichas pares que completaban nuestro dominó cuadrático se les entregó a los estudiantes al iniciar la tercera fase.

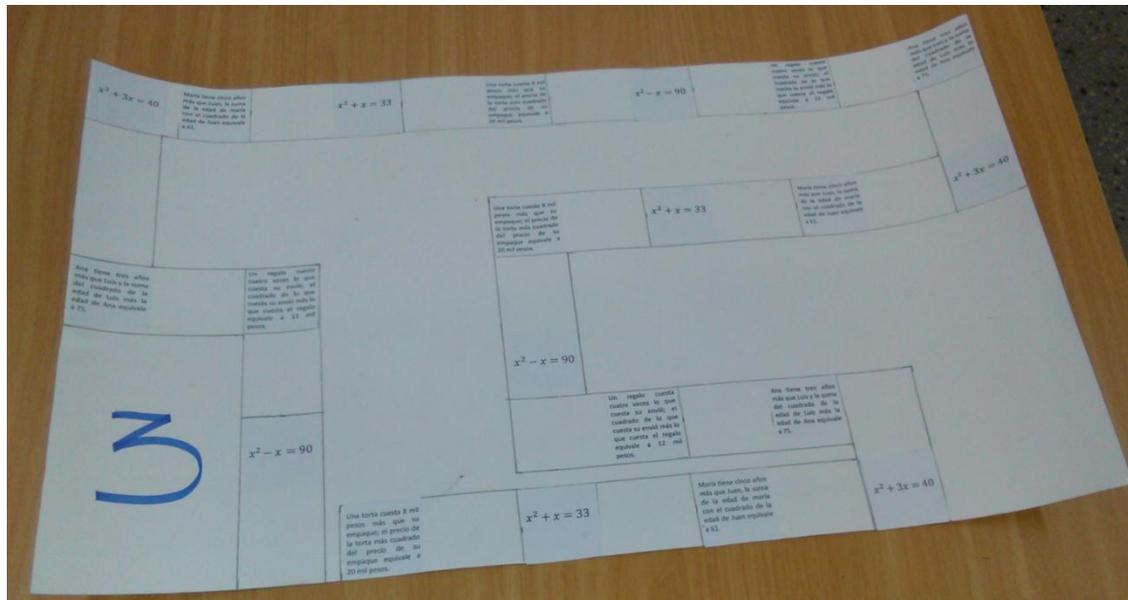


Ilustración 4. Dominó Primera Fase

4.4.2.2 Fase II:

En esta fase, los estudiantes intercambiaron sus partidas de dominó cuadrático, con el objetivo de evaluar a su compañero, y corregirlo en el caso de haber algún error; esta fase se realizó de modo que cada uno quedara con una partida diferente a la que completó en la primera fase, y al tiempo que se verificaba que todas las partidas estaban correctas, lo que buscábamos fue desarrollar cierta habilidad en los estudiantes en el momento de representar ecuaciones cuadráticas tanto en lenguaje natural como en expresiones algebraicas, de modo que dejara de ser una dificultad para ellos, como se ha venido presentando.

4.4.2.3 Fase III:

Esta última fase se dividió en tres momentos, en el que se realizó un torneo con los Dominós Cuadráticos con los que se trabajó en la primera y segunda fase; esto se realizó con base a los siguientes pasos:

1. Se organizaron por subgrupos de a tres a cuatro estudiantes, y entre cada subgrupo se jugó una primera partida y el ganador de cada uno de los subgrupos paso a una segunda ronda. Teniendo en cuenta que el número de estudiantes por grupo era de 40 aproximadamente, se conformaron 10 subgrupos, de los cuales salieron 10 finalistas.

En el caso en donde las partidas se cerraron sin haber un ganador, el jugador que tenía el menor número de fichas pasó a la siguiente ronda, y cuando se dio el caso de que varios estudiantes quedaran con el mismo número de fichas, se jugaba una nueva partida en busca de un único finalista.

2. Se realizó una segunda partida con los finalistas de la primera ronda, y se dividieron en tres grupos y cada uno jugó una nueva partida, y similar a la primera ronda, solo quedaron tres finalistas.

3. En el tercer paso, se realizó una partida final, de la cual salió el ganador de nuestro dominó cuadrático. Las reglas para este juego, con base en las reglas del domino clásico, más algunas modificaciones fueron las siguientes:

- ✓ Se colocan las fichas boca abajo y cada estudiante tomaría un número igual de fichas, las cuales debía evitar que vieran sus compañeros.

✓ El jugador que tuviera una de las siete fichas dobles acordada, sería quien empezara la partida.

- ✓ El turno implicaba una única puesta e iba pasando de jugador en jugador siguiendo la dirección de las agujas del reloj.
- ✓ Si un jugador no tenía ninguna ficha que correspondiera con una de las expresiones de los extremos del juego, cedía el turno.
- ✓ Ganaba el primer jugador que se liberara de todas sus ficha. Cantaba dominó cuadrático y gana la partida.

4.4.3 Actividad Final

Como actividad final les propusimos a los estudiantes dos actividades. En la primera debían aparear un enunciado en lenguaje natural como la expresión algebraica que correspondiera y contarnos cuál fue el procedimiento que realizó para decidir aparearlo. En el segundo punto se le daban una serie de enunciados en lenguaje natural que contenía varios espacios en blanco, y estos debían ser llenados con base en una expresión algebraica dada.

Al finalizar esta, al igual que en la actividad inicial, debían responder una serie de preguntas que nos dieron cuenta ya en ese momento final, que entendían los estudiantes por lenguaje natural, expresiones algebraicas y qué relación creían que existiera entre ambos, según sus propias apreciaciones, además de este ser el objetivo principal de la actividad.

4.4.4 Grabaciones de Audio y Video

Aparte del juego como instrumento de producción de datos, realizamos grabaciones de audio y video durante las actividades realizadas, en busca de capturar reacciones o comentarios relevantes para el análisis de nuestra investigación, de la mano de las investigaciones fenomenológico-hermenéuticas, las cuales “utilizan técnicas cualitativas que permiten la inter-subjetividad y la manifestación de los sujetos incluidos en la investigación, tales como, entrevistas abiertas, historias de vida, discursos, opiniones, etc.” (Sánchez, 1998, p.123), preocupándonos así por el entorno de los acontecimientos, y centrando nuestra indagación en aquellos contextos naturales y tomados tal y como se encuentran, más que reconstruidos o modificados, en el que los estudiantes interactúan directamente.

4.4.5 Entrevistas Semi-Estructuradas

Además de los demás instrumentos, realizamos entrevistas las cuales nos permitieron tener un acercamiento más directo con los protagonistas de la investigación, y poder detenernos en algunos puntos importantes de análisis, estas fueron de tipo semi-estructurada, dando cabida, a que a medida que iban surgieron algunas preguntas que no estaban dentro del formato se pudieron contemplar. Y como nos dice Ozonas & Pérez, citando a Díaz (2004)

Las entrevistas semi-estructuradas por su carácter conversacional que desde el interaccionismo simbólico se recomienda a fin de no oprimir a las personas participantes, generando un ámbito coloquial que facilita la comunicación entre quienes interactúan, sabiendo que no hay nada en contra de investigar asuntos en los que esté involucrada emocionalmente”. (p.200)

Es decir que la entrevista semi-estructurada, lo que busca es que sea el entrevistador quien genere y mantenga la conversación con el entrevistado en aras de que el tema del que se esté hablando no se desvíe de la temática que se está tratando, sin sujetar está a una entrevista estructurada.

4.4.6 Análisis:

En análisis de los datos producidos lo realizamos en el primer semestre del año 2015, correspondiente al cuarto semestre de nuestra practica pedagógica, con base en el estudio de casos por medio de la triangulación entre los datos producidos, la bibliografía revisada y nuestras apreciaciones como investigadores.

4.5 Análisis y categorías

Para el análisis de los datos se construyeron categorías de análisis emergentes, como el resultado de una triangulación entre la bibliografía revisada, los datos producidos, y nuestras apreciaciones como investigadores, entendiendo esta como nos la plantea Mora (2004), quien menciona que en la triangulación de datos

Se utiliza una variedad de fuentes de información o informantes, respecto a un determinado problema o situación o echo a analizar. La triangulación se produce cuando existe concordancia o discrepancia entre fuentes. Se pueden triangular informantes/personas, tiempos y espacios/contexto. (p. 6)

Pues no quisimos sujetar los resultados a categorías establecidas a priori, de modo que a medida que fueron surgiendo los datos, elementos y características claves, se fueron conformando las categorías que abarcan dichos aspectos, y que son de nuestro interés analizar. Además teniendo en cuenta nuestro enfoque metodológico, lo consideramos conveniente ya que

Dentro del marco de una investigación cualitativa, la triangulación comprende el uso de varias estrategias al estudiar un mismo fenómeno, por ejemplo, el uso de varios métodos (entrevistas individuales, grupos focales o talleres investigativos). Al hacer esto se cree que las debilidades de cada estrategia en particular no se sobreponen con las de las otras y que en cambio sus fortalezas se suman. (Ibídem, p. 120)

Por otro lado, construimos categorías de análisis emergentes con base a la teoría emergente, de la cual Coolican (1994) nos expone que estas

Se desarrollan a medida que se analizan los datos y, por ende, conforme se prosigue con la recopilación de más datos [...] la posterior recopilación de datos se utiliza para comprobar que las categorías emergentes en efecto se ajustan a la realidad. (p. 9)

Para finalizar, el análisis se realizó por medio del estudio de casos, entendiendo este como lo plantea Alzate, Múnera & Ríos, parafraseando a López (2006), quien menciona que:

El objetivo principal de este tipo de estudio es comprender el significado de un fenómeno o una experiencia, de manera particular; así mismo, permite que desde el análisis minucioso de los datos surjan conceptos globales, de esta forma el estudio de casos se plantea con la finalidad de llegar a generar conjeturas a partir del establecimiento sólido de relaciones descubiertas, aventurándose a explicar relaciones causales que aparecen en un contexto concreto y dentro de un proceso dado. (p. 13)

Y teniendo en cuenta que esta metodología puede hacerse de forma individual o grupal, consideramos que en esta investigación el estudio de casos puede ser de gran riqueza dado que la actividad principal para la producción de datos estuvo planteada para trabajar tanto individual como grupal, por lo tanto los datos que se obtuvieron no fueron los mismos, y esto nos puede proporcionar una comprensión más amplia y profunda del fenómeno.



