

**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y LA FORMULACIÓN DE  
PROBLEMAS GEOMÉTRICOS**

LINA MARÍA AGUIRRE LOPERA  
PIEDAD ELENA ÁVILA MEJÍA.  
PAULA ANDREA ECHEVERRI.  
LEIDY VIVIANA QUINTERO ZULUAGA  
MÓNICA MARÍA TRIANA MUÑOZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACION  
MEDELLÍN

2006

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo del pensamiento espacial ha sido relegado en la escuela a las últimas unidades temáticas (la geometría) del área de matemáticas, haciendo de los contenidos temas aislados, en donde el tratamiento general es la memorización de fórmulas.

### 1.1 JUSTIFICACIÓN

Las primeras consideraciones geométricas del hombre son incuestionablemente antiguas y pareciera que tienen su origen en las observaciones simples que provienen de la habilidad humana para reconocer la forma física y para comparar formas y tamaños.

Desde los orígenes del hombre y su relación con el entorno, vemos que el desarrollo del pensamiento espacial es algo esencial, pues éste es... " considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las

relaciones entre ellos , sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones mentales"<sup>1</sup>

Por tanto se propone realizar un diseño de estrategias Pedagógico -didácticas que movilicen dicho pensamiento mediante la propuesta y utilización del planteamiento y resolución de problemas en situaciones diversas planteadas por el maestro y los estudiantes, partiendo de su cotidianidad.

La formulación de problemas no ha recibido la atención requerida, como parte del currículo matemático, ni tampoco las investigaciones relacionadas con esta temática han sido lo suficientemente sistemáticas. Ante ello se vislumbra grandes dificultades, pues no solo los estudiantes están lejos de saber plantearse problemas, sino que los propios docentes (en general) carecen de recursos y motivación para incorporar esta tarea a su actividad pedagógica.

A pesar de algunos intentos por trabajar los problemas en la didáctica de las matemáticas no se logra que los problemas sean verdaderamente matemáticos, no existen complicaciones lógico - lingüísticas, no favorecen la necesaria sistematicidad de los conocimientos (son exclusivamente aritméticos, en el mejor de los casos vinculados con el cálculo pero no se vinculan con las funciones la geometría).

Con las transformaciones de la educación Básica se pone de manifiesto la urgente necesidad de buscar alternativas de acción, que posibiliten al docente llevar a buen término el objetivo básico de estas transformaciones, que no es más que preparar a nuestros estudiantes desde la vida y para la vida, cuestión esta, que

---

<sup>1</sup> Lineamientos Curriculares. Pág 56.

para la escuela significa garantizar que todas las actividades que se realizan en ella, incluyendo el elemento fundamental del contenido de la enseñanza, esté relacionado con la realidad social que rodea al estudiante. Para contribuir al cumplimiento de este fin, es necesario lograr una vinculación del contenido de los programas educativos con el contexto que rodea al estudiante, propiciando una enseñanza vivencial.

De igual forma queremos la postura de un nuevo maestro que plantee diferentes actividades que desarrollen y den cumplimiento a un plan de estudio ya delimitado en el que no se deje olvidado temas esenciales como los son aquellos que hacen referencia al pensamiento espacial y los sistemas geométricos, que por ser temas tradicionalmente relegados a la parte final del plan de «estudios, no se alcanzan a desarrollar. De esta manera se permitirá la revisión de la propuesta del área de matemáticas y cómo ésta puede ser trabajada de forma interdisciplinaria, generando una apropiación de conceptos mediante lo que Ausbel denominó "aprendizaje significativo", pues la Geometría ocupa una parte importante de la matemática escolar, especialmente de la secundaria. Esta disciplina, como parte del sistema de conocimientos y habilidades del currículo escolar, se ha caracterizado por presentar notables obstáculos en el proceso de enseñanza - aprendizaje que quizás partan de estas dificultades.

## 1.2 FORMULACION DEL PROBLEMA

¿Cómo contribuir al desarrollo del Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos potenciando la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes de educación Básica primaria?

### 1.3 OBJETIVOS

#### GENERAL:

Desarrollar una propuesta pedagógico - didáctica dirigida a obtener mejoras cualitativas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, que potencien el desarrollo del pensamiento espacial y la formulación de problemas Geométricos en los estudiantes de Educación básica.

#### ESPECIFICOS:

- Diseñar estrategias de intervención que propicien espacios de aprendizaje mediante la formulación y resolución de problemas geométricos.
- Aplicar estrategias Pedagógico didácticas encaminadas a mejorar el proceso de enseñanza/aprendizaje de los contenidos conceptuales, disciplinares y actitudinales del pensamiento espacial y los sistemas geométricos.
- Establecer criterios y categorías que permitan evaluar el proceso de formulación de problemas geométricos en los estudiantes.

#### 1.4 PREGUNTAS ORIENTADORAS

1. ¿Qué estrategias tienen en cuenta los estudiantes de educación básica para formular problemas de tipo geométrico?
2. ¿Cuál es la estructura de los problemas que formulan los estudiantes de educación básica?
3. ¿Cómo clasificar los problemas formulados por los estudiantes de educación básica?
4. ¿Cómo orientar a los estudiantes para contribuir en la adquisición de elementos necesarios para que formulen problemas?

## 2. MARCO REFERENCIAL

El presente ejercicio investigativo, se apoya en las teorías constructivistas, las cuales son planteadas por Piaget, Ausubel, Bruner y Vygotsky, quienes se preocupan por los procesos mentales internos que intervienen en el aprendizaje, utilizando un enfoque sistémico en cual el todo no siempre es igual a la suma de sus partes.

Teniendo en cuenta los aportes del **constructivismo** es el aprendizaje por *descubrimiento* en el que los estudiantes deben de ser capaces de "construir" el conocimiento. Bruner quien defiende esta teoría, propone que la enseñanza debe ser percibida por el estudiante como un conjunto de problemas por resolver, a fin de que éste considere el aprendizaje como significativo e importante. La propuesta de Bruner supone que el estudiante debe de ser parte activa del proceso de adquisición del conocimiento y no simplemente un receptor del mismo.

De esta manera vemos que las ideas de Bruner se asemejan a las de Piaget quien se preocupa principalmente por el desarrollo intelectual del ser humano, el punto central es la búsqueda del equilibrio en la medida en que las estructuras internas explican lo que ocurre en el entorno; la acumulación de nuevas experiencias

puede introducir desequilibrio. Este **desequilibrio** necesita de un proceso de **adaptación** que permita que los esquemas recuperen el equilibrio perdido. La adaptación puede darse por medio de una **asimilación** o **acomodación**, la primera hace referencia a las experiencias que son interpretadas y asimiladas a unas estructuras existentes, la segunda es una adaptación que implica un cambio en los esquemas.

Vygotsky propone la ley de *la doble información*, ya que según él, todo conocimiento se adquiere dos veces: una primera vez como intercambio (interpersonal) y, una segunda, de manera interna (intra-personal). Sostiene además que existe una **zona de desarrollo próximo** que delimita la fase en la que el estudiante puede aprovechar la existencia o ayuda. Esta zona comienza en el límite de las habilidades que el estudiante puede realizar por sí mismo, sin ayuda, y termina en el límite de las habilidades que el estudiante puede realizar con la ayuda de los expertos.

Por último Ausubel se interesa porque el estudiante pueda relacionar lo aprendido con sus conocimientos previos o con las experiencias previas. Esto puede ocurrir en el aprendizaje de la vida diaria o en el aprendizaje por medio de la instrucción; donde las estructuras lógicas del material es una de las características principales, lo que es denominado como **aprendizaje significativo** el cual se opone al aprendizaje sin sentido, es decir, aquel aprendizaje mecánico que no moviliza las estructuras del pensamiento en los estudiantes. De esta forma, Ausubel se propone desarrollar una teoría que explique al proceso de asimilación que se produce en el aprendizaje

significativo, y para que este tenga lugar es necesario que se den las siguientes condiciones:

1. Los nuevos materiales que van a ser aprendidos deben ser potencialmente significativos para poder ser relacionadas.
2. La estructura cognitiva previa del sujeto debe poseer subsunsores para que puedan ser relacionadas con los nuevos conocimientos.
3. La exigencia de una actitud activa por parte del sujeto y la importancia de los factores de atención y motivación.

Se puede ver que el **aprendizaje significativo** es un proceso que depende en forma principal de las ideas relevantes que ya posee el sujeto y se produce a través de la interacción entre la nueva información y las ideas notables ya existentes en la estructura cognoscitiva.

El proceso de asimilación cognoscitiva característico del aprendizaje significativo puede realizarse de tres formas diferentes, mediante la subsunción o aprendizaje subordinado, mediante el aprendizaje supra-ordenado y el combinatorio.

El primero se produce cuando las nuevas ideas son relacionadas subordinadas con ideas relevantes de mayor nivel de abstracción. Cuando los conocimientos tienen un carácter de ejemplo o de ilustración de los conceptos ya existentes o incluso podemos decir que es un aprendizaje mediante la subsunción derivada, el aprendizaje por subsunción correlativa, implica que los nuevos

conocimientos sean una extensión, elaboración, modificación o apreciación de los conocimientos que ya posee el sujeto.

En el aprendizaje supra-ordenado los conceptos o idea relevantes en la estructura cognoscitiva del sujeto son de menor nivel de generalidad, abstracción e inclusividad que los nuevos conceptos a aprender. El sujeto integra conceptos ya aprendidos anteriormente dentro de un nuevo concepto integrador más amplio e inclusivo.

El último, aprendizaje combinatorio, está caracterizado por el hecho de que los nuevos conceptos no se pueden asimilar con ideas relevantes; los nuevos conceptos se relacionan de forma general con la estructura cognitiva ya existente.

## **PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS**

Igualmente el desarrollo de este trabajo práctico se centrará en el estudio del proceso enseñanza - aprendizaje en el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, que como se mencionó anteriormente deberá tener, entonces una visión renovada, en la que los aprendizajes significativos ocupen un papel central.

Desde los planteamientos propuestos en los lineamientos curriculares, es necesario recuperar el sentido espacial intuitivo, lo que implica hacer un énfasis en el pensamiento espacial, donde es preciso el desarrollo de la percepción,

así como lo expresa Mesa y Uribe..."las relaciones geométricas están condicionadas por las capacidades perceptivas, principalmente de las formas y sus relaciones, que se basa en la proporción de los objetos..."<sup>2</sup> Pues una conscientización de las diferencias o semejanzas de las formas y sus relaciones, permite realizar clasificaciones para organizar los cuerpos geométricos y sus partes, presentándose así también una actividad lógico matemática, la cual hace posible las lecturas perceptivas. En este sentido, existe un proceso de construcción de la noción de espacio, donde según Werner, éste es "...originalmente, un aspecto de la conciencia que el niño tiene de su propio cuerpo. El espacio literalmente termina en la periferia del ser físico, está incluido por decirlo así, dentro de la piel del niño..."<sup>3</sup>

Por su parte, Alsina propone al respecto sobre la construcción del espacio y dice que esta "...cabe entenderla como un proceso cognitivo de interacciones. Desde un espacio intuitivo o sensorio motor, que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc. a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia, prediciendo, manipulando, mentalmente, etc. Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características

---

<sup>2</sup> MESA BETANCUR, Orlando, URIBE, Consuelo. ¿Cómo construir pensamiento matemático en la básica primaria? Escuela Normal Superior Maria Auxiliadora de Copacabana. P. 175. 2001

<sup>3</sup> Werner, H. Psicología comparativa del desarrollo mental.

cognitivas individuales, como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, en la enseñanza- aprendizaje de la geometría se debe tratar de favorecer la interacción de cada uno de los componentes que determina la construcción del espacio"...<sup>4</sup>

Para desarrollar estos planteamientos, la investigación se adhiere al *modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele*, ante la dificultad por parte de los estudiantes de no entender argumentaciones matemáticas formales, incluso cuando son muy sencillas, principalmente en la geometría, los Van Hiele, formulan un modelo de razonamiento geométrico, en el cual se plantea la existencia de varios niveles que van desde lo visual en los niños de primeros años, hasta lo lógico formal que se desarrolla principalmente en los matemáticos.

A continuación se presenta una breve síntesis de cada de las características de los niveles.

Nivel 1: de *reconocimiento*, donde los estudiantes se limitan a describir el aspecto físico de las figuras, donde incluyen características irrelevantes y las perciben como objetos individuales, pues no generalizan los elementos que reconocen de una figura a otra de su misma clase, es decir los alumnos no se basan sino en lo que observan.

---

<sup>4</sup> ALSINA C. y otros. Invitación a la didáctica de la geometría. Síntesis. Madrid, 1989.

Nivel 2: de *análisis*, pues los alumnos son concientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y además enuncian sus propiedades. Dan definiciones más elaboradas y con un lenguaje apropiado, además a partir de la validez de una afirmación, tratan la geometría como si fuera una ciencia experimental. Se les dificulta relacionar propiedades, pues no hacen clasificaciones lógicas.

Nivel 3: de *clasificación*, donde se comienza a desarrollar la capacidad de razonamiento, pues los estudiantes comprenden los pasos de un razonamiento lógico formal pero no entienden la estructura de una demostración. Utilizan las representaciones físicas de las figuras para verificar las deducciones. Otra característica de resaltar es que pueden modificar definiciones y hacer uso de conceptos nuevos.

Nivel 4: de *deducción formal*, en este nivel las demostraciones ya tienen sentido, ya no solo se memoriza, pues se puede construir, comparar y diferenciar demostraciones distintas de un mismo teorema; aceptan la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto y lo demuestran.

Nivel 5: de *rigor*, es el máximo nivel al que se puede aspirar, pues se es capaz de no utilizar cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática y se acepta la existencia de sistemas diferentes, los cuales se analizan y se comparan.

Entendidas las características principales de estos niveles, puede decirse que no son independientes, pues al adquirirse un nivel, no significa que se van a olvidar las habilidades logradas en el anterior, pues estos tienen una organización jerárquica, por lo tanto "para adquirir un nivel de razonamiento es necesario haber adquirido antes el nivel precedente."<sup>5</sup>

El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua, es por ello que una de las implicaciones a nivel didáctico que deben implementarse teniendo en cuenta el nivel con el que se está trabajando, es proporcionar problemas y actividades que ayuden a "exteriorizar los elementos de razonamiento implícitos, para que los estudiantes los identifiquen, se den cuenta de su importancia y aprendan a utilizarlos."<sup>6</sup>

Además proponen 5 fases de aprendizaje par los docentes con el fin de que mejoren la calidad de razonamiento en los estudiantes.

*Fase 1 de información:* como su nombre lo dice, se informa al estudiante sobre lo que se va a realizar, donde se incluyen conceptos, materiales, método de trabajo, entre otras. En esta fase el docente identifica lo que los estudiantes saben y se prepara con respecto al tema que va a desarrollar.

---

<sup>5</sup> CORBERÁN S. Rosa y otros. Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Centro de publicaciones del ministerio de Ed. y ciencia. Madrid, España, 1994. capítulo 1. bases teóricas: el modelo de razonamiento de Van Hiele. Pág. 22

<sup>6</sup> IBID. Pág. 22

Fase 2 de *orientación dirigida*: los estudiantes no están en condiciones de realizar por sí solos un aprendizaje eficaz, por lo tanto es necesario que las actividades estén dirigidas hacia lo que conocen, pero orientados al descubrimiento y a la demostración. Así el profesor es quien debe dirigir a los estudiantes cuando lo necesiten y dar las indicaciones pertinentes.

