

DINÁMICA Y DISTRIBUCIÓN DE MASA EN EL DISCO GRUESO DE LA GALAXIA.



1 8 0 3

Mónica Alejandra VILLA DURANGO

Instituto de Física
Universidad de Antioquia

Esta tesis se presenta para el grado de
Magister en Física

Asesor: PhD Esteban Silva Villa
CoAsesor : PhD Christian Moni Bidin

June 2022

Agradecimientos

Al maestro Julio Reyes Copello, quien dono sus honorarios para la Beca Marte de la cual fui beneficiaria y con la cual pude realizar mis estudios.

A mis padres por el apoyo incondicional que siempre me han brindado.

A mis amigos y seres queridos que nunca dudaron de mis capacidades, en especial a aquellos que siempre estaban ahí brindándome su ayuda.

A mis asesores por la paciencia y el apoyo durante la elaboración de este proyecto.

A todos ellos muchas gracias.

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de la cinemática y dinámica de un grupo de estrellas gigantes rojas, pertenecientes al disco grueso de la Galaxia, con el fin de obtener un valor para la densidad de masa de materia oscura en el vecindario solar.

Nuestra muestra consta de una selección de ~ 800 estrellas: 395 en el hemisferio norte galáctico y 412 del hemisferio sur galáctico, situadas a una distancia galactocéntrica de $R = R_{\odot}$, y una distancia al plano, $|Z|$, entre $(1.3 - 5)$ kpc. Este grupo de estrellas posee ascensión recta, declinación y movimientos propios de Gias EDR3, velocidad radial de Gaia DR2, distancia de Bailer-Jones y fotometría de 2MASS. Por medio de la posición, movimientos propios y velocidad radial derivamos las componentes de la velocidad galactocéntrica (U,V,W) para cada una de las estrellas.

En el análisis cinemático encontramos las velocidades promedio, las dispersiones de velocidad y las velocidades correlacionadas en función de la magnitud de la distancia al plano. Encontramos que las dispersiones tienden a aumentar con la distancia al plano, con gradientes entre 50, 40, 15 km/s en U, V, W, respectivamente.

Una vez obtenidas las características cinemáticas, se hace un análisis de la dinámica. Este cálculo se realiza a través de las ecuaciones de Jeans, para un sistema cilíndrico con una simetría axial. En nuestros cálculos tenemos en cuenta el aporte de la componente radial y vertical de la fuerza gravitacional generada por la masa de la galaxia, en función de las características cinemáticas. Encontramos que el término radial se debe tener presente en la estimación de la densidad de masa superficial Σ , ya que su aporte no es insignificante.

A través de la densidad de masa superficial en función de Z , $\Sigma(R_{\odot}, Z)$, encontramos una densidad de masa superficial en el rango de los modelos de materia oscura. Nuestra estimación de la densidad de materia oscura en el vecindario solar está dada por $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.013 \pm 0.002 M_{\odot}/\text{pc}^3$.

Contenido

Lista de figuras	xi
Lista de tablas	xv
1 Introducción	1
1.1 Marco Teórico	2
1.2 Antecedente	8
2 Muestra	13
3 Cinemática	21
3.1 Velocidades Heliocéntricas	21
3.2 Probability Plot	24
3.3 Elipsoide de Velocidad	29
3.4 Resultados	32
3.4.1 Cinemática del Hemisferio Norte y Sur	37
4 Dinámica	45
4.1 Ecuaciones de Jeans y Poisson	45
4.2 Densidad de Masa Superficial Σ	48
4.2.1 Simulación de Monte-Carlo	48
4.2.2 Resultados	49
5 Conclusiones	59
Bibliografía	63
Apéndice A Errores de lo Parámetros de Gaia EDR3	69

Lista de figuras

2.1	Distribución espacial de la muestra en el hemisferio norte y sur de la Galaxia	15
2.2	Distancia fotogeométricas en comparación con las distancias geométricas obtenidas por Bailer-Jones (Bailer-Jones et al., 2021)	15
2.3	Comparación entre las distancia fotogeométricas(panel izquierdo) y geométricas(panel derecho) con el inverso del paralaje de Gaia EDR3	16
2.4	Diagrama Color-Magnitud para las estrellas del hemisferio norte y sur (panel izquierdo y derecho respectivamente), los puntos azules son la muestra total de cada hemisferio y los puntos naranjados son los seleccionados	18
2.5	Diagrama Color-Magnitud para las estrellas del catalogo APOGEE, comparando con diferentes isócronas en relación a las metalicidades	19
3.1	Distribución de las velocidades de las estrellas en relación con la magnitud de la distancia al plano. Los puntos azules son los datos del hemisferio norte, los naranjados del hemisferio sur	23
3.2	Velocidad tangencial de las estrellas en relación con la magnitud de la distancia al plano, las líneas discontinuas rojas muestran el ajuste de Ivezić et al. (2008), el corte a 2σ de este. Los datos azules son la muestra total, los naranjados la muestra seleccionada	24
3.3	Ejemplos del método de Probability Plot para $Z = 2.3\text{kpc}$, los puntos azules son las estrellas excluidas para cada ajuste, las rojas son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones. Las líneas son los ajustes lineales realizados a los puntos rojos	26
3.4	Ejemplos del método de Probability Plot para $Z = 2.8\text{kpc}$. Los puntos azules son las estrellas excluidas para cada ajuste, las rojas son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones. Las líneas son los ajustes lineales realizados a los puntos rojos	27

3.5	Errores de las dispersiones de velocidad en función de la magnitud de la distancia Z	28
3.6	Velocidades promedio $\bar{U}, \bar{V}, \bar{W}$ en función de la magnitud de la distancia Z . .	29
3.7	Dispersiones de la velocidad $\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W$ en función de la magnitud de la distancia Z	30
3.8	Dispersiones correlacionadas de la velocidades $\sigma_{UV}^2, \sigma_{UW}^2, \sigma_{VW}^2$ en función de la magnitud de la distancia Z	31
3.9	Ejemplos del método de elipses para $Z = 2.6\text{kpc}$ (panel superior) y $Z = 3.1\text{kpc}$ (panel inferior) los puntos rojos son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones, la línea azul es el ajuste elíptico	32
3.10	Velocidades promedio \bar{U}, \bar{W} en función de la magnitud de la distancia Z . . .	32
3.11	Dispersiones de la velocidad σ_U, σ_W en función de la magnitud de la distancia Z	33
3.12	Dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenida por medio de la ecuación 3.5 en función de la magnitud de la distancia Z	33
3.13	Comparación entre las velocidades obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.	34
3.14	Comparación entre las depresiones de velocidad obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.	34
3.15	Comparación entre la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.	35
3.16	Ajustes de los datos en las dispersiones de velocidad obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)\text{kpc}$	36
3.17	Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)\text{kpc}$	36
3.18	Ajuste de las velocidades V , en relación con las distancias al plano Z , tanto para el hemisferio norte (a), como para el hemisferio sur (b)	38
3.19	Velocidades promedio en función de la distancia al plano Z , para el hemisferio norte(puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)	39
3.20	Dispersiones de velocidad en función de la distancia al plano Z , para el hemisferio norte(puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)	40

3.21	Dispersiones de velocidad correlacionadas en función de la distancia al plano Z , para el hemisferio norte (puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)	41
3.22	Ajustes de los datos en las dispersiones σ_U , σ_V y σ_W obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio norte	42
3.23	Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio norte	42
3.24	Ajustes de los datos en las dispersiones σ_U , σ_V y σ_W obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio sur	43
3.25	Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio sur	43
4.1	Distribución de valores aleatorios para la pendiente a y el intercepto b , del ajuste lineal obtenido para σ_W	49
4.2	Gradientes de la densidad de masa superficial para los 1000 valores asociados a los errores.	49
4.3	Componente vertical de la fuerza en función de la distancia al plano Z , la línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos	50
4.4	Componente vertical de la fuerza en función de la distancia al plano Z , la línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos	51
4.5	Ajuste de cada uno de los términos de la ecuación 4.9, en función de Z	52
4.6	Densidad de masa superficial calculada en función de la distancia al plano Z , para $R = R_\odot$, por medio de la ecuación 4.2. La línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et. al 2012, la línea azul corresponden a nuestros datos	52
4.7	Densidad de masa superficial calculada en función de la distancia al plano Z , por medio de la ecuación 4.12. La línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos	53
4.8	Densidad de masa superficial observada comparada con la densidad de materia para diferentes modelos, OM (Olling and Merrifield, 2001), SHM (Jungman et al., 1996), NFW97 (Navarro et al., 1997), MIN (Weber and de Boer, 2010), VIS (Jurić et al., 2008)	54

4.9	Densidad de masa superficial observada comparada con la densidad de materia para diferentes modelos, con corrección de punto cero, OM (Olling and Merrifield, 2001), SHM (Jungman et al., 1996), NFW91 (Navarro et al., 1997), MIN (Weber and de Boer, 2010), VIS (Jurić et al., 2008)	56
A.1	Valores de las movimientos propios en ascensión recta(panel superior), errores de los movimientos propios en ascensión recta(panel inferior)	70
A.2	Valores de las movimientos propios en declinación(panel superior), errores de los movimientos propios en declinación(panel inferior)	71
A.3	Valores de la velocidad radial(panel superior), errores de la velocidad radial(panel inferior)	72
A.4	Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para los movimientos propios en ascensión recta(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de los movimientos propios en ascensión recta(imágenes derecha)	74
A.5	Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para los movimientos propios en declinación(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de los movimientos propios en declinación(imágenes derecha)	75
A.6	Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para las velocidades radiales(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de las velocidades radiales(imágenes derecha)	76
A.7	Valores para la distancia de cada estrella teniendo en cuenta el valor máximo que esta puede tener (puntos verdes), y valor mínimo(puntos azules), en relación al valor de la distancia(puntos amarillos)	77
A.8	Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para las distancias(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de las distancias(imágenes derecha)	78
A.9	Resultados obtenidos para la densidad de masa superficial en función de la distancia con sus respectivos errores (linea azul), en comparación con el calculo obtenido utilizando la distancia mínima(linea verde) y distancia máxima(linea amarilla)	79

Lista de tablas

- 1.1 Densidad de materia oscura en el vecindario solar para diferentes autores.(Bovy and Tremaine, 2012; Hagen and Helmi, 2018; Moni Bidin et al., 2012b; Salomon et al., 2020; Sánchez-Salcedo et al., 2016; Sivertsson et al., 2018; Weber and de Boer, 2010; Xia et al., 2016) 9

- 3.1 Número de estrellas repetidas en cada bin con respecto al bin anterior 35

Capítulo 1

Introducción

Estudiar la dinámica y masa de nuestra galaxia, la Vía Láctea, es de gran importancia para los científicos, ya que ayuda a entender los procesos de su formación y evolución, y así comprender mejor el universo. Sin embargo, esta tarea no es fácil. Una de sus grandes dificultades se inició a principios del siglo XX cuando Jan Hendrik Oort estudió la cinemática de las estrellas, mostrando que la galaxia posee una rotación. A partir de este momento se empezó a estudiar la dinámica de las estrellas, y se ha observado que orbitan con una velocidad mayor que la que se puede explicar con la mecánica Newtoniana a través de la masa observada, (Kapteyn, 1922; Oort, 1932).

La velocidad orbital de una estrella alrededor de la galaxia está dada por el campo gravitacional que genera la masa dentro del radio de la órbita que la estrella sigue, por lo que se espera que la velocidad de la estrella esté asociada a la materia que vemos en el interior de su órbita, (Bertone and Hooper, 2018). Sin embargo, se ha encontrado que las estrellas tienen una velocidad mayor a la esperada dada por el campo gravitacional generado (i.e. por la masa observada), por ende debe existir más masa que no podemos ver, (Weber and de Boer, 2010). Esta masa que no observamos fue nombrada Materia Oscura y hoy en día es aceptado que la mayor parte del universo está constituido por este tipo de materia; la materia observable (o materia bariónica) solo conforma una pequeña porción del universo.

La materia oscura no emite ni absorbe ningún tipo de radiación, solo se puede observar gracias a sus interacciones gravitacionales (i.e. se observa a través de efectos secundarios). Es muy poco lo que se conoce de esta, por lo que es un gran reto el lograr entenderla, conocer su origen y distribución en el Universo. La distribución de materia oscura que conocemos

en nuestra galaxia está dada por modelos teóricos y simulaciones, aunque se han realizado diferentes trabajos para poder conocer su densidad en la vecindad solar (por ejemplo los valores de la Tabla 1), no se tiene un valor único de esta medida, lo que lo hace materia de investigación.

Para lograr acercarnos más a entender las características de la materia oscura es de gran importancia tener una buena correlación entre las teorías y las observaciones. Para medir la distribución en nuestra Galaxia es esencial empezar por nuestro vecindario solar, lograr tener una buena estimación de la densidad de masa por medio del estudio de la distribución espacial de las estrellas y sus movimientos, buscando así modelos que mejor describan los datos observados. Sin embargo, se necesitan buenos parámetros observacionales, tales como la distancia a cada estrella, que nos ayuden a obtener resultados más confiables y rigurosos. Gracias a los avances tecnológicos, se tienen cada día mejores catálogos con datos más precisos que nos ayudan a modelar mejor el universo. Misiones como Gaia han entregado información más precisa para millones de estrellas de la Galaxia, como el paralaje y los movimientos propios, (Gaia Collaboration, 2020; Gaia Collaboration et al., 2018; Lindegren et al., 2016).

Nuestro objetivo se basa principalmente en lograr tener una buena estimación de la densidad de masa dinámica en el disco grueso de la galaxia, por medio de la dinámica y distribución espacial de las estrellas, obteniendo la densidad de materia oscura.

1.1 Marco Teórico

El principal factor en el estudio de la dinámica de las galaxias es el potencial gravitacional. El potencial de una galaxia está dado por la masa que la constituye, es decir la masa total, la suma de la materia bariónica con la materia oscura. Debido a que la distancia entre las estrellas es lo suficientemente grande para que no interactúen, se puede ignorar el potencial asociado a cada estrella. Al no poder tener una medida observacional directa de la masa total se hace necesario tener una relación entre el potencial gravitacional y la densidad de masa. Esa relación está dada por la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho(R, z) , \tag{1.1}$$

en donde Φ es el potencial gravitacional y ρ es la densidad de masa. Por ende, si conocemos la densidad de masa podemos conocer el potencial gravitacional, o viceversa, si conocemos el potencial gravitacional se puede inferir la densidad de masa.

El potencial gravitacional es una función dependiente de la posición y el tiempo $\Phi(\vec{x}, t)$. Sin embargo, galaxias como la nuestra esperamos se encuentren en estado estacionario, por lo tanto la dependencia temporal se puede ignorar, de modo que el potencial dependerá solo de la posición $\Phi(\vec{x})$. Se tienen diferentes modelos para el potencial de una galaxia, dependiendo principalmente del tipo de galaxia. Un ejemplo de este potencial es el modelo de Plummer. Este potencial sirve para modelar sistemas con una simetría esférica, como lo son las galaxias elípticas y los cúmulos globulares, (Plummer, 1911). También se tiene diferentes modelos para los halos de materia oscura, como el modelo de Navarro et al. (1997). Los modelos de potenciales son construidos de manera que se puedan acercar un poco más a los datos observacionales, por ejemplo, los modelos anteriormente mencionados son utilizados en la simulación de N-cuerpos de *MilkyWay@home* que busca comprender mejor las interacciones con las galaxias satélites en la Vía Láctea, Mendelsohn et al. (2020).

La distribución de densidad es un parámetro complicado de medir ya que solo podemos observar la materia bariónica. La distribución de densidad está dada por la distribución de materia bariónica más la materia oscura: $\rho(\vec{x}) = \rho_{Bm}(\vec{x}) + \rho_{Dm}(\vec{x})$, por lo tanto, solo podemos conocer la masa total por medio de su dinámica. A través de las observaciones se puede llegar a inferir la distribución de masa bariónica, teniendo presente las estrellas y el medio interestelar.

Para poder hacer un estudio de la dinámica de la Galaxias se necesita conocer las características principales de sus diferentes componentes, como lo son la distribución espacial y la dinámica de las estrellas. Obtenerlas de manera observacional puede llegar a ser un poco tedioso, ya que se necesita conocer muy bien la posición de cada estrella. Sin embargo, es de utilidad utilizar una función de distribución que dependiente de la posición y velocidad en un instante de tiempo t . La función de distribución $f(\vec{x}, \vec{V}, t)$ da la densidad de probabilidad dependiente del espacio de fase compuesto por las 6 variables (x, y, z, v_x, v_y, v_z) . Si se conoce la forma de la función f , se puede inferir la probabilidad de encontrar una estrella en un intervalo de posición y velocidad dada, por lo que se puede modelar analíticamente el número de estrellas en una región específica de la galaxia.

$$n(\vec{x}, t) = \int f(\vec{x}, \vec{V}, t) d^3v, \quad (1.2)$$

en donde n es la densidad de estrellas en un área de $(x, x + dx)(y, y + dy)(z, z + dz)$. Si suponemos que en una galaxia el número de estrellas se mantiene constante, es decir se considera que el número de estrellas que nacen es aproximadamente el mismo número de estrellas que mueren, al igual que la distribución espacial; no hay un flujo de estrellas que salen de la galaxia. Entonces, la distribución de densidad es constante en el tiempo y depende principalmente de las variaciones en la posición y velocidad de las estrellas. En un cubo limitado por $(x, x + dx)(y, y + dy)(z, z + dz)$ la variación de las estrellas se puede ver como un fluido dentro de la galaxia, con un diferencial nulo, lo que lleva a la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} & \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(f \frac{\partial x}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(f \frac{\partial y}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(f \frac{\partial z}{\partial t} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial v_x} \left(f \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial v_y} \left(f \frac{\partial v_y}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial v_z} \left(f \frac{\partial v_z}{\partial t} \right) = 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

esta ecuación es la ecuación de continuidad y se puede reescribir como:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left(f \frac{\partial x_i}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial v_i} \left(f \frac{\partial v_i}{\partial t} \right) \right) = 0, \quad (1.4)$$

para $i = 1, 2, 3 = x, y, z$. La ecuación de continuidad nos dice que la densidad de estrellas permanece invariante en el tiempo.

Debido a que la cinemática de las estrellas se deben al campo gravitacional de La Galaxia y no a interacciones entre ellas, se tiene que la variación de la velocidad con respecto al tiempo es la aceleración, dada por el gradiente del potencial gravitacional. $\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_i}$. Además, la variación de la posición con respecto al tiempo es la velocidad promedio con la que se mueve la estrella en un intervalo de tiempo $\frac{\partial x_i}{\partial t} = v_i$. La ecuación 1.4 se puede reescribir como

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (f v_i) - \frac{\partial}{\partial v_i} \left(f \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \right) = 0. \quad (1.5)$$

Teniendo en cuenta que la velocidad y la posición son variables independientes y el gradiente del potencial es independiente de la velocidad se tiene:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial v_i} \right) = 0. \quad (1.6)$$

La ecuación 1.6 se conoce como la Ecuación de Boltzmann no-colisional (The Collisionless Boltzmann Equation, CBE).

La CBE nos dice que la función de distribución de densidad no varía en el tiempo, es decir $\frac{df}{dt} = 0$, permanece constante. De esto se puede inferir que si en una región del espacio la densidad aumenta, las dispersiones en las velocidades aumentan. Si por el contrario en una región la densidad disminuye, las dispersiones en la velocidad también disminuyen de manera que f permanezca constante. Estas ecuaciones son no-colisionales ya que no se tiene presente las interacciones entre las estrellas, debido a que la distancia entre estas es lo suficientemente grande como para que estas interacciones sea despreciable.

Utilizando el sistema de coordenadas cilíndricas se puede reescribir la CBE como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + V_R \frac{\partial f}{\partial R} + \frac{V_\phi}{R} \frac{\partial f}{\partial \phi} + V_Z \frac{\partial f}{\partial Z} + \left(\frac{V_\phi^2}{R} - \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) \frac{\partial f}{\partial V_R} \\ - \frac{1}{R} \left(V_R V_\phi + \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) \frac{\partial f}{\partial V_\phi} - \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \frac{\partial f}{\partial V_z} = 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

La ecuación CBE en coordenadas cilíndricas es de gran utilidad en los sistemas en los que se puede hacer una aproximación de simetría axial, como lo es la Vía Láctea.

La ecuación de Boltzmann no-colisional es la base para un grupo de ecuaciones que permite relacionar las densidades, las velocidades medias, las dispersiones de velocidad y el potencial gravitacional. Integrando la ecuación en el espacio de las velocidades, multiplicando por v_i e integrando, se llega a las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\partial n \langle v_i \rangle}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial n \langle v_i \rangle}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\partial n \langle v_i v_j \rangle}{\partial x_j} \right) + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} (n \delta_{ij}) = 0 \quad (1.9)$$

$$n \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 n \langle v_j \rangle \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} = -n \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \sum_{j=1}^3 \frac{\partial n \sigma_{ij}^2}{\partial x_j}, \quad (1.10)$$

estas expresiones se conocen como ecuaciones de Jeans. La ecuación 1.10 es la ecuación de continuidad de Jeans. Las ecuaciones de Jeans son válidas también en sub-poblaciones de la Galaxia, en donde el potencial gravitacional sigue estando dado por Φ , y las velocidades y densidad numérica se refieren la sub-población en estudio. En este conjunto de ecuaciones se puede trabajar con la densidad de masa en vez de la densidad numérica, es decir ρ en vez de n ; si se conoce el volumen de la región donde se está calculando la distribución de materia y la densidad numérica, se puede inferir la densidad de masa, la cual nos permite trabajar nuestras ecuaciones como funciones continuas en todo el espacio.

Partiendo de la CBE en coordenadas cilíndricas se pueden encontrar las ecuaciones de Jeans para un sistema con simetría axial, multiplicando por cada velocidad v_r, v_ϕ, v_z e integrando en el espacio de las velocidades.

En un estado estacionario, en donde el potencial permanece invariante respecto al tiempo, las derivadas temporales son nulas. Además, por la simetría axial se tiene una no dependencia del ángulo ϕ , por lo que sus derivadas son cero, de esta manera se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \rho \langle v_R^2 \rangle}{\partial R} + \frac{\partial \rho \langle v_R v_z \rangle}{\partial z} + \rho \left(\frac{\langle v_R^2 \rangle - \langle v_\phi^2 \rangle}{R} + \frac{\partial \Phi}{\partial R} \right) = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial R \rho \langle v_R v_z \rangle}{\partial R} + \frac{\partial \rho \langle v_z^2 \rangle}{\partial z} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial R^2 \rho \langle v_R v_\phi \rangle}{\partial R} + \frac{\partial \rho \langle v_z v_\phi \rangle}{\partial z} = 0. \quad (1.13)$$

Para un sistema como lo es el disco de La Vía Láctea, se espera que las estrellas solo estén en interacción con el campo gravitacional generado por la masa total de la Galaxia, por lo que se encuentran en un equilibrio dinámico con el potencial, este es sostenido gracias a la rotación de las estrellas y la conservación del momento angular. Las estrellas de la galaxia no se alejan o acercan del centro de la galaxia (no de una manera significativa, pueden tener pequeñas oscilaciones). Por ende, el sistema permanece en estado estacionario.

Las ecuaciones de Jeans y la ecuación de Poisson son fundamentales para modelar la dinámica de la galaxia. A través de éstas es posible calcular la densidad de masa del disco de la galaxia. El lograr encontrar la densidad de masa, conociendo la distribución de masa visible, nos da indicios de la cantidad de materia oscura, permitiéndonos entender mejor su distribución y naturaleza.

Escribiendo la ecuación de Poisson en coordenadas cilíndricas y teniendo presente la simetría axial que existe en el disco, se tiene un potencial no dependiente de la coordenada ϕ :

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial\Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial Z^2} = 4\pi G\rho \quad (1.14)$$

Integrando la ecuación resultante con respecto a la componente vertical Z se tiene la densidad superficial de masa Σ

$$4\pi G\Sigma(R,Z) = \int_{-z}^z \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial\Phi}{\partial R} \right) \right) dz + 2 \left(\frac{\partial\Phi}{\partial Z} \right) \Big|_0^z, \quad (1.15)$$

En el segundo término se tiene presente la simetría del potencial respecto al plano, tomando la integral evaluada entre $(-z, z)$ a dos veces la integral entre $(0, z)$.

Los términos de las derivadas parciales del potencial se obtienen de las ecuaciones de Jeans (Ecuaciones 1.11, 1.12).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R} = -\rho \left(\frac{\partial \rho \langle v_R^2 \rangle}{\partial R} + \frac{\partial \rho \langle v_R v_z \rangle}{\partial z} + \rho \left(\frac{\langle v_R^2 \rangle - \langle v_\phi^2 \rangle}{R} \right) \right) \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\rho \langle v_R v_z \rangle}{R} + \frac{\partial \rho \langle v_R v_z \rangle}{\partial R} + \frac{\partial \rho \langle v_z^2 \rangle}{\partial z} \right) \quad (1.17)$$

Según las ecuaciones 1.16, 1.17, teniendo información de la cinemática de un grupo de estrellas, sus velocidades promedio, los términos mixtos y la densidad estelar (ρ), se puede encontrar la solución a la integral 1.15 sin realizar aproximaciones, generando resultados mas precisos y confiables. Encontrar estos datos a partir de las observaciones no ha sido una tarea fácil, sin embargo cada día se tienen mejores y mas precisas herramientas, como lo es Gaia.