5. UNA MIRADA AL LENGUAJE NATURAL DESDE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En la primera categoría abordaremos el lenguaje natural, y mostraremos el proceso que vivieron los protagonistas de la investigación en cuanto al trabajo realizado en cada una de las actividades, al tiempo que abordaremos algunos referentes teóricos que nos hablarán acerca de este lenguaje y que están en diálogo con los aportes de los protagonistas, y nuestra mirada como investigadores

5.1 Lenguaje Natural: Abordaje Teórico

En primer lugar abordaremos el concepto de lengua, entendiendo este como lo plantea Benveniste (1966) citado por Duval (2004), quien menciona que “lo propio de una lengua es permitir un discurso, es decir, una expresión que “haga una referencia al mundo” de manera que pueda ser compartida entre los que quieren comunicarse entre sí”, (p.86) tomando como referencia los objetos físicos, ideales o imaginarios, los cuales se puedan utilizar para expresar o comunicar una idea y de allí poder llegar a un discurso.

Ahora tomamos el lenguaje natural desde Duval (2004) el cual nos plantea tomando como referencia a Benveniste que;

La lengua natural es la organización semiótica por excelencia”, entendiendo la especificidad de las representaciones semióticas “como un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica, o los gráficos cartesianos, y que pueden ser convertidos en representaciones “equivalentes” en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. (p 19)

Por tanto asumimos el lenguaje natural, como aquel sistema de signos que se utilizan en la vida cotidiana que permite hacer una representación de un conocimiento que se ha adquirido, en el diario vivir, en otro sistema semiótico, en éste caso, particular a

nuestra investigación, las expresiones algebraicas, las cuales se suele trabajar en la escuela, en el momento de abordar las matemáticas.

Por lo tanto, un sistema de representación semiótico debe permitir la realización de tres actividades; Según Duval, citado por Penalva & Torregrosa (s.f)

1. La identificación de la presencia de una representación. La cual Implica una selección de rasgos en el contenido a representar. Como lo son, el enunciado de una frase, escritura de una fórmula, etc.
2. El tratamiento de una representación. Es la transformación de una representación en otra del mismo sistema. Es una transformación interna a un sistema.
3. La conversión de una representación es la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad. La conversión es una transformación externa del sistema de partida. (p 5)

Sin embargo en la mayoría de las escuelas los contenidos matemáticos se ven alejados de la realidad, y del contexto de los estudiantes ya que solo se centran en las fórmulas y algoritmos propios de esta área, lo que dificulta un poco la comprensión de lo que es el lenguaje natural, así como la capacidad para interpretar y evaluar críticamente los nuevos conocimientos matemáticos que va adquiriendo. En este sentido, y como lo menciona Penalva & Torregros (s.f.).

El lenguaje natural sólo es uno de los recursos que utiliza nuestra comunidad para construir significados. No representa la totalidad de los medios a través de los cuales hacemos matemáticas, pero es el más importante y el modelo para entender el resto. La enseñanza de las matemáticas tiene que hacer frente a la aparente contradicción de que necesita el lenguaje natural para introducir a los estudiantes nuevos contenidos, y que este lenguaje puede volverse un obstáculo de comprensión para los estudiantes. (p.10)

Por tanto es el lenguaje natural el que ayuda a que los estudiantes comprendan con más facilidad las matemáticas ya que estas se presentan contextualizadas, lo que permite hacer un cambio de un sistema semiótico a otro, en este caso del lenguaje natural a las

expresiones algebraicas, por lo que es importante que el estudiante comprenda y le dé significado al problema, y una de las formas para lograr este propósito es llevar a la escuela problemas enmarcados en el contexto y la realidad de los mismos estudiantes,

Olazábal (2005), al respecto menciona que;

El planteamiento de los problemas del mundo real, así como su primer razonamiento, se lleva a cabo en lenguaje natural, es decir, en lengua hablada o escrita, lo cual implica la necesidad de transferir el conocimiento de un registro semiótico a otro. Es claro que si el alumno no puede llevar a cabo esta traducción, menos podrá llegar al modelo matemático que representa al problema, es decir, la traducción es una de las habilidades básicas en el proceso de contextualizar. (p.14)

En relación con lo anterior es importante que el estudiante logre manipular las expresiones algebraicas y al mismo tiempo pueda relacionar este con situaciones de la vida cotidiana, y así poder comprender las situaciones que se les han planteado; al respecto Duval citado por Gutiérrez & Parada (2007) menciona que; “todo discurso o texto involucra dos aspectos: uno relacionado con la redacción –lingüística- y el otro con los objetos de conocimiento” (p 34) por tanto para comprender una situación planteada en lenguaje natural se requiere realizar un tratamiento que permita comprenderla, se puede utilizar una descripción, explicación y/o argumentación, luego es en la conversión donde el estudiante debe discriminar los registros significantes presentes en el enunciado de la situación y poner en correspondencia esas unidades con su expresión en otro registro. Esto último es quizás lo que presenta más dificultad.

5.2 Interpretando el Lenguaje Natural

Para iniciar con el presente análisis, tomaremos como punto de partida los datos producidos en la actividad inicial de nuestro trabajo de campo, en el cual los estudiantes debían subrayar aquellas palabras o frases que podrían reemplazar o sustituir por alguna

expresión algebraica, de un párrafo dado. En el caso de Brayan, su párrafo quedó subrayado de la siguiente manera:

Sara tiene tres tíos, los cuales hace tiempos no ven y quiere verlos de nuevo. El menor de ellos debe tener el cuadrado de la edad que tiene Sara más dos años. El tío del medio debe tener la edad que tiene el menor más tres años y el tercer tío debe tener la suma de las edades de los otros dos tíos. Sara espera reconocerlos a pesar de los años.
(Brayan Morales, Actividad inicial, 26 de Agosto de 2014)

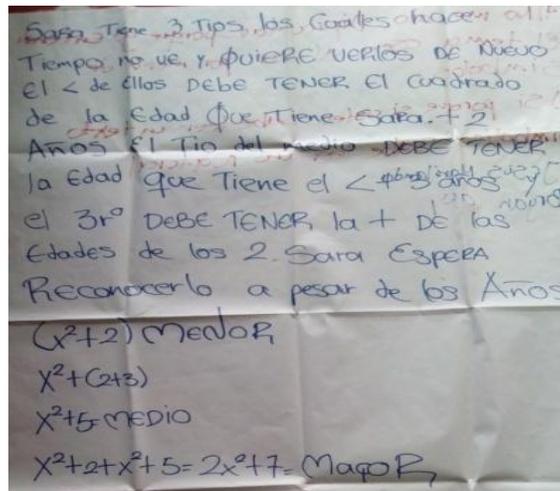


Ilustración 5. Cartelera de Brayan

Brayan representó la edad del tío menor como $x^2 + 2x + 5$ la edad del tío del medio, y $x^2 + 2 + x^2 + 5 = 2x^2 + 7$ la edad del mayor.

Podemos observar que al subrayar el párrafo, Brayan no tuvo en cuenta la *suma* ni *dos*, pero al reescribirlo las reemplazó al igual que las subrayadas. A quien no reemplazó fue al *cuadrado*, manifestando que no sabía cómo hacerlo.

Al respecto Socas, Camacho, & Hernández (1998) mencionan que;

Los objetos matemáticos se comunican mediante los sistemas de representación semiótica y existen diferentes tipos de representación que favorecen una comprensión más amplia de los conceptos, sin embargo existe la preocupación entre los matemáticos y los profesores de matemáticas para que los alumnos no confundan los objetos matemáticos con su representación, y es por ello por lo que se ha favorecido tradicionalmente los sistemas de representación más formales como representaciones más intuitivas. (p.6)

En cuanto a lo presentado por Brayan vimos que los estudiantes protagonistas de esta investigación manejaban ciertos conceptos previos o intuitivos, que utilizan tanto en la clase de matemáticas como en su contexto, y a los cuales se les facilita hacerle una representación. Sin embargo, al trabajar con algunos conceptos, en este caso particular con el cuadrado, el cual formalmente es un concepto nuevo para ellos, este aún no está dotado de un significado, lo que les impide lograr hacer dicha representación.

