

ESTADO Y MOVILIZACION DE ESQUEMAS DE  
CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA EN EDUCACION  
BASICA PRIMARIA

MARIA PATRICIA SARASSA VELASQUEZ  
GABRIEL FERNEY VALENCIA CARRASCAL

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACION  
MEDELLIN

1995

### ACTA DE APROBACION DE TESIS

Entre presidente y jurados de la tesis ESTADO Y MOVILIZACION DE ESQUEMAS DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA EN EDUCACION BASICA, presentada por los estudiantes María Patricia Sarassa Velásquez y Gabriel Ferney Valencia Carrascal, como requisito para optar al título de Magister en Educación: Psicopedagogía, nos permitimos conceptuar que ésta cumple con los criterios teóricos y metodológicos exigidos por la Facultad y por lo tanto se aprueba.

Medellin, diciembre 13 de 1995

  
ORLANDO MESA BETANCUR

  
MIGUEL MONSALVE GOMEZ

  
ALBERTO JARAMILLO ATEHORTUA

ESTADO y MOVILIZACION DE ESQUEMAS DE  
CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA EN EDUCACION  
BASICA PRIMARIA

MARIA PATRICIA SARASSA VELASQUEZ

GABRIEL FERNEY VALENCIA CARRASCAL

Trabajo de grado como requisito para optar al título  
Magíster Psicopedagogía

Presidente y Asesor  
ORLANDO MESA BETANCUR  
Coordinador Post Grado Psicopedagogía  
Pensamiento Lógico-Matemático  
Universidad de Antioquia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACION  
MEDELLIN  
1995

A los niños V., niñas del mundo quienes me inspiran, desde su sabiduría. mi labor pedagógica y a mi madre por indicarme siempre, con su actuar, el camino de la constancia, la dedicación y la fe.

María Patricia Sarassa V.

A los niños y niñas del mundo, en especial a Gabriela Estefanía, Juliana Isabel, Gabriel Eduardo y José Eduardo; todos ellos mis mejores maestros.

Gabriel Ferney falencia C.

Emprender la tarea investigativa requiere la presencia acertada y oportuna de personas solidarias con Ésta, que desde su participación contribuyan a un pertinente desarrollo de la misma. Queremos por lo tanto, presentar nuestros agradecimientos a:

PROFESOR ORLANDO MESA BETANCUR, gestor del macro-proyecto Desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

ESCUELA URBANA INTEGRADA EL DIAMANTE: DIRECTORA CONSUELO RESTREPO, PROFESORES Y ALUMNOS Institución que de manera incondicional proporcionó sus espacios físicos y académicos para el trabajo de campo.

PROFESORA MONICA MARIA OLARTE, compañera en la Maestría quien propició, además del contacto con la escuela, un ambiente dinámico y favorable, en el trabajo de campo.

Agradecemos a la señora Luz Helena Rojas R. por su consagrada labor de digitación y corrección de manuscritos y a la señora Blanca Dora Galeano U. (Licenciada en Matemáticas y Diseñadora Gráfica) por su tarea en la reproducción de los dibujos de los niños.

## CONTENIDO

	Pág.
1. PROBLEMA.....	1
1.1 FORMULACION.....	1
1.2 DELIMITACION.....	i
2. JUSTIFICACION.....	3
3. OBJETIVOS.....	9
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	9
3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	?
4. MARCO TEORICO.....	11
4.1 PROCESO DE CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO.....	11
4.2 PSICOGENESIS DE LA GEOMETRIA.....	56
4.3 LA GEOMETRIA EN LA EDUCACION BASICA.....	81
5. HIPOTESIS.....	124
5.1 FORMULACION.....	124
5.2 SISTEMA DE VARIABLES...;.....	125
5.2.1 Definición conceptual da variables.....	125
5.2.2 Definición operacional de variables. ....	126

6.	METODOLOGIA.....	126
6.1	ENFOQUE DE LA INVESTIGACION.....	128
6.2	DISEÑO TECNICO.....	127
6.3	POBLACION Y MUESTRA.....	130
6.4	PRUEBA PARA LA EVALUACION DEL ESTADO INICIAL Y FINAL.....	132
6.4.1	Antecedentes.....	132
6.4.2	Descripción de la prueba.....	158
6.4.2.1	Material.....	158
6.4.2.2	Operacionalización.....	163
6.4.2.2.1	Estructura.....	163
6.4.2.2.2	Items de la evaluación del estado inicial <b>y</b> final.....	172
6.4.3	Formato de la prueba.....	182
6.4.4	Condiciones para la aplicación.....	18?
6.5	SISTEMATIZACION DE LA INFORMACION.....	191
6.5.1	Categorización de las respuestas a cada una de las preguntas .....	.191
6.5.2	Códigos asignados a los alumnos para la sistematización de la información.....	200
6.5.3	Formato para la organización de la información obtenida <b>en la prueba para la evaluación</b> de los estados inicial y final.....	201

é.6	RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ESTADO INICIA) . . . . .	202
6.7	DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE INTERVENCION... . . . .	282
6.8	RESULTADOS DE LA PRUEBA DE ESTADO FINAL.....	325
6.?	ANALISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS.....	37?
6.9.1	Análisis comparativo de resultados entre los estados inicial v final.....	408
6.9.2	Análisis comparativa de resultados de los grupos control y experimental en la prueba de estado final.....	422
7.	CONCLUSIONES.....	434
8.	RECOMENDACIONES.....	441
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	443

### **1.1. FORMULACION -**

Caracterización de los estados inicial y final de esquemas de conceptualización geométrica e implementación de estrategias de intervención pedagógicas que posibiliten la movilización de dichos esquemas, a partir del reconocimiento y análisis de formas geométricas, en niños y niñas de los grados primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria.

### **1.2 DELIMITACION**

La conceptualización geométrica como proceso de construcción cognitiva integra esquemas de reconocimiento y de análisis de formas geométricas. Una apropiada intervención pedagógica con base en estrategias de aprendizaje significativo, posibilita la

### **1.1. FORMULACION**

Caracterización de los estados inicial y final de esquemas de conceptualización geométrica e implementación de estrategias de intervención pedagógicas que posibiliten la movilización de dichos esquemas, a partir del reconocimiento y análisis de formas geométricas. en niños y niñas de los gradas primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria.

### **1.2 DELIMITACION**

La conceptualización geométrica como proceso de construcción cognitiva integra esquemas de reconocimiento y de análisis de formas geométricas. Una apropiada intervención pedagógica con base en estrategias de aprendizaje significativo, posibilita la

movilización de estados menos avanzados, primarios (llámense esquemas de reconocimiento de formas), hacia estados más complejos, estructurados (llámense esquemas de análisis de formas).

Por lo tanto, el problema relaciona los estados de esquemas iniciales y finales de conceptualización geométrica pertinentes a la construcción psicogenética con la aplicación de estrategias de intervención pedagógicas durante tres momentos: El primer momento consiste en la caracterización del estado inicial a partir de un modelo de análisis donde se da cuenta tanto de los tipos de respuestas como de los procedimientos utilizados en las mismas. Con lo arrojado en estos resultados se llega a un segundo momento en el que se desarrolla un programa de estrategias de intervención pedagógicas, que posibilita la movilización a esquemas geométricos más elaborados, los cuales son analizados en un tercer momento, mediante la prueba final.

La presente investigación hace parte de la propuesta del macroproyecto del postgrado en Psicopedagogía, Cohorte 92-94. de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia; "Desarrollo del pensamiento lógico-matemático", llevada a cabo con niños y jóvenes de la educación básica y media.

Atendiendo a los objetivos de formación matemática de la educación básica como a su actual enfoque de organización de contenidos y metodología por sistemas y a la importancia de la geometría en el desarrollo cognitivo a nivel lógico-matemático, esta investigación recoge, al interior de los sistemas geométricos, el reconocimiento y análisis de formas geométricas bidimensionales y tridimensionales, como competencias cognitivas básicas en el desarrollo de esquemas de conceptualización geométrica.

"Es posible adoptar varios métodos para explicar el hecho geométrico: la índole axiomática de las relaciones espaciales, la reducción al álgebra, la búsqueda de invariantes, etcétera. Ahora bien. las dos primeras sugieren dos tipos de ' análisis diferentes empleados sin distinción en la geometría natural: los que pueden llamarse intrafigurales, . \_ que se dirigen a los elementos de una misma figura, y aquellos a los cuales se denominará interfigurales, que consisten en reunir los elementos en clases en función de cualidades comunes. EL análisis intrafigural conduce, entonces, a las operaciones "infralógicas" y el análisis interfigural, a las operaciones" lógicas." (Bang, V. y otros. 1971, p. 12)

En este sentido el problema de investigación busca caracterizar el estado inicial y final de conceptualización geométrica e implementar estrategias de intervención pedagógica propias a los procesos de construcción del saber geométrico, que posibiliten desde el establecimiento de relaciones intrafigurales e interfigurales la movilización de esquemas propios en este saber y en el contexto del enfoque oficial anteriormente enunciado, en los grados primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria.

La selección de dichos grados se sustenta en las siguientes apreciaciones:

#### GRADO PRIMERO:

Con este se inicia la educación básica donde se dinamita la conceptualización de las primeras relaciones espaciales desde el punto de vista topológico y el reconocimiento y análisis de las primeras formas geométricas de las figuras familiares al niño (algunos sólidos geométricos, figuras planas, caras, bordes, puntos,...).

#### GRADO TERCERO:

Donde a nivel conceptual se presentan avances cualitativos en cuanto a significación y establecimiento de relaciones y propiedades desde el reconocimiento y análisis de formas geométricas bidimensionales y tridimensionales (caracterización de algunos sólidos geométricos y figuras planas, superficies, líneas, puntos,...).

#### GRADO QUINTO:

Por ser el grado en el cual la conceptualización geométrica adquiere, por el establecimiento de relaciones y propiedades intrafigurales e interfigurales, niveles operatorios de abstracción y Generalización en la exploración sistemática del

espacio (operaciones infralógicas y operaciones lógicas).

El referente teórico que posibilita el análisis relacional para la estructuración de estrategias de intervención pedagógica en la construcción de conceptos geométricos a partir del reconocimiento y análisis de las formas de las figuras, se inscribe en:

- Las aportaciones de la psicología cognitiva donde se establece la evolución del pensamiento infantil, su caracterización y estructuración.

La epistemología genética, cuyos constructos teóricos referentes al desarrollo de los conceptos de número, tiempo, espacio, entre otros, da cuenta de la relación sujeto-objeto como proceso interactivo y constructivo.

- El enfoque de sistemas, por su organización estructural de los contenidos y por la presentación de un orden metodológico a través del desarrollo de los sistemas concreto, conceptual y simbólico.

Por lo tanto, el proceso de la investigación presenta tres momentos en su diseño experimental, a saber:

1. Evaluación del estado inicial respecto al reconocimiento y análisis de formas geométricas bidimensionales y tridimensionales mediante niveles explicativos sustentados en los referentes anteriormente señalados y en la caracterización de las competencias cognitivas implicadas en los tipos de respuesta.

2. Con base en el análisis anterior, se procede a la implementación de estrategias de intervención pedagógicas que posibiliten la movilización de esquemas, a partir del desarrollo de aprendizajes significativos.

3. Seguidamente la evaluación del estado final permite desde su caracterización dar cuenta de las posibilidades de movilización de conceptos geométricos con base en los niveles de explicación de este estado respecto a los niveles explicativos del estado inicial.

Finalmente se espera. no solo aportar estrategias de intervención. sino también, ofrecer elementos que permitan estructurar diseños adecuados para una significativa conceptualización geométrica.

### 3. OBJETIVOS

#### 3.1 OBJETIVO GENERAL

Comparar el estado inicial de esquemas de conceptualización geométrica con el estado final luego de la implementación de estrategias de intervención pedagógicas con énfasis en aprendizajes significativos.

#### 3.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

3.2.1 Caracterizar el estado inicial de esquemas de conceptualización geométrica a partir del reconocimiento y análisis de formas bidimensionales y tridimensionales, mediante niveles explicativos de los tipos de respuestas y procedimientos utilizados en las mismas, por niños y niñas de los grados primero, tercero y quinta del ciclo de Educación Básica Primaria.

#### 5.2.2 Determinar estrategias de intervención

pedagógicas que aporten elementos para el logro de aprendizajes significativos en procesos constructivos de conceptualización geométrica en niños y niñas de los grados primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria.

5.2.3 Caracterizar el estado final de esquemas de conceptualización geométrica a partir del reconocimiento y análisis de formas bidimensionales y tridimensionales, mediante niveles explicativos de los tipos de respuestas y procedimientos utilizados en las mismas, luego de la implementación de estrategias de intervención pedagógicas en niños y niñas de los grados primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria.

#### 4. MARCO TEORICO

Referirnos al concepto de conocimiento como un "procesa" y na como un estado, nos ubica necesariamente en el campo de la teoría planteada por el psicólogo y epistemólogo suizo Jean Piaget (1896 - 1980); obra que además de describir, explica el funcionamiento intelectual en los seres humanos en desarrollo. Responde a las preguntas sobre cómo pensamos. cómo conocemos lo que conocemos y lo que hacemos con el conocimiento que hemos adquirido. Su obra que es bien extensa y rigurosa retoma y relaciona elementos de análisis de disciplinas que como la biología, la psicología, la epistemología, la matemática y la lógica, entre otras; cimentan conceptualmente su "investigación teórica y experimental del desarrollo cualitativo de las estructuras intelectuales" (Flavel, 1981, p. 35); es decir, sobre la investigación del desarrolla cognitiva. Podemos enunciar así que el autor interesado por estudiar los razonamientos infantiles observa regularidades y sistematicidad en la forma de pensamiento de **los niños** diferente e irreductible al pensamiento adulto; inicia entonces, su búsqueda hacia

la "formación progresiva de instrumentos que posibiliten el conocimiento" (Castorina y Palau, 1980, p.11), estudiando la evolución del pensamiento lógico desde el niño hasta el adulto para determinar el modo de su constitución. Surge así, un primer enfoque que es la teoría sobre los períodos del desarrollo de la inteligencia desde el niño hasta el adulto; períodos reconocidos muy especialmente por pedagogos y psicólogos. Estos períodos o estadios, en su orden secuencial son: sensoriomotor, preoperatorio, operatorio concreto y operatorio formal. Vale la pena enunciar que ésta ordenación presentada por el autor, no es arbitraria, ni con fines únicamente descriptivos; ella, da cuenta de la existencia, en la evolución de los seres, de momentos cualitativamente diferentes entre sí, como lo aclaran Castorina y Palau refiriéndose al autor: "su propósito es explicar aunque no causalmente, por qué los niños en una determinada etapa son capaces de realizar ciertas acciones y sin embargo cometen "errores" al realizar otras. La respuesta a esta cuestión Piaget la ofrece en la tesis que pasa a convertirse en uno de los principios más importantes de las teorías: las acciones de los niños (y también las de los adultos) no se presentan en forma caótica, inconexa y desordenada, sino que evidencian

formas de organización distintas para cada período de desarrollo.

Estas formas de organización de las acciones son pensadas por Piaget como estructuras de conjunto, que al organizar las acciones les otorgan significados integrándolas en un todo coordinado y estructurado."

(Castorina y Palau, 1981, p. 11), especificando así, qué estructura de conjunto posibilita los logros cognoscitivos de cada etapa del desarrollo de la inteligencia y poder comprender qué piensan y cómo piensan los niños en determinados momentos de su desarrollo.

El segundo enfoque consiste en la descripción de las estructuras de conjunto, desde el punto de vista psicológico, mediante el lenguaje de la lógica y la matemática moderna; presentación que hace en su Ensayo de l\* lógica operatoria (Traducción en español, Buenos Aires, Guadalupe, 1977).

Según las anotaciones anteriores, se presenta claramente el enfoque de sistema empleado por el autor para sus fines, al interior del concepto evolutivo, bajo la dimensión genética. De este modo, contamos con los cambios de comportamiento desde un funcionamiento

menos avanzado hasta otro más avanzado, señalando comparaciones de manera cualitativa, entre los estados sucesivos.

Piaget (1955) e Inhelder (1956) especificaron cuatro características o rasgos fundamentales de las etapas o períodos del desarrollo, a saber:

1. Sucesión invariable de las etapas.

Las etapas deben aparecer en el desarrollo según un orden o sucesión invariable y constante, si no fuera así, es erróneo llamarlas etapas. Aunque la sucesión es invariable, las edades en que se enuncian no lo son, poseen un carácter de apoyo, orientador; pero en cambio la secuencia de adquisición es constante. La permanencia de éste rasgo ha sido verificada en muchas investigaciones de tipo transcultural como son las presentadas en "Hong Kong por Goadnou, 1962; en Aden por Hyde, 1959; en la Martinica, por Boisclair; en Africa del Sur por Price ^illiam, 1961" (Piaget 1979, p. 71 - 72) y las ampliaciones explicativas expuestas por ejemplo: por Mario Carretero en el texto Desarrollo cognitivo y social del niño. Las operaciones

concretas (1984. p. 247-248), donde de manera definitiva se encuentran diferencias evidentes de edades entre diversas muestras.

2. Los estadios tienen un carácter integrativo.

Es decir, "que los logros de un estadio no se pierden en el siguiente sino que quedan incorporados al nuevo tipo de estructura, formando un sistema más amplio. Así la inteligencia formal implica la inteligencia concreta y la sensorio-motriz" (Carretero y Martín, 1984, p 209). Sin desconocer que los adultos, no resuelven todos los problemas de manera formal, pues en ocasiones son resueltos de forma concreta e incluso sensoriomotora.

Esta característica se ve generalizada en la obra de Piaget cuando precisamente explicita "procesos de construcción" de diversas categorías del pensamiento como son la causalidad, el tiempo y el espacio, entre otras.

Este carácter integrativo, que determina igualmente la teoría del desarrollo, se apoya explícitamente en la noción de equilibrio, siendo ésto "una propiedad perfectamente intrínseca y constitutiva

de la vida orgánica y mental" (Piaget, s.a., p. 134); de esta manera referimos que la lógica formal del pensamiento adulto, no se produce de una forma espontánea, es el resultado de la integración sucesiva de acciones donde por diversos mecanismos como la coordinación y la diferenciación, se logran niveles de respuestas y comprensión cada vez más abstractas.

A propósito del desarrollo de la lógica, Piaget expone: "Todas nuestras investigaciones, desde hace años, han conducido a la demostración no de que en todas partes exista lógica, lo cual sería absurdo",... "sino de que la lógica existe a todos los niveles de las estructuras que son ya un esbozo de ella y que, al equilibrarse progresivamente, alcanzan las estructuras lógico-matemáticas. Así, por ejemplo ya en los esquemas sensoriomotores se hallan preformaciones que anuncian las clasificaciones, la puesta en relación y las inferencias (transitividad, etc.)..." "En resumen, las estructuras lógicas están prefiguradas a todos los niveles por estructuras más débiles, pero que

Igualmente. Castorina y Palau t'1981, p.24) amplían la definición piagetiana del concepto exponiendo que como concepto genérico "abarca diversas nociones matemáticas con rasgos comunes"; constituida por un conjunto de elementos sin especificar su naturalezas, por una relaciones entre los elementos del conjunto y por último unas condiciones que deben satisfacer dichas relaciones. Según la naturaleza de las relaciones y la condiciones, se originan diversas clases de estructuras, que presentan un isomorfismo con las estructura del desarrollo cognitivo; isomorfismo establecido entre los elementos y procesas de las dos estructuras; así el estadio sensoriomotor se caracteriza por un grupo práctico de desplazamientos, el de las operaciones concretas por la estructura de agrupamiento y el formal por la estructura de grupo y retículo.

4. Cada estadio de desarrollo se caracteriza además por poseer un **período inicial de preparación y un periodo final de logro.**

Recordando que las estructuras no son desorganizadas ni inestables; se presenta en el periodo de

preparación, un proceso de formación y organización de los mismos y en el período de logro, se consolidan.

Por el mismo carácter móvil y de autorregulación de las estructuras, es probable encontrar actividades cognoscitivas que muestran cierta mezcla de estructuras anteriores^ no organizadas por completo. Para tal caso, se distinguen dos grados de regulaciones: "Unas siguen siendo internas a la estructura ya construida o casi terminada y constituyen así su autorregulación logrando, en los estadios de equilibrio, su autorregulación. Las otras intervienen en la construcción de nuevas estructuras englobando la o las precedentes e integrándolas bajo la forma de subestructuras en el seno de estructuras más vastas" (Piaget, 1974. p. 21); formando así una totalidad ligada de equilibrio estable que caracteriza las estructuras de conjunto ya descritas.

Como se ve. en la estructuración cognoscitiva el proceso evolutivo va desde períodos de desarrollo menos estables y coherentes hasta periodos de mayor funcionamiento y equilibrio estructural.

Este proceso evolutivo surge a medida que cada individuo va interactuando con su entorno, construyendo sus propios conocimientos. En dicha construcción se distingue, según el enfoque biológico de Jean Piaget, dos tendencias en los seres, siempre presentes en su desarrollo, denominadas invariantes funcionales. Ellas son la adaptación y la organización. Adaptación no sólo del organismo al medio, en el curso de su crecimiento y regulaciones sino también adaptación de la inteligencia en el curso de la construcción de sus estructuras mediadas por la experiencia y las coordinaciones mediante dos mecanismos básicos: la asimilación y la acomodación.

"Una asimilación consiste en la integración de elementos exteriores a las estructuras del organismo, estando éstas ya acabadas o en vías de formación C-..]" ningún comportamiento, aún nuevo para el individuo, constituye un comienzo absoluto; se inscribe siempre bajo los esquemas (\*) anteriores y vuelve por consecuencia a asimilar los elementos nuevos a las estructuras ya construidas, innatas como los reflejos.

\* El concepto de esquema será ampliado en Factores del desarrollo (2. La equilibración progresiva. Pág 23-24).

o anteriormente adquiridas (Puche. 1972, p 118). En dicho proceso los elementos del ambiente se alteran al ser incorporados en la estructura del organismo.

El proceso complementario de la asimilación, es la acomodación. "Llamamos acomodación al hecho de que un esquema (o urna estructura) de asimilación es más o menos modificado bajo el efecto de los objetos que son asimiladas" (Puche 1992, p 119). Es decir, el organismo acomoda su funcionamiento a las condiciones del objeto asimilado o en vía de asimilación.

Se distingue entonces, dos propiedades complementarias e indisociables en todo acto adaptativo, donde los elementos, relaciones y detalles de los procesos tanto de la asimilación como de la acomodación son bien variables, pero, su presencia al interior de dicho proceso adaptativo es invariable. Siempre est^n. La adaptación tanto biológica como cognitiva consisten en un equilibrio entre la acomodación y la asimilación. No hay asimilación sin acomodación y viceversa.

La segunda tendencia, la organización. precisa el funcionamiento intelectual, en el modo de efectuar los

intercambios con el ambiente, generando las estructuras cognitivas.

Más ampliamente, la organización supone la coordinación mediante la acción, la memoria, la percepción y otras actividades mentales propias de la autorregulación de sistemas cada vez más coherente. Este proceso se denomina equilibrio, equilibración y hace parte de los cuatro factores que interactúan en la promoción de los avances evolutivos (**factores del desarrollo**), los cuales podemos clasificar en factores internos y externos. Los factores internos son la maduración y la equilibración progresiva. Los factores externos son las experiencias con objetos y la transmisión social.

1. **La maduración** es explicada por Piaget como parte del factor biológico así: 'De entrada existen factores biológicos ligados al sistema epigenético (interacciones del genoma y del medio físico en el transcurso del crecimiento) que se manifiestan en particular por la maduración del sistema nervioso" (Piaget, 1975, p. 63), considerando niveles de organización fisiológicos. necesarios más no suficientes para explicar el desarrollo, si fuera así. de hecho los estadios no serian secuenciales

sino que estarían determinados por datos cronológicos constantes.

Como lo explica el autor en mención y sus colaboradores en las investigaciones realizadas, refiriéndose a dicho factor: "Ahora bien, entre los niños de una misma ciudad y según los individuos y los ambientes familiares, escolares o sociales en general, encontramos avances o retrasos con frecuencia considerables que no contradicen el orden de sucesión (éste sigue siendo constante), pero que muestran que a los mecanismos epigenéticos se añaden otros factores". (Piaget, 1979, p. 64).

2. La equilibración progresiva como factor del desarrollo, presupone la organización de la interacción de los mecanismos de asimilación y acomodación desde un modelo funcional. Para referirnos al modelo es indispensable recuperar de la teoría sus componentes y manifestaciones responsables del funcionamiento adaptativo y la evolución de las estructuras.

Exponemos inicialmente el concepto de esquema, el cual nunca fue definido exhaustivamente por Piaget,

sino que hizo mención del mismo a la largo de su explicación del desarrollo cognoscitivo como concepto estrechamente vinculado con las 'invariantes funcionales' (organización y adaptación), ya que un esquema supera la simple descripción de conductas aisladas, por "clase semejante de secuencias de acción" (Flavel, 1981, p. 72) que conservan una organización interna cada vez mayor durante los intercambios con el entorno inmediato, que permite la estructuración de la realidad.

Cesar Coll (1983, p. 186) diferencia los conceptos de esquema y estructura definiéndolos así: "Un esquema -refleja, de acción o representativo- es un marco asimilador que permite comprender la realidad a la que se aplica, que permite atribuirle una significación. Una estructura -de esquemas de acción, de operaciones concretas o de operaciones formales- es una totalidad organizada de esquemas que respeta determinadas leyes o reglas".

Agregando que aunque de naturaleza diferente, tienen en común el ser "instrumentos de la actividad intelectual que, mediante la atribución de

significaciones y el juego de la asimilación y la acomodación, permiten construir los conocimientos que poseemos" (Coll, 1983, p. 186). Construcción que implica la evolución de los mismos, la movilización en términos funcionales. Dicha movilización se presenta en la secuencia equilibrio-desequilibrio-reequilibrio.

El punto de partida se presenta en el equilibrio de los procesos de asimilación y acomodación que ocurren siempre que un individuo interactúa inteligentemente con su entorno. Este equilibrio tiene la característica de "ser móvil además de ser considerado como un tipo de equilibración externa" (Piaget, 1977, p. 18) ya que implica la relación de la organización interna (mental) con el ambiente externo.

El equilibrio se manifiesta también, al interior de los esquemas o subsistemas internos de cualquier etapa o estadio del desarrollo (Recordemos en características de las etapas el período de preparación y el de logro), donde los avances en comprensión de alguna área específica de contenido, se aplica a otras áreas de contenido.

Esta forma de equilibrio, es considerada interna, ya que se presenta como "relaciones entre procesos mentales internos y organizaciones" (Saunders y Bingham-Newman, 1989, p. 46)

Una última forma de equilibrio es la que presenta las relaciones entre los subsistemas, uniéndose para formar una totalidad integrada y organizada (una structure d'ensamble) o separarlos como preparación para un nuevo nivel de organización" (Saunders y Bingham-Newman, 1989, p. 46).

En este tipo de equilibrio, es donde se presenta la transición de una etapa a la siguiente. Igual que el equilibrio anterior, es de naturaleza interna. Los tres tipos de equilibración están presentes en la actividad cognitiva.

Ahora bien, revisaremos la dinámica de dicha actividad y su relación con el proceso de desarrollo del conocimiento. Referencias que poseen un gran aporte al campo educativo.

Como lo señala Cesar Coll "La secuencia equilibrio-desequilibrio-reequilibrio de los esquemas y

estructuras que resulta del juego de la asimilación y la acomodación, es explicada mediante los conceptos de perturbación, regulación y compensación", (Coll, 1983, p. 187) que explican el dinamismo progresivo, la tendencia motivacional de los sujetos hacia el empuje organizacional de sus vivencias. Los desequilibrios se presentan como perturbaciones y son el motor del desarrollo, dado que cuando un esquema o estructura no puede actuar, por múltiples razones interdependientes motivación, autoestima, desconocimiento, entre otras el organismo conduce lo propio, sus esquemas hacia estados de asimilación o modificación tendientes a la superación.

"Los desequilibrios sólo pueden ser considerados como los factores desencadenantes de la búsqueda de la superación; su mayor o menor incidencia sobre el desarrollo de los esquemas y de las estructuras ha de evaluarse en función de las reequilibraciones que posibilitan y de las construcciones o reconstrucciones que generan" (Coll, 1983, p. 187)

Se hace necesario así, explicar las causas de las perturbaciones y los mecanismos de compensación y regulación que favorecen los procesos de enseñanza-aprendizaje, ya que se puede presentar situaciones que obstaculizan dicho proceso.

Cuando la situación exige de modificaciones excesivas al organismo y la tendencia a la acomodación se hace mayorante. se recurre entonces a la imitación y en consecuencia a la memorización. La segunda situación es la tendencia a resolver necesidades (intelectuales) con un exceso de asimilación, cuando se dificulta la integración de los elementos externos, a los esquemas actuantes, recurriendo a la creación de objetos para ser asimilados por dichos esquemas.

Actividades como el sueño y las alucinaciones son propias de esta situación. "Un excesivo énfasis en la asimilación, con demasiada frecuencia puede impedir que uno aprenda a afrontar el entorno con eficacia [...]. cuando el proceso de asimilación se dirige hacia objetos del ambiente externo, es una fuerza poderosa en el cambio evolutivo". (Saunders y Bigham-Newman, 198?, p. 48)

Se obtiene de lo anterior, que las perturbaciones implican **resistencias** que encuentran los esquemas en los diferentes momentos de su desarrollo; ya sea resistencia a los objetos o situaciones de aplicación, a la falta de coordinación o reciprocidad entre los

procesos de asimilación y de acomodación primando uno sobre el otro, o a la no integración en totalidades organizadas, generando las contradicciones.

Por el proceso mismo de autorregulación, en los estados de perturbación propias del desequilibrio. por lo general^ el sujeto busca **compensaciones** encaminadas al reestablecimiento del equilibrio perdido; sin embargo y como lo enunciamos en las situaciones anteriores, las perturbaciones no siempre generan regulaciones óptimas o en sentido estricto, ya que. un abandono o cambio de actividad o la aplicación del esquema inicial, como reacción a la perturbación, no genera movilización, no presenta modificaciones propias de los mecanismos formadores de operaciones que posibilitan superar los desequilibrios, reequilibrando el sistema cognoscitivo. Este es un componente crucial de la teoría de la equilibración sobre la cual se cimenta la formación de los conocimientos, ya que una operación representa la propiedad fundamental de la primera estructura operatoria propia de la etapa de las operaciones concretas (agrupamiento).

**Una operación** =e caracteriza por ser una "acción interiorizada, es decir. una reconstrucción de las

acciones sensoriomotrices mediante la función semiótica. En otras palabras. se trata de acciones representadas significativamente mediante instrumentos semióticos como las imágenes y el lenguaje" (Castorina y Palau, 1981, p. 12)

La segunda característica es la representación de los sistemas estructurados, donde todos sus elementos y relaciones hacen parte del mismo.

La tercera y fundamental característica de una acción operatoria, la constituye **la reversibilidad**, es decir que "toda acción operatoria implica simultáneamente un sentido directo y un sentido inverso" (Castorina y Palau, 1981, p. 12)

Como cuarta característica tenemos el carácter **formal** o abstracta (je dichas estructuras, determinado por la generalización de estas a diversos contenidos.

Y por último estas estructuras de conjunto constituyen **sistemas de equilibrio** que compensan las perturbaciones mediante mecanismos reguladores manifiestos en **la** reversibilidad de las acciones. Es aquí en donde las

modificaciones conllevan a la **movilización óptima**, a la superación cognoscitiva.

Las compensaciones son entendidas como "La acción en sentido contrario a un efecto dado que tiende, por lo tanto, a anularlo o a neutralizarlo" (Piaget, 1978, p. 30). Se manifiesta entonces dos tipos de compensaciones -inscritas /en las operaciones-: **Compensación por inversión**, la cual **anula** la perturbación modificando el esquema en sentido inverso. Es decir, "Si hemos realizado una operación en una dirección determinada siempre podemos realizarla en la dirección inversa" (Carretero y Martín, 1984, p. 211). Ejemplos como la sustracción, la conservación de materia sólida, ante la transformación de su presentación inicial (forma), la conservación de la forma de figuras geométricas tridimensionales, al aplicarles transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones y reflexiones), representan este tipo de compensación o reversibilidad por inversión o negación.

El segundo tipo es la **compensación por reciprocidad** la cual **neutraliza** la perturbación "diferenciando el esquema inicial para acomodarlo al elemento perturbador" (Coll, 1983, p. 138). Toda operación

mental tiene una operación recíproca totalmente diferente que compensa los efectos de la primera.

Un ejemplo de operación recíproca en la conservación de materia líquida donde al transvasar líquido de un vaso (alto y delgado) hacia una taza (pequeña y ancha), se compensa recíprocamente la "altura" del vaso con la "anchura" de la taza, manteniendo invariante la cantidad de sustancia líquida.

El aumento de una relación implica simultáneamente la disminución de la otra.

Estas formas de compensación estudiadas en las investigaciones del desarrollo cognitivo (Psicología del desarrollo y epistemología genética) han demostrado su regularidad como procesos del desarrollo en el niño que resultan esenciales de conocer y ser estudiadas por los profesores de Educación Básica, ya que les permite desarrollar estrategias didácticas a partir de las predicciones de los esquemas con que cuentan sus alumnos y la mejor manera de favorecer la comprensión de los contenidos.

(Estas estrategias centradas en los aprendizajes significativos, las expondremos más adelante en el factor 4, La transmisión social (linguística-educativa)).

Para terminar la explicación del modelo de equilibración recordemos que el equilibrio ya sea de un esquema o de una estructura -por la autorregulación- da cuenta de un proceso anterior de equilibración así: Equilibrio (de un nivel inferior) - perturbaciones - regulaciones - compensaciones - equilibrio de nivel superior - constituyendo éste último el inicio de un nuevo proceso (reequilibración).

El modelo establece una distinción entre equilibración simple y equilibración mayorante.

La equilibración simple "sería la tendencia de todo sistema cognitivo a restablecer el equilibrio perdido y la equilibración mayorante, sería la tendencia de todo sistema cognitivo a reaccionar ante las perturbaciones introduciendo una serie de modificaciones que aseguren un equilibrio mejor - es decir, capaz de anticipar y de integrar un mayor número de perturbaciones virtuales-" (Coll, 1983, p. 189).

Es aquí justamente donde rescatamos los aportes que la teoría brinda al campo de la educación. Pues si bien es cierto que hay un grado de desarrollo natural, al margen del aprendizaje escolar (como factor social), no podemos garantizar lo mismo con respecto a los avances en el conocimiento científico. Este por su especificidad requiere no sólo que el alumno construya sus conocimientos, sino que los logre re-construir en niveles cada vez más altos de comprensión y generalización.

### 3. Experiencias con objetos.

La experiencia como factor indisociable del desarrollo cognitivo, presenta tres variedades posibles con respecto a las interacciones que ejerce el sujeto en función del medio exterior.

Es la variedad denominada del "simple ejercicio", donde las acciones se ejercen sobre los objetos, sin extraer necesariamente de ellos el conocimiento. Sin embargo por el factor de la equilibración estos ejercicios simples van consolidando esquemas como son los de un grupo de reflejos completos, como la succión, la aprehensión, donde, gracias a la repetición y la

ejercitación, se van coordinando cada vez mejor y diferenciando de manera organizada; proporcionando las bases que cimentan la estructuración de las diferentes categorías del pensamiento (espacio, tiempo, causalidad, etc.).

Ejemplos de esta variedad son los ejercicios de exploración y de actividad perceptiva en la etapa sensoriomotriz.

Superando el "simple ejercicio" por la experiencia propiamente dicha, en cuanto adquisición de conocimientos por las manipulaciones, se presentan dos tipos de experiencias: una sobre los objetos y otra con los objetos, que corresponde a dos modos diferentes de abstracción, ya que el desarrollo también es explicado por Piaget en términos de procesos de abstracción. Refiriéndose al concepto como: "procesa por el cual el niño estructura su conocimiento, y no a su habilidad para utilizar imágenes y palabras" (Kamii, 1985, p. 26). Se distingue así dos clases de abstracción: abstracción y abstracción reflexiva.

**"La abstracción simple** es la abstracción de las propiedades observables que están en los objetos o, más ampliamente, en la realidad externa" (Ikamii, 1985, p. 26-27). Se trata de una propiedad extraída del objeto y que es asimilada por el sujeto. Por ejemplo propiedades como la forma, el color y el peso de los objetos; además las propiedades como el rebotar, doblarse, plegarse y quebrarse, si es de vidrio, de plástico, entre otras.

**La abstracción reflexiva** supera la abstracción de las propiedades observables de los objetos, creando e introduciendo relaciones entre estos. Esta abstracción es por lo tanto constructiva, en el sentido que reconstruye ampliando y enriqueciendo estructuras elementales dadas por la acción. Al respecto, las autoras Rebeca Puche y Christianne Gilliéron, explican: "Si el sujeto extrae acciones u operaciones situadas en un plan P1 una propiedad o una forma, es necesaria entonces reportarlas a un plan superior P2 y hay allí una 'reflexión en el sentido casi físico (como la reflexión de un rayo luminoso, etc.). Pero para que esta propiedad o forma sea asimilada en este nuevo plan P2 falta reconstruirla en este nuevo plan y someterla a un

nuevo trabajo de inteligencia o de pensamiento que constituirá esta vez una 'reflexión' en el sentido cognitivo (pensamiento reflexiva). Es pues en un doble sentido de la palabra reflexión que hay aquí 'abstracción reflexiva'" (Puche y Gilliéron, 1992, p. 136) Además, si éste plan P2 requiere de un nuevo trabajo para asimilar las propiedades extraídas del plan P1, implica la reconstrucción de acciones u operaciones que se han extraído, per abstracción, en el plan P2, enriqueciendo el primer momento P1. Dando origen así, a nuevas estructuras, es el caso en el cual las operaciones del período concreto, extraídas de esquemas del período sensoriomotor, son más estructuradas y ricas en posibilidades de abstracción.

Luego de ésta explicación del concepto de abstracción, que posee una relación directa con los tipos de experiencia, proseguimos.

b. Esta variedad es denominada "La experiencia física " y corresponde a las acciones realizadas sobre los objetos. Cuando un niño manipula un grupo de objetos y los agrupa por colores, forma, o tamaño, está realizando dicha agrupación de acuerdo con las

propiedades físicas de los mismos, es decir, extrae los conocimientos de los objetos mismos, por abstracción simple.

Así. la fuente del conocimiento físico está principalmente en los objetos —en la manera en que estos brindan al sujeto oportunidades para la observación—. Las propiedades físicas de los objetos son importantes y en la abstracción que hace el sujeto de ellas. se centra en ciertos aspectos (o uno solo). haciendo caso omiso de otros.

c. Experiencias lógico-matemática.

En esta variedad de experiencias, el sujeto actúa **con** los objetos. enriqueciéndolos mediante la atribución de propiedades o relaciones nuevas que conserven sus propiedades o relaciones anteriores, atribuyéndoles sistemas de clasificaciones, ordenaciones. correspondencias, enumeraciones, medidas, etc. Esto implica que las acciones ya no se realizan sobre los objetos, sino **con** los objetos, independientemente de su naturaleza, mediante una abstracción reflexiva. El conocimiento al cual conduce, no es extraído de los objetos como

tales, sino de las "relaciones" que crea el sujeto e introduce en o entre los objetos.

Por ejemplo en el juego de los niños cuando se reparten confites, "uno para cada niño" y se dan cuenta que "sobran" o "faltan" confites, los niños están realizando actividades con los objetos, pues el número de confites y de niños no es una propiedad que existe en unos o en otros, sino que es creada por el sujeto a partir de las acciones que ha introducido.

El conocimiento lógico-matemático está construido por abstracción reflexiva, siendo el sujeto la fuente dicho conocimiento.

"La experiencia física como la lógico-matemática no la podemos separar. No puede haber experiencia física sin una armazón lógica-matemática y para bebés o niños pequeños no puede haber experiencia lógico-matemática sin objetos que poner en relación" (Kamii, 1983, p. 22). Claro está que, las-estructuras lógico-matemáticas se harán cada vez más independientes del contenido, a medida que se van desarrollando, mientras que la estructuración

física permanece dependiente a inseparable del marco lógico-matemático.

#### 4. La transmisión social (lingüística - educativa)

Este factor supera la concepción simplista de recepción pasiva por parte del sujeto de los estímulos externos sociales o educativos.

Refiriéndose al tema planteado por Piaget en la Conference on Cognitive Studies and Curriculum Development Cornell University, en marzo de 1964; las autoras Saunders y Bingham (1989, p. 64) retoman del autor: "que el individuo no sabría como adquirir sus estructuras mentales más básicas sin ciertas influencias externas que exigen un entorno social formativo, y que, en todos los niveles (desde el más elemental hasta el más elaborado), el factor social o educativo constituye una condición del desarrollo". Condición necesaria, mas no suficiente, ya que la información recibida por la vía del lenguaje o la educación dirigida, es asimilada o reconstruida sólo si se está en un proceso de desarrollo donde se pueda comprender dicha información. Razón por la cual se

argumenta el por qué no "enseñan" matemáticas superior a un niño de cuatro años.

Tenemos entonces, cómo el lenguaje a través de sus diferentes formas de comunicación -palabras, gestos dibujo, costumbres sociales, entre otros- representa el medio por el cual los sujetos manifiestan su pensamiento, ideas, sentimientos y emociones, además de permitir reconocer el mundo que los rodea, facilitando así la transmisión entre generaciones.

Cabe anotar que por el carácter educativo de la presente investigación, orientamos el nivel explicativo del presente factor, hacia las aportaciones e implicaciones de la teoría genética a la práctica educativa, básicamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje ya que la construcción activa de los conocimiento de cada disciplina, se encuentra culturalmente determinada en los espacios pedagógicas, espacios inicialmente representados en la escuela.

Así, una propuesta constructivista del conocimiento, no puede ser ajena al campo escolar, si rescatamos los espacios pedagógicas, como espacios comunes de reflexión donde la consolidación del saber y el

quehacer pedagógico favorece el horizonte escolar hacia propuestas formativas **y** creativas cada vez más "significativas". Esto compromete los propósitos y procedimientos referentes a la elección de los contenidos escolares, criterios y estrategias metodológicas, sistema evaluativo y funcionamiento administrativo, entre otras.

Si siguiendo esta línea, centramos la reflexión en el contexto de las situaciones de enseñanza-aprendizaje y su relación con la forma de apropiación del conocimiento de las diferentes áreas y contenidos de los programas curriculares.

Presentamos a continuación algunas premisas a considerar:

PRIMERO: No todas las áreas del conocimiento se construyen de la misma manera, factor sustentado en los diferentes tipos y fuente de conocimiento, por ejemplo: "Para las ciencias naturales (física, química, biología, etc.) el conocimiento exige para su construcción las acciones del sujeto sobre los objetos y eventos llamados naturales y la reflexión sobre i a manera como estos funcionan ante la intervención.

Para las ciencias normáticas como la lógica y las matemáticas el conocimiento exige para su construcción la reflexión ya no sobre cómo funcionan los eventos y objetos naturales sino sobre las propias acciones y sus características al ser realizadas sobre aquellos" (Bustos, 1992, p. 37-38). Igualmente hay diferencias en la construcción de las ciencia sociales, en la lengua oral y escrita, en la ética y moral.

Lo importante en todos los casos, agrega Bustos (1992, p. 38) "es que los alumnos participen en la construcción de modelos tentativos para explicarse y darle significado a las experiencia, y vivencien los **contenidos** ya construidos por las comunidades científicas como **modelos** que pueden tener los mismos defectos y las mismas virtudes que las que ellos construyen para esos dominios llamados naturales, sociales y normativas".

SEGUNDO: siempre que una persona intenta resolver o conocer algo, recurre a sus ideas, pensamientos o conocimientos previos, que le sirven para solucionar y organizar dicha situación; teniendo presente que la forma de captar e interpretar la diversidad de objetos y situaciones, no es solamente cognitiva, es

relacionalmente afectiva, motivacional, moral y cultural. A propósito de esta articulación integral del comportamiento humano, Angela Barrón (1991, p. 307) en su artículo Constructivismo y desarrollo de aprendizajes significativos, señala: "podríamos entender el comportamiento humano como el desarrollo práctico de planes de acción, anticipados en la representación mental de la realidad (campo cognitivo), activados por los elementos propios de su mundo afectivo (motivos, emociones, autoconcepto, ansiedad...) y acordes con determinados valores y componentes axiológicos (campo moral)".

TERCERO: Retomando los procesos de autorregulación de la teoría de la equilibración, es bien importante señalar la posición actual de la ciencia cognitiva y el movimiento constructivista de España con respecto a la ampliación de los postulados inicialmente presentados por Piaget.

Exponemos así, la ampliación referente a la interpretación del nivel de complejidad, coherencia y solidez de las representaciones de los sujetos en el contexto de aprendizaje escolar, determinando las diferencias en las competencias intelectuales, es

decir, de las formas de pensamiento que el sujeto puede manejar, además, de la existencia de totalidades organizadas de conocimiento, las informaciones que se transmiten y las empleadas por los alumnos. En consecuencia, proponen llamar así "esquemas de conocimiento a la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad; un' esquema de conocimiento puede ser más o menos rico en informaciones y detalles, poseer un grado de organización y coherencia interna variables y. ser más o menos válido, es decir, más o menos adecuado a la realidad: un esquema de conocimiento comporta esquemas de acción y esquemas representativos en el sentido piagetiano; los diferentes elementos que lo constituyen presentan una organización interna que puede ir desde la simple yuxtaposición hasta estructuras ordinales y jerárquicas e incluso respetar las leyes de composición que caracterizan las estructuras operatorias". "Los esquemas de conocimiento no se confunden necesariamente con los esquemas y estructuras de la teoría genética, que pueden, sin embargo, ser elementos esenciales de los mismos" (Coll, 1933, p. 194)

Igualmente, la Escuela de Enebra se viene planteando desde los años setenta esta cuestión de los procedimientos empleados por los alumnos en la resolución de problemas, y si bien no trata el concepto de "esquemas de conocimiento", si revisa las representaciones que construye el sujeto respecto a un problema o situación, exponiendo la presentación de "modelos" y "marcos referenciales" que permiten plantear y solucionar dichos problemas.

Es así como, la ampliación en el contexto escolar radica en la relación entre los procesos de construcción de los saberes y las situaciones del sujeto que aprende (cognitivas, afectivas y morales), mediadas entonces, por intervenciones pedagógicas -ya sean didácticas o metodológicas- que además de ser pensadas como estrategias para movilizar esquemas operatorios de los alumnos, sean orientados como procesos de construcción, revisión y coordinación de esquemas de conocimiento.

Señalamos en este punto que los esquemas operatorios de construcción espontánea, tendientes a una equilibración cada vez más refinada y progresiva, intervienen en la

elaboración de los esquemas de conocimiento y por lo tanto, condicionan la elección de los objetos de conocimiento y la forma de transmisión y reconstrucción de las mismas; sin embargo, ambos tipos de esquemas no se confunden ya que "la construcción espontánea de los esquemas de conocimiento no presenta casi nunca esta propiedad (la equilibración progresiva -aclaración nuestra-); de aquí, la necesidad y la voluntad de intervenir en su elaboración; de aquí en suma, la existencia misma del aprendizaje escolar" (Coll, 1983, p. 196)

Luego de revisar las premisas anteriores, presentamos a continuación los principios de intervención pedagógica, fundamentados en aprendizajes significativos.

Iniciamos estableciendo la diferencia entre aprendizaje por repetición y aprendizaje significativo, ampliada por Mario Carretero en el texto Constructivismo y educación (1992). En un aprendizaje por repetición predomina la idea "según la cual basta con repetir algo para comprenderlo y poder utilizarlo posteriormente. Es

lo que en el lenguaje cotidiano se suele conocer como 'aprender de memoria', entendiendo por memoria la mera repetición rutinaria de la información y por recuerdo una copia literal de esta". (Carretero, 1992, p. 64)

Se presenta entonces una implicación en la cual el aprendizaje se torna momentáneo. externalista y limitado; ya que se excluye toda posibilidad de operar en los espacios de las relaciones. coordinaciones y generalización de situaciones problema en los estudiantes., que aporte a la reconstrucción de sus conocimientos.

Contrariamente, en el **aprendizaje significativo** se pretende favorecer el proceso constructivo de adquisición. coordinación y generalización del conocimiento, como expresa Coll, "el aprendizaje significativo equivale, ante todo, a poner de relieve el proceso de construcción de significados como elemento central del proceso de enseñanza/aprendizaje" (Coll. 1988, p. 184) por ello, se hace indispensable que el profesor o enseñante atienda a:

1. Las concepciones de los alumnos, ya sean aquellas que presentan en el momento de iniciar el proceso

de aprendizaje, como las que irán generando durante dicho proceso. Los conocimientos previos de los alumnos presentan varias características a saber:

- Los conocimientos previos de los alumnos en cada una de las áreas del saber "difieren no solo en el contenido al que se refieren, sino también en su naturaleza (algunos conocimientos son más conceptuales y otros más procedimentales; unos más descriptivos, otros más explicativos: unos son más generales, otros más específicos, etc.)" (Pozo, Limón y Sanz, 1991, p. 12)

Afirman los autores. que además estos factores pueden variar según la edad y las instrucciones o experiencias previas de los alumnos.

- Son construcciones personales que han sido elaboradas de una manera más o menos espontánea en la interacción con su medio y que tienen un dominio natural de aplicación en el entorno cotidiano.

Estas construcciones "aunque suelen ser incoherentes desde punto de vista científico, no

tienen por' qué serlo desde el punto de vista del alumno. De hecho, suelen ser bastante predictivas con respecto a fenómenos cotidianos. aunque no sean científicamente correctas" (Pozo, Limón y Sanz, 1992, p.12).

Los autores en mención también nos exponen que estos conocimientos son **bastante estables** y resistentes al cambio, por lo que muchas veces persisten. no sólo en niños sino también en adolescentes y adultos.

Se presenta un rasgo relevante del conocimiento previo y es su **carácter implícito** frente a los conceptos explícitos de la ciencia. Ello tiene una gran implicación para los procedimientos metodológicos ya que no se identifican siempre verbalmente, sino también en las actividades o predicciones que llevan a la práctica.

Por lo tanto, se debe fomentar la "**toma de conciencia**" de los alumnos con respecto a sus propias ideas, ya que sólo haciéndolas explícitas

y siendo conscientes de ellas. lograrán modificarlas". (Los autores citados retoman de Moreno, 1989: Pozo, 1989.)

Estos conocimientos **buscan la utilidad** más que la "verdad" y persisten en parte porque su aplicación no corresponde con los conocimientos adquiridos en el aprendizaje escolar, i-n el aula se presentan conocimientos muy generales, distintos de ser aplicados como conceptos o leyes que explican la realidad, ya sea de naturaleza social o natural.

Consecuente con el planteamiento de esta situación en el aula, Félix Bustos afirma: "El aprendizaje tiene como requisito fundamental o condición 'sine quanon sumergir a los alumnos en un contexto de experiencia donde el aprendizaje de algo sea una necesidad vital. Este principio hace que los aprendizajes no se reduzcan a destrezas y habilidades requeridas en situaciones artificiales" (Bustos, 1992, p. 34).

Para finalizar el tema de los conocimientos previos y aprendizaje escolar, deseamos presentar el pensamiento de Ausubel al respecto: "El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averigüese esto y enséñese en consecuencia" (Ausubel, Novak y Hanesian, 1973, p.1)

2. Continuando en relación con el principio anterior, proseguimos con el planteamiento explicado por Coll (Véase en Coll Psicología genética y aprendizaje escolares. 1983 p. 199) respecto al concepto de "desfase óptimo entre los esquemas de conocimiento del alumno y el objeto de conocimiento propuesto"; argumentando el equilibrio que se debe dar entre los dos. Así, el objeto de conocimiento debe ser accesible a los esquemas de conocimiento de que dispone el alumno de modo que pueda atribuirle significado, es decir, que sea representativo, para obviar aprendizajes memorísticos e insignificantes.

Cuando nos referimos a la accesibilidad es tanto en el sentido de grado superior de dificultad para ser asimilado al conocimiento; como grado mínimo de dificultad que no oponga resistencia a dejarse asimilar o que la resistencia sea mínima, donde "el

proceso se verá igualmente bloqueado al no producirse un nivel de motivación mínimo que justifique su realización" (Coll, 1983, p. 199). Se destaca que en el reconocimiento de las capacidades de los alumnos, participa tanto las informaciones con una organización interna, como su capacidad operatoria.

Una intervención pedagógica que favorezca aprendizajes significativos en los alumnos, requiere de la mediación teórica entre los significados del profesor y los de sus alumnos, ya que muchas de las dificultades o malentendidos en los alumnos, provienen "de que los significados otorgados a los términos utilizados no son los mismos" (Barrón, 1991, p.304). De ahí la estrategia de fomentar la comunicación entre iguales, ya que está presente un nivel común de significados próximos, desde sus sistemas interpretativos; permite además, que los alumnos manifiesten sus propias opiniones, conozcan aquellas que le son opuestas, discutan con más convicción, fomentando así el respeto por las diferencias de pensamiento u opinión. Pero vale la pena aclarar que no se trata de una interacción entre compañeros donde cada cual

enseña lo que sabe o conoce; se trata de interacciones -planeadas por el profesor- donde centre el interés y motivación de los alumnos, donde los niveles de dificultad sean propias a los esquemas de conocimiento de los niños y la posibilidad de solución a través de inferencias, anticipaciones, relaciones conceptuales y/o generalizaciones; por nombrar algunas fuentes del pensamiento, que acompañan los procesos de pensamiento lógico.

- Como nos sugiere Angela Barrón: "Si quiere secuenciar adecuadamente su intervención didáctica, deberá intentar conocer primero cuáles son los significados (conceptos, ideas y teoría previas) que utilizan los alumnos respecto al contenido escolar cuyo aprendizaje quiere favorecer" (Barrón, 1991, p. 304)

La reflexión anterior, conduce al siguiente principio denominado por Bustos, F. "Principia de la especialización" (1994, p. 36)

Dicho principio plantea que el docente debe ser un especialista del área que va a ayudar a construir a sus

alumnos. De modo que. nadie puede enseñar aquello que desconoce.

De esta manera. implica para el maestro conocer el objeto de estudio, la construcción del mismo a través de la humanidad (historia de la construcción, hasta la actualidad), su relación con otros objetos de conocimiento y aplicabilidad ^entre otras, de modo que favorezca la orientación en sus alumnos, construyendo estrategias variadas (actividades lúdicas, experimentos, talleres individuales o colectivos, salidas extra-escolares, actividades grupales -mesa redonda, charla, foros-, etc.) que puedan llevar a cabo.

En pocas palabras, se requiere de un maestro con formación y vocación,

"Preparar al niño hacia la Geometría significa acercarla, progresivamente, a sus métodos y contenidos. A sus métodos, en el sentido de las demostraciones, construcciones y problemas de aplicación: a sus contenidos, posibilitándole la comprensión intuitiva de las nociones más importante de las geometrías más comunes, es decir, la del espacio físico, la analítica, la vectorial y la de las transformaciones del plano" (Mesa, 1990. p. 56)

La conceptualización geométrica como aspecto evolutivo del desarrollo del pensamiento humana presenta en su historia de construcción momentos revisados por la Epistemología Genética, que guardan una relación con el desarrollo ontogenético.

Así, las investigaciones realizadas por Piaget e Inhelder, 1959 y Piaget, Inhelder y Szeminska, 1960, haciendo referencia a la teoría del desarrollo de conceptos espaciales en el niño, distinguen percepción y representación, definiendo percepción como "El conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos" y representación (o imaginación mental), que

"comporta la evocación de objetos en ausencia de ellos" (Piaget e Inhelder, 1956. En Dickson, Brown y Sibson, 1991. p. 22).

El papel de la percepción en la evolución de la inteligencia constituye para Piaget, estudiar desde el punto de vista genético los mecanismos de construcción de la misma y su relación con el desarrollo de esquemas cada vez más operatorios concernientes a las funciones cognitivas, donde las estructuras sensomotoras constituyen la fuente de las posteriores operaciones del pensamiento.

De lo anterior, se tiene que en la constitución de la percepción, ésta tiene menor grado de evolución y no presenta nada semejante a los 'estadios que se caracterizan por una estructura de conjunto, donde hay integraciones sucesivas de las estructuras anteriores a las siguientes" (Fraisie y Piaget, 1973, p. 10).

La percepción al no constituirse en la fuente del conocimiento (puesta que el conocimiento requiere de la aplicación de esquemas operatorios), éste actúa potencialmente como medio correctiva de acciones y operaciones con objetos y sucesos: "Al final, la

adecuación relativa de cualquier percepción a cualquier objeto depende de un proceso constructivo y no de un contacto inmediato. Durante este proceso constructivo el sujeto trata de hacer uso de cualquier información que tenga, por incompleta, deformada o falsa que sea. y de construirla en un sistema que corresponda a la manera más cercana a las propiedades de los objetos. Esto puede hacerlo solo mediante un método que es cumulativo y correctivo a la vez". (Piaget, 1P&P, p.365, Citado por Turner, 1981 p. 47)

Por lo tanto, no podemos subordinar la inteligencia al desarrollo de las percepciones ya que éstas por su carácter particular de dependencia del aspecto figurativo del conocimiento de lo real, son superadas por la acción y operaciones que se constituyen en las estructuras posteriores.

Para abordar el estudio de las percepciones cabe distinguir dos clases de fenómenos perceptivos visuales: "**1. Los efectos de campo o de centración** que no suponen ningún movimiento (actual) de la mirada y son visibles en un solo campo de centración, dándose muy cortas duraciones de presentación (2/100 a 1-2/10 de segundo, lo que excluye los cambios de fijación)

(Piaget e Inhelder, 1984, p. 44); esto controlándose con el taquistoscopio." 2. Las actividades perceptivas que suponen desplazamientos de la mirada en el espacio o comparaciones en el tiempo, orientadas unos y otros, por una búsqueda activa del sujeto: exploración, transporte (de lo que se ha visto en X a lo que se ha visto en Y) en el espacio o en el tiempo, transposición de un conjunto de relaciones anticipativas, establecimiento de referencias de las direcciones, etc." (Piaget e Inhelder, 1984, p. 44)

Es así como los datos reunidos acerca de la evolución de la percepción sugieren un planteamiento de ciertos problemas como el de las relaciones de filiación entre las actividades perceptuales, fuente del establecimiento de relaciones y en consecuencia de las estructuraciones, y los efectos primarios o de campo, superando la concepción de la teoría de la Gestalt -que se siente exclusivamente estructuralista y, por lo tanto, no considera el funcionamiento como constructivo- donde se concibe la estructuración, en los casos simples como inmediata y automática, por lo tanto presente ya desde los efectos de campo.

Lo que llamamos actividad perceptiva, se concebirá como una ampliación de las reacciones primarias, en extensión y movilidad. Pero en el análisis del desarrollo se muestra que las actividades perceptivas se desarrollan naturalmente con la edad, en calidad y número.

En principio, éstas hacen la percepción más adecuada y corrigen las "ilusiones" o deformaciones sistemáticas propias a los efectos de campo. Pero, al crear nuevas aproximaciones puede engendrar nuevos errores sistemáticos que aumentan entonces con la edad (al menos hasta cierto nivel). Errores causados por ejemplo por la anticipación. Aquí se tiene el aporte de Binet "quien distinguía ya las ilusiones que aumentan con la edad de las que disminuyen. En realidad, las primeras dependen todas, directamente, de actividades perceptivas; mientras que las segundas se derivan de los efectos de campo". (Piaget e Inhelder, 1984, p. 45).

Los efectos de campo siguen siendo cualitativamente los mismos en cualquier edad, salvo que pueden constituirse más o menos tarde, otros nuevos, por sedimentación de actividades perceptivas.

Estos proporcionan percepciones aproximadamente adecuadas, porque una percepción inmediata es de naturaleza probabilística. Observando una configuración, no se ve todo, con la misma percepción, ni todo a la vez. "De ello resulta que los efectos de campo, aunque adecuados en masa, son siempre parcialmente deformantes: esas ilusiones o deformaciones sistemáticas, siguen siendo cualitativamente las mismas en cualquier edad; pero disminuyen de intensidad o de valor cuantitativo con el desarrollo, bajo el efecto corrector de las actividades perceptivas (exploración, etc.)." (Piaget e Inhelder, 1984, p. 45).

Sugiere ésto, entonces, que dichas actividades se desarrollan con la edad, hasta plegarse con las directrices que les sugiere la inteligencia en sus progresos operatorias. Pero como sabemos, antes que se constituyan las operaciones del pensamiento, la acción entera es la que desempeña el papel de orientación.

Hay que excluir como lo sugiere Piaget e Inhelder "el considerar las actividades perceptivas como el resultado de una simple extensión o de un simple suavizamiento de los efectos de campo, como sugiere la

perspectiva propia de la teoría de la Gestalt. Son. por el contrario. los efectos de campo los que aparecen como sedimentaciones locales de actividades perceptivas de niveles variados. porque hay precoces. y el establecimiento de relaciones o comparaciones, globales al menos, comienza en las primeras semanas" (1984, p. 52).

Por lo tanto esta subordinación de los efectos de campo a las actividades perceptivas nos conduce así, a una revisión de las relaciones entre estas actividades y la acción en su conjunto.

Con respecto a la **representación**^ ésta comienza en los inicios del estadio preoperatorio y es perfeccionada durante el estadio de las operaciones concretas, ya que el primero es el paso intermedio entre los esquemas sensoriomotores y los conceptos propios a los esquemas operatorios concretos; es decir. son ya esquemas representativos concretos y se basan, principalmente, en imágenes que evocan los ejemplares característicos de una colección de objetos determinada. La capacidad de representar permite hacer uso del lenguaje, \nterpret.ar hacer dibujos. ampliar el campo en los juegos simbólicos o de construcción; hasta lograr por

medio de acciones de coordinación y diferenciación establecer relaciones representativas que permitan la organización de los objetos en clases jerárquicas.

En lo que a percepción se refiere, en esta investigación se emplea dos tipos de indagación perceptiva sobre objetos tridimensionales, a saber:

X Reconocimiento háptico (percepción háptica):

reconocimiento de las formas por el sentido del tacto en ausencia de estímulo visual. "Dicha percepción involucra un esquema que tiene sus fuentes sensorias tanto en la modalidad tactual como en la kinestésica. Esta denominación involucra dos conceptos que, por lo general, no se delimitan claramente: el tocar y la kinestesia.

El concepto de tocar sugiere un sentido exploratorio activo como opuesto a receptor pasivo. El tocar activo involucra la excitación de esquemas nuevos y cambiantes en la piel, junto con la excitación de receptores en las articulaciones y tendones. Por otra parte, el ser tocado involucra una excitación de receptores en la piel y sus tejidos subyacentes. Kinestesia es la sensibilidad profunda mediante la

cual se percibe el movimiento muscular, el peso y la posición de los distintos segmentos corporales" (Condemarín. Chadwick y Milicic, 1987, p. 173)

Las percepciones hápticas subyacen en las acciones motrices que posteriormente son elaboradas, haciendo uso de otras vías sensoriales y del pensamiento.

Entre algunos tipos de ejercicios para el desarrollo de esta percepción se tiene: experiencias táctiles y kinestésicas, reconocimiento de objetos familiares y reconocimiento de objetos complejos y formas geométricas abstractas.

**Reconocimiento visual (percepción visual):** "Implica la capacidad para reconocer y discriminar estímulos visuales e interpretarlos asociándoles con experiencias previas. Se deriva del manejo físico que el niño efectúa con los objetos; primero con sus manos y boca, posteriormente con sus ojos" (Condemarín. Chadwick y Milicia. 1978. p. 178)

Haciendo referencia a dicha percepción. Frostig M. aclara Que ésta no es simplemente la facultad de

ver en forma correcta. "La interpretación de los estímulos visuales ocurre en el cerebro, no en los ojos. La impresión sensorial ocurre en la retina, pero su reconocimiento ocurre en el cerebro". (Frostig, 1987, p.7)

Se presentan cinco facultades de percepción visual: coordinación visomotriz, percepción de figura-fondo, constancia perceptual, percepción de posición en el espacio y percepción de las relaciones espaciales. Se expone una breve explicación de cada una de ellas:

La coordinación motriz es la capacidad de coordinar la visión con los movimientos del cuerpo o de sus partes. Cuando se intenta alcanzar algo, las manos son guiadas por la visión. La precisión de la acción depende de una buena coordinación visomotora.

Percepción figura-fondo. La figura es la parte del campo de percepción que es el centro de atención del observador. Cuando se fija la atención en algo, el nuevo foco de atención llega a ser la figura y la que anteriormente fue la figura pasa a ser el

fondo. Un objeto no puede ser percibido con exactitud a menos que sea percibido en relación a su fondo.

El cerebro humano está organizado de tal manera que puede seleccionar, de entre una masa de estímulos, un número limitado de ellos, los que llegan a ser centro de atención. "Los estímulos seleccionados - auditivos, táctiles, olfáticos y visuales- forman la figura de nuestro campo perceptual, pero la mayoría de ellos constituyen un fondo cuya percepción es confusa". (Frostig, 1987, p. 8)

La constancia perceptual supone la posibilidad de percibir que un objeto posee propiedades invariables, como forma, posición y tamaño específicas a pesar de la variabilidad de su imagen sobre la retina del ojo. Así, las estructuras bi y tridimensionales pueden ser reconocidas por el que las percibe como pertenecientes a ciertas categorías de forma, cualquiera que sea su tamaño, color, contextura, modo de presentación o ángulo de visión. "Una persona que tenga una constancia perceptual adecuada reconocerá un cubo visto desde un ángulo oblicuo, aún cuando la imagen de la

retina difiera de la que presenta cuando se lo ve completo de frente" (Frostig, 1987, p.9)

La constancia del tamaño involucra la habilidad para percibir y reconocer el tamaño real del objeto, independientemente de los factores que puedan cambiar su tamaño real. "Esta constancia se inicia, antes de la constitución del objeto permanente (ocho meses aproximadamente) pero después de la coordinación de la visión con la aprehensión (hacia los cuatro meses y medio)" (Piaget e Inhelder. 1984, p. 41)

Realizar ejercicios de constancia perceptual ayuda a desarrollar la capacidad de generalización con respecto al material visual, también ayuda a la identificación de formas geométricas cualquiera que sea su tamaño, color o posición.

Se define la **percepción de posición en el espacio**

"como la relación de un objeto con el observador. Espacialmente. por lo menos, una persona siempre es el centro de su propio mundo y percibe los objetos que están por detrás, por delante, por arriba, por abajo o al lado de sí mismo" (Frostig. 1987, p. 9).

En la realización de ejercicios de este tipo de percepción se propicia la significación de términos que indican una posición espacial como, por ejemplo, "en", "fuera", "arriba", "abajo", "izquierda", "derecha", "antes", "detrás", "encima" y "debajo", entre otras.

La percepción de las relaciones espaciales "es la capacidad de un observador de percibir la posición de dos o más objetos en relación consigo mismo y respecto los unos de los otros". (Frostig, 1987, p.9). La capacidad de percibir relaciones espaciales surge a partir de la percepción de la posición de un objeto, en relación al propio cuerpo.

Se presenta un vínculo entre la percepción de las relaciones espaciales y la percepción figura-fondo ya que las dos suponen el establecimiento de relaciones. La diferencia entre ambas consiste en que en la percepción figura-fondo "el campo visual está dividido en dos partes -una sobresaliente a la cual se dirige la atención principal (la figura), y otra que no molesta la atención (el fondo)-, mientras que en la percepción de las relaciones

espaciales puede observarse cualquier número de partes diferentes, relacionadas las unas con las otras, y todas reciben una atención casi igual". (Frostig, 1987, p. 1.0).

#### **Desarrollo del concepto de espacio.**

Las primeras relaciones espaciales que pueden representarse mentalmente son todas aquellas que evidentemente se refieren a características de la realidad circundante. Dichas características son propias del **espacio topológico** que engloban propiedades independientes de la forma o el tamaño de los cuerpos, permaneciendo invariantes a cualquier distorsión (contracciones, expansiones, deformaciones, ...) de los mismos.

