

Transición demográfica, acumulación y uso del capital humano: ¿por qué muchos países siguen siendo pobres?

Ana Isabel Suárez García

El presente artículo fue presentado como Tesis de maestría presentada para optar al título de Magíster en Economía, Cohorte XVIII, de la Universidad de Antioquia 2023, el cual obtuvo mención Cum Laude. La investigación contó con la asesoría del profesor Wilman Arturo Gómez Muñoz, Doctor (PhD) en Economía.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS**

**DEPARTAMENTO DE
ECONOMÍA**

Medellín - Colombia

Comité editorial:

Carlos Andrés Vasco Correo M.Sc
Claudia Cristina Medina Palacios
Hector Mauricio Posada Duque Ph.D



© Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Antioquia. 2021

Jair Albeiro Osorio Agudelo
Decano de Facultad

Claudia Cristina Medina Palacios
Jefe de Departamento de Economía

Carlos Andrés Vasco Correa
Director Revista Lecturas de Economía.

*Transición demográfica, acumulación y uso del capital humano: ¿por qué muchos países siguen siendo pobres?**

Ana Isabel Suárez García †

Introducción. – I. Hechos estilizados. – II. Revisión de literatura. – III. Modelo teórico. – IV. Estimación y resultados. – V. Conclusiones – Referencias bibliográficas

Resumen

El crecimiento económico es una de las ramas más fecundas de investigación en economía como lo afirma Cárdenas (2020), se han escrito miles de artículos que buscan explicar por qué unos países crecen más que otros y además cuáles son las estrategias de los países más pobres para llegar a acelerar su crecimiento. Es por esto importante conocer todos aquellos factores y variables que influyen en el crecimiento económico, en particular, al considerar la variable de la natalidad, surgen las siguientes preguntas ¿será la reducción en la tasa de natalidad una causa importante del crecimiento económico per se?, ¿habrá algún vínculo entre el crecimiento del capital humano y la disminución de la tasa de natalidad?

Desde luego, hemos visto que en la mayoría de los trabajos se presenta una relación inversa entre las tasas de natalidad y el crecimiento económico, pero actualmente a pesar de que estas bajas tasas se mantienen, las economías en desarrollo que se presentan en este trabajo no muestran un crecimiento económico alto y sostenido. Así pues, en este trabajo se retoma la tasa de natalidad como un factor determinante, además de considerar la participación del capital humano como una base sólida y fundamental para generar el crecimiento económico. Bajo esta hipótesis se desarrolla un modelo de crecimiento con elección de natalidad y acumulación de capital humano, que permita conocer y entender por qué muchos países siguen siendo pobres a pesar de que han reducido su tasa de natalidad y han acumulado capital humano.

Palabras clave: Capital humano, crecimiento económico, tasa de natalidad.

* El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de la autora y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. La autora asume la responsabilidad por los derechos de autor y conexos

† Matemática 2019 de la Universidad de Antioquia.

Abstract

The economic growth is one of the most relevant branches in economy research as Cardenas (2020) affirms. Thousands of articles have been published which attempt to explain why some countries grow more than others. Also, the articles try to show which strategies the poor countries are implementing in order to accelerate their growth. That's why it is important to know all those factors and variables that influence in the economic growth; particularly, when it is considered the variable of natality, it emerges the following questions: Would the birth rate be an important factor of economic growth per se? would it be any link between the economical human resource capital and the birth rate decrease?

We have seen obviously that most of the jobs present an inverse relationship between birth and economic rates. But, nowadays, despite these low rates are kept, the developed economies which are presented in this work do not show a high and sustained economic growth. Therefore, this work pretends to retake the birth rate as a determinant factor, as well as the participation of the human capital as a solid and fundamental base to generate the economic growth, under this hypothesis, a growth model with choice of birth and accumulation of human capital is developed, which allows knowing and understanding why many countries continue to be poor despite the fact that they have reduced their birth rate and have accumulated human capital.

Key words: Human capital, economic growth, birth rate.

Clasificación JEL: E24, I32, J13, O5

Introducción

¿Por qué las familias de los países ricos tienen menos hijos? ¿Por qué cada nueva generación ha pasado más tiempo en la escuela que la anterior? ¿Por qué han aumentado los ingresos de los trabajadores altamente calificados incluso cuando su número también ha aumentado?, las respuestas a estas preguntas pueden ser diversas, algunas más intuitivas que otras, pero en este trabajo se considera que el hilo común que encaja a todas es el capital humano, ahora lo que se busca es indagar el papel de la elección de la natalidad y preguntarnos ¿Por qué cuando se han reducido las tasas de natalidad, no se presenta crecimiento económico en algunos países?

Según Ricardo (1959), la población puede duplicarse cada veinticinco años en circunstancias favorables; pero bajo las mismas circunstancias favorables posiblemente el capital total de un país se duplique en un lapso más breve, quiere decir que los salarios durante toda la etapa registrarán una tendencia al alza, porque la demanda de trabajo aumentará más que la oferta. Por tanto, el desarrollo de la economía tiene un impacto sobre el tamaño de la población. Este interés sobre las causas económicas de los cambios demográficos se vio reflejado por Becker (1960) y Collins (1964), en donde buscaban conocer el progreso y desarrollo de aquellos determinantes económicos de la tasa de natalidad y la fertilidad de los hogares, que dependen de la maximización de la utilidad que se genera en una familia, en donde no solo se toma en cuenta la cantidad de hijos, si no, su calidad que es reflejado en el nivel educativo. En este mismo esquema se encuentran los trabajos de Razin y Zion (1975) y Becker y Barro (1988) que dan cuenta sobre el estudio entre el sector económico y poblacional de las sociedades.

Por otra parte, surgieron modelos con el fin de hacer más explícito el modelo de crecimiento económico, entre estos están los trabajos Galor y Weil (1999), Jones (2001), Hansen y Prescott (2002), Lucas (2004), Issa (2005) y trabajos más generales como el de Doepke (2016). Además, Nelson y Phelps (1966), estudiaron la correspondencia entre crecimiento económico y educación, en donde propusieron un modelo en el cual los factores de acumulación de capital humano (inversión en humanos) y la difusión del conocimiento (difusión tecnológica) desempeñaban un papel central para explicar cómo evoluciona la producción física a lo largo del tiempo. Al reconocer la importancia en conocer cómo actúa el capital humano en las economías, teniendo presente sus bajas tasas de natalidad, se presente un caso particular para el caso colombiano, en donde Posada (2013), explica a través de un modelo teórico como desde un principio las caídas de las tasas de natalidad y de aumento de la población y el incremento del capital humano se iniciaron al mismo tiempo, pero después, a partir de la segunda mitad de los años setenta del siglo XX, se desaceleró la tasa de aumento del capital humano, pero las caídas de las tasas de natalidad y de expansión poblacional han proseguido. Es por esto que la caída de la fertilidad y a su vez los aumentos del crecimiento económico junto con el capital humano son los hechos estilizados que más han interesado a los economistas.