Por otra parte, retomamos lo expresado por Mariana y Geraldin, durante la primera fase del Dominó Cuadrático, en el cual se evidenció que tenían dificultades al momento de redactar un enunciado escrito en lenguaje natural con base en una expresión algebraica dada. Esto lo evidenciamos en frases como

El cuadrado de lo que cuesta una silla da como resultado noventa partiendo de la expresión $(x^2-x=90)$,

El doble de la edad de Jaimito sumado con el cuadrado veces la edad de Juan da como resultado noventa y cinco partiendo de la expresión $(x^2+4x=95)$ (Mariana, Fase uno del dominó, 29 de septiembre de 2014).

La edad de Lucas es el cuadrado de Daniel y los dos suman seis partiendo de la expresión $(x^2+x=6)$ (Geraldin, Fase uno del Dominó, 29 de septiembre 2014).

En estos aportes podemos observar que los estudiantes se percataban solo de que en la frase estuviera el resultado final de la expresión algebraica dada, sin tener en cuenta el significado de su variable, ya que en repetidas ocasiones nombraban a dos sujetos diferentes al interior de una expresión con la misma variable x , las operaciones que contenía y el concepto de cuadrado, de tal modo que al leer el enunciado escrito en lenguaje natural en contraste con la expresión algebraica, no correspondía el sentido de la una con la otra.

Al respecto González (2012) nos menciona que;

Existen dificultades al comprender y usar el concepto de variable adecuadamente, los estudiantes no interpretan sus significados y presentan diversas dificultades cuando requieren trabajar con ellas, por ejemplo: ignoran la variable, la asumen como un objeto, no pueden modelar problemas, operan con las expresiones algebraicas como operan con las expresiones numéricas. Los estudiantes se quedan con el uso sin significado de las letras y eso explica la dificultad a la hora de resolver problemas, pues no encuentran en el lenguaje simbólico las herramientas para el establecimiento de una relación o el planteamiento de una ecuación necesaria para entender, interpretar y trabajar con una determinada situación.(p.31)

Tal dificultad se encontraba presente en los estudiantes, como ilustramos anteriormente, lo que nos permitió evidenciar la falta de relación que tenían estos, en cuanto al trabajo de las expresiones algebraicas con el contexto, de tal manera que no lograban representar las expresiones algebraicas dadas, con alguna situación de su contexto que pudiesen comunicar en lenguaje natural. Por ejemplo, no estaban muy familiarizados con la expresión *al cuadrado*, ya sea porque no la utilizaban formalmente en su cotidianidad o hasta el momento solo habían trabajado ecuaciones lineales en sus clases de matemáticas.

Otro de los aspectos a mencionar son las estrategias que utilizaron los protagonistas para llevar a cabo las actividades; por ejemplo; Geraldin al igual que su equipo utilizaron estrategias como mirar cuales fichas estaban repetidas, cuáles eran parecidas, en cuanto a las operaciones utilizadas, para no colocar alguna que no correspondiera y trataron de utilizar las mismas frases para completarlo, además de fijarse en el término independiente para así hacer su respectiva traducción.

En cuanto a estas estrategias, el grupo Azarquiel (1994) nos habla de *Traducción literal*; “Esta estrategia es muy común y consiste en asociar el orden en que aparecen las palabras clave del enunciado de un problema, con el orden de los símbolos que utilizan en la expresión algebraica”. (p.3), y como vimos en las diferentes actividades, los estudiantes para llevar a cabo el desarrollo de las actividades propuestas utilizaron estrategias que les permitieron comunicar sus ideas, establecer vínculos con los demás y pensar ahora las matemáticas en relación con su contexto, a lo que apuntaba nuestro trabajo de investigación.

Otro de los aspectos para tener en cuenta, fueron las nociones que tenían los estudiantes protagonistas sobre el lenguaje natural, ya que como lo mencionaron anteriormente, este lo relacionaban con las palabras lo que se manifestó en lo que expresó cada una de ellas;

Para mí el lenguaje natural es aquel que escribimos por medio de las palabras;
(Geraldin, entrevista dos, 22 de octubre de 2014)

De igual manera Mariana manifestó que para ella lenguaje natural lo entendía cómo; *un problema planteado por medio de enunciados*. (Mariana Arboleda, entrevista dos, 22 de octubre).

Yo entiendo por natural el lenguaje que todos usamos cotidianamente que es por medio de palabras. (Marlon Quintana, entrevista dos, 20 de octubre).

Por lenguaje natural entiendo que es una forma de expresar donde no se usa símbolos. (Camilo Baena, entrevista dos, 20 de octubre).

Al respecto Córdoba & Quintana (2012) nos habla de lenguaje natural como;

Aquel utilizado en la vida diaria del individuo, siendo este el lenguaje natural que se usa a diario sin tecnicismos. En el estudio de las matemáticas, se ha desarrollado un lenguaje particular, distinto al cotidiano, para transmitir el pensamiento del conocimiento y el pensamiento matemático, libre de cualquier influencia, y está excesivamente formalizado (p.2)

Lo mencionado anteriormente era común a los estudiantes ya que cuando se les pregunto qué entendían por lenguaje natural, ellos respondían que estaba relacionado con el contexto y con las actividades que realizaban cotidianamente. Las siguientes son algunas de las respuestas dadas por los estudiantes

Es más fácil trabajar con el lenguaje natural. Ya que es el que estamos acostumbradas a trabajar en clase. (Geraldin, Entrevista uno, 22 de octubre de 2014)

Es más fácil trabajar con el lenguaje natural, ya que en este, los problemas están escritos en letras y son más fáciles de entender que las expresiones algebraicas. (Mariana, Entrevista, 22 de octubre de 2014).



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Al respecto, Díaz, Palomino, & Vergara (2009) nos menciona que;

La utilización del lenguaje natural tiene evidentemente sus ventajas, ya que permite hacer frases, manipular permanentemente juegos de palabras. El peligro es de todos modos que, haciendo esto, se esté forzado a vivir una especie de doble vida, lo que no es nunca fácil de mantener. Pues los vocablos del lenguaje cotidiano varían su significado dentro del contexto del que se maneje mientras que los términos matemáticos no. (p.37)

Ellas, al igual que muchos de sus compañeros manifestaban que era más fácil trabajar con el lenguaje natural, ya que estaban más familiarizados con este, y que era el que más trabajaban en el colegio y en la cotidianidad, y esto lo observamos en la manera como trabajaron la traducción de los enunciados escritos en lenguaje algebraico a lenguaje natural donde utilizaban palabras o frases de su contexto.



6. INTERPRETANDO EXPRESIONES ALGEBRAICAS

En esta segunda categoría de análisis abordaremos las expresiones algebraicas construidas por los estudiantes durante las actividades planteadas, en relación con los autores que han abordado el tema, además de nuestras apreciaciones como investigadores. Para ello, en primera instancia daremos a conocer un abordaje teórico que da cuenta de qué entendimos tanto por expresiones algebraicas como por ecuaciones cuadráticas, las cuales, como lo hemos mencionado anteriormente, fue el tema central de las actividades realizadas.

6.1 Expresiones Algebraicas: Abordaje Teórico

En primer lugar aclaramos que en nuestra investigación no nos referimos al “lenguaje simbólico”, a pesar de que cuando se habla de pasar un problema a ecuaciones, se describe usualmente como “paso del lenguaje natural al lenguaje simbólico”, ya que tomamos como referencia a Peirce (1987) citado por Puig (2003), quien nos menciona que las expresiones algebraicas no son símbolos, sino que son íconos. Dicho en palabras de Peirce (1987):

[...] una fórmula algebraica es un ícono, que ha sido convertido en tal mediante las reglas de conmutación, asociación y distribución de los símbolos. Puede parecer a primera vista que es una clasificación arbitraria llamar ícono a una expresión algebraica; que podría igualmente o más adecuadamente ser considerada como un signo convencional [símbolo] compuesto. Más no es así. Porque una gran propiedad distintiva de los iconos es que mediante su observación directa se pueden descubrir otras verdades concernientes a su objeto que no son las que bastan para determinar su construcción. [...] Esta capacidad de revelar una verdad inesperada es precisamente aquello en que consiste la utilidad de las fórmulas algebraicas, por lo cual el carácter icónico es el predominante. (p. 7)

Por ende en nuestro trabajo nos referimos a las “expresiones algebraicas” como iconos, ya que si las consideramos solo como signos o como símbolos, estas tendrían las propiedades que tienen sus objetos, y en relación con las letras de las expresiones algebraicas, tomadas

por separado no son íconos, sino índices y por lo que cada letra es índice de una cantidad, tampoco son símbolos.

Con relación al papel que cumplen las expresiones algebraicas en el momento de pasar de un enunciado en lenguaje natural a una ecuación, Puig (2003) nos plantea que

Si la expresión algebraica es el resultado de la traducción del enunciado verbal de un problema aritmético-algebraico, cada letra concreta está representando una cantidad concreta como resultado de la convención que ha establecido quien ha hecho la traducción, pero cada letra se refiere a una cantidad aun cuando no haya interpretante ya que un interpretante cualquiera que no esté al corriente de la convención establecida asignará las letras a las cantidades adecuadas, ya que la expresión algebraica en su conjunto va a exigir que se asigne a cada una la cantidad correspondiente. (p. 7)

De esta manera entendemos que en las expresiones algebraicas están presentes las letras como índices, los signos como símbolos y las expresiones globalmente son consideradas como iconos. Por tanto consideramos pertinente hablar de la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, ya que estas en conjunto contienen los elementos necesarios de análisis para nuestra investigación.

