



**Análisis del desempeño de un clasificador espiral gravimétrico por medio de mecánica de fluidos computacional (CFD)**

Jefferson Galeano Peña

Informe de práctica para optar al título de Ingeniero Mecánico

Asesor

Andrés Felipe Colorado Granda, Ph. D. Ingeniería Mecánica y Aeroespacial

Universidad de Antioquia  
Facultad de Ingeniería  
Ingeniería mecánica  
Medellín, Antioquia, Colombia  
2022

**Referencia**

- [1] J Galeano Peña, “Análisis del desempeño de un clasificador espiral gravimétrico por medio de mecánica de fluidos computacional (CFD)”, Trabajo de grado, Ingeniería Mecánica, Universidad de Antioquia, Medellín, Antioquia, 2022.
- Estilo IEEE (2020)



Biblioteca Carlos Gaviria Díaz

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

**Rector:** Jhon Jairo Arboleda Céspedes.

**Decano/Director:** Jesús Francisco Vargas Bonilla.

**Jefe departamento:** Pedro León Simancas.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Dedicatoria**

Este trabajo va dedicado a mi madre, quien ha sido mi apoyo incondicional en esta etapa universitaria con su amor y sacrificio para lograr convertirse en el hombre que ahora soy, pues con paciencia me ha guiado y enseñado que con pasos cortos también puedo llegar lejos y así lograr cumplir cualquier meta que me proponga, ya sea de forma personal y/o laboral.

## **Agradecimientos**

Quiero agradecer a mi familia y especialmente a mis compañeros, quienes fueron parte de mi proceso estudiantil y práctico, pues me ayudaron poner a prueba mis capacidades y competencias para así desarrollar a plenitud mi proyecto, del cual me siento orgulloso.

A mis maestros por compartir sus conocimientos con nosotros los alumnos y dedicar su tiempo a fortalecer y pulir todas nuestras fortalezas y virtudes, formando así futuros grandes profesionales.

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	8
I. INTRODUCCIÓN	10
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
A. Antecedentes	12
III. OBJETIVOS	14
A. Objetivo general	
B. Objetivos específicos	
IV. MARCO TEÓRICO	15
A. Espirales gravimétricos	15
B. Conceptos Dinámica de Fluidos Computacional	16
C. Conceptos básicos de flujos multifásico	18
a. Fase continua o primaria.	18
b. Fase dispersa o secundaria.	18
c. Fracción de volumen.	18
d. Densidad aparente	19
e. Velocidad superficial y de fase.	19
f. Carga y concentración.	20
g. Número de Stokes	20
h. Flujo disperso y denso	21
i. Acoplamiento de fases (Phase coupling)	21
D. Modelos de Fluidos Multifases	21
a. Eulerian – Eulerian	21
b. Volumen de Fluido	22
c. Eulerian-Lagrangian	23
V. METODOLOGÍA	25
A. Geometría	26
B. Malla	27

a. Calidad de la malla	28
C. Datos de entrada fluent	29
VI. RESULTADOS	33
VII. DISCUSIÓN	36
VIII. CONCLUSIONES	37
REFERENCIAS	38

## LISTA DE TABLAS

TABLA I DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DEL ESPIRAL	26
TABLA II DATOS DE ENTRADAS DEL MODELO	30
TABLA III CONDICIONES DE FRONTERA	31
TABLA IV FACTORES DE RELAJAMIENTO	31

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1. Regiones en la sección transversal de la espiral gravimétrica	15
Fig. 2. Esquema del separador gravimétrico	16
Fig. 3. Aproximación Eulerian-Eulerian	22
Fig. 4. Aproximación volumen de fluido	23
Fig. 5. Aproximación Eulerian-Lagrangian	24
Fig. 6. Modelo 3D espiral gravimétrica	26
Fig. 7. Mallado de la espiral	27
Fig. 8. Aspect Ratio	28
Fig. 9. Skewness	28
Fig. 10. Orthogonal Quality	29
Fig. 11. Residuales	33
Fig. 12. Fracción de Volumen (Agua), [Vista Isométrica]	34
Fig. 13. Magnitud de Velocidad (Agua), [Vista Isométrica]	34
Fig. 14. Seguimiento de partículas.	35
Fig. 15. Magnitud de Velocidad.	35

## RESUMEN

Con el objetivo de evaluar el desempeño de un espiral gravimétrico, cuyo equipo tiene una gran acogida en la industria minera por su sencillez, capacidad de procesamiento y alta eficiencia por su funcionamiento, la cual es obtener una alta concentración de minerales pesados que se encuentran en el lodo, tales como el hierro, Titanio, Estaño, Circonio, Platino, Oro, entre otros minerales presentes allí.

Se discrimina el modelo 3D de la espiral, donde los hexaedros dominan en su gran mayoría el dominio, ya que es el más idóneo para abordar el problema. Para su simulación se acoge el modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$  RNG, el modelo DPM, que está gobernada por el modelo Eulerian-Lagrangian, con la selección de estos modelos se simula un problema multifásico, donde se comprende dos fases Eulerianas, agua y aire, y una fase discreta, las partículas .

En los resultados obtenidos por medio de CFD. Se compilaron los datos para el agua: magnitud de velocidad y fracción de volumen, con el fin de evaluar las velocidades generadas por el agua en algunas zonas durante el trayecto, para las partículas se compilaron los datos de: distribución de partículas visualizadas con el diámetro y también la velocidad que alcanzan mientras se desarrollan en la espiral, con la colección de estos gráficos se prueba la interacción y la influencia de las fases Euleriana con la fase Discreta con los modelos de selección.

***Palabras clave* — Espiral gravimétrico, Modelo de turbulencia,  $k-\varepsilon$  RNG, DPM, CFD, Fase Euleriana, Fase Discreta.**

## ABSTRACT

With the aim of evaluating the performance of a gravimetric spiral, whose equipment has a great reception in the mining industry for its simplicity, processing capacity and high efficiency for its operation, which is to obtain a high concentration of heavy minerals found in the sludge, such as iron, Titanium, Tin, Zirconium, Platinum, Gold, among other minerals present there.

The 3D model of the spiral is discriminated, where the hexahedra dominate the domain in its great majority, since it is the most suitable to address the problem. For its simulation, the k- $\epsilon$  RNG turbulence model is accepted, the DPM model, which is governed by the Eulerian-Lagrangian model, with the selection of these models a multiphase problem is simulated, where two Eulerian phases are understood, water and air, and a discrete phase, the particles.

In the results obtained through CFDs. The data for water were compiled: velocity magnitude and volume fraction, in order to evaluate the speeds generated by water in some areas during the journey, for the particles the data were compiled from: distribution of particles visualized with the diameter and also the speed they reach while developing in the spiral, the collection of these graphs tests the interaction and influence of the Eulerian phases with the Discrete phase with the selection models.

***Keywords*** —Gravimetric spiral, Turbulence model, k- $\epsilon$  RNG, DPM, CFD, Eulerian Phase, Discrete Phase.

## I. INTRODUCCIÓN

TDI Ingeniería y Diseño es una empresa que desarrolla y fabrica equipos para el sector minero, equipos como; celdas de flotación, bombas de lodos, hidrociclones, así como también plantas de lavado de arena.

El proyecto nace de la necesidad de agregar un nuevo equipo, en este caso de clasificación de minerales, que a su vez sirve en planta de lavado de arenas, acogido por la industria minera por su sencillez, capacidad de procesamiento y alta eficiencia en su funcionamiento, la cual es obtener un alta concentración de minerales pesados que se encuentran en el lodo, tales como el hierro, Titanio, Estaño, Circonio, Platino, Oro, entre otros minerales presentes allí.

Los concentradores de espiral, o espirales gravimétricos, están formadas por un canal helicoidal, su funcionamiento parte por la acción del efecto de fuerzas aplicadas a las partículas, tales como la fuerza de empuje; ejercida por el fluido; fuerza de gravedad, fuerza centrípeta; dada por la acción de la inercia y la fuerza de coriolis. Las partículas de menor densidad, presentes en la pulpa, tiende ir hacia fuera y por el contrario, las de mayor densidad permanecerán en el centro. Esto es debido a que las partículas de gran densidad estarán expuestas a mayor intensidad por las fuerzas involucradas dentro del flujo.