Así pues, notamos que en la mayoría de los artículos se presenta una relación inversa entre las tasas de natalidad y el crecimiento económico, aunque este patrón no suele estar reflejado en algunas economías de nuestro interés. Es por esto, que se desea restablecer como un factor

sustancial la tasa de natalidad y la participación del capital humano, considerando esta última como un apoyo para generar el crecimiento económico.

Esta propuesta se compone de cinco secciones de las cuales, la primera la constituye esta introducción, junto a los hechos estilizados. La segunda presenta una revisión de la literatura relacionada con la acumulación de capital humano y el crecimiento económico, y algunas consideraciones sobre la transición demográfica y la acumulación de capital humano. La tercera parte presenta la metodología para abordar el ejercicio práctico que se desarrollará posteriormente. La cuarta parte daremos los resultados que se obtuvieron del modelo, mientras que la quinta parte expone las conclusiones preliminares.

I. Hechos estilizados

La transición demográfica (TD) se define como la transformación a través del cual la población pasa de altas tasas de natalidad y mortalidad a bajas tasas, como lo mencionan Flórez et al. (2015), este proceso se da en dos etapas: En la primera aumenta la tasa de crecimiento natural, debido al descenso de la mortalidad, pero la fecundidad permanece alta, en la segunda etapa disminuye la tasa de crecimiento natural debido al descenso de la tasa de fecundidad, mientras que la mortalidad continúa bajando o permanece baja. Es decir, que la tasa de crecimiento es baja tanto al inicio como al final del proceso de transición demográfica, pero con tasas de mortalidad y fecundidad altas al inicio y bajas al final.

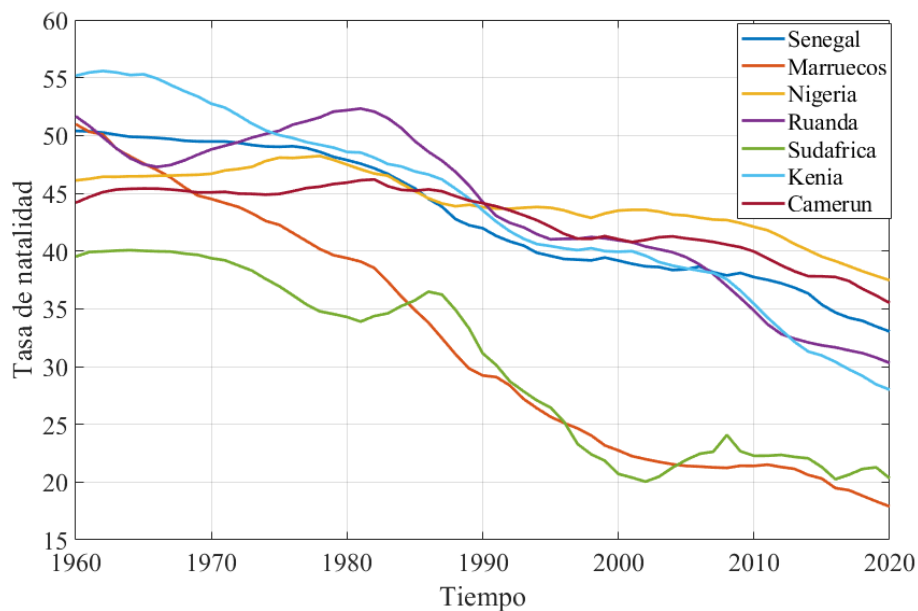
Este cambio en la TD, es causado según Gaviria (2010), por diferentes factores determinantes, el primero es el descenso de la fecundidad, debido a la disponibilidad de métodos anticonceptivos, los cambios en las aspiraciones y expectativas de las mujeres y también el descenso de la mortalidad debido a la mejoría de salud y alimentación, que se ha dado por el desarrollo económico.

Actualmente, en Colombia encontramos un porcentaje de población entre los 4 y 5 años de 8,4%, mientras que el porcentaje de la población de 65 años y más es del 9,1%, según el Censo Nacional de Población y Vivienda (2018). Así, debido a los cambios tan marcados que presenta la TD, en donde se infiere una población infantil menor respecto a la población adulta, se estaría llegando a un proceso conocido como el envejecimiento, en donde este envejecimiento hace referencia al aumento de la edad cronológica. Por tanto, es importante conocer las tendencias no solo de Colombia, si no, mundiales respecto a la tasa de crecimiento poblacional. Para ello, los indicadores demográficos básicos permiten analizar cómo inciden los fenómenos demográficos básicos en los diferentes países, en especial los indicadores tanto de natalidad como de fecundidad, que son definidos según Sancho (2012), como:

- *Indicadores de natalidad:* Referentes a los nacimientos ocurridos en una población.
- *Indicadores de fecundidad:* Referentes a los nacimientos en relación con la población en la que tienen lugar, es decir, las mujeres en edad fértil.

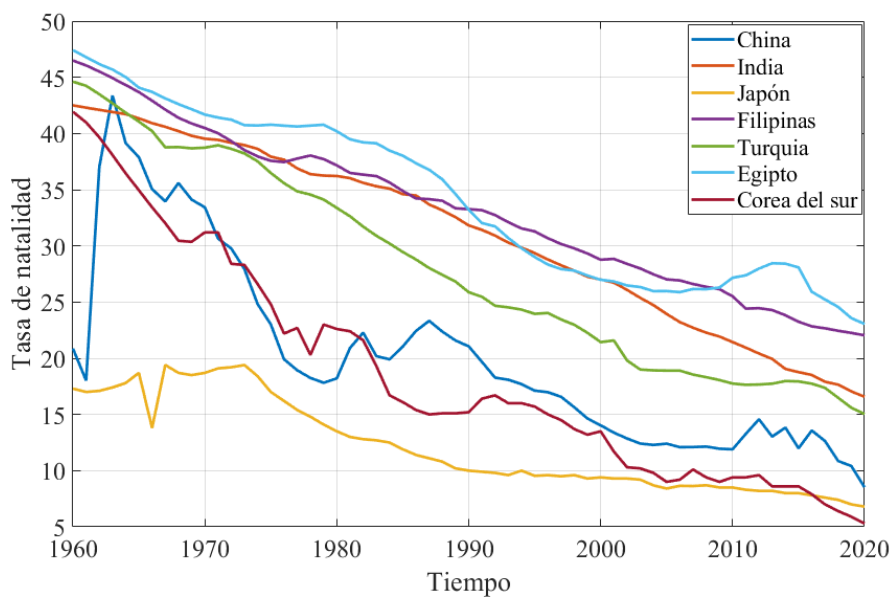
Un análisis de las tendencias mundiales con relación a las tasas de natalidad (nacidos por un año, por cada mil personas) muestra un decrecimiento en estas de una manera significativa. Con datos del Banco Mundial, comprendidos entre los periodos 1960 – 2020 de los siguientes países, que van a estar agrupados en 4 continentes: *Asia*: China, India, Japón, Corea del Sur, Egipto, Turquía y Filipinas. *América* dividida en dos sectores, Sur América: Colombia, Argentina, Chile, Perú, Ecuador Bolivia y Paraguay y Norte América: Canadá, Costa rica, Guatemala, Brasil, Estados unidos, República Dominicana y México. *Europa*: Italia, Francia, Rusia, España, Alemania, Irlanda y Suecia. *África*: Senegal, Marruecos, Sudáfrica, Kenia, Camerún, Nigeria y Ruanda. La elección de estos continentes se realizó para algunas economías en desarrollo y economías que presentan un crecimiento económico mucho más marcado respecto a las demás, generalmente ubicadas en su mayoría en Asia y Europa. Por parte de Sur América, se toma a Colombia como referente y a los demás países que presentan similitud con él y presentan una mejor economía.