6.2 Ecuaciones Cuadráticas: Abordaje Teórico

En cuanto a las ecuaciones cuadráticas, entendemos estas como nos las plantea Gallo, *et al* (2006), quienes mencionan que

Las funciones cuadráticas o polinómicas de grado dos, tradicionalmente se han presentado en los textos escolares como aquellas que pueden ser expresadas simbólicamente en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$ y se les ha diferenciado de las lineales, porque se puede encontrar en la expresión simbólica que la representa, un término cuya potencia de la variable independiente es uno más que las lineales, es decir dos. El valor del parámetro a es diferente de cero y la gráfica que la representa no es una línea recta sino una curva llamada parábola. (p. 141)

Además con base en la tesis de Mesa (2008), en la cual realiza un análisis del desarrollo histórico del concepto de función cuadrática, tuvimos un acercamiento más claro acerca de

la concepción de ecuación cuadrática a través de la historia, ya que en ella, la autora menciona que

La historia da cuenta, de que las situaciones cuadráticas después de ser estudiadas en el plano, les fue asignada una generalidad por medio de su expresión analítica y al observar que algunas de ellas cumplían con la relación unívoca entre cantidades, fue nombrada como función cuadrática. Vale la pena anotar que obviamente fue construido el concepto epistemológico de función sin hacer discriminación alguna por su grado, sin embargo las situaciones de carácter lineal son una referencia para la concepción de la cuadratura. (p. 52)

También nos expone cómo las ecuaciones cuadráticas permiten en un sentido didáctico, un aprendizaje significativo de las matemáticas en relación a la vida cotidiana, ya que plantean que

La función cuadrática como concepto se consolida una vez el concepto de cuadrado es construido de manera significativa, y por otro lado el concepto de función significativamente construido permitirá acoger la cuadratura como una clase de comportamiento funcional, y tiene el agregado de que se cuenta con muchas situaciones cotidianas en las que se puede tomar referencia para ser modeladas, y lo mejor es que por ser de naturaleza tan cotidiana, le aporta más al estudiante para su vida como un ser competente. (Ibídem, p.53)

En consecuencia, asumimos las ecuaciones cuadráticas como un camino viable para analizar la relación que existe entre las matemáticas y la vida real, en nuestro caso, por medio del lenguaje natural y las expresiones algebraicas, con miras a que el estudiante reconozca las aplicaciones de las ecuaciones cuadráticas en situaciones cotidianas y familiares, las cuales no habían percibido como tal, sino al contrario, como un tema propio de las matemáticas y ajeno de la vida real.

6.3 Pasando del lenguaje natural a las expresiones algebraicas

En la primera entrevista realizada a los protagonistas de nuestra investigación, en la que les preguntamos acerca de que entendían por expresiones algebraicas, Camilo nos respondió que

Por expresiones algebraicas entiendo que es una forma de escribir donde se pueden cambiar algunas palabras por símbolos (Camilo Baena, Entrevista, 21 de octubre de 2014)

De lo anterior expresado por Camilo, pudimos evidenciar que en los estudiantes está la idea de que las expresiones algebraicas son símbolos o combinaciones de estos, que se utilizan en las matemáticas para representar situaciones escritas en un lenguaje natural, como si solo estuvieran viendo las expresiones algebraicas como una combinación de símbolos que les permiten traducir enunciados escritos en lenguaje natural a expresiones algebraicas. Además notamos que los estudiantes relacionaban de inmediato las expresiones algebraicas solo con los símbolos, mas no reconocían sus otros elementos.

Tratando de encontrar una explicación del porqué los estudiantes de novenos grado veían las expresiones algebraicas como símbolos retomamos a Alzate, Múnera & Ríos (2009) quienes mencionan que:

El lenguaje simbólico sería una forma de escribir y expresar una idea interiorizada en el lenguaje natural, pero por medio de símbolos que se construyen dentro de un grupo social. Un ejemplo del lenguaje simbólico serían las expresiones algebraicas que se enseñan en la clase de matemáticas, las cuales han sido construidas por un grupo de personas, pues las letras de esas expresiones representan situaciones que se pueden expresar en un lenguaje natural, así como el lenguaje natural puede expresar lo que representa una letra dentro de una expresión algebraica. (p. 53)

Es decir que en los estudiantes creció la idea de que las expresiones algebraicas son símbolos porque al interior de estas encontramos símbolos como los son los signos $+$, $-$, $=$, ... Y como nos plantea Puig (2003)

Los signos $+$, $=$, etc. Son símbolos en el sentido de Peirce. Las expresiones algebraicas pues son un ejemplo de la imbricación de los tres tipos de signos en las escrituras matemáticas: las letras son *índices*, los signos $+$, $=$, etc. son *símbolos* y la expresión globalmente considerada es un *icono*. (p.8)

Por ende, ya que hacemos referencia a las expresiones algebraicas desde Pierce, consideramos estas en su conjunto y no tomando cada uno de los signos (índices, símbolos iconos) por separado, ya que para poder traducir un enunciado en lenguaje natural a una expresión algebraica, esta nueva expresión debe estar completa para poder ser entendida y comprendida tanto por la persona que ha hecho la traducción como por el interpretante o los interpretantes de esta.

Por otra parte, en una de las producciones de datos de la actividad inicial, descrita detalladamente en el capítulo 4, en la que le presentamos al estudiante un párrafo que describía alguna situación cotidiana, y el cual debían subrayar para más adelante reescribir reemplazando aquellas palabras o frases que consideraran podría sustituirse por expresiones algebraicas, la cual se muestra a continuación:

Carolina y Camilo son grandes amigos y durante su clase de matemáticas decidieron expresar sus edades en una ecuación la cual quedo de la siguiente manera: Carolina tiene tres años más que Camilo y el cuadrado de la edad de carolina aumentado en el cuadrado de la edad de Camilo equivale a ciento dieciséis.

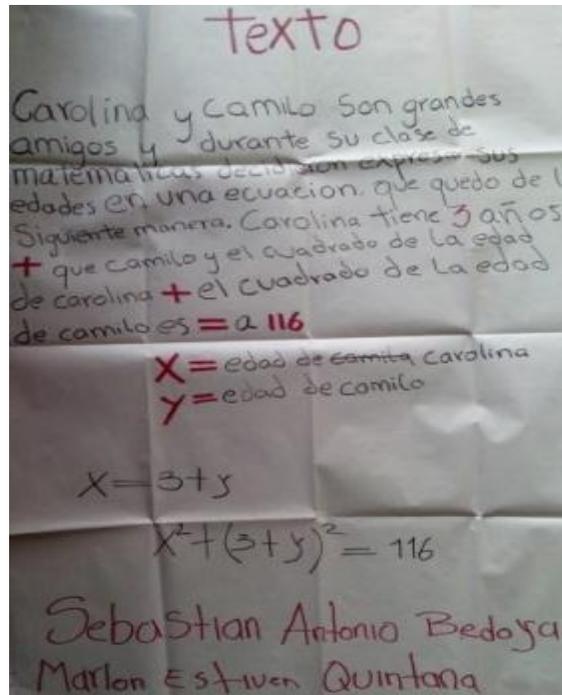


Ilustración 6. Actividad inicial de Marlon

Notamos que contrastando el párrafo con las palabras que Marlon subrayó en el suyo, y la cartelera, podríamos decir que a pesar de que en el párrafo subrayaron las palabras *el cuadrado*, *Carolina*, *Camilo* y *aumentado*, en el momento de reescribirlo en la cartelera no supieron con qué expresión algebraica reemplazarlo, evidenciando así que a pesar de que los estudiantes tenían una noción de lo que son las expresiones algebraicas, desde un lenguaje natural, no lograban representarlas como tal.

Haciendo alusión a lo que nos menciona Ruano, Socas, & Palarea (2008) citando a Matz (1980), “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación” (p. 62). De esto pudimos observar que a pesar de que los estudiantes contaban con unos conocimientos previos, ya adquiridos durante sus años escolares como también en su vida cotidiana, a la hora de pedirles

formalmente consolidar este conocimiento a una situación nueva, no lograron hacerlo en su totalidad.

Además como nos menciona Duval (2004)

Para los sujetos una representación puede funcionar verdaderamente como representación, es decir, permitir el acceso al objeto representado, solo cuando se cumplen dos condiciones: que dispongan de al menos dos sistemas semióticos diferentes para producir la representación de un objeto, de una situación, de un proceso... y que “espontáneamente” puedan convertir de un sistema semiótico a otro las representaciones producidas, sin ni siquiera notarlo (p.31)

En este caso particular a nuestra investigación y en las diferentes actividades desarrolladas por los estudiantes, estos contaban con dos sistemas semióticos diferentes (lenguaje natural y expresiones algebraicas) pero a la hora de pasar de un sistema semiótico a otro se les daba con mayor naturalidad pasar del lenguaje natural a las expresiones algebraicas, que de las expresiones algebraicas al lenguaje natural, con lo cual notamos que en aquel momento de nuestra investigación, aun no tenían una clara representación de las ecuaciones cuadráticas.