Tales propiedades son:

**1°. Proximidad o cercanía.** Por ejemplo en los dibujos que realizan los niños espontáneamente o con modelo, los rasgos están cerca, pero la proximidad, no se ha resuelto todavía, como se demuestra en la ubicación de las partes en relación con el todo. Ejemplo: el cuerpo humano y sus miembros.

2. Separación. Se da en la medida en que diversos elementos del dibujo se distinguen entre sí. Ejemplo: no traslapar la cabeza y el cuerpo.

3. Orden o sucesión espacial (ordenación) Es la síntesis de la proximidad y la separación. Ejemplo ubicar correctamente un elemento del todo en relación con sus demás partes.

4. Contorno o cierre (cerramiento). Hace referencia a ubicar elementos de acuerdo a las relaciones de estar "dentro", o estar "fuera". Ejemplo: dibujar la puerta de una casa en su fachada.

5. Continuidad. "Me doy perfecta cuenta de la dificultad inherente a la continuidad, pero ese atributo no se puede soslayar, a pesar de su "irrealidad": es el nervio de la geometría y la diferencia tajante entre ésta y la aritmética, entre otras". (Escobar, 1995, p. 4)

Se trata de una propiedad a la que se accede de una forma perceptual y que requiere de un esquema operatorio para expresarla formalmente. (Una transformación es topológica si y sólo si es biunívoca

y bicontinua. Una ampliación de este concepto se encuentra en: Sigma. El mundo de las matemáticas. Tomo 4. 9a Ed. Barcelona. Erijalbo 1983, p. 177)

Destacamos como las investigaciones de Piaget e Inhelder (1969), muestran que en las pruebas de dibujos de figuras geométricas "Las relaciones topológicas son las primeras en orden de aparición, porque son inherentes al ordenamiento más sencillo posible de organización de las acciones de las cuales se abstrae la forma. Esta abstracción no se lleva a cabo sobre la única base de los objetos percibidas como tales, sino que se fundamenta, en mucho mayor medida, en las acciones que permite construir objetos en términos de su estructura espacial". (Hollonay, 1982, p. 23). Así, la construcción de la forma (dibujo) está claramente separada de su percepción y de su representación imitativa o pictórica.

Las formas topológicas, corresponden a las formas más elementales de representación de las acciones sobre los objetos.

La reconstrucción de las formas, como proceso activo de "poner en relación: se basa, por consiguiente, en las

propias acciones del niño y se produce por intermedio de su coordinación gradual". (Holloway, 1982, p. 24).

El segundo grupo de propiedades corresponde al **espacio proyectivo**, el cual hace referencia a la "localización de objetos y sus configuraciones en mutua relación, según sistemas de perspectiva general o de acuerdo con ejes coordenados". (Holloway, 1982, p, 41).

En este espacio, más que el análisis de objetos aislados, se relaciona con la intercoordinación de éstos, separados en el espacio. Psicológicamente, ésta noción (espacio proyectivo) surge cuando el objeto es puesta en relación con "un punto de vista" ya sea el del sujeto o el de otros objetos, sobre los cuales se proyecta el primero. Un camino para acceder a estas propiedades es por ejemplo predecir qué aspecto presentará un objeto al ser visto desde diferentes lugares.

El tercer grupo de propiedades corresponde al **espacio euclidiano**. Propiedades "relativas a tamaños, distancias y direcciones, que conducen por lo tanto a la medición de longitudes, ángulos, áreas y así sucesivamente". (Dickson \* otros, 1971, p. 24). Es

decir. determinar la mvariancia del dual ángulo-distancia. luego de someter objetos a transformaciones rígidas (giros y traslaciones).

Por lo tanto. los conceptos espaciales advierten procesos de interiorización, mediante la diferenciación y coordinación de acciones o imágenes resultantes de esas acciones. Al respecto K. Lovell expone el pensamiento de Piaget; "El niño tiene que superar la etapa imaginativa como base del pensamiento representativo y ha de ser capaz de construir y transformar figuras espaciales para poder concebir un sistema coherente de relaciones en el espacio. Llegará a ella mediante el manejo de objetos y figuras". (Lovell, 19&?, p. 109).

#### **Naturaleza del pensamiento geométrico**

El pensamiento geométrico no se haya determinado por las imágenes mentales, ni por estímulos visuales o táctiles. A pesar del carácter privilegiado de la imagen espacial que llega a una unión estrecha entre lo figurativo y lo operativo; ésta imagen no juega un papel preponderante en la construcción geométrica pues, "en éste terreno, la imagen no se desarrolla y no i lega a cumplir sus funciones reproductoras y anticipadoras

mas que cuando está dirigida por las operaciones. Sostiene Piaget: La imagen no proporciona mas que instantáneas (por ello mismo simbólicas) allí donde la operación alcanza la transformación como tal". (Bang. V.: Piaget, J. y otros. 1971. p.17)

Mas bien, la representación espacial se debe a las intervenciones que realiza el sujeto con el objeto de conocimiento. En primer lugar, el niño adquiere imágenes a través de actividades perceptivas, relacionándose dichas actividades con la capacidad para evocarlas.

Consiste, entonces inicialmente, en explicaciones visuales y táctiles que al no estar organizadas, el niño sólo puede representarse relaciones topológicas.

Para alcanzar un pensamiento geométrico es necesario superar la etapa imaginativa como base del pensamiento representativo, hacia la construcción y transformación de figuras espaciales, hasta concebir un sistema coherente de relaciones en el espacio, mediante la interiorización de las acciones realizadas con objetos figuras, ya que el pensamiento geométrico es en esencia un sistema de operaciones interiorizadas.

Respecto al tema, sostiene Lovell (1969. p. 109) "La imagen que brota de la actividad perceptiva, adquiere la capacidad de servir como soporte al razonamiento espacial, y tanto las imágenes de las figuras espaciales como las resultantes de las operaciones mentales realizadas con figuras, son necesarias para el pensamiento geométrico. Pero el elemento vital para alcanzar un sistema coherente de pensamiento geométrico, está constituido por las operaciones". Las operaciones al ser acciones interiorizadas, son reversibles, por lo tanto, aptas para ser ordenadas mentalmente.

Lo anterior, señala la presencia del proceso psicogenético de las estructuras geométricas, las cuales ampliamos a continuación.

#### Desarrollo psicogenético

La psicogénesis de las estructuras geométricas, se caracteriza por el proceso de diferenciación de lo espacial y de lo lógico, en cada etapa del desarrollo:

- En el período sensoriomotor se presenta una total indiferenciación de lo espacial y de lo lógico "puesto que allí los conocimientos se reducen a un

saber hacer cine todavía no está conceptualizado y cuyos únicos instrumentos consisten en movimientos y percepciones, es decir, en acciones efectuadas materialmente". (Piaget y García. 1982, p. 126).

Los esquemas de este nivel (esquemas de acción y sus coordinaciones), aunque organizados carecen de todo pensamiento o representación conceptual.

Durante el período preoperatorio, se inicia una diferenciación,, gracias a la función simbólica y semiótica; sin embargo, los esquemas representativos propios de la etapa, aunque coordinados, no logran todavía el establecimiento de la diferenciación necesaria para la construcción **operatoria** del espacio geométrico. Por mucho tiempo permanece indisociable el concepto geométrico de su carácter espacial.

En el período de las operaciones concretas se presenta una diferenciación, gracias a la instauración de "las operaciones mentales". Dicha diferenciación parece lograda, "en tanto aparecen dos sistemas isomorfos, pero distintos, de operaciones: **relaciones lógicas**. fundadas en

similitudes y diferencias: relaciones  
infralógicas fundadas en relaciones de vecindad **y**  
en el continuo". (Piaget y Sarcia. 1982. p. 126).  
ero siendo las primeras operaciones, de carácter  
concreto, es decir que su utilización requiere de  
la manipulación de objetos, "comporta todavía  
desplazamientos en el espacio **y**, por consiguiente,  
un residuo importante de aspectos espaciales".  
(Piaget **y** García. 1982, p. 126).

Es solo en el período de las operaciones formales,  
donde se logra la diferenciación entre los espacios  
físico y geométrico (lógico-matemático) determinada  
por un razonamiento hipotético-deductivo.

En consecuencia, las actividades escolares deben  
favorecer el proceso de desarrollo del pensamiento  
geométrico a saber:

1. Exploración del espacio topológico.

- Colocar objetos cerca de, lejos de, en serie.
- Acciones de introducir y sacar objetos de una
- Atar y desatar cuerdas, entre otras.

## 2. Exploración visual del espacio proyectivo.

- Exploración visual y táctil de objetos, desde diferentes ángulos (giros y traslaciones).

Plegar y desplegar papeles.

- Realizar diferentes secciones. mediante el recortado y modelado.
- Ampliar y reducir figuras.
- Dibujar objetos desde diferentes ángulos.
- Realizar actividades de proyección de sombras.  
Identificar las figuras en sombra y dibujarlas..

## Exploración del espacio euclidiano.

- Actividades presentadas progresivamente, de acuerdo con el proceso de conceptualización.
- Reconocimiento de formas, mediante actividades de exploración visual y táctil. Nominación correcta de las figuras.
- Exploración de las propiedades de las figuras.
- Establecimiento de relaciones lógicas entre las propiedades de las formas.
- Formalización hipotética - deductiva del conocimiento geométrico.

La geometría en la relación: Espacio Físico (Geometría Física) - Espacio Lógico-Matemático (Geometría Matemática).

El espacio físico y el espacio lógico-matemático presentan diferencias en sus procesos de construcción en cuanto a contenidos y métodos, presentadas a continuación, a manera de paralelo.

## ESPACIO FISICO

Recurre a la experiencia física (Abstracción a partir de los objetos)

Abstracción simple en el sentido de una reflexión por parte del sujeto sobre las propiedades de los objetos (Abstracción empírica).

Las operaciones espaciales son **infralógicas**. "Consisten en engendrar el objeto por medio de sus propios elementos, logrando así, no clases o relaciones independientes del espacio sino objetos totales de distintos tipos; se trata, por ejemplo, de reunir las partes de un objeto en un todo o de colocarlas en un orden de sucesión determinado". (En Piaget. La representation de l'espace chez l'enfante. 1948. Citado por Castorina y Palau. 1982, p.73)

Las operaciones infralógicas proceden por **análisis intrafigural**, que se dirige a los elementos de una misma figura.

## ESPACIO LOGICO-MATEMATICO.

Procede por composición exclusivamente operatoria o deductiva. (Abstracción a partir de las acciones sobre los objetos).

Abstracción reflexiva y constructiva en el sentido de una reflexión (toma de conciencia) del sujeto sobre sus propiedades (Experiencia lógico-matemática).

Las operaciones lógico-matemáticas, son **lógicas**. Son aquellas operaciones "que tratan sobre objetos individuales considerados como invariantes y se limitan a reunirlos o a relacionarlos independientemente de sus vecindades y de las distancias espacio-temporales que los separa". (En Piaget. La representation de l'espace chez l'enfante. 1948. Citado por Castorina y Palau. 1982, p. 73)

Las operaciones lógicas, proceden por **análisis interfigural** que consiste en reunir los elementos en clases, en función de cualidades comunes.

#### 4.3 LA GEOMETRIA EN LA EDUCACION BASICA

En el año de 1991 el Ministerio de Educación Nacional presenta a través de la Dirección General de Capacitación y Perfeccionamiento Docente. Currículo y Medios Educativos. la serie completa de programas curriculares correspondiente a los nueve años de Educación Básica. Se trata de una propuesta de programa curricular que específicamente para el caso de la Matemática se desarrolla con base en el enfoque de sistemas donde se hace una presentación estructurada tanto de los contenidos como de la metodología. En cuanto a la metodología se establecen tres sistemas propios al desarrollo del pensamiento lógico-matemático: Concreto, Conceptual y Simbólico, respecto a los cuales se ha hecho referencia en la segunda parte. En cuanto a los contenidos se establecen ocho sistemas, a saber: Numéricos. Geométricos. Métricos, de Datos. Lógicos. Analíticos. de Conjuntos y de Relaciones y Operaciones.

A continuación se presentan algunas consideraciones alrededor del Sistema Geométrico, sobre el cual ha sido conducida esta investigación en lo que se refiere a la

parte conceptual. Estas consideraciones hacen referencia, entre otros, al concepto de Sistema, a los contenidos básicos del Sistema Geométrico en la Educación Básica y a la definición de Geometría.

**Se define Sistema como un conjunto de objetos con sus relaciones y operaciones.** Esta definición encarna una relación dinámica entre tres conjuntos:

Un conjunto de objetos, simbolizado por una letra mayúscula latina, por ejemplo  $A$ . Este conjunto, llamado subyacente, no puede ser vacío.

- Un conjunto de relaciones, simbolizado ordinariamente por una letra mayúscula cursiva, por ejemplo. En este conjunto se puede indicar las relaciones entre los elementos de conjunto  $A$ .
  
- Un conjunto de operaciones, simbolizada ordinariamente por una letra griega, por ejemplo omega  $\Omega$ . Este conjunto puede ser vacío en el caso de sistemas puramente relacionales.

Abreviadamente. cualquier sistema **S** específico de la Matemática puede simbolizarse por medio de una terna ordenada de conjuntos:

$$S = (A; \mathcal{R}, \Omega)$$

El enfoque de sistemas contribuye al logro de los objetivos del programa porque organiza y unifica los diversos contenidos y las diversas ramas de la Matemática, a través de unos conceptos y un lenguaje común: facilita la articulación de la Matemática con las demás áreas del currículo, y permite desarrollarlos contenidos atendiendo a las características de los alumnos del Ciclo Básico.

**Particularmente, en cuanto a contenidos se refiere, el Sistema Geométrico incorpora toda la parte de geometría activa a través de la exploración del espacio.** De esta manera se estudian los sólidos, las formas planas, las líneas, los ángulos, etc.; destacando relaciones como paralelismo, perpendicularidad, congruencia y semejanza y transformaciones como rotaciones, traslaciones, reflexiones, reducciones \*/ ampliaciones.

Para la Básica Secundaria sigue siendo importante la exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, y las maneras de representar ese espacio en el papel.

Se insiste en las distintas representaciones gráficas, los distintos tipos de proyecciones y el dibujo técnico.

Los contenidos del Sistema Geométrico para cada uno de los grados de la Educación Básica están distribuidos de la siguiente manera:

Grado Primero: Relaciones espaciales. Algunos sólidos geométricos regulares. Figuras planas. Bordes rectas y bordes curvos. Introducción a la simetría. Líneas (abiertas y cerradas).

Grado Segundo: Rectas paralelas y perpendiculares. Rotaciones y giros. Angulo. Formas geométricas regulares: cuadradas, triangulares, rectangulares y circulares. Noción de perímetro.

Grado Tercero: Superficies (fronteras de sólidos). Superficies planas. Líneas (fronteras eje superficie).

Puntos (fronteras de líneas). Caracterización de triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

Grado cuarto: Modelos de sólidos. Cuadriláteros: trapecio. Perímetro (generalizado). Radios, diámetros. Areas: trapecio, cuadrado, rectángulo. triángulo. Cuadrícula.

Grado Quinto: Construcciones con regla y compás. Polígonos regulares. Construcción de algunos sólidos. Area de círculo. Area y volumen de algunos solidos.

Grado Sexto: Traslaciones. Paralelismo. Rotación, ángulos. Perpendicularidad. Triángulos y cuadriláteros. Distancias. Teorema de Pitágoras.

Grado Séptimo: Movimientos rígidos: rotaciones, reflexiones, traslaciones. Congruencias y semejanzas. Homotecias. Polígonos. Círculo. Perímetro.

Grado Octavo: Simetrías activas. Rotación, simetrías, ejes de simetría. Hacia el concepto de grupo. Polígonos: caracterización. perímetros y áreas. (Circunferencia y círculo. relación del perímetro y del área de un polígono con la longitud de su lado.

Grado Noveno: Escalas. Proyecciones: puntuales y paralelas. Representación de sólidos en el plano: vista única y vistas múltiples. Planos y cortes: cónicas. Volumen de sólidos.

Los anteriores contenidos son una buena justificación para el planteamiento de uno de los objetivos fundamentales de la Matemática en la Educación Básica, a saber:

"Explorar el espacio en dos y tres dimensiones y construir modelos imaginativos y pictóricas del mismo y desarrollar algunos sistemas conceptuales y simbólicos que permitan manejar esos modelos".

Paralelamente se pone de manifiesto la estrecha relación entre Espacio y Geometría que pueden presentarse de manera integrada, definiendo la segunda (Geometría) como la Matemática del primero (Espacio). Integración que permite instaurar el verdadero espíritu de la Geometría en este nivel de la Educación Básica, cual es el propuesto por Félix Klein en su programa de Erlangen de 1872, espíritu oor demás armonioso y

"Una Geometría es el estudio de aquellas propiedades de un conjunto A que permanecen invariantes cuando los elementos de A se someten a las transformaciones de un cierto grupo de transformaciones. ^  
Geometría se representará por el símbolo  $G(A; \wedge^-)$ "

"Al construir una Geometría, se está entonces en libertad de elegir, primordialmente, el elemento fundamental de la geometría en cuestión (punto, recta, circunferencia, esfera, etc.); en segundo lugar, la totalidad o, espacio de estas elementos (plano de puntos, superficie esférica de puntos, haz de circunferencias, etc.); y finalmente el grupo de transformaciones al que ha de someterse el espacio o conjunto de elementos".

En este sentido y sin dejar de reconocer la existencia de otros espacios como el perceptivo nos ocupamos fundamentalmente del espacio físico o espacio de la tres dimensiones y de los espacios matemáticos o:

"Espacios definidos por una geometría, que bajo el sentido F. Klein puede definirse como el conjunto de todos los conceptos y todas las propiedades que se conservan cuando en una figura se realizan todas las transformaciones que pertenecen a un grupo dado".

"Hay que proceder entonces a elegir de una vez por todas a A y al tipo de transformaciones en A. y de paso, una Geometría que sea interesante y 'útil\*' en zonas aledañas como la física". (Escobar, 1935. p.2)

"Postulamos - pedimos la aprobación de la existencia de  $Re_5$  y de movimientos en  $Re_?$ . con eso nos dedicamos a un Geometría en  $Re_3$  en el sentido de buscar

propiedades de partes de  $Re^3$  que sean invariantes respecto de un grupo de movimientos allí (...) " (Escobar. 1995. p. 3).

Es conveniente, entonces, presentar los conceptos básicos tratados en esta investigación, esbozando un plan para una Geometría en  $Re^3$  teniendo presente el tipo de propiedades de partes de  $Re^3$  a estudiar e igualmente teniendo presente "¿cuáles pedazos - partes - segmentos - subconjuntos - zonas... de  $Re^3$  estarán sujetas a escrutinio?" (Escobar. 1995. Pág 3).

"Se continúa el ejercicio postulacional, aceptando que los elementos ("átomos" - constituyentes primarios) de  $Re^3$  son los puntos (por eso el remoquete de espacio 5 dimensional para  $Re^3$ : es que  $Re^3$  no es 5 dimensional en, diga usted, líneas o superficies'), y el punto lo tomamos sin definición; postulamos también que un punto o un conjunto de puntos tiene (n) una localización en  $Re^3$ , cambiante según un movimiento (localización - lugar - posición es otro término no definido aquí). Y de todos los posibles subconjuntos de  $Re^3$  echamos mano de éstos: las líneas (y partes de líneas), las superficies (y partes de superficies), y partes de  $Re^3$  acotadas - limitadas - por líneas y/o superficies: dichos subconjuntos serán los actores centrales en la persecución de invariantes métricas respecto de movimientos".

"Línea en  $Re^3$  es el nombre dado a un conjunto  $CX$  de puntos, generado por el movimiento continuo de un punto respecto de un parámetro  $t \in Re$ , y

Superficie en  $Re^3$  es el nombre dado a un conjunto  $S^*$  de puntos, generado por el movimiento continuo de una línea  $C$  respecto de un parámetro  $u \in Re$ ". (Escobar. 1995. Pág4)

Se pasa entonces a definir desde esta perspectiva conceptos como: Figura geométrica, polígonos, figuras circulares, cuerpos geométricos, transformaciones rígidas (euclidianas) y la Simetría como propiedad y como transformación:

Figura geométrica: Intuitivamente se entiende por figura geométrica un conjunto de puntos en el espacio Bidimensional (Espacio lineal euclidiano bidimensional)

Se llama Línea Poligonal a la figura formada por varios segmentos AB, BC, CD, etc. no colineales tales que un segmento y el siguiente tienen un extremo en común.

Cuando el primero y el último segmento de la línea poligonal tienen también un extremo en común se dice que la línea poligonal es cerrada.

Los segmentos que forman la línea poligonal son los lados de la misma. Los extremos comunes de cada dos segmentos consecutivos son los vértices de la poligonal.

Se llama polígono al conjunto de puntos del espacio bidimensional encerrados dentro de una línea poligonal cerrada.

Aunque los conceptos de línea poligonal (contorno de polígono) y polígono (superficie encerrada dentro de la línea poligonal) son bien distintos en la práctica se emplea la palabra polígono para designar a ambos.

Se llaman lados, vértices y ángulos de un polígono a los de la línea poligonal que lo delimita.

Se puede establecer distintas clasificaciones de polígonos, atendiendo a:

- a) La regularidad de sus lados y ángulos.
- b) Al carácter cóncavo o convexo de la figura.
- c) Al número de lados del polígono.

a) Según la regularidad de sus elementos se distinguen:

1. Polígonos Regulares. Son aquellos que tienen todos los lados iguales y todos los ángulos iguales.
2. Polígonos irregulares. Cuando no son regulares.

b) Según el carácter cóncavo o convexo de la figura se distinguen:

1. Polígono Cóncavo: un polígono es cóncavo si existen al menos dos puntos de la figura que al unirlos con un segmento de recta, parte de él queda por fuera de la figura
2. Polígono Convexo: un polígono es convexo, si no es cóncavo.

c) Según el número de lados, algunos polígonos (los de número de lados relativamente bajo) se denominan de manera específica, tal como se indica a continuación: Triángulo, si tiene tres lados; Cuadrilátero, si tiene cuatro; Pentágono, si tiene cinco; Hexágono, si tiene seis; Heptágono, si tiene siete; Octágono, Eneágono y Decágono, si tienen respectivamente ocho, nueve y diez lados; Endecágono, si tiene once;

Dodecágono. si tiene doce y Pentedecágono. si tiene quince lados.

Para los restantes polígonos, se indica únicamente el número de lados. Ejemplo: polígono de 18 lados.

Se llama circunferencia a la línea formada por todos los puntos de un plano que equidistan de otro punto  $O$ , fijado en el plano. El punto  $O$  se denomina Centro de la Circunferencia. Se llama Radio,  $R$ , de la circunferencia, a todo segmento que va desde el centro hasta un punto cualquiera de la misma. Se comprende fácilmente que una circunferencia queda determinada si se conoce el centro y el radio.

Se llama Círculo al conjunto de puntos del espacio bidimensional encerrados dentro de una circunferencia.

Se llama Arco a cada uno de los conjuntos de puntos de la circunferencia comprendidos entre dos de sus puntos. A los dos puntos anteriores se les denomina Extremas del Arco.

Se llama Cuerda correspondiente a un arco. al segmento que une los extremos del arco. Una cuerda que pasa por el centro de la circunferencia. se denomina diámetro y corresponde a dos radios

Se llama Sector Circular a la porción de círculo limitada por dos radios y un arco de circunferencia. Se llama Segmento Circular a la porción de círculo comprendida entre un arco y su cuerda correspondiente.

Se llama Corona Circular a la porción de superficie comprendida entre dos circunferencias concéntricas (circunferencias que tienen el mismo centro)

Se llama Trapecio Circular a toda porción de corona circular limitada por dos radios.

Los sólidos geométricos del espacio -Cuerpos Geométricas- pueden clasificarse en dos grandes grupos:

1. Poliedros: aquellos cuerpos geométricos totalmente limitados por polígonos. Ejemplos: el prisma, la pirámide, etc.

2. Cuerpos Redondos: aquellos cuerpos geométricos engendrados por la rotación de una figura plana alrededor de un eje. Ejemplos: la esfera, el cilindro, etc.

En todo poliedro se distinguen los siguientes elementos:

- A) Caras: cada uno de los polígonos que limitan el poliedro.
- b) Aristas: los lados de las caras del poliedro.
- c) Vértices: los vértices de cada una de las caras del poliedro.
- d) Angulos Diedros: formados por cada dos caras del poliedro que tengan una arista en común.
- e) Angulos Poliedros: formados por tres o más caras del poliedro con un vértice común.
- f) Diagonales: segmentos que unen dos vértices no pertenecientes a la misma cara.
- g) Planos Diagonales: formados por cuatro vértices de los cuales sólo dos son pertenecientes a la misma cara.

Se llama Sección Recta de un poliedro al polígono obtenido al cortar dicho poliedro por un plano perpendicular a las aristas laterales.

Algunos poliedros reciben nombres especiales en función del número de caras que poseen.

Así, se llama Tetraedro a todo poliedro de cuatro caras; Pentaedro, al poliedro de cinco caras; Hexaedro, al poliedro de seis caras; Heptaedro, al de siete caras; Octaedro, al de ocho caras; Eneaedro, al de nueve caras; Decaedro, al de diez; Endecaedro, al de once; Dodecaedro, al poliedro de doce caras; Pentacaedro, al de quince caras; e Icosaedro, el poliedro de veinte caras.

Los demás poliedros no reciben ningún nombre en particular; así, por ejemplo, se dice: un poliedro de 17 caras, de 22 caras, etc.

Conviene no confundir los poliedros (cuerpos geométricos cerrados) de los ángulos poliedros correspondientes, a pesar del gran parecido en las denominaciones de unos y otros, que únicamente se diferencia en la palabra "ángulo" que figura antepuesta cuando se trata de un ángulo poliedro y no figura cuando se trata del poliedro correspondiente.

En el caso del ángulo triedro resulta indiferente la denominación "ángulo triedro" o la denominación "triedro", ya que por no existir el poliedro de tres lados no es posible que se de la confusión anterior.

Se entiende por Desarrollo de un Poliedro a la figura obtenida cuando se representan todas las caras del poliedro sobre un plano, de manera que cada cara del poliedro aparezca unida a sus adyacentes según la misma arista con la que lo estaba el poliedro.

Se dice que un poliedro es cóncavo si existen al menos dos puntos de la figura que al unirlos con un segmento de recta, parte de él queda por fuera de la figura. En el caso contrario, se dice que el poliedro es convexo.

Atendiendo a la regularidad de sus elementos se puede establecer otra clasificación de los poliedros en:

Poliedros Regulares, cuando todas sus caras son polígonos regulares entre sí y todos sus ángulos diedros y poliedros son también iguales. Existen solamente cinco poliedros regulares.

Poliedros Irregulares, cuando no son regulares, por no cumplirse algunas o todas las condiciones precisas para ello.

Dentro de los poliedros existen tres grupos importante que son los Prismas, los Paralelepípedos **y** las Pirámides.

Se denominan Prismas aquellos poliedros limitados por dos polígonos cualesquiera iguales **y** - de lados paralelos llamados "bases" **y** por tantos paralelogramos como lados tienen las bases.

Dichos paralelogramos reciben el nombre de Caras Laterales del prisma.

La distancia entre las dos bases se llama Altura del Prisma.

Los lados de las bases constituyen las Aristas Básicas **y** los lados de las caras laterales Aristas Laterales, iguales **y** paralelas entre sí.

Sección Recta de un prisma es el polígono obtenido al cortar dicho prisma por un plano perpendicular a las aristas laterales.

Tronco de Prisma es la porción de prisma comprendida entre una de las bases y una sección recta del prisma no paralela a las bases.

Atendiendo al número de caras laterales del prisma los prismas se clasifican en Triangulares (cuando tienen tres caras laterales), Cuadrangulares (si tienen cuatro), Pentagonales, Hexagonales, etc.

Atendiendo a la perpendicular entre las bases y las caras laterales del prisma, un prisma puede ser: Recto, cuando las aristas laterales son perpendiculares a las bases (en este caso todas las caras laterales son rectángulos); Oblicuo, cuando no se cumplen las condiciones para que sea recto (en este caso, las caras laterales son simplemente paralelogramos).

Atendiendo a la regularidad de sus bases y al carácter de recto u oblicuo del prisma, los prismas se clasifican en Regulares, cuando son rectos

además las bases son polígonos regulares. e Irregulares, en caso de que no sean regulares.

Si se trata de un prisma recto, el desarrollo está constituido por un rectángulo formado por las caras laterales del prisma y dos polígonos iguales correspondientes a las bases del prisma.

Cuando el prisma sea oblicuo, el desarrollo está conformado por varios paralelogramos, unidos por los lados paralelos entre sí (aristas laterales), pero de distinta longitud y por dos polígonos iguales correspondientes a las bases del prisma.

Se denominan Paralelepípedos a aquellos prismas cuyas bases son paralelogramos. Ejemplo: una caja de cerillas, un dado de juego, etc.

Se comprende fácilmente que un paralelepípedo tiene seis caras (dos correspondientes a las bases que son paralelogramos y cuatro a las caras laterales).

Todo paralelepípedo tiene ocho vértices y doce aristas.

Dichos triángulos reciben el nombre de Caras Laterales de la Pirámide y el punto común a las caras laterales se llama Vértice de la pirámide.

Las aristas de la base se llaman Aristas Básicas y las aristas que concurren en el vértice, Aristas Laterales.

La distancia entre el vértice y la base es la Altura de la pirámide.

Atendiendo al número de caras laterales de las pirámides estas se clasifican en: Triangulares (cuando tienen tres caras laterales), Cuadrangulares (cuando tienen cuatro), Pentagonales, Hexagonales, etc.

La pirámide triangular se denomina Tetraedro y todas sus caras son triangulares.

Atendiendo a la regularidad de sus elementos, las pirámides se clasifican en: Regulares. cuando la base es un polígono regular, las caras laterales son triángulo isósceles iguales entre sí. En caso contrario son irregulares.

Dichos triángulos reciben el nombre de Caras Laterales de la Pirámide y el punto común a las caras laterales se llama Vértice de la pirámide.

Las aristas de la base se llaman Aristas Básicas y las aristas que concurren en el vértice. Aristas Laterales.

La distancia entre el vértice y la base es la Altura de la pirámide.

Atendiendo al número de caras laterales de las pirámides estas se clasifican en: Triangulares (cuando tienen tres caras laterales), Cuadrangulares (cuando tienen cuatro), Pentagonales, Hexagonales, etc.

La pirámide triangular se denomina Tetraedro y todas sus caras son triangulares.

Atendiendo a la regularidad de sus elementos, las pirámides se clasifican en: Regulares. cuando la base es un polígono regular, y las caras laterales son triángulo isósceles iguales entre sí. En caso contrario son irregulares.

En toda pirámide regular el pie de la perpendicular desde el vértice a la base, es decir, el pie de la altura coincide con el centro de la base.

Se llama Tronco de Pirámide de bases paralelas a la porción de pirámide comprendida entre la base y una sección paralela a dicha base.

La distancia entre las dos bases del tronco es la Altura del Tronca.

Se llama Pirámide Deficiente a la porción de pirámide comprendida entre el vértice y la sección paralela a la base. Si se trata de una pirámide regular, las caras laterales del tronco de pirámide son trapecios isósceles iguales entre sí y en este caso se llama Apotema del tronco de pirámide a la altura de urna de las caras laterales del tronco de pirámide regular.

El desarrollo de la superficie lateral de una pirámide puede obtenerse fácilmente cortando su superficie lateral por una de las aristas laterales y extendiendo esta superficie sobre un plano. Se comprueba así que el desarrollo de la superficie

lateral de una pirámide regular es un sector poligonal regular, compuesto por tantos triángulos isósceles como lados tiene la pirámide y siendo la altura de estos triángulos, por definición, las apotemas de la pirámide.

Como se ha dicho anteriormente se dice que un Poliedro es Regular cuando todas sus caras son polígonos regulares iguales entre sí y todos sus ángulos diedros y poliedros son también iguales.

No existen más que cinco poliedros convexos que cumplan con las condiciones anteriores, a saber:

- 1) El tetraedro regular.
- 2) El Hexaedro regular o Cubo.
- 3) El Octaedro regular.
- 4) El Dodecaedro regular.
- 5) El Icosaedro regular.

La superficie del Tetraedro regular está formado por cuatro caras que son triángulos equiláteros iguales que se reúnen de tres en tres en cada vértice, es decir, formando ángulos triedros iguales. Constituye

por lo tanto una pirámide triangular regular. Tiene cuatro vértices y seis aristas.

En el Hexaedro regular o cubo su superficie está constituida por seis caras que son cuadrados iguales que se reúnen de tres entres en cada vértice, formando ángulos triedros iguales. Es un prisma cuadrangular regular. Tiene ocho vértices y doce aristas.

En el Octaedro regular, su superficie consta de ocho caras que son triángulos equiláteros agrupados de cuatro en cuatro en cada vértice, formando ángulos tetraedros iguales. Se puede considerar que está formado por la unión de dos pirámides cuadrangulares regulares, iguales por sus bases. Tiene ocho caras, seis vértices y doce aristas.

La superficie del Dodecaedro regular consta de doce caras que son pentágonos regulares y están agrupadas de tres en tres formando ángulos triedros iguales. Tienen doce caras, veinte vértices y treinta aristas. El número de vértices. 20, se calcula fácilmente teniendo en cuenta que cada cara tiene

cinco vértices y que cada vértice es común a tres caras, ya que las caras se agrupan de tres en tres.

En el Icosaedro regular. su superficie consta de veinte caras, que son triángulos equiláteros, agrupadas de cinco en cinco formando ángulos pentaedros iguales. Tiene veinte caras, doce vértices y treinta aristas. El número de vértices, 12, se calcula teniendo presente que cada cara tiene tres vértices, pero a la vez cada vértice, es común a cinco caras, ya que las caras se agrupan de cinco en cinco.

Se dice que dos poliedros regulares son conjugados cuando tienen el mismo número de aristas y el número de caras de uno coincide con el número de vértices del otro. Ejemplo: el octaedro y el cubo son poliedros regulares conjugados, ya que ambos tienen doce aristas y el número de vértices del octaedro, seis, coincide con el número de caras del cubo, seis, y además el número de caras del octaedro, ocho, es igual al número de vértices del cubo, ocho. Para obtener el poliedro regular conjugado de uno dado basta unir los centros de las caras del primero. Otros ejemplos de poliedros conjugados son:

el dodecaedro y el icosaedro: el tetraedro es conjugado de sí mismo.

Se denominan Cuerpos Redondos o bien Cuerpos de Revolución a los engendrados al rotar una figura plana, un ángulo de  $360^\circ$  alrededor de un eje de revolución.

Los principales cuerpos de revolución son: el cilindro, el cono y la esfera.

Se llama Cilindro de Revolución al cuerpo engendrado por un rectángulo al girar sobre uno de sus lados como eje de rotación. Se produce así un cuerpo limitado por dos círculos iguales denominados Bases y por una superficie curva llamada Superficie Cilíndrica de Revolución.

Se denomina Generatriz del cilindro al lado del rectángulo que engendra la superficie lateral del cilindro. La distancia entre las dos bases se denomina Altura del Cilindro y coincide en valor con la generatriz del mismo.

El desarrollo de un cilindro de revolución está constituido por un rectángulo, correspondiente a la superficie lateral del cilindro en cuestión, de base igual a la longitud de la circunferencia de una de las bases del cilindro y altura igual a la generatriz del mismo.

Se llama Cono de Revolución al cuerpo engendrado por un triángulo rectángulo al girar sobre uno de sus catetos como eje de rotación. Se produce así, un cuerpo geométrico limitado por un círculo, denominado Base, y por una superficie curva, llamada Superficie Cónica de Revolución.

Se denomina Generatriz del cono a la hipotenusa del triángulo rectángulo que engendra, al girar sobre uno de sus catetos, la superficie lateral del cono.

Vértice del cono es el vértice superior del triángulo generador del mismo. Altura del cono es la distancia entre el vértice y la base.

El desarrollo de la superficie lateral del cono de revolución es un sector circular de radio igual a la

generatriz del cono y arco igual al per ímetro de la base del mismo.

Se denomina Tronco de Cono de Revolución al cuerpo obtenido al cortar un cono por un plano cualquiera "P" paralelo a la base, restando la parte superior del cono primitivo que se denomina Cono Deficiente. El tronco de cono consta de dos círculos desiguales denominados Bases y de una Superficie Lateral Tronca Cónica.

La Altura del tronco de cono de revolución es la distancia entre las dos bases. También se define el tronco de cono de revolución como el cuerpo engendrado por un trapecio rectángulo que gira alrededor del lado perpendicular a las bases como eje. El lado opuesto al eje se denomina Generatriz.

El desarrollo de la superficie lateral del tronco de cono de revolución es una porción de corona circular que tiene como arco superior el perímetro de la base superior del tronco de cono y como arco inferior el perímetro de la base inferior del mismo. La distancia entre ambos arcos es la generatriz del tronco de cono.

Se denomina Esfera al cuerpo geométrico engendrado por la rotación de un círculo que gira alrededor de su diámetro como eje de revolución. La superficie que delimita a la esfera se llama Superficie Esférica. Todos los puntos de una superficie esférica equidistan de un punto interior llamado Centro. Esta propiedad caracteriza a la superficie esférica de revolución diferenciándola de otros tipos de superficie, tales como la cilíndrica, cónica, etc.

Se llama Radio de una esfera al segmento que une al centro con un punto cualquiera de la superficie esférica. Diámetro de una esfera es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la superficie esférica, pasando por el centro de la misma. Todos los diámetros de una esfera son iguales entre sí, ya que cada diámetro mide dos radios, y todos los radios de una esfera son iguales entre sí por definición de superficie esférica.

Las secciones producidas en una esfera son siempre círculos de tamaño creciente con la mayor proximidad al centro de la esfera, en donde los círculos son máximos por coincidir su radio con el de la esfera.

Se conocen con el nombre de Figuras Esféricas a todas aquellas figuras que pueden considerarse como porciones, ya sea de superficie esférica, o bien de la esfera. Entre las más importantes correspondientes a porciones de superficie esférica están:

La zona esférica.

- El casquete esférico.
- El huso esférico.

En cuanto a las figuras que se destacan de las pertenecientes a porciones de la esfera pueden citarse:

- El segmento esférico.
- La cuña esférica.
- El sector esférico.

La zona esférica es la porción de superficie esférica delimitada por dos planos secantes paralelos entre sí .

El casquete esférico es cada una de las porciones en que queda dividida la superficie esférica cuando se corta por un plano secante a la misma. El casquete

esférico se puede considerar como un caso particular de zona esférica, cuando uno de los dos planos es tangente a la superficie esférica (caso límite).

El huso esférico es la porción de superficie esférica comprendida entre las caras de un diedro cuyo centro pasa por el centro de la superficie esférica.

El segmento esférico es la figura correspondiente en la esfera a la zona esférica y casquete esférico en la superficie esférica. Según corresponda a una u otra, se tendrá el segmento esférico de dos bases o de una base respectivamente.

El segmento esférico de dos bases es la porción de esfera delimitada por dos planos secantes a dicha esfera y paralelos entre sí. El segmento esférico de una base es cada una de las porciones en que queda dividida la esfera cuando se corta por un plano secante a la misma.

La cuña esférica es la porción de esfera comprendida entre las caras de un diedro cuya arista pasa por el centro de la esfera.

El sector esférico es la figura engendrada por la rotación de un sector circular alrededor de un diámetro que no le atraviesa. Si, como un caso particular, el diámetro coincide con uno de los radios extremos del sector circular, el sector esférico está delimitado por un casquete esférico y una superficie cónica de vértice coincidente con el centro de la esfera. En cualquier otro caso, el sector esférico estará delimitado por una zona esférica y dos superficies cónicas de vértice común que coincide con el centro de la esfera.

En cuanto a Transformaciones en el Espacio Física  $\mathbb{R}^2$  se consideran algunas definidas geoméricamente entre espacios lineales de dimensión 2 Euclidianos como las Traslaciones, las Rotaciones y las Simetrías.

Una Traslación del plano es una operación

$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ . Es el resultado de un movimiento rígido y uniforme en el que cada punto recorre un segmento de recta o vector; las Vectores son las trayectorias de los distintos puntos, son paralelos y tiene la misma longitud y dirección. Una traslación viene determinada por el vector correspondiente a un punto, pues los otros pueden

construirse a partir de él (clases de equivalencias).

Así, si sabemos que  $f$  lleva el punto  $F'$  al punto  $O$ , llevará el punto  $P$  al punto  $G'$  tal que  $P, G, P'$  y  $G'$  forman un paralelogramo.

Una rotación del plano es una operación  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ; es un movimiento rígido que deja invariante un punto  $Z$  llamado Centro de Rotación.

Cada círculo con centro  $Z$  se transforma en sí mismo; y cada rayo se transforma en otro rayo. El ángulo formado por un rayo y su transformado se llama Ángulo de Rotación, y el valor de su medida no depende del rayo inicial. La rotación queda determinada por su centro y ángulo de rotación.

Una Simetría de Eje en la recta  $L$  de  $\mathbb{R}^2$  es una operación  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ; es también un movimiento rígido, y deja invariantes los puntos de  $L$ , intercambiando los dos semiplanos que determina  $L$ . Se visualiza con más facilidad considerando esta transformación como el resultado de una rotación de

180° en el espacio sobre la recta L del plano que consideramos.

Bien pudiéramos hablar de ésta última transformación (Simetría) como una Inversión del plano, sólo que en un sentido más general, de suerte que la simetría plantea más condiciones: intercambia de semiplanos determinados por L.

Se demuestra que el resultado de cualquier movimiento rígido del plano es una Traslación, una Rotación, una Simetría o una simetría seguida de una traslación (composición de transformaciones). La Forma y el Tamaño de las Configuraciones del plano no se alteran (permanecen como Invariantes); solo cambian la Orientación y Posición. Las anteriores transformaciones se conocen como Congruencias de la Geometría elemental.

Sobre determinadas figuras podremos realizar varias rotaciones diferentes, sobre otras, en cambio, el número de rotaciones será más pequeño. Esto nos llevará al estudio de las figuras regulares y, en particular, al estudio de los grupos engendrados por las rotaciones.

Se trata del uso sistemático de la transformación por rotación, donde se adiciona al campo de los invariantes la posición, generando modelos de grupos propios de la geometría algebraica, entre otros: el grupo de las simetrías (y rotaciones) del cuadrado, el grupo de Klein determinado por las transformaciones simétricas del rectángulo bajo el invariante de la posición, etc.

El estudio de las transformaciones geométricas está estrechamente ligado al estudio de las estructuras conocidas bajo el nombre de grupo.

Las estructuras geométricas más sencillas se expresan fácilmente en función de los grupos.

Definidos los movimientos rígidos en el plano, se pasa ahora a la transformación conocida como Semejanza, y que bien puede considerarse como movimiento "no rígido".

Una Semejanza del plano es una operación

$f; \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  que multiplica todas las longitudes

por el mismo factor  $r$ .  $f$  multiplica todas las

longitudes. A tal f. con  $r > 1$ , se le llama Dilatación de Centro  $Z$ . Cuando  $r < 1$  se denomina Contracción. Una semejanza con  $r = 1$  es uno de los movimientos rígidos descritos anteriormente. Una semejanza con  $r = 1$  siempre tiene un punto fijo  $Z$  y es el resultado de una dilatación o contracción de centro  $Z$ , seguida de una rotación sobre  $Z$ , o bien una simetría en alguna recta que pase por  $Z$ . Una semejanza siempre transforma rectas en rectas y no cambia la medida de los ángulos entre ellas. Puede alterar al tamaño, la posición, y la orientación de una configuración, pero no su forma.

En cuanto a las transformaciones en el espacio físico  $\mathbb{R}^3$  se consideran: las Proyectividades y las Equivalencias. Veamos antes algunos conceptos preliminares: Noción de Figura Geométrica y movimientos rígidos.

Intuitivamente se entiende por Figura Geométrica un conjunto de puntos en el espacio tridimensional (Espacio lineal euclidiano tridimensional)  $\mathbb{R}^3$ .

$$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbb{R}\}$$

Un Movimiento Rígido se define como una aplicación  $T$  de todo el espacio  $\mathbb{R}^2$  en sí mismo con la propiedad de que conserva distancias; o sea

$$d(T(x), T(y)) = d(x, y)$$

donde  $x, y$  son puntos de  $\mathbb{R}^2$  y  $d$  es la operación distancia entre dos puntos.

Ejemplos de movimiento rígidos son las traslaciones y rotaciones de figuras en el espacio.

Se denomina Grupo Elemental de Movimientos Rígidos, al conjunto formado por todos los movimiento rígidos  $T$ .

Nos fijaremos en un tipo de cambio muy sencillo. Se trata de la transformación de una figura en su sombra (Proyectividad):

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

y en particular

$$T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

Pues si colocamos a la luz una Figura Plana proyectará una sombra. La luz del sol proporciona buenas sombras al igual que las linternas. Los rayos

del sal san Paralelos. mientras que los de la linterna no (son divergentes).

La figura que se proyecta se puede colocar:

- Paralela al plano de proyección, o bien
- No paralela al plano de proyección.

Podemos pues, efectuar las proyecciones en cuatro maneras diferentes:

1. Rayos paralelos o no paralelos, con el plano de proyección paralelo o no paralelo al plano de la figura.
2. Rayos paralelos, con el plano de proyección paralelo o no paralelo al plano de la figura.
3. Rayos paralelos o no paralelos, con el plano de proyección paralela al plano de la figura.
4. Rayos paralelos, con el plano de proyección paralelo al plano de la figura.

El estudio de las figuras cuyas propiedades permanecen invariantes en el primer caso nos conduce a la Geometría Proyectiva, en el segundo a la Geometría Afín, en el tercero a la Semejanza y en el cuarto a la Geometría Euclidiana.

En cada una de las geometrías clásicas hay un concepto de Configuraciones Equivalentes. Como hemos indicado en la Geometría Euclidiana, dos configuraciones son equivalentes si son Congruentes, en particular si existe un movimiento que lleva una a la otra.

En Geometría proyectiva, dos figuras son equivalentes cuando existe una proyectividad que aplica una en la otra. Las proyectividades incluyen Congruencias y Semejanzas, y bastantes transformaciones adicionales.

En Geometría Diferencial las equivalencias se llaman Isometrías (métricas iguales). Aquí las configuraciones son equivalente si existe una correspondencia uno a uno entre sus puntos tal que la longitud de cualquier curva en el dominio iguale a la longitud de la curva en el recorrido.

Congruencias, Proyectividades e Isometrías son equivalencias topológicas; pues en cada caso la correspondencia entre dos figuras equivalentes es uno a uno y continua.

Se sigue que cada propiedad topològica de tal configuración es también una propiedad de la otra **y**, por tanto, una propiedad topològica lo es también en el sentido de la geometría euclidiana, proyectiva **y** diferencial. Consecuentemente, un teorema de topología es automáticamente un teorema de cada una de estas geometrías.

P) la vista de todo esto puede decirse con gran justificación que la topología es la geometría fundamental.

"Una transformación topològica de una figura geométrica **A** en otra **A'** está dada por cualquier correspondencia

$$P \rightarrow P'$$

entre los puntos **p** de **A** **y** los **p'** de **A'**, caracterizada por las dos propiedades siguientes:

1) La correspondencia es biunívoca. Esto significa que a cada punto **p** de **A** corresponde un solo punto **p'** de **A'**, **y** reciprocamente.

2) La correspondencia es continua en ambos sentidos. Esto quiere decir que si tomamos dos puntos cualesquiera **p**, **q** de **A** **y** movemos **p** de forma que su

distancia al punto  $q$  tienda a cero, la distancia entre los puntos correspondientes  $p'$  y  $q'$  de  $A'$  también tiende a cero, y recíprocamente.

Cada propiedad de una figura geométrica  $A$  que también se cumpla para cualquier figura en que  $A$  pueda transformarse por una transformación topológica, se llama una propiedad topológica de  $A$ , y TOPOLOGIA es la rama de la geometría que se ocupa solo de las propiedades topológicas de las figuras"\* (Courant y Robbins. Pág 253)

Se ha llamado la geometría de la Goma. Si se intenta describir aquellos conjuntos de puntos que son topológicamente equivalentes a un conjunto particular  $X$ , será una buena representación considerar  $X$  como formado de goma. Si  $X$  puede deformarse en un conjunto  $Y$  estirando, contrayendo y retorciendo (pero nunca desgarrando o pegando unas partes a otras),  $X$  e  $Y$  son topológicamente equivalentes.

Puesto que dos conjuntos de puntos topológicamente equivalentes tienen exactamente las mismas propiedades topológicas, el topologo las mira

esencialmente como si fueran idénticas (topológicamente indistinguibles). Esto es análogo, desde el punto de vista de la geometría euclídea a que dos configuraciones congruentes son completamente equivalentes.

## 5. HIPOTESIS

### 5.1 FORMULACION

5.1.1 El estado inicial de conceptualización geométrica está caracterizado por formas de reconocimiento pertinentes a la construcción natural del espacio físico.

5.1.2 El estado final de conceptualización geométrica está caracterizado por formas de reconocimiento y análisis pertinentes a la construcción operatoria del espacio geométrico luego de la aplicación de estrategias de intervención pedagógica diseñadas desde el modelo de aprendizajes significativos.

5.1.3 La conceptualización geométrica supera la experiencia física a partir de una abstracción simple (nivel de reconocimiento) por una experiencia lógico-matemática a partir de una abstracción reflexiva y constructiva (nivel de análisis).

### 5.2.1 DEFINICION CONCEPTUAL DE VARIABLES

5.2.1.1 Estado inicial de conceptualización geométrica. Situación en la que se encuentran los alumnos evaluados con respecto a determinados conceptos geométricos antes de una intervención pedagógica.

5.2.1.2 Estrategias de intervención pedagógica. Conjunto de acciones estructuradas en las cuales se desarrollan contenidos siguiendo un modelo metodológico determinado.

5.2.1.3 Estado final de conceptualización geométrica. Situación que presentan los alumnos evaluados con respecto a determinados conceptos geométricos luego de una intervención pedagógica.

5.2.1.4. Abstracción simple.

"Es la abstracción de las propiedades observables que están en los objetos o, más ampliamente. en la realidad externa" (Kamii. 1985. o. 17;

#### 5.2.1. 5 Abstracción reflexiva -/ constructiva.

Es la abstracción en la que el alumno crea e introduce relaciones entre objetos. Lo que se abstrae no es observable y el origen de esta abstracción está en el sujeto, es decir, en las relaciones que éste impone a la realidad externa.

#### 5.2.2 Definición operacional de variables.

##### 5.2.2.1 Estado inicial de conceptualización geométrica.

Respuestas a la prueba de evaluación de estado inicial y final (ver numeral 6.4)

##### 5.2.2.2. Estrategias de intervención pedagógicas.

Desarrollo de talleres presentados secuencialmente según niveles (de dificultad con respecto a conceptos geométricos de la Educación Básica Primaria. La estructura de cada uno de los talleres está dada por actividades organizadas a través de diferentes fases: fase indagatoria, fase constructiva, fase creativa, fase analítica y fase explicativa.

##### 5.2.2.C Estado final de conceptualización geométrica.

Respuestas a la prueba de evaluación de estado inicial y final, (ver numeral 6.4)

5.2.2. Abstracción simple.

Caracterización de las respuestas a las preguntas de los diferentes tipos de reconocimiento: háotico, visual, expresión verbal y expresión gráfica.

5.2.2.5 Abstracción reflexiva y constructiva.

Caracterización de las respuestas a las preguntas de los diferentes tipos de análisis: clasificación liof^, clasificación sugerida, simetría intrafigural simetría interfigural.

## 6 METODOLOGIA

### 6.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACION

Según el problema de investigación en el cual se busca caracterizar los estados inicial y final de esquemas de conceptualización geométrica e Implementar estrategias de intervención pedagógicas, el enfoque se inscribe dentro del campo de las investigaciones cognitivas que explican los procesos de construcción del conocimiento; así, se requiere de un tratamiento cualitativo determinada por los niveles descriptivo-explicativo y comparativo.

El nivel explicativo da cuenta, según el campo, de los tipos de respuestas de los niños, como de los procedimientos utilizados en las mismas; además, del alcance de las estrategias de intervención pedagógica -centradas en el concepto de aprendizajes significativos.

El nivel comparativo permite establecer tanto a nivel individual como grupal (intragrupal e intergrupala) semejanzas y diferencias significativas entre los esquemas de conceptualización geométrica empleados en el estado inicial y los empleados en el estado final mediados por las estrategias de intervención pedagógica.

## 6.2 DISEÑO TÉCNICO

El tipo de diseño seleccionado para la investigación es de carácter cuasi-experimental con grupo de control pretest-posttest.

### CARACTERÍSTICAS

	Observación	Tratamiento	observación
GRUPO Experimental	01		X 02
GRUPO Control	03		04

El carácter "cuasi-experimental" obedece a la falta de una total aleatorización debido a la presencia de factores y condiciones que escapan al control, tales como diferencias en los procesos de enseñanza-aprendizaje condiciones emocionales, afectivas, fisiológicas, características nutricionales entre otras.

En la investigación se tiene como población un total de 240 alumnos de la Escuela Urbana Integrada El Diamante de la ciudad de Medellín.

La muestra seleccionada la conforman 50 alumnos de los grados primero, tercero y quinto del ciclo de Educación Básica Primaria matriculados en el año 1994, distribuidos en grupo experimental y grupo control de la siguiente manera:

GRADO				
GRUPO	Primero	Tercero	Quinto	Total
Experimental	5 (1°A)	5 (3°B)	5 (5°A)	15
Control	5 (1°C)	5 (3°A)	5 (5°B)	15
TOTAL	10	10	10	30

La selección de la muestra se realiza al azar, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

- Grupos por cada uno de los grados (primero, tercero y quinto).

Debido al interés por parte de cada uno de los profesores de participar con su grupo en la investigación, se realiza entre ellos un sorteo, quedando por cada grado los grupos indicados en el cuadro anterior.

-- Alumnos por **rangos de edades**:

En la Escuela Urbana Integrada El Diamante, algunos grupos presentan diferencias significativas entre las edades, de sus alumnos. diferencias hasta de tres y cuatro años en un mismo grupo. La diferencia de edad no es objeto de tratamiento al interior de cada grado, por lo tanto, la muestra ha sido obtenida a partir de la homogenización de los grados con base en la edad.

De esta manera se hace necesario establecer para cada grado un rango de edades que permita la selección homogénea de la muestra. Así:

GRADO PRIMERO:

Niños y niñas con seis o siete años cumplidos.

GRADO TERCERO:

Niños y niñas con ocho o nueve años cumplidos.

## GRADO QUINTO:

Niños y niñas con diez u once años cumplidos.

El número de alumnos de cada grupo, según el rango es el siguiente:

GRADO		1°		3°		5°	
GRUPO		A	C	B	A	A	B
E	6 - 7 Años	23	18				
D	-----						
A	8 - 9 Años			13	20		
D	-----						
	10 - 11 Años					16	18

## 6.4 PRUEBA PARA LA EVALUACION DEL ESTADO INICIAL Y

### FINAL

#### 6.4.1 Antecedentes.

Retomando las bases teóricas de los experimentos realizados por Jean Piaget y Barbel Inhelder en su obra "La conception de l'espace chez l'enfant" (1956), y Jean Piaget, Barbel Inhelder y Alina Szeminska en su obra "The child's conception of geometry" (1960), que condujeron a la teoría explicativa de los estadios de desarrollo, en la estructuración de los conceptos espaciales y geométricos, se realizó un primer diseño

de prueba (pre\*\*prueba! para la evaluación del estado inicial de esquemas de conceptualización geométrica, donde se presentan situaciones de indagación háptica, visual, verbal y gráfica (dibujo) sobre algunos sólidos geométricos, a saber: cubo, caja, pirámide, cilindro, cono, ovoide y estera; con los cuales se realizaron acciones de tipo intrafigural pertinentes en el desarrollo de las operaciones infralógicas (nivel de reconocimiento). Igualmente, con base en las siete (7) figuras, se realizó una indagación por las clasificaciones libre y sugerida (indagación lógica), acciones de tipo interfigural pertinentes en el desarrollo de las operaciones lógicas (nivel de análisis)

En cuanto al nivel de reconocimiento, réplicas de las investigaciones de las obras citadas en el párrafo anterior (Piaget e Inhelder 195<S), centran su interés en el reconocimiento de formas, tal es el caso de K. Fuson y C. Murray (1978) quienes recurrieron a acciones hápticas, a la reconstrucción de figuras geométricas (con palillos) y al dibujo (con lápiz y papel): en una población de niños de 2 a 4 años, estableciendo categorías de respuestas en cada una de las normas de reconocimiento y un análisis comparativo entre estas.

Se encontró que el mayor éxito se ubica en el reconocimiento al tacto, luego en la reconstrucción y por último en el dibujo. Con respecto a la indagación por la denominación de figuras referenciamos los estudios de t^Jard (1979), citados por Linda Dickson, flarqaret Brown y Olwen Gibson en su odra "El aprendizaje de las matemáticas" (1991), donde se pidió a niños de diez (10) años de edad nombrar cinco (5) figuras bidimensionales (cuadrado, rectángulo, triángulo, rombo y pentágono) encontrando que el éxito en la expresión correcta de los nombres de las figuras dependía de la familiaridad con éstos, familiaridad obtenida más por transmisión social que por la capacidad de análisis intrafigural. Particularmente t^ard encontró que el cuadrado fue la figura con más alto porcentaje de éxito en su denominación (95X), mientras que el pentágono fue la figura con más bajo porcentaje de éxito en su denominación (18X).

En cuanto a la denominación de cuerpos sólidos. Dickson, Brown y Sibson referencian ei primer informe PtFU (Assessment of Performance tJnit. 1.9S0) donde el éxito en niños de once (11) años iba desde un VUX para

En cuanto al nivel de análisis, se exponen a continuación experiencias que tratan de operaciones propiamente lógicas (clasificaciones y relaciones). Los anteriores investigadores utilizan una colección de polígonos de colores (perfiles planos, de lados rectos) para ser reseguídos, ordenados y clasificados por el número de lados.

Igualmente las investigaciones realizadas por Jean Piaget y Barbel Inhelder sobre clasificaciones y seriaciones, referenciadas en su obra "Génesis de las estructuras lógicas elementales" (1973) presentan experiencias de clasificación empleando materiales constituidos por formas geométricas bidimensionales (superficies circulares, cuadrados, triangulares, de anillos y de semi-anillos, de madera o material plástico y de colores diferentes - con eventual agregado de letras del alfabeto igualmente coloreadas).

Zoltán P. Dienes emplea figuras geométricas, conocidas como bloques lógicos, las cuales presentan diferentes posibilidades de clasificación según la forma (figuras circulares, cuadrados, triangulares y rectangulares).

1 color (figuras amarillas, azules y rojas), el tamaño

(figuras grandes y pequeñas) y el espesor (figuras gruesas y delgadas).

Ahora bien, con los siguientes supuestos se enfatiza la relevancia del uso de las figuras geométricas tridimensionales en los dos niveles señalados:

- En la construcción espontánea del espacio se sigue tanto un orden representativo (topología, geometría euclidiana y geometría proyectiva) como un orden perceptivo (geometría proyectiva, geometría euclidiana y topología), siendo este último orden el que conduce precisamente al reconocimiento de lo bidimensional en lo tridimensional.

- José María Rodríguez Rojas en su texto "Metodología de las Matemáticas" (1961), expone a través de la siguiente cita algunas recomendaciones para la enseñanza de la geometría.

"Respecto a la distinción de los cuerpos conviene saber que el doctor Ovidio Decroly aconseja que debe empezarse por la esfera, por considerar que se encuentra con mayor profusión en la naturaleza. Federico Froebel y la doctora María Montessori, partidarios del predominio de la forma sobre los colores, opinan que la enseñanza de la geometría en los años elementales debe empezar por el cubo, para deducir de él, por análisis, una serie de nociones y conceptos que el niño habrá de

encontrar en Los **programas del segundo año en adelante.**

El estudio de las formas de los cuerpos no puede empezar por puntos y por líneas, como se hacía antes y aún se practica hoy en muchas escuelas, ya que ellos son meras abstracciones: sino por cuerpos y, mejor todavía, por objetos familiares al niño. Las superficies, las líneas y los puntos. los irá conociendo el alumno cuando haga el análisis de los sólidos Geométricos."

- Weinzweig (1978) señala que las primeras experiencias de carácter espacial del niño tienen lugar con objetos sólidos tridimensionales y que, inicialmente, las figuras bidimensionales aparecen como superficies de objetos sólidos como cubos, conos, cilindros, esferas, cajas rectangulares, prismas y pirámides, etc.

- Los contenidos para la educación básica presentes en los programas curriculares del Ministerio de Educación Nacional, área de matemáticas, en los diferentes grados, presentan el estudio de los sistemas geométricos a través del reconocimiento y análisis de las figuras geométricas tridimensionales antes que las bidimensionales.

Zoltan F. Dienes E, w. Golding. en el segundo capítulo de su texto "Topología. Geometría proyectiva y afín" presentan el estudio de sólidos, superficies.

líneas v puntos. siguiendo como se mencionó anteriormente un orden perceptivo: Los sólidos como porciones de espacio, las superficies como fronteras de sólidos, las líneas como fronteras de superficies y los puntos como fronteras de la líneas.

Las consideraciones anteriores aportaron al diseño definitiva de la pre—prueba la^cual presenta cinco (5) formas de indagación (háptica, visual, verbal, dibujo y lógica) cada una con dos ( $L_i$ ) niveles de conceptualización (reconocimiento y análisis), sobre las siete (7) figuras mencionadas (cubo, caja, pirámide, cilindra, cana, ovoide y esfera). (ver Formato de la Pre-Prueba).

La indagación lógica (clasificación libre y clasificación sugerida) planteada en la pre-prueba se realiza a través del análisis de los elementos bidimensionales presentes en las formas tridimensionales, para el establecimiento de clases y relaciones.'

La ore—prueba fue aplicada durante el segundo semestre escolar de l"??5 a treinta (50) alumnos seleccionados al azar, por sorteo, tomando diez (10) alumnos de cada uno

de los grados 1o. 5o y 5o: de cada grupo se escogieron alumnos de dos grados diferentes.

Teniendo en cuenta que la presente investigación se inscribe en el contexto psicopedagógico. se requiere que el diseño esbozado anteriormente (pre-prueba) constituya un modelo educativo, en tanto que matemático. que permita el análisis de la forma de razonamiento de los estudiantes.

"Un modelo matemático tiene como objetivo describir matemáticamente una situación del mundo real que se presenta con la suficiente frecuencia como para que merezca la pena estudiarla y tratar de comprenderla. Así, por ejemplo, los polígonos y poliedros son modelos que representan determinadas estructuras cristalinas presentes en la naturaleza".

"La bondad de un modelo matemático será mayor cuanto más elementos relevantes tenga en cuenta y, sobre todo, cuanto más próximos estén los resultados reales a los previstos por el modelo.

"En el caso de los modelos educativos, el proceso que se sigue para su construcción es análogo al de los modelos matemáticos, si bien los elementos de estudio son seres humanos: la observación de regularidades en el comportamiento de diversos estudiantes en determinadas circunstancias hace que los investigadores las analicen para obtener alguna explicación y construir un modelo que les permita descubrir cómo se produce el desarrollo intelectual o el aprendizaje de los alumnos; una vez que el modelo ha sido validado y perfeccionado. será utilizado por profesores, diseñadores de curriculum, etc. con el fin de obtener mejores métodos de enseñanza y lograr

mejoren rebultados". (Jaime F'. Adela y Angel  
Gutiérrez. R.. 1990, p. 301)

Así que, para el análisis de la norma de razonamiento en las diferentes indagaciones se retoma el modelo presentado por los profesores holandeses de matemática Fierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof. quienes en la década de los cincuenta (50), frente a la preocupación de la sistemática dificultad de los estudiantes para comprender y explicar el hecho geométrico, se dieron a la tarea de identificar unos niveles que permitieran, no solamente superar esta dificultad, sino también caracterizar la forma de razonamiento.

Los niveles identificados y que constituyen la primera parte del modelo, conocida como descriptiva, ya que identifica una secuencia a través de la cual progresa la capacidad de razonamiento geométrico de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que lleoan a su máxima grado de desarrollo intelectual en este campo, han sido, desde su presentación inicial en 1957, modificados no sólo por les propios autores, sino también por otros investigadores, a saber: Van Hiele (1959). Van Hiele (1973). Mirszup (1970). Conford. A (1973). Hoffer (1981) y Adela Jaime y Angel Gutiérrez (1990).

En 1957. P. M. Van Hiele y su esposa D Van Hiele identificaron cinco niveles de desarrollo mental en geometría:

NIVEL 1 (Reconocimiento). Las figuras se distinguen por sus formas individuales como un todo sin establecer relaciones entre tales formas o entre sus partes, además se aprende algo de vocabulario.

NIVEL 2 ( Análisis). Se inicia el reconocimiento de las partes constitutivas de las figuras, es decir un desarrollo del conocimiento de las propiedades de las formas.

NIVEL 3 (Ordenamiento). Se refiere al ordenamiento lógico de figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas. (Comienzan a establecerse las conexiones lógicas, merced a una mezcla de experimentación práctica y de razonamiento).

NIVEL 4 (Deducción). Se comprende el significado de la deducción y el papel de los postulados, teoremas y demostraciones.

NIVEL 3 (Ri^or;. Se culmina en la abstracción completa (establecimiento eje relaciones estructurales) desprovisto de interpretaciones concretas.

Con respecto a estos niveles es importante resaltar las apreciaciones presentadas por Wirszup (1976) quien por primera vez dio a conocer los niveles de Van-Hiele a los educadores estadounidenses:.

"Si a un niño se le presenta la geometría a través de la medición y de otros conceptos de los niveles de análisis y ordenamiento, sin una sólida preparación y cimentación en la geometría visual del nivel de reconocimiento, tal alumna estará de antemano condenado al fracaso.

Así pues, el nivel de reconocimiento (en el cual las actividades deberían concentrarse en el reconocimiento de figuras individuales, en su producción y en el conocimiento de sus nombres) es de importancia fundamental para proporcionar una base sólida sobre la cual proseguir el trabajo del nivel de análisis y, posiblemente, del nivel de ordenamiento" (Dickson, Linda; Brown, Nargaret y Olwen Gibson, 1991, p. 2?)

En 1984; William F. Burger y J. Michael Shaughnessy profesores asociados a la Universidad Estatal de Oregon realizaron estudios referentes a el "trapajo preliminar a la deducción en geometría" y a la "caracterización de los niveles de desarrollo en Geometría según Van Hiele". En estos estudios presentaron y validaron las

modificaciones realizadas por Hoffer en 1981.  
determinando los siguientes niveles:

NIVEL 0 (Visualización). Una figura geométrica es vista como un todo. No se le presta atención a sus componentes. Las descripciones son puramente visuales. El estudiante razona acerca de los conceptos básicos de la geometría.

NIVEL 1 (Análisis). Se razona acerca de conceptos geométricos por medio de un análisis uniforme de las partes y atributos componentes. Las propiedades necesarias del concepto son establecidas.

NIVEL 2 (Abstracción - Deducción informal). Se ordenan lógicamente propiedades. Se forman definiciones abstractas y comienza a apreciarse el papel de las mismas. Se puede distinguir entre la necesidad y la suficiencia de un conjunto de propiedades que determinan un concepto. Se hacen referencias simples y se reconocen inclusiones de clases.

NIVEL 3 (Deducción formal). Se razona formalmente dentro del contexto de un sistema matemático. Se comprende completamente el papel de los axiomas. los

términos indefinidos, los teoremas y las definiciones y pueden constituirse, las demostraciones originales.

NIVEL 4 (Rigor). Se pueden hacer comparaciones entre diferentes sistemas axiomáticos y se pueden estudiar varias geometrías en la ausencia de modelos concretos.

Otras investigaciones han sido desarrolladas involucrando el modelo de van Hiele, a saber:

- La naturaleza jerárquica de los niveles de van Hiele la ubicación de los estudiantes en dichos niveles (Mayberry, 1983)

- Las habilidades geométricas de los estudiantes como una función de los niveles de van Hiele (Usiskin, 1982)

- Los efectos de la instrucción sobre los niveles de Van Hiele predominantes en los estudiantes (Fuys, Geddes y Tishles, 1985).

