

ESQUEMA DE OPTIMIZACIÓN/SIMULACIÓN PARA LA  
EVALUACIÓN MULTIOBJETIVO DE SISTEMAS DE  
EMERGENCIA

CAROLINA CASTAÑEDA PÉREZ



1 8 0 3

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
MEDELLÍN  
2016

CAROLINA CASTAÑEDA PÉREZ

ESQUEMA DE OPTIMIZACIÓN/SIMULACIÓN PARA  
LA EVALUACIÓN MULTI OBJETIVO DE SISTEMAS  
DE EMERGENCIA

Asesor: Juan Guillermo Villegas Ramírez, Ph.D.

Asesor: Pablo Andrés Maya Duque, Ph.D.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA  
MEDELLÍN  
2016



## RESUMEN

---

En este trabajo se construye un esquema de optimización/simulación para la solución de problemas de localización de ambulancias en sistemas de emergencia, desde la perspectiva multiobjetivo y considerando aspectos probabilísticos propios de estos sistemas. El esquema está compuesto por un mecanismo de búsqueda que utiliza un modelo de simulación incorporado como evaluador de las soluciones halladas. Los objetivos considerados son: la maximización de la cobertura, la minimización del tiempo promedio de atención y la minimización del número de bases necesarias para la atención. Cada solución encontrada por el mecanismo de búsqueda es evaluada por un modelo de simulación discreta que representa el funcionamiento de sistemas de emergencia, cuyas medidas de desempeño son los valores de las funciones objetivo. Los resultados hallados con este esquema apoyan la toma de decisiones referente a la configuración de sistemas de emergencia compuesta por el despliegue de la flota de ambulancias y la ubicación de las bases de operación, evaluando la compensación dada entre los objetivos considerados.

*It was the best of times, it was the worst of times,  
it was the age of wisdom, it was the age of foolishness,  
it was the epoch of belief, it was the epoch of incredulity,  
it was the season of Light, it was the season of Darkness,  
it was the spring of hope, it was the winter of despair,  
we had everything before us, we had nothing before us,  
we were all going direct to Heaven,  
we were all going direct the other way—in short,  
the period was so far like the present period,  
that some of its noisiest authorities insisted on its being received,  
for good or for evil, in the superlative degree of comparison only.*

— Charles Dickens (A Tale of Two Cities, 1859)

## AGRADECIMIENTOS

---

Este documento representa la finalización de un proceso ambivalente, del que me han quedado numerosas experiencias y aprendizajes.

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a las personas que estuvieron involucradas en esta etapa de mi vida. Todas, a su manera, dejaron enseñanzas valiosas tanto en lo personal como en lo profesional.

Agradezco a mis padres su apoyo incondicional y su comprensión, sus sacrificios y su amor durante toda mi vida.

A Juan David y a Valentina. Gracias por escucharme y aguantarme. Por hacerme sentir acompañada y querida. Ustedes han hecho más alegre mi vida.

A Juan G. por sus enseñanzas, su paciencia y su tiempo. Por compartir conmigo sus ideas y su experiencia. Por confiar en mí.

A Eric y a Sebastián por tener siempre palabras de apoyo para mí, por abrirme las puertas de sus casas y permitirme compartir con sus familias, que son personas tan especiales.

A Carlos Mario, porque su amistad me recuerda que hay otros temas que me apasionan y me equilibran. A David y a Mabel les agradezco su compañía y su interés.

A los Profesores Juan Guillermo Villegas Ramírez y Pablo Andrés Maya Duque les agradezco su asesoría y acompañamiento en este trabajo, no sólo en la parte académica sino en la administrativa. También quiero agradecerle al Profesor Yony Fernando Ceballos su tiempo y sus indicaciones en algunos aspectos del trabajo.

A todos, gracias por no dejarme claudicar.



## CONTENIDO

---

1	INTRODUCCIÓN	1
2	MARCO TEÓRICO	3
3	ESQUEMA DE OPTIMIZACIÓN/SIMULACIÓN	11
3.1	Representación de la solución	11
3.2	Modelación	12
3.3	Modelo de Simulación	14
3.4	Mecanismo de búsqueda	17
4	EJEMPLO ILUSTRATIVO	23
4.1	Instancias de prueba	23
4.2	Parametrización del modelo de simulación y de la estrategia evolutiva	24
4.3	Descripción de los escenarios planteados, resultados y discusión	24
5	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	31
	BIBLIOGRAFÍA	33

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1	Esquema de Optimización/Simulación	11
Figura 2	Representación de la solución	12
Figura 3	Arquitectura del modelo de localización de ambulancias	13
Figura 4	Operadores de mutación	18
Figura 5	Media de tandas para la instancia 0	25
Figura 6	Media de tandas para la instancia 1	26
Figura 7	Resultados para la instancia 0	28
Figura 8	Resultados para la instancia 1	29
Figura 9	Resultados para la instancia 1	30

## LISTA DE TABLAS

---

Tabla 1	Enfoques de modelación aplicados a los sistemas de emergencia	4
Tabla 2	Categorización de la literatura según los enfoques de modelación	6
Tabla 3	Categorización de la literatura según los objetivos y las decisiones tomadas	7
Tabla 4	Clases para modelar un sistema de emergencias	13
Tabla 5	Eventos del modelo de simulación	14
Tabla 6	Cantidad de ambulancias por turno para cada instancia	24

## LISTA DE ALGORITMOS

---

Algoritmo 1	Modelo de simulación	16
Algoritmo 2	PAES-Multiobjetivo	19



## INTRODUCCIÓN

---

Los sistemas de emergencia son generalmente servicios públicos que actúan como primeros respondientes ante incidentes que requieren atención médica inmediata en una comunidad. Han sido concebidos para prestar un servicio oportuno y eficiente dado su impacto directo sobre la integridad y la seguridad de las personas atendidas. Los incidentes que son atendidos por este tipo de sistemas se clasifican como emergencias que se definen como eventos rutinarios de bajo impacto (Rotanz, 2007), es decir, tienen corta duración, los recursos utilizados para su atención pertenecen a un ente regulador local que funciona permanentemente con una estructura predefinida, son estabilizados en corto tiempo, ocurren con una alta frecuencia y en general son asociados con eventos como los accidentes de tránsito (Hoetmer, 1991; Lagadec, 1993; Quarantelli, 1981).

El proceso de atención de un sistema de emergencias funciona de la siguiente manera: inicialmente, se recibe la llamada de emergencia en una central de despacho, posteriormente se direcciona según el tipo de evento a la agencia que opera los recursos necesarios para atenderlo; una vez los recursos están dispuestos, el servicio se divide en dos etapas, la primera es el servicio médico que se le presta al paciente en el sitio de la emergencia y la segunda, en caso de ser necesario, es la atención en el hospital adecuado para la severidad del incidente; finalmente los recursos usados se liberan para esperar ser empleados en la atención de un nuevo incidente (Schmid, 2012).

Al tener en cuenta la descripción anterior, pueden identificarse algunas características probabilísticas que deben ser consideradas en el análisis de un sistema de emergencias, como: (i) el tiempo que transcurre entre las llamadas que llegan a la central de despacho, que representan la demanda que debe cubrir el sistema; (ii) el tiempo de atención al paciente en el sitio, que depende del tipo de incidente y de su severidad; (iii) los tiempos de desplazamiento de los recursos, tanto al lugar donde ocurre el incidente reportado como al hospital en caso de ser necesario el traslado del paciente y la relocalización de los recursos para que estén disponibles en el siguiente servicio. Estos aspectos influyen en el nivel de servicio que puede ofrecer el sistema.

Otros aspectos que influyen en el desempeño del sistema son la dispersión geográfica de la demanda que deben atender y la limitación de los recursos necesarios para prestar el servicio. En este sentido, los sistemas de emergencias deben tomar decisiones sobre la cantidad de recursos que deben usar y su ubicación de manera que la calidad del servicio sea la mejor posible.

Adicionalmente, existen objetivos de interés para los sistemas de emergencias que deben responder al impacto esperado en la comunidad. Es por esto que, comúnmente se busca configurar el sistema de manera que se pueda atender la mayor cantidad de población, que

el tiempo de respuesta a los incidentes sea el menor posible o que se racionalice el uso de los recursos, entre otros. Sin embargo, como se mostrará más adelante, estos objetivos han sido tradicionalmente tratados por separado y en pocas ocasiones se han integrado con los aspectos probabilísticos que se han identificado en este tipo de sistemas; por lo tanto la contribución de este trabajo es abordar este vacío a través de un esquema de Optimización/Simulación.

En este trabajo se aborda el diseño del esquema de Optimización/Simulación multiobjetivo que está compuesto por una metaheurística a través de la cual se buscan diferentes configuraciones del sistema, éstas son evaluadas por un modelo de simulación de eventos discretos. Se tienen en cuenta tres objetivos: la maximización de la cobertura, la minimización del tiempo de atención y la minimización de las bases de operación de las ambulancias, que representan el recurso que tiene el sistema para atender la demanda. Los aspectos probabilísticos considerados incluyen el tiempo de atención, el tiempo que transcurre entre la ocurrencia de los incidentes y el tiempo de viaje entre la base de operación de la ambulancia y el lugar del incidente.

Este documento tiene la siguiente estructura: en el segundo capítulo se presenta el marco teórico y la revisión de la literatura utilizados como soporte de este trabajo. En el tercer capítulo se describe el esquema de Optimización/Simulación diseñado. En el cuarto capítulo se muestra un ejemplo ilustrativo, se presentan y discuten los resultados encontrados. Finalmente, se presentan las conclusiones y las recomendaciones de trabajo futuro en el tema.

## MARCO TEÓRICO

---

Los sistemas encargados de atender las emergencias han sido objeto de estudio de la Investigación de Operaciones desde varios enfoques de modelación.

Por un lado se encuentran los modelos probabilísticos, donde se plantea que los servicios de emergencia pueden ser modelados desde la teoría de colas como un sistema en el que los servidores (ambulancias) son seleccionados de manera aleatoria y sin reemplazo hasta que se encuentra alguno disponible para prestar el servicio, considerando que la demanda está espacialmente distribuida (modelos hipercubo). De otro lado se encuentra la programación matemática que ha sido ampliamente usada para modelar este tipo de sistemas, iniciando con el uso de modelos de cobertura de conjuntos y continuando con múltiples extensiones de éstos, donde se incluyen características como la ocupación (tanto del sistema como de los servidores) y la incertidumbre existente en algunas de las partes que componen un sistema de emergencias como los tiempos de viaje, la distribución de la demanda y los tiempos de servicio.

Otro enfoque de modelación utilizado para abordar los sistemas de emergencia es la simulación, mediante la construcción de modelos que tratan de emular el comportamiento real de los sistemas, evaluando su desempeño según una configuración determinada de éstos. Estos modelos también se han usado como mecanismo de validación de modelos de optimización y como método de solución por medio de la optimización/simulación, en la cual la simulación se usa para hallar los parámetros que tienen incertidumbre y evaluar el desempeño del sistema modelado para luego seguir explorando el espacio de solución por medio de la optimización.

Adicionalmente, los modelos utilizados en su mayoría buscan satisfacer un solo objetivo, sin embargo en algunos trabajos se han formulado también modelos multi-objetivo que plantean la interacción de dos o más objetivos que en principio están en conflicto, por lo que surge una especie de compensación entre ellos, donde la mejora de alguno representa el empeoramiento de otro. Los casos de múltiples objetivos son menos frecuentes que los mono-objetivo. En el caso de los modelos mono-objetivo algunos de los objetivos que más se han trabajado son la maximización de la cobertura, la maximización del nivel de servicio, la minimización de los costos o la minimización del tiempo de atención.