1.2 Antecedente

Entender la formación y evolución del universo es un gran logro que se quiere alcanzar. Hoy en día es aceptado que el universo no solo está conformado por la masa que logramos observar, sino que también existe la materia oscura y la energía oscura. A pesar de ello, estas dos últimas aún son una gran incógnita para la ciencia. Un objetivo para la ciencia está en entender qué es la materia oscura, de qué está compuesta y cuál es su distribución. Los modelos cosmológicos dan indicios de la existencia de un halo de materia oscura en la Galaxia, (Bobylyev et al., 2017). Sin embargo, todavía no es claro cómo está distribuida, en especial en el vecindario solar, (Xia et al., 2016). En las últimas décadas se han realizado diferentes estudios para lograr comprender cuál es la densidad de materia oscura en el vecindario solar, y por ende cuál es la forma del halo en la Galaxia, ayudando a los modelos de formación de galaxias. No obstante, no se tiene un valor aceptado para la densidad de materia oscura.

Durante décadas se han realizado estudios con el fin de obtener la distribución de masa en el vecindario local, (Bertone and Hooper, 2018; Kapteyn, 1922; Moni Bidin et al., 2012b; Salomon et al., 2020). Sin embargo, no ha sido una tarea fácil, se necesita conocer las distribuciones espaciales y las diferentes componentes del vector de la velocidad de un grupo de estrellas para poder calcular la diferencia entre la masa visible y la masa dinámica, obteniendo así un estimativo para la densidad de materia oscura.

Una herramienta para medir la densidad de masa son las ecuaciones de Jeans, Poisson y Boltzmann. Estas ecuaciones son de gran utilidad ya que proporcionan una relación entre la

	Densidad de Materia Oscura, ρ_{dm}
Salomon et al. (2020)	$0.0134 \pm 0.0024 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ Norte $0.0098 \pm 0.0023 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ Sur
S. Sivertsson et. al. (2018)	$0.012 \pm 0.002 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
Jorrit H. J. Hagen & Amina Helmi (2018)	$0.018 \pm 0.002 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
Xia et al. (2016)	$0.018 \pm 0.0054 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
Moni Bidin et. al. (2012)	$0 \pm 0.001 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
Sánchez-Salcedo et. al (2016)	$0.0064 \pm 0.0015 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
Bovy & Tremaine (2012)	$0.008 \pm 0.003 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$
M. Weber & W. de Boer (2010)	$0.005 \pm 0.018 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$

Tabla 1.1 Densidad de materia oscura en el vecindario solar para diferentes autores.(Bovy and Tremaine, 2012; Hagen and Helmi, 2018; Moni Bidin et al., 2012b; Salomon et al., 2020; Sánchez-Salcedo et al., 2016; Sivertsson et al., 2018; Weber and de Boer, 2010; Xia et al., 2016)

densidad estelar, la velocidad media, las dispersiones de velocidad y el potencial gravitacional de un conjunto de estrellas. Permiten encontrar la densidad de masa total para una región en especial o para toda la galaxia, (Hagen and Helmi, 2018; Weber and de Boer, 2010).

En la literatura se puede encontrar diferentes estudios a partir de las ecuaciones de Jeans para lograr encontrar la densidad de materia oscura en el vecindario solar. Sin embargo, debido a la dificultad de tener las distancias y las componentes de la velocidad de cada estrella para una región dada, los resultados discrepan por las diferentes medidas y aproximaciones que se realizan en cada estudio.

Los trabajos que se muestran en la tabla 1 son un ejemplo de los diferentes valores que se han encontrado para la densidad de materia oscura en el vecindario solar.

La mayoría de estos estudios se realizaron mediante las ecuaciones de Jeans, en donde se trabaja bajo una simetría respecto al eje vertical al plano galáctico, dejando como resultado ecuaciones con una dependencia del potencial en Z y R (ecuaciones 1.16, 1.17). En el trabajo de Bovy and Tremaine (2012); Hagen and Helmi (2018); Salomon et al. (2020); Sivertsson et al. (2018); Xia et al. (2016), calculan el término de la derivada del potencial con respecto a R por medio de la velocidad circular, como $\frac{\partial\phi}{\partial R} = RV_c^2$. Ellos obtienen que el aporte de este a la densidad de masa es despreciable, a excepción de Salomon et al. (2020), quien realiza el cálculo de la ecuación 1.15 y encuentra una estimación para el valor de la densidad de masa. Moni Bidin et al. (2012b); Sánchez-Salcedo et al. (2016) calculan el término dependiente de R por medio de las ecuaciones de Jeans, encontrando una estimación del aporte de este a través de las dispersiones de velocidad y las velocidades promedio.

Por otra parte, Weber and de Boer (2010) realiza un análisis bibliográfico, utilizando esta densidad en su trabajo para modelar el halo de materia oscura; encontraron que un valor aceptable de la densidad de materia oscura es de $\rho_{dm} = 0.005 \pm 0.018 M_{\odot} pc^{-3}$.

Moni Bidin et al. (2012b) encuentra una baja densidad de materia oscura en comparación con valores previos encontrados en la literatura $\rho_{dm} = 0 \pm 0.001 M_{\odot} pc^{-3}$. Los autores mostraron que la densidad de masa total del vecindario solar se puede describir mediante la densidad de masa observada. Ellos trabajaron con un grupo de 412 estrellas gigantes rojas que tienen fotometría de 2MASS (Two Micron All Sky Survey, (Skrutskie et al., 2006)) y movimientos propios de SPM3 (Third Yale/San Juan Southern Proper Motion Catalog, (Girard et al., 2004)), los espectros de estas estrellas fueron tomados con ayuda de los observatorios La Silla y Las Campanas. Los resultados obtenidos por Moni Bidin et al. (2012b) fueron refutados por Bovy and Tremaine (2012), en donde basaron sus argumentos en la suposición utilizada por Moni Bidin que la velocidad media azimutal es independiente del radio galactocéntrico. Encontraron que la densidad de materia oscura está dada por $\rho_{dm} = 0.008 \pm 0.003 M_{\odot} pc^{-3}$. Moni Bidin et al (2015), muestra que su formulación es correcta, obteniendo que las correcciones de Bovy and Tremaine (2012) no son acertadas.

Sánchez-Salcedo et al. (2016) hace un análisis de los datos obtenidos por Moni Bidin et al. (2015) y Bovy and Tremaine (2012). Encontrando que los valores de Moni Bidin et al. (2015) pueden variar con respecto a los parámetros del disco, la escala vertical y radial. Tratando de reproducir el método utilizado por Moni Bidin et al. (2012b) encuentran un término de mas, un término que depende de las dispersiones de la velocidad con respecto a R y Z , y la altura del disco. Ellos encontraron que la densidad de materia oscura en el vecindario solar está dada por: $\rho_{dm} = 0.0064 M_{\odot} pc^{-3}$.

Lograr encontrar una buena medida para la densidad de materia oscura en la vecindad solar depende en gran parte de los datos observacionales con los que se dispone y de los supuestos utilizados en las ecuaciones de Jeans.

Capítulo 2

Muestra

Nuestra investigación se desarrolla en base a una muestra de estrellas pertenecientes al disco grueso de la Galaxia, ubicadas a una distancia galactocéntrica $R \approx R_{\odot}$, en la posición solar. Para nuestro propósito nos centramos en buscar estrellas gigantes rojas. La teoría más aceptada al día de hoy expone que el disco delgado de la galaxia está compuesto en gran parte de estrellas jóvenes, polvo y gas, parte del disco delgado hace parte del plano de la Galaxia. Debido a sus componentes, en el disco delgado es donde hay una mayor tasa de formación estelar en la Vía Láctea, mientras que en el halo se encuentran poblaciones estelares más viejas, pertenecientes principalmente a cúmulos que se formaron en los inicios de la galaxia. Las estrellas del disco grueso pertenecen a poblaciones viejas, desligadas gravitacionalmente de sus compañeras que se formaron en la misma nube molecular, lo que ha permitido que estén en equilibrio con el potencial gravitacional de la Galaxia (Carroll and Ostlie, 2007).

El enfoque de interés en nuestra investigación es en gran parte la medida de la cinemática de las estrellas, por lo que los parámetros principales para nuestra muestra son: ascensión recta, declinación, paralaje, movimientos propios y velocidad radial, obteniendo por medio de estos las velocidades heliocéntricas U, V y W. Se utilizó principalmente el catálogo de Gaia, en su última entrega EDR3 (Gaia Early Data Release 3). Este catálogo nos entrega los datos de fotometría y astrometría: paralaje, declinación, ascensión recta y movimientos propios, de más 1.467 millones de objetos celestes, además de la velocidad radial de aproximadamente 7 millones de estrellas, de la segunda entrega de Gaia, DR2 (Gaia Data Release 2) (Gaia Collaboration, 2020). El análisis de los errores asociados a la medida de cada parámetro se encuentran en el apéndice A.

La principal selección se realizó a través de la posición, en donde se buscaron las estrellas en un cono de 15° en dirección de los polos norte y sur galácticos, y se seleccionaron aquellas que se encuentran entre 1.3 y 5 kpc de distancia del plano Galáctico. Esta selección busca las estrellas pertenecientes al disco grueso de la galaxia, tratando de omitir aquellas que se encuentren cerca del plano o del disco delgado. Para las distancias se optó por utilizar los datos del catálogo de Bailer-Jones (Bailer-Jones et al., 2021). La distribución espacial de las estrellas se muestra en la figura 2.1.

El catálogo de Bailer-Jones, mejora las distancias obtenidas por Gaia, realiza el cálculo mediante dos modelos. El primero se basa en las distancias geométricas de los objetos, en donde se utiliza una distribución bayesiana para las distancias, obteniendo así los valores más probables para cada medida, dependiendo de la distribución espacial de las estrellas en la Galaxia. La segunda incluye los datos fotométricos, en donde se utilizan el color y la magnitud de cada estrella, realizando una corrección de las distancias geométricas a través de las medidas de magnitud (Bailer-Jones et al., 2021). Los datos fotogeométricos tienden a ser más precisos. Sin embargo, para nuestro trabajo utilizamos las distancias geométricas, debido a que no todas las estrellas tienen los datos de las distancias fotogeométricas.

La diferencia entre las medidas geométricas y fotogeométricas no logran afectar nuestros resultados, debido a la región espacial que se está trabajando; en dirección de los polos la extinción es menor, por lo que las variaciones en las magnitudes son mínimas, y el cálculo de las distancias a través de estas no se ven significativamente afectados. La comparación entre ambas medidas se muestra en la figura 2.2, para el hemisferio norte. Se puede observar que no hay una presencia significativa de errores sistemáticos para $1000 < |Z| < 4000$ pc, teniendo presente que este va a ser nuestro rango de estudio, nos da una mayor confianza en nuestra selección. Se tiene que para las distancias entre 0 y 6 kpc tomando intervalos cada 1 kpc, las desviaciones medias están dadas por 0.003, 0.018, 0.05, 0.11, 0.22 y 0.37 kpc. Estas desviaciones son pequeñas en comparación con los valores de la distancia, son inferiores al 10% de las medidas.

Por otro lado las diferencias entre las distancias de Gaia EDR3 y Bailer-Jones se pueden observar en la figura 2.3. Se aprecia que el obtener las distancias por medio del paralaje de Gaia, puede tener una sobreestimación de la medida, que aumenta para distancias mayores. Para las distancias de Gaia en comparación con las distancias de Bailer-Jones. Al compararlas con las distancias obtenidas con el método geométrico se tiene una variación promedio del 11.5% para las distancias entre 5 y 6 kpc y del 5% para 1 y 2 kpc. Mientras que las distancias de Gaia

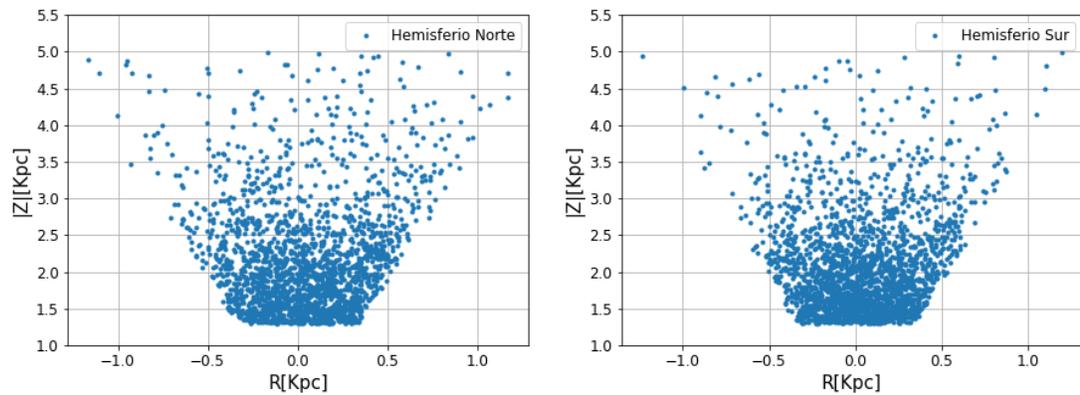


Fig. 2.1 Distribución espacial de la muestra en el hemisferio norte y sur de la Galaxia

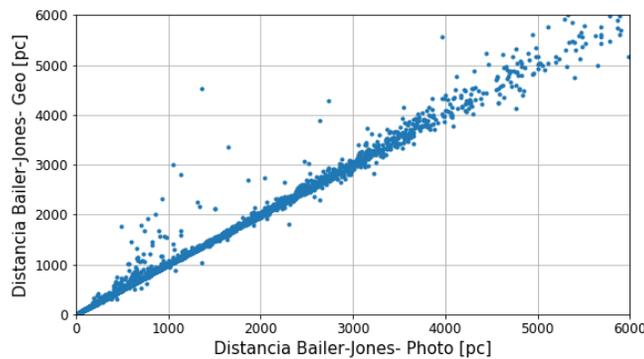


Fig. 2.2 Distancia fotogeométricas en comparación con las distancias geométricas obtenidas por Bailer-Jones (Bailer-Jones et al., 2021)

comparadas con las distancias fotogeométricas tienen variaciones promedio de 6% y 74% para los rangos entre 1 y 2 y 5 y 6 kpc respectivamente.

Con los cortes realizados en la selección de la muestra se buscó eliminar posible contaminación del disco delgado y del halo de la galaxia, centrando nuestra investigación en estrellas del disco grueso. Sin embargo, esta selección inicial no es cien por ciento confiable, ya que se podría tener una pequeña contribución de contaminación, por ello se realizó una nueva selección utilizando el catálogo 2MASS (Two Micron All Sky Survey), un catálogo que nos ofrece fotometría en el infrarrojo cercano en las bandas J ($1.25\mu m$), H ($1.65\mu m$), y K_s ($2.17\mu m$), (Skrutskie et al., 2006). Al realizar la búsqueda de las estrellas seleccionadas a través de Gaia

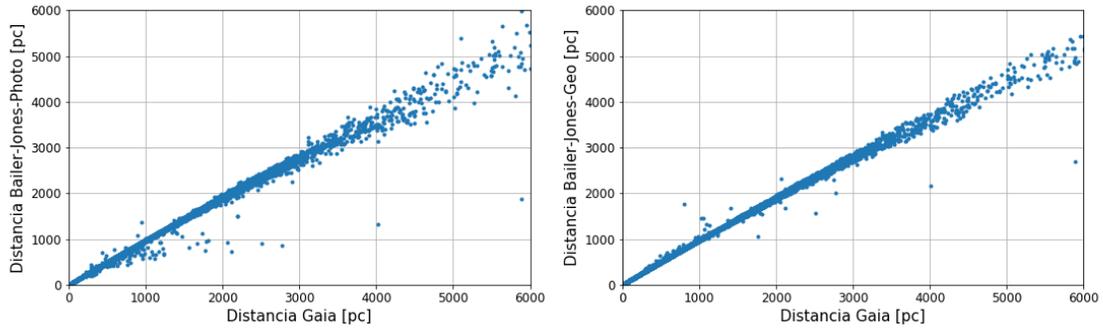


Fig. 2.3 Comparación entre las distancia fotogeométricas(panel izquierdo) y geométricas(panel derecho) con el inverso del paralaje de Gaia EDR3

en 2MASS, obtenemos un número menor; de una muestra inicial de 26705 y 31613 se obtuvo 26082 y 30911 estrellas en común, para el hemisferio norte y sur respectivamente. Con esta selección encontramos los valores para las velocidades heliocéntricas. A los datos obtenidos para ambos hemisferios se les realiza un corte en la distancia, con el fin de evitar la contaminación de estrellas del disco delgado y del halo. El corte en las velocidades se realizó para evitar estrellas con velocidades erróneas, por una mala distancia o movimientos propios errados y/o estrellas con valores atípicos del disco grueso Galáctico, que distan significativamente de los valores promedios .

$$-300 \leq U \leq 300 \text{Km/s},$$

$$-500 \leq V \leq 300 \text{Km/s},$$

$$-150 \leq W \leq 150 \text{Km/s},$$

$$1.3 \leq |Z| \leq 5 \text{Kpc}.$$

Una vez realizado el corte se tienen 1992 y 2230 en el hemisferio norte y sur respectivamente. Por medio de la comparación con isócronas de Dartmouth Stellar Evolution Database, con edades de 10 Gyr y diferentes metalicidades, se busca eliminar la mayor cantidad de contaminación del disco delgado y del halo de la Galaxia; en donde la metalicidad del disco grueso de la galaxia está centrado en -0.7Dex , tomando el rango entre $(-1.0, -0.4)$. Las poblaciones estelares del halo se componen de estrellas más viejas, por lo que su metalicidad

es menor, mientras que en el disco delgado se encuentran poblaciones estelares más jóvenes con una metalicidad mayor. Asegurando así que nuestros datos son en su mayoría estrellas gigantes rojas del disco grueso. Para poder realizar la comparación con las isócronas realizamos primero la corrección por extinción, utilizando el mapa de extinción de Schlegel, Finkbeiner & Davis (Schlegel et al., 1998), centrado en $100 \mu m$. A los resultados obtenidos se les realizó la corrección para cada una de las bandas teniendo presente la relaciones:

$$A_J = 0.29434 * 3.1 * E(B - V),$$

$$A_H = 0.18128 * 3.1 * E(B - V),$$

$$A_K = 0.11838 * 3.1 * E(B - V),$$

A_J, A_H y A_K , son el coeficiente de extinción en las diferentes bandas y $E(B - V)$ es el enrojecimiento en las bandas B y V. (Bilir et al., 2008; Fiorucci and Munari, 2003)

En la figura 2.4, se muestra la selección de las estrellas, entre las isócronas de $[-1.0]$ y $[-0.4]$ $[Fe/H]$. Se puede apreciar el corte realizado en la banda K_s , de manera que se omitieron las estrellas de la rama horizontal. Durante esta fase las estrellas siguen este camino saliendo de la secuencia principal y entrando en el brazo de las gigantes rojas, por lo que es difícil diferenciarlas entre las diferentes poblaciones, lo que generaría una contaminación en la muestra. El rango de la selección varía entre el hemisferio norte y el hemisferio sur, siendo $(-2.0, -1.0)$ y $(-1.9, -0.9)$ [mag] respectivamente, el número de estrellas seleccionadas es de 395 para el hemisferio norte y 412 para el hemisferio sur.

Para poder realizar una confirmación y confiar en nuestra selección, se utilizó el catálogo de APOGEE (Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment). Este nos entrega metalicidad para un grupo de estrellas. APOGEE es el resultado del estudio de espectros para 473.306 estrellas, (Jönsson et al., 2020). Se buscaron las estrellas en común, estas estrellas y su distribución en metalicidad de acuerdo a los rangos de las isócronas se muestran en la figura 2.5.

Se observa que la mayoría de estrellas con una metalicidad en el rango de $[-1.0, -0.4]$ $[Fe/H]$ se encuentran distribuidas entre las isócronas con estas metalicidades, algunas pocas están fuera del rango de selección, lo que es de esperar, ya que las estrellas se encuentran distribuidas

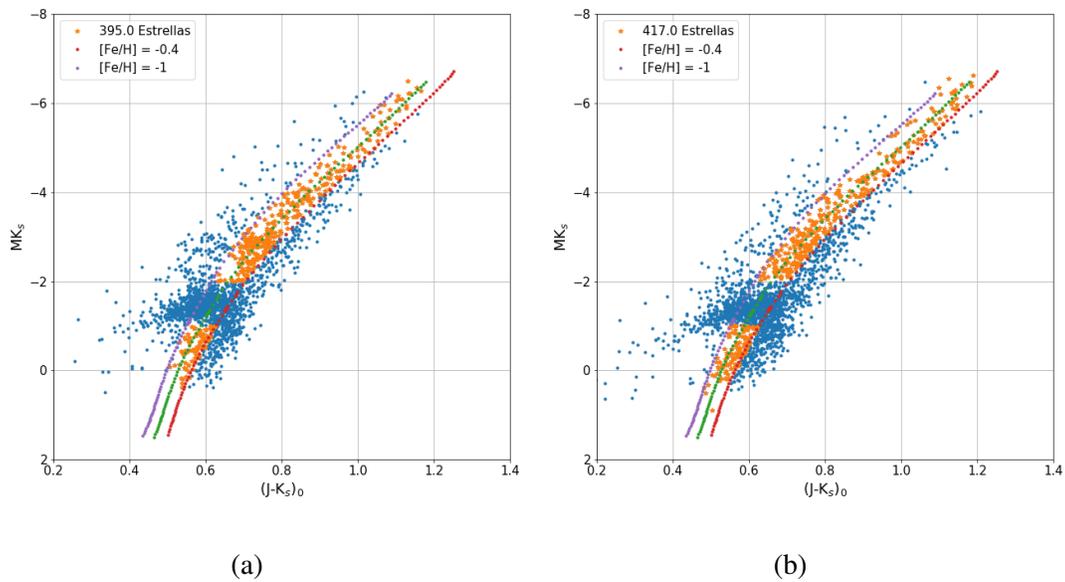


Fig. 2.4 Diagrama Color-Magnitud para las estrellas del hemisferio norte y sur (panel izquierdo y derecho respectivamente), los puntos azules son la muestra total de cada hemisferio y los puntos naranjados son los seleccionados

alrededor de las isócronas, tomando esta como el camino promedio que siguen las estrellas de una población durante el transcurso de su evolución.

Realizamos el mismo proceso de selección a este grupo de estrellas con el fin de cuantificar la eficiencia del corte. Para la muestra inicial de APOGEE, el 58% de las estrellas se encuentran en el rango de metalicidad deseada, al seleccionar los datos se obtiene un 80%. Por lo que aunque aún puede haber un poco de contaminación en nuestra muestra, se puede tener certeza que la gran mayoría de estrellas son del disco grueso de la Galaxia.