Figura 1 : Tasa de natalidad en países de África (1950-2020)



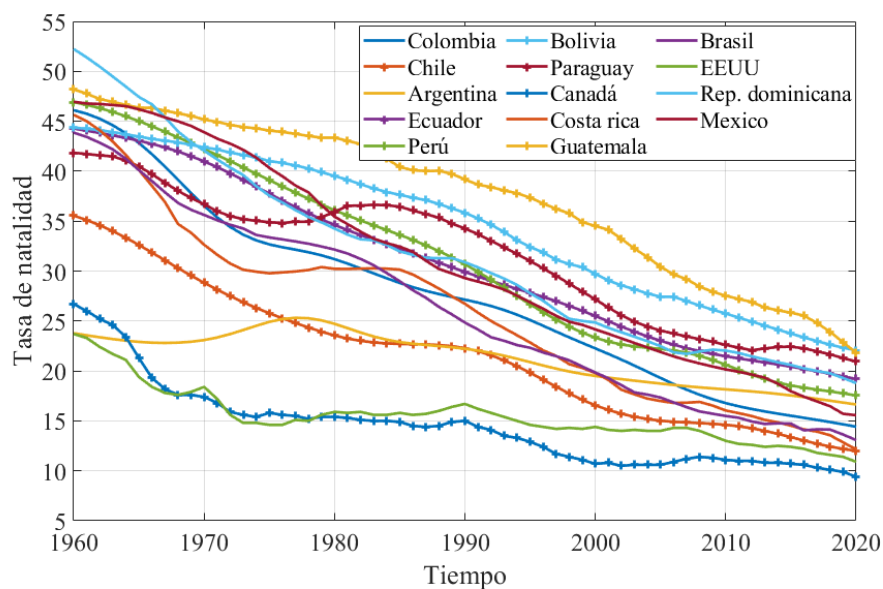
Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial nacidos por un año, por cada mil personas (1960-2020)

Figura 2: Tasa de natalidad en países de Asia (1950-2020)



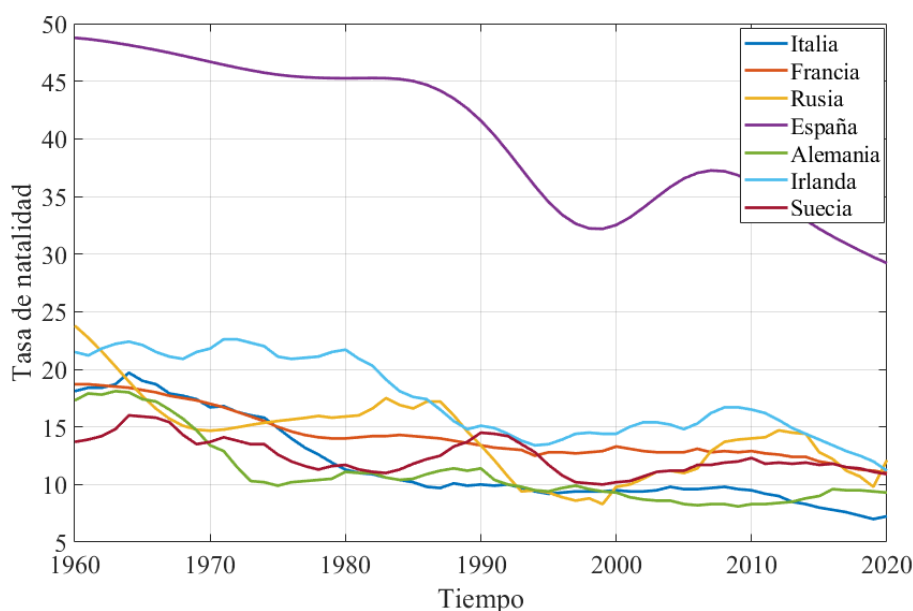
Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial nacidos por un año, por cada mil personas (1960-2020)

Figura 3: Tasa de natalidad en países de América (1950-2020)



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial nacidos por un año, por cada mil personas (1960-2020)

Figura 4: Tasa de natalidad en países de Europa (1950-2020)



Fuente: Elaboración propia con datos del Banco Mundial nacidos por un año, por cada mil personas (1960-2020)

Como se nota en las figuras anteriores, se ha presentado un decrecimiento acelerado en las tasas de natalidad en los diferentes países seleccionados, por una parte, los países de América y África, presentan un decrecimiento constante desde los años 1960 hasta el año 2020, donde observamos que los países de América han tenido la tasa de natalidad más baja. En los países de Asia a pesar de tener un decrecimiento a largo plazo, se notan ciertas variaciones constantes durante los años 1980 – 2020. Por otra parte, en la *Figura 4*, los países de Italia, Alemania, Suecia y Francia, presentan patrones muy similares, pero a partir del año 1997 – 1998 se tiende a equilibrar la tasa de natalidad, caso muy similar encontrado en China, Japón y Corea del Sur, algo importante a resaltar, es que en Europa los países tienen un incremento en la tasa de natalidad, caso que no se presentó en los demás Continentes, este fenómeno parece estar entre crecimientos y decrecimientos muy marcados. De manera general la tasa de natalidad de los países seleccionados ha disminuido teniendo a América como el continente con mayor decrecimiento, seguido de África, Asia y Europa.