Fase 3 *explicitación*: tiene como misión conseguir que los estudiantes terminen de aprender el nuevo vocabulario, los estudiantes intercambian sus experiencias, se comenta lo observado y explican cómo han realizado sus actividades, todo ello dentro de un contexto de diálogo.

Fase 4 de *orientación libre*: se aplican y combinan los conocimientos que han adquirido, para proponer nuevas actividades, lo cual depende mucho del planteamiento de problemas por parte del docente, los cuales deben tener diferentes soluciones, intervenir varios conceptos, los cuales se combinan libremente para llegar a la solución.

Fase 5 *integración*: permite combinar conocimientos, donde los estudiantes hacen uso de lo que aprendieron y de lo que ya sabían, así relacionan los nuevos conocimientos con otros campos que ya conocieron.

Finalizada la secuencia de estas fases, los estudiantes deben alcanzar un nuevo nivel de razonamiento, para luego comenzar nuevamente con la misma dinámica. Es por ello que los Van Hiele, sugieren una enseñanza cíclica, donde

se retoma una parte en este caso de la geometría, para completarla y mejorar su comprensión.

Continuando con los planteamientos sobre los cuales se sustenta la investigación, a continuación se referencia la propuesta presentada por el profesor Orlando Mesa Betancur quien plantea tres fases fundamentales para acompañar a los niños en el estudio de la geometría:

1. Fase de indagación:

Esta primera fase es la que permite utilizar las experiencias previas del niño y avanzar con él hacia la geometría.

"inicialmente el niño actúa, en lo relativo a los objetos y las relaciones que le interesan, dentro de un proceso constructivo y creciente: juega a colocar objetos en variadas posiciones e imita comportamientos y acontecimientos que le han llamado la atención; en otras palabras, representa, de alguna manera el mundo que conoce. Posteriormente, a través del juego con otros niños, irá interiorizando nociones como las de giro, desplazamiento, objeto de colección, ubicación en el interior, en el exterior y en la frontera; percepción de direcciones y sentidos, de curvas abiertas y cerradas, entre otras. En todos los casos, el contacto del niño es primero con el mundo físico tridimensional, aunque no pueda reconocer entre las distancias, los ángulos y las medidas y, sólo al finalizar la infancia, adquiere conciencia de los invariantes después de transformaciones"... "Poco a poco el niño va mejorando su coordinación de movimientos y sus esquemas cognoscitivos; reconoce la invarianza de la

cantidad - discreta y continua - , clasifica y ordena, para lo cual puede considerar una o varias propiedades, y relaciona el todo con las partes que lo constituyen, es decir, construye progresivamente su inteligencia matemática"<sup>7</sup>

Todos estos elementos son de gran ayuda para el docente a la hora de diseñar actividades y situaciones que le permitan al niño ejercitar y cualificar sus esquemas e iniciarlo en los conceptos básicos de la geometría del espacio físico. Otros elementos que se tienen en cuenta son: La percepción de formas corporales, donde se establecen **relaciones interfigurales e intrafigurales**:

- Las relaciones interfigurales son las que posibilitan comparar y clasificar las formas de los cuerpos y relacionar los componentes de los diferentes cuerpos, al descubrir regularidades y analogías. Nos permite distinguir los cuerpos redondos de los poliedros, además, todos aquellos cuerpos y partes de cuerpos que gozan de alguna simetría
- Las relaciones intrafigurales son aquellas que existen entre un objeto y las partes que lo constituyen (secciones, caras lados, vértices, líneas, ángulos) y de estas entre si. De igual manera, se presentan cuando se realizan disecciones en algunos objetos, por ejemplo, cortando con un plano cuerpos como la esfera, el cono, el prisma o los paralelepípedos. En cada una de las figuras pueden analizarse las características de las caras; las relaciones del paralelismo y perpendicularidad, entre caras y entre líneas; las figuras planas con las que se puede construir o generar, los cuerpos o figuras planas que pueden ser obtenidas por disección.

---

<sup>7</sup> MESA B. Orlando. Una red conceptual para la enseñanza de la geometría en la educación infantil. P 12.

Para estas relaciones se encuentran algunos niveles de conceptualización, los cuales responden a una mayor profundización del proceso analítico.

Nivel 1 interfigural: Este nivel se da cuando se comparan los cuerpos entre sí.

Nivel 1 intrafigural: Se da cuando se comparan en cada cuerpo, los elementos que lo componen.

Nivel 2 interfigural: Es en el que se pueden establecer relaciones entre cuerpos redondos y poliedros, además de las relaciones, los cuerpos con otras figuras del plano.

## 2. Fase Constructiva:

En esta fase se busca que el niño represente las figuras que conoce. Esta fase se encuentra dividida en tres categorías.

*Construcción a través de movimientos:* Dentro de los movimientos que permiten al niño la construcción de figuras se encuentra:

- ◆ Giros sobre un pie con una mano extendida.
- ◆ Giros compuestos.
- ◆ Giros alrededor de un objeto en los dos sentidos.
- ◆ Desplazamientos siguiendo representaciones de figuras.
- ◆ Desplazamientos siguiendo líneas curvas y quebradas.
- ◆ Desplazamientos de los dedos sobre los objetos para descubrir sus características.

*Construcción de objetos geométricos:* Aquí conviene disponer de cuerpos desarmables para que los niños los puedan componer y descomponer, luego se recurre a las construcciones con figuras planas para las representaciones más complejas.

*Construcción gráfica:* Esta construcción es quizá la más difícil para el niño porque se trata de despertar en el niño la capacidad de representar gráficamente, utilizando los instrumentos adecuados como regla, compás, entre otros.

### 3. Fase analítica matemática:

"Durante esta fase se debe incentivar en el niño, con inteligencia reversible, la comprensión de las relaciones propiamente matemáticas que se puedan derivar de las actividades anteriores"<sup>8</sup> Estas relaciones se dividen en cualitativas y cuantitativas.

Las relaciones se refieren a las clasificaciones y jerarquizaciones más comunes de la geometría. Entre ellas encontramos:

- ◆ Cuerpos:
  - a) Redondos y poliedros
  - b) Convexos y no convexos
  - c) Regulares e irregulares
- ◆ Figuras en el plano
- ◆ Clasificación de ángulos

---

<sup>8</sup> *Ibíd.* P. 23

- ◆ Clasificación de triángulos
- ◆ Congruencia de triángulos
- ◆ Semejanza de triángulos
- ◆ Polígonos
- ◆ Circulo

## PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Se ha planteado como objetivo desarrollar actividades que potencien el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos mediante las estrategias didácticas<sup>9</sup> del planteamiento y resolución de problemas, pues se piensa que la educación matemática actual, se encuentra dentro de un espacio de mejoramiento, renovación y recontextualización de su estrategia de enseñanza -aprendizaje, pretendiendo convertir esta área en un posibilitador, promotor y orientador de los procesos cognitivos en el estudiante, donde la formulación y solución de problemas se complementan, son procesos que tienen sus respectivas características y complejidades que los constituyen como etapas independientes de la actividad cognoscitiva. La formulación de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, a de ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática, pues a medida que los estudiantes formulan problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su habilidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

---

<sup>9</sup> **ESTRATEGIA DIDÁCTICA:** asumida como la manera de dirigir el proceso de enseñanza- aprendizaje donde los profesores planifican, ejecutan y controlan acciones para que los estudiantes en formación puedan apropiarse y transferir los conocimientos y habilidades **al solucionar los problemas didácticos que determinan en el objeto de trabajo**, favoreciendo el desarrollo de las habilidades para la enseñanza-aprendizaje de los contenidos.

Para muchos autores el hallazgo de nuevos problemas es una etapa cualitativamente superior de los procesos de resolución de problemas, y también un vehículo eficaz para potenciar el aprendizaje de la Matemática. El eminente pedagogo Kilpatrick enfatizó la importancia de formular problemas matemáticos, no solo como medio sino también como meta de la enseñanza. Él señala que "la experiencia de descubrir y crear por sí mismos problemas matemáticos siempre debería ser parte de la educación de los estudiantes".

Reconocidas personalidades de la Matemática Educativa como Polya y Freudenthal han señalado que el planteamiento de problemas es un aspecto importante, dentro de la formación matemática de los estudiantes. Esta importancia se refiere, tanto a la adquisición de conocimientos generalizados sobre la Matemática como al desarrollo de los hábitos y habilidades necesarios para el trabajo independiente en esta disciplina. La formulación de problemas contribuye al mejoramiento del proceso de solución de problemas y viceversa, así como al desarrollo de las capacidades matemáticas y la flexibilidad del pensamiento, también desarrolla la independencia, la creatividad, el lenguaje y el interés por la matemática. En general, la formulación de problemas es vista como una forma de potenciar el interés de los estudiantes por la matemática, así como su sentido crítico hacia ella.

Por su parte, Campistrous y Rizo en el texto "Aprende a Resolver Problemas Aritméticos" proponen cuatro acciones básicas para enseñar a formular problemas: la búsqueda, el planteo de una situación inicial, la formulación de preguntas, y la resolución del problema. Ellos destacan que así el estudiante se

siente un creador y esto, además de estimular el aprendizaje, forma motivos fuertes para el trabajo con el problema, perdiendo el miedo que muchas veces se crea alrededor de esta importante actividad matemática.

Estas acciones aunque importantes y propias de la formulación de problemas están más completas atendiendo a los momentos de una actividad y se declaran reglas heurísticas, que sirven de apoyo a los alumnos; necesitan de precisiones, por ejemplo: ¿dónde busco el tema?, ¿en la situación inicial sólo se tiene en cuenta lo conocido?., ¿cómo compruebo si la formulación es correcta o no?, etc.; para lograr un mejoramiento en la realización de este proceso se requiere de más orientaciones que la ofrecida por estos autores.

A la hora de formular un problema el alumno debe proceder en función de algunas acciones que le permitan llevar a cabo su trabajo del modo más efectivo, para lo cual se considera que debe:

- ❖ Adquirir información.

Por fuente oral, fuente visual  $\tilde{y}$  o auditiva, de textos y gráficos.

- ❖ Interpretar la información.

Una vez recopilada la información, es preciso que la misma sea interpretada, es decir, traducida a un lenguaje con el que el alumno esté más familiarizado, pues puede darse el caso de la existencia de términos técnicos específicos del tema o de palabras que pueden ser sustituidas por sinónimos con lo cual se facilita la conexión entre la nueva información y las contenidas en la memoria del alumno.

- ❖ Análisis de la información y realización de inferencias.

Una vez interpretada la información debe ser analizada y realizar inferencias con el propósito de extraer los conocimientos que de la misma pueden obtenerse, es decir, de acuerdo a los datos que nos brinda la información ¿qué puede preguntarse? Aquí está presente, además, la utilización de inferencias o supuestos que el alumno puede hacer a partir de la información, es importante que el alumno separe los datos relevantes de los no relevantes.

- ❖ Comprensión y establecimiento de relaciones conceptuales de la información.

Tanto la comprensión como la organización de conceptos están dadas por el sistema de conocimientos de que disponen los alumnos, por lo que resulta importante llegado este momento de los conceptos, las relaciones y los teoremas de las distintas áreas del saber matemático.

- ❖ Comprensión de la información.

Re realiza una lectura cuidadosa, se determina de qué trata la misma, puede ser expresada con sus propias palabras y se observan esquemas, gráficos, etc. Se diferencian las ideas principales y las secundarias.

- ❖ Establecimiento de relaciones conceptuales.

Se proyecta la idea a resolver a través de preguntas en las que debe considerarse: la meta que persigue el problema, dónde está la dificultad del

problema. Qué datos son importantes y cuáles no, qué datos no presentes son necesarios para resolver el problema. Entre otros.

Un hecho significativo consiste en que la formulación de problemas puede ser enfocada como caso especial de resolución de problemas. Efectivamente, cuando se trata de formular un problema, el sujeto se plantea el objetivo de obtener un objeto de naturaleza matemática. La situación inicial puede ser bien conocida (se sabe de qué se quiere elaborar el problema) o no, pero la situación final (el problema concreto que se obtendrá) es siempre desconocida.

Gracias a todos los planteamientos citados anteriormente y a la necesidad de renovar los procesos de enseñanza – aprendizaje de matemáticas en el aula, es que se retoma la formulación de problemas como eje transversal de este proceso y se pretende generar con el ello el aprendizaje de conceptos de una manera significativa.

## **TECNICAS UTILIZADAS EN LA FORMULACIÓN DE PROBLEMAS.**

A continuación se presenta muy brevemente algunas técnicas que pueden ser empleadas para la formulación de problemas, aunque es bueno aclarar que la formulación es un acto eminentemente creativo y para este no existen recetas preconcebidas, de ahí la complejidad, sin embargo existe un consenso entre quienes se han atrevido hablar del tema, afirmando que es una capacidad intelectual ineludible que requiere de un desarrollo por “etapas” en el cual tiene

una gran influencia las actividades y ambiente en que se encuentra inmerso el individuo:

⇒ **Modelación:** Fijado el objetivo que se persigue en la creación de un problema, inmediatamente se activan los componentes intelectuales básicos: sensaciones, percepciones, memoria, pensamiento e imaginación. Con ellos se comienzan a dibujar en el cerebro nuevas ideas en forma de imágenes, con la necesidad de ser exteriorizadas mediante la construcción de modelos gráficos, es por ello que los elementos estructurales del / problema son plasmados en el papel antes de su redacción en el fómrate final. La técnica de modelación es un recurso asociativo de gran valor en la fluidez de los procesos lógicos de análisis y síntesis del pensamiento que se desarrollan en el acto de creación. Es el reflejo gráfico en el papel de las asociaciones que van conformándose como estructuras cognitivas (esquemas, trazos, etc.) que inicialmente viene apareciendo de forma aislada y sucesiva, luego se integran en forma de sistema para la formulación final del problema. Esta técnica constituye un buen instrumento en manos del formulador porque facilita la asociación de ideas, ayuda a agrupar los elementos estructurales del problema y facilita la redacción en forma coherente.

⇒ **Tanteo-error.** Consiste en un proceso continuo de adecuación y ajuste por búsqueda y prueba de los datos y/o las incógnitas según las condiciones del problema, hasta encontrar las más adecuadas. La búsqueda puede ser de tipo inteligente o arbitrario, y en ocasiones es

utilizada para modificar las condiciones y con ella reordenar los elementos estructurales. Se evidencia su utilización en el gran número de operaciones de cálculo que son realizadas, así como en tachaduras y borrones que generalmente aparecen sobre el papel del formulador.

⇒ **Asociación por analogía.** En esta técnica se hace uso de la reproducción en una primera fase. Consiste en establecer nuevos nexos entre datos e incógnitas siguiendo formatos y textos guardados en la memoria para obtener otras por medio de la innovación. Es evidente que sobre las ideas iniciales, posteriormente se introducen modificaciones, que consisten en/ relacionar los datos de otra forma, introducir nuevas condiciones o cambiar la forma de redactar las preguntas, para obtener al final un problema derivado, que si bien no se caracteriza por su originalidad, sí constituye una nueva tarea. Estas tres primeras técnicas son tipificadas como complementarias en el acto de creación, especialmente en las tareas de los docentes, porque actúan de forma combinada y más bien son instrumentos de ayuda, según la situación inicial que se tome como punto de partida.

⇒ **Integración por inclusión.** Es una técnica muy sencilla, cuyo procedimiento es asequible a cualquier sujeto. Consiste en elaborarla de/ forma tal que las incógnitas de los diferentes párrafos mantengan una dependencia sucesiva en forma de cadena.

