

**PENSAMIENTO ESPACIAL: EL PROCESO DE REPRESENTACIÓN
DE FIGURAS TRIDIMENSIONALES EN EL PLANO
BIDIMENSIONAL**

**JHONATHAN BETANCUR BUSTAMANTE
YENNI ANDREA LONDOÑO OCHOA
LADY BIBIANA MARTÍNEZ RESTREPO
FANNY BIBIANA POSADA RESTREPO
TATIANA PAOLA RUA GARCÍA**

**ASESOR
JESÚS MARÍA GUTIÉRREZ**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIA Y ARTE
MEDELLÍN
2008**

ÍNDICE

| | |
|---|----|
| INTRODUCCIÓN..... | 3 |
| JUSTIFICACIÓN..... | 5 |
| CAPÍTULO I..... | 6 |
| ANÁLISIS PRELIMINARES..... | 6 |
| 1.1. LA REPRESENTACIÓN EN LA HISTÓRIA DE LA GEOMETRÍA | 6 |
| 1.2. ANÁLISIS CURRICULAR | 11 |
| 1.2.1 Lo propuesto | 12 |
| 1.2.2 Lo desarrollado | 15 |
| 1.2.3 Lo alcanzado..... | 16 |
| 1.3 ESTADO DEL ARTE | 21 |
| 1. 4 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | 24 |
| 1.4.1 Objetivo general | 25 |
| 1.4.2 Objetivos específicos..... | 25 |
| 1.4.3 Categorías de análisis | 25 |
| 1.4.4 Preguntas de investigación | 26 |
| CAPÍTULO II..... | 27 |
| REFERENTES TEÓRICO Y | 27 |
| ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN | 27 |
| 2.1. Marco General | 27 |
| 2.1.1 Categorías para el análisis | 33 |
| 2.2 CARACTERIZACIÓN Y ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN..... | 34 |
| 2.2.1 CARACTERIZACIÓN INSTITUCIONAL Y DE LA POBLACIÓN | 34 |
| 2.2.2 ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN | 35 |
| 2.2. 2.1 Prueba diagnóstica..... | 35 |
| PRUEBA PARA PRIMARIA | 36 |
| PRUEBA PARA EL GRADO OCTAVO..... | 47 |
| 2.2.3 ESTRATEGIA DE INTERVECIÓN | 54 |
| 2.2.3.1 Como lo veo | 54 |
| 2.2.3.2 Comparación..... | 67 |
| 2.2.3.3 Manipulación..... | 72 |
| 2.2.3.4 La representación..... | 74 |
| 2.2.4 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS | 81 |
| CONCLUSIONES..... | 83 |
| ANEXOS..... | 84 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | 90 |

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado es el fruto de una investigación realizada durante cuatro semestres de práctica profesional, este estuvo encaminado hacia el proceso de representación de figuras bidimensionales y tridimensionales llevadas a cabo por los estudiante de grado quinto de la educación básica primaria; implementando el modelo de la ingeniería didáctica y siguiendo los planteamientos de Raymond Duval, el cual ha abordado el tema de la representación en los últimos años.

Para la estructuración de este trabajo, se tuvieron en cuenta cuatro momentos según lo propuesto desde la ingeniería didáctica. En primer lugar en los análisis a priori, se realizo un rastreo historico-epistemológico en donde se rescata la importancia que ha adquirido la representación a través de la historia en cuanto al saber matemático, además un análisis curricular teniendo en cuenta las propuestas institucionales, los planes de área, las pruebas estatales, los textos escolares y los cuadernos de los estudiantes, para ello fue necesario todo un semestre de observación dentro de las instituciones identificando allí la problemática a abordar durante la intervención, la cual constituye el segundo momento, donde se aplicó una prueba diagnostica cuya intencionalidad era indagar sobre los conocimientos previos en cuanto a conceptos y formas de representar de los estudiantes, teniendo en cuenta, el problema identificado y a partir de ahí diseñar y analizar previamente las diferentes estrategias y actividades que fueron llevadas al aula. Además, se articularon los referentes teóricos retomando entre otros lo propuesto por Raymond Duval, Linda Dickson, Guy Brosseau.

En el tercer momento denominado de experimentación se procedió a aplicar una a una las distintas actividades diseñadas con el objetivo de obtener resultados que

permitieron evidenciar algún avance de los estudiantes en cuanto a sus formas de representar. Finalmente en el momento de análisis a posteriori se realizó una sistematización de los resultados obtenidos en cada una de las estrategias evidenciando en ellos un avance significativo al comparar el estado inicial con el estado final, además se recopiló todos los adelantos que en los momentos anteriores se habían realizado, lo que permitió concluir el cumplimiento de los objetivos planteados.

JUSTIFICACIÓN

El Ministerio de Educación Nacional en el currículo propuesto plantea el pensamiento espacial y sistemas geométricos; como uno de los conocimientos básicos que estructuran el currículo de matemáticas en Colombia.

Queriendo cumplir lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional y lo planteado por Duval, en cuanto a la representación bidimensional y tridimensional se plantea una prueba diagnóstica y al analizar los resultados de ésta se diseñan algunas estrategias de intervención didácticas, centradas en trabajar la representación a partir de las destrezas y el potencial de cada estudiante.

Esta investigación pretende que el estudiante por medio de la observación, descripción, manipulación, comparación y representación de figuras, interactúe y se relacione con los objetos y las figuras de diversas formas y de manera secuencial; permitiéndole reconocer las unidades figurales¹ de cada uno de los objetos, logrando realizar una adecuada representación.

¹ Según Duval en Figuras geométricas y discurso matemático, toda figura parece como la combinación de valores para cada una de las variables visuales de estos dos tipos, **dimensional** (0, un punto; 1 una línea; 2 un área) y **cualitativo** (variaciones de forma, tamaño, de orientación, de granulación, de color, etc.). A partir de allí, es fácil determinar los elementos que van a funcionar como unidades de base representativa, es decir, como unidades figurales elementales. Pág. 157

CAPÍTULO I ANÁLISIS PRELIMINARES

En el presente capítulo se realiza un análisis de los eventos históricos del pensamiento espacial en relación con las formas de representación, resaltando los hechos más significativos en la construcción del mismo.

Igualmente, da cuenta del análisis realizado al currículo, desde lo propuesto, desarrollado y alcanzado, encontrando en este algunas inconsistencias del sistema en relación con el tratamiento en la enseñanza de la geometría en cuanto a la poca importancia dada en el aula y del abandono de la misma, evidenciando que los resultados obtenidos por los estudiantes difieren de los objetivos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

1.1. LA REPRESENTACIÓN EN LA HISTORIA DE LA GEOMETRÍA

Es necesario hacer un análisis sobre la historia de la geometría que permita indagar los sucesos que de una u otra forma han permitido que ésta trascienda y sea aplicada en diferentes contextos, dependiendo de los intereses particulares, rescatando lo que ha sido la geometría y como ésta se ha articulado con el pasar del tiempo y resaltar la importancia que ha tenido la representación en las diferentes culturas, evidenciando con ello el avance en cuanto a las formas de representación desarrolladas a través del tiempo, las cuales constituyeron un papel fundamental en todo este proceso.

El origen de la geometría se remonta a aquellas primeras actividades prácticas, tales como, delimitar terreno, regar cultivos, recolectar frutos, entre otras, por medio de las cuales los primeros hombres llegaron a las formas geométricas tras la observación de la naturaleza.

Una de las primeras características de la geometría es ser intuitiva y de allí pasó a ser considerada como una geometría científica, una de las causas fue las frecuentes inundaciones del río Nilo en el Egipto antiguo.

Posteriormente, cuando “la inteligencia humana fue capaz de extraer de relaciones geométricas concretas una relación abstracta general que contiene a la primera como caso particular, la geometría se volvió una ciencia” (Eves. Howard.1969.Pág.3), conduciendo así a nociones de figuras geométricas simples, tales como, triángulo, cuadrado y rectángulo, dejando ver sólo una forma de representación plana ó bidimensional.

Por ejemplo, “Entre los resultados geométricos conocidos en Mesopotámia, podemos citar métodos para calcular áreas de figuras planas triángulos, algunos trapezoides, del círculo (con buenas aproximaciones para π , etc.), así como para calcular volúmenes de prismas, cilindros, circulares, rectos, conos y pirámides cuadrangulares truncadas” (Fillooy.1998.Pág.3)

También en los babilonios se pueden encontrar algunos adelantos geométricos muy en relación con la medición práctica, que posiblemente fueron sistematizados posteriormente por los griegos, pasando de la geometría de los objetos físicos a la geometría de objetos matemáticos. “Los griegos transformaron la geometría empírica o científica de los antiguos egipcios y babilonios en la que ahora podría llamarse geometría sistémica o matemática” (Howard.1962.Pág.12), aportando de este modo nuevos adelantos en el saber matemático y permitiendo un mejor manejo de este, desde su inicio hasta hoy.

Igualmente uno de los tratados más importantes a través de la historia Los Elementos de Euclídes, cuya organización “da fe de precisión conceptual y de refinamiento en la exposición y la demostración. Así, por ejemplo, en las primeras proposiciones del libro I, las figuras se trasladan o se superponen, una operación que actualmente se introduce por medio de axiomas de congruencia. Entendiendo,

una figura como lo contenido por unos o varios límites” (MILLAN, Ana. Pág. 55). Allí, se recogen una serie de axiomas y postulados que sirvieron de base para el posterior desarrollo de la geometría.

En tres de sus libros (XI, XII, XIII), se recopilan los tratados de geometría sólida o del espacio que se tenían hasta ese instante, donde se pueden encontrar definiciones y teoremas acerca de rectas y planos en el espacio; presentándose en este momento un estancamiento en el devenir geométrico. Debido a que los estudios siguientes en cuanto a geometría se dedicaron a los supuestos del trabajo geométrico que aun no eran identificados, porque la actividad del geómetra griego estaba guiada todavía fuertemente por las ideas intuitivas, ligadas a las figuras dibujadas, que desempeñaban un papel central en la demostración.

El estudio subsiguiente de la geometría no tuvo grandes avances, pues tan sólo se relegó a lo propuesto por Euclides y sus elementos, llegando así a finales de la edad media, en donde la elaboración de un nuevo sistema de representación se entendió como una superación y una ruptura con la forma de representación de la edad media, en donde el “concepto de espacio difería de la intuición moderna, puesto que no concebía el espacio como el elemento capaz de circunscribir y resolver la contraposición de cuerpos y ausencia de estos (espacio vacío), sino como aquellos que permanecían entre los cuerpos” (<http://tabina.net/cayetanolindex.html>). Así el espacio o no era representado o era representado mediante una superposición o sucesión de figuras. Los primeros síntomas de ruptura se producen en el trecento (pinturas-arte), donde el espacio desde una concepción empírica, se trata de representar por lo que contiene, pero todavía no adquiere entidad propia.

Las experiencias de Grotto y Duedo, inician la recuperación de la visión del espacio perdida desde la antigüedad clásica, con ellos se inicia la posibilidad de

que lo pintado se desenvuelva en un espacio sin límite, organizado y sólido, aproximándose a una concepción casi tridimensional.

“Pero estas primeras experiencias se diluirán durante el siglo XIV de tal forma que los logros que se alcanzan en Florencia a partir de 1400, son una creación prácticamente de la nada. En Florencia se inventó el sistema de la perspectiva, un nuevo código para representar el espacio, sin relación y sin dependencia de la antigüedad. Surge como instrumento que hace posible la representación de la naturaleza y el desarrollo de la idea tridimensional.” (<http://tabina.net/cayetanolindex.html>). Llegando así hasta el siglo XVI, donde algunos matemáticos dan inicio al debate más grande de la historia en relación con el quinto postulado de Euclides “por un punto situado fuera de una recta se puede trazar una y sólo una paralela a ella”.

En este sentido partidarios y opositores de esta teoría, comenzaron a indagar e intentar explicar dicho enunciado, surgiendo así, en el siglo XVII lo que actualmente se ha denominado como geometrías no Euclidianas, cuyo descubrimiento “tuvo un efecto marcado en el desarrollo posterior de la geometría y realmente, en el desarrollo subsiguiente de gran parte de la matemática en general” (Howard.1969.Pág.36).

Cabe rescatar que “el primer matemático que concibió la idea abstracta de un espacio geométrico no Euclidiano desde el punto de vista de la teoría de las paralelas fue el llamado príncipe de las matemáticas, alemán Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855). Era necesario un salto conceptual – alejándose de la idea de la geometría como ciencia del espacio físico real – para pensar el espacio como una idea general y colocar la geometría euclidiana con igual dignidad junto a otras geometrías no euclidianas” (MILLAN, Pág.153).

Ya, en el siglo XVIII se completó el conjunto de las disciplinas geométricas, donde se consolidó la geometría analítica, surgiendo además, la geometría diferencial,

descriptiva, y proyectiva. De esta forma, por muchos siglos se asumió el quinto postulado como irrefutable, hasta que en el siglo XIX, tras consolidarse la geometría no euclidiana, se refutó dicho postulado, sufriendo un cambio radical puesto que los matemáticos Carl Friedrich Gauss, Nikolai Lobachevski y Janos Bolyai, lograron estructurar sistemas coherentes de geometría no euclidiana, desarrollando así, una geometría para espacios con más de tres dimensiones, por consiguiente:

“la geometría moderna evolucionó hacia un enfoque mucho más abstracto en el que el papel fundamental dejó de ser desempeñado por las figuras que podrían ser representadas con un dibujo o los cuerpos sólidos, y pasó a ser representado por la idea de espacio geométrico (la recta, el plano, el espacio tridimensional). Desde este punto de vista, los postulados pasaron a ser interpretados no ya como herramientas constructivas, sino como definición de las características de este espacio: homogéneo, continuo, uniforme. En un salto ulterior de abstracción, se abandonaron las tres dimensiones del espacio físico para pasar a considerar espacios de dimensión cuatro, cualquier dimensión e incluso de dimensión infinita” (MILLAN.Pág. 74).

En este sentido las formas de representación del espacio, propuesta por civilizaciones antiguas pasa a ser reestructurada por una nueva concepción más abstracta donde las figuras planas que se utilizaban ayudan a construir una concepción diferente del espacio, visto este con más de tres dimensiones.

“Como consecuencia, hoy día la geometría de Euclides no se utiliza mucho ni en matemáticas puras ni aplicadas. Esta geometría es justamente una de tantas, y suponer lo contrario equivaldría a negar todo lo ganado en más de una centuria, tanto en matemáticas como en otras ciencias” (Howard.1969.Pág.58). En efecto, la geometría de hoy debe definirse como el estudio de espacios, pues de otro

modo sería inútil el intento de enumerar geometrías sintéticas o no sintéticas, porque al hacerlo otras quedarían fuera de la cuenta.

Por consiguiente, la meta global de la geometría no es justamente el manejo de sistemas formales, ni el estudio de las transformaciones y sus invariantes. Es pues, el juego con sistemas concretos de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que conduce a la construcción de sistemas conceptuales necesarios para la codificación y el dominio de las representaciones espaciales.

1.2. ANÁLISIS CURRICULAR

En este apartado se pretende dar una mirada al currículo en relación con el campo de investigación, para ello se hace en primer lugar una revisión de los documentos rectores del Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Estándares de Calidad), denominado por algunos como currículo propuesto.

En segundo lugar se realiza un rastreo de los textos escolares utilizados con mayor frecuencia en las Instituciones Educativas que sirvieron como Centro de Práctica (Institución Educativa Cristo Rey, Institución Educativa La Paz, Institución Educativa Javiera Londoño). Además, se indagó a los docentes de estas Instituciones en cuanto a los procedimientos utilizados al abordar los contenidos del pensamiento geométrico; siendo esto lo que denominamos como currículo desarrollado.

En tercer lugar se analizan los resultados de algunas pruebas que evalúan los conocimientos de los estudiantes en cuanto al pensamiento espacial teniendo en cuenta el grado de escolaridad, siendo esta la mayor evidencia de los logros obtenidos por el estudiante, en lo que podría llamarse currículo alcanzado.