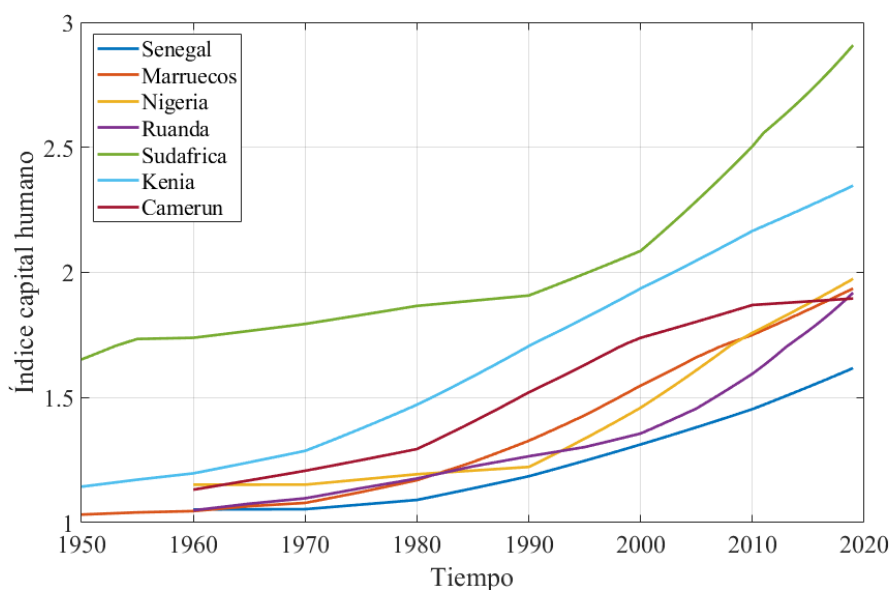
Según Cuenca y Penagos (2014), se verificó un descenso en los niveles de fecundidad en cada continente durante los periodos 1952 y 2015, teniendo durante ese período, la reducción de su tasa global de fecundidad de 5 a 2.5 por mujer. Además, en América Latina, baja de casi 6 a 2.18 hijos por mujer, tasa muy cercana al nivel de reemplazo de 2.10 y similar a la observada en Asia. También Nieto (2000) concluye que Colombia, como el resto de los países latinoamericanos, ha experimentado desde mediados del siglo XX una rápida

transición demográfica que ha afectado drásticamente la estructura por edad de su población y se ha iniciado un claro proceso de envejecimiento.

Ahora, ¿qué sucede con estas bajas tasas de natalidad y el capital humano? Antes de responder a esta pregunta, es importante conocer las diferentes medidas que existen para medir o estimar el capital humano. En Colombia, por ejemplo, se tienen que las pruebas PISA y el ICFES que son pruebas diagnósticas usadas para la medición del desarrollo del capital humano que la plantean de manera más general Ruiz et. al (2014). Por otra parte, el banco mundial presenta un proyecto PCH Mundial (2018), en el cual busca contribuir a la mejoría y aceleramiento de las inversiones en las personas, con el fin de lograr un crecimiento económico mayor.

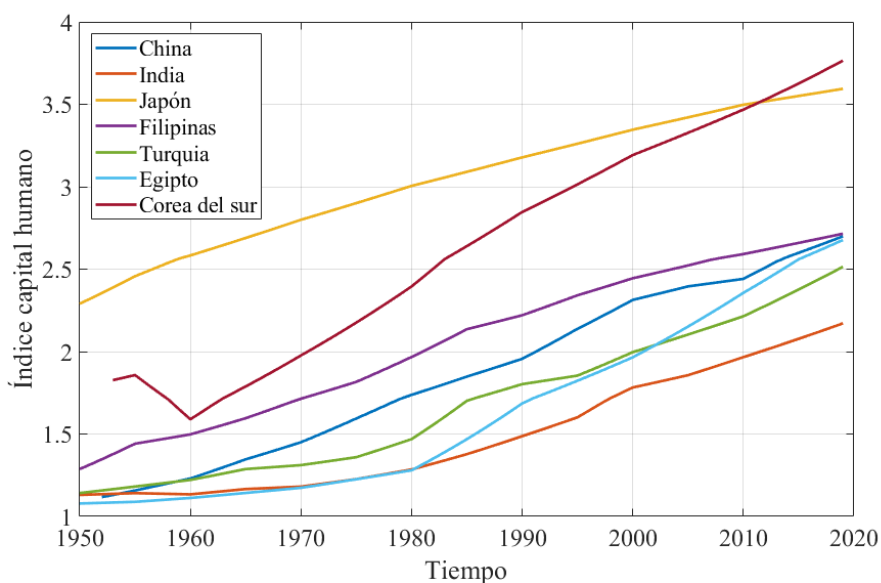
En este caso, usando el Índice de capital humano por persona, basado en años de escolaridad y retornos a la educación de la base de datos Groningen Growth and Development Centre (GGDC), analizaremos los países que fueron seleccionados. Las series de tiempo usadas están dadas generalmente entre los periodos de 1950 – 2019 (este rango puede variar en ciertos países).

Figura 5: Índice de capital humano de África (1950 – 2019)



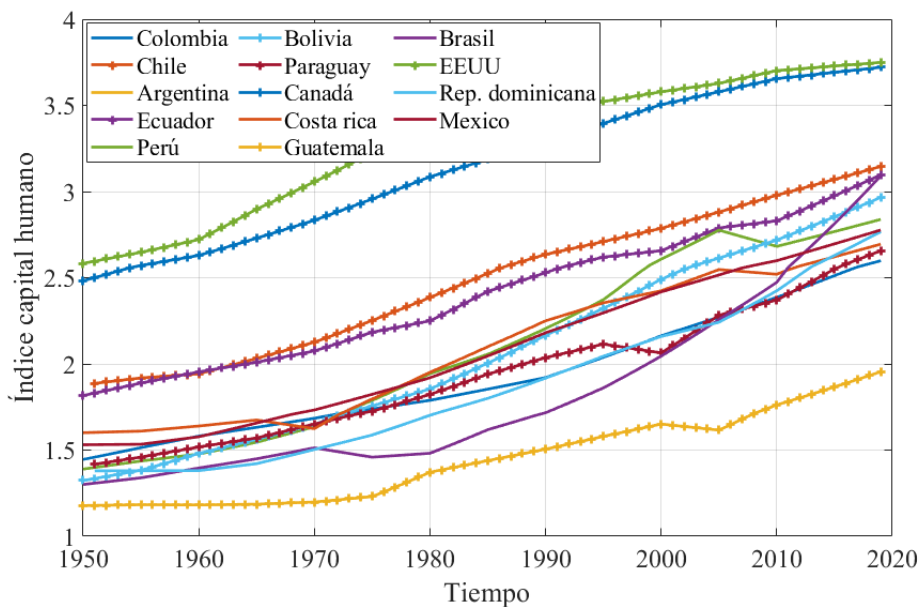
Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- Índice de capital humano por persona (1950-2019).

Figura 6: Índice de capital humano de Asia (1950 – 2019)



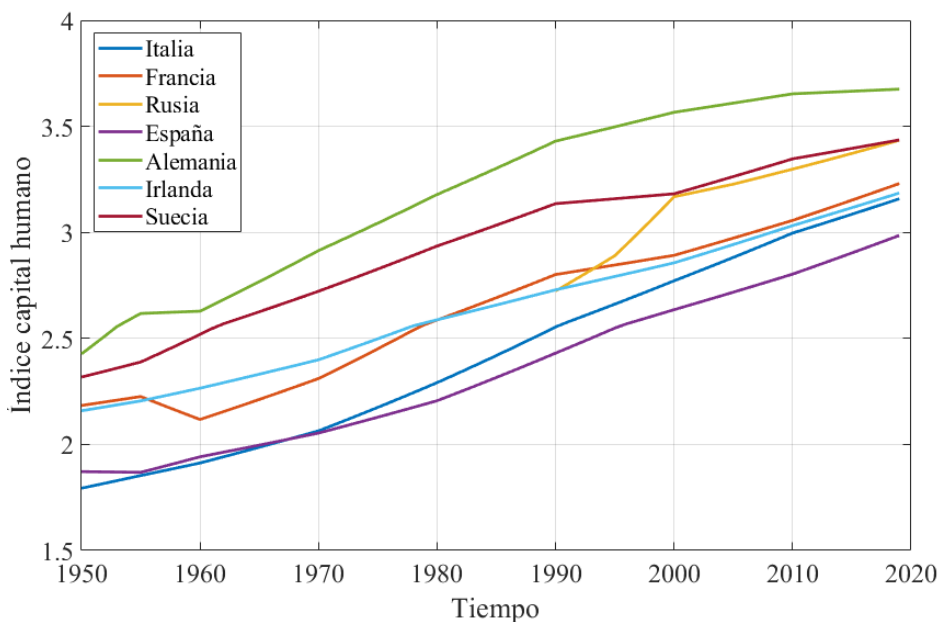
Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- Índice de capital humano por persona (1950-2019).