En el presente trabajo se ilustra el cómo se abordó el problema de modelar una espiral gravimétrica por medio de Dinámica Fluido Computacional, haciendo uso del software Ansys Fluent 2021 R1, cuya interfaz es amigable con el usuario y se hace conveniente la selección y creación de elementos para ejecutar con satisfacción el problema. Se escogen modelos que pueden dar una aproximación a las físicas involucradas en el espiral gravimétrico, como lo son el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  RNG, modelo Eulerian-Lagrangian. En la inyección de partículas se facilitó en la sección Discrete Phase Model, de ahora en adelante DPM, aquí se establecieron los parámetros que definen las partículas, como el diámetro, velocidad de entrada, momento de inyección, se habilita su interacción con el fluido y las fuerzas que actúan sobre ellas.. Las propiedades físicas se definen en materiales, donde se establece el material y se extrae las

propiedades físicas, se define además como material inerte, no reacciona químicamente con el entorno.

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El proyecto nace de la necesidad de agregar un nuevo equipo, en este caso de clasificación de minerales, que a su vez sirve en planta de lavado de arenas, acogido por la industria minera por su sencillez, capacidad de procesamiento y alta eficiencia en su funcionamiento, la cual es obtener un alta concentración de minerales pesados que se encuentran en el lodo, tales como el hierro, Titanio, Estaño, Circonio, Platino, Oro, entre otros minerales presentes allí.

Los concentradores de espiral están formadas por un canal helicoidal, su funcionamiento parte por la acción del efecto de fuerzas aplicadas a las partículas, tales como la fuerza de empuje; ejercida por el fluido; fuerza de gravedad, fuerza centrípeta; dada por la acción de la inercia y la fuerza de coriolis. Las partículas de menor densidad, presentes en la pulpa, tiende ir hacia fuera y por el contrario, las de mayor densidad permanecerán en el centro. Esto es debido a que las partículas de gran densidad estarán expuestas a mayor intensidad por las fuerzas involucradas dentro del flujo.

El objetivo es modelar el espiral gravimétrico en una simulación CFD, la geometría está regida por parámetros de una espiral, como: el paso, número de vueltas, ángulo y altura total de la espiral. Estas definiciones geométricas están ligadas a las condiciones de funcionamiento de la espiral, como el mineral a separar. Se pretende por CFD evidenciar la influencia que tiene la geometría del espiral gravimétrico

### *A. Antecedentes*

Se han hecho numerosas investigaciones con respecto al comportamiento del fluido con simulaciones computacionales en espirales gravimétricos. Gran parte de éstas investigaciones analizan el fluido que se desarrolla a lo largo del canal.

[1] - [4] coinciden en usar el fluido de volumen, de ahora en adelante VOF, como método multifase, con el modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  RNG, obteniendo resultados satisfactorios como la profundidad y velocidad del fluido en ciertas regiones características de la espiral. En su

momento las simulaciones que desarrollaban era análisis del comportamiento del fluido, en lo que se lograba desarrollar a lo largo de la espiral, analizaron datos de las velocidades alcanzadas, presiones ejercidas del fluido hacia las paredes. La discretización del dominio lo dominan los hexaedros.

El método Eulerian-Lagrangian hicieron uso de él en [5] y [6], donde su forma de emplear cambia debido a que acompleja el problema, puesto que añade la inyección de partículas al dominio. Tiene como resultados la trayectoria, las fuerzas y las velocidades de las partículas mientras ésta se desarrolla en la espiral.

Se evidencia en estos artículos que tienen algo en común, la primera es el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  RNG, lo que evidencia la certeza del modelo, el tipo de mallado y el resultado de los análisis son semejantes.

### III. OBJETIVOS

#### *A. Objetivo general*

Modelar y simular un clasificador espiral gravimétrico para la separación de minerales sólidos.

#### *B. Objetivos específicos*

- Simular el comportamiento de las partículas dentro de un espiral gravimétrico por medio de mecánica de fluidos computacional.
- Interpretar resultados arrojados por la simulación.

## IV. MARCO TEÓRICO

### A. Espirales gravimétricas

Los espirales gravimétricos, o también llamados espirales concentradores, tienen como fin obtener el mineral de interés de la pulpa, pasando a través de la espiral y así lograr el acometido.

Los concentradores de espiral están formados por un canal helicoidal, figura 1, su funcionamiento parte por la acción del efecto de fuerzas aplicadas a las partículas, tales como la fuerza de empuje; fuerza de gravedad, fuerza centrípeta; dada por la acción de la inercia, la fuerza de coriolis y la fuerzas ejercidas por el fluido;. Las partículas de menor densidad, presentes en la pulpa, tiende ir hacia fuera y por el contrario, las de mayor densidad permanecerán en el centro. Esto es debido a que las partículas de gran densidad estarán expuestas a mayor intensidad por las fuerzas involucradas dentro del flujo.

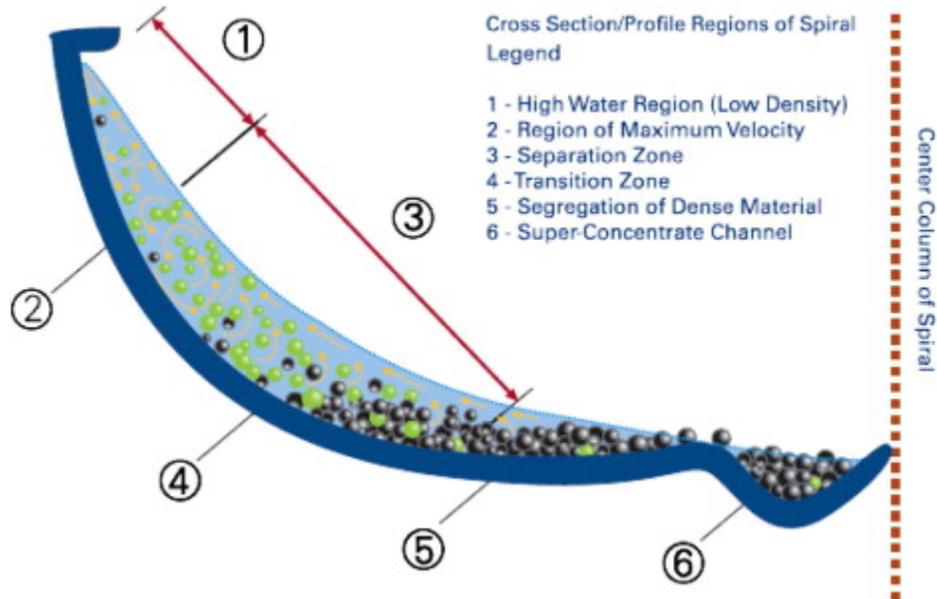


Fig. 1. Regiones en la sección transversal de la espiral gravimétrica

Nota: Fuente [1].

La espiral geoméricamente se define como se ilustra en la figura 1,

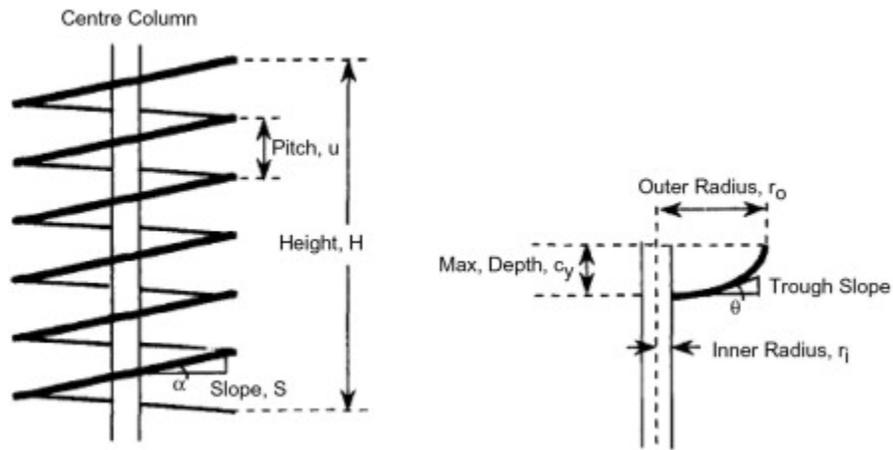


Fig. 2. Esquema del separador gravimétrico

Nota: fuente [1]

Donde:

- Pitch → Paso de la espiral
- Height → Altura de la espiral
- $\alpha$  → Ángulo de la espiral
- $r_o$  → Radio exterior
- $r_i$  → Radio interior
- $C_y$  → Profundidad del canal
- $\theta$  → Ángulo del canal

### B. Conceptos Dinámica de Fluidos Computacional

La dinámica de fluidos está gobernada principalmente por las ecuaciones de movimiento, las cuales son. [7]

#### a. Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

b. Ecuaciones de Navier-Stokes

En x

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{P'}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

En y

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{P'}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

En z

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{P'}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

En CFD éstas ecuaciones se solucionan independientemente para cada una de las fases continuas, como lo son el agua y el aire y la fase discreta.