Los estudios hasta ahora citados referidos a los niveles del modelo de 'van Hiele, se caracterizan por el predominio de las formas bidimensionales con una escasa indagación sobre formas tridimensionales. Esta

situación turnada a la relevancia del estudio de los sólidos geométricos y a la información obtenida en la pre-prueba, condujo al diseño definitivo de la prueba para la evaluación del estado inicial y final de conceptualización geométrica.

Las modificaciones, ajustes y ampliaciones realizadas fueron las siguientes:

- A diferencia de la pre-prueba donde se plantean cinco (5) formas de indagación, cada una a través de un nivel de reconocimiento y un nivel de análisis, la prueba definitiva plantea los mismos dos niveles, pero ahora el nivel de análisis se excluye de los tipos de indagación y la indagación lógica se sustituye por el nivel de análisis. La prueba definitiva presenta los siguientes niveles de desarrollo conceptual: Nivel de Reconocimiento y Nivel de Análisis.

En el primer nivel se plantean los siguientes tipos de reconocimiento: háptico, visual, expresión verbal y expresión gráfica.

En el segundo nivel se plantean los siguientes tipos de análisis: clasificación libre, clasificación sugerida, simetría intrafigural y simetría interfigural.

- Con respecto a las figuras utilizadas en los niveles de reconocimiento y análisis. se realizaron los siguientes cambios:

En el primer nivel se tomaron cinco (5) sólidos geométricos tridimensionales familiares (cubo, pirámide, cilindro, cono y esfera) para realizar con cada uno de ellos los cuatro (4) tipos de reconocimiento, excluyéndose la caja (paralelepípedo) y el ovoide (elipsoide).

En el segundo nivel se realizó la clasificación libre y sugerida empleando, además de los siete (7) sólidos que aparecen en la pre-prueba, otros cinco (5) sólidos: prisma, octaedro, tetraedro, trompo y toro.

Agregar más sólidos en el momento de la clasificación libre busca ampliar las posibilidades en el establecimiento de nuevas categorías de organización vinculando figuras menos familiares en el estudio geométrico.

Con respecto a la clasificación sugerida, con la que se pretende llegar a establecer las dos categorías de clasificación de los sólidos geométricos del espacio en cuerpos poliedros y cuerpos redondos, la ampliación busca orientar hacia dicha clasificación, teniendo en cuenta que el grupo de los poliedros está formado por aquellos cuerpos geométricos totalmente limitados por polígonos y el grupo de los redondos está formado por aquellos cuerpos geométricos engendrados por la rotación de una figura plana alrededor de un eje de revolución.

Los ajustes fundamentales para la obtención del diseño definitivo de la prueba están dados en la forma de presentación de las preguntas, en la codificación de las mismas y en los carteles utilizados (ver Descripción de la Prueba: 6.4.2 )

- Para el nivel de análisis en la prueba definitiva se realizó además de las clasificaciones libre y sugerida, otros dos tipos de análisis, a saber: simetría intrafigural y simetría interfigural, con las mismas cinco (5) figuras utilizadas en el nivel de reconocimiento.

Esta ampliación se debe a la importancia del estudio de la simetría tanto como una operación o una transformación que como una propiedad de las figuras. (Ver Descripción de la Prueba: 6.4.2 )

- Finalmente. para esta prueba. los niveles de desarrollo conceptual seleccionados, reconocimiento y análisis, recogen el modelo educativo Van-Hiele presentado por Adela Jaime y Angel Gutiérrez (1990) Quienes categorizan cuatro (4) niveles (de reconocimiento, de análisis, de clasificación y de deducción formal) de la siguiente manera:

NIVEL 1 (De reconocimiento). Se perciben figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades, pudiendo incluir atributos irrelevantes en las descripciones. No se generalizan las características que se reconocen en una figura a otras de su misma clase. Se describe el aspecto físico de las figuras; los reconocimientos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras se Pasan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas. Las descripciones de las figuras se basan en su semejanza con otros objetos no necesariamente geométricos usando frases como "se parece a", "tiene forma de ", etc. No

se reconoce explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas.

NIVEL 2 (De análisis). Se identifican las partes, elementos y propiedades de las figuras geométricas; se describen las partes que integran una figura y se enuncian sus propiedades, siempre de manera informal. Se pueden deducir otras propiedades generalizándolas a partir de la experimentación. Sin embargo, no se realizan clasificaciones lógicas de figuras basándose en sus elementos o propiedades.

NIVEL 3 (De clasificación). Se inicia la capacidad de razonamiento formal, deduciendo unas propiedades de otras y descubriendo sus implicaciones. En particular se puede clasificar lógicamente las diferentes familias de figuras, a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas. No obstante, los razonamientos lógicos se siguen apoyando en la manipulación. Se describe la figura de manera formal dando definiciones matemáticamente correctas comprendiendo el papel de éstas y los requisitos para una correcta definición. Se comprenden los sucesivos casos individuales de un razonamiento lógico formal pero vistos de una forma aislada, pues no se comprende la necesidad del

encadenamiento lógico de estos en la estructura de las demostraciones, por lo tanto no se comprende la estructura axiomática de las matemáticas.

NIVEL 4 (De deducción formal). Se entienden los reconocimientos lógicas formales; las demostraciones ya tienen sentido y se siente la necesidad como único medio para verificar la verdad de una afirmación. Se comprende la estructura axiomática de las matemáticas, es decir el sentido y la utilidad de términos no definidos. axiomas, teoremas.... Se acepta la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas (es decir, la existencia de demostraciones alternativas del mismo teorema), la existencia de definiciones equivalentes del mismo concepto.

Para concluir, debe tenerse en cuenta que el nivel de reconocimiento en la prueba diseñada corresponde con el nivel de reconocimiento del modelo Van-Hiele presentado por Adela Jaime y Angel Gutiérrez, que el nivel de análisis se amplía recogiendo tanto las categorías de este nivel como algunas de las categorías del nivel de clasificación del Modelo citado, ya que el enfoque de la investigación apunta a la caracterización y análisis

de procesos de conceptualización geométrica determinados por acciones tanto intrafigurales como interfigurales propias al pensamiento infralógico y Ippico. En otras palabras se consideran las clasificaciones y la simetrías como acciones operatorias propias del nivel de análisis.

## FORMATO DE LA PRE-PRUEBA

I.1		INDAGACION HAPTICA	
NIVEL	N 1 RECONOCIMIENTO	N 2 ANALISIS	
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás tocando?	1. ¿Cuál de estas figuras forman la que estás tocando?	
F	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás tocando?		
F.1			
CUBO			
F.2			
CAJA			
F.3			
PIRAMIDE			
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás tocando?	1. ¿Cuáles de estas figuras resulta cuando abres la que estás tocando?	
F	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás tocando?		
F.4			
CILINDRO			
F.5			
CONO			
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás tocando?	1. ¿Cuál de estas figuras resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?	
F	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás tocando?		
F.6			
OVOIDE			
F.7			
ESFERA			

I.2 INDAGACION VISUAL		
NIVEL	N. 1 RECONOCIMIENTO	N. 2 ANALISIS
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás viendo?	1. ¿Cuáles de estas figuras forman la que estás viendo?
F.1	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás viendo?	
F.1		
CUBO		
F.2		
CAJA		
F.3		
PIRAMIDE		
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás viendo?	1. ¿Cuál de estas figuras resulta cuando abres la que estás viendo?
F	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás viendo?	
F.4		
CILINDRO		
F.5		
CONO		
?	1. ¿Cuál de estas figuras que están sobre la mesa es la que estás viendo?	1. ¿Cuál de estas figuras resulta cuando partes por la mitad la que estás viendo?
F	2. ¿Cuál de estas figuras del cartel es la que estás viendo?	
F.6		
OVOIDE		
F.7		
ESFERA		

I.3 INDAGACION VERBAL		
NIVEL	N. 1 RECONOCIMIENTO	N. 2 ANALISIS
?	1. ¿Cuál es el nombre de la figura?	1. Sin mostrar la figura a tus compañeros cuéntales, de la mejor manera posible, sin decirles el nombre, cómo es?
F		
F.1		
CUBO		
F.2		
CAJA		
F.3		
PIRAMIDE		
F.4		
CILINDRO		
F.5		
CONO		
F.6		
OVOIDE		
F.7		
PIRAMIDE ESFERA		

I.4	INDAGACION DIBUJO	
NIVEL	N. 1 RECONOCIMIENTO	N. 2 ANALISIS
?	1. Dibuja la figura que se te presenta.	1. Dibuja cada una de las partes que componen la figura.
Clasificar Libro de F.1 CUBO		
F.2 CAJA		
F.3 PIRAMIDE		

I.5

INDAGACION LOGICA

NIVEL

N. 1 RECONOCIMIENTO

N. 2 ANALISIS

?  
F

1. Coloca juntas las que  
van juntas

1. ¿En qué se parecen?

2. ¿Qué tienen de diferentes?

Clasificación

libre de las

figuras

F.1  
F.2  
F.3  
F.4  
F.5  
F.6  
F.7

?  
F

1. Organiza cada una de las  
figuras restantes.

1. ¿En qué se parecen?

2. ¿Qué tienen de diferentes?

Clasificación

F.1, F.3

sugerida de

las figuras

F.1  
F.2  
F.3  
F.4  
F.5  
F.6  
F.7

F.5, F.7

F	<p>?</p> <p>1. Dibuja la figura que se te presenta</p>	<p>1. Dibuja las partes que resultan cuando abres la figura.</p>
F.4	<p>CILINDRO</p>	
F.5	<p>CONO</p>	
F	<p>?</p> <p>1. Dibuja la figura que se te presenta.</p>	<p>1. Dibuja la figura que resulta cuando la partes por la mitad.</p>
F.6	<p>OVOIDE</p>	
F.7	<p>ESFERA</p>	

Descripción de la prueba.

6.4.2. 1 Material. Para la aplicación de la prueba se dispondrá de:

- Conjunto de objetos geométricos tridimensionales:

(\*) F1 Cubo

F2 Pirámide

F5 Cilindro

F4 Cono

F5 Esfera

F6 Paralelepípedo

F7 Elipsoide (Ovoide)

F8 Prisma

F9 Octaedro

F10 Tetraedro

F11 Trompo

F12 Toro

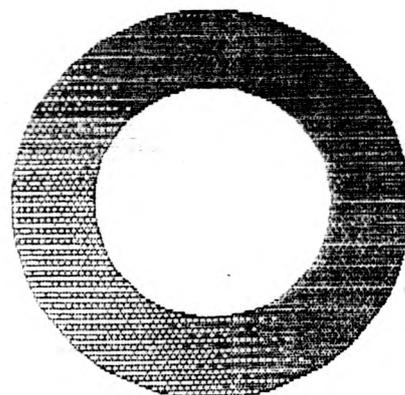
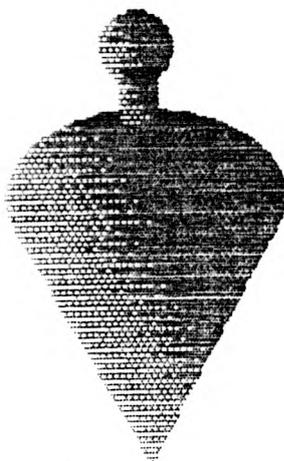
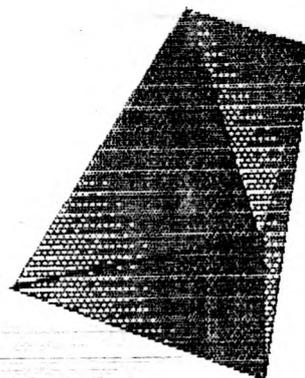
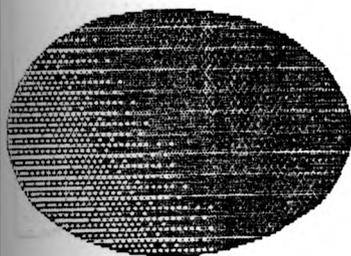
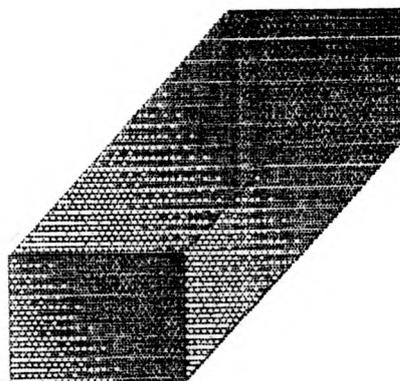
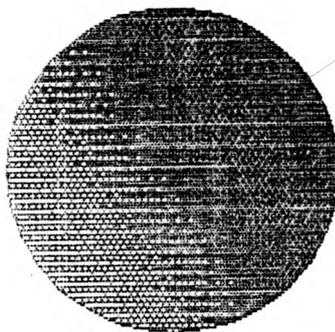
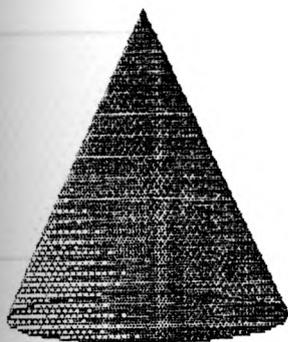
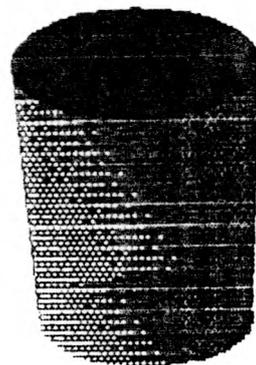
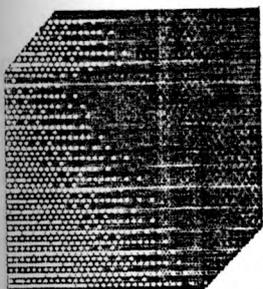
Las figuras son de madera color azul celeste, y de dimensiones aproximadas al tamaño de las manos de los niños. De cada una de las figuras F1 a F5 se tienen dos

réplicas ya que se requieren para el reconocimiento háptico y visual. De las figuras restantes F6 a F12 sólo se necesitan de a una figura.

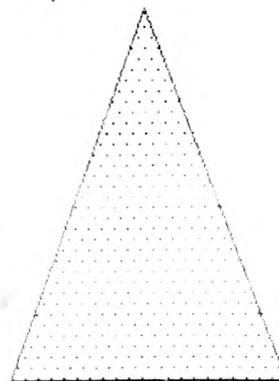
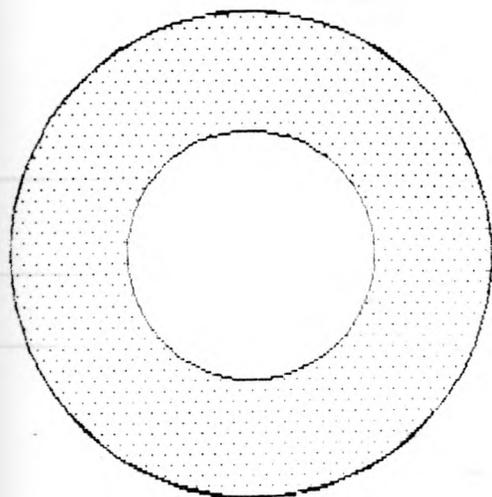
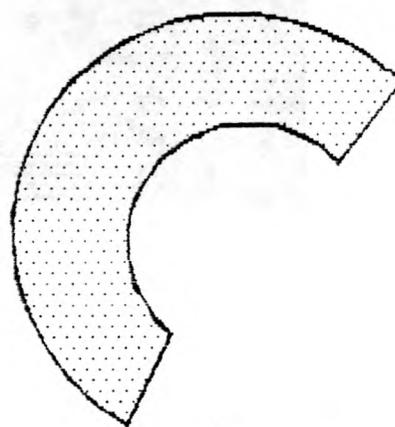
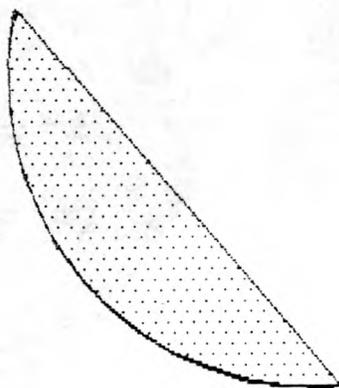
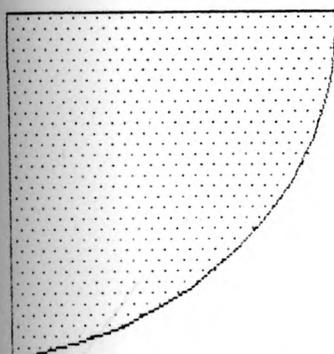
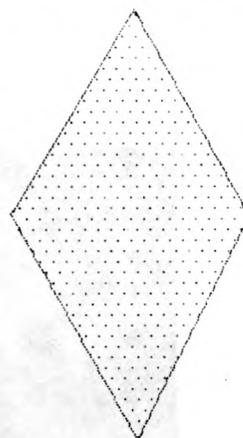
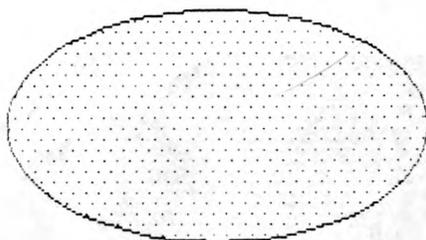
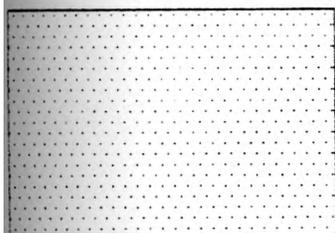
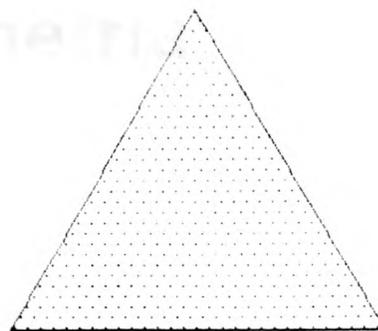
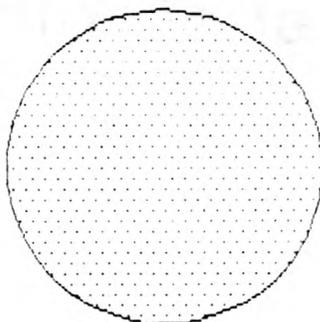
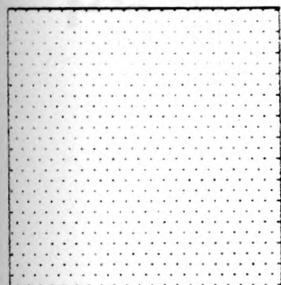
Para el estudio de las simetrías se tienen cuatro ejemplares de las figuras F1 a F5 elaboradas en cartulina y con las mismas especificaciones anteriores.

- Cartel 1 con la representación gráfica del material tridimensional F1 a F12. (Ver Cartel No 1)
  
- Cartel 2 con la representación gráfica de figuras geométricas bidimensionales, a saber: cuadrado, círculo, triángulo equilátero, rectángulo, "óvalo", rombo, sector circular, segmento circular, trapecio circular- corona circular y triángulo isósceles (no equilátero, no rectángulo). (Ver Cartel No 2)
  
- Dispositivo para el estudio de las simetrías consistente en dos espejos colocados formando ángulo recto y en posición vertical sobre una superficie horizontal como muestra la figura. (Ver Dispositivo)

# CARTEL N°1



# CARTEL N°2



# DISPOSITIVO para estudio de la Simetría

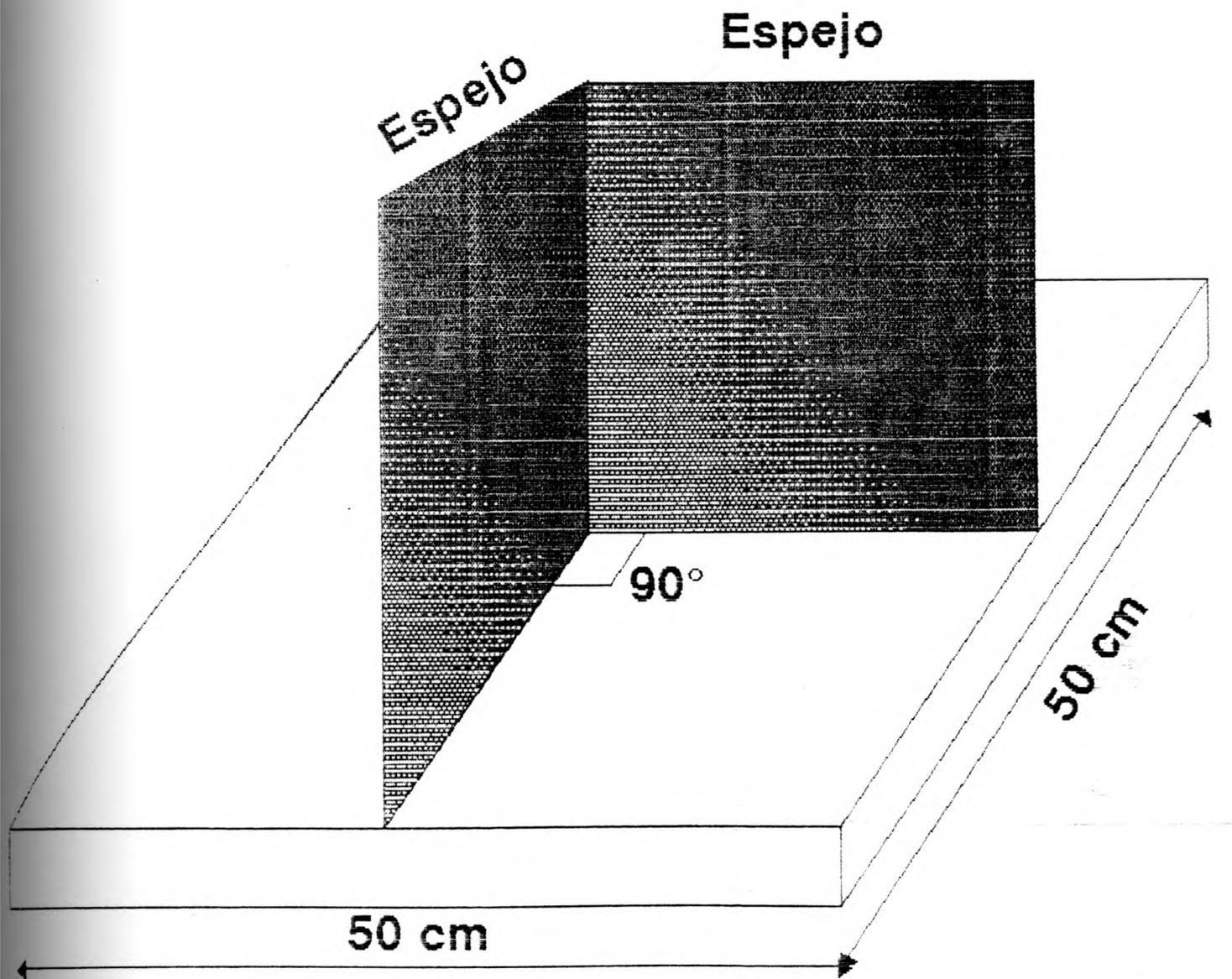


Figura 6

6.4.2.2.1 Estructura. La estructura de la prueba presenta dos niveles de desarrollo conceptual: Nivel de reconocimiento de la forma y nivel de análisis.

En el primer nivel se toman las figuras F1. F2. F3. F4 y F5 para realizar en cada una de ellas los siguientes tipos de reconocimiento:

- a. Reconocimiento háptico (\*) (Tipo de reconocimiento No 1:T1)

Cada niño se ubica frente a una barrera visual detrás de la cual se le entrega la figura de turno. El proceso de reconocimiento se desarrolla a través de los siguientes momentos:

Identificación de la figura en un conjunto visible formado por las figuras F1 a F12.

\* Se refiere al reconocimiento de formas por medio del sentido del tacto, en ausencia del estímulo visual.

Identificación de la forma de la figura entre las presentadas gráficamente en el cartel 1.

Identificación en el cartel 2 de elementos constitutivos de las figuras F1, F2, F3 y F4 e identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (F5, F4, F5).

h. Reconocimiento visual. (Tipo de reconocimiento

N\* 2: T2)

Al tener visualmente la figura de turno, el proceso de reconocimiento se desarrolla a través de los siguientes momentos:

Identificación de la figura en un conjunto visible formado por las figuras F1 a F12.

- Identificación de la forma de la figura entre las presentadas gráficamente en el cartel 1.

- Identificación en el cartel ^ de elementos constitutivos de las figuras F1, F2, F5 y F4 e identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (F5, F4, F5).

c. Expresión verbal. (Tipo de reconocimiento No 5:T3)

Con la figura de turno en sus manos cada niño realiza el proceso de reconocimiento a través de los siguientes momentos:

- Identificación de la figura por el nombre.
- Identificación de la forma de la figura mediante la explicación verbal de las características de la misma.

d. Expresión prèfica. (Tipo de reconocimiento N\* 4:T4)

En presencia de la figura de turno se pide a cada niño realizar los siguientes dibujos:

- Dibujo de la figura.
- Dibujo de cada una de las partes constitutivas de figuras F1. F2. F". F4 y dibujo de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (F3. F4. F5).

Para Par mayor validez a la aplicación de la prueba ésta se inicia por el nivel de reconocimiento mediante la expresión gráfica. luego la expresión verbal y seguidamente el reconocimiento visual y el reconocimiento háptico. de modo que la posible influencia de los dibujos de las figuras en los carteles no interfiera en la originalidad de las respuestas en la expresión gráfica.

Con respecto al momento de identificación de elementos constitutivos y/o generadores de la figura en los tipos de reconocimiento háptico, visual y de expresión gráfica, la indagación para las figuras F1 (Cubo) y F2 (Pirámide) se realiza a través de la determinación de lo bidimensional en lo tridimensional (orden perceptivo). Igualmente para las figuras F3 (Cilindro) y F4 (Cono), la indagación se apoya en las imágenes mentales de forrar (desarrollo de F3 y F4).

Para la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales, la indagación se apoya en la imágenes mentales de partir (seccionamiento de F5, F4 y F5).

En el segundo nivel se toman las figuras F1 a F12 para realizar un análisis de las propiedades intra e interfigurales de las formas a través de los siguientes momentos:

a. Clasificación libre. (Tipo de análisis N° 1:T1)

Se sugiere a cada niño colocar juntas las figuras que considere deben ir juntas justificando la clasificación realizada a través del establecimiento de semejanzas y diferencias en cada uno de los grupos construidos.

b. Clasificación sugerida. (Tipo de análisis N° 2;T2)

Con base en la clasificación de los objetos en poliedros y redondos, se pide a cada niño continuar la clasificación de las ocho figuras restantes en alguno de los grupos sugeridos por las figuras representantes, a saber:

Grupo 1 (poliedros): F1, F2

Grupo 2 (redondos): F4, F5

Concluida la clasificación se pide a cada niño la justificación de esta a través del establecimiento de semejanzas y diferencias en los grupos uno y dos.

c. Simetría intrafigural. (Tipo de análisis N° 3: T3)

Para el análisis de la simetría de manera intrafigural se toma cada una de las figuras F1, F2, F2, F4 y F5 y se procede de la siguiente manera.

Frente a dos espejos colocados formando ángulo recto, en posición vertical sobre una superficie horizontal, se ubica individualmente cada figura y se entregan al niño tres réplicas de la misma para que las cologie según las imágenes.

A cada una de las figuras F1, F2, F3, F4, y F5 se le ejercen cuatro movimientos (MO, MI, M2, M3). a saber:

Figura 1

NO: El cubo es colocado sobre una de sus caras en el centro del cuadrante formado por los espejos conservando el paralelismo y la perpendicularidad entre los espejos y los lados de la base del cubo.

MI: A partir de MO se realiza una rotación de  $45^\circ$  sobre la misma base y en sentido antihorario (contrario al giro de las manecillas del reloj).

N2: H partir de MO se realiza una rotación de aproximadamente de  $70^\circ$  sobre la misma base y en sentido contrario al movimiento de las manecillas de reloj.

H3: A partir de MO se realiza una rotación de  $90^\circ$  sobre la misma base y en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

Figura 2

Colocando la pirámide sobre su base cuadrada se realizan los mismo movimientos anteriores.

Figura 3

NO: El cilindro es colocado sobre una de sus caras circulares en el centro del cuadrante formado por los espejos.

NI: A partir de MO se realiza una rotación de  $45^\circ$  sobre la misma base y en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj.

i<sup>!2</sup>: El cilindro es colocado sobre su superficie lateral de tal manera que el segmento de contacto con la superficie horizontal se conserve paralelo al espejo del lado izquierdo.

M3: A partir de M2 se realiza una rotación de  $45^\circ$  en sentido antihorario (contrario al movimiento de las manecillas del reloj) manteniendo el cilindro sobre el segmento de contacto con la superficie horizontal.

Figura 4

Con el cono se realizan los mismos movimientos del cilindro.

Figura 5

NO: La esfera es colocada en el centro del cuadrante formado por los espejos.

MI: A partir de M0 se realiza una rotación de  $45^\circ$  en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj manteniendo la esfera sobre el mismo punto de contacto con la superficie horizontal.

M2: A partir de M0 la esfera es desplazada hacia el extremo inferior izquierdo del cuadrante formado por los espejos.

f"13: A partir de M0 la esfera es desplazada hacia el extremo superior derecho del cuadrante formado por los

d. Simetría interfigural. (Tipo de análisis N° 4: T4)

Para el análisis de las simetrías de manera interfigural se toman las figuras F1, F2, F3, F4 y F5 y se procede de la siguiente manera:

Frente a dos espejos colocados formando ángulo recto, en posición vertical sobre una superficie horizontal, se ubican las figuras en dos posiciones:

Posición 1 (P1)

F1: Extremo superior izquierdo del cuadrante formado por los dos espejos conservando el paralelismo y la perpendicularidad entre la base de la figura y los espejos.

F2: Extremo superior derecho del cuadrante conservando el paralelismo y la perpendicularidad entre la base cuadrada de la figura y los espejos.

F5: Centro del cuadrante sobre una de sus caras circulares.

F4: Extremo inferior izquierdo del cuadrante sobre su base circular.

F5: Extremo inferior derecho del cuádrente.

Posición 2 (P2)

Se trata de intercambiar la posición anterior de las figuras conservando las demás exigencias

F1: Extremo inferior izquierdo.

F2: Extremo superior izquierdo.

F3: Extremo inferior derecho.

F4: Extremo superior derecha.

F5: Centro.

6.4.2.2.2 Items de la evaluación del estado inicial y final.

Para la especificación de los ítems se utilizan las siguientes convenciones:

NIVEL DE DESARROLLO	N1 Nivel de reconoci- miento	T Tipo de recono- cimiento	T1 Reconoci- miento háptico -----	F Figura F1	P Pre- gunta
			T2 Reconoci- miento vi- sual -----	F2 F3	
			T3 Expresión verbal -----	F4	
			T4 Expresión gráfica	F5	
CONCEPTUAL	N2 Nivel de análisis	T Tipo de análisis	T1 Clasifica- ción libre -----	F Figura De	P Pre- gunta
			T2 Clasifica- ción sugere- da	F1 a F12	
			T3 Simetría Intrafigu- ral -----	De F1	P Posi- ción
			T4 Simetría interfigu- ral	a F5	

NI Nivel de reconocimiento.

TI Reconocimiento háotico.

F1 Cubo.

F1. ¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando.

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás tocando?

PC- ¿Cuál de las figuras del cartel 2 se encuentra  
en la que estás tocando"?

F2 Pirámide.

P1 ¿,Cuál de estas figuras es la que estás tocando?

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás tocando?

PC ¿Cuáles de las figuras del cartel 2 se  
encuentran en la que estás tocando?

F3 Cilindro.

P1 ¿,Cuál de estas figuras es la que estás tocando^

P2 ¿.Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás tocando?

PC ¿Cuáles de las figuras del cartel utilizarías  
para forrar la que estás tocando.

P4 ,\_.Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?

F4 Cono.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando '

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?

P? ¿Cuáles de las figuras del cartel 2 utilizarías para forrar la que estás tocando?

F'4 Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?

F5 Esfera.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando?

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?

F'3 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?

T2 Reconocimiento visual.

F1 Cubo.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la eue estas viendo '

P2 ,\_Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás viendo?

P3. .¿Cuál de las figuras del cartel 2 se  
encuentra en la que estás viendo?

F2 Pirámide.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás viendo?

P3 ¿Cuáles de las figuras del cartel 2 se  
encuentran en la que estás viendo?

F3 Cilindro.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que  
estás viendo?

F'3 ¿Cuáles de las figuras del cartel 2,  
utilizarías para forrar la que estás viendo?

P4 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta  
cuando partes por la mitad la que estás viendo?

F4 cono.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?

P2 ¿Cuál de las figuras  
viendo"

P2 ¿Cuáles de las figuras del cartel 2

**utilizarías Dará forrar la que estás** viendo?

P4 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta

cuando partes por la mitad la que estas viendo?

F5 Esfera.

P1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?

P2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que

estás viendo?

F'3 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta

cuando partes ñor la mitad la que estás viendo?

T3 Expresión verbal.

F1 Cubo.

P1 ¿Cuál es el nombre de la figura?

F'2 Sin mostrar la figura a tus compañeros  
cuéntales de la mejor manera posible cómo es?

F2 Pirámide.

P1 .¿Cuál es el nombre de la figura?

P2 Sin mostrar la figura a tus compañeros

cuéntales de la mejor manera cosible cómo es?

F1 Cilindro.

F1 ¿Cuál HE el nombre de la figura?

F'2 Sin mostrar la figura a tus compañeros  
cuéntales de la mejor manera posible cómo es^

F4 Cono.

F1 ¿Cuál es el nombre de la figura^

F'2 Sin mostrar la figura a tus compañeros  
cuéntales de la mejor manera posible cómo es?

F5 Esfera.

F1 ¿Cuál es el nombre de la figura?

F'2 Sin mostrar la figura a tus compañeros  
cuéntales de la mejor manera posible cómo es?

T4 Expresión gráfica.

F1 Cubo.

F1 Dibuja la figura.

F2 Dibuja cada una de las partes de la figura.

F2 Pirámide.

F1 Dibuja la figura.

F2 Dibuja cada una de las partes de la figura.

F5 Cilindro.

P1 Dibuja la figura.

F2 Dibuja cada una de las formas que necesitas  
para forrar la figura.

P3. Dibuja la figura que resulta cuando la partes  
por la mitad.

F4 Cono.

P1 Dibuja la figura.

P2 Dibuja cada una de las formas que necesitas  
para forrar la figura.

P3. Dibuja la figura que resulta cuando la. partes  
por la mitad.

F5 Esfera.

P1 Dibuja la figura.

P2 Dibuja la figura que resulta cuando la partes  
por la mitad.

N2 Nivel de análisis.

TI Clasificación libre de las figuras:

F1: Cubo.

F2: Pirámide.

FT: Cilindro.

F-4: Cono.

F\*5: Estera.  
F6: Caja.  
F7: Ovoide.  
F8: Prisma.  
F9: Octaedro.  
F10: Tetraedro.  
F11: Trompo.  
F12: Toro.

Se sugiere a cada niño colocar las figuras que considere deben ir juntas. Cada uno de los grupos formados se registra como G1, G2, G3, ...GN; con N el número total de grupos.

F1: Pregunta No 1 para cada uno de los grupos formados:

¿En qué se parecen las figuras de cada uno de los grupos que formaste?

P2: Pregunta No 2 para cada uno de los grupos formados:

que tienen de diferente las figuras de cada uno de los grupos que formaste?

T2 Clasificación sugerida de las figuras F1 a F12

Se sugiere a cada niño continuar la siguiente clasificación:

G1 Grupo 1: F1, F2... ;Poliedros:

G2 Grupo 2: F4, h^... (Redondos)

F1 Pregunta No 1 para G1 .^En que se parecen^  
F2 Pregunta No 2 para G1 ^Que tienen de diferente"  
P1 Pregunta No 1 para G2 ^En qué se parecen?  
F'2 Pregunta No 2 para G2 ¿Qué tienen de diferente!"

t"3 Simetría Intrafigural. (\*)

Cada una de las figuras F1, F2, F3, F4 y F5 es colocada individual y secuencialmente frente a los espejos, en las posiciones P1, P2, P3 y P4 obtenidas luego de los movimientos NO, MI, M2 y M5 respectivamente y haciendo uso de las tres réplicas de cada una de ellas se pide "Colocar la figura como se ve en cada una de las tres imágenes".

14 Simetría Interfigural.

Las figuras F1, F2, F3, F4 y F5 son colocadas simultáneamente frente a los espejos en dos posiciones diferentes F1 y F2 (remitirse a la estructura: Simetría Interfigural, pag 57) y se pide a cada niño "Colocar las figuras como se ven en cada una de las tres imágenes".

Las posiciones F1, F2, P3, y F4 a las que se hace referencia en T5 son el resultado obtenido luego de efectuar los movimientos NO, NI, N2 y M3 respectivamente.

6.4.3 FORMATO DE LA PRUEBA

PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA				
ESTADO INICIAL		ESTADO FINAL		
ESCUELA EL DIAMANTE	GRADO	FECHA		
Nombre	Fecha de nacimiento	D	M	A EDAD
N T F P	FORMULACION	RESPUESTA		
1 1 1 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando?			
1 1 1 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?			
1 1 1 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 se encuentra en la que estás tocando?			
1 2 1 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?			
1 2 1 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás viendo?			
1 2 1 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 se encuentra en la que estás viendo?			
1 3 1 1	¿Cuál es el nombre de la figura?			
1 3 1 2	Sin mostrar la figura a tus compañeros, cuéntales de la mejor manera posible, como es?			

1 4 1 1 Dibuja la figura

ESTADO

ESCUELA

NOMBRE

N.T.

1 4 1 2 Dibuja cada una de las  
partes de la figura

PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA

ESTADO INICIAL		ESTADO FINAL	
ESCUELA EL DIAMANTE		GRADO	
Nombre:	Fecha de nacimiento	D	M A EDAD
N T F P	FORMULACION	RESPUESTA	
1 1 2 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando?		
1 1 2 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?		
1 1 2 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 se encuentra en la que estás tocando?		
1 2 2 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?		
1 2 2 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás viendo?		
1 2 2 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 se encuentra en la que estás viendo?		
1 3 2 1	¿Cuál es el nombre de la figura?		
1 3 2 2	Sin mostrar la figura a tus compañeros, cuéntales de la mejor manera posible, cómo es?		

1 4 2 1 Dibuja la figura

Nombre

1 7 8

1 3

1 4 2 2 Dibuja cada una de las partes de la figura

1 3

1 3

Univæsiâr

â

Fa\*\*-'!  
Con^uL.  
LL...

PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA

ESTADO INICIAL		ESTADO FINAL	
ESCUELA EL DIAMANTE		GRADO:	
Nombre:	Fecha de nacimiento	D	M A EDAD
N T F P	FORMULACION	RESPUESTA	
1 1 3 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando?		
1 1 3 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?		
1 1 3 3	¿Cuáles de las figuras del cartel 2 utilizarías para forrar la que estás tocando?		
1 1 3 4	¿Cuáles de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás viendo?		
1 2 3 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?		
1 2 3 2	¿Cuáles de las figuras del cartel 1 es la que estás viendo?		
1 2 3 3	¿Cuáles de las figuras del cartel 2 utilizarías para forrar la que estás viendo?		
1 2 3 4	¿Cuáles de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás viendo?		
1 3 3 1	¿Cuál es el nombre de la figura?		
1 3 3 2	Sin mostrar la figura a tus compañeros cuéntales de la mejor manera posible, cómo es?		

1 4 3 1 Dibuja la figura

1 4 3 2 Dibuja c/u de las formas que  
necesitas para forrar la figura

1 4 3 3 Dibuja la figura que resulta cuando  
la partes por la mitad

PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA

ESTADO INICIAL

ESTADO FINAL

ESCUELA EL DIAMANTE

GRADO:

Nombre:

Fecha de nacimiento

D M A EDAD

N T F P

FORMULACION

RESPUESTA

1 1 4 1 ¿Cuál de estas figuras es la que estás tocando?

1 1 4 2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?

1 1 4 3 ¿Cuáles de las figuras del cartel 2 utilizarías para forrar la que estás tocando?

1 1 4 4 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?

1 2 4 1 ¿Cuál de las figuras es la que estás viendo?

1 1 4 2 ¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás viendo?

1 2 4 3 ¿Cuáles de las figuras del cartel 2 utilizarías para forrar la que estás viendo?

1 2 4 4 ¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás viendo?

1 3 4 1 ¿Cuál es el nombre de la figura

1 3 4 2 Sin mostrar la figura a tus compañeros cuéntales de la mejor manera posible, como es.

1 4 4 1 Dibuja la figura

Estado

ESU-EL

Nombre

W T F +

1 4 4 2 Dibuja cada una de las formas que  
necesitas para forrar la figura

1 1 3

1 1 3

1 4 4 3 Dibuja la figura que resulta cuando  
la partes por la mitad

1 1 3

ESTADO INICIAL		PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA				ESTADO FINAL	
ESCUELA	EL DIAMANTE	GRADO:	FECHA				
Nombre:		Fecha de nacimiento	D	M	A	EDAD	
N T F P	FORMULACION	RESPUESTA					
1 1 5 1	¿Cuál de estas figuras es la que estas tocando?						
1 1 5 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás tocando?						
1 1 5 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estás tocando?						
1 2 5 1	¿Cuál de estas figuras es la que estás viendo?						
1 2 5 2	¿Cuál de las figuras del cartel 1 es la que estás viendo?						
1 2 5 3	¿Cuál de las figuras del cartel 2 resulta cuando partes por la mitad la que estas viendo?						
1 3 5 1	¿Cual es el nombre de la figura?						
1 3 5 2	Sin mostrar la figura a tus compañeros, cuéntales de la mejor manera posible, como es?						

1 4 5 1 Dibuja la figura

ESTADO

ESQUEMA

Nombre

Clasifica

1 4 5 2 Dibuja la figura que resulta  
cuando la partes por la mitad.

ESTADO

ESQUEMA

Nombre

Clasifica

PRUEBA: ESTADO DE CONCEPTUALIZACION GEOMETRICA

ESTADO INICIAL

ESTADO FINAL

ESCUELA EL DIAMANTE

GRADO:

FECHA:

Nombre

Fecha de nacimiento

D M A EDAD

Clasificación libre de las figuras F1 a F12

G1

G2

G3

G4

G5

G6

N T G P

¿En qué se parecen?

N T G P

¿Qué tienen de diferente?

2 1 1 1

2 1 1 1

2 1 2 1

2 1 2 2

2 1 3 1

2 1 3 2

2 1 4 1

2 1 4 2

2 1 5 1

2 1 5 2

2 1 6 1

2 1 6 2

CLASIFICACION SUGERIDA DE LAS FIGURAS F1 A F12

G1: F1, F2,

G2: F4, F5

N T G P

¿En qué se parecen?

N T G P

¿Qué tienen de diferente?

2 2 1 1

2 2 1 2

2 2 2 1

2 2 2 2

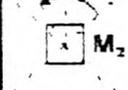
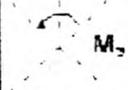
Escuela **EL DIAMANTE** Grado

Nombre F. Nac D M A Edad

**Estudio de Simetrias de las figuras F1 a F5 de manera intrafigural e interfigural**

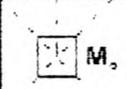
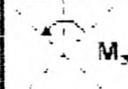
N2 T3 F1 P1 N2 T3 F1 P2 N2 T3 F1 P3 N2 T3 F1 P4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

							
--	---	--	---	--	--	--	---

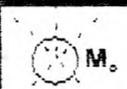
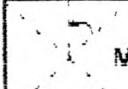
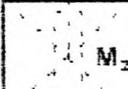
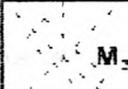
N2 T3 F2 P1 N2 T3 F2 P2 N2 T3 F2 P3 N2 T3 F2 P4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

							
--	---	--	---	--	--	--	---

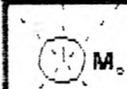
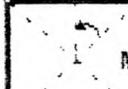
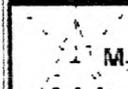
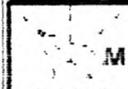
N2 T3 F3 P1 N2 T3 F3 P2 N2 T3 F3 P3 N2 T3 F3 P4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

							
--	---	--	---	--	--	--	---

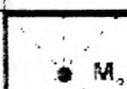
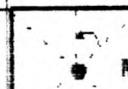
N2 T3 F4 P1 N2 T3 F4 P2 N2 T3 F4 P3 N2 T3 F4 P4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

							
--	---	--	---	--	--	--	---

N2 T3 F5 P1 N2 T3 F5 P2 N2 T3 F5 P3 N2 T3 F5 P4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

							
--	---	--	---	--	--	--	---

N2 T3 F5 P1 N2 T3 F5 P2 N2 T3 F5 P3 N2 T3 F5 P4

N2								N2					
T4								T4					

F1				F1		F2		F1				F2		F4
F5				F3				F5				F5		

P1				F4		F5		P2				F1		F3
----	--	--	--	----	--	----	--	----	--	--	--	----	--	----

#### 6.4.4 CONDICIONES PARA LA APLICACION

Para la aplicación de la prueba de evaluación del estado inicial y del estado final se tienen en cuenta las siguientes condiciones:

- Aplicación de la misma prueba, para los grados primero, tercero y quinto, ya que se trata de indagar niveles de conceptualización geométrica.
  
- La aplicación de la prueba se hace de manera individual con cada niño y con la presencia de los dos experimentadores.
  
- El espacio seleccionado, es un lugar aislado del aula de clases, tranquilo, sin interferencias y con buenas condiciones de aire, luz y servicios sanitarios. Con estas condiciones se pretende propiciar bienestar para el niño durante el tiempo de aplicación de la prueba. Se debe además contar con el suficiente espacio físico, para organizar tres mesas de trabajo: una para el nivel de reconocimiento y dos para el nivel de análisis (clasificaciones y simetrías).

En nuestro caso, el mejor lugar que cumplía dichas condiciones fue la biblioteca de la escuela, la cual se solicitó, exclusivamente, con anterioridad.

- Cada niño es citado para la evaluación teniendo en cuenta su horario habitual de estudio. para evitar interferencias con otras actividades como el descanso, actos cívicos, ensayos y salidas, entre otras.

El tiempo para la evaluación de cada niño es aproximadamente de cuatro horas; dos para el nivel de reconocimiento y dos para el nivel de análisis; con el recreo de intermedio entre los dos niveles.

Atendiendo a los ritmos individuales en la ejecución de las tareas, algunos niños pueden necesitar más o menos tiempo; lo cual se permite, ya que en la prueba, la variable tiempo es irrelevante frente a sus propósitos. Si un niño presenta síntomas de agotamiento o desgano durante la prueba, ésta se suspende y se continúa posteriormente.

La aplicación de la prueba inicial, en la presente investigación, se realizó durante quince (15) semanas del primer semestre escolar de 1994. tiempo en el cual

se atendió a los 50 niños y niñas elegidos en la muestra, por medio de una, dos o tres citas de encuentro.

Luego de la intervención pedagógica, la cual se realizó durante el periodo comprendido entre el 25 de julio y el 14 de octubre, se aplicó la prueba para la evaluación del estado final ente el 17 de octubre y el 2 de diciembre incluyendo sesiones de evaluación los días sábados.

## 6.5 SISTEMATIZACION DE LA INFORMACION

### 6.5.1 Categorización de las respuestas a cada una de las preguntas

#### NIVEL DE RECONOCIMIENTO

- Las respuestas a las preguntas 1.1.1.1., 1.1.2.1., 1.1.3.1., 1.1.4.1., 1.1.5.1., 1.1.1.2., 1.1.2.2., 1.1.3.2., 1.1.4.2., 1.1.5.2., 1.1.1.3., 1.1.5.3., 1.2.1.1., 1.2.5.1., 1.2.2.1., 1.2.3.1., 1.2.4.1., 1.2.1.2., 1.2.2.2., 1.2.3.2., 1.2.4.2., 1.2.5.2., 1.2.1.3., 1.2.5.3., 1.3.1.1., 1.3.2.1., 1.3.3.1., 1.3.4.1. y 1.3.5.1. se categorizan en:

- a. Correcta
- b. Incorrecta

.. Las respuestas a las preguntas 1.1.2.?, 1.1.3.3.,  
1.1.4.3., 1.2.2.?, 1.2.3.2. y 1.2.4.3. se categorizan  
en :

- a. Correcta
- b. Incorrecta.

Incompleta: señalar sólo una de las figuras y en  
algunos casos figuras que no pertenecen.

- Las respuestas a las preguntas 1.1.3.4., 1.1.4.4.,  
1.2.3.4. y 1.2.4.4. se categorizan en:

- a. Correcta (corte longitudinal)
- b. Correcta (corte transversal)
- c. Incorrecta

— Las respuestas a las preguntas 1.3.1.2., 1.3.2.2.,  
1.3.3.2., 1.3.4.2. y 1.3.3.2. se categorizan en:

- a. Nombrar uno o varios objetos familiares que poseen  
forma semejante a la forma de la figura.
- b. Usar atributos irrelevantes en la descripción  
geométrica de la figura.

c. Usar sin precisión de manera informal' partea y/o propiedades necesarias para determinar la figura.

d. Referenciar partes y/o propiedades que no pertenecen a la figura.

e. Determinar explícitamente partes y/o propiedades suficientes para describir la figura.

- Las respuestas a las preguntas i.4.1.1.. 1,4.2.1..

1.4.3.1.. 1.4.4.1. y 1.4.5.i. se categorizan en:

a. Dibujar la figura representando partes que no pertenecen a ella.

b. Dibujar la figura representado partes pertinentes pero con caracterización personal (formas no convencionales).

c:. Dibujar la figura representando partes pertinentes, sin explicitar su tridimensionalidad.

d. Didujar la figura representando partes pertinentes y explicitando su tridimensionalidad.

- Las respuestas a la preguntas 1.4.i.2.. 1.4.2.2..

1.4.5.2. y 1.4.4.2. se categorizan en:

a. Dibujar con precisión cada una de las partes de la figura.

b. Dibujar cada una de las partes de la figura sin precisión en la forma.

c. Dibujar con precisión algunas de las partes de la figura.

d. Dibujar algunas de las partes de la figura sin precisión en la forma.

- Las respuestas a las preguntas 1.4.3.3., 1.4.4.3. y

1.4.5.2. se categorizan en:

a. Dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar la figura longitudinalmente.

b. Dibujar sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar la figura longitudinalmente.

c. Dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar la figura transversalmente.

d. Dibujar sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar la figura transversalmente.

e. Dibujar la figura seccionada longitudinalmente.

f. Dibujar la figura seccionada transversalmente.

#### NIVEL DE ANALISIS

-- Las respuestas a las preguntas 2. 1.1.1.. 2.1.2.1., 2.1..N.1. con N variando desde 1 hasta el número total de grupos formados por cada niño, en la clasificación libre, y a las preguntas 2.2.1.1. y 2.2.2.1. de la clasificación sugerida, se categorizan en:

a. Establecer semejanzas con objetos familiares que poseen la forma de las figuras del grupo.

b. Establecer semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras del grupo.

c. Establecer semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes a Las figuras y necesarias en la formación del grupo.

d. Establecer semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras y suficientes en la formación del grupo.

e. Enunciar características de las figuras como objetos individuales sin establecer relaciones entre sus partes o propiedades.

f. Sin respuesta.

- Las respuestas a las preguntas 2.1.1.2., 2.1.2.2., 2.I.N.2. con N variando desde 1 hasta el número total de grupos formados por cada niño, en la clasificación libre, y a las preguntas 2.2.1.2. y 2.2.2.2. de la clasificación sugerida se categorizan en:

a. Sustituir el establecimiento de diferencias entre las figuras del grupo por el establecimiento Pe diferencias entre objetos familiares con los cuales se han comparado respectivamente las figuras.

b. Establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo atributos irrelevantes a ellas.

c. Establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas.

d. Establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas

e. Sin respuesta.

- Las respuestas a las siguientes preguntas 2.3.1.1., 2.3.1.2., 2.3.1.3., 2.3.1.4., 2.3.2.1., 2.3.2.2., 2.3.2.3., 2.3.2.4., 2.3.3.1., 2.3.3.2., 2.3.3.3., 2.3.3.4., 2.3.4.1., 2.3.4.2., 2.3.4.3., 2.3.4.4., 2.3.5.1., 2.3.5.2., 2.3.5.3. y 2.3.5.4. se categorizan en:

a. Ubicar correctamente la figura en el primer cuadrante.

b. Ubicar incorrectamente la figura en el primer cuadrante.

c. Ubicar correctamente la finura. en el segundo cuadrante.

d. Ubicar incorrectamente la figura en el segundo cuadrante.

e. Ubicar correctamente la figura en el tercer cuadrante.

f. Ubicar incorrectamente la figura en el tercer cuadrante.

- Las respuestas a las siguientes preguntas 2.4.Fs.1 y 2.4.Fs.2 se categorizan así:

a. Ubicar correctamente N figuras en el primer cuadrante = i.2.5.4.5)

b. Ubicar incorrectamente N figuras en el primer cuadrante (N = i,2,3. 4,5)

c. Ubicar correctamente N figuras en el segundo cuadrante (**N** = 1,2.3.4,5).

d. Ubicar incorrectamente N finuras en el segundo cuadrante (N = 1,2,5,4,b)

e. Ubicar correctamente N figuras en el tercer cuadrante (N = 1,2,3,4,5)

f. Ubicar incorrectamente N figuras en el tercer cuadrante (N = 1,2,3,4,5)

6.5.2 CODIGOS ASIGNADOS A LOS ALUMNOS PARA LA SISTEMATIZACION DE LA INFORMACION

CODIGO			NOMBRE
GRUPO	GRADO	NUMERO	
E	1	1	Mario José Araque Loaiza
E	1	2	Julián Esteban Vásquez Zapata
E	1	3	Madelym González Aguirre
E	1	4	Cindy Galvis López
E	1	5	Cindy Alejandra Arango
E	3	1	Luis Carlos Durango
E	3	2	Paola Andrea Tuberquia Henao
E	3	3	Jhon Jailer Delicheff Alvarez
E	3	4	Edwin Antonio Rojas Tejada
E	3	5	Julián Camilo Román González
E	5	1	Deisy Yurany Martínez
E	5	2	Osmar Ferney Villa Londoño
E	5	3	Astrid Natalia Pérez Herrera
E	5	4	Alexandra María Zapata
E	5	5	Jhovany Ramírez Machado
C	1	1	Angela María Espinosa
C	1	2	July Maritza Vélez Rios
C	1	3	Lander Alexis García
C	1	4	Jhon Alexander Gómez
C	1	5	Jhonatan Alexander Castro
C	3	1	Natalia Guerra Marín
C	3	2	Leidy Johana Lozada
C	3	3	Liliana Vélez Díaz
C	3	4	Diego Armando Zapata
C	3	5	Julieth Carmona Ramírez
C	5	1	Jorge William Montoya Brand
C	5	2	Michael Gaviria Orrego
C	5	3	Mileidy Yurlei Restrepo Vélez
C	5	4	Johnyer Arango Román
C	5	5	Diana Carolina Bermúdez R.

E = Experimental.  
C = Control.



## 6.6.1 NIVEL DE RECONOCIMIENTO.

### 6.6.1.1 RECONOCIMIENTO HAPTICO - GRUPO CONTROL

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

#### GRAFICO N° 1

Teniendo en cuenta que el proceso de reconocimiento se desarrolla a través de tres momentos, se observa que en el primer momento -identificación de la figura en un conjunto visible formado por las figuras F1 a F12 - (1.1.F.1), el 9PX de las respuestas de los niños corresponde a una identificación correcta de las figuras. En el segundo momento -identificación de la forma de la figura entre las presentadas gráficamente en el cartel 1 (1.1.F.2)-, el P7X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación correcta de las figuras. En el tercer momento -identificación en el cartel 2 de elementos constitutivos de la figura, indagadas en F1, F2, F3 Y F4- (1.1.F.5), a través de la identificación de lo bidimensional en la tridimensional ('orden perceptivo), el 45X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación de manera

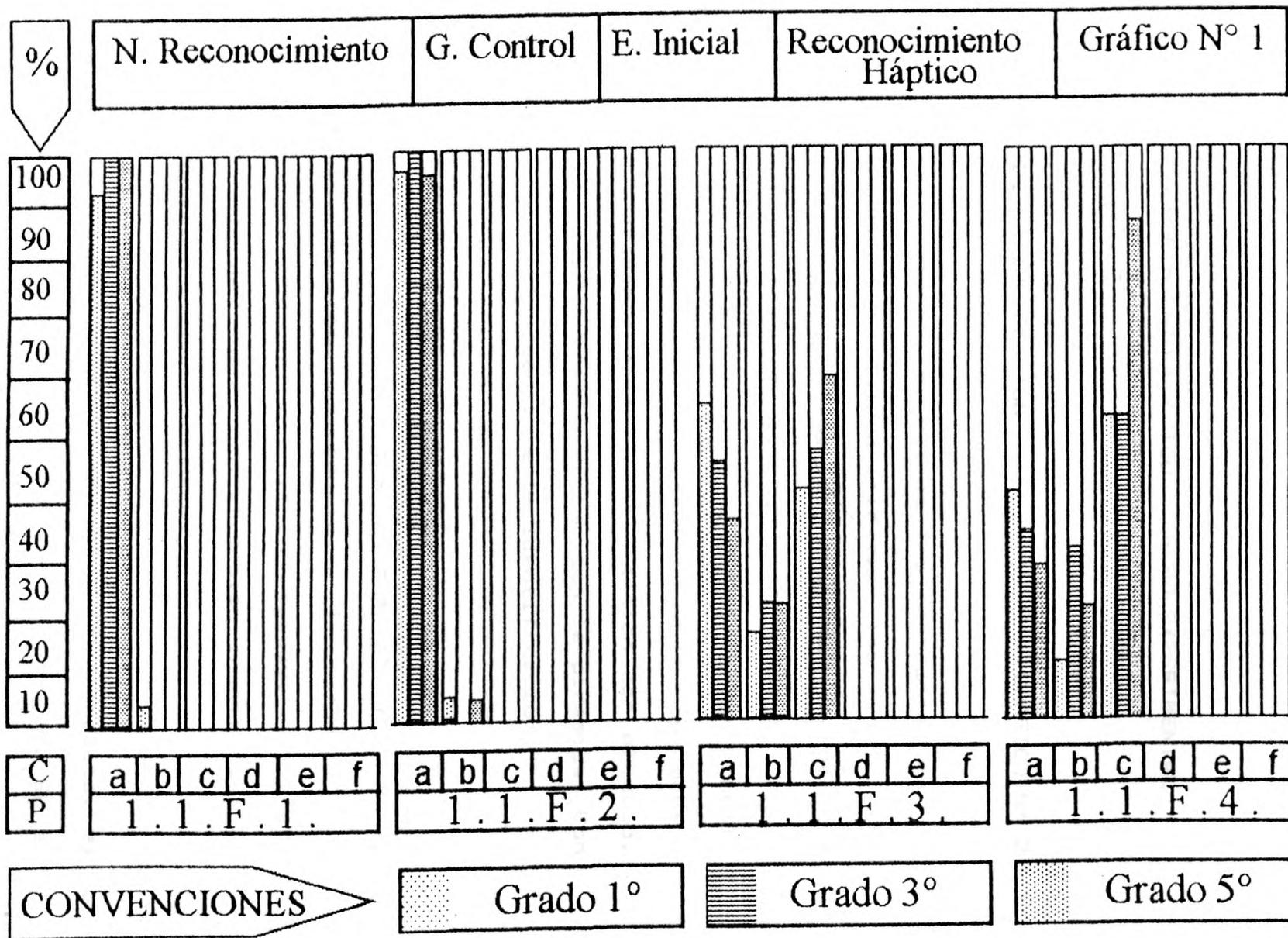
completa, lográndose ma'ior identificación con el cubo, luego con el cilindro y por último con la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación. El 18X de las respuestas son incorrectas. Con respecto a la pirámide, el cilindro y el cono, el 49X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta, en el orden pirámide, cono y cilindro.

Resulta interesante señalar que en este tercer momento, es el grado primero el que logra mayor identificación completa de las figuras, luego el grado tercero y por último el grado quinto. En cuanto a la identificación de manera incompleta, es el grado primero el que menos recurre a dicha identificación, luego el grado tercero y por último es el grado quinto el que más realiza identificaciones incompletas.

Continuando en este tercer momento, pero ahora haciendo referencia a la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (t.l.F.4), indicadas en las figuras cilindro, cono y esfera. el 53X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono, esfera / cilindro. El

20% a la identificación a través de un corte transversal: lográndose igual identificación con el cilindro y el cono. El 64X de las respuestas corresponde a una identificación incorrecta siendo la esfera la figura con la que se obtiene menos identificación, luego el cilindro y por último el cono.

En cuanto a los grados resulta, igualmente, que es el grado primera el de más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, luego el tercero y por último quinto. En la transversal el orden es tercero, quinto y por último primero. Es el grado quinta el que presenta mayor número de respuestas incorrectas, seguido de los grados primero y tercero que presentan igual porcentaje.



#### 6.6.1.2 RECONOCIMIENTO HAPTICO - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3°, 5°

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

#### GRAFICO N° 2

En el primer momento, el de las respuestas de los niños corresponde a la identificación las figuras. En el segundo momento el S4X de Las respuestas corresponde a la identificación correcta de las figuras, en el orden quinto, tercero y primero. En el tercer momento el 42X corresponde a la identificación de manera completa; lográndose mayor identificación con el cubo, luego con el cilindro y por último con la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación.

El 12X de las respuestas son incorrectas, en el orden

?

primero, quinto y tercero que no presenta respuestas incorrectas. Haciendo referencia a la pirámide, el cilindro y el cono, el 60X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta, en el orden pirámide, cono y cilindro.

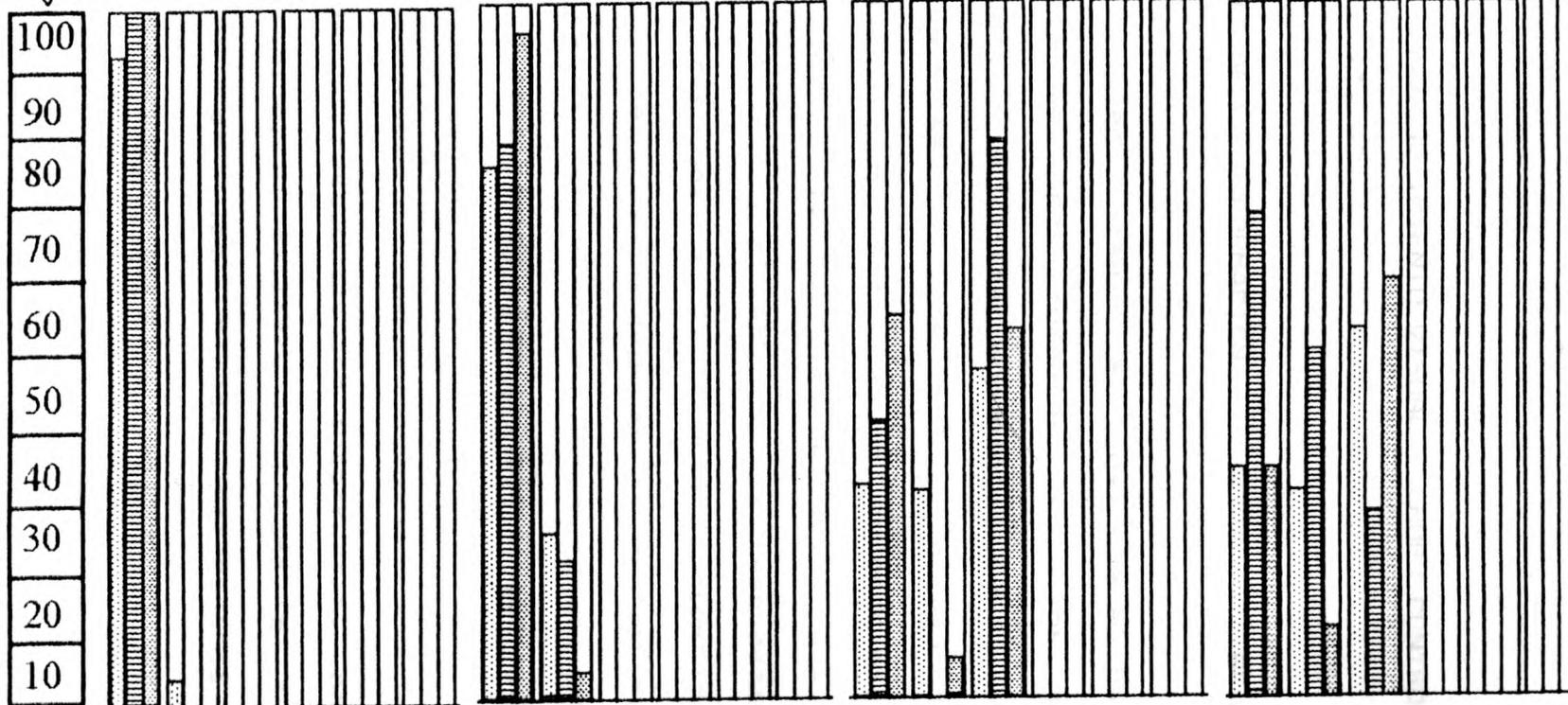
En cuanto a la identificación de manera completa, el orden por grados es quinto, tercero y primero. En el caso incompleto, es el grado primero el que menos

recurre a dicha identificación, luego el grado quinto y por última el grado tercero que es el que más realiza identificaciones incompletas.

En la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales, indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 45X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono, cilindro y esfera. El 30X a través de un corte transversal; lográndose igual identificación con el cilindro y el cono. El 47X de las respuestas corresponde a una identificación incorrecta, siendo la esfera la figura con la que se obtiene menos identificación, luego el cilindro y por último el cono.

En cuanto a los grados, es tercero el que obtiene más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, por encima de primero y quinto que presentan igual porcentaje. En lo transversal el orden es tercero, primero y quinto; por lo tanto, es quinto, el grado con más respuestas incorrectas, sigue primero y por último tercero que tiene el menor número

%	N. Reconocimiento	G. Experimental	E. Inicial	Reconocimiento Háptico	Gráfico N° 2
---	-------------------	-----------------	------------	------------------------	--------------



C	a	b	c	d	e	f
P	1	1	F	1	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	2	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	3	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	4	1	1

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

### 6.6.1.3 RECONOCIMIENTO VISUAL - GRUPO CONTROL

1°, 3", 5°

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 3

El reconocimiento visual, al igual que el háptico, se desarrolla en tres momentos. con los siguientes resultados: en el primer momento (1.2.F.1), el 27X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación de las figuras. El reconocimiento en el segundo momento (1.2.F.2), es del y para el tercer momento (1.2.F.3), el 45X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación de manera completa de las figuras, lográndose mayor identificación con el cubo, luego el cilindro y por último con la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación.

El 18X de las respuestas son incorrectas. Con respecto a la pirámide, el cilindro y el cono, el 49X de las respuestas de los niños, corresponde a una

identificación incompleta, en el orden piramide, cono y cilindro.