Figura 7: Índice de capital humano de América (1950 – 2019)



Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- Índice de capital humano por persona (1950-2019).

Figura 8: Índice de capital humano de Europa (1950 – 2019)



Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- Índice de capital humano por persona (1950-2019).

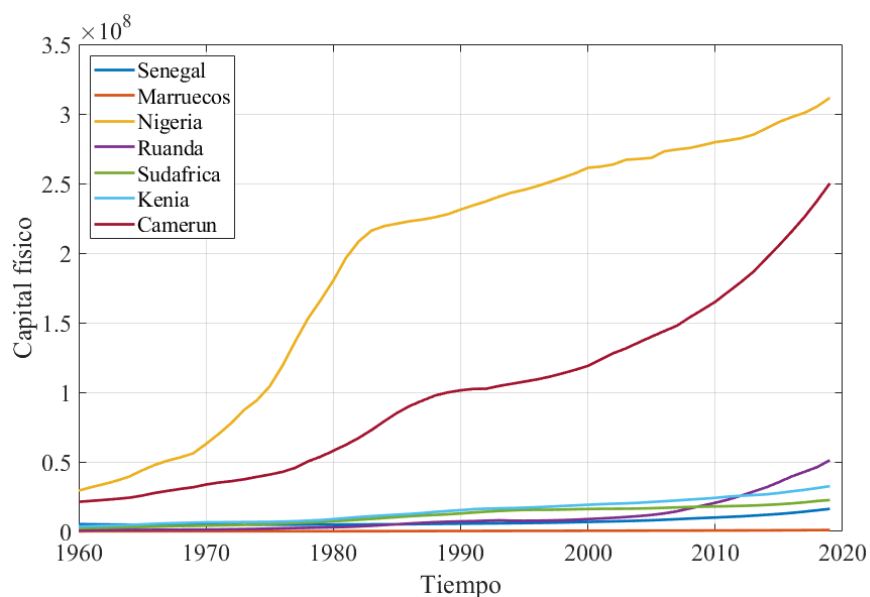
Observemos que, en las figuras se presenta un crecimiento en el índice del capital humano. En el caso de África, los países de Sudáfrica y Kenia, han tenido un crecimiento constante, a excepción de Camerún y Marruecos en donde se nota una variación en su crecimiento, también es importante destacar el país de Ruanda, en donde ha tenido un crecimiento constante desde el año 2000. Si notamos en la *Figura 7*, los países con mayor índice de capital humano son, Estados Unidos, seguido de Canadá y Chile, no obstante, a pesar del crecimiento constante a largo plazo de los países de América, notamos que Guatemala, República Dominicana y Colombia no han tenido un crecimiento tan acelerado. Por último, los países de los continentes de Asia y Europa presentan un crecimiento constante a largo plazo, destacando a Japón y Alemania, como los países con mayor índice de capital humano.

Teniendo presente la tasa de natalidad, notamos que a medida que aumenta el índice de capital humano, la natalidad tiende a disminuir en países de América y África. Mientras que, en los países de Europa, su índice de capital humano ha incrementado mientras que se estabiliza su tasa de natalidad. Respecto a los países de Asia, su tasa de natalidad parece incrementar a partir del año 2000, así mismo como su índice de capital humano que ha tenido crecimiento desde los años 1970.

Luego, ¿qué podemos decir entonces del crecimiento económico de estos países?, al analizar las series de GGDC, en donde se tiene el PIB real a precios nacionales constantes (en millones de US\$ de 2017), notamos que en América los países con mayor PIB son, Estados Unidos,

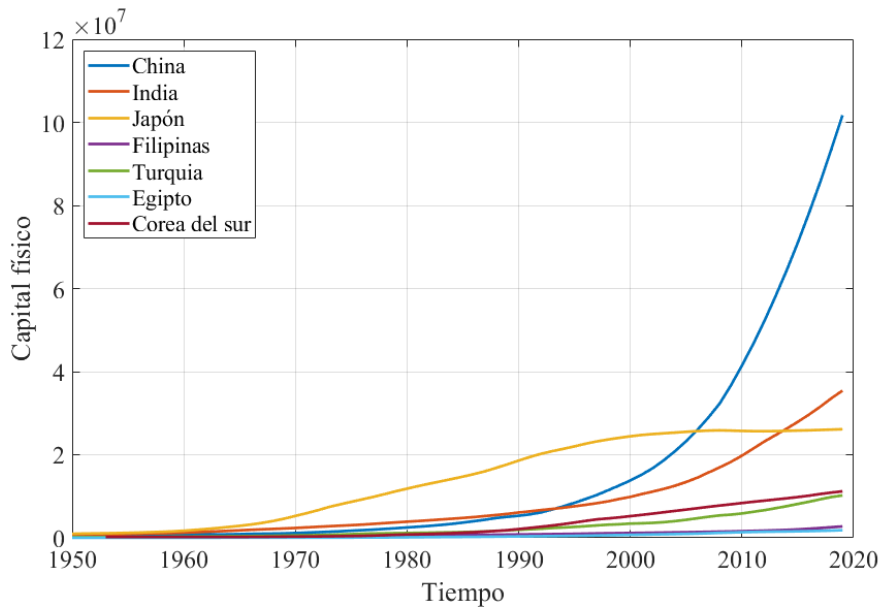
Brasil, México, Canadá y Chile, los demás países no presentan variaciones significativas en su crecimiento del PIB. Respecto a África los países de Camerún y Nigeria presentan un crecimiento constante a largo plazo, mientras que Kenia, Sudáfrica y Senegal tienen un crecimiento constante, pero no muy perceptible. Por otra parte, los países de Europa presentan un crecimiento constante desde 1950 – 2019, mientras que en Asia, China y Japón son los países con mayor PIB.