Por otro lado, el comportamiento del fluido se caracteriza mucho por el valor que tenga el número de Reynolds, éste número denota la naturaleza del fluido, pues indica si éste es un fluido en régimen laminar o turbulento, por medio de las fuerzas presentes, como las fuerzas inerciales y viscosas. El Reynolds es

$$Re = \frac{F. Inerciales}{F. Viscosas} = \frac{\rho \cdot V \cdot L_c}{\mu} \quad (5)$$

Donde,

- $\rho$ , densidad del fluido
- $V$ , velocidad del fluido
- $L_c$ , longitud característica de la geometría
- $\mu$ , viscosidad dinámica del fluido

### C. Conceptos básicos de flujos multifásico

Para afrontar problemas que abordan más de una fase, se emplean métodos para su desarrollo y solución, como lo son los modelos multifases. Estos acogen las fases independientemente de ser sólida, líquida o gaseosa, interactúan y se afectan entre sí. [8]

a. Fase continua o primaria.

Viene siendo el fluido que gobierna el sistema a tratar, como puede ser un gas, aire, nitrógeno, etc; líquido, como el agua, lodo.

b. Fase dispersa o secundaria.

Ésta fase se constituye principalmente por fases discretas, tales como partículas, burbujas o gotas. La fase dispersa se separa de la continua por una línea de contacto.

c. Fracción de volúmen.

La fracción de volúmen está definida para la fase dispersa y continua, respectivamente como

$$\alpha_d = \lim_{\delta V \rightarrow V^0} \frac{\delta V_d}{\delta V} \quad (6)$$

Donde  $\delta V_d$  es el volumen de la fase dispersa sobre el volúmen  $\delta V$ , El volumen límite para alcanzar el estado estable es  $\delta V^0$ .

$$\alpha_c = \lim_{\delta V \rightarrow V^0} \frac{\delta V_c}{\delta V} \quad (7)$$

Donde  $\delta V_c$  es el volumen de la fase continua sobre el volúmen  $\delta V$ . Por otro lado, las fracciones de volumen tanto de la fase dispersa como la continua se relacionan en la suma, pues éstas dos deben dar como resultado 1.

$$\alpha_d + \alpha_c = 1 \quad (8)$$

d. Densidad aparente

La densidad aparente de la fase dispersa, está definida como la masa de la fase por unidad de volumen de la mezcla

$$\bar{\rho}_d = \lim_{\delta V \rightarrow V^0} \frac{\delta M_d}{\delta V} \quad (9)$$

Donde  $\delta M_d$  es la masa de la fase dispersa. Además ésta densidad se relaciona con el material así

$$\bar{\rho}_d = \alpha_d^* \rho_d \quad (10)$$

La suma de las densidades de las respectivas fases da como resultado la densidad de la mezcla.

$$\rho_d + \rho_c = \rho_m \quad (11)$$

e. Velocidad superficial y de fase

Velocidad superficial de la fase dispersa es

$$U_d = \frac{\dot{M}_d}{\rho_d^* A} \quad (12)$$

Donde  $\dot{M}$  es el gasto másico de la fase dispersa y  $A$  es el área de la sección transversal. lo mismo queda para la fase continua. Por otro lado, la velocidad de la fase se da cuando la fase ocupa toda el área transversal. Estas dos velocidades están relacionadas con la fracción de volumen de esta forma.

$$U_d = \alpha_d^* u_d \quad (13)$$

f. Carga y concentración

Hay parámetro que destacan para caracterizar la fase dispersa, las cuales con y están definidas matemáticamente como:

Concentración de masa

$$C = \frac{\bar{\rho}_d}{\rho_c} \quad (14)$$

Relaciona la masa de la fase dispersa con la continua en una mezcla. En ocasiones se define la fracción de volumen como la concentración.

$$Z = \frac{\dot{m}_d}{\dot{m}_c} \quad (15)$$

La carga es la relación del gasto másico de la fase dispersa sobre la fase continua. Esta relación también se usa con frecuencia para denotar concentración.

g. Número de Stokes

El número de Stokes es un número no dimensional, es un parámetro importante que caracteriza la relación que hay entre un fluido y las partículas presentes en ella.

$$Stk = \frac{\tau_V}{\tau_F} \quad (16)$$

donde

$$\tau_V = \frac{\rho_d * d^2}{18\mu} \quad (17)$$

$$\tau_F = \frac{Ls}{Vs} \quad (18)$$

En caso de  $Stk \ll 1$ , indica un equilibrio de velocidad pues las partículas tienen tiempo suficiente para procesar los cambios de velocidad del flujo con gran precisión tal que casi podría igualar el fluido, es decir las partículas seguirán cercanamente la fase continua. Por el contrario,  $Stk > 1$ , las partículas carecerán de tiempo para corresponder los cambios de velocidad del fluido y por ende estos se verán muy poco afectados por los cambios de velocidad del fluido.

#### h. Flujo disperso y denso

Cuando los movimientos de las partículas es controlada por las fuerzas del fluido, como las fuerzas de arrastre y elevación, se dice que el flujo es disperso, en cambio, si estos movimientos de las partículas es producida por las colisiones que puedan ocurrir en el fluido, se dice entonces que el fluido es denso.

#### i. Acoplamiento de fases (Phase coupling)

Si el flujo de una fase afecta a la otra pero ésta no puede afectar la en respuesta, entonces se dice que se tiene un acoplamiento unidireccional (one-way-coupled). Sin embargo si éstas se pueden afectar mutuamente, entonces se dice que el flujo tiene acoplamiento de dos vías (two-way-coupled)

### *D. Modelos de Fluidos Multifases*

Hay aproximaciones con las cuales se pueden modelar el flujo multifase, estos son. [7]

#### a. Eulerian - Eulerian

Aproximación Eulerian-Eulerian trata las diferentes fases matemáticamente como fases continuas que se interpenetran, es aquí donde da la necesidad de entender un nuevo concepto, el cual es, fracción de volumen fásica, se da porque el volumen de una fase no puede ser ocupada por la otra. Las ecuaciones eulerianas se solucionan para todas las fases, es decir, cada fase tiene sus propias ecuaciones de la conservación de la masa, momento y energía. Cabe recalcar que las ecuaciones de continuidad y momento son solucionadas de forma independiente para cada fase.

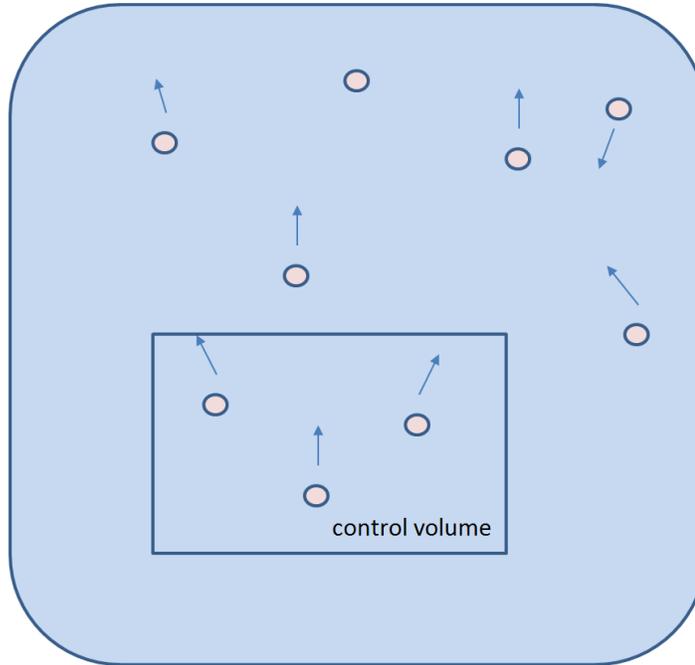


Fig. 3. Aproximación Eulerian-Eulerian

Nota:

Fuente

<https://www.learncax.com/knowledge-base/blog/by-category/fundamentals/multiphase-flow-modeling-part-4-mathematical-treatment>

Ecuación de continuidad dada para una fase 'k', donde  $\alpha_k$  denota la fracción volumétrica.