⇒ **Reformulación.** Consiste en reconstruir la estructura gramatical y de sistema mediante procesos de innovación. Se diferencia de la analogía por la profundidad de los cambios introducidos, puesto que se parte de un ejemplo concreto que debe ser modificado y no de recuerdos que pueden ser borrosos y a veces confusos. Durante su utilización se requiere de la imaginación y el pensamiento creativo para introducir los cambios, que de forma general pueden ser:

- Introducir nuevas condiciones o modificar las viejas.
  
- Cambiar las magnitudes de los datos.
  
- Sustituir los datos cuantitativos por cualitativos.
  
- Incorporar datos adicionales (o en exceso) como distractores.
  
- Reducir los datos a un mínimo o dejarlos en defecto.
  
- Utilizar datos compuestos.
  
- Redactar incógnitas compuestas.
  
- Emplear incógnitas de varias soluciones, indefinidas o sin solución.

Para poner en práctica estos "pasos", es necesario aclarar que casi nunca se emplean de forma aislada, más bien en forma asociada como conjunto, por ejemplo cuando se selecciona la reformulación, ella va acompañada de otras complementarias como la modelación y el tanteo-error, entre otras.

En la formulación de problemas se busca que estén presentes todos los niveles de integración de los conocimientos y las habilidades, aspirando llegar al nivel de interdisciplinariedad, desarrollando una adecuada variedad, concebida la variedad no sólo en términos de enfoque que propicien reflexión, estimulen el debate y permitan crear motivos cognoscitivos, sino también en relación con las funciones, habilidades, niveles de asimilación y complejidad.

Crear un problema requiere de mucha creatividad, de ahí que no hallan parámetros exactos, ni recetas precisas por ello su complejidad, sin embargo existe consenso entre los investigadores de que es una capacidad intelectual educable. Todo ser humano normal, por naturaleza es creativo, sin embargo como proceso, requiere de un desarrollo por etapas en el cual tiene una gran influencia las actividades que se desarrollen, es por ello que fue concebida sobre las bases de los tres momentos de la actividad: orientación, ejecución y control. (Leontiev A. N. 1979 p.64).

El principal objetivo de esta metodología (planteamiento y resolución de problemas) consiste en crear las condiciones apropiadas para lograr una mayor rapidez en el aprendizaje desarrollando las capacidades y habilidades necesarias en los estudiantes para llegar a la formulación de problemas.

Alberto Labarrere Sarduy en sus trabajos sobre la formulación de problemas aritméticos en estudiantes de primaria; basa su metodología en una etapa inicial de orientación teórica sobre los fundamentos de la formulación y luego la asignación de actividades de elaboración de problemas sencillos a partir de diversas situaciones iniciales, que tomadas como puntos de partida, permitían orientar las acciones y operaciones.

En sus investigaciones Labarrere constató que el conocimiento de la estructura didáctica de los problemas tiene una influencia positiva en el acto de formulación. Es por ello que deben ser asimilados los conocimientos relacionados con los distintos tipos de habilidades, Los niveles de asimilación de los contenidos, la fundamentación teórica sobre los principales tipos de problemas. Sus principios teóricos están sustentados en el concepto de zona de desarrollo próximo de Vigotsky, para lo cual es necesario asignar la formulación como diagnóstico inicial y sus resultados serán observados y analizados para determinar el estado inicial de cada estudiante, que en este caso se al quien se invita a formular. Luego, con la ayuda del profesor, que es quien guía, serán orientadas y llevadas a cabo las primeras formulaciones por etapas:

1. Etapa de imitación o formulación por analogía.

En las primeras jornadas serán favorecidas las técnicas complementarias basadas en la analogía, modelación y el tanteo-error, por ser las más sencillas.

Primero son activados los mecanismos de la memoria en acciones de imitación, para luego pasar a la innovación y finalmente a la creación libre con las técnicas de reformulación.

## 2. Etapa productiva de creación en forma oral.

Aquí se debe propiciar una mayor independencia y el uso de los esquemas; de la misma forma se deben mejorar los distintos tipos de problemas, propiciando la participación activa.

## 3. Etapa productiva de trabajo por equipos.

Es concebida por la necesidad que se produce en el aprendizaje, de preguntar e intercambiar ideas. En ella se utiliza el intercambio de experiencias entre los miembros de cada equipo, con la finalidad de profundizar en la comprensión de las técnicas de formulación. Pero a pesar de que las actividades se desarrollan en equipos, cada miembro tiene asignada determinadas tareas que favorecen la independencia cognoscitiva, bajo la influencia directa del colectivo. En la fase colectiva se discute y solicita la ayuda de otros miembros en un proceso de perfeccionamiento continuo del aprendizaje, para rectificar los errores y solucionar las dificultades en el momento que se producen.

En la ejecución también las actividades que son programas ;se puede hacer un mismo tipo de problemas a partir de diferentes situaciones iniciales, modificar los datos y las preguntas independientes, manteniendo constante el resto del

problema formulado, formular problemas cuyos métodos de solución posean diferentes grados de complejidad.

La fase de orientación y ejecución, debe estar presente en todos los momentos, sólo puede ser considerado un problema bien formulado cuando haya sido solucionado por los estudiantes y provoque en ellos un "conflicto" en el aprendizaje que los lleve a buscar una salida. Verificando como marcha el proceso de asimilación y desarrollo de las capacidades y habilidades formulativas en cada uno de ellos. Sus actividades deben servir de regulación, rectificación y perfeccionamiento de los enunciados y operaciones.

*“Redimensionar la enseñanza tradicional es un reto de todos los maestros para hacer de las matemáticas una experiencia significativa y agradable de aprendizaje para los estudiantes de todos los niveles de la educación”*



### 3. DISEÑO METODOLÓGICO

#### 3.1 DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

En el proyecto, se adopta el modelo de investigación cualitativa, el cual utiliza técnicas etnográficas las cuales buscan la identificación de problemas enmarcados en situaciones cotidianas para generar propósitos de formación. Desde este enfoque, es claro el papel del maestro y el estudiante en la transformación de la realidad social y cultural.

La vinculación a este proyecto requiere la apropiación de ésta metodología de investigación porque busca la transformación de la realidad escolar y social al tener claridad en el objeto de estudio en su diseño metodológico, convirtiéndose en un proceso permanente de reflexión que llena de sentido y significado las actividades que se realizan en la cotidianidad escolar.

Se pensó en deconstruir y construir a partir de la práctica, en búsqueda de la solución de problemas y necesidades del contexto, teniendo presente los aportes teóricos que se consideran importantes para planificar, diseñar y evaluar la intervención en el aula, por lo tanto, es importante la reflexión acerca de la teoría que sirve de aval para el proyecto, de esta manera se pueden comprender las teorías que enmarcan el objeto de estudio seleccionado. Son la

etnografía y los métodos cualitativos, quienes constituyen una ayuda para hacer un análisis crítico de los fenómenos educativos que acontecen en el espacio escolar y de esta forma permitan la implementación de propuestas adecuadas de intervención.

Las técnicas etnográficas se pueden emplear de forma complementaria para suplir la validez del diseño experimental que compete, pues su objeto es aportar datos descriptivos de los contextos en los escenarios educativos que se están teniendo en cuenta, esto permite el análisis de los procesos de enseñanza y aprendizaje, las relaciones entre los actores, los contextos socioculturales, la diversidad de formas, los conflictos, contribuyendo a mejorar las propuestas que se puedan crear para los futuros docentes.

### 3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

La población, es en este caso, el total de estudiantes que hacen parte de los grupos de las diferentes instituciones en las cuales se realizó la práctica. El estudio de ésta, proporciona una información de interés para el buen alcance de los objetivos que se plantearon, pues facilitan los datos necesarios para formular, modificar y proponer estrategias necesarias.

En este ejercicio investigativo la población está conformada por:

- Estudiantes del grado primero de la institución Educativa Colombia de Girardota.

Conformada por 3 grupos, cada uno cuenta con un promedio de 44 estudiantes con edades entre 7 y 9 años.

Los niños de esta institución vienen de los barrios Colombia, El parque, Vereda manga arriba, Girardota la nueva y Barrio la 14. La mayoría de estudiantes pertenecen al estrato 2, los demás pertenecen al estrato 3. En el aspecto disciplinario y de adquisición de normas por parte de los niños requiere de un tratamiento especial, ya que se evidencian en su comportamiento falencias significativas como la falta de disponibilidad para la realización de actividades académicas, la falta de escucha y el poco respeto de la norma. A nivel conceptual los niños poseen capacidades que de acuerdo a su edad pueden ser desarrolladas de forma más significativa para que se obtengan mejores resultados, en especial en lo concerniente al desarrollo del pensamiento espacial.

- Estudiantes de grado quinto del Colegio Nazaret de Bello.

Cuenta con dos grupos que están conformados por 38 alumnos cada uno, los cuales tienen una edad promedio de 10 años.

Los estudiantes de este colegio se caracterizan por ser inquietos pues les gusta preguntar sobre lo que desconocen, les gusta compartir, se ayudan cuando lo necesitan, pero en ocasiones como es normal tienen sus dificultades entre los subgrupos que han ido formando; se caracterizan por seguir instrucciones, escuchar y atender cuando es necesario, pero es evidente que

se estratifican entre ellos mismos de “buenos y malos estudiantes” y entre los “buenos” trabajan y en ocasiones dejan a un lado a los que ellos llaman “malos estudiantes”. La mayoría cumplen con sus responsabilidades, aproximadamente un 15% incumplen con los deberes asignados. Son de estrato socioeconómico 3, los padres en la mayoría de los casos están pendientes del proceso de sus hijos, pero en otros se evidencia que hacen solos lo que pueden. Por otra parte se observan familias muy bien constituidas y los niños dan muestra de ello, pero por el contrario, se presentan casos donde la madre es la cabeza del hogar, por lo tanto debe trabajar y no tiene tiempo para estar pendiente del proceso de sus hijos y esto hace que se presenten mayores dificultades a nivel académico y disciplinario.

- Estudiantes de grado sexto del Colegio La Asunción de Copacabana.

Cuenta con dos grupos, cada uno con un total de 43 estudiantes, con edades entre los 10 y los 12 años.

Los estudiantes de este colegio pertenecen a un estrato socio económico entre 2, 3 y 4, la mayoría habita en familias bien conformadas (papá, mamá e hijos), donde al menos uno de sus padres termino los estudios secundarios y algunos cursaron estudios superiores; aproximadamente el 50% de los padres son empleados de una empresa, en especial alguna de las que conforman el municipio como Imusa o Haceb, el 25% son trabajadores independientes y el otro 25% son empresarios. Las actividades que ocupan los intereses de los estudiantes en su gran mayoría son clases o curso extraescolares como la natación, el fútbol, la pintura, la danza y el fortalecimiento de una lengua extranjera.

- Estudiantes de los grados sextos y séptimos de la Institución Educativa  
Javiera Londoño de Medellín.

Cuenta con 4 grupos del grado sexto y 4 del grado séptimo, cada uno con un número de estudiantes entre 35 y 40 aproximadamente, con edades para el grado sexto entre 11 y 13 años y para el grado séptimo entre 12 y 15 años.

El nivel socioeconómico esta representado por los estratos 1 y 2, son estudiantes que provienen de barrios como Zamora, Prado, El bosque, Manrique, Aranjuez, Sevilla y Campo Valdez. Su rendimiento académico es bajo, pues en general se caracterizan por tener poca motivación hacia el estudio; el acompañamiento en el proceso de aprendizaje no es el más adecuado por parte de sus acudientes, además son jóvenes con diversidad de problemas familiares y económicos como padres divorciados, ausencia de la figura paterna o presencia de padrastro intolerante y donde la madre debe encargarse del sustento económico del hogar. Dentro de sus intereses están los video juegos, la música y los deportes.

La Muestra, en estadística, es el conjunto de individuos extraídos de una población con el fin de inferir, mediante su estudio, características de toda la población. Se dice que una muestra es representativa cuando, por la forma en que ha sido seleccionada, aporta garantías suficientes para realizar inferencias fiables a partir de ella.

Teniendo en cuenta lo anterior, se tomó una muestra de cada población procurando que fuese lo más representativa de la siguiente manera, en la Institución Educativa Colombia se seleccionó el grado primero C con un total de

40 estudiantes, en el Colegio Nazaret el grado Quinto B con un total de 38 estudiantes, en el Colegio La Asunción el grado Sexto B con un total de 43 estudiantes. Estas tres muestras fueron seleccionadas ya que en ellas se hizo una intervención directa de la práctica pedagógica y esto permite que los resultados sean más precisos y objetivos. Por otro lado, en la Institución Educativa Javiera Londoño la muestra seleccionada fue el grado Sexto 3 con 39 estudiantes y el grado Séptimo 1 con 35 estudiantes, ya que la intervención en estos dos grupos fue más considerable y se tienen mas evidencias del trabajo realizado.

### 3.3 TECNICAS DE RECOLECCIÓN Y PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Es importante tener en cuenta algunos criterios propuestos por Miguel Martínez<sup>10</sup> que sirven como guía dentro del trabajo de la investigación etnográfica.

El etnógrafo debe tener conciencia de escoger adecuadamente el lugar en el que va a buscar la información, ser cuidadoso para que la observación que realice no perturbe, distorsione o deforme la realidad del fenómeno observado, lo que implica que la información debe ser recogida de la forma más completa posible; por otro lado no basta con realizar la observación una sola vez sino en repetidas ocasiones y tratar de ir guardando algunas evidencias; el tipo de

---

<sup>10</sup> MARTÍNEZ M, Miguel. La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación.1991. Pág. 49-53

información que se recoja debe ayudar a descubrir las “estructuras significativas” que den razón del comportamiento de los sujetos en estudio; debe tener en cuenta que la recolección, la categorización y la interpretación de los datos, son tres tareas que se realizan simultáneamente con el fin de obtener mejores resultados; por último el investigador etnográfico debe ser objetivo con los datos recogidos, tratando de no distorsionar en ningún momento la información encontrada a través de la interacción con los sujetos en estudio.

### 3.3.1 TÉCNICAS

Las siguientes técnicas de recolección fueron las utilizadas dentro de la práctica y tenidas en cuenta para la realización del proyecto.

#### 3.3.1.1 Observación directa

Esta técnica consiste en observar atentamente un fenómeno, tomar información y registrarla para su posterior análisis.

La observación es un elemento fundamental de todo proceso investigativo, es el apoyo fundamental del investigador y le sirve para la obtención de un mayor número de datos.

Existen dos clases de observación, la científica y la no científica. La primera consiste en observar con un objetivo claro, definido y preciso, el investigador

sabe cual es su objeto de estudio y la intención que ha tenido en elegirlo, lo cual implica que debe preparar cuidadosamente la observación. La segunda significa observar sin ningún objetivo claro y por tanto, sin una preparación previa.

Por lo anterior, podemos decir que el tipo de observación que se realizo en el proyecto es científica, donde el objetivo fundamental fue evidenciar la manera en que los estudiantes de la educación básica desarrollan el pensamiento espacial y formulan problemas matemáticos de tipo geométrico.

Es una observación directa se tiene en cada institución contacto con la muestra seleccionada, llevando un registro de los procesos de los estudiantes, su manera de analizar, las herramientas y las estrategias que son utilizadas para formular sus problemas y construir problemas geométricos.

Para el registro de las observaciones se tiene como principal herramienta el diario de campo.