A propósito de la representación de las ecuaciones cuadráticas por parte de los estudiantes, aludimos a uno de los datos producidos en la primera fase del Dominó Cuadrático, en la cual los estudiantes debían completar una partida del dominó que se les había entregado incompleta, con el fin de que ellos la terminaran con el enunciado o ecuación que correspondiera. En esta fase, en el dominó de Brayan se encontraba el siguiente enunciado

Diego tiene la edad de Luis aumentada en dos y la suma de las edades es igual a treinta y tres.

Brayan, al pasar este enunciado escrito en lenguaje natural a una expresión algebraica, lo escribió de la siguiente manera.

$$2x + x = 33 \text{ (Brayan, Fase 1 del dominó, 09 de Septiembre de 2014)}$$

Lo anterior nos permitió identificar que al pasar de un sistema semiótico a otro están confundiendo, aumentar un número en dos ($2 + x$) con multiplicar dos veces un número ($2x$). Al respecto Filloy, Puig, & Rojano. (2008) nos exponen que “Es claro que se requiere asignarle significado a la frase “a aumentado en dos” antes de proceder a su simbolización”. (p.328)

Al parecer esta falta de significado se encontraba presente en varios de los estudiantes, que al igual que Brayan, confundían estas dos expresiones algebraicas, lo que los llevaba a traducir el enunciado de manera incorrecta, esto se debía tal vez a que no estaban familiarizados en la clase de matemáticas, con el trabajo de las ecuaciones en relación con el lenguaje natural, y por ende no lograban asignarle un significado.

Y como nos mencionan Radillo, Nesterova, Ulloa & Pantoja (2005)

Si un estudiante no comprende el significado de todas las palabras empleadas para plantear un problema matemático, posiblemente tampoco entenderá qué es lo que debe hacer y será difícil que logre la meta de aprendizaje prevista con tal actividad (p.5)

De lo anterior podemos deducir que si los estudiantes le dan significado a las expresiones algebraicas desde el lenguaje natural, en relación con su contexto, esto les puede ayudar a estar motivados para realizar las actividades propuestas, que en este caso era representar mediante expresiones algebraicas determinado enunciado escrito en lenguaje natural, tratando de alcanzar aquellas metas de aprendizaje, las cuales dirigen una

serie de acciones y conductas que le ayudan al estudiante a comprender mejor los nuevos conocimientos que va adquiriendo.

Ahora bien, como hemos expuesto, los estudiantes no le daban sentido a las expresiones algebraicas en conjunto, sino que lo hacían por pequeñas fracciones, por lo que a la hora de realizar el paso de un enunciado natural a una expresión algebraica esta perdía su significado. Al respecto Radillo, Nesterova, Ulloa & Pantoja (2005) nos mencionan que “Para lograr la presencia del significado en las actividades de enseñanza se propone partir de situaciones de la realidad concreta que tienen cercanía con la vida cotidiana y la cultura propia” (p.7).

Es por este motivo que durante el desarrollo de toda nuestra investigación planteamos al estudiante situaciones de su vida cotidiana, con miras a que esto les ayudara a desarrollar su capacidad para pensar y estar motivados por adquirir nuevos conocimientos y reflexiones críticas sobre su realidad social.

Con tal intencionalidad continuamos nuestro trabajo de campo, trabajando las ecuaciones cuadráticas en constante movimiento entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas en relación con el contexto, y al final de este proceso, notamos por ejemplo que en la actividad final, en la cual les presentamos una serie de enunciados en lenguaje natural y expresiones algebraicas, las cuales ellos debían completar y aparear según correspondiera, los protagonistas realizaron la actividad de manera correcta, y además esta no les presentó mayor dificultad, evidenciando así que los estudiantes lograron darle significado a aquellos enunciados y expresiones algebraicas que se les plantearon.

En general fue un trabajo en el que se pudo evidenciar de manera gratificante el proceso que tuvieron los estudiantes, con relación a la interpretación de las expresiones algebraicas estudiándolas desde su contexto

En la entrevista final, al pedirle a Marlon que expresara en sus propias palabras, para que creía que servían las ecuaciones cuadráticas en relación con su contexto, respondió que

Las expresiones algebraicas REPRESENTAN algo que nos pasa. (Marlon Quintana, entrevista final, 21 de Octubre de 2014)

En esto podemos notar que los estudiantes están hablando de representación, y ya no ven las expresiones algebraicas solo como ecuaciones que se trabajan en la clase de matemáticas, si no que ya perciben las matemáticas en relación con la vida real.

7. DIALÉCTICA ENTRE EL LENGUAJE NATURAL Y LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Luego de plantear cómo concebimos el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, queremos manifestar nuestra postura con respecto a la dialéctica, para propiciar una visión más clara de lo que fue nuestro trabajo de investigación, el cual tuvo como objeto de estudio analizar la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas.

En esta categoría, daremos a conocer la dialéctica que evidenciamos durante la investigación en cuanto al movimiento que se generó entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, a medida que los abordábamos en relación con el contexto, pero para ello primero debíamos tener claro que entendíamos por dialéctica, ya que según la historia y los diversos autores que se han ocupado de su estudio, esta tiene diferentes interpretaciones. A continuación esbozamos un breve abordaje teórico que nos muestra un poco el recorrido de este concepto al pasar los años y nuestra postura frente al mismo.

7.1 Dialéctica: Abordaje Teórico

Durante nuestra búsqueda por una interpretación clara y que fuera en coherencia con el propósito de nuestra investigación, nos encontramos con Serrano (2007), quien en sus estudios sobre el paradigma dialéctico y sus aplicaciones, nos muestra los cambios y concepciones que ha sufrido este concepto a través de la historia y su postura frente al mismo.

Aunque Serrano en sus textos muestra las diferentes miradas que se ha tenido de la dialéctica durante diferentes momentos históricos, como una definición propia plantea que “La dialéctica es una técnica de pensamiento, que sirve para analizar procesos en los que se contraponen sistemas que están implicados entre ellos y sin embargo obedecen a leyes diferentes”. (2007, p. 6)

De acuerdo con lo anterior y en coherencia con nuestro trabajo, consideramos pertinente analizar la dialéctica que se da entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, los cuales en contraste con la anterior definición, serían los dos sistemas que se contraponen y al mismo tiempo están implicados entre ellos, ya que ambos trabajan en el estudio de las ecuaciones cuadráticas en relación con el contexto, al tiempo que obedecen a leyes diferentes.

Por otra parte Gadamer (s.f) en un texto dedicado a la dialéctica de Hegel, nos ofrece una mirada más clara acerca de la noción de movimiento que encontramos en varias de las definiciones de dialéctica. El autor nos muestra por ejemplo, que en una formulación de Hegel suscitada por la dialéctica de Zenón, Hegel menciona que “la razón por la cual la dialéctica se ocupa primero del movimiento, es precisamente que la dialéctica es ella misma este movimiento, o, dicho de otro modo, el movimiento mismo es la dialéctica de todo ente”. (p. 8)

Gadamer (s.f) también nos plantea que de acuerdo con los orígenes griegos del concepto de dialéctica, estos son conceptos que deben enunciar el ser de la naturaleza, de lo que se presenta a nuestro alrededor y por lo tanto ante la movilidad de las cosas naturales, es que desembocan en dialéctica.

Retomando por otro lado a Alzate, Múnera & Ríos (2009), quienes tras analizar lo expresado por algunos autores sobre lo que significa dialéctica, y haber asumido sus propias interpretaciones en torno al propósito de su trabajo, interesados también por la dialéctica, plantean que:

Dialéctica es ese movimiento que hay entre varios “entes”, transversalizados por un conocimiento. De esta forma, los “entes” que están interactuando, se (re)configuran y (re)significan constantemente, en la medida que se relacionan. Como resultante de esta interacción se tiene, pues, un nuevo “ente” significado por ese movimiento (p.54)

En este sentido, tomamos la dialéctica como esa interacción que se presenta entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, en la búsqueda de la construcción y producción del conocimiento, el cual se pudo percibir en el momento en el que los estudiantes comenzaron a transformar una expresión algebraica, a un enunciado en lenguaje natural y viceversa.

Ahora bien, retomando nuevamente a Alzate, Múnera & Ríos (2009)

La dialéctica no se encuentra sólo en el hecho de que ellos, los estudiantes, realizaran dichas transformaciones; la dialéctica se encuentra en la medida que ellos (re)significaban y se apropiaban de expresiones algebraicas, como lenguaje simbólico, y, a su vez, desde el lenguaje natural, eran capaces de expresar ideas de esas expresiones algebraicas. (p. 54)

En el anterior planteamiento se habla de dos lenguajes, el lenguaje natural y el lenguaje simbólico, mientras que en nuestro trabajo como ya lo hemos mencionado anteriormente, hablamos de lenguaje natural y expresiones algebraicas, los cuales a medida que trabajamos con una se fortalecieron los conocimientos que se tenían de la otra, ya que es por medio de tal interacción que se buscó dar sentido a las ecuaciones cuadráticas en relación con la vida real y cotidiana de los estudiantes, de tal manera que pudieran comprender e interpretar las diferentes expresiones y enunciados que se les presentaron.