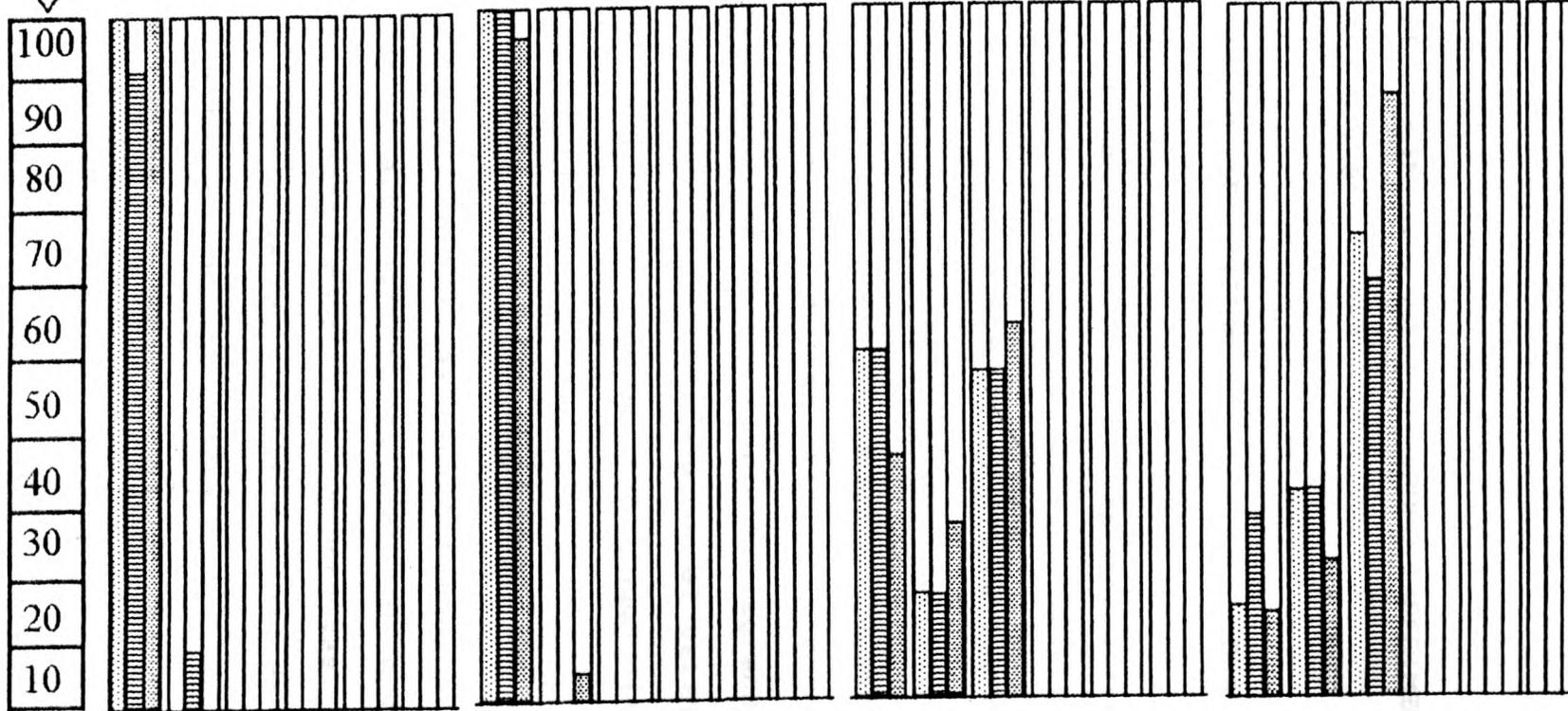
Los grados primero y tercero en la identificación de manera completa presentan los mismos porcentajes por encima del grado quinto y en la identificación de manera incompleta. presentan igualmente los mismos porcentajes. por debajo del grado quinto, que es el grado que presenta mayor porcentaje de respuestas incompletas.

Analizando las respuestas de la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (1.2.F.4) indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 15X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono y cilindro y esfera. El 27X a la identificación a través de un corte transversal, en el orden cilindro y luego cono. El 71X de las respuestas son incorrectas, siendo la esfera la figura con la que se obtiene menos identificación, luego el cilindro y por último el cono.

El prado tercero es el que obtiene más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, luego

en igual porcentaje, los grados primero y quinto. En lo transversal el orden es primero - tercero con igual porcentaje y luego quinto. Por lo tanto, es quinto. el grado con mayor número de respuestas incorrectas, luego primero y por último tercero.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Inicial	Reconocimiento Visual	Gráfico N° 3
---	-------------------	------------	------------	-----------------------	--------------



C	a	b	c	d	e	f
P	1	2	F	1		

a	b	c	d	e	f
1	2	F	2		

a	b	c	d	e	f
1	2	F	3		

a	b	c	d	e	f
1	2	F	4		

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1°, 3°, 5"

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 4

En el primer momento el 99X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación correcta de las figuras. En el segundo momento el 89X de las respuestas corresponde a una identificación correcta de las figuras, en el orden quinto, tercero y primero. En el tercer momento el 43X de las respuestas corresponde a la identificación de manera completa, lográndose mayor identificación con el cubo, luego con el cilindro y por último con la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación.

El 17X de las respuestas son incorrectas, en el orden primero con un alto porcentaje, luego tercero y quinto que no presentan respuesta incorrectas. Haciendo referencia a la pirámide, el cilindro y el cono, el 53X de las respuestas de los niños corresponde a una

identificación incompleta en el orden piámide, luego el cono y por ultimo el cilindro.

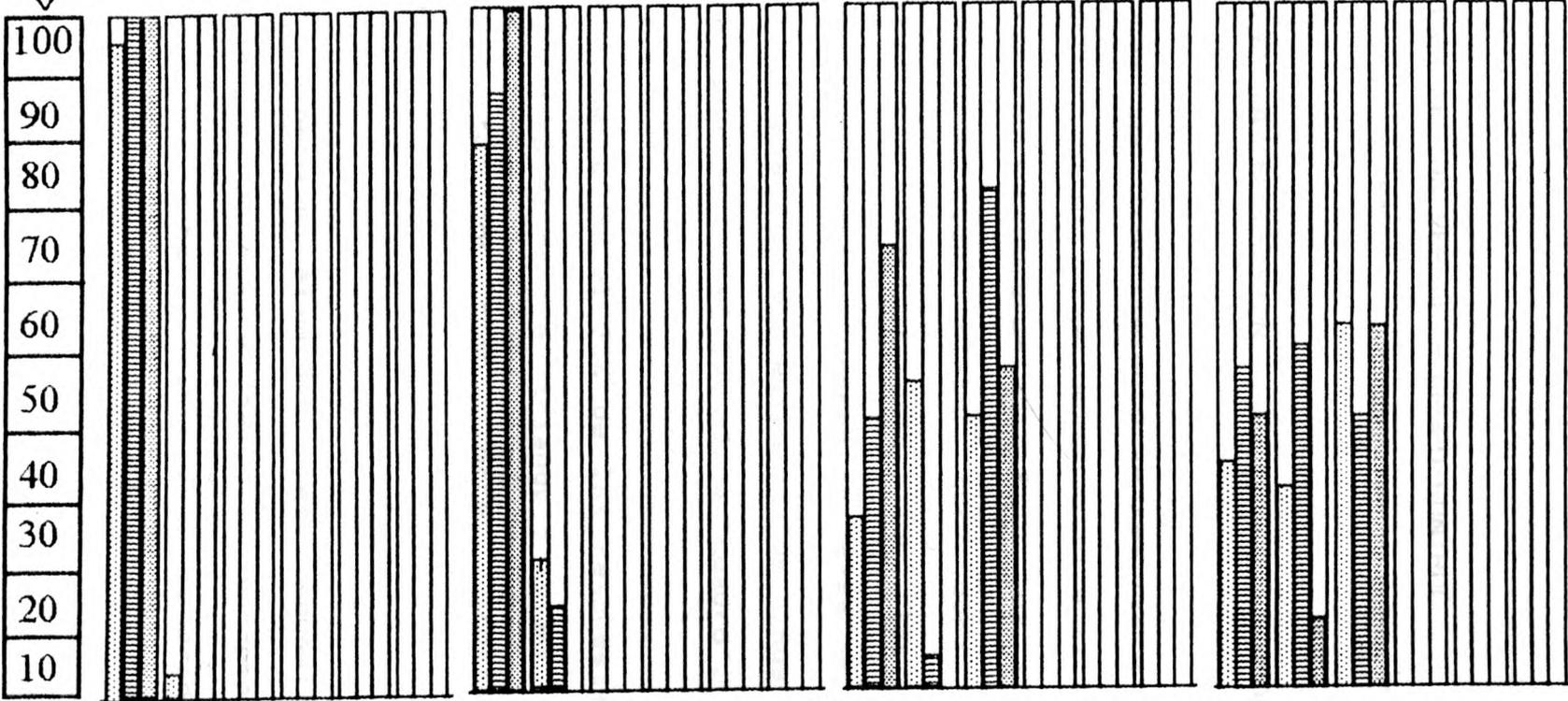
En cuanto a la identificación de manera completa, el orden por grados es quinto, tercero y primero. En el caso de incompleto, es el grado primero el que menos recurre a dicha identificación, luego el grado quinto y por último tercero que es el que más realiza esta identificación.

En la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales, indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 40X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono, cilindro y esfera. El 30X a través de un corte transversal; lográndose mayor identificación con el cilindro y luego con el cono. El 49X de las respuestas corresponde a una identificación incorrecta, siendo la esfera con la que se obtiene menos identificación, luego el cilindro y por último el cono.

En cuanto a los grados, es tercero el que obtiene más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, luego quinto y por último primero. En

lo transversal, el orden es tercero, primero y quinto:  
siendo los grados primero y quinto lo que presentan  
mayor número de respuestas incorrectas. con igual  
porcentaje. Tercero presenta el menor número de  
respuestas incorrectas.

%	N. Reconocimiento	G. Experimental	E. Inicial	Reconocimiento Visual	Gráfico N° 4
---	-------------------	-----------------	------------	-----------------------	--------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	1	2	F	1	1	1	1	2	F	2	2	2	1	2	F	3	3	3	1	2	F	4	4	4

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.6.1.5 EXPRESION VERBAL - GRUPO CONTROL

1°, 3°, 5°

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 5

Este proceso de reconocimiento se realiza a través de dos momentos. En el primer momento -identificación de la figura por el nombre- (1.3.F.1), el 97X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incorrectamente de las figuras, sustituyendo el nombre correcto de éstas así: para el cubo en el 7371 de las respuestas de los niños se emplea el nombre "cuadrado" y el 20X el de "cuadro".

Para la pirámide en el 73X de las respuestas de los niños se emplea el nombre "triángula" y en las demás, se emplean términos como "torre", "rectángula" o "diamante".

Para el cilindro en el 40X de las respuestas de los niños se emplea el nombre "palo" y los demás emplean términos como "tubo". "círculo". "cuadrado" o la expresión "no sé".

Para el cono en el 5371 de las respuestas se emplea el nombre "triángulo", y en las demás se emplean términos como "chuzo", "puntudo". "rectángulo". "gorro", "chococono", "redondo", "torre" o la expresión "no sé".

Para la esfera en el 53X de las respuestas se emplea el nombre de "círculo" y en las demás se emplean términos como "bola", "rueda", "redondo" y "balón".

En el segundo momento -identificación de la forma de la figura, mediante la explicación verbal de las características de la misma- (1.3.F.2), en el 24X de las respuestas de los niños se nombra uno o varios objetos familiares que poseen forma semejante a la forma de la figura; siendo el grado primero el que más emplea ésta de forma de reconocimiento, luego el grado tercero y por último el grado quinto.

En el 24X de las respuestas se usa atributos irrelevantes en la descripción geométrica de la figura, siendo primero el que más emplea esta forma de reconocimiento. por encima de los grados tercero y quinto que lo hacen en igual porcentaje.

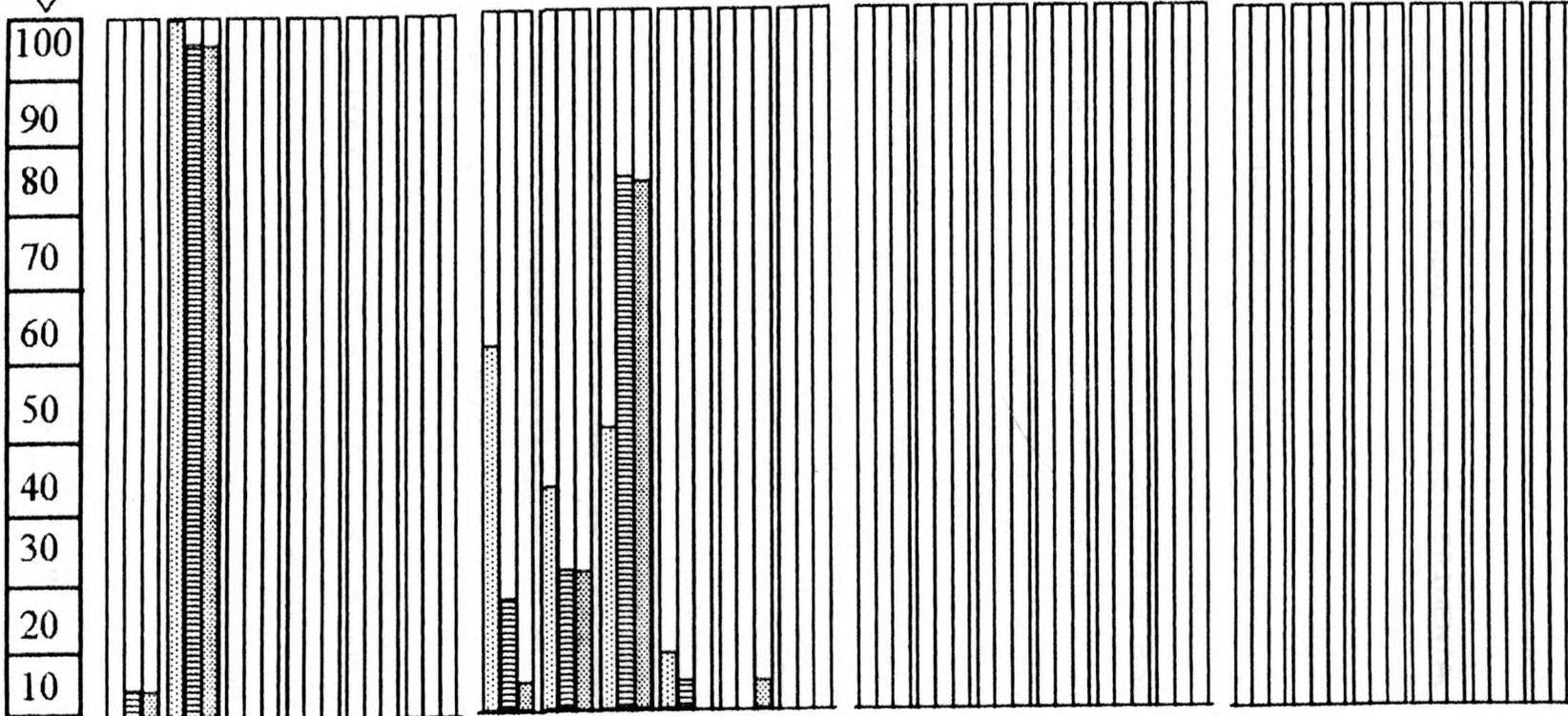
En el 64X de las respuestas se usa sin precisión (de manera informal) partes y/o propiedades necesarias para determinar la figura, siendo los grados tercero y quinto en igual porcentaje los que emplean esta forma de reconocimiento, por encima del grado primero.

En el 4% de las respuestas se referencia partes y/o propiedades que no pertenecen a la figura, siendo el grado primero el que más emplea esta forma y luego el grado tercero. El grado quinto no lo hace.

Finalmente, el IX, correspondiente al grado quinto, determina explícitamente partes y/o propiedades suficientes para describir la figura.

Es importante señalar que la identificación más completa se logra con el cubo y luego en su orden con la pirámide, esfera, cilindro y finalmente el cono. Orden encontrado mediante la asignación de una calificación ponderada: otorgando a cada categoría de respuesta un valor cuantitativo de 1 a 5. de acuerdo con el nivel de complejidad en la conceptualización, así: a - 3, b - 2, c - 4. d - 1 y e - 5.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Inicial	Expresión Verbal	Gráfico N° 5
---	-------------------	------------	------------	------------------	--------------



C	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f
P	1 . 3 . F . 1 .	1 . 3 . F . 2 .		

CONVENCIONES

	Grado 1°		Grado 3°		Grado 5°
--	----------	--	----------	--	----------

#### 6.6.1.6 EXPRESION VERBAL - GRUPO EXPERIMENTAL

1° , 3 ° , 5 °

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 6

Retomando que en este nivel se presentan dos momentos, hacemos referencia al primero (1.3.F.1), donde el 100% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incorrecta del nombre de las figuras, sustituyéndolas así: para el cubo en el 67/1 de las respuestas de los niños se emplea el nombre "cuadro", y en las demás se emplea "cuadrado", "cuadriculado" o "triángulo".

Para la pirámide en el 80X de las respuestas de los niños se emplea el nombre "triángulo" y en las demás se emplean términos como "círculo", "casita" o "jarrón".

Para el cilindro en el 47X de las respuestas de los niños se emplea el nombre "palo" y en las demás se emplean términos como "rueda", "tarro". "tubo", "círculo", "cubo", "rectángulo" o "tronco".

Para el cono en el 33X de las respuestas, de los niños se emplea el nombre "triángulo" y en las demás se

emplean términos como "montaña", "choza", "iglesia", "tetera". "nariz de pinocho". "pirámide". "sombrero", "puntudo" o la expresión "no sé".

Para la esfera en el 47X de las respuestas se emplea el nombre "bola", en el 53X se emplea el nombre "círculo" y en las demás se emplean términos como "pelota\*" o "redonda".

Para el segundo momento (1.3.F.2), en el 397L de las respuestas de los niños se nombra uno o varios objetos familiares que poseen forma semejante a la forma de la figura; siendo el grado primero el que más emplea esta forma de reconocimiento, luego el grado quinto y por último el grado tercera.

En el 24\*4 eje las respuestas se usa atributos irrelevantes en la descripción geométrica de la figura, siendo tercero el que más emplea esta forma de reconocimiento, luego primero y por último quinto.

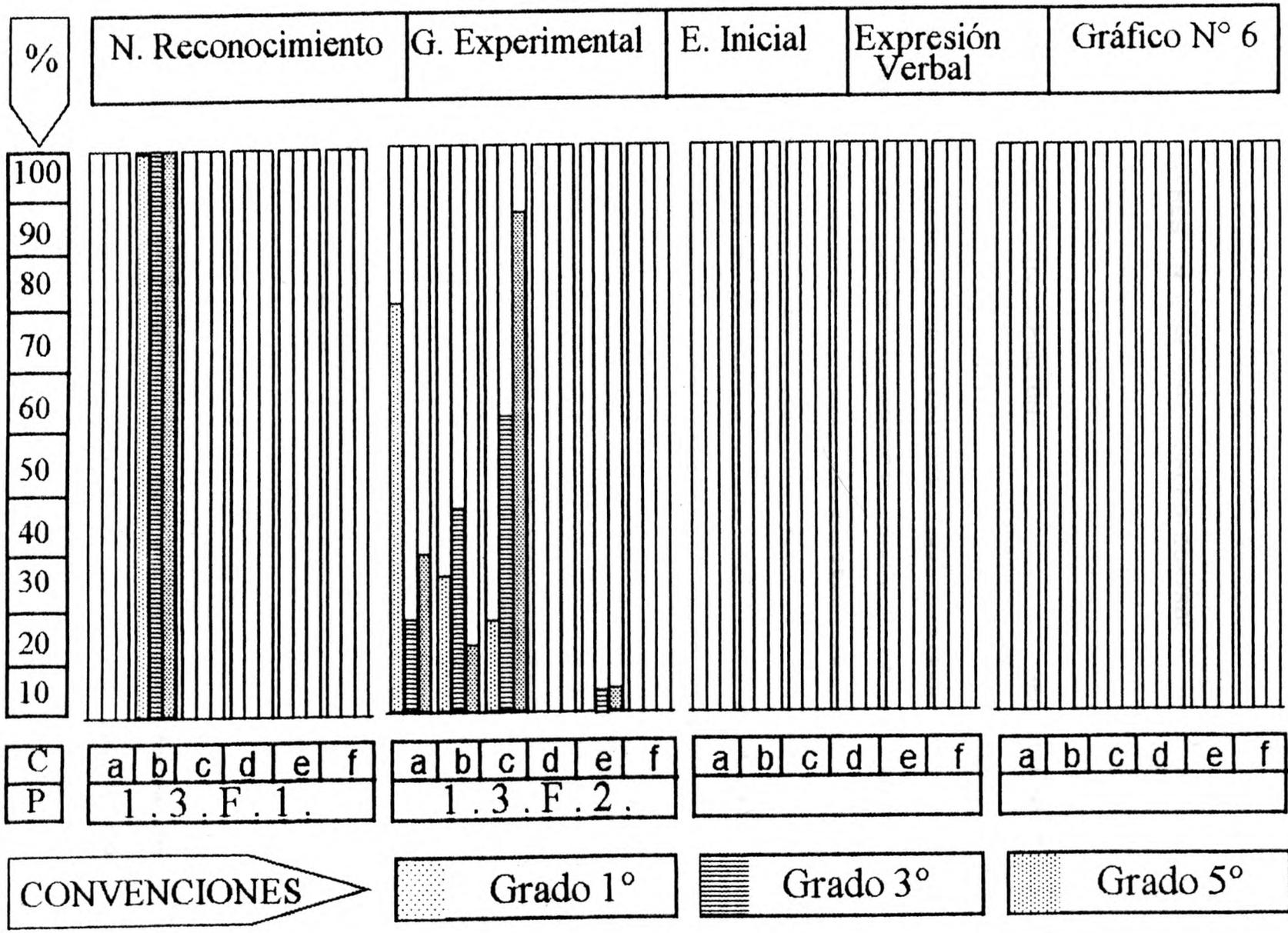
En el 52X se usa sin precisión (de manera informal) partes y/o propiedades necesarias para determinar la figura, siendo el orado quinto el que más emplea esta

forma de reconocimiento. luego tercero y por ultimo primero.

Ningún niño hacer referencia a partes y/o propiedades que no pertenecen a la figura.

Finalmente, solo el 371, constituido por alumnos de los grados tercero y quinto. en igual porcentaje, determina explícitamente partes y/o propiedades suficientes para describir la figura.

La identificación más completa de las figuras, se logra con la pirámide y luego en su orden con el cubo, el cilindro, la esfera y finalmente el cono. Orden encontrado como en ó.ó.1.5, segunde momento.



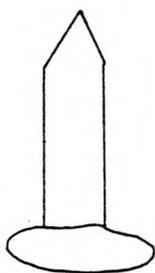
#### 6.6.1.7 EXPRESION GRAFICA - GRUPO CONTROL

1°, 3°, 5°

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

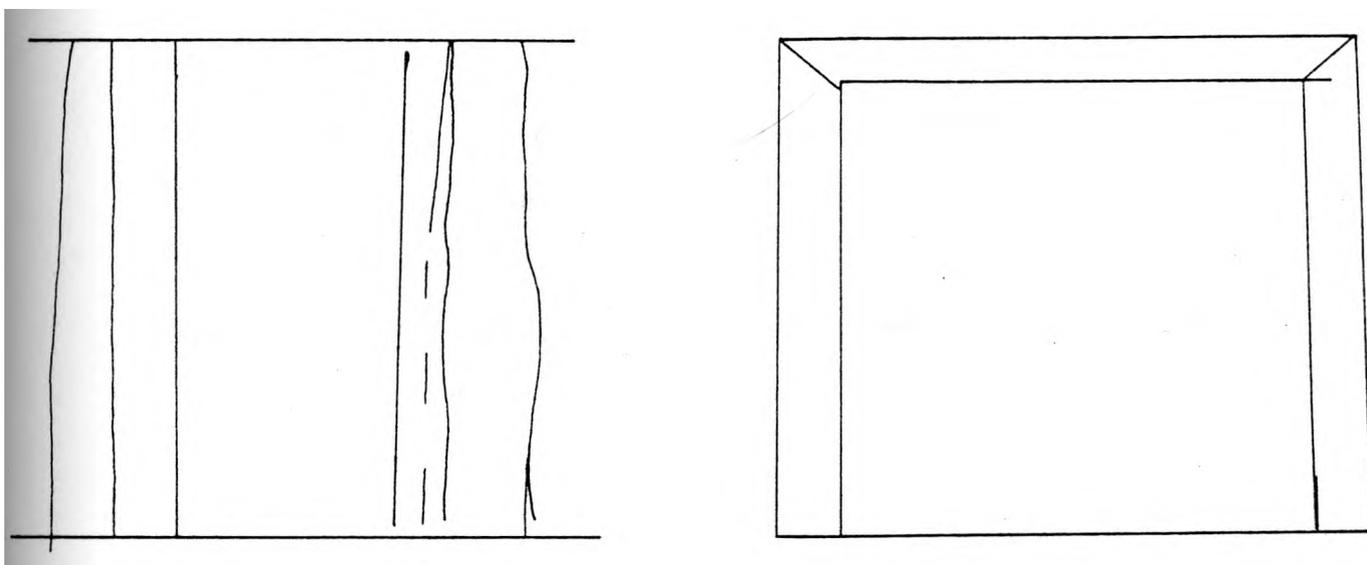
#### GRAFICO N° 7

El proceso de reconocimiento, se realiza en tres momentos. En el primer momento —dibujo de la figura— (i.4.F.1), el 4X de las respuestas de los niños corresponde al dibujo de las figuras representando partes que no pertenecen a ellas. Por ejemplo, Natalia Guerra del grado tercero, presenta el cono así:



Es el orado primero el que mas emplea esta forma de dibujo y luego el grado tercero. El grado quinto no emolea esta forma.

En el 12X de los dibujos de las figuras se representa partes pertinentes, pero con caracterización personal (formas no convencionales). Por ejemplo Angela María del grado primero y Mileidy Yurlei del grado quinto, quienes respectivamente, dibujan el cubo así:



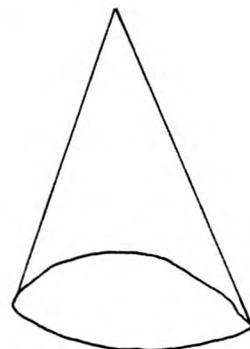
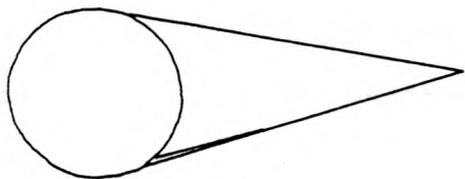
El que más recurre a esta forma de dibuja es el grado tercero, luego el grado primero y por último el grado quinto.

En el 35X de los dibujos de las figuras se representa partes pertinentes sin explicitar su

tridimensionalidad. tal es el caso de la esfera, donde todos los niños dibujan un círculo.

Es el grupo primero el que más emplea esta forma de dibujo, luego tercero y quinto que lo hacen en igual porcentaje.

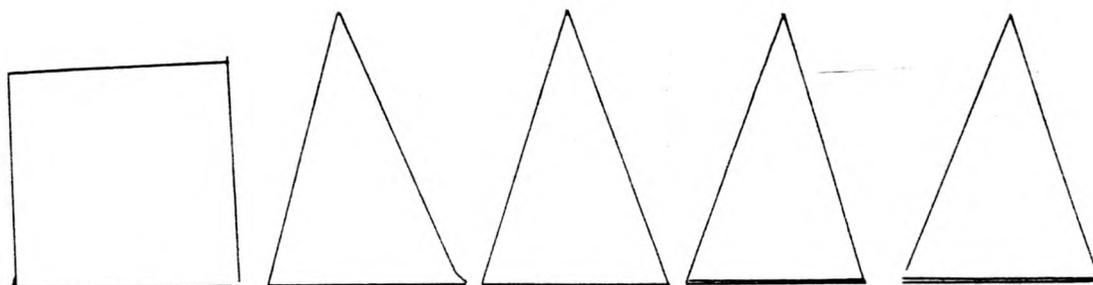
En el 32X de los dibujos de las figuras se representa partes pertinentes y se explicita su tridimensionalidad. Por ejemplo Yohyer Arango y Michael Gaviria, del grado quinto, quienes respectivamente dibujan el cono así:



Es el grado Quinto el que más emplea esta forma de dibujo y en un alto porcentaje (6071) con respecto a los grados tercero (24X) y primero (12X).

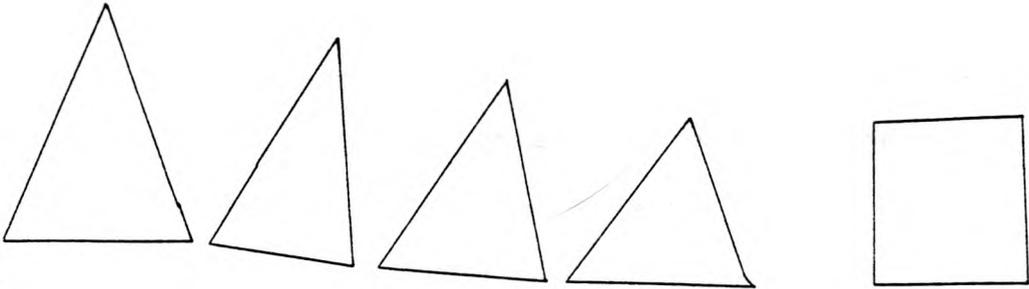
En este momento, la figura con la que se logra mayor expresión gráfica es el cono y le siguen en su orden el cilindro, la esfera, el cubo y por último la pirámide. Orden encontrado mediante la asignación de una calificación ponderada, otorgando a cada categoría de respuesta, un valor cuantitativo de 2 a 5, de acuerdo con el nivel de complejidad en la conceptualización así: a - 2, b - 3, c - 4 y d - 5.

En el segundo momento -dibujo de cada una de las partes constitutivas de las figuras F1, F2, F3 y F4- (1.4.F.2), el 30X de los dibujos presenta con precisión cada una de las partes de las figuras. Ejemplos de ellas son: Michael Gaviria del grado quinto, quien dibuja las partes constitutivas de la pirámide así:



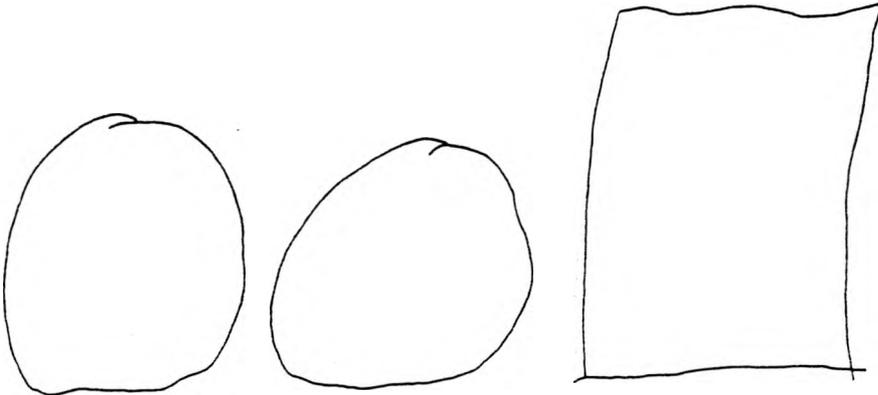
Natalia Guerra M. del grado tercero, quien dibuja la;

partee constitutivas de la oiramide asi:



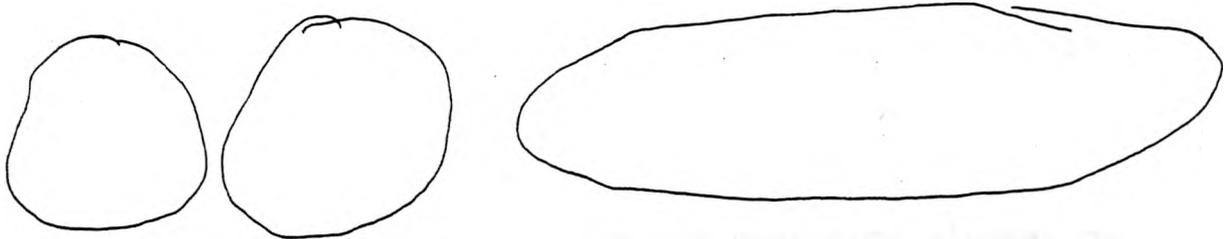
V Angela María Espinosa. del grado primero, quien

dibuja las partes constitutivas del cilindro asi:



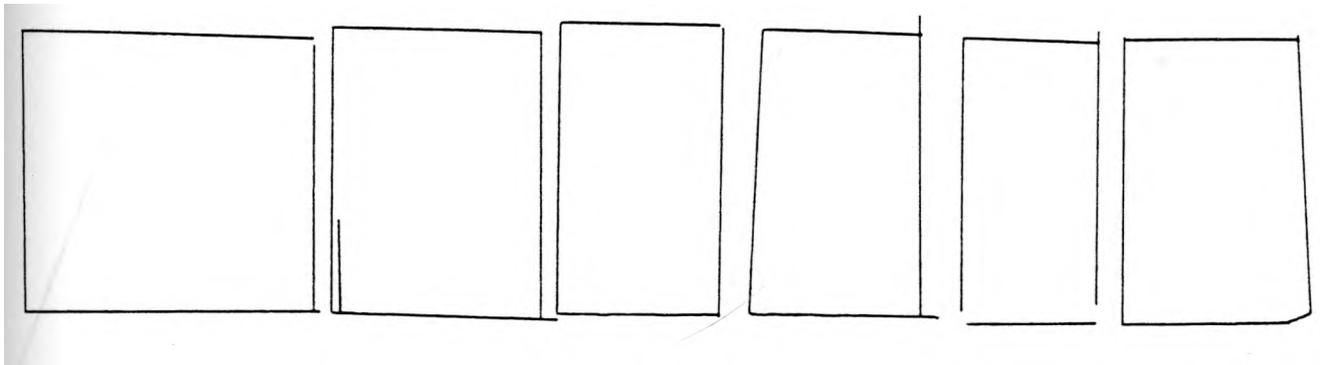
Es si grado quinto el que realiza con mayor precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras, luego el grado tercero y finalmente el grado primero.

El 27X de los dibujos presenta cada una de las partes de las figuras sin precisión en la forma. Tenemos como ejemplos a Vuly Maritza Vález, del grado primero, quien dibuja las partes del cilindro así:



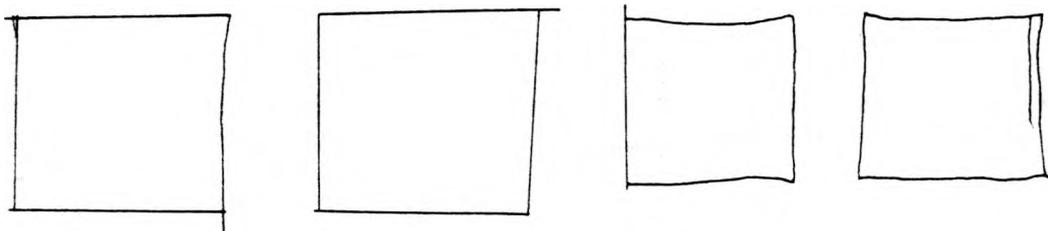
Liliana Vélez, del grado tercero, quien dibuja las partes de la pirámide así:

y a Jhonyer Arango del grado quinto, quien dibuja las partes del cubo así:

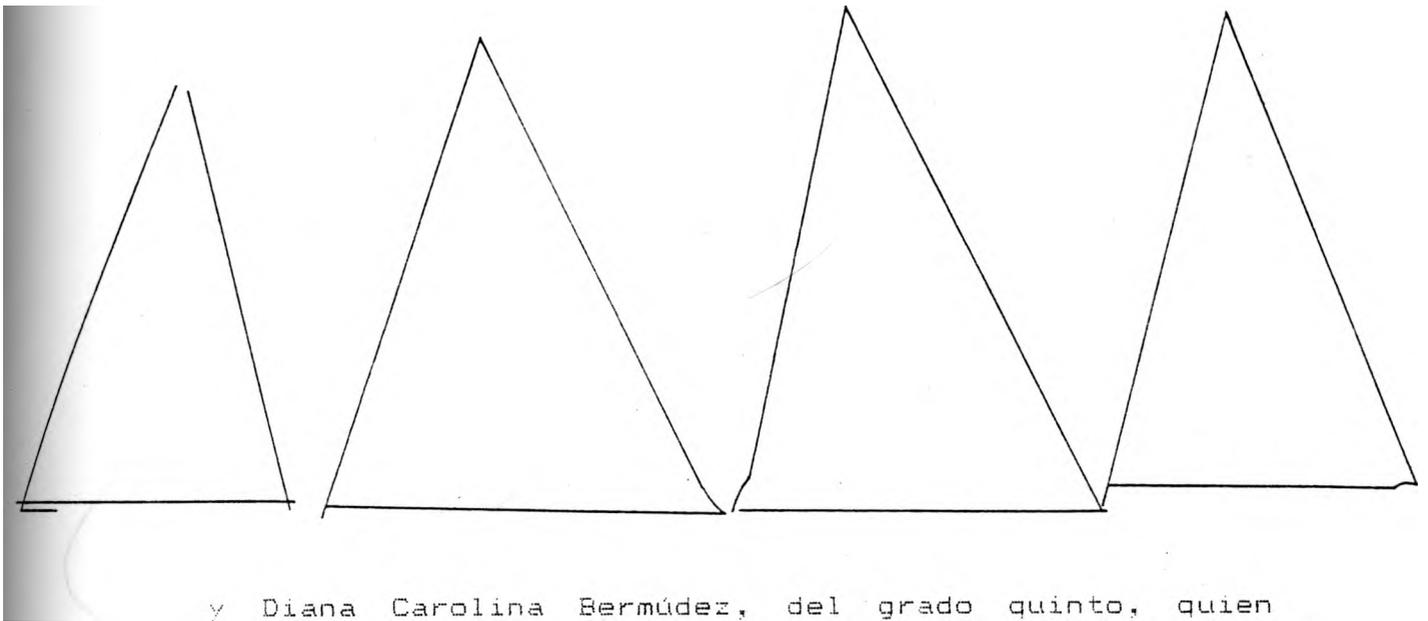


Es el grado primero, el que más realiza sin precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras, luego tercero y por último quinto.

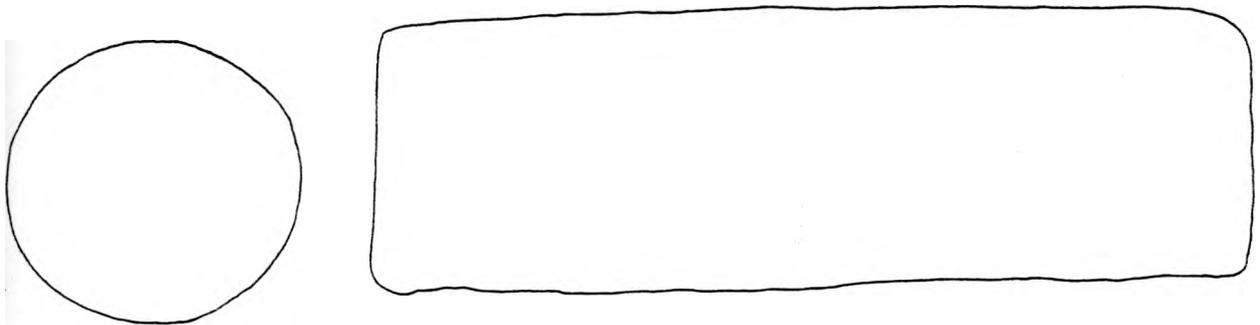
El 8X de los dibujos presenta con precisión algunas de las partes de las figuras. A continuación presentamos como ejemplos a Diego Armando Z. del grado tercero, quien dibuja con precisión algunas de las partes del cubo así:



Juiieth Carmona. del grado tercero, quien dibujo con precisión algunas **de** las partes **de** la **piramide**:

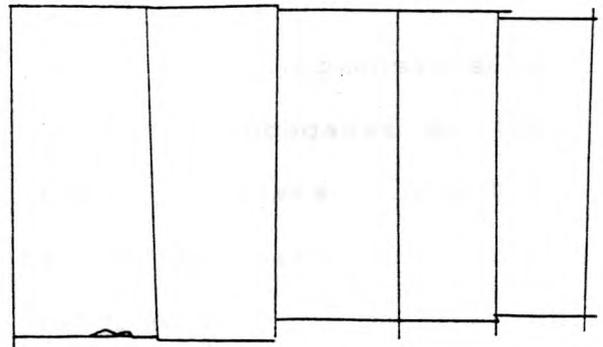
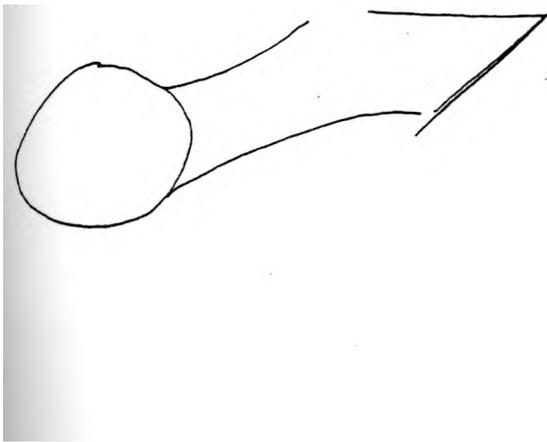


y Diana Carolina Bermúdez, del grado quinto, quien dibuja con precisión alguna^ de las partes del cilindro:



El arado tercero es el que mas emplea esta forma ae dibujo, por encima de quinto; primero no la presenta.

El 3571 de los dibujos presenta algunas de las partes de las figuras sin precisión en la forma. Ejemplos de estos dibujos son los de Yuly Mantza Vélez y Lander Alexis García, del grado primero, quienes dibujaron respectivamente, las partes del cono y del cubo así:



Es el grado primero el que más emplea esta forma de dibujo, seguido de los grados tercero y quinto que presentan igual porcentaje.

La figura con mayor precisión en el dibujo de cada una

de sus partes constitutivas es el cilindro y le siguen en su orden la pirámide, el cubo y finalmente el cono.

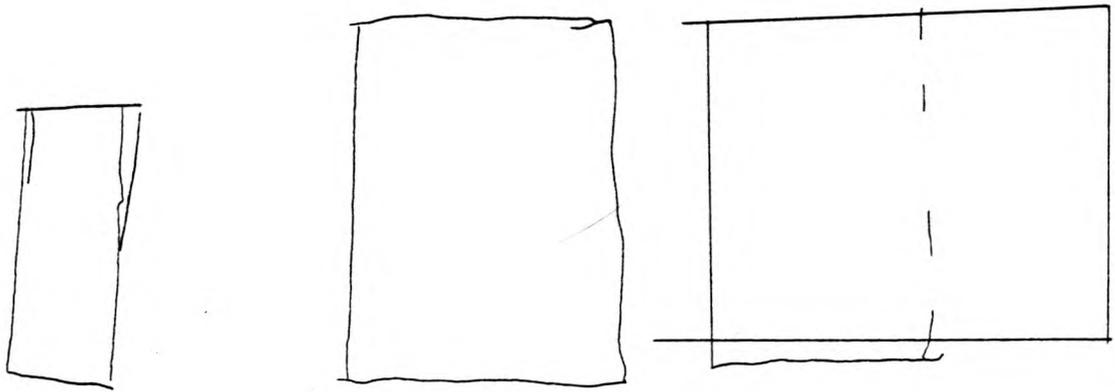
Orden encontrado mediante la asignación de una

calificación ponderada, otorgando a cada categoría de respuesta, un valor cuantitativo de 2 a 5. de acuerdo con el nivel de complejidad en la conceptualización. así: a - 5, b - 4, c - 3 y d - 2.

Se considera en la calificación asignada que el dibujar cada una de las partes de la figura sin precisión en la forma, presenta un mayor nivel de conceptualización que dibujar con precisión algunas de las partes de Las figuras.

En el tercer momento - dibujo de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales- indagadas en las figuras cilindro y cono (Í.4.F.3) y esfera (1.4.5.2), el 4X de los dibujos presenta con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente, siendo John Alexander Gómez, del

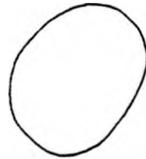
grado primero. el único caso (4/t). amen dibujo lt=s  
forma bidimensional que genera el cilindro, así:



El 11% de los dibujos presenta sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente. Ejemplo, el dibujo presentado por úngela María Espinosa, del grado primero, para el caso del cono.

Es el arado primero. sí que dibuja con rnavo-^ frecuencia sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente.

El 5X de los dibujos presenta con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente, por ejemplo Jonathan A. Castro, del grado primero, quien realiza el siguiente dibujo, para el caso del cilindro:

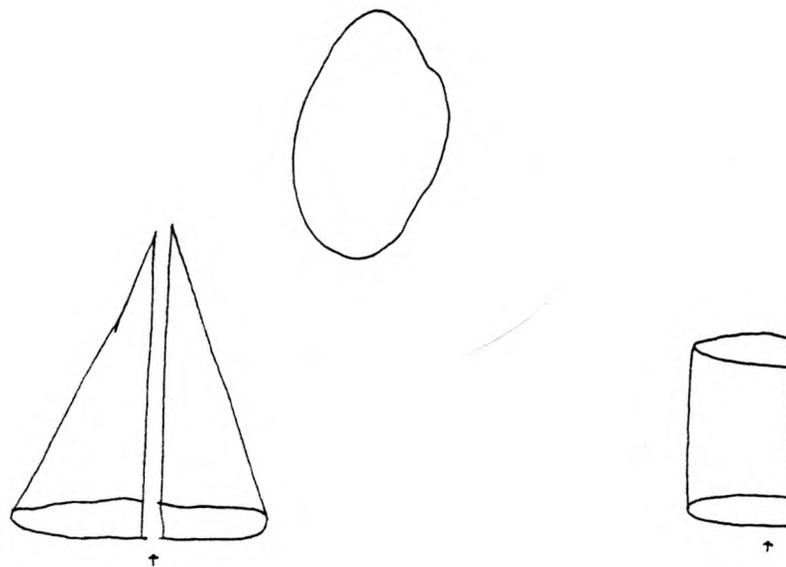


Solamente los grados primero y quinto, con igual porcentaje, realizan esta forma de dibujo.

El correspondiente solamente al grado primero, dibuja sin precisión las formas planas obtenidas ai

seccionar las figuras transversalmente. Ejemplo Lander

Alexis García, quien presenta el siguiente dibujo:



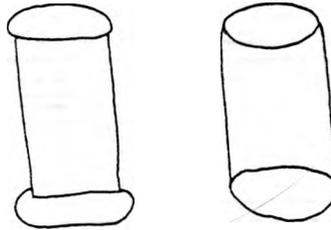
El 42% de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar longitudinalmente. Ejemplos de estos dibujos son los de Jorge William Montoya y Mileidy Y. Restregó, del orado quinta para el caso del cono y el cilindro, respectivamente.

Los grados tercero y quinto con igual porcentaje, son los que mas realizan esta forma de dibujo, seguidos por el grado primero.

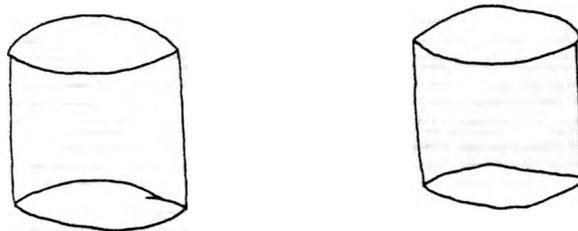
El 47% de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar transversalmente, por ejemplo Liliana Vélez,

C3

del arado tercero. quien presenta para el cilindro el siguiente dibujo:

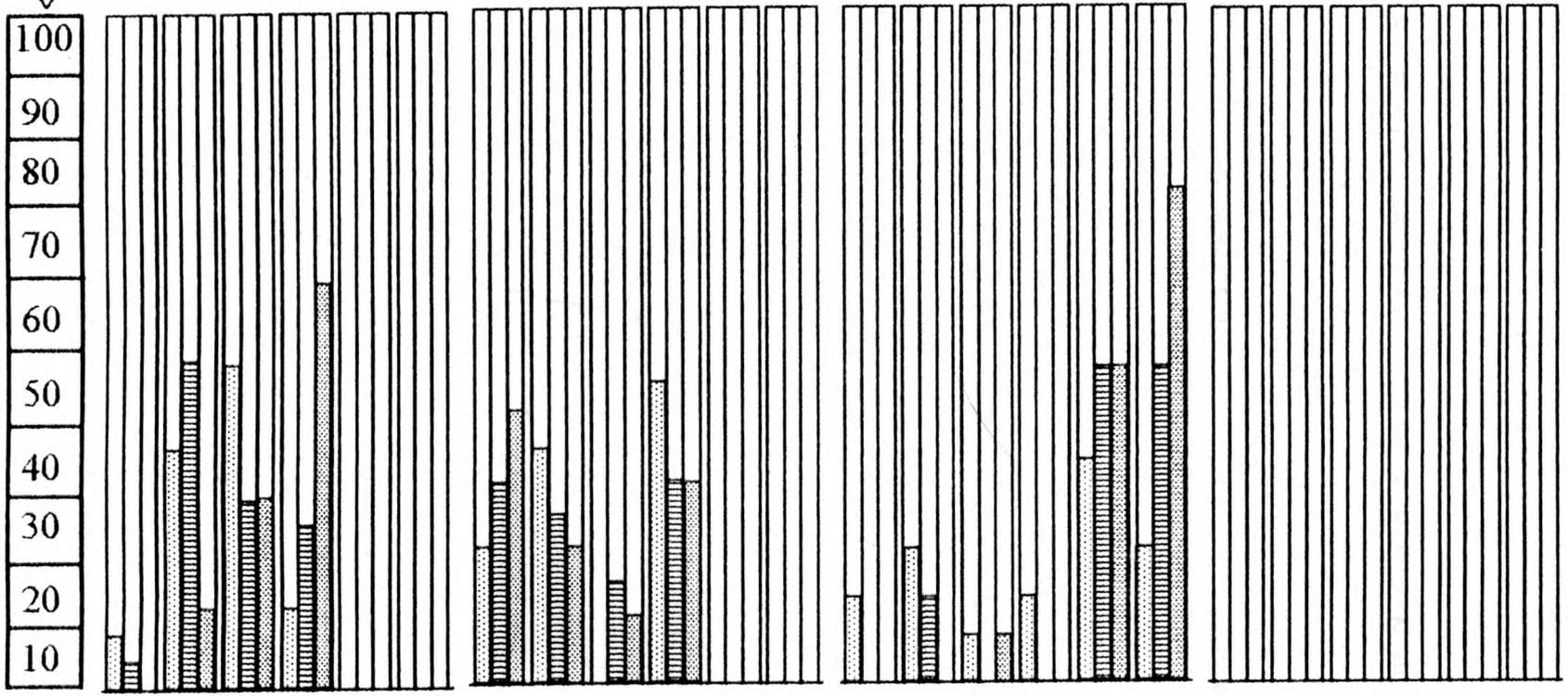


y Michael Gaviria, del grado quinto, quien presenta para el cilindro el siguiente dibujo:



Es el grado quinto el que más emplea esta forma de dibujo, seguido del grado tercero y por último el grado primero,

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Inicial	Expresión Gráfica	Gráfico N° 7
---	-------------------	------------	------------	-------------------	--------------



C	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f
P	1 . 4 . F . 1 .	1 . 4 . F . 2	1 . 4 . F . $\frac{2}{3}$	

CONVENCIONES

Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
----------	----------	----------

6.6.1.8 EXPRESION GRAFICA - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3°, 5\*.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 8

En el primer momento —dibujo de la figura— (1.4. i-I., el IX de los dibujos presenta partes que no pertenecen a ellas. Solo es el grado primero el que emplea esta forma de dibujo. Presentamos el ejemplo de Lindy Galvis. quien dibuja el cono así:



15X de Los dibujos presenta partes

con

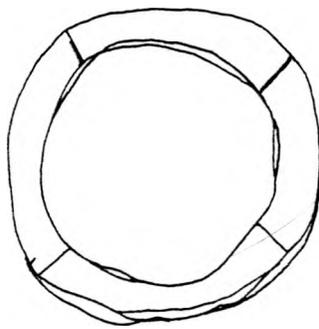
caracterización

oæersonal

Tourna:

no

convencionales). Ejemplo Luis Carlos Durango, del grado tercero, dibuja el cilindro así:

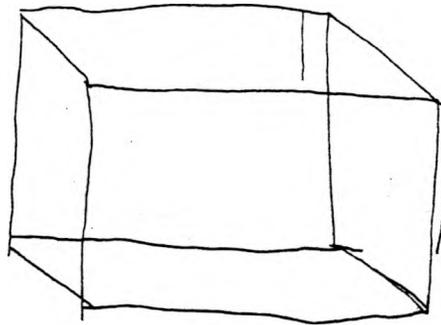


El grado que más recurre a esta forma de dibujo es tercero, luego primero y por última quinto.

El 33X de los dibujos presenta partes pertinentes sin explicitar su tridimensionalidad. Ejemplo, Osmar Ferney Villa, del grado quinta, dibuja la pirámide de la siguiente forma:

Es el grupo primero el que más emplea esta forma de dibujo, con un alto porcentaje con respecto a tercero que le sigue y por último Quinto.

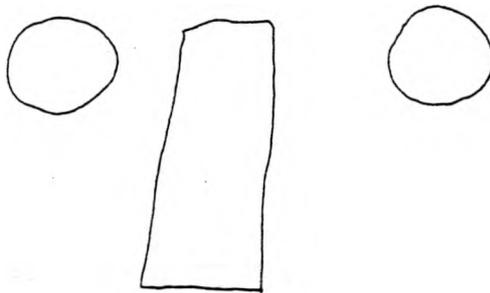
El 36X de los dibujos presenta partes pertinentes y se explicita su tridimensionalidad es el ejemplo de Alejandra María Zapata, quien dibuja el cubo así:



Los grados quinto y tercero, en un alto porcentaje (60/L y 44X respectivamente), con respecto al grado primero (4X). emplean esta forma de dibujo.

En este momento, la figura con la que se logra mayor expresión gráfica es el cono y le siguen en su orden el cubo, la pirámide. el cilindro y por último la esfera. Orden encontrada como en ó.á.1.7 -primer momento-.

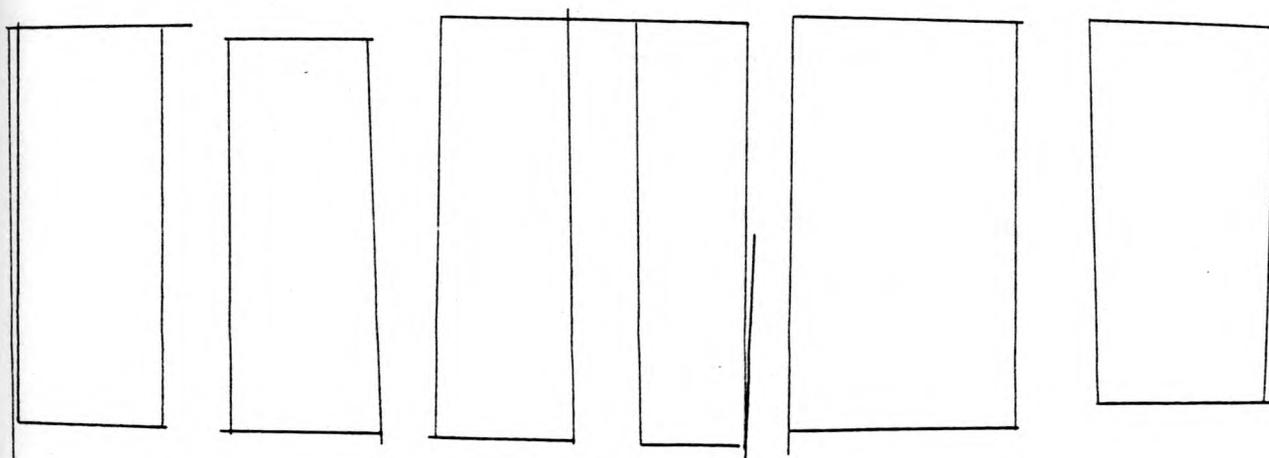
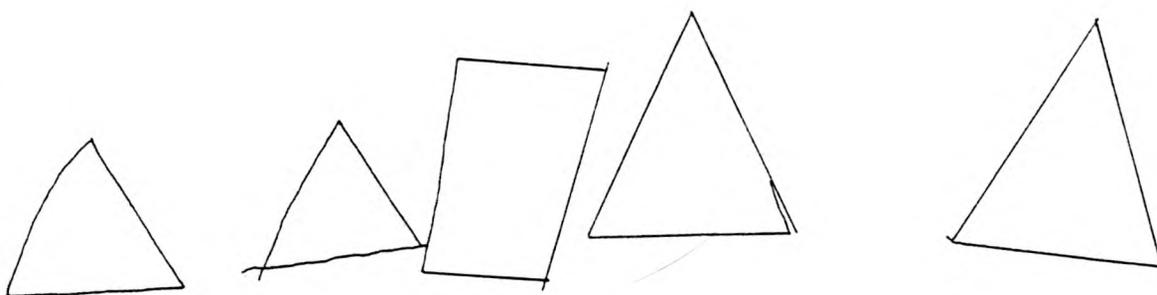
En el segundo momento -dibujo de cada una de las partes constitutivas de las figuras F1, F2, F3 y F4 (1.4.F.2). el 2?X de los dibujos presenta con precisión cada una de las partes de las figuras. Ejemplo: Paola Andrea Tuberquia, del grado tercero, quien dibuja las partes constitutivas dei cilindro así:



Es el grado quinto el que realiza con mayor precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras, luego tercera y finalmente el grado primero con un bajo porcentaje (5X), con respecto a tercero (30X) y quinto

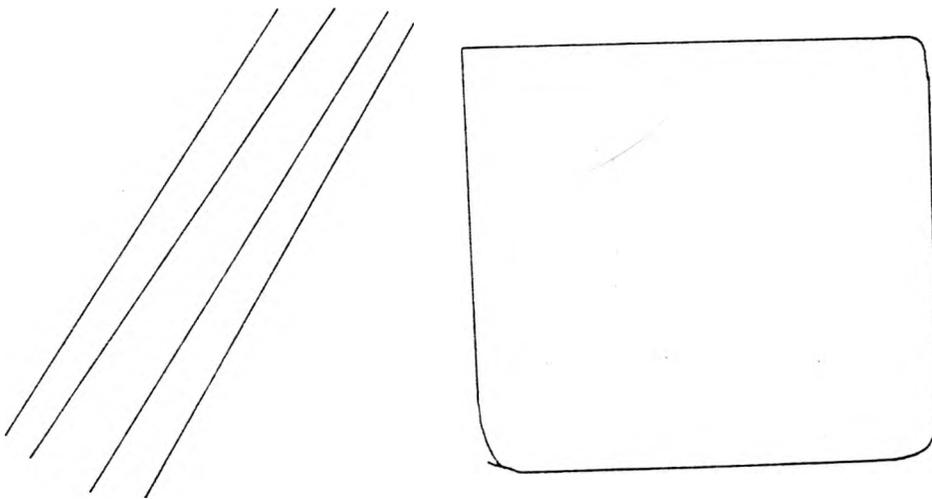
El 22\*4 de los dibujos presenta cada una de las partes de las flauras sin precisión en la forma. Presentamos como ejemplo? a Mario José Araque. del grado primero - a Osmar Ferney Villa. dei grado quinto, quienes

respectivamente dibujaron las partes de la piramide y el cubo así:



Es el grado tercero, el que más realiza sin precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras, seguido de los grados primero y quinto que la hacen en igual porcentaje.

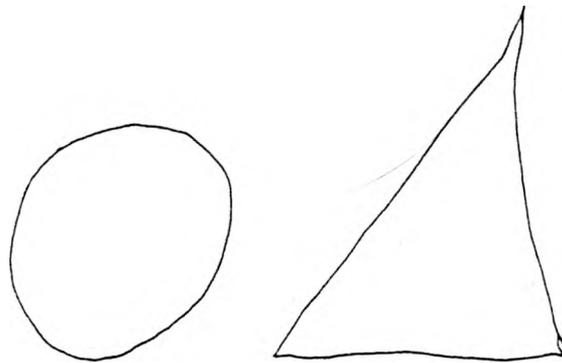
El 13X de los dibujos presenta con precisión algunas de las partes de las figuras. Presentamos el ejemplo de Julián Camilo Román, del grado tercero, quien dibuja la base cuadrada de la pirámide y las aristas, así:



Los grados primero y quinto, con igual porcentaje, son los que más emplean esta forma de dibujo, por encima del grado tercero.

El 42% de los dibujos presenta algunas de las partes de las figuras sin precisión en la forma. Ejemplo,

Cindy Alexandra Arango. dei grado primero. dibuja de la siguiente manera las partes del cono:

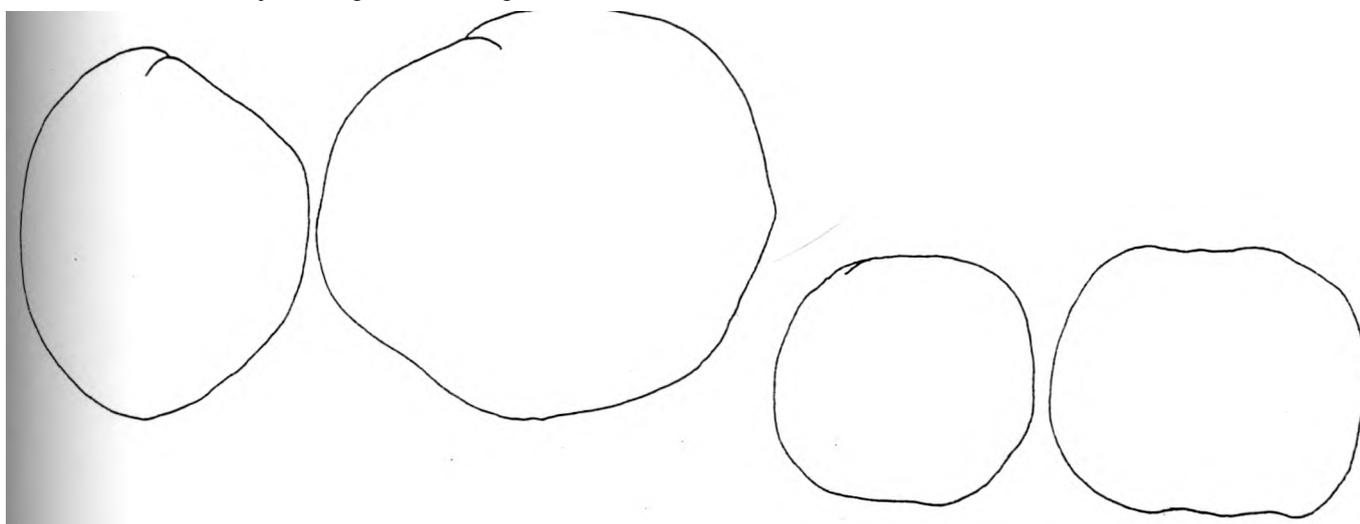


El orado que emplea en mayor porcentaje esta forma de dibuja es el grado primero, luego tercero y por último quinto.

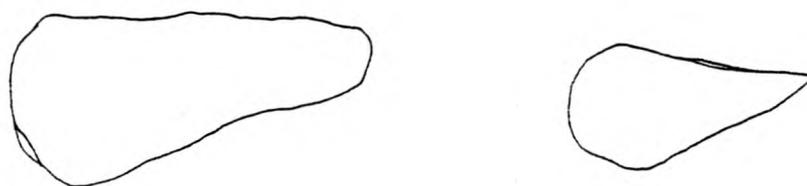
La figura con mayor precisión en el dibujo de cada una de sus partes constitutivas es el cilindro y le siguen en su orden el cubo, la pirámide y finalmente el cono. Orden encontrado como en ó.ó.i.7 -segundo momento-.

En el tercer momento -dibujo de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales-. indagadas en las figuras cilíndricas, (1.4.f.3) y esfera (1.4.5.2). el 4% de los dibujos presenta con precisión las formas

Dianas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente, presentándose des casos en el grado quinto: Osmar Ferney Villa y Jhovanv Ramírez quienes dibujaron respectivamente para la esfera así:



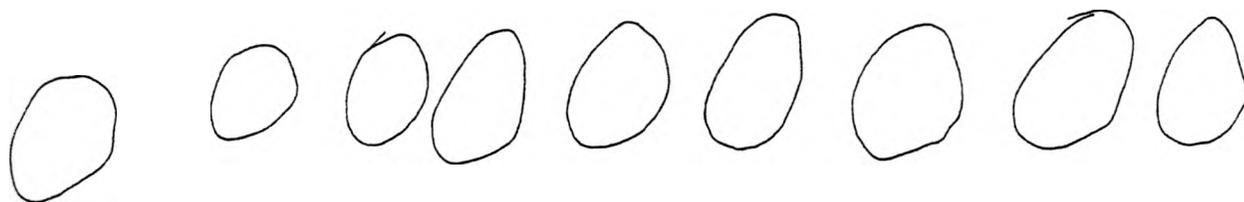
El 7X de los dibujos presenta sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente. Ejemplo: Jhovanv Ramírez, del grado quinto quien dibuja para el cono así:



El orado quinto es el que presenta con mayor frecuencia esta forma de dibujo, luego tercero. Primero no presenta ningún caso.

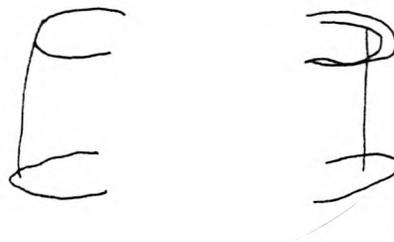
No se encuentran casos correspondientes a dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente. (0%)

El '2X correspondiente solamente al grado primero, dibuja sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente. siendo Mario José Araque, del prado primero, el único caso (2X), quien dibuja para el caso del cono, así:



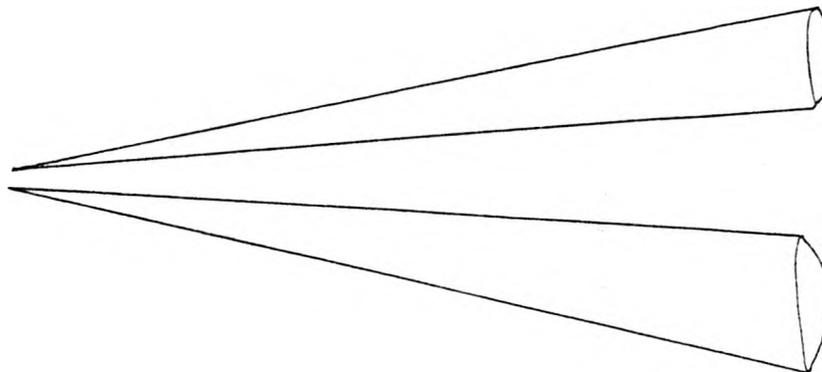
El 51% de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar longitudinalmente. Ejemplo: Jhon J.

Delicheff. del grado tercero. Quien presenta siguiente dibujo, para el cilindro, así:



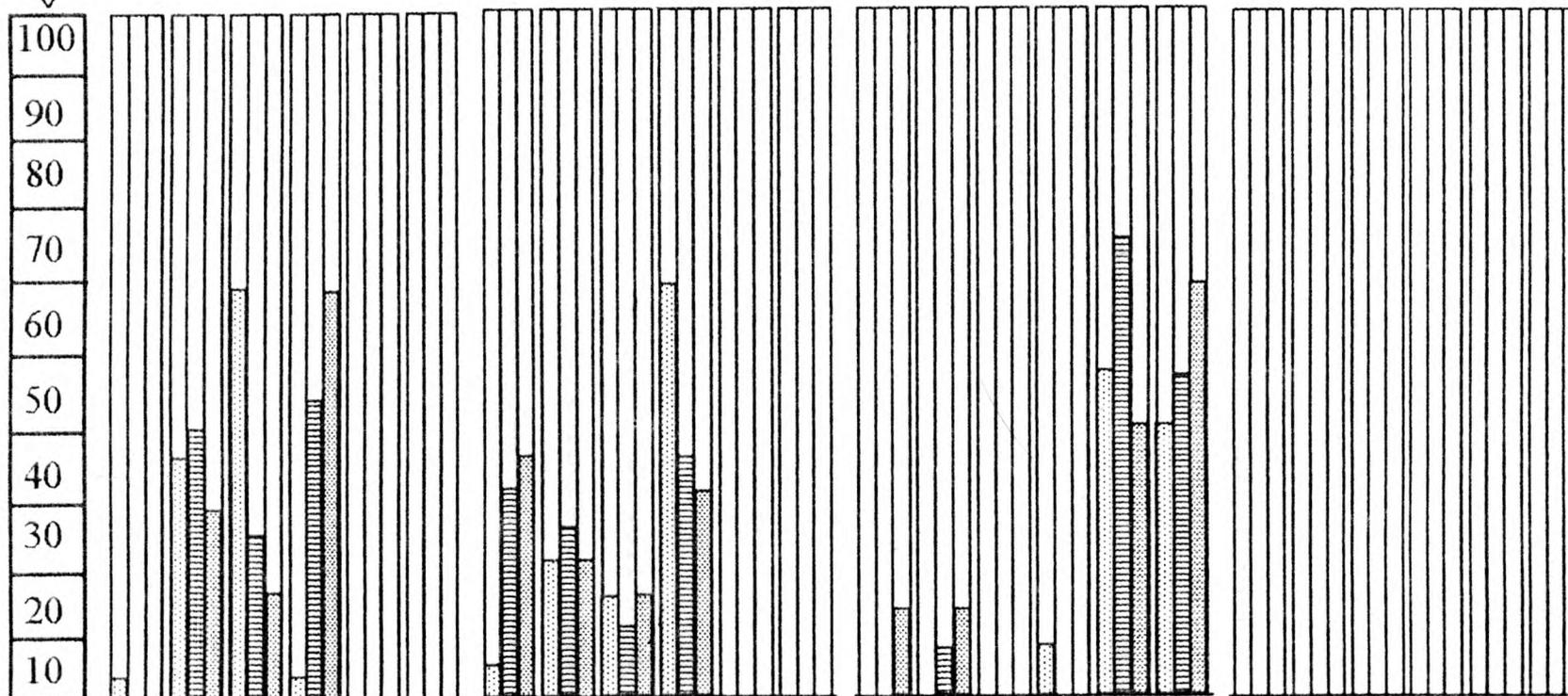
El erado que más emplea esta forma es tercero, luego primero y finalmente quinto.