1.2.1 Lo propuesto

En el marco de lo que hemos denominado currículo propuesto y en relación con el pensamiento espacial, se realiza un análisis de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional y Estándares Curriculares, con el fin de identificar aquellos elementos de carácter conceptual, procedimental y de contexto que orientan el desarrollo del pensamiento espacial.

Consideremos en primer lugar que el estudio del pensamiento espacial en la enseñanza escolar ha sido relegado y en algunos casos abandonada totalmente. Como dice el Dr. Carlos Eduardo Vasco U. (1994) cuando menciona que:

“...las reformas a la matemáticas escolares de los años cincuenta y sesenta eliminaron la geometría como curso paralelo al álgebra; relegaron los temas geométricos para el final de los programas, en donde corrieron el riesgo de quedar sepultados por no llegarse nunca hasta allá en el desarrollo real de los programas en la mayoría de los establecimientos, y trataron de reemplazar las pruebas de tipo sintético por elegantes pruebas de tipo algebraico que utilizaban poderosos teoremas del álgebra lineal o de tipo analítico que aprovechaban propiedades de las funciones utilizadas para describir los lugares geométricos.” (1994 Pág. 49)

Como consecuencia de estas reformas se ha presentado el abandono de la geometría en algunos planes de estudio siendo esta, una de las causas por la que gran parte de los estudiantes no podrán desarrollar el pensamiento espacial y con ello las dificultades con relación con el problema de representación tridimensional, además de colocar la enseñanza de la geometría en el entrenamiento de los jóvenes para manipular sistemas simbólicos formales.

Situación que se ve reflejada en las aulas escolares puesto que la influencia aplanadora que posee los tableros, láminas, libros, cuadernos y televisores, han contribuido en el deterioro de las formas de representación tridimensional de los

estudiantes. Haciendo que el currículo explícito propuesto en la escuela pierda importancia ante estas influencias.

En segundo lugar tengamos en cuenta que para el desarrollo del pensamiento científico es fundamental el pensamiento espacial, debido a que este, es utilizado para representar, comunicar, manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas,

“... en los sistemas geométricas se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos, mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (MEN. 1998, Pág. 56).

Así, los sistemas geométricos se construyen mediante la exploración constante y la representación del espacio, ya sea para objetos en reposo u objetos en movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones que evoluciona desde un espacio intuitivo sensorio-motor hasta un espacio conceptual o abstracto, donde se involucra la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, “...por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales” (MEN. 1998 Pág. 57).

En este sentido, dentro de la presente investigación la geometría es tomada como el juego con sistemas concretos de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento que conduce a la formación de sistemas conceptuales para obtener un pleno dominio del espacio. Con relación a esto el Ministerio de Educación

Nacional en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas citan a Linda Dickson cuando plantean que:

“A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real.” (MEN. 1998, Pág. 60).

Complementado lo que dice Linda Dickson, el Ministerio de Educación Nacional expresa que el aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, tomando decisiones, enfrentándose y adaptándose a situaciones nuevas, exponiendo sus opiniones y siendo receptivo a las de los demás; relacionando así los contenidos de aprendizaje con las experiencias cotidianas de los estudiantes. De acuerdo con esto en los Lineamientos podemos identificar una organización del currículo en términos de procesos de la estructura curricular propone organizar el currículo de acuerdo a tres grandes aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y contextos. En cuanto a los procesos, el razonamiento; la resolución y planteamientos de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, también tiene que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático. Y por último, el contexto que son los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprenden.

De esta manera se propone que se trabaje el pensamiento espacial mediante transformaciones que contribuyan a esa exploración activa del espacio y a desarrollar sus representaciones en la imaginación y en el plano del dibujo, pues sin duda alguna en todo proceso geométrico es indispensable la representación del espacio tridimensional en el plano bidimensional.

1.2.2 Lo desarrollado

En este segundo aparte de análisis del currículo para el pensamiento espacial se busca caracterizar las formas y procesos como se desarrolla este en la institución, revisando los textos mas utilizados:

- ✓ Guía escolar cuarto de matemáticas de la editorial Santillana Colombia Mía.
- ✓ Guía escolar quinto matemáticas de la editorial Santillana Colombia Mía.
- ✓ Matemática Experimental de séptimo de la editorial Uros.
- ✓ Inteligencia Matemática de séptimo de la editorial voluntad.

Dichos textos, han sido tomados como evidencia del currículo desarrollado porque son la guía por los docentes en las instituciones y además porque en los cuadernos escolares se aprecia la temática abordada y desarrollada que conservan la misma línea y estructura de los textos mencionados. Estos contienen estándares y competencias para la calidad, en los cuales los pensamientos matemáticos están divididos por unidades que recogen un solo pensamiento. Cada unidad en su introducción contiene los estándares, los logros y las competencias que denotan lo que se desarrollará en cada una y los conceptos que el estudiante debe tener claros al finalizarla, los cuales se ven reflejados a la hora de desarrollar tareas o pruebas, en donde se rescata el planteamiento y así mismo la solución de situaciones problemas; claro está, después de desarrollar una serie de ejercicios que buscan que los estudiantes mecanicen el algoritmo. (Ver anexo 1).

En relación con las formas como los docentes comunican, muestran y conducen los procesos generales, y conocimientos básicos, se evidencia una carencia en

cuanto al dominio de los contenidos del pensamiento espacial. Este es el resultado del análisis de la prueba realizada a los docentes la cual pretendía indagar sobre el concepto de espacio y su enseñanza, esto se ve reflejado en la manera como estos abordan los temas del pensamiento espacial en el aula.

Por lo tanto, la enseñanza de la geometría ocupa y ocupara el lugar que cada institución y el docente le de, aportándole al estudiante un conglomerado de conocimientos que fortalecen su pensamiento espacial.

1.2.3 Lo alcanzado

Para el análisis del currículo alcanzado se toman como referencia las pruebas Saber del Ministerio de Educación Nacional y las pruebas TIMSS y PISA, logrando identificar de algún modo el desarrollo de los conocimientos alcanzados por los estudiantes en las diferentes instituciones, tratando de identificar en que han avanzado los estudiantes colombianos, teniendo en cuenta los estándares y las competencias.

Estas pruebas se aplican sobre la base del desarrollo de Competencias y Estándares de calidad,

“Desde esta perspectiva, la forma como se aborda la evaluación de competencias reconoce el rol de los contenidos académicos, pero considera mas importante la forma como los estudiantes construyen y llevan sus conocimientos mas allá de las aulas y son capaces de utilizarlas en diversos escenarios” (M.E.N. 2006 Pág.7).

De esta forma lo que pretenden estas pruebas es evidenciar la relación que realiza el estudiante al representar lo vivenciado en su propio entorno y plasmarlo en el papel.

En particular se analizará cada una de las pruebas.

Pruebas TIMSS

Caracterizar más detalladamente lo que sabe y no saben los estudiantes de grado 7 y 8, realizando un análisis a todas las preguntas del área agrupadas inicialmente por temas y reunidas seguidamente por tipos de desempeño.

GEOMETRÍA PLANA

| GEOMETRÍA BÁSICA | POLÍGONOS Y CIRCULO | GEOMETRÍA DEL ESPACIO | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS |
|---|--|---|--|
| Así, “en geometría básica: coordenadas. Se evidencia un buen manejo del concepto de coordenada en la recta, pero un deficiente manejo del concepto de coordenada en el plano” M.E.N. Pág.82. 1997 | “En geometría del plano: polígonos y círculos. Se identifica una deficiencia en el conocimiento de algunas características de los cuadriláteros”. M.E.N. Pág. 83. 1997 | “En lo referente a geometría del espacio, los estudiantes presentan cierta facilidad para manejar mentalmente figuras tridimensionales” M.E.N. Pág.83. 1997 | “En uso de conocimientos se identifica en los estudiantes colombianos una habilidad para inferir posibles respuestas (no necesariamente correctas), a partir de la información contenida en los enunciados de las preguntas, sin recurrir a recordar y utilizar conocimientos geométricos específicos, a la vez que se reconoce un |

| | | | |
|---|---|--|---|
| | | | <p>deficiente conocimiento y manejo de contenidos geométricos específicos".</p> <p>M.E.N. Pág. 84. 1997</p> |
| <p>"En geometría del plano: básica. Los estudiantes colombianos manifiestan un manejo o utilización muy deficiente de las relaciones y operaciones entre ángulos" M.E.N. Pág.82. 1997</p> | <p>"En congruencia y semejanza, se identifica que los estudiantes colombianos reconocen con relativa facilidad figuras congruentes o semejantes, pero presentan serias dificultades en el manejo de las propiedades geométricas determinadas por estas relaciones" M.E.N. Pág. 83. 1997</p> | | <p>"Los estudiantes colombianos presentan grandes deficiencias para responder preguntas, en las cuales es necesario tanto la interpretación del enunciado como la identificación del procedimiento a seguir, mejorando un poco su rendimiento cuando hay que llevar a cabo un procedimiento explícitamente indicado" M.E.N.</p> |

| | | | |
|--|--|--|---------------|
| | | | Pág. 85. 1997 |
| “En cuanto a transformaciones, es posible reseñar que los estudiantes colombianos revelan un deficiente nivel de manejo de las rotaciones en el plano” M.E.N. Pág.83. 1997 | | | |

Prueba PISA

En esta prueba se rescata la importancia de la forma puesto que esta “constituye un objeto matemático vital, evolutivo y fascinante, que está estrechamente relacionado con la geometría, pero que la supera en contenido, significado y método”. OCDE/PISA

Por ello, “es importante no limitarse a las formas como entidades estáticas. Una forma puede modificarse como cualquier otra entidad. Estos cambios pueden visualizarse muy bien a través de los ordenadores. Los estudiantes deberían ser capaces de identificar pautas y regularidades cuando las formas cambian”.OCDE/PISA

“Otro aspecto dinámico importante del estudio de las formas es su posición relativa respecto a las demás, dependiendo de la posición del observador”.OCDE/PISA

“Dado que los estudiantes viven en un espacio tridimensional, deberían estar familiarizados con la visión de los objetos desde tres vistas ortogonales (por ejemplo, de frente, de lado y por encima). Deben ser conscientes del alcance y las limitaciones de las diferentes representaciones de las formas tridimensionales”
OCDE/PISA

“La comprensión conceptual de las formas también conlleva a la habilidad de tomar un objeto tridimensional y plasmarlo en un plano bidimensional y viceversa, incluso cuando el objeto tridimensional se presenta en dos dimensiones”.
OCDE/PISA

Prueba Saber

Esta evaluación nos permite analizar en que han avanzado los estudiantes con respecto a los años anteriores y de acuerdo con las metas de calidad que se ha propuesto en el M.E.N. con el diseño, la divulgación y la implementación en el sistema educativo de los estándares de competencias.

Las pruebas Saber evalúan el desarrollo de las competencias de los estudiantes de los grados 5^o y 9^o de educación básica, estas abordan los sucesos y lo que representan las diferentes disciplinas de manera transversal, así como la habilidad para solucionar problemas desde estas en distintos niveles de complejidad, y en particular se analiza lo correspondiente al área de matemáticas, en donde se evalúan tres competencias a saber; comunicar, razonar y solucionar problemas, en contextos del conocimiento matemático, como: los números, las operaciones y transformaciones, los problemas propios de la geometría y la medición y finalmente los fundamentos de la estadística.

Analizados los resultados que se obtuvieron en las pruebas Saber en las instituciones: I.E. Cristo Rey, I.E. La Paz, podemos afirmar que:

En el área de matemáticas obtuvieron buenos resultados, pues superan los promedios obtenidos a nivel departamental. En particular en el pensamiento geométrico-métrico se aprecia un buen desempeño, pero sin alcanzar los resultados esperados. Ahora bien, hay una diferencia importante entre los dos grados, puesto que en el grado 5° casi la tercera parte de los niños fue clasificada en el nivel más avanzado (D), sólo una pequeña porción de los jóvenes del grado 9° alcanzó el nivel equivalente (E).

Así, las principales dificultades de los estudiantes de ambos grados, estuvieron en las competencias para operar con los conceptos y procedimientos relacionados con el espacio (formas y figuras en el plano) y con las magnitudes.

Si bien, los resultados en matemáticas para el año 2005 representan avances en esta área, es necesario impulsar a los estudiantes para que alcancen niveles más complejos de competencia, que les permitan enfrentar y resolver situaciones matemáticas con más y mejores herramientas, para responder a las demandas de sus diferentes entornos.

A partir del análisis realizado al currículo propuesto, desarrollado y alcanzado, se puede notar una falencia en el manejo de lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional en cuanto al pensamiento espacial relacionado con la representación por parte de los docentes puesto que estos no comprenden el proceso de representación y por tal razón no lo manejan en el aula escolar.

1.3 ESTADO DEL ARTE

Las investigaciones acerca del pensamiento espacial, se ubican dentro de las siguientes tendencias:

- Las investigaciones que apuntan al desarrollo evolutivo del pensamiento geométrico están orientadas por los avances de la psicología cognitiva. Se destacan los trabajos realizados por Piaget e Inhelder (1967), acerca de la concepción del espacio en los niños, y los estudios de los esposos Van Hiele (1984, 1986), encaminados a determinar niveles del pensamiento geométrico y etapas de instrucción correspondientes.
- Desde la ciencia cognitiva se intentan precisar modelos de conocimiento y procesamiento geométrico. Los principales aportes en esta tendencia han sido: el modelo de cognición de Anderson (1983), el modelo de Greeno (1980) para la resolución de problemas geométricos, y el modelo de redes de procesamiento distribuido en paralelo de McClelland et al.(1986), en el cual el pensamiento geométrico se caracteriza de forma holística.
- Las investigaciones para las cuales el interés radica en la validación del conocimiento geométrico, centran su atención en las concepciones de los estudiantes acerca de cómo se valida éste (Schoenfeld, 1986; Burger & Shaughnessy, 1986; Usiskin, 1982), en el desempeño de los estudiantes en la construcción de pruebas (Senk, 1989, Brumfield 1973), y en la enseñanza de la demostración (Bell, 1976; Hanna, 1989).
- La preocupación por el razonamiento espacial, como elemento esencial del pensamiento científico, agrupa varias líneas de investigación, como aquellas que intenta establecer las relaciones entre el pensamiento espacial y las matemáticas (Gardner, 1983; Clements, 1983; Fennema & Sherman, 1977). Otras se centran en el estudio de la visualización, las cuales intentan establecer las interacciones de la visualización y el

razonamiento en geometría, como buscan determinar mecanismos para incrementar la habilidad espacial en los aprendices (Bishop, 1980).

- El interés por la perspectiva sociocultural respecto al conocimiento matemático, ha dado lugar a investigaciones que intentan determinar la influencia de las diferencias culturales en el razonamiento geométrico (Mitchelmore, 1980; Johnson & Meade, 1987).
- Los avances en el desarrollo de las tecnologías de la información y el uso extenso de recursos informáticos han dado lugar a varias investigaciones en torno al aporte que las representaciones dinámicas y generalizadas, logradas con estos medios, hacen al desarrollo de la visualización y del razonamiento (Balacheff & Kaput, 1996; Moreno, 2002).
- Bajo la concepción sociocultural, la cual liga el quehacer matemático con las acciones diarias de los seres humanos, algunas investigaciones se centran en caracterizar el razonamiento geométrico propiamente dicho, desde un punto de vista más amplio que aquel que concibe como válido sólo al razonamiento deductivo (Hershkowitz, 1998; Duval, 1998).
- Una estrategia metodológica para la enseñanza de las transformaciones geométricas en el plano en el grado séptimo de la básica secundaria. (Quintero Tobón, Astrid y Otros, 2000).
- Con el animo de potenciar la enseñanza de la geometría en la escuela y teniendo en cuenta el abandono de ésta dentro del currículo desarrollado, se plantea una estrategia para la enseñanza de la geometría en la educación básica secundaria. (Acosta, Jaime Aníbal, 1996).