7.2 Dialéctica: Interpretando Ecuaciones Cuadráticas

De las dos categorías anteriores, en las cuales mostramos el análisis que realizamos en cuanto al lenguaje natural y las expresiones algebraicas, a partir de los datos producidos por los estudiantes durante las actividades planteadas, pudimos ver los aciertos y errores que tuvieron ellos durante este proceso, ahora, en esta tercer categoría, nos centraremos en la relación y el movimiento que se generó entre estos dos lenguajes, y cómo los estudiantes lo interpretaron.

Para iniciar con este análisis, haremos referencia a los datos producidos en la primer entrevista que se les realizó a los estudiantes, seguida de la actividad inicial, donde al preguntarles acerca de que entendían por lenguaje natural y por expresiones algebraicas, y si creían que existía alguna relación entre ambas, nos dieron las siguientes respuestas

Sí porque en las expresiones algebraicas hay un significado igual al natural
(Marlon Quintana, Entrevista, 09 de Septiembre de 2014)

Los dos son formas de escribir un párrafo o un texto donde por medio de símbolos números o letras puede llegar a darnos a entender una idea (Brayan, Entrevista, 09 de Septiembre de 2014)

Creo que el lenguaje natural se apoya en las expresiones algebraicas y las expresiones algebraicas se apoyan en el lenguaje natural (Camilo, Entrevista, 09 de Septiembre de 2014)

Todos coincidieron en que sí existía tal relación, y en sus respuestas se lograba ver que tenían algunas nociones de la relación que existe entre el lenguaje natural y las

expresiones algebraicas. Cada uno lo expresó desde sus propias concepciones pero ninguno logró dar una respuestas clara o formal, y aunque vemos en sus respuestas expresiones como “*tienen el mismo significado*”, “*nos dan a entender la misma idea*”, o “*una se apoya de la otra*”, y por medio de estas podemos percibir la dialéctica que conciben entre ambas, en el momento de realizar las actividades propuestas, principalmente en la actividad inicial y las dos primeras fases del Dominó cuadrático, no evidenciamos que los estudiantes comprendieran el significado de tal relación.

Vasco (1989), referenciado por Alzate Múnera & Ríos (2009), nos menciona que “Algunas palabras son básicas para cualquier descripción matemática, y no sólo matemática. Pero no pueden enseñarse por definición, sino por un juego de inducción sobre la utilización paulatina en una gran diversidad de contextos” (p. 55), lo que nos llevó a reflexionar sobre las respuestas dadas por los estudiantes en la entrevista, en contraste con las soluciones de los ejercicios en las actividades planteadas.

A pesar de que los estudiantes tenían alguna noción de la relación que existía entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas aplicadas a sus contextos, no tenían una clara representación de esta, y como nos lo mencionó Vasco (1989) en el párrafo anterior, esto se debió tal vez a que los estudiantes no habían tenido una buena inducción, desde diferentes contextos a tal relación, y así no solo pretendíamos trabajar con las expresiones algebraicas en la clase de matemáticas y con el lenguaje natural en la clase de español, por mencionar un ejemplo, sino con ambas en constante movimiento.

Otro punto a analizar durante este proceso, lo evidenciamos en la fase uno del Dominó Cuadrático, donde se les pidió a los estudiantes completar una partida del dominó

que contenía algunas casillas en blanco, las cuales debían llenarse según el caso

que correspondiera, podría ser con una expresión algebraica con base en un enunciado dado o viceversa.

Cuando le planteamos a Camilo el siguiente enunciado “la edad de Ana más el cuadrado de su misma edad, equivale a treinta y tres”, para llenar una de las casillas en blanco con una expresión algebraica, formuló la ecuación $x^2+x=33$ de manera correcta, pero cuando le pedimos que con base en una ecuación dada formulara un enunciado en lenguaje natural que correspondiera a tal ecuación, no logró hacerlo, al igual que los demás protagonistas, al no tener una clara redacción ni coherencia, perdiendo así el sentido de la expresión.

Otro ejemplo de este tipo de situaciones le correspondió a Brayan, quien al pedirle que con base a la ecuación $(2x^2 + 4x = 35)$ escribiría un enunciado en lenguaje natural, escribió

Cuatro motos pesan cuatro kilos y dos de las motos es el cuadrado y pesan treinta y cinco. (Brayan, Fase 1 del dominó, 09 de septiembre de 2014)

De lo anterior podemos notar que al momento de escribir el enunciado, los estudiantes solo se percataban que este tuviera los números que se encontraban presentes en la ecuación sin reconocer el verdadero significado de su composición.

Podemos ver que a pesar de que los estudiantes lograban pasar del lenguaje natural a las expresiones algebraicas fácilmente, aun no existía una dialéctica entre estos dos lenguajes, ya que no existía un mutuo movimiento en cuanto a la representación de ambas.

Durante la segunda fase de la actividad central, en la cual los estudiantes intercambiaron sus partidas para hacer una coevaluación a su compañero, con miras a que en el caso de existir algún error lo corrigiera, observamos algo muy significativo en el trabajo realizado por Marlon. Como se muestra en las ilustraciones 7 y 8, la partida que le correspondió a Marlon revisar, contenía varios errores, de los cuales no haremos mención.

En la ilustración 7 podemos ver como uno de los estudiantes al tratar de redactar un enunciado en lenguaje natural tomando como base una expresión algebraica dada, a pesar de que en ella mencionaba los componentes principales de la ecuación, construyo un enunciado sin sentido ni coherencia, alejando su significado de lo que realmente representaba la ecuación, lo cual Marlon notó, y aparte de tachar con una X la casilla correspondiente, indicando que no era correcta, debajo de esta modificó el enunciado inicial, de tal forma que correspondiera a la expresión algebraica dada.

Ahora bien, en la ilustración 8 podemos observar el caso contrario, ya que en este, Marlon identificó que la expresión algebraica presentada por uno de los estúdiatenos no correspondía al enunciado dado, y al igual que en el caso anterior, lo tachó con una X y escribió la ecuación correcta.

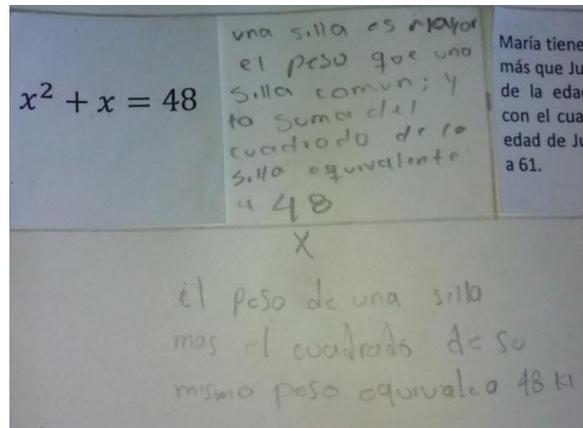


Ilustración 7. Actividad central de la fase 2 revisada por Marlon

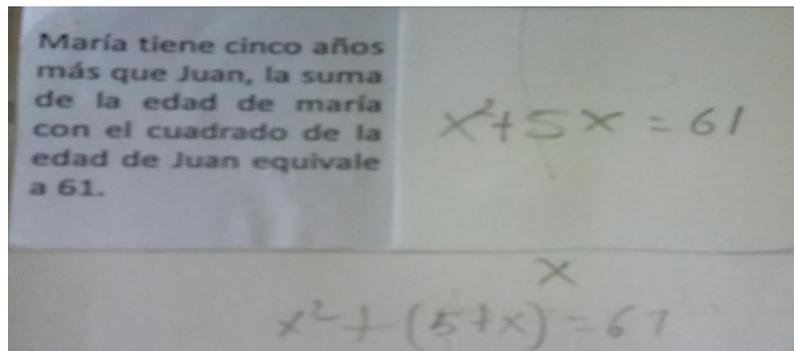


Ilustración 8. Actividad central de la fase 2 revisada por Marlon (2)

De los datos producidos por Marlon durante la segunda fase del Dominó Cuadrático, podemos evidenciar que él entendió la dialéctica que existe entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, al lograr pasar de un sistema semiótico a otro de manera natural, y como nos menciona Duval (2004)

Para los sujetos una representación puede funcionar verdaderamente como representación, es decir, permitir el acceso al objeto representado, solo cuando se cumplen dos condiciones: que dispongan de al menos dos sistemas semióticos diferentes para producir la representación de un objeto, de una situación, de un proceso... y que “espontáneamente” puedan convertir de un sistema semiótico a otro las representaciones producidas, sin ni siquiera notarlo (p. 31)

Por lo tanto podríamos decir que los estudiantes estaban logrando dotar de significado las ecuaciones cuadráticas, al comprender que los dos sistemas de representación con los que estábamos trabajando en constante movimiento eran equivalentes entre sí.