### 3.3.1.2 Trabajo de campo

Es una de las herramientas más importantes dentro de una investigación científica, se refiere a la recogida y análisis de la información de un grupo de personas. Para realizarlo se requiere, inicialmente, escoger la muestra dentro de la población que se está investigando y con la que se pretende trabajar el problema de investigación, la segunda etapa sería recolectar los datos pertinentes sobre las variables involucradas en esta. Para la recolección de datos es necesario utilizar diferentes instrumentos como el diario pedagógico,

talleres realizados dentro de las clases, evaluaciones, problemas formulados por los estudiantes, observador del alumno y las actas del comité de evaluación, todo esto para realizar el análisis correspondiente.

### 3.3.2 INSTRUMENTOS

Los siguientes Instrumentos fueron los tenidos en cuenta para la recolección de los datos.

#### 3.3.2.1 Diario Pedagógico

El diario pedagógico es un instrumento de recopilación de datos, con cierto sentido íntimo recuperado por la misma palabra diario, que implica la descripción detallada de acontecimientos, y se basa en la observación directa de la realidad.

Este instrumento permite la reflexión y el análisis del trabajo realizado por los estudiantes y profesores en el aula, y por esto mismo un trabajo de descripción, valoración y explicación de los niveles de significación de la práctica educativa.

#### 3.3.2.2 Formato de Observación

Se utiliza para llevar un registro sistemático de las clases, que permita posteriormente una evaluación práctica y objetiva. (ver anexos)

Fecha:

Tema:

Objetivos de la clase:

Descripción:

Evaluación:

### 3.4 TÉCNICAS DE CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Antes de hablar de las técnicas de análisis de la información, es importante hablar de algunas categorías que son necesarias para la realización de un mejor análisis de los datos, teniendo en cuenta que esta categorización no sería posible sin las técnicas e instrumentos mencionados anteriormente, ya que aquí se propone que el investigador haga uso exclusivo de este material primario y sea capaz de analizar de forma detallada la realidad que ese material le muestra.

Teniendo en cuenta lo propuesto por Miguel Martínez M.<sup>11</sup> Cuando se tiene la información pero no existen nuevos contactos con las fuentes, se muestra la siguiente categorización:

1. Transcribir detalladamente los contenidos de la información, preferiblemente en tablas, enumerando las páginas de donde fueron extraídas, con el fin de seguir un orden adecuado que permita un mejor análisis.
2. Dividir los contenidos en unidades temáticas o párrafos que expresen una idea o concepto principal.

---

<sup>11</sup> Ibíd. Pág. 79-82

3. Categorizar o clasificar con un término que describa claramente el contenido de cada unidad temática desarrollada.
4. Si se cuenta con categorías similares pero con atributos diferentes, se deben asignar subcategorías con una mayor especificación.
5. Analizar cada una de las categorías detalladamente con el fin de integrar en una categoría más amplia aquellas que lo permitan.
6. Haciendo uso de la imaginación se deben hacer agrupaciones de las categorías de acuerdo a su naturaleza o contenido.
7. Esta última categoría es la teorización y consiste en la clasificación o categorización de los contenidos teniendo en cuenta las propiedades que se perciben dentro de la estructura teórica, con el fin de encaminarse hacia una interpretación sólida y bien fundamentada de las diferentes teorías.

*“La palabra “análisis”, en su origen etimológico, quiere decir “separar” o “dividir” las partes de un todo con el fin de entender los principios y elementos que lo componen. Pero cuando el todo es un sistema o una estructura, la división o separación puede también destruir su naturaleza y llevarnos a no entender la nueva realidad “emergente” que lo hace tal”<sup>12</sup>*

---

<sup>12</sup> Ibíd. Pág. 83

## 4. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

### 4.1 ENFOQUE TEÓRICO

El constructivismo fue el enfoque pedagógico tenido en cuenta durante el desarrollo del proyecto, en él se sostiene que el conocimiento no se descubre, se construye, explicando así la forma en como los estudiante se van apropiando del conocimiento, las interacciones entre los diferentes materiales, instrumentos y momentos, son las que permiten alcanzar el logro esperado, se convierte el estudiante en un ser responsable que participa activamente en su proceso de aprendizaje a partir de su propia forma de ser, pensar e interpretar la información. Para ello se han citado algunos autores quienes con sus aportes a lo largo de sus investigaciones han contribuido en la orientación del proceso de enseñanza aprendizaje mostrando éste desde un aspecto práctico, y experimental (palpando, construyendo, apreciando, evaluando), en donde se recomienda menos exposiciones por parte del maestro y mayor actividad creadora del estudiante, ellos han sido: Piaget, Vygotsky, Ausubel y Bruner, ya abordados con anterioridad en el marco teórico.

La aplicación del modelo Constructivista al Aprendizaje también implica el reconocimiento que cada persona aprende de diversas maneras, requiriendo estrategias metodológicas pertinentes que estimulen potencialidades y recursos, y que propicien un estudiante que valore y tenga confianza en sus propias habilidades para resolver problemas, comunicarse y aprender a aprender; es por ello que el eje articulador durante todas las intervenciones en la práctica profesional fueron las situaciones problemas, dentro de las situaciones de aprendizaje, retomando los planteamientos presentados por Orlando Mesa quien propone tres fases fundamentales a partir de las cuales se organiza la intervención didáctica, aludiendo igualmente a la clasificación de las actividades para la construcción de los concepto geométricos (libres, para el aprendizaje y creativas).

## 4.2 ESTRUCTURA

Las situaciones de aprendizaje implementadas en cada una de las sesiones que se llevaron a cabo con los estudiantes estuvieron muy orientadas a la construcción propia de ellos, permitiéndoles interactuar en situaciones concretas y significativas y estimulando el "saber", el "saber hacer" y el "saber ser", es decir, lo conceptual, lo procedimental y lo actitudinal; fueron pensadas desde las propuestas del Ministerio de Educación Nacional (MEN), los estándares y sus contenidos curriculares; en nuestro caso se tuvo muy presente el pensamiento espacial y los sistemas geométricos y de igual forma el pensamiento métrico y los sistemas de medida los cuales caminan muy a la

par, y teniendo en cuenta estándares de los pensamientos numérico, variacional y aleatorio que complementan y enriquecen las situaciones iniciales, facilitando que la enseñanza sea articulada e interdisciplinaria.

Las situaciones de aprendizaje pensadas y presentadas, durante cada una de las intervenciones en el aula, comprenden:

- **Secuencia didáctica**, en donde se describe cada uno de los momentos que se llevarían a cabo en el encuentro y las diferentes actividades que se proponen.
  
- **La adaptación curricular**, en la cual se hace énfasis de la importancia y su justificación, los objetivos, los estándares, los contenidos a trabajar, **los medios** a utilizar, **los ambientes** en que se desarrolla cada una de las actividades, el rol del maestro y el estudiante en cada uno de los ambientes y por último la forma de evaluación.
  
- **Matemática formal**, donde se especifica cual es el concepto que se abordarían y a que conocimiento se llegaría.
  
- **Material a entregar**, las fichas que se les daría a los estudiantes para ellos desarrollar en los diferentes momentos.

Las situaciones problemas “son espacios que posibilitan interrogantes, tanto la conceptualización como la simbolización y aplicación significativa del los conceptos para plantear y resolver problemas, esta puede ser vista como el lugar en el cual un sujeto (en nuestro caso el maestro) puede acercarse a otros (estudiantes) para dar posibilidades de apertura hacia diferentes caminos

(conceptos, símbolos, aplicaciones, comprensión, desarrollo de actividades mentales, etc.), desarrollando de esta manera un pensamiento matemático.

La presencia de un contexto escolar no es esencial en una situación problema, lo que sí es esencial es su carácter intencional, el haber sido construida con el propósito explícito de que alguien aprenda algo.”<sup>13</sup> De aquí la importancia de retomar la clasificación de las actividades para la construcción de los conceptos geométricos presentadas por Orlando Mesa.

- Actividades libres: “son todas aquellas actividades en las que el estudiante aplica sus esquemas mentales disponibles para resolver una situación planteada”
- Actividades para el aprendizaje: “son las planteadas por el docente con el propósito de alcanzar logros básicos, cognoscitivos y formativos”
- Actividades creativas: “en el caso de la geometría, estas actividades se refieren fundamentalmente al descubrimiento de conjeturas a partir de las relaciones interfigurales e intrafigurales. Lo que importa aquí es que el estudiante descubra, por él mismo relaciones e interpretaciones de tipo geométrico o basadas en ellas”

Todas las actividades para el aprendizaje como las actividades creativas pueden estructurarse de acuerdo con los niveles de dificultad o profundidad.

---

<sup>13</sup> Documento: la didáctica de las matemáticas. Grecia Gálvez. Pág.42

La propuesta de intervención fue pensada tratando de mostrar una secuencia en cada una de las situaciones de aprendizaje de manera que las actividades que a estas las constituirían fueran en orden y una diera pie para avanzar a otra con un nivel de complejidad un poco más avanzado y un nuevo conocimiento:

SITUACIONES DE APRENDIZAJE	CONCEPTOS MATEMÁTICOS (Ejemplo)	DESCRIPCIÓN
<b>SITUACIÓN 1</b> EXPLORACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poliedros cóncavos y convexos</li> <li>• Introducción al concepto de transformación</li> </ul>	Presentación de actividades.  Actividades libres.  Reconocimiento de elementos propios de la temática.
<b>SITUACIÓN 2</b> RECONOCIMIENTO DE VOCABULARIO	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuerpos geométricos (regulares e irregulares).</li> <li>• Cuerpos platónicos</li> <li>• Polígonos.</li> <li>• Transformaciones, rotaciones, traslaciones</li> </ul>	Reconocimiento y apropiación de términos propios de la matemática
<b>SITUACIÓN 3</b> ESTABLECIMIENTO DE RELACIONES	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Giros, rotaciones, traslaciones y reflexiones.</li> <li>• Ángulos</li> </ul>	Adaptación de situaciones problema para permitir el establecimiento de relaciones.
<b>SITUACIÓN 4</b> CONCEPTULIZACIÓN	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Giros, rotaciones, traslaciones y reflexiones.</li> <li>• Ángulos</li> </ul>	Situaciones problema en las que se permite la conceptualización matemática por parte de los estudiantes

<p><b>SITUACIÓN 5</b></p> <p>RECONOCIMIENTO</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación de conceptos.</li> </ul>	<p>de</p> <p>Aplicación de conceptos adquiridos.</p> <p>Motivación a los nuevos conceptos o relaciones.</p>
---	--	---

Para la formulación se tuvo en cuenta los pasos propuestos por Campistrous L. y Rizo C:

- Selección de un objeto conocido.
- Hacer que el estudiante logre descomponer el objeto conocido en sus partes constituyentes.
- Vinculación de componentes o propiedades (área, perímetro...) a cada uno de los objetos presentados.
- Búsqueda de relaciones entre los elementos ya clasificados, para ello se deben tener en cuenta el mayor número de propiedades posibles.
- Planteo del problema buscando que sean lo más coherente posible.

### 4.3 ACTIVIDAD MODELO

A continuación se presenta una situación de aprendizaje modelo, trabajada en nuestra práctica:

**Tema: Los poliedros**

**Grado: Sexto**

**Objetivo General:**

- Generar un espacio de reflexión y construcción del conocimiento, en cual interactúen tanto el maestro como el estudiante en torno a las características de los poliedros, particularmente los sólidos platónicos.

**Objetivos Específicos**

- Describir los elementos que permiten nombrar un poliedro como sólido platónico.
- Construir a través de la troquelación los cinco sólidos platónicos, reconstruyendo desde el plano hasta el espacio sus características.

**Justificación**

El desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos es importante, en la medida en que aporta al estudiante otra forma de observar el

entorno que le rodea, es por ello que el estudio de los poliedros requiere de actividades de observación que lleven a descubrir relaciones espaciales en los diferentes planos. Por otro lado, se hace indispensable ahondar y relacionar varios temas, con el fin de construir unos conocimientos más significativos basados en experiencias con los poliedros.

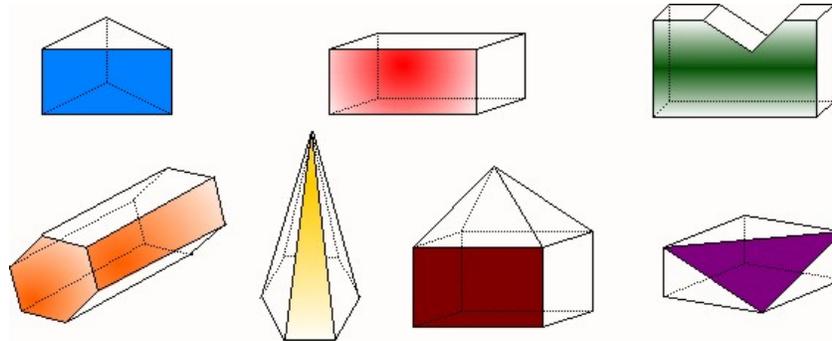
El estudio de los poliedros permite al estudiante identificar en su entorno figuras geométricas, que luego servirán de referencia para la construcción de objetos o asociar aquellos que ve a sus actividades escolares, entorno familiar y social.

### **Descripción de las actividades**

Para realizar esta situación de aprendizaje se hará en una primera instancia una presentación a los estudiantes, del trabajo que se va a desarrollar durante las próximas sesiones, introduciéndolos al tema con una actividad de reconocimiento de figuras en el espacio (los poliedros), para que a partir de lo que observan, palpa y perciben vayan identificando las características comunes de dichas figuras, el docente propiciará un conversatorio, para que la observación de las figuras se la más detallada y a partir de ello, entre el grupo se defina los atributos que tienen en común; el docente comentará la importancia de la geometría para los griegos; seguidamente se hará entrega a los estudiantes de la siguiente ficha para que comparen con los objetos que observan.

Nombre: \_\_\_\_\_ N°: \_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_

En la figura siguiente tienes dibujados algunos cuerpos:



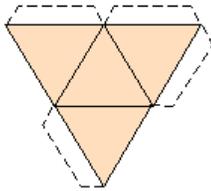
- ¿Qué características comunes ves a todos ellos?
- Dibuja otros tres cuerpos con las mismas características.
- Piensa objetos reales en los que aparezcan poliedros.

**Estos cuerpos se llaman poliedros y podemos decir de forma simplificada que son sólidos limitados por caras en forma de polígonos.**

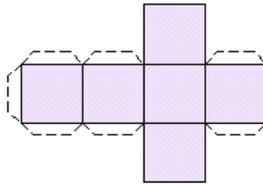
En un segundo encuentro, se hará el reconocimiento de los elementos que conforman cada uno de los poliedros como son las caras, los vértices y las aristas, para ellos se pedirán a los estudiantes construir algunas plantillas, esto permitirá además diferenciar los poliedros que son cóncavos o convexos y aplicar la fórmula Euler; las troquelaciones que se le darán a los estudiantes serán preferiblemente de los poliedros regulares, con el fin de acercarnos solo a los sólidos platónicos.

