



**Análisis de las vibraciones en puentes peatonales y determinación del nivel de confort
para los peatones.**

Nicolás Daniel Córdoba Acosta

Informe final de semestre de industria para optar al título de Ingeniería Civil

Asesor

Wilber Humberto Vélez Gómez

Ingeniero Civil

Doctor en estructuras y construcción civil

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Civil

Medellín, Antioquia, Colombia

2023

Cita	(Córdoba Acosta, 2023)
Referencia	Córdoba Acosta, N. D. (2023). <i>Análisis de las vibraciones en puentes peatonales y determinación del nivel de confort para los peatones</i> [Semestre de industria]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Centro de Documentación Ingeniería (CENDOI)

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Julio Cesar Saldarriaga Molina.

Jefe departamento: Diana Catalina Rodríguez Loaiza.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Tabla de Contenido

Resumen.....	8
Abstract.....	9
Introducción.....	10
1 Objetivos	12
1.1 Objetivo general	12
1.2 Objetivos específicos.....	12
2 Marco teórico	13
3 Metodología	34
4 Resultados	68
5 Análisis.....	73
6 Conclusiones.....	77
Referencias	79

Lista de tablas

Tabla 1 Velocidades y frecuencias ejercidas por un peatón.....	18
Tabla 2 Coeficientes de Fourier y ángulos de fase.....	19
Tabla 3 Número efectivo de peatones.....	20
Tabla 4 Valores comunes de amortiguamiento para puentes peatonales	20
Tabla 5 Clasificación de puentes peatonales	21
Tabla 6 Resumen de frecuencias críticas adoptadas en diferentes códigos.....	29
Tabla 7 Frecuencias estructurales críticas y límites de aceleración de confort.....	31
Tabla 8 Determinación del tipo de puente peatonal en función de la densidad peatonal.....	32
Tabla 9 Determinación del nivel de confort	33
Tabla 10 Densidades peatonales y aceleraciones límite de diseño de acuerdo con la clase de tráfico y nivel de confort para el puente peatonal del ITSLR.....	41
Tabla 11 Información general y situación física de Puente Peatonal del ITSLR	44
Tabla 12 Elementos estructurales del puente peatonal del ITSLR	45
Tabla 13 Pruebas de vibración ambiental, nombre y duración	50
Tabla 14 Prueba de vibración forzada, nombre de identificación, número de peatones cruzando y descripción del paso.....	51
Tabla 15 Estimación empírica de las frecuencias verticales del primer modo de vibrar del puente de estudio.....	53
Tabla 16 Frecuencias y modos analíticos de vibrar verticales del puente peatonal del ITSLR ..	53
Tabla 17 Frecuencias críticas en dirección vertical, lateral y longitudinal	55
Tabla 18 Cargas vivas unitarias sobre criterios y acciones para el diseño de piso o cubierta para comunicaciones de peatones	56
Tabla 19 Revisión del puente ante combinación vertical. Se muestran los elementos más desfavorables.....	57
Tabla 20 Resultados de evaluación de opciones para rehabilitación del puente peatonal de estudio	59
Tabla 21 Revisión del puente peatonal con diseño de tirantes ante combinación vertical. Se muestran los elementos más desfavorables.....	61
Tabla 22 Frecuencias críticas en dirección vertical, lateral y longitudinal	62

Tabla 23 Rangos críticos de vibraciones.....	63
Tabla 24 Clases de tráfico con su respectiva densidad y revisión de los niveles de confort para el caso de estudio	63
Tabla 25 Evaluación del amortiguamiento para la estructura de acero	64
Tabla 26 Parámetros para el modelo de carga de TC1 a TC5	65
Tabla 27 Aceleraciones máximas según la clase de tráfico	68
Tabla 28 Determinación del nivel de confort con relación a las aceleraciones verticales limite .	68
Tabla 29 Determinación del nivel de confort con relación a las aceleraciones verticales limite .	71

Lista de figuras

Figura 1 Puente de Broughton, Manchester, Inglaterra.....	13
Figura 2 Vista general, puente peatonal Pedro e Inês en Coimbra, Portugal	15
Figura 3 Vista del Millenium Bridge, muestra los tubos de borde que se extienden sobre los brazos transversales cada 8 m.....	16
Figura 4 Patrones típicos de fuerza peatonal en la dirección vertical.....	17
Figura 5 Descomposición ortogonal de la fuerza peatonal.....	18
Figura 6 Coeficientes de reducción de la carga peatonal.....	21
Figura 7 Fuerzas antrópicas típicas sobre una pasarela peatonal	23
Figura 8 Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento.....	24
Figura 9 Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento. Las fuerzas de excitación se incrementan, pero no superan las de amortiguamiento	25
Figura 10 Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento. La excitación supera al amortiguamiento, los movimientos se incrementan súbitamente.....	26
Figura 11 Aceleración lateral en función del número de peatones y el tiempo.....	27
Figura 12 Metodología propuesta por SÉTRA para el análisis dinámico de pasarelas peatonales	28
Figura 13 Diagrama de flujo para el uso de la guía de diseño HIVOSS	36
Figura 14 Microlocalización del puente peatonal dentro del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes, Michoacán	42

Figura 15 Vista general, vista transversal y vista del tablero del puente peatonal del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes	43
Figura 16 Detalle de columnas, punzonamiento de cuerdas en columnas, defectos en soldadura	46
Figura 17 Detalle en escaleras	47
Figura 18 Detalles de anclaje en escaleras	48
Figura 19 Verde – tirantes trabajando, amarillo – tirantes poco tensos, rojo – tirantes sin trabajar	49
Figura 20 Arreglo de los acelerómetros. Colocación de los acelerómetros durante las pruebas de vibración ambiental.....	50
Figura 21 Frecuencia del primer modo vertical de vibrar de un puente peatonal en función del claro	52
Figura 22 Deformación máxima del puente peatonal considerando combinación de carga mayorada (unidades: kgf, cm)	57
Figura 23 Modelo numérico del puente peatonal con diseño de tirantes, modo de vibrar vertical	60
Figura 24 Deformación máxima del puente peatonal.....	60
Figura 25 Introducción de carga armónica.....	66
Figura 26 Aplicación del modelo de carga peatonal.....	67
Figura 27 Aceleraciones obtenidas.....	67
Figura 28 Resultados de aceleraciones máximas para las distintas clases de tráfico y niveles de confort.....	70
Figura 29 Resultados de aceleraciones máximas para puente peatonal con tirantes activos, para las distintas clases de tráfico y niveles de confort.....	72

Siglas, acrónimos y abreviaturas

AISC	American Institute of Steel Construction
CCP-14	Norma colombiana de diseño de puentes
fi	Rango crítico de frecuencias naturales
HIVOSS	Human induced vibration of steel structures
ISO	International Organization for Standardization
ITSLR	Instituto Tecnológico Superior de los Reyes
MATLAB	Matrix laboratory
NSR-10	Norma sismo resistente
NTC	Norma técnica complementaria

Resumen

Los puentes peatonales y pasarelas enfrentan el desafío de las vibraciones, entre la interacción de las frecuencias naturales y las generadas por los peatones, lo cual puede dar lugar al fenómeno de resonancia en la estructura. Aunque estas vibraciones puede que no representen un problema de seguridad estructural, sí pueden afectar las condiciones de servicio debido a la sensibilidad humana y a posibles problemas de fatiga a largo plazo.

Para abordar esta problemática, algunos países cuentan con guías de diseño específicas para estructuras expuestas a la acción del público, considerando los efectos dinámicos de las cargas vivas. Sin embargo, en Colombia no existe una guía de diseño de este tipo, y las normas actuales se limitan a especificar frecuencias naturales mínimas de las estructuras. Por lo tanto, los diseños en Colombia deben basarse en guías internacionales. Algunas normas de referencia incluyen la HIVOSS de Portugal, la AISC de Estados Unidos, la ISO de Suiza, entre otras.

Se lleva a cabo un análisis de las frecuencias naturales de la estructura para verificar si están dentro de los rangos críticos de resonancia con las frecuencias producidas por las personas. Si esto ocurre, se realiza una evaluación del confort de la estructura mediante el análisis de las aceleraciones que se transmiten a los peatones. De esta manera, se busca asegurar la adecuada funcionalidad del puente y comodidad de los puentes peatonales.

Palabras clave: vibraciones, resonancia, servicio, peatones, aceleración.

Abstract

Pedestrian bridges and footbridges face the challenge of vibrations, between the interaction of natural frequencies and those generated by pedestrians, which can give rise to the phenomenon of resonance in the structure. Although these vibrations may not represent a structural safety problem, they can affect service conditions due to human sensitivity and possible long-term fatigue problems.

To address this problem, some countries have specific design guidelines for structures exposed to public action, considering the dynamic effects of live loads. However, in Colombia there is no design guide of this type, and current standards are limited to specifying minimum natural frequencies of the structures. Therefore, designs in Colombia must be based on international guidelines. Some reference standards include the HIVOSS of Portugal, the AISC of the United States, the ISO of Switzerland, among others.

An analysis of the natural frequencies of the structure is carried out to verify if they are within the critical ranges of resonance with the frequencies produced by people. If this occurs, an evaluation of the comfort of the structure is carried out by analyzing the accelerations that are transmitted to pedestrians. In this way, it seeks to ensure the adequate functionality of the bridge and comfort of the pedestrian bridges.

Keywords: vibrations, resonance, service, pedestrians, acceleration.

Introducción

Existe una problemática en los puentes peatonales o en pasarelas peatonales y es que se enfrentan a un fenómeno de vibración. En la actualidad debido al desarrollo de nuevas tecnologías también se alcanzan resistencias más altas en los materiales de construcción y por lo tanto se diseñan estructuras, más sofisticadas, esbeltas y novedosas, arquitectónicamente muy vistosas y con luces cada vez mayores.

Ante estas nuevas condiciones, surgen desafíos adicionales, específicamente la necesidad de asegurar el servicio del puente debido a las vibraciones naturales de la estructura y las vibraciones generadas por los peatones, lo que puede dar lugar al fenómeno de resonancia en la estructura.

Desde una perspectiva estructural, la vibración producida por los peatones se considera principalmente un asunto relacionado con el confort y el correcto funcionamiento, más que un tema de seguridad para la estructura. Sin embargo, esta cuestión se convierte en un problema importante debido a la alta sensibilidad de los seres humanos a las vibraciones. A pesar de que la vibración sea de baja amplitud, si ocurre con alta frecuencia y durante períodos prolongados, la fatiga podría plantear preocupaciones en cuanto a la seguridad y vida útil del puente.

Las personas al desplazarse a pie, caminando o trotando, producen una serie de vibraciones sobre las estructuras, debido a las fuerzas dinámicas transmitidas por su movimiento, fuerzas transmitidas a estructuras como puentes, pisos o escaleras. Cuando las vibraciones son pequeñas son imperceptibles para las personas, pero, cuando la amplitud de la vibración es significativa para la percepción humana se convierte en un factor de distracción e inseguridad percibida en la estructura. En el diseño de puentes peatonales, el análisis de vibraciones se ha vuelto crucial, sobre todo en puentes de gran longitud construidos con sistemas metálicos y/o de suspensión, ya que estos tienden a ser más susceptibles a experimentar vibraciones debido al desplazamiento de los peatones. (Cala Monroy & Villar Galindo, 2017).

Las vibraciones desencadenan una serie de desplazamientos, estos desplazamientos suelen ser razones para evaluar la salud o durabilidad de un puente. El seguimiento de una estructura se realiza mediante la observación de sus desplazamientos estructurales. No obstante, la medición de estos desplazamientos sigue siendo un reto en muchas aplicaciones de

infraestructura civil. (Ma et al., 2023) Alrededor del mundo el desplazamiento de las estructuras es considerado como un factor de seguridad, que, mediante el estudio global de la estructura, se utiliza como medio de control y prevención de desastres.

A raíz de esta situación, en la actualidad diversos países se basan en guías de diseño para estructuras expuestas a la influencia del público. (Hauksson, 2005) Estas guías tienen en cuenta los impactos dinámicos de las cargas en movimiento y también consideran evaluaciones de rendimiento distintas a las deformaciones estáticas. En Colombia actualmente no existe una guía de diseño o recomendación de este tipo. El título B.4.7 de la NSR-10 establece que las edificaciones expuestas a vibraciones dinámicas generadas por el público deben ser diseñadas de manera que sus frecuencias naturales verticales sean iguales o mayores a 5 Hz. Es evidente, pues, la falta de atención de las normas de construcción colombianas hacia este tipo de problemas. En caso de cumplirse con los requisitos de frecuencias mínimas establecidos por la NSR-10, ciertos sistemas estructurales, como los puentes atirantados o colgantes, podrían resultar inviables debido a los costos elevados de construcción, lo que conllevaría a su no realización. (Anderson Sánchez et al., 2013)

Por este motivo los diseños deben basarse de guías internacionales que abarquen el estudio del periodo de las caminatas o trotes de peatones. Normas como lo son la HIVOSS de Portugal, la AISC de estados unidos, la ISO de Suiza, etc.

1 Objetivos

1.1 Objetivo general

Analizar cómo afecta las vibraciones producidas por el tránsito de los peatones, al confort de los mismos y a su seguridad en puentes peatonales especialmente para aquellos de largas luces realizados en sistemas metálicos y/o de suspensión.

1.2 Objetivos específicos

Identificar las normas nacionales e internacionales, certificadas, para adaptar en el diseño de puentes peatonales esbeltos.

Estimar los rangos de vibración aprobados por normas nacionales e internacionales para no entrar en resonancia.

Analizar el proceso de inspección a estructuras sometidas a cargas dinámicas antrópicas que puedan llevar a la estructura a resonancia.

Identificar mecanismos para implementar en estructuras y así evitar que las vibraciones entren en resonancia, en puentes existentes como también para incorporar en el diseño de nuevos puentes.

2 Marco teórico

Las cargas antrópicas se vienen estudiando desde el siglo XX, a partir de la aparición de problemas direccionados a las vibraciones que generan las pisadas, generalmente en multitudes, como el colapso del puente colgante Broughton en Manchester, en 1831 debido a que los soldados marchaban al paso. (Eid et al., 2022) A partir de este evento se impuso la norma de romper la marcha al cruzar un puente. Varias teorías apuntan a que el fallo de la tornillería ocasiono la falla por resonancia, aun así, no se logró comprobar, pues la estructura presentaba un indebido proceso constructivo en su anclaje.

Figura 1

Puente de Broughton, Manchester, Inglaterra



Nota. Fuente (Eid et al., 2022).

Las cargas dinámicas se aplican a la estructura en función del tiempo, lo que da como resultado respuestas variables en el tiempo (por ejemplo, desplazamientos, velocidades, y aceleraciones) de la estructura. (Hauksson, 2005) El viento, el sismo, el tránsito de personas o vehículos, son consideradas cargas dinámicas. Durante las consideraciones en el proceso de diseño se deben considerar los modos de vibración de estas cargas, aun así, se aplican a los modelos como acciones mayoradas invariables en el tiempo. (Tejada, 2011)

Las cargas dinámicas que transmitían los peatones frente a la respuesta del puente, comenzaron a verse decaídas cuando la frecuencia fundamental de la estructura no se encontraba dentro de las frecuencias críticas generadas por los peatones, por esta razón algunas

guías y normas internacionales comenzaron a medir y definir las frecuencias que llegaron a iniciar el fenómeno de vibraciones en resonancia, para así poder controlarlas.

La falta de conocimiento de la época no pudo prevenir ni explicar eventos desafortunados como la caída del puente Angers, después de su caída ocurrida en el año 1851 en Francia los ingenieros del país se reusaron a construir un puente colgante por aproximadamente 20 años.

(Živanovic, 2015) realizaron un análisis exhaustivo de alrededor de 200 referencias en la literatura que abordan diversos aspectos de la vibración de pasarelas bajo cargas generadas por peatones. Encontraron que la fuerza de marcha de los grupos de peatones es el tipo de carga más común en las pasarelas, y la mayoría de los modelos de fuerza descritos en la literatura, hasta la fecha de la investigación, asumen una periodicidad perfecta en la fuerza de marcha.

En los estudios revisados por los autores (Fujino et al., 1993), (Dallard et al., 2001), (Nakamura, 2004) y (Newland, 2004), se identificó que las pasarelas en servicio que experimentan problemas de vibración son estructuras flexibles de baja frecuencia, con frecuencias naturales dentro del rango de frecuencia de la marcha normal. Estos estudios observaron una cierta sincronización entre el caminar de las personas y el movimiento lateral de la pasarela, y esta sincronización depende de varios factores, como la frecuencia natural de la estructura excitada por la multitud, la amplitud de respuesta de la pasarela, el número de personas involucradas, la densidad y frecuencia de pasos de los peatones, entre otros. Sin embargo, los autores concluyeron que se necesita más investigación para cuantificar la influencia de todos estos parámetros en el nivel de sincronización.

En el puente peatonal Pedro e Inês en Coimbra, Portugal, se observó un rápido aumento en la amplitud de la vibración lateral del puente cuando el número de personas superó un umbral crítico mencionado en investigaciones anteriores realizadas por (Caetano et al., 2010). Esta observación se hizo durante una prueba de multitud controlada en la estructura antes de su apertura y la instalación de amortiguadores de masa activa.