El de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar transversalmente. Ejemplo Astrid Natalia Pérez, del grado quinto, presenta el siguiente dibujo, para el cono así:



Es el grado quinto el que mas emplea esta forma de dibujo, luego el grado tercero y por ultimo primero.

%	N. Reconocimiento	G. Experimental	E. Inicial	Expresión Gráfica	Gráfico N° 8
---	-------------------	-----------------	------------	-------------------	--------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f						
P	1 . 4 . F . 1 .						1 . 4 . F . 2						1 . 4 . F . 3											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.6.2.1 CLASIFICACION LIBRE - GRUPO CONTROL 1°, 3°, 5\*

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 17

Este proceso de clasificación presenta dos momentos. El primero se refiere al establecimiento de semejanzas entre las figuras de cada uno de los grupos, formados libremente por cada uno de los niños y el segundo momento al establecimiento de diferencias.

Con respecto al primer momento (2.1.G.Í), el 12X de las respuestas de los niños corresponde al establecimiento de semejanzas con objetos familiares que poseen la forma de las figuras del grupo. Es el grado primero el que más emplea esta categoría de análisis (33X), seguido del grado tercero (4X) y finalmente el grado quinto que no la emplea.

El de las respuestas de los niños, corresponde al establecimiento de semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras del grupo.

siendo el arado Quinto el Que mas emplea este, categoría, luego tercera y finalmente primero.

El 7% de las respuestas de los niños, corresponde al establecimiento de semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras y necesarias en la formación del grupo. Los tres grados emplean aproximadamente en un 7X esta categoría.

En ningún arado se establece semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras y suficientes en la formación del grupo.

En el 13% de las respuestas se enuncian características de las figuras como objetos individuales sin establecer relaciones entre sus partes o propiedades, siendo el arado primero el que más emplea esta categoría (19%). luego el grado tercero (15%) y por último el grado quinto (4%).

En los tres grados el 4% de las clasificaciones realizadas por los niños no son justificadas.

Establecimiento de diferencias entre las figuras del grupo por el establecimiento de diferencias entre los familiares con los cuales se han comparado respectivamente las figuras, siendo el grado primero el que más sustituye y luego quinto. El grado tercero no sustituye.

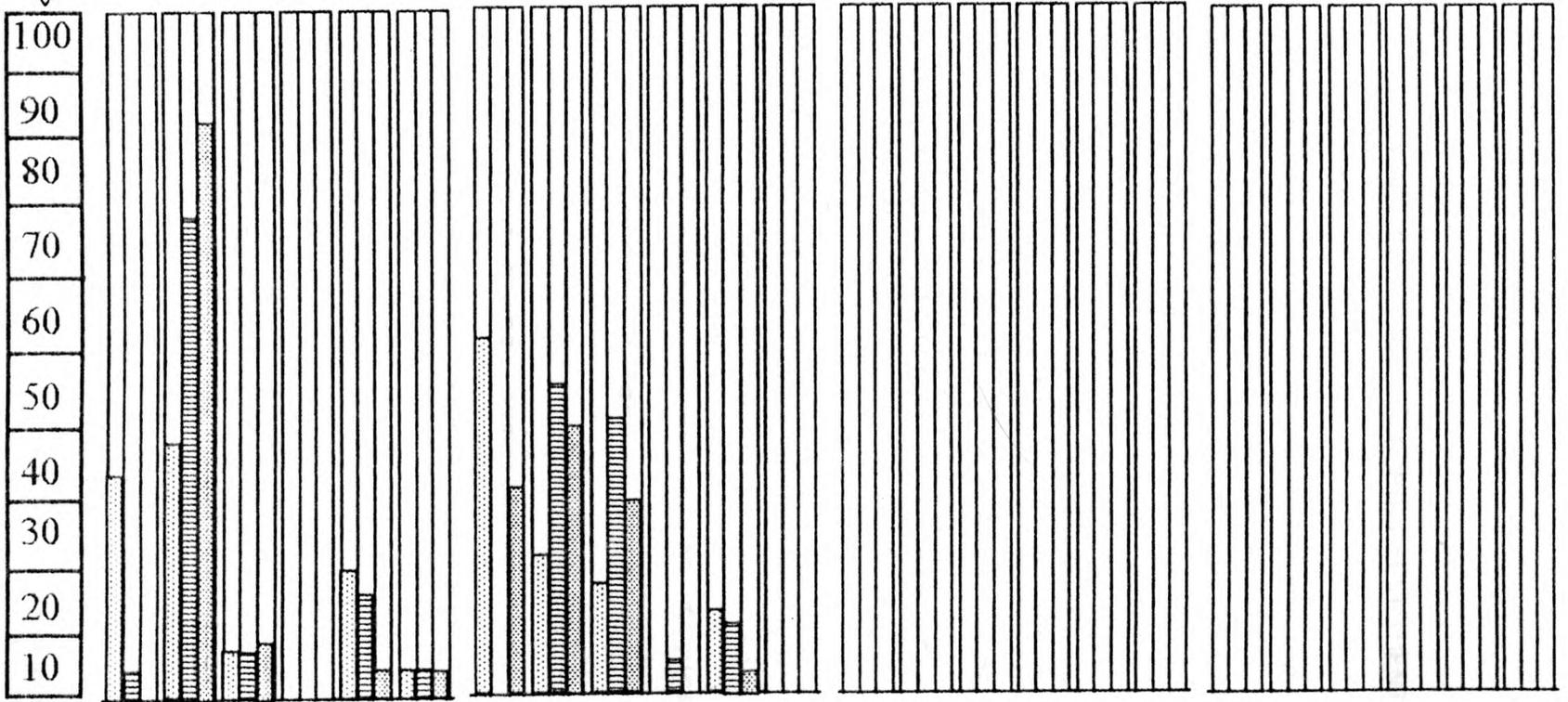
En el 2.571 de las respuestas de los niños se establece diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo atributos irrelevantes a ellas, siendo el grado tercero el que más emplea esta categoría, luego quinto y finalmente primero.

En el 2SX de las respuestas de los niños se establece diferencias entre cada una de las figuras del grupo, refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas, siendo el grado tercero el que más emplea esta categoría, seguido de quinto y luego primero.

En el 2X de las respuestas de los niños se establece diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas.

En los tres grados. el 8% de las clasificaciones realizadas por los niños son justificadas, siendo el grado primero el de mayor porcentaje, luego tercero y por último el grado Quinto.

%	N. Análisis	G. Control	E. Inicial	Clasificación Libre	Gráfico N° 17
---	-------------	------------	------------	---------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 1 . G . 1 .						2 . 1 . G . 2 .											

CONVENCIONES

Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
----------	----------	----------

#### 6.6.2.2 CLASIFICACION LIBRE - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3°, 5°

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 18

En el primer momento (2.1.G.1) el 17X de las respuestas de los niños corresponde al establecimiento de semejanzas con objetos familiares, en el orden primero, tercero y quinto que no emplea esta categoría.

El 52X de las respuestas de los niños corresponde al establecimiento de semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras, en el orden quinto, tercero y primero.

En el 11% se establece semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden tercero, quinto y primero.

En el 2X se establece semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes y suficientes, siendo el grado primero el único que emplea esta categoría.

En el 10X de las respuestas se enuncia características de las figuras como objetos individuales, siendo los

grados primero y tercero en igual porcentaje loe que más emplean esta categoría, seguidos del grado quinto.

En el 8X de las clasificaciones realizadas, correspondientes a los grades primero y quinto. no se justifica las respuestas.

Con respecto al segundo momento (2.1.G.2) en el 26X de las respuestas de los niños, se sustituye el establecimiento de diferencias, refiriéndose a objetos familiares, en el orden primero, quinto y tercero.

En el 31% de las respuestas de los niños se emplea atributos irrelevantes, en el orden tercero, quinto y primera.

El 32% de las respuestas de los niños refiere sin precisión partes y/o propiedades, en el orden quinto, tercero y primero.

El 2% correspondiente solo ai grado primero, refiere con precisión partes y/o propiedades.

el 9% correspondiente solo ai prado primero se refiere a las clasificaciones sin justificación.

%	N. Análisis	G. Experimental	E. Inicial	Clasificación Libre	Gráfico N° 18
---	-------------	-----------------	------------	---------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f
P	2.1.G.1.					
C	a	b	c	d	e	f
P	2.1.G.2.					
C	a	b	c	d	e	f
P						

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

### <S.Ó.2.3 CLASIFICACION SUGERIDA - GRUPO CONTROL

1°, 3° 5°

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

#### GRAFICO N° 19

Este proceso al igual que en la clasificación libre, presenta dos momentos, el de las semejanzas y el de las diferencias, pero con base en la clasificación sugerida de las figuras en cuerpos poliedros y cuerpos redondos.

Con respecto al primer momento (2.2.G.1), el 6% de las respuestas de los niños correspondiente solo al grado primero, establece semejanzas con objetos familiares.

En el 41% de las respuestas de los niños se refiere sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras, en el orden primero y luego, tercero y quinto con igual porcentaje.

En el 15% de las respuestas de los niños se refiere con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden primero, tercero y quinto que no emplea esta categoría.

En el 30% de las respuestas de los niños se refiere con precisión propiedades comunes y suficientes, en el orden quinto, tercero y primero que no emplea esta categoría.

El 3% correspondiente solo al grado primero, enuncia características de las figuras como objetos individuales.

El 6% correspondiente a los grados primero y quinto, no da respuesta.

Con respecto al segundo momento (2.2.S.2) en el 18% de las respuestas de los niños se sustituye el establecimiento de diferencias refiriéndose a objetos familiares, en el orden primero (38%), luego tercero (?%) y por último quinto (6%).

En el 33% de las respuestas se emplea atributos irrelevantes, en el orden quinto, primero y tercero.

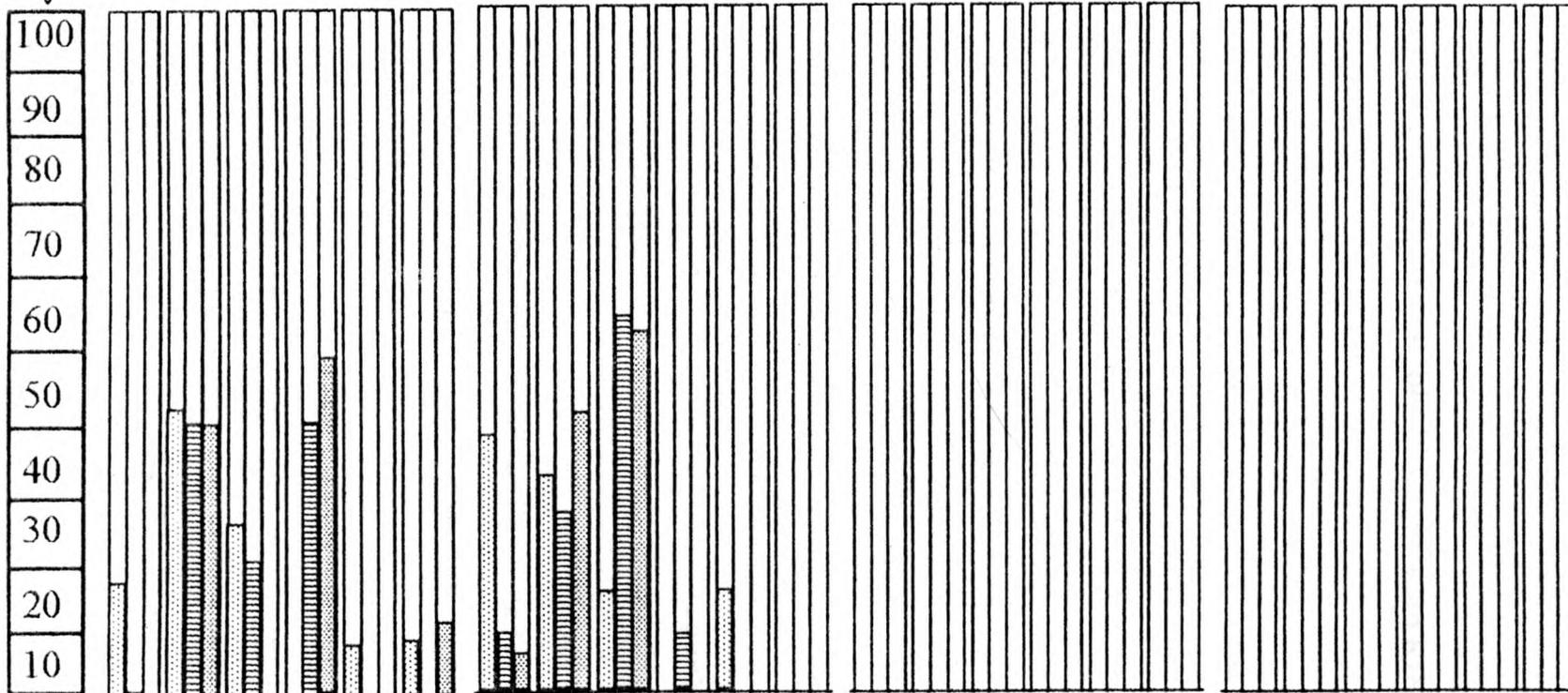
En el 41% de las respuestas se refiere sin precisión parte -- o propiedades, en el orden tercero, quinto y primero.

El 9% correspondiente al grado tercero refiere con precisión partes y/o propiedades

El 5% correspondiente solo al grado primero. no

justifica la clasificación.

%	N. Análisis	G. Control	E. Inicial	Clasificación Sugerida	Gráfico N° 19
---	-------------	------------	------------	------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 2 . G . 1 .						2 . 2 . G . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

Con respecto al primer momento (2.2.G.1.) el 15X de las respuestas de los niños correspondiente a los grados primero y tercero establece/ semejanzas con objetos familiares. El grado quinto no lo hace.

El 49% de las respuestas de los niños corresponda al establecimiento de semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras, en el orden quinto y tercero.

En el 19% se establece semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden quinto, tercero y primero.

En el 7% correspondiente a los grados primero y quinto se establece semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes y suficientes. El grado tercero no emplea esta categoría.

Ningún erado anuncia características de las figuras como objetos individuales.

El 3% correspondiente al grado primera no justifica la clasificación.

Con respecto al segundo momento (2.2.G.2.) en el 20% de las respuestas de los niños se sustituye el establecimiento de diferencias refiriéndose a objetos familiares, en el orden primero (50%) y tercero (10%).  
uun\*co no emplea esta categoría.

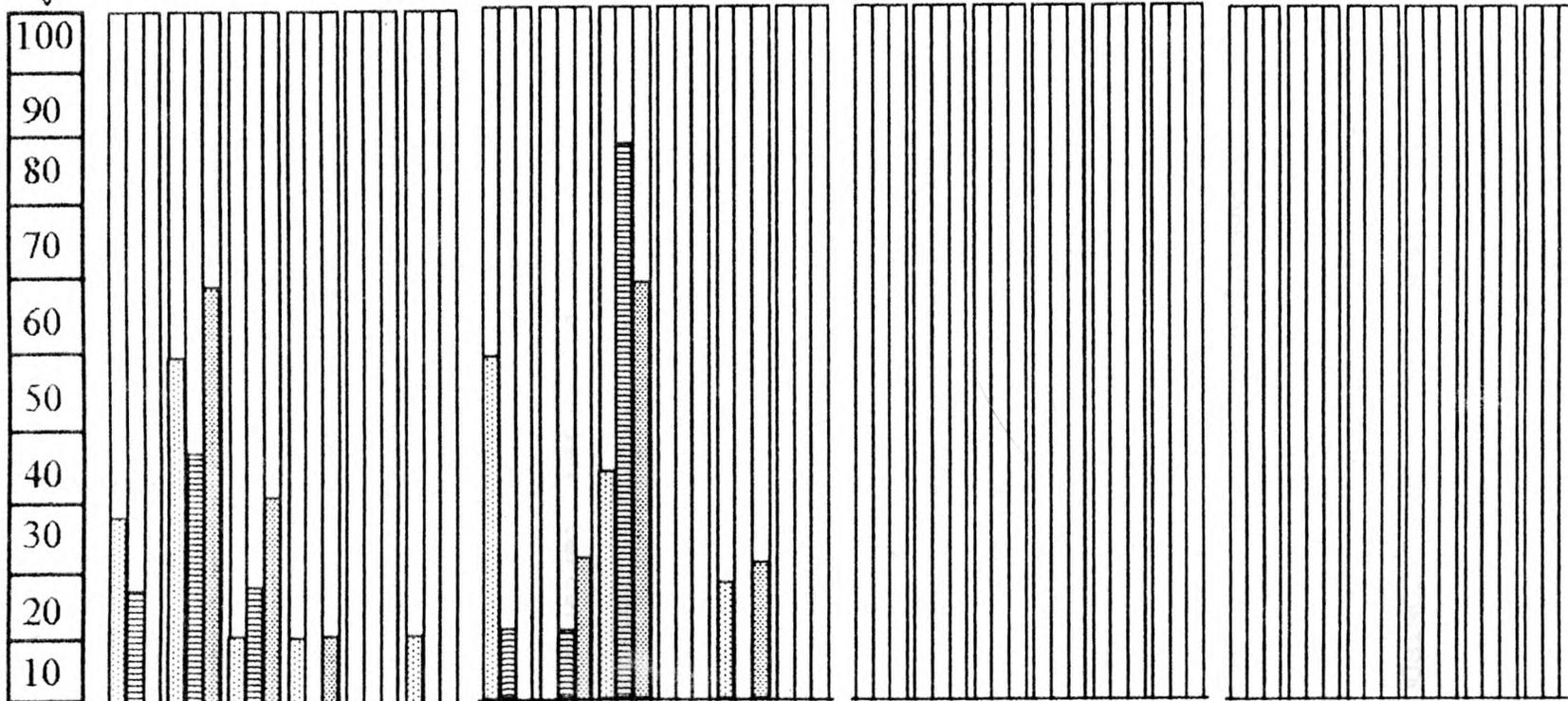
En el 10% de las respuestas correspondiente a los orados tercero y quinto se emplea atributos irrelevantes. Primero no emplea esta categoría.

En el 58% de las respuestas se refiere sin precisión partes y/o propiedades, en el orden tercero, quinto y primero.

Ningún arado refiere con precisión cartas y/o

El 12% correspondiente a los grados primero y quinto no justifica las clasificaciones.

%	N. Análisis	G. Experimental	E. Inicial	Clasificación Sugerida	Gráfico N° 20
---	-------------	-----------------	------------	------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 2 . G . 1 .						2 . 2 . G . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

En el primer momento (2.3.F.1) el 91% corresponde a ubicar correctamente en el primer cuadrante, cada una de las figuras F1, F2, F3, F4 y F3, según las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ejercer el movimiento NO, siendo el grado tercero el de mayor porcentaje seguido de los grados primero y quinto, con igual porcentaje.

El 87% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

El            corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante en el orden tercera, quinto y primero.

En el segundo momento (2.3.F.2.) el 95% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de MI, siendo el grado quinto el de mayor porcentaje

seguido de los grados tercero y primero. con igual porcentaje.

El 84% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

El 89% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos por el grado primero.

En el tercer momento (2.3.F.4) el 73% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de i'12, en el orden tercero, quinto y primero.

El 64% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

El 85% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante en el orden Quinto, tercero y primero.

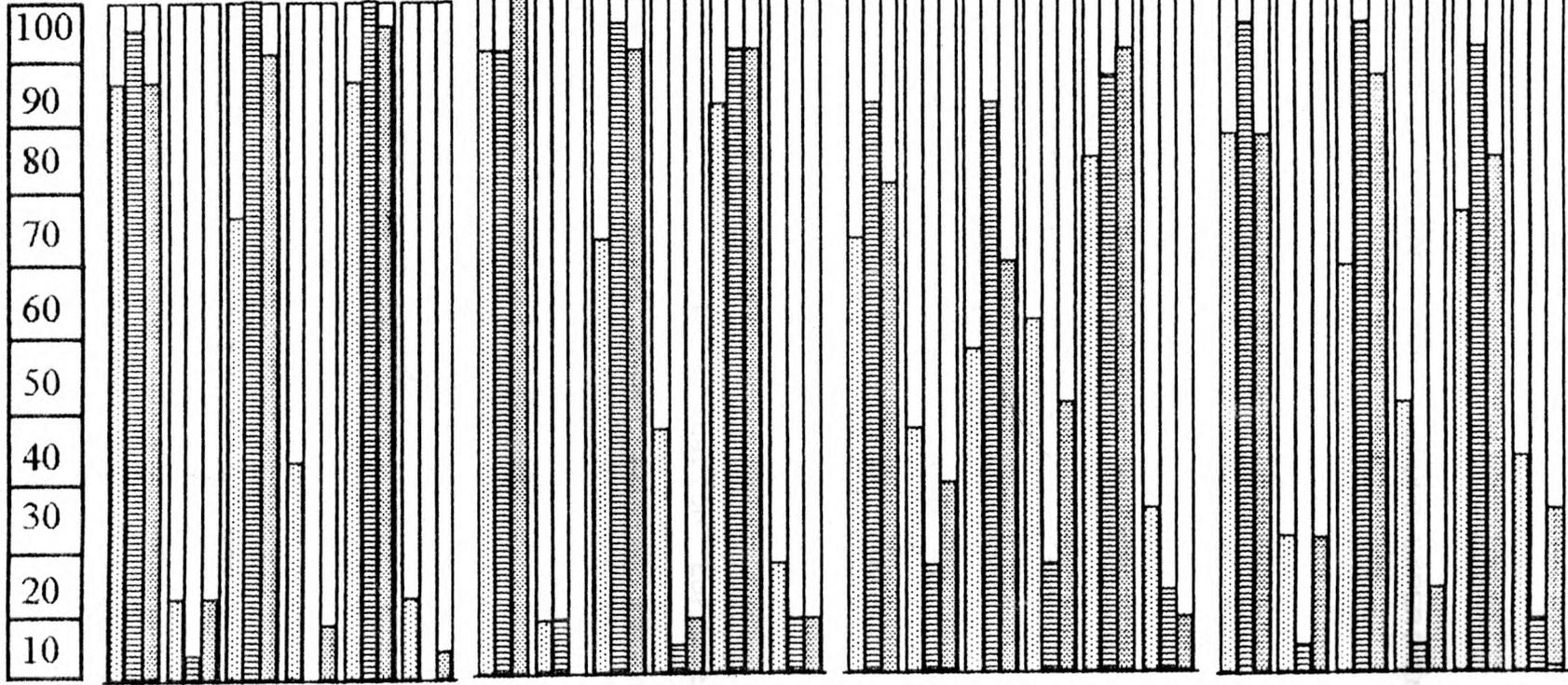
En el cuarto momento (2.3.F.4) el 35.7% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el

primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego da M3, siendo el grado tercero el de mayor porcentaje seguido de los grados primero y quinto, con igual porcentaje.

El 81% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

El 79% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

%	N. Análisis	G. Control	E. Inicial	Simetría Intrafigural	Gráfico N° 21
---	-------------	------------	------------	--------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 3 . F . 1 .						2 . 3 . F . 2 .						2 . 3 . F . 3 .						2 . 3 . F . 4 .					

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1°, 3°, 5°

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 22

En el primero momento (2.3.F.1) el S3X corresponde a ubicar correctamente, en el primer cuadrante, cada una de las figuras F1, F2, F3, F4 y F5, según las imágenes en los espejos, obtenidas luego de ejercer el movimiento M0, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El S4X corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden quinto, tercero y por último primero.

El S5X corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante, en el orden tercera, quinto y por último primero.

En el segundo momento (2.3.F.2) el 95% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras, en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de MI, en el orden quinto, tercero y primero.

El Q5X corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden quinto, tercero y primero.

El        corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante. en el orden tercero y quinto en igual porcentaje, seguidos de primero.

En el tercer momento (2.3.F.3) el 79X corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras, en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de M2, en el orden quinto, tercero y por último primero.

El 72X corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden quinto, tercero y primero.

El 77X corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante. en el orden tercero, luego quinto y por último primero.

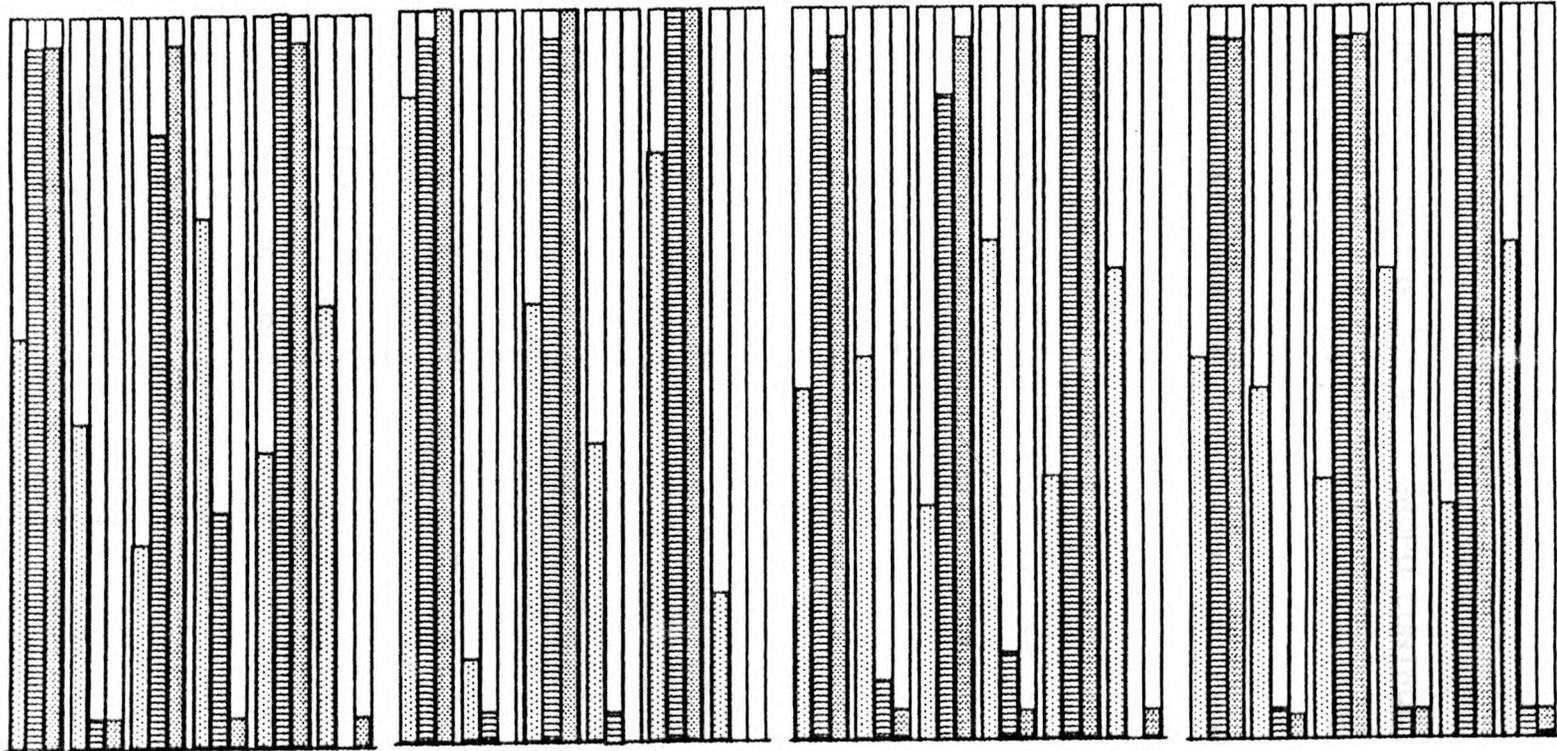
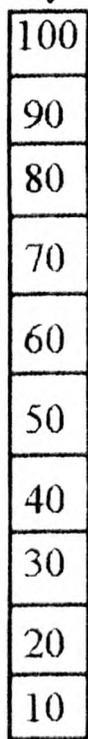
En el cuarto momento (2.3.F.4) el 81X corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras. en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego da

M3 en el orden tercero quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 76% corresponde a la ubicación correcta en el segunda cuadrante, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 75%. corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante. en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

%	N. Análisis	G. Experimental	E. Inicial	Simetría Intrafigural	Gráfico N° 22
---	-------------	-----------------	------------	--------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f						
P	2	3	F	1	.	.	2	3	F	2	.	.	2	3	F	3	.	.	2	3	F	4	.	.

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.6.2.7 SIMETRIA INTERFIGURAL - GRUPO CONTROL

1°, 3°, 5°.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 23

En el primer momento (2.4.Fs.1) el 79% de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos luego de su ubicación por el experimentador en la posición Pl. siendo el grado tercero el de mayor porcentaje, seguido de los grados quinto y primero. El 23% de las ubicaciones se hace incorrectamente en el orden primero y quinto. Tercero no realiza ubicaciones incorrectas.

El 72% de las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente en el orden tercero, quinto y primero. El 17% de las ubicaciones se hace incorrectamente en el orden primero y quinto. Tercero no realiza ubicaciones incorrectas.

El 7% de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente en el orden tercero, quinto y primero. El 21% de las ubicaciones se hace

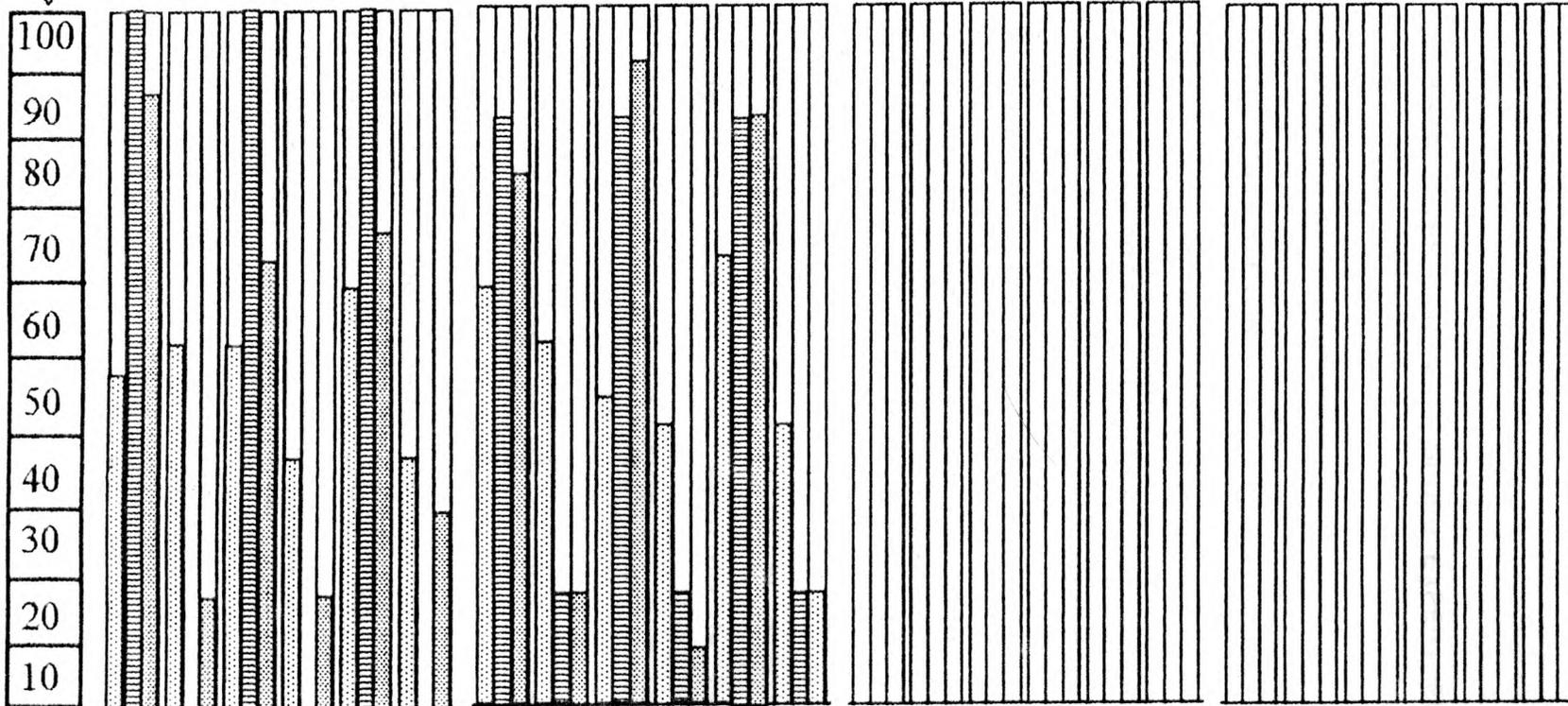
incorrectamente en el orden primero v quinto. Tercero no realiza ubicaciones incorrectas.

En el segundo momento (2.4.Fs.2) el 7.5X de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos luego de ser ubicadas por el experimentador en la posición P'2. siendo el grado tercero el de mayor porcentaje, seguido de los grados quinto y primero. El 28X de las ubicaciones se hace incorrectamente, siendo el grado primero el de mayor porcentaje, seguido de los arados tercero y quinto con igual porcentaje.

El 73X eje las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente en el orden quinto, tercero y primero. El 21X de las ubicaciones se hace incorrectamente en el orden primera, tercero y quinto.

El 77X de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente en el orden tercero y quinto. con igual porcentaje, seguidos por el grado primero. El 24X de las ubicaciones se hace incorrectamente siendo el arado primero el de mayor porcentaje, seguido per ios

%	N. Análisis	G. Control	E. Inicial	Simetría Interfigural	Gráfico N° 23
---	-------------	------------	------------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2. 4. Fs. 1.						2. 4. Fs. 2.											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1", , 5°.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 24

En el primer momento (2.4.Fs.i) el 67X de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante, se hace correctamente, según Las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ser ubicadas por el experimentador en la posición P1, siendo el grado quinto el de mayor porcentaje, seguido de tercero y por último primero. El 34X de las ubicaciones se hace incorrectamente, siendo primero el de mayor porcentaje, seguido de tercero. El grado quinta no realiza ubicaciones incorrectas.

El 60% de las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente. en el orden quinto, tercero y primero. El 36% de las ubicaciones se hace incorrectamente, en el orden primero (S4X), seguido de Quinto. El grado tercero no realiza ubicaciones incorrectas.

incorrectamente. en el orden primero, tercero y por último quinto.

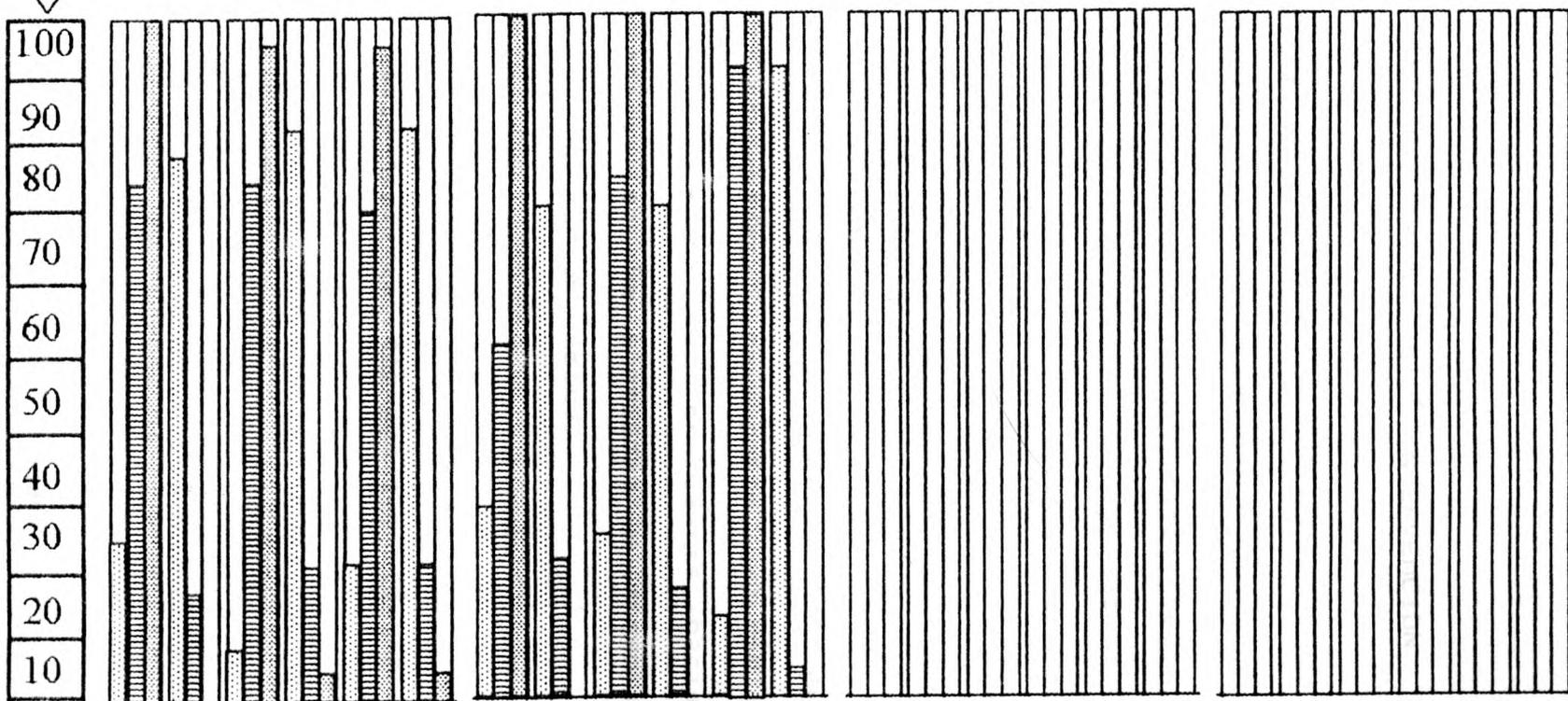
En el segundo momento (2.4.Fs.2) el 60% de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante, se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ser ubicadas por el experimentador en la posición F'2. siendo el grado quinto el de mayor porcentaje seguido de tercero y por último primero. El 15% de las ubicaciones se hace incorrectamente, siendo el grado primero el de mayor porcentaje, seguido de tercero. El grado quinto no realiza ubicaciones incorrectas.

El 20% de las ubicaciones en el segundo cuadrante, se hace correctamente, en el orden quinto, tercero y por último primero. El 29% de las ubicaciones se hace incorrectamente, siendo el grado primero el de mayor porcentaje, seguido de tercero. El grado quinto no realiza ubicaciones incorrectas.

El 88% de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente. siendo quinto el grado con mayor porcentaje (100%). seguido de los grados tercero y por último primero. El 32% de las ubicaciones se hacen

incorrectamente, siendo el grado primero el de mayor porcentaje (92X), seguido de tercero. El grado quinto no realiza ubicaciones incorrectas.

%	N. Análisis	G. Experimental	E. Inicial	Simetría Interfigural	Gráfico N° 24
---	-------------	-----------------	------------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f
P	2 . 4 . Fs . 1 .					
C	a	b	c	d	e	f
P	2 . 4 . Fs . 2 .					
C	a	b	c	d	e	f
P						
C	a	b	c	d	e	f
P						

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

## **6.7 DISEÑO DE ESTRATEGIAS DE INTERVENCION**

### **6.7.1 PRESENTACION**

El diseño recoge propuestas de trabajo pedagógico de diferentes autores que se han interesado en brindar experiencias que posibiliten comprender el hecho geométrico desde el desarrollo de procesos de conceptualización geométrica.

Autores como Zoltan P. Dienes, E. M. Golding, Linda Dikson, Orlando Mesa y los esposos Van Hiele, entre otros, han elaborado sus propuestas haciendo un especial énfasis en la enseñanza y aprendizaje al interior de la educación básica.

La intervención pedagógica de esta investigación se compone de seis talleres básicos que recogen de forma constructiva los conceptos indagados en la evaluación del estado inicial.

Dichos talleres en su orden son:

Taller No. 1: Desarrollo de Sólidos.

Taller No 2: Modelado de Sólidos.

Taller No 4: Aplicación de Sólidos.

Taller No 5: Actividades con el Geoplano.

Taller No 6: Estudio de Simetrías.

Cada uno de los talleres se desarrolla en los grupos experimentales lo A, B y C a través de actividades tanto individuales como por equipos. donde la participación "colectiva" permite la confrontación, discusión y análisis en la resolución de los problemas planteados en los talleres.

La estructura de cada taller presenta las siguientes partes:

- Número del taller.

- Nombre del taller.

- Propósito. Enunciado que determina la intencionalidad de las actividades a realizar en cada taller, fundamentadas en necesidades conceptuales a potencializar. encontradas en el análisis de resultados de la prueba inicial en el desarrollo del

establecimiento de relaciones en el reconocimiento y análisis de las formas geométricas.

-- Tiempo probable. Es el tiempo promedio para el desarrollo de cada uno de los talleres.

-- Estrategias técnico metodológicas. Enuncia los materiales empleados y las actividades a desarrollar en cada taller.

La organización de las actividades atiende a la propuesta presentada por el profesor Orlando Mesa Betancur en su texto "La resolución de problemas" (1990) donde plantea actividades matemáticas por fases, según niveles de complejidad. Así:

a. Fase indagatoria "donde se trata de recoger experiencias adquiridas por el niño y que pueden ser utilizadas para avanzar con él hacia la geometría" (Mesa. Orlando. 1990, p. 66)

b. Fase constructiva. "En busca que el niño reproduzca hasta donde le sea posible, las figuras que reconozca. (Mesa, Orlando, 1990, p. 70)

c. Fase creativa. Permite manifestar las estrategias propias empleadas por los niños en la resolución de problemas. "La geometría, por las características de sus nociones y métodos está mas cercana a las conductas creativas que cualquier otro sector del conocimiento; aún para resolver los problemas sencillos, el pensamiento debe ejercitar la imaginación y la combinación apropiada de los datos disponibles". (...) "Además de las actividades libres, donde el niño elabora lo que quiere y como lo quiere, el maestro debe proponer construcciones y representaciones, a partir de elementos básicos" (Mesa, Orlando. 1990, p. 75).

d. Fase analítica. "Durante esta Tase se busca facilitarle a los niños la comprensión de las relaciones básicas" (Mesa. Orlando. 1990, p. 80)

e. Fase explicativa. Se busca que los niños expliquen la situación geométrica del momento, con mayor apropiación en el manejo de relaciones, luego de las experiencias facilitadas en las fases

-- Observaciones, áe recoge información pertinente due aporte al proceso de la intervención y al alcance de la investigación.

En los talleres se presentan observaciones referidas a la ejecución, ya que los procedimientos enunciados en cada fase varían de acuerdo con el nivel de conocimientos y el grado de escolaridad.

Se formulan comentarios relativos a posibles dificultades o sugerencias en las actividades de cada taller, buscando la cualificación en los procedimientos y el aprovechamiento de los resultados.

#### **6.7.2 TALLERES.**

##### **6.7.2.1 TALLER No 1.**

- **NOMBRE: DESARROLLO DE SOLIDOS.**

- **PROPOSITO-** Establecer relaciones espaciales de tipo intrafigural e interfigural. identificando figuras planas, bordes retos y curvos como componentes de algunos sólidos geométricos.

## ESTRATEGIAS TECNICO-METODOLOGICAS.

### Materiales:

Cajas o empaques de cartón de productos del comercio tales como: colonias, jabones, crema dental, dulces, alimentos procesados, etc. Tijeras, cinta pegante, reglas, marcadores.

### Organización.

#### a. Indagatoria.

Organizados los niños por grupos de trabajo y colocando en común las cajitas solicitadas con anterioridad, se les pide:

- Agrupar las cajas que sean semejantes y decir por qué.
- Contestar la pregunta: ¿Qué cosas de la naturaleza, del medio, tienen la misma forma?
- Abrir o despegar cada una de las cajas, cuidadosamente. sin arrancar ninguna de sus partes ' extenderlas sobre la mesa.
- Con la regla un marcador resaltar las figuras geométricas planas que encuentren en

extendida?, aquellas partes que sobran y reconstruir y pegar las partes que hacen falta para completar la figura.

b. Constructiva.

Empleando alguna de las formas obtenidas, luego del desarrollo anterior. se pide a cada niño reproducir el mismo modelo en cartulina.

c. Creativa.

Construir una caja que tenga todas sus caras cuadradas y luego dibujarla.

d. Analítica.

Reconocer en la caja sin extender sus caras, bordes (aristas) y vértices determinando:

- Nombre y cantidad de las caras.
- Número de bordes rectos y curvos.
- Número de vértices.

Reconocer en la caja extendida su número de lados.

e. Explicativa.

Por equipos tomar una de las cajas y realizar una descripción detallada de ella, en forma verbal y escrita.

#### **OBSERVACIONES.**

En la fase explicativa (e) se pidió la descripción verbal y escrita para los grados 3o y 5o y la descripción verbal para el grado primero.

En aquellos casos, donde fueron llevadas al aula de clase "cajitas exóticas" (empaques que poseen otras formas geométricas, además de las básicas) se realizaron igualmente las actividades enfatizando en el reconocimiento de las formas geométricas básicas.

Las fases indagatoria y constructiva se realizaron en todos los grados, en cuatro (4) horas distribuidas en dos (2) jornadas, de dos (2) horas cada una.

La fase creativa, se inició en la última hora de las jornadas anteriormente mencionadas y se dejó como "actividad complementaria para ser resuelta por fuera de la escuela y ser llevada a clase.

Las fases analítica y explicativa se realizaron en todos los grados, en cuatro (4) horas distribuidas en dos (2) jornadas, de dos (2) horas cada una. completando así. las ocho horas propuestas.

#### ¿3.7.2.2 TALLER No 2

- NOMBRE: CONSTRUCCION DE SOLIDOS.

- PROPOSITO: Ampliar la conceptualización geométrica propuesta en el Taller No 1, identificando algunos sólidos geométricos: poliedros regulares (cubo o hexaedro, tetraedro y octaedro), poliedros irregulares (caja o paralelepípedo, pirámide de base cuadrada, prisma triangular) y cuerpos redondos (cilindro, cono).

- TIEMPO PROBABLE: 10 horas

- ESTRATEGIAS TECNICO-METODOLOGICAS.

Materiales.

Cartulina. tijE\*ra==.i reglan, pegante, competí., nojae block tamaño carta v cuadernos.

Se divide el grupo en ocho equipos.

Cada equipo recibe alguna de las figuras citadas para ser analizada y construida por cada uno de sus miembros; luego se conforman nuevos equipos de tal manera que cada uno de ellos tenga las ocho (8) figuras para el respectivo análisis intrafigural e interfigural.

Fases.

a. Indagatoria.

-- Enunciar elementos de la naturaleza comparables a la figura geométrica que se presenta.

- Determinar en cada una el número de caras y las formas de estas, número de aristas (bordes rectos), número de vértices y presencia o no de bordes curvos.

b. Constructiva.

Cada uno de los miembros del equipo construye la figura asignada. Luego se conforman nuevas equipas donde cada uno de ellos tenga las ocho (8) figuras para su respectivo análisis (intrafigural) construcción.

c. Analítica.

- Descomponer cada una de las figuras para reconocer en ellas elementos propios de la geometría del espacio tridimensional (ver cuadro siguiente) e iniciar la conceptualización de las formas tridimensionales desde el espacio bidimensional.

ELEMENTO	FIGURA HECTA EDRO CUBO	TETRA EDRO	OCTA EDRO	PARALE LEPIPE DO	PIRA MIDE	PRIS MA	CILIN DRO	CO NO
CUADRADO	X			X	X			
TRIANGULO		X	X		X	X		
CIRCULO							X	X
RECTANGULO				X		X		
SECTOR CIRCULAR								X
BORDE RECTO (ARISTA)	X	X	X	X	X	X		
BORDE CURVO							X	X
VERTICE	X	X	X	X	X	X		X

- Armar nuevamente las ochos (8) figuras y clasificarlas con base en los elementos analizados en la descomposición anterior.

Inducir la clasificación de las ocho (8) figuras, desde la propiedad física de rodar o no rodar, en cuerpos geométricos redondos y cuerpos geométricos poliedros, enfatizando en el análisis intrafigural e interfigural.

- Realizar con cada una de las ocho (8) figuras los siguientes dibujos: Dibujo de la figura tridimensional, en diferentes perspectivas; dibujo de la figura "extendida" (bidimensional) y dibujo de cada uno de los elementos constitutivos de la figura.

d. Explicativa.

Realizar de forma individual una descripción verbal, lo más detallada posible, de cada una de las figuras, a través del juego "La figura misteriosa", empleado por Van Hiele en 1984:

Esta tarea fue un juego de inferencia denominado ¿Cuál es mi figura? que el entrevistador jugaba con el estudiante. El entrevistador decía: "Voy a mostrarte una lista de pistas sobre una figura. Iré mostrándote las pistas una por una. Cuando tengas suficientes pistas para saber con certeza cual es la figura, deténme. De otro modo. oídeme otra pista. puedes usar cualquiera de los aparatos de dibujo que tenemos aquí" (Burqer,W. y J . Michael Shaugnessy 1989, p. 10)

## OBSERVACIONES

Las. fases indagatoria y constructiva se realizaron en los arados tercero y quinto, en cuatro (4) horas distribuidas en dos (2) jornadas de dos (2) horas cada una y para el grado primero. en seis (6) horas distribuidas en tres (3) jornadas de dos horas cada una.

En la fase constructiva, el análisis intrafigural se realizó en el aula y la construcción se dejó como actividad para ser realizada por fuera de la sesión de intervención.

La fase analítica se realizó para tercero y quinto en seis (6) horas distribuidas en tres (3) jornadas de dos (2) horas cada una y para el grado primero, en ocho (8) horas distribuidas en cuatro (4) jornadas de dos (2) horas cada una.

La fase explicativa se realizó para tercero y quinto en una jornada de dos (2) horas y para el grado primero, en dos (2) jornadas de dos (2) horas cada una.

Esta actividad es realizada inicialmente por el maestro y luego por algunos alumnos de modo que si en algún caso la descripción no presenta las condiciones necesarias y suficientes para determinar la figura, tanto alumnos como maestro pueden solicitar más "pistas" que den cuenta de los elementos constitutivos no mencionados y de relaciones intrafigurales no establecidas.

#### 6.7. 2.2. TALLER No 3

- NOMBRE: MODELADO DE SÓLIDOS.

PROPOSITO: Reconstruir los sólidos estudiados (poliedros y redondas) y otros cuerpos redondos como la esfera, el ovoide, el toro y el trompo (cuerpos no construidas en cartulina) para realizar con ellos análisis intrafigural e interfigural mediante el modelado y seccionamiento de cada una de las doce figuras.

- TIEMPO PROBABLE: 9 horas

## **ESTRATEGIAS TECNICO-METODOLOGICAS.**

Materiales.

Plastilina. arcilla, masa de harina. hilo, cuchillo.

Organización.

Cada alumno individualmente modela y secciona las figuras colectivizando al final el análisis propuesto a continuación en cada una de las fases.

rases.

a. Indagatoria.

Se solicita a los alumnos modelar cinco figuras que al lanzarlas rueden y cinco figuras que al lanzarlas no rueden.

b. Constructiva.

Se presentan físicamente las doce figuras al grupo para que cada alumno realice con la masa o la plastilina cada una de ellas, lo más precisa posible, para agruparlas en las que ruedan y las que no ruedan; explicando desde sus propiedades intrafigurales (elementos constitutivos y

relaciones entre ellas) esta clasificación.

c. Creativa.

Empleando un pedazo de hilo (40 cms aproximadamente)

o un cuchilla como instrumento para seccionar las figuras, cada niño realiza las acciones sugeridas en las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un círculo?  
¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un cuadrada?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un triángulo?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un rectángulo?  
¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un óvalo?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un rombo?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un sector circular?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener un segmento circular?
- ¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y como para obtener un trapecio circular?  
¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarías y cómo para obtener una corona circular:'

1. analítica - Explicativa.

Se realizan cortes para establecer con las figuras relaciones lógicas (interfigurales) e infralógicas (intrafigurales) a través de las siguientes acciones:

Realizar un corte "por la mitad" a las doce (12) figuras y explicar qué formas bidimensionales y tridimensionales se obtienen.

Contestar a la pregunta:

¿Cuáles de las doce (12) figuras seccionarias y cómo para obtener nuevamente alguna o algunas de las mismas doce figuras?.

#### **OBSERVACIONES .**

Las cuatro fases fueron desarrolladas en un total de ocho (8) horas, distribuidas en cuatro (4) jornadas de dos (2) horas cada una.

En la fase analítica-explicativa cuando se pide seccionar cada una de las figuras "por la mitad" se da Libertad en la forma de ejecución del corte longitudinal, transversal, diagonal.

- NOMBRE: APLICACION DE SOLIDOS.

PROPOSITO: Reconocer elementos del espacio geométrico en representaciones gráficas de objetos familiares al niño, propios del espacio físico.

TIEMPO PROBABLE: 8 horas

- ESTRATEGIAS TECNICO-METODOLOGICAS.

Materiales.

Fichas de trabajo, colores.

Organización.

Fases.

a. Indagatoria.

Cada niño desarrolla de manera individual las siguientes fichas:

FICHA No 1: Se trata de establecer una asociación, desde la forma, entre los sólidos Geométricos y los

objetos familiares al niño, asignándoles el mismo color, (Anexo No 1)

FICHA No 2: Se trata de establecer una asociación, desde la forma, entre los sólidos geométricos y los elementos constitutivos del dibujo de una maqueta, asignando el mismo color. (Anexo No 2)

FICHA No 5: Se trata de reconocer formas geométricas bidimensionales en formas geométricas tridimensionales apareándolas por medio de líneas. (Anexo No 3)

FICHA No 4: Se trata de asignar a cada uno de los sólidos geométricos representados, su respectivo nombre a través del apareamiento entre la palabra escrita y la figura. (Anexo No 4)

b. Constructiva – Creativa.

– Construir una maqueta representativa de algún objeto físico, empleando, además de los sólidos geométricos contruidos. las cajitas y otros, según

**r.oi**

Realizar un dibujo cualquiera (paisaje, maqueta, máquina...) haciendo uso de formas geométricas bidimensionales y tridimensionales.

c. Analítica-Explicativa.

Se pide a cada niño explicar la maqueta y el dibujo realizados, a través de una descripción funcional y geométrica con base en el establecimiento de relaciones entre sus elementos constitutivos.

OBSERVACIONES.

La fase indagatoria se realizó en una jornada de dos (2) horas para cada uno de los grados.

La segunda fase de este taller se ha denominado "Constructiva - Creativa" debido a la presencia conjunta de acciones que implican procedimientos relacionados de un nivel constructivo con un nivel creativo. El tiempo empleado en esta fase fue de cuatro (4) horas, distribuidas en una jornada de dos (2) horas para la construcción de la maqueta y otra jornada de dos (2) horas para la realización del dibujo. Se

actividades,

Al igual que en el caso anteriormente mencionado, la fase tercera de este taller se denominó "Analítica Explicativa" ya que los procedimientos relacionados son tanto del nivel analítico como del explicativo. Esta fase se desarrolló en una jornada de dos i 2) horas.

El desarrollo de la Ficha No 4. en el grado primero, se realizó en algunos casos con apoyo desde la lectura oral para la asignación del nombre de la figura.

# ANEXO N°1

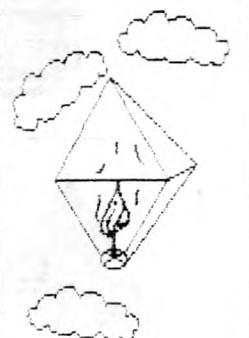
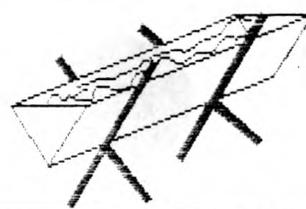
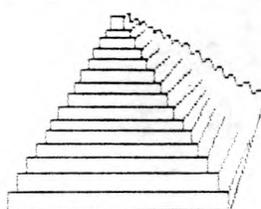
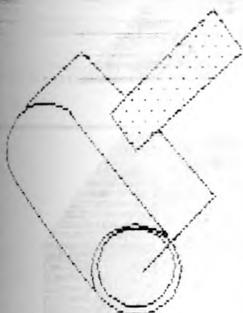
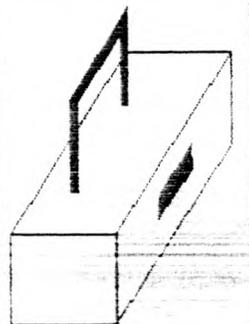
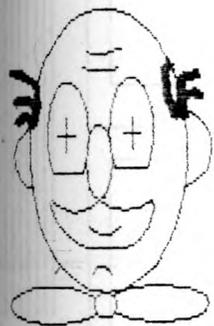
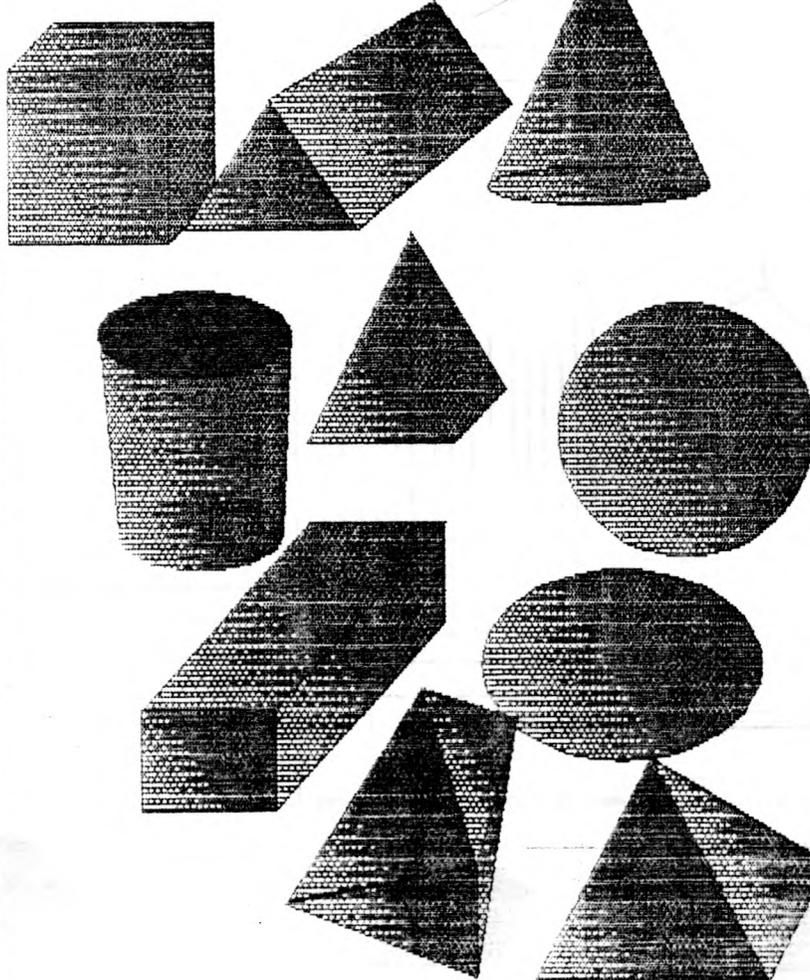
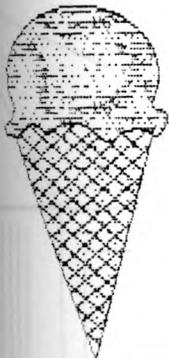
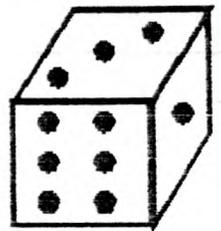
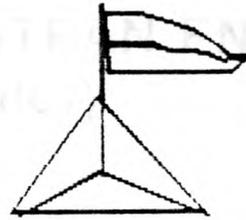
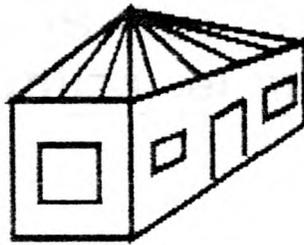
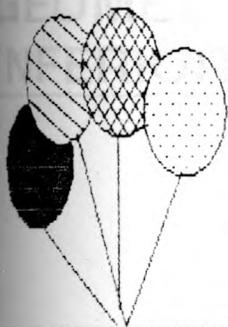
Taller N°4 Aplicación de sólidos

Fase indagatoria. Nombre \_\_\_\_\_ curso \_\_\_\_\_

FICHA

N°1

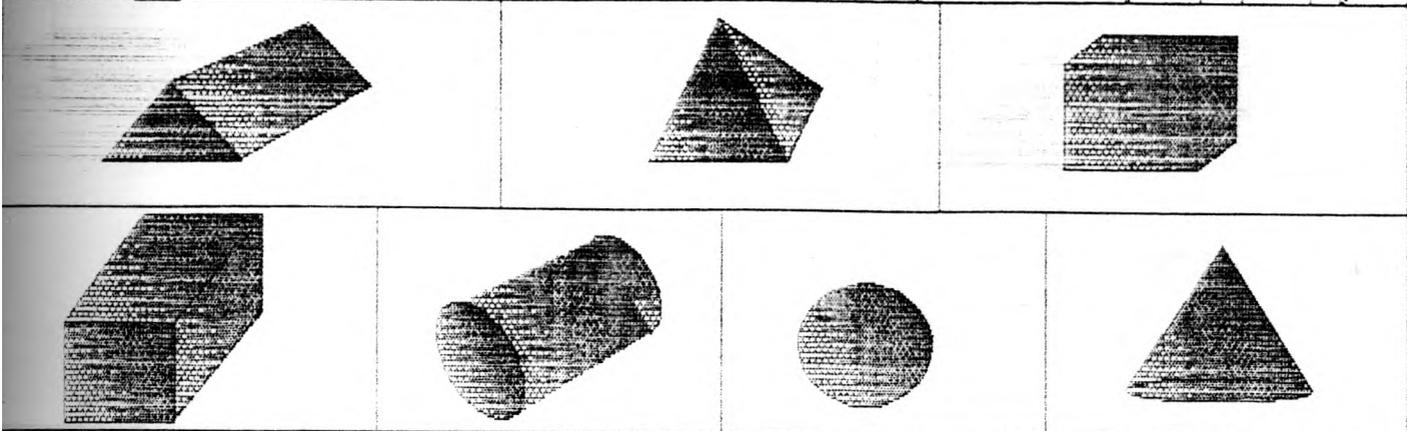
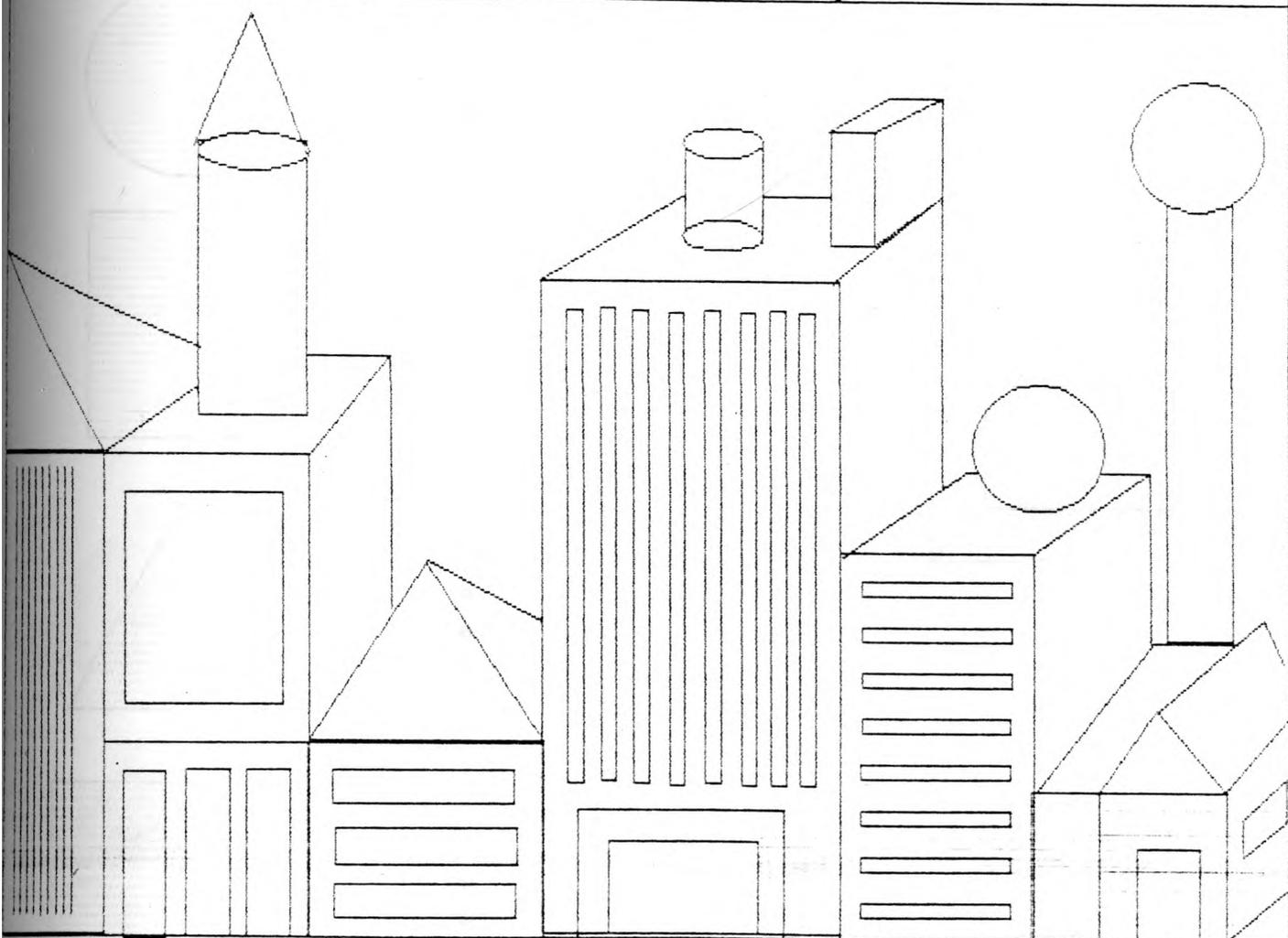
IDENTIFICAR EL SOLIDO PRESENTE EN LA REPRESENTACION GRAFICA DEL OBJETO, COLOREANDOS CON EL MISMO COLOR



# ANEXO N°2

Taller N°4. Aplicación de sólidos Fase indagatoria. Nombre	Curso	FICHA N° 2
---	-------	---------------

IDENTIFICAR EN LA REPRESENTACION GRAFICA DE LA SIGUIENTE MAQUETA LOS SOLIDOS GEOMETRICOS QUE SE MUESTRAN EN LA PARTE INFERIOR (Utilizar el mismo color)



# ANEXO N°3

Taller N°4. Aplicación de sólidos

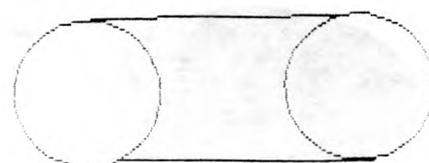
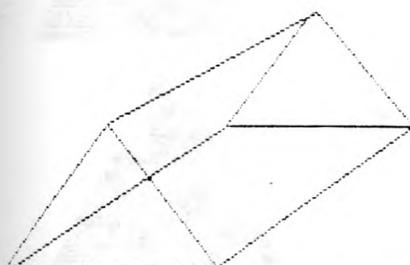
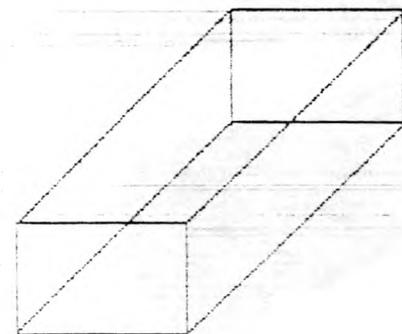
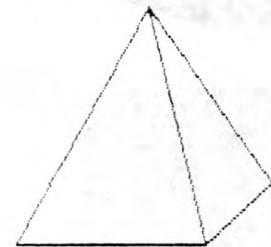
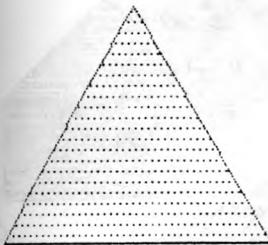
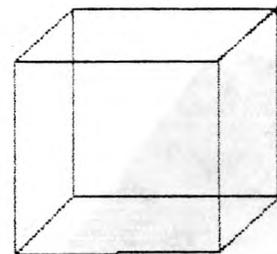
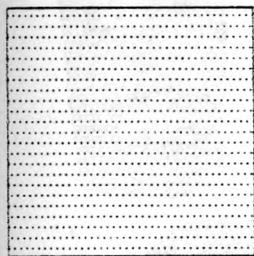
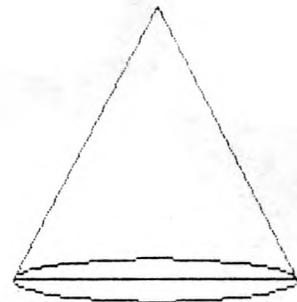
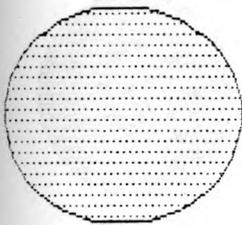
FICHA

Fase indagatoria. Nombre

Curso

N°3

## ASOCIAR LAS FORMAS GEOMETRICAS BIDIMENSIONALES CON LAS FORMAS GEOMETRICAS TRIDIMENSIONALES



# ANEXO N°4

Taller N°4. Aplicación de sólidos

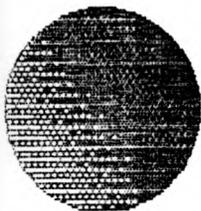
FICHA

Fase indagatoria. Nombre

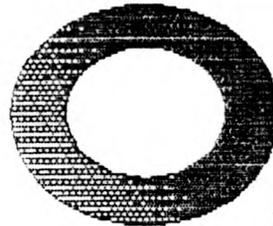
Curso

N° 4

## ASOCIAR LAS FORMAS GEOMETRICAS CON SUS RESPECTIVOS NOMBRES



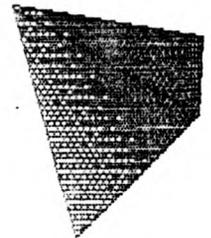
• CUBO



• PIRAMIDE



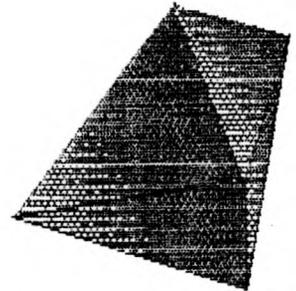
• CILINDRO



• CONO



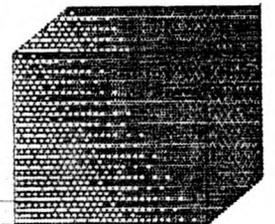
• ESFERA



• PARALELEPIPEDO



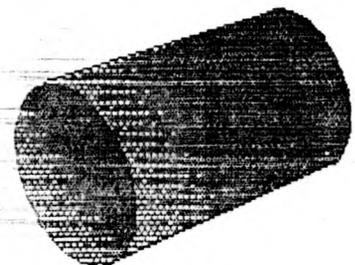
• OVOIDE



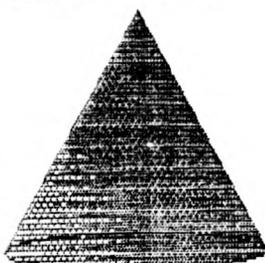
• PRISMA



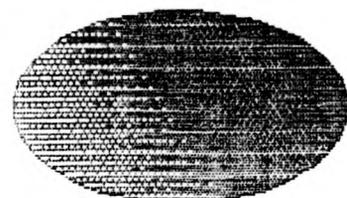
• OCTAEDRO



• TETRAEDRO



• TORO



NOMBRE: ACTIVIDADES CON EL GEOPLANO.