- La construcción de las nociones espaciales en el niño ha sido siempre el centro de estudio de grandes matemáticos, tratando de que dicha construcción sea satisfactoria, se plantea una propuesta encaminada a la formulación de problemas de geometría y la construcción del espacio en los alumnos de 2° grado, a través de la resolución y planteamiento de los mismos. (Restrepo R, Cruz Amparo, 2007).
- Trabajo sobre pensamiento espacial y los sistemas geométricos: módulo 4. (Gobernación de Antioquia y Universidad de Antioquia, Secretaria de Educación para la Cultura, 2006).

En esta investigación se tomó como directriz la última de las tendencias presentadas, sin desconocer el aporte y la relación que las demás puedan ofrecer al propósito de ésta, debido a que dichas investigaciones, de algún modo están encaminadas al desarrollo de las formas de representación. Por tal razón, se incorporó el aspecto cultural y buscó estrechar los vínculos entre el que hacer cotidiano y el aprendizaje escolar, reconociendo que la matemática es una construcción que da solución a problemas de la sociedad.

1. 4 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Uno de los aspectos que, según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, da cuenta del desarrollo del pensamiento espacial es el “paso de lo tridimensional a lo bidimensional” o el problema de la representación de figuras u objetos tridimensionales en el plano. Es por ello que se hace necesario indagar por los procesos que se deben fortalecer para que los estudiantes alcancen unos buenos niveles en términos de la representación de objetos y figuras tridimensionales.

Sobre el planteamiento anterior surge nuestra pregunta de investigación:

¿Qué procesos y qué tipo de actividades pueden contribuir para que los estudiantes desarrollen habilidades necesarias que les permita hacer representaciones adecuadas de figuras y objetos tridimensionales en el plano?

1.4.1 Objetivo general

Desarrollar procesos e identificar actividades que contribuyan al fortalecimiento de habilidades necesarias para que los estudiantes realicen una adecuada representación de figuras tridimensionales en el plano bidimensional.

1.4.2 Objetivos específicos

- Caracterizar algunos procesos en relación con la representación de figuras tridimensionales.
- Proponer algunas actividades que permitan fortalecer en el estudiante el proceso de representación de figuras tridimensionales.
- Analizar las producciones de los estudiantes, representaciones figurales de objetos y figuras tridimensionales.

1.4.3 Categorías de análisis

A continuación presentamos aquellos factores que tienen que ver con el proceso de representación de figuras tridimensionales en el plano:

- Observación
- Descripción
- Manipulación de los objetos
- Comparación
- Representación

1.4.4 Preguntas de investigación

Con base de lo planteado anteriormente se orientan las siguientes preguntas:

- A partir de diferenciar los atributos y propiedades de las figuras tridimensionales ¿Cuál es el proceso que debe realizar el estudiante para representar la figura tridimensional en el plano?
- Teniendo en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes ¿Cómo percibe el estudiante las figuras presentes en su entorno?
- ¿Cómo lograr que los estudiantes tengan un acercamiento en la identificación de las características estructurales de las figuras mediante la observación?
- ¿En qué medida la descripción de figuras bidimensionales y tridimensionales hace posible la comprensión de las características estructurales de estas?
- ¿Cómo el componer y descomponer figuras permite que el estudiante reconozca las unidades figurales de las mismas?
- ¿Qué incidencia tiene el uso de representaciones planas de las figuras y sus relaciones para comunicar y expresar la información espacial que se percibe?

CAPÍTULO II REFERENTES TEÓRICO Y ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN

2.1. Marco General

A lo largo de la historia, la matemática se ha caracterizado por su complejidad, además de ser una ciencia con un vasto campo de saberes casi inagotables y con un alto nivel de comprensión, ello genera al mismo tiempo un sin número de dificultades en su aprendizaje; situación que se ve reflejada en las aulas escolares, debido fundamentalmente a dos factores; en primer lugar, el uso de varios registros de representación y el que los “objetos matemáticos” no sean accesibles directamente a la percepción.

En este sentido los trabajos de Duval señalan que una de las dificultades está en el hecho de que los objetos matemáticos no son accesibles por la percepción, esto lleva a que en el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes tengan dificultades y encuentren obstáculos al confundir la representación con lo representado; en donde, los sistemas semióticos han de permitir que se cumplan tres actividades inherentes a toda representación.

“en primer lugar, constituir una marca o conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado. Luego, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales. Por último, convertir las representaciones producidas en un sistema de representación en otro sistema, de manera tal que estas últimas permitan explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado.” (Duval, R, 1999, Pág. 30).

Dificultad que es aun más evidente cuando se trabajan situaciones en donde intervenga directamente el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, debido a que en este cobra una importancia especial las diferentes formas de representación y que se mueve en torno a la evocación de los objetos matemáticos, para lograr a través de estos una construcción de los diferentes conocimientos; la única forma de acceder a dichos objetos es a través de sus representaciones, y para ello es necesario confrontar la imagen mental que se posee de determinada figura, con su posible representación. Situación que resulta compleja para los estudiantes, los cuales terminan confundiendo el objeto con su representación, debido a la incidencia que tiene la figura y su visualización.

Sin duda alguna, la representación ha jugado un papel fundamental en la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas y en particular de la geometría, pues como lo plantea Duval, “la representación ha sido el centro de toda reflexión que se preocupe por las cuestiones que tienen que ver con la posibilidad y la constitución de un conocimiento cierto. Y esto, porque no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación”. (1999, Pág. 25)

Las representaciones semióticas, han de ser materiales y exteriores, porque son fundamentales para la comunicación, la cual implica un código en un sistema de signos comunes entre sujetos; además deben ser independientes de las representaciones mentales, las cuales posibilitan que los objetos matemáticos sean tangibles a través de su representación permitiendo, con ello que la figura se inscriba en un perspectiva semiótica, al considerar que, para el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas y en particular de la geometría, es indispensable la distinción que se haga entre el objeto y su representación; es decir, no tomar las palabras por las cosas, la movilización de diferentes tipos de registros de representación semiótica y la debida coordinación entre los sistemas semióticos que el conocimiento matemático moviliza.

Ahora bien, es necesario realizar algunas precisiones acerca de las “figuras” y la manera como éstas inciden en las formas de representación trabajadas constantemente en la geometría, puesto que “todas las figuras geométricas representan constructos mentales que poseen, simultáneamente, propiedades conceptuales y figurales” (Fischbein, Pág. 3). Es por esto que, la figura geométrica, puede ayudar considerablemente en la solución de algunos tipos de problemas, bien sean, numéricos, de construcción geométrica, cotidianos o del contexto, entre otros, debido a que la importancia de estas, radica en que forman un importante soporte intuitivo para el desarrollo de las actividades geométricas; es decir, dejan percibir mucho más de lo que expone un enunciado, permite la representación de proposiciones sobre situaciones complejas, además de verificaciones subjetivas.

Todo esto, teniendo presente que el ser humano vive rodeado de representaciones, bien sean semióticas o mentales, como es el caso de figura e imagen, estas no significan lo mismo; la imagen no es más que una construcción mental y la figura, además de ser una representación mental, posee propiedades espaciales como la forma, posición, tamaño y características de carácter conceptual como idealidad, abstracción, generalidad y perfección, que la enmarca dentro de una realidad constante, aunque ésta sólo constituya una representación del objeto real.

En consecuencia, son las figuras y sus representaciones las que posibilitan un adecuado trabajo en geometría, al hacer de algún modo que los objetos matemáticos requeridos sean perceptibles al ser humano, percepción que se materializa en un importante proceso que Duval ha llamado visualización, el cual constituye el puente entre lo mental y lo material, permitiendo además apreciar y abstraer de dichas representaciones las características propias y conceptuales de cada figura, es decir, identificar y definir los elementos constitutivos de estas; pues bien, “toda figura aparece como la combinación de valores para cada una de las variaciones visuales de estos dos tipos, dimensional y cualitativo. A partir de allí,

es fácil determinar los elementos que van a funcionar como unidades de base representativa; es decir, como unidades figurales elementales” (Duval, Pág. 157), lo dimensional referido al número de dimensiones en que aparece una representación: dimensión 0 un punto, dimensión 1 una línea, dimensión 2 un área y así sucesivamente y lo cualitativo hace alusión a las variaciones de forma, tamaño, orientación, color, entre otros.

Es imperioso aclarar, que los estudiantes no identifican la propiedades de las figuras por el solo hecho de mirar los dibujos que las representan, pues si bien se menciona la importancia de la visualización, hay que aceptar que esta no es suficiente para un reconocimiento completo de una figura, sin duda alguna, debe trabajarse integradamente con otros aspectos esenciales, aspectos como la percepción, que facilita la abstracción y con ello la comprensión de los conocimientos; porque hay que reconocer que aquello que el estudiante puede identificar al observar la representación gráfica de una figura, no es siempre lo que el docente pretende que el estudiante identifique a través de dicho proceso, puesto que ambos poseen conocimientos distintos.

En este orden de ideas, lo que se observa depende de los conocimientos que pone en funcionamiento el observador. Sin embargo, en varias ocasiones la enseñanza funciona como si la percepción fuera independiente de la cognición, realizando propuestas de trabajo para establecer e identificar propiedades de las figuras apoyada únicamente en la observación de dibujos.

Por este motivo, las situaciones y actividades que se presenten a los estudiantes con la finalidad de indagar, identificar o reconocer propiedades de las figuras “deben impactar en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que se utilicen para representar dichas figuras.”(Itzcovich, H, 2005, Pág. 18)

En consecuencia, para lograr que las diferentes representaciones de las figuras, comuniquen y dejen ver cada una de sus características, es indispensable desarrollar un proceso de representación consciente e integrado, que posibilite un acercamiento constante a dichas representaciones, para lo cual es imprescindible la combinación de los aspectos antes mencionados, como lo son, la percepción, la visualización, la manipulación y la descripción ó comunicación; los cuales constituyen una determinada estructura que posibilita a los estudiantes realizar una apropiada representación.

Reconociendo la importancia, que dentro del ambiente escolar adquiere la integración de diferentes procesos, y con el ánimo de no aislar la percepción de la cognición como bien se mencionó antes, en uno de los referentes de la presente investigación se realizó teniendo en cuenta los planteamientos propuestos por Linda Dickson en su texto el aprendizaje de las matemáticas, al tener presente lo allí planteado y al reconocer que las primeras interacciones del niño pequeño con su entorno se basan casi totalmente en experiencias espaciales, muy en particular a través de los sentidos de la vista y el tacto, como bien lo plantean distintos psicólogos entre ellos Piaget, Bruner y Dienes, al manifestar que las acciones físicas pasan a ser interiorizadas y generalizadas en forma de conceptos y relaciones, a las cuales les pueden ser asociados símbolos, bien sean palabras o elementos matemáticos.

Otro referente en que se apoya el trabajo de intervención llevado a cabo en las instituciones, está orientado por situaciones didácticas, las cuales son definidas por Brousseau como:

“un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos

se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.” (Brousseau, 1982)

Estas relaciones se establecen a través de una negociación entre docente y estudiante, cuyo resultado ha sido denominado como contrato didáctico, definiendo con este las reglas de funcionamiento en cada situación, las cuales deben poseer una intencionalidad clara, que en general es el haber sido construidas con el firme propósito de que alguien aprenda algo, esto se evidencia una vez realizados los análisis de los resultados de cada prueba, teniendo muy en cuenta dos momentos fundamentales, a saber, análisis a priori y análisis a posteriori, evidenciando con estos, los progresos adquiridos a través de cada intervención.

Finalmente, es importante señalar, que toda la investigación estuvo orientada bajo la metodología de la Ingeniería Didáctica la cual surgió a comienzos de los años ochenta, basada en los conocimientos científicos de su dominio y en aquellos de los cuales la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental, además por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada. Por tanto, la ingeniería didáctica es singular no por los objetivos de las investigaciones que entran en sus límites, sino por las características de su funcionamiento metodológico; en este sentido se rescatan cuatro fases que conforman su estructura, fase 1 de análisis preliminar, fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, fase 3 de experimentación y fase 4 de análisis a posteriori y evaluación; cada una de las cuales fue abordada a cabalidad durante todo el proceso desarrollado.

2.1.1 Categorías para el análisis

Una vez aplicadas y analizadas las diferentes pruebas, surge la necesidad de definir ciertas categorías que fueron el objeto de análisis para las diferentes estrategias de intervención, teniendo en cuenta los procesos utilizados por los estudiantes a la hora de realizar representaciones.

Observación: teniendo en cuenta lo propuesto por Duval en torno a la visualización, la observación en la presente investigación estuvo encaminada a la forma en que los estudiantes perciben las formas y características de las figuras a través de la vista.

Descripción: en la investigación la descripción estuvo encaminada en la descomposición de figuras a través de sus unidades figurales, de tal manera que las estudiantes identificaran cada uno de los componentes de dichas figuras, tal como lo plantea Duval al mencionar las variaciones dimensional y cualitativa.

Manipulación de los objetos: teniendo en cuenta que los objetos matemáticos no son asequibles a la percepción y que la única forma de acceder a ellos es a través de sus representaciones, en la presente investigación la manipulación de los objetos se evidencia en el trabajo con representaciones de figuras tridimensionales y bidimensionales llevadas al aula para el desarrollo de situaciones que requieren de dicha manipulación.

Comparación: en el trabajo de investigación la comparación se evidencia a través de la descripción y la manipulación de figuras tridimensionales que fueron llevadas al aula, con el fin de que los estudiantes compararan los componentes de dichas figuras a partir de la manipulación y construcción de las mismas.

Representación: apoyados en la propuesta de Duval y en la forma como él concibe la representación, durante la investigación ésta se consideró como todas

las producciones realizadas por los estudiantes que tuvieran de por medio una figura; bien fuera bidimensionales o tridimensionales.

2.2 CARACTERIZACIÓN Y ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN

El proceso de intervención se llevó a cabo durante tres semestres, de los cuales el primero, estuvo dedicado a la observación de los maestros en formación hacia los estudiantes y docentes, el segundo fue de intervención, donde se aplicó la prueba diagnóstica y se diseñaron las demás estrategias de intervención encaminadas al problema planteado y en el tercer semestre se aplicaron las estrategias de intervención, en dicho semestre se realizaron 28 intervenciones de las cuales 10 de ellas sirvieron para obtener los resultados al llevar a cabo las actividades propuestas.

2.2.1 CARACTERIZACIÓN INSTITUCIONAL Y DE LA POBLACIÓN

La intervención se realizó en la Institución Educativa Cristo Rey ubicada en Guayabal (Medellín), comuna 13, núcleo educativo 933, perteneciente a un estrato socioeconómico medio bajo (3).

Cuenta con personal administrativo, docente y de oficios varios, apto para el buen funcionamiento de la institución. Además de herramientas tecnológicas y material didáctico que permite una movilidad de conocimiento.

También posee adecuaciones de la planta física que facilita el estudio y el desplazamiento dentro de la Institución, tales como: restaurante, baños, canchas, biblioteca, salón de danzas, enfermería, oficinas, salones, aula de apoyo, tienda, parque infantil y cocineta.

Muestra Poblacional

El proceso de intervención en un inicio estuvo conformado por 123 estudiantes pertenecientes a los grados cuarto, quinto y séptimo de la Institución Educativa Cristo Rey y octavo de la Institución Educativa La Paz, a los cuales se les aplicó una prueba diagnóstica que permitió identificar sus conocimientos previos acerca del tema a investigar.

En la segunda fase de intervención perteneciente al tercer semestre de práctica y con el objetivo de darle continuidad al proceso iniciado, la muestra poblacional se redujo a 22 estudiantes, los cuales continuaron en la Institución Educativa Cristo Rey en el grado quinto, porque los demás estudiantes se desplazaron hacia otras instituciones al iniciar el nuevo año escolar. Las edades promedio de los estudiantes intervenidos se encuentra entre los 10 y 12 años y sus lugares de residencia se localizan cerca a la Institución.

2.2.2 ESTRATEGIAS DE INTERVENCIÓN

Para el análisis de las actividades propuestas a los estudiantes se establecen unos grupos atendiendo a las diferentes formas de su desarrollo y con respecto a lo esperado en cada una de las actividades, estos grupos son los que se definen acá como categorías.