Figura 2

Vista general, puente peatonal Pedro e Inês en Coimbra, Portugal



Nota. Fuente (Caetano et al., 2010).

Entre los casos más famosos se encuentra el Millenium Bridge o Puente del milenio en Londres, inaugurado el 10 de junio del año 2000 (Pipinato, 2021); este puente está constituido por dos plataformas de soporte y está conformado por tres luces de 81 m, 144 m, y 108 m, con una longitud total de 325 m; lo sostienen suspendido 8 cables que soportan 2000 toneladas de carga, capaz de permitir que lo utilicen 5000 personas al tiempo. Durante su inauguración el 12 de junio del año 2000 se presentaron vibraciones que provocaron fallas estructurales y también se convirtió en un puente intransitable debido a que las personas no mantenían el equilibrio, dos días después de su apertura debido al problema de seguridad pues las personas podían caerse o golpearse debió cerrar para ser modificado.

Figura 3

Vista del Millenium Bridge, muestra los tubos de borde que se extienden sobre los brazos transversales cada 8 m



Nota. Fuente (Pipinato, 2021).

Las vibraciones hicieron que los peatones caminaran cada vez con las piernas más abiertas y que se ajustaran a los movimientos de la estructura, sincronizando su caminata con el balanceo del puente.

Tanto el puente del milenio como muchos otros no prevén el fenómeno de resonancia por pequeñas vibraciones en su diseño, por eso se ve la necesidad de usar un método para poder revisar de manera precisa el comportamiento dinámico de una estructura, como lo es el caso de estudio de las vibraciones en puentes peatonales debido a las cargas dinámicas humanas.

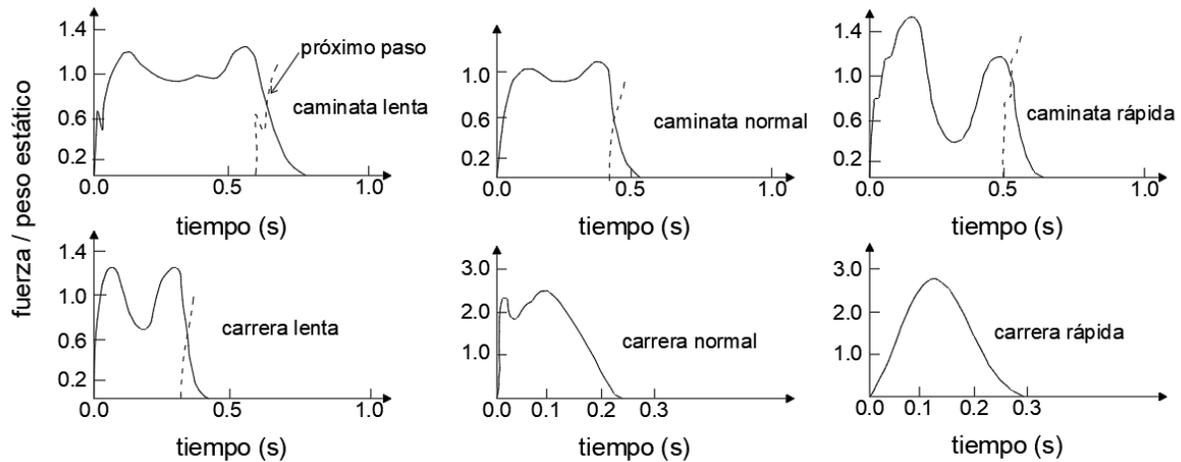
La evaluación de las frecuencias naturales de puentes peatonales durante el proceso de diseño, se puede realizar por el método de elementos finitos, o por cálculos manuales mediante fórmulas para vigas, cables y placas. Se deben considerar todos los aspectos posibles involucrados, como las propiedades de los materiales, la configuración del tablero, condiciones de borde, barandas, pasamanos, etc., pues todos estos factores tienen influencia en las frecuencias naturales del sistema. (Agustín Aramayo & Martel, 2019)

Modelo de Carga Peatonal

Los movimientos rítmicos del cuerpo humano con una duración de hasta 20 segundos o más conllevan a fuerzas dinámicas casi periódicas. En la Figura 4 se muestran los patrones típicos de fuerza peatonal en la dirección vertical. (Hernández Barrios et al., 2021)

Figura 4

Patrones típicos de fuerza peatonal en la dirección vertical

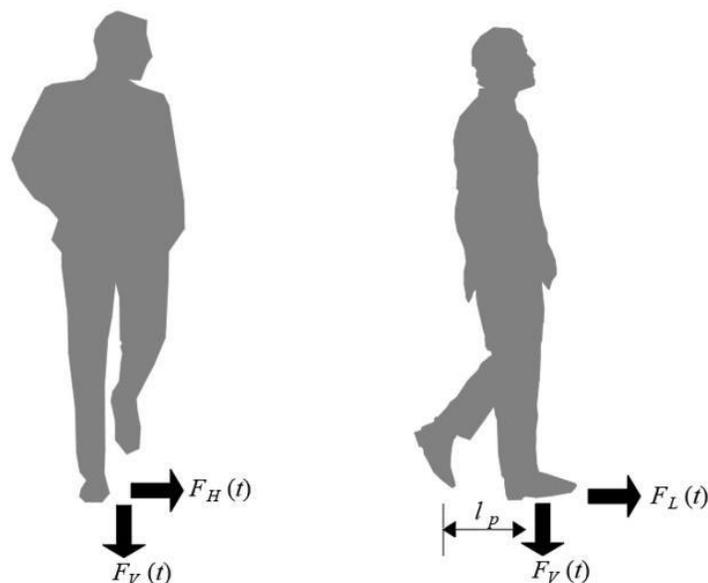


Nota. Fuente (Wheeler, 1982).

Los pasos de las personas causan vibraciones por las fuerzas que percibe la estructura. Estas fuerzas se pueden apreciar de la siguiente manera, descompuestas en las 3 componentes ortogonales.

Figura 5

Descomposición ortogonal de la fuerza peatonal



Nota. Fuente (Hernández Barrios et al., 2021).

La excitación dinámica producida por un peatón a un ritmo de promedio estándar genera vibraciones verticales de 2 Hz con desviación estándar de 0,175 Hz. Esto significa que el 95 % de los peatones caminan con frecuencias verticales de vibrar de entre 1.65 y 2.35 Hz. Cuando los peatones pasan corriendo las vibraciones verticales se incrementan hasta 3,5 Hz. Las frecuencias más comunes generadas por los peatones se pueden ver en la Tabla 1.

Tabla 1

Velocidades y frecuencias ejercidas por un peatón

Actividad peatonal	Velocidad (m/s)	Frecuencia peatonal		
		Vertical (Hz)	Horizontal (Hz)	Longitudinal (Hz)
Caminata lenta	1,1	1,7	0,85	1,7
Caminata normal	1,5	2,0	1,00	2,0
Caminata rápida	2,2	2,3	1,15	2,3
Carrera lenta	2,5	2,1	1,05	2,1
Carrera normal	3,3	2,5	1,25	2,5
Carrera rápida	5,5	3,2	1,60	3,2

Fuente. (Bachmann et al., 1995).

La fuerza peatonal ejercida, en sus componentes ortogonales se puede representar mediante series de Fourier en las Ecuaciones (1), (2) y (3).

$$F_V(t) = P + P_0 \sum_{i=1}^n \alpha_{i,V} \text{sen}(2\pi f_V t - \varphi_i) \quad (1)$$

$$F_H(t) = P_0 \sum_{i=1}^n \alpha_{i,H} \text{sen}(2\pi f_H t - \varphi_i) \quad (2)$$

$$F_L(t) = P_0 \sum_{i=1}^n \alpha_{i,L} \text{sen}(2\pi f_L t - \varphi_i) \quad (3)$$

Donde:

$$P = n_P G \quad (4)$$

$$P_0 = G n_{\text{eff}} \psi \quad (5)$$

y donde F_V , F_H y F_L son las frecuencias peatonales en Hz para la dirección vertical, horizontal y longitudinal, respectivamente; $\alpha_{i,V}$, $\alpha_{i,H}$ y $\alpha_{i,L}$ son los coeficientes de Fourier del i -ésimo armónico para la dirección vertical, horizontal y longitudinal, respectivamente; n es el número total de contribuciones armónicas; t es el tiempo; φ_i es el ángulo de fase en radianes del i -ésimo armónico; n_P es el número total de peatones que conforman la carga; G es el peso promedio de un peatón ($G = 700 \text{ N}$); n_{eff} es el número efectivo de peatones; y ψ es el coeficiente de reducción de la carga peatonal. Los coeficientes de Fourier y ángulos de fase correspondientes se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Coefficientes de Fourier y ángulos de fase

Actividad peatonal	Frecuencia peatonal		Primer armónico		Segundo armónico		Tercer armónico		$\frac{n_P}{m^2}$
			α_1	φ_1	α_2	φ_2	α_3	φ_3	
Caminata	Vertical	2,0/2,4 Hz	0,40/0,50	0,00	0,10	$\pi/2$	0,10	$\pi/2$	~1
	Horizontal	1,0 Hz	0,10	0,00	0,10	$\pi/2$	0,10	$\pi/2$	
	Longitudinal	2,0 Hz	0,20	0,00	0,10	---	-	---	
Carrera	2,0 a 3,0 Hz		1,60	0,00	0,70	---	0,70	---	---

Fuente. (Bachmann et al., 1995).

Cuando la cantidad de peatones que camina en sintonía con la frecuencia natural por las vibraciones del puente se puede traducir como un factor de sincronización, esta sintonía produce un 95% de la aceleración límite por la corriente de los peatones, se puede obtener de la Tabla 3.

Tabla 3

Número efectivo de peatones

Norma de diseño	n_p/m^2	n_{eff}
ISO 10137	-----	$\sqrt{n_p}$
Sétra (2006)	$< 1,0$	$\sqrt{n_p \xi} \cdot 1,8$
HIVOSS (2007)	$\geq 1,0$	$\sqrt{n_p} \cdot 1,85$

Fuente. (Hernández Barrios et al., 2021).

El valor de ξ en la Tabla 3 es la fracción de amortiguamiento crítico del puente peatonal, la cual puede obtenerse de la Tabla 4, se resumen los valores de diferentes guías que son coinciden en sus valores. Las guías estudiaron el amortiguamiento que aporta cada material en las estructuras peatonales, estos amortiguamientos son dependientes de los materiales con el que fueron construidos.

Tabla 4

Valores comunes de amortiguamiento para puentes peatonales

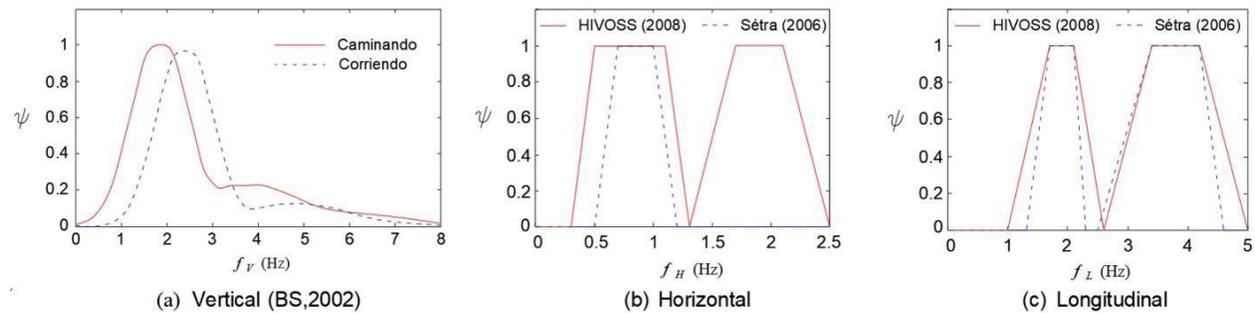
Tipo de construcción	ξ					
	Bachmann et al. (1995)		Sétra (2006)		HIVOSS (2007)	
	Mínimo	Medio	Mínimo	Medio	Mínimo	Medio
Concreto reforzado	0,008	0,013	0,008	0,013	0,008	0,013
Concreto pretensado	0,005	0,01	0,005	0,01	0,005	0,01
Acero	0,002	0,004	0,002	0,004	0,002	0,004
Compuesto (concreto-acero)	0,003	0,006	0,003	0,006	0,003	0,006
Madera	-	-	0,015	0,03	0,01	0,015

Fuente. (Hernández Barrios et al., 2021).

La ocurrencia de frecuencias debido al tránsito de peatones se puede representar por el coeficiente de reducción de carga peatonal Figura 6.

Figura 6

Coefficientes de reducción de la carga peatonal



Fuente. (Hernández Barrios et al., 2021).

La cantidad total de peatones “ n_p ” a utilizar en las ecuaciones (1) a (3), es dependiente del tipo de uso que se le da al puente peatonal, para lo cual pueden utilizarse los casos de carga mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5

Clasificación de puentes peatonales

Clase de puente	Uso del puente	Caminando	Corriendo
A	Localidades rurales poco pobladas	2,0	0,0
B	Ubicación suburbana sujeta a poca variación en el uso diario	4,0	1,0
C	Rutas urbanas sujetas a variación importante en el uso diario	8,0	2,0
D	Accesos primarios a estadios deportivos o grandes servicios de transporte público	16,0	4,0

Fuente. (Hernández Barrios et al., 2021).

Estudio del Fenómeno de Sincronización Lateral

A partir de la aparición de los problemas de servicio en puentes peatonales a causa de las vibraciones, se realizaron investigaciones de este fenómeno, contemplando pruebas realizadas en campo con cantidades de peatones conocidos, así como evaluar la interacción humano-estructura, por medio de las cargas actuantes de cada persona. Estudios biomecánicos aportaron información relevante para descubrir el fenómeno de sincronización lateral “*lock-in*”.

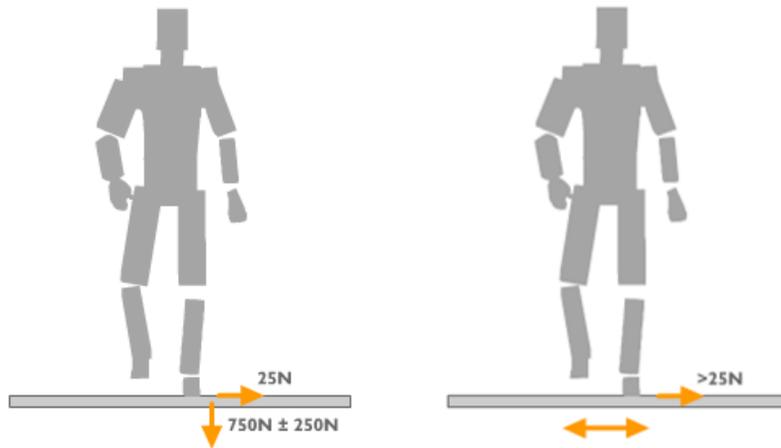
Un estudio realizado en el T Park Bridge, realizado en multitudes de personas, consistía en mirar el punto más alto de cada persona, parte superior de la cabeza, mientras caminan por el puente, para así analizar el instante en el que se llegaban a sincronizar debido a la oscilación del puente. Estas pruebas permitieron estudiar las cargas dinámicas en las pasarelas a medida que se aumentaba el número de personas sobre el puente.

Cuando nos desplazamos a pie, generamos un patrón de carga que varía a medida que nuestra masa corporal se eleva y desciende. Este patrón da lugar a una fuerza fluctuante que se estima en alrededor de 750 N y se repite en cada paso que damos. Asimismo, durante el acto de caminar, también experimentamos una fuerza lateral de menor magnitud, aproximadamente 25 N, que se origina debido al balanceo de nuestro cuerpo cuando nuestras piernas se encuentran ligeramente separadas. (Agustín Aramayo & Martel, 2019)

Normalmente, los movimientos verticales tienen poco impacto en nuestro equilibrio, mientras que los movimientos laterales son menos tolerables. Si caminamos sobre una superficie que oscila lateralmente, comenzaremos a separar más nuestras piernas para mantener el equilibrio, lo que resulta en un aumento de la fuerza horizontal que ejercemos sobre la superficie.