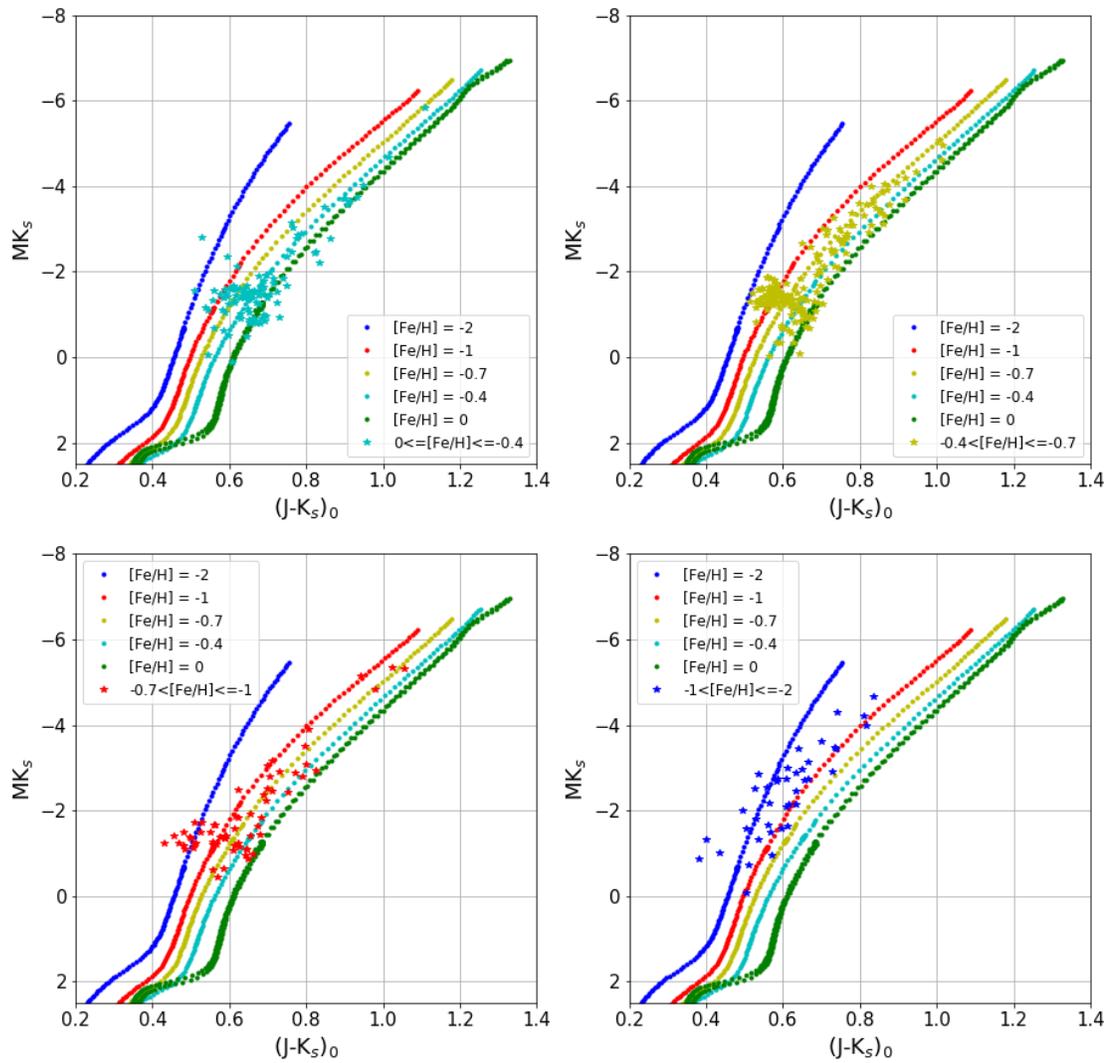


Fig. 2.5 Diagrama Color-Magnitud para las estrellas del catalogo APOGEE, comparando con diferentes isócronas en relación a las metalicidades

Capítulo 3

Cinemática

3.1 Velocidades Heliocéntricas

El estudio se realizó principalmente por medio del análisis de la cinemática de nuestro grupo de estrellas, para esto primero transformamos los datos en velocidades heliocéntricas. Utilizamos las distancias de Bailer-Jones, la declinación, ascensión recta, movimientos propios y velocidad radial de Gaia EDR3. El sistema cilíndrico de coordenadas se asumió U positivo hacia el centro galáctico, V es positivo en el sentido de rotación galáctica y el eje W positivo hacia el Polo Galáctico Norte. La transformación se realizó a través del método de Johnson and Soderblom (1987), utilizando las matrices de transformación

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(l) * \cos(b) & -\sin(l) & -\cos(l) * \sin(b) \\ \sin(l) * \cos(b) & \cos(l) & -\sin(l) * \sin(b) \\ \sin(b) & 0 & \cos(b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ k\mu_\alpha/\pi \\ k\mu_\delta/\pi \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

$k = 4.74057$ el equivalente en kms^1 de una unidad astronómica en un año tropical. μ_α, μ_δ , son los movimientos propios en ascensión recta y declinación, π es el paralaje o inverso de la distancia, ρ es la velocidad radial, l y b son la longitud y latitud Galácticas.

Realizamos la corrección a cada una de las velocidades de las estrellas por la velocidad solar

$$U_\star = U - U_\odot = (U - 10.0)km/s,$$

$$V_\star = V + V_\odot = (V + 5.1)km/s,$$

$$W_\star = W + W_\odot = (W + 7.2)km/s,$$

tomando las velocidades solares como $U_{\odot}, V_{\odot}, W_{\odot} = [10.1, 5.1, 7.2]$ km/s (Aumer and Binney, 2009). Las velocidades se obtuvieron cada una con sus respectivos errores, en donde se calcularon a partir de la propagación de errores. Para el calculo se tuvieron en cuenta el error de los movimientos propios, velocidad radial y distancia. Para este ultimo se utilizó un error promedio entre los valores máximo y mínimo entregados por Bailer-Jones.

Una vez obtenidas las velocidades con sus respectivos errores para cada una de las estrellas, se realizaron varios cortes para poder eliminar las estrellas que pueden tener velocidades erróneas. Las velocidades obtenidas en función de la distancia Z se muestran en la figura 3.1. Suponiendo que el disco de la galaxia tiene una simetría tanto axial como en Z , es decir, las estrellas del hemisferio norte y sur deben de tener movimientos y distribución similares; se unieron ambas muestras, en donde $W_{\star} = -W_{\star}$ para el hemisferio norte, mientras que el sur permanece igual, de modo que ambas muestras tengan una dispersión correlacionada σ_{UW}^2 creciente y positiva. Los valores promedios \bar{W} y la dispersión σ_W no se ven afectadas, ya que las velocidades promedio tienden a cero para W y la dispersión aumenta con Z en ambos hemisferios.

En la figura 3.1 se puede apreciar que los valores medios de las velocidades en U y V están levemente alejados de cero. Para las velocidades U , los valores medios son mayores a distancias mas cortas, para valores de 1.5 kpc se tiene $\bar{U} = -20$ km/s, mientras que para valores de 3.5 kpc se tiene $\bar{U} = -11$ km/s, y para 4.5 kpc la velocidad promedio es de $\bar{U} = -7$ km/s. Las dispersiones de los valores no tienen un comportamiento regular, es decir no tienden a crecer o decrecer con Z , los valores son de 74.8, 67.1, 111.4 y 75.4 km/s para las distancias de 1.5, 2.5, 3.5 y 4.5 kpc respectivamente. Las dispersiones tienen un valor promedio de 77.6 km/s.

Para las velocidades en W se tiene valores medios constantes a lo largo de nuestro intervalo de distancias, en promedio los valores medios son de $\bar{W} = -2.9$ km/s. Las dispersiones tienen a aumentar a medida que crece Z , van desde 46.4 km/s para $Z = 1.5$ kpc y 58.1 km/s para $Z = 4.5$ kpc

La magnitud de los valores medios de V tienden a aumentar a medida que las estrellas se encuentran mas alejadas del plano, para las distancias de 1.5, 2.5, 3.5 y 4.5 kpc se tienen valores medios de -65, -101, -136 y -172 km/s respectivamente. Para los valores de la dispersión no se tiene una tendencia creciente o decreciente, se tienen valores de 61.1, 68.8, 88.8 y 80.1 km/s, estas dispersiones tienen a tener un valor promedio de 74.6.

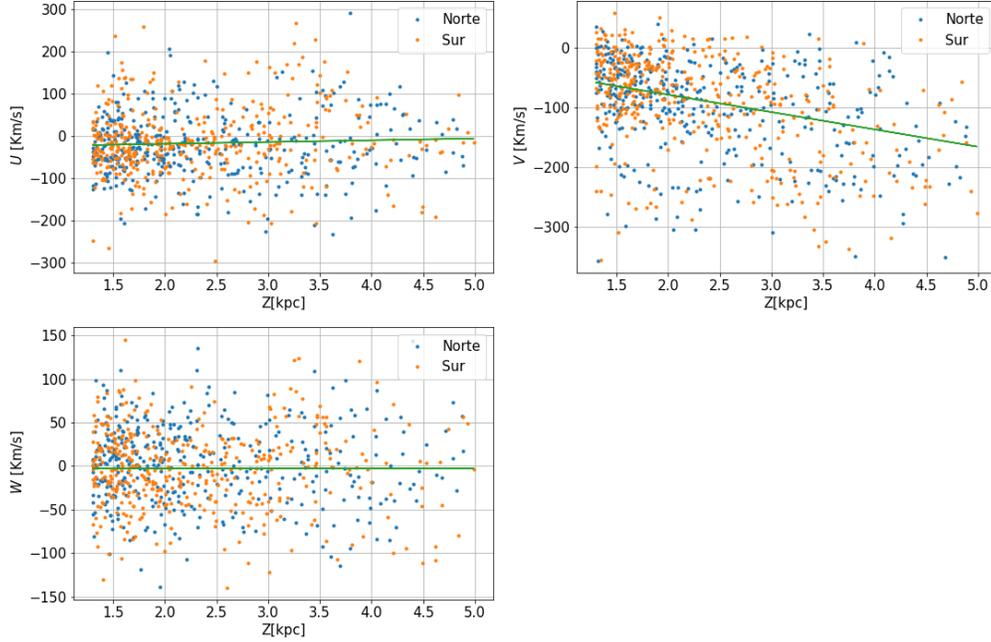


Fig. 3.1 Distribución de las velocidades de las estrellas en relación con la magnitud de la distancia al plano. Los puntos azules son los datos del hemisferio norte, los naranjados del hemisferio sur

En la figura 3.2 se puede apreciar el ajuste y corte realizado en V . Para ello se utilizó una relación no lineal de la velocidad promedio V en función de la distancia al plano Z , $\bar{V} = a + b * |Z|^\gamma$, en donde se tiene una relación creciente entre la magnitud de la velocidad con la distancia. Las estrellas con una velocidad cercana a cero en distancias cortas son estrellas pertenecientes al disco delgado de la Galaxia, tienen velocidades similares a la del Sol. Las estrellas del Halo, son estrellas que tienen una velocidad en promedio superior a las velocidades del disco grueso, se espera que la magnitud de sus velocidades sea cercana a las 200 km/s (Bland-Hawthorn and Gerhard, 2016). Utilizando el ajuste $\bar{V} = -20.1 - 19.2 * |Z|^{1.5}$ obtenido por Ivezić et al. (2008) para las estrellas del disco grueso, eliminamos las estrellas que se encuentren a más de 2σ , tomando σ como la desviación promedio de cada punto con el ajuste. Los datos descartados son de estrellas que puede pertenecer al halo, por sus altas velocidades en comparación con el promedio para cada Z , equivalente a menos del 10% de la muestra total.

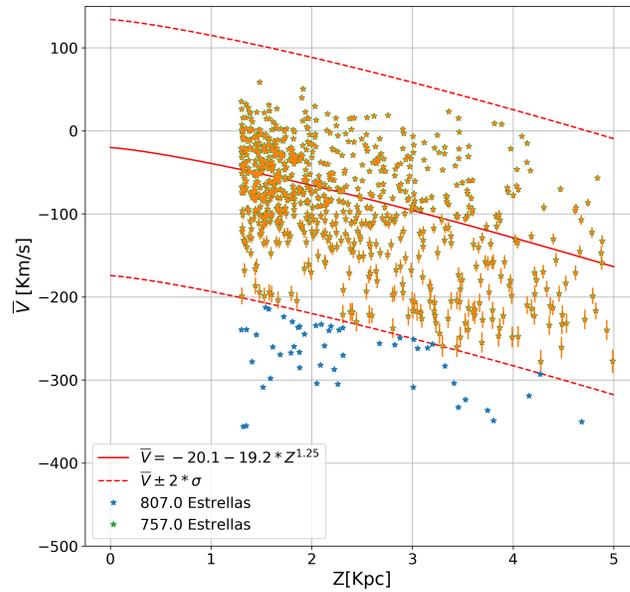


Fig. 3.2 Velocidad tangencial de las estrellas en relación con la magnitud de la distancia al plano, las líneas discontinuas rojas muestran el ajuste de Ivezić et al. (2008), el corte a 2σ de este. Las datos azules son la muestra total, los naranjados la muestra seleccionada

Para poder obtener la matriz de dispersiones de velocidad: los promedios de las velocidades, las dispersiones y dispersiones correlacionadas, en función de la distancia al plano Z , se utilizaron dos métodos, probability plot y los elipsoides de velocidad. En ambos se toman bins en la distancia, entre $Z = [1.5, 4.5]$ kpc, cada 0.1 kpc; se buscan las estrellas más cercanas a cada uno y se analizan las velocidades con cada uno de los métodos.

3.2 Probability Plot

Para encontrar las dispersiones de cada velocidad σ_U, σ_V y σ_W , y los términos no diagonales de la matriz de dispersión, se tuvo en cuenta el método utilizado por Girard et al. (2006); Moni Bidin et al. (2012a), basados en el análisis de probabilidad de Lutz and Hanson (1992).

Para poder obtener los valores de la matriz de dispersión y las velocidades promedios en función de la distancia, se divide la muestra en bins. Estos bins se toman en relación a la

distancia, se toman valores de Z cada 0.1 kpc y se buscan las estrellas mas cercanas a cada punto. Se tomaron 100 estrellas por cada bin entre $Z = [1.5, 2.1)$ Kpc y 80 estrellas para $Z \geq 2.1$ kpc. Por ende para cada bins se buscan las estrellas mas cercanas indiferente de si esas estrellas también aportan información a otros bins. Cuando se buscan las estrellas mas cercanas a cada bins, se espera que la información que aportan, sirva para un análisis estadístico de como debe de ser la cinemática en este punto.

Posteriormente a la selección de estrellas para cada bin, se toman los valores de las velocidades U, V y W , se organizan en orden creciente y se asocian a cada valor un σ , entre $(-3, 3)\sigma$ de una gaussiana teórica, teniendo presente que para un conjunto de datos cualquiera con una distribución gaussiana se tiene que el 68% de los datos se encuentran a 1σ , el 95% a 2σ y el 99.7% a 3σ . La relación entre cada una de las velocidades y σ generan una distribución que se puede asociar a un ajuste lineal. En general, se analizó cómo el valor de cada uno de los datos en velocidad varía con respecto a la media en términos de la desviación estándar de la gaussiana, σ .

Al realizar un ajuste de las velocidades con respecto a σ , se obtiene una tendencia lineal, en donde la pendiente es la dispersión de la velocidad y la intersección es la media asociadas al grupo de estrellas. Para realizar el ajuste lineal se tuvo en cuenta principalmente el bin al que pertenecían las estrellas. Para los bins con $Z < 2.4$ kpc, se realizo el ajuste eliminando las estrellas en $(-50 < U < 50)$ km/s, $(V \geq -60)$ km/s y $(-30 < W < 30)$ km/s, con el fin de eliminar posibles estrellas pertenecientes al disco joven de la Galaxia, teniendo en cuenta las dispersiones encontradas por Bochanski et al. (2007), $\sigma_U = 38.5$ km/s, $\sigma_V = 28.6$ km/s y $\sigma_W = 24.4$ km/s para $Z = 1.6$ kpc, y el análisis de Moni Bidin et al. (2012a), para el disco delgado. En la figura 3.3 se pudo observar el ajuste para $Z = 2.3$ kpc. Para las velocidades U y W , teniendo presente que el ajuste lineal se realiza mediante las alas y que no se tienen en cuenta los valores centrales, se realizan dos ajustes, uno para cada ala, y el valor a obtener como la media y la dispersión serán el promedio de ambos ajustes.

Para los bins de $Z \geq 2.4$ kpc no se excluyen los valores centrales. Sin embargo, debido a que cada grupo de estrellas puede tener datos que se salen significativamente del ajuste, en especial los datos que más se aleja de la media, se descartaron los valores extremos en cada grupo en el momento de realizar el ajuste. En general no son mas de 4 valores en cada extremo. En la figura 3.4 se puede apreciar un ejemplo de los ajustes realizados a este grupo de bins.

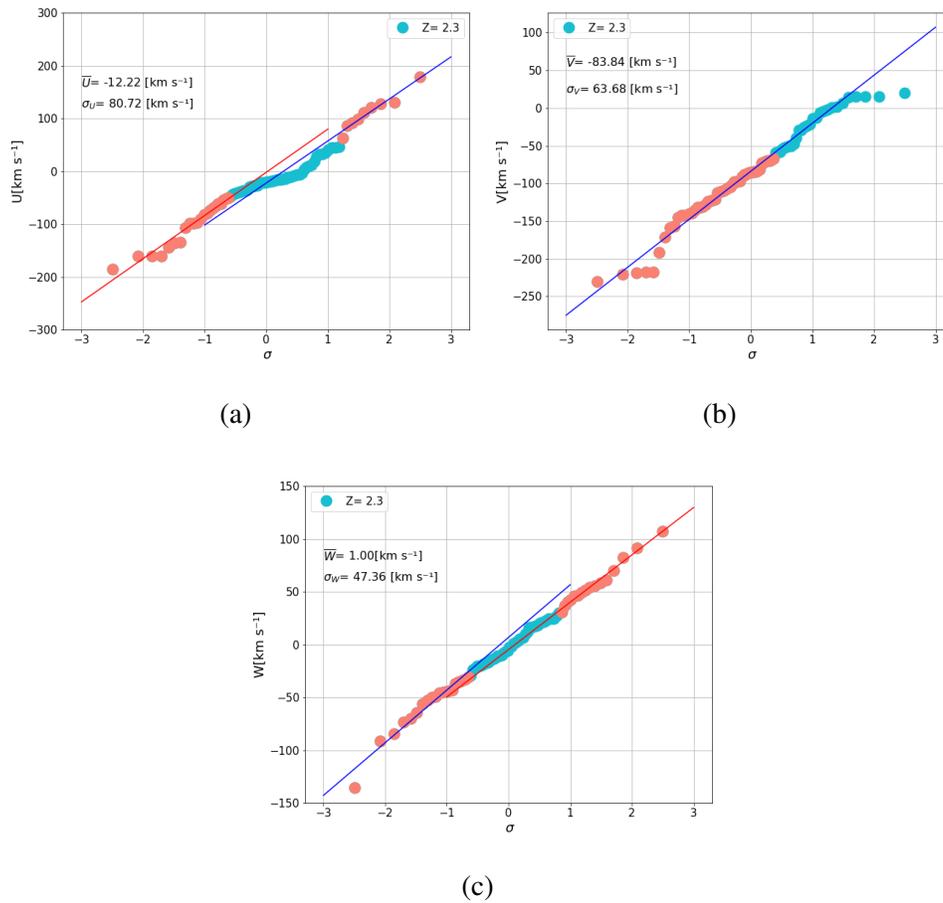


Fig. 3.3 Ejemplos del método de Probability Plot para $Z = 2.3\text{kpc}$, los puntos azules son las estrellas excluidas para cada ajuste, las rojas son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones. Las líneas son los ajustes lineales realizados a los puntos rojos

Los valores obtenidos para la dispersión en cada una de las velocidades pueden tener una leve sobreestimación debido a los errores asociados a cada medida, por lo que se realiza una corrección como

$$\sigma_{\lambda}^2 = \sigma_{\lambda 0}^2 - \varepsilon_{\lambda}^2 \quad (3.2)$$

En donde $\sigma_{\lambda 0}$ son las dispersiones obtenidas mediante el ajuste para cada una de las velocidades y ε_{λ} son los errores promedios en cada bin. Estos errores son mínimos, la diferencia

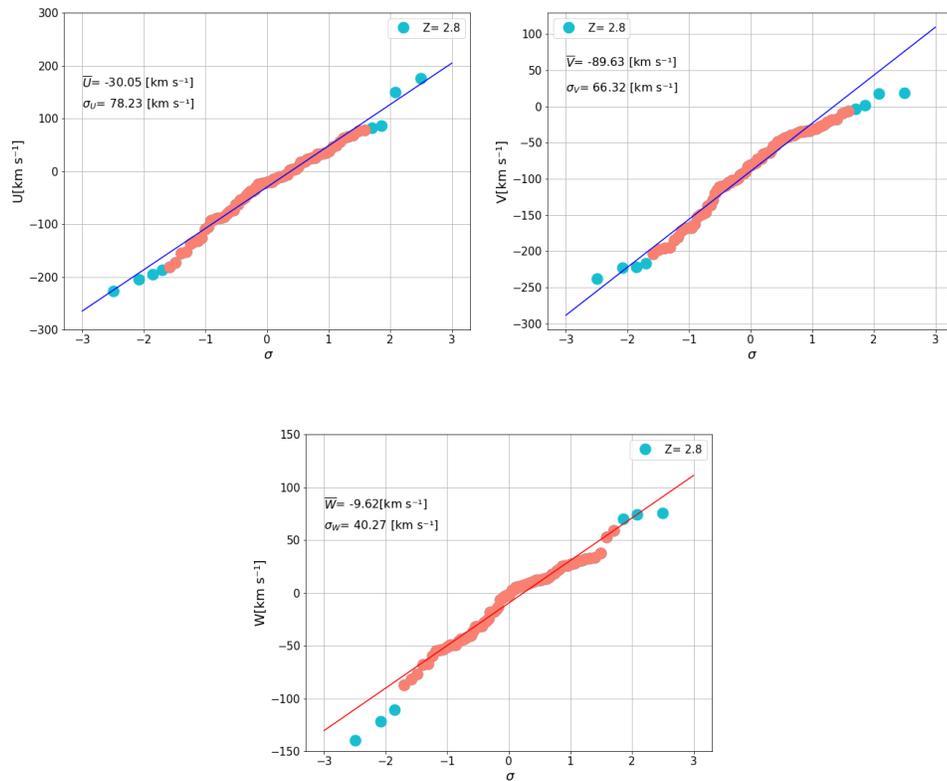


Fig. 3.4 Ejemplos del método de Probability Plot para $Z = 2.8$ kpc. Los puntos azules son las estrellas excluidas para cada ajuste, las rojas son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones. Las líneas son los ajustes lineales realizados a los puntos rojos

entre las dispersiones obtenidas en el ajuste y las dispersiones con una corrección por error es casi nulo. En la figura 3.5, se puede apreciar los pequeños valores que se tienen para el error, y se observa que tienden a aumentar con la distancia.

Los datos obtenidos para las velocidades promedio y las dispersiones de velocidad se pueden apreciar en las figuras 3.6 y 3.7.

Los términos correlacionados de la dispersión de velocidad, es decir los términos no diagonales de la matriz de dispersión, se calcularon mediante la ecuación 3.3.

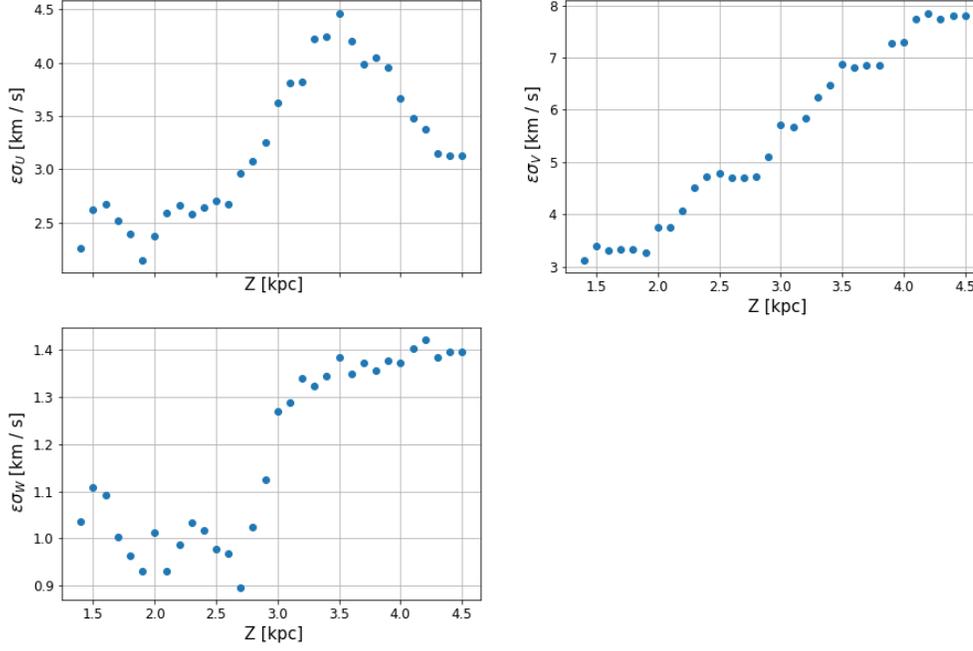


Fig. 3.5 Errores de las dispersiones de velocidad en función de la magnitud de la distancia Z

$$\sigma_{\lambda\rho}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_i (V_{\lambda,i} - \bar{V}_\lambda)(V_{\rho,i} - \bar{V}_\rho), \quad (3.3)$$

en donde ρ y λ son las velocidades U, V y W, i es la sumatoria sobre el número de estrellas de cada intervalo, N el número total de estrellas, y \bar{V}_ρ son los valores promedio obtenidos mediante el ajuste gaussiano.

Los valores obtenidos para las dispersiones correlacionadas en función de la distancia al plano se pueden observar en la figura 3.8.