En la Tabla 1 se presenta un compendio de algunos artículos que profundizan en la descripción de cada enfoque de modelación mencionado anteriormente. Algunos de ellos son revisiones de la literatura que muestran a los sistemas de emergencia como un tema recurrente desde el origen de la Investigación de Operaciones, tal como había sido reportado por Brandeau y Chiu (1989).

Tabla 1: Enfoques de modelación aplicados a los sistemas de emergencia

Publicaciones	Enfoques de modelación				
	Modelos probabilísticos	Programación matemática	Programación multiobjetivo	Simulación	Optimización/Simulación
Toregas, Swain, y ReVelle (1971)		✓			
Church y ReVelle (1974)		✓			
Larson (1974)	✓				
Larson (1975)	✓				
Daskin (1983)		✓			
ReVelle y Hogan (1989)		✓			
Azadivar (1992)					✓
Marianov y ReVelle (1996)		✓			
Fu (2002)					✓
Brotcorne, Laporte, y Semet (2003)		✓			
Goldberg (2004)		✓	✓		
Laporte et al. (2009)	✓	✓			
Simpson y Hancock (2009)		✓			
Erkut et al. (2009)	✓	✓			
Farahani, SteadieSeifi, y Asgari (2010)			✓		
Sorensen y Church (2010)		✓			
Li et al. (2011)	✓	✓			
Ingolfsson (2013)		✓		✓	✓
Mason (2013)				✓	✓
<b>Total</b>	5	13	2	2	4

De manera más detallada, en las tablas siguientes se muestra una clasificación de las publicaciones encontradas en la revisión de la literatura, donde es posible identificar qué características de los sistemas de emergencia se han estudiado y de qué manera han sido tratados. En la Tabla 2 se hace una categorización de la revisión de la literatura realizada respecto a los enfoques de modelación y a los métodos de solución, destacándose la programación matemática como el enfoque más usado y los métodos exactos junto a las metaheurísticas como los métodos de solución que más se utilizan. En esta Tabla también se incluye una categoría sobre otros métodos de solución, éstos hacen referencia a aquellas estrategias de solución que combinan varios métodos, por ejemplo métodos exactos con métodos heurísticos. Aunque la estrategia de optimización/simulación hace parte de esta clasificación se presenta una categoría aparte dado que es el método de solución que se utilizará en esta investigación. En la Tabla 2 puede observarse que es una estrategia poco usada pero que cuenta con trabajos recientes que indican su viabilidad como acercamiento a la solución del problema.

En la Tabla 3 se muestran los objetivos que han sido abordados en los trabajos encontrados y el tipo de decisiones que consideran. En cuanto a los objetivos, el de mayor frecuencia es maximizar la cobertura (en esta categoría se incluyen los trabajos que maximizan tanto la cobertura total como la esperada), seguido del objetivo de minimizar el tiempo de respuesta. El hecho de que sean estos objetivos precisamente los más usados es el reflejo de la naturaleza de los sistemas de emergencia, cuyo funcionamiento afecta la calidad de vida de la población, por lo que a pesar de que deben funcionar eficientemente en el uso de los recursos se le ha dado prioridad al aseguramiento de las condiciones óptimas en la prestación del servicio. En cuanto

al objetivo de minimizar el costo, si bien es uno de los objetivos clásicos en Investigación de Operaciones, en el tema de los sistemas de emergencia es uno de los menos tratados, esto puede deberse a las características de estos sistemas que dificultan la medición de los costos dada la incertidumbre presente en algunos de sus componentes y la directa relación de las condiciones de atención con la calidad de vida del paciente.

Con respecto al tipo de decisiones consideradas, la localización es la que prima sobre otras decisiones inherentes a este tipo de sistemas, como el despacho y la relocalización. La decisión de localización en este caso está asociada tanto a la ubicación geográfica de los vehículos de emergencia (ambulancias en su mayoría) como con la localización de las bases de operación desde donde se despachan los vehículos para prestar el servicio.

Inicialmente, los modelos aplicados a la localización de ambulancias no consideraron la ocupación del sistema (asumiendo implícitamente capacidad ilimitada). De esta manera, un determinado lugar se consideraba cubierto si se había decidido localizar al menos una ambulancia que pudiera responder dentro del tiempo máximo de servicio. Este supuesto da lugar al Problema de Localización por Cobertura de Conjuntos (Set Covering Location Problem, SCLP) en el cual se minimiza el número de servidores necesarios para cubrir totalmente la demanda en una determinada región (Toregas, Swain, y ReVelle, 1971). En el SCLP es común que se exija una cantidad muy grande de servidores adicionales para cubrir un porcentaje reducido de la demanda, además es posible que no se tenga suficiente presupuesto para garantizar la cobertura total. Esto llevó al desarrollo del Problema de Localización de Máxima Cobertura (Maximal Covering Location Problem, MCLP) (Church y ReVelle, 1974) en el cual se busca maximizar la demanda cubierta dentro del tiempo máximo de servicio por un número predeterminado de servidores.

Conscientes de las limitaciones que tiene ignorar la ocupación de los servidores, Gendreau, Laporte, y Semet (1997) desarrollaron el concepto de doble cobertura en el cual se maximiza el número de zonas de demanda cubiertas por más de una ambulancia. De esta manera se considera implícitamente la ocupación del sistema al maximizar la posibilidad de tener una ambulancia que pueda responder cuando la ambulancia principal (más cercana) se encuentra ocupada.

En otra dirección se encuentran los modelos de localización que consideran explícitamente la ocupación de las ambulancias. El primero de estos modelos fue el Problema de Localización de Máxima Cobertura Esperada (Maximum Expected Coverage Location Problem, MEX-CLP) (Daskin, 1983), en el que se maximiza la demanda cubierta ponderada por la disponibilidad del servicio, la cual se calcula a través de la estimación global del nivel promedio de ocupación para cada ambulancia. A su vez, la ocupación del sistema permite establecer la disponibilidad del servicio en cada nodo de demanda, teniendo en cuenta el número de ambulancias localizadas dentro del tiempo de respuesta deseado. Por su parte, el Problema de Localización de Máxima Disponibilidad (Maximum Availability Location Problem,

Tabla 2: Categorización de la literatura según los enfoques de modelación

Publicaciones	Modelación				Métodos de solución				
	MP	PM	PMO	SIM	ME	METH	SIM	OPTSIM	Otros
Larson (1973)	✓				✓				
Larson (1974)	✓								✓
Larson (1975)	✓				✓				
Eaton et al. (1985)			✓		✓				✓
Baker, Clayton, y Taylor (1989)			✓		✓				
Heller, Cohon, y Reville (1989)			✓				✓		✓
Adenso-Díaz y Rodríguez (1997)		✓				✓			
Gendreau, Laporte, y Semet (1997)		✓				✓			
Harewood (2002)			✓				✓		✓
Henderson y Mason (2004)				✓			✓		
Doerner et al. (2005)		✓				✓			
Alsalloum y Rand (2006)			✓						✓
Andersson y Värbrand (2006)		✓		✓			✓		
Araz, Selim, y Ozkarahan (2007)			✓						✓
Aringhieri, Carello, y Morale (2007)		✓		✓				✓	
Céspedes, Amaya, y Velasco (2008)		✓				✓			
Ingolfsson, Budge, y Erkut (2008)		✓			✓				
Morohosi (2008)		✓			✓				
Beraldi y Bruni (2009)	✓				✓	✓			
Erdoğan et al. (2009)		✓	✓		✓	✓			✓
Erkut et al. (2009)		✓			✓				
Başar, Çatay, y Ünlüyurt (2010)		✓				✓			
Marinho, Silva, y Pinto (2010)		✓		✓				✓	
Schmid y Doerner (2010)		✓				✓			
Sorensen y Church (2010)		✓			✓		✓		
Chanta, Mayorga, y McLay (2011)			✓						✓
Moghadas y Kakhki (2011)	✓	✓				✓			
Majzoubi, Bai, y Heragu (2012)		✓			✓				
Lee et al. (2012)		✓		✓				✓	
Schmid (2012)	✓				✓				
Villegas R., Castañeda P., y Blandón (2012)		✓			✓				
Toro-Díaz et al. (2013)	✓	✓				✓			
Zhen et al. (2014)		✓		✓		✓		✓	
Toro-Díaz et al. (2015)	✓		✓			✓			
<b>Total</b>	8	20	9	6	12	12	5	4	8
MP: Modelos Probabilísticos	PM: Programación Matemática			PMO: Programación Multiobjetivo					
SIM: Simulación	ME: Métodos Exactos			METH: Metaheurística					
OPTSIM: Optimización/Simulación									

Tabla 3: Categorización de la literatura según los objetivos y las decisiones tomadas

Publicaciones	Objetivos								Decisiones		
	MINC	DES	MAXCOB	MINTR	MINV	BALCT	EF	EQ	DESP	LOC	RELOC
Larson (1973)		✓							✓	✓	
Larson (1974)		✓							✓	✓	
Larson (1975)		✓							✓	✓	
Eaton et al. (1985)				✓	✓					✓	
Baker, Clayton, y Taylor (1989)	✓	✓		✓						✓	
Heller, Cohon, y Revelle (1989)		✓		✓		✓				✓	✓
Adenso-Díaz y Rodríguez (1997)			✓							✓	
Gendreau, Laporte, y Semet (1997)			✓							✓	
Harewood (2002)	✓		✓							✓	
Henderson y Mason (2004)		✓							✓	✓	
Doerner et al. (2005)			✓							✓	
Alsalloum y Rand (2006)			✓							✓	
Andersson y Vårbrand (2006)				✓						✓	✓
Araz, Selim, y Ozkarahan (2007)			✓	✓						✓	
Aringhieri, Carello, y Morale (2007)					✓					✓	
Céspedes, Amaya, y Velasco (2008)			✓							✓	
Ingolfsson, Budge, y Erkut (2008)			✓							✓	
Morohosi (2008)			✓	✓						✓	
Beraldi y Bruni (2009)			✓							✓	
Erdogan et al. (2009)			✓							✓	
Erkut et al. (2009)			✓							✓	
Başar, Çatay, y Ünütüyt (2010)			✓							✓	
Marinho, Silva, y Pinto, 2010	✓									✓	
Schmid y Doerner (2010)			✓							✓	✓
Sorensen y Church (2010)			✓							✓	
Chanta, Mayorga, y McLay (2011)			✓							✓	
Moghadas y Kakhki (2011)			✓							✓	
Majzoubi, Bai, y Heragu (2012)	✓			✓					✓	✓	✓
Lee et al. (2012)			✓							✓	
Schmid (2012)				✓						✓	✓
Villegas R., Castañeda P., y Blandón (2012)			✓		✓					✓	
Toro-Díaz et al. (2013)			✓							✓	
Zhen et al. (2014)	✓	✓								✓	✓
Toro-Díaz et al. (2015)								✓	✓	✓	
<b>Total</b>	5	7	20	9	3	1	1	1	7	31	6
MINC: Minimizar costo	MINTR: Minimizar Tiempo de Respuesta			EF: Eficiencia			DESP: Despacho				
DES: Evaluar Desempeño	MINV: Minimizar Cantidad de Vehículos			EQ: Equidad			LOC: Localización				
MAXCOB: Maximizar Cobertura	BALCT: Balancear Carga de Trabajo						RELOC: Relocalización				

MALP) (ReVelle y Hogan, 1989) además de considerar la confiabilidad del sistema, introduce una nueva medida de ocupación mediante la estimación de niveles locales de ésta que dependen del número de ambulancias y la demanda agregada en cada zona de la ciudad.