Figura 7

Fuerzas antrópicas típicas sobre una pasarela peatonal



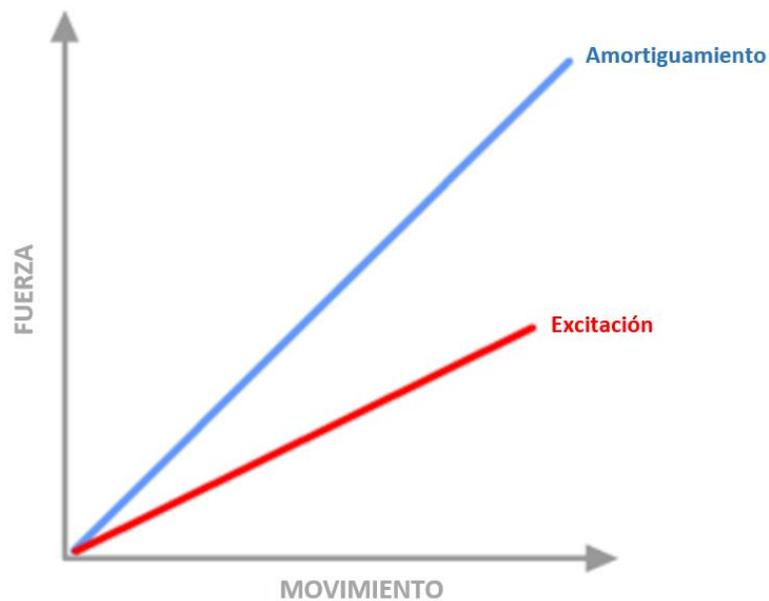
Nota. Fuente (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

Se llevó a cabo un estudio en laboratorio, en el cual se sometió a personas a caminar sobre una cinta que, además de moverse hacia adelante sobre rodillos de manera regular, también oscilaba lateralmente con amplitudes similares a las investigadas. El objetivo era evaluar el equilibrio de los peatones y observar cómo contrarrestaban los movimientos laterales. Los resultados demostraron que los participantes tendían a separar sus piernas para evitar perder el equilibrio. (Agustín Aramayo & Martel, 2019)

En la Figura 8, se representa gráficamente la fuerza de excitación lateral mediante una línea roja, la cual se incrementa a medida que la superficie se mueve lateralmente. Por otro lado, la línea celeste representa la resistencia natural al movimiento de la pasarela, que se refiere al amortiguamiento inherente que presentan todas las estructuras ante excitaciones externas.

Figura 8

Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento



Nota. Fuente (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

Cuando hay un mayor número de peatones, la fuerza de excitación lateral puede incrementarse, pero el amortiguamiento de la estructura se mantiene constante, ya que es una propiedad inherente de la estructura en sí. Siempre y cuando la fuerza de amortiguamiento sea mayor que la fuerza aplicada, los movimientos de excitación serán de menor magnitud, como se muestra en la Figura 9.

Figura 9

Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento. Las fuerzas de excitación se incrementan, pero no superan las de amortiguamiento

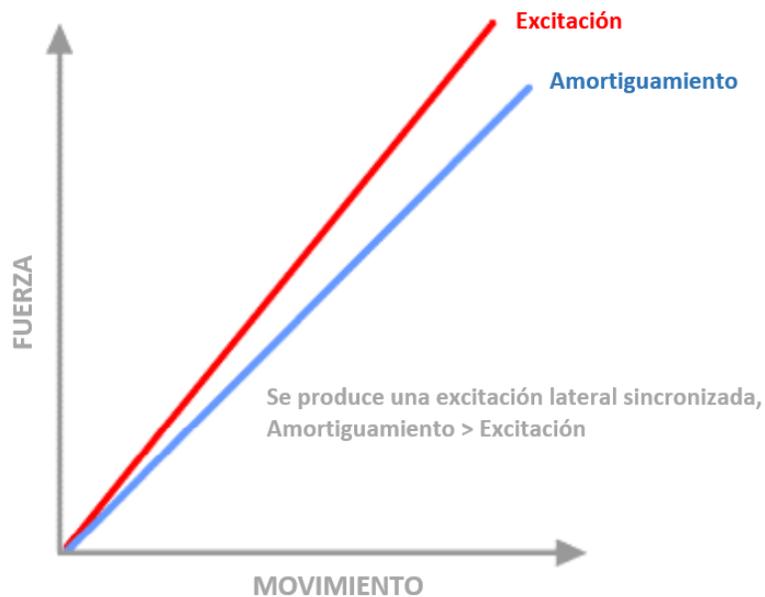


Nota. Fuente (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

En caso de que el número de peatones aumente a tal punto que la fuerza de excitación supere la capacidad de amortiguamiento de la estructura, se producirá un fenómeno conocido como "vibración lateral sincronizada". En esta situación, los movimientos se incrementarán de manera extraordinaria, como se ilustra en la Figura 10.

Figura 10

Gráfica de fuerzas de excitación y amortiguamiento en función del movimiento. La excitación supera al amortiguamiento, los movimientos se incrementan súbitamente



Nota. Fuente (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

Los ingenieros de Arup, empresa internacional privada de diseño y consultoría de estructuras; han identificado una relación clara y precisa entre la fuerza lateral que ejercemos al caminar sobre una superficie en movimiento y la velocidad de dicha superficie. Esta relación puede expresarse mediante la Ecuación (6), con la que es posible calcular la cantidad de peatones necesaria para provocar la Vibración Lateral Sincronizada.

$$\mathbf{F} = \mathbf{k} * \mathbf{V} \quad (6)$$

El gráfico presentado en la Figura 11 muestra los resultados de una prueba de multitud llevada a cabo en diciembre de 2000. En esta prueba, se permitió el ingreso gradual de peatones a una pasarela, mientras se medía su aceleración.

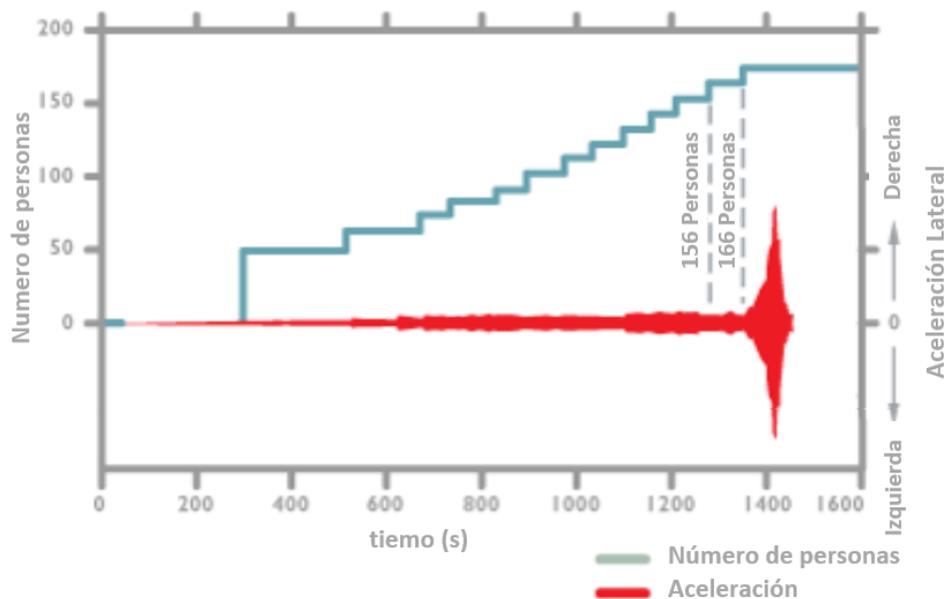
El proceso comenzó con 50 personas y se realizaron incrementos progresivos en el tiempo, permitiendo el ingreso de grupos de 10 personas en intervalos de tiempo específicos. A

medida que aumentaba el número de peatones, se registraban pequeñas aceleraciones laterales en el tablero de la pasarela, las cuales parecían imperceptibles, ya que no se observaban señales de pérdida de equilibrio por parte de los transeúntes.

Sin embargo, cuando el número de personas que caminaban sobre la pasarela alcanzó 156, al ingresar el siguiente grupo de 10 personas, se produjo un brusco incremento en la aceleración lateral del tablero. Esta aceleración fue tan intensa que generó un fenómeno de inestabilidad entre los transeúntes, quienes perdieron el equilibrio mientras caminaban, similar a lo sucedido durante la inauguración del Millennium Bridge.

Figura 11

Aceleración lateral en función del número de peatones y el tiempo



Nota. Fuente (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

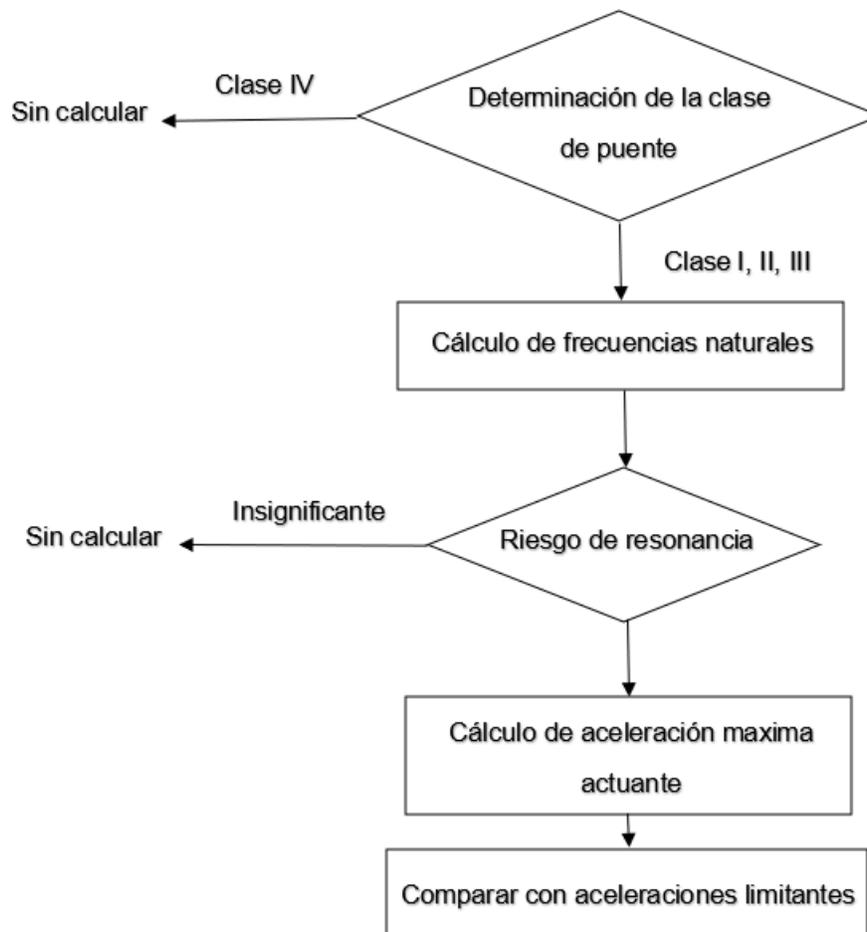
Se descubrió, que una pequeña alteración, en este caso un incremento de tan solo 10 personas en un tablero en el que ya circulaban 156, produjo un repentino incremento asintótico de la aceleración horizontal que se tradujo en un fenómeno de inestabilidad. (Agustín Aramayo & Martel, 2019)

El enfoque de la recomendación francesa (Setra, 2006) aborda de manera amplia la descripción de las vibraciones en las vías peatonales. Esta norma también tiene en cuenta las fuerzas dinámicas verticales y laterales generadas por los peatones, las cuales se representan

como funciones periódicas definidas en series de Fourier. Sin embargo, estas funciones se ajustan mediante coeficientes que dependen de varios factores, como el nivel de tráfico de la pasarela, su longitud y anchura, y la sincronización de los pasos de los peatones.

Figura 12

Metodología propuesta por SÉTRA para el análisis dinámico de pasarelas peatonales



Nota. Fuente (Peña Peña, 2010)

Control de Vibraciones Inducidas por Peadones. Guías de Diseño

Para evitar vibraciones excesivas en puentes peatonales, se suelen aplicar dos principios de diseño. El primero consiste en diseñar la estructura de tal manera que sus propiedades dinámicas se encuentren fuera de un rango de frecuencias críticas asociadas al paso humano. El segundo principio implica realizar análisis dinámicos para verificar la respuesta del puente ante

las acciones de los peatones, asegurando que cumpla con los requisitos de confort y servicio establecidos en el diseño.

Estos principios fueron adoptados en códigos de diseño específicos para puentes peatonales, los cuales consideran el efecto de las vibraciones laterales y la sincronización. Por ejemplo, la guía de diseño francesa para puentes peatonales (Setra, 2006) define el criterio de aceleración específica como el punto de transición entre el movimiento aleatorio de los peatones y la sincronización de sus pasos. Basándose en los resultados del estudio del Millennium Bridge, la guía de diseño para puentes peatonales del FIB (Schlaich et al., 2005) especifica el factor de amortiguamiento necesario y el número crítico de peatones que causan sincronización lateral.

Más recientemente, los investigadores europeos han desarrollado una guía más completa para el diseño de puentes peatonales contra las vibraciones inducidas por los peatones, conocida como H.I.V.O.S.S. (Human Induced Vibration of Steel Structures) (Hivoss, 2007). Esta guía se basó en el proyecto de investigación SYNPEX, financiado por el Research Fund for Coal Steel de la Comisión Europea. La guía H.I.V.O.S.S. proporciona una metodología práctica de diseño y ha llevado a la actualización de diferentes códigos de diseño en esta área.

Tabla 6

Resumen de frecuencias críticas adoptadas en diferentes códigos

Code / Standard	Limit values	
	Vertical	Horizontal
American Guide Spec.	< 3 Hz	< 1,3 Hz
Eurocode 2 (ENV 1992-2)	1,6 Hz - 2,4 Hz	0,8 Hz - 1,2 Hz
DIN-Fachbericht 102	1,6 Hz - 2,4 Hz, 3,5 Hz - 4,5 Hz	
Eurocode 5 (ENV 1995-2)	< 5 Hz	< 2,5 Hz
SBA (former East Germany)	1,0 Hz - 3,0 Hz	
SIA 260 (Switzerland)	1,6 Hz - 4,5 Hz	< 1,3 Hz transverse < 2,5 longitudinal
BS 5400 (Great Britain)	< 5 Hz	
Austroroads (Australia)	1,5 Hz - 3,0 Hz	
Japanese Footbridge Design Code (1979)	1,5 Hz - 2,3 Hz	

Fuente. (Agustín Aramayo & Martel, 2019).

Criterios de Confort

Existen múltiples factores que influyen en la sensibilidad humana a las vibraciones, y la reacción de una persona depende de circunstancias como su postura (de pie, sentado, acostado), la dirección de la vibración con respecto a su columna vertebral, la actividad que esté realizando (descansando, caminando, corriendo), su edad, sexo, la frecuencia y el momento del día, entre otros. Además, la intensidad de la percepción dependerá de factores como la duración de exposición a la vibración, la frecuencia de la vibración y las magnitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración presentes en la estructura.

Un problema común es que un exceso de movimiento puede generar ansiedad en los peatones respecto a la seguridad de la estructura, llegando incluso a evitar utilizar el puente peatonal. En estos casos, aunque el peligro de colapso estructural sea poco probable, es un asunto serio para el diseñador, ya que debe tener en cuenta la respuesta humana a la vibración en términos de inquietud, ansiedad e incluso miedo. (Hernández Barrios et al., 2021)

Las normas de diseño establecen principalmente que se debe evitar que las frecuencias naturales de vibración de la estructura coincidan con las frecuencias de paso de los peatones, ya que esto podría provocar el fenómeno de resonancia. Sin embargo, durante la etapa de diseño, esto no siempre es posible de lograr debido a que las frecuencias naturales de vibración de la estructura dependen en gran medida de la longitud del puente. Ante esta situación, las normas de diseño establecen límites de confort para las aceleraciones inducidas por peatones, que no deben superarse. En algunas regulaciones se consideran en sus estándares tanto las frecuencias críticas del puente como las aceleraciones límite de confort para los usuarios, y esta información se encuentra detallada en la Tabla 7.

Tabla 7*Frecuencias estructurales críticas y límites de aceleración de confort*

Normas	Intervalo de frecuencias estructurales críticas (Hz)		Límites de aceleración de confort (m/s ²)	
	Vertical	Horizontal	Vertical	Horizontal
Eurocódigo 0- Anexo 2 (EN 1990-Annex A2)	<0,5	<2,5	0,7	0,2 (0,4)
Eurocódigo 1 (EN 1991)	<0,5	<2,5	min (0,5 $fV^{0,5}$, 0,7)	min (0,5 $fH^{0,5}$, 0,7)
Eurocódigo 2 (ENV 1992-2)	1,6 – 2,4	0,8 – 1,2	-----	-----
Eurocódigo 5 (ENV 1995-2)	<0,5	<2,5	0,7	0,2
RPX95, RPM95 (España)	-----	-----	0,5 $fV^{0,5}$	-----
EAE (España)	1,6 - 2,4 3,5 - 4,5	0,6 - 1,2	min (0,5 $fV^{0,5}$, 0,7)	0,2 (0,4)
BS 5400 (Reino Unido)	<5,0	-----	0,5 $fV^{0,5}$	-----
Din-Fachberitch 102 (Alemania)	1,6 - 2,4 3,5 - 4,5	-----	0,5 $fV^{0,5}$	-----
SIA 260 (Suiza)	1,6 - 4,5	-----	-----	-----
AASHTO 1997 (USA)	<3	-----	-----	-----
ONT83 (Canadá)	-----	-----	0,25 $fV^{0,39}$	-----
Austroroads (Australia)	1,5 - 3	-----	-----	-----
Norma japonesa de puentes peatonales	1,5 - 2,3	-----	1	-----
ISO 10137 (2007)	1,7 - 2,3	-----	60x (Curva base ISO 2631-2)	-----
HIVOSS (2007)	1,25 - 2,3	0,5 - 1,2	0,5	0,1
CEB 209 Bulletin	1,65 - 2,35	0,8 - 1,2	-----	-----
VDI 2057	-----	-----	0,6 fV	0,214
AISC Guide 11	-----	-----	100x (Curva base ISO 2631-2)	-----

Nota. Fuente (Huergo Ríos, 2016).