Las plantillas o troquelaciones serán:

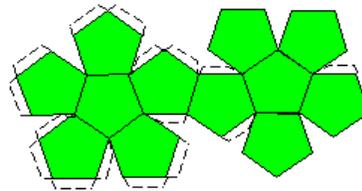
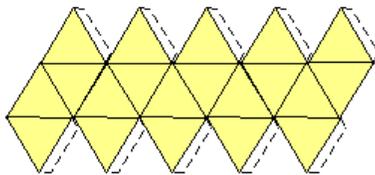
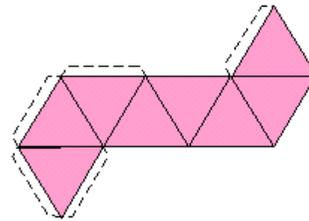
1



2



3



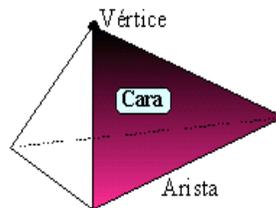
4

5

Inmediatamente después de recortar, construir e identificar que poliedros forman, se nombran algunos elementos que son característicos de ellos, dándoles la siguiente ficha:

Nombre: \_\_\_\_\_ N°: \_\_\_\_\_ fecha: \_\_\_\_\_

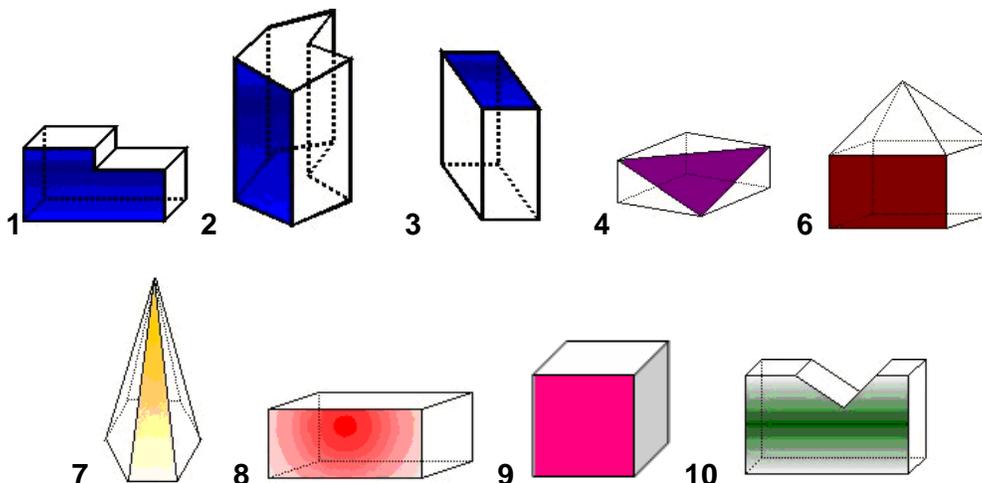
1. observa la siguiente figura y contesta:



- ¿Cómo definirías cada uno de estos elementos?
- ¿Cuántas caras, vértices y aristas tiene este poliedro?
- ¿Cuántas caras se habrán de juntar en un vértice como mínimo?
- ¿Cuánto pueden sumar los ángulos de las caras que concurren en

un mismo vértice como máximo?

2. En los poliedros de la figura, cuenta el número de caras, vértices y aristas y escríbelos en la tabla:



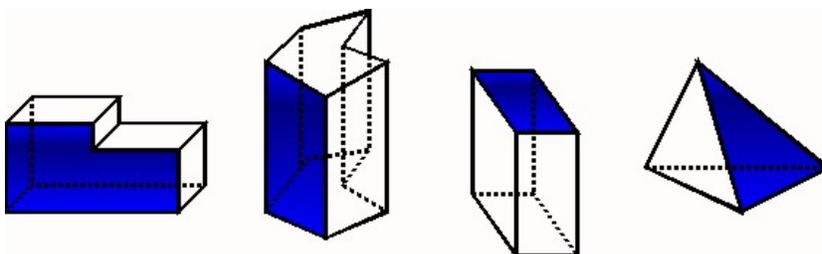
Poliedro	Nº de Aristas (A)	Nº de Vértices (V)	Nº de Caras (C)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Posteriormente se pondrá el trabajo en común y se comparará cada uno de los datos registrados en la tabla acerca de los poliedros, buscando la relación entre

Caras, Vértices y Aristas involucrando los estudiantes con la **formula de Euler**; en donde en algunos poliedros se verifica siempre que el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas más dos:

$$C + V = A + 2 \text{ Esta es la fórmula de Euler}$$

Continuando con el trabajo los poliedros construidos a partir de las plantillas el docente le indicará al estudiante compara los realizados con los poliedros en general observados anteriormente y escriban algunas conclusiones.



El docente aclarará, a partir de las conclusiones que ellos hayan presentado, que los poliedros que tienen alguna cara sobre la que no se pueden apoyarse, se les llama cóncavos y a los demás convexos, al mismo tiempo se especificará que se trabajará sólo con los convexos, retomando nuevamente la formula de Eule y detallando que esta sólo se cumple para los poliedros convexos los cuales son los que interesarán para continuar el trabajo, valiéndose de esto para plantearles a los estudiantes una situación problema la cuál puede ser realizada en parejas:

1. En la tabla siguiente se dan algunos datos de poliedros convexos. Complétala e intenta dibujar alguno de ellos.

Poliedro	C	V	A
1	4		6

2		8	12
3	5	6	

2. Un poliedro tiene 7 caras. Cuatro de ellas son pentágonos y tres cuadriláteros.

¿Cuántas aristas tiene?

¿Cuántos vértices tiene?

En un tercer momento el maestro hace una pequeña presentación o exposición de los poliedros recogiendo todo lo construido por los estudiantes, empleando las conclusiones que ellos extrajeron, mostrando a la vez la relación con la naturaleza:

**Los Poliedros, podemos decir de forma simplificada, que son sólidos limitados por caras en forma de polígonos.**

A los poliedros que tienen alguna cara sobre la que no se pueden apoyar, se les llama **cóncavos** y a los demás **convexos**. Nosotros vamos a trabajar siempre, salvo que se indique lo contrario, con poliedros convexos.

**Al número de caras que concurren en un mismo vértice se le llama orden del vértice.**

### **POLIEDROS REGULARES**

Entre todos los poliedros que existen hay unos especialmente importantes por sus propiedades, belleza y presencia en la vida real: los poliedros regulares. Se les conoce con el nombre de sólidos platónicos en honor a **Platón** (siglo IV a. de C.) que los cita en el **Timeo**, pero lo cierto es que no se sabe en qué época llegaron a conocerse. Algunos investigadores asignan el cubo, tetraedro y dodecaedro a **Pitágoras** y el octaedro e icosaedro a **Teeteto** (415-369 a. de

C.). Para Platón los elementos últimos de la materia son los poliedros regulares, asignando el **fuego al tetraedro**(El fuego tiene la forma del tetraedro, pues el fuego es el elemento más pequeño, ligero, móvil y agudo), la **tierra al cubo** (el poliedro más sólido de los cinco), el **aire al octaedro** (Para los griegos el aire, de tamaño, peso y fluidez, en cierto modo intermedios, se compone de octaedros) y el **agua al icosaedro**(El agua, el más móvil y fluido de los elementos, debe tener como forma propia o “semilla”, el icosaedro, el sólido más cercano a la esfera y, por tanto, el que con mayor facilidad puede rodar), mientras que el **dodecaedro (el universo)** (Como los griegos ya tenían asignados los cuatro elementos, dejaba sin pareja al dodecaedro. De forma un tanto forzada lo relacionaron con el Universo como conjunción de los otros cuatro: La forma del dodecaedro es la que los dioses emplean para disponer las constelaciones en los cielos. Dios lo utilizó para todo cuando dibujó el orden final).

A finales del siglo XVI, **Kepler** imaginó una **relación entre los cinco poliedros regulares y las órbitas de los planetas del sistema solar entonces conocidos** (Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno). Según él cada planeta se movía en una esfera separada de la contigua por un sólido platónico.

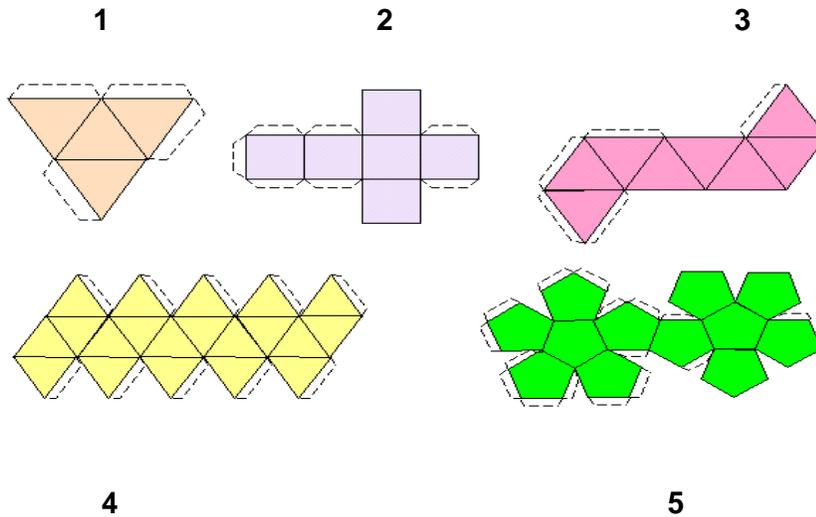
**Un poliedro es regular si todas sus caras son regulares e iguales y todos sus vértices son del mismo orden.**

Para finalizar dicha situación de aprendizaje se les pedirá a los estudiantes remitirse nuevamente a los poliedros construidos e identificarlos como sólidos platónicos y desarrollar la siguiente actividad:

Alumno: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

1. Con las hojas de polígonos troquelados construye los cinco sólidos platónicos y comprueba en ellos la fórmula de Euler.



## 2. Haciendo tablas.

Refleja en la tabla las características de los poliedros regulares que has formado.

Polígono utilizado	Vértices de Orden	C Nº de caras	A Nº de aristas	V Nº de vértices	Nombre del poliedro
TRIÁNGULO	3	4	6	4	TETRAEDRO
					HEXAEDRO o CUBO
					DODECAEDRO
					OCTAEDRO
					ICOSAEDRO

3. ¿Por qué no hay más?

Los cinco poliedros regulares que has construido son los únicos posibles.

En la construcción de un poliedro:

- ¿Cuántos triángulos equiláteros caben en un vértice?
- ¿Cuántos cuadrados pueden concurrir en un vértice?
- ¿Cuántos pentágonos regulares?
- ¿Por qué no puede construirse un poliedro regular con hexágonos?

Actividad que se socializará.

## 5. ANALISIS

### 5.1 CATEGORIAS PARA EL ANÁLISIS

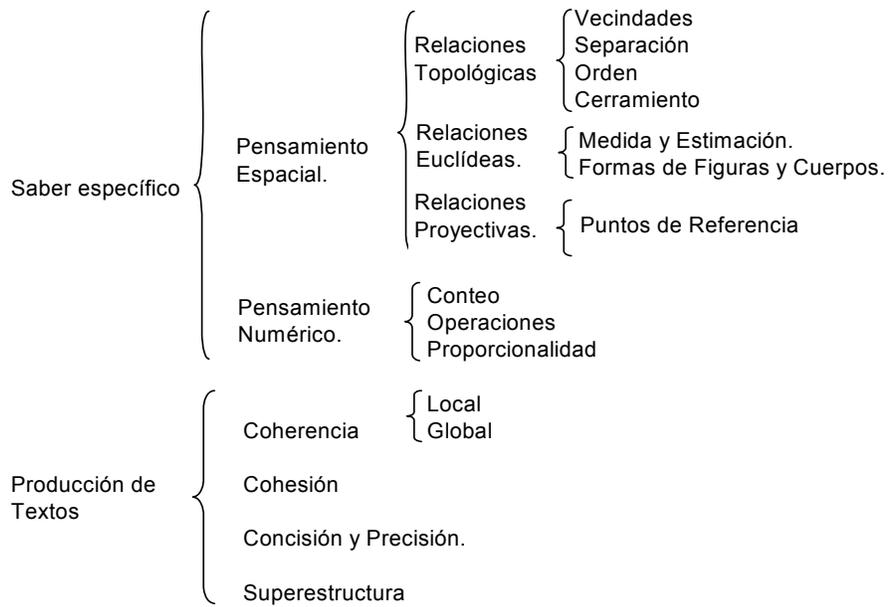
Para la realización del análisis se plantea dos grandes categorías: el saber específico y la producción de textos.

El saber específico nos permite evaluar la adquisición conceptual y los procedimientos que siguen los estudiantes en sus formulaciones en cuanto a las matemáticas, es necesario aclarar que dentro de esta categoría además de encontrar como subcategoría el pensamiento espacial, objeto de estudio en el presente trabajo, se encuentra la subcategoría del pensamiento numérico, debido a que los resultados encontrados en toda la muestra tienden a priorizar este pensamiento en las formulaciones de los problemas.

Dentro de cada pensamiento se encuentra varios criterios que facilitan organizar la información de manera más detallada y así observar la evolución de los alumnos que hacen parte de la muestra.

La producción de texto permite evaluar la formulación del problema como un texto escrito, en el cual es importante evaluar las relaciones lingüísticas que establece el estudiante.

**CATEGORÍAS DE LOS PROBLEMAS FORMULADOS**



En el cuadro de doble entrada que se presenta a continuación se definen los criterios que hay dentro de cada categoría.

PENSAMIENTO MATEMÁTICO		ESPACIAL			NUMÉRICO	
		RELACIONES TOPOLÓGICAS	RELACIONES EUCLIDEAS	RELACIONES PROYECTIVAS	CONTEO	OPERACIONES
PRODUCCIÓN DE TEXTOS		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nociones de proximidad.</li> <li>• Relaciones de orden.</li> <li>• Relaciones de cerramiento (convexidad)</li> <li>• Nociones de continuidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Detección de regularidades</li> <li>• Construcción y deconstrucción de figuras.</li> <li>• Medición o estimación de áreas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Variación perceptiva de figuras de acuerdo a distancias.</li> <li>• Trabaja con conceptos de lateralidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferente formas de conteo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Esquema Aditivo</li> <li>• Esquema Multiplicativo</li> </ul>
COHERENCIA	LOCAL	Produce al menos una proposición donde haya concordancia entre sujeto y verbo, no necesariamente siguiendo el hilo del texto.				
	GLOBAL	Produce más de una idea manteniendo un hilo temático a lo largo del texto, pero no necesariamente enlaza correctamente las proposiciones.				
	LINEAL	Establece relaciones entre las proposiciones y las ordena, manteniendo el hilo temático de principio a fin.				
COHESIÓN.		Separa las ideas o proposiciones por medio de conectores y signos de puntuación.				
CONCISIÓN Y PRECISIÓN.		Hace correcto nombramiento de los términos matemáticos y evita ideas repetitivas				
SUPERESTRUCTURA		Retoma únicamente los elementos del problema: Datos, Condición y Pregunta.				

### 3.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos en los diferentes grados.

Al iniciar la fase de observación en las diferentes aulas donde se llevó a cabo la practica profesional, se pudo notar que en las Instituciones Públicas (Colombia y Javiera Londoño del Barrio Sevilla) el desarrollo del pensamiento espacial es relegado a las ultimas unidades del plan de área dentro de la asignatura de matemáticas, vislumbrándose una profunda prioridad por el desarrollo del pensamiento numérico, mientras que en las instituciones privadas (Nazaret y la Asunción) la geometría era tenida más en cuenta, ya que se dedicaba a ésta una hora semanal de clase, sin embargo los contenidos de esta área eran presentados en forma aislada de los demás contenidos de la matemática reduciéndose a un tratamiento de conceptos y formulas de perímetro y área. Igualmente al analizar el trabajo didáctico realizado alrededor de la formulación de problemas se evidenció que los docentes no introducen esta estrategia para el desarrollo de habilidades y la conceptualización de nociones matemáticas.