Numerosas extensiones han sido introducidas a estos modelos, por ejemplo, el Problema de Localización de Máxima Cobertura con Estimación Local de la Confiabilidad (Local Reliability-based Maximum Expected Coverage Location Problem, LR-MEXCLP) es una combinación del MEXCLP y el MALP en el que la ocupación es calculada por zona y por número de servidores, es decir, no se considera homogénea para todo el sistema como en el MEXCLP (Sorensen y Church, 2010). Recientemente, Schmid y Doerner (2010) incluyeron tiempos de respuesta dependientes de la hora del día con el fin de incluir en la decisión de localización de las ambulancias el posible impacto derivado de las horas pico en las cuales el tránsito es más lento. En el trabajo de Toro-Díaz et al. (2013) se maximiza la cobertura esperada y se combina un modelo de programación entera con un modelo hipercubo para tomar decisiones conjuntas de localización y despacho, teniendo en cuenta la teoría de colas y los fenómenos de congestión del sistema, para luego hallar soluciones con un algoritmo genético.

El enfoque de este trabajo son los modelos multiobjetivo y la estrategia de solución a través de optimización/simulación. En cuanto a los modelos de optimización multi-objetivo las aplicaciones no son tan numerosas como los modelos de localización de un solo objetivo, sin

embargo se han encontrado algunas aplicaciones. Farahani, Steadie-Seifi, y Asgari (2010) reportan la utilización de este tipo de modelos para problemas de localización en general. Inicialmente, Heller, Cohon, y Revelle (1989) propusieron un modelo multi-objetivo que minimiza el tiempo medio de respuesta y balancea la carga de trabajo en las estaciones, dicho modelo es validado con la implementación de un modelo de simulación.

De otro lado, en aplicaciones más recientes, Harewood (2002) planteó una versión multi-objetivo del MALP que busca maximizar la cobertura y minimizar el costo de tener dicha cobertura. Araz, Selim, y Ozkarahan (2007) propusieron un modelo multi-objetivo para maximizar la cobertura, maximizar la población doblemente cubierta y mejorar el nivel de servicio al minimizar la distancia total recorrida desde cada estación, la estrategia de solución utilizada para esta aplicación fue la programación por metas difusa y la programación lineal lexicográfica, para validar la metodología se utilizaron datos del servicio de emergencias de Barbados. Chanta, Mayorga, y McLay (2011) construyeron un modelo bi-objetivo que busca maximizar la cobertura esperada y reducir la diferencia entre los niveles de servicio entre zonas geográficas (rurales y urbanas).

En esta dirección se ha encontrado, del lado metodológico, literatura que da luces sobre cómo abordar problemas multi-objetivo estocásticos, como el trabajo de Hernández-Lerma y Hoyos-Reyes (2001) que propone un modelo multi-objetivo para el problema de asignación de prioridades teniendo en cuenta un modelo de colas de tiempo discreto con un solo servidor y varios tipos de clientes. En esta misma línea, el trabajo de Rahmati, Hajipour, y Niaki (2013) plantea un modelo de localización multi-objetivo que hace parte de un modelo de colas de múltiples servidores (M/M/m) cuya solución proviene de una metaheurística de búsqueda armónica multi-objetivo y del uso de algoritmos genéticos multi-objetivo como el NSGAI (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) y el NPGA (Non-dominated Ranking Genetic Algorithm).

También se ha encontrado en la revisión de la literatura multi-objetivo estocástica algunos trabajos que se encargan de evaluar las soluciones encontradas y de analizar la interacción entre los objetivos. En los trabajos de Caballero et al., 2001 y Fliege y Xu, 2011 se analizan diferentes conceptos de soluciones eficientes para problemas multi-objetivo estocásticos, centrados en aquellos donde algunas funciones objetivo dependen de parámetros aleatorios. En la evaluación de objetivos Miettinen y Mäkelä (2002) proponen una metodología para evaluar el *trade-off* entre soluciones óptimas en la frontera de Pareto para problemas convexos y generalizar los conceptos y resultados encontrados para problemas no convexos.

En cuanto a aplicaciones de modelos multi-objetivo estocásticos en localización de ambulancias se han encontrado los trabajos de Lin, Zhang, y Liang (2013) y de Toro-Díaz et al. (2015); en el primero se consideran problemas multi-objetivo estocásticos con restricciones complementarias y su aplicación al sector de la salud al abordar un problema de asignación de pacientes en un hospital, el segundo tra-



bajo utiliza una búsqueda Tabú y una aproximación al modelo de colas hipercubo para tomar decisiones de localización y despacho para sistemas de emergencia de gran escala desde una perspectiva multi-objetivo al estudiar el *trade-off* entre la eficiencia y la equidad.



## ESQUEMA DE OPTIMIZACIÓN/SIMULACIÓN

En este trabajo se aborda el problema de localización de ambulancias para sistemas de emergencia, desde la perspectiva multiobjetivo y considerando la naturaleza probabilística de dichos sistemas. Los objetivos que se tienen en cuenta son la minimización del tiempo de atención, la minimización de la cantidad de bases de operación utilizadas y la maximización de la cobertura que brinda el sistema. Este esquema apoya la toma de decisiones referente a la configuración de un sistema de emergencias compuesta por el despliegue de la flota de ambulancias y la ubicación de las bases de operación.

La estrategia de solución diseñada para este problema es un esquema de Optimización/Simulación. Como puede observarse en la Figura 1, este esquema se compone de un mecanismo de búsqueda multiobjetivo cuyas soluciones son evaluadas por un modelo de simulación discreta hasta cumplir con un criterio de parada establecido. Sea  $J$  un conjunto de funciones objetivo indexado en  $k$  y  $\theta_t$  la solución obtenida en la iteración  $t$  del mecanismo de búsqueda, por lo tanto  $J_k(\theta_t)$  representa la evaluación del  $k$ -ésimo objetivo con la solución encontrada por el mecanismo de búsqueda. Esta evaluación se realiza a través del modelo de simulación, donde se obtiene el conjunto  $L$  de medidas de desempeño, indexado en  $i$  que representa la  $i$ -ésima medida de desempeño calculada a partir de  $\theta_t$  y de  $\omega$  que corresponde al  $i$ -ésimo resultado obtenido en la réplica  $\phi$  del modelo de simulación. En las siguientes secciones se explicarán con detalle las características de cada componente del esquema.

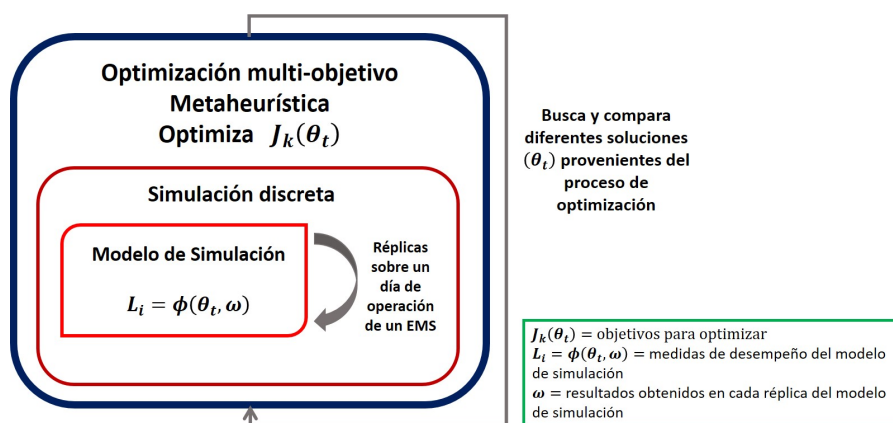


Figura 1: Esquema de Optimización/Simulación

### 3.1 REPRESENTACIÓN DE LA SOLUCIÓN

El conjunto de soluciones encontradas con el esquema de Optimización/Simulación se representan como se muestra en la Figura 2.

Esta representación es un arreglo de tamaño  $n \times m$ , donde  $n$  representa la cantidad de ambulancias con las que cuenta el sistema de emergencias para su funcionamiento y  $m$  representa las divisiones temporales que indiquen cambios en el comportamiento del sistema, en este caso los turnos ( $s_1, s_2, \dots, s_m$ ). La cantidad de ambulancias es un parámetro fijo del sistema. Cada posición del arreglo tiene como valor la identificación de la base de operación ( $b_1, b_2, \dots, b_j$ ) donde se encuentra ubicada la ambulancia, que a su vez están representadas por el índice de dicha posición ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ). Esta representación está basada en el trabajo de Toro-Díaz et al. (2013).

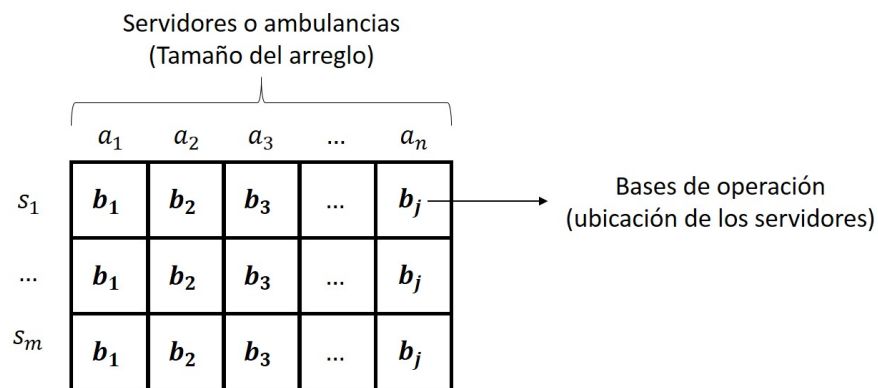


Figura 2: Representación de la solución

### 3.2 MODELACIÓN

Para modelar el sistema de emergencias se utilizaron un conjunto de clases que representan los componentes del sistema cuyas relaciones configuran su desempeño. En la Figura 3 se muestra la arquitectura del modelo a través de un diagrama UML (Unified Modeling Language), en la parte superior se encuentran las clases *Instance* y *Config* que representan los parámetros del modelo, la primera proporciona los datos relacionados con la demanda que debe atender el sistema, la división geográfica del alcance que tendrá el sistema y el tamaño de la flota disponible; la segunda clase configura el sistema estableciendo la capacidad de servicio de las ambulancias por medio de la tasa de servicio, establece la tasa de llegadas al sistema y la división temporal del funcionamiento del sistema (e.g. turnos de trabajo, duración de la ventana de funcionamiento del sistema en un día de operación). Adicionalmente, la clase *RandomNumbers* controla la generación de números aleatorios del modelo para determinar las observaciones aleatorias provenientes de las distribuciones definidas para los componentes probabilísticos del modelo, que se describirán posteriormente.

En la parte inferior del gráfico UML se encuentran las clases que representan las componentes principales del modelo, la descripción de cada una se encuentra en la Tabla 4. Como puede observarse en el gráfico, las clases *Zone* y *Base* representan la dispersión geográ-

fica de la demanda y de los recursos utilizados para la atención de dicha demanda respectivamente, la clase *Server* representa el recurso con el que cuenta el sistema para prestar la atención, en este caso serán ambulancias. La clase *Call* sirve para representar los incidentes que se generan en las zonas y que son asignadas a las ambulancias disponibles.