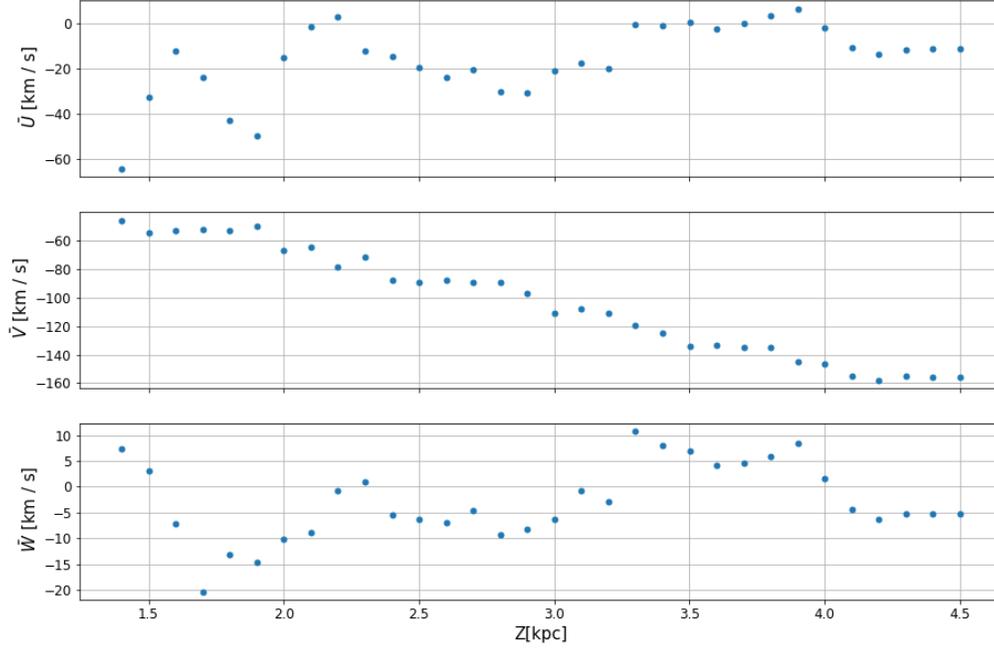


Fig. 3.6 Velocidades promedio \bar{U} , \bar{V} , \bar{W} en función de la magnitud de la distancia Z

3.3 Elipsoide de Velocidad

En cada punto de la Galaxia, una población estelar que está en equilibrio estadístico en un potencial gravitacional simétrico (R, z) debería definir un elipsoide de velocidad. Dos de los ejes principales de este elipsoide deben estar dentro del plano (R, z) , con el tercer eje en la dirección azimutal ϕ . Cerca del plano, se espera que el eje más largo del elipsoide apunte, aproximadamente, de manera radial y el eje más corto vertical (Binney et al., 2014).

Para un punto en el espacio, las longitudes de los semiejes principales del elipsoide de velocidad son las dispersiones de velocidad, el centro indica las velocidades promedio y las dispersiones correlacionadas se pueden encontrar a través del termino cruzado, en función del ángulo de inclinación respecto al eje radial,

$$\tan 2\alpha = -\frac{2\sigma_{UW}^2}{\sigma_U^2 - \sigma_W^2}. \quad (3.4)$$

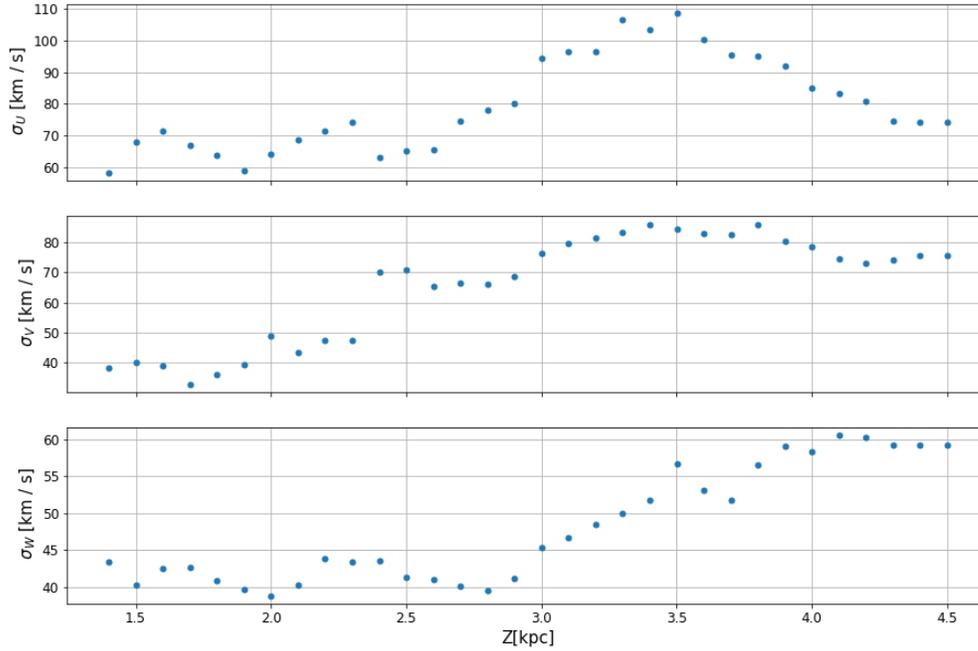


Fig. 3.7 Dispersiones de la velocidad $\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W$ en función de la magnitud de la distancia Z

Si este ángulo es cero no existe una correlación entre las velocidades. Las dispersiones correlacionadas están dadas a partir de la ecuación 3.4

$$\sigma_{UW}^2 = \frac{-1}{2} \tan(2\alpha)(\sigma_U^2 - \sigma_W^2). \quad (3.5)$$

Para obtener la velocidades promedio, las dispersiones de velocidad y las dispersiones correlacionadas a través del elipsoide de velocidad, se utilizaron los mismos bins del probability plot, en donde se encontraron las estrellas más cercanas a cada Z, tomando Z cada 0.1 entre 1.5 y 4.5 kpc. En grupo de estrellas se realiza el ajuste a través del algoritmo de mínimos cuadrados descrito por Hammel and Sullivan-Molina (2020), en donde se encuentran los mejores parámetros de ajuste para la ecuación general de la cónica

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0. \quad (3.6)$$

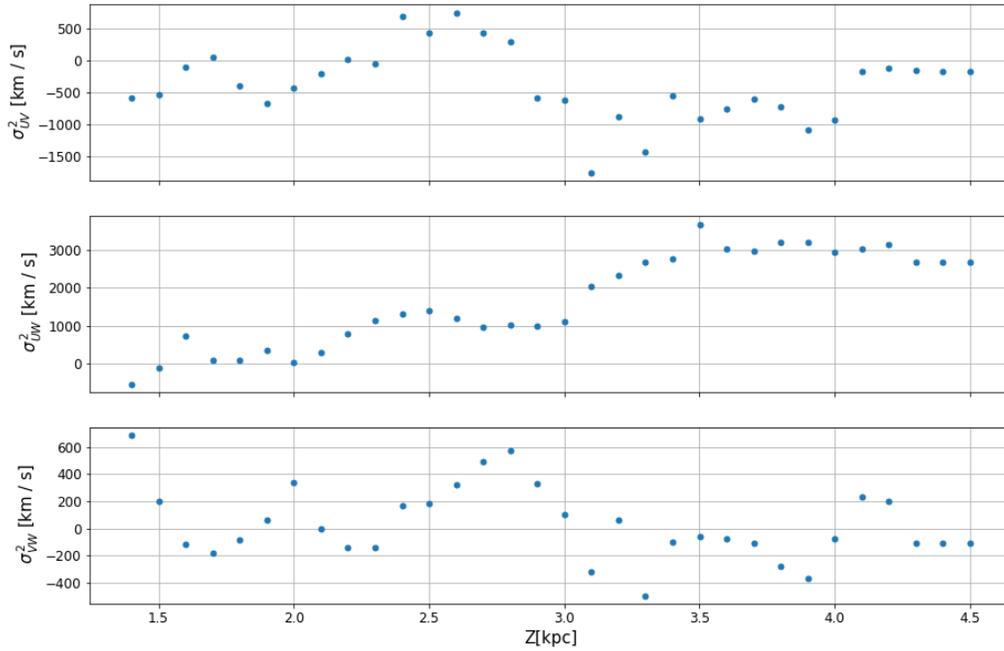


Fig. 3.8 Dispersiones correlacionadas de la velocidades σ_{UV}^2 , σ_{UW}^2 , σ_{VW}^2 en función de la magnitud de la distancia Z

con $b^2 - 4ac < 0$

Siguiendo una analogía con el probability plot, se toman las estrellas mas cercanas en cada bin, 100 para los valores de $(1.3 < Z < 2.1)$ kpc y 80 para $Z > 2.1$ kpc. Se descartan las estrellas con los valores $(-50 < U < 50)$ km/s, $V \geq -60$ km/s y $(-30 < W < 30)$ km/s para los bins $Z < 2.4$ kpc y se excluyen los valores extremos para los bins mayores. Un ejemplo de esto se puede apreciar en las figuras 3.9

En las figuras 3.10, 3.11, 3.12 se puede observar los resultados obtenidos de las velocidades promedio, las dispersiones de velocidad y las dispersiones correlacionadas

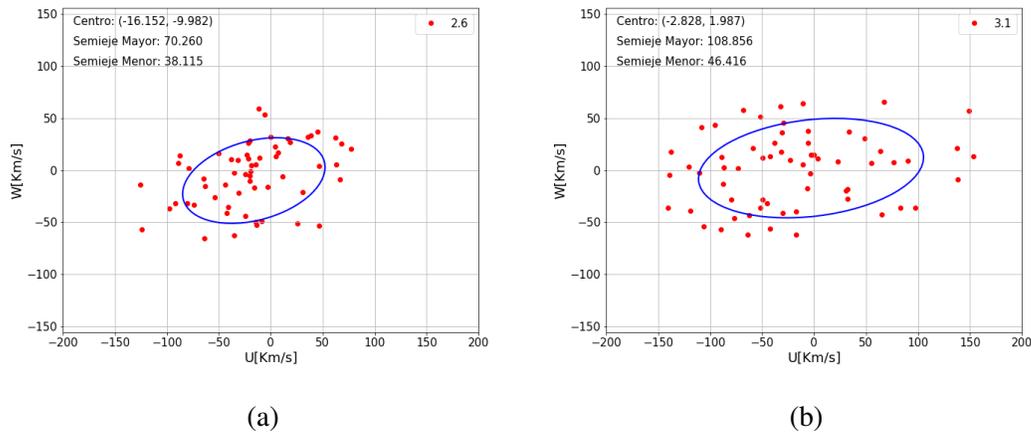


Fig. 3.9 Ejemplos del método de elipses para $Z = 2.6\text{kpc}$ (panel superior) y $Z = 3.1\text{kpc}$ (panel inferior) los puntos rojos son los datos con los que se obtuvieron las velocidades promedio y sus dispersiones, la línea azul es el ajuste elíptico

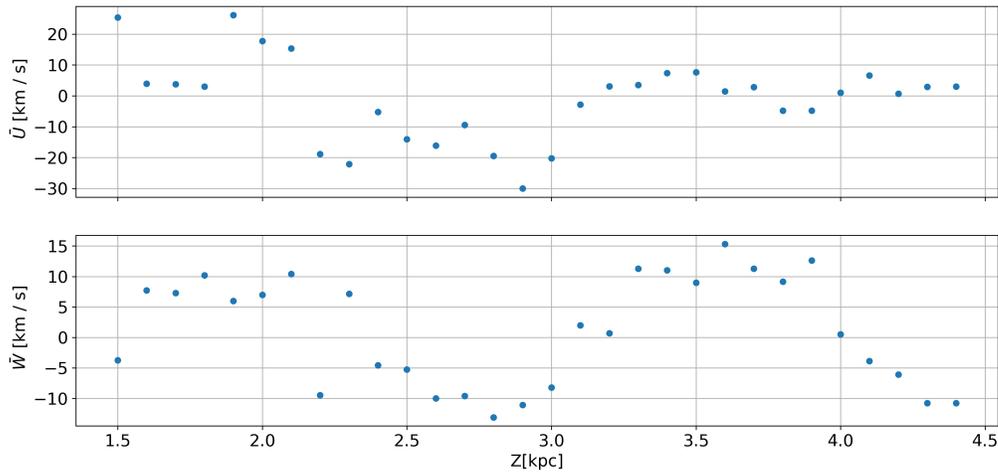


Fig. 3.10 Velocidades promedio \bar{U} , \bar{W} en función de la magnitud de la distancia Z

3.4 Resultados

Tomando los valores obtenidos por ambos métodos para el cálculo de la velocidades promedio, las dispersiones de velocidad y las dispersiones correlacionadas, encontramos que ambos resultados tienden a ser iguales, y que efectivamente nuestras tendencias son correctas.

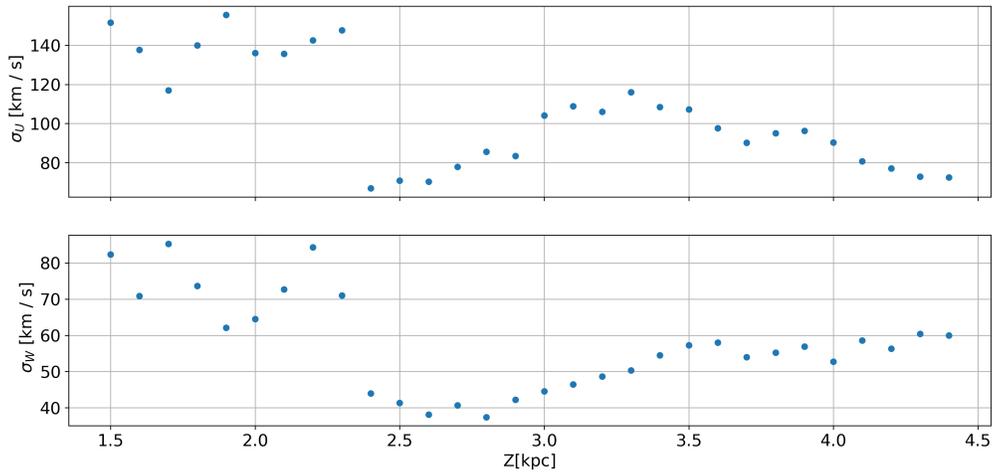


Fig. 3.11 Dispersiones de la velocidad σ_U, σ_W en función de la magnitud de la distancia Z

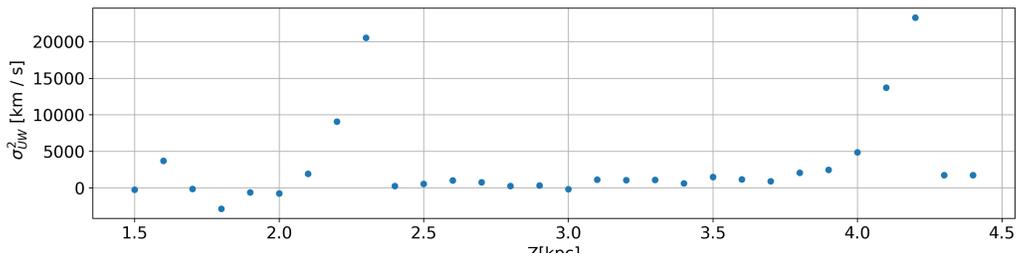


Fig. 3.12 Dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenida por medio de la ecuación 3.5 en función de la magnitud de la distancia Z

En la figura 3.13 se muestran las comparaciones de las velocidades promedio, en donde se puede apreciar que hay una dispersión alrededor de una tendencia uno a uno. Sin embargo, se tienen unas cuantas mediciones que se alejan significativamente de la tendencia. Al analizar mejor estos valores se encuentran que pertenecen a los bins con $Z < 2.4\text{kpc}$ en donde se descartaron un número significativo de estrellas con los cortes centrales, generando que la muestra fuera muy pequeña para tener un ajuste confiable por el método de la elipse.

Las comparaciones de las dispersiones de velocidad confirman que efectivamente ambos métodos siguen la misma tendencia, mostrando resultados similares para $Z > 2.4\text{kpc}$, figura 3.14. En las figuras 3.13 y 3.14 se puede observar que los datos que se alejan de la relación uno a uno son aquellos que corresponde a las distancias menores a 2.4 kpc. En estos rangos el

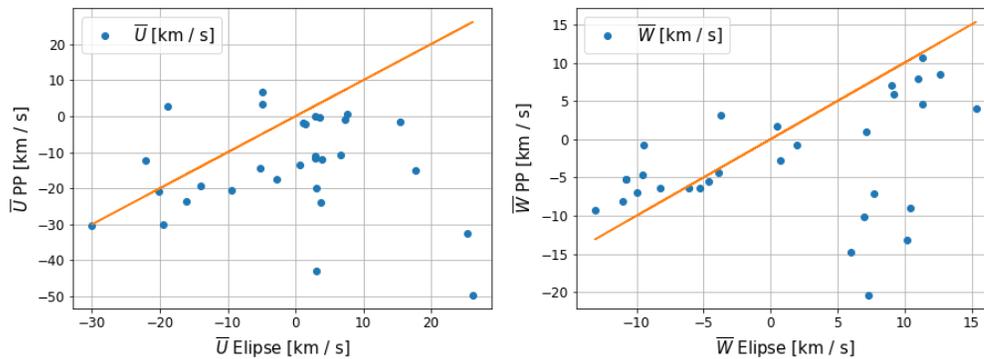


Fig. 3.13 Comparación entre las velocidades obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.

ajuste de la elipse no es un ajuste confiable, ya que el número de datos utilizados es pequeño; debido a los cortes en los valores centrales de las velocidades.

En la figura 3.15 se muestra la comparación para σ_{UW}^2 , en donde se omitieron dos valores obtenidos a través del método de la elipse mayores a 10000, estos valores se alejan considerablemente de las tendencias. Se observan valores que se alejan notoriamente de la relación uno a uno, estos valores también se encuentran distantes de la tendencia entre la dispersión correlacionada y la distancia, figura 3.12. Para los valores equivalentes en distancia menores a 2.5 kpc, se debe a la selección de estrellas con las que se realiza el ajuste, para poder tener valores confiables en el ajuste de la elipse se necesita un mayor número de datos.

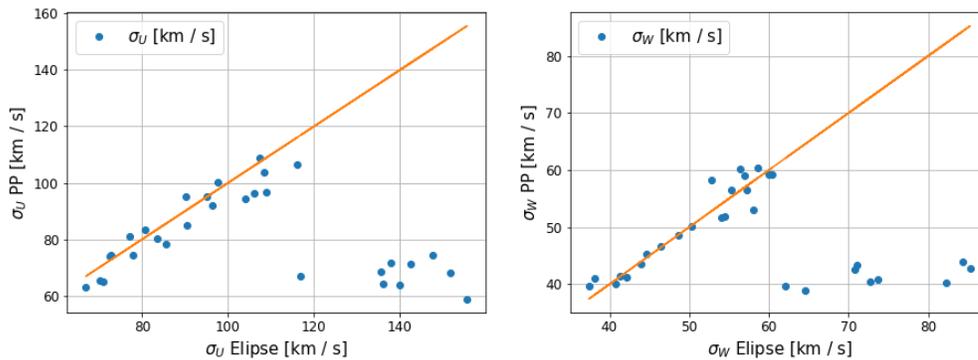


Fig. 3.14 Comparación entre las depresiones de velocidad obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.

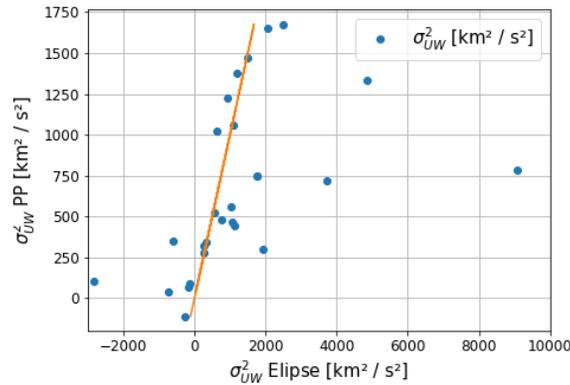


Fig. 3.15 Comparación entre la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidas por el método de Probability Plot y el ajuste elíptico. La línea amarilla muestra lo que sería una tendencia uno a uno, para ilustrar mejor los resultados.

Debido al sesgo en los bins $Z < 2.4\text{kpc}$, decidimos utilizar para nuestros cálculos los resultados obtenidos en el probability plot, tomando los valores para los bins $(1.5 < Z < 3.5)\text{kpc}$. El límite superior se escogió teniendo presente el número de estrellas repetidas por bin: la densidad de estrellas disminuye con la distancia, por lo que ocasiona que en Z mayores la cantidad de estrellas repetidas creen un error estadístico. En la tabla 3.1 se muestran las estrellas que se repiten por bin en comparación con el bin anterior. Se busca que este valor no fuera mayor a 50.

Z [kpc]	Estrellas Repetidas	Z [kpc]	Estrellas Repetidas	Z [kpc]	Estrellas Repetidas
2.4	25	3.2	47	4.0	64
2.5	28	3.3	40	4.1	65
2.6	36	3.4	43	4.2	66
2.7	38	3.5	57	4.3	68
2.8	35	3.6	60	4.4	74
2.9	34	3.7	56	4.5	79
3.0	43	3.8	60		
3.1	50	3.9	64		

Tabla 3.1 Número de estrellas repetidas en cada bin con respecto al bin anterior

Para nuestros desarrollos, los valores más importantes a analizar son las relaciones de σ_U , σ_V , σ_W y σ_{UW}^2 con la distancia vertical Z . En las figuras 3.16, 3.17, se pueden apreciar las relaciones encontradas, en el rango de valores seleccionado $Z = (1.5, 3.5)\text{kpc}$.

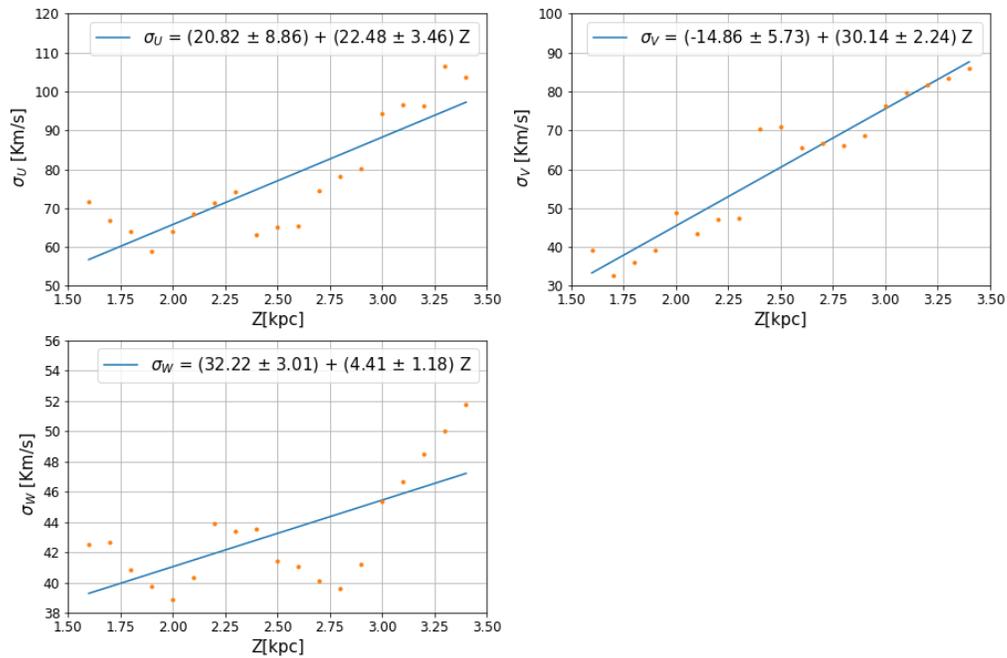


Fig. 3.16 Ajustes de los datos en las dispersiones de velocidad obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc

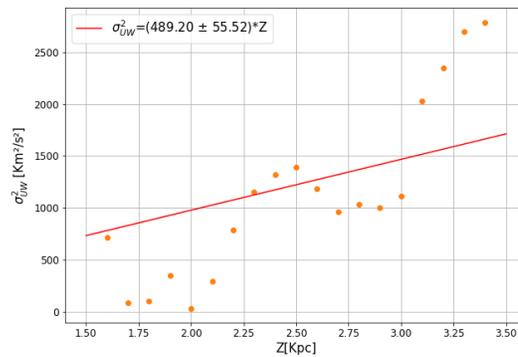


Fig. 3.17 Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc

Encontramos que las dispersiones están dadas por

$$\sigma_U = (20.82 \pm 8.86) + (22.48 \pm 3.46)|Z|\text{km/ s}, \quad (3.7)$$

$$\sigma_V = (-14.86 \pm 5.73) + (30.14 \pm 2.24)|Z|\text{km/ s}, \quad (3.8)$$

$$\sigma_W = (32.22 \pm 3.01) + (4.41 \pm 1.18)|Z|\text{km/ s}, \quad (3.9)$$

$$\sigma_{UW}^2 = (489.20 \pm 55.52)|Z|\text{km}^2/\text{s}^2. \quad (3.10)$$

Para la dispersión σ_{UW}^2 tomamos en valor del intercepto $b = 0$, debido a la antisimetría que hay entre el hemisferio norte y sur. Esto se puede observar mejor en la figura 3.20.