Figura 9: Índice de capital físico de África (1950 – 2019)



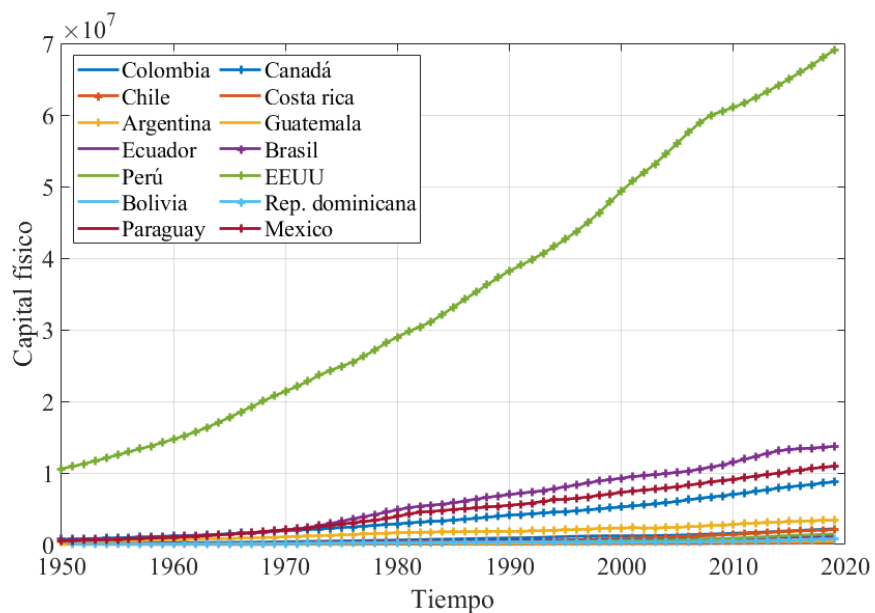
Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- PIB real a precios nacionales constantes (1950-2019)

Figura 10: Índice de capital físico de Asia (1950 – 2019)



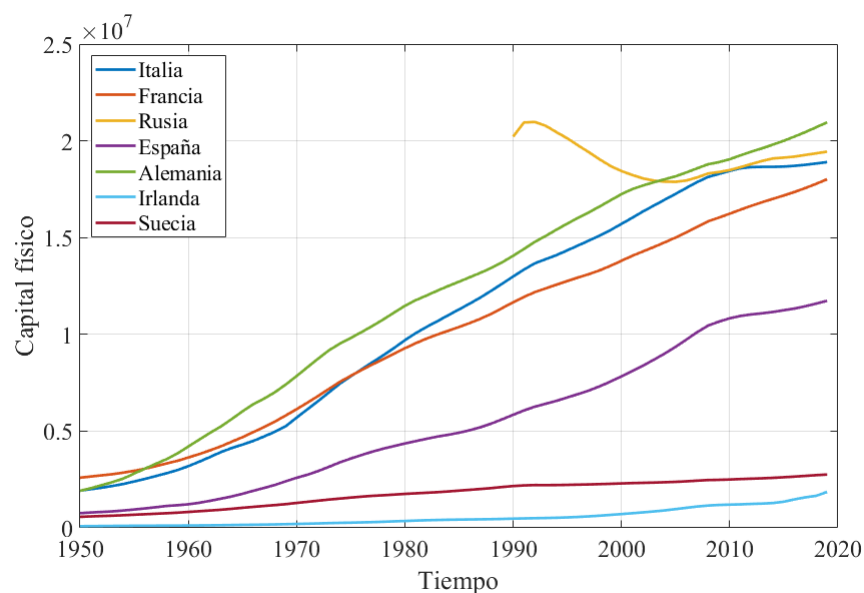
Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- PIB real a precios nacionales constantes (1950-2019)

Figura 11: Índice de capital físico de América(1950 – 2019)



Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- PIB real a precios nacionales constantes (1950-2019)

Figura 12: Índice de capital físico de Europa (1950 – 2019)



Fuente: Elaboración propia con datos de PWT- PIB real a precios nacionales constantes (1950-2019)

Finalmente, notamos que la selección de países que fueron analizados anteriormente, aunque en su mayoría cumplen el patrón de que, al disminuir su tasa de natalidad, implica un aumento en el capital humano, generando así un crecimiento económico, surge entonces la siguiente pregunta ¿qué sucede con aquellos países que, aunque han disminuido sus tasas de natalidad no están presentando un crecimiento económico sostenido?, ¿cuál es la participación del capital humano para aquellos países? Es por esto, que el objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo de crecimiento con elección de natalidad y acumulación de capital humano, que permita conocer y entender por qué muchos países siguen siendo pobres a pesar de que han reducido su tasa de natalidad y han acumulado capital humano.

II. Revisión de literatura

Parafraseando a Robert E. Lucas, premio Nobel de Economía en 1995, cuando se empieza a pensar en los determinantes y las implicaciones del crecimiento económico, es difícil pensar en algo más importante, es por esto necesario indagar sobre las diferentes bases que impulsan el crecimiento económico de las economías.

En particular, desde el punto de vista del crecimiento poblacional, existen países con bajas tasas de natalidad y alto crecimiento económico, también el caso contrario, cuando se presenta un aumento en la tasa de natalidad y una disminución en el crecimiento económico, la pregunta que motiva este trabajo es ¿será la reducción en la tasa de natalidad una causa importante del crecimiento económico per se?, ¿Habrà algún vínculo entre el crecimiento del capital humano y la disminución de la tasa de natalidad? ¿Bastará disminuir la tasa de

natalidad para que incremente el capital humano aun cuando el crecimiento del capital humano exhiba concentración al igual que la distribución de la riqueza?

Como punto de partida, se resalta que diferentes países de América latina, Asia, Europa, entre otros, han tenido un crecimiento económico significativo en los últimos años, este crecimiento se ha dado de manera proporcional con el aumento del desarrollo del capital humano, como lo refleja Cárdenas (2020), en donde miden el promedio de años de escolaridad desde 1970 hasta 2017, en el cual para el año 2017 se contaba con un promedio para América Latina del 8.8, en países de la OCDE (organización para la cooperación y desarrollo económico) del 12.0 y países de Asia del Este y Pacífico del 9.2, que en relación con el año 1970 estaban dados por 4.2, 7.3 y 3.9, respectivamente. Por otra parte, resalta de manera particular que en Colombia cada año adicional de educación superior puede representar incrementos hasta el 18% en los ingresos de los individuos.

Algo importante a considerar, está en cómo se puede sostener el capital humano y para ello Cuenca y Penagos (2014) consideran que son las variables de la educación y la salud, mientras que Urrutia et al. (1999) consideran a la fuerza laboral como una aportación eficiente al crecimiento constante y positivo que se dé a largo plazo. Es por esto considerable examinar al desarrollo del capital humano como una variable que potencia el crecimiento económico. Ahora, ¿cuál es el papel que tiene la natalidad bajo ese esquema?

Rosenzweig (1990) presenta estudios empíricos que evidencian hipótesis derivadas de modelos de comportamiento de los hogares relacionados con las interrelaciones entre el crecimiento de la población, el capital humano y el desarrollo económico. En donde respalda las hipótesis de que las alteraciones en los rendimientos del capital humano asociadas al cambio técnico exógeno conducen simultáneamente a aumentos de las inversiones en capital humano y a reducciones de la fecundidad, y de que el coste del control de la fecundidad es un factor significativo, aunque modesto, de inhibición de las inversiones en capital humano.