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \nabla(\alpha_k \rho_k U_k) = \sum_{p=1, p \neq k}^n S_{pk} \quad (19)$$

Ecuación de momento para cada fase 'k'.

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k)}{\partial t} + \nabla(\alpha_k \rho_k U_k) = -\alpha_k \nabla p - \nabla \cdot (\alpha_k r) + \alpha_k \rho_k g + F_k + F_g \quad (20)$$

## b. Volumen de Fluido

Fluido de volumen, VOF por sus siglas en inglés, hace uso de la estructura euleriana para ambas fases, aquí las fases no están interpenetradas, la fracción de volumen es definida para cada una de las fases en todo el dominio, y al sumar cada una de estas da como resultado una unidad.

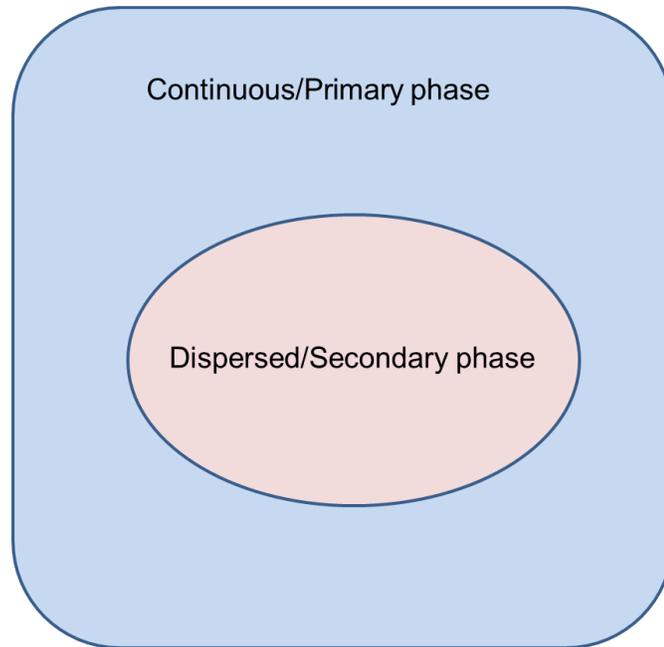


Fig. 4. Aproximación volumen de fluido

*Nota:*

Fuente

<https://www.learncax.com/knowledge-base/blog/by-category/fundamentals/multiphase-flow-modeling-part-4-mathematical-treatment>

$$\rho = \sum_q \alpha_q \rho_q \quad (21)$$

Ecuación de momento, se resuelve una sola a través del dominio, dando que la velocidad resultante se comparte entre las fases.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (22)$$

### c. Eulerian-Lagrangian

Eulerian-Lagrangian, éste hace uso de la estructura euleriana para la fase continua y, para la fase dispersa es tratada con la estructura lagrangiana,

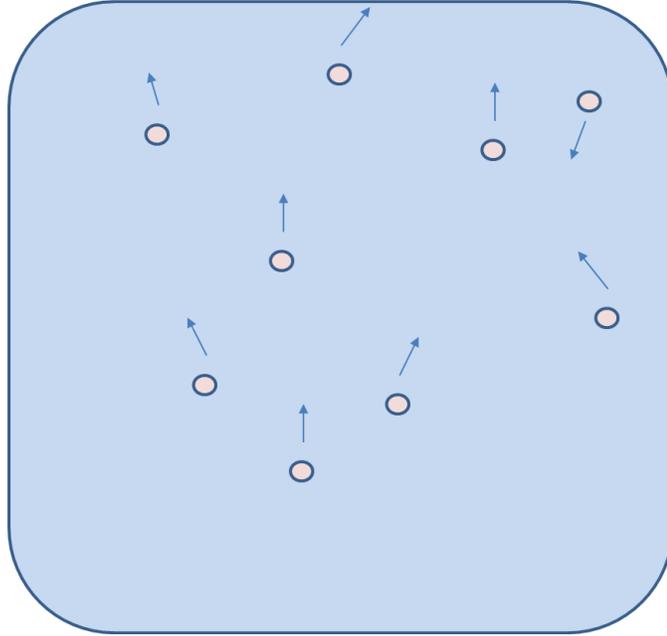


Fig. 5. Aproximación Eulerian-Lagrangian

Nota:

fuelle

<https://www.learncax.com/knowledge-base/blog/by-category/fundamentals/multiphase-flow-modeling-part-4-mathematical-treatment>

Ecuación de la continuidad

$$\frac{\partial(\alpha_c \rho_c U_c)}{\partial t} + \nabla(\alpha_c \rho_c U_c U_c) = S_c \quad (23)$$

Ecuación del momentum

$$\frac{\partial(\alpha_c \rho_c U_c)}{\partial t} + \nabla(\alpha_c \rho_c U_c U_c) = -\alpha_c \nabla p - \nabla \cdot (\alpha_c r_c) + \alpha_c \rho_c g + S_c \quad (24)$$

La trayectoria de la fase dispersa es calculada bajo la Ley de Newton, ecuaciones de movimiento, balanceando las fuerzas que actúan sobre las partículas de la fase dispersa.

$$m_P \frac{dU_P}{dt} = F_P + F_D + F_{VM} + F_L + F_H + F_G \quad (25)$$

Donde

$F_D$ , fuerza de presión

$$F_P = V_P \nabla p \quad (26)$$

$F_G$ , fuerza ejercida por la aceleración de la gravedad

$$F_P = \rho_P V_P g \quad (27)$$

$F_D$ , representa la fuerza de arrastre, drag force.

$$F_D = C_D \rho_C D_2 |U_P - U_C| (U_P - U_C) \quad (28)$$

$F_L$ , fuerza de elevación, lift force, que nace a través de la fase continua.

$$F_L = - C_L \rho_C V_P (U_P - U_C) x (\nabla x U_C) \quad (29)$$

$F_{VM}$ , fuerza de masa virtual, esta fuerza representa la aceleración o fuerza inercial nacida por la fase continua sobre la fase dispersa.

$$F_{VM} = - C_L \left( \frac{DI}{Dt} + I \cdot \nabla U_C \right) \quad (30)$$

$$I = C_{VM} \rho_C V_P (U_P - U_C) \quad (4.16) \quad (31)$$

Cuando se obtienen estas fuerzas, al fin la trayectoria de las partículas pueden ser calculadas, y es por medio de la siguiente expresión.

$$\frac{dx_i}{dt} = U_{pi} \quad (32)$$

## V. METODOLOGÍA

### A. GEOMETRÍA

Para establecer el dominio y afrontar el problema se procedió a definir la geometría de la espiral gravimétrica, éste se modeló en el modelador integrado de Ansys, DesignModeler