3.4.1 Cinemática del Hemisferio Norte y Sur

Al analizar las diferentes distribuciones espaciales y cinemáticas de las estrellas tanto del hemisferio norte y sur de la Galaxia, algunos autores han encontrado una discrepancia e inhomogeneidad en estas, por ejemplo Salomon et al. (2020), lo que ha llevado a tratar de comprender mejor si existe una simetría respecto al plano del disco de la Galaxia.

Para nuestro análisis esta simetría es un resultado de la estabilidad del disco. Con base en ella realizamos nuestros desarrollos. Por esto realizamos el mismo procedimiento anteriormente mencionado a cada subgrupo de estrellas, diferenciando cada grupo por su ubicación, estrellas del hemisferio norte y sur. Debido a que ya hemos analizado los diferentes resultados para la cinemática utilizando el método de Probability Plot y el de las elipses, para las submuestras solo mostraremos los resultados del Probability Plot.

Para el análisis de cada hemisferio primero realizamos el ajuste de la velocidad tangencial. Realizamos el corte de las estrellas que se encuentran a mas de dos sigma de la relación decreciente entre la V y Z , según $\bar{V} = -20.1 - 19.2 * |Z|^{1.5}[\text{km/s}]$ obtenido por Ivezić et al. (2008). Con este ajuste se obtienen 369 estrellas para el hemisferio norte y 386 estrellas para el hemisferio sur, los resultados de este ajuste se muestran en la figura 3.18

Una vez realizado el corte se realiza el Probability Plot para cada una de las submuestras, en donde se obtienen las 100 estrellas mas cercanas a cada bin entre $Z = [1.5, 2.1)$ kpc y 80 estrellas para $Z = [2.1, 2.4]$ kpc, y 50 estrellas para los bins de $Z \geq 2.4$ kpc . En comparación con las muestra general, en este caso tomamos para los bins de $Z \geq 2.4$ kpc grupos de 50 estrellas, esto debido a que las submuestras tienen la mitad de los datos, evitando así que estos últimos bins, al tener menos estrellas, se tenga un error estadístico. Al tener pocas estrellas a mayores distancias, se pueden tener estrellas que se encuentran a distancias mucho menores o mayores, aportando

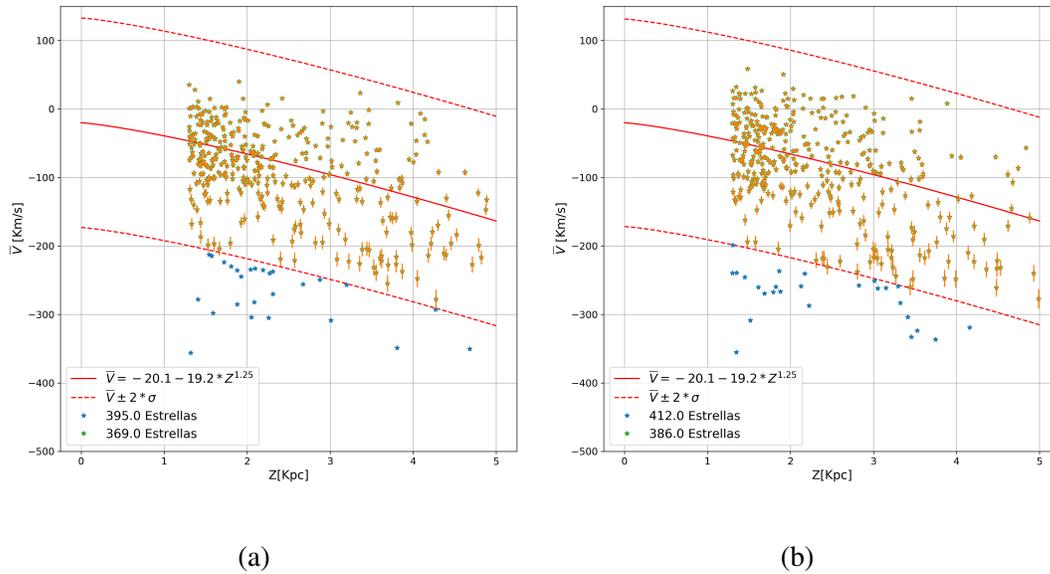


Fig. 3.18 Ajuste de las velocidades V , en relación con las distancias al plano Z , tanto para el hemisferio norte (a), como para el hemisferio sur (b)

información incorrecta a los bins. Para cada uno de los bins se realizó el mismo proceso de Probability Plot explicado anteriormente. Los resultados para las velocidades promedio, las dispersiones y las dispersiones correlacionadas se muestran en la figura 3.19, 3.20 y 3.21

Se puede observar que las velocidades promedio, figura 3.19, en ambos casos siguen las mismas tendencias, aunque también se puede notar que difieren un poco en las velocidades de \bar{U} y \bar{W} . Los resultados en las dispersiones tienden a ser iguales, la variación principal se da en σ_W , en donde se puede notar que hay una mayor dispersión en el hemisferio sur que en el hemisferio norte, para Z entre 2-2.5 kpc, figura 3.20. Las dispersiones correlacionadas tienden a ser más diferentes, en donde se puede notar la antisimetría que hay entre σ_{UV}^2 para ambos hemisferios. Se tienen magnitudes mayores para σ_{UV}^2 y σ_{VW}^2 en el hemisferio sur.

Para nuestros valores de interés, σ_U , σ_V , σ_W y σ_{UV}^2 , se realizaron los ajustes en relación a la distancia al plano Z , al igual que con la muestra general. Este ajuste se realiza entre $Z = [1.5-3.5]$ kpc, que es nuestro rango de datos más confiables. Los resultados se muestran en las figuras 3.22, 3.23 para el hemisferio norte, y las figuras 3.24, 3.25 para el hemisferio sur. Debido a la antisimetría de σ_{UV}^2 , el ajuste de este valor se obliga a pasar por cero, teniendo un intercepto $b = 0$

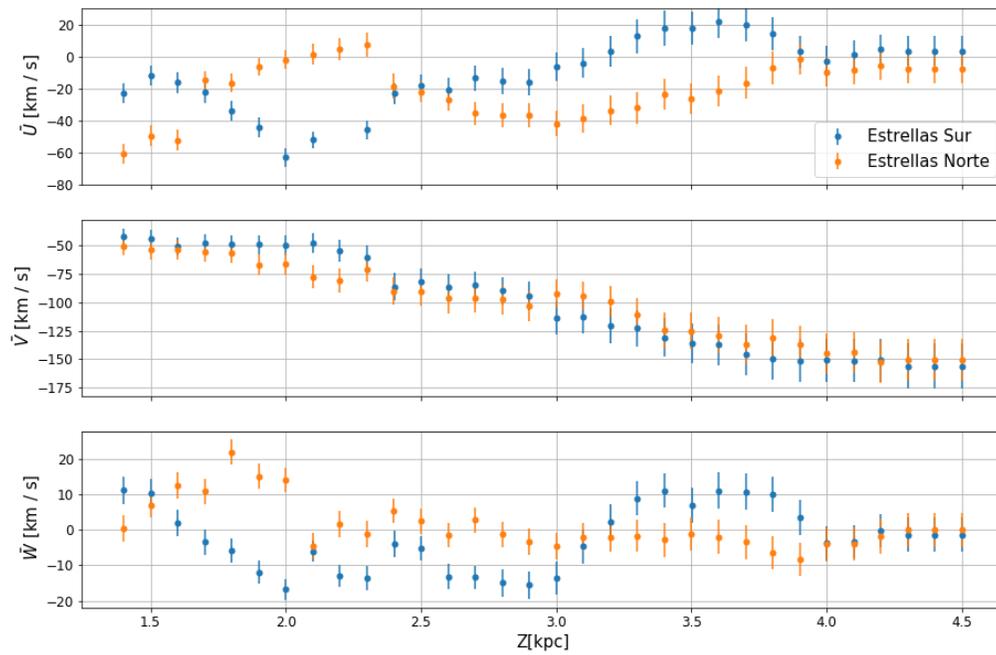


Fig. 3.19 Velocidades promedio en función de la distancia al plano Z , para el hemisferio norte (puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)

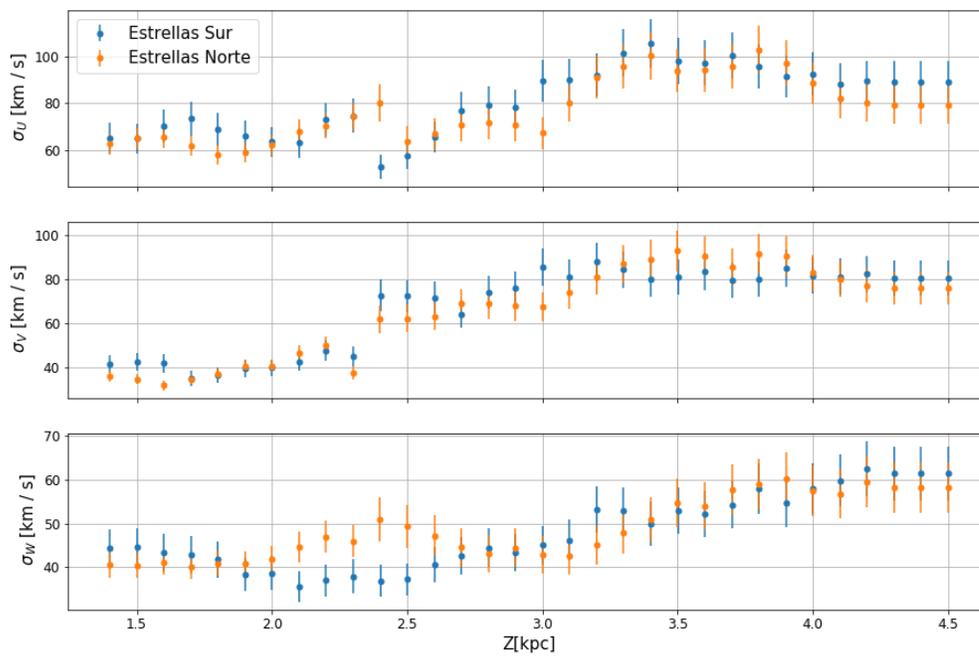


Fig. 3.20 Dispersiones de velocidad en función de la distancia al plano Z, para el hemisferio norte (puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)

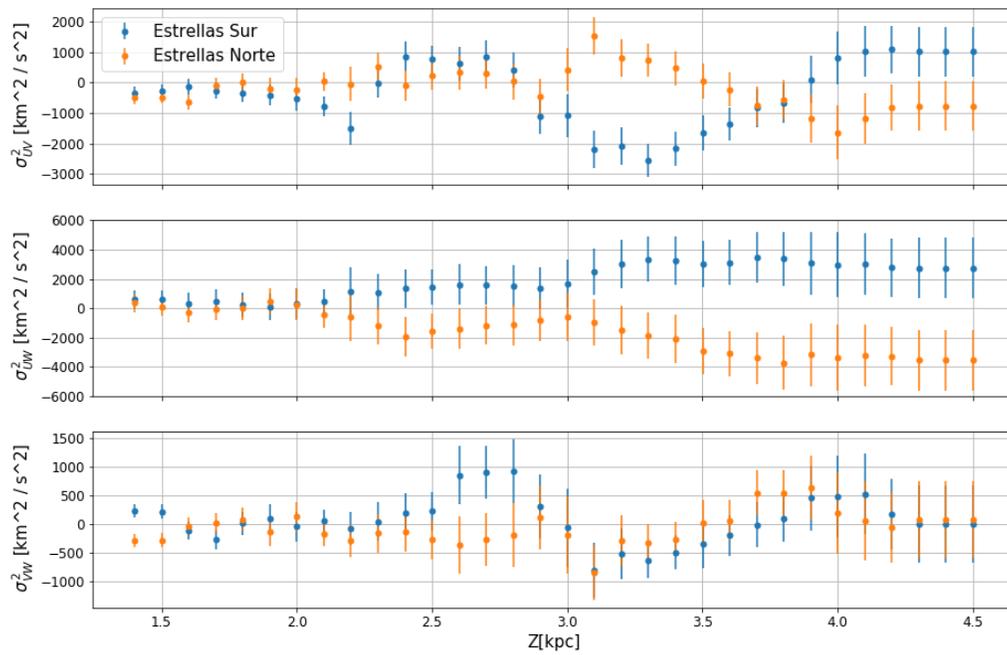


Fig. 3.21 Dispersiones de velocidad correlacionadas en función de la distancia al plano Z, para el hemisferio norte (puntos naranjas) y el hemisferio sur (puntos azules)

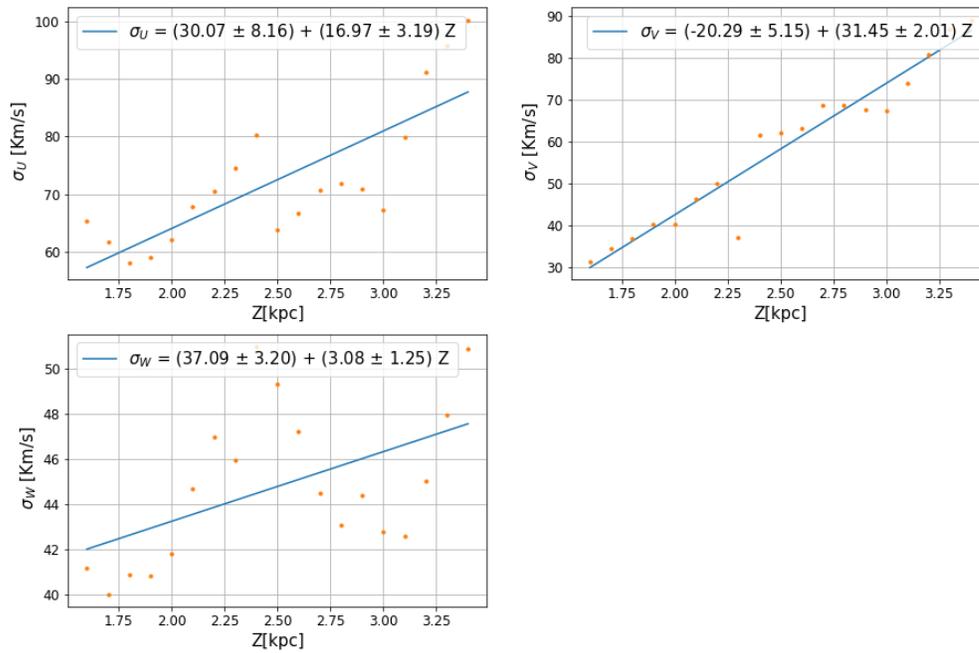


Fig. 3.22 Ajustes de los datos en las dispersiones σ_U , σ_V y σ_W obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio norte

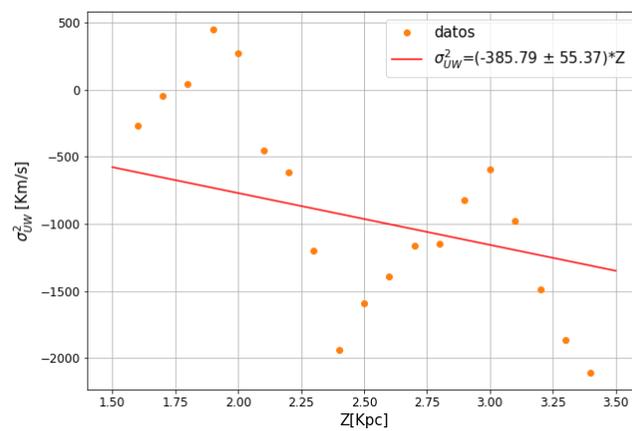


Fig. 3.23 Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio norte

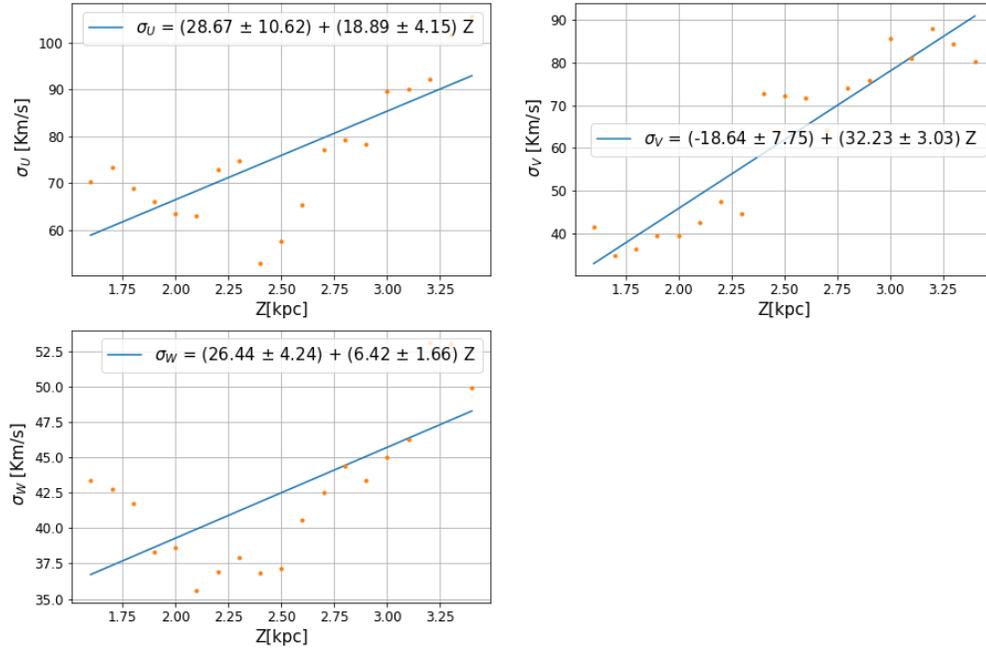


Fig. 3.24 Ajustes de los datos en las dispersiones σ_U , σ_V y σ_W obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio sur

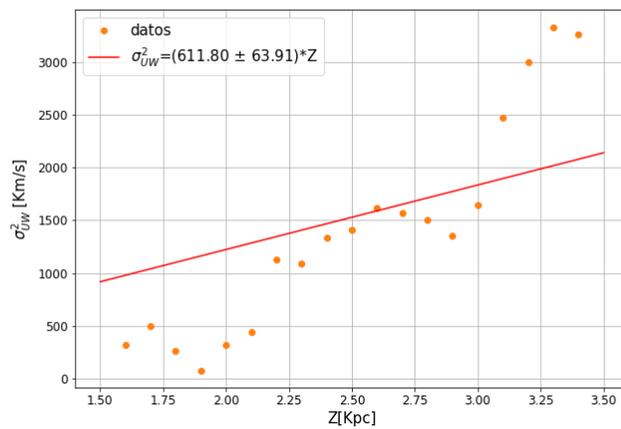


Fig. 3.25 Ajustes de los datos en la dispersión correlacionada σ_{UW}^2 obtenidos en las distancias entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, para el hemisferio sur

Capítulo 4

Dinámica

4.1 Ecuaciones de Jeans y Poisson

El objetivo principal de nuestro trabajo es tener una estimación de la densidad de materia en el vecindario solar, conformada tanto por la materia bariónica como la materia oscura. Para poder realizar nuestras estimaciones necesitamos conocer cómo se comportan las dispersiones de velocidad, y la dispersión correlacionada entre U y W en función de la distancia al plano Z . Estos valores están dados en la ecuación 3.10.

Estos valores se encuentran por medio del supuesto de que existe una simetría entre el hemisferio norte y sur de la galaxia, por lo tanto para nuestros cálculos podemos utilizar las ecuaciones de Jeans basada en un equilibrio estacionario en la Galaxia.

Partiendo de la ecuación de Poisson en coordenadas cilíndricas y teniendo presente la simetría axial que existe en el disco, se encuentra que el potencial no varía con la coordenada ϕ :

$$\nabla^2\Phi = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial\Phi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2\Phi}{\partial Z^2} = 4\pi G\rho, \quad (4.1)$$

donde $F_R = \frac{\partial\Phi}{\partial R}$ y $F_Z = \frac{\partial\Phi}{\partial Z}$, son las componentes de la fuerza debida al potencial Φ .

Integrando la ecuación resultante con respecto a la componente vertical Z se obtiene una densidad superficial de masa Σ , en términos de las componentes de la fuerza

$$4\pi G\Sigma(R,Z) = \int_{-z}^z \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RF_R) \right) dz + 2(F_Z)|_0^z. \quad (4.2)$$

Las componentes de las fuerzas se pueden calcular a través de las ecuaciones de Jeans en términos de la densidad, las dispersiones de velocidad y la dispersión correlacionada entre las velocidades U y W

$$F_R = -\rho \left(\frac{\partial \rho \overline{v_R^2}}{\partial R} + \frac{\partial \rho \overline{v_R v_z}}{\partial z} + \rho \left(\frac{\overline{v_R^2} - \overline{v_\phi^2}}{R} \right) \right), \quad (4.3)$$

$$F_Z = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\rho \overline{v_R v_z}}{R} + \frac{\partial \rho \overline{v_R v_z}}{\partial R} + \frac{\partial \rho \overline{v_z^2}}{\partial z} \right). \quad (4.4)$$

Tomando la densidad como una densidad decreciente tanto en Z como en R , Kuijken and Gilmore (1989); Sánchez-Salcedo et al. (2016)

$$\rho = \rho_0 \exp \left(-\frac{R - R_\odot}{h_R} - \frac{|Z|}{h_Z} \right), \quad (4.5)$$

h_R y h_Z son la escala radial y vertical, respectivamente. Estos dos valores pueden tener una dependencia de la posición tal como $h_R = h_R(Z)$ y $h_Z = h_Z(R)$, Moni Bidin et al. (2012b); Salomon et al. (2020). Sin embargo, en este trabajo los tomaremos como valores constantes, debido a que nuestra muestra no abarca un rango espacial lo suficientemente amplio como para que se de una variación significativa.

Para los valores esperados o valores promedios de las velocidades se tiene $\overline{V_i^2} = \sigma_i^2 + \overline{V_i}^2$, donde i representa en este caso, U, V y W . Al tomar el disco como un sistema estacionario y en equilibrio se tiene $\overline{U}, \overline{W} \approx 0$, por lo tanto $\overline{U^2} = \sigma_U^2, \overline{W^2} = \sigma_W^2$ y para las dispersiones correlacionadas $\overline{V_i V_j} = \sigma_{ij}^2 + \overline{V_i} \overline{V_j}$, de esta forma $\overline{UW} = \sigma_{UW}^2$, en consecuencia, desarrollando las componentes de la fuerza

$$F_R = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h_R} \right) \sigma_U^2 + \frac{\partial \sigma_U^2}{\partial R} - (\pm) \frac{\sigma_{UW}^2}{h_Z} + \frac{\partial \sigma_{UW}^2}{\partial Z} - \frac{1}{R} \left(\sigma_V^2 + \bar{V}^2 \right), \quad (4.6)$$

$$F_Z = \frac{\partial \sigma_W^2}{\partial Z} - (\pm) \frac{\sigma_W^2}{h_Z} + \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h_R} \right) \sigma_{UW}^2 + \frac{\partial \sigma_{UW}^2}{\partial R}, \quad (4.7)$$

el valor de \pm depende del signo de Z , + para Z negativos y $-$ para Z positivos. Sin embargo, al tomar toda nuestra muestra como una sola forzamos, cambiando el signo de la velocidad en W , a que nuestras ecuaciones tomen el valor + para todas las distancias en Z .

Para poder encontrar las variaciones de las dispersiones en relación a Z y R , se utilizó la expresión Kuijken and Gilmore (1989); Sánchez-Salcedo et al. (2016)

$$\sigma_i^2 = \sigma_i^2(R = R_\odot, Z) \exp\left(-\frac{R - R_\odot}{h_{\sigma_i}}\right). \quad (4.8)$$

Se tomaron todas las escalas de la dispersiones h_{σ_i} , iguales, con $i = (U, V, W)$ y $\sigma_i^2(R = R_\odot, Z)$ son los valores encontrados en las ecuaciones 3.10, por lo que se tiene

$$F_R = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h_R} - \frac{1}{h_\sigma} \right) \sigma_U^2 - \frac{\sigma_{UW}^2}{h_Z} + \frac{\partial \sigma_{UW}^2}{\partial Z} - \frac{1}{R} \left(\sigma_V^2 + \bar{V}^2 \right), \quad (4.9)$$

$$F_Z = \frac{\partial \sigma_W^2}{\partial Z} - \frac{\sigma_W^2}{h_Z} + \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{h_R} - \frac{1}{h_\sigma} \right) \sigma_{UW}^2. \quad (4.10)$$

De esta manera ya se tiene el segundo termino de la ecuación 4.2. Para poder calcular el segundo termino se necesita encontrar la variación de la RF_R , en relación a R

$$\begin{aligned} \frac{\partial(RF_R)}{\partial R} &= \left(2 - \frac{R}{h_R} \right) \frac{\partial \sigma_U^2}{\partial R} - \frac{\sigma_U^2}{h_R} + R \frac{\partial^2 \sigma_U^2}{\partial R^2} - \frac{\sigma_{UW}^2}{h_Z} \\ &\quad - \frac{R}{h_Z} \frac{\partial \sigma_{UW}^2}{\partial R} + \frac{\partial \sigma_{UW}^2}{\partial z} + R \frac{\partial^2 \sigma_{UW}^2}{\partial R \partial z} - \frac{\partial}{\partial R} \left(\sigma_V^2 + \bar{V}^2 \right). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Finalmente, y aplicando la derivada radial por medio de la ecuación 4.8

$$\begin{aligned}
\frac{1}{R} \int_{Z_0}^Z \frac{\partial R F_R}{\partial R} dz &= \left(\frac{1}{h_\sigma} \left(\frac{1}{h_R} - \frac{2}{R} + \frac{1}{h_\sigma} \right) - \frac{1}{R h_R} \right) \int_{Z_0}^Z \sigma_U^2 dz \\
&+ \frac{1}{h_Z} \left(\frac{1}{h_\sigma} - \frac{1}{R} \right) \int_{Z_0}^Z \sigma_{UW}^2 dz - \left(\frac{1}{h_\sigma} - \frac{1}{R} \right) \sigma_{UW}^2 \\
&+ \frac{1}{R h_\sigma} \int_{Z_0}^Z \sigma_V^2 dz - \frac{2}{R} \int_{Z_0}^Z \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial R} dz.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Nuestra ecuación final para el calculo de la densidad superficial estará dada por las ecuaciones 4.7 y 4.12.