Un caso particular y de gran interés es el analizar el crecimiento de la población, la acumulación de capital y el crecimiento de los ingresos en las economías, considerando la determinación del crecimiento de la población a través de decisiones de fecundidad endógena. Barro y Becker (1989) consideran una economía cerrada y muestran que la tasa de crecimiento de la población en estado estacionario está relacionada positivamente con el grado de altruismo hacia los niños y con la tasa de interés a largo plazo en estado estacionario, y está relacionada negativamente con la tasa de crecimiento entre generaciones en el consumo per cápita.

Si el progreso es neutral según Harrod, y si un aumento en el ingreso aumenta la fertilidad, se muestra que un progreso más rápido reduce la fertilidad y la tasa de crecimiento de la población, aunque también aumenta la tasa de interés de estado estacionario. Sin embargo, si la fecundidad cae cuando aumentan los ingresos, un progreso más rápido puede aumentar la fecundidad y la tasa de crecimiento de la población.

Becker, Murphy y Tamura (1990) suponen una fecundidad endógena y una tasa de rendimiento del capital humano creciente, en donde, a medida que aumenta el stock de capital humano, cuando el capital humano es abundante, las tasas de rendimiento de las inversiones en capital humano son altas en relación con las tasas de rendimiento de los hijos, mientras que cuando el capital humano es escaso, las tasas de rendimiento del capital humano son bajas en relación con las de los hijos. En consecuencia, las sociedades con escaso capital humano optan por familias numerosas e invierten poco en cada miembro; las que tienen abundante capital humano hacen lo contrario. Esto conduce a dos estados estables. En uno, las familias son numerosas y el capital humano escaso; en el otro, las familias son pequeñas y el capital humano y físico aumenta.

Como se conoce, en China se implementó una de las políticas de fertilidad más estrictas a fines de la década del 1970 para frenar el crecimiento de la población, actualmente se relajó la política de hijo único con la esperanza de promover el crecimiento económico y el bienestar social, así Bairoliya y Miller (2021) evalúan el impacto de los cambios demográficos en la acumulación de capital humano y la producción agregada utilizando un modelo de generaciones traslapadas con ahorros endógenos y decisiones de inversión en capital humano.

Las simulaciones del modelo indican que la proporción de la educación y el ingreso per cápita serán menores con un repunte de la fecundidad en comparación con la fecundidad del statu quo. Concluyen que la política educativa es eficaz para mitigar estos resultados adversos asociados con una mayor fecundidad. Si bien las disminuciones a largo plazo en la producción per cápita pueden compensarse con un aumento del 4,7% en el presupuesto de educación del gobierno, se requiere un aumento del 28% para lograr el mismo resultado a corto plazo.

Es por ello interesante investigar si la transición demográfica conjunta con la dinámica del capital humano es importante para el crecimiento de una economía, en especial economías en desarrollo. Para ello, Ahmad y Khan (2019) afirman que una población económicamente activa junto con su tasa de participación en la fuerza laboral, tienen una contribución positiva en el crecimiento económico. Además, aseguran que un requisito previo para lograr beneficios de la actual transición demográfica, son mercados laborales flexibles capaces de absorber a los jóvenes que ingresan a la población en edad de trabajar. Por otra parte, Ehrlich y Kim (2005) afirman que los países en desarrollo se caracterizan por la escasez de recursos disponibles para el desarrollo, por tanto, consideran vital el papel del capital humano como un importante factor de entrada que directamente estimula el crecimiento económico y una herramienta eficaz que reduce la mortalidad y, en consecuencia, la fertilidad.

Por otra parte, Galor y Weil (1998) desarrollan un modelo unificado de crecimiento, población y progreso tecnológico que es coherente con la evidencia histórica a largo plazo, que inician desde un Régimen Malthusiano, luego pasan por el Régimen Post-Malthusiano hasta una transición demográfica y un Régimen de crecimiento moderno, en donde se concluye que la transición de un régimen a otro es debido a que el aumento de la población y el aumento del nivel medio de educación impulsa el progreso tecnológico y que éste a su

vez crea un desequilibrio que aumenta el rendimiento del capital humano e induce a intercambiar calidad de hijos por cantidad. Luego Galor y Weil (1999) retoman la importancia del estancamiento Malthusiano en el crecimiento moderno, teniendo presente no solo la transición demográfica que tuvo lugar en los países desarrollados durante el siglo pasado y que actualmente se evidencia en gran parte del mundo, sino también el Régimen Malthusiano que caracterizó gran parte de la historia de la humanidad, así como el periodo de crecimiento creciente de la población y de la producción per cápita que le siguió.

También Galor y Weil (2000), mencionan que, aunque el modelo presenta el desarrollo que se desencadenó en Europa, por la transición del régimen Malthusiano al régimen post Malthusiano, no debería considerarse igual para aquellos países que se encuentran en desarrollo, puesto que en estos países existe una gran reserva de tecnología preexistente que se puede importar y en la cual el crecimiento de la población no es un factor determinante para el crecimiento tecnológico. Es decir, que las transiciones tecnológicas aumentan la rentabilidad de la educación y esto no está relacionado con el crecimiento de la población, ya que al considerar la población constante esto llevaría a que el progreso tecnológico aumente el rendimiento de la educación, de tal modo que los padres escolarizarían más a sus hijos implicando un crecimiento del progreso tecnológico.

Posteriormente Galor (2006), retoma la importancia que tuvo la transición demográfica en los últimos 140 años considerando esta como una fuerza primordial en la transición del estancamiento al crecimiento, pero que este mismo crecimiento demográfico durante las primeras fases de industrialización acabó invirtiéndose, puesto que el aumento de la demanda de capital humano provocó bajas tasas de fertilidad y crecimiento demográfico. Es por esto, que las economías convirtieron una gran parte de los frutos de la acumulación de factores y del progreso tecnológico en aumento de la renta per cápita.

Es así, cuando Galor (2012) realiza una revisión sobre las afectaciones que desencadenaron la transición demográfica, haciendo énfasis en que el crecimiento de la demanda de capital humano en el proceso de desarrollo fue el principal desencadenante del deceso de la fecundidad y de la transición al crecimiento moderno.

Finalmente, en la revisión de la literatura no se encontró ningún modelo de crecimiento que abordara explícitamente la hipótesis de trabajo propuesta. Aunque hay modelos que consideran la acumulación de capital humano según la teoría de Uzawa-Lucas y otros que tienen en cuenta la elección de natalidad siguiendo la teoría de Becker, se necesita un enfoque integrador que conecte estos dos elementos. Es necesario un modelo estructural de crecimiento que incluya la acumulación tanto de capital físico como humano, la decisión de tener hijos como una variable relacionada con el bienestar de las familias y el nivel de utilización del capital humano acumulado en las economías.