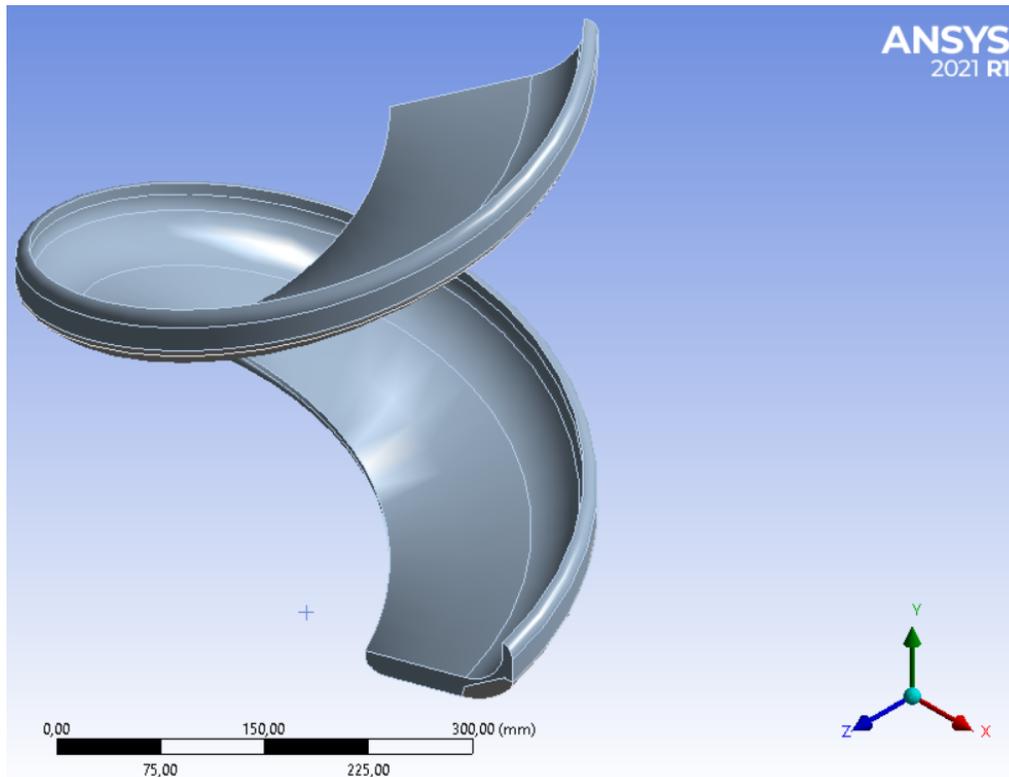


Fig. 6. Modelo 3D espiral gravimétrica

TABLA 1

#### DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DEL ESPIRAL

SECCIÓN	VALOR
Paso	400 mm
N <sup>a</sup> de vueltas	1.125
Ángulo de inclinación	15°
Radio interior	60 mm
Radio exterior	210 mm
Ancho del canal	150 mm

Anteriormente se había definido el dominio de la espiral con 7 vueltas, el número que es en realidad, pero se redujo con el objetivo de abaratar costo computacional, pues se evidenciaba que el costo de la solución era muy alto debido al alto número de celdas creadas en el dominio.

## B. MALLA

Se debe discretizar la geometría de la espiral, para ello se hizo uso de la herramienta 'mesh', los parámetros para mallar fueron.

Adaptive sizing: Permite que la malla se adapte a la geometría por medio de funciones de dimensionamiento, su tamaño varía según el volumen.

Resolution: Este parámetro se mide del 1 al 7, entre más alto sea más fino es la malla

Body sizing: Se selecciona toda la geometría y se hace la selección de 'Hex dominant' esto es que los elemento hexaedros dominan el mallado del dominio

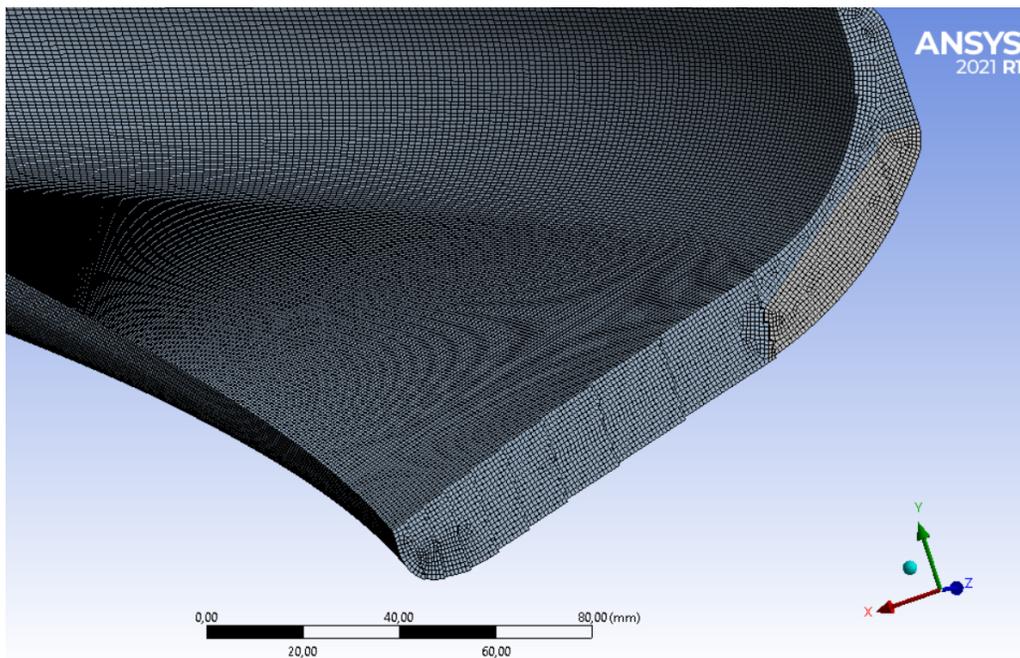


Fig. 7. Mallado de la espiral

Nodos creados → 2'987,280

Elementos (celdas) creados → 2'805,366

a. Calidad de la malla

Se debe asegurar una buena calidad de la malla generada, ya que con ésta logramos que la solución obtenida al correr la simulación sea confiable. Los parámetros más destacables y que debemos asegurar que esté en el rango son: Skewness, Aspect Ratio y Orthogonal Quality

i. Aspect Ratio

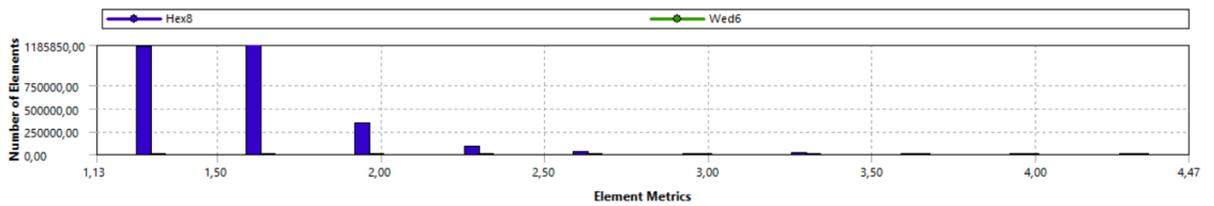


Fig. 8. Aspect Ratio

El Aspect ratio es una relación de radio entre la longitud más larga contra la más corta de la celda generada en la malla. Un Aspect Ratio igual a 1 significa que los hexaedros se aproximan a un cubo con sus lados iguales, esto nos dice que es un indicativo de que tan equilibradas esta la forma de las celdas en el dominio.

Para el mallado actual, se evidencia que un gran número de celdas creadas están cercanas a 1, por lo general el Aspect Ratio debe ser menor a 10 para geometrías en 3 dimensiones, por otro lado las celdas con valores mayor a 2 se aprecia que están en una pequeña cantidad pudiendo así despreciarlas.

ii. Skewness

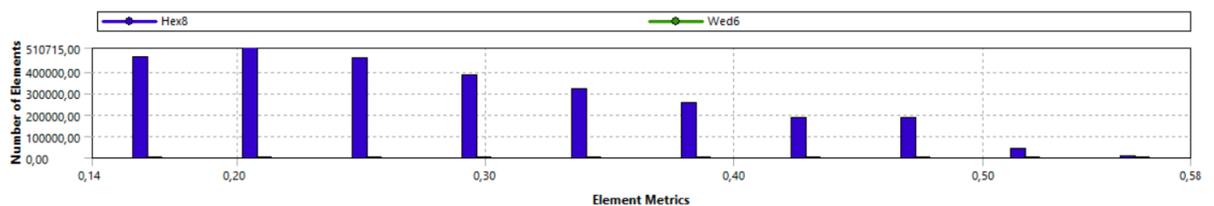


Fig. 9. Skewness

El Skewness mide la asimetría de las celdas, por lo general el Skewness para el volumen de la celda debe ser menor a 0.95, para hexaedros menor a 0.8, menor a 0.5 ya se considera bueno y menor a 0.25 se puede considerar excelente. Con esto se evidencia en la gráfica que las celdas se agrupan en cantidad por debajo de 0.3 y que muy pocas sobrepasan el 0.5.