PROPOSITO: Amollar la conceptualización geométrica adquirida en los talleres anteriores Implementando el estudio de la simetría tanto de las formas geométricas bidimensionales consideradas desde el inicio, como de otras formas tridimensionales familiares al niño.

TIEMPO PROBABLE:: 3 horas.

- ESTRATEGIAS TECNICO-METODOLOGICAS.

Materiales.

Geoplano, bandas de caucho de diferentes tamaños y colares, lanas de diferentes longitudes y colares, papel cuadriculado, regla, lápiz, espejo (25 cm X 25 cm)

Fases.

a. Indagatoria.

Se comienza conociendo el "Geoplano 11X11" para su posterior construcción a través de las siguientes especificaciones:

Base en madera de 70 cm X 60 cm.

121 puntillas clavadas en la base de madera formando una malla de forma cuadrada con once (11) filas y once (11) columnas, de tal manera que la distancia entre filas, al igual que entre columnas, sea de cinco (5) cm y con márgenes igualmente de cinco (5) cm. obteniendo cien (100) cuadrados de 5 cm X 5 cm. (Ver figura 1)

Complementariamente y siguiendo las recomendaciones de los profesores Orlando Mesa y Miguel Monsalve se trazan en diferente color, la circunferencia inscrita en la malla (color negro) y con referencia a su centro los segmentos vertical superior (color azul), horizontal derecho (color azul). vertical inferior (color rojo) y horizontal izquierdo (color rojo), como factor de ayuda en la orientación y colocación de las formas

bidimensionales y específicamente como ejes de simetría, quedando así el geoplano dividido en cuatro cuadrantes.

Cada niño realiza libremente en su geoplano las representaciones de diferentes formas bidimensionales tanto geométricas (líneas poligonales, polígonos regulares e irregulares,...), como otras formas familiares a él (paisajes, mapas, letras,...)

b. Constructiva.

Se solicita a cada niño representar en alguno de los cuatro cuadrantes de su geoplano y en cualquier posición, un cuadrado de cualquier dimensión. (ver-figura 2).

Seguidamente se solicita construir, en cada uno de los tres cuadrantes restantes. cuadrados congruentes con el representado y simétricos con respecto a los segmentos señalados, esta actividad real ira igualmente con líneas poligonales abiertas cerradas 'otros polígonos), (ver figura 3: Línea poligonal abierta'. (Ver figura 4: polígono)

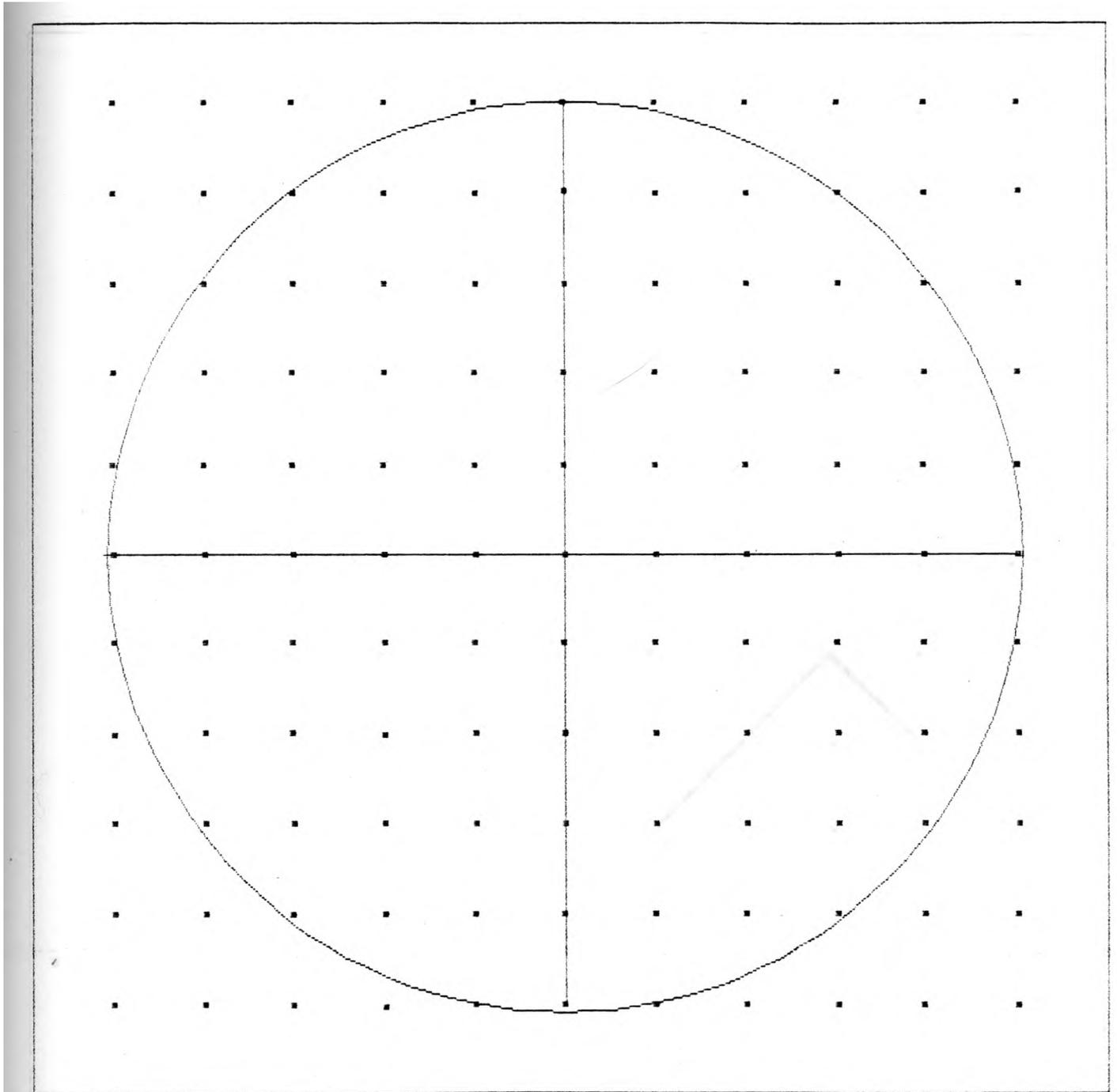


Figura 1

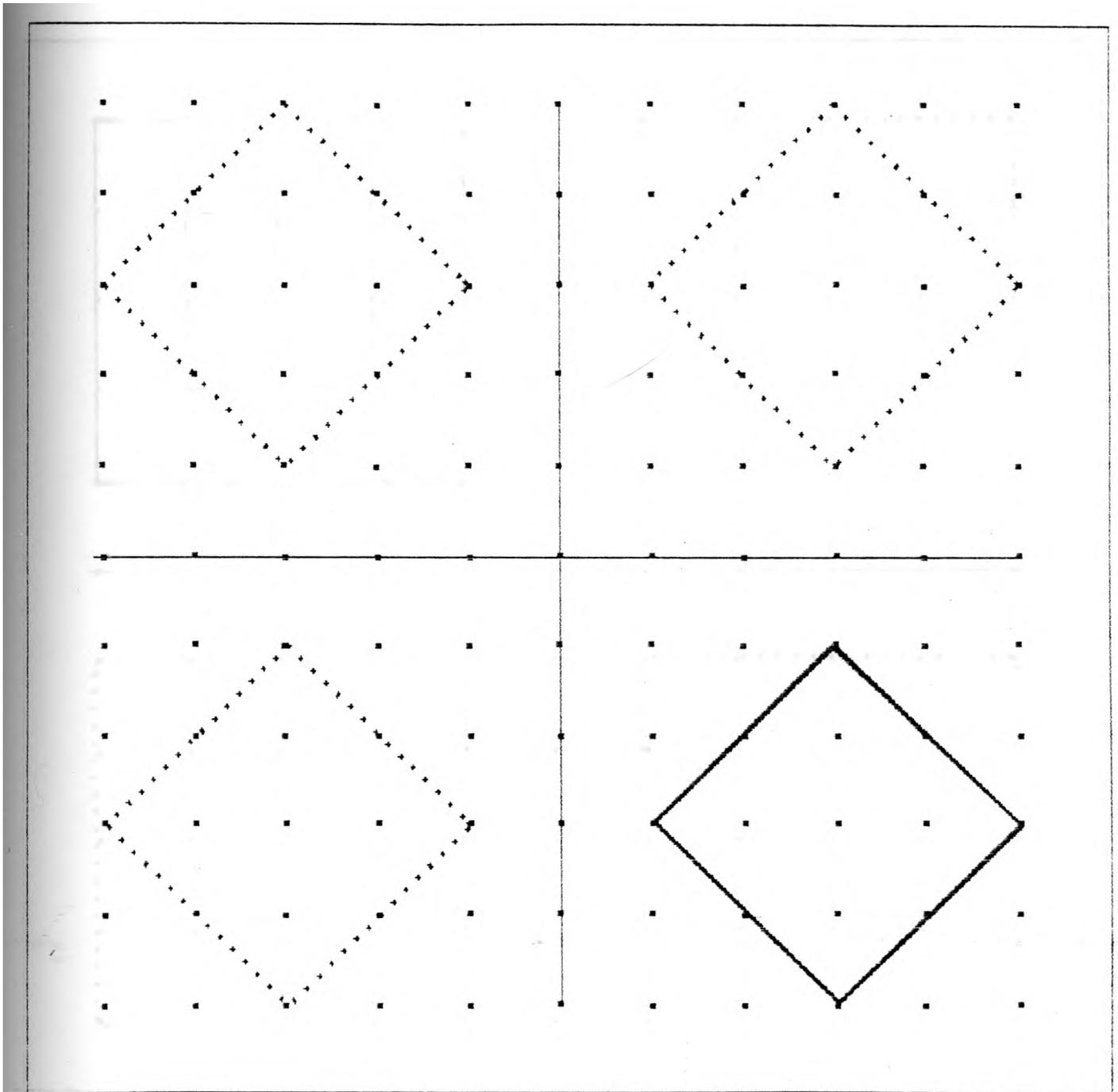


Figura 2

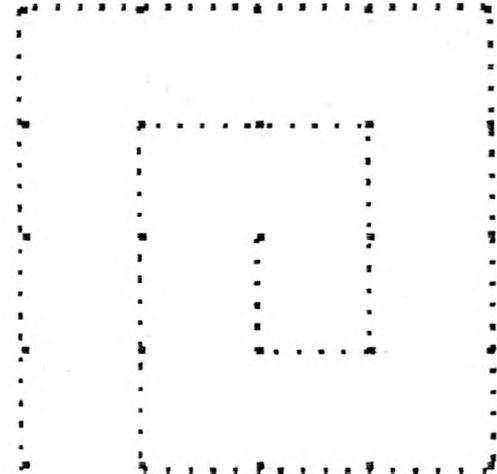
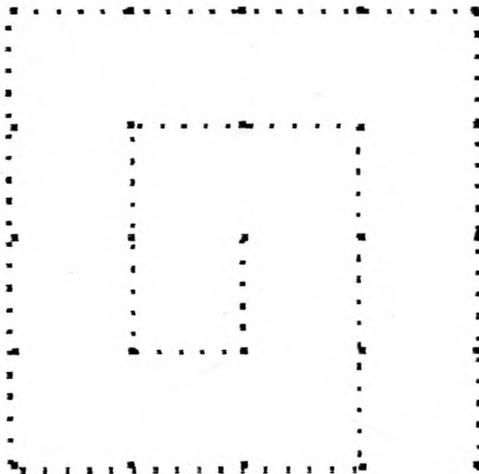
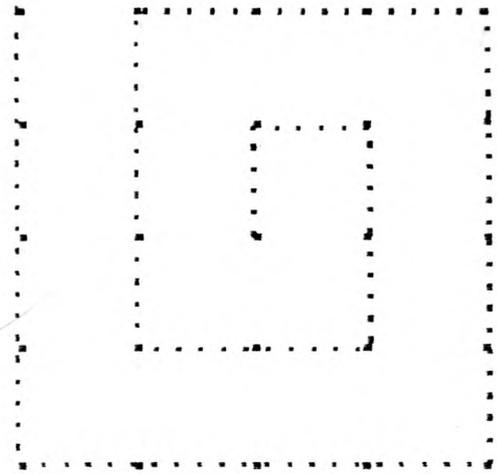
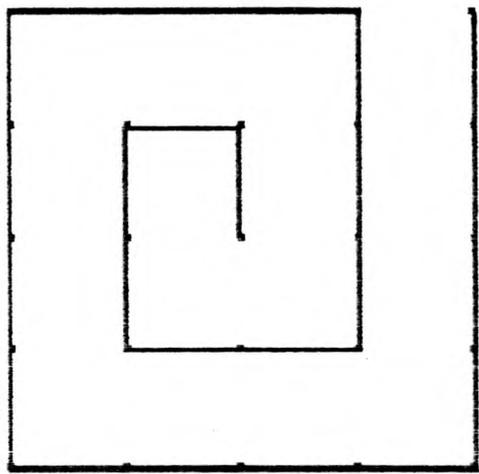


Figura 3

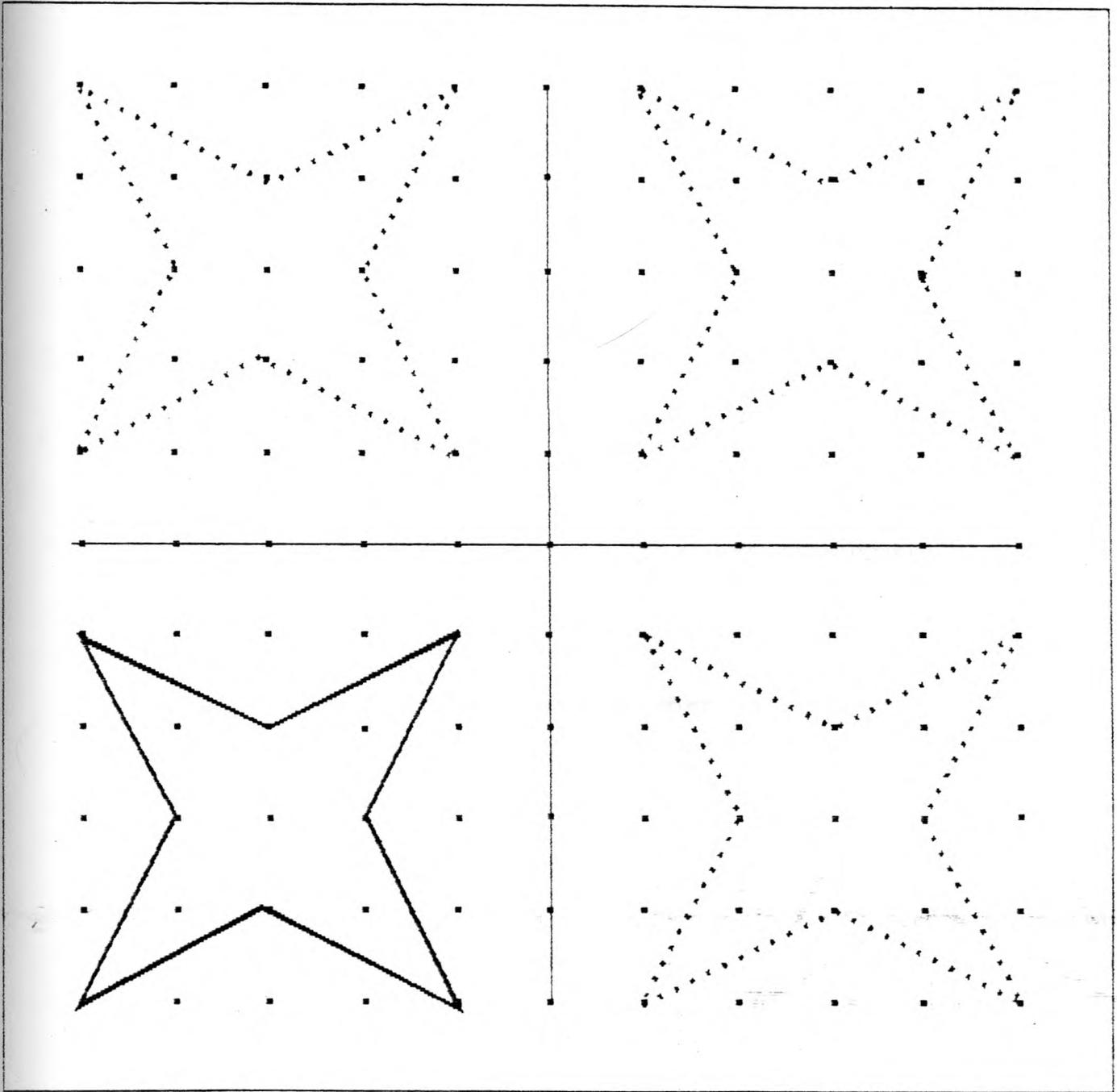


Figura 4

Las respuestas a estas actividades son registradas mediante el dibujo en las hojas cuadriculadas para ser clasificadas según su simetría axial. a través de las siguientes preguntas:

¿Cuáles de las figuras se pueden superponer de manera congruente con sus simétricas, sin invertir la figura? (Ver observaciones)

¿Cuáles, de las figuras se pueden superponer de manera congruente con sus simétricas recurriendo a la inversión de la figura? (Ver observaciones).

c. Creativa.

Se sugiere a cada niño diseñar en su geoplano diferentes formas poligonales y sus simétricas con respecto a los ejes horizontal y vertical, clasificándolas en simétricas y no simétricas.

d. Analítica - Explicativa.

Representar una a una las letras del abecedario en su forma mayúscula en alguno de los cuatro cuadrantes y sus simétricas en los otros tres cuadrantes restantes: luego se dibujan los ejes de cada letra en el papel cuadriculado, para clasificarlas

con base en la invariancia de su posición en cada uno de los cuadrantes.

#### OBSERVACIONES.

Los alumnos del grupo experimental 5o A construyeron como sesión adicional el geoplano (un total de cuarenta (40) geoplanos). Estos geoplanos sirvieron para realizar el taller en los grupos experimentales de primero y tercero.

La fase indagatoria y la constructiva se realizaron cada una en una jornada de dos (2) horas. En la fase constructiva, las preguntas enunciadas fueron acompañadas de ampliaciones verbales que favorecieron su comprensión, tales como:

"Al superponer la figura dibujada en la hoja cuadrículada con la figura del geoplano revisa si coincide o no en todas sus partes". Y

- "Al superponer la figura dibujada en la hoja cuadrículada con la figura del geoplano revisa, luego de voltear la hoja, si coincide o no en todas sus partes'.

La fase creativa se realizó en una jornada de dos (2) horas para cada uno de los grupos.

Los tipos de letra son presentados para todo el grupo, en el tablero, como los ilustrados a continuación, (ver abecedario)

La fase analítica - explicativa en su parte inicial se realizó en una jornada de dos (2) horas para cada uno de los grupos. Se dejó la parte final como tarea para realizar por fuera de la clase.

El uso del espejo se da cuando la construcción de la figura simétrica presenta dificultades o cuando la respuesta es errónea. El espejo debe colocarse en forma vertical haciendo coincidir uno de sus lados con el eje correspondiente, de tal manera que la figura original se refleje mostrando en su imagen la respuesta correcta.

A B C D E F G  
H I J K L M N  
O P Q R S  
T U V W X Y Z

**Estos tipos de letra son perfectamente  
realizables en el geoplano 11 x 11**

#### 7.2.6 TALLER No 6

- NOMBRE: ESTUDIO DE SIMETRIAS.

- PROPOSITO: Avanzar en el estudio de la simetría como propiedad de las figuras. hacia el estudio de la simetría como operación o transformación.

TIEMPO PROBABLE.: ó horas.

- ESTRATEGIAS TECNICO - METODOLOGICAS.

Materiales.

Papel blanco (tamaño carta)

- Reglas y lápices.

Base de madera (50 cm X 50 cm.)

- Dos espejos (25 cm X 25 cm)

Cartulina.

Organización.

Pases.

a. Indagatoria.

Se toman los dos espejos y se colocan formando ángulo recto en posición vertical sobre una superficie horizontal (base de madera de 50 cm X 50 cm.

cm). Cada uno de los niños se coloca frente a los espejos y se les pregunta cuántas imágenes de él aparecen. Luego se les pide colocar algún objeto familiar (lápiz, borrador, moneda....; frente a los espejos en diferentes posiciones observar las imágenes.

b. Constructiva - Creativa.

Se coloca frente a los espejos una ficha de cartulina (25 cm X 25 cm) con el siguiente dibujo:  
(Ver Figura No. 5)

Cada niño se coloca frente a los espejos y se les dice: "Como ya sabes, si miras a los espejos no verás ni una, ni dos, sino tres imágenes. Intenta dibujar estas imágenes precisamente en los lugares donde parecen estar, al otro lado de los espejos. Utiliza para los dibujos una hoja en blanco y divídela en cuatro cuadrantes simulando el dispositivo".

El dispositivo, con los espejos y la ficha, en el dibujo se observan así: (Ver Figura No, 6)

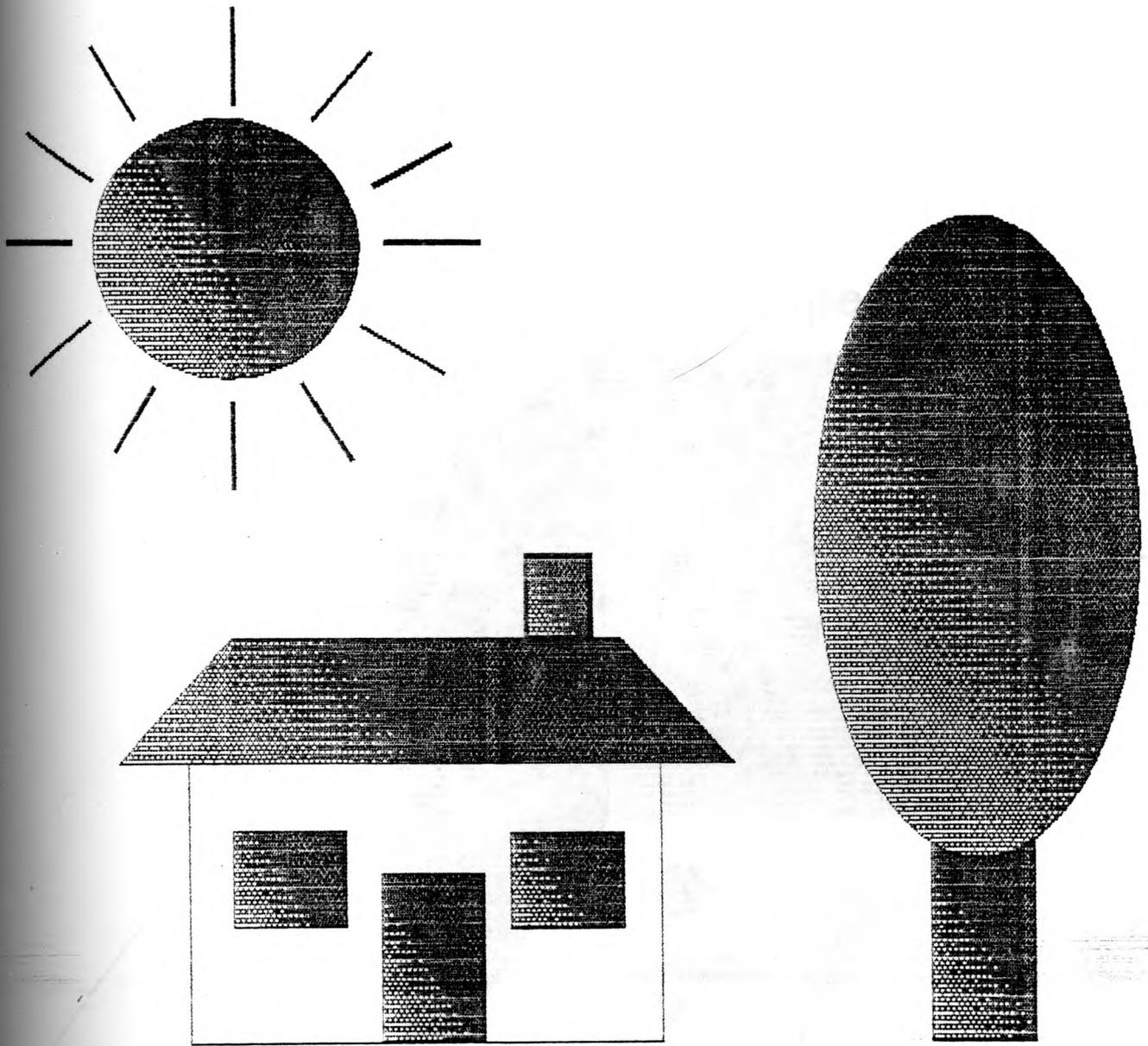


Figura 5

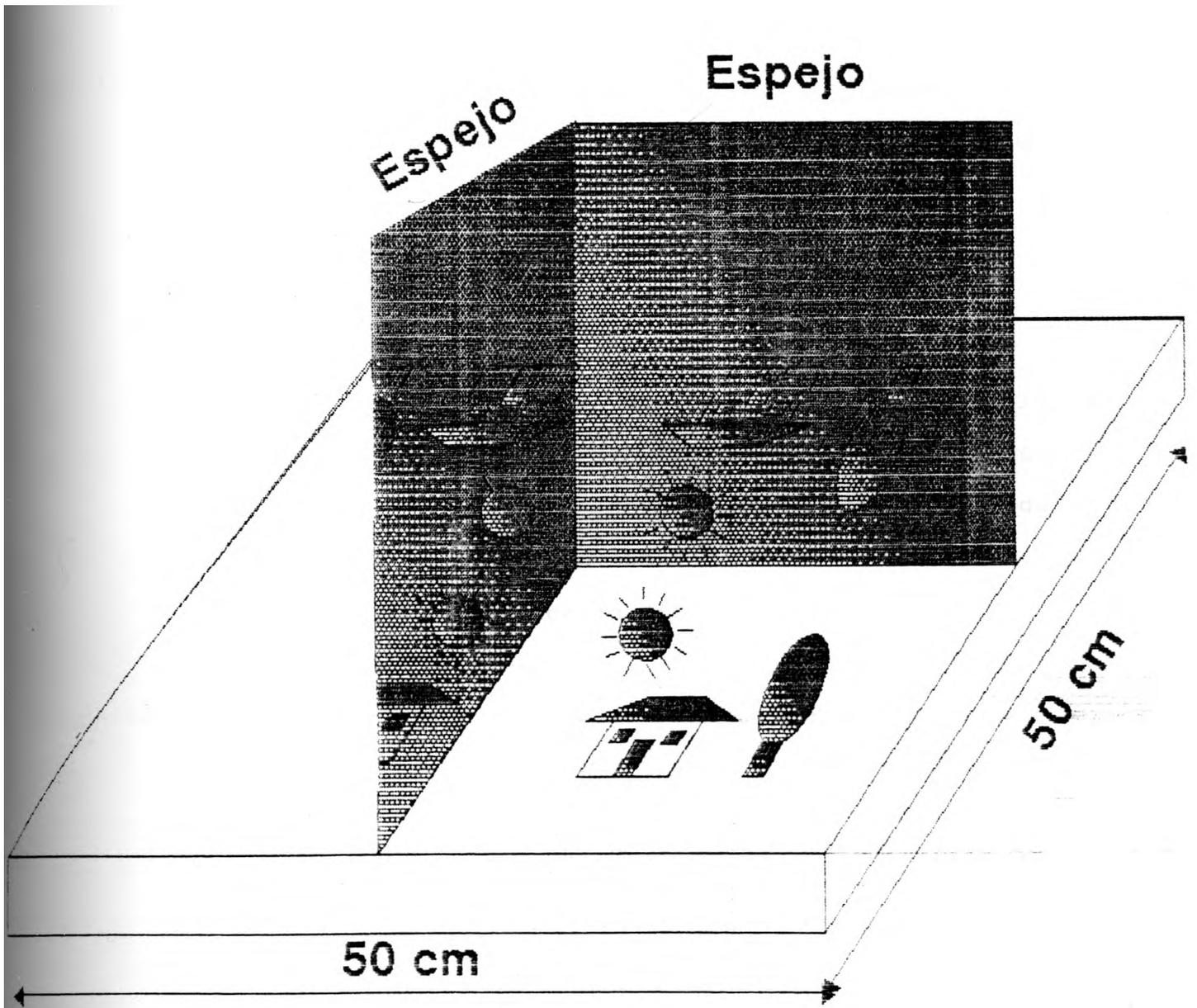


Figura 6

c. Analítica - Explicativa.

Se entrega a cada niño dos hojas de block tamaño carta, llamadas "hoja S" (hoja superior) y "hoja I" (hoja interior). A continuación se les dan las siguientes instrucciones:

Doblar las hojas "S" e "I" por la mitad a lo largo y lo ancho, luego desdoblarlas y resaltar con lápiz y regla las señales que han quedado, debido a los dobleces. El doblez más largo será llamado "eje X" y el doblez más corto, "eje Y".

Colocar la "hoja S" exactamente sobre la "hoja I" y con el lápiz dibujar la figura de la casita en el cuadrante inferior derecho de la "hoja S", de esta forma quedará una señal calcada en la "hoja I" y otra al reverso de la "hoja S". Repasar con el lápiz tales señales.

Dejar la "hoja I" en la posición en la que está y dar la vuelta a la "hoja S" alrededor del "eje X" (reflexión de 180 grados). El dibujo de la "hoja S" estará ahora en otro lugar y el "eje A" de la "hoja S" permanecerá sobre el "eje A" de la "hoja I".

Calcar el dibujo en la nueva posición sobre la "hoja I".

Dar vuelta nuevamente, a la "hoja S", sobre el "eje X". para dejarla en la posición inicial y a partir de esta posición dar la vuelta a la "hoja S" sobre el "eje Y". El dibujo de la "hoja S" estará ahora en otro lugar y el "eje Y" de la "hoja S" permanecerá sobre el "eje Y" de la "hoja I". Calcar el dibujo en la nueva posición, sobre la hoja I'-

- Dar vuelta, nuevamente, a la "hoja S", sobre el "eje Y", para dejarla en la posición inicial y a partir de esta posición realizar un giro de media vuelta a la "hoja S" alrededor del punto de encuentro de los ejes "X" e "Y" (rotación de 180 grados). Calcar el dibujo en la nueva posición sobre la "hoja I".

- Tomar la "hoja I" y comparar el resultado con el obtenido a través de los espejos (fase constructiva-creativa).

Explicar cuáles movimientos son necesarios para obtener los resultados en los diferentes

- Establecer una relación entre los resultados obtenidos a través de los diferentes movimientos los resultados obtenidos a través de los espejos.

OBSERVACIONES.

Las fases fueron desarrolladas en un total de seis (6) horas. distribuidas en tres (3) jornadas de dos (2) horas cada una, para cada uno de los grupos.

#### 6.8.1 NIVEL DE RECONOCIMIENTO

##### 6.S.1.1 RECONOCIMIENTO HAPTICO - GRUPO CONTROL

1°, 3°, 5°.

#### GRAFICO N° 9 Y ANALISIS DE LA INFORMACION

igual que en el estado inicial, el proceso de reconocimiento se desarrolla a través de tres momentos.

En el primero momento (1.1.F.1), el 97% de los niños identifica las figuras.

En el segundo momento (1.1.F.2) el 97X de las respuestas de los niños corresponde a una correcta identificación de las figuras.

En el tercer momento (1.1.F.3) el 47X de las respuestas de los niños corresponde a la identificación de manera completa, lográndose mayor identificación con el cubo. luego con el cilindro y por último con la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación. El 177. de las respuestas son incorrectas.

Con respecto a la pirámide, el cilindro y el cono el 49% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta, en el orden pirámide y luego el cilindro y el cono, con igual

En este tercer momento, el grado quinto es el que logra mayor identificación completa de las figuras, luego tercero y primero, con el mismo porcentaje.

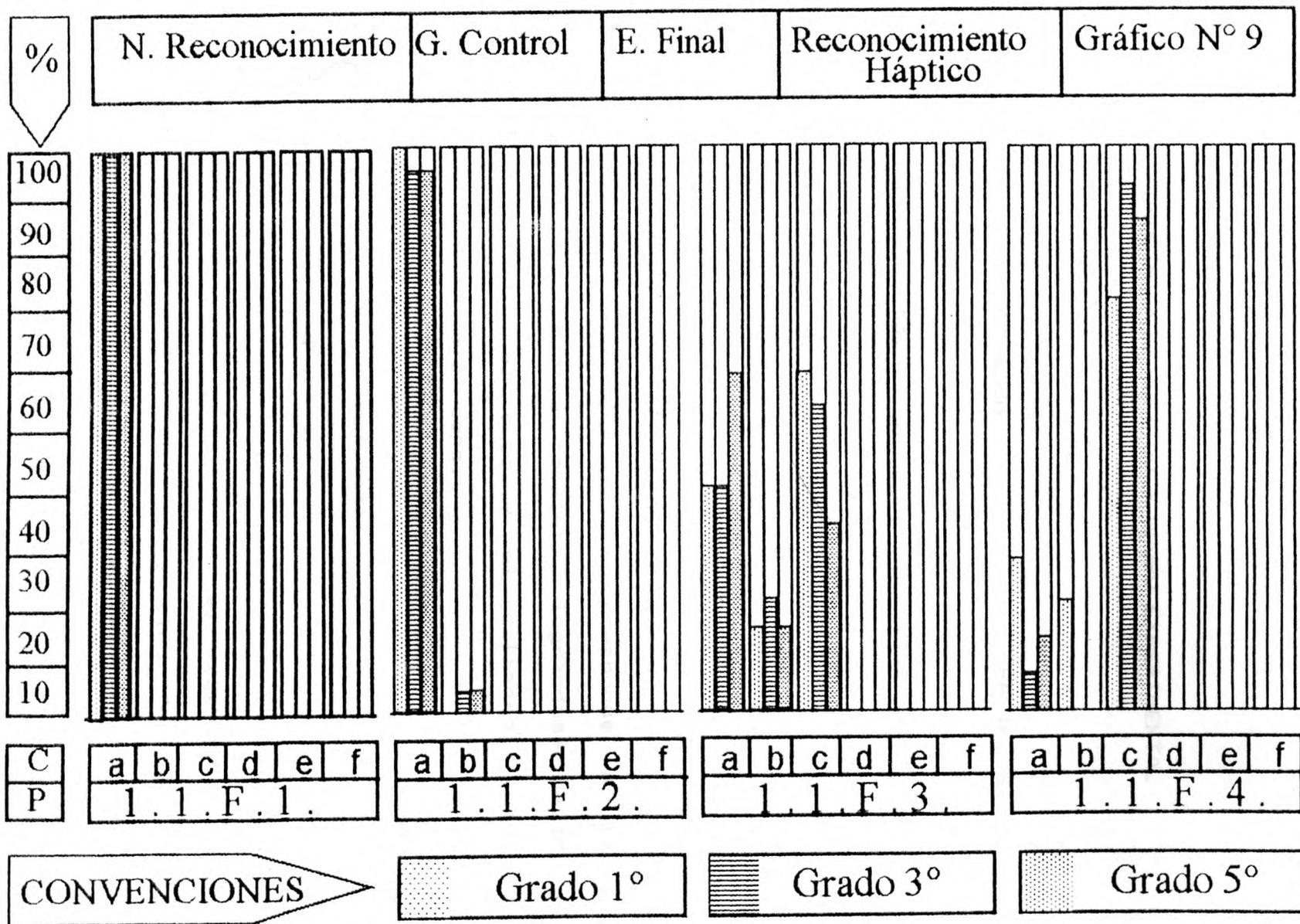
En cuanto a la identificación de manera incompleta, es el grado quinto el que menos recurre a dicha identificación, luego el grado tercero y por último es el grado primero el que más realiza identificaciones incompletas.

Continuando en este tercer momento, pero ahora haciendo referencia a la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (1.1.F.4), indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera. el 16% de las respuestas de los niños corresponde a la identificación a través - de un- corte longitudinal, el orden cono, cilindro y esfera.

El 7% a la identificación a través de un corte transversal, lográndose igual identificación con el

cilindro y el cono. El 84% de las respuestas corresponde a una identificación incorrecta, siendo la esfera la finura con la que se obtiene menos identificación, luego cilindro y por último el cono.

En cuanto a los grados, es primero el de más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, luego quinto y por último tercero. En lo transversal el grado primero es el único que realiza esta identificación. Con respecto a las respuestas incorrectas al orden es tercero, luego quinto y por último primero que presenta menos respuestas incorrectas.



1", 3°, 5\*.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 10

En el primer momento, el 10071 de los niños identifica las figuras. En el segundo momento el 9771 de las respuestas corresponde a una identificación correcta de las figuras en el orden quinto y tercero, con igual porcentaje, y por último primero.

En el tercer momento el 7771 corresponde a la identificación de manera completa, lográndose mayor identificación con el cubo y el cilindro, luego pirámide y finalmente el cono.

El 3% de las respuestas son incorrectas, correspondientes al grado primero.

Haciendo referencia a la pirámide, el cilindro y el cono, el 27% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta en el orden cono, luego la pirámide y por ultimo si cilindro.

En cuanto a la identificación de? manera completa, el orden por grados es quinto, tercero y primero. En el caso de incompleta, es el grado quinto el que menos recurre a dicha identificación. luego tercero y por último primero, que es el que más realiza identificaciones incompletas.

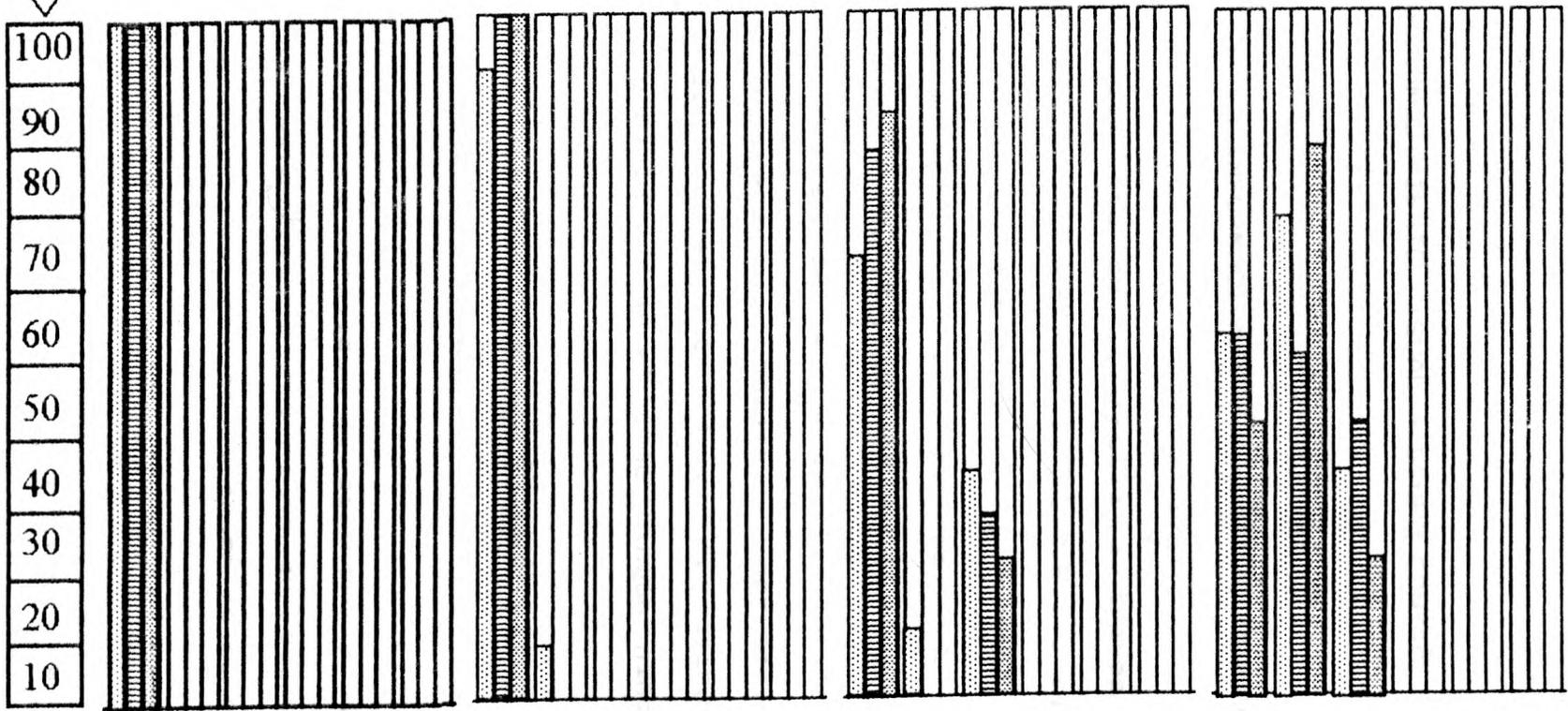
En la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales, indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 49X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono y después cilindro y esfera juntos. El 67X a través de un corte transversal, en el orden cilindro y luego el cono.

El "31X de las respuestas, corresponde a una identificación incorrecta siendo la esfera la figura con la que se obtiene menos identificaciones, luego el cilindro y por último el cono.

En cuanto a las grados, son primero y tercero. con igual porcentaje. ios que obtienen más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales y luego al grado quinto. En lo transversal el orden es

quinto. luego primero y por ultimo tercero. Con respecto a las respuestas incorrectas el orden es tercero, primero y por último quinto, que tiene el menor número de respuestas incorrectas.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Final	Reconocimiento Háptico	Gráfico N° 10
---	-------------------	------------	----------	------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f
P	1	1	F	1	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	2	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	3	1	1

a	b	c	d	e	f
1	1	F	4	1	1

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1°, 3°, 5°.

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 11

Este reconocimiento se desarrolla a través de tres momentos. En el primero momento, (1.2.F.1), el 100% de los niños identifica las figuras. El reconocimiento en el segundo momento (1.2.F.2), es del 48% y para el tercer momento (1.2.F.3), el 48% de las respuestas de los niños corresponde a la identificación de las figuras de manera completa, lográndose mayor identificación con el cubo, luego el cilindro y por último la pirámide. Con el cono ningún niño realiza esta identificación.

El 10% de las respuestas son incorrectas.

Con respecto a la pirámide, el cilindro y el cono el 56% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta, en el orden cono, pirámide y cilindro.

Es el grado quinto el que logra mayor identificación completa, luego primero y por último tercero. En la

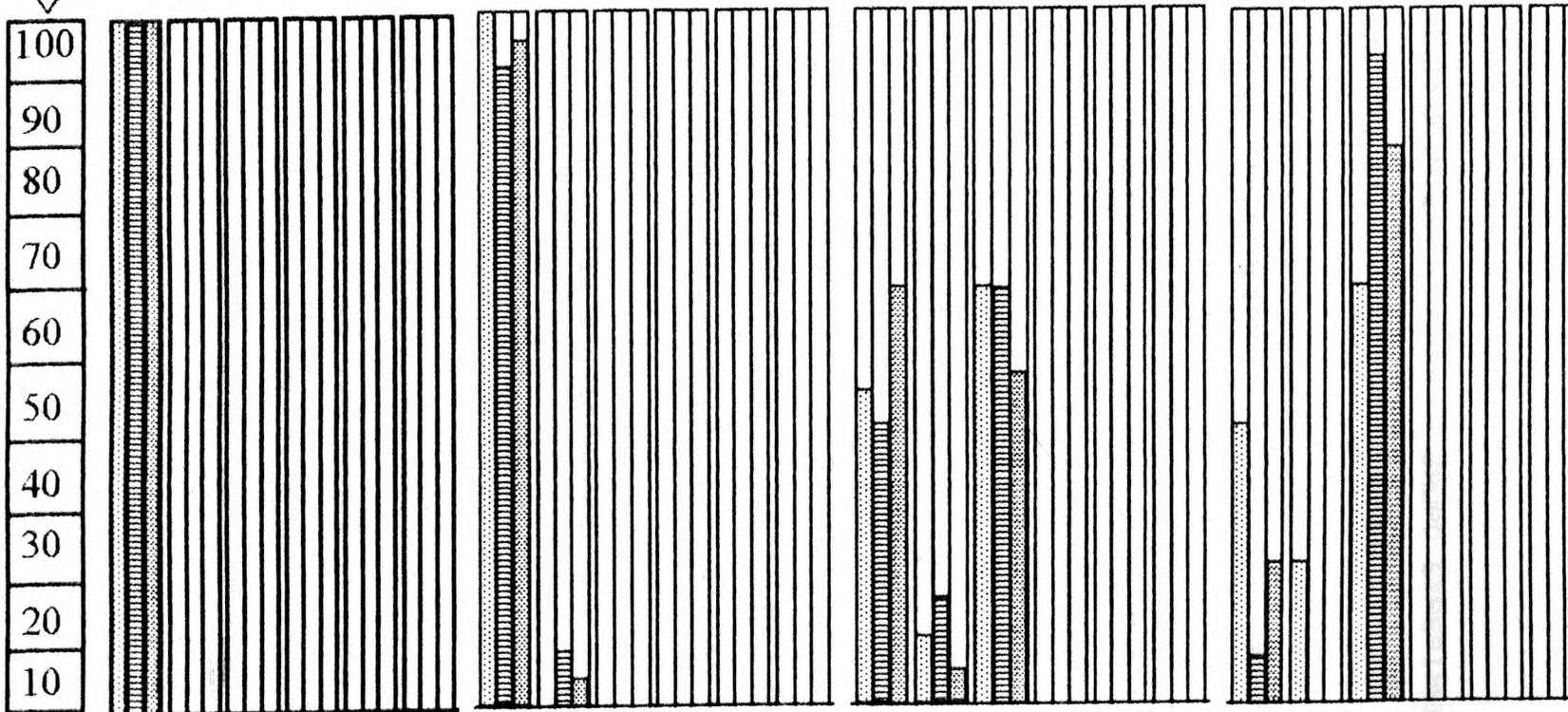
identificación de manera incompleta, los grados primero y tercero presentan los mismos porcentajes, por encima de quinto, que es el grado con menor porcentaje de respuestas incompletas.

Con respecto a las respuestas de la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales (1.2.F.4) indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 22% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación a través de un corte longitudinal en el orden cono, y luego cilindro. El 7% a la identificación a través de un corte transversal; cilindro y cono obtienen la misma frecuencia. El 78% de las respuestas son incorrectas, siendo la esfera con la que se obtiene menos identificación, luego el cilindro y por último el cono.

El grado primero es el que obtiene más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales, luego quinto y por último tercero. En lo transversal, es el grado primero el único que realiza dicha identificación, ya que los grados tercero y quinto no lo hacen.

El gruño que presenta mayor número de respuestas incorrectas es tercero. luego quinto y por último primero.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Final	Reconocimiento Visual	Gráfico N° 11
---	-------------------	------------	----------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	
P	1	2	F	1	1	1	1	2	F	2	2	2	1	2	F	3	3	3	3

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1°, 3°, 5°.

#### **ANALISIS DE LA INFORMACION**

#### **GRAFICO N° 12**

En el primer momento el 100% de las respuestas de los niños corresponde a la identificación correcta de las figuras. En el segundo momento el 76% de las respuestas corresponde a una identificación correcta de las figuras. En el tercer momento el 63% de las respuestas corresponde a una identificación de manera completa lográndose mayor identificación con el cubo y el cilindro, luego con la pirámide y por último el cono.

El 2% de las respuestas son incorrectas y pertenecen al grado primero.

Con respecto a la pirámide, el cilindro y el cono, el 44% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incompleta, en el orden pirámide y luego el cono. ya que el cilindro siempre fue reconocido completamente. En cuanto a la identificación de manera concreta el

orden por grados es tercero, primero y luego quinto. En

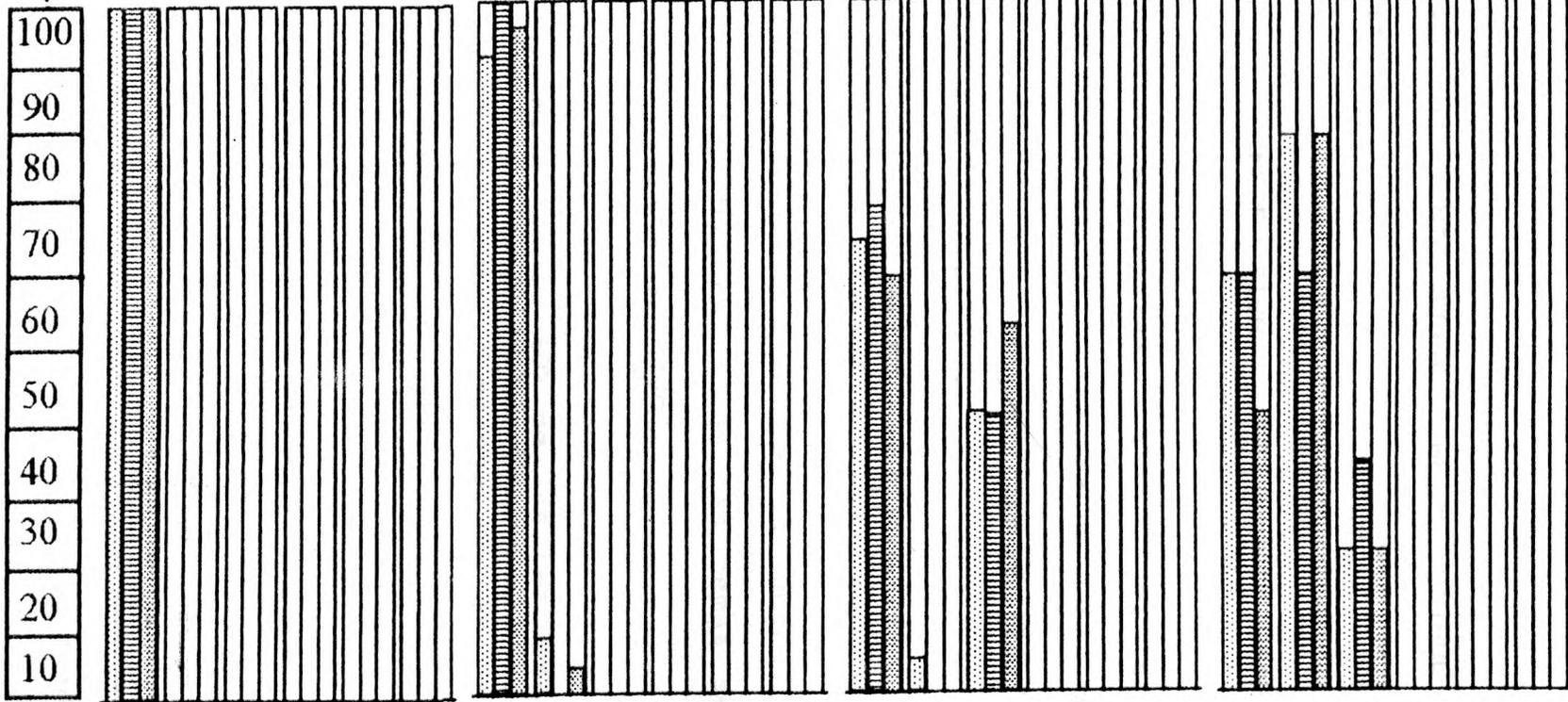
el caso de incompleta. son los grados primero y tercero, con igual porcentaje, los que menos recurren a dicha identificación y finalmente el grado quinto.

En la identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales. indagadas en las figuras cilindro, cono y esfera, el 53% de las respuestas dadas correspondo a una identificación a través de un corte longitudinal, en el orden cono, cilindro y esfera con igual frecuencia. El 73% a través de un corte transversal, lográndose mayor identificación con el cilindro y luego con el cono. El 24% de las respuestas corresponde a una identificación incorrecta, siendo la esfera con la que se obtiene menor identificación, luego el cilindro y por último el cono.

En cuanto a los grados primero y tercero, con igual porcentaje, obtienen más alto nivel de identificación a través de cortes longitudinales y por último el grado quinto.

El arado tercero presenta mayor número de respuestas incorrectas, siendo primero quinto con igual porcentaje. ios de menor número de respuestas

%	N. Reconocimiento	G. Experimental	E. Final	Reconocimiento Visual	Gráfico N° 12
---	-------------------	-----------------	----------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	
P	1	2	F	1	1	1	1	2	F	2	2	2	1	2	F	3	3	3	3

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.8.1.5 RECONOCIMIENTO VERBAL - GRUPO CONTROL

1°, 3°, 5°.

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

#### GRAFICO N° 13

Igual que en el estado inicial, el proceso de reconocimiento se realiza a través de dos momentos. En el primer momento (1.3.F.1), el 96X de las respuestas de los niños corresponde a una identificación incorrecta de las figuras. sustituyendo el nombre correcto de estas así: para el **cubo**, en el 87X de las respuestas de los niños se emplea el nombre "cuadrado" y el 13X el de "cuadro" y en las demás se emplean términos como "cajita" y "dado".

Para la pirámide,, en el 60X de las respuestas de ios niños se emplea el nombre "triángulo" y en las demás se emplean términos como "torre", "montañita" y la expresión "no sé" (2771).

Para el cilindro en el 2771 de las respuestas de los niños se emplea el nombre "palo" y en las demás se emplean términos como "rectángulo", "rueda", "redonda larga". "manguera". "redondeada" o la expresión "no se".

Para el cono en el 33% de las respuestas se emplea el nombre "triangulo" y en las demas se emplean términos como "rectángulo", "chuzudo". "gorro", "torre", "punta de lápiz" o la expresión "no sé".

Para la esfera en el 67% de las respuestas se emplea el nombre "circulo" y en las demás se emplean términos como "redonda", "bola" y "pelota".

Refiriéndonos al segundo momento (i.3.F.2), en el 25% de las respuestas de los niños se nombra uno o varios objetos familiares que poseen forma semejante a la forma de la figura, siendo el grado primero el que más emplea esta forma de reconocimiento; luego el grado quinto y por último el grado tercero.

En el 36% de las respuestas se usa. atributos irrelevantes en la descripción geométrica de la figura, siendo tercero el grado que más emplea esta forma de reconocimiento, luego primero y por último quinto.

En el 50% de las respuestas se usa' sin precisión (de manera informais martes propiedades necesarias para determinar la figura, siendo quinto al erado que más emplea esta forma, luego tercero y por ultimo primero.

En el 3% de las respuestas se referencia partes propiedades que no pertenecen a la figura, siendo el primer grado el único que emplea esta forma. Los grados segundo y quinto no lo hacen.

Finalmente, el 5% de las respuestas determina explícitamente partes y/o propiedades suficientes para describir la figura, siendo el quinto grado el que más emplea dicha forma, luego primer grado. El tercer grado no lo hace.

La identificación más completa se logra con la esfera y luego en su orden pirámide, cubo, cono y finalmente el cilindro.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Final	Expresión Verbal	Gráfico N° 13
---	-------------------	------------	----------	------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	1 . 3 . F . 1 .						1 . 3 . F . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### á.S.1.6 EXPRESION VERBAL - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3° , 5°.

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

#### GRAFICO N° 14

En el primer momento (1.3.F.1) el 91% de las respuestas de los niños corresponde a una identificación correcta del nombre de las figuras, solamente el 8% de las respuestas con incorrectas, siendo el grado quinto el de mayor respuestas incorrectas, luego primero y por último tercero.

Para el segundo momento (1.3.F.2). en el 11% de las respuestas de los niños se nombra uno o varios objetos familiares que poseen forma semejante a la forma de la figura, siendo el grado quinto el que más emplea esta forma de reconocimiento. luego primero y por último tercero.

En el 5% de las respuestas se usa atributos irrelevantes en la descripción geométrica de la figura. siendo tercero e grado que más emplea esta forma de reconocimiento. luego primero. El grado Quinto no lo

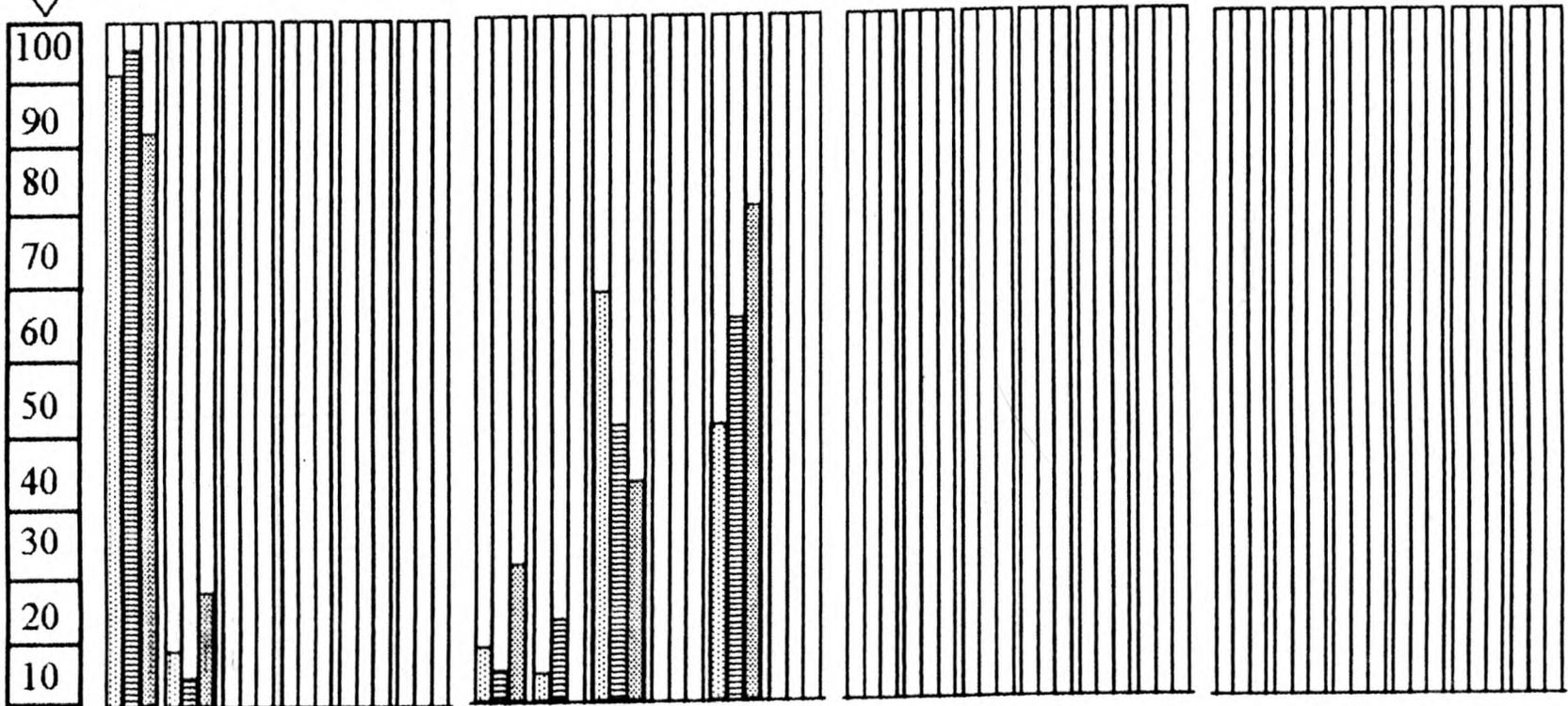
En el 44X se usa sin precisión de manera informal) partes y/o propiedades necesarias para determinar la figura, siendo el grado primero el que mas emplea esta forma de reconocimiento. luego tercero y por ultimo quinto.

Ningún niño hace referencia a partes y/o propiedades que no pertenecen a la figura.

Finalmente en el 56X de las respuestas de los niños se determina explícitamente partes y/o propiedades suficientes para describir la figura, siendo el grado quinto el que más lo hace, luego tercero y por último primero.

La identificación más completa de las figuras, se logra con el cubo y luego en su orden con la pirámide, el cono, el cilindro y finalmente la esfera.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Final	Expresión Verbal	Gráfico N° 14



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	1.	3.	F.	1.			1.	3.	F.	2.								

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°

Ó.S.1.7 EXPRESION GRAFICA - GRUPO CONTROL

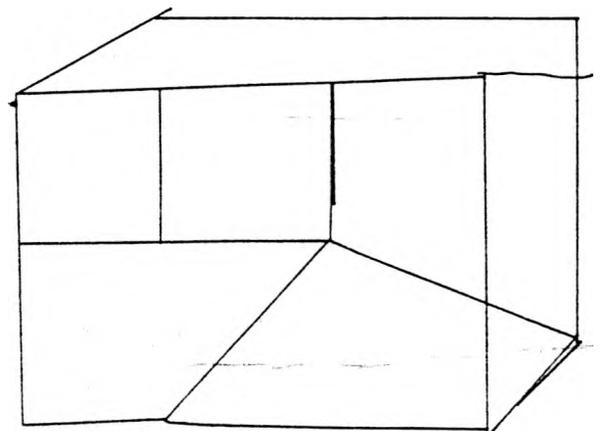
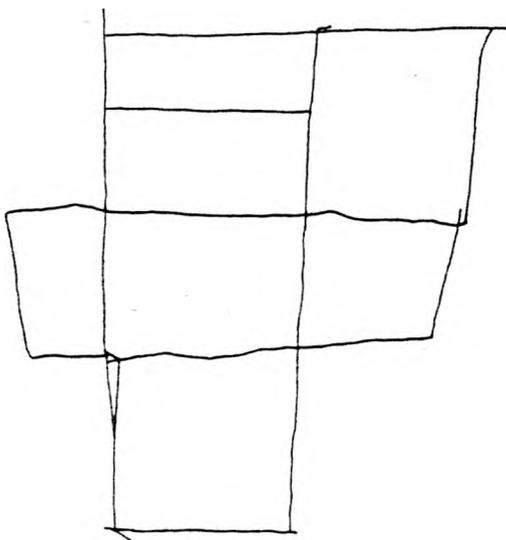
1°, 3°, 5°.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 15

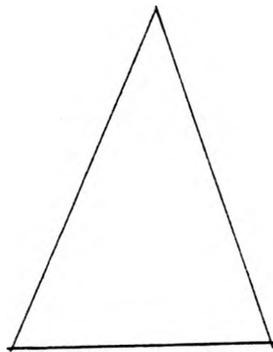
Igual que en el estado inicial. el proceso de reconocimiento se realiza en tres momentos. En el primer momento (1.4.F.L). ningún niño ((.)X) representa partes que no pertenecen a las figuras.

El 25X de las respuestas de los niños corresponde al dibujo de las figuras representando partes pertinentes, ñero con caracterización personal (formas no convencionales). Ejemplo. Lander Alexander García, del primer grado y Mileidy Y. Restrepo, del grado quinto, dibujaron respectivamente, el cubo así:



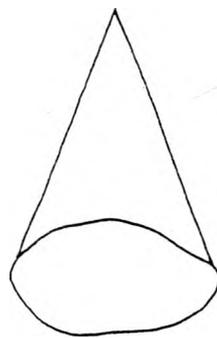
El arado que más recurre a esta forma de dibujo, es el grado primero, luego tercero y por último quinto.