III. Modelo teórico

Uno de los factores que ayudan a promover el crecimiento de un país es la educación de los individuos. El modelo de Uzawa-Lucas surge como una solución a la falta de realismo de modelos al momento de considerar la transformación de personas en capital humano y viceversa. Más que esto, Uzawa y Lucas ven en el capital humano un posible factor de endogenización.

Es por esto que Uzawa (1965) y Lucas (1988) explotaron la idea para construir un modelo de dos sectores con crecimiento endógeno, en uno la producción final se obtiene mediante la combinación de capital físico y humano. El producto final puede ser consumido o cambiado en capital físico, dado por:

$$\dot{K} = AK_Y^\alpha H_Y^{1-\alpha} - C - \delta_K K \quad (1)$$

Donde K_Y y H_Y son las cantidades de capital físico y humano utilizadas en la producción del bien final, Y .

Por otra parte, el segundo factor, se considera la producción y la acumulación de capital humano se hace a propósito a partir del capital físico y humano. Se considera también las tecnologías tanto para la obtención de capital humano como la obtención de la producción final:

$$\dot{H} = BK_H^\eta H_H^{1-\eta} - \delta_H H \quad (2)$$

Donde K_H y H_H son los stocks de capital físico y humano utilizados en la producción de capital humano. B es la productividad total factorial en el sector de capital humano. Los bienes H_Y y H_H son bienes usados en producir Y y H respectivamente, por tanto, podemos escribir el capital humano agregado como la suma de estos, $H = H_Y + H_H$, se considera la variable u conocida como la *fracción de capital humano utilizada en la producción de bienes finales* ($H_Y = uH$), por otra parte, $1 - u$ es la *fracción de capital humano utilizada en el proceso educativo* ($H_H = (1 - u)H$).

En el proceso de educación se requiere relativamente más capital humano que la producción de capital físico, esto en términos de las funciones de producción de (1) y (2), se tiene que la educación es más intensiva en capital humano, es decir que $\alpha > \eta$, incluso se considera que el capital humano es el único input, es decir, $\alpha > \eta = 0$. Además, como todo el capital se utiliza en la producción de bienes finales, entonces se debe considerar $K = K_Y$ y que $K_H = 0$, por tanto, las ecuaciones anteriores se pueden reescribir como:

$$\dot{K} = AK^\alpha uH^{1-\alpha} - C - \delta_K K \quad (3)$$

$$\dot{H} = B(1 - u)H - \delta_H H \quad (4)$$

Por último, estas ecuaciones se escriben en términos per cápita, dado que las tecnologías de producción son funciones homogéneas³:

$$\dot{k} = Ak^\alpha u h^{1-\alpha} - c - (\delta_K + n)k \quad (5)$$

$$\dot{h} = B(1 - u)h - (\delta_H + n)h \quad (6)$$

Sin pérdida de generalidad, se considera que los individuos eligen la trayectoria temporal del consumo c y la fracción de su tiempo que ofrecen a u y $(1 - u)$, que tienen como finalidad maximizar la función de utilidad dada por:

$$U = \int_0^\infty e^{-(\rho-n)t} \left(\frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \right) dt \quad (7)$$

Sujeto a las dos restricciones de las ecuaciones (5) y (6)

1. Función agregadora del trabajo

Como punto de partida, en el objetivo del trabajo presentado hasta el momento, es construir un modelo que conjuntamente tenga la elección de la natalidad con la acumulación de capital humano, para ello se define la función agregadora del trabajo que tiene el trabajo bruto o el capital humano como casos extremos, esta curva de transformación está dada por:

$$N \equiv N_t = \left[\phi(uH_t)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi)(L_t)^{\frac{1}{\rho}} \right]^\rho \quad (8)$$

La función cumple con las siguientes propiedades:

³Una función homogénea es una función que presenta un comportamiento multiplicativo: si todos los argumentos se multiplican por un factor constante, entonces el valor de la función resulta ser un cierto número de veces el factor multiplicativo elevado a una potencia. Dicha potencia es el grado de la función homogénea.

- Función de rendimientos constantes a escala

Recordemos que, si todos los argumentos de la función se multiplican por un factor constante, entonces el valor de la función resulta ser un cierto número de veces el factor multiplicativo elevado a una potencia, es decir, al tomar λ dentro de los factores de la función agregadora de trabajo, tenemos:

$$N = \left[\phi \lambda^{\frac{1}{\rho}} (uH)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi) (L)^{\frac{1}{\rho}} \lambda^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho}$$

luego, al tener λ como un factor multiplicativo de grado 1,

$$N = \lambda \left[\phi (uH)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi) (L)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho}$$

concluimos que la función agregadora de trabajo es una función homogénea de grado 1, es decir, es una función de rendimientos constantes a escala.

- Cuando el capital humano tiende a disminuir, entonces N es una función de trabajo bruto, es decir,

$$\lim_{H \rightarrow 0} N = (1 - \phi)^{\rho} L$$

- Si el trabajo bruto tiende a cero, entonces la función agregadora de trabajo se convierte en una función de capital humano.

$$\lim_{L \rightarrow 0} N = \phi^{\rho} (uH)$$

- Si la participación del capital humano tiende a cero ($\phi = 0$) entonces la función de agregadora de trabajo es netamente una función de trabajo bruto, esto se ve de esta manera:

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} N = L$$

- Si la participación del capital humano tiende a uno ($1 - \phi = 0$) entonces la función de agregadora de trabajo es netamente una función de capital humano,

$$\lim_{\phi \rightarrow 1} N = uH$$

- **Cóncava para valores de $\rho \geq 1$**

Prueba: Consideremos la siguiente notación: $N_i = \frac{\partial N}{\partial i}$, $N_{ii} = \frac{\partial}{\partial} \left(\frac{\partial N}{\partial i} \right)$, $|H_i|$: i - ésimo menor principal, estas derivadas son con base a la función agregadora de trabajo.

Derivadas respecto a L

$$N_L = \left[\phi \left(\frac{uH}{L} \right)^{1/\rho} + (1 - \phi) \right]^{\rho-1} (1 - \phi)$$

$$N_{LL} = -(1 - \phi)(\rho - 1) \frac{1}{\rho} (uH)^{1/\rho} \phi L^{1/\rho-2} [\phi (uH)^{1/\rho} + (1 - \phi) L^{1/\rho}]^{\rho-2}$$

Derivadas respecto a H

$$N_H = \left[(1 - \phi) \left(\frac{L}{H} \right)^{1/\rho} + \phi u^{1/\rho} \right]^{\rho-1} (\phi u^{1/\rho})$$

$$N_{HH} = -(1 - \phi)(\rho - 1) \frac{1}{\rho} (uL)^{1/\rho} \phi H^{1/\rho-2} [\phi (uH)^{1/\rho} + (1 - \phi) L^{1/\rho}]^{\rho-2}$$

Derivadas cruzadas

$$N_{LH} = (\rho - 1)(1 - \phi) L^{1/\rho-1} [\phi (uH)^{1/\rho} + (1 - \phi) L^{1/\rho}]^{\rho-2} \frac{1}{\rho} \phi u^{1/