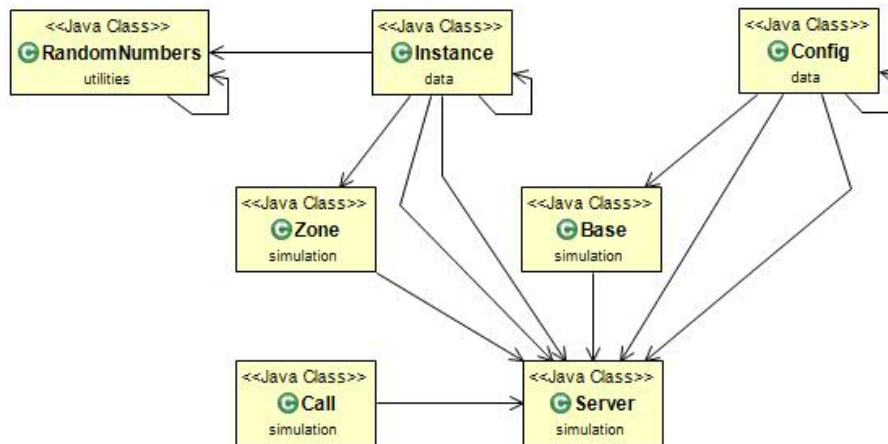


Figura 3: Arquitectura del modelo de localización de ambulancias

Tabla 4: Clases para modelar un sistema de emergencias

Clase	Descripción	Atributos
Zone	Representan las zonas geográficas donde se genera la demanda que debe atender el sistema de emergencias.	Identificación, probabilidad de ocurrencia de un incidente en dicha zona.
Base	Representan la zona geográfica donde estará ubicada la base de operación de las ambulancias.	Identificación, cantidad de ambulancias en cada turno, diferencia en la cantidad de ambulancias entre turnos y lista de bases más cercanas.
Call	Representan las llamadas que recibe el sistema de emergencias para reportar los incidentes.	Identificación de la zona donde ocurre el incidente, tiempo de atención que requiere, si puede ser atendida o se pierde y si es atendida dentro del tiempo estándar que el sistema quiera lograr.
Server	Representan los servidores del sistema, en este caso las ambulancias.	Ubicación y turno en el que esta activo.

### 3.3 MODELO DE SIMULACIÓN

Este componente del esquema de Optimización/Simulación corresponde a un modelo de simulación de eventos discretos que representa el funcionamiento de un sistema de emergencias con múltiples servidores, que en el caso particular son ambulancias, que deben atender una demanda dispersa geográficamente y que prestan el servicio desde unas bases de operación determinadas. Este modelo cumple la función de hallar el valor de dos de las tres funciones objetivo definidas para el modelo multiobjetivo, por lo que se encuentra embebido en el mecanismo de búsqueda que lo usa como evaluador de las soluciones que encuentra.

Para diseñar este modelo de simulación se utilizó una librería llamada *SSJ: Stochastic Simulation in Java*, creada por el Profesor Pierre L'Ecuyer del *Département d'Informatique et de Recherche Opérationnelle (DIRO)*, de la *Université de Montréal*. Para mayor información se puede consultar el siguiente enlace: <http://simul.iro.umontreal.ca/ssj/indexe.html>. El uso de esta librería permitió controlar los eventos que se presentan en un sistema de emergencias a través de una lista donde se programan los diferentes eventos, además se tuvo acceso a la generación de números aleatorios y de observaciones aleatorias de diferentes distribuciones de probabilidad según los requerimientos del sistema. Otra característica valiosa de la librería que fue utilizada en el modelo es el diseño y reporte de estadísticas.

El modelo de simulación se construyó con la estructura por clases que se mostró en la sección anterior. Adicionalmente, se construyeron las clases que representan los eventos que ocurren durante el funcionamiento del sistema de emergencias. Estas clases se describen en la Tabla 5. Para que los eventos sean programados correctamente en la lista de eventos futuros dichas clases extienden la clase *Event* perteneciente a la librería.

Tabla 5: Eventos del modelo de simulación

Clase (Evento)	Descripción
Arribo	Controla las llegadas de los objetos de tipo llamada al sistema simulado de acuerdo a una distribución de probabilidad dada.
Change_Shift	Controla los cambios de turno y su respectiva configuración (cantidad de servidores y bases de operación).
Departure	Controla la terminación de una llamada y libera el servidor que estaba atendiendo la llamada.
Completion	Controla la terminación de la simulación al comparar el reloj con el criterio de parada.

El pseudocódigo del Algoritmo 1 presenta la estructura del modelo de simulación, que se diseñó como un procedimiento cuyo ar-

gumento de entrada es la solución proveniente del mecanismo de búsqueda utilizado. En primer lugar se configura el sistema de emergencias a través del uso de la clase Config que se describió en la sección anterior. De esta manera se tienen las tasas de llegada y de servicio y adicionalmente se crea la flota de ambulancias con las que operará el sistema, cuya cantidad viene dada por la estructura de la solución. Antes de iniciar la simulación se programan en la lista de eventos futuros el primer cambio de turno (esto implica cambios en el tamaño de la flota, la tasa de llegadas y las bases de operación) y el primer arribo al sistema. Los arribos provienen de una distribución de probabilidad que utiliza la tasa de llegada para generar los tiempos entre llegadas.

Una vez inicia la simulación, se verifica el criterio de parada que corresponde a la cantidad de días  $D$  que se simularán, si este criterio no se cumple se revisa la primera posición de la lista de eventos futuros para establecer cuál es el evento que ocurrirá próximamente. Cada vez que se agrega un elemento a la lista ésta se ordena de forma ascendente de acuerdo al tiempo de ocurrencia. Este proceso se repite hasta que el criterio de parada se cumple.

Si al revisar la lista de eventos futuros el primer evento es un arribo, se asigna de manera aleatoria la zona  $z_i$  donde ocurre el incidente de acuerdo con una distribución de probabilidad empírica construida a partir de la carga de demanda que represente cada zona. Luego, se genera aleatoriamente el tiempo de servicio que requiere el incidente, este tiempo también proviene de una distribución de probabilidad determinada que usa la tasa de servicio. Con estos atributos, se procede a crear un objeto de tipo llamada que identifica al incidente.

Posteriormente, se busca una ambulancia disponible dentro de las bases abiertas en el turno actual que pueda atender la llamada, la elección de la base de operación donde se buscará la ambulancia se realiza por el criterio de la más cercana a la zona donde se generó el incidente. En caso de que en ninguna de las bases haya ambulancias disponibles, la llamada se considera perdida puesto que, habitualmente en este tipo de sistemas no se consideran colas. Este supuesto es fuerte en tanto los sistemas de emergencia tienen un impacto directo en la vida de las personas, sin embargo es también una motivación para encontrar configuraciones de operación del sistema que propendan por elevados niveles de servicio.

Cuando se asigna una ambulancia para prestar el servicio se mide el tiempo de viaje desde la base hasta la zona del incidente, si este tiempo excede el tiempo estándar que tiene el sistema como meta, la llamada se cuenta como atendida pero por fuera de la meta de servicio. La terminación de la atención a una llamada se define por la suma del tiempo de servicio y del tiempo de viaje, y se programa como un evento de la lista. Finalmente, se programa el siguiente arribo en la lista de eventos futuros.

Si el primer evento de la lista es la terminación de una llamada, se libera la ambulancia que estaba ocupada y se envía a la base de la que salió a prestar el servicio.

Cuando el primer evento de la lista es el cambio de turno se actua-

lizan las estadísticas del turno que termina y se almacenan en la estructura de datos que provee la librería para este fin. Adicionalmente, se configura la flota de ambulancias para el siguiente turno. Si la cantidad de ambulancias para el turno que empieza es menor que la del turno que termina, habrá ambulancias de este turno que no estarán activas y se enviarán a una base ficticia; de lo contrario se procede a distribuir la flota de la siguiente manera: primero se asignan las ambulancias que están en la base ficticia, luego se asignan las ambulancias que al finalizar el turno actual están ocupadas, si su base original las necesita volverán a ella sino se les asigna una nueva ubicación para que al momento de terminar la llamada que están atendiendo se ubiquen en la base más cercana a la zona donde están prestando el servicio que necesite ambulancias, finalmente se asignan las ambulancias que de acuerdo a la diferencia en el tamaño de la flota entre turnos les sobran a ciertas bases, enviándolas para aquellas que necesiten completar la flota para el turno que inicia.

---

**Algoritmo 1** Modelo de simulación
 

---

```

1: procedure SIMULACIÓN( $x_t$ )           ▷  $x_t$  es la solución proveniente del
   mecanismo de búsqueda
2:   Configurar sistema
3:   Reloj ← 0
4:   L ← Cambio de turno
5:   L ← Arribo
6:   while Reloj ≤ D do
7:     Revisar L(0)
8:     if Evento=Arribo then
9:       L ← Arribo           ▷ Programar el siguiente arribo
10:      Generar  $t_{serv}$ 
11:      Generar  $z_i$            ▷ Donde  $i \in Z$  que es el conjunto de Zonas
12:      Crear llamada( $z_i, t_{serv}$ )
13:      if Servidores disponibles = true then
14:        Asignar Servidor
15:        Calcular  $t_{viaje}(base, z_i)$ 
16:        Terminación llamada ←  $t_{viaje} + t_{serv}$ 
17:        L ← Terminación llamada
18:        if  $t_{viaje} \geq t_{standar}$  then
19:          Fuera estándar ← Fuera estándar +1
20:        end if
21:      else
22:        Llamadas perdidas ← Llamadas perdidas +1
23:      end if
24:      else if Evento = Terminación llamada then
25:        Liberar el servidor
26:      else Evento = Cambio de turno
27:        Actualizar Estadísticas
28:        Configurar sistema
29:        L ← Cambio de turno           ▷ Programar el siguiente turno
30:      end if
31:    end while
32:    return Estadísticas
33: end procedure

```

---

Las estadísticas arrojadas por el modelo de simulación para cada turno ( $s_m$ ) son las siguientes: el porcentaje de Cobertura ( $\%C(s_m)$ ) y el promedio del tiempo total de atención. Para hallar  $\%C(s_m)$  es necesario calcular el porcentaje de llamadas perdidas ( $\%LP(s_m)$ ) con base en el total de llamadas perdidas ( $TLP(s_m)$ ) y el total de arribos



( $TA(s_m)$ ), y el porcentaje de llamadas atendidas por fuera del tiempo estándar ( $\%LFE(s_m)$ ) con base en el total de llamadas atendidas por fuera del estándar  $TLFE(s_m)$ ,  $TA(s_m)$  y  $TLP(s_m)$ . Las ecuaciones 1 a 3 corresponden a dichos cálculos.

$$\%LP(s_m) = \frac{TLP(s_m)}{TA(s_m)} * 100 \quad (1)$$

$$\%LFE(s_m) = \frac{TLFE(s_m)}{TA(s_m)} * 100 \quad (2)$$

$$\%C(s_m) = (100 - (\%LP(s_m) + \%LFE(s_m))) \quad (3)$$

### 3.4 MECANISMO DE BÚSQUEDA

El esquema de Optimización/Simulación tiene como estructura general un mecanismo de búsqueda de soluciones para el problema de localización de ambulancias para sistemas de emergencias. En el caso particular de este trabajo se utiliza una estrategia evolutiva, sin embargo la flexibilidad del esquema permite utilizar cualquier otro proceso de búsqueda (heurístico o metaheurístico) que permita su integración con el modelo de simulación que es quien maneja las características probabilísticas del problema.

Debido a que el problema de localización es multiobjetivo se utilizó la estrategia evolutiva PAES (*Pareto Archived Evolutionary Estrategy*), que fue introducida por Knowles y Corne (1999) y que ha probado buenos resultados en la aproximación de la frontera de Pareto para problemas multiobjetivo. La elección de una estrategia evolutiva se debe a que es un proceso de búsqueda de soluciones simple, con pocos requerimientos de parametrización y que no opaca el papel del modelo de simulación dentro del esquema. La utilización de este tipo de estrategia evolutiva en problemas de localización se puede revisar en el trabajo de Villegas R. (2003).