2.2. 2.1 Prueba diagnóstica

Partiendo de los planteamientos propuestos desde los estándares se pretende que los estudiante en los primeros grados (cuarto y quinto de primaria en este caso), comparen y clasifiquen objetos tridimensionales y bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades, además utilicen sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales, así como construir y descomponer figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.

De igual modo para los grados de básica secundaria (séptimo y octavo en este caso), se pretende que los estudiante representen objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas, así como identificar y describir figuras y cuerpos generados por cortes rectos trasversales de objetos tridimensionales y finalmente predecir y comparar resultados.

Una vez realizada esta prueba en los diferentes grados (4°, 5°, 7°, 8°) de las Instituciones educativas: Institución Educativa la Paz, Institución Educativa Cristo Rey, Institución Educativa Javiera Londoño Sevilla, se pretende obtener evidencias que permitan dar continuidad a la presente investigación.

PRUEBA PARA PRIMARIA

1. Defina los siguientes Conceptos:

Ángulo – Recta – Triángulo – Polígono – Vértice – Figura

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende identificar los conocimientos conceptuales que poseen los estudiantes de los grados 4° y 5° de las Instituciones Educativas Cristo Rey, comparando y validando dichas definiciones a partir de los planteamientos hechos por Arturo Cardona.

Ángulo: es un conjunto de infinitos puntos limitados por dos semirrectas del mismo origen.

Recta: es el conjunto de infinitos puntos que conservan siempre una dirección y sentido.

Triángulo: es un conjunto de puntos limitados por la intersección de varios semiplanos en un mismo plano. Es un conjunto de infinitos puntos de un plano cuyo contorno es una línea poligonal convexa cerrada que esta en dicho plano.

Vértice: origen común de las semirrectas.

Poliedro: un cuerpo o sólido geométrico, limitado por superficies.

Aristas: son los lados de las caras

ANÁLISIS DE RESULTADOS:

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

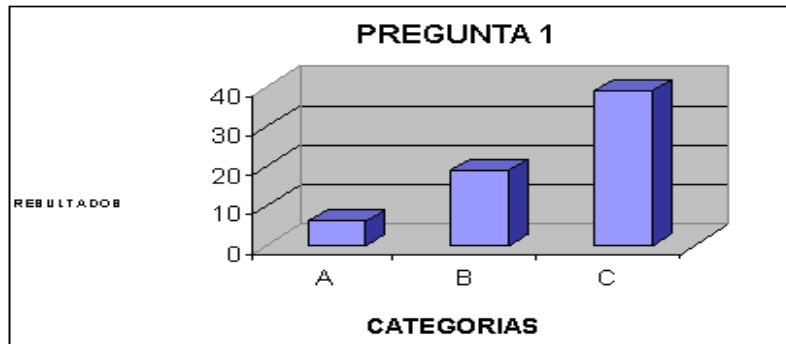
Categoría A: Corresponde a los estudiantes cuyas respuestas guardaban gran relación con lo planteado por Arturo Cardona.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que medianamente brindaron unas respuestas coherentes con los planteamientos del autor.

Categoría C: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas no aportaron significativamente a la investigación.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|------------------|-------------------|-------------------|
| A | 6 | 9,38 |
| B | 19 | 29,69 |
| C | 39 | 60,94 |



En la categoría A, las respuestas obtenidas se clasifican dentro de este nivel, por estar orientadas según las definiciones del autor Arturo Cardona como nuestra referencia principal para evaluar, por poseer claridad y rescatar la esencia de estos conceptos. En esta se encuentra el 9.38% de los estudiantes.

Se encuentran dentro de la categoría B, algunas respuestas orientadas a las definiciones propuestas por el autor Arturo Cardona y que de algún modo conservan relación con el concepto, dejando ver las falencias que prevalecen en algunos estudiantes denotando la necesidad de implementar estrategias más significativas para afianzar estos conceptos. En ésta se encuentra el 29.69% de los estudiantes.

Finalmente se enmarcan en la categoría C, las respuestas a esta pregunta que no guarda relación con las definiciones del autor Arturo Cardona e incluso las que no arrojan ningún resultado; en esta categoría se encuentra la gran mayoría de los estudiantes evaluados un 60.94%, dejando ver las falencias en la adquisición de los conceptos y en la construcción de un aprendizaje significativo.

2. Nombra las siguientes figuras:



ANÁLISIS PRELIMINAR

Detectar la correlación que realizan los estudiantes, al pasar de la representación verbal a su representación figural y viceversa, denotando la claridad en la comprensión adquirida.

ANÁLISIS DE RESULTADOS:

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

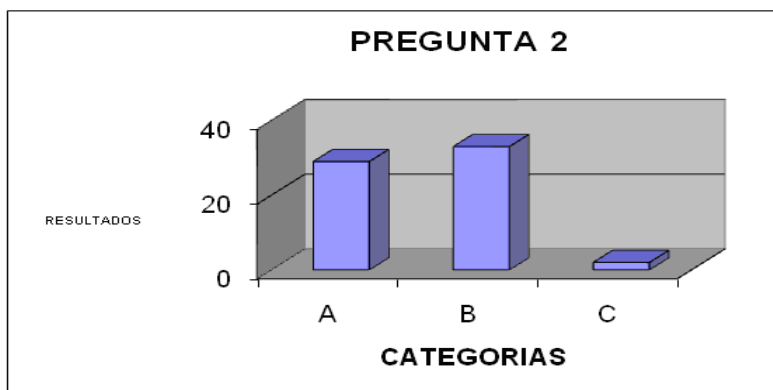
Categoría A: corresponde a los estudiantes en cuyas respuestas se aprecia el reconocimiento al nombrar las figuras.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que medianamente nombraron algunas de las figuras.

Categoría C: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas no brindaron un aporte significativo a la investigación.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 29 | 45,31 |
| B | 33 | 51,56 |
| C | 2 | 3,13 |

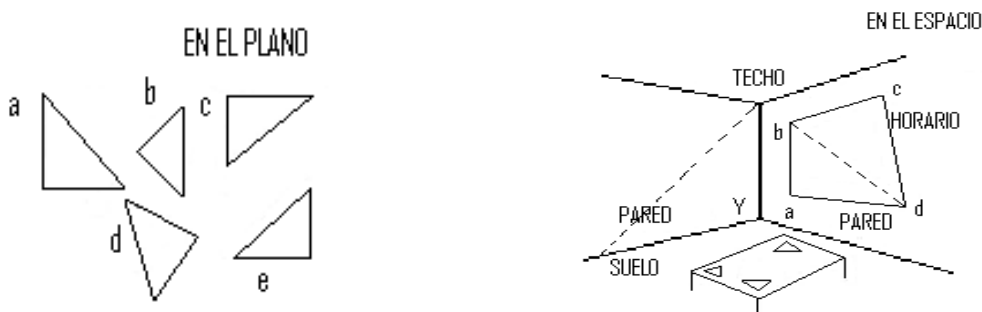


Con respecto a la categoría A, se puede considerar que las respuestas obtenidas de la segunda pregunta, dan claridad en las relaciones hechas figura-concepto, puesto que en esta categoría se encuentra la gran parte de los estudiantes evaluados un 45.31%, denotando mayor facilidad en el paso de lo figural a lo conceptual y viceversa.

En relación a la categoría B, se puede mencionar que en este nivel se encuentran la mayoría de los estudiantes evaluados un 51.56% , denotando algunas dificultades al establecer la relación figura-concepto, pasando por alto algunas características particulares que contribuyen en esta adecuada relación y que se convierten en dificultades u obstáculos en la construcción del aprendizaje significativo.

Finalmente, en la pregunta C se encontró una muestra poco significativa para ser objeto de análisis, denotando que no existen grandes dificultades al establecer la relación figura-concepto por parte de los estudiantes.

- Identifique y señale cuales de los siguientes triángulos son triángulos rectángulos:



ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende identificar la capacidad que tienen los estudiantes para visualizar los movimientos en el espacio bidimensional, a través de rotaciones realizadas a una figura, manifestando la influencia que genera en los estudiantes la posición y el tamaño de cada una de estas figuras.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

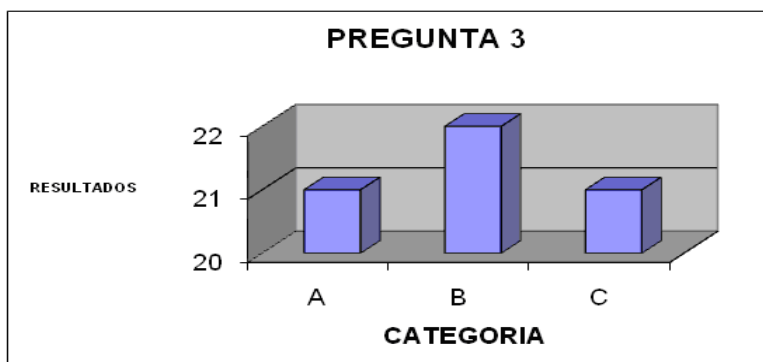
Categoría A: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas eran satisfactorias en cuanto a la clasificación de los triángulos.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que medianamente brindaron unas respuestas en relación con las pretensiones buscadas con los triángulos.

Categoría C: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas no aportaron significativamente a la investigación.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 21 | 32,81 |
| B | 22 | 34,38 |
| C | 21 | 32,81 |

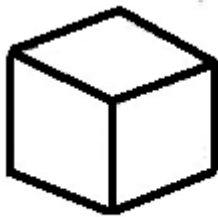


En relación a la categoría A, se puede concluir que un 32.81% de los estudiantes evaluados se encuentran allí, puesto que identifican correctamente las figuras en el plano y realizando una buena aproximación en la identificación de las figuras en el espacio.

Con respecto a la categoría B, se puede decir que un 34.38% de los estudiantes se enmarcan allí, denotando algunas dificultades para percibir una misma figura en el plano pero en distinta posición, por consiguiente la dificultad de identificar correctamente figuras en el espacio.

Por último, la categoría C se encuentra el 32.81% de los estudiantes evaluados, reflejando grandes dificultades en la identificación de figuras tanto en el espacio como en el plano, denotando el poco énfasis que en la escuela se hace a estos aspectos.

4. De acuerdo a la siguiente figura responda:



- a. ¿Cuántas caras tiene?
- b. ¿Cuántos vértices tiene?
- c. ¿Cuántas aristas (bordes) tiene?
- d. ¿Qué figura es?

ANÁLISIS PRELIMINAR

Con respecto a esta pregunta se pretende que el estudiante realice una representación mental del espacio tridimensional plasmado en el plano bidimensional, identificando lo que a simple vista no se percibe y descubriendo las propiedades y características de este tipo de figuras (sólidos). Así la pregunta evaluada para primaria fue:

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

Categoría A: corresponde a los estudiantes que brindaron unas respuestas satisfactorias en cuanto a los componentes de las figuras.

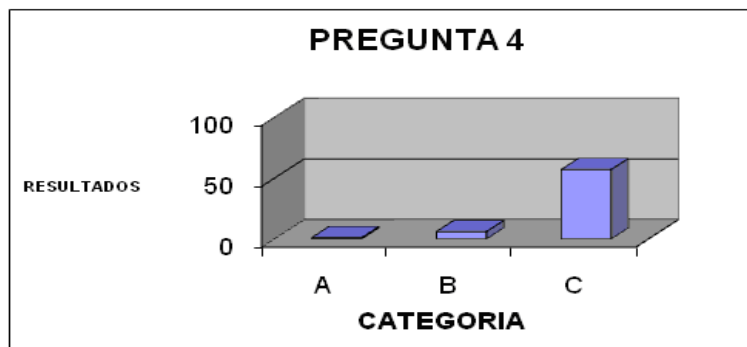
Categoría B: corresponde a los estudiantes que medianamente brindaron una respuesta satisfactoria en cuanto a la investigación.

Categoría C: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas no aportaron significativamente a la investigación.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

CATEGORIA RESULTADOS PORCENTAJES

| | | |
|---|----|-------|
| A | 1 | 1,56 |
| B | 6 | 9,38 |
| C | 57 | 89,06 |



En la categoría A se obtuvo un resultado de 1%, insignificante que ante la magnitud de la prueba no cobra ningún valor, denotando la incomprensión y la dificultad de los estudiantes para identificar los componentes básicos de una figura tridimensional.

Con relación a la categoría B, un 9.38%, se puede decir que allí se enmarca una minoría de los estudiantes evaluados, reafirmando la dificultad existente para identificar las características de las figuras en tercera dimensión.

Finalmente la categoría C encontramos un alto porcentaje un 89.06% de los estudiantes evaluados, reflejando la poca claridad y visión que poseen los estudiantes cuando se les sitúa frente a una figura del espacio puesta en el plano.

5. La cantidad de cubos que hay en cada figura es:



ANÁLISIS PRELIMINAR

Identificar el desarrollo adquirido de los estudiantes con respecto al pensamiento espacial, dejando ver su capacidad de abstracción frente a situaciones netamente espaciales en donde se deben identificar figuras que a simple vista no se perciben.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

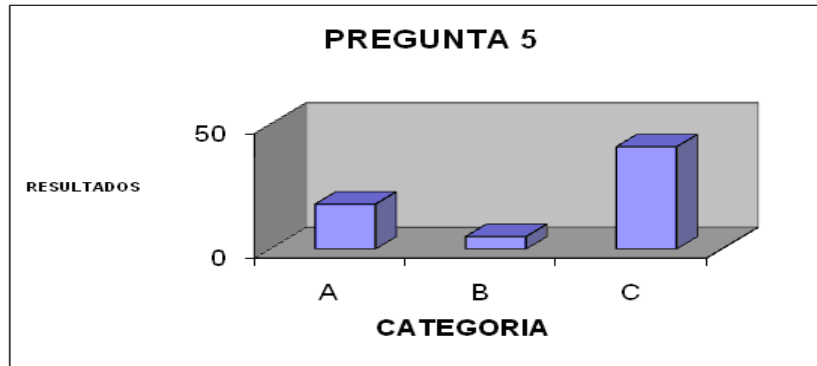
Categoría A: corresponde a los estudiantes cuyas respuestas estaban en relación con las pretensiones buscadas.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que medianamente brindaron unas respuestas coherentes con las pretensiones.

Categoría C: corresponde a los estudiantes cuyas repuestas no aportaron significativamente a la investigación.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 18 | 28,13 |
| B | 5 | 7,81 |
| C | 41 | 64,06 |



Con respecto a la categoría A se puede concluir que un 28.13% de los estudiantes evaluados alcanzaron satisfactoriamente esta respuesta, dejando ver que estos estudiantes de algún modo realizan un adecuado proceso ante la representación de objetos tridimensionales.

Con respecto a la categoría B se puede notar que un 7.81% de los estudiantes evaluados realizan aproximaciones a lo que puede ser la conservación de propiedades de objetos tridimensionales en su respectiva representación bidimensional.

Finalmente de la categoría C, es fácil concluir que un 41.06 de los estudiantes evaluados no alcanzan a identificar las características respectivas de la representación de un objeto tridimensional en el plano bidimensional.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Tratando de identificar las fortalezas, falencias y/o dificultades que presentan los estudiantes a la hora de representar el espacio tridimensional y enfrentarse en situaciones que lo contengan, se ha aplicado una prueba diagnóstica que de algún modo pretende dar cuenta de esto, teniendo en cuenta los planteamientos propuestos en los estándares.

De este modo se aplica la prueba en los grados 4° y 5° de la Institución Educativa Cristo Rey, para la cual se destinó un tiempo promedio de una hora para cada grado, aclarando previamente que los resultados obtenidos no adquirirían ningún valor sumativo con respecto al área, pero la participación si era un factor importante y para tener en cuenta. Seguidamente se inicia la prueba con una muy buena disposición por parte de los estudiantes que se mostraron expectantes a la hora de recibir la prueba, situación que fue cambiando al observar el grado de dificultad que esta poseía y que a pesar de que gran parte de su contenido ya había sido trabajado en clases anteriores, no se habían preparado para tal actividad, motivo por el cual se empieza a divagar en los conceptos a definir y a surgir preguntas como: ¿Qué diferencia hay entre polígono y figura? ¿Qué es un ángulo y cuales son sus partes? ¿Que nombre recibe una figura de cinco lados y de seis lados? ¿Hay necesidad de dibujar cada uno?, preguntas que fueron contestadas por los maestros en formación de modo que ello no interfiriera en las respuestas dadas por los estudiantes.