11. Juan y su esposa quieren comprar una casa y decidieron tomar las medidas del patio de ropa, y las dos alcobas. ¿Cuanto mide cada una de la casa?

Patio de ropa  
 ancho 6,3 cm      $6,3 + \underset{6}{6}$      R/ El patio de ropa mide 6,9 cm  
 largo 6 cm      $\frac{6}{6}$

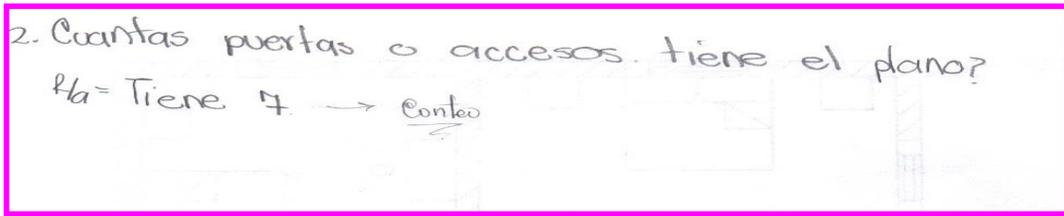
Alcoba #1  
 ancho 6 cm      $6 + \underset{8}{8}$      R/ La alcoba mide 14 cm  
 largo 8 cm      $\frac{8}{8}$

Alcoba #2  
 ancho 7,5      $7,5 + \underset{6}{6}$      R/ La alcoba mide 8,1 cm  
 largo 6 cm      $\frac{6}{6}$

Al realizar la actividad de diagnóstico se obtuvieron resultados que dieron cuenta de las falencias en la apropiación de los conceptos geométricos, tales como la relación y el reconocimiento de figuras; y la poca habilidad que tenían los estudiantes al formular problemas matemáticos. Esta última dificultad radicaba en la concepción que ellos asumían del término “problema”, el cual era relacionado con un conflicto familiar o una problemática social que evidenciaban en su entorno.

Las formulaciones presentadas por los estudiantes durante este primer momento eran básicamente de tipo numérico cuyas resoluciones se remitían al conteo y a la aplicación de algoritmos básicos (esquema aditivo y multiplicativo), los problemas que se relacionaron con el pensamiento espacial

dejaron ver que en las nociones geométricas no se establecían relaciones entre las figuras y cuerpos ni entre sus elementos constitutivos.



A continuación veremos de manera más concreta, las dificultades presentadas por los estudiantes de acuerdo al nivel de escolaridad y a los pensamientos, numérico y espacial, que fueron los trabajados directamente por los estudiantes, visto este último desde lo topológico, lo euclídeo y lo proyectivo y el pensamiento numérico, desde el conteo y las operaciones:

**Pensamiento espacial:**

<b>TOPOLÓGICO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
En el establecimiento de relaciones topológicas referidas a espacios cerrados o abiertos, proximidad y vecindad, se detectó dificultades para colocarlas en contexto.	En el establecimiento de relaciones topológicas referidas a espacios cerrados o abiertos, proximidad y vecindad, poseían un manejo apropiado, colocándolas en contexto.
Distinguían posiciones relacionadas con su propio cuerpo como son derecha, izquierda, delante, detrás.	Manejaban posiciones relacionadas con su propio cuerpo como son derecha, izquierda, delante, detrás.

<b>EUCLIDEO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
En las representaciones pictóricas solo se evidenciaba la parte plana.	En las representaciones pictóricas predominaba la parte plana.
Nombraban correctamente las figuras geométricas (triángulo, rectángulo, cuadrado y círculo) cuando les eran presentadas en forma convencional,	Presentaban dificultades para el nombramiento correcto de las figuras geométricas cuando les eran presentadas en posiciones no

no reconociéndolas cuando se habían presentado giros.	convencionales.
No reconocían los elementos constitutivos de las figuras geométricas.	No presentaban un nombramiento correcto de los elementos constitutivos de las figuras geométricas.
Nombraban las figuras sin establecer relaciones entre sus elementos.	Nombraban las figuras sin establecer relaciones entre sus elementos.
Los estudiantes de las Instituciones Públicas no tenían la capacidad de construir o reconstruir figuras a partir de otras.	Los estudiantes de las Instituciones Públicas no tenían la capacidad de construir o reconstruir figuras a partir de otras.
En el reconocimiento de cuerpos geométricos, los estudiantes de las Instituciones Públicas nombraban los mismos en relación a las figuras planas que los componían, por ejemplo el cubo era un cuadrado, la esfera era un círculo y el cono un triángulo. Lo cual no daba cuenta del establecimiento de relaciones interfigurales de los cuerpos geométricos en cuanto a las formas de sus caras.	En el reconocimiento de cuerpos geométricos, los estudiantes de las Instituciones Públicas nombraban los mismos en relación a las figuras planas que los componían, por ejemplo el cubo era un cuadrado, la esfera un círculo y el cono un triángulo. Lo cual no daba cuenta del establecimiento de relaciones interfigurales de los cuerpos geométricos en cuanto a las formas de sus caras.
En los cuerpos geométricos, los estudiantes buscaban el parecido de éstos con objetos del entorno, asignándoles a los cuerpos geométricos nombres relacionados con objetos conocidos por ejemplo la esfera era un balón, el cilindro un tubo y/o tenían en cuenta los elementos que los constituían como caras, vértices y aristas, aunque no utilizaban este vocabulario para su nombramiento (eran nombrados como lados, puntas y líneas).	Presentaban buena asignación o relación de los cuerpos geométricos con objetos del entorno.
	Utilizan patrones de medidas como áreas y perímetros.

<b>PROYECTIVO</b>	
<b>.NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
No reconocían posiciones relativas y absolutas de los objetos con relación a otros objetos.	La mayoría de los estudiantes identificaban y representaban diferentes objetos desde diferentes posiciones.
Siempre se indagaron acerca de cómo se veían los objetos al alejarlos, más no realizaron el	Siempre se indagaron acerca de cómo se veían los objetos al alejarlos, más no realizaron el proceso reversible.

proceso reversible.	
---------------------	--

**Pensamiento numérico:**

<b>CONTEO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Contaban el número de figuras presentadas enunciando a la vez sus nombres.	Utilizaban el conteo de figuras para formular problemas.

<b>OPERACIONES</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Las magnitudes de medida eran las figuras geométricas.	Las magnitudes de medida eran las figuras y cuerpos geométricos.
Las situaciones presentadas eran convertidas a números como base para operar y formular problemas.	Las situaciones presentadas eran convertidas a números como base para operar y formular problemas.

En cuanto a la producción textual y basados en los Lineamientos Curriculares de Lengua Castellana podemos decir que las formulaciones tenían generalmente una coherencia local o global, pues producían una o varias ideas sin un orden lógico y sin empleo adecuado de signos de puntuación, pocos manejaban cohesión entre sus ideas, es decir, solo algunos empleaban conectores y signos de puntuación en sus textos (problemas), la gran mayoría eran poco concisos en sus formulaciones, pues redundaban en sus ideas sin lograr utilizar los elementos estrictamente necesarios en estas (datos, condición y pregunta).

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el diagnóstico, se vio la necesidad de planear diferentes actividades de intervención con el fin de contribuir al desarrollo del pensamiento espacial y a la formulación de problemas por parte de los estudiantes de la educación básica, intervenciones que estuvieron centradas inicialmente en la construcción de conceptos,

nociones y relaciones de tipo espacial acordes con el grado en el que se encontraban los estudiantes y así de forma paulatina orientarlos hacia la formulación como estrategia que permitiera practicar, aplicar, afianzar los conceptos geométricos construidos y obtener mejoras en la producción textual.

A partir de un acuerdo con los estudiantes, mediante discusiones, diálogos, cuestionamientos y ejemplificaciones, se evaluó la concepción del término “problema” tomándose más desde el aspecto matemático, además se establecieron los elementos necesarios para que una formulación quedara completa, es decir, que tuviera los tres elementos necesarios: datos, condición y pregunta (Jorge Castaño. Hojas Pedagógicas).

Es necesario aclarar que estos elementos aunque ya eran conocidos para los estudiantes desde la teoría no eran incluidos por la mayoría en sus formulaciones.

Evaluando los conceptos, nociones y relaciones espaciales utilizados por los estudiantes en los diferentes talleres, intervenciones orales y formulaciones en esta fase de intervención, se pudo notar algunos avances conceptuales aunque las respuestas no fueron las esperadas ya que las condiciones socio culturales (principalmente en las instituciones públicas), el sistema educativo y la intensidad de las intervenciones no fueron las más óptimas, por tanto sus formulaciones continuaban centrándose en la aplicación de los esquemas aditivo y multiplicativo.

En lo que tiene que ver con el pensamiento espacial y numérico, los avances encontrados fueron:

**Pensamiento espacial:**

<b>TOPOLÓGICO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Primó las relaciones de proximidad y orden.	Primó las relaciones de proximidad y orden.
En los ejercicios de lateralidad, distinguían la derecha de la izquierda y diferenciaban posiciones relativas de un objeto de acuerdo a los cambios de posición, el movimiento del propio cuerpo y las referencias en un dibujo.	En los ejercicios de lateralidad, presentaban buen manejo de las posiciones relativas de un objeto de acuerdo a los cambios de posición, el movimiento del propio cuerpo y las referencias en un dibujo.

<b>EUCLIDEO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
En las representaciones gráficas predominaba la parte plana cuando no tenían referentes (cuerpos geométricos visibles), pero cuando los tenían los representan bien, hasta conservando las dimensiones de sus elementos.	Tenían buen manejo en la representación del espacio en forma tridimensional.
Reconocían los elementos constitutivos de las figuras geométricas.	Presentaban un nombramiento correcto de los elementos constitutivos de las figuras geométricas.
Nombraban las figuras sin establecer relaciones entre sus elementos.	Presentaban dificultades en el establecimiento de relaciones entre los elementos de las figuras y entre éstas.
Los estudiantes de las Instituciones Públicas presentaban dificultades para construir o deconstruir figuras a partir de otras.	Los estudiantes de las Instituciones Públicas presentaban dificultades para construir o deconstruir figuras a partir de otras.
En el reconocimiento de cuerpos geométricos, los estudiantes de las Instituciones Públicas nombraban los mismos en relación a las figuras planas que los componían, por ejemplo el cubo era un cuadrado, la esfera un círculo y el cono un triángulo. Lo cual no daba cuenta del establecimiento de relaciones interfigurales de los cuerpos geométricos en cuanto a las formas de sus caras.	En el reconocimiento de cuerpos geométricos, los estudiantes de las Instituciones Públicas nombraban los mismos en relación a las figuras planas que los componían, por ejemplo el cubo era un cuadrado, la esfera un círculo y el cono un triángulo. Lo cual no daba cuenta del establecimiento de relaciones interfigurales de los cuerpos geométricos en cuanto a las formas de sus caras.

Tenían buen manejo de las isometrías, aunque no eran diestros en la composición de las mismas.	Tenían buen manejo de las isometrías, aunque no eran diestros en la composición de las mismas.
Se evidenciaba el buen empleo de unidades de área como medidas de superficies.	Se evidenciaba el buen empleo de unidades de área como medidas de superficies.
Formulaban problemas que involucraban relaciones y propiedades de semejanza y congruencia de representaciones visuales.	Formulaban problemas que involucraban relaciones y propiedades de semejanza y congruencia de representaciones visuales.

<b>PROYECTIVO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Presentaban buen manejo de las posiciones relativas y absolutas, lo que evidenciaba un buen desenvolvimiento en cuanto a la lateralidad.	La mayoría de los estudiantes identificaban y representaban diferentes objetos desde diferentes posiciones.
Siempre se indagaron acerca de cómo se veían los objetos al alejarlos, más no realizaron el proceso reversible.	Siempre se indagaron acerca de cómo se veían los objetos al alejarlos, más no realizaron el proceso reversible.

### **Pensamiento Numérico**

<b>CONTEO</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Contaban el número de figuras presentadas enunciando a la vez sus nombres, aunque en un porcentaje inferior a la etapa de Indagación.	Utilizaban el conteo de figuras para formular problemas, aunque en un porcentaje inferior a la etapa de Indagación.

<b>OPERACIONES</b>	
<b>NIVELES 1°- 5°</b>	<b>NIVELES 6°- 8°</b>
Las magnitudes de medida eran las figuras geométricas.	Se evidenciaba disminución de los problemas formulados con base en operaciones con figuras y cuerpos.
Las situaciones presentadas eran convertidas a números como base para operar y formular problemas.	Los esquemas aditivo y multiplicativo disminuyó sustancialmente en la formulación de problemas, viéndose un incremento en lo Euclídeo.

En cuanto a la producción textual se vio el esfuerzo del estudiante por incluir algunos de los elementos necesarios para la formulación, sin embargo la

mayoría se quedó en el intento, pues olvidaban la pregunta u omitían algunos datos o no establecían la condición que permitiera relacionar los datos con la pregunta.

La coherencia, cohesión y concisión son aspectos que se perfeccionan muy lentamente por la cantidad de habilidades que se deben desarrollar en el arte de escribir, por lo cual en algunos estudiantes se notó avances y en muchos otros el proceso fue menos notorio.

Al realizar la evaluación del proceso en los estudiantes de los diferentes niveles de la educación básica, se puede decir que en varias de sus formulaciones aparecieron los tres elementos (datos, condición y pregunta) a tener en cuenta aunque no necesariamente con una súper estructura, es decir que en cuanto a la coherencia, cohesión, concisión es necesario cualificar más el proceso de lectoescritura.

En los conceptos, nociones y relaciones espaciales que involucraron en sus formulaciones se evidencio que los problemas formulados durante la etapa de evaluación tenían mucho parecido con los formulados durante la etapa de intervención, es decir, que los estudiantes la mayoría de las veces lo hacían tratando de utilizar las mismas estructuras (forma) propuestas por el docente durante las socialización de las tareas propuestas, utilizando para ello conceptos matemáticos trabajados con anterioridad.

Ahora, al analizar los resultados cuantitativos, en cuanto a las categorías del saber disciplinar y producción de textos, obtenidos de los problemas formulados durante las diferentes etapas del proceso, se evidenciaron los siguientes aspectos:

- Se presentó una preponderancia del pensamiento numérico sobre el espacial, viéndose al interior del primero mayor predilección hacia la parte de formulación de problemas relacionados con el conteo en la básica primaria, y en la secundaria hacia las operaciones.
- Los problemas formulados con relación al pensamiento espacial fueron aumentando durante las diferentes etapas, siendo más visibles los relacionados con lo Euclídeo.
- Pese a que el espacio topológico es el primero que construye el niño, y el proyectivo el que más dificultad presenta para la interpretación, se esperaba más problemas relacionados con los primeros, prácticamente se presentó una situación contraria a la teoría.