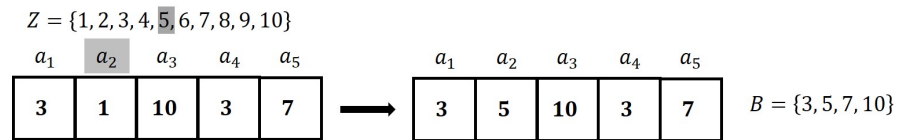
PAES es una estrategia evolutiva (1+1), donde a partir de un solo individuo se genera otro individuo para la siguiente generación. Estos individuos representan cromosomas que a través de un proceso de mutación se transforman para dar origen a otro individuo. En el caso de la representación de la solución para el problema abordado en este trabajo, la mutación se realiza a través de tres operadores que se describen por medio de un ejemplo en la Figura 4. Se parte de una solución donde se utilizan 5 ambulancias que corresponde al tamaño del arreglo, las bases de operación abiertas son 4 y son un subconjunto del conjunto de zonas donde se genera la demanda. Como puede observarse en la Figura 4(a) para indicar que a una base pertenecen varias ambulancias se repite el identificador de la base en las posiciones del arreglo, como es el caso de la base 3.

El operador de mutación 1 (Figura 4(b)) elige aleatoriamente una

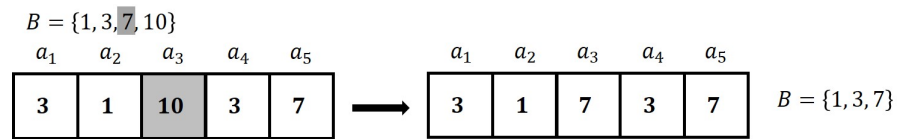
zona de demanda, en el ejemplo la 5, y del arreglo de la solución elige de manera aleatoria también una ambulancia o posición del arreglo para reubicarla, es decir, que cambia su ubicación actual que es la base 1 y la cambia por la zona 5. En el caso del operador de mutación 2 (Figura 4(c)) se elige aleatoriamente una base para incrementar el número de ambulancias que le pertenecen, para el ejemplo se eligió la 7, y del conjunto de bases se elige aleatoriamente otra base para remover la ambulancia, en el caso del ejemplo se eligió la base 10. Por último, el operador de mutación 3 (Figura 4(d)) elige aleatoriamente una base y remueve una de las ambulancias que le pertenecen para ubicarla en una zona elegida aleatoriamente, en el ejemplo la ambulancia se remueve de la base 3 y se reubica en la zona 6.



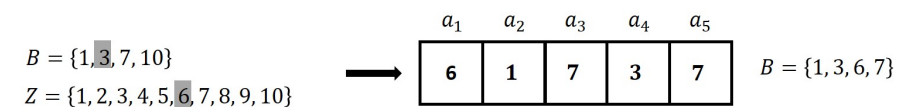
(a) Ejemplo de una solución obtenida con la Estrategia Evolutiva



(b) Operador de mutación 1



(c) Operador de mutación 2



(d) Operador de mutación 3

Figura 4: Operadores de mutación

Una de las características principales de PAES es el uso de un archivo para almacenar las soluciones no dominadas que se vayan encontrando en la ejecución del algoritmo. La función de los archivos es aportar diversidad a la búsqueda mediante la forma en la que se administra el archivo al participar en la elección de la solución que pasará como padre de la próxima generación, adicionalmente almacena las soluciones que forman la frontera de Pareto o la aproximación de esta como resultado del proceso de búsqueda. Este archivo puede ser de un tamaño fijo, es decir que sólo se almacenarán un número determinado de soluciones no dominadas, o puede ser no acotado en cuyo caso se guardan todas las soluciones no dominadas encontradas. Para este trabajo se utilizará un archivo no acotado, del cual se dice que al no tener un tamaño establecido permite que

puedan guardarse mayor cantidad de soluciones que quizás puedan estar más cerca o en la frontera de Pareto, mientras que los archivos acotados pueden dejar algunas de estas soluciones por fuera o eliminar alguna que pueda guiar la búsqueda hacia soluciones cercanas a la frontera eficiente cuando el archivo alcanza su capacidad (Knowles y Corne, 2004).

En el algoritmo 2 puede observarse el pseudocódigo que describe el funcionamiento de PAES y su integración con el modelo de simulación descrito en la sección anterior.

---

**Algoritmo 2** PAES-Multiobjetivo
 

---

```

1:  $t \leftarrow 0$ 
2: while  $t \leq T$  do
3:   if  $t = 0$  then
4:     Crear  $x_0$  ▷  $x_0$  es una solución inicial
5:     Guardar  $x_0$  en  $A$ 
6:   end if
7:   Seleccionar aleatoriamente un operador de mutación
8:    $y_t \leftarrow$  Solución generada en la mutación
9:   Evaluar  $y_t(f_1, f_2, f_3)$ 
10:   $f_0 \leftarrow$  Cantidad de bases
11:  Simulación( $y_t$ ) ▷ Ejecuta el modelo de simulación para evaluar a  $y_t$ 
12:   $f_1 \leftarrow$  % Cobertura
13:   $f_2 \leftarrow$  % Tiempo de atención
14:  if  $x_t \preceq y_t$  then ▷ Establecer dominancia entre  $x_t$  y  $y_t$ 
15:    Eliminar  $y_t$ 
16:     $x_{t+1} \leftarrow x_t$ 
17:  else if  $y_t \preceq x_t$  then
18:    Eliminar  $x_t$ 
19:     $x_{t+1} \leftarrow y_t$ 
20:    Guardar  $y_t$  en  $A$  ▷  $A$  es el archivo que almacena las soluciones
    no dominadas
21:    Establecer si  $y_t \preceq A_k, \forall k$ , cuando la relación sea verdadera eliminar la solución guardada en  $A_k$ 
22:  else if Identificar  $A_k \preceq y_t$  then
23:    Eliminar  $y_t$ 
24:     $x_{t+1} \leftarrow x_t$ 
25:  else
26:    Calcular volumen para  $x_t, y_t$  y las soluciones guardadas en  $A$ 
27:    Seleccionar  $x_{t+1}$ 
28:  end if
29:   $t \leftarrow t + 1$ 
30: end while

```

---

Inicialmente, se fija un criterio de parada que corresponde al número de iteraciones que hará el algoritmo. Adicionalmente, se construye una solución inicial, que proviene de la selección de las zonas de mayor demanda como bases de operación para ubicar la cantidad de ambulancias que se defina para cada turno y se determina el valor de las funciones objetivo. Esta solución se guarda en el archivo y es la base para empezar a generar el resto de soluciones.

Mientras el criterio de parada no se cumpla se ejecutará el algoritmo que funciona de la siguiente manera: a  $x_t$  que es la solución actual, se le aplica uno de los operadores de mutación elegido de manera aleatoria y  $y_t$  se convierte en la solución mutada.

Posteriormente, se evalúan las funciones objetivo para  $y_t$  en cada turno. Para hallar el valor de  $f_1$  basta con determinar cuántas bases

se encuentran en el arreglo de la solución para cada turno, para hallar  $f_2$  y  $f_3$  que corresponden al porcentaje de cobertura y al promedio del tiempo total de atención se ejecuta el modelo de simulación.

Una vez se obtienen los valores de las funciones objetivo se establece la dominancia entre  $x_t$  y  $y_t$ . Para facilitar la comparación entre las soluciones por turno, se construye una métrica para los objetivos 2 y 3, como se muestra en la ecuación 4, esto corresponde a un promedio ponderado de los resultados obtenidos en todos los turnos para cada objetivo; donde %C es el porcentaje de cobertura,  $s_m$  es el turno  $m$ , TA es el total de arribos y TS es el tiempo total de atención. Para el objetivo 1 se halla la cantidad de bases abiertas durante un día de operación, comparando las bases abiertas en cada turno y eliminando los duplicados, por lo que una base abierta en ambos turnos se cuenta solamente una vez.

$$\text{Promedio\%C} = \frac{(\%C(s_1) * TA(s_1)) + \dots + (\%C(s_m) * TA(s_m))}{TA(s_1) + \dots + TA(s_m)} \quad (4)$$

$$\text{PromedioTS} = \frac{(TS(s_1) * TA(s_1)) + \dots + (TS(s_m) * TA(s_m))}{TA(s_1) + \dots + TA(s_m)} \quad (5)$$

Como se muestra en el algoritmo 2 para obtener el padre de la siguiente generación ( $x_{t+1}$ ) se define la dominancia entre las soluciones y se realiza el procedimiento descrito entre las líneas 15 y 30 del pseudocódigo. En este procedimiento la administración del archivo es muy importante porque no sólo almacena las soluciones no dominadas sino que participa en la elección de  $x_{t+1}$ . La gestión del archivo se realiza de la siguiente manera: cuando se establece dominancia de  $y_t$  sobre  $x_t$ , almacena a  $y_t$  y elimina de su registro las soluciones que sean dominadas por ella. Si la dominancia entre  $x_t$  y  $y_t$  no es clara se busca en el archivo alguna solución que domine a  $y_t$ , si existe  $x_{t+1}$  continuará siendo  $x_t$ . En el caso en que no se ha encontrado aún a  $x_{t+1}$  se calcula una métrica para determinar cuál de las soluciones entre  $x_t$ ,  $y_t$  y las que se encuentren guardadas en A corresponderán a  $x_{t+1}$ .

Esta métrica corresponde a una medida del tamaño del espacio de solución que domina una de las aproximaciones a la frontera de Pareto que corresponden a las soluciones incluidas en el archivo. Para determinar la métrica se ordena el archivo de acuerdo al valor de las soluciones contenidas en él para cada objetivo, en cada ordenamiento se calcula la distancia de cada solución con aquella que se encuentra antes y después de ella, aquellas que están al principio y al final del ordenamiento se les asigna infinito como valor para la distancia. Esta distancia se asemeja a la medida de un lado de una figura geométrica, que abarca el espacio de solución de influencia. La métrica que se calcula es la multiplicación de estas distancias para cada solución, dado que se cuenta con 3 objetivos la métrica correspondería a un volumen. Una vez se finalizan los cálculos el archivo es ordenado de forma descendente y se elige como  $x_{t+1}$  aquella solución con el valor más alto

de la métrica.

Finalmente, el mecanismo de búsqueda arroja como resultado un conjunto de soluciones que representan una aproximación a la frontera de Pareto.



## EJEMPLO ILUSTRATIVO

---

### 4.1 INSTANCIAS DE PRUEBA

El ejemplo ilustrativo utilizado para probar el esquema de Optimización/Simulación está basado en la información proveniente de la operación de los años 2012, 2013 y 2014 de un servicio de emergencias de la ciudad de Medellín, cuyo análisis estadístico previo fue realizado en el marco del proyecto del fondo nacional de regalías *Plataforma tecnológica para los servicios de teleasistencia, emergencias médicas, seguimiento y monitoreo permanente a los pacientes y apoyo a los programas de promoción y prevención* en el eje 4: *Sistema de soporte para la toma de decisiones logísticas en el sistema integrado de emergencias y seguridad (SIES-M) - Fase II* (Trabajo realizado para optar al título de Magíster en Ingeniería de la estudiante Alma Karina Rodríguez llamado *Modelo de simulación para analizar el problema de relocalización de las ambulancias de un servicio de emergencia médico (SEM)*).

Este sistema de emergencias atiende a 254 barrios de la ciudad, que están agrupados en 16 comunas. Las distancias entre los barrios provienen de una matriz asimétrica obtenida con GoogleMaps™ por medio del cálculo de la distancia más corta entre pares de barrios, sobre la malla vial de la ciudad. El funcionamiento del sistema se dividió en 2 turnos de 12 horas cada uno, de las 7 h a las 19 h corresponde al turno del día y de las 19 h a las 7 h el turno de la noche, en adelante turno 0 y turno 1 respectivamente. El tiempo entre llegadas se ajusta a una distribución exponencial con parámetros diferentes para cada turno, siendo el turno del día el de mayor tasa de ocurrencia de incidentes. El tiempo de servicio se ajusta a una distribución lognormal, y se asume que las ambulancias son servidores homogéneos.