La norma HIVOSS – SYNPEX, clasifica el puente peatonal en función de la densidad peatonal.

Tabla 8

Determinación del tipo de puente peatonal en función de la densidad peatonal

Clase de tráfico	Densidad peatonal	Descripción	
TC 1	15 personas/A	Tráfico muy débil: 15 personas entre el área del tablero del puente	
TC 2	0,2 personas/m ²	Tráfico débil: Caminando cómodo y libre	
TC 3	0,5 personas/m ²	Tráfico denso: Caminando sin restricciones, puede inhibirse el rebasar peatones	
TC 4	1 personas/m ²	Tráfico muy denso: Situación incómoda, se obstruye la caminata	
TC 5	1,5 personas/m ²	Tráfico excepcionalmente denso: Comienza el amontonamiento de personas	

Fuente.(Hivoss, 2007), (Flores Ponce, 2022).

Seguido de esto se determina el nivel de confort

Tabla 9*Determinación del nivel de confort*

Nivel de confort	Grado de confort	Nivel de aceleración vertical (m/s ²)	Nivel de aceleración lateral/horizontal (m/s ²)
CL1	Máximo	<0,5	<0,1 (resonancia)
CL2	Promedio	0,5 - 1	0,15 - 0,3
CL3	Mínimo	1 - 1,25	0,3 - 0,8
CL4	Incomodo	>2,5	>0,8

Fuente. (Hivoss, 2007), (Flores Ponce, 2022).

Para analizar el diseño del puente peatonal en cuestión, se han empleado normas de origen europeo (Hivoss, 2007), ya que son normas que consideran la densidad peatonal en función del tipo de tráfico, su frecuencia y el nivel de comodidad deseado. Se evalúa la clase e tráfico que va a soportar la estructura y el nivel de confort debido a la aceleración límite.

Cumplir con este principio de diseño garantizaría que la estructura esté verificada contra las vibraciones inducidas por los peatones.

3 Metodología

Metodología General de Diseño Según Guías HIVOSS

Ante la ausencia de regulaciones específicas en los códigos relacionados con el efecto en estudio, los diseñadores tenían una gran libertad para desarrollar sus diseños. Esto ha llevado a una amplia variedad de soluciones estructurales innovadoras. Sin embargo, es crucial que los puentes cumplan con los requisitos de confort establecidos por el cliente o propietario. La pregunta clave durante el proceso de diseño es: "¿El puente cumplirá con los requisitos de confort durante las vibraciones?". A veces, es importante tomar en cuenta la incorporación de dispositivos para controlar las vibraciones, los cuales no deben ser subestimados.

La guía de diseño H.I.V.O.S.S. proporciona una metodología de diseño general a través de un diagrama de flujo, como se muestra en la Figura 13. En este diagrama, se parte de un consenso entre el propietario y el diseñador, definiendo diferentes situaciones de diseño según las posibles combinaciones de clases de tráfico y niveles de confort requeridos.

Luego, en la etapa de diseño, se procede a realizar el análisis estructural mediante la modelización de la estructura y el cálculo de sus frecuencias naturales de vibración. Para cada "situación de diseño" definida por el cliente, se determinan las aceleraciones y se verifica si el puente cumple con los requisitos de confort. Esto implica comparar las aceleraciones obtenidas en cada situación de diseño con los criterios de confort correspondientes. Si se cumplen los requisitos, se considera que el proceso de diseño ha finalizado. En caso contrario, el siguiente paso consiste en mejorar el comportamiento dinámico de la estructura mediante la modificación de su rigidez, aumentando su frecuencia natural o ajustando su amortiguamiento.

La Figura 13 muestra el proceso para verificar el comportamiento dinámico de un puente peatonal durante la fase de diseño, y cómo se puede utilizar esta guía.

Como se menciona anteriormente, esta guía se basa en dos principios fundamentales. El primero consiste en diseñar la estructura de manera que sus propiedades dinámicas estén fuera de los rangos críticos de frecuencias naturales asociados al paso de los peatones. Si se cumple esta condición, se considera que se ha verificado el comportamiento dinámico del puente en relación al tránsito peatonal.

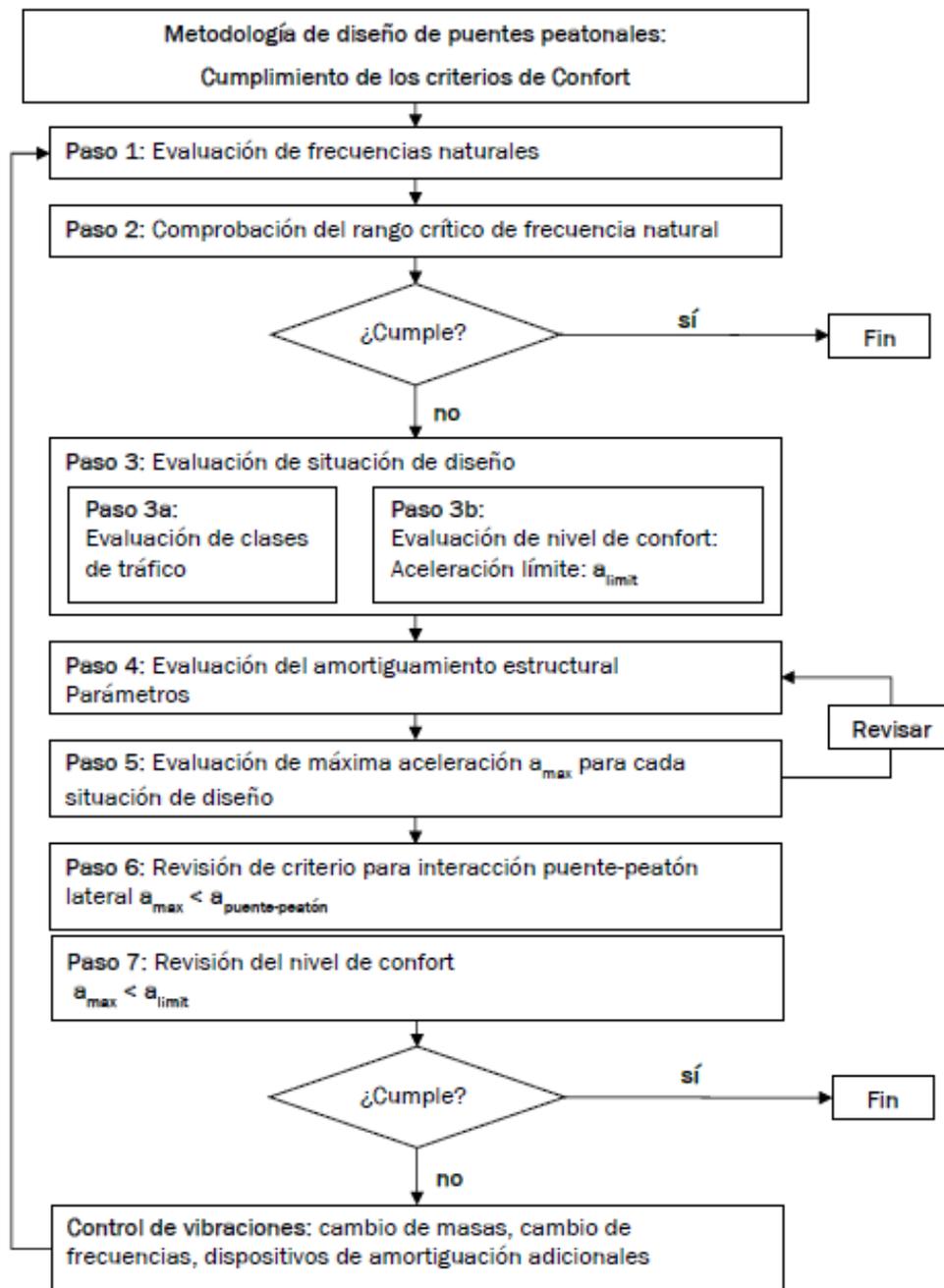
Sin embargo, si las frecuencias naturales del puente caen dentro de alguno de los rangos críticos, se debe llevar a cabo una evaluación de la respuesta dinámica de la estructura. El objetivo de esta evaluación es verificar si las aceleraciones calculadas se encuentran dentro de los rangos aceptables establecidos como criterio de confort acordado con el propietario.

En caso de que las aceleraciones calculadas excedan los límites de confort establecidos, se requerirá implementar medidas de control de vibraciones. Para abordar esta situación, existen diversas opciones, como modificar la masa del puente, ajustar su frecuencia natural o incorporar amortiguadores.

En resumen, el diagrama de flujo proporciona una guía para verificar el comportamiento dinámico de un puente peatonal durante la fase de diseño. Se enfoca en asegurar que las propiedades dinámicas de la estructura estén fuera de los rangos críticos de frecuencias naturales y que las aceleraciones se mantengan dentro de los límites de confort establecidos. En caso contrario, se requiere aplicar medidas de control de vibraciones apropiadas.

Figura 13

Diagrama de flujo para el uso de la guía de diseño HIVOSS



Nota. Fuente (Hivoss, 2007), (Flores Ponce, 2022).

Determinación de las Frecuencias Naturales – Caso de Estudio

Durante el proceso de diseño de puentes peatonales, es necesario evaluar las frecuencias naturales, lo cual se puede hacer mediante el método de elementos finitos o cálculos manuales utilizando fórmulas aplicables a vigas, cables y placas. (Agustín Aramayo & Martel, 2019)

Es importante tener en cuenta todos los aspectos relevantes, como las propiedades de los materiales, la configuración del tablero, las condiciones de borde, las barandas y los pasamanos. Estos factores pueden tener una gran influencia en el valor de las frecuencias naturales del sistema.

Las guías recomiendan considerar la masa de los peatones en el cálculo de las frecuencias naturales solo si la masa modal de los peatones supera el 5% de la masa modal del tablero. Existen rangos críticos para las frecuencias naturales de puentes peatonales que experimentan excitación inducida por los propios peatones.

Es posible utilizar fórmulas manuales y métodos simplificados para calcular la frecuencia natural del puente, especialmente cuando se realiza una evaluación preliminar de las vibraciones. Sin embargo, cuando la excitación peatonal se acerca a un rango crítico, es necesario utilizar un modelo numérico más preciso. Un enfoque inicial consiste en mantener el modelo lo más simple posible, utilizando elementos de viga, cable y resorte para representar el puente. Este modelo debe permitir formas modales verticales, horizontales y de torsión. Para el cálculo de las frecuencias naturales, se deben tener en cuenta todas las cargas muertas, las cargas muertas adicionales, como barreras, pavimentos y barandillas, consideradas como masas adicionales; y la pretensión de los cables. (Flores Ponce, 2022)

Al obtener una descripción general aproximada de las frecuencias naturales y las formas modales correspondientes, se pueden identificar problemas relacionados con el comportamiento dinámico. En el caso de estudio actual, se utilizan dos modelos:

- *Un modelo analítico de elementos finitos en MATLAB*
- *Un modelo matemático de elementos finitos en SAP2000*

Estos modelos emplean elementos de barra y placa para calcular los esfuerzos, deformaciones y frecuencias naturales. (Flores Ponce, 2022)

Para el cálculo de las frecuencias naturales, no se considera la masa de los peatones, a menos que la masa modal de los peatones supere el 5% de la masa modal del tablero del puente (Hivoss, 2007). Si se incrementa la masa modal en un 5% adicional, se produce una disminución del 2.5% en la frecuencia natural, lo que indica que podría ingresar a rangos críticos. Esto se ilustra en la siguiente operación. (Flores Ponce, 2022)

$$f'(\rho = 1,05) = \sqrt{\frac{k^*}{\rho m^*}} = \sqrt{\frac{k^*}{1,05 m^*}} = 0,976f \quad (7)$$

La masa peatonal estática se calcula con la Ecuación (8).

$$m^* = \int_{L_D} \mu_D \rho (\Phi(x))^2 dx \quad (8)$$

Donde

μ_D (Kg/m) es la masa de tablero del puente por unidad de longitud

$\rho = \frac{\mu_D + \mu_P}{\mu_D}$ es la masa de tablero del puente por unidad de longitud

μ_P (Kg/m) es la masa de tablero del puente por unidad de longitud

$\Phi(x)$ es la forma modal

Verificación del Rango Crítico de Frecuencias Naturales

Se definen los siguientes intervalos críticos promedio para las frecuencias naturales de puentes peatonales cuando están sujetos a excitación generada por peatones: (Agustín Aramayo & Martel, 2019):

Para vibraciones verticales y longitudinales:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 2,3 \text{ Hz} \quad (9)$$

Para vibraciones laterales:

$$0,5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 1,2 \text{ Hz} \quad (10)$$

Para puentes peatonales con frecuencias para vibraciones verticales o longitudinales de:

$$2,5 \text{ Hz} \leq f_i \leq 4,6 \text{ Hz} \quad (11)$$

En el caso de una excitación resonante provocada por el segundo armónico de las cargas generadas por los peatones, el intervalo crítico de frecuencia se amplía para incluir las vibraciones verticales y longitudinales, abarcando:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_i \leq 4,6 \text{ Hz} \quad (12)$$

Las vibraciones laterales no son influenciadas por el segundo armónico de las cargas generadas por los peatones. Sin embargo, existe la posibilidad de que se produzca una excitación de vibración vertical debido al segundo armónico de las fuerzas ejercidas por los peatones. Hasta el momento, no se han encontrado evidencias en la literatura de que se hayan registrado vibraciones en puentes peatonales debido al segundo armónico de las fuerzas generadas por los peatones.

Evaluación de Situación de Diseño

Tener una clara definición de las condiciones de diseño relacionadas con la superación de un límite de comodidad y servicio es el punto de partida para realizar un análisis adecuado. Existen situaciones de diseño que pueden ocurrir solo una vez durante la vida útil de un puente peatonal, como la inauguración del puente, mientras que otras sucederán a diario, como el tráfico de peatones. Por lo tanto, estas situaciones de diseño se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Situaciones de diseño persistentes, que se refieren a las condiciones de uso continuo y constante.

-
- Situaciones de diseño transitorias, que se refieren a condiciones temporales y variables.
 - Situaciones de diseño accidentales, que se refieren a condiciones excepcionales y poco frecuentes.

Es crucial distinguir el tipo de tráfico esperado y su densidad, ya que, junto con los requisitos de servicio, esto tendrá un impacto significativo en el comportamiento dinámico del puente peatonal.

Evaluación de Clases de Tráfico

La Tabla 8 de los Criterios de servicio de la Norma HIVOSS-SYNPEX proporciona información detallada sobre las diferentes clases de tráfico de peatones y sus respectivas densidades. El tipo de tráfico peatonal esperado y la densidad del mismo son factores determinantes en la carga dinámica y tienen influencia en el diseño de puentes peatonales. Las estructuras ubicadas en áreas remotas con poco tráfico de peatones no están expuestas a la misma carga dinámica que aquellas situadas en centros urbanos con un alto volumen de personas.

Evaluación del Nivel de Confort: Aceleración Límite

La evaluación de la comodidad o confort en relación a la vibración de un puente es un aspecto subjetivo y personal, que puede verse influenciado por diversos factores. Además de la apariencia visual y la ubicación del puente, otros aspectos pueden tener un impacto en la percepción de comodidad, tales como: (Flores Ponce, 2022)

- *Número de personas que caminan por el puente*
- *Frecuencia de uso*
- *Altura sobre el suelo*
- *Posición del cuerpo humano (sentado, de pie, caminando)*
- *Características de excitación armonía o transitoria (frecuencia de vibración)*
- *Tiempo de exposición*
- *Transparencia del pavimento de la plataforma y barandales*
- *Expectativa de vibración debido a la apariencia del puente*

Los estándares de confort para los peatones generalmente se expresan en forma de una aceleración límite para el puente. Tanto las normas internacionales como la literatura proponen valores límite que se encuentran dentro de un rango específico, y en este caso se optó por utilizar los valores presentados en la norma HIVOSS. Tabla 8

Para identificar las posibles situaciones de diseño en función de la clase de tráfico y los niveles de confort, se muestra la siguiente Tabla 10 que corresponde al puente peatonal del estudio.

Tabla 10

Densidades peatonales y aceleraciones límite de diseño de acuerdo con la clase de tráfico y nivel de confort para el puente peatonal del ITSLR

Clase de tráfico	Densidad peatonal d (per/m ²)	Descripción	Ocurrencia esperada	Nivel de confort	Nivel de aceleración vertical (m/s ²)	Nivel de aceleración lateral/horizontal (m/s ²)
TC 3	0,5	Tráfico denso: Caminando sin restricciones, puede inhibirse el rebasar peatones	Eventuales/ Transitorias	CL 2 (Promedio)	0,5 - 1	0,15 - 0,3
TC 2	0,2	Trafico débil: Caminando cómodo y libre	Diario	CL 1 (Máximo)	<0,5	<0,1

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Caso de Estudio – Puente Instituto Tecnológico Superior de los Reyes

El puente peatonal en estudio está situado en las instalaciones de la unidad escolar del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes (ITSLR), en el estado de Michoacán, México. Fue construido en el año 2015, según el informe del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes de 2018. Esta ruta es transitada a pie por un gran número de estudiantes. (Flores Ponce, 2022)

Figura 14

Microlocalización del puente peatonal dentro del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes, Michoacán



Nota. Fuente (Google, s.f.).