### iii. Orthogonal Quality

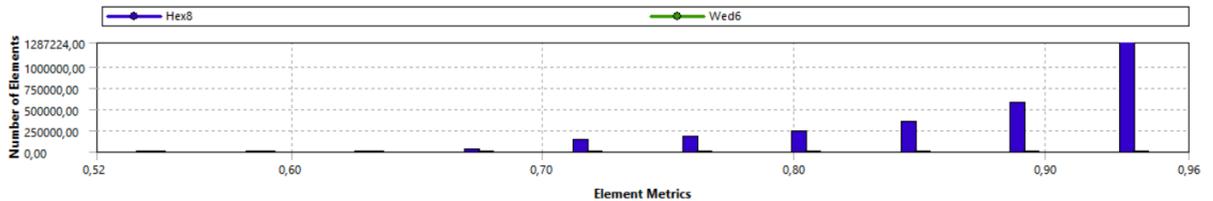


Fig. 10. Orthogonal Quality

Orthogonal Quality es la relación óptima del ángulo entre las caras adyacentes, o en su defecto bordes adyacentes, de las celdas generadas. La medida para determinar si Orthogonal Quality es buena se encuentra entre 0 y 1, siendo el 0 la peor relación entre los ángulos y el 1 la máxima relación que se pueda alcanzar. Además se considera que un valor por encima de 0.5 ya la malla es buena y se puede apreciar en la gráfica que las celdas están por encima de este valor y muchas de ellas están entre 0.9 y 0.96 indicando que se alcanzó una buena calidad.

Resumiendo, estos parámetros que evalúan la calidad de las celdas generadas en el dominio son imprescindibles, ya que podemos evitar errores como numéricos y divergencia que puedan ocurrir, así como también fenómenos irreales en la solución del problema.

### C. DATOS DE ENTRADA FLUENT

A continuación se resumen los datos suministrados en Ansys Fluent. Cabe aclarar que la simulación es en estado transitorio, con el fin de poder captar la trayectoria de las partículas en todo momento. Se activan los efectos de la gravedad en la dirección 'y', 9.81 m/s<sup>2</sup>.

TABLA II  
DATOS DE ENTRADAS DEL MODELO

<b>MULTIFASE</b>	Eulerian	Habilitado
	Número de fases Eulerianas	Air
		Water liquid
	Interacción entre las fases	Coefficiente Tensión Superficial
		0.0728 [N/m]
<b>MODELO VISCOSO</b>	Modelo de turbulencia	k-ε RNG
	Opciones RNG	Flujo Dominado por Remolinos
	Modelo Multifásico de Turbulencia	Mezcla
	Tratamiento cerca de las paredes	Función pared estándar
<b>FASE DISCRETA</b>		Habilitado
	Interacción	
	Interacción con fase continua	Habilitado
	DPM cada iteración de flujo	20
	Tratamiento de partículas	
	Trayectoria de partículas inestables	Habilitado
	Trayectoria continua con el fluido	Habilitado
		Fuerza de Elevación Shaftman
	Modelos Físicos	Fuerza de Masa Virtual
		Colisión DEM
	Inyección de partículas	
	Tipo de inyección	Superficial
		Arena
	Material a inyectar	Oro
		0.139 kg/s Arena
	Flujos máxicos	0.0347 kg/s Oro

TABLA III  
CONDICIONES DE FRONTERA

<b>Inlet</b>	Velocidad de entrada	Water liquid
	Velocidad	0.6 m/s
	Fracción de volumen	1
	DPM	Escape
<b>Outlet</b>	Presión manométrica	0
	DPM	Escape
<b>Surface</b>	Tipo	Pared
	Condición de pared	Estándar
	Condición de corte	0 en 'x', 'y' y 'z'
	DPM	Reflect
<b>Wall</b>	Tipo	Pared
	Condición de pared	Estándar
	DPM	Reflect

Se acoge el modelo de turbulencia k- $\epsilon$  RNG debido a las comparaciones hechas en los artículos [1] - [5] y los resultados que tuvieron con ella son muy buenas.

TABLA IV  
FACTORES DE RELAJAMIENTO

<b>FACTOR</b>	<b>VALOR</b>
Presión	0.3
Densidad	1
Momentum	0.2
Fracción de volumen	0.2
Turbulent kinetic energy	0.4
Turbulent dissipation rate	0.4
Turbulent viscosity	1
Discrete phase source	0.9

*Nota.* Fuente [6]

Se habilita Interacción con fase continua, ya que con esto aseguramos que las fases tengan una influencia de una a otra, es decir, que el aire puede afectar las trayectorias de las partículas así como también el agua y viceversa.

Se activan las fuerzas que son ejercidas en las partículas al igual que colisión DEM, con esto la interacción entre las partículas y sus trayectorias son afectadas por éstas, puesto que pueden ocurrir nuevos acontecimientos

Hay una sección llamada ‘Máximo número de pasos’ que por defecto el valor es 500, éste es aumentado a 50.000 con el fin de garantizar de que las partículas alcancen el número máximo de time steps (espacio temporal) permitidos y así asegurar el cálculo de su trayectoria.

El método QUICK fue seleccionado para momentum, volume fraction, turbulent kinetic energy and turbulent dissipation rate, debido a su gran afinidad con mallas donde los hexaedros o elemento cuadráticos dominan el dominio de la malla.

Ya para dar solución se procedió primero a dar una inicialización, allí se da inicio desde inlet (entrada), la fracción de volumen del agua se cambia de 1 a 0, para indicar que el fluido del agua al inicio no está presente en el dominio, como lo hace el aire, sino que ésta entra por la condición de frontera ‘inlet’ (entrada).

## VI. RESULTADOS

A continuación en la figura se ilustra la convergencia de la solución, se aprecia una estabilidad para un sistema transitorio y los residuos residuales están por debajo de 0.001.

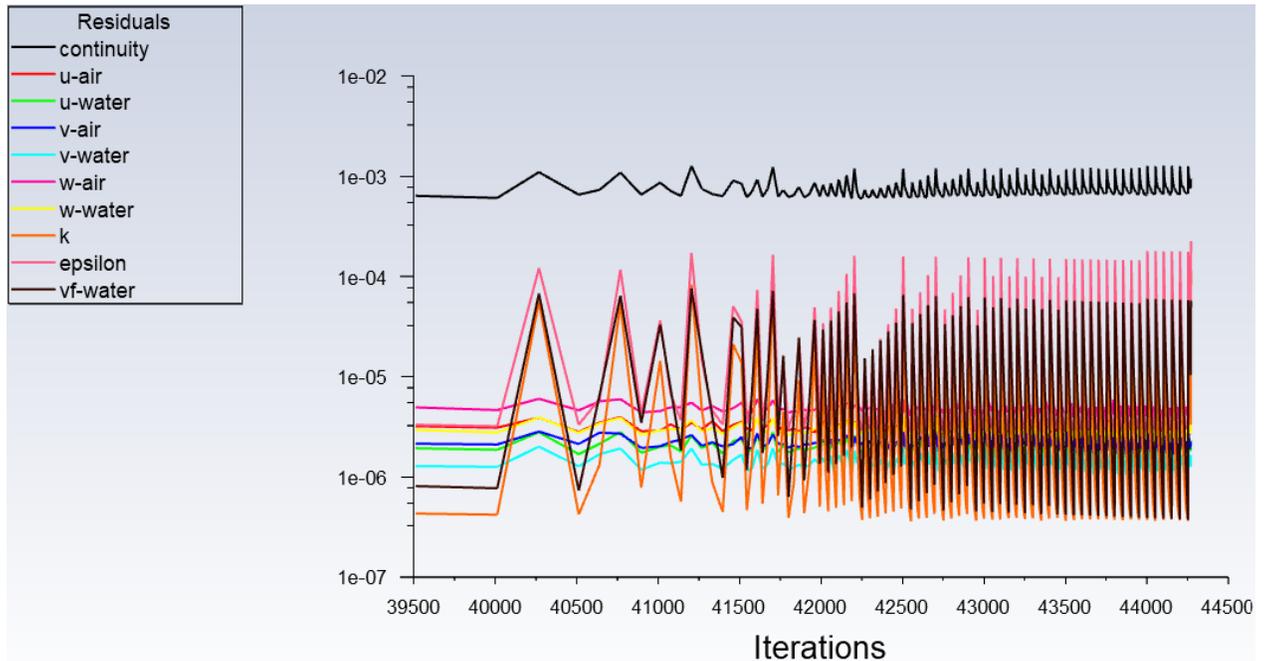


Fig. 11. Residuales

Se adjunta ahora los gráficos de magnitud de velocidad y fracción de volumen del agua en la espiral, así como también la trayectoria de las partículas y su histograma de velocidad.