Por otra parte, durante el desarrollo del torneo, en las tres rondas se evidenció que los estudiantes utilizaban estrategias para jugar las partidas del dominó, estrategias tales como: mirar cuales fichas eran semejantes en cuanto a los símbolos que estas contenían, lo que les ayudó de cierta forma a completar la partida, pero muchos de ellos, se fijaban solo en el número final de la ficha, y anticipándonos a esto, los dominós estaban diseñados de tal modo que los números finales de algunas expresiones y enunciados se repetían, por ende, utilizando solo esta estrategia caían en repetidas equivocaciones, las cuales sus compañeros notaban y a las cuales les prestaban mucha atención.

Durante el juego y al no permitir que sus compañeros le hicieran “trampa”, como ellos lo manifestaban, los integrantes del equipo que estaban jugando la ronda cada vez que alguno colocaba una ficha, antes de continuar, leían el enunciado en voz alta y verificaban que la expresión algebraica correspondiera a tal enunciado en cada uno de sus componentes y viceversa, y a medida que se desarrollaban las rondas, los estudiantes realizaban su juego de manera más natural, sin presentar mayor dificultad en sus razonamientos.



Ilustración 9. Desarrollo del torneo

Con respecto a la producción de datos obtenidos durante el torneo, y los resultados en cuanto al trabajo y la dialéctica que observamos durante el mismo, retomamos algunas palabras de Alzate Múnera & Ríos (2009) quienes nos mencionan que

No hay que olvidar, que la dialéctica dada entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico no se aleja de las interacciones del sujeto —sociales y culturales— y, consecuentemente, de las experiencias que viva; pues es dentro del contexto en el que se mueve el sujeto que constantemente (re)significa las construcciones que hace a partir del lenguaje. Es decir, consideramos, que es en esas interacciones que se construye el significado, y se codifican y decodifican expresiones y palabras con el fin de tener una mejor comunicación entre los mismos sujetos. (p 60)

Buscando con el juego así, ubicar a los estudiantes en situaciones reales y cotidianas en las que tuvieron que dialogar con los dos lenguajes, construyendo e interiorizando el significado de ambos, a medida que se daba una interacción tanto de las expresiones algebraicas como del lenguaje natural, en relación uno con el otro.

Ahora bien, como actividad final, les planteamos a los estudiantes aparear algunos enunciados en lenguaje natural con la expresión algebraica que correspondiera, y en un segundo punto, completar un enunciado con base a la expresión dada y viceversa. En esta, los protagonistas de nuestra investigación realizaron la actividad de manera correcta, y en un tiempo corto, por lo que podríamos decir que esta la realizaron sin mayor dificultad, y al preguntarles por qué consideraban que la solución al ejercicio era la correcta, dieron respuestas como

Porque todos los términos de la expresión algebraica corresponden al enunciado
(Marlon Quintana, actividad final, 28 de Octubre de 2014)

Marlon dio una justificación en general al porqué de la decisión de aparear cierto enunciado con su respectiva ecuación, y resaltamos que mencionó “la expresión algebraica”, reconociendo esta no solo como una ecuación a la cual se le puede aplicar un proceso matemático para encontrar algún valor, como lo veían al inicio de este proceso, sino que la nombró por su nombre, evidenciando una mayor claridad en cuanto a la apropiación de estos términos.

Otra de las respuestas dadas por los protagonistas de la investigación fue la producida por Brayan en la cual nos expresó que realizó el apareamiento correcto

Porque todos los términos corresponden a la ecuación (Brayan, Actividad final, 09 de Septiembre de 2014)

Aunque Brayan no especificó el procedimiento para cada una de las expresiones, en general contestó que todos los términos correspondían a la ecuación, y ya que el

apareamiento fue correcto podríamos decir que sin necesidad de transcribir cada enunciado escrito en lenguaje natural a una expresión algebraica, logró identificar a simple vista aquellos elementos que constituían en sí, la expresión dada.

En el caso de Camilo, él dio su justificación para cada uno de los puntos de la actividad respondiendo así que

ENUNCIADO	APAREA	ECUACIÓN
El doble de un número elevado al cuadrado menos tres veces el mismo número es igual a cincuenta y cuatro.	→	$x^2 - 3x = 54$
Ana tiene dos años menos que Geraldine y la suma del cuadrado de la edad de Geraldine con la edad de Ana es igual a cincuenta y cuatro.	→	$x^2 + 3x = 54$
Un número elevado al cuadrado menos tres veces el número equivale a cincuenta y cuatro.	→	$x^2 + (x - 2) = 54$
El valor de una pera equivale a tres veces el valor de un banano, y la suma del valor del banano al cuadrado más el valor de la pera equivale a cincuenta y cuatro.	→	$2x^2 - 3x = 54$

Ilustración 10. Desarrollo Actividad Final

1. Es un número elevado al cuadrado (x^2) menos 3 veces ($3x$) = 54
2. Es un número elevado al cuadrado (x^2) más ($3x$) = 54
3. Es la única ecuación que tiene el número 2
4. Es la única ecuación con el doble. (Camilo, Actividad final, 09 de Septiembre de 2014)

De las anteriores justificaciones que dio Camilo al porqué decidió aparear determinado enunciado en lenguaje natural con dicha expresión algebraica, notamos que

trajo el enunciado a una expresión algebraica reemplazando aquellas palabras o

frases que podía sustituir por símbolos, tal como lo hicimos en la actividad inicial, y a partir de allí dedujo cuál era la ecuación correspondiente. Notamos que era muy persuasivo al trabajar con el doble y el cuadrado de cierto número y nombró inmediatamente al número desconocido como x tomando conciencia de las variables.

Ante los anteriores resultados, hacemos referencia a Alzate, Múnera & Ríos (2009), citando a Vasco (1989) quien expresa que

Afortunadamente, una vez dada una serie de ejemplos particulares de traducción en frases en las intervengan la palabra cuyo sentido se debe precisar, y una indicación de cuáles son las particularidades que deben desatenderse u olvidarse, todo el mundo parece comprender esas palabras. (p 55)

Al final de este proceso pudimos evidenciar que los estudiantes ya tenían una definición más clara de lo que es el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, además en este punto del trabajo de campo ya podían traducir un enunciado escrito en lenguaje natural a una expresión algebraica y viceversa, independientemente de la estrategia que utilizaran, de hecho identificaban aquellos elementos esenciales de cada enunciado y lo traducían con naturalidad.



8. CONSIDERACIONES FINALES

En este último capítulo mencionaremos como consideraciones finales, algunas de las reflexiones que surgieron a partir del análisis de los datos producidos durante el trabajo de campo, los cuales se consolidaron en una triangulación, junto con la bibliografía revisada y nuestras apreciaciones como investigadores, dando a conocer los resultados finales de nuestra investigación, la cual se planteó como objeto de estudio la dialéctica entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas.

En primer lugar, queremos resaltar que desde las actividades que realizamos con los estudiantes, fue fundamental la relación constante que existió entre las expresiones algebraicas, el lenguaje natural y el contexto inmediato de los mismos, siempre trabajando una en movimiento con la otra, consolidando así aquellos conocimientos previos que tenían en cuanto al lenguaje natural y las expresiones algebraicas como un nuevo ente significado.

Otro de los aspectos a mencionar, es el hecho de que a pesar de que los estudiantes venían con algunos conocimientos previos acerca del lenguaje natural, el cual relacionaban con el lenguaje que utilizaban cotidianamente, percibían este alejado del trabajo que se pudiera realizar durante las clases de matemáticas, desligando así el lenguaje natural de las expresiones algebraicas y viceversa.

Esto se debió tal vez, por el sentido estrictamente formal con el que habían venido trabajando las expresiones algebraicas, o por cómo les habían presentado las matemáticas, no solo durante el grado noveno en el cual realizamos nuestro trabajo, sino también durante todos sus años escolares, ya que en general describían las matemáticas solo como un conjunto de números, letras y signos con los cuales realizaban diversas operaciones.

Por lo anteriormente descrito, consideramos pertinente el trabajo del lenguaje natural y las expresiones algebraicas, a partir de una constante dialéctica entre ambas, permitiendo al estudiante leer su contexto en un lenguaje matemático, representar lo descrito en una ecuación, por mencionar un ejemplo, con alguna vivencia de su cotidianidad, y de igual manera, sea capaz de reescribir alguna situación de la vida real que usualmente es comunicada en lenguaje natural, en una expresión algebraica, cuya representación esté dotada de sentido.

Logramos observar un progreso sucesivo a través de las actividades propuestas, las cuales desde un inicio estuvieron diseñadas con el objetivo de fundamentar los conocimientos adquiridos de manera progresiva la una con la otra, y tal propósito lo vimos reflejado durante este proceso, y aunque fueron muchas las experiencias vividas en el aula de clase, de manera general describimos a continuación este asunto.

Por ejemplo, a pesar de que en un inicio a los protagonistas se les dificultaba pasar del lenguaje natural a las expresiones algebraicas y viceversa, luego de realizar la actividad central, en la cual no solo construyeron por si mismos enunciados y expresiones algebraicas, sino también, en forma de coevaluación, evaluaron y corrigieron los trabajos realizados durante la fase 1 por sus compañeros, e intercambiaron ideas y criterios propios durante el torneo.

En este sentido, en la actividad final pudimos observar una evolución en cuanto al paso de un sistema de representación a otro, y cómo de alguna manera lograron ampliar aquellas nociones que tenían en cuanto al concepto de lenguaje natural y de expresiones algebraicas.