Debido a la ausencia de planos, se llevó a cabo un levantamiento en el lugar utilizando cinta métrica, distanciómetro y pacómetro para obtener información física y estructural del puente.

- Se trata de un puente atirantado con estructura metálica, sostenido por cuatro columnas o torres de sección OC \emptyset 12 y una altura aproximada de 14 m (según el informe del ITSLR 2018).
- La distancia desde la base de la columna hasta la punta de la torre es de aproximadamente 10.11 m (medido durante el levantamiento).
- El puente cuenta con un tablero compuesto por una losa de acero que forma el piso, con una calzada de 2.75 m de ancho y una longitud de 45.30 m.
- El puente consta de tres tramos (dos ejes de torres), siendo el tramo interior de 34.30 m y los tramos exteriores de 7.00 m y 4.00 m respectivamente.
- La losa-cero utilizada tiene un perfil 25, con una capa de compresión de concreto de 3.6 cm, y está apoyada en una armadura de refuerzo en forma de arco.
- La cuerda inferior está formada por dos perfiles OR de 2" x 2" con un espesor de 1.8 mm, mientras que la cuerda superior está compuesta por dos perfiles OR de 2.5" x 2.5" con un espesor de 1.8 mm.
- Además, se utilizan montantes OR de 2" x 2" con un espesor de 1.8 mm y diagonales OR de 2" x 2" con un espesor de 1.8 mm.

- Para los largueros se emplean perfiles OR de 3" x 2" con un espesor de 2 mm. Los cables tensores son redondos sólidos y lisos de 1" de diámetro.

En la Figura 15 se muestra una vista general del puente peatonal, y en la Tabla 11 se proporciona información general y un informe sobre el estado físico del puente.

Figura 15

Vista general, vista transversal y vista del tablero del puente peatonal del Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes



a) Vista general



b) Vista inferior



c) Vista superior

Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Tabla 11*Información general y situación física de Puente Peatonal del ITSLR*

Propietario:	Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes (ITSLR)	
Dirección:	Km 3 Carretera Los Reyes-Jacona S/N, col. Libertad: Los Reyes de Salgado, Michoacán, C.P. 60300	
Localización geográfica:	Latitud: 19°37'00.85" N	
	Longitud: 102°28'38.21" O	
	Elevación: 1356 msnm	
Tipo de estructura:	Puente peatonal	
	Superestructura	Cables tensores, tablero de vigas y losa-acero de 7 cm de espesor
	Infraestructura	Armadura de refuerzo en arco y columnas de acero
	Cimentación	Cimientos de concreto reforzado
Uso:	Tráfico peatonal escolar	
Fecha de construcción:	2015	
Partes del puente:	Tres claros y escaleras transversales en los extremos	
Dimensiones:	Puente	Ancho de calzada: 2.75 m Claro total de 45.30 m: Tramo interior: 34.3 m, tramos exteriores de 7.00 m y 4.00 m
	Escaleras	Pisada 0.35 m Altura 0.18 m Largo 1.8 m y alto 0.93 m
Vialidad:	Libra una barranca conectando a los transeúntes con dos puntos atractores de edificios escolares, y es la única vía práctica y corta de acceso	
Ambiente:	<p>Proporciona el acceso de la zona principal de aulas a la Unidad Multifuncional de Talleres y Laboratorios (nuevas edificaciones, construcción iniciada en 2015 y puestas en operación en 2018)</p> <p>Libra una barranca</p> <p>Alumbrado en torres</p> <p>Muros de contención en tramos externos</p> <p>La superestructura se apoya sobre el suelo en tramo exterior izquierdo y se apoya en las escaleras de acceso en el tramo exterior derecho.</p> <p>Las columnas fueron protegidas con una armadura metálica</p>	

Grado de uso:	Elevado número de estudiantes. La institución ha tomado medidas de seguridad asignando el menor número de clases a tomar en los edificios nuevos de talleres y laboratorios
Evaluación física:	El estado de la pintura del barandal y estructura metálica presenta desgaste. Errores constructivos en soldaduras y conexiones. Deformación visible por penetración de la cuerda inferior en las columnas. Posiblemente los cables no están trabajando como tensores ya que se mueven con facilidad.

Fuente. (ASTM C 470, 2003), (Flores Ponce, 2022).

Tabla 12

Elementos estructurales del puente peatonal del ITSLR

Elemento	Sección	Dimensiones	Perfil Comercial
Tirantes	OS	25.4 mm	
Columnas/Torres	OC Ø 12	324 mm x 9.53 mm	
Vigas cuerda inferior del arco	2 OR	50.8 mm x 50.8 mm x 1.905 mm	H2020 Cal 14
Vigas cuerda superior	2 OR	63.5 mm x 63.5 mm x 1.905 mm	H2525 Cal 14
Montantes	OR	50.8 mm x 50.8 mm x 1.905 mm	H2020 Cal 14
Diagonales en armadura de refuerzo	OR	50.8 mm x 50.8 mm x 1.905 mm	H2020 Cal 14
Largueros	OR	76.2 mm x 50.8 mm x 1.905 mm	H3020 Cal 14

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Situación física del puente peatonal

En la estructura se detectan deformaciones y errores durante la construcción. En el tramo exterior izquierdo, cerca de las torres, se encuentra un muro de contención. Las columnas fueron protegidas con una armadura metálica, pero se aprecian deformaciones debido a la penetración de la cuerda inferior en las columnas. Estos daños son fácilmente visibles y evidentes.

Figura 16

Detalle de columnas, punzonamiento de cuerdas en columnas, defectos en soldadura



Nota, Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 17*Detalle en escaleras*

Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 18

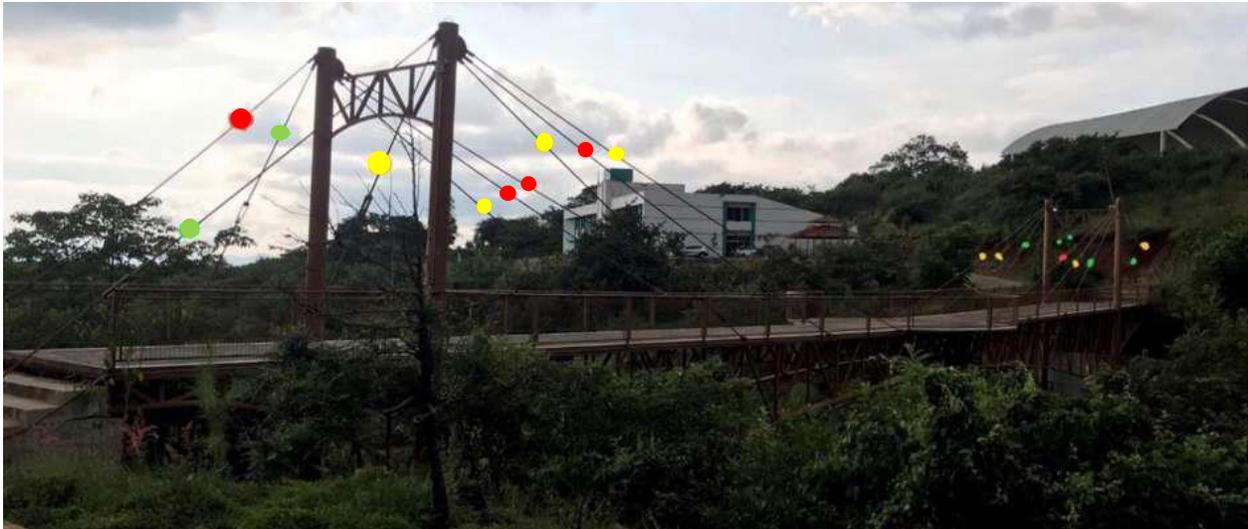
Detalles de anclaje en escaleras



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 19

Verde – tirantes trabajando, amarillo – tirantes poco tensos, rojo – tirantes sin trabajar



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Pruebas de Vibración Ambiental

(Flores Ponce, 2022) propone una metodología para llevar a cabo las pruebas de registro de vibración ambiental y forzada, así como el diseño de la instrumentación necesaria para las mediciones. También se abordará el análisis e interpretación de las señales obtenidas. Para procesar la información recopilada, se desarrollarán programas utilizando el lenguaje MATLAB para su discretización y análisis.

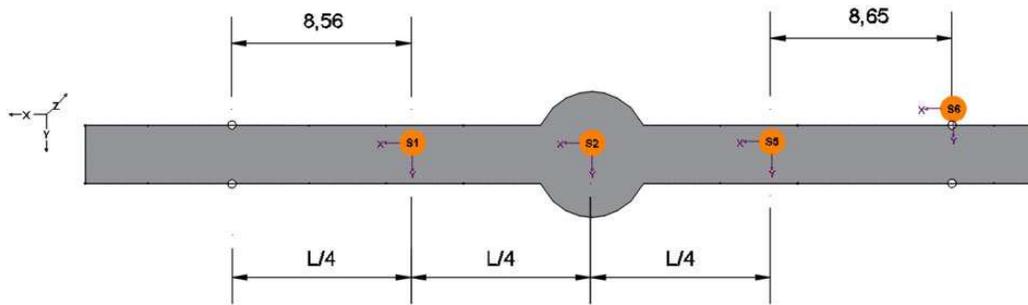
Utilizaron cuatro acelerómetros

- Uno se colocó sobre el dado de la columna
- Tres se colocaron sobre el puente en $x_1=L/4$, $x_2=L/2$, $x_3=3L/4$

Donde L es la longitud del claro principal del puente. La ubicación y numeración de los acelerómetros utilizados se muestra en la Figura 20.

Figura 20

Arreglo de los acelerómetros. Colocación de los acelerómetros durante las pruebas de vibración ambiental



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Durante la prueba de vibración, se registró exclusivamente el comportamiento ambiental del puente. Se realizaron tres lecturas,

- Dos al inicio con una duración de 180 segundos cada una
- Una tercera lectura de 300 segundos
- La cuarta lectura ambiental se realizó al final, después de completar las pruebas de vibración forzada.

Tabla 13

Pruebas de vibración ambiental, nombre y duración

No. Medición	Vibración ambiental
1	TT001 (duración 3 min)
2	TT002 (duración 3 min)
3	TT003 (duración 5 min)
4	TT009 (lectura final, duración 3 min)

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Pruebas de Vibración Forzada

Se realizó un experimento donde los peatones cruzaron repetidamente el puente una vez que la vibración generada por la actividad peatonal anterior había disminuido debido al amortiguamiento de la estructura. Cada señal capturada por los acelerómetros se descompuso en tres señales ortogonales: vertical, lateral y longitudinal. En la Tabla 6.4 se muestra el número total de mediciones registradas por los acelerómetros en los puentes peatonales analizados.

Tabla 14

Prueba de vibración forzada, nombre de identificación, número de peatones cruzando y descripción del paso

No. Medición	Nombre	No. peatones	Descripción
1	TT004	8	Caminando sin sincronía
2	TT005	2	Trotando con sincronía
3	TT006	4	Trotando con sincronía
4	TT007	4	Trotando y,
		8	Brincando en zona centro con sincronía
5	TT008	24	Caminando sin sincronía

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Modelo Analítico del Puente

Para modelar la estructura se empleó el programa de análisis estructural SAP2000® v14. Todos los elementos que conforman la estructura fueron modelados con elementos tipo “frame” o “cable, en casos especiales y para determinados elementos se trabajaron como tipo Shell.

En cuanto a las condiciones del sistema estructural, el puente se modeló siguiendo las medidas tomadas de la estructura. Se permitió el movimiento libre de la cubierta, mientras que los cables se fijaron para evitar la traslación en cualquier dirección. No se tuvieron en cuenta los efectos de la interacción suelo-estructura debido a la falta de un estudio de mecánica de suelos del sitio. Se incluyó no solo la carga muerta, sino también la masa correspondiente a todas las cargas distribuidas. Se seleccionó la opción 'mass source' en el programa para tener en cuenta estas masas. Se realizó un análisis modal del puente para obtener los períodos, los modos de vibración y la masa modal efectiva en dirección vertical. En el análisis dinámico de los modelos

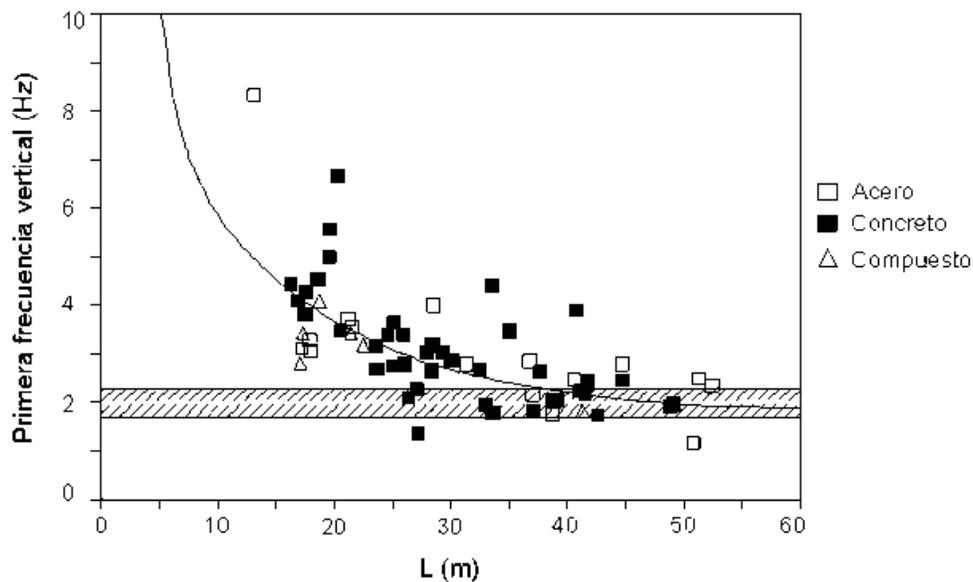
matemáticos simplificados, se consideraron al menos el 90% de las masas efectivas totales al sumar los modos de vibración. (Flores Ponce, 2022)

Estimación Empírica de la Frecuencia del Primer Modo Vertical de Vibrar

(Bachmann et al., 1995) realizaron un estudio en el que hallaron las primeras frecuencias verticales de vibrar de 67 puentes peatonales construidos con diferentes materiales a rededor del mundo Figura 21.

Figura 21

Frecuencia del primer modo vertical de vibrar de un puente peatonal en función del claro



Nota. Fuente (Bachmann et al., 1995).

La Figura 21 muestra la tendencia de la frecuencia vertical.

Es posible deducir relaciones similares basadas en distintos tipos de materiales utilizando las ecuaciones mencionadas. (Bachmann et al., 1995):

$$\text{Concreto} \quad f_1 = 39L^{-0,77} \quad (13)$$

$$\text{Acero} \quad f_1 = 35L^{-0,73} \quad (14)$$

$$\text{Compuestos} \quad f_1 = 42L^{-0,84} \quad (15)$$

El puente del caso de estudio está construido en acero, por lo que se utiliza la Ecuación (14).