**Niveles de razonamiento geométrico de los Van Hiele y el avance de los estudiantes en los diferentes niveles:**

**DE PRIMERO A TERCERO**

		<b>NIVELES</b>		
		1	2	3
<b>FASES</b>		Aquí se encontraban los estudiantes durante la realización de la situación de indagación y durante la situación de intervención mostrando los siguientes avances:	Luego de realizadas algunas intervenciones pedagógicas, los estudiantes avanzaron hasta este nivel mostrando los siguientes avances:	
	1	Al realizar un movimiento de rotación en una figura piensan que se trata de otra. Los niños nombran algunas figuras geométricas como triángulo, cuadrado y rombo.	Reconocen una figura en las diferentes posiciones luego de aplicar un giro o una traslación en el plano.	
	2	Se les dificulta armar rompecabezas por la rigidez en los movimientos que pueden realizar. Manipulan y exploran cuerpos y figuras planas	Nombran y reconocen correctamente algunas figuras geométricas. Realizan diferentes movimientos para acoplar las figuras y armar rompecabezas.	
	3	Establecen criterios de clasificación de acuerdo a color, forma y tamaño.	Reconocen y nombran polígonos de acuerdo al número de lados de forma intuitiva. Toman como referente de medida la cuadrícula del cuaderno para obtener la figura simétrica a otra.	
	4	Realizan giros y movimientos de traslación con el cuerpo.  Reconocen figuras	Aplican diferentes transformaciones a figuras geométricas.  Establecen otras relaciones intra e	

geométricas en el entorno.

interfigurales.

5 Los niños nombran algunas figuras geométricas como triángulo, cuadrado y rombo.

Utilizan puntos de referencia para trasladarse de un lugar a otro.

**Niveles de razonamiento geométrico de los Van Hiele y el avance de los estudiantes en los diferentes niveles:**

**DE CUARTO A QUINTO**

**NIVELES**

**FASES**

	1	2	
	Aquí se encontraban los estudiantes durante la realización de la situación de indagación y durante la situación de intervención mostrando los siguientes avances: Los niños nombran algunas figuras geométricas como triángulo, cuadrado y rombo.	Luego de realizadas algunas intervenciones pedagógicas, los estudiantes avanzaron hasta este nivel mostrando los siguientes avances: Toman como referente de medida la cuadrícula del cuaderno para obtener la figura simétrica a otra.	En la situación final se logro avanzar hasta este nivel, evidenciándose avances hasta la fase dos así: Analizan de forma intuitiva propiedades de figuras en diferentes contextos.
1			
2	Manipulan y exploran cuerpos y figuras planas	Clasifican figuras planas y cuerpos de acuerdo a Número de lados, líneas rectas o curvas, caras Aplican diferentes transformaciones a figuras geométricas.	
		Establecen otras relaciones intra e interfigurales.	

3	Tienen en cuenta las proporciones de las figuras semejantes que resultan al hallar la simétrica de otra.	Utilizan puntos de referencia para trasladarse de un lugar a otro.
4	Reconocen una figura en las diferentes posiciones luego de aplicar un giro o una traslación en el plano. Nombran y reconocen correctamente algunas figuras geométricas.	Analizan de forma intuitiva propiedades de figuras en diferentes contextos. Identifican los objetos por la forma y el tamaño.
5	Realizan diferentes movimientos para acoplar las figuras y armar rompecabezas.  Reconocen y nombran polígonos de acuerdo al número de lados de forma intuitiva.	Nombran algunos poliedros conocidos, como el cubo, la pirámide, una caja, un dado.

**Niveles de razonamiento geométrico de los Van Hiele y el avance de los estudiantes en los diferentes niveles:**

**DE SEXTO A OCTAVO**

**FASES**

<b>NIVELES</b>		
1	2	3
	Aquí se encontraban los estudiantes durante la realización de la situación de indagación y durante la situación de intervención mostrando los siguientes avances:	Luego de realizadas algunas intervenciones pedagógicas, los estudiantes avanzaron hasta este nivel mostrando los siguientes avances:
1	Distinguen algunos cuerpos, Como el cubo y la pirámide.	En la situación final se logro avanzar hasta este nivel, evidenciándose avances hasta la fase dos así:  De los sólidos, distinguen una cara como la superficie plana, la arista donde se juntan las caras y los vértices como las puntas.
2	Exploran algunos sólidos regulares e irregulares en madera y en papel.	Hacen conteos de caras, aristas y vértices de poliedros.
3	Identifican los objetos por la forma y el tamaño.	Desarman y arman una caja. Aprenden a construir sólidos con regla y compás.
4	Identifican un cubo como un objeto que tiene varios cuadrados, una pirámide que tiene triángulos.	Identifican un cubo, como un cuerpo que tiene todas las caras cuadradas e iguales.
5	Identifican una pirámide como la suma o la unión de 4 triángulos iguales.	Identifican los sólidos platónicos como aquellos poliedros que tienen todas sus caras iguales.  Identifican un icosaedro o un dodecaedro, como un sólido que al ser inflado se produce un balón.

## 6. CONCLUSIONES

Es claro para nosotras como futuras docentes que para obtener mejoras significativas en los procesos de aprendizaje de la geometría en los estudiantes de educación básica, se debe partir de la recuperación de la intuición espacial en los programas diseñados en el área de matemáticas de cada institución educativa, donde prime la manipulación, la exploración, la experimentación, el planteo y la verificación de hipótesis.

-Las situaciones de aprendizaje fundamentadas en la formulación de problemas de tipo geométrico, son una herramienta pedagógico – didáctica que aporta al desarrollo significativo del aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de los diferentes niveles de la educación básica, ya que desde la contextualización y modelación de los saberes previos de los estudiantes se puede lograr la construcción y formalización de conceptos, nociones y relaciones geométricas.

-La habilidad para formular problemas matemáticos por parte de los estudiantes de educación básica debe encaminarse desde cada uno de los momentos de las intervenciones en las cuales se propicien espacios para la comunicación matemática que permitan afianzar conceptos geométricos a la vez que potencien aptitudes lingüísticas.

-Las formulaciones hechas por los estudiantes no dependen totalmente de su grado de escolaridad, son las diferentes experiencias, oportunidades y

espacios de conceptualización que se brinden en el aula las que permiten evidenciar avances significativos dentro de los niveles de razonamiento geométrico propuestos por los Van Hiele.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- **CASTAÑO García, Jorge.** La formulación de problemas Aritméticos. En: Hojas Pedagógicas No 5. Medellín, Enero – Marzo. 1997.
- **CASTAÑO García, Jorge.** Formulación de problemas Multiplicativos. En: Hojas Pedagógicas No 10. Medellín, Abril – Junio. 1998.
- **Cuadernos pedagógicos No 16.** Universidad de Antioquia. Facultad de educación. Medellín, agosto de 2001.
- **GARCÍA Madrugada, Juan A.** “aprendizaje por descubrimiento frente al aprendizaje por recepción: la teoría del aprendizaje verbal significativo”. En: Teóricas sobre el planteo y solución de problemas en la escuela, s.p.p.
- **Lineamientos curriculares de Matemáticas.** Ministerio de educación Nacional. Santa fe de Bogotá. Julio. 1998.
- **Lineamientos curriculares de Español.** Ministerio de educación Nacional. Santa fe de Bogotá. Julio. 1998.
- **MARTÍNEZ M, Miguel.** La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación. 1991.
- **MESA Betancur, Orlando.** Diseño de situaciones problema. Estrategias metodológicas para su elaboración.
- **MESA Betancur, Orlando.** Estrategia para estimular el proceso de formulación de problemas geométricos en la Educación Básica. s.p.p.

- **MESA Betancur, Orlando y URIBE, Consuelo.** ¿Cómo construir pensamiento matemático en la básica primaria? Escuela Normal Superior Maria Auxiliadora de Copacabana. P. 175. 2001.
- **MÚNERA Córdoba, John Jairo.** Estrategias de intervención pedagógica para la enseñanza de los números fraccionarios. Medellín, 1997.
- **MÚNERA Córdoba, John Jairo.** Las situaciones problema como alternativa para generar procesos de aprendizaje matemático en la educación básica. Ponencia en Quinto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Memorias. Bucaramanga, octubre de 2003.
- **MÚNERA Córdoba, John Jairo. BUILES, Gabriela.** La enseñanza de las matemáticas a través de situaciones problema. Tercer encuentro regional de profesores de matemáticas. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. 1998.
- **MURILLO De León, Paulino.** Importancia de la didáctica de la matemática y la investigación en educación matemática como disciplinas científicas en Panamá.
- **OBANDO Zapata, Gilberto y MÚNERA Córdoba, John Jairo.** “Las situaciones problemas como estrategia para la Conceptualización matemática”. En: Revista educación y pedagogía. Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35

## ANEXOS

TEMA: Polígonos

GRADO: Sexto

DURACIÓN: 5 horas

OBJETIVO:

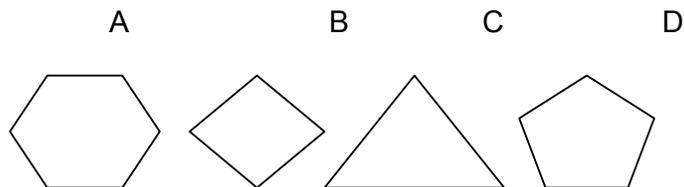
- Identificar los elementos de un polígono dado y clasificarlos con el número de lados.

METODOLOGÍA:

Se la presentara a los estudiantes tres actividades;

PRIMER ACTIVIDAD:

Observa estos polígonos, pinta de verde el borde de cada uno y de amarillo el interior.



Cuenta el número de lados, el número de vértices y el número de ángulos de cada polígono y completa el siguiente cuadro:

Polígono	Número de Lados	Número de vértices	Número de ángulos
A			
B			
C			
D			

•Dibuja:

- Un polígono de 3 lados.
- Un polígono de 4 lados.
- Un polígono de 5 lados.
- Un polígono de 6 lados.

•Recuerda el nombre de los polígonos según el número de lados

- Triángulo
- Cuadrilátero
- Pentágono
- Hexágono
- Eptágono
- Octágono

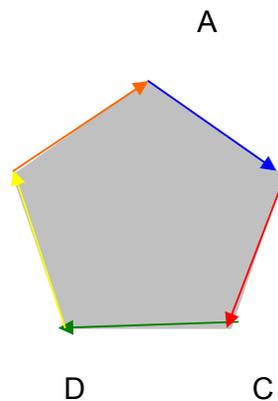
SEGUNDA ACTIVIDAD:

Se definirá el polígono como una línea poligonal cerrada

**La región de plano limitada por una poligonal cerrada recibe el nombre de polígono**

Se les propone a los estudiantes la siguiente experiencia:

Tomemos varios segmentos de recta y dibujémoslos una a continuación del otro, de tal forma que el extremo final de uno coincida con el extremo inicial del siguiente, y que además el extremo final del último segmento coincida con el extremo inicial del primero.

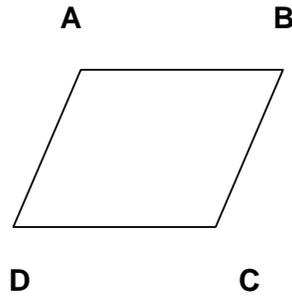


Se obtiene la línea ABCDE a la cual llamamos **Poligonal**, es una línea cerrada por que llega al mismo punto de partida y esta limitada por una región del plano.

**TERCERA ACTIVIDAD:**

Después de reconocer los polígonos se propondrá clasificarlos como regulares e irregulares, según la longitud de los segmentos:

Observa la siguiente figura y responde:



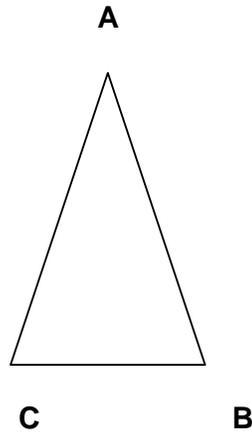
Mide con una escuadra la longitud de los segmentos de la figura:

- ¿Cuál es la longitud del segmento AB?
- ¿Cuál es la longitud del segmento BC?
- ¿Cuál es la longitud del segmento CD?
- ¿Cuál es la longitud del segmento DA?

Compara las medidas.

**Un polígono es regular cuando todos los segmentos y ángulos de su poligonal tienen igual medida.**

Observa que uno de los segmentos de la poligonal tiene diferentes medidas que los demás ¿cuál?



**Un polígono es irregular cuando, al menos, uno de los segmentos de la poligonal tiene diferentes medidas que los demás.**

TEMA: Triángulos

GRADO: Sexto

DURACIÓN: 5 horas

OBJETIVO:

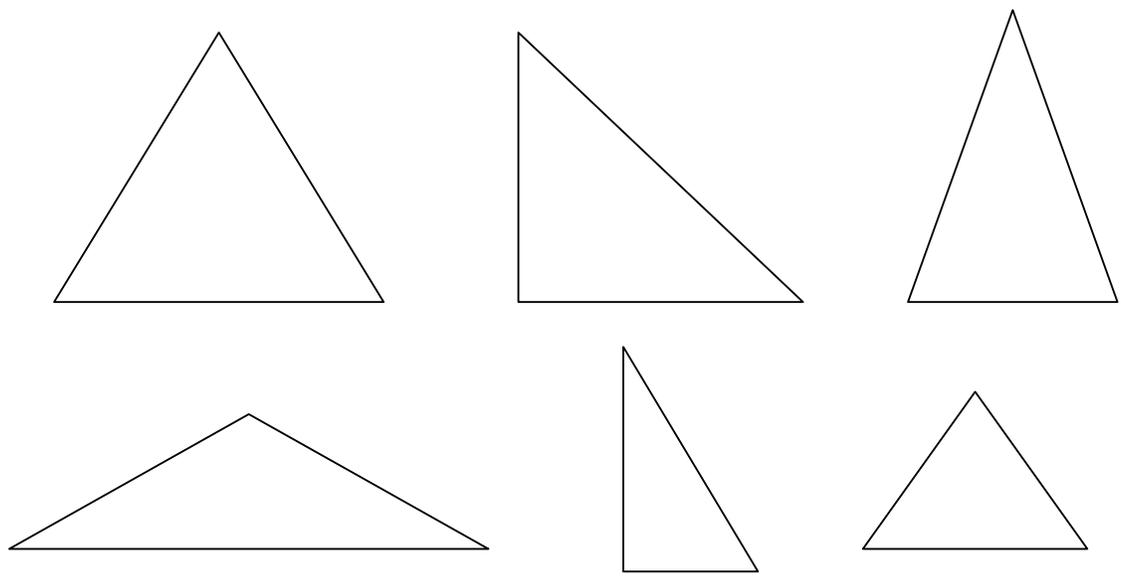
- Clasificar los triángulos de acuerdo con sus lados y de acuerdo con sus ángulos.
- Diferenciar los tipos de triángulos reconociendo en ellos los ángulos que forman.

METODOLOGÍA:

El trabajo será dirigido, se llevará a los estudiantes varios tipos de triángulos, con el fin de que los observen y describan sus características, esto se realizará en dos momentos.

MOMENTO UNO

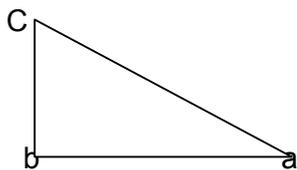
Al presentarles a los estudiantes los diferentes triángulos, se pedirá que los describan, con el fin de reconocer en diferentes figuras (posiciones) las clases de triángulos.



Después de analizar los triángulos, se procederá a clasificarlos por sus lados.

Al partir el trabajo, desde los triángulos según sus lados, se propondrá ejercicios de reconocimiento y de conversión de unidades, a los estudiantes, con el fin de hacer la relación entre las medidas.

### Los triángulos según sus lados:

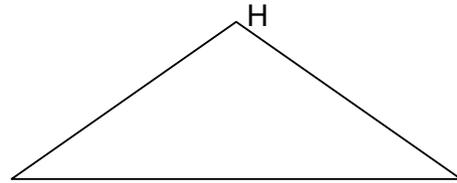


$a \neq b \neq c$ ; en los lados del  $\triangle ABC$ , las  $a$  y  $b$  son medidas son distintas.