En el 3J.X Pe los dibujos de? las figuras se representa oartes pertinentes sin explicitar su tridimensionalidaa: tal es el caso de la esfera, donde todos ios niños dibujan un circulo. Es el grupo tercero el que más emplea esta forma de dibujo, luego primero y por último quinto. Ejemplo, Diego H, !apata, de tercero, dibuja la pirámide así:



En el 41% de los dibujos de las figuras se representa partes pertinentes y se explicitan su

tridimensionalidad. Ejemplo. Michael E. Gaviria, del grado quinto, dibuja el cono así:

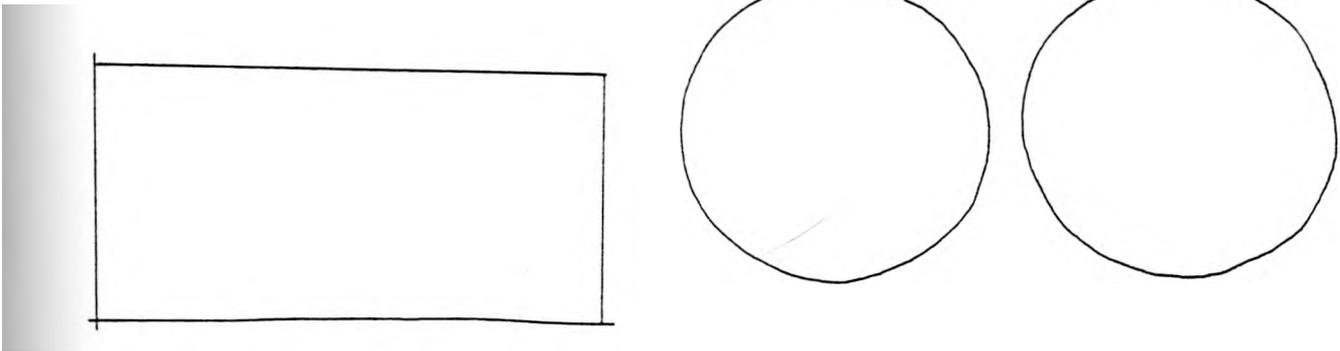


Es el grado quinto el que más emplea esta forma de dibujo y en un alto porcentaje (68%), con respecto a los grados tercero (36%) y primero (20%).

En este momento, la figura con la que se logra mayor expresión gráfica es el cono y le sigue en su orden el cilindro, la esfera, el cubo y por última la pirámide.

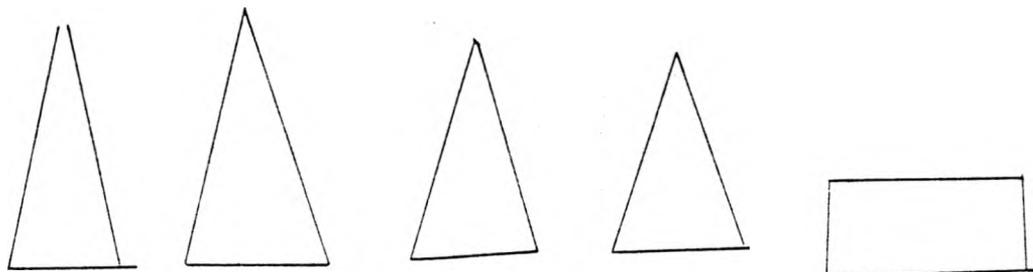
En el segundo momento (1.4.F.2), el análisis de los dibujos de los niños presenta con precisión cada una de las figuras. Ejemplo. Julieth Carmona, del

grado tercero, quien dibuja las partes constitutivas del cilindro así:



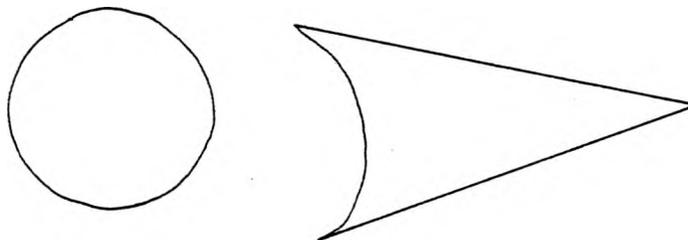
Es el erado quinto el que realiza con mayor precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras, luego primero y tercero con igual porcentaje (25%).

El 27X de los dibujas presenta cada una de las partes de las figuras, sin precisión en la forma. Ejemplo, Mileidy Y. Restrepo, dibuja cada una de las partes constitutivas de la pirámide así:



Son los grados primero y Quinto. en igual porcentaje (30X), los que más realizan sin precisión el dibujo de cada una de las partes de las figuras y luego tercero.

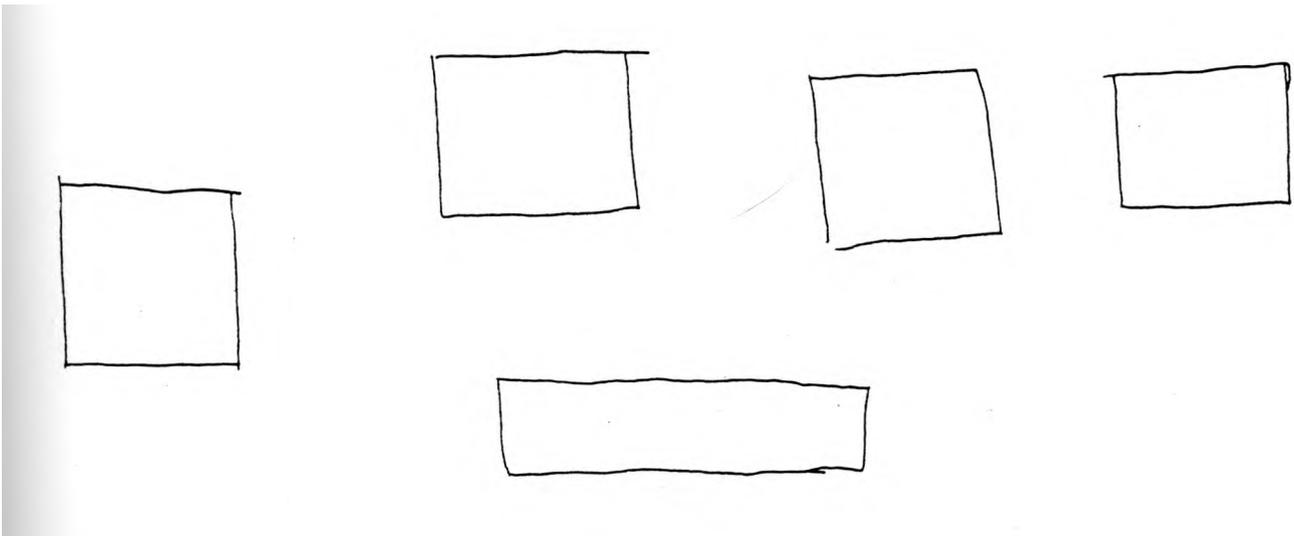
El 17<sup>to</sup> de los dibujos presenta con precisión algunas de las partes de las figuras. Ejemplo, Jhonier Arango, del grado quinto, quien dibuja para el cono así:



El grado tercero es el que más emplea t<sup>ta</sup> forma de dibujo, por encima de primero que le sigue y por último el grado quinto.

El 25% de 105 dibujos presenta alquilas de las partes de las figuras sin precisión en la forma. Ejemplo. Liliana

Vélez dibuja para el cuno así:

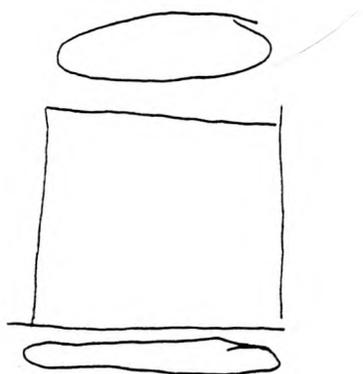


Es el grado tercero el que más emplea esta forma de dibujo, le sigue en su orden primera y luego quinta.

La figura con mayor precisión en el dibujo de cada una de las partes constitutivas es el cilindro y le siguen en su orden el cubo, la pirámide y el cono.

En el tercer momento ningún niño realiza este tipo de dibujo —dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente.

El 9X de los dibujos presenta sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente. Ejemplo. Liliana Vélen. del grado tercero, quien para el caso del cilindro, dibuja así:

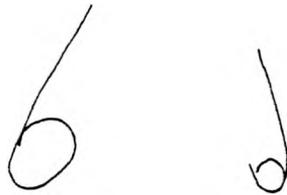


Es el arado tercero, el que dibuja con mayor frecuencia, de esta forma y luego primero. Quinto no lo hace.

Ningún niño realiza dibujos que hacen referencia a formas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente.

El 47% de los dibujos correspondientes solamente al grado tercero, dibuja sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente.

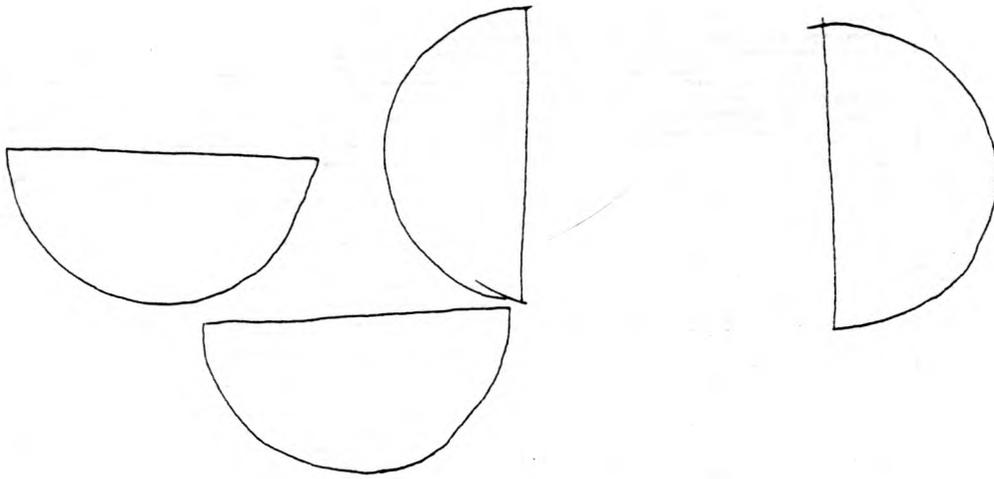
El 53% de los dibujos representa las figuras obtenidas al seccionar longitudinalmente. Ejemplo, Jonnatan Castro, de primero, dibuja para el caso del cono así:



El grado quinto realiza con mayor exactitud. En esta forma de dibujo, le sigue primero y por último tercero.

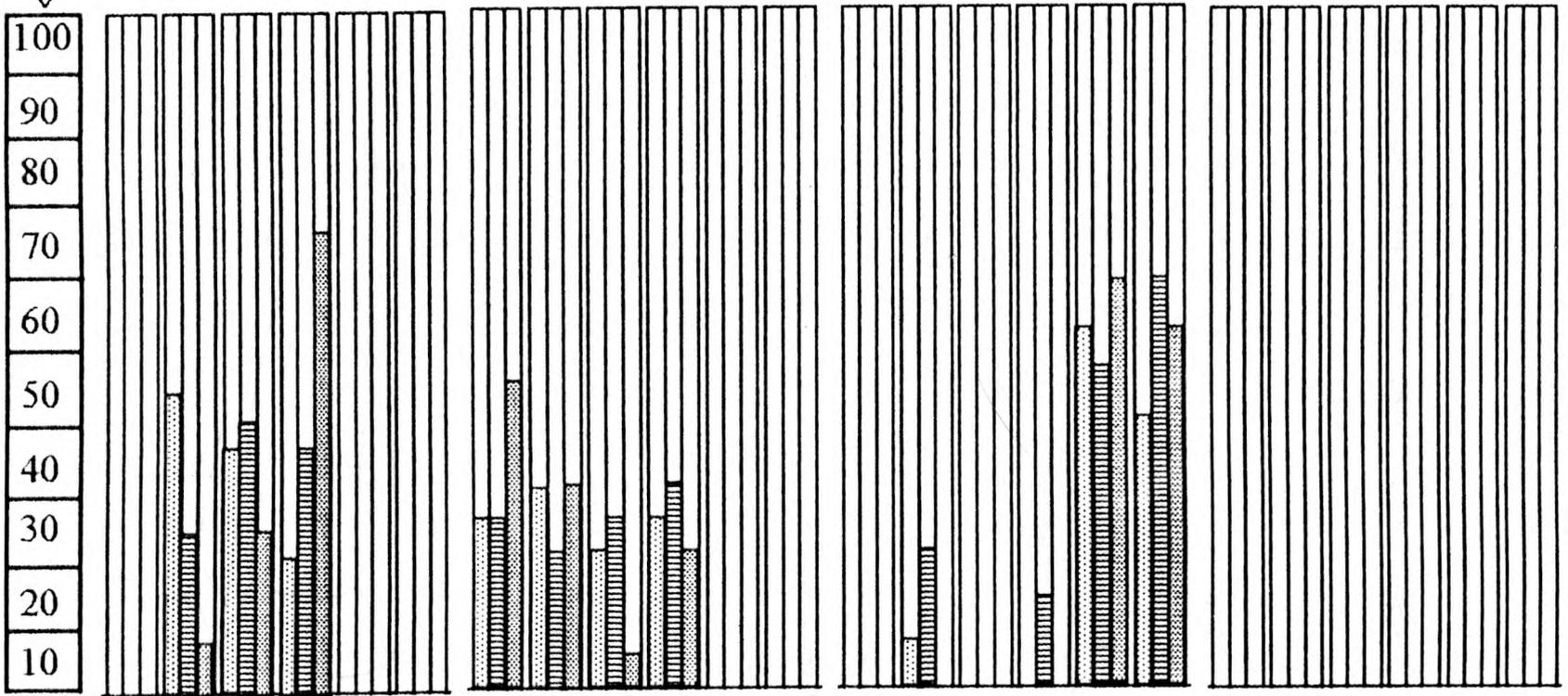
El 51% de los dibujos representa las figuras obtenidas al seccionar transversalmente. Ejemplo. Michael E.

Gaviria, del quinto grado, quien para la esfera, dibuja así:



Es el grado tercero el que más emplea esta forma de dibujo, seguido del grado quinto y por último el grado primero.

%	N. Reconocimiento	G. Control	E. Final	Expresión Gráfica	Gráfico N° 15
---	-------------------	------------	----------	-------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	1 . 4 . F . 1 .						1 . 4 . F . 2 .						1 . 4 . F . 3 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.3.1.8 EXPRESION GRAFICA - GRUPO EXPERIMENTAL

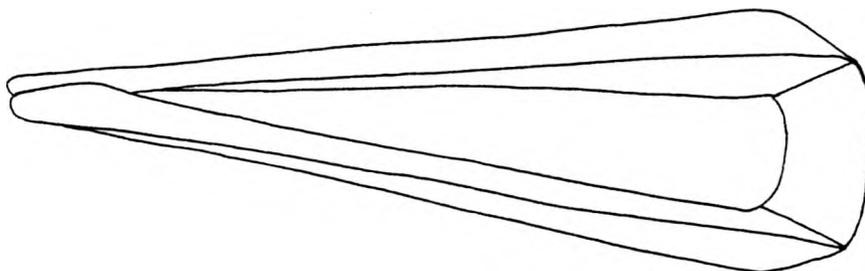
1°, 3°, 5°.

ANALISIS DE LA INFORMACION

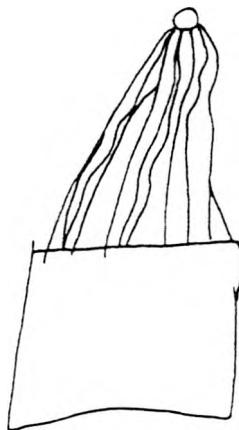
GRAFICO N\* 16

En el primer momento - dibujo de la figura- (1.4.F.1) ningún niño dibuja las figuras representando partes que no pertenecen a ellas.

El 'X de los dibujos de las figuras presenta partes pertinentes pero con caracterización personal (formas no convencionales). Ejemplo, Deisy . Y. Martínez, de quinto grado, dibuja el cono así:



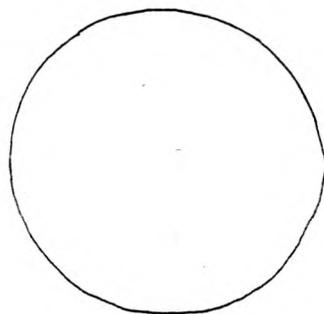
Cindy Galvis. de primero, dibuja la pirámide así:



El grado que más recurre a esta forma de dibujo es el arado quinto Y luego tercero y primero, con igual porcentaje.

El 19% de los dibujos presenta partes pertinentes sin explicitar Su tridimensionalidad. Ejemplo, Luis Carlos

Duranqo. del grado tercero, dibuja la esfera así:

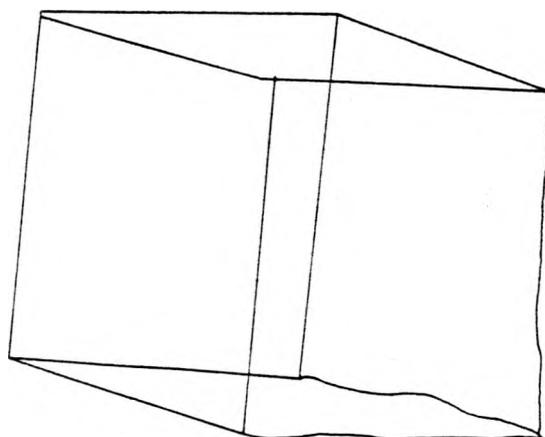


Cabe anotar que en todos los casos, todas las figuras, con excepción de la esfera, fueron dibujadas explicitando la tridimensionalidad. Lo cual es razonable en virtud de que la esfera, a diferencia de las otras figuras, no posee elementos característicos como vértices, caras y aristas que le permita a los niños representar la tridimensionalidad, quedando para la esfera alternativas diferentes como el sombreado o el círculo.

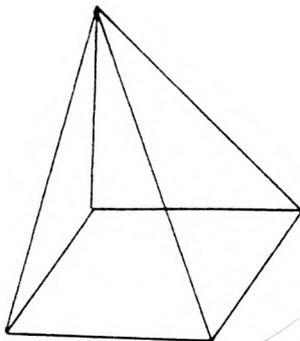
Los grados que más emplean esta forma de dibujo son primero y quinto, con igual porcentaje, y les sigue el tercero.

El 72% de los dibujos presenta partes pertinentes y se explicita su tridimensionalidad. Ejemplos, Julián

Esteban Vásquez, de primero, dibuja el cubo así:



Luis C. Durango, de tercero, dibuja la pirámide así:



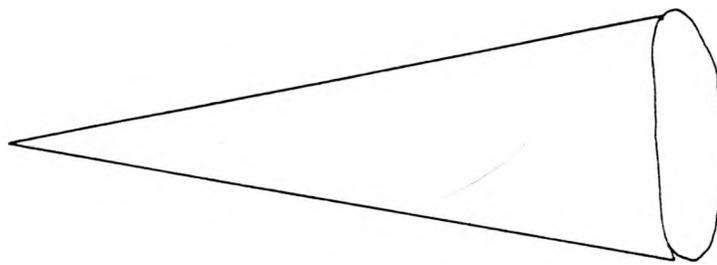
Julián E. Román, de tercero, dibuja la esfera así:



Paola A. Tuberquia, de tercero, dibuja el cilindro así:



Astrid Natalia Pérez, de Quinto, dibuja el cono así:

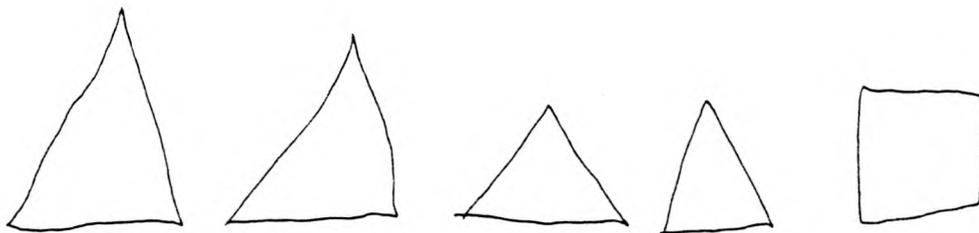


Es el grado tercero el que realiza en un mayor porcentaje esta forma de dibujo, luego primero y por último quinto.

En este momento, la figura con la que se logra mayor expresión gráfica es el cilindro y le siguen en su orden cubo, cono, pirámide y por último la esfera.

En el segundo momento /1.4.F.2), el 68% de los dibujos presenta con precisión cada una de las partes de las figuras. Ejemplo. Mario J. draque, de primero, dibuja

las partes constitutivas de la pirámide así:



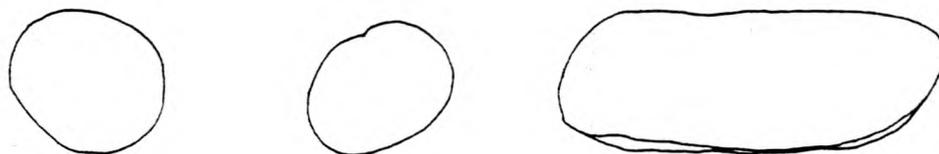
Es el arado tercero el que realiza con mayor precisión cada una de las partes constitutivas de las figuras (93%) luego el grado primero (60%) y por último el grado quinto (50X).

El 5X de los dibujos presenta cada una de las partes de

las figuras sin precisión en la forma. Ejemplo,

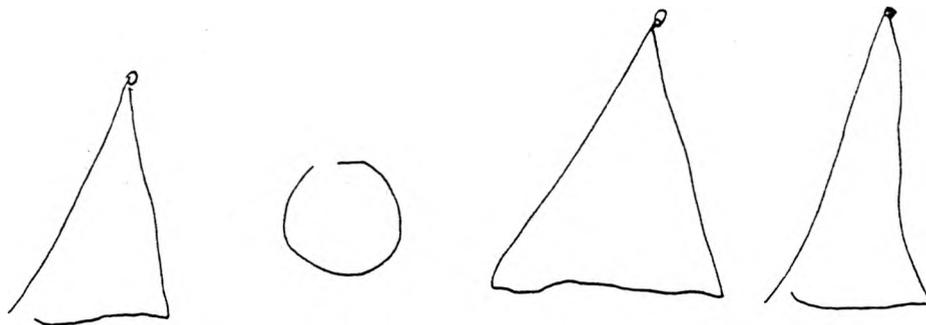
Alejandra M. Zapata de Quinto grado, dibuja las partes,

constitutivas del cilindro así:



Es el grado primero el que más realiza sin precisión el dibujo de cada una de las partes constitutivas de las figuras. seguido de quinto. El grado tercero no lo presenta.

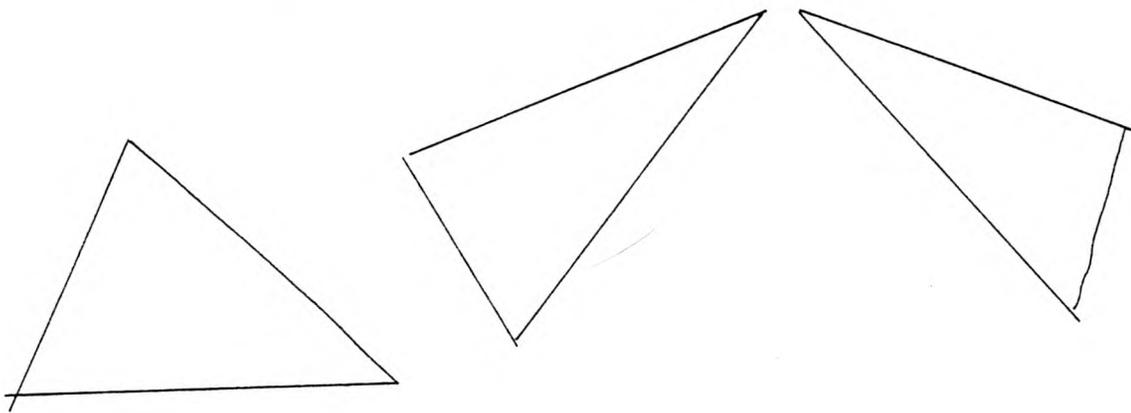
El 23º de los dibujos presenta con precisión algunas de las partes de las figuras. Ejemplo. Cindy Galvis, de primero, dibuja para el cono así:



El grado quinto es el que realiza con mayor porcentaje dichos dibujos, luego primero y por último tercero.

El 3X de los dibujos presenta algunas de las partes de las figuras sin precisión en la forma. Ejemplo. Alejandra !'l. Zapata, de quinto grado, dibuja para la

pirámide así:



Los arados primero y quinto son los únicos que emplean, en igual porcentaje, esta forma de dibujo.

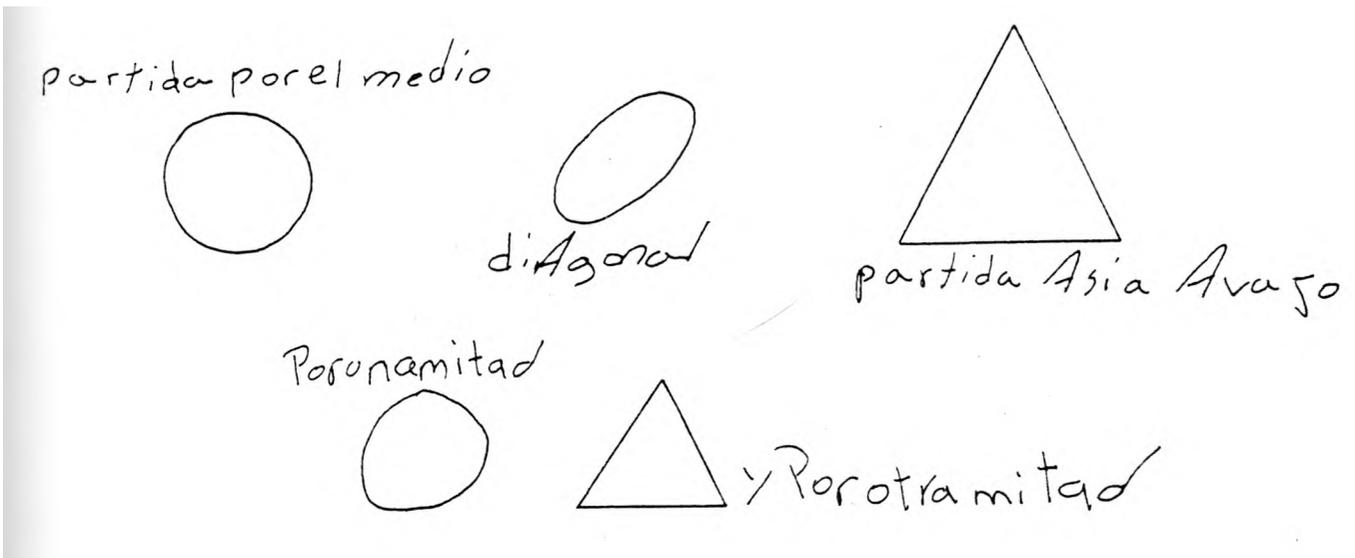
Las figuras con mayor precisión en el dibujo de cada una de sus partes constitutivas son el cubo y la pirámide, le siguen en su orden el cilindro y luego el cono.

En el tercer momento —dibujo de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales—, indagadas en las figuras cilindro y cono (fi.4.r.3) y esfera (1.4.5.2).

el 47% de los dibujos presenta con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras.

longitudinalmente. Ejemplo. Luis C. Durango y Edwin w.

Rojas, del grado tercero, dibujan para el cono así:



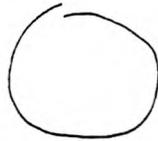
Es el grado tercero el que realiza en mayor porcentaje este dibujo, luego primero y por último quinto.

El 2X correspondiente solo al grado primero dibuja sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente.

El 25X de los dibujos presenta con precisión las formas

Dianas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente. Ejemplo, Madelyn González, del grado

primero, dibuja para el cilindro así:

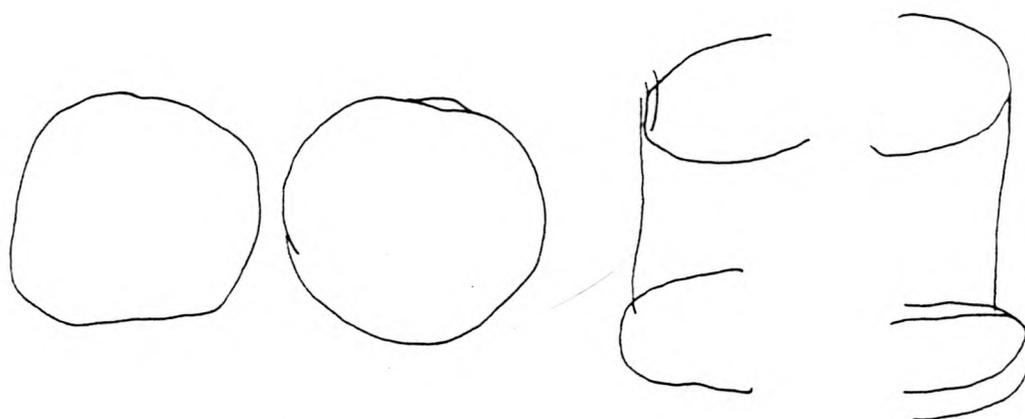


El grado tercero emplea en mayor porcentaje esta forma de dibujo, luego primero y por último quinto.

No se encuentran casos correspondientes a dibujar sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente (0%).

El 33X de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar longitudinalmente. Ejemplo. Jhon J.

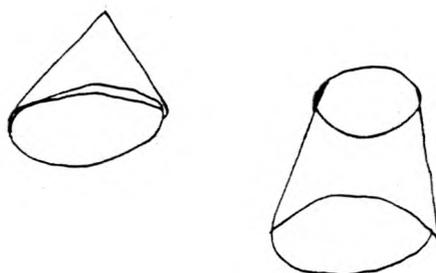
Delicheck. de tercero, dibuja para el cilindro así:



El grado que más emplea esta forma, es Quinto, seguido del grado primero y por último tercero.

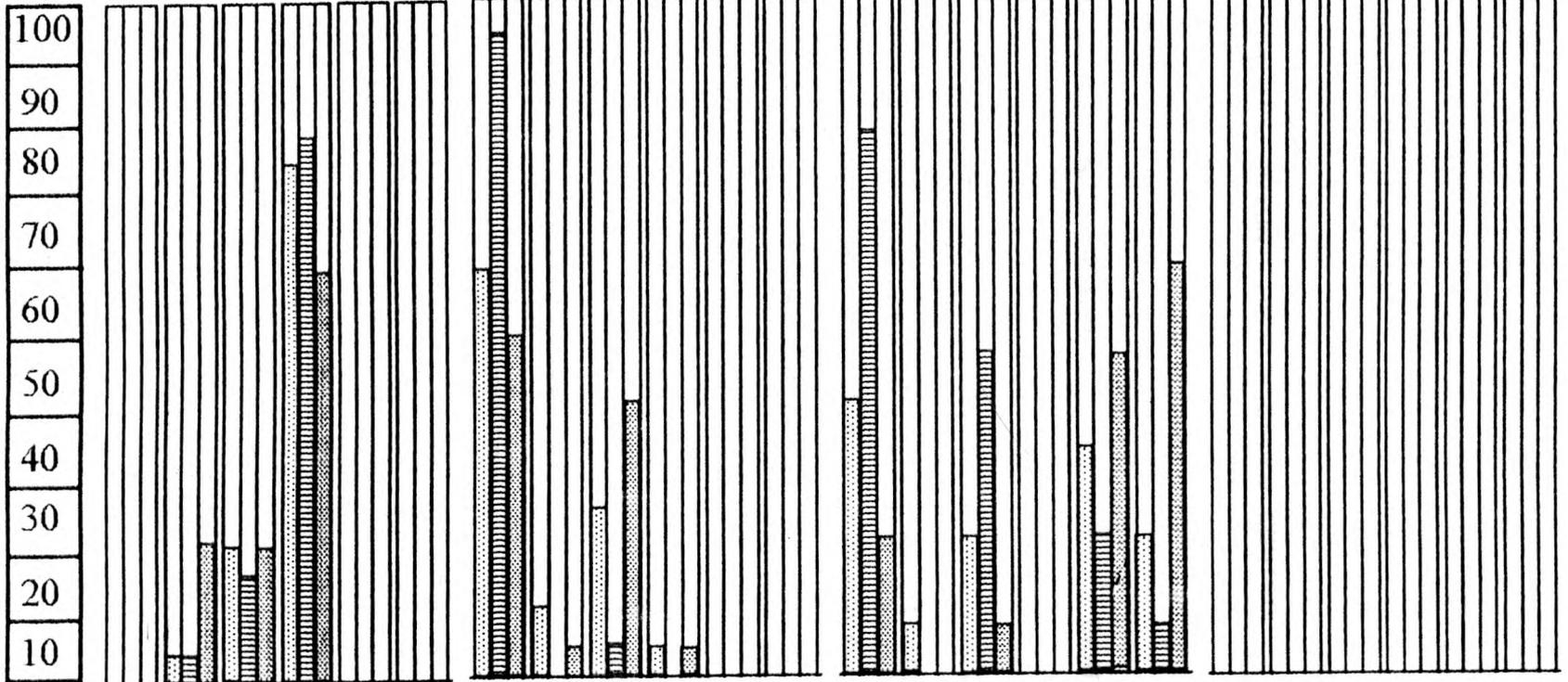
El 29X de los dibujos presenta las figuras obtenidas al seccionar transversalmente. Ejemplo. Osmar Ferney

Villa, del grado quinto, dibuja para el cono así:



El carado Que más emplea esta forma es Quinto, luego el primero y por último tercero.

%	N. Reconocimiento	G. Experimental	E. Final	Expresión Gráfica	Gráfico N° 16
---	-------------------	-----------------	----------	-------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f						
P	1 . 4 . F . 1 .						1 . 4 . F . 2 .						1 . 4 . F . 3 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.8.2.1 CLASIFICACION LIBRE - GRUPO CONTROL

##### ANALISIS DE LA INFORMACION

##### GRAFICO N° 25

En el primer momento (2.1.G.1). el 1VX de las respuestas de los niños corresponde al establecimiento de semejanzas con objetos familiares que poseen la forma de las figuras del grupo en el orden primero y quinto. Tercero no emplea esta categoría.

El 4X de las respuestas de los niños, corresponde al establecimiento de semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras y necesarias en la formación del grupo, en el orden tercero, quinto y primero.

El 15X de las respuestas de los niños, corresponde al establecimiento de semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras y necesarias en la formación del grupo. en el orden quinto. primero tercero.

En ningún arado se establece semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras suficientes en la formación del grupo.

En el 10% de las respuestas se enuncia características de las figuras como objetos individuales sin establecer relaciones entre sus partes y/o propiedades, siendo el grado primero el que más emplea esta categoría seguido por los arados tercero y luego quinto.

El IX correspondiente sólo- al grado primero no da respuesta.

En el segundo momento (2.1.S.2) el 23% de los niños sustituye el establecimiento de diferencias entre las figuras del grupo por el establecimiento de diferencias entre objetos familiares con los cuales se han comparado respectivamente las figuras, siendo el grado quinto el que más sustituye y luego primero. El grado tercero no sustituye.

El 57% establece diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo atributos irrelevantes a ellas.  
siendo el grado tercer el de más alto

porcentaje seguido de los grados primero, luego quinto.

El 17\*. establece diferencias entre cada una de las

finuras del grupo, refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas en el orden tercero, primero y quinto.

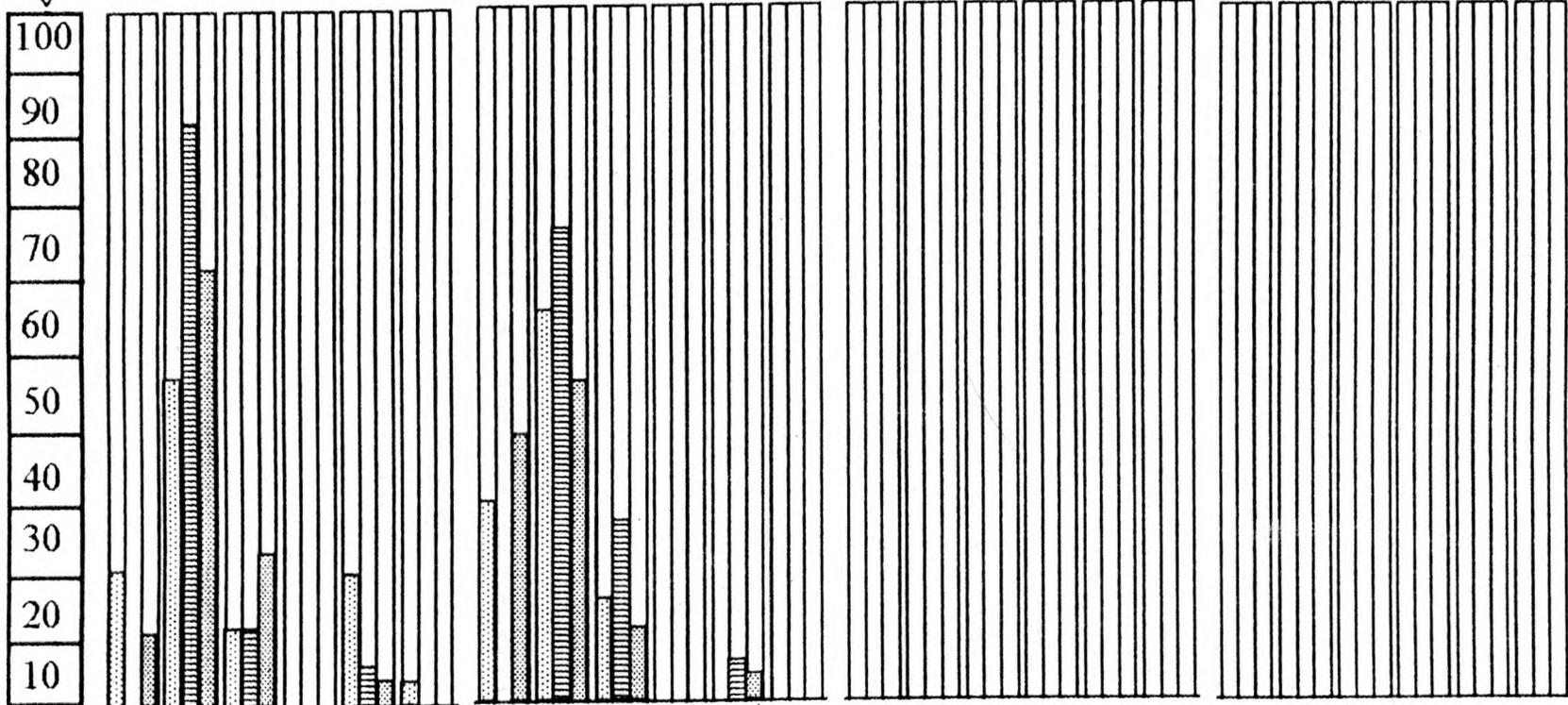
En ningún grado se establece diferencias entre cada una

de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas.

El 3% correspondiente solo a los grados tercero y

quinto no da respuesta.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Clasificación Libre	Gráfico N° 25
---	-------------	------------	----------	---------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 1 . G . 1 .						2 . 1 . G . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

1°, 3 ° , 5°.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 26

En el primer momento (2.1.G.Í) el 2% de las respuestas de los niños correspondiente al arado tercero, establece semejanzas con objetos familiares. Los grados quinto y primero no emplean esta categoría de clasificación.

En el 21% se establece semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras, en el orden primero, tercero y por último quinto.

En el 45% se establece semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden quinto, tercero y primera.

En el 22% de las respuestas se refiere con precisión propiedades comunes y suficientes. siendo el grado tercero el de mayor porcentaje en emplear esta categoría, seguido de quinto y por Ultimo primero.

En el 6% de las respuestas se enuncia carácterística = de las figuras como objetos individuales. siendo el grado primero el que más emplea esta categoría, seguido de quinto. El grado tercero no emplea esta categoría.

En el 6% de las clasificaciones realizadas correspondientes solo al grado primero, no se justifica las respuestas.

Con respecto al segundo momento (2.Í.S.2) ningún grado sustituye el establecimiento de diferencias, refiriéndose a objetos familiares.

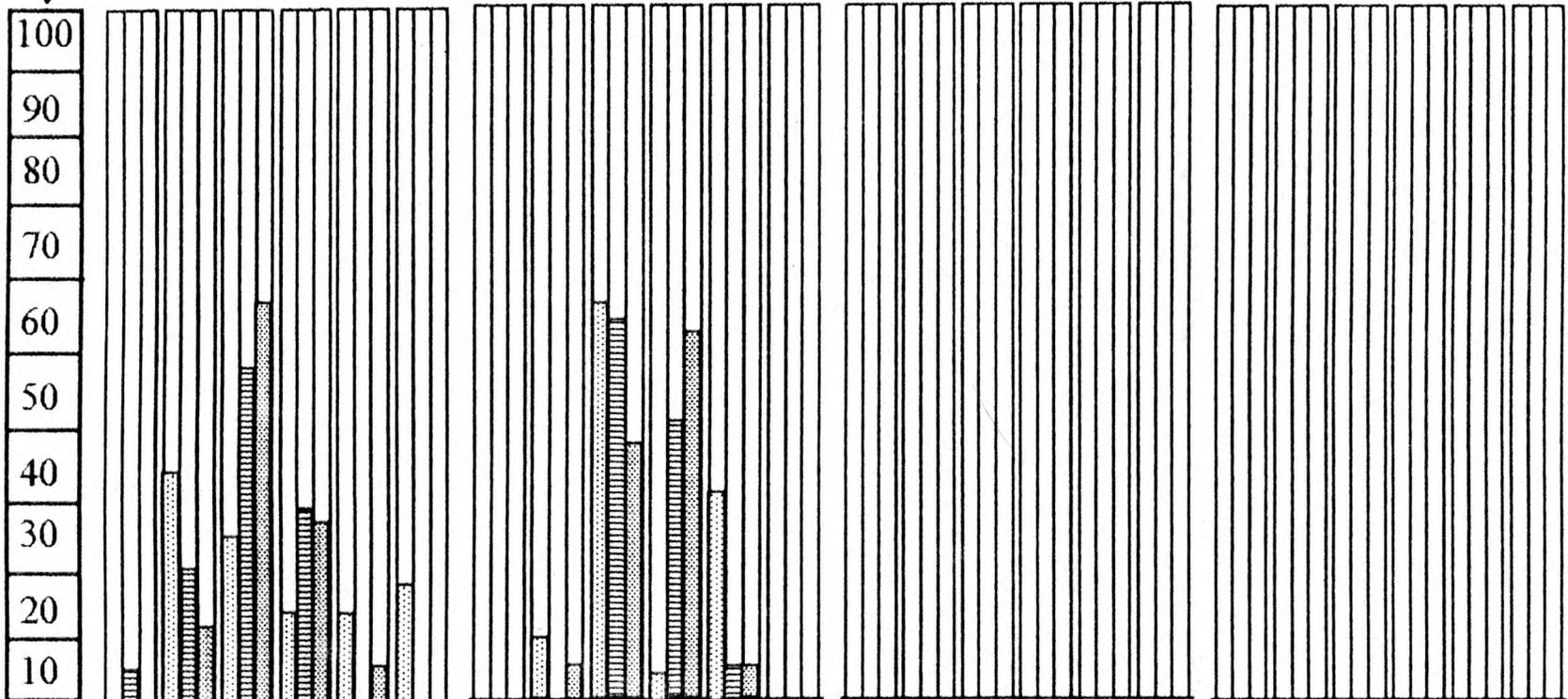
En el 5% de las respuestas de los niños se emplea atributos irrelevantes. en el orden primero y luego quinto. El grado tercero no emplea esta categoría.

En el 50% de las respuestas de los niños se refiere sin precisión partes y/o propiedades en el orden primero, tercero y por último quinto.

En el 20% de las respuestas se refiere con precisión partes y/o propiedades, en el orden quinto, tercero y por último primero.

El 13X se refiere a las clasificaciones sin justificación, siendo primero el grado que en mayor porcentaje emplea esta categoría, seguido de tercero y quinto, con igual porcentaje.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Clasificación Libre	Gráfico N° 26
---	-------------	------------	----------	---------------------	---------------



C	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f	a b c d e f
P	2.1.G.1.	2.1.G.2.		

CONVENCIONES

Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
----------	----------	----------

1°, 3°, 5\*.

ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 27

En el primer momento (2.2.G.1) el 3% de las respuestas de los niños correspondiente solo al arado quinto, establece semejanzas con objetos familiares.

En el 47% de las respuestas de los niños se refiere sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras, en el orden primero, quinto y tercero.

En el 27% de las respuestas se refiere con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden tercero y primero. Quinto no emplea esta categoría.

En el 20X de las respuestas se refiere con precisión propiedades comunes y suficientes, en el orden quinto y tercero. Primero no emplea esta categoría.

Ningún grado enuncia características de las figuras como objetos individuales.

El 3% correspondiente solo al grado primero <<o justifica la clasificación.

Con respecto al segundo momento (2.2.G.2) en el 18% de las respuestas de los niños, en igual porcentaje para los tres grados. se sustituye el establecimiento de diferencias refiriéndose a objetos familiares.

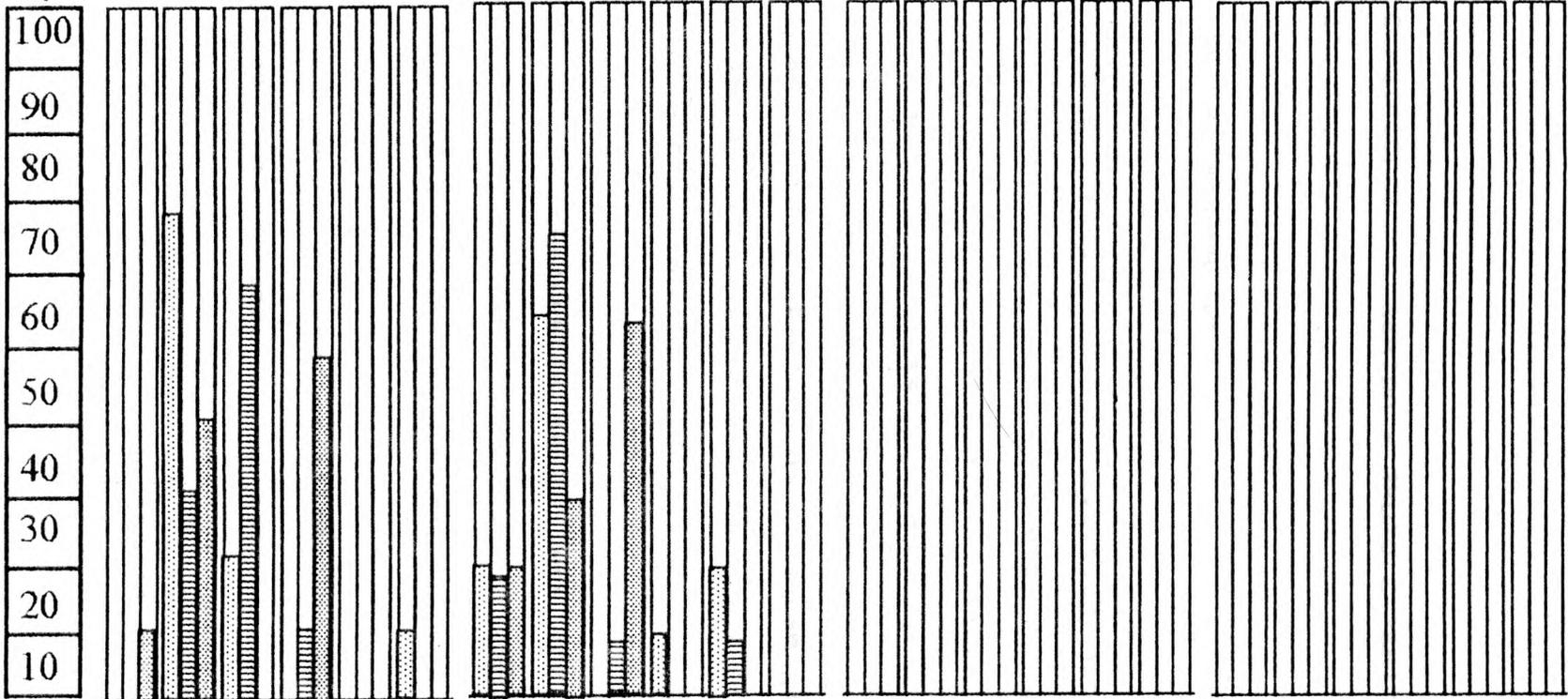
En el de las respuestas se emplea atributos irrelevantes, en el orden tercero, primero y quinto.

En el 21% de las respuestas se refiere sin precisión partes y/o propiedades, en el orden quinto y tercero. Primero no emplea esta categoría.

El 3% correspondiente solo al grado primero refiere con precisión partes y/o propiedades.

El 9% correspondiente a los grados primero y tercero no justifica la clasificación, siendo primero el de más alto porcentaje.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Clasificación Sugerida	Gráfico N° 27
---	-------------	------------	----------	------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 2 . G . 1 .						2 . 2 . G . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.8.2.4 CLASIFICACION SUGERIDA - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3°, 5°.

#### ANALISIS DE LA INFORMACION

GRAFICO N° 28

Con respecto al primer momento (2.2.G.1) ningún grupo establece semejanzas con objetos familiares. Igualmente, ningún grupo refiere sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras.

En el 20% de las respuestas de los niños se refiere con precisión partes y/o propiedades comunes y necesarias, en el orden tercero, quinto y por último primera.

En el 67% de las respuestas se refiere con precisión propiedades comunes y suficientes, en el orden quinto, tercero y por último primero.

Ningún grado enuncia características de las figuras como objetos individuales.

En el 13% de las respuestas correspondiente al grado Trímico. no se justifica la clasificación.

En el segundo momento (2.2.G.2) ningún prado sustituye el establecimiento de diferencias refiriéndose a objetos familiares.

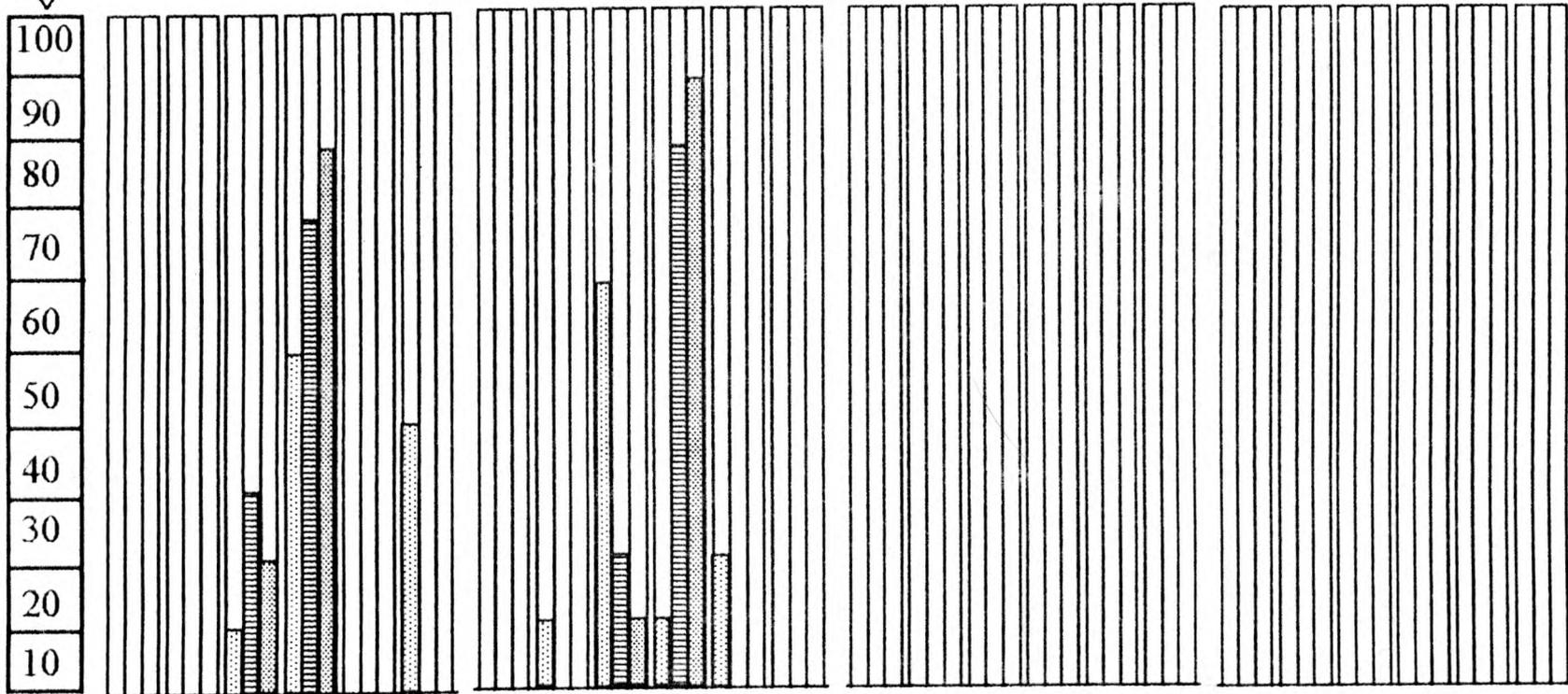
El 3% de las respuestas correspondiente solo al prado primero, emplea atributos irrelevantes.

En el 30% de las respuestas se refiere sin precisión partes y/o propiedades en el orden primero, tercero y por último el grado quinto.

En el 60% de las respuestas se refiere con precisión partes y/o propiedades en el orden quinto, tercero y por último primero.

El 7% de las clasificaciones correspondiente solo al prado primero, no son justificadas.

%	N. Análisis	G. Experimental	E. Final	Clasificación Sugerida	Gráfico N° 28
---	-------------	-----------------	----------	------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 2 . G . 1 .						2 . 2 . G . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

En el primer momento (5.3.F.1) el 76% ubica correctamente, en el primer cuadrante, cada una de las figuras F1. F2. F3, F4 y F5, según las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ejercer el movimiento MO, en el orden tercero, Quinto y primero.

El 83% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante en el orden tercero, quinto y primero.

El 74% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante, en el orden tercero. Quinto y primero,

En el segundo momento (2.5.F.2) el 93% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de Mí. en el orden Quinto, tercero - primero.

El 92% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en igual porcentaje en todos los grados.

El 89% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante, siendo el grado quinto el de más alto porcentaje seguido por los grados primero y tercero, que presentaron igual porcentaje.

En el tercer momento (2.3.F.3) el 68% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de H2, en el orden quinto, tercero y primero.

El 64% corresponde a la ubicación correcta en el segunda cuadrante en el orden quinto, tercero y primero.

El 79% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante en el orden quinto, tercero y primera.

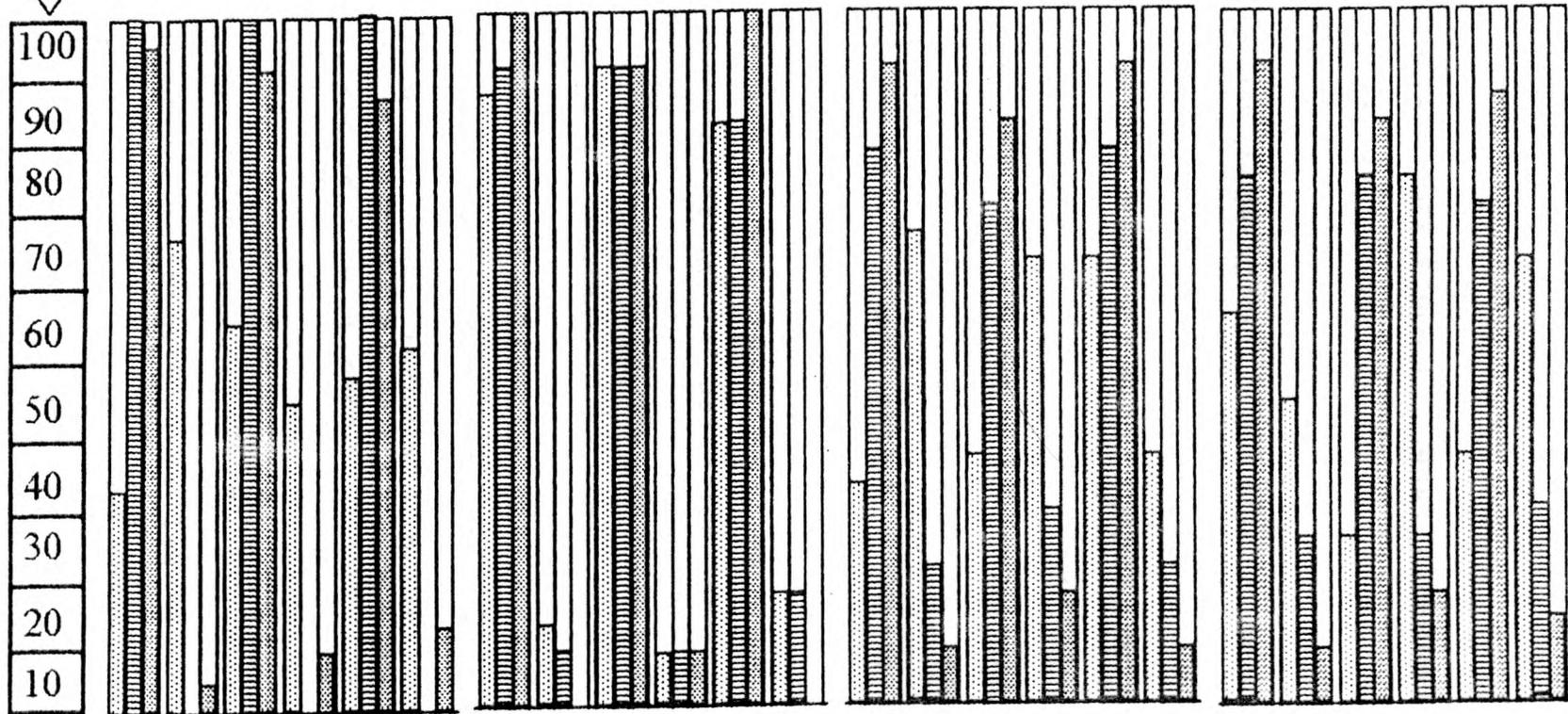
En el cuarto momento (2.3.F.4) el 75% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de

M3, siendo el grado quinto el de mayor porcentaje.  
Luego tercero y finalmente primero.

El 61% corresponde a la ubicación correcta en el  
segundo cuadrante en el orden quinto. tercero y  
primero.

El 65% corresponde a la ubicación correcta en el tercer  
cuadrante en el orden quinto. tercero y primero.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Simetría Intrafigural	Gráfico N° 29
---	-------------	------------	----------	--------------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f
P	2	3	F	1		

a	b	c	d	e	f
2	3	F	2		

a	b	c	d	e	f
2	3	F	3		

a	b	c	d	e	f
2	3	F	4		

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

**6.8.2.6 SIMETRIA INTRAFIGURAL - GRUPO EXPERIMENTAL**

1°, 3°, 5°.

**ANALISIS DE LA INFORMACION****GRAFICO N° 30**

En el primer momento (2.3.F.1) el 87\*1 corresponde a ubicar correctamente, en el primer cuadrante cada una de las figuras F1, F2, F3, F4, y F5, según las imágenes en los espejos, obtenidas luego de ejercer el movimiento M0, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 81X corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primera.

El 85X corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

En el segundo momento (2.3.F.2) el 93X corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras, en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas Luego de NI, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 86% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante. en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

El        corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante. en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero.

En el tercer momento (2.3.F.3) el 76% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras, en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de t"12, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 77% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

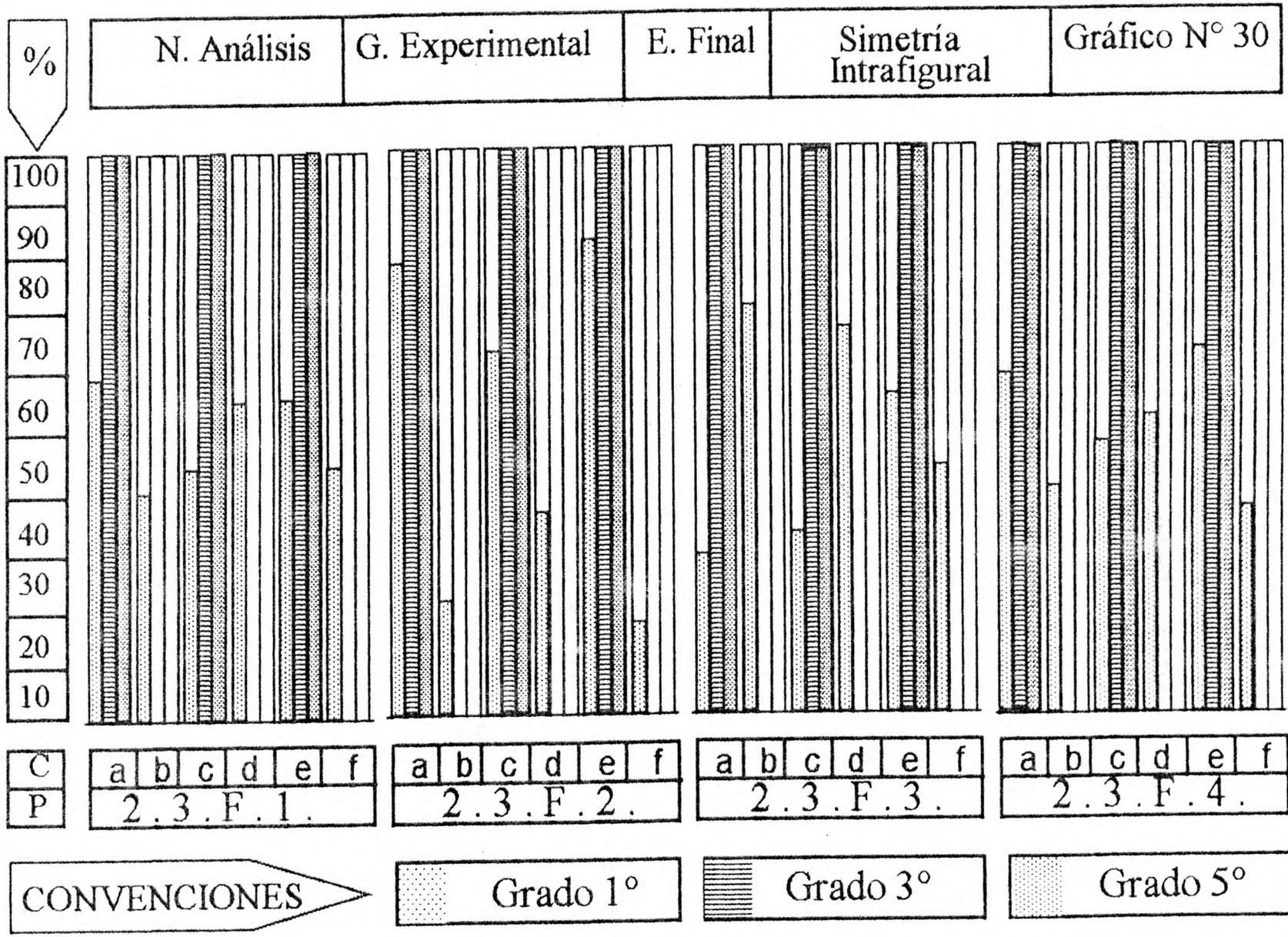
El 85% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante, en el orden tercer y quinto. con igual porcentaje, seguidos de primero.

En el cuarto momento (2.3.F.4) el 87% corresponde a ubicar correctamente cada una de las figuras, en el primer cuadrante, según las imágenes obtenidas luego de

M3. en el orden tercero quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 83% corresponde a la ubicación correcta en el segundo cuadrante, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 88% corresponde a la ubicación correcta en el tercer cuadrante. en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.



#### 6.8.2.7 SIMETRIA INTERFIGURAL - GRUPO CONTROL 1°, 3° Y 5°

##### ANALISIS DE LA INFORMACION

##### GRAFICO N° 31

En el primer momento . (2.4.Fs.1) el 76% de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos luego de ser ubicadas por el experimentados en la posición P1, siendo los grados tercero y quinto, con igual, resultado los de mayor porcentaje, seguidos por el arado primero. El 29% de las ubicaciones se hace

incorrectamente en el orden primero, tercero y quinto.

El 69% de las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente en el orden quinto. tercero y primero. El 25% de las ubicaciones se hace incorrectamente, siendo el grado primero el de más alto porcentaje seguido por los grados tercero y quinto, que

presentan igual porcentaje.

El 69% de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos por el grado primero. El 24%

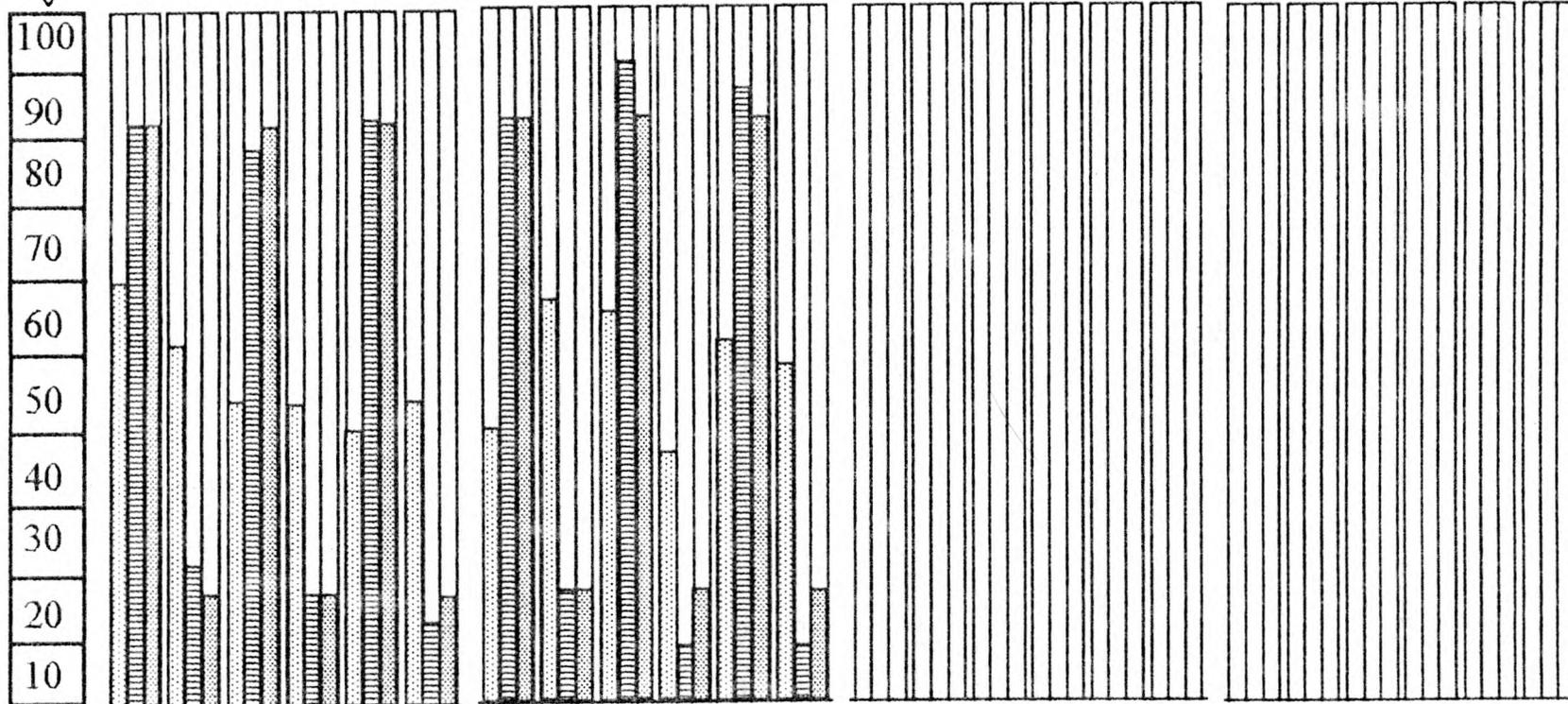
De las ubicaciones se hace incorrectamente en el orden orden primero, quinto y tercero.