Tabla 15

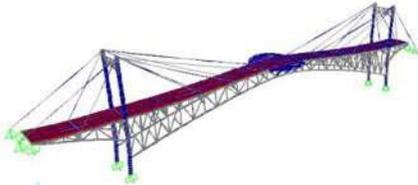
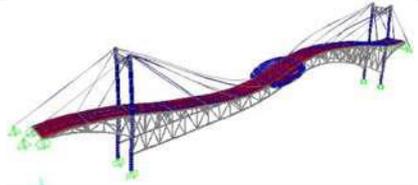
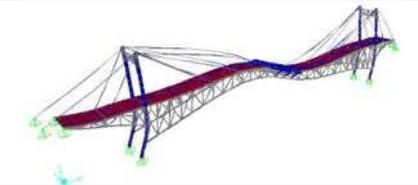
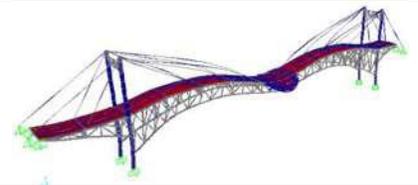
Estimación empírica de las frecuencias verticales del primer modo de vibrar del puente de estudio

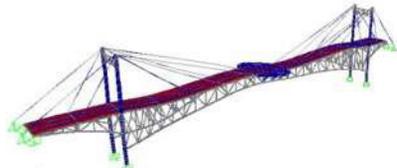
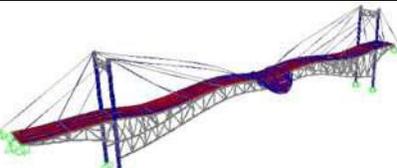
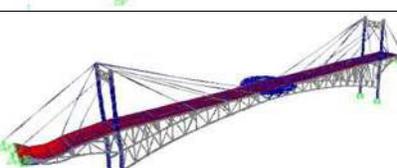
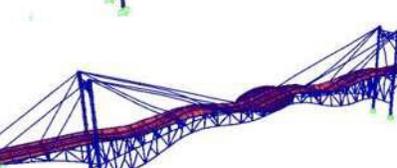
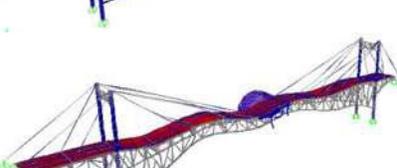
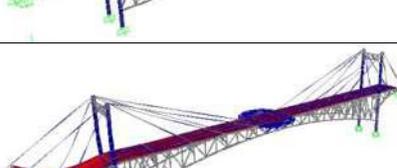
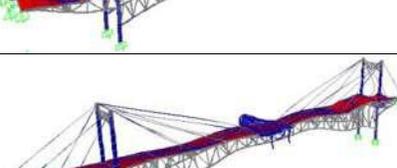
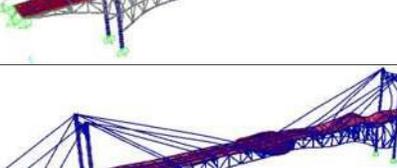
Puente peatonal	L (m)	f1 (Hz)
Instituto Tecnológico Superior de Los Reyes	45,3	21,633

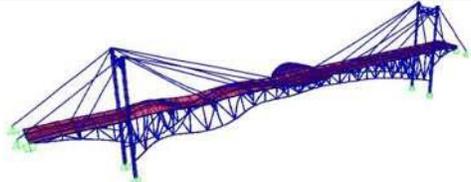
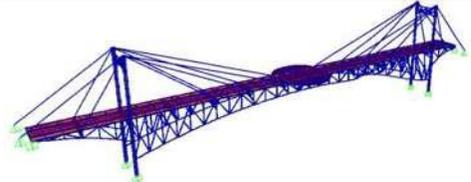
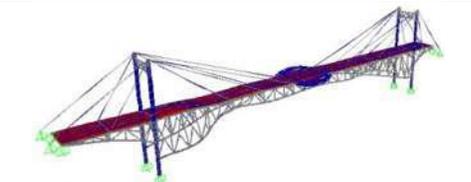
Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Tabla 16

Frecuencias y modos analíticos de vibrar verticales del puente peatonal del ITSLR

j-ésimo modo de vibrar	Forma modal	$T_j(s)$	$f_j(Hz)$	$w_j(rad/s)$	$m_{eff,j}(\%)$
2		0,5077	1,9698	12,3765	47
6		0,2756	3,6290	22,8019	0,0012
7		0,2218	4,5084	28,3272	0,0246
8		0,1819	5,4981	34,5457	12

j-ésimo modo de vibrar	Forma modal	$T_j(s)$	$f_j(Hz)$	$w_j(rad/s)$	$m_{eff,j}(\%)$
14		0,1389	7,1999	45,2386	0,0817
17		0,1247	8,0191	50,3854	13,2131
18		0,1217	8,2147	51,6144	3,3661
21		0,1022	9,7816	61,4598	0,0031
22		0,094	10,6418	66,8641	0,1681
23		0,0917	10,9062	68,5259	3,194
24		0,0891	11,2242	70,5239	4,0621
26		0,0861	11,6192	73,0054	3,0992

j-ésimo modo de vibrar	Forma modal	$T_j(s)$	$f_j(Hz)$	$w_j(rad/s)$	$m_{eff,j}(\%)$
27		0,0824	12,1303	76,2169	0,7171
28		0,0814	12,2788	77,1502	0,041
29		0,0813	12,3031	77,3030	0,122

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

En la Tabla 16 se muestra que, al utilizar quince formas distintas de vibración vertical, se logra que el 87.22 % de la masa participe en el proceso. De este porcentaje, el 47.1123 % corresponde únicamente al primer modo de vibración vertical. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta los quince modos en el análisis dinámico. No se producirá una resonancia de vibración lateral, ya que la frecuencia más baja obtenida del modelo es de 2.0102 Hz. Además, el primer modo de vibración longitudinal resulta interesante, ya que puede vibrar en resonancia debido a su frecuencia de vibración de 1.3566 Hz.

Tabla 17

Frecuencias críticas en dirección vertical, lateral y longitudinal

Dirección	f (Hz)	Los peatones ejercen frecuencias de vibrar entre: 1.6 y 3.5 Hz en la dirección vertical y longitudinal, 0.8 y 1.75 Hz en la dirección lateral
Vertical	1,9698	
Lateral	2,0102	
Longitudinal	1,3566	

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Evaluación del Puente Peatonal Ante Cargas de Diseño

Las combinaciones de cargas mayoradas según el inciso 2.3.a de la norma NTC (2017), emplearan un factor de carga de 1.3 para las cargas permanentes y 1.5 para las variables, tal y como se muestra en la Ecuación (16).

$$1,3 CM + 1,5 CV_{\text{máx}} \quad (16)$$

En este análisis se está evaluando el desplazamiento, en relación con las fuerzas externas que se han incorporado. En el caso de estudio, se toma en cuenta únicamente la carga viva máxima requerida en el diseño, sin considerar condiciones de viento y sismo.

La norma mexicana (NTC, 2017) Sobre Criterios y Acciones para el Diseño de las Edificaciones y la norma colombiana (CCP-14, 2014) Cargas y Factores de carga, recomiendan cargas vivas unitarias de 3,5 kN/m² y 3,6 kN/m² correspondientemente, valores que resultan ser similares, en este caso de estudio se optó por elegir una carga viva máxima de 350 kg/m².

Tabla 18

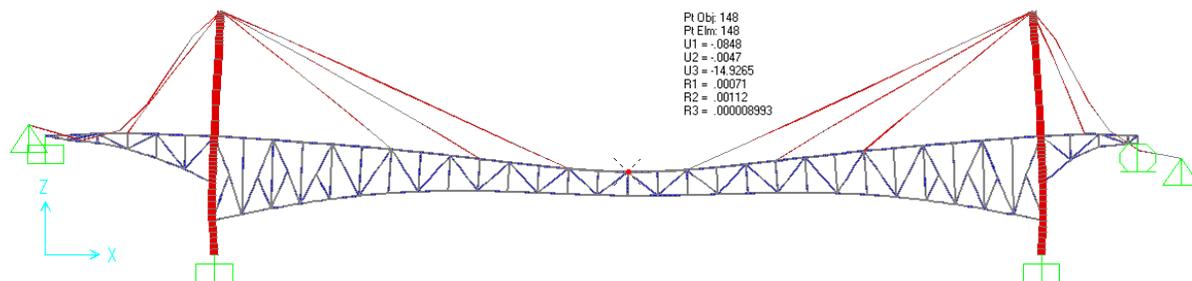
Cargas vivas unitarias sobre criterios y acciones para el diseño de piso o cubierta para comunicaciones de peatones

Destino de piso o cubierta	W	W_a	W_m
Comunicación para peatones (pasillos, escaleras, rampas, vestíbulos y pasajes de acceso libre al público)	0,4	1,5	3,5
	(40)	(150)	(350)

Fuente. (NTC, 2017).

Figura 22

Deformación máxima del puente peatonal considerando combinación de carga mayorada (unidades: kgf, cm)



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Los elementos en color rojo representan los elementos que no resisten según las condiciones de carga mayoradas aplicadas a la estructura. Por lo tanto, la estructura es inestable. (Flores Ponce, 2022) además realizó un chequeo de los elementos sujetos a daño para corroborar su correcto funcionamiento o falla.

Tabla 19

Revisión del puente ante combinación vertical. Se muestran los elementos más desfavorables

REVISIÓN DE PUENTE PEATONAL DE ESTUDIO							
Elemento	Elemento Mecánico		Demanda (Kg)	Resistencia (Kg)	D/C		
Cuerda Superior	Compresión	Axial (kg)	2830	2830	25477,11	0,111	Se acepta
		Momento (kg-cm)	5088,53				
		Cortante (kg)	-165,74				
Cuerda Inferior	Compresión	Axial (kg)	45790	45790	18085,05	2,532	No se acepta
		Momento (kg-cm)	-16767,82				
		Cortante (kg)	181,39				
Diagonales	Tensión	Axial (kg)	31220	31220	21603,33	1,445	No se acepta
		Momento (kg-cm)	5814,87				
		Cortante (kg)	-72,33				
Diagonales	Compresión	Axial (kg)	9551	9551	2274,07	4,200	No se acepta
		Momento (kg-cm)	-1541,3				
		Cortante (kg)	-18,49				

REVISIÓN DE PUENTE PEATONAL DE ESTUDIO							
Elemento	Elemento Mecánico		Demanda (Kg)	Resistencia (Kg)	D/C		
	Tensión	Axial (kg)	11960	11960	10801,67	1,107	No se acepta
		Momento (kg-cm)	1929,42				
		Cortante (kg)	21,19				
Montantes	Compresión	Axial (kg)	4070	4070	10271,65	0,396	Se acepta
		Momento (kg-cm)	-2124,17				
		Cortante (kg)	-36,799				

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

El puente no cumple con los requisitos de los estados límite de daño en varias áreas, incluyendo tensiones en las diagonales principales, compresión en las cuerdas inferiores, flexión y cortante en ciertos elementos. Esto indica que el puente no está en conformidad con el estado límite de daño y requiere refuerzos para cumplir con dichos requisitos. La estructura actual es insegura y no supera las revisiones establecidas por las normas técnicas complementarias (NTC, 2017). Se debe tomar medidas para solucionar estos problemas.

Rehabilitación del Puente Peatonal

Es necesario realizar modificaciones en los parámetros dinámicos para cumplir con las condiciones de servicio y seguridad. En el siguiente análisis se exploran las posibles soluciones para su rehabilitación. En primer lugar, se aborda el estado límite de seguridad, y luego se considera el problema de las condiciones de servicio mediante el uso de dispositivos de control pasivo.

El refuerzo con tirantes se propone como una solución para garantizar que la estructura cumpla con las condiciones de carga. Sin embargo, aún es necesario abordar las condiciones de servicio, por lo que se opta por realizar correcciones utilizando un amortiguador de masas sintonizadas. Esta medida permitirá mejorar las condiciones de servicio del puente y garantizar su funcionalidad.

Evaluación de las Opciones de Rehabilitación

Tabla 20

Resultados de evaluación de opciones para rehabilitación del puente peatonal de estudio

Opción	Puente Peatonal	Modo de vibrar	T	frecuencia vertical	Desp centro (cm)	Elemento crítico	D/C
1	Original sin refuerzo	2	0.5083	1.9672	14.95	Diagonal, compresión	4.2
2	Con armadura inferior, sin cables	4	0.4685	2.1346	12.09	Diagonal, compresión	10.68
3	Con armadura inferior en arco, sin cables	4	0.3694	2.7069	7.7	Diagonal, compresión	5.26
4	Con armadura en barandal, con cables	3	0.4426	2.2596	11.21	Diagonal, compresión	4.42
5	Con armadura en barandal, sin cables	2	0.5343	1.8715	4.37	Diagonal, compresión	3.73
6	Con diseño de tirantes	3	0.2868	3.4874	4.87	Diagonal, compresión	3.05
7	Con armadura inferior en arco y cables trabajando	8	0.2406	4.1571	3.23	Diagonal, compresión	2.25
8	Con armadura en barandal sin sección circular en centro, con cables trabajando	3	0.3907	2.5594	9.49	Diagonal, compresión	1.057

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

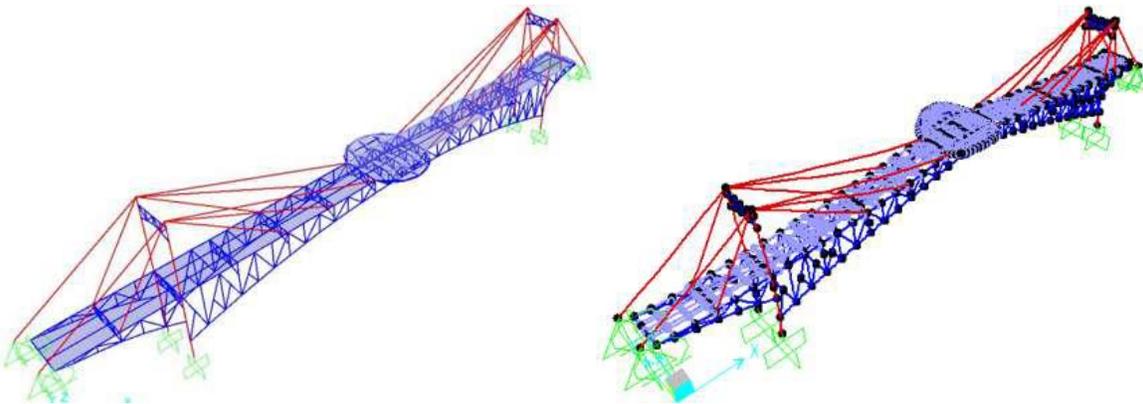
Entre las opciones aplicables al puente peatonal a partir de los resultados obtenidos son la opción 6 y la opción 8, aunque la última requiere un mayor gasto de recursos económicos. La opción 6 aunque es una opción válida, se descarta debido a que no soporta las solicitaciones de la estructura.

Puente Peatonal con Diseño de Tirantes

Cuando la relación de esbeltez kl/r es mayor a 200 (NTC, 2017), los elementos no cumplen y requieren un refuerzo local con placas o encamisados.

Figura 23

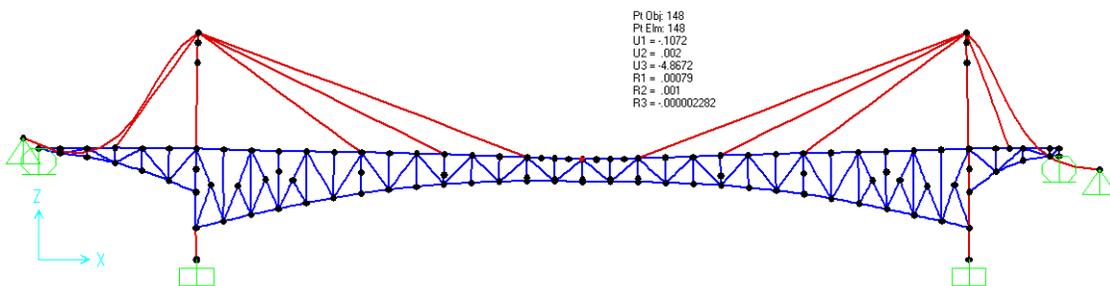
Modelo numérico del puente peatonal con diseño de tirantes, modo de vibrar vertical



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 24

Deformación máxima del puente peatonal



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Se realiza la comprobación del cumplimiento de esfuerzos de los elementos estructurales del puente peatonal.

Tabla 21

Revisión del puente peatonal con diseño de tirantes ante combinación vertical. Se muestran los elementos más desfavorables

Elemento	Elemento Mecánico		Demanda (Kg)	Resistencia (Kg)	D/C		
Cuerda Superior	Compresión	Axial (kg)	900	900	25477,11	0,035	Se acepta
		Momento (kg-cm)	-4888,59				
		Cortante (kg)	-134,24				
	Tensión	Axial (kg)	1640	1640	27251,64	0,06	Se acepta
		Momento (kg-cm)	-7638,42				
		Cortante (kg)	-181,57				
Cuerda Inferior	Compresión	Axial (kg)	16240	16240	18085,05	0,898	Se acepta
		Momento (kg-cm)	-8961,62				
		Cortante (kg)	-103,32				
	Tensión	Axial (kg)	13940	13940	21603,33	0,645	Se acepta
		Momento (kg-cm)	2974,68				
		Cortante (kg)	37,62				
Diagonales	Compresión	Axial (kg)	6920	6920	2270,24	3,048	No se acepta
		Momento (kg-cm)	920,03				
		Cortante (kg)	-4,97				
	Tensión	Axial (kg)	9050	9050	10801,67	0,838	Se acepta
		Momento (kg-cm)	337,81				
		Cortante (kg)	5,46				
Montantes	Compresión	Axial (kg)	2790	2790	10271,65	0,272	Se acepta
		Momento (kg-cm)	-1853,35				
		Cortante (kg)	-31,09				

Elemento	Elemento Mecánico		Demanda (Kg)	Resistencia (Kg)	D/C	
	Axial (kg)	2970	2970	10801,67	0,275	Se acepta
	Momento (kg-cm)	611,6				
Tensión	Cortante (kg)	7,6				

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Evaluación de Condiciones de Servicio del Puente Peatonal ITSLR

Se requiere realizar una evaluación de la estructura del puente no solo en términos de seguridad, sino también en relación a los estados límite de servicio. Estos estados límite son importantes para garantizar que el puente pueda soportar condiciones extraordinarias, especialmente en situaciones de alta densidad de peatones. En este proceso de evaluación, se aplicaron las cargas reglamentarias peatonales de acuerdo con las normas establecidas, y se analizó el movimiento y la respuesta estructural del puente en términos de desplazamiento y aceleraciones en cada punto. Dado que el análisis estructural es dinámico, las cargas consideradas varían en función del tiempo.

Se utilizó la metodología HIVOSS. Se enfocó en analizar las frecuencias naturales de la estructura, siendo la frecuencia vertical de particular interés con un valor de 1.9672 Hz.

Tabla 22

Frecuencias críticas en dirección vertical, lateral y longitudinal

Dirección	f (Hz)
Vertical	1,9698
Lateral	2,0102
Longitudinal	1,3576

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

La frecuencia lateral más cercana al rango crítico es de 2,0102 Hz por lo tanto no habrá vibración resonante en esta dirección.

Comprobación del rango crítico, en la dirección vertical y longitudinal se encuentra dentro del rango crítico.