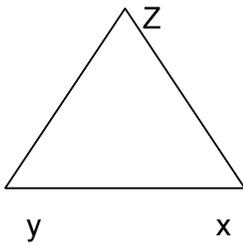
Todo triángulo que cumpla esta condición se llama **ESCALENO**.

A B  
c

$g = f$ ,  $h$  es diferente; si el triángulo tiene dos lados iguales y el tercero es diferente, se puede llamar **ISÓSESLES**.



F G  
H



$x = y = z$ ; cuando los tres lados tienen igual medida, el triángulo es llamado **EQUILÁTERO**.

X Y  
z

## Desarrolla

1. Si deseo cercar en malla una finca que tiene las siguientes medidas 24 metros, 10 metros y 35 metros, ¿Cuál es la longitud de la maya? ¿qué forma tiene la finca? ¿Cuál es la longitud de la malla en milímetros y en Kilómetros?

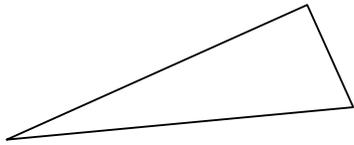
Recuerda que un metro equivale a 10 decímetros (dms) o a 1000 milímetros (mms)

Un kilómetro equivale a 1000 metros (mts) o 10 hectómetros (Hms)

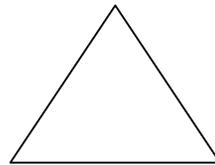
2. Un arquitecto construyó un edificio, en un terreno de forma de triangular de 17mts por cada lado. ¿Cuál es el perímetro del terreno? ¿El perímetro del terreno en Hms y en cms? ¿cual es la forma del terreno? Dibújala.
3. Una modista elaboró un tendido para una cama cuadrangular, diseñado por dos triángulos  que mide 160cms de ancho y su diagonal 200cms de largo; Si necesita pegarle una franja alrededor de los triángulos formados ¿Cuánto mide la franja? ¿que clase de triángulos se forman?

## MOMENTO DOS

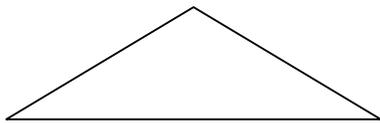
A los estudiantes se les mostrara los diferentes tipos de triángulos, los cuales han dado evidencia reconocer bien, al tener en cuenta sus lados. Ahora se trabajarán a partir de la forma de sus ángulos y a la vez se retomaran los a triángulos según sus lados para establecer que tipos de triángulos se pueden formar teniendo presente los dos criterios de clasificación.



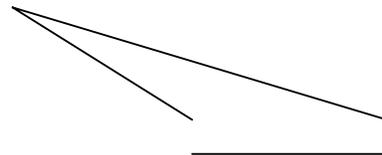
Escaleno



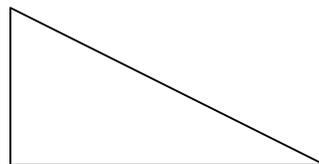
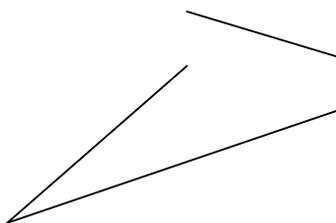
Equilátero



Isósceles



Obtusángulo



Acutángulo

Rectángulo

Para ello se hablará de las características de cada uno y se tendrán muy en cuenta los ángulos que forman, ello para buscar si son posibles otros triángulos.

TEMA: Centímetro cuadrado.

GRAD: Sexto

DURACIÓN: 4 horas

PROPÓSITOS:

- Calcular las áreas de algunos polígonos regulares, reconociendo esta como la superficie limitada por una línea poligonal cerrada
- Seleccionar el centímetro cuadrado, como medida convencional estándar, apropiada para la medición.
- Involucrar a los estudiantes en un trabajo práctico para que reconozcan el centímetro cuadrado y lo aplique adecuadamente.

METODOLOGÍA:

En primera instancia se indagará los conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca de las figuras planas, esto se hará a partir de un diálogo heurístico, para reconocer que es un rectángulo, un triángulo, un cuadrado, un paralelogramo, un trapecio y un octaedro.

Seguidamente se les dará a conocer una primera actividad entregándoles la siguiente ficha acompañada de una hoja milimetrada en la que se desarrollara la actividad.

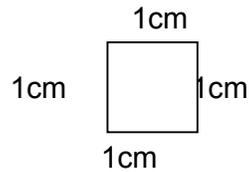
**NOMBRE:**

\_\_\_\_\_

**GRADO:** \_\_\_\_\_

**FECHA:**

1. En las hojas milimetradas traza las siguientes figuras: rectángulo, triángulo, cuadrado, paralelogramo, trapecio, octaedros. Traza en cada uno de ellos cuadrados de la siguiente medida:



2.- De entre todas las figuras planas de cuatro lados construidas anteriormente, determina cuáles son aquellas cuyos lados forman  $90^\circ$  dos a dos y señálalas:

Cuadrado.

Rectángulo.

Trapecio.

Paralelogramo.

Rombo.

3.- Busca figuras de la realidad que posean forma de:

Rombo:

Rectángulo:

Cuadrado:

Trapecio:

Al terminar esta actividad se socializará y se llegará a un consenso acerca de los que es un centímetro cuadrado, a continuación de esto se pedirá a los estudiantes construir cuadrados de un centímetro de lado, presentándoles el trabajo con los penta-minós.

El docente es el que guía la actividad, este al identificar que todos los estudiantes visualizaron y comprendieron el concepto de centímetro cuadrado, les dará unas medidas para que forme rectángulos y trace dentro de ellos centímetros cuadrados y pinte penta-minó.

Documentos a entregar

**Nombre:**

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

1. Construye en las hojas cuadriculadas rectángulos con las siguientes medidas:

- a. 3cms x 5cms
- b. 4cms x 5cms
- c. 5cms x 5cms
- d. 5cms x 7cms
- e. 3cms x 10cms
- f. 4cms x 10cms
- g. 5cms x 10cms
- h. 5cms x 9cms
- i. 5cms x 11cms
- j. 5cms x 12cms
- k. 6cms x 10cms
- l. 3cms x 20cms

2. En cada rectángulo colorea agrupando de a cinco cuadros formando penta minó, ten en cuenta que debes utilizar toda la superficie de cada rectángulo.

Esta actividad iniciará en clase para que los niños se tengan la idea del trabajo y la mayoría de los penta-minos se asignaran como tarea.

En una tercera actividad, después de recoger y confrontación el trabajo con los penta-minó, se enseñará una actividad, la cual será desarrollada en parejas, para identificar la superficie y los perímetros de los rectángulos construidos; proponerles a los estudiantes otra unidad de medida como lo es el triángulo rectángulo isósceles donde sus dos catetos miden un centímetro, es decir, invitar a los estudiantes a trazar la diagonal del centímetro cuadrado y encontrar dos triángulos congruentes, tomar estos como unidad de medida para encontrar la superficie de dos figuras dadas.

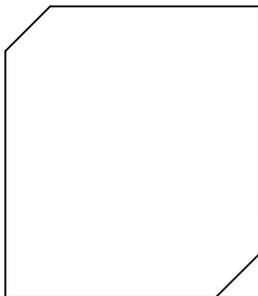
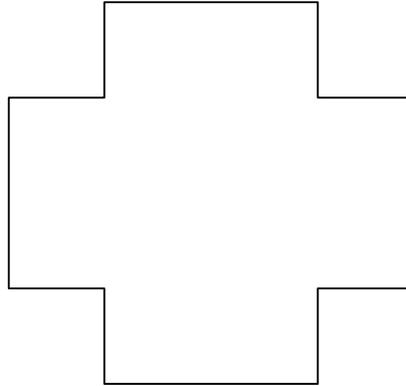
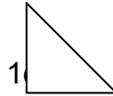
Documento a entregar

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Grado:** \_\_\_\_\_

**Fecha:** \_\_\_\_\_

Rellenar las siguientes figuras cerradas, teniendo como unidad de medida el triángulo rectángulo isósceles.





La docente orienta la actividad y explica lo que se debe seguir. Su papel es muy pasivo, observa el trabajo de los estudiante da sugerencias e interroga por los proceso que hacen cuando se desplaza por los puestos para visualizar los que realiza cada uno.

TEMA: Áreas y perímetros.

GRADO: Sexto

DURACIÓN: 6 horas

PROPÓSITOS:

- Reconocer la medida del contorno de una figura como el perímetro y la medida de la superficie como el área.
- Emplear la baldosa como unidad de medida para hallar la superficie y el contorno de una figura plana.
- Afianzar las nociones de área y perímetro del rectángulo y el cuadrado.

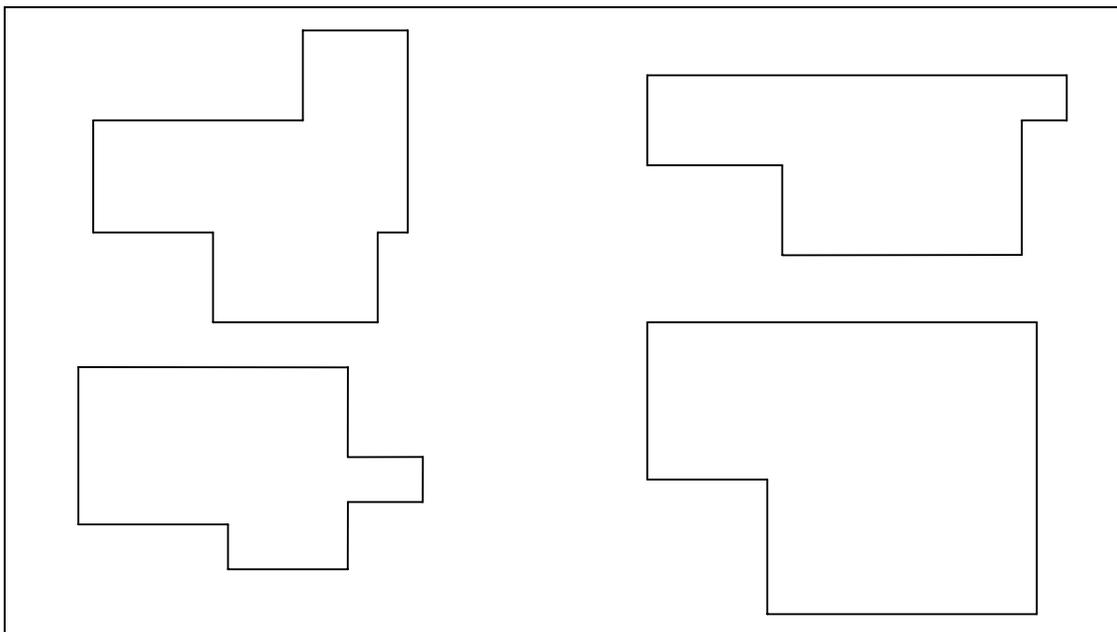
Metodología:

Se definirá cual es la superficie y el contorno de una figura determinada, luego se presentara a los estudiantes diferentes figuras irregulares para que ellos plasmen en el patio salón del colegio haciendo uso de cinta y utilizando la baldosa como unidad de medida, a dichas figuras los estudiantes deberán encontrar la medida de la superficie que delimita la figura y la medida del contorno.

Para finalizar se hará una plenaria con el fin de comentar lo realizado y plantear conclusiones, aproximando a los estudiantes al uso de los términos área y perímetro.

#### Documento a entregar

Tomando como unidad de medida la baldosa, traza las siguientes figuras en el patio salón.



Las mediadas obtenidas serán diferentes, pues a los estudiantes se les da la forma de la figura, pero no la media de los lados, y se les indicará que la unidad de medida será las baldosas que conforman el piso.

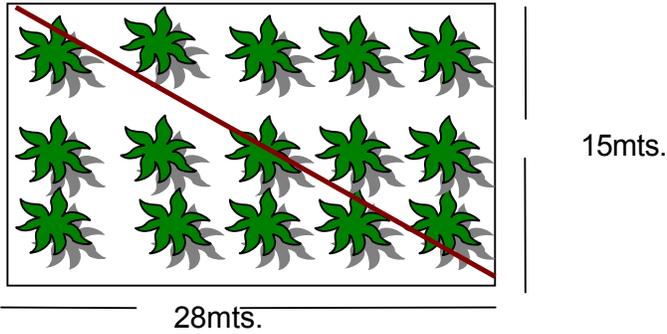
Para finalizar la noción de área y perímetro, se asignara los siguientes problemas para que entre todos, primero encontremos el camino a seguir para hallar su solución y observar así si han asimilado algunas nociones.

A continuación se les pedirá resolver individualmente en su cuaderno y luego se hará una puesta en común.

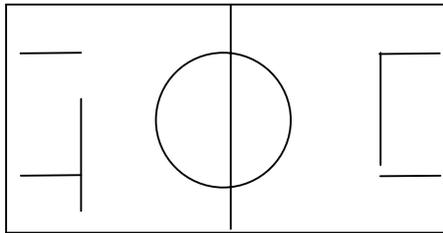
Documento a entregar

NONBRE: \_\_\_\_\_

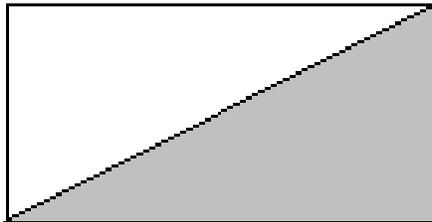
1. Para encontrar el área de la mitad de la siguiente huerta que operación debo hacer:



2. Si deseo cercar en malla una cancha que mide 17 metros de largo y 10 metros de ancho, la longitud de la cancha es:



3. ¿Cuál es el área de la parte sombreada de la piscina, si tiene como medida: ancho: 3mts. Y de largo: 24mts?



4. El área de la parte sombreada en  $\text{dm}^2$



PENSAMIENTO MATEMÁTICO		ESPACIAL																																												
		RELACIONES TOPOLÓGICAS										RELACIONES EUCLIDEAS										RELACIONES PROYECTIVAS																								
PRODUCCIÓN DE TEXTOS		SD					SI					SF					SD					SI					SF					SD					SI					SF				
		Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.	Li	Pa	Pi	Mo	Le.
COHERENCIA	LOCAL		-	-	2	-		-	-	6	-		-	-	6	-		8	4		3	1	5	5		8	2	6	3		5	-	-		-		-	-	-		-	-		-		
	GLOBAL	2	-	-	5	-		-	-	2	-		-	-	6	-	7	4	3		5	11	10	7		10	7	14	8		8	1	-		-		1	-		-		-	-		-	
	LINEAL		-	-		-		-	-		-		-	-		-		-	-		-		-	-		-	-	-		-	-		-		-	-		-	-		-					
COHESIÓN.			-	-	10	-		-	-	6	-		-	-	8	-	3	-	2			5	-	4		1	15	6	5		5	1	-		-		-	-		-	-		-			
CONCISIÓN Y PRECISIÓN.			-	-	8	-		-	-	10	-		-	-	12	-		-	4			5	-	2		-	9	4	6		1	-	-		-		-	-		-	-		-			
SUPERESTRUCTURA			-	-		-		-	-		-		-	-		-		-	-		-		-	-		-	-	-		1	-	-		-		-	-		-	-		-				

Li: Lina  
Pa: Paula  
Pi: Piedad  
Mo: Mónica  
Le: Leidy