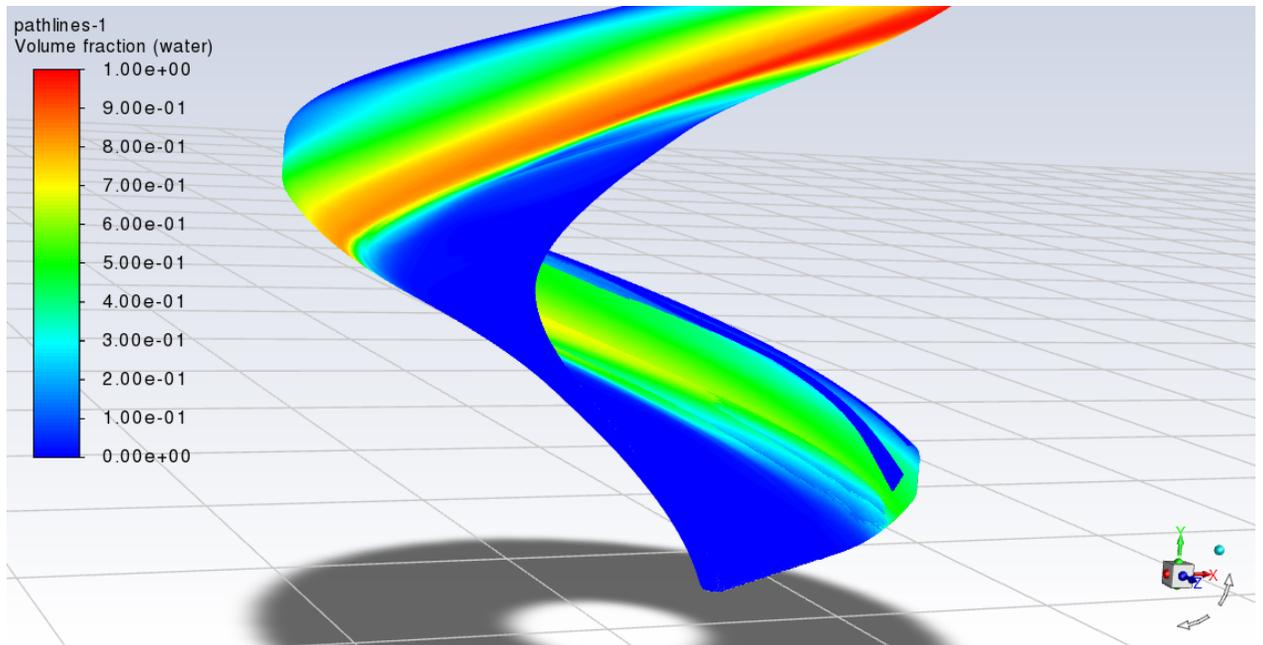


Fig. 12. Fracción de Volumen (Agua), [Vista Isométrica]

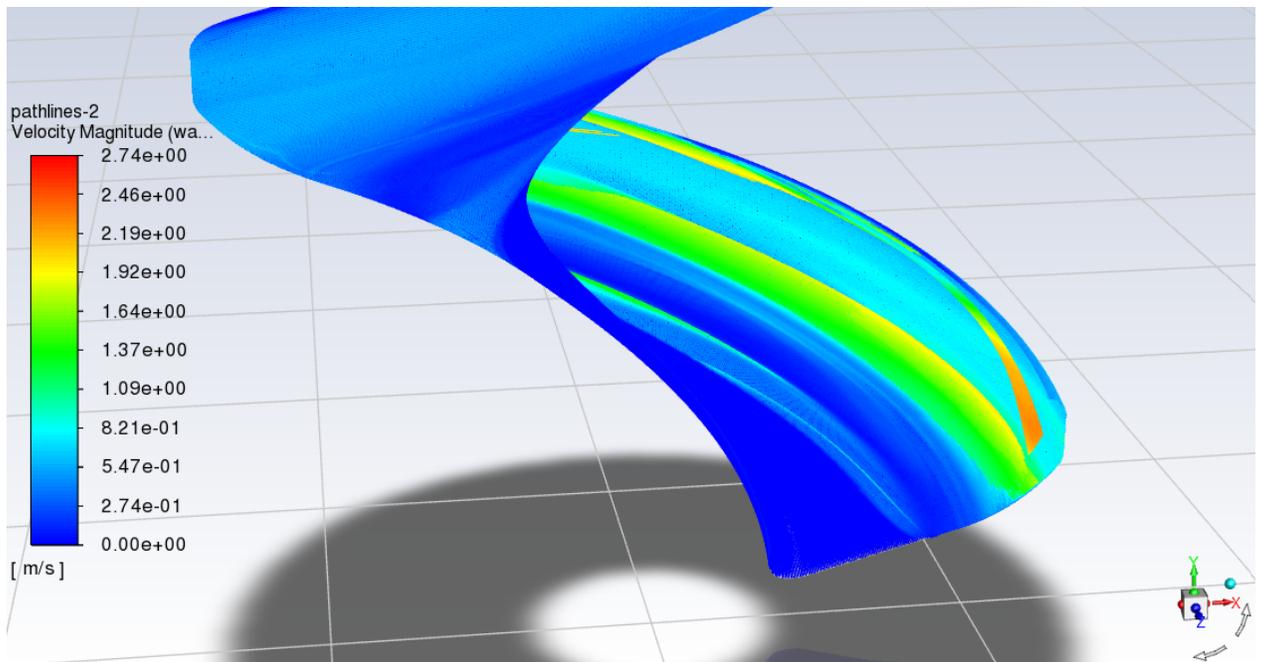


Fig. 13. Magnitud de Velocidad (Agua), [Vista Isométrica]

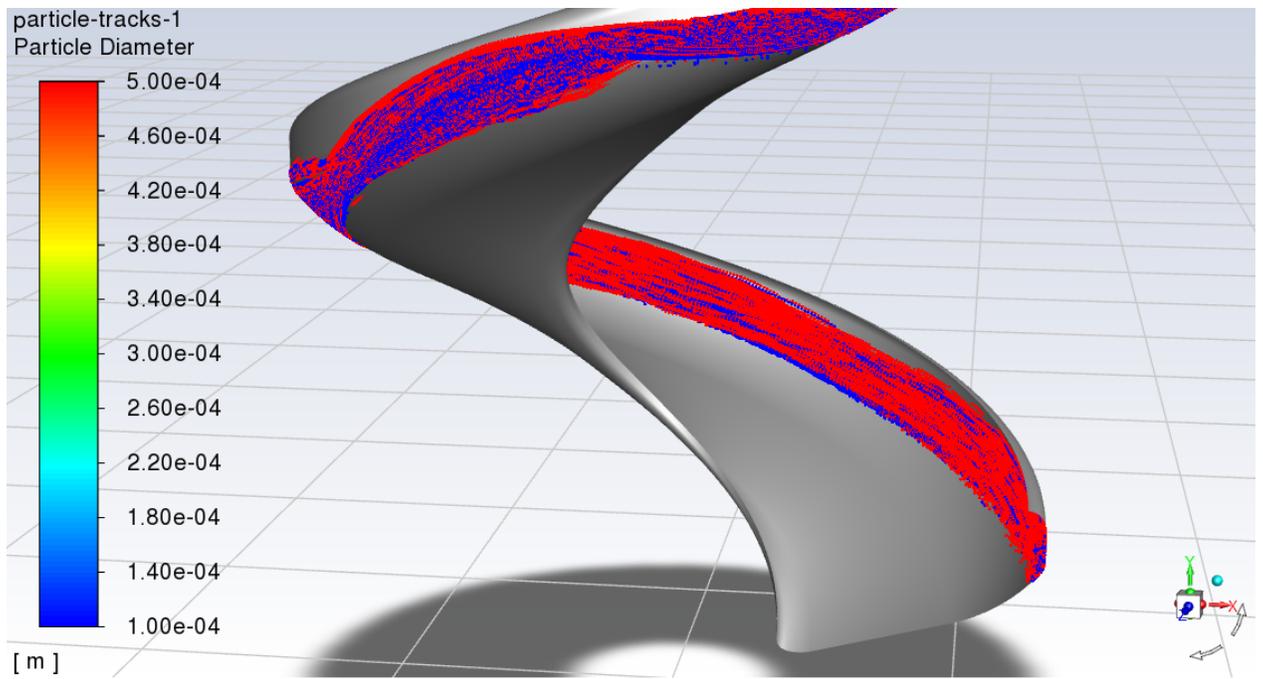


Fig. 14. Seguimiento de partículas.