Ahora bien, en relación al contenido netamente espacial se apreció una gran dificultad para extrapolar e identificar lo que allí se ha enfatizado en el desarrollo de procesos de visualización y argumentación donde intervengan la espacialidad, quedando esta relegada a procesos desarrollados únicamente en el plano, situación que generó inquietud e inseguridad en los estudiantes, puesto que surgieron preguntas tales como: ¿Esto si es un cubo, pero le faltan lados? ¿En donde esta la parte de atrás? ¿Sólo se toma en cuenta lo que se ve? ¿Cuántos cubos hay ahí? ¡Yo no creo que esto este en el aire! Preguntas que sirvieron para que los maestros en formación dieran orientaciones que despertaran en el estudiante la capacidad de asombro y descubrimiento que tanto se ha perdido en el aula escolar, y posibilitando generar el Feedback necesario en la adquisición de un conocimiento significativo. (Ver anexo 2)

PRUEBA PARA EL GRADO OCTAVO

1. Defina los siguientes conceptos:

Poliedro – Triángulo – Arista – Figura – Ángulo diedro

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

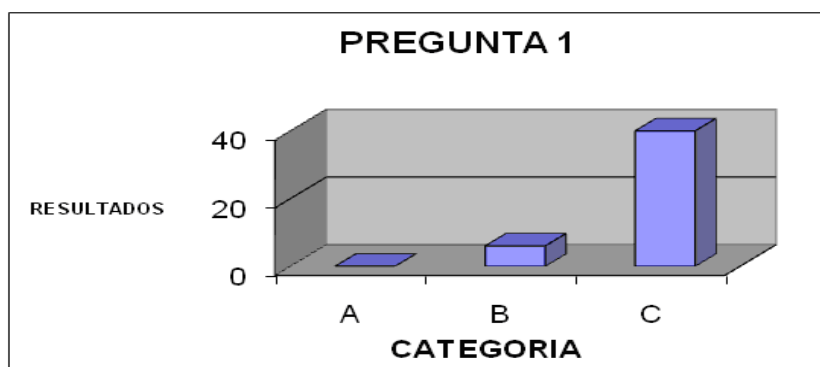
Categoría A: corresponden.

Categoría B: medianamente corresponden.

Categoría C: no corresponden.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 0 | 0 |
| B | 6 | 13,04 |
| C | 40 | 86,96 |



En cuanto a la pregunta 1 en la categoría A se puede decir que el 0% de los estudiantes se encuentran en esta categoría, denotando una gran incomprensión en la definición conceptual dado por cada uno de estos.

En relación a la categoría B se puede concluir que el 13.04% de los estudiantes se encuentran en dicha categoría, denotando la falta de apropiación de algunos conceptos.

En última instancia en la categoría C se puede inferir que un alto porcentaje 86.96% de los estudiantes evaluados no logran desarrollar una buena apropiación conceptual.

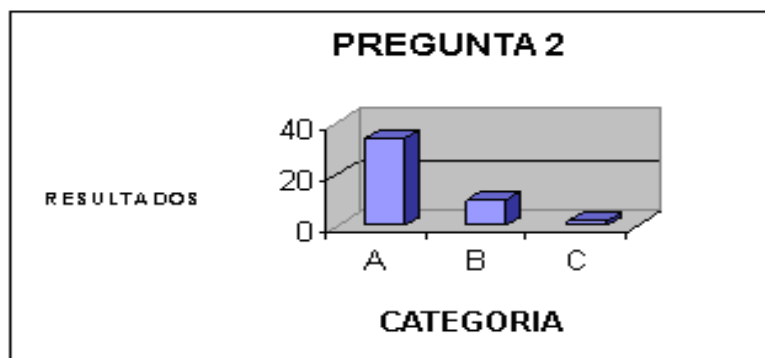
De igual modo en la pregunta 2 se pretende detectar la correlación que realizan los estudiantes, al pasar de lo conceptual a su representación figural y viceversa, denotando la claridad en la comprensión adquirida, de este modo la pregunta 2 evaluada en primaria fue:

2. Nombra las siguientes figuras:



Obteniendo los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJES |
|-----------|------------|-------------|
| A | 34 | 73,91 |
| B | 10 | 21,74 |
| C | 2 | 4,35 |



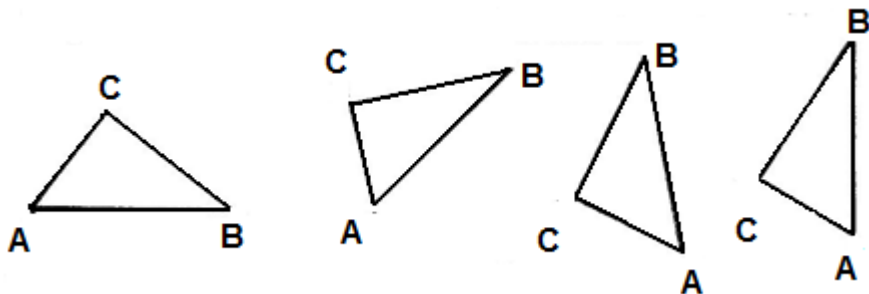
Con respecto a la pregunta 2 en la categoría A el 73.91% de los estudiantes evaluados lograron realizar la correspondencia de figura con el concepto denotando una clara comprensión al realizar dicho proceso.

En la categoría B el 21.74% de los estudiantes evaluados se ubicaron dentro de esta categoría dejando ver que prevalece la dificultad al realizar el paso de lo figural a lo conceptual.

En cuanto a la categoría C el 4.35% de los estudiantes evaluados presentaron gran dificultad al realizar este proceso, puesto que no se logra una adecuada relación de la figura con su respectivo concepto.

Seguidamente con la pregunta 3 se pretende identificar la capacidad que tienen los estudiantes de asimilar los movimientos en el espacio bidimensional, a través de rotaciones realizadas a una figura, denotando la influencia que genera en el estudiante la posición y el tamaño de cada una de las figuras. Por lo que la pregunta evaluada en primaria fue:

3. Dada la siguiente figura identificar la posición que ocupa, tras rotarla 100° en sentido contrario a las manecillas del reloj:



ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

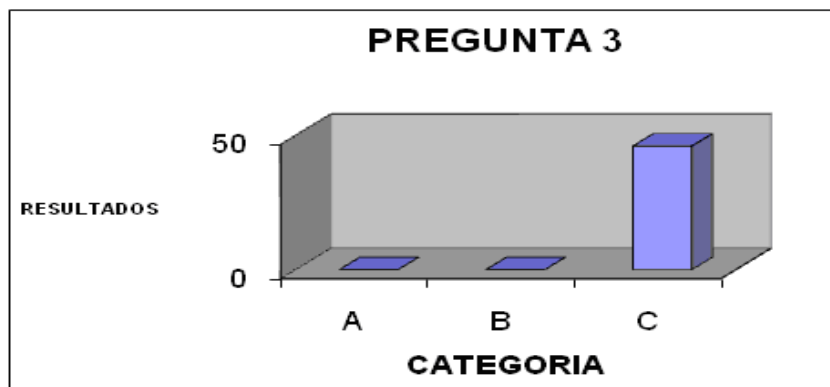
Categoría A: corresponden.

Categoría B: medianamente corresponden.

Categoría C: no corresponden.

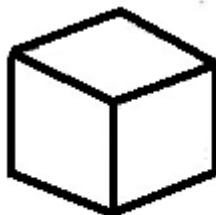
Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJES |
|-----------|------------|-------------|
| A | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 |
| C | 46 | 100 |



En relación con la pregunta 3 el 100% de los estudiantes evaluados se ubicaron en la categoría C, siendo esto el reflejo de una dificultad imperante al realizar rotaciones en una figura, lo que debe tenerse en cuenta y reforzar este concepto o por otro lado es el reflejo de una incomprensión y mala interpretación dada a la pregunta por parte de los estudiantes, o simplemente un error en la formulación de la misma.

4. De acuerdo a la siguiente figura responde:



- ¿Cuántas caras tiene?
- ¿Cuántos vértices tiene?
- ¿Cuántas aristas (bordes) tiene?
- ¿Qué figura es?

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los análisis se clasificarán en las siguientes categorías:

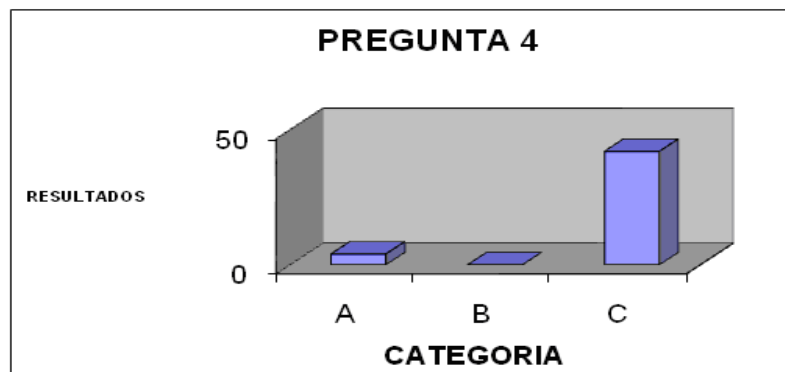
Categoría A: corresponden.

Categoría B: medianamente corresponden.

Categoría C: no corresponden.

Con respecto a esta pregunta se obtuvieron los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 4 | 8,7 |
| B | 0 | 0 |
| C | 42 | 91,3 |



En la categoría A, el 8.7% de los estudiantes evaluados, se enmarcan dentro de ésta categoría manifestando las falencias existentes al tratar de identificar las características pedidas por ser este un bajo porcentaje.

Finalmente en la categoría C un gran porcentaje de los estudiantes evaluados 91.3% mostraron una gran dificultad al momento de abstraer las características de algunos sólidos representados en el plano.

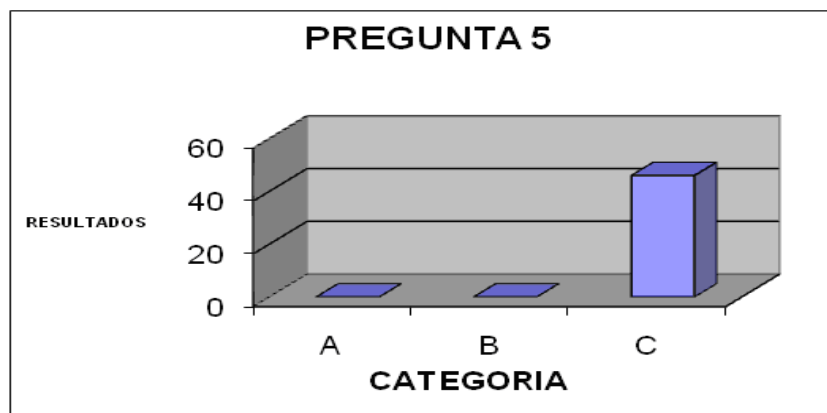
Finalmente con la pregunta 5 se pretende identificar el desarrollo adquirido de los estudiantes con respecto al pensamiento espacial, dejando ver su capacidad de abstracción frente a situaciones netamente espaciales en donde se debe identificar figuras que a simple vista no se perciben.

5. La cantidad de cubos que tendrá la figura 5 siguiendo el patrón es:



Permitiendo concluir con los siguientes resultados:

| CATEGORIA | RESULTADOS | PORCENTAJE |
|-----------|------------|------------|
| A | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 |
| C | 46 | 100 |



En relación con esta pregunta el 100% de los estudiantes evaluados se ubicaron en la categoría C reflejando así una gran dificultad para obtener el patrón requerido denotando con ello una gran incomprensión y mala percepción no del objeto en sí, sino de la representación del espacio tridimensional, pasando por alto, características importantes del mismo.

ANALISIS DE RESULTADOS

Una vez aplicada la prueba diseñada para secundaria, cuyas pretensiones eran identificar la claridad conceptual y la capacidad de abstracción ante la representación de figuras tridimensionales, es necesario resaltar las grandes falencias existentes en los estudiantes de la básica secundaria, puesto que evidentemente reflejan la mala construcción que se ha hecho del pensamiento espacial y sus componentes, siendo este relegado a las representaciones básicas de figuras en el plano (cilindro, cubo, pirámide, hexágono).

Así, se aplica la prueba al grado octavo de la Institución Educativa la Paz, rescatando una buena disposición para la realización de la misma, la cual se realizó durante una hora aproximadamente, aclarando previamente el objetivo que ésta perseguía, concientizando a los estudiantes de que los resultados obtenidos no inciden en la forma cuantitativa, pero la participación y la completa realización de la prueba sí era un factor importante a tener en cuenta, tratando con ello de no restar importancia a dicha actividad.

Siendo esto, objeto para que empezaran a surgir diferentes preguntas, denotando el poco conocimiento que se tenía al respecto, puesto que inicialmente se asumía que dicho contenido en su mayoría ya estaba construido por el estudiante, pero al enfrentarnos a preguntas como: ¿Qué es un poliedro? ¿Qué es una arista? ¿Qué es un ángulo diedro? ¿Esto es una esfera o un círculo? ¿Esta figura cuantas caras tiene? ¿Hay más caras dentro de esta? ¿Se cuentan sólo los cuadros que se ven? ¿Qué es un vértice?; nosotros maestros en formación nos dimos cuenta del poco

énfasis que en la educación básica se le ha hecho al pensamiento espacial y de la necesidad de rescatar los contenidos que este encierra, y mas aun sabiendo que estos están presentes en la realización de la vida cotidiana que involucran directamente al estudiante por ser miembro de este entorno.

En consecuencia, es evidentemente necesario rescatar en el aula escolar el desarrollo del pensamiento espacial, logrando que este trascienda más allá de lo bidimensional, denotando la importancia y el significado que adquiere una figura al realizar la abstracción de sus componentes y mas aun al tratar de realizar su respectiva representación en el plano bidimensional.

2.2.3 ESTRATEGIA DE INTERVECIÓN

2.2.3.1 Como lo veo

El cubo y sus vistas

Descripción:

La presente estrategia busca identificar las formas como el estudiante percibe las diferentes características de los objetos tridimensionales al plasmarlos en el plano y al realizar una posible representación de estas, partiendo de la visualización para llegar a la representación tal como lo plantea Raymond Duval. En este sentido, dicha estrategia consta de dos actividades; a saber, el cubo y sus vistas, la cual ha sido pensada para una sección en donde luego de un saludo y una adecuación del lugar se procede a realizar esta actividad.

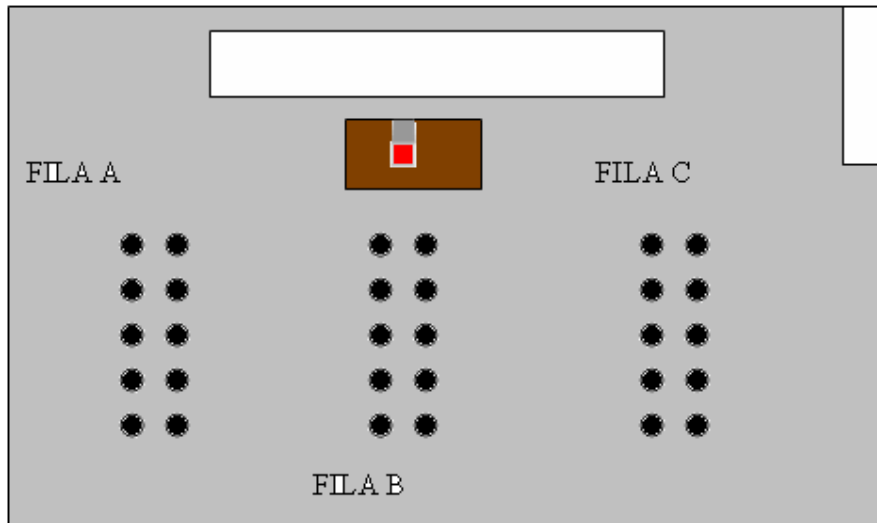
La adecuación del aula es: se dispondrá de tal manera que se formen 6 filas distribuidas de la siguiente manera:

2 filas extremo derecho

2 filas extremo izquierdo

2 filas en el centro del Salón

Y al frente una mesa donde se ubicara un cubo.