Tabla 23*Rangos críticos de vibraciones*

VIBRACIONES		
verticales y longitudinales	vibraciones laterales	Armónico
1.25 Hz \leq f_i \leq 2.3 Hz	0.5 Hz \leq f_i \leq 1.2 Hz	Primero
2.5 Hz \leq f_i \leq 4.6 Hz		Segundo

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Según las clases de tráfico de la Tabla 8 y la densidad de personas se eligen la clase TC 2 y TC 3, y se revisó el nivel de confort.

Tabla 24

Clases de tráfico con su respectiva densidad y revisión de los niveles de confort para el caso de estudio

Clase de tráfico	Densidad peatonal d (per/m ²)	Descripción	Ocurrencia esperada	Nivel de confort	Nivel de aceleración vertical (m/s ²)	Nivel de aceleración lateral/horizontal (m/s ²)
TC 3	0,5	Tráfico denso: Caminando sin restricciones, puede inhibirse el rebasar peatones	Eventuales/ Transitorias	CL 2 (Promedio)	0,5 - 1	0,15 - 0,3
TC 2	0,2	Tráfico débil: Caminando cómodo y libre	Diario	CL 1 (Máximo)	<0,5	<0,1

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Siguiendo las normas se establece un amortiguamiento estructural

Tabla 25

Evaluación del amortiguamiento para la estructura de acero

Tipo de construcción	Fracción de amortiguamiento crítico estructural (ξ)		
	Mínimo	Medio	Máximo
Concreto reforzado	0.8%	1.3%	2%
Acero	0.2%	0.4%	-

Fuente. (Hivoss, 2007).

Para cada caso de diseño se debe evaluar la aceleración máxima. La Ecuación sigue los lineamientos de la norma HIVOSS.

$$p(t) = P \cos(2\pi f_s t) n' \Psi \quad (17)$$

Donde:

- P es la componente de la fuerza debida a un solo peatón con una frecuencia de paso a pie f_s ,
- f_s es la frecuencia de paso, que se supone igual a la frecuencia natural del puente peatonal en consideración,
- n' es el número equivalente de peatones en la superficie cargada S,
- S es el área de la superficie cargada,
- Ψ es el coeficiente de reducción teniendo en cuenta la probabilidad de que la frecuencia de las pisadas se acerque al rango crítico de frecuencias naturales consideradas. (Hivoss, 2007)

Parámetros para el modelo de carga de TC1 a TC5 (Hivoss, 2007)

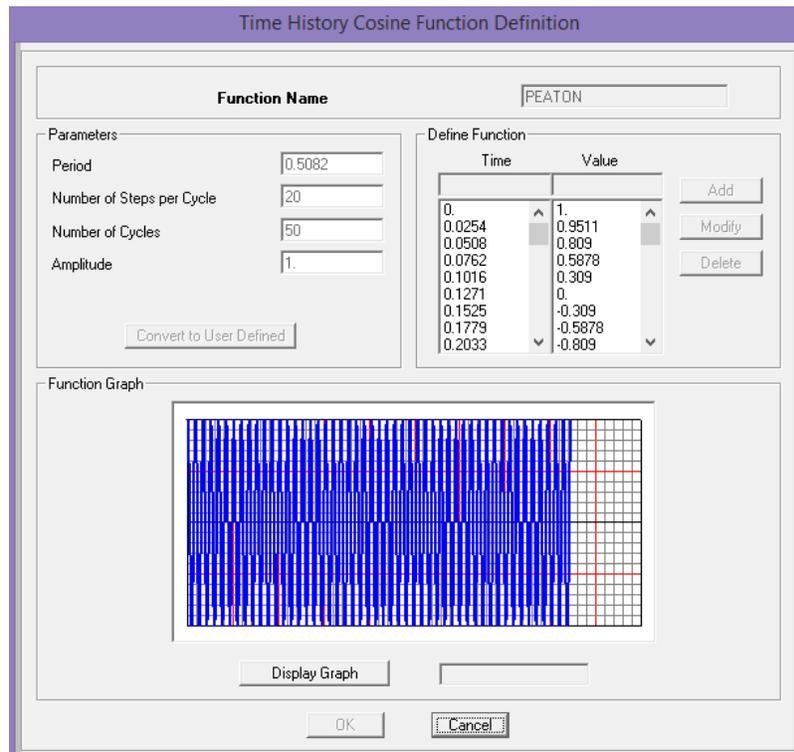
Tabla 26

Parámetros para el modelo de carga de TC1 a TC5

P [N]		
Vertical 280	Longitudinal 140	Lateral 35
Coeficiente de reducción ψ		
Vertical y longitudinal		Lateral
Número equivalente n' de peatones en la superficie cargada S para el modelo de carga de:		
TC1 a TC3	(densidad $d < 1,0$ P/m ²):	$n' = \frac{10,8\sqrt{\xi_{xn}}}{s} \left[\frac{1}{m^2} \right]$
TC4 y TC5	(densidad $d \geq 1,0$ P/m ²):	$n' = \frac{10,85\sqrt{n}}{s} \left[\frac{1}{m^2} \right]$

Fuente. (Hivoss, 2007).

Se realizó una revisión del criterio de interacción entre el puente y los peatones en términos de aceleración lateral máxima (a_{max}), asegurándose de que a_{max} sea menor que la aceleración límite establecida para el nivel de confort. Para llevar a cabo esta revisión y verificar si el puente cumple con los niveles de confort establecidos se utilizó el programa SAP2000® v14.00. (Flores Ponce, 2022)

Figura 25*Introducción de carga armónica*

Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 26*Aplicación del modelo de carga peatonal*

Load Case Name: PEAT DIN

Notes: Modify/Show...

Load Case Type: Time History Design...

Stiffness to Use:

- Zero Initial Conditions - Unstressed State
- Stiffness at End of Nonlinear Case

 Important Note: Loads from the Nonlinear Case are NOT included in the current case

Modal Load Case: Use Modes from Case: MODAL

Loads Applied:

Load Type	Load Name	Function	Scale Factor
Load Pattern	PEATONAL	PEATON	1.76

Buttons: Add, Modify, Delete

Show Advanced Load Parameters

Time Step Data:

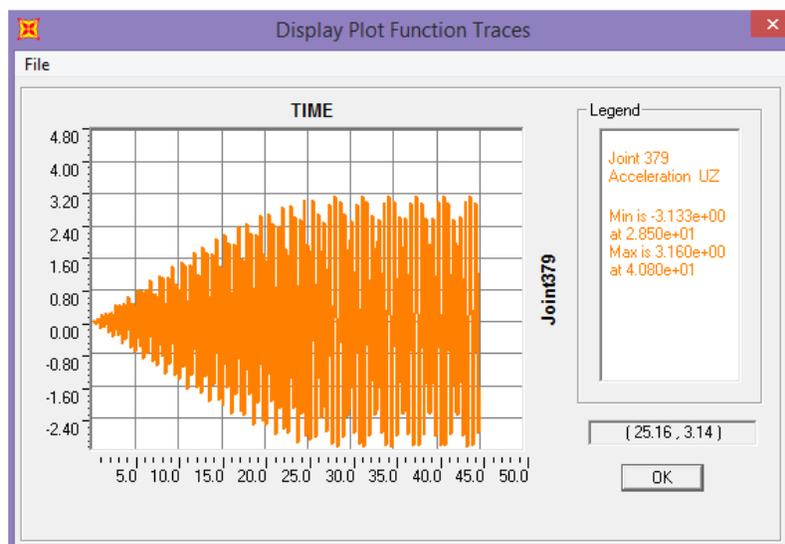
- Number of Output Time Steps: 300
- Output Time Step Size: 0.15

Other Parameters:

- Damping: Proportional Damping
- Time Integration: Hilber-Hughes-Taylor

Buttons: OK, Cancel

Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Figura 27*Acercaciones obtenidas*

Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

4 Resultados

Respuesta Dinámica de Aceleración Máxima del Puente Peatonal en Condición Actual

Para cada caso de tráfico y cada nivel de confort se obtiene un resultado de las aceleraciones máximas.

En el programa SAP2000® se realizó la revisión dinámica humano-estructura.

Tabla 27

Aceleraciones límites permitidas según la clase de tráfico

	d	n	n'	$P \cdot n' \cdot \text{Fac red}$
TC1	0,16	15	0,0627	1,76
TC2	0,2	18,865	0,0703	1,97
TC3	0,5	47,1625	0,1112	3,11
TC4	1	94,325	0,1905	5,33
TC5	1,5	141,4875	0,2333	6,53

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Donde:

P	Es el peso promedio de una persona,
n	Numero de peatones sobre la pasarela peatonal,
n'	Numero de peatones efectivos,
Fac red	Es el coeficiente de reducción de frecuencias naturales consideradas.

Tabla 28

Determinación del nivel de confort con relación a las aceleraciones verticales límite

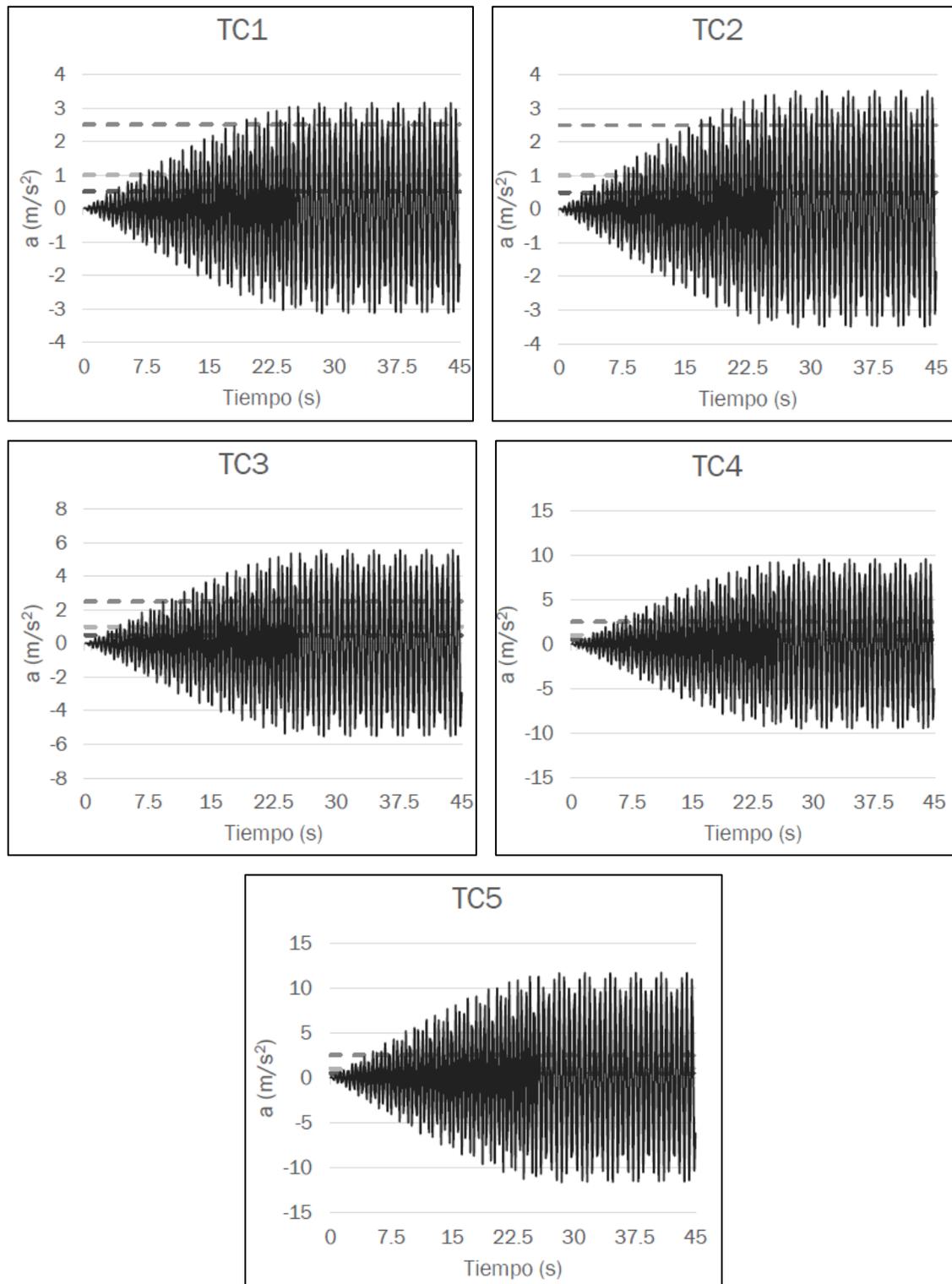
Nivel de confort	Grado de confort	Nivel de aceleración vertical (m/s ²)
CL1	Máximo	<0,5
CL2	Promedio	0,5 - 1
CL3	Mínimo	1 - 1,25
CL4	Incomodo	>2,5

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Una vez determinadas tanto las frecuencias como los periodos aliados a cada tipo de tráfico, se obtienen los desplazamientos en los puntos más críticos de la estructura, para de esta manera calcular la aceleración una vez ocurra el fenómeno de resonancia sobre la estructura peatonal. De esta manera se organiza la información y se muestra en la *Figura 28* y la *Figura 29*, para cada clase de tráfico y su nivel de confort.

Figura 28

Resultados de aceleraciones máximas para las distintas clases de tráfico y niveles de confort



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

Respuesta Dinámica de Aceleración Para Puesto Peatonal con Tirantes Activos

Se realiza la evaluación de las aceleraciones del modelo para el caso propuesto con tirantes activos, siendo el caso considerado como alternativa de solución.

Tabla 29

Determinación del nivel de confort con relación a las aceleraciones verticales límite

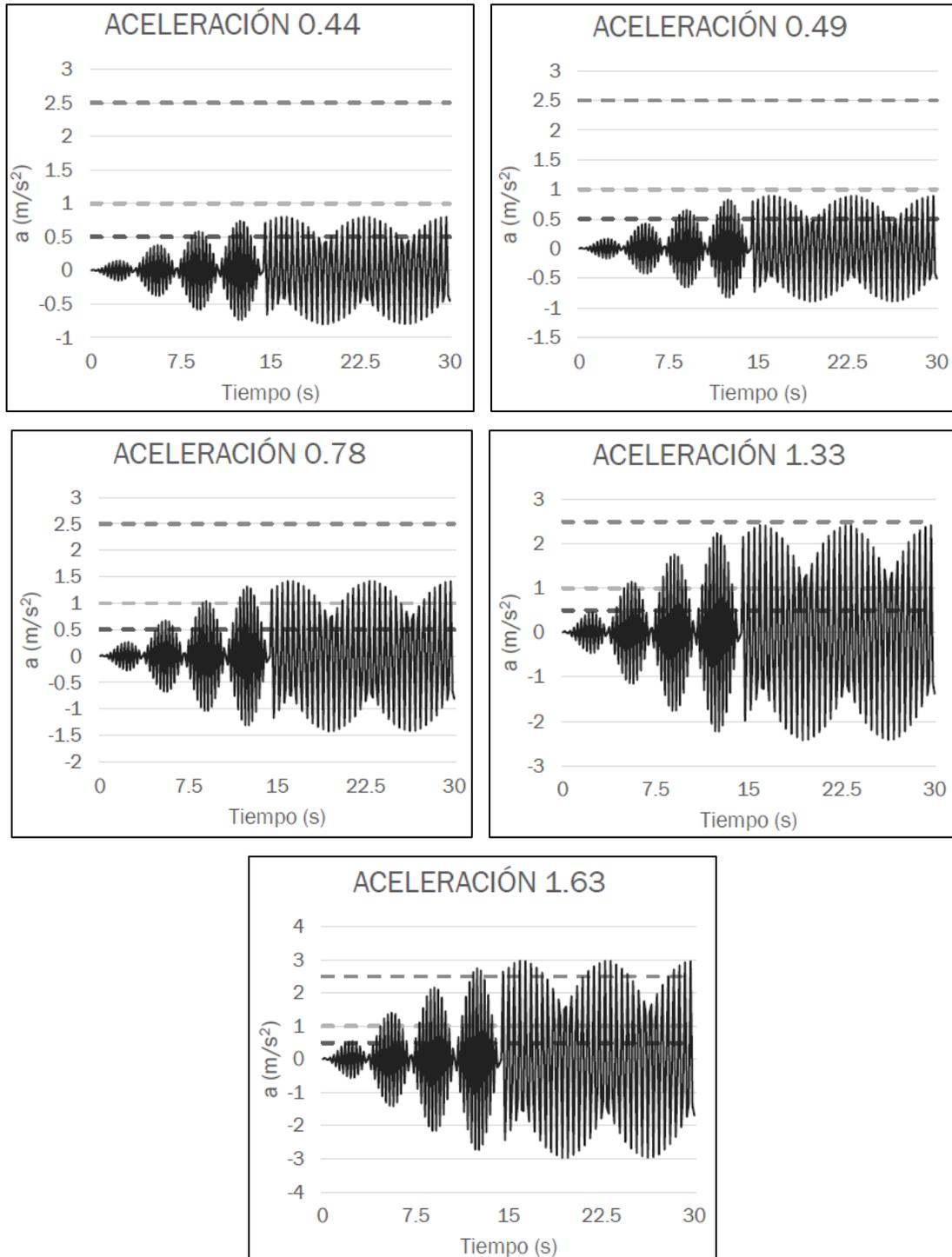
Nivel de confort	Grado de confort	Nivel de aceleración vertical (m/s ²)
CL1	Máximo	<0,5
CL2	Promedio	0,5 - 1
CL3	Mínimo	1 - 1,25
CL4	Incomodo	>2,5

Fuente. (Flores Ponce, 2022).