Para las escalas geométricas se pueden encontrar diferentes medidas. Los valores de h_Z en la literatura pueden variar entre 0.7 – 1 kpc y para h_R se tienen valores entre 2.0 – 3.0 kpc, en Bland-Hawthorn and Gerhard (2016), se hace una recopilación de diferentes estimaciones para estas escalas. Nosotros optamos por utilizar los resultados obtenidos para h_Z y h_R de Jurić et al. (2008) y h_σ de Binney (2012). Los valores de las escalas geométricas, h_R, h_Z y h_σ , son 3.0, 0.9, 3.6 kpc, respectivamente.

Por otro lado el radio solar se toma como $R_\odot = 8 \text{ kpc}$ y la velocidad orbital del Sol = $V_c = 220 \text{ km/s}$.

4.2 Densidad de Masa Superficial Σ

4.2.1 Simulación de Monte-Carlo

Para el análisis de todos nuestros resultados calculamos el error mediante una simulación de Monte-Carlo. Tomamos para cada una de las relaciones de las dispersiones y velocidades promedio un conjunto de 1000 datos, en un intervalos de $\pm 2\sigma$ distribuidos de manera uniforme. En la figura 4.1, se puede observar la distribución homogénea para los valores de la pendiente a y el intercepto b de σ_W .

Para cada conjunto de datos realizamos todos los cálculos, obteniendo así un conjunto de 1000 resultados en función de la distancia vertical al plano Z . Teniendo en cuenta que nos interesa analizar principalmente los gradientes entre $Z = 1.5\text{-}3.5 \text{ kpc}$, debido a que no conocemos el comportamiento de nuestro ajuste para $Z < 1.5$, es conveniente realizar un ajuste de punto cero a esta distancia, de manera que se pueda realizar una mejor comparación con los valores teóricos. Hacemos una corrección de punto cero para cada uno de los resultados, y

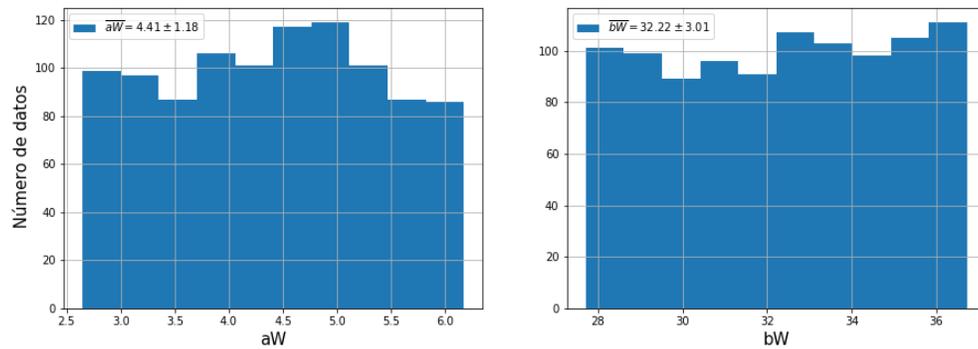


Fig. 4.1 Distribución de valores aleatorios para la pendiente a y el intercepto b , del ajuste lineal obtenido para σ_W

medimos las variaciones obtenidas. Para cada valor de Z , calculamos el sigma correspondiente a los 1000 datos en ese punto, tomando el error como la desviación estándar asociada, ya que se encontró que su distribución se puede aproximar a una gaussiana. En la figura 4.2 se muestra los gradientes encontrados para la densidad de masa.

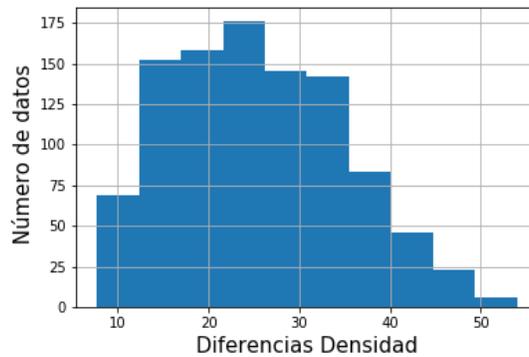


Fig. 4.2 Gradientes de la densidad de masa superficial para los 1000 valores asociados a los errores.

4.2.2 Resultados

Por medio de las ecuaciones 4.9 y 4.10, se calcularon las componentes radial y vertical de la fuerza, los resultados se muestran en las figuras 4.4 y 4.3, en donde se realiza una comparación del calculo con los valores obtenido por Moni Bidin et al. (2012a)

$$\sigma_U^2(R_\odot, z) = (82.9 \pm 3.2) + (6.3 \pm 1.1)(|z| - 2.5)\text{km/s}, \quad (4.13)$$

$$\sigma_V^2(R_\odot, z) = (62.2 \pm 3.1) + (4.1 \pm 1.0)(|z| - 2.5)\text{km/s}, \quad (4.14)$$

$$\sigma_W^2(R_\odot, z) = (40.6 \pm 0.8) + (2.7 \pm 0.3)(|z| - 2.5)\text{km/s}, \quad (4.15)$$

$$\sigma_{UW}^2(R_\odot, z) = (1522 \pm 100) + (366 \pm 30)(|z| - 2.5)\text{km}^2/\text{s}^2. \quad (4.16)$$

Las ecuaciones 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16 son los resultados obtenidos por Moni Bidin et al. (2012a), para una muestra de ≈ 400 estrellas gigantes rojas situadas en el polo sur galáctico.

Para la fuerza en dirección vertical, se puede observar que es menor para los $z \leq 2.7$ kpc, aunque tiende a aumentar más rápidamente en el resto de nuestro intervalo, con un gradiente de $813 \text{ km}^2\text{s}^{-2}\text{kpc}^{-2}$ para Moni Bidin et. al 2012 y $1245 \text{ km}^2\text{s}^{-2}\text{kpc}^{-2}$ para nuestros datos, obtenemos que la relación entre ambos es de ~ 1.5 .

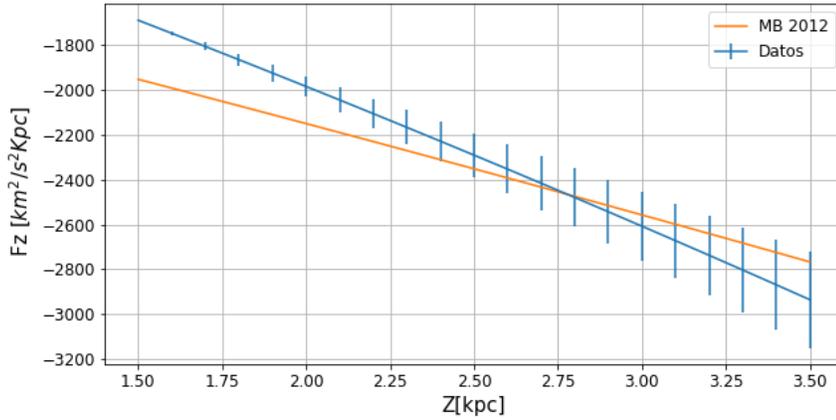


Fig. 4.3 Componente vertical de la fuerza en función de la distancia al plano Z , la línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos

Para la fuerza en dirección radial encontramos un aumento significativo en su magnitud, en donde se puede apreciar que la magnitud de la fuerza tiende a aumentar a medida que aumenta la distancia al plano. Aunque es un resultado no físico, ya que se espera que se tenga una relación mas plana con una tendencia a disminuir, puesto que depende la velocidad circular en relación a la distancia radial, $R = R_\odot$

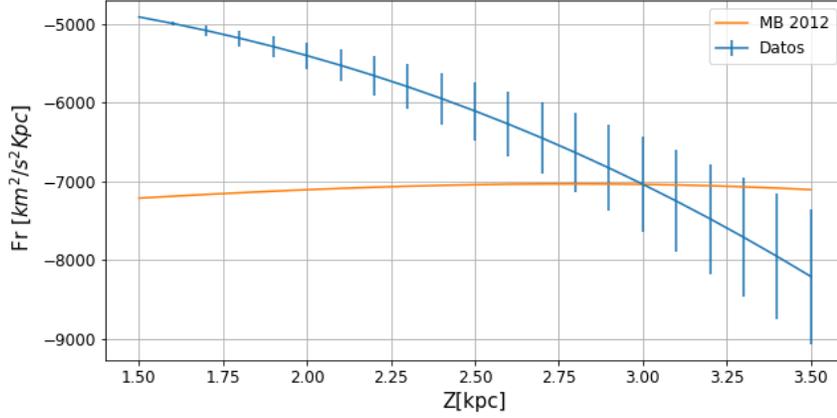


Fig. 4.4 Componente vertical de la fuerza en función de la distancia al plano Z , la línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos

$$F_R = \frac{V_c^2}{R}. \quad (4.17)$$

teniendo en cuenta que nuestras medidas son en el vecindario solar, podemos tener una aproximación de la fuerza radial como $F_R = (215\text{km/s})^2/8\text{kpc} \approx 5778\text{km}^2\text{s}^{-2}\text{kpc}^{-1}$, se ajustan bien para los valores obtenidos para Z pequeños, 4.4. Chrobáková et al. (2020) encuentran también una tendencia en F_R a aumentar a medida que aumenta Z . Ellos justificando esto como una causa posible de la no homogeneidad y equilibrio estacionario del disco, debidas a diferencias encontradas entre los hemisferios norte y sur.

Para poder comprender un poco mas esta tendencia de la componente radial de la fuerza, analizamos los aportes de cada uno de los términos con los que calculamos F_R , figura 4.5. Encontramos que los términos que inflan el gradiente en la fuerza radial son los asociados a σ_U^2 y σ_{UW}^2 , por lo que decidimos analizar mejor el aporte del termino asociado a σ_{UW}^2 . Este termino se resta en la ecuación general 4.7, y su signo es proveniente de $\frac{\partial \rho}{\partial Z}$, en el cual se tiene una dependiente de la magnitud de Z en la densidad, por tanto $\frac{\partial \rho}{\partial Z} = -\frac{\pm 1}{h_z}$, al calcular nuestros resultados entre $(0, Z)$ tomamos nuestros valores de Z positivos. Restar el termino dependiente de $\sigma_U W^2$ en el calculo de F_R es una consideración correcta, dando así como resultado las tendencias encontradas. Este resultado se debe de analizar y estudiar mas a fondo, lo que se deja para futuros trabajos.

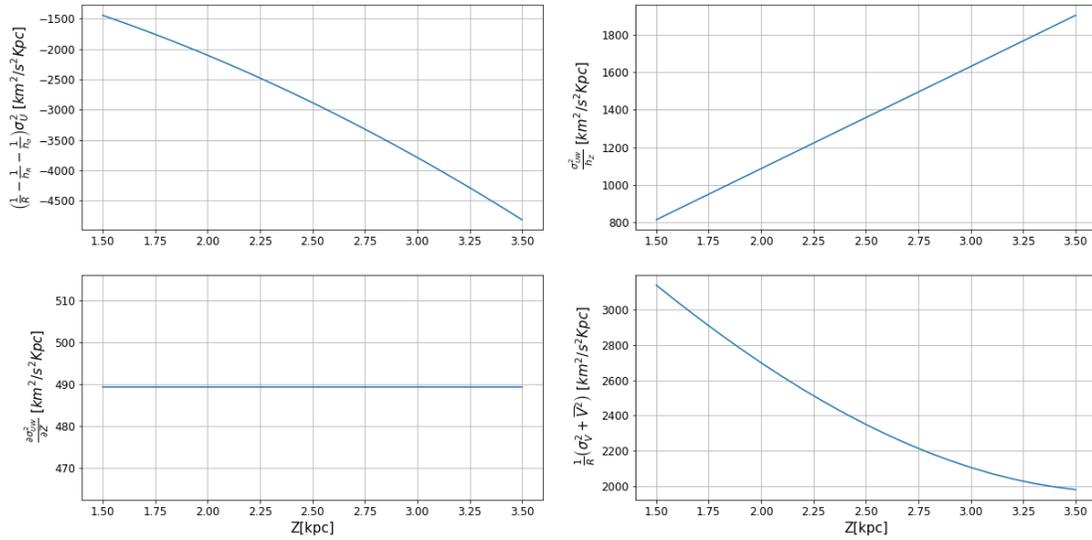


Fig. 4.5 Ajuste de cada uno de los términos de la ecuación 4.9, en función de Z

En la figura 4.6 se muestra la relación entre la densidad de masa superficial encontrada y Z , calculada por medio de la ecuación 4.2, encontrando un gradiente de densidad de masa de $24.6 M_{\odot} pc^{-2}$.

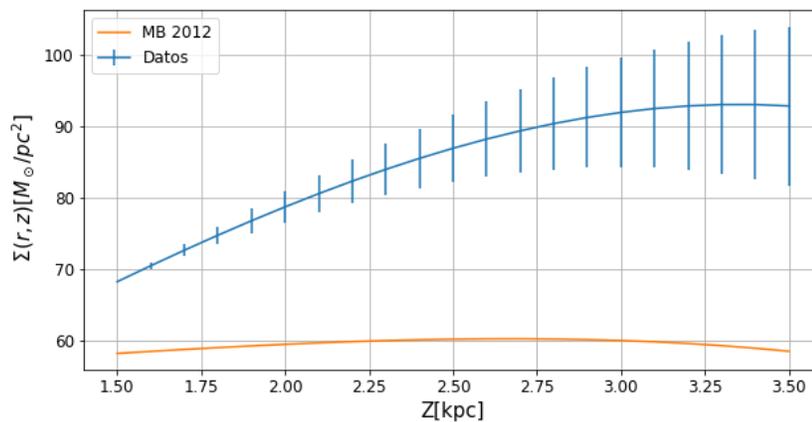


Fig. 4.6 Densidad de masa superficial calculada en función de la distancia al plano Z , para $R = R_{\odot}$, por medio de la ecuación 4.2. La línea naranjada corresponde al cálculo con los datos de Moni Bidin et. al 2012, la línea azul corresponden a nuestros datos

Si suponemos que el valor de la integral de la ecuación 4.12 en el calculo de la densidad puede ser despreciable, se obtiene la figura 4.7, en donde se tiene un gradiente de $46 \text{ M}_{\odot}\text{pc}^{-2}$ para la densidad de masa superficial. Este resultado es significativamente mayor al encontrado por medio de la ecuación 4.2, exactamente 1.9 veces el valor encontrado. Lo que nos indica que no se puede despreciar en una primera aproximación el aporte de esta integral al calculo de la densidad total.

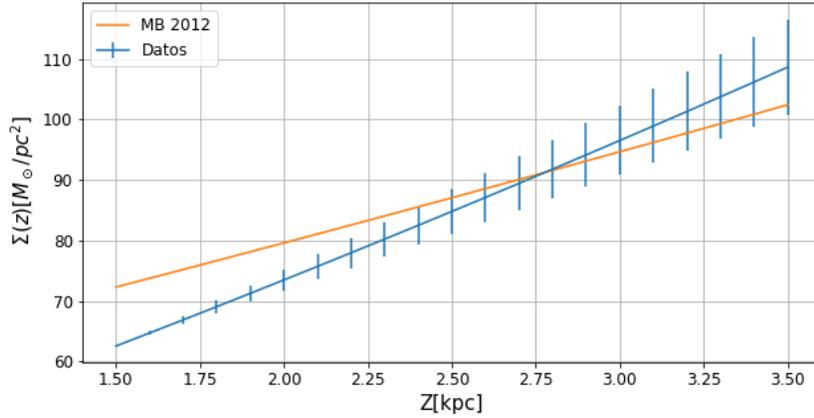


Fig. 4.7 Densidad de masa superficial calculada en función de la distancia al plano Z , por medio de la ecuación 4.12. La línea naranjada corresponde al calculo con los datos de Moni Bidin et al. (2012a), la línea azul corresponden a nuestros datos

En las figuras 4.7 y 4.6 se comparan los resultados con los obtenidos por medio de las dispersiones y velocidades promedio encontradas por Moni Bidin et al. (2012a), ya que con estas encontraron una baja densidad de masa, que se podía justificar solo con la masa visible. Este resultado nos llevo a analizar y tratar de entender mejor el método utilizado y la importancia de no despreciar el aporte de la ecuación 4.12 al calculo de la densidad de masa.

En la figura 4.8 comparamos nuestros resultados con diferentes modelos teóricos, tomando como referencia los modelos utilizados por Moni Bidin et al. (2012b).

Para el cálculo de los diferentes perfiles teóricos de Σ , se utilizan los perfiles de densidad de los diferentes modelos

$$\Sigma(R_{\odot}, z) = 2 \int_0^z \rho(R_{\odot}, z) dz, \quad (4.18)$$

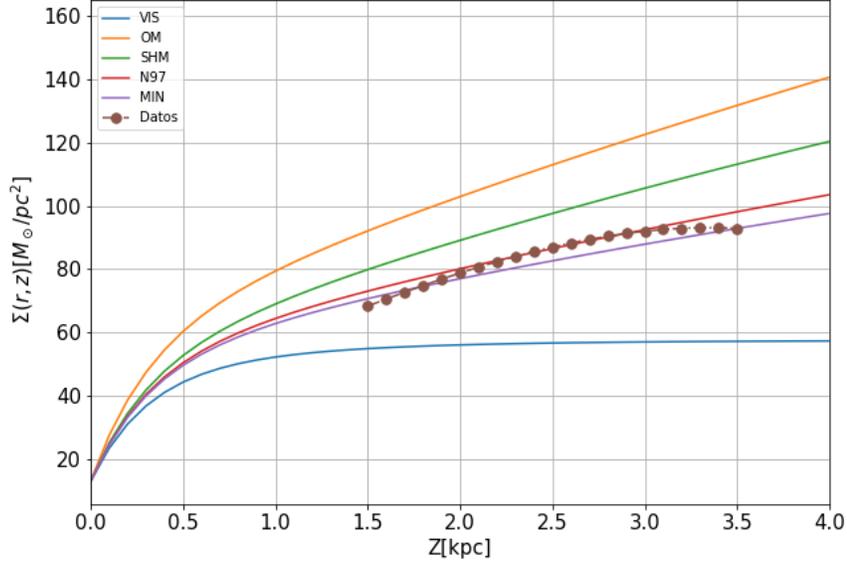


Fig. 4.8 Densidad de masa superficial observada comparada con la densidad de materia para diferentes modelos, OM (Olling and Merrifield, 2001), SHM (Jungman et al., 1996), NFW97 (Navarro et al., 1997), MIN (Weber and de Boer, 2010), VIS (Jurić et al., 2008)

teniendo presente que la densidad superficial que deseamos calcular se toma tanto la contribución de la materia bariónica (VIS), como la materia oscura (DM) $\Sigma = \Sigma_{DM} + \Sigma_{vis}$.

El modelo para la materia bariónica se obtiene a través de los parámetros encontrados por Jurić et al. (2008), en donde la densidad de la materia visible se toma como la suma de la contribución del disco delgado, el disco grueso y el halo. $\rho = \rho_D + \rho_H$

$$\rho_D = \rho(R, z, L_1, H_1) + f\rho(R, z, L_2, H_2), \quad (4.19)$$

$$\rho_H = \rho_D(R_\odot, z) f_H \left[\frac{R_\odot}{\sqrt{R^2 + (z/q)^2}} \right]^{n_H}, \quad (4.20)$$

donde las densidades del disco decrecen de manera exponencial a medida que las distancia al centro de la galaxia aumenta.

$$\rho = \rho_D(R_\odot, z) \exp \left[-\frac{R - R_{sol}}{L} - \frac{z + z_\odot}{H} \right], \quad (4.21)$$

los parámetros L , H y q son parámetros geométricos, f y f_H son factores de normalización que están entre 0 y 1, y n_h es un parámetro de ajuste. Se utilizaron los valores de $\rho_0 = 0.0032 M_\odot pc^{-3}$, $L1 = 2.6 Kpc$, $L2 = 3.6 Kpc$, $H1 = 0.3 Kpc$, $H2 = 0.9 Kpc$, $f = 0.12$, $n_h = 2.77$, $q_h = 0.64$ y $f_H = 0.00474$ (Jurić et al., 2008)

Uno de los perfiles de materia oscura es el perfil descrito por Olling and Merrifield (2001) (OM), en donde se tiene una densidad de masa dada por

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{R_c^2}{R_c^2 + R^2 + (z/q)^2}, \quad (4.22)$$

ρ_0 y R_c son el radio y la densidad central del halo, dependen de la forma del halo de materia oscura dado por q . En el trabajo de Olling and Merrifield (2001), se busca calcular los mejores parámetros constantes; como el radio galactocéntrico del sol, utilizando un disco con tendencia esférica encontraron un $R_\odot = 8 Kpc$. Para modelar la densidad de masa superficial se toman los valores de $\rho_0 = 0.0206 M_\odot pc^{-3}$ y $R_c = 8.01 Kpc$,

Los otros tres perfiles de materia oscura pertenecen a la familia de perfiles de densidad de tres parámetros (α , β y γ)

$$\begin{aligned} \rho_{DM}(R, Z) &= \rho_{\odot, DM} \left(\frac{\sqrt{R^2 + (z/q)^2}}{R_\odot} \right)^{-\alpha} \\ &\times \left(\frac{1 + ((\sqrt{R^2 + (z/q)^2})/R_c)^\beta}{1 + (R_\odot/R_c)^\beta} \right)^{-\gamma}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

El perfil de Navarro, Frenk & White $\alpha = 1$, $\beta = 1$ y $\gamma = 2$, en donde se pueden obtener dos modelos dependientes de R_c y ρ_0 , tomando $\rho_0 = 0.0206 M_\odot pc^{-3}$ y $R_c = 8.01 Kpc$, se obtiene el perfil NFW97, (Navarro et al., 1997). Mientras que si se toman los valores de $\rho_0 = 0.0206 M_\odot pc^{-3}$ y $R_c = 8.01 Kpc$, se tiene el modelo estándar del halo de materia oscura (Standard Halo Model, SHM) (Jungman et al., 1996). Para el modelo de mínimo de materia

oscura, se utiliza los parámetros utilizados por Weber and de Boer (2010), $\alpha = 0$, $\beta = 2$ y $\gamma = 1$. $\rho_0 = 0.0053M_{\odot}pc^{-3}$ y $R_c = 5Kpc$

Para todos los perfiles de densidad del halo de materia oscura se supuso un halo esférico, esto es decir se tomo el valor de $q = 1$. Además se normalizaron las densidades de manera que $\Sigma(z = 1.1Kpc) = 40M_{\odot}pc^{-2}$ para la densidad de materia visible y $\Sigma(z = 1.1Kpc) = 35M_{\odot}pc^{-2}$ para los perfiles de materia oscura

En la figura 4.9 se puede observar mejor nuestros resultados, en donde realizamos la corrección de punto cero para poder analizar mejor los diferentes gradientes asociados a $\Sigma(R = R_{\odot}, Z)$. Nuestros resultados se ajustan a los perfiles mas densos, con una preferencia por el perfil del modelo estándar, SHM, en donde el modelo de masa visible se encuentra a mas de dos σ de nuestro ajuste, dejando claro que hay una mayor densidad de masa a la observada.