Se construyeron dos instancias de diferentes tamaños de la siguiente manera: la primera instancia contiene los datos de la comuna de la ciudad con mayor cantidad agregada de incidentes, que está compuesta por 22 barrios. La segunda instancia contiene los 254 barrios de la ciudad. El tamaño de la flota de ambulancias para cada turno se determinó a través de la ecuación 6, que calcula la cantidad mínima de ambulancias  $\underline{a}$  para operar el sistema, donde  $\lambda_m$  es la tasa de llegadas para el turno  $m$  y  $\bar{t}_s$  el promedio del tiempo de servicio de la distribución lognormal, los resultados se muestran en la Tabla 6.

$$\underline{a} = \lceil \lambda_m * \bar{t}_s \rceil \quad (6)$$

Tabla 6: Cantidad de ambulancias por turno para cada instancia

Cantidad de Ambulancias	
Turno 0	10
Turno 1	4

#### 4.2 PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN Y DE LA ESTRATEGIA EVOLUTIVA

Se utilizó el método de media de tandas para eliminar el estado transitorio del modelo de simulación. Este método permite encontrar la cantidad de observaciones de una réplica del modelo que deben ignorarse para obtener los resultados a partir del comportamiento del sistema en estado estable. La cantidad de observaciones que se descartan se hallan a partir de un gráfico que muestra el comportamiento de la varianza de los valores que toman las variables del modelo bajo diferentes tamaños muestrales, que son determinados por la división en tandas de tamaño  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , donde  $N$  es el total de observaciones obtenido en una réplica del modelo de simulación. El sistema sale del estado transitorio cuando la varianza empieza a disminuir y se estabiliza.

Para cada una de las instancias construidas se aplicó el método de media de tandas partiendo de la solución inicial hallada sobre las zonas de mayor demanda y posteriormente sobre un conjunto de 10 soluciones generadas aleatoriamente. Para ambas instancias el modelo de simulación realiza una réplica de 365 días de operación. Se utilizó un tiempo de atención estándar de 10 min desde que el recurso es asignado hasta que llega al lugar de ocurrencia del incidente.

El comportamiento del modelo con todas las soluciones de prueba es similar al presentado en las Figuras 5 y 6, donde se pueden observar los resultados obtenidos por instancia para la solución inicial y una de las soluciones aleatorias. Se graficaron los resultados por turno en cada una de las métricas de interés, cobertura y tiempo de servicio. En ambas instancias la varianza empieza a disminuir rápidamente y se estabiliza a partir de la observación 140 aproximadamente para las dos métricas. Por lo tanto, no se tendrán en cuenta para el análisis las primeras 140 observaciones de cada réplica.

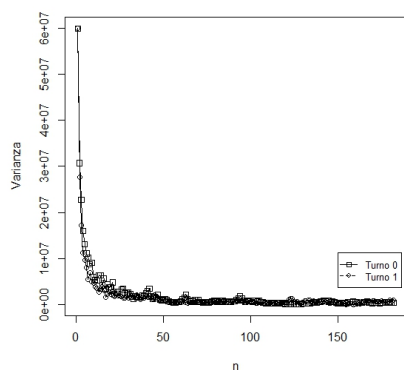
El lector interesado en conocer detalles sobre la media de tandas puede consultar Law y Kelton (2000).

En el caso de la estrategia evolutiva, se utilizaron 4,000 generaciones y se eliminaron las soluciones duplicadas.

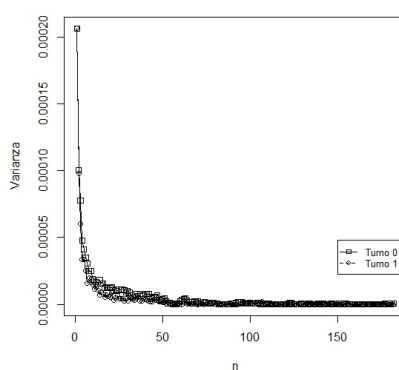
#### 4.3 DESCRIPCIÓN DE LOS ESCENARIOS PLANTEADOS, RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En cada una de las instancias se realizó un análisis paramétrico del tamaño de la flota, empezando desde la cantidad mínima de ambulancias por turno hasta una cantidad máxima de 70 ambulancias para

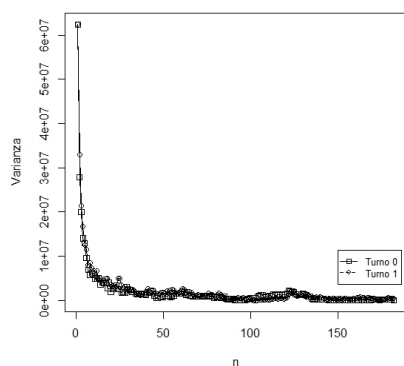




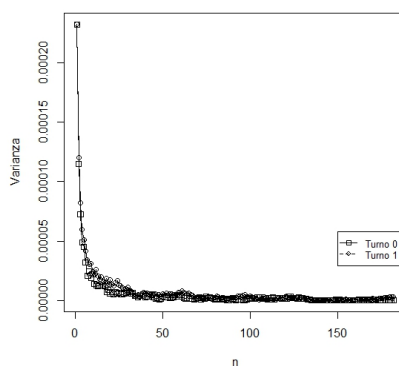
(a) Tiempo de servicio (Solución inicial)



(b) Cobertura (Solución inicial)



(c) Tiempo de servicio (Solución aleatoria)



(d) Cobertura (Solución aleatoria)

Figura 5: Media de tandas para la instancia 0

el turno 0 y de 64 para el turno 1; realizando incrementos de 5 ambulancias.

En las Figuras 7, 8 y 9 se pueden observar los resultados obtenidos para algunos tamaños de flota en cada una de las instancias. Se graficó la proyección de los resultados para el tiempo de servicio y para la cobertura con la cantidad de bases de operación en el eje de las abscisas.

En ambas instancias ocurre que las soluciones encontradas están concentradas en una parte del espacio de búsqueda donde no existen diferencias grandes en magnitud entre los valores para cada uno de los objetivos.

En ambas instancias el esquema logró mejorar la solución inicial encontrando en todos los casos soluciones que la dominaban. En las Figuras 7, 8 y 9 pueden verse las soluciones iniciales para cada escenario en color naranja. En términos del sistema de emergencia real del que proviene la información, podría ser de ayuda en el proceso de toma de decisiones puesto que la solución inicial que se utilizó en este esquema (ambulancias ubicadas en las zonas de mayor probabilidad de demanda) es una opción que utiliza el sistema real para

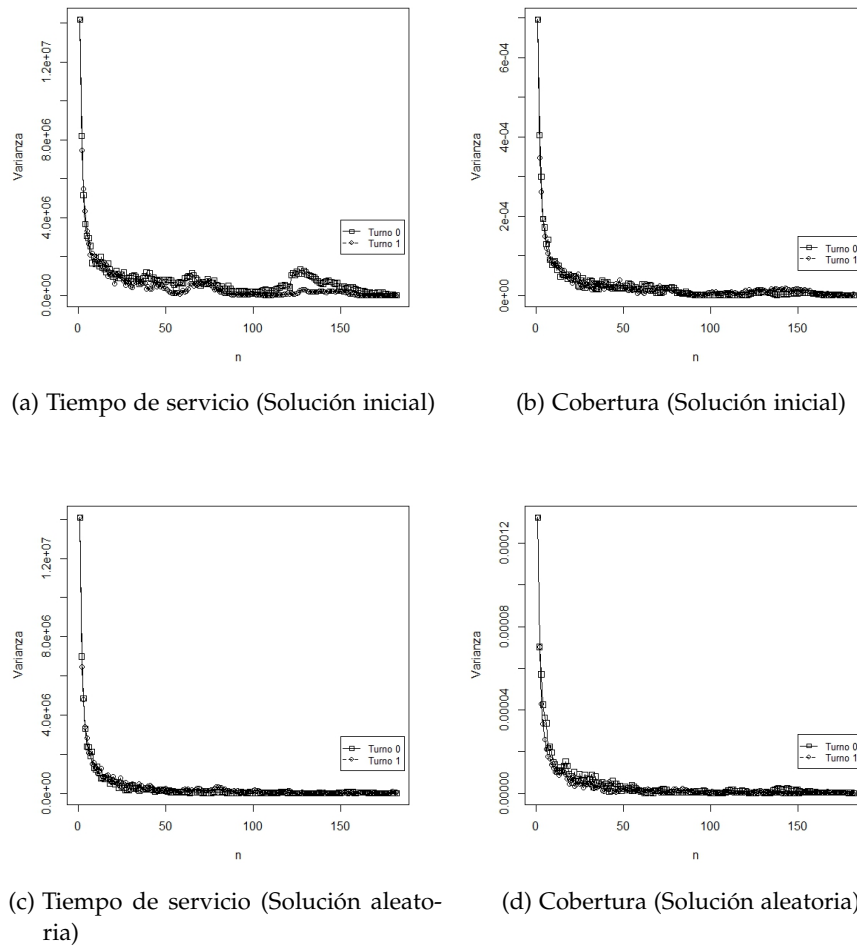


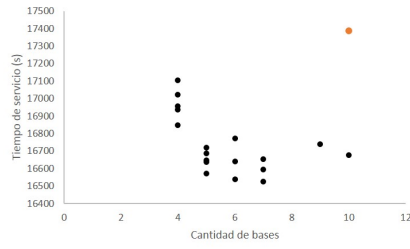
Figura 6: Media de tandas para la instancia 1

ubicar su flota de ambulancias en la operación diaria.

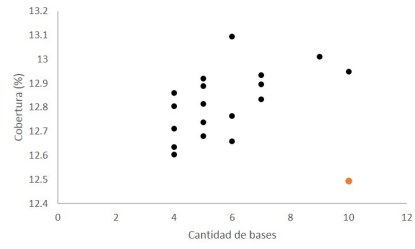
En cuanto al *trade-off* entre los objetivos puede observarse que para algunos valores de la cantidad de bases se tienen varias soluciones entre las que se puede elegir a través de la comparación entre los otros objetivos, así es posible obtener soluciones con baja cantidad de bases entre las posibilidades encontradas y un balance entre la cobertura que se espera brindar y el tiempo de servicio. En la versión actual del esquema los resultados encontrados alcanzan niveles de cobertura superiores al 90%, pero con grandes tamaños de flota. Los incrementos marginales en la cobertura son más pequeños a partir de 70 ambulancias para el turno 0 y de 64 para el turno 1.

Este tipo de resultados pueden deberse a que la tasa de incidentes atendidos por fuera del tiempo estándar es muy alta, esto no se evita al incrementar el tamaño de la flota puesto que el nivel de ocupación del sistema puede ser muy alto de acuerdo a la cantidad de arribos al sistema en un turno determinado, además como los recursos son compartidos entre turnos, es posible que la congestión del sistema en un turno afecte significativamente los recursos disponibles del siguiente. La cantidad de ambulancias circundantes que corresponden a quienes dentro del tiempo estándar pueden atender un incidente

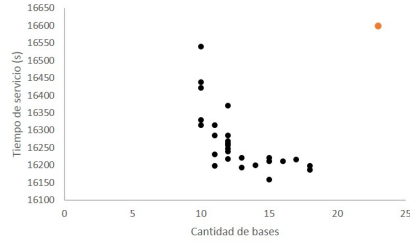
en una zona determinada pueden estar ocupadas la mayor parte del tiempo por lo que las ambulancias asignadas para la atención deben desplazarse desde bases lejanas.