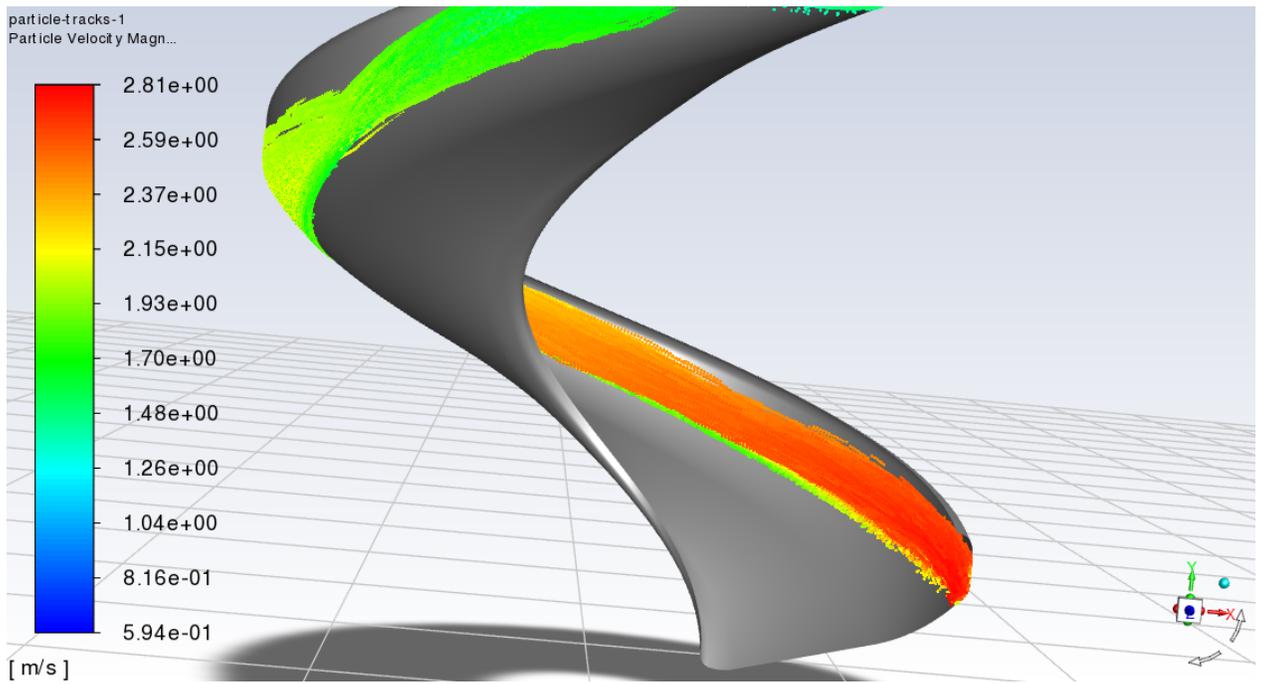


Fig. 15. Magnitud de Velocidad.

## VII. DISCUSIÓN

En las figuras de fracción de volumen se aprecia el recorrido del agua, mientras se desarrolla a lo largo de la espiral va ganando velocidad debido a que entra al sistema con una velocidad de 0.6 m/s, efectos de aceleración de la gravedad, el arrastre y flotación de las partículas en el fluido, la inercia de los sólidos y líquidos, entre otros factores, esta ganancia es apreciable en la figura x 'velocidad del agua'.

En la figura en la que podemos observar el comportamiento de las partículas, se evidencia que ésta va bajo la influencia de la corriente del fluido, como se esperaba, puesto que también va pegada al costado de la espiral, y al igual que el fluido se ve afectada por la inercia, además se logra ver la ganancia de velocidad de las partículas en la figura x, y ésta alcanza una velocidad cercana a la del fluido.

## VIII. CONCLUSIONES

Al hacer uso de un programa de simulación de fluidos, como lo es Ansys Fluent, facilita mucho la interpretación, tanto de manejar los parámetros que juegan en la simulación como los resultados arrojados por ella. La combinación Euleriana y el modelo de fase discreta que usan el modelos matemático del Euler-Lagrangian es muy acertado para este tipo de problemas, puesto que trata de forma distinta lo que son las partículas, fase discreta, con las fases Eulerianas, lo que viene siendo el agua y el aire, haciendo en total un problema de 3 fases y al discretizar el problema hace de él una buena interpretación, ya que tiene en cuenta lo que los otros modelos no, por ejemplo las fuerzas que actúan sobre las partículas lo que hacen posible el cálculo de su trayectoria.

El modelo k-e RNG es ideal en el problema, puesto que, tiene en consideración los remolinos que se generan internamente mientras la corriente baja por la espiral.

Se debe tener cuidado a la hora de interpretar qué modelos multifásicos satisfacen las físicas que definen y actúan en el sistema, como lo es una espiral gravimétrica, puesto que hay que relacionar de manera adecuada la conexión que hay entre las partículas y las fases, agua y aire, y estas como influyen en el comportamiento. También se debe considerar los límites a los que está sujeto el modelo, puesto que en éste caso en particular una limitante que resalta es la relación existente que hay entre el volumen de la celda con el tamaño de las partículas, aquí como las partículas están entre 100 y 500  $\mu\text{m}$  el tamaño de la celda debe ser mucho más grande que éstas.

## REFERENCIAS

- [1] M. A. Doheim, A. F. Abdel Gawad, G. M. A. Mahran, M. H. Abu-Ali y A. M. Rizk, "Numerical simulation of particulate-flow in spiral separators: Part I. Low solids concentration (0.3% & 3% solids)", *Applied Mathematical Modelling*, vol. 37, n.º 1-2, pp. 198–215, enero de 2013. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.02.022>.
- [2] B. W. Matthews, C. A. J. Fletcher y A. C. Partridge, "Computational simulation of fluid and dilute particulate flows on spiral concentrators", *Applied Mathematical Modelling*, vol. 22, n.º 12, pp. 965–979, diciembre de 1998. [En línea]. Disponible: [https://doi.org/10.1016/s0307-904x\(98\)10030-6](https://doi.org/10.1016/s0307-904x(98)10030-6).
- [3] L. Meng, S. Gao, D. Wei, B. Cui, Y. Shen y Z. Song, "Investigation on the evolution of flow field stability in a spiral separator", *Minerals Engineering*, vol. 174, p. 107224, diciembre de 2021. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.107224>.
- [4] D. , M. A, A. G. , A. F, M. G. M. A, A.-A. , M. H y R. A. M, "COMPUTATIONAL PREDICTION OF WATER-FLOW CHARACTERISTICS IN SPIRAL SEPARATORS: PART I, FLOW DEPTH AND TURBULENCE INTENSITY", *JES. Journal of Engineering Sciences*, vol. 36, n.º 4, pp. 935–950, julio de 2008. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.21608/jesaun.2008.118230>.
- [5] T. Bikmukhametov, "CFD simulations of multiphase flows with particles", Master's thesis, Norwegian University of Science and technology, 2016.
- [6] D. Boucher, Z. Deng, T. Leadbeater, R. Langlois y K. E. Waters, "Observation of iron ore beneficiation within a spiral concentrator by positron emission particle tracking of large ( $\varnothing=1440\mu\text{m}$ ) and small ( $\varnothing=58\mu\text{m}$ ) hematite and quartz tracers", *Chemical Engineering Science*, vol. 140, pp. 217–232, febrero de 2016. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.10.018>.
- [7] F. Incorporated, *Fluent user's guide: Version 20*. Lebanon, NH: Fluent Inc., 1995.
- [8] C. T. Crowe y C. T. Crowe, Eds., *Multiphase Flow Handbook*. CRC Press, 2005. [En línea]. Disponible: <https://doi.org/10.1201/9781420040470>.