PROPÓSITOS

- Identificar las características de diferentes cuerpos geométricos al variar la posición.
- Identificar las diferentes formas de representación de objetos tridimensionales en el plano bidimensional.

ESTÁNDARES

Pensamiento espacial y sistemas geométricos

- Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras

INDICADORES DE LOGRO

- Represento mediante dibujos algunos sólidos.
- Nombro adecuadamente las características de objetos tridimensionales.
- Descubre las propiedades de los objetos tridimensionales.

MATERIALES

Cubo, lápiz, borrador

El cubo y sus vistas

Observa el cubo que esta puesto sobre la mesa al frente del salón, y sin pararte de tu puesto responde:

1. De acuerdo a lo observado numera las siguientes características:

a) Número de lados: _____

b) Número de vértices: _____

c) Número de caras: _____

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se espera que los estudiantes identifiquen correctamente las características del cubo, a saber número de caras 6, aristas 12 y vértices 8.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

C. Corresponden.

CN: No corresponden.

| ESTUIDIANTE | LADOS | VERTICES | CARAS |
|-------------|-------|----------|-------|
| 1 | NC | NC | C |
| 2 | C | C | C |
| 3 | NC | NC | C |
| 4 | NC | C | C |
| 5 | NC | C | C |
| 6 | NC | C | C |
| 7 | NC | C | NC |
| 8 | C | NC | C |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 9 | NC | C | NC |
| 10 | NC | C | C |
| 11 | C | C | C |
| 12 | NC | NC | C |
| 13 | NC | C | NC |
| 14 | NC | NC | NC |
| 15 | NC | NC | C |
| 16 | C | C | C |
| 17 | NC | NC | C |
| 18 | NC | C | C |
| 19 | NC | NC | C |
| 20 | NC | C | C |
| 21 | NC | C | NC |
| 22 | C | C | C |
| 23 | NC | NC | C |
| 24 | NC | C | C |

CATEGORIA A: corresponde a los estudiantes que identifican correctamente las características del cubo.

CATEGORIA B: corresponde a los estudiantes que identifican algunas de las características del cubo.

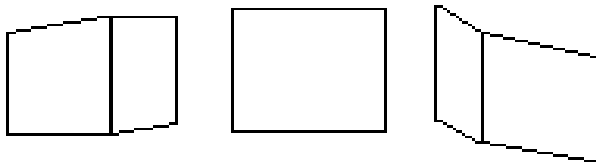
CATEGORIA C: corresponde a los estudiantes que no identifican ninguna característica.

| TODAS CATEGORIA A | ALGUNAS CATEGORIA B | NINGUNA CATEGORIA C |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 4 | 18 | 2 |

- Desde tu posición y sin pararte de tu puesto dibuja el cubo central tal como lo ves, sin utilizar regla(dibuja al reverso de la hoja)

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se espera que los estudiantes realicen una buena representación de figuras tridimensionales, conservando las características de paralelismo y perpendicularidad a pesar de la variación de su posición.



ANÁLISIS DE RESULTADOS

FILA A

Se puede notar que 8 de 9 estudiantes no lograron realizar una adecuada representación de la vista lateral izquierda del cubo trabajado, puesto que en su mayoría no conservan la perspectiva ni las características de paralelismo.

FILA B

7 de 8 estudiantes lograron realizar una adecuada representación de la vista frontal del cubo trabajado, debido a que únicamente se visualiza una de sus caras, lo que denota que los estudiantes no presentan dificultad para representar figuras bidimensionales.

FILA C

Se puede notar que los 7 estudiantes ubicados en esta fila no lograron realizar una adecuada representación de la vista lateral derecha del cubo trabajado, puesto que en su totalidad no conservan la perspectiva ni las características de paralelismo.

3. Cambia de posición de tal manera que los estudiantes de la fila A pasan a B, los de B a C y los de C a A, y nuevamente dibuja el cubo y la figura que lo acompaña (tetraedro), sin utilizar regla (dibuja al reverso de la hoja).

ANÁLISIS PRELIMINAR

En este punto se espera que los estudiantes representen y conserven las características de cada una de las figuras a pesar de estas y de las variaciones.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

CUBO

| FILA A | |
|--------------|-----------------|
| Corresponden | No corresponden |
| 0 | 7 |

| FILA B | |
|--------------|-----------------|
| Corresponden | No corresponden |
| 2 | 7 |

| FILA C | |
|--------------|-----------------|
| Corresponden | No corresponden |
| 1 | 7 |

TETRAEDRO

| | |
|-----------------|----|
| Corresponden | 15 |
| No corresponden | 9 |

CUBO

FILA A

Los estudiantes de la fila C al realizar el desplazamiento requerido para una nueva representación desde la posición A no lograron conservar la perspectiva y las características de paralelismo, por lo cual se puede decir que no lograron realizar una adecuada representación del objeto en cuestión.

FILA B

Al realizar el desplazamiento de los estudiantes de la fila A a la fila B, 7 de 9 no lograron realizar la representación respectiva de esta vista.

FILAC

Los estudiantes de la fila B al realizar el desplazamiento requerido, para una nueva representación desde la posición C 7 de 8 de los estudiantes no lograron realizar la representación respectiva de esta vista.

TETRAEDRO

Con respecto al tetraedro 15 de los 24 estudiantes lograron hacer una buena imitación de la representación dada, los 9 restantes no conservaron las características de dicha figura en el dibujo.

4. Compara los 2 cubos que dibujaste, y marca con una X la respuesta correcta:

5.

¿Son la misma figura? Si ____ ó No_____

¿Tienen igual número de lados? Si ____ ó No_____

¿Tienen igual número de vértices? Si ____ ó No_____

¿Tienen igual número de caras? Si ____ ó No_____

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que los estudiantes conciban las dos representaciones como el producto de visualizar una misma figura, desde diferentes posiciones conservando cada una de sus características.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

| TODAS CATEGORIA A | ALGUNAS CATEGORIA B | NINGUNA CATEGORIA C |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 11 | 8 | 5 |

CATEGORIA A: corresponde a los estudiantes que conciben las dos representaciones del cubo como una misma figura y conservan todas las características.

CATEGORIA B: corresponde a los estudiantes que identifican algunas de las características de las dos representaciones del cubo aunque algunos de estos estudiantes la conciben como la misma figura.

CATEGORIA C: corresponde a los estudiantes que no identifican en las dos representaciones las mismas características del cubo concibiéndolas como figuras distintas.

Cabe aclarar que la presente pregunta se puede haber prestado para una doble interpretación por parte de los estudiantes, influyendo de este modo en la respuesta seleccionada, puesto que es posible que estos, interpreten el enunciado de la pregunta como una comparación de las dos representaciones realizadas sin tomar en cuenta la figura inicial, la cual fue objeto para realizar dichas representaciones.

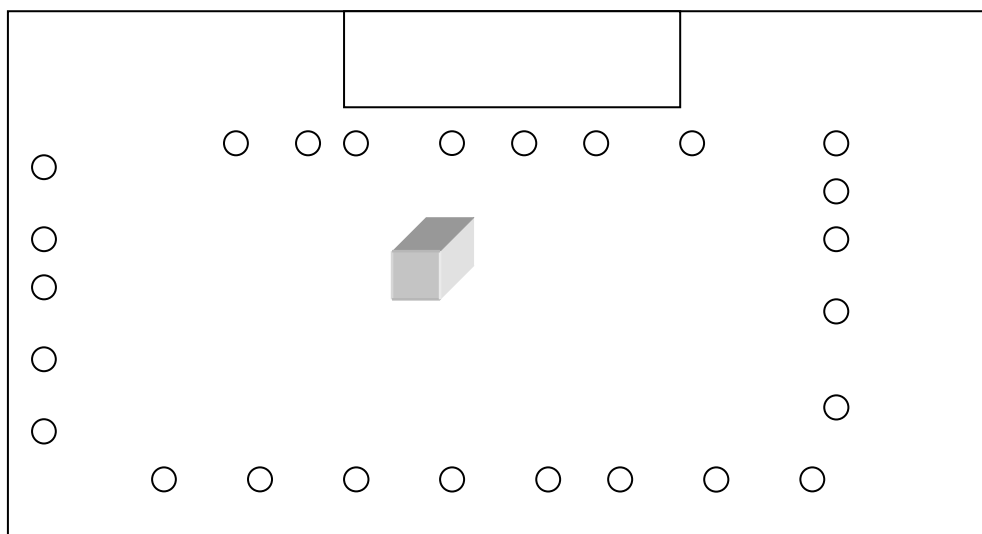
Conservación de características

Descripción

La segunda actividad que conforma la estrategia de intervención como lo veo se denomina conservación de características, donde el estudiante podrá identificar nociones de perpendicularidad, paralelismo, entre otras, que le permitan realizar dichas representaciones de una manera mas conciente, además de diseñar

estrategias que le permitan una acercamiento a lo que puede ser una buena representación, resaltando las figuras geométricas que siempre están presentes.

El salón estará adecuado de la siguiente forma:



PROPÓSITOS

- Identificar las características de diferentes cuerpos geométricos al variar la posición.
- Identificar las diferentes formas de representación de objetos tridimensionales en el plano bidimensional.

ESTÁNDARES

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.

- Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

INDICADORES DE LOGRO

- Represento mediante dibujos algunos sólidos.
- Nombro adecuadamente las características de objetos tridimensionales.
- Descubre las propiedades de los objetos tridimensionales.

MATERIALES

Cubo, lápiz, borrador, marcadores, tablero.

CONSERVACIÓN DE CARACTERÍSTICAS

1. Desde tu posición y sin pararte de tu puesto dibuja el cubo central tal como lo ves, utiliza regla (dibuja al reverso de la hoja).

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se espera que los estudiantes identifiquen correctamente las características del cubo reflejando en el dibujo las tres dimensiones y conservando el paralelismo y perpendicularidad de las líneas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

| Corresponden | No corresponden |
|--------------|-----------------|
| 7 | 13 |

Esquinas

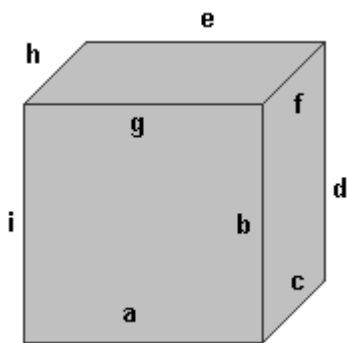
| Corresponden | No corresponden |
|--------------|-----------------|
| 1 | 1 |

Se logró notar que 13 de 20 estudiantes que les correspondió realizar la representación de las tres caras del cubo, no lograron conservar en esta las

características propias de este cuerpo, reflejando con ello la dificultad para realizar representaciones bidimensionales de figuras tridimensionales.

En el otro caso donde sólo se podían observar dos caras del cubo, de dos estudiantes que se situaron en esta posición se obtuvo una representación buena y una mala, cifra que en esta prueba no es muy significativa, puesto que este tipo de representación se puede observar más claramente en la prueba anterior.

Teniendo en cuenta lo observado en el taller el cubo y sus vistas y tomando como base la imagen presentada, responde cada una de las siguientes preguntas:



2. Selecciona con una X la respuesta correcta.

2.1 Compara el segmento c y el segmento d, como son:

- a) Perpendiculares
- b) Paralelos
- c) Oblicuos
- d) Son desiguales

2.2 Compara el segmento e y el segmento a, como son:

- a) Perpendiculares
- b) Paralelos
- c) Oblicuos
- d) Son iguales

2.3 ¿Qué figuras geométricas tiene el cubo y el tetraedro?

- a) Sólo paralelogramos

- b) Pentágonos y triángulos
- c) Trapecios y cuadrados
- d) Cuadrados y triángulos

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se espera que los estudiantes reconozcan el paralelismo y la perpendicularidad en figuras tridimensionales e identifiquen las figuras planas que componen las figuras tridimensionales, en este caso al cubo.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

C: corresponden

NC: no corresponden

| ESTUDIANTE | 2.1 | 2.2 | 2.3 |
|------------|-----|-----|-----|
| 1 | NC | C | NC |
| 2 | NC | NC | C |
| 3 | NC | C | NC |
| 4 | NC | C | NC |
| 5 | NC | C | NC |
| 6 | NC | C | C |
| 7 | NC | C | C |
| 8 | NC | C | |
| 9 | NC | NC | C |
| 10 | NC | C | NC |
| 11 | NC | NC | NC |
| 12 | NC | C | NC |
| 13 | | | |
| 14 | NC | NC | NC |
| 15 | NC | NC | NC |
| 16 | NC | NC | NC |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 17 | NC | NC | C |
| 18 | | | |
| 19 | NC | C | NC |
| 20 | NC | C | C |
| 21 | NC | NS | C |
| 22 | NC | NC | C |
| 23 | NC | C | C |
| 24 | NC | C | C |

| TODAS CATEGORIA A | ALGUNAS CATEGORIA B | NINGUNA CATEGORIA C |
|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 0 | 18 | 4 |

CATEGORIA A: corresponde a los estudiantes que seleccionaron correctamente las relaciones existentes entre los segmentos y las figuras comparadas.

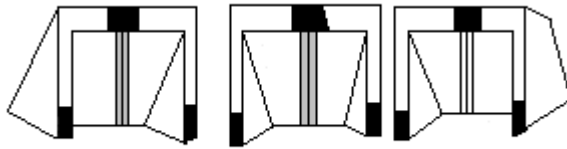
CATEGORIA B: corresponde a los estudiantes que seleccionaron correctamente algunas de las relaciones existentes entre los segmentos y las figuras comparadas.

CATEGORIA C: corresponde a los estudiantes que no seleccionaron correctamente alguna de las relaciones existentes entre los segmentos y las figuras comparadas.

3 Sentados en la mitad de la cancha, dibuja la portería.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que los estudiantes realicen una buena representación de las figuras tridimensionales presentes en su contexto.



ANÁLISIS DE RESULTADOS

| Corresponden | No corresponden |
|--------------|-----------------|
| 11 | 11 |

Se logro notar que 11 de 12 estudiantes realizaron una buena representación de una forma tridimensional presente en su entorno, conservando características básicas como el paralelismo y la perpendicularidad, denotando con ello que gran parte de estos estudiantes son concientes de las formas presentes en el medio. (Ver anexo 3)

2.2.3.2 Comparación

DESCRIPCIÓN

Durante esta actividad los estudiantes tendrán la oportunidad de comparar las características de los cuerpos geométricos uno representado en el plano tridimensional (cubo) y otro representado en el plano bidimensional (tetraedro).

ESTÁNDARES

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

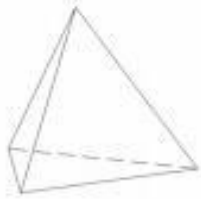
PROPÓSITO

- Comparar las características de diferentes cuerpos geométricos.
- Comparar las formas de representación de objetos tridimensionales en el plano bidimensional.

MATERIALES

- Tetraedro dibujado
- Cubo en cartulina
- Lápiz
- Regla
- Borrador
- Sacapuntas
- Guía

1. Describa cada uno de los componentes del tetraedro.



ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que los estudiantes describan cada una de las características propias del tetraedro, debido a que es una figura con la cual ya han trabajado, por tanto los estudiantes la reconocen fácilmente y pueden nombrar sus características y permitirá avanzar a la descripción de una figura con mayor número de características, con una adecuada orientación del docente, que propiciara las indicaciones necesarias para identificar las características que no son tan evidentes, tales como: ángulos, vértices, caras, aristas, ángulos entre las caras, igualdad de las aristas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Clasificación.

Categoría A: corresponde a los estudiantes que identifican gran parte de las características del tetraedro.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que identifican algunas de las características del tetraedro.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no identifican ninguna de las características del tetraedro.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 9 | 11 | 1 |

Análisis

Categoría A: 9 de 24 estudiantes se ubicaron dentro de esta categoría al describir las características del tetraedro, denotando una adecuada concientización de dichas características.