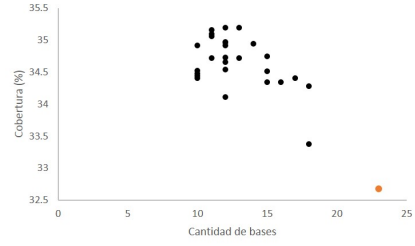
(a) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (10 y 4 ambulancias)



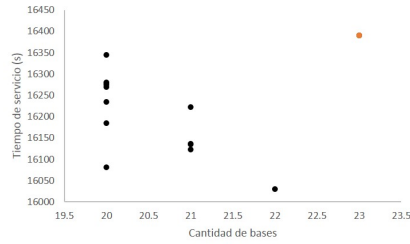
(b) Cantidad de bases Vs. Cobertura (10 y 4 ambulancias)



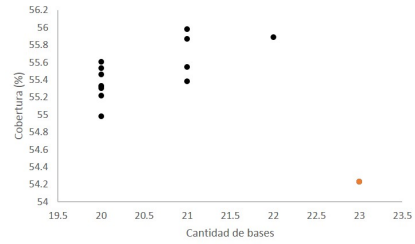
(c) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (25 y 19 ambulancias)



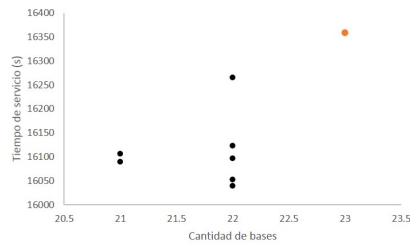
(d) Cantidad de bases Vs. Cobertura (25 y 19 ambulancias)



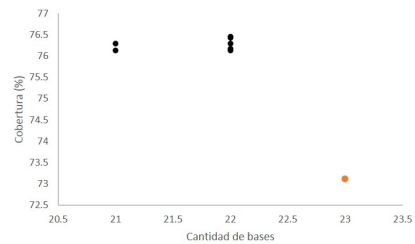
(e) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (40 y 34 ambulancias)



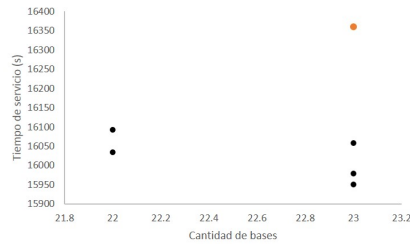
(f) Cantidad de bases Vs. Cobertura (40 y 34 ambulancias)



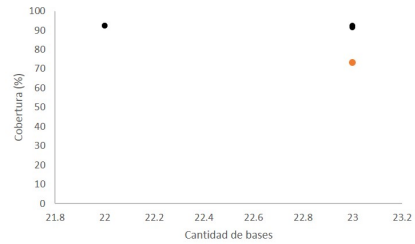
(g) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (55 y 49 ambulancias)



(h) Cantidad de bases Vs. Cobertura (55 y 49 ambulancias)

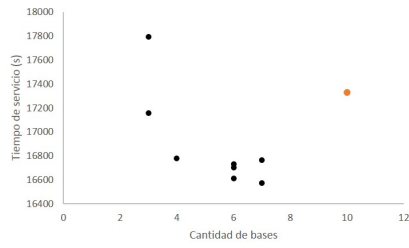


(i) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (70 y 64 ambulancias)

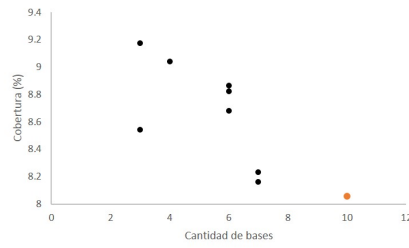


(j) Cantidad de bases Vs. Cobertura (70 y 64 ambulancias)

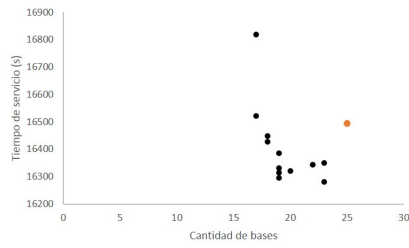
Figura 7: Resultados para la instancia o



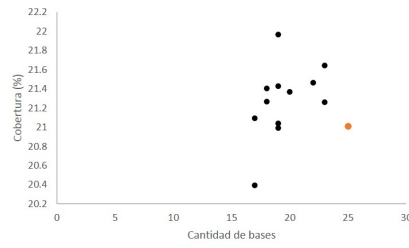
(a) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (10 y 4 ambulancias)



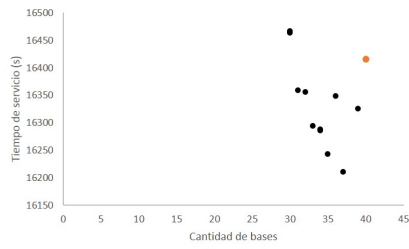
(b) Cantidad de bases Vs. Cobertura (10 y 4 ambulancias)



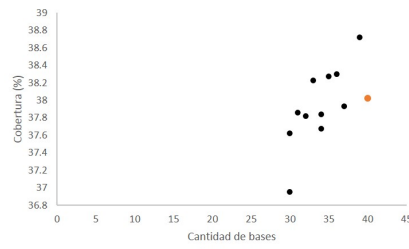
(c) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (25 y 19 ambulancias)



(d) Cantidad de bases Vs. Cobertura (25 y 19 ambulancias)

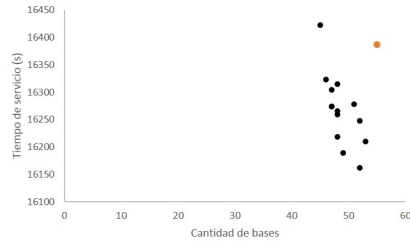


(e) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (40 y 34 ambulancias)

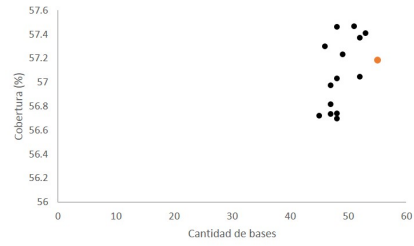


(f) Cantidad de bases Vs. Cobertura (40 y 34 ambulancias)

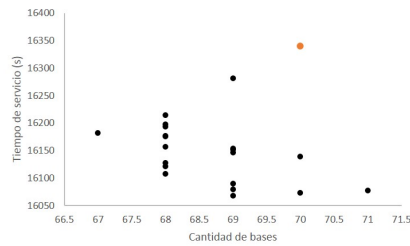
Figura 8: Resultados para la instancia 1



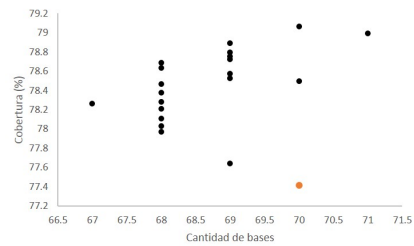
(a) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (55 y 49 ambulancias)



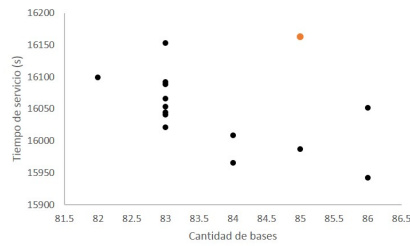
(b) Cantidad de bases Vs. Cobertura (55 y 49 ambulancias)



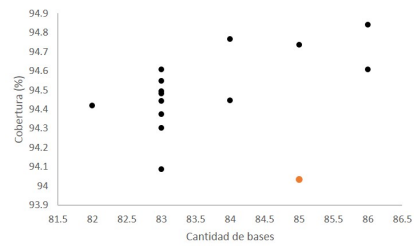
(c) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (70 y 64 ambulancias)



(d) Cantidad de bases Vs. Cobertura (70 y 64 ambulancias)



(e) Cantidad de bases Vs. Tiempo de servicio (85 y 79 ambulancias)



(f) Cantidad de bases Vs. Cobertura (85 y 79 ambulancias)

Figura 9: Resultados para la instancia 1

## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

El esquema de optimización/simulación desarrollado en este trabajo muestra la posibilidad de abordar problemas cercanos a la realidad, considerando su naturaleza probabilística y teniendo en cuenta simultáneamente objetivos relevantes para los sistemas de emergencia, cuyo tratamiento por separado puede ocultar características importantes para la medición del desempeño (e.g. la ocupación y el uso real de los recursos) o perder el conocimiento sobre soluciones que representan un balance apropiado para el tomador de decisiones respecto a su visión del sistema y al cumplimiento de los objetivos planteados.

Según la revisión de la literatura realizada los sistemas de emergencia han sido poco abordados desde la perspectiva multiobjetivo y considerando su comportamiento probabilístico. Si bien algunos acercamientos en este sentido son costosos computacionalmente por la complejidad del desarrollo matemático subyacente, la posibilidad de combinar la simulación y la optimización para dar solución a este tipo de problemas parece una línea de investigación promisoría.

En un esquema como el presentado en este trabajo, uno de los aspectos más relevantes es su flexibilidad. El hecho de poder utilizar como evaluador del sistema de naturaleza probabilística a un modelo de simulación, permite incluir detalles del comportamiento del sistema que de otra forma serían difíciles de considerar, como las distribuciones que representan las llegadas al sistema, el tiempo de servicio y en general todo lo que necesite ser representado aleatoriamente, sin limitarse a un solo tipo de distribución. Así mismo, permite considerar fenómenos de congestión del sistema más realistas. Además, la elección del mecanismo de búsqueda no se limita a una estrategia evolutiva como la implementada en este trabajo, la selección del mecanismo de búsqueda recae en aspectos de desempeño del método como tal y no en conflictos para comunicar los componentes del esquema.

Adicionalmente, la cantidad de los recursos (en este caso el tamaño de la flota de ambulancias) y las dimensiones del componente geográfico del problema de localización subyacente no implica un problema de implementación en el esquema, pues pueden incorporarse fácilmente en los datos de entrada del esquema.

Aunque no se excluye la posibilidad de usar software comercial para los componentes del esquema, parte de su flexibilidad obedece a la implementación computacional con algoritmos de elaboración propia, que permiten incluir características del sistema con mayor

libertad, como por ejemplo las políticas de cambio de turno y la relocalización de las ambulancias. Para el desarrollo computacional se utilizó programación orientada a objetos con JAVA como lenguaje de programación. Esto facilitó la inclusión de la librería SSJ en el modelo de simulación, que representa una valiosa herramienta para administrar los eventos de la simulación y el reporte estadístico.

Al finalizar este trabajo quedan algunos aspectos por explorar en el futuro. La inclusión de un objetivo de equidad en el esquema que pueda ayudar a balancear la distribución geográfica del despliegue de ambulancias. La exploración de otro tipo de análisis estadístico de los resultados del modelo de simulación, en este caso se utilizaron los valores promedio pero la librería utilizada permite explorar otro tipo de análisis como por ejemplo los intervalos de confianza. El análisis de las soluciones duplicadas que encuentra el mecanismo de búsqueda desde el análisis de los valores de las funciones objetivo afectadas por el componente probabilístico. Finalmente, comparar los resultados obtenidos con algunos de los métodos exactos que también consideran la ocupación del sistema y refinar el mecanismo de búsqueda explorando opciones que aporten mayor diversidad a la búsqueda (i.e., metaheurísticas más elaboradas).