Del mismo modo se obtienen los niveles máximos de aceleración para cada tipo de tráfico, obteniendo los siguientes resultados.

Figura 29

Resultados de aceleraciones máximas para puente peatonal con tirantes activos, para las distintas clases de tráfico y niveles de confort



Nota. Fuente (Flores Ponce, 2022).

5 Análisis

Control de la Respuesta de Vibración

El control de las vibraciones en una pasarela implica realizar modificaciones que pueden incluir cambios en la masa, la frecuencia o el amortiguamiento de la estructura. En el caso de una estructura ya construida, el enfoque más sencillo consiste en aumentar el amortiguamiento estructural, lo cual se puede lograr mediante la incorporación de dispositivos de control o actuando en elementos no estructurales como el pasamanos y la superficie. (Hivoss, 2007)

Se propone unos cambios en las condiciones que provocan la resonancia que pueden mitigar la transmisión de cargas a la subestructura.

Modificación de la Frecuencia

Tradicionalmente, se ha modificado la rigidez estructural para elevar la frecuencia fuera del rango crítico tanto para la vibración vertical como lateral. La frecuencia está relacionada con la raíz cuadrada de la relación entre rigidez y masa, por lo que generalmente se requieren cambios significativos en la estructura para aumentar suficientemente la frecuencia. Sin embargo, en el diseño de puentes modernos, donde se busca construir estructuras ligeras y elegantes, estos cambios suelen ser poco prácticos una vez que la construcción está terminada.

Si un puente peatonal tiene una rigidez vertical superior a 8 kn/mm^2 no presentara riesgo de vibración vertical. Sin embargo, aumentar la rigidez de un puente puede resultar económicamente inviable, por ejemplo, mediante la instalación de pasamanos, la adición de cables o el cambio de sección de los elementos estructurales, entre otros. En teoría, para duplicar la frecuencia natural de una estructura, su rigidez debería incrementarse en un factor de cuatro sin aumentar la masa al mismo tiempo. Sin embargo, si la masa aumenta, la rigidez debe incrementarse aún más. Además, aumentar la rigidez modifica la estructura al punto de afectar la estética.

Se pueden aplicar diversas estrategias para modificar la frecuencia estructural. Por ejemplo, se puede reemplazar una losa de tablero de hormigón armado formada por paneles discontinuos por una losa continua, o incluir los pasamanos como un elemento estructural que

contribuya a la rigidez total del tablero. Implementar un cable estabilizador, aunque mas complejo puede ser una forma de estabilizar verticalmente la estructura, y asi impedir las vibraciones en este sentido. (Flores Ponce, 2022).

En el caso de las vibraciones laterales, se pueden considerar medidas como aumentar el ancho de la plataforma en las estructuras de cables. En puentes atirantados, se puede lograr un mejor comportamiento tensional anclando los cables en el plano central del puente, o anclándolos en pilares independientes y paralelos, en lugar de en un único pilar en forma de A. (Hivoss, 2007)

Además, se pueden tomar medidas como aumentar el canto de las vigas cajón de acero, aumentar el espesor de la losa inferior en las vigas mixtas, o aumentar el canto de las vigas en celosía. Estas son algunas de las alternativas que se pueden considerar para controlar y mejorar la respuesta vibratoria de una pasarela.

Modificación del Amortiguamiento Estructural

Otra medida para abordar los problemas de vibración en puentes peatonales es aumentar el amortiguamiento de la estructura. Existen diversos mecanismos que contribuyen al amortiguamiento de una estructura. Para pequeñas amplitudes de vibración, el amortiguamiento está principalmente relacionado con las propiedades viscoelásticas del material. A medida que las amplitudes aumentan, la fricción en las conexiones y soportes también contribuye al amortiguamiento. Además, los elementos no estructurales, como los pavimentos y las barandas, pueden tener un efecto en la amortiguación general.

Para aumentar el amortiguamiento, se pueden considerar modificaciones en la estructura, las conexiones, los soportes y los elementos no estructurales. Sin embargo, a menudo surgen dificultades prácticas significativas que hacen que esta opción sea menos viable. En cambio, una solución más efectiva y rentable es la instalación de un sistema de amortiguación.

El uso de dispositivos externos de amortiguación para absorber vibraciones estructurales excesivas puede ser una solución eficaz en términos de confiabilidad y costos. Estos dispositivos pueden basarse en técnicas de control activo, semiactivo o pasivo. Por lo general, los dispositivos pasivos son los más comunes debido a consideraciones de costo, requisitos de mantenimiento y experiencia práctica. Estos dispositivos incluyen amortiguadores viscosos, amortiguadores de

masa sintonizados (Tuned Mass Dampers, TMD), amortiguadores de péndulo, amortiguadores de columna de líquido sintonizados (Tuned Liquid Column Dampers, TLCD) o amortiguadores de líquido sintonizados (Tuned Liquid Dampers, TLD). Los amortiguadores viscosos y los TMD son los más populares. (Hivoss, 2007)

Los sistemas de amortiguación disipan parte de la energía transmitida por el puente. Los TMD, que se pueden ajustar a frecuencias específicas para amortiguar un modo de vibración, son una opción común. Otra alternativa son los TLD, que son relativamente económicos y fáciles de instalar. También se pueden incorporar amortiguadores viscoelásticos para abarcar un rango más amplio de frecuencias y movimientos.

Medidas Simples

Los pasamanos o barandales suelen considerarse elementos no estructurales cuya geometría y características se determinan principalmente por consideraciones arquitectónicas.

Sin embargo, se ha observado que estos elementos pueden tener un efecto en el endurecimiento y la amortiguación de la pasarela, especialmente en estructuras delgadas. Por ejemplo, el uso de vallas de malla de alambre ha demostrado aumentar significativamente la capacidad de amortiguación de los puentes peatonales, debido a la fricción generada entre los cables durante las vibraciones. No obstante, no es posible determinar con precisión el incremento en la amortiguación, ya que esto depende en gran medida de la amplitud de las vibraciones.

Los cojinetes y pavimentos contribuyen a la amortiguación en los puentes peatonales. Sin embargo, es importante tener en cuenta que las propiedades de los elastómeros se deterioran con el tiempo y será necesario realizar un mantenimiento regular. (Flores Ponce, 2022)

Otra medida sencilla que puede aumentar la amortiguación general es optar por uniones atornilladas en lugar de soldadas, ya que esto genera fricción en la transferencia de carga entre los elementos estructurales.

Dispositivos de Control

En la actualidad, hay una amplia variedad de sistemas disponibles para mitigar las vibraciones en estructuras causadas por diferentes tipos de excitación dinámica, como terremotos, viento, impactos y fuerzas generadas por los usuarios de las estructuras, entre otros. Para determinar el sistema más adecuado y económico que pueda reducir eficientemente las respuestas dinámicas de las estructuras, se debe considerar el tipo de excitación dinámica y la dirección de las vibraciones.

Los sistemas de aislamiento suelen aplicarse principalmente en situaciones sísmicas, mientras que los sistemas de control de vibraciones se utilizan para controlar las vibraciones generadas por diversas fuentes de excitación dinámica. El control de vibraciones mediante sistemas analíticos puede darse de manera pasiva o activa.

6 Conclusiones

Se presentan las conclusiones basadas en el análisis exhaustivo de los resultados obtenidos previamente. Se proporcionan las observaciones más relevantes y pertinentes.

La implementación de puentes peatonales siguiendo un nuevo enfoque, que los coloca solo donde son necesarios y que cumple con las demandas arquitectónicas modernas, caracterizadas por geometrías complejas y el uso de diversos materiales, plantea desafíos adicionales en el diseño estructural. Por lo tanto, garantizar la seguridad a través de un diseño adecuado para las cargas y las condiciones de servicio es de vital importancia. La adopción de normativas colombianas es fundamental para lograr este objetivo.

Es imprescindible contar con regulaciones para el diseño, revisión y construcción de puentes peatonales en Colombia. Sin la existencia de un reglamento que establezca estas medidas como obligatorias tanto para la construcción de nuevos puentes peatonales como para la remodelación de los existentes, las acciones tomadas seguirán siendo insuficientes en comparación con la amplia cantidad de puentes existentes, muchos de los cuales presentan problemas estructurales graves.

Se ha confirmado que los puentes peatonales son más propensos a experimentar vibraciones resonantes causadas por el movimiento de los peatones cuando las frecuencias estructurales se encuentran en el rango de 1.25 a 2.3 Hz para el primer armónico y de 2.5 a 4.6 Hz para el segundo armónico en los modos de vibración vertical y longitudinal. Para los modos de vibración lateral, las frecuencias estructurales relevantes están entre 0.5 y 1.2 Hz. En el caso específico del puente estudiado, la frecuencia de vibración vertical es de 1.455 Hz y la frecuencia de vibración lateral es de 0.279 Hz. Por lo tanto, se recomienda que el diseño de los puentes peatonales evite tener frecuencias estructurales cercanas a estos rangos, lo cual puede ser verificado mediante modelos analíticos.

Es necesario analizar la respuesta dinámica del puente peatonal y asegurarse de que cumpla con los estándares de confort establecidos en las normas internacionales. La norma HIVOSS-SYNPEX, utilizada como método de diseño y evaluación, se considera eficaz y práctica para evaluar las condiciones de servicio de los puentes peatonales.

La solución propuesta para el problema de vibraciones resonantes y aceleraciones que no dan confort en la estructura, mediante reforzamiento de cables también requiere nuevos cimientos y estructura de anclaje, para así garantizar el funcionamiento de los cables.

Al evaluar las condiciones de servicio para la opción de rehabilitación que involucra la activación de los tirantes del puente peatonal, se observa que se cumple con el nivel de confort establecido para las aceleraciones límite en la mayoría de los casos. Sin embargo, se identifica que el último caso, correspondiente a una situación de tráfico extraordinaria TC5 (ocurrencia poco frecuente), no cumple con los criterios de confort. Para abordar esta situación, se sugiere la implementación de un dispositivo de control de masas sintonizadas como solución.

Cuando un puente peatonal presente problemas de vibraciones causadas por la presencia de personas, se sugiere llevar a cabo investigaciones sobre vibración ambiental y vibración forzada. Estos estudios tienen como objetivo obtener de manera precisa las propiedades y respuestas dinámicas de la estructura del puente.

Referencias

- Agustín Aramayo, I. O., & Martel, M. I. E. (2019). Vibración Lateral Sincronizada En Puentes Peatonales. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53(9), 1689–1699.
- Anderson Sánchez, J., Gómez, D., & Thomson, P. (2013). Análisis De La Interacción Humano-Estructura En Puentes Peatonales De Santiago De Cali Analysis of Human-Structure Interaction in Footbridges in Santiago De Cali. *Redalyc.Org*, 80, 86–94. <https://www.redalyc.org/pdf/496/49625661011.pdf>
- ASTM C 470. (2003). Standard Specification for Molds for Forming Concrete Test Cylinders Vertically 1. *ASTM International*, 08(September 2002), 1–5. <https://doi.org/10.1520/C0470>
- Avossa, A. M., Demartino, C., & Ricciardelli, F. (2017). DESIGN PROCEDURES FOR FOOTBRIDGES SUBJECTED TO WALKING LOADS: COMPARISON AND REMARKS. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 12(2), 94+. <https://link.gale.com/apps/doc/A677901004/AONE?u=anon~2c6411c3&sid=googleScholar&xid=a581794a>
- Bachmann, H., Ammann, W. J., Eisenmann, J., Floegl, I., Hirsch, G. H., Klein, G. K., Lande, G. J., Mahrenholtz, O., Natke, H. G., Nussbaumer, H., Rainer, J. H., & Verlag, B. (1995). Vibration problems in structures: practical guidelines. *Choice Reviews Online*, 33(02), 33-0957-33–0957. <https://doi.org/10.5860/choice.33-0957>
- Caetano, E., Cunha, Á., Moutinho, C., & Magalhães, F. (2010). Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: Implementation of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 32(4), 1082–1091. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.12.033>
- Cala Monroy, J. J., & Villar Galindo, K. A. (2017). Predicción del comportamiento de puentes peatonales debido a la actividad humana usando modelos de computador. *Inge Cuc*, 13(2), 42–52. <https://doi.org/10.17981/ingecuc.13.2.2017.05>
- CCP-14, Norma Colombiana de Diseño de Puentes, (2014).
- Dallard, B. P., Fitzpatrick, T., Flint, A., Low, A., Smith, R. R., Willford, M., & Roche, M. (2001). Lateral Vibration. *Manager*, 1(December), 412–417.
- Eid, H. F., Mansour, R. F., & Cuevas, E. (2022). A modified variant of coyote optimization algorithm for solving ordinary differential equations and oscillatory mechanical problems. *Simulation*, 98(12), 1161–1178. <https://doi.org/10.1177/00375497221101058>
- Flores Ponce, A. (2022). *Revisión de las condiciones de servicio de un puente peatonal*. 1–181.
- Fujino, Y., Benito M, P., Nakamura, S., & Pennung, W. (1993). *Synchronization of human walking*

- observed during lateral vibration of a congested pedestrian bridge. 22(December 1992), 741–758.
- Google. (s.f.). [Puente Peatonal Instituto Tecnológico Superior de los Reyes, Michoacán]. Recuperado el 4 de julio de 2023 de <https://bit.ly/3rdSOGQ>
- Hauksson, F. (2005). Dynamic behaviour of footbridges subjected to pedestrian-induced vibrations. *Master's Thesis*, 118. <http://www.byggmek.lth.se/fileadmin/byggnadsmekanik/education/masterprojects/descriptions/xp5133.pdf>
- Hernández Barrios, H., Huergo Ríos, I. F., & Arce León, C. (2021). Propiedades Dinámicas Y Condiciones De Servicio De Puentes Peatonales En México. *Revista de Ingeniería Sísmica*, 135(106), 112–135. <https://doi.org/10.18867/ris.106.535>
- Hivoss. (2007). Design of Footbridges : Guideline. *Research Fund for Coal & Steel*, 1–33.
- Huergo Ríos, I. F. (2016). "Control De Vibraciones Verticales En Puentes Peatonales Mediante Amortiguadores De Masa Sintonizados". *October 2016*, 35–328. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15465.39526>
- ISO, I (2007), Bases for Design of Structures: serviceability of buildings and walkways against vibrations, Geneva: International Organization for Standardization.
- Ma, Z., Choi, J., Yang, L., & Sohn, H. (2023). Structural displacement estimation using accelerometer and FMCW millimeter wave radar. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 182(July 2022), 109582. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2022.109582>
- Nakamura, S. (2004). Model for Lateral Excitation of Footbridges by Synchronous Walking. *Journal of Structural Engineering*, 130(1), 32–37. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2004\)130:1\(32\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2004)130:1(32))
- Newland, D. E. (2004). Pedestrian excitation of bridges. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 218(5), 477–492. <https://doi.org/10.1243/095440604323052274>
- NTC, N. T. (2017). *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal*. Ciudad de México: Gaceta Oficial de la Ciudad de México.
- Peña Peña, A. N. (2010). AVALIAÇÃO DE VIBRAÇÕES EM PASSARELAS DE PEDESTRES NA DIREÇÃO LATERAL CONSIDERANDO MODELOS BIODINAMICOS DE PESSOAS CAMINHANDO. 4–6.
- Pipinato, A. (2021). Footbridges. *Innovative Bridge Design Handbook: Construction, Rehabilitation and Maintenance*, 79(22), 621–634. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-823550-8.00013-5>

-
- Research Fund for Coal and Steel (2008), Human induced vibrations of steel structures: Design of footbridges.
- ROSE, J., GAMBLE, J. G. (2006). Human Walking. Lippincott Williams & Wilkins, Philadelphia, USA.
- Schlaich, M., Brownlie, K., Sobrino, J., Conzett, J., Strasky, J., & Takenouchi, K. (2005). Guidelines for the design of footbridges. In *IALA Guideline* (Issue December). <http://trid.trb.org/view.aspx?id=873476>
- Setra. (2006). *Guide méthodologique passerelles piétonnes (Technical guide Footbridges: of footbridges under pedestrian loading)*. october.
- Tejada, A. de M. (2011). *Anlisis Dinámico de las Estructuras en el Dominio de la Frecuencia*. 89. http://oa.upm.es/9546/1/Alejandro_de_Miguel_Tejada.pdf
- Wheeler, J (1982). *Prediction and control of pedestrian-induced vibration in footbridges*, Journal of the Structural Division, ASCE, 108(9), 2045-2065. <https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0006041ISSN>
- WHITING, W. C. (2017). Dynamic Human Anatomy 2nd Edition. Human Kinetics.
- WHITTLE, M. W. (2014). Gait analysis: an introduction. Butterworth-Heinemann.
- Živanovic, S. (2015). Modelling human actions on lightweight structures : experimental and. *EVACES'15, 6th International Conference on Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering*, 24, 13.