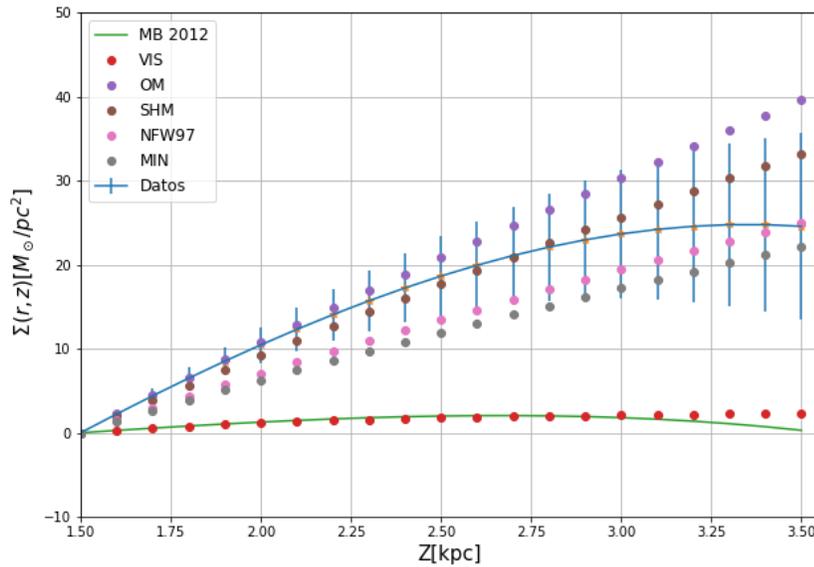


Fig. 4.9 Densidad de masa superficial observada comparada con la densidad de materia para diferentes modelos, con corrección de punto cero, OM (Olling and Merrifield, 2001), SHM (Jungman et al., 1996), NFW91 (Navarro et al., 1997), MIN (Weber and de Boer, 2010), VIS (Jurić et al., 2008)

La densidad de masa superficial encontrada se ajusta a los modelos de materia oscura mas masivos, donde la densidad de masa superficial total esta dado por las contribuciones de la

materia visible y la materia oscura, $\Sigma = \Sigma_{VIS} + \Sigma_{DM}$. En la figura 4.9 se puede apreciar que la contribución de la materia visible es menor, y casi constante, por ende al calcular la densidad de masa total lo podemos suponer como una aproximación de la contribución de la materia oscura.

$$\rho_{DM}(R = R_{\odot}) \approx \frac{1}{2} \frac{d\Sigma(R = R_{\odot})}{dZ}. \quad (4.24)$$

Tomando nuestros valores entre $Z = (1.5, 3.5)$ kpc, encontramos una densidad de masa de la materia oscura $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.013 \pm 0.002 M_{\odot}/\text{pc}^3$. Este valor concuerda con los encontrados por Sivertsson et al. (2018) y Salomon et al. (2020) para el hemisferio norte y es aproximadamente el doble del valor encontrado por Sánchez-Salcedo et al. (2016).

Capítulo 5

Conclusiones

En nuestro trabajo se realizó un análisis de la cinemática y dinámica de un grupo de estrellas, con el fin de encontrar un estimativo de la densidad de materia oscura en el vecindario solar, este trabajo se realizó por medio del desarrollo de las ecuaciones de Jeans. Utilizamos estrellas del hemisferio norte y sur galáctico, en un rango de distancias al plano entre $Z = (1.5, 4.5)$ kpc. La muestra fue obtenida del catálogo de Gaia EDR3, con distancias de Bailer-Jones. Se realizaron diferentes cortes fotométricos con datos obtenidos del catálogo de 2MASS, y en comparación con datos de APOGEE. Mediante este corte se trató de seleccionar la mayor cantidad de estrellas gigantes rojas, pertenecientes al disco grueso de la Galaxia. Mediante esta selección y algunos cortes en velocidades se redujo el número de contaminación en la muestra, eliminando estrellas del halo y del disco delgado, haciendo nuestros resultados más confiables.

Obtuvimos las velocidades heliocéntricas para cada estrella por medio de la posición, distancia, movimientos propios y velocidad radial, transformando estos valores en las velocidades U, V y W . A través de estas calculamos las características cinemáticas en función de la distancia al plano Z . Encontramos que mediante el ajuste de Probability Plot se encuentran resultados confiables para las velocidades promedio y la matriz de dispersión de las velocidades. Nuestros resultados se encontraron uniendo las estrellas tanto del hemisferio norte como del hemisferio sur en una sola, tomando la distancia al plano como la magnitud de Z , generando así una muestra mayor, con la cual se tiene una buena estadística. Nuestros resultados son confiables hasta una distancia de 3.5 kpc, para distancias mayores las estrellas en los bins tienden a ser las mismas, es decir, las estrellas que se repiten entre en cada uno con sus vecinos es mayor al 50%, lo que genera que las velocidades promedio tomen valores similares.

Los valores encontrados en las dispersiones tienden a aumentar con la distancia al plano, teniendo unos gradientes entre 50, 40, 15 km/s en U, V, W , respectivamente. Las dispersiones en W son menores en comparación con U y V . Al analizar cada hemisferio por separado, se logra observar que las tendencias en las dispersiones son similares, mientras que las velocidades promedio y las dispersiones correlacionadas si discrepan un poco. Esto se puede comprender como una leve antisimetría existente entre ambos hemisferios, como la encontrada por Chrobáková et al. (2020). Este resultado se debe de analizar mas a fondo en futuros trabajos.

Una vez obtenidas las características cinemáticas, se hace un análisis de la dinámica, calculando la densidad de masa superficial en función de la distancia al plano. Este calculo se realiza a través de las ecuaciones de Jeans, para un sistema cilíndrico con una simetría axial. En nuestro desarrollo tenemos en cuenta el aporte de la componente radial y vertical de la fuerza gravitacional generada por la masa de la galaxia. La componente de la fuerza radial esta directamente relacionada con la velocidad circular en un radio R , por lo que se espera que la variación sea mínima al calcularla para diferentes Z en un rango de R pequeño. Nosotros encontramos que la variación en Z cuando se calcula la fuerza por medio de las diferentes características cinemáticas, $\sigma_U, \sigma_V, \sigma_W, \sigma_{UW}^2$ es diferente, encontrando una magnitud de la fuerza que aumenta en relación a la distancia al plano.

Al estimar la densidad de masa a través de las expresiones del potencial gravitacional obtenidos por medio de las ecuaciones de Jeans, se tiene una dependencia de los parámetros geométricos h_z, h_R, h_σ . Sin embargo, se necesita tener unos buenas medidas de las características espaciales de las estrellas (posición y movimiento) y un buen rango en las distancias, para poder tener una buena estimación de estos parámetros. Para nuestra muestra el rango en R es pequeño, lo que no nos permitió obtener un valor para las escalas geométricas.

Debido a que en nuestros cálculos se obtiene el termino radial del potencial a través de las características cinemáticas y no de la velocidad circular, se encuentra que este término aporta de manera significativa a la estimación de la masa, y no debe de ser considerado nulo o despreciable. Estas características dependen de los movimientos propios, velocidad radial y distancia de las estrellas, lo que puede llevar a errores en las medidas. Se analizo que tanto pueden afectar estos valores a los resultados obtenidos, se encontró que la distancia es la que afecta en una mayor proporción. Los errores asociados a movimientos propios y velocidad radial son suficientemente pequeñas como para que los resultados no se vean afectados. Si se

tienen mejores medidas, en especial en la distancia, se podrán obtener mejores resultados para el aporte de la fuerza radial.

Teniendo presente que nuestra muestra se encuentra a un distancias mayores a 1.5 kpc, se espera que la densidad de masa este dominada por la materia oscura, ya que la densidad de estrellas y gas tiende a disminuir con la distancia. Por lo que el aporte de la materia bariónica a la densidad de masa dinámica va a ser mucho menor. Encontramos una densidad de masa superficial en el rango de los modelos de materia oscura, por lo que nuestros cálculos se ajustan a los modelos teóricos aceptados hoy en día. Nuestra estimación de la densidad de materia oscura en el vecindario solar esta dada por $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.013 \pm 0.002M_{\odot}/pc^3$. Weber and de Boer (2010) hacen una análisis de diferentes investigaciones y concluyen que un valor probable para la densidad de materia oscura es de $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.005 \pm 0.018M_{\odot}/pc^3$, Sivertsson et al. (2018) encuentra una densidad de $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.012 \pm 0.002M_{\odot}/pc^3$, Salomon et al. (2020) encuentra $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.0134 \pm 0.0024M_{\odot}/pc^3$ para el hemisferio norte de la Galaxia y $\rho_{DM}(R = R_{\odot}) = 0.0098 \pm 0.0023M_{\odot}/pc^3$ para el hemisferio sur.

El poder conocer un estimativo de la densidad de materia oscura es una necesidad a la hora de diseñar experimentos para la detección de partículas candidatas a materia oscura. Uno de los experimentos para la detección de esta es a través de colisiones, por lo que se hace crucial conocer cual es su distribución espacial y así poder inferir las probabilidades de la detección. Nuestros resultados se pueden asociar a los modelos teóricos con una mayor densidad de materia oscura, lo que indicaría un escenario alentador para la detección de partículas candidatas a materia oscura.

Bibliografía

- Michael Aumer and James J. Binney. Kinematics and history of the solar neighbourhood revisited. *mnras*, 397(3):1286–1301, August 2009. doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.15053.x.
- C. A. L. Bailer-Jones, J. Rybizki, M. Fouesneau, M. Demleitner, and R. Andrae. Estimating Distances from Parallaxes. V. Geometric and Photogeometric Distances to 1.47 Billion Stars in Gaia Early Data Release 3. *aj*, 161(3):147, March 2021. doi: 10.3847/1538-3881/abd806.
- Gianfranco Bertone and Dan Hooper. History of dark matter. *Reviews of Modern Physics*, 90(4):045002, Oct 2018. doi: 10.1103/RevModPhys.90.045002.
- S. Bilir, S. Ak, S. Karaali, A. Cabrera-Lavers, T. S. Chonis, and C. M. Gaskell. Transformations between 2MASS, SDSS and BVRI photometric systems: bridging the near-infrared and optical. *mnras*, 384(3):1178–1188, March 2008. doi: 10.1111/j.1365-2966.2007.12783.x.
- J. Binney, B. Burnett, G. Kordopatis, M. Steinmetz, G. Gilmore, O. Bienayme, J. Bland-Hawthorn, B. Famaey, E. K. Grebel, A. Helmi, J. Navarro, Q. Parker, W. A. Reid, G. Seabroke, A. Siebert, F. Watson, M. E. K. Williams, R. F. G. Wyse, and T. Zwitter. Galactic kinematics and dynamics from Radial Velocity Experiment stars. *mnras*, 439(2):1231–1244, April 2014. doi: 10.1093/mnras/stt2367.
- James Binney. More dynamical models of our Galaxy. *mnras*, 426(2):1328–1337, October 2012. doi: 10.1111/j.1365-2966.2012.21692.x.
- Joss Bland-Hawthorn and Ortwin Gerhard. The Galaxy in Context: Structural, Kinematic, and Integrated Properties. *araa*, 54:529–596, September 2016. doi: 10.1146/annurev-astro-081915-023441.
- V. V. Bobylev, A. T. Bajkova, and A. O. Gromov. Refinement of the parameters of three selected model Galactic potentials based on the velocities of objects at distances up to 200 kpc. *Astronomy Letters*, 43(4):241–251, April 2017. doi: 10.1134/S1063773717040016.
- John J. Bochanski, Jeffrey A. Munn, Suzanne L. Hawley, Andrew A. West, Kevin R. Covey, and Donald P. Schneider. Exploring the Local Milky Way: M Dwarfs as Tracers of Galactic Populations. *aj*, 134(6):2418–2429, December 2007. doi: 10.1086/522053.
- Jo Bovy and Scott Tremaine. On the Local Dark Matter Density. *apj*, 756(1):89, September 2012. doi: 10.1088/0004-637X/756/1/89.

- Bradley W. Carroll and Dale A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. 2nd (international) edition, 2007.
- Ž. Chrobáková, M. López-Corredoira, F. Sylos Labini, H. F. Wang, and R. Nagy. Gaia-DR2 extended kinematical maps. III. Rotation curves analysis, dark matter, and MOND tests. *aap*, 642:A95, October 2020. doi: 10.1051/0004-6361/202038736.
- M. Fiorucci and U. Munari. The Asiago Database on Photometric Systems (ADPS). II. Band and reddening parameters. *aap*, 401:781–796, April 2003. doi: 10.1051/0004-6361:20030075.
- Gaia Collaboration. VizieR Online Data Catalog: Gaia EDR3 (Gaia Collaboration, 2020). *VizieR Online Data Catalog*, art. I/350, November 2020.
- Gaia Collaboration, A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, C. Babusiaux, and C. A. L. Bailer-Jones. Gaia Data Release 2. Summary of the contents and survey properties. *ArXiv e-prints*, April 2018.
- T. M. Girard, D. I. Dinescu, W. F. van Altena, I. Platais, D. G. Monet, and C. E. López. The Southern Proper Motion Program. III. A Near-Complete Catalog to $V=17.5$. *The Astronomical Journal*, 127:3060–3071, May 2004. doi: 10.1086/383545.
- T. M. Girard, V. I. Korchagin, D. I. Casetti-Dinescu, W. F. van Altena, C. E. López, and D. G. Monet. Velocity shear of the thick disk from spm3 proper motions at the south galactic pole. *The Astronomical Journal*, 132(5):1768, 2006. URL <http://stacks.iop.org/1538-3881/132/i=5/a=1768>.
- Jorrit H. J. Hagen and Amina Helmi. The vertical force in the solar neighbourhood using red clump stars in TGAS and RAVE. Constraints on the local dark matter density. *aap*, 615:A99, July 2018. doi: 10.1051/0004-6361/201832903.
- Ben Hammel and Nick Sullivan-Molina. `bdhommel/least-squares-ellipse-fitting: v2.0.0`, March 2020. URL <https://doi.org/10.5281/zenodo.3723294>.
- Željko Ivezić, Branimir Sesar, Mario Jurić, Nicholas Bond, Julianne Dalcanton, Constance M. Rockosi, Brian Yanny, Heidi J. Newberg, Timothy C. Beers, Carlos Allende Prieto, Ron Wilhelm, Young Sun Lee, Thirupathi Sivarani, John E. Norris, Coryn A. L. Bailer-Jones, Paola Re Fiorentin, David Schlegel, Alan Uomoto, Robert H. Lupton, Gillian R. Knapp, James E. Gunn, Kevin R. Covey, J. Allyn Smith, Gajus Miknaitis, Mamoru Doi, Masayuki Tanaka, Masataka Fukugita, Steve Kent, Douglas Finkbeiner, Jeffrey A. Munn, Jeffrey R. Pier, Tom Quinn, Suzanne Hawley, Scott Anderson, Furea Kiuchi, Alex Chen, James Bushong, Harkirat Sohi, Daryl Haggard, Amy Kimball, John Barentine, Howard Brewington, Mike Harvanek, Scott Kleinman, Jurek Krzesinski, Dan Long, Atsuko Nitta, Stephanie Snedden, Brian Lee, Hugh Harris, Jonathan Brinkmann, Donald P. Schneider, and Donald G. York. The Milky Way Tomography with SDSS. II. Stellar Metallicity. *apj*, 684(1):287–325, September 2008. doi: 10.1086/589678.
- Dean R. H. Johnson and David R. Soderblom. Calculating Galactic Space Velocities and Their Uncertainties, with an Application to the Ursa Major Group. *aj*, 93:864, April 1987. doi: 10.1086/114370.

- Henrik Jönsson, Jon A. Holtzman, Carlos Allende Prieto, Katia Cunha, D. A. García-Hernández, Sten Hasselquist, Thomas Masseron, Yeisson Osorio, Matthew Shetrone, Verne Smith, Guy S. Stringfellow, Dmitry Bizyaev, Bengt Edvardsson, Steven R. Majewski, Szabolcs Mészáros, Diogo Souto, Olga Zamora, Rachael L. Beaton, Jo Bovy, John Donor, Marc H. Pinsonneault, Vijith Jacob Poovelil, and Jennifer Sobeck. APOGEE Data and Spectral Analysis from SDSS Data Release 16: Seven Years of Observations Including First Results from APOGEE-South. *aj*, 160(3):120, September 2020. doi: 10.3847/1538-3881/aba592.
- G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest. Supersymmetric dark matter. *physrep*, 267: 195–373, March 1996. doi: 10.1016/0370-1573(95)00058-5.
- Mario Jurić, Željko Ivezić, Alyson Brooks, Robert H. Lupton, David Schlegel, Douglas Finkbeiner, Nikhil Padmanabhan, Nicholas Bond, Branimir Sesar, Constance M. Rockosi, Gillian R. Knapp, James E. Gunn, Takahiro Sumi, Donald P. Schneider, J. C. Barentine, Howard J. Brewington, J. Brinkmann, Masataka Fukugita, Michael Harvanek, S. J. Kleinman, Jurek Krzesinski, Dan Long, Jr. Neilsen, Eric H., Atsuko Nitta, Stephanie A. Snedden, and Donald G. York. The Milky Way Tomography with SDSS. I. Stellar Number Density Distribution. *apj*, 673(2):864–914, February 2008. doi: 10.1086/523619.
- J. C. Kapteyn. First Attempt at a Theory of the Arrangement and Motion of the Sidereal System. *apj*, 55:302, May 1922. doi: 10.1086/142670.
- Konrad Kuijken and Gerard Gilmore. The mass distribution in the galactic disc. I - A technique to determine the integral surface mass density of the disc near the sun. *mnras*, 239:571–603, August 1989. doi: 10.1093/mnras/239.2.571.
- L. Lindegren, U. Lammers, U. Bastian, J. Hernández, S. Klioner, D. Hobbs, A. Bombrun, D. Michalik, M. Ramos-Lerate, A. Butkevich, G. Comoretto, E. Joliet, B. Holl, A. Hutton, P. Parsons, H. Steidelmüller, U. Abbas, M. Altmann, A. Andrei, S. Anton, N. Bach, C. Barache, U. Becciani, J. Berthier, L. Bianchi, M. Biermann, S. Bouquillon, G. Bourda, T. Brüsemeister, B. Bucciarelli, D. Busonero, T. Carlucci, J. Castañeda, P. Charlot, M. Clotet, M. Crosta, M. Davidson, F. de Felice, R. Drimmel, C. Fabricius, A. Fienga, F. Figueras, E. Fraile, M. Gai, N. Garralda, R. Geyer, J. J. González-Vidal, R. Guerra, N. C. Hambly, M. Hauser, S. Jordan, M. G. Lattanzi, H. Lenhardt, S. Liao, W. Löffler, P. J. McMillan, F. Mignard, A. Mora, R. Morbidelli, J. Portell, A. Riva, M. Sarasso, I. Serraller, H. Siddiqui, R. Smart, A. Spagna, U. Stampa, I. Steele, F. Taris, J. Torra, W. van Reeve, A. Vecchiato, S. Zschocke, J. de Bruijne, G. Gracia, F. Raison, T. Lister, J. Marchant, R. Messineo, M. Sofel, J. Osorio, A. de Torres, and W. O’Mullane. Gaia Data Release 1. Astrometry: one billion positions, two million proper motions and parallaxes. *Aap*, 595:A4, November 2016. doi: 10.1051/0004-6361/201628714.
- T. E. Lutz and R. B. Hanson. Probability Plots: A Tool for Astronomical Data Analysis. In D. M. Worrall, C. Biemesderfer, and J. Barnes, editors, *Astronomical Data Analysis Software and Systems I*, volume 25 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 257, 1992.

- E. J. Mendelsohn, H. J. Newberg, T. Donlon, and J. M. Thompson. N-Body Simulations with MilkyWay@home. In *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting*, volume 52 of *AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting*, page 200.01, August 2020.
- C. Moni Bidin, G. Carraro, and R. A. Méndez. Kinematical and Chemical Vertical Structure of the Galactic Thick Disk. I. Thick Disk Kinematics. *Apj*, 747:101, March 2012a. doi: 10.1088/0004-637X/747/2/101.
- C. Moni Bidin, G. Carraro, R. A. Méndez, and R. Smith. Kinematical and Chemical Vertical Structure of the Galactic Thick Disk. II. A Lack of Dark Matter in the Solar Neighborhood. *apj*, 751(1):30, May 2012b. doi: 10.1088/0004-637X/751/1/30.
- Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *apj*, 490(2):493–508, December 1997. doi: 10.1086/304888.
- Rob P. Olling and Michael R. Merrifield. Luminous and dark matter in the Milky Way. *mnras*, 326(1):164–180, September 2001. doi: 10.1046/j.1365-8711.2001.04581.x.
- J. H. Oort. The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 6:249, Aug 1932.
- H. C. Plummer. On the problem of distribution in globular star clusters. *mnras*, 71:460–470, March 1911. doi: 10.1093/mnras/71.5.460.
- Jean-Baptiste Salomon, Olivier Bienaymé, Céline Reylé, Annie C. Robin, and Benoit Famaey. Kinematics and dynamics of Gaia red clump stars. Revisiting north-south asymmetries and dark matter density at large heights. *aap*, 643:A75, November 2020. doi: 10.1051/0004-6361/202038535.
- F. J. Sánchez-Salcedo, Chris Flynn, and J. A. de Diego. Jeans Analysis of the Galactic Thick Disk and the Local Dark Matter Density. *apj*, 817(1):13, January 2016. doi: 10.3847/0004-637X/817/1/13.
- David J. Schlegel, Douglas P. Finkbeiner, and Marc Davis. Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds. *apj*, 500(2):525–553, June 1998. doi: 10.1086/305772.
- S. Sivertsson, H. Silverwood, J. I. Read, G. Bertone, and P. Steger. The local dark matter density from SDSS-SEGUE G-dwarfs. *mnras*, 478(2):1677–1693, August 2018. doi: 10.1093/mnras/sty977.
- M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening, M. D. Weinberg, S. Schneider, J. M. Carpenter, C. Beichman, R. Capps, T. Chester, J. Elias, J. Huchra, J. Liebert, C. Lonsdale, D. G. Monet, S. Price, P. Seitzer, T. Jarrett, J. D. Kirkpatrick, J. E. Gizis, E. Howard, T. Evans, J. Fowler, L. Fullmer, R. Hurt, R. Light, E. L. Kopan, K. A. Marsh, H. L. McCallon, R. Tam, S. Van Dyk, and S. Wheelock. The Two Micron All Sky Survey (2MASS). *The Astronomical Journal*, 131:1163–1183, February 2006. doi: 10.1086/498708.

-
- M. Weber and W. de Boer. Determination of the local dark matter density in our Galaxy. *aap*, 509:A25, Jan 2010. doi: 10.1051/0004-6361/200913381.
- Qiran Xia, Chao Liu, Shude Mao, Yingyi Song, Lan Zhang, R. J. Long, Yong Zhang, Yonghui Hou, Yuefei Wang, and Yue Wu. Determining the local dark matter density with LAMOST data. *mnras*, 458(4):3839–3850, June 2016. doi: 10.1093/mnras/stw565.

Apéndice A

Errores de lo Parámetros de Gaia EDR3

Velocidad Radial y Movimientos Propios

Para realizar nuestra investigación, utilizamos los datos del catalogo de Gaia EDR3 (Gaia Early Data Release 3). Este catalogo nos proporciona información de los parámetros astrométricos de aproximadamente 1.467 millones de objetos celestes, y velocidad radial de 7 millones de estrellas. Los datos que extrajimos de Gaia EDR3 son la posición (ascensión recta y declinación), movimientos propios y velocidad radial.

Para nuestra muestra seleccionamos estrellas del hemisferio norte y sur de la Vía Láctea, buscando tener estrellas del disco grueso. La selección de la muestra se especifica en el capítulo 2. En este apéndice se analiza los datos obtenidos para el hemisferio norte, omitimos las estrellas del hemisferio sur ya que se espera que por simetría, el comportamiento entre ambos hemisferios sea similar.

En las figuras A.2, A.1, se puede observar los valores obtenidos para los movimientos propios. Los valores de los errores asociados a las medidas son pequeñas, el error relativo absoluto es de aproximadamente el 1.15% para los movimientos propios en ascensión recta y 1.47% para los movimientos propios en declinación, en donde el 88% de la muestra tiene errores relativos inferiores al 1% para ambos movimientos propios.

Los valores obtenidos para la velocidad radial se pueden observar en la figura A.3. Los valores de los errores asociados a la medida de la velocidad radial se encuentran entre 0 y 2.5 [km/s], el 75% de los errores son menores a 1 [km/s]. Además el 77% de los errores relativos son inferiores al 10%, el porcentaje restante son inferiores al 50%.