## BIBLIOGRAFÍA

---

- Adenso-Diaz, B y F. Rodriguez (1997). "A simple search heuristic for the MCLP: Application to the location of ambulance bases in a rural region". *Omega* 25.2, pp. 181–187.
- Alsalloum, Othman Ibraheem y Graham K. Rand (2006). "Extensions to emergency vehicle location models". *Computers & Operations Research* 33.9, pp. 2725–2743.
- Andersson, T y P Värbrand (2006). "Decision support tools for ambulance dispatch and relocation". *Journal of the Operational Research Society*, pp. 195–201.
- Araz, Ceyhun, Hasan Selim, y Irem Ozkarahan (2007). "A fuzzy multi-objective covering-based vehicle location model for emergency services". *Computers & Operations Research* 34.3, pp. 705–726.
- Aringhieri, Roberto, Giuliana Carello, y Daniela Morale (2007). "Ambulance location through optimization and simulation : the case of Milano urban area". XXXVIII Annual Conference of the Italian Operations Research Society Optimization and Decision Sciences, pp. 1–29.
- Azadivar, Farhad (1992). "A tutorial on simulation optimization". Winter Simulation Conference, pp. 198–204.
- Başar, A, B Çatay, y T Ünlüyurt (2010). "A multi-period double coverage approach for locating the emergency medical service stations in Istanbul". *Journal of the Operational Research Society* 62.4, pp. 627–637.
- Baker, Joanna R., Edward R. Clayton, y Bernard W. Taylor (1989). "A non-linear multi-criteria programming approach for determining county emergency medical service ambulance allocations". *Journal of the Operational Research Society* 40.5, pp. 423–432.
- Beraldi, P. y M.E. Bruni (2009). "A probabilistic model applied to emergency service vehicle location". *European Journal of Operational Research* 196.1, pp. 323–331.
- Brandeau, Margaret L y Samuel S Chiu (1989). "An overview of representative problems in location research". *Management Science* 35.6, pp. 645–674.
- Brotcorne, L., G. Laporte, y F. Semet (2003). "Ambulance location and relocation models". *European Journal of Operational Research* 147.3, pp. 451–463.
- Caballero, R., E. Cerdá, M. M. Muñoz, L. Rey, y I. M. Stancu-Minasian (2001). "Efficient solution concepts and their relations in stochastic multiobjective programming". *Journal of Optimization Theory and Applications* 110.1, pp. 53–74.
- Céspedes, S.M., C.A. Amaya, y N Velasco (2008). *Localización y relocalización de ambulancias del centro regulador de urgencias y emergencias de Bogotá*. Tech. rep. Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de los Andes.

- Chanta, Sunarin, Maria E. Mayorga, y Laura A. McLay (2011). "Improving emergency service in rural areas: a bi-objective covering location model for EMS systems". *Annals of Operations Research* September.
- Church, Richard y Charles ReVelle (1974). "The maximal covering location problem". *Papers in regional science* 32.1, pp. 101–118.
- Daskin, Mark S. (1983). "A maximum expected covering location model: formulation, properties and heuristic solution". *Transportation Science* 17, pp. 48–70.
- Doerner, Karl F, Walter J Gutjahr, Richard F Hartl, Michaela Karall, y Marc Reimann (2005). "Heuristic Solution of an Extended Double-Coverage Ambulance Location Problem for Austria".
- Eaton, David J., Mark S. Daskin, Dennis Simmons, Bill Bulloch, y Glen Jansma (1985). "Determining emergency medical service vehicle deployment in Austin, Texas". *Interfaces* 15.1, pp. 96–108.
- Erdoğan, G, E Erkut, a Ingolfsson, y G Laporte (2009). "Scheduling ambulance crews for maximum coverage". *Journal of the Operational Research Society* 61.4, pp. 543–550.
- Erkut, Erhan, Armann Ingolfsson, Thaddeus Sim, y Güneş Erdoğan (2009). "Computational Comparison of Five Maximal Covering Models for Locating Ambulances". *Geographical Analysis* 41.1, pp. 43–65.
- Farahani, Reza Zanjirani, Maryam SteadieSeifi, y Nasrin Asgari (2010). "Multiple criteria facility location problems: A survey". *Applied Mathematical Modelling* 34.7, pp. 1689–1709.
- Fliege, Jörg y Huifu Xu (2011). "Stochastic multiobjective optimization: sample average approximation and applications". *Journal of Optimization Theory and Applications* 151.1, pp. 135–162.
- Fu, Michael C (2002). "Optimization for Simulation : Theory vs. Practice". *INFORMS Journal on Computing* 14.3, pp. 192–215.
- Gendreau, Michel, Gilbert Laporte, y Frédéric Semet (1997). "Solving an ambulance location model by tabu search". *Location Science* 5.2, pp. 75–88.
- Goldberg, Jeffrey B (2004). "Operations Research Models for the Deployment of Emergency Services Vehicles". *EMS Management Journal* 1.1, pp. 20–39.
- Harewood, S I (2002). "Emergency ambulance deployment in Barbados: a multi-objective approach". *Journal of the Operational Research Society* 53.2, pp. 185–192.
- Heller, Miriam, Jared L. Cohon, y Charles S. Revelle (1989). "Simulation to validating multiobjective EMS". *Annals of Operations Research* 18, pp. 303–322.
- Henderson, Shane G y Andrew J Mason (2004). "Ambulance service planning: simulation and data visualisation". *Operations Research and Health Care*. Vol. 70, pp. 77–102.
- Hernández-Lerma, Onésimo y Luis F. Hoyos-Reyes (2001). "A multi-objective control approach to priority queues". *Mathematical Methods of Operations Research* 53.2, pp. 265–277.

- Hoetmer, G J. (1991). "Introduction". *Emergency management: principles and practice for local government*. Ed. by International City Management Association. Washington, DC, pp. xvii–xxxiv.
- Ingolfsson, Armann (2013). "EMS Planning and Management". *Operations Research and Health Care Policy*. Ed. by Gregory S. Zaric. Vol. 190. International Series in Operations Research & Management Science. New York, NY: Springer New York, pp. 105–128. ISBN: 978-1-4614-6506-5.
- Ingolfsson, Armann, Susan Budge, y Erhan Erkut (2008). "Optimal ambulance location with random delays and travel times." *Health care management science* 11.3, pp. 262–74.
- Knowles, Joshua y David Corne (1999). "The Pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimisation". *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation, CEC 1999* 1, pp. 98–105.
- Knowles, Joshua y David Corne (2004). "Bounded Pareto Archiving: Theory and Practice". English. *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*. Ed. by Xavier Gandibleux, Marc Sevaux, Kenneth Sörensen, y Vincent T'kindt. Vol. 535. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer Berlin Heidelberg, pp. 39–64. ISBN: 978-3-540-20637-8.
- Lagadec, P. (1993). *Preventing chaos in a crisis: Strategies for prevention, control and damage limitation*. New York: Mc Graw Hill.
- Laporte, Gilbert, Francoise V. Louveaux, Frédéric Semet, y Arnaud Thirion (2009). "Applications of the double standard model for ambulance location". *Innovations in distribution logistics*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 235–249.
- Larson, R. C. (1973). *A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services*. Tech. rep. New York City: RAND Corporation, p. 64.
- Larson, R. C. (1974). *Urban emergency service systems: an iterative procedure for approximating performance characteristics*. Tech. rep. New York City, p. 67.
- Larson, RC (1975). "Approximating the performance of urban emergency service systems". *Operations Research* 23.5, pp. 845–868.
- Law, A.M. y W.D. Kelton (2000). *Simulation modeling and analysis*. McGraw-Hill series in industrial engineering and management science. McGraw-Hill.
- Lee, Taesik, John G Turner, Hoon Jang, y Soo-Haeng Cho (2012). "A simulation-based iterative method for a trauma center-air ambulance location problem". Winter Simulation Conference, p. 12.
- Li, Xueping, Zhaoxia Zhao, Xiaoyan Zhu, y Tami Wyatt (2011). "Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review". *Mathematical Methods of Operations Research* 74.3, pp. 281–310.
- Lin, Gui-Hua, Dali Zhang, y Yan-Chao Liang (2013). "Stochastic multiobjective problems with complementarity constraints and applications in healthcare management". *European Journal of Operational Research* 226.3, pp. 461–470.

- Majzoubi, Farshad, Lihui Bai, y Sunderesh S. Heragu (2012). "An optimization approach for dispatching and relocating EMS vehicles". *IIE Transactions on Healthcare Systems Engineering* 2.3, pp. 211–223.
- Marianov, Vladimir y Charles ReVelle (1996). "The Queueing Maximal availability location problem: A model for the siting of emergency vehicles". *European Journal of Operational Research* 93.1, pp. 110–120.
- Marinho, Pedro, Sizenando Silva, y Luis Ricardo Pinto (2010). "Emergency medical systems analysis by Simulation and Optimization". Winter Simulation Conference, pp. 2422–2432.
- Mason, Andrew James (2013). "Handbook of Healthcare Operations Management". International Series in Operations Research & Management Science 184. Ed. by Brian T. Denton, pp. 289–317.
- Miettinen, Kaisa y Marko M. Mäkelä (2002). "On generalized trade-off directions in nonconvex multiobjective optimization". *Mathematical Programming* 92.1, pp. 141–151.
- Moghadas, F Moeen y H Taghizadeh Kakhki (2011). "Maximal covering location-allocation problem with M / M / k queuing system and side constraints". *Iranian Journal of Operations Research* 2.2, pp. 1–16.
- Morohosi, Hozumi (2008). "A case study of optimal ambulance location problems". *The 7th International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA'08)*, pp. 125–130.
- Quarantelli, E L (1981). "The command post view point of view in local mass communication systems". *International Journal of Communication Research* 7, pp. 57–73.
- Rahmati, Seyed Habib a., Vahid Hajipour, y Seyed Taghi Akhavan Niaki (2013). "A soft-computing pareto-based meta-heuristic algorithm for a multi-objective multi-server facility location problem". *Applied Soft Computing* 13.4, pp. 1728–1740.
- ReVelle, C. y K. Hogan (1989). "The Maximum Availability Location Problem". *Transportation Science* 23.3, pp. 192–200.
- Rotanz, Richard A. (2007). "From research to praxis: the relevance of disaster research for emergency management". *Handbook of disaster research*. Ed. by Springer. New York. Chap. 28, pp. 468–475.
- Schmid, Verena (2012). "Solving the dynamic ambulance relocation and dispatching problem using approximate dynamic programming". *European Journal of Operational Research* 219.3, pp. 611–621.
- Schmid, Verena y Karl F Doerner (2010). "Ambulance location and relocation problems with time-dependent travel times." *European journal of operational research* 207.3, pp. 1293–1303.
- Simpson, N C y P G Hancock (2009). "Fifty years of operational research and emergency response". *Journal of the Operational Research Society* 60, S126–S139.
- Sorensen, Paul y Richard Church (2010). "Integrating expected coverage and local reliability for emergency medical services location problems". *Socio-Economic Planning Sciences* 44.1, pp. 8–18.
- Toregas, Constantine, Ralph Swain, y C ReVelle (1971). "The location of emergency service facilities". *Operations Research* 19.6, pp. 1363–1373.

- Toro-Díaz, H., M. E. Mayorga, L. A. McLay, H. K. Rajagopalan, y C. Saydam (2015). "Reducing disparities in large-scale EMS systems". *J Oper Res Soc* 66.7, pp. 1169–1181.
- Toro-Díaz, Hector, Maria E Mayorga, Sunarin Chanta, y Laura A Mclay (2013). "Joint location and dispatching decisions for Emergency Medical Services". *Computers & Industrial Engineering* 64.4, pp. 917–928.
- Villegas R., Juan G ., Carolina Castañeda P., y Katherine A. Blandón (2012). "Mejoramiento de la localización de ambulancias de atención prehospitalaria en medellín (colombia) con modelos de optimización". *CLAIO/SBPO2012*. Vol. 123. Rio de Janeiro, p. 12.
- Villegas R., Juan G. (2003). "Problemas de Localización Multiobjetivo". PhD thesis. Universidad de los Andes, p. 100.
- Zhen, Lu, Kai Wang, Hongtao Hu, y Daofang Chang (2014). "A simulation optimization framework for ambulance deployment and relocation problems". *Computers & Industrial Engineering* 72, pp. 12–23.