En el segundo momento (2.4.F.2) el 69% as las ubicaciones de las figuras en el prime^ cuadrante se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos luego de ser ubicadas por el experimentador en la posición P2 en el orden tercero y quinto. con igual porcentaje, seguidos por el grado primero. El 30% de las ubicaciones se hace incorrectamente siendo el grado primero el de más alto porcentaje seguido por los grados tercero y quinto, con igual porcentaje.

El 77% de las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente en el orden tercero. quinto y primero. El 20% de las ubicaciones se hace incorrectamente en el orden primero, quinto y tercero.

El 75X de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente en el orden tercero. quinto y primero. El 24% de las ubicaciones se ha incorrectamente, en el orden primero, quinto y bercero.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Simetría Interfigural	Gráfico N° 31
---	-------------	------------	----------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 4 . Fs . 1 .						2 . 4 . Fs . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

#### 6.8.2.8 SIMETRÍA INTERFIGURAL - GRUPO EXPERIMENTAL

1°, 3°, 5°.

##### ANALISIS DE LA INFORMACION

##### GRAFICO N° 32

En el primer momento (2.4.F.1) el 95% de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante, se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ser ubicadas por el experimentador en la posición P1, en el orden tercero y quinto. con igual porcentaje, seguidos de primero. El 11X de las ubicaciones se hace incorrectamente, correspondiente

solo al grado primero.

El 75% de las ubicaciones en el segundo cuadrante se hace correctamente, en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero. El 11X de las ubicaciones se hace incorrectamente, correspondiente

solo al grado primero.

El 34% de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente, en al orden tercero y Quinto con igual porcentaje, seguidos de primero. El 16% de las ubicaciones se hace incorrectamente. correspondiente

solo al grado primero.

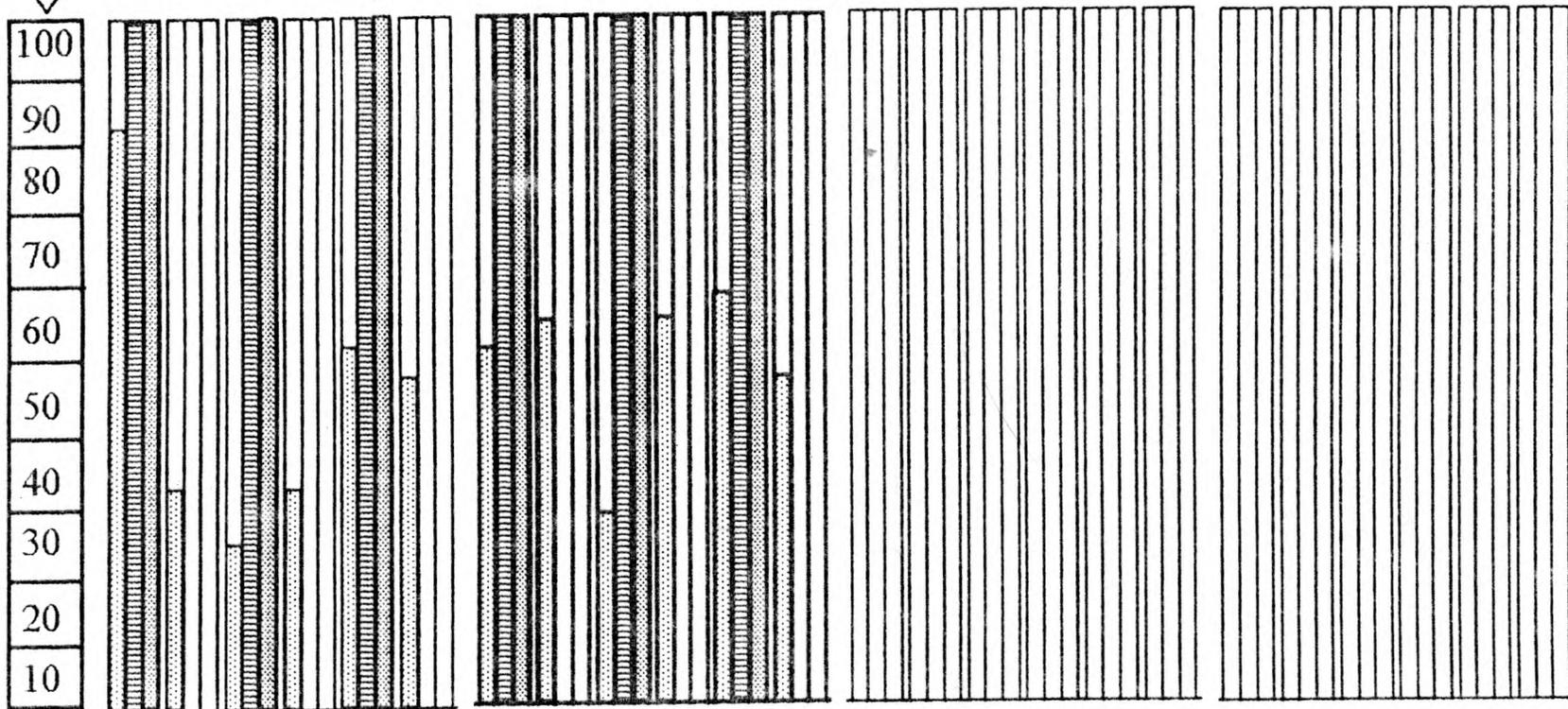
En el segundo momento (2.Fs.21) el 84%. de las ubicaciones de las figuras en el primer cuadrante, se hace correctamente, según las imágenes obtenidas en los espejos, luego de ser ubicadas por el experimentados en la posición F"2. en el orden tercero y quinto, con igual porcentaje, seguidos de primero.

El 19% de las ubicaciones se hace incorrectamente, correspondiente solo al grado primero.

El 70% de las ubicaciones en el segundo cuadrante, se hace correctamente, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero. El 16% de las ubicaciones se hace incorrectamente, correspondiente solo al grado primero.

El 67% de las ubicaciones en el tercer cuadrante se hace correctamente, en el orden tercero y quinto con igual porcentaje, seguidos de primero. El 16% de las ubicaciones se hace incorrectamente . correspondiente solo al grado primero.

%	N. Análisis	G. Control	E. Final	Simetría Interfigural	Gráfico N° 32
---	-------------	------------	----------	-----------------------	---------------



C	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f	a	b	c	d	e	f
P	2 . 4 . Fs . 1 .						2 . 4 . Fs . 2 .											

CONVENCIONES	Grado 1°	Grado 3°	Grado 5°
--------------	----------	----------	----------

A partir de los resultados de la prueba de estado inicial (6.6) y los resultados de la prueba de estado final (6.8), se presenta a través del siguiente cuadro, diferentes posibilidades de comparación:

GRUPO \ ESTADO	EXPERIMENTAL	CONTROL
INICIAL	R1 (01)	R3 (03)
FINAL	R2 (02)	R4 (04)

R1 : Resultados del grupo experimental en la prueba de estado inicial.

R2 : Resultados del grupo experimental en la prueba de estado final.

R3 : Resultados del grupo control en la prueba de estado inicial.

R4 : Resultados del grupo control en la prueba de estado final.

Entre los posibles pares ordenados de resultados para la realización del análisis comparativo se tienen: (R1, R2), (R3, R4), (R1, R3) y (R2, R4).

atendiendo el diseño técnico de esta investigación.

01	X	02
03		04

al análisis comparativo se realiza entre las componentes del par ordenado (R1, R2) estableciendo paralelamente el respectivo control a partir de los resultados presentados por el par ordenado (R3, R4),

Esta presentación, tanto para el Nivel de Reconocimiento como para el Nivel de Análisis, se organiza a través de cuadros encabezados así:

PREGUNTA (*)		DESARROLLO CONCEPTUAL (NIVEL Y TIPO) (**)
$\frac{\sum_{i=1}^n  O_z - O_i }{n}$	$\frac{\sum_{i=1}^n  O_4 - O_i }{n}$	(G N° X, G N° Y) ---- G N° Z, G N° W)

G N° X : Gráfico número X; X = 2, 4, 6, 8, 18, 20, 22 y

G N° Y : Gráfico número Y: Y = 10, 12, 14, 16, 26, 28,  
30 y 32

G N° Z : Gráfico número Z: Z = 1, 3, 5, 7, 17, 19, 21 y  
23

G N° W : Gráfico número W: W = 9, 11, 13, 15, 25, 27,  
29 y 31

Los gráficos X, Y, Z y W contienen el registro estadístico en porcentaje de los resultados R1, R2, R3 y R4, respectivamente.

Con base en las componentes G N° X, G N° Y, G N° Z y G N° W se retoman pares de gráficos de la forma (G N° X, G N° Y) y (G N° Z, G N° W) con el propósito de obtener los valores  $\frac{\sum_{C(P)} |O_2 - O_1|}{n}$  y  $\frac{\sum_{C(P)} |O_4 - O_3|}{n}$  que vinculados con los análisis presentados en 6.6. y en 6.8 constituyen el análisis comparativo haciendo uso de ocho (8) cuadros a saber

CUADRO N°	1	2	3	4	5	6	7	8
GRAFICO N°								
X	2	4	6	8	18	20	22	24
Y	10	12	14	16	26	28	30	32
Z	1	3	5	7	17	19	21	23
W	9	11	13	15	25	27	29	31

Las expresiones  $\frac{\sum_{C(P)} |O_2 - O_1|}{n}$  y  $\frac{\sum_{C(P)} |O_4 - O_3|}{n}$  representan, para el grupo experimental y el grupo control, respectivamente, el promedio sobre C(P) (categorías con respecto a cada pregunta) de las diferencias porcentuales absolutas entre los resultados porcentuales obtenidos en los estados inicial y final.

Estas expresiones son un elemento importante en la construcción de pruebas estadísticas no paramétricas tales como: Prueba de Milcoxon de rangos con signo para un experimento aparejado, prueba U de Mann - whitney para muestras aleatorias independientes, prueba del signo para un experimento aparejado en la comparación de dos poblaciones, etc. Todas ellas requieren el cálculo de diferencias entre los respectivos resultados de dos conjuntos de datos, producto de experiencias en las que se procede estableciendo determinada medida sobre los componentes de un par ordenado que, como en la presente investigación, se refiere a observaciones sobre los pares estado inicial-estado final y grupo experimental-grupo control.

Ahora bien teniendo presente:

- Que la mayoría de los análisis no paramétricos no requieren de presupuestos acerca de la forma de la distribución poblacional frente al problema que se investiga.

?: Que las variables, en pruebas no paramétricas, no necesariamente deben estar medidas en intervalos o de razón pues se pueden analizar datos nominales u ordinales.

% Que en general, las variables en este tipo de pruebas son categóricas. es decir, de naturaleza nominal.

% y que con esta investigación se pretende fundamentalmente comparar el estado inicial de esquemas de conceptualización geométrica con el estado final luego de la implementación de estrategias de intervención pedagógica. para la determinación de una posible movilización hacia otros esquemas más avanzados.

Se hace uso de los valores obtenidos mediante las expresiones  $\frac{\sum C(P) |O_2 - O_1|}{n}$  y  $\frac{\sum C(P) |O_4 - O_3|}{n}$  para medir promedios de diferencias porcentuales absolutas como apoyo al análisis comparativo para la determinación como se mencionó anteriormente, de una posible movilización de esquemas.

Las expresiones  $\frac{\sum C(P) |O_2 - O_1|}{n}$  y  $\frac{\sum C(P) |O_4 - O_3|}{n}$  no constituyen un estadístico de prueba formalmente establecido y por lo tanto se salen de cualquier esquema convencional de tratamiento estadístico.

h.s así como el análisis comparativo que a continuación se presenta, tanto para el nivel de reconocimiento como para el nivel de análisis, se realiza a través de explicaciones cualitativas y cuantitativas de los procesos de conceptualización, formuladas con base en los siguientes factores:

1. Las expresiones  $\frac{\sum C(P) |O_2 - O_1|}{n}$  y  $\frac{\sum C(P) |O_4 - O_3|}{n}$

(En los cuadros N°7 y N°8 se emplea en lugar de  $|O_2 - O_1|$  y  $|O_4 - O_3|$  las expresiones  $(O_2 - O_1)$  y  $(O_4 - O_3)$ , es decir diferencias no absolutas sobre las categorías de ubicación correcta "c" y ubicación incorrecta "i", separadamente).

## 2. Intervalos de porcentaje y nivel

INTERVALO PORCENTUAL	NIVEL
[0%, 20%)	BAJO
[20%, 40%)	MEDIO - BAJO
[40%, 60%)	MEDIO
[60%, 80%)	MEDIO - ALTO
[80%, 100%]	ALTO

Referencias cuantitativas de movilización.

- Movilización como cambio porcentual ascendente (aumento en el empleo de las categorías señaladas con el símbolo A o descendente (disminución en el empleo de las categorías señaladas con el símbolo D. El símbolo "A ó D" representa la posibilidad de aumento o disminución en el empleo de las categorías señaladas en relación con el aumento o disminución en el empleo de las otras.

	a	b	c	d	e	f
1.1.1.1.	A	D				
1.1.2.1.	A	D				
1.1.3.1.	A	D				
1.1.4.1.	A	D				
1.1.5.1.	A	D				
1.1.1.2.	A	D				
1.1.2.2.	A	D				
1.1.3.2.	A	D				
1.1.4.2.	A	D				
1.1.5.2.	A	D				
1.1.1.3.	A	D				
1.1.5.3.	A	D				
1.2.1.1.	A	D				
1.2.5.1.	A	D				
1.2.2.1.	A	D				
1.2.3.1.	A	D				
1.2.4.1.	A	D				
1.2.1.2.	A	D				
1.2.2.2.	A	D				
1.2.3.2.	A	D				
1.2.4.2.	A	D				
1.2.5.2.	A	D				
1.2.1.3.	A	D				
1.2.5.3.	A	D				
1.3.1.1.	A	D				
1.3.2.1.	A	D				
1.3.3.1.	A	D				
1.3.4.1.	A	D				
1.3.5.1.	A	D				
1.1.2.3.	A	D	A	D	D	
1.1.3.3.	A	D	A	D	D	
1.1.4.3.	A	D	A	D	D	
1.2.2.3.	A	D	A	D	D	
1.2.3.3.	A	D	A	D	D	
1.2.4.3.	A	D	A	D	D	
1.1.3.4.	A	A	D			
1.1.4.4.	A	A	D			
1.2.3.4.	A	A	D			
1.2.4.4.	A	A	D			
1.3.1.2.	D	D	A	D	D	A
1.3.2.2.	D	D	A	D	D	A
1.3.3.2.	D	D	A	D	D	A

DASA.....

viene	a	b	c	d	e	f
1.3.4.2.	D	D	A ó D	D	A	
1.3.5.2.	D	D	A ó D	D	A	
1.4.1.1.	D	A ó D	A	A		
1.4.2.1.	D	A ó D	A	A		
1.4.3.1.	D	A ó D	A	A		
1.4.4.1.	D	A ó D	A	A		
1.4.5.1.	D	A ó D	A	A		
1.4.1.2.	A	A ó D	A ó D	D		
1.4.2.2.	A	A ó D	A ó D	D		
1.4.3.2.	A	A ó D	A ó D	D		
1.4.4.2.	A	A ó D	A ó D	D		
1.4.3.3.	A	D	A	D	D	D
1.4.4.3.	A	D	A	D	D	D
1.4.5.2.	A	D	A	D	D	D
2.1.N.1.	D	D	A	A	D	D
2.2.1.1.	D	D	A	A	D	D
2.2.2.1.	D	D	A	A	D	D
2.1.N.2.	D	D	A ó D	D	D	
2.2.1.2.	D	D	A ó D	D	D	
2.2.2.2.	D	D	A ó D	D	D	
2.3.1.N.	A	D	A	D	A	D
2.3.2.N.	A	D	A	D	A	D
2.3.3.N.	A	D	A	D	A	D
2.3.4.N.	A	D	A	D	A	D
2.3.5.N.	A	D	A	D	A	D
2.4.Fs.1	A	D	A	D	A	D
2.4.Fs.2	A	D	A	D	A	D

- Movilización significativa como cambio porcentual ascendente o descendente de un intervalo porcentual a otro (cambio entre niveles).
  - Movilización insignificante como cambio porcentual ascendente o descendente en el mismo intervalo porcentual (cambio en el mismo nivel)
  - Orden de significancia
- Se refiere a la jerarquización de las categorías de acuerdo con la magnitud del cambio porcentual en el empleo de las mismas.

6.9.1 ANALISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS EN EL NIVEL DE RECONOCIMIENTO

PREGUNTA	RECONOCIMIENTO HAPTICO	1
(G N° 2, G N° 10) (G N° 1, G N° 9)		
1. 1. F. 1  1.3 1.3	La identificación de las figuras en un conjunto visible es alta. Este tipo de identificación no presenta dificultad alguna para los niños, lo cual muestra la invariancia de estos esquemas de actividad perceptiva en estos grados.	
1. 1. F. 2  10.0 2.7	La identificación de la forma de las figuras entre las presentadas en el cartel es alta. Este tipo de identificación no presenta dificultad alguna para los niños, lo cual muestra la invariancia de estos esquemas de actividad perceptiva en estos grados	
1. 1. F. 3  25.6 11.6	<p>La identificación en el cartel de elementos constitutivos de las figuras a través del reconocimiento de lo bidimensional en lo tridimensional (orden perceptivo) presenta una movilización de un nivel medio a un nivel medio-alto, en el análisis intrafigural de los esquemas básicos de operaciones infralógicas. Esta identificación se logra en el orden cubo, cilindro, pirámide y por último cono, figura sobre la cual el reconocimiento final es realizado en un bajo porcentaje.</p> <p>El grado quinto presenta una identificación alta seguido por los grados tercero y por último primero que presentan un porcentaje medio-alto. El grado quinto del grupo control presenta una movilización dada por la disminución del porcentaje de respuestas incompletas y el aumento del porcentaje de respuestas correctas.</p>	

pasa.....

viene...

1. 1. F. 4	
25.2	19.2 <p>La identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales presenta una movilización en cuanto al corte transversal, de un nivel medio-bajo a un nivel alto, con una disminución en el porcentaje de respuestas incorrectas de un nivel medio a un nivel medio-bajo; movilización dada por la generalización de esquemas en el análisis intrafigural a través del reconocimiento de propiedades suficientes en la determinación de cuerpos redondos.</p> <p>El cono es la figura en la cual se presenta el mayor porcentaje de reconocimiento a través de un corte longitudinal, al igual que el cilindro en el corte transversal. La esfera es la figura en la cual se presenta el menor porcentaje de reconocimiento a través de un corte longitudinal o transversal. El grado quinto es el que presenta mayor porcentaje en el reconocimiento a través de un corte transversal pasando de un nivel bajo a un nivel medio-alto</p> <p>El grupo control presenta un promedio de diferencias porcentuales absolutas igual a 19.2 que indica un aumento del porcentaje de respuestas incorrectas de un nivel medio alto a un nivel alto, con la consecuente disminución de los porcentajes de respuestas correctas a través de los cortes longitudinal y transversal.</p>

PREGUNTA		RECONOCIMIENTO VISUAL	2
$\frac{\sum  O_1 - O_2 }{n}$	$\frac{\sum  O_4 - O_3 }{n}$	(G N°4, G N° 12) — (G N° 3, G N° 11)	
1. 2. F. 1		La identificación de las figuras en un conjunto visible es alta. Este tipo de identificación no presenta dificultad alguna para los niños, lo cual muestra la invariancia de los esquemas de actividades perceptiva-visual (constancia de las formas y representación mental visual) en estos grados.	
1.3	2.7		
1. 2. F. 2		La identificación de la forma de las figuras entre las presentadas en el cartel, es alta. Este tipo de identificación no presenta dificultad alguna para los niños, lo cual muestra la invariancia de los esquemas de constancia de las formas y de representación mental visual en estos grupos.	
10.0	2.7		
1. 2. F. 3		La identificación en el cartel de elementos constitutivos de la figura a través del reconocimiento de lo bidimensional en lo tridimensional (orden perceptivo) presenta una movilización, de un nivel medio a un nivel medio-alto, en el análisis intrafigural de los esquemas básicos de operaciones infra-lógicas. Esta identificación se logra en el orden cubo, cilindro, pirámide y por último cono, figura sobre la cual el reconocimiento final es realizado en un bajo porcentaje.	
17.7	12.0	El grado tercero presenta una identificación media-alta seguido por los grados primero y por último quinto. El grado quinto no presenta respuestas incorrectas y el grado tercero presenta una disminución, de medio-alto a medio en el porcentaje de respuestas incompletas. El grado quinto del grupo control presenta una movilización dada por la disminución del porcentaje de respuestas incorrectas e incompletas y el aumento del porcentaje de respuestas correctas	

viene...

1. 2. F. 4	La identificación de formas bidimensionales que generan formas tridimensionales presenta una movilización en cuanto a los cortes longitudinales y transversales, con porcentajes más representativos en lo transversal pues va de un nivel medio-bajo a un nivel medio-alto, mientras que el longitudinal aumenta sin salirse del nivel medio con una disminución en el porcentaje de respuestas incorrectas, de un nivel medio a un nivel medio-bajo; movilización dada por la generalización de esquemas en el análisis intrafigural a través del reconocimiento de propiedades suficientes en la determinación de cuerpos redondos. El cono es la figura en la cual se presenta el mayor porcentaje de reconocimiento a través de un corte longitudinal, al igual que el cilindro en el corte transversal. La esfera es la figura en la cual se presenta el menor porcentaje de reconocimiento a través de un corte longitudinal o transversal. Los grados quinto y primero son los que presentan mayor porcentaje en el reconocimiento a través de un corte transversal pasando respectivamente, de los niveles bajo y medio-bajo a un nivel alto. El grupo control presenta un promedio de diferencias porcentuales absolutas igual a 17.9 que indica una disminución del porcentaje de respuestas incorrectas de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.
27.0	17.9

PREGUNTA		EXPRESION VERBAL	3
$\frac{\sum  O_2 - O_1 }{n}$	$\frac{\sum  O_4 - O_3 }{n}$	(G N° 6, G N° 14) — (G N° 5, G N° 13)	
1. 3. F. 1		<p>La identificación de las figuras por el nombre es alta. Se presenta una significativa movilización del grupo experimental en el cual se observa un valor considerable del promedio de diferencias porcentuales absolutas igual a 90.7, mientras que en el grupo control la movilización es baja, pues como se observa el promedio de diferencias porcentuales absolutas es de 4.0 valor insignificante frente a 90.7.</p> <p>Este nivel de identificación nominal de las figuras, en el proceso de conceptualización geométrica, es un apoyo para la realización de diferentes acciones sobre ellas, tanto intra como interfiguralmente, que permiten una superación de lo nominal-distintivo hacia lo nominal conceptual. En el estado inicial de los grupos experimental y control la nominación de las figuras se hace a través de la asignación de nombres de objetos familiares que poseen la forma de las figuras y en algunos casos haciendo uso de términos propios del espacio bidimensional a saber:</p>	
90.7	4.0		
<p style="text-align: center;"><b>FIGURA      TERMINO GEOMETRICO Y/O      %</b>  <b>FAMILIAR MAS ASIGNADO</b>            (Grupo control-Grupo experimental)</p>			
		Cubo	Cuadro-Cuadrado      medio-alto
		Pirámide	Triángulo      medio-alto
		Cilindro	Palo      medio
		Cono	Triángulo      medio-alto
		Esfera	Bola - Círculo      medio

pasa...

viene...

1. 3. F. 2	La identificación de la forma de las figuras. mediante la explicación verbal de las características de las mismas presenta movilización en las categorías a, b, c y e, en el siguiente orden de significancia:
26.5	9.6
<ol style="list-style-type: none"><li>1. La determinación explícita de partes y/o propiedades suficientes para determinar la figura (categoría e) que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio.</li><li>2. El nombrar uno o varios objetos familiares que poseen forma semejante a la forma de la figura (categoría a), que disminuye de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</li><li>3. El usar atributos irrelevantes en la descripción geométrica de la figura (categoría b), que disminuye de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</li><li>4. El usar sin precisión (de manera informal) partes y/o propiedades necesarias para determinar la figura (categoría c) que disminuye en el nivel medio de 52% a 44%.</li></ol> <p>El referenciar partes y/o propiedades que no pertenecen a la figura es una categoría no empleada en este tipo de reconocimiento, excepto en el grupo control donde se usa en un 4% de las respuestas del estado inicial y pasa un 3% en el estado final.</p> <p>El grado primero presenta una significativa movilización (cualificación conceptual) en cuanto a la disminución en el empleo de la categoría a, de un nivel medio-alto a un nivel bajo, por el aumento en el empleo de las categorías e y c, de un nivel bajo a un nivel medio y por la disminución en el empleo de la categoría b, de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</p> <p style="text-align: right;">pasa...</p>	

viene...

El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría e, de un nivel bajo a un nivel medio, por la disminución en el empleo de la categoría a y b, en el nivel bajo de un 16% a un 4% y de un nivel medio-bajo a un nivel bajo, respectivamente.

El grado quinto presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría e, de un nivel bajo a un nivel medio-alto, por la disminución en el empleo de la categoría c, de un nivel alto a un nivel medio-bajo.

La identificación más completa de las figuras se logra con el cubo y luego en su orden con la pirámide, el cono, el cilindro y la esfera. Este orden y las respectivas calificaciones, obtenidas como se indica en 6.6.1.5, se presenta a continuación, al igual que el de los otros grupos:

- Grupo experimental inicial:

1° Pirámide (3.59), 2° Cubo (3.31),  
3° Cilindro (3.22), 4° Esfera (3.18) y  
5° Cono (2.81)

- Grupo experimental final:

1° Cubo (4.87), 2° Pirámide (4.76),  
3° Cono (4.25), 4° Cilindro (3.94) y  
5° Esfera (3.86).

- Grupo control inicial:

1° Cubo (3.50), 2° Pirámide (3.47),  
3° Esfera (3.33), 4° Cilindro (3.30) y  
5° Cono (2.87).

- Grupo control final:

1° Esfera (3.48), 2° Pirámide (3.45),  
3° Cubo (3.27), 4° Cono (2.95) y  
5° Cilindro (2.89)

pasa...

viene...

Las calificaciones muestran una cualificación en la identificación y en el análisis intrafigural, evidenciándose además en los promedios de calificación de cada grupo, a saber: 3.22, 4.34, 3.29 y 3.21, respectivamente, una movilización de un nivel medio-alto a un nivel alto.

La mayor movilización se logra con el cubo y luego en su orden con el cono, la pirámide, el cilindro y la esfera.

PREGUNTA		EXPRESION GRAFICA	4
$\frac{\sum  0_2-0_1 }{n}$	$\frac{\sum  0_4-0_3 }{n}$	(G N° 8, G N° 16) — (G N° 7, G N° 15)	
1. 4. F. 1		El dibujo de las figuras presenta movilización en todas las categorías, en el siguiente orden de significancia:	
20.0	8.7	<p>1° El dibujar la figura representando partes pertinentes y explicitando su tridimensionalidad (categoría d), que aumenta de un nivel medio-bajo a un nivel medio-alto.</p> <p>2° El dibujar la figura representando partes pertinentes pero con caracterización personal -formas no convencionales- (categoría b), que disminuye de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</p> <p>3° El dibujar la figura representando partes pertinentes sin explicitar su tridimensionalidad (categoría c), que disminuye de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</p> <p>4° El dibujar la figura representando partes que no pertenecen a ella (categoría a), que disminuye en el nivel bajo de un 4% a un 0%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (20.0 y 8.7 respectivamente) confirman esta movilización, que en el mismo orden de categorías se produce en el grupo control, pero con cambios porcentuales insignificantes en el mismo nivel.</p> <p>El reconocimiento de las figuras, a través de la expresión gráfica, presenta una cualificación en el orden figurativo dada por el refinamiento en la representación tridimensional de los dibujos, permitiendo expresar partes y/o propiedades pertinentes a las figuras.</p>	

viene...

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría d, de un nivel bajo a un nivel medio-alto, por la disminución en el empleo de las categorías a, b, y c, de un 4% a un 0% en el nivel bajo; de un nivel medio-bajo a un nivel bajo y de un nivel medio a un nivel medio-bajo, respectivamente.

El grado tercero presenta una significativa movilización en el empleo de la categoría d, de un nivel medio a un nivel medio-alto, por la disminución en el empleo de las categorías b y c, de un nivel medio a un nivel bajo y de un nivel medio-bajo a un nivel bajo, respectivamente.

El grado quinto presenta cambios porcentuales insignificantes en las categorías b y c y permanece invariable en la categoría d en el nivel medio.

La figura con la cual se logra mayor expresión gráfica es el cilindro y luego en su orden con el cubo, el cono, la pirámide y la esfera. Este orden y las respectivas calificaciones, obtenidas como se indica en 6.6.1.7, se presenta a continuación, al igual que el de los otros grupos:

- Grupo experimental inicial:  
1° Cono (4.22), 2° Cubo (4.06),  
3° Pirámide (4.00), 4° Cilindro (3.87) y  
5° Esfera (3.73)
- Grupo experimental final:  
1° Cilindro (5.00), 2° Cubo (4.87),  
3° Cono (4.73), 4° Pirámide (4.47) y  
5° Esfera (4.07).
- Grupo control inicial:  
1° Cono (4.40), 2° Cilindro (4.07),  
3° Esfera (4.00), 4° Cubo (3.87) y  
5° Pirámide (3.80).

pasa...

viene...	<p>- Grupo control final:  1° Cono (4.73).      2° Cilindro (4.38).  3° Esfera (4.04).    4° Cubo (3.93) y  5° Pirámide (3.67).</p> <p>Las calificaciones confirma la cualificación en el orden figurativo, evidenciándose en los promedios de calificación de cada grupo. a saber: 3.98, 4.63, 4.03 y 4.14, respectivamente, un refinamiento en la representación tridimensional de los dibujos de un nivel medio-alto a un nivel alto.</p> <p>La mayor movilización (cualificación en el orden figurativo) se logra con el cilindro y luego en su orden con el cubo, el cono, la pirámide y la esfera.</p>	
1. 4. F. 2	El dibujo de cada una de las partes constitutivas de las figuras presenta movilización en todas las categorías, en el siguiente orden de significancia:	
32.9	7.9	<p>1° El dibujar con precisión cada una de las partes de las figuras (categoría a), que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio.</p> <p>2° El dibujar algunas de las partes de las figuras sin precisión en la forma (categoría d), que disminuye de un nivel medio a un nivel bajo.</p> <p>3° El dibujar cada una de las partes de las figuras sin precisión en la forma (categoría b), que disminuye de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.</p> <p>4° El dibujar con precisión algunas de las partes de la figura (categoría c), que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio-bajo.</p> <p style="text-align: right;">pasa...</p>

viene....

Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (32.9 y 7.9 respectivamente) confirman esta movilización. El grupo control presenta cambios porcentuales insignificantes, particularmente en las categorías a y b.

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría a, de un nivel bajo a un nivel medio, por la disminución en el empleo de la categoría d, de un nivel medio a un nivel bajo.

El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría a, de un nivel medio-bajo a un nivel alto, por la disminución en el empleo de las categorías b y d, de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.

El grado quinto presenta movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría c, de un nivel bajo a un nivel medio, por la disminución en el empleo de la categoría d, de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.

La figura con la que se logra mayor identificación de sus partes constitutivas a través del dibujo es el cubo y luego en su orden con la pirámide, el cilindro y el cono. Este orden y las respectivas calificaciones, obtenidas como se indica en 6.6.1.7 se presenta a continuación, con el de los otros grupos:

- Grupo experimental inicial:  
1° Cilindro (3.80), 2° Cubo (3.73),  
3° Pirámide (3.47) y 4° Cono (2.07)
- Grupo experimental final:  
1° Cubo (4.67) y pirámide (4.67),  
2° Cilindro (4.53) y 3° Cono (3.67).

base...

viene...	<p>- Grupo control inicial: 1° Cilindro (4.13), 2° Pirámide (4.07), 3° Cubo (3.73) y 4° Cono (2.13)</p> <p>- Grupo control final: 1° Cilindro (4.20), 2° Cubo (4.07), 3° Pirámide (3.93) y 4° Cono (2.40).</p> <p>Las calificaciones confirman la cualificación de la expresión gráfica en cuanto al aumento en el empleo de la categoría a y la disminución en el empleo de la categoría d. Los promedios de calificación de cada grupo a saber: 3.27, 4.39, 3.52 y 3.65 respectivamente. evidencian nuevamente el refinamiento en la representación y expresión de las partes constitutivas de las figuras.</p> <p>La mayor movilización se logra con el cono y luego en su orden con la pirámide, el cubo y el cilindro.</p>	
1. 4. F. 2 1. 4. F. 3	El dibujo de formas planas obtenidas luego de un seccionamiento de la figura (corte longitudinal y/o corte transversal) por la mitad, presenta movilización en todas las categorías, en el siguiente orden:	
20.2	8.8	<p>1° El dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente (categoría a) que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio.</p> <p>2° El dibujar con precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente (categoría c), que aumenta de un 0% a un nivel medio-bajo.</p> <p>3° El dibujar la figura seccionada transversalmente (categoría f), que disminuye de un nivel medio a un nivel medio-bajo.</p> <p style="text-align: right;">casa...</p>

Viene...

4° El dibujar la figura seccionada longitudinalmente (categoría e), que disminuye de un nivel medio a un nivel medio-bajo.

5° El dibujar sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras longitudinalmente (categoría b), que disminuye en el nivel bajo de un 7% a un 2%.

6° El dibujar sin precisión las formas planas obtenidas al seccionar las figuras transversalmente (categoría d), que disminuye en el nivel bajo de un 2% a un 0%.

Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (20.2 y 8.8 respectivamente) confirman esta movilización. El grupo control presenta cambios porcentuales insignificantes con movilización de la categoría b y estabilidad de la categoría d. Las categorías a, c, e y f presentan un cambio porcentual indicador de retroceso en el estado final.

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de las categorías a y c de un 0% a un nivel medio-bajo y de un 0% a un 20% en el nivel bajo, respectivamente, por una disminución en las otras categorías.

El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de las categorías a y c de un 0% a un nivel medio-alto y a un nivel medio, respectivamente, por una disminución en las otras categorías.

El grado quinto presenta cambios porcentuales insignificantes en las categorías a, b, c y e y se mantiene estable en d y f que no presenta una movilización.

6.9.2 ANALISIS COMPARATIVO DE RESULTADOS EN EL  
NIVEL DE ANALISIS

PREGUNTA		CLASIFICACION LIBRE	5
$\frac{\sum  O_2 - O_1 }{n}$	$\frac{\sum  O_4 - O_3 }{n}$	(G N°18, G N°26) _ (G N°17, G N°25)	
2. 1. G. 1		Se presenta movilización en la constitución de las clases al cualificar los criterios de formación de los grupos a través del establecimiento de relaciones intrafigurales e interfigurales más complejas (nivel operatorio), en todas las categorías en el siguiente orden de significación:	
19.6	6.2	<p>1° El establecer semejanzas refiriendo con precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras y necesarias en la formación del grupo (categoría c), que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio.</p> <p>2° El establecer semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras del grupo (categoría b), que disminuye de un nivel medio a un nivel medio-bajo.</p> <p>3° El establecer semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras y suficientes en la formación del grupo (categoría d), que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio-bajo.</p> <p>4° El establecer semejanzas con objetos familiares que poseen la forma de las figuras del grupo (categoría a), que disminuyen en el nivel bajo de un 17% a un 2%.</p> <p>5° El enunciar características de las figuras como objetos individuales sin establecer relaciones entre sus partes o propiedades (categoría e), que disminuye en el nivel bajo de un 10% a un 6%.</p>	
			pasa...

viene...

6° El no dar respuesta (categoría f), que disminuye en el nivel bajo de un 8% a un 6%.

Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (19.6 y 6.2, respectivamente) confirman esta movilización. El grupo control presenta cambios porcentuales insignificantes, siendo la categoría c la que más movilización presenta.

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto a la disminución en el empleo de la categoría a, de un nivel medio a un 0%, por un aumento en el empleo de la categoría c, de un nivel bajo a un nivel medio-bajo. La categoría d, de un nivel conceptual más lógico presenta un aumento porcentual insignificante.

El grado tercer presenta una significativa movilización en cuanto a la disminución en el empleo de la categoría b, de un nivel medio-alto a un nivel bajo, por un aumento en el empleo de las categorías c y d, de un nivel bajo a un nivel medio y de un 0% a un nivel medio-bajo, respectivamente.

El grado quinto presenta una significativa movilización en cuanto a la disminución en el empleo de la categoría b, de un nivel medio-alto a un nivel bajo, por un aumento en el empleo de las categorías c y d, de un nivel bajo a un nivel medio y de un 0% a un nivel medio-bajo.

2. 1. 6. 2

21.7 10.1

Se presenta movilización en la determinación de diferencias intrafigurales e interfigurales entre los grupos formados, calificando los criterios de clasificación para la constitución de las clases en las categorías a, b, c, y d en el siguiente orden de significancia:

pasa...

viene...

- 1° El establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas (categoría d) que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio-bajo.
- 2° El sustituir el establecimiento de diferencias entre las figuras del grupo por el establecimiento de diferencias entre objetos familiares con los cuales se han comparado respectivamente las figuras (categoría a) y el establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo atributos irrelevantes a ellas (categoría b) que disminuyen de un nivel medio-bajo a un nivel bajo.
- 3° El establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas (categoría c), que aumenta de un nivel medio-bajo a un nivel medio, categoría ésta que aumenta en su uso con respecto a la disminución en el uso de las categorías a y b.

La categoría e (sin respuesta) presenta un aumento en su uso del 9% al 13% el cual muestra un cambio insignificante en el nivel bajo.

Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (21.7 y 10.1, respectivamente) confirman esta cualificación. El grupo control no presenta movilización alguna, ya que si bien el uso de la categoría c disminuye, el uso de las categorías a y b aumenta y no se emplea la categoría d.

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría a que disminuye de un nivel medio-bajo a un 0%, por un aumento en el empleo de la categoría c, de un nivel medio-bajo a un nivel medio.

pasa...

viene...

El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría **b** que disminuye de un nivel medio a un 0%, por un aumento en el empleo de la categoría **d** de un 0% a un nivel medio. Con respecto a la categoría **c**, se presenta un aumento de un nivel medio-bajo a un nivel medio.

El grado quinto presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría **d**, que aumenta de un 0% a un nivel medio, por la disminución en el empleo de las categorías **a** y **b**, de un nivel medio-bajo a un 0% y 5%, respectivamente (nivel bajo).

PREGUNTA		CLASIFICACION SUGERIDA	6
$\frac{\sum  O_2 - O_1 }{n}$	$\frac{\sum  O_4 - O_3 }{n}$	(G N°20, G N°28) — (G N°19 , G N°27)	
2. 2. G. 1		Se presenta movilización en la constitución de las clases al cualificar los criterios de formación de los dos grupos sugeridos (cuerpos poliedros, cuerpos redondos) a través del establecimiento de relaciones intrafigurales e interfigurales más complejas (nivel operatorio) en las categorías a, b y d en el siguiente orden de significancia:	
23.5	8.9	<p>1° El establecer semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras y suficientes en la formación del grupo (categoría d), que aumenta de un nivel bajo a un nivel medio-alto.</p> <p>2° El establecer semejanzas refiriendo sin precisión partes y/o propiedades comunes a las figuras del grupo (categoría b), que disminuye de un nivel medio a un 0%.</p> <p>3° El establecer semejanzas con objetos familiares que poseen la forma de las figuras del grupo (categoría a), que disminuye en el nivel bajo de 15% a 0%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (23.5 y 8.9, respectivamente) confirman esta movilización. El grupo control presenta cambios porcentuales insignificantes, siendo la categoría c la única que presenta movilización de un nivel bajo a un nivel medio-bajo.</p> <p>El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría d, de un nivel bajo a un nivel medio, por la disminución en el empleo de las categorías a y b, de un nivel medio-bajo y medio a un 0% respectivamente.</p> <p style="text-align: right;">PASA...</p>	

viene...	<p>El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría d de un 0% a un nivel medio-alto. por la disminución en el empleo de las categorías a y b de un 17% a un 0% y de un nivel medio-bajo a un 0%. respectivamente.</p> <p>El grado quinto presenta una significativa movilización en cuanto al aumento en el empleo de la categoría d. de un nivel bajo a un nivel medio-alto. por la disminución en el empleo de la categoría b. de un nivel medio a un 0%.</p>
2. 2. 6. 2	Se presenta movilización en la determinación de diferencias intrafigurales e interfigurales entre los dos grupos sugeridos (cuerpos poliedros, cuerpos redondos), cualificando los criterios de clasificación para la constitución de las clases en todas las categorías en el siguiente orden de significancia:
29.3	13.9
<p>1° El establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas (categoría d) que aumenta de un 0% a un nivel medio.</p> <p>2° El establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas (categoría c), que disminuye de un nivel medio a un nivel medio-bajo.</p> <p>3° El sustituir el establecimiento de diferencias entre las figuras del grupo por el establecimiento de diferencias entre objetos familiares con los cuales se han comparado respectivamente las figuras (categoría a) que disminuye en el nivel bajo de un 20% a un 0%.</p> <p style="text-align: right;">pasa...</p>	

viene...

4° El establecer diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo atributos irrelevantes a ellas (categoría b) que disminuye en el nivel bajo de un 10% a un 3%.

5° El no dar respuesta (categoría e) que disminuye en el nivel bajo de un 12% a un 7%.

Los promedios de diferencias porcentuales absolutas del grupo experimental y del grupo control (29.3 y 13.9), confirman esta cualificación. El grupo control no presenta movilización ya que hay aumento en el empleo de la categoría b por una disminución en el empleo de la categoría c.

El grado primero presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría a, que disminuye de un nivel medio a un 0%, por el aumento en el empleo de la categoría c, de un nivel medio-bajo a un nivel medio.

El grado tercero presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría d, que aumenta de un 0% a un nivel medio-alto, por una disminución en el empleo de la categoría c, de un nivel medio-alto a un nivel medio-bajo. Las categorías a y b disminuyen en el nivel bajo de un 10% a un 0%.

El grado quinto presenta una significativa movilización en cuanto al empleo de la categoría d, que aumenta de un 0% a un nivel alto, por la disminución en el empleo de las categorías b y c, en el nivel bajo de un 20% a un 0% y de un nivel medio a un nivel bajo, respectivamente.

PREGUNTA		SIMETRIA INTRAFIGURAL	7
$\geq[\alpha_2-\alpha_1]$	$\leq[\alpha_4-\alpha_3]$	(G N°22, G N°30) — (G N°21, G N°29)	
2. 3. F. 1		Se presenta movilización en la ubicación correcta (categoría a, c y e) de cada una de las figuras luego de ejercer el movimiento Mo. en el siguiente orden de significancia:	
"c"	"c"	<p>1° El ubicar correctamente la figura en el segundo cuadrante (categoría c) que aumenta del nivel medio-alto al nivel alto.</p> <p>2° El ubicar correctamente la figura en el tercer cuadrante (categoría e) que aumenta del nivel medio-alto al nivel alto.</p> <p>3° El ubicar correctamente la figura en el primer cuadrante (categoría a) que aumenta en el nivel alto de 83% a 87%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (7.6 y -12.9 respectivamente) confirman esta movilización.</p> <p>Los grados tercero y quinto presentan movilización, en el nivel alto, de las categorías a, c y e, empleándose en un 100%. Igualmente, el grado primero presenta movilización en el empleo de estas categorías en el nivel medio.</p>	
7.6	-12.9		
"i"	"i"	<p>1° El ubicar correctamente la figura en el segundo cuadrante (categoría c) que aumenta en el nivel alto de un 85% a un 88%.</p>	
-7.6	12.9		
2. 3. F. 2		Se presenta movilización en la ubicación correcta (categorías a, c y e) de cada una de las figuras luego de ejercer el movimiento M1, en el siguiente orden de significancia:	
"c"	"c"	<p>1° El ubicar correctamente la figura en el segundo cuadrante (categoría c) que aumenta en el nivel alto de un 85% a un 88%.</p>	
0.9	2.4		
"i"	"i"		
-0.9	-2.4		

pasas...

viene...		<p>2° El ubicar correctamente la figura en el primer y tercer cuadrante (categoría a y e) que se conservan en el nivel alto.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (0.9 y 2.4, respectivamente) muestran movilización en los dos grupos, siendo más alta la del grupo control.</p> <p>Los grado tercero y quinto presentan movilización en el nivel alto, de las categorías a, c y e, empleándolas en un 100%. El grado primero permanece en el mismo nivel.</p>
2. 3. F. 3		<p>Se presenta movilización en la ubicación correcta (categorías c y e) de cada una de las figuras luego de ejercer el movimiento M2, en el siguiente orden de significancia:</p> <p>1° El ubicar correctamente la figura en el tercer cuadrante (categoría e) que aumenta del nivel medio-alto al nivel alto.</p> <p>2° El ubicar correctamente la figura en el segundo cuadrante (categoría c) que aumenta en el nivel medio-alto de un 72% a un 77%.</p> <p>El ubicar correctamente la figura en el primer cuadrante (categoría a) no presenta movilización, y por el contrario, disminuye en el nivel medio-alto, de un 79% a un 76%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (3.6 y 4.0, respectivamente) confirman esta movilización.</p> <p>Los grados tercero y quinto presentan movilización en el nivel alto, de las categorías a, c y e, empleándolas en un 100%.</p>
"c"	"c"	
3.6	4.0	
"i"	"i"	
-3.6	4.0	

viene...		El grado primero presenta disminución en el empleo de la categoría <b>a</b> del nivel medio al nivel medio-bajo y aumento en el empleo de la categoría <b>e</b> del nivel medio-bajo al nivel medio.
2. 3. F. 4		Se presenta movilización en la ubicación correcta (categorías <b>a</b> , <b>c</b> y <b>e</b> ) de cada una de las figuras luego de ejercer el movimiento M3. en el siguiente orde de significancia:
"c"	"c"	<p>1° El ubicar correctamente las figuras en el tercer cuadrante ( categoría <b>e</b> ) que aumenta de nivel medio-alto al nivel alto.</p> <p>2° El ubicar correctamente la figura en el segundo cuadrante ( categoría <b>c</b> ), que aumenta de nivel medio-alto al nivel alto.</p> <p>3° El ubicar correctamente la figura en el primer cuadrante ( categoría <b>a</b> ), que aumenta en el nivel alto de un 81% a un 87%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (8.4 y -12.4 respectivamente) confirman esta movilización.</p> <p>Los grados tercero y quinto presentan movilización en el nivel alto, de las categorías <b>a</b>, <b>c</b> y <b>e</b>, empleándolas en un 100% igualmente el grado primero presenta movilización en estas categorías así: En el nivel medio, de un 52% a un 60% (categoría <b>a</b>), de un nivel medio-bajo a un nivel medio ( categoría <b>c</b> ) y de un nivel medio-bajo a un nivel medio-alto (categoría <b>e</b>).</p>
8.4	-12.4	
"i"	"i"	
-8.4	12.4	

PREGUNTA		SIMETRIA INTERFIGURAL	8
$\frac{\sum [O_2 - O_1]}{n}$	$\frac{\sum [O_4 - O_2]}{n}$	G N°24, G N°32) — (G N°23, G N°31)	
2. 4. Fs. 1		Se presenta movilización en la ubicación correcta (categoría a, c y e) de las figuras (n = 1, 2, 3, 4, 5) en la posición uno (1), en el siguiente orden de significia:	
"c"	"c"	1° El ubicar correctamente n figuras en el primer cuadrante ( categoría a ) que aumenta de un nivel medio-alto a un nivel alto .	
21.3	-4.0	2° El ubicar correctamente n figuras en el tercer cuadrante ( categoría e ) que aumenta de un nivel medio-alto a un nivel alto.	
"i"	"i"	3° El ubicar correctamente n figuras en el segundo cuadrante ( categoría c ) que aumenta de un nivel medio a un nivel medio alto.	
-22.2	5.8	Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (21.3 y -4.0 respectivamente) confirman esta movilización.	
		Los grados tercero y quinto presentan movilización de las categorías a, c y e, empleándolas en un 100%.	
		El grado primero presenta movilización en estas categorías así: de un nivel medio - bajo a un nivel alto (categoría a), de un nivel bajo a un nivel medio - bajo (categoría c) y de un nivel medio-bajo a un nivel medio (categoría e).	
		pasa...	

viene...		
2. 4. Fs. 2		Se presenta moviliación en la ubicación correcta (categorías a, c y e) de n figuras ( n = 1, 2, 3, 4, 5) en la posición dos (2), en el siguiente orden de significancia:
"c"	"c"	<p>1° El ubicar correctamente n figuras en el primer cuadrante (categoría a) que aumenta de un nivel medio a un nivel alto.</p> <p>2° El ubicar correctamente n figuras en el tercer cuadrante (categoría e) que aumenta de un nivel medio-alto a un nivel alto.</p> <p>3° El ubicar correctamente n figuras en el segundo cuadrante (categoría c) que aumenta en el nivel medio-alto de un 67% a un 76%.</p> <p>Los promedios de diferencias porcentuales (no absolutas) del grupo experimental y del grupo control (17.3 y -1.1, respectivamente) confirman esta movilización.</p> <p>Los grados tercero y quinto presentan movilización en las categorías a, c y e, empleándolas en un 100%.</p> <p>El grado primero presenta movilización en estas categorías así: de un nivel medio-bajo a un nivel medio (categoría a), en el nivel medio-bajo de un 24% a un 28% (categoría c) y de un nivel bajo a un nivel medio (categoría e).</p>
17.3	-1.1	
"i"	"i"	
-13.1	0.2	

## 7. CONCLUSIONES

El diseño e implementación de estrategias de intervención pedagógicas con énfasis en aprendizajes significativos favorece el desarrollo de la conceptualización geométrica ya que el estapo inicial que se caracteriza por formas de reconocimiento pertinentes a la construcción natural del espacio físico (reconocimiento a partir de esquemas de conocimiento preconceptuales-espontáneos y familiares a las experiencias previas de los niños) se moviliza hacia un estado final, caracterizado por formas de reconocimiento y análisis pertinentes a la construcción operatoria-concreta del espacio geométrico.

- En el Nivel de Reconocimiento (Háptico, Visual, Verbal y Gráfico) la conceptualización geométrica del estado inicial caracterizada por una abstracción simple es superada, luego de la intervención pedagógica, por una conceptualización geométrica caracterizada por una abstracción reflexiva y constructiva, a través (je la identificación de partes y/o propiedades intra e

interfigurales de las formas tridimensionales en los cuerpos tridimensionales.

El reconocimiento tanto a nivel de la percepción háptica como a nivel de la percepción visual, conserva un nivel alto en los estados inicial y final de los grupos experimental y control. luego de la intervención pedagógica, la cual muestra cómo las actividades perceptivas si bien son soporte necesario en la construcción del espacio físico, en la construcción operatoria del espacio geométrico son acciones necesarias mas no suficientes. Además no se presenta primacía de una percepción sobre la otra en estos grados escolares.

La expresión verbal en el reconocimiento de las figuras presenta, luego de la intervención pedagógica, movilización en sus dos momentos, destacándose el hecho de no referenciar partes y/o propiedades que no pertenecen a las figuras. Además, se establece una relación inversa entre los grados (1". 5° y 5°) y el uso de un lenguaje familiar (no convencional a nivel geométrico), así: "A menor gado escolar, mayor empleo de un lenguaje familiar y viceversa."

En la indagación verbal de Las figuras (cubo, pirámide. cilindro. cono y esfera) se presentan diferencias en cuanto a los resultados porcentuales sobre cada una de ellas. siendo de mayor movilización los correspondientes a los cuerpos poliedros (cubo y pirámide) y de menor movilización los correspondientes a los cuerpos redondos (cilindro, cono y esfera).

La expresión gráfica en el reconocimiento de las figuras presenta. luego de la intervención pedagógica, movilización en todos sus momentos, destacándose una cualificación en la representación tridimensional.

En el reconocimiento de formas bidimensionales en cuerpos tridimensionales lo longitudinal supera lo transversal en cuanto al dibujo de las secciones planas obtenidas y lo transversal supera a lo longitudinal en cuanto al dibujo de la figura seccionada.

La esfera es la figura que presenta porcentualmente los resultados de más baja movilización, pues se trata de un cuerpo redondo que intrafiguralmente

presenta para su reconocimiento. a diferencia de los demás cuerpos. partes y/o propiedades que implícitamente son más complejos de indagar. Además. en la ejecución de los cortes. los longitudinales resultan ser los mismo transversales. disminuyendo las posibilidades de diferenciación. Lo anterior conduce a que las respuestas por parte de los niños resultan ser menos precisas que con respecto a las demás figuras y que los análisis nuestros, relacionados con esta figura, sean el resultado de la más bondadosa interpretación.

En el Nivel de Análisis (clasificación libre, clasificación sugerida, simetría intrafigural y simetría interfigural) la conceptualización geométrica del estado inicial caracterizada por una abstracción simple (colecciones figúrales - ubicación no relacional) es superada, luego de la intervención pedagógica, por una conceptualización geométrica caracterizada por una abstracción reflexiva y constructiva, a través del establecimiento de las clases: cuerpos poliedros y cuernos redondos y de la ubicación correcta de las

figuras en los diferentes cuadrantes (ubicación relacional).

En cuanto a los criterios de semejanzas y diferencias entre los grupos de figuras constituidos en la clasificación libre, presenta una movilización significativa en todos los grados (1°, 3° y 5°). Sin embargo, el grado primero no logra un nivel operatorio en la construcción de las clases.

En cuanto a los criterios de semejanzas y diferencias entre los grupos de figuras constituidos en la clasificación sugerida se presenta movilización en todos los grados (1°, 3° y 5°), siendo de mayor significancia el establecimiento de semejanzas refiriendo con precisión propiedades comunes a las figuras y suficientes en la formación del grupo; clasificación que resulta cualificada desde el establecimiento de diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo con precisión partes y/o propiedades de las mismas. Si bien los diferentes grados presentan movilización se observa en la construcción de dicha operación

mental una secuencia progresiva. entre los estados inicial v final, de conceptualización geométrica, secuencia que presenta mayor cualificación en el grado quinto. luego tercero y por último primero que emplea con más frecuencia el establecimiento de diferencias entre cada una de las figuras del grupo refiriendo sin precisión partes y/o propiedades de las mismas.

La simetría intrafigural presenta, como transformación de las figuras (movimientos rígidos M0, M1, M2, y M3) movilización en todos los grados (1°, 3° y 5°), con la particularidad de que en el segundo cuadrante, donde los resultados presentan un mayor nivel de dificultad, se observa una alta movilización pero siempre por debajo de los resultados obtenidos en el primer y tercer cuadrante. La ubicación de las figuras en el segundo cuadrante implica una composición de dos reflexiones (simetrías particulares) o bien una rotación de 180°. siendo primera .el grado con movilización más insignificante.

Igualmente. se observa mayor dificultad en la

ejecución del movimiento M2 (rotación aproximada de

70°) cuas éste. a diferencia de los otros movimientos, no se encuentra determinado por las relaciones euclidianas de paralelismo y perpendicularidad.

La simetría interfigural presenta. como transformación de las figuras (posición 1 y posición 2). movilización en todos, los prados (1°. 3° y 5\*), con la particularidad de que en el segundo cuadrante, donde los resultados presentan un menor nivel de dificultad, se observa una alta movilización pero siempre por debajo de los resultados obtenidas en el primer y tercer cuadrante. Nuevamente es el grado primero el que presenta una movilización más insignificante.

## RECOMENDACIONES

"No es misión de un profesor. llenar la cabeza de los estudiantes, con todos los datos que pueda meter allí. Su verdadera misión consisto en inculcar hábitos de reflexión v examen crítico sobre los diversos temas que enseña".

Bertrand Russell

Hay que vincular en la enseñanza de la geometría estrategias metodológicas con la estructura de esta investigación (Evaluación estado inicial - intervención - evaluación estado final) porque le permite al maestro identificar los conocimientos previos de sus alumnos y, a éstos, hacer una toma de conciencia de sus esquemas de conocimientos, para desarrollar intervenciones pedagógicas que movilicen. progresiva y constructivamente, el pensamiento hacia niveles de desarrollo conceptual cada vez más lógicos.

En el desarrollo de estrategias de intervención pedagógicas conducentes a una conceptualización geométrica significativa, hay que proceder involucrando la propuesta oficial emanada del Ministerio de Educación Nacional (Renovación

Curricular) en la cual se ofrece una presentación del sistema geométrico caracterizada por el énfasis en la enseñanza de una Geometría Activa, permitiendo de una vez por todas la construcción real de esta área de conocimiento, construcción iniciada por F. Klein en su programa de Erlangen hace 12-1 años.

Hay que desarrollar programas de capacitación a los maestros en cuanto al enfoque por sistemas presentado en el programa oficial (Renovación curricular) donde se articulan los sistemas de contenidos con los sistemas metodológicos (concreto, conceptual y simbólico), fomentando una actitud investigativa que les permita desde la reconstrucción de sus conocimientos, una mayor apropiación en su labor pedagógica.

"Se trata de un esfuerzo de conciencia. y esto es difícil, maniatados como estamos, por nuestros hábitos inconscientes y por nuestros prejuicios. Apenas nos hemos elevado algo y hemos conocido unos momentos de gracia real, volvemos a caer, frecuentemente como arrastrados por nuestro propio peso.

Este esfuerzo es, sin embargo, indispensable, pues sólo él es liberador, sólo él puede abrirnos inmensas posibilidades.

Todas las planificaciones. todas las mejor  
pensadas medidas administrativas. se  
exponen al fracaso si no van acompañadas de  
un cambio de nivel de conocimiento de los  
educadores. Pero. una vez vencidos los  
obstáculos personales. las clases se  
dinamizan súbitamente v se producen les  
milagros pedagógicos".

Madeleine Goutard. 1966

Un alto porcentaje de contenidos lógico-matemáticos  
tienen un origen espacial y geométrico, por eso hay  
que hacer participar a los alumnos en actividades  
espaciales, inicialmente en aquellas propias a su  
mundo físico y lúdico mediante la exploración y  
reconocimiento de las formas naturales, continuado  
hacia una reflexión de sus propias acciones sobre  
éstos, favoreciendo la conceptualización geométrica  
a través do la diferenciación progresiva de los  
espacios físico y lógico-matemático.

Hay que Implementar estrategias de intervención  
pedagógicas e instrumentos de evaluación que  
determinen aprendizajes significativos a nivel de-  
la conceptualización geométrica, para lo cual damos  
nuestro aporte, a través del diseño de estrategias  
de intervención (6.7) y de la prueba para la  
evaluación de los estados inicial y final (6.4),  
desarrollados en la presente investigación.

Reestructurar las instituciones de formación de maestros (Facultades de Educación Normales, Institutos de Pedagogía, Centros de Investigación...) implica una transformación en los procesos curriculares (saberes específicos y sus contenidos, criterios y estrategias metodológicas, criterios y estrategias evaluativas y espacios socio-culturales) que conduzcan al conocimiento y apropiación de los saberes específicos, a la construcción de los mismos a través de su historia, a los procesos de construcción de los sujetos (alumnos) en la elaboración de los mismos y a la construcción de procedimientos didácticos que favorezcan la significación del aprendizaje como elemento inherente al desarrollo cultural.

### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AUSAUBEL, D.P.; NOVAK, J.D y HANESIAN. H. Psicología educativa. México: Trillas, 1983.
- BANG. V. ; GRECO, P. ; GRIZE, J.B. y otros. La epistemología del espacio. Buenos Aires: El Ateneo, 1971.
- BARRON, Angela. Constructivismo y desarrollo de aprendizajes significativos. En: Revista de Educación N° 294 (1991) p. 301-321
- BISHOF', Alana J. ¿Cuáles son algunos de los obstáculos para el aprendizaje de geometría? En: Estudios en educación matemática. Enseñanza de la geometría. Vcl. 5. Editada por R. Morris. París: UNESCO, 1986, p. 183-208
- BURGER, William y Shoughnessy, J. Michael. Caracterización de los niveles de desarrollo en geometría, según Van Hiele. En: Revista Notas de matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, Departamento de matemáticas y estadística. N°28, octubre 1989, p. 1-34.
- Trabajo preliminar a la deducción en geometría. En: Revista Notas de matemáticas. Universidad Nacional de Colombia, Departamento de matemáticas y estadística. N°30. octubre 1990, p. 19-41.
- BUSTOS. Félix. Constructivismo epistemológico, psicológico y didáctico. En: Actualidad educativa. N°1, enero-marzo 1994, p 29-39.
- CAMPOS, Alberto. La educación geométrica. Vol. I. Bogotá: Imprenta Nacional, 1981.

CARRETERO. Mario. Constructivismo v educación. Madrid:  
Edelvives. 19<sup>3</sup>.

CASTORINA. José y PALAU. Gladys. Introducción a la  
lógica operatoria de Piaget. Alcances y  
significados para la psicología genética.  
Barcelona: Raidos. 1982.

COLL, César. Psicología genética y aprendizajes  
escolares. Recopilación de textos sobre las  
aplicaciones pedagógicas de las teoría se Piaget.  
Madrid: Siglo XXI, 1985.

----- Significados y sentido en el aprendizaje  
escolar. Reflexiones en torno al concepto de  
aprendizaje significativo. En: Infancia y  
aprendizaje. 41. 1988. p. 132-142

COMMISSION ON standars for school mathematics. National  
council of theachers of mathematics (NCTM).  
Estándares curriculares y de evaluación para la  
educación matemática. Sevilla: Grafitres S.L.,  
1991.

CONDEMARIN, Mabel; CHADVICK, Mariana y NILICIC, Neva.  
Madurez escalar. Manual de diagnóstico y desarrollo  
de las funciones psicológicas básicas para el  
aprendizaje. Santiago: Andrés Bello. 1978.

COURANT, Richard y ROBBINS. Herbert. ¿Qué es la  
matemática? Madrid: Aguilera. 1979.

DIENES. Z. F y GOLDING. E. W. La geometría a través de  
las transformaciones: topología, geometría  
proyectiva y afín. Barcelona: Teidé, 1972.

----- La geometría a través de las transformaciones:  
geometría euclidiana. Barcelona: Teidé. 1972.

----- La matemática moderna en la enseñanza  
primaria. Barcelona: Teidé. 1972.

----- Los primeras pasas en la matemática:  
exploración del espacio y práctica de la medida.  
Barcelona: Teidé. 1972.

----- Las seis etapas del aprendizaje en  
matemáticas. Barcelona: Teidé. 1972.

DICKSON. Linda: BROWN. Margaret y OLMEN. Gibson. El aprendizaje de las matemáticas. Barcelona: Labor S.A.. 19<sup>81</sup>.

ESCOBAR M.. Javier. Geometría para orinciDiant.es. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana, 1995.

EVES. Howard. Estudio de las Geometrías. México: Unión Gráfica S.A., 1965.

FLAVEL, John. La psicología evolutiva de Jean Piaget. Buenos Aires: Paidós. 1981.

FRAISSE, Paul; PIAGET, Jean. -a percepción. Tratado de psicología experimental. Buenos Aires: Paidós, 1973.

FROSTIG. Marianne; HORNE, Da'-vs y MILLER, Ann-Marie. Programa para el desarrollo de la percepción visual. Figuras y firmas. Buenos Aires: Panamericana, 1987.

FUSON, K y C. 'MURRAY. The aptic-visual perception construction and drawing of geometric shapes by children aged two five. A piagetian extension. En: R. Lesh (ed): Recent research concerning the developooment os spatial and geometric concepts, The Ohio State University.

FUYS, D; GEDDES, D. and TIE3HL.ER, R. An investigation of the Van Hiele model o;f thinking in geometry among adolescents. "ir;al report of the investigation of the Van Hiele model of thinking in geometry among adolescent project. Brooklyn, N. Y.: Brooklyn College School of Education, 1985.

GOUTARD. Madeleine. Las matemáticas Y los niños. Madrid: Cuisenaire de España, 1966.

GUTIERREZ D., Juan Luis. Matemáticas, geometría y trigonometría. Tomo C. Barcelona: Cultural S.A.. 1980.

GUTIERREZ R.. Anqel y -EFNANDEZ L., Alejandro. Actividades con el geoplano para la educación general básica. Papeles de enseñanza de la matemática. Valencia: Scler S.A., 1985.

HOFFER. Alan. La geometría es más que demostración. En:  
Revista Notas de matemáticas. Universidad Nacional  
de Colombia. departamento de matemáticas y  
estadística. N\*29. abril 1990. p. 10-24.

HOLLANAY. 6. E. T. Concepción de la geometría en el  
niño según Piaget. Buenos Aires: Paidós. 1969.

----- Concepción del espacio en el niño. según  
Piaget. Buenos Aires: Paidós. 1982.

----- El conocimiento físico en la edad preescolar.  
Implicaciones de la teoría de Piaget. Siglo XXI:  
Madrid. 1985.

KAMII. Constance y DEVRIES. Rheta. La teoría de Piaget  
y la educación preescolar. Madrid: Visor Libres.  
1985.

LOVELL. K. Didáctica de las matemáticas. Sus bases  
psicológicas. Madrid: Morata. 1969.

MARCHESI. A; CARRETERO. M. y PALACIOS. J. (Comps.)  
Psicología evolutiva. 3 v. I: Teorías y métodos;  
II: Desarrollo cognitivo y social del niño; III:  
Adolescencia, madurez y senectud. Madrid: Alianza,  
1983. 1984. 1985.

HAYBERY, J. The Van Hiele levels of geometric thought  
in undergraduate preservice teachers. Journal for  
research in mathematics education, 14, 1983 p. 58-  
69 .

MESA, Orlando. La resolución de problemas. Medellín:  
Universidad de Antioquia, 1990.

----- Criterios y estrategias para la enseñanza de  
las matemáticas. Medellín: Enlace Gráfico. 1994.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Marco general.  
Matemáticas, Propuesta de programa curricular.  
Santafé de Bogotá: Gente Nueva. 1991

NENMAN. James R. Sigma. El mundo de las matemáticas.  
Tomos 4 y 5. Madrid: Brijalbo, 1983.

PIAGET. Jean. El estructuralismo. Barcelona: Oikos-tau  
S.A.. 1974.

----- Seis estudios de psicología. Barcelona: Sein  
Barra 1. 11 ed. . s.a.

- La psicología de la inteligencia. Barcelona:  
1^85.
- Psicología y epistemología. Barcelona: Ariel.  
1075.
- Psicología y pedagogía. Barcelona: Ariel.  
1971.
- PIAGET. Jean y BETH, E. W. Epistemología, matemática y  
psicología. Barcelona: Critica. 1980.
- PIAGET. Jean y SARCIA, Rolando. Psicogénesis e historia  
de la ciencia. México: Siglo XXI, 1982.
- PIAGET. Jean e INHELDER, Barbel. Génesis de las  
estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y  
seriaciones. Argentina: Guadalupe, 2a ed., 1973.
- Psicólogo del niño. Madrid: Morata. 12 ed.,  
1984.
- POZO, Juan I; LIMON, Margarita y SANZ. Angeles.  
Conocimientos previos y aprendizaje escolar. En:  
Cuadernos de pedagogía N°188, enero 1991, p. 12-14.
- PUCHE, Rebeca y GILLIERON, Christianne. Volver a  
Piaget? Cali: Universidad del Valle. 1992.
- RODRIGUEZ ROJAS, José M. Metodología de las  
matemáticas, 1961.
- 3AUNDERS. Ruth y BINGHAM-NE^MAN. A. M. Perspectivas  
piagetianas en la educación infantil. Madrid:  
Morata, 1989.
- TURNER, Johanna. Desarrollo cognitivo. Barcelona: CEAC.  
1981.
- USISKIN. Z. Van Hiele levels and achievement in  
secondary school geometry (Final report of the  
cognitive development and achievement in secondary  
school geometry project. Chicago: University of  
Chicago, department of education, 1982.
- VASCO U., Carlos E. Conjuntos, estructuras y sistemas.  
En: Revista de la Academia Colombiana de ciencia  
exactas, físicas y naturales. Vol XVIII, 6?,  
Santafé de Bogotá, noviembre, 1991.