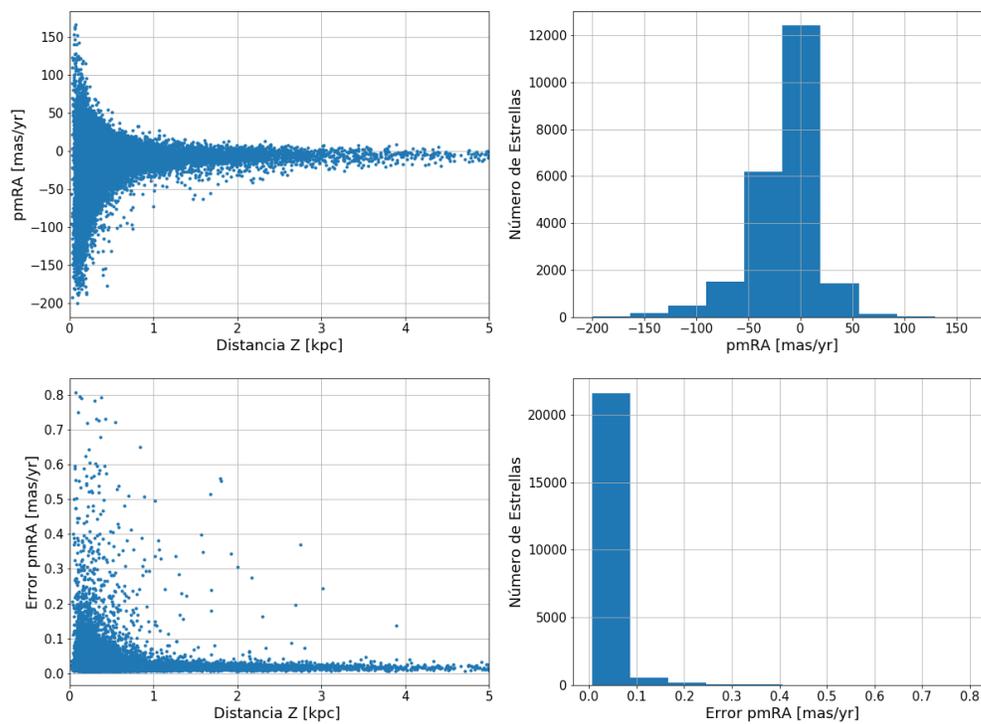


Fig. A.1 Valores de las movimientos propios en ascensión recta(panel superior), errores de los movimientos propios en ascensión recta(panel inferior)

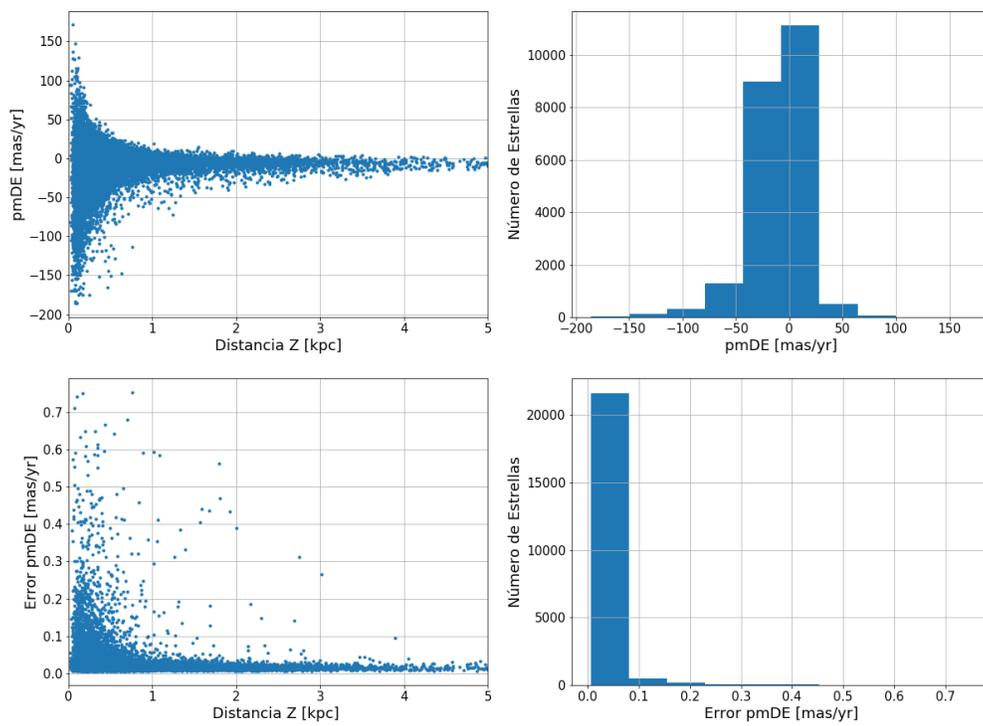


Fig. A.2 Valores de las movimientos propios en declinación(panel superior), errores de los movimientos propios en declinación(panel inferior)

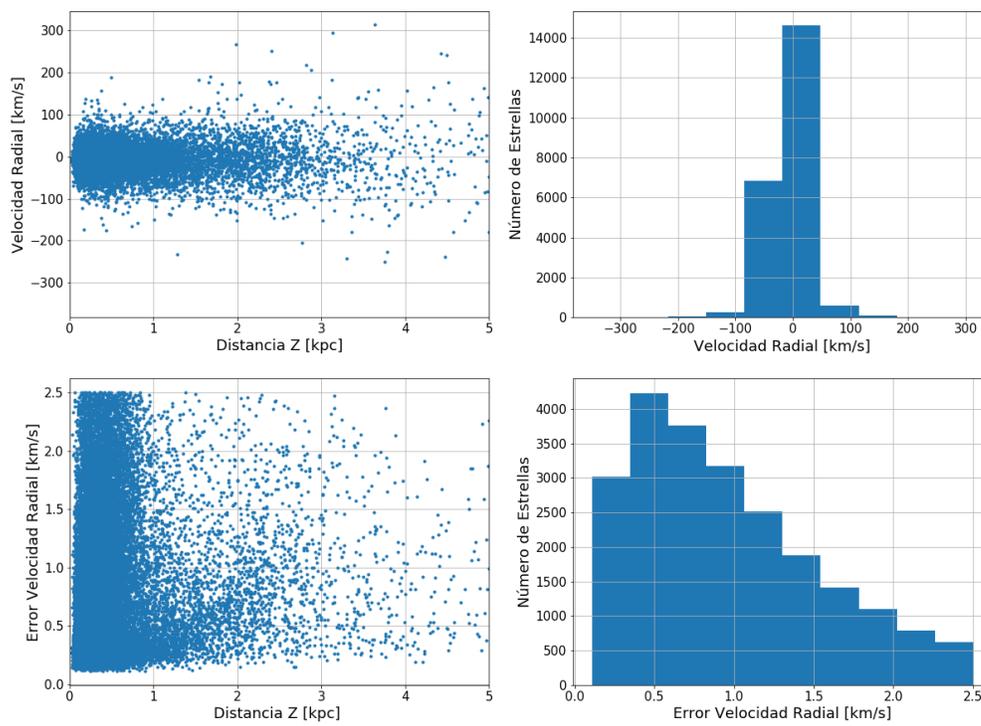


Fig. A.3 Valores de la velocidad radial(panel superior), errores de la velocidad radial(panel inferior)

Para poder observar que tanto afectan los errores en los resultados en la cinemática de las estrellas, se realizó el cálculo de las velocidades U , V y W , teniendo presente los errores en cada parámetro. En las figuras A.4, A.5, A.6 se muestran los resultados obtenidos en comparación con los datos obtenidos para el desarrollo de este trabajo. En la figura A.4 se calculan las velocidades agregando a los valores de los movimientos propios en ascensión recta los respectivos errores para cada estrella, el resto de parámetros se dejan iguales. En la figura A.5 se realiza el mismo procedimiento con los errores de los movimientos propios en declinación y en la figura A.6 con los errores en la velocidad radial. Se puede apreciar que estos errores no influyen significativamente en los resultados obtenidos, las diferencias entre las velocidades obtenidas con y sin valor del error agregado son mínimas. Para los valores de la velocidad radial en donde los errores son mayores, el mayor cambio se puede observar en la velocidad W . Sin embargo, estos cambios siguen siendo despreciables para nuestros cálculos.

Distancia

Los datos utilizados para el cálculo de la distancia de cada estrella se obtuvieron del catálogo de Bailer-Jones. Este catálogo está basado en las distancias de Gaia EDR3, en donde calcula la distancia utilizando una distribución bayesiana y no como el inverso del paralaje, obteniendo así los valores más confiables. Estas distancias también tienen un error asociado, en donde al ser una probabilidad, se obtiene un valor superior e inferior como se muestra en la figura A.7. Tomando el error asociado como el promedio entre la medida superior e inferior se obtiene que el 85% de las estrellas tienen un error menor a 20 pc, para las estrellas que más se alejan del plano el error es mayor. Los errores relativos van desde el 6% para estrellas que se encuentran a distancias menores a 1.5 kpc hasta 15% para estrellas que se encuentran a distancias aproximadas de 4.5 kpc.

Las variaciones en los valores para las velocidades U , V y W con las distancias asociadas al error agregado y las distancias utilizadas para nuestros cálculos se muestran en la figura A.8. Se puede apreciar que la medida que más afecta los resultados es la distancia. Para analizar que tanto afecta esta distancia nuestros resultados, realizamos el análisis completo de las velocidades, sumando y restando el error a cada distancia. Realizamos todo el análisis descrito en los capítulos 2, 3 y 4. Obtuvimos una relación de la densidad de masa superficial en función de la distancia al plano de la Galaxia. Las relaciones obtenidas se comparan con los errores asociados a nuestros resultados descritos en el capítulo 4, estos resultados se muestran en la figura A.9.

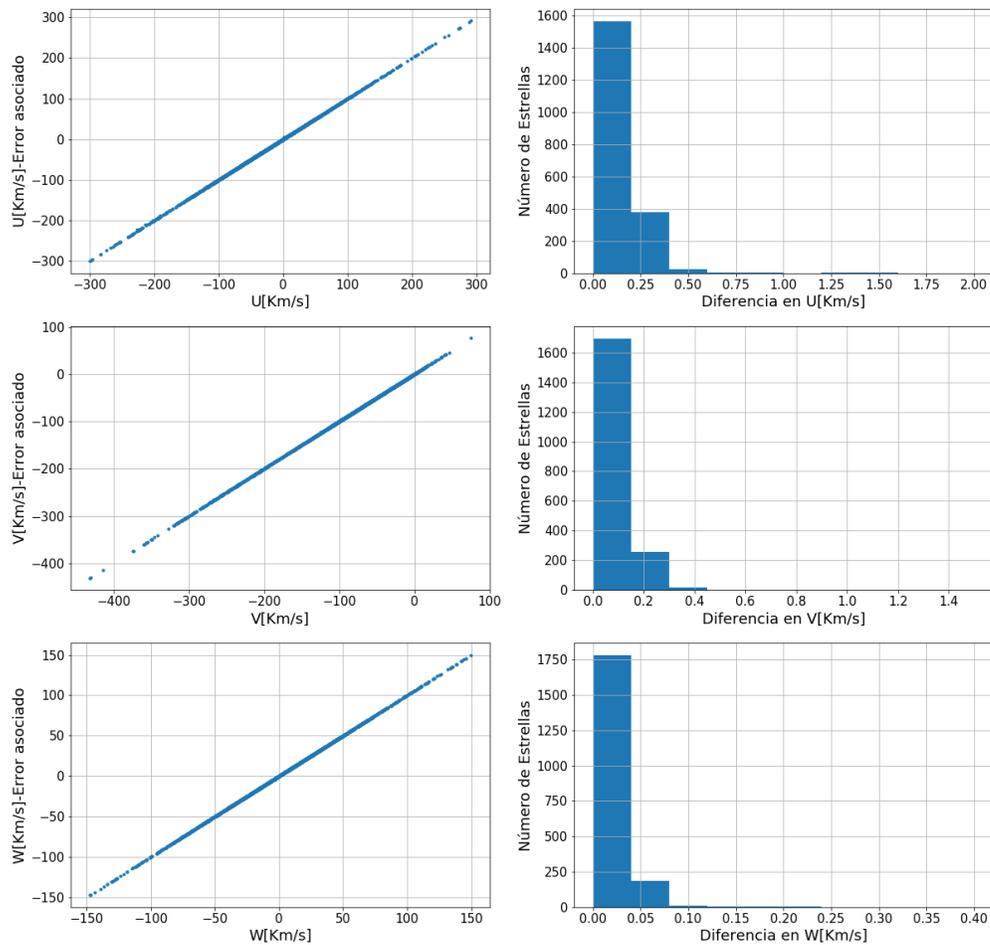


Fig. A.4 Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para los movimientos propios en ascensión recta(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de los movimientos propios en ascensión recta(imágenes derecha)

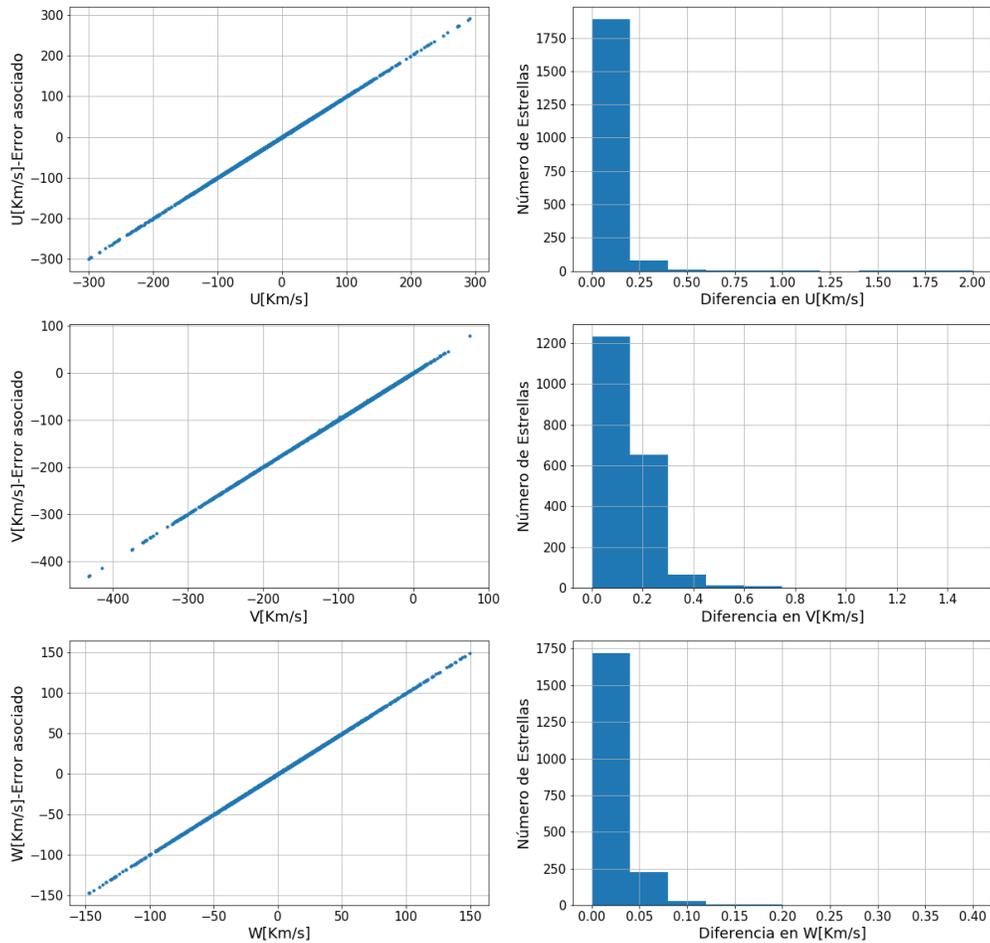


Fig. A.5 Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para los movimientos propios en declinación(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de los movimientos propios en declinación(imágenes derecha)

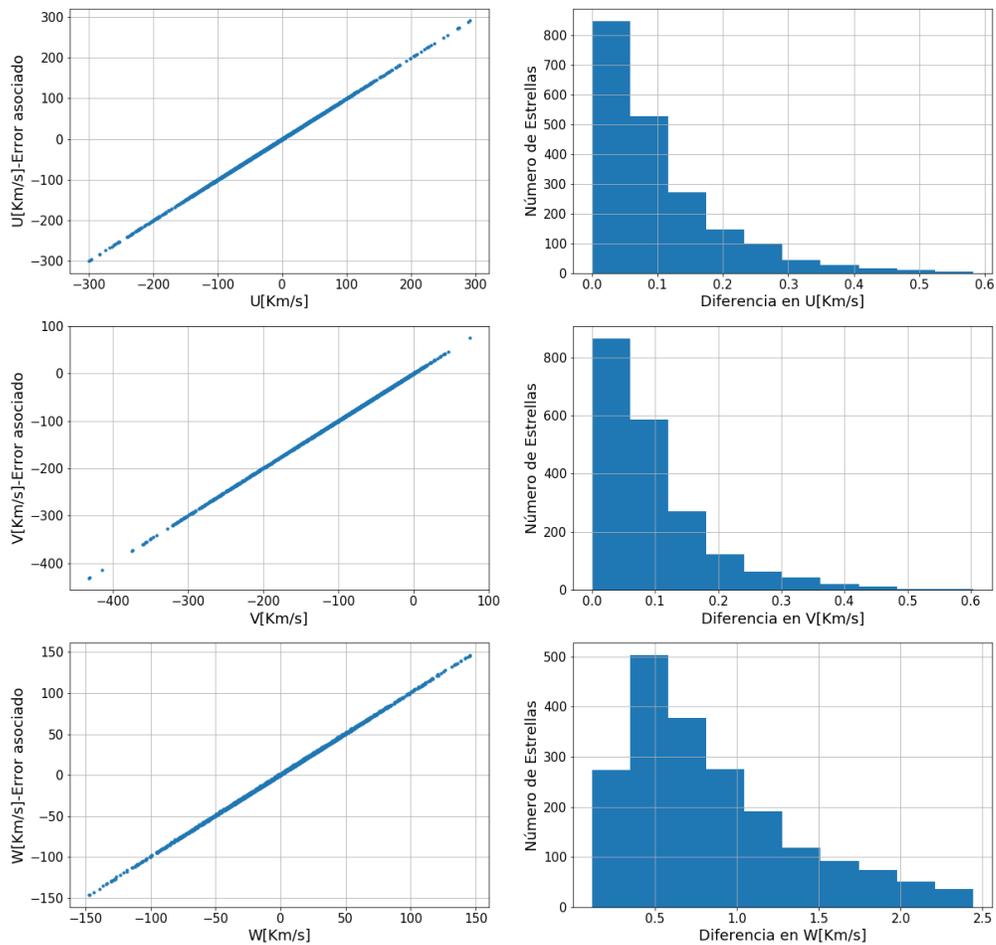


Fig. A.6 Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para las velocidades radiales(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de las velocidades radiales(imágenes derecha)

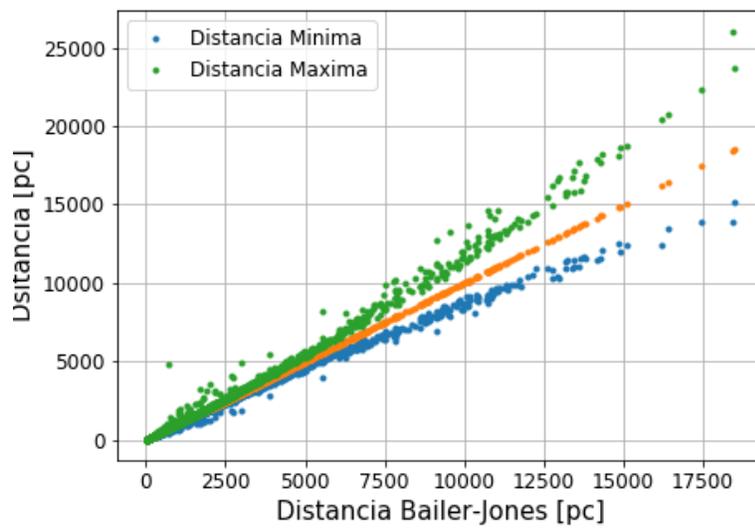


Fig. A.7 Valores para la distancia de cada estrella teniendo en cuenta el valor máximo que esta puede tener (puntos verdes), y valor mínimo (puntos azules), en relación al valor de la distancia (puntos amarillos)

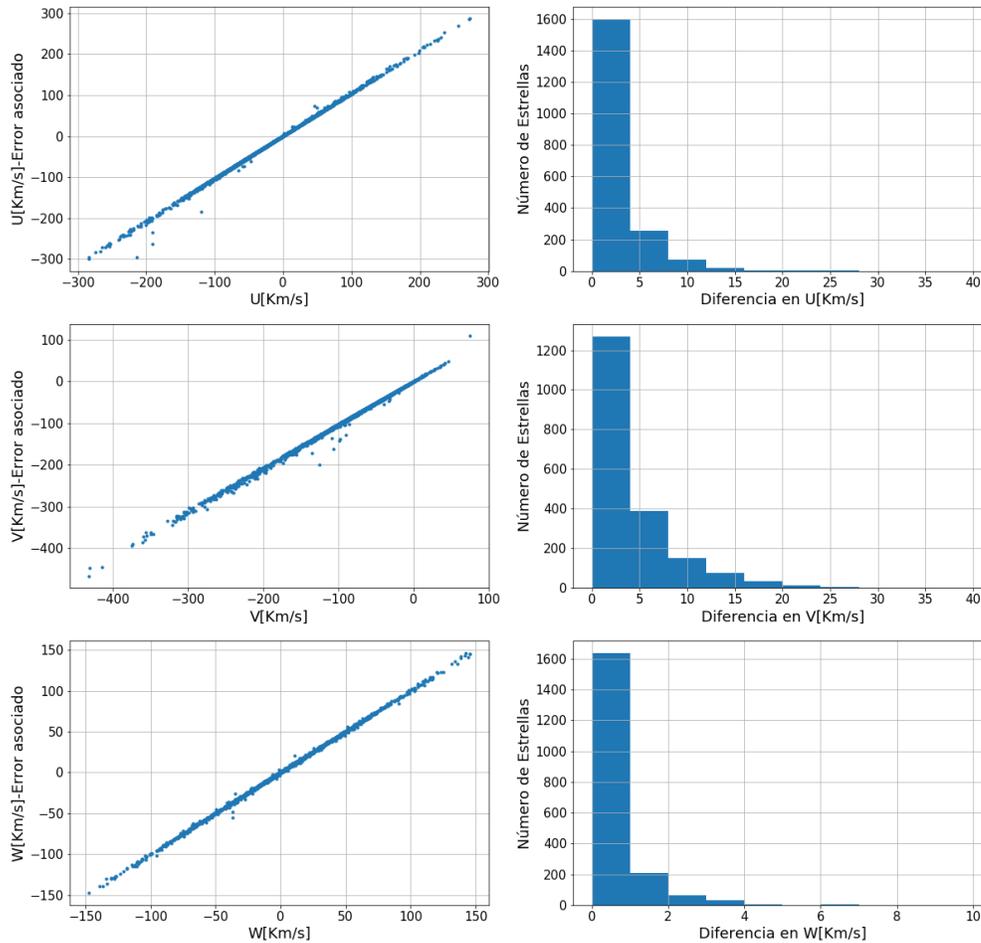


Fig. A.8 Comparación de las diferentes velocidades obtenidas sumando los errores asociados y sin los errores para las distancias(imágenes a la izquierda). Diferencia entre los dos valores de las distancias(imágenes derecha)

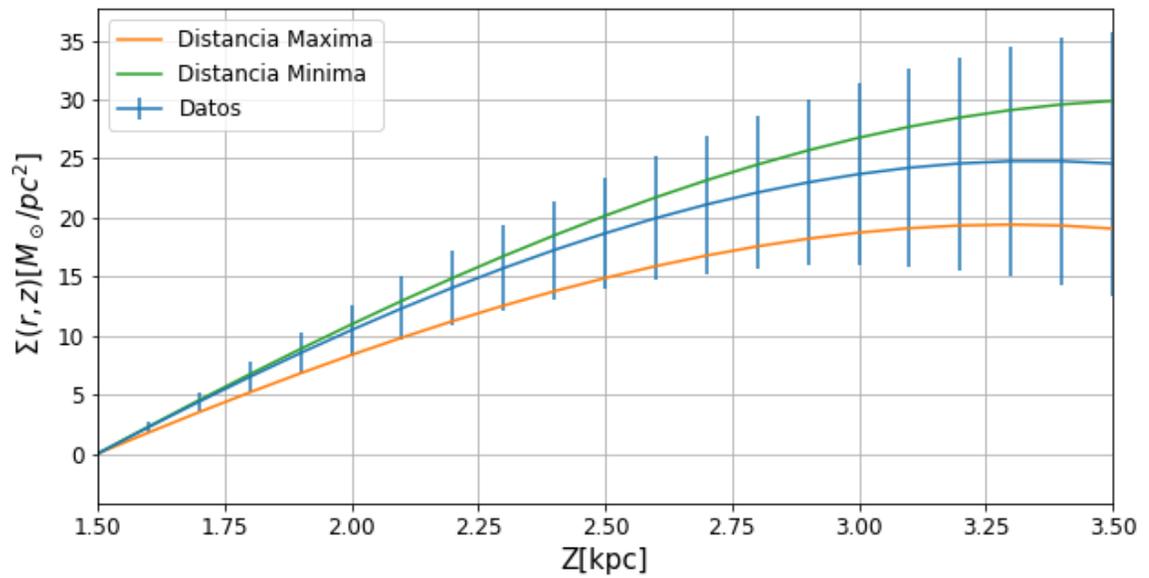


Fig. A.9 Resultados obtenidos para la densidad de masa superficial en función de la distancia con sus respectivos errores (línea azul), en comparación con el cálculo obtenido utilizando la distancia mínima (línea verde) y distancia máxima (línea amarilla)