Categoría B: en esta categoría se ubicaron 11 de los 24 estudiantes evaluados, al describir algunas de las características del tetraedro, reflejando el reconocimiento de algunas de ellas y evidenciando que falta tomar mayor conciencia para identificar algunas características que no son tan evidentes.

Categoría C: en esta categoría se ubicaron 1 de los 24 estudiantes evaluados, denotando la falta de identificación de las características del tetraedro.

2. Describe cada una de las características del cubo dado.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que el estudiante a través de una representación tridimensional del cubo describe cada una de las unidades figurales que lo conforman, guiado por el docente para identificar las características que no son tan evidentes, pero que son necesarias para realizar una adecuada representación, a saber: caras, vértices, igualdad de aristas, paralelismo, perpendicularidad, ángulos.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Clasificación

Categoría A: corresponde a los estudiantes que identifican gran parte de las características del cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que identifican algunas de las características del cubo.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no identifican ninguna de las características del cubo.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|-------------|-------------|-------------|
| 6 | 13 | 2 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 6 de los 24 estudiantes evaluados, logrando describir gran parte de las características del cubo, dada su representación tridimensional.

Categoría B: 13 de los 24 estudiantes, se ubicaron dentro de esta categoría, reflejando la descripción de algunas características del cubo, dada su representación tridimensional, dejando ver que falta una mayor concentración de cada uno de los componentes de esta figura.

Categoría C: en esta categoría se ubicaron 2 de los 24 estudiantes evaluados, los cuales no reconocen o no alcanzan a describir las características del cubo a pesar de tener la representación tridimensional de este.

3. Teniendo en cuenta las características que encontraste de cada una de las figuras, dibújalas con ayuda de la regla.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que los estudiantes tomen conciencia de las características de las figuras anteriormente analizadas y realicen una representación de estas, evidenciando un progreso en sus representaciones.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Clasificación

Categoría A: corresponde a los estudiantes que realizaron una adecuada presentación de ambas figuras, denotando las características extraídas de estas.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que realizaron una representación adecuada de una de las figuras trabajadas.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no realizaron la representación pretendida.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 15 | 3 | 3 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron gran parte de los estudiantes evaluados 15 de 24, denotando y reflejando unas representaciones adecuadas de las figuras trabajadas, evidenciando, características evidentes como vértices, caras, aristas y la no evidentes como paralelismo y perpendicularidad e igualdad en lados y caras.

Categoría B: en esta categoría se enmarcaron sólo 3 estudiantes de los 24 evaluados, reflejando dificultad para representar adecuadamente una de las dos figuras trabajadas.

Categoría C: en esta categoría encontramos 3 de los 24 estudiantes evaluados, los cuales no realizaron las representaciones de las figuras trabajadas, como se pretendía previamente. (Ver anexo 4)

2.2.3.3 Manipulación

Descripción

Este taller se realizó en forma de carrusel el cual lo conformaban cuatro bases, con el fin de que los estudiantes identificaran a partir de algunas características algunos sólidos (cubo, tetraedro, octaedro y un prisma triangular).

ESTÁNDARES

- Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

PROPÓSITO

- Manipula y construye diferentes cuerpos geométricos.
- Manipula los objetos tridimensionales en el plano bidimensional y viceversa.

MATERIALES

- Pitillos
- Cartulina
- Tijeras
- Colbón
- Plantillas del tetraedro, cubo y prisma
- Plastilina
- Palillos

ANÁLISIS PRELIMINAR

Lo que se pretende con esta estrategia de intervención es que el estudiante tenga un acercamiento con las representaciones tridimensionales de algunas figuras geométricas, donde a través de la manipulación, enfocada esta a la construcción y

descomposición de dichas figuras, los estudiantes puedan conjeturar que las características de las figuras en su representaciones bidimensionales, anteriormente trabajadas; se conservan también en las diferentes formas de representación tridimensional, permitiendo de una forma práctica y creativa que los estudiantes realicen sus propias abstracciones.

Cabe anotar que, aunque en esta actividad, se va a trabajar con diversas figuras, tales como; el prisma, octaedro, tetraedro y el cubo, se realizará un mayor énfasis en las construcciones del tetraedro y del cubo, puesto que estas han sido objeto de estudio durante todo el proceso y en particular, la representación del cubo, ya que permite evidenciar sus características, tanto en el plano (plantilla) como en el espacio (construcción tridimensional).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la realización de la estrategia de intervención se dispuso el grupo para un trabajo estilo carrusel, compuesto por cuatro estaciones, en las cuales se pretendía trabajar diferentes poliedros; cubo, octaedro, tetraedro y un prisma triangular.

Así, en la primera estación, se presentaron tres hexaminos a cada uno de los estudiantes los cuales debían identificar, cuales de ellos armaban un cubo, reconociendo al mismo tiempo cada una de las características que lo componen, en la segunda estación, se pretendía construir con palillos y plastilina, un octaedro, este con el fin de dinamizar el proceso, identificando de igual modo cada uno de sus componentes; antes, durante y después de la construcción, en esta actividad los estudiantes se mostraron muy interesados y motivados al poder interactuar con los diferentes materiales.

En la tercera estación, se le presentaba a cada estudiante dos plantillas, las cuales armaban el tetraedro y el prisma rectangular, identificando la conservación de las características, tanto en el plano como en el espacio y finalmente en la

última estación, se pretende construir el cubo y el tetraedro con pitillos, tratando de que los estudiantes evidenciaran las características de dichas figuras en la construcción realizada; cabe aclarar que en esta última fase se presentó cierta dificultad por la calidad del material utilizado, aunque los estudiantes lograron abstraer las características pretendidas.

En general se puede decir que los estudiantes evaluados, lograron identificar las características constitutivas de los diversos poliedros trabajados, como se describieron en el análisis previo adentrándose con esto a una mejor forma de representación, puesto que el interactuar y el poder manipular las diversas construcciones permite que los estudiantes tomen conciencia de las características presentes en cada una de las figuras, bien sea en el plano o en el espacio.

2.2.3.4 La representación

Descripción

En esta actividad los estudiantes trabajan individualmente en el aula de clase desarrollando la guía.

ESTÁNDARES

- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.

PROPÓSITO

- Identifica y representa las características de figuras tridimensionales en el plano bidimensional.

MATERIALES

- Lápiz
- Guía
- Borrador
- Sacapuntas
- Colores

1. Dibuja y nombra cada una de las partes del cubo.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que los estudiantes realicen el dibujo de cada una de las partes del cubo y por tanto reconozcan las unidades figurales de dimensión 2, 1 y 0 que conforman el cubo como lo son; los cuadrados, los segmentos y los puntos.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que identificaron todas las unidades figurales de dimensión 0, dimensión 1 y dimensión 2 del cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que identifican algunas unidades figurales de dimensión 0, dimensión 1, y dimensión 2 del cubo.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no identifican ninguna de las unidades figurales de dimensión 0, dimensión 1, y dimensión 2 del cubo.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 14 | 5 | 1 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron gran parte de los estudiantes evaluados 14 de 20, denotando la identificación de todas las unidades figurales del cubo, a través de la representación de las mismas.

Categoría B: en esta categoría se enmarcaron 5 de los estudiantes evaluados, evidenciando una leve dificultad en la identificación de las unidades figurales del cubo, a través de la representación de los mismos.

Categoría C: en esta categoría se encuentra un sólo estudiante, quien no identifica las unidades figurales del cubo, a través de la representación de las mismas.

2. Dibuja dos aristas y dos caras del cubo que sean paralelos y dos que sean perpendiculares.

ANÁLISIS PRELIMINAR

En este numeral se pretende que los estudiantes dibujen y por tanto identifiquen características poco evidentes, pero que son esenciales para la construcción de un cubo, como lo son; lados y caras paralelos y lados y caras perpendiculares.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que representan adecuadamente las características de perpendicularidad y paralelismo entre las aristas y las caras del cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que representan adecuadamente algunas de las características de perpendicularidad y paralelismo entre las aristas y las caras del cubo.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no representan adecuadamente ninguna de las características de perpendicularidad y paralelismo entre las aristas y las caras del cubo.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 3 | 15 | 2 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 3 de los 20 estudiantes evaluados, denotando que representan adecuadamente las características de perpendicularidad y paralelismo entre las aristas y las caras del cubo.

Categoría B: 15 de los 20 estudiantes evaluados se enmarcaron dentro de esta categoría, los cuales representaron adecuadamente algunas de las relaciones de

paralelismo y perpendicularidad entre las aristas y las caras del cubo, presentándose varias situaciones; a saber, el reconocimiento es el plano y no en el espacio o viceversa.

Categoría C: en esta categoría reubicaron 2 de los 20 estudiantes evaluados, los cuales no realizaron las representaciones adecuadas de las características de perpendicularidad y paralelismo entre las aristas y las caras del cubo, denotando la incomprensión de las mismas.

3. Dibuja 3 aristas que sean perpendiculares y 3 caras que sean perpendiculares.

ANÁLISIS PRELIMINARES

Se pretende que el estudiante abstraiga del cubo sus componentes tridimensionales y las represente adecuadamente en el plano, reflejando en estas, la conservación de la perpendicularidad.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que representan adecuadamente todas las formas de perpendicularidad tanto entre las aristas y las caras de un cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que representan adecuadamente algunas de las formas de perpendicularidad tanto entre las aristas y las caras de un cubo.

Categoría C: corresponde a los estudiantes que no representan adecuadamente ninguna de las formas de perpendicularidad tanto entre las aristas y las caras de un cubo.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 5 | 3 | 12 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 5 de los 20 estudiantes evaluados, reflejando que representan adecuadamente todas las formas de perpendicularidad entre caras y aristas de un cubo, reflejando en ellas la tridimensionalidad.

Categoría B: en esta categoría se ubicaron 3 de 20 estudiantes evaluados, denotando una leve dificultad para representar adecuadamente las formas de perpendicularidad tanto entre caras y como entre las aristas de un cubo, reflejando en ellas la tridimensionalidad.

Categoría C: en esta categoría se ubicaron 12 de 20 estudiantes evaluados, los cuales no realizaron las representaciones adecuadas, de las formas de perpendicularidad para representar estas características en tres dimensiones.

4. Teniendo en cuenta todos los componentes que dibujaste anteriormente dibuja un cubo, utilizando la regla.

ANÁLISIS PRELIMINARES

Lo que se pretende es que el estudiante una vez haya identificado las características esenciales e indispensables para la construcción de un cubo realice una adecuada representación.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que representan adecuadamente el cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que no representan adecuadamente el cubo.

| Categoría A | Categoría B |
|--------------------|--------------------|
| 17 | 3 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 17 de 20 estudiantes evaluados, quienes lograron realizar una adecuada representación del cubo, puesto que conservaron las características de esta.

Categoría B: en esta categoría se ubicaron 3 de 20 estudiantes evaluados, los cuales no lograron realizar una adecuada representación del cubo.

5. Señale en el cubo que dibujaste las características que habías dibujado en los puntos 1 y 2 resaltando cada una con color diferente.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Se espera que los estudiantes hayan realizado una adecuada representación y puedan identificar y señalar en ella cada una de las características antes trabajadas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que señalaron adecuadamente cada una de las características del cubo trabajado en la pregunta 1 y 2.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que no señalaron ninguna de las características del cubo trabajado en la pregunta 1 y 2.

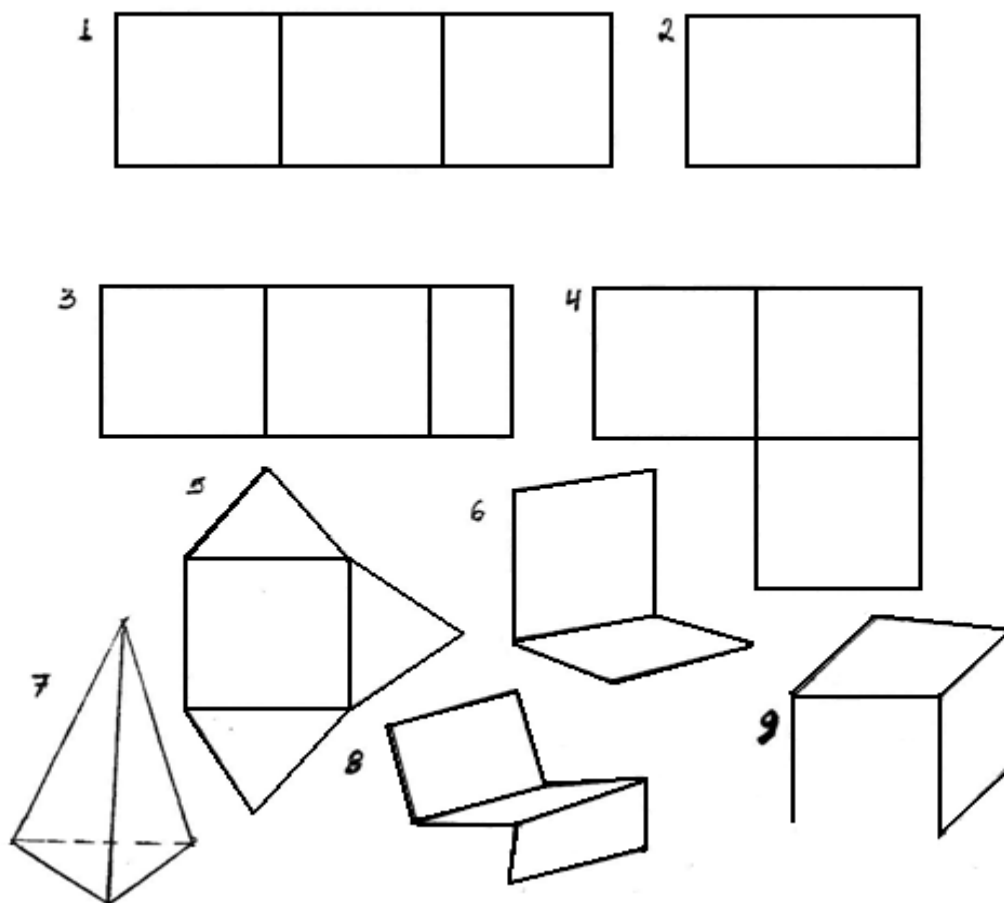
| Categoría A | Categoría B |
|--------------------|--------------------|
| 17 | 3 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 17 de 20 estudiantes evaluados, denotando con ello un reconocimiento de las características del cubo resaltándolas en la figura y evidenciando un notable progreso en las representaciones realizadas.

Categoría B: en esta categoría se ubicaron sólo 3 de los estudiantes evaluados, los cuales no alcanzaron a reconocer las características pretendidas debido a diversos factores, tales como, la indisciplina, la poca motivación y el desinterés por el estudio, entre otros.

6. Señale cuáles de las siguientes figuras hacen parte de un cubo.



ANÁLISIS PRELIMINAR

Se pretende que el estudiante identifique algunas de las subfiguras que componen el cubo, reconociendo en estas, una forma de descomposición del mismo, permitiendo ver una figura tridimensional, a través de diversas subfiguras.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Categoría A: corresponde a los estudiantes que señalaron adecuadamente todas las subfiguras que hacen parte del cubo.

Categoría B: corresponde a los estudiantes que señalaron algunas de las subfiguras que hacen parte del cubo.

Categoría C: Corresponde a los estudiantes que no señalaron ninguna de las subfiguras que hacen parte del cubo.

| Categoría A | Categoría B | Categoría C |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| 6 | 11 | 3 |

Análisis

Categoría A: en esta categoría se ubicaron 6 de 20 estudiantes evaluados, los cuales lograron señalar todas las subfiguras que hacen parte del cubo, denotando con ello una adecuada comprensión del mismo.

Categoría B: en esta categoría se ubicaron 11 de 20 estudiantes evaluados, los cuales reconocen algunas de las subfiguras que hacen parte del cubo, evidenciando 2 situaciones; la primera, la omisión de algunas de ellas, la segunda la inclusión de otras figuras que no lo son.