Retomando ahora las expresiones algebraicas, pensamos que al trabajar estas con un significado apoyado en el contexto, despertamos el interés de los estudiantes en el trabajo que realizaron, ya que esto los movilizó a estar motivados e interesados por comprender los nuevos conocimientos que pueden adquirir de ahora en adelante, al mismo tiempo que pueden analizar cómo ha sido su progreso en cada una de las actividades y reflexionar sobre todo su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Otro de los aspectos a resaltar, fue el buen desempeño de los diferentes equipos en cada una de las sesiones de trabajo, lo cual nos permitió ver que los estudiantes lograron traducir expresiones algebraicas a enunciados en lenguaje natural teniendo en cuenta tanto la coherencia como el significado de los enunciados, y lograron comprender que las expresiones algebraicas se utilizan constantemente en la vida cotidiana sin siquiera notarlos.

Por otro lado, el estudio de las expresiones algebraicas fomentó en los estudiantes de noveno grado organizar y expresar situaciones e ideas relacionadas con la vida cotidiana en expresiones algebraicas, lo cual les permitió estudiar las matemáticas contextualizadas y así poder leer y solucionar problemas de su contexto desde un lenguaje matemático.

Además, al utilizar expresiones algebraicas para expresar situaciones de su vida cotidiana los estudiantes fueron conscientes de los errores que solían cometer al hacer la traducción, errores como no tener en cuenta todos los valores tanto conocidos como desconocidos que se encuentran al interior del enunciado, los símbolos correctos y las operaciones que se encuentran implícitas al interior del enunciado escrito en lenguaje natural.

Para finalizar, consideramos que es importante que se genere en el aula de clase un ambiente agradable y propicio para el diálogo, la comunicación, la relación con el otro y el intercambio de ideas, que en conjunto consolidan un rico aprendizaje, teniendo presente el respeto y la diversidad de pensamientos, al tiempo que se tiene clara la relación maestro – estudiante.

Resaltamos además lo importante que fueron las interrelaciones que surgieron entre los protagonistas de la investigación, el grado noveno en general, la maestra cooperadora y nosotros como investigadores, ya que fue gracias a dicha interrelación, que se pudieron desarrollar los objetivos propuestos, pues no se evidencio una dialéctica entre en lenguaje natural y las expresiones algebraicas construida desde un solo sujeto, sino consolidada en relación con el otro.

Por último, con base en las anteriores reflexiones podemos mencionar que si se cumplió el objetivo planteado, ya que el trabajar con ecuaciones cuadráticas, nos permitió analizar la dialéctica que se dio entre el lenguaje natural y las expresiones algebraicas, en los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, y a partir de este análisis, pudimos conocer cómo se (re)significó y consolidó el significado y representación del lenguaje natural y las expresiones algebraicas en cada uno de ellos, a partir de un movimiento constate entre ambas.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alzate, J. Múnera, N. & Ríos, J (2009) *Variable: dialéctica entre el lenguaje natural y el lenguaje simbólico*. (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia. Medellín Colombia.
- Coolican, H. (1994). *Métodos de investigación y estadística en psicología*. M. E. G. López (Ed.). El Manual Moderno. Recuperado el 18 de Septiembre de 2014 de:<http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401533/20151/metodosdeinvestigacionyestadisticaenpsicologia.pdf>
- Córdoba P. & Quintana Y (2012). *Dificultades de los estudiantes que se están formando como futuros profesores de matemáticas, para comprender el lenguaje matemático utilizado en demostraciones geométricas euclidianas*. Recuperado el 26 de Marzo de 2015 de. <http://funes.uniandes.edu.co/3752/1/C%C3%B3rdobaDificultadesGeometria2013.pdf>
- Díaz, D. Palomino, J & Vergara J (2009). *el lenguaje matemático y su implicación en el aprendizaje de esta disciplina*. Recuperado el 26 de abril de 2015 de. <http://repositorio.unisucre.edu.co/bitstream/001/109/2/T500.7D542e.pdf>.
- Duval, R. (2004) *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Santiago de Cali: Merlín I.D.
- Filloy. E, Puig. L., & Rojano. T. (2008). *El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas*. In *Enseñanza de las Ciencias* (Vol. 26, pp. 327-342).

Gadamer, H. (s.f). *Dialéctica de Hegel: cinco ensayos hermenéuticos*. Teorema.

Recuperado el 27 de febrero de 2015 de:

<http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v26n3/02124521v26n3p327.pdf>.

Gallo, O. Gutiérrez, J. Jaramillo, J. Monsalve, O. Múnera, J. Obando, J. Posada, F. Silva, J. & Vanegas, M. (2006). *Pensamiento variacional y razonamiento algebraico*. Medellín, Colombia: Artes y Letras Ltda.

González, E. (2012). *Del lenguaje natural al lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el planteamiento y resolución de problemas*. Universidad Nacional de Colombia. (Trabajo de Grado) Recuperado el 30 de Enero de 2015 de. <http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf>.

Grupo Azarquiel. (1994). *Estrategias utilizadas en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico*. I seminario nacional sobre lenguaje y matemática Recuperado el 20 de abril de 2015 de. <http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/048-053.pdf>.

Gutiérrez, S. & Parada, D. (2007). *Caracterización de tratamientos y conversiones: el caso de la función afín en el marco de las aplicaciones*. (Tesis de maestría no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá D.C.

Méndez, G. (2009). *La fenomenología-hermenéutica, una metodología integrada para el abordaje de lo real*. Revista gerencia de la investigación. Año1. Volumen 1. Caracas: CIDEA-CIU. Recuperado el 23 de Octubre de 2014 de: <http://gerenciadelainvestigacion.jimdo.com/la-fenomenolog%C3%ADa->



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

[hermen%C3%A9utica-metodolog%C3%ADa-integrada-para-el-abordaje-de-lo-](#)

[real/](#).

Mesa, Y. (2008) *El concepto de función cuadrática: un análisis de su desarrollo histórico*.

(Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia. Medellín Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (2003). *Estándares Básicos de Matemáticas*. Santafé de

Bogotá: Magisterio.

Mora, H. (2004). *Criterios de validez y triangulación en la investigación social*

"cualitativa" *Una aproximación desde el paradigma naturalista*. Escuela

Antropológica, Facultad de Artes, Humanidades y Ciencias Sociales Universidad

Católica de Tumaco. Recuperado el 01 de Julio de 2014 de:

http://www.academia.edu/1099259/Validez_y_triangulaci%C3%B3n_en_investiga

[ci%C3%B3n_cualitativa](#)

Olazábal, A. (2005). *Categorías en la traducción del lenguaje natural al algebraico de la*

matemática en contexto. (Trabajo de maestría no publicado). Instituto Pedagógico

Nacional, México, D.F.

Ozonas, L. & Pérez, A. (2014-05-14) *La entrevista semi estructurada. Notas sobre una*

práctica metodológica desde una perspectiva de género. La aljaba. Recuperado el

15 de Mayo de 2014 de:

<http://www.biblioteca.unlpam.edu.ar/pubpdf/aljaba/n09a19ozonas.pdf>.

Peñalva, M. & Torregrosa G. (s.f) *Representación Y Aprendizaje De Las Matemáticas*. Recuperado el 27 de abril de 2015 de.

<http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/PeñalvaC01-2631.PDF>

Puig, L. (2003). *Signos, textos y sistemas matemáticos de signos*. Matemática Educativa: aspectos de la investigación actual. Recuperado el 26 de Octubre de 2014 de: <http://scholar.google.es/scholar?hl=es&q=SIGNOS%2C+TEXTOS+Y+SISTEMA+S+MATEM%C3%81TICOS+DE+SIGNOS&btnG=&lr=>.

Radillo. E, Nesterova. E, Ulloa. R, & Pantoja. R. (2005) *Obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas relacionados con deficiencias en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa* Universidad de Guadalajara, México recuperado el 01 de Noviembre de 2014 de: [www. Cibereduca.com](http://www.Cibereduca.com).

Rodríguez, S (2011) *Traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación verbal y simbólico por estudiantes de secundaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada España.

Ruano. R., Socas, M., & Palarea, M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. (p.p.61-74). Recuperado el 15 de Agosto de 2014 de: <http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/4441/1/Ruano2008Analisis.pdf>.

Sánchez, S (1998) *fundamentos para la investigación educativa*. Santa Fe de Bogotá: magisterio.

Serrano. M, (2007): *Dialéctica, comunicación, mediación*. Extraído de Teoría de la Comunicación. La comunicación, la vida y la sociedad. Madrid: McGraw-Hill Interamericana de España, pp. 315-321. Recuperado el 26 de Noviembre de 2014 de: <http://eprints.ucm.es/13254/>.

Socas, M. Camacho, M & Hernández, J. (1998). *Análisis didáctico del lenguaje algebraico en la enseñanza secundaria*. Revista Interuniversitaria De Formación Del Profesorado n° 32 Mayo/Agosto pp. 73,86 Recuperado el 15 de abril de de 2015 de. <https://documat.unirioja.es/download/articulo/117980.pdf>.

Taylor. S. & Bogdan. R, (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. Recuperado el 15 de Mayo de 2014 de: <http://201.147.150.252:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/1216/bogdan1988.pdf?sequence>.