Categoría C: en esta categoría se ubicaron sólo 3 de los estudiantes evaluados, los cuales denotaron dificultades en el reconocimiento de las diferentes subfiguras que hacen parte del cubo, sobre los cuales pueden interferir los mismos factores antes mencionados.

2.2.4 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS

Una vez finalizado todo el proceso de intervención y aplicadas en su totalidad las estrategias diseñadas se puede concluir de forma general que los estudiantes tuvieron un notable avance desde el inicio de la estrategia hasta el final de la misma, en cuanto a los conceptos y formas de representación.

Al realizar una comparación de los resultados obtenidos en las diferentes pruebas, se puede notar que:

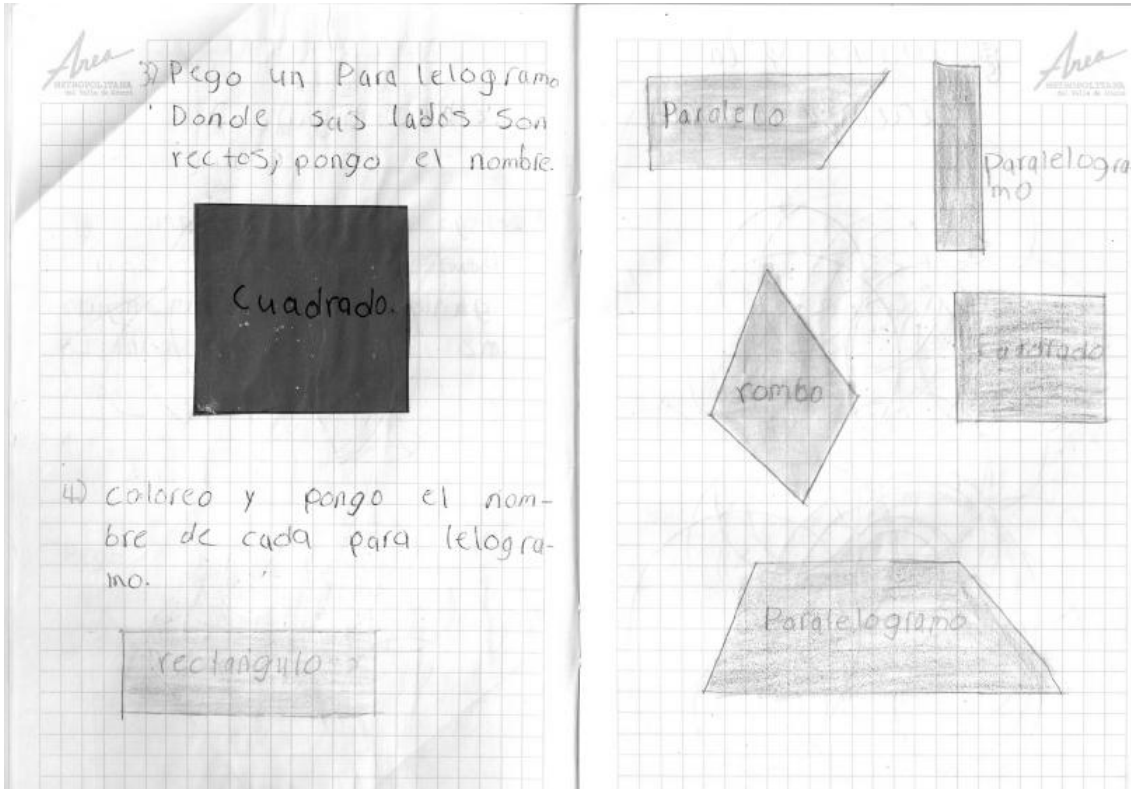
- En cuanto a los conceptos evaluados en la primera prueba, el 89.06% de los estudiantes, no reconocieron las características estructurales del cubo; mientras que en la última prueba el 95% de los estudiantes evaluados, si reconocieron los referentes conceptuales que encierran las características estructurales del cubo.
- En cuanto a las formas de representación elaboradas por los estudiantes durante la segunda prueba, y comparándolas con los resultados obtenidos en la última prueba, se puede evidenciar que en un inicio el 70% de los estudiantes no realizaron una adecuada representación del cubo, puesto que no se reconocían las características de paralelismo y perpendicularidad necesarias para dicha representación en tanto, en la última prueba, se encontró que el 85% de los estudiantes evaluados si lograron realizar una adecuada representación del cubo conservando cada una de sus características evidenciando con esto un notable progreso en las representaciones por ellos elaboradas.

CONCLUSIONES

- Las actividades desarrolladas durante el período de intervención permitieron identificar algunos procesos como la visualización y la percepción que contribuyen al fortalecimiento de habilidades en relación con la representación de figuras tridimensionales en el plano.
- Dado que los objetos y relaciones de la geometría son en alguna medida creaciones mentales a las cuales sólo podemos acceder a través de sus representaciones (figuras), por tanto éstas dan cuenta de la forma como los estudiantes estructuran algunas relaciones espaciales
- Los procesos relacionados con la representación de objetos tridimensionales permiten la identificación de los elementos estructurales de las figuras geométricas y sus relaciones, lo inter o intra figural.
- Una vez terminado todo el proceso de intervención y de práctica profesional, los docentes en formación rescatamos la importancia y pertinencia de este trabajo, puesto que nos permite acercarnos a las formas de investigación y nos abre nuevos horizontes en nuestra formación profesional.

ANEXOS

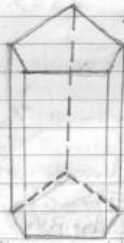
Anexo 1



Prisma: Es un cuerpo geométrico, sus bases son 2 polígonos iguales y paralelos y sus caras laterales son paralelogramos.

Por su base los prismas pueden ser:

- Triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, etc.



Prisma pentagonal

Área de la base cuando el polígono tiene más de cuatro lados:

$$A \cdot B = \frac{\text{lado} \cdot \text{lado} \cdot \text{altura}}{2}$$

Altura = Perpendicular

$$\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\text{Volumen} = \text{Altura} \cdot A \cdot B$$

$$\square = l \cdot d$$

Ejemplo: Hallar el volumen de un prisma regular triangular cuya altura mide 20 cms, el lado del triángulo de la base mide 15 cms, y la altura del triángulo mide 13 cms.

Solución:

Volumen = Altura \cdot Área de la base

$$A \cdot B = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{15 \text{ cms} \cdot 13 \text{ cms}}{2}$$

$$A \cdot B = \frac{195}{2} = 97,5 \text{ cms}^2$$

$$\text{Volumen} = 20 \text{ cms} \cdot 97,5 \text{ cms}^2 = 1950 \text{ cms}^3$$



Hallar el volumen de un prisma cuadrangular si su altura es 36 cms, y el lado de la base mide 12 cms.

Anexo 2

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PRACTICA PROFESIONAL II
PRUEBA DIAGNOSTICA**

INSTITUCIÓN:
GRADO:

1) Defina los siguientes conceptos:

Angulo

Recta

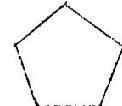
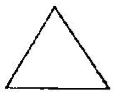
Triángulo

Polígono

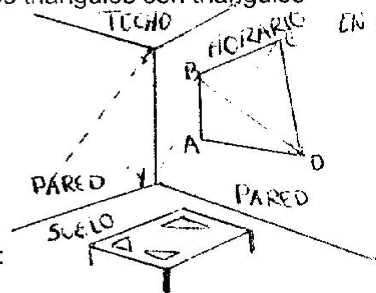
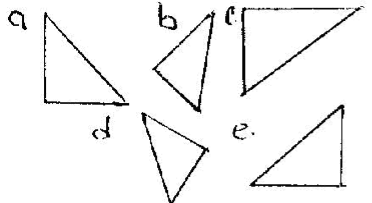
Vértice

Figura

2) Nombra las siguientes figuras:

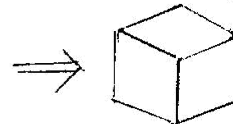


3) Identifique y señale cuales de los siguientes triángulos son triángulos rectángulos:

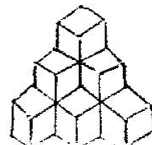
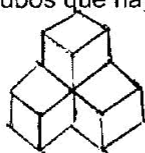


4) De acuerdo a la siguiente figura responda:

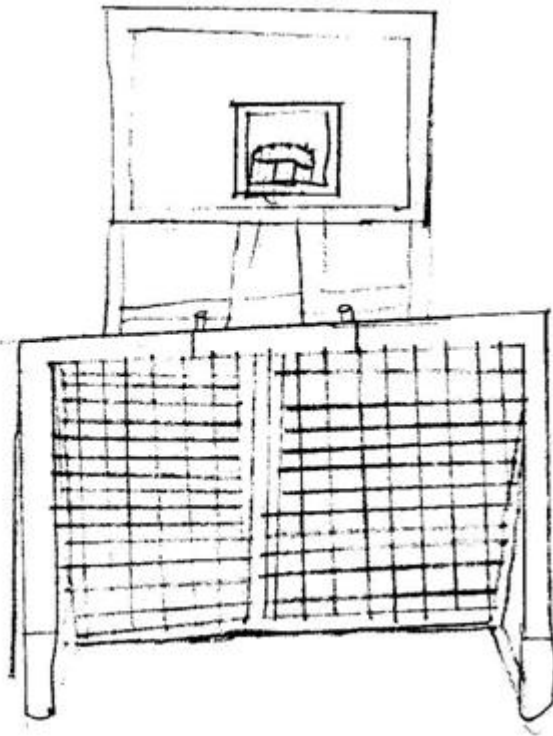
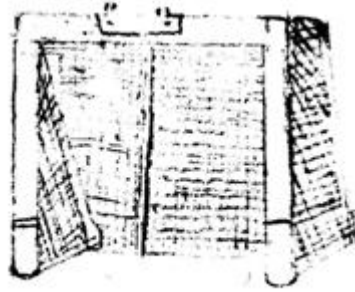
- a. ¿Cuántas caras tiene? _____
- b. ¿Cuántos vértices tiene? _____
- c. ¿Cuántas aristas (bordes) tiene? _____
- d. ¿Qué figura es? _____

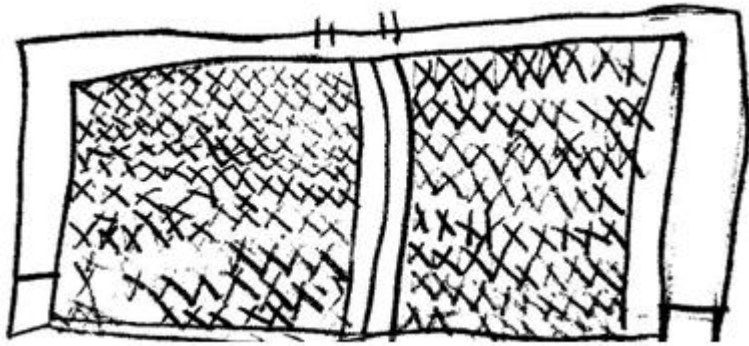
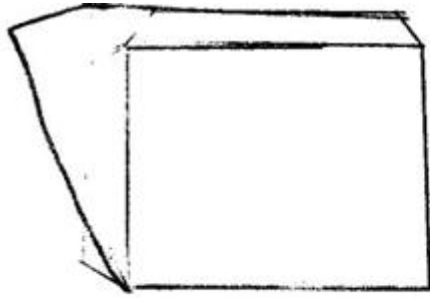


5) La cantidad de cubos que hay en cada figura es:

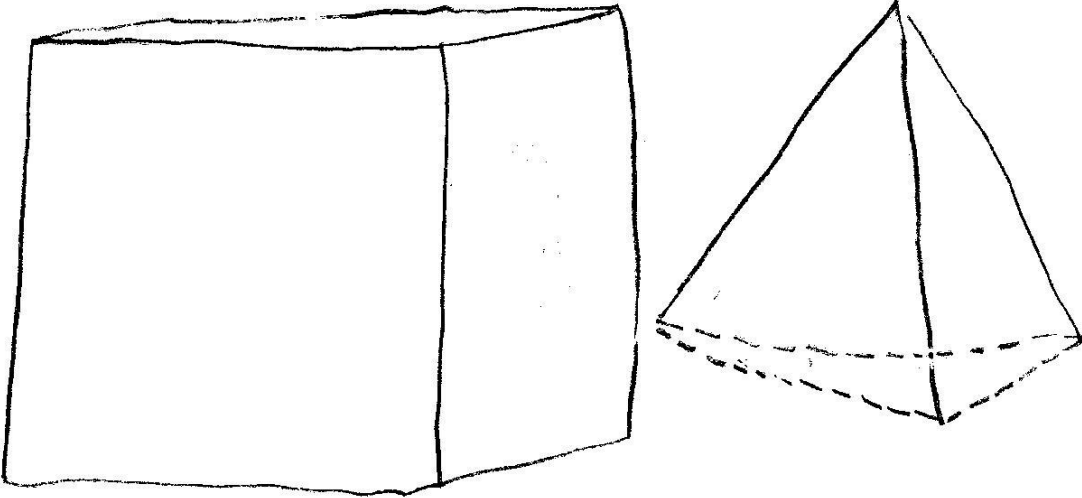
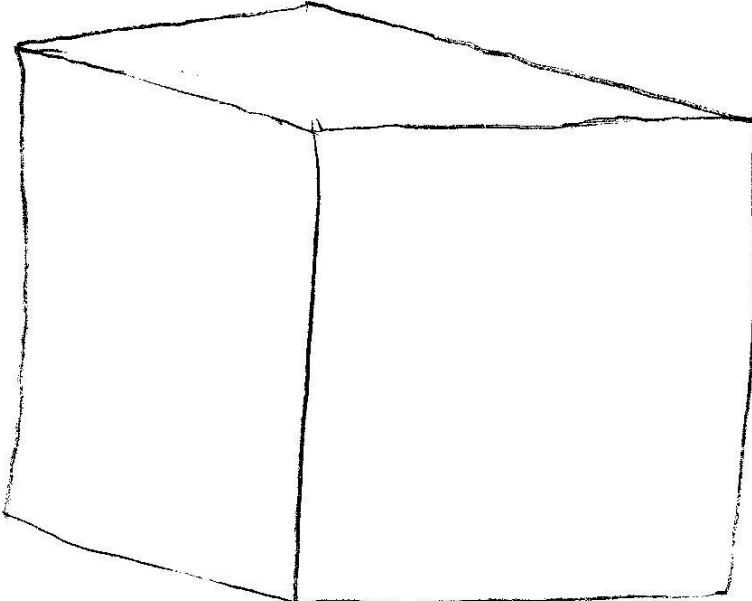


Anexo 3





Anexo 4



BIBLIOGRAFÍA

- BONILLA, Silvia. CAMARGO, Leonor. Estándares curriculares área matemáticas. Pensamiento espacial y sistemas geométricos. Editorial Gaia.
- CASTIBLANCO, Ana Cecilia. ARMELLA, Luís.2004.El aprendizaje de la Geometría. Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales. MEN.
- DIAZ, Carlos. ALVAREZ, Jairo. 1997 Análisis resultados de las pruebas de matemáticas. TIMSS. MEN.
- DUVAL, Raymond.2004 Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo. Instituto de educación y pedagogía. Universidad del Valle.
- EVES, Howard. Estudio de las geometrías. Unión tipográfica hispano americana. México.
- DUVAL, Raymond.1999 Semiosis y pensamiento humano. Capitulo 1 y 4. Cali: Universidad del Valle.
- FISCHBEIN, Efraim. La teoría de los conceptos figurales. JICA Agosto 11 del 2006.
- MARMOLEJO, Gustavo.VEGA, Myriam. Geometría: áreas, figuras y visualización. Universidad del Valle.
- MEN, 1998.Lineamientos Curriculares de Matemáticas.
- MEN, 2003 Estándares Curriculares de Matemáticas.
- MILLAN, Ana. Euclídes. La fuerza del razonamiento matemático. Ediciones nivola.
- POLYA, G. 2002. Como plantear y resolver problemas. Serie de matemáticas. Editorial TRILLAS.
- VASCO, Carlos Eduardo.1994 Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas. Vol.1.Serie pedagogía y currículo. Printed in Colombia Jotamar Ltda. Tunja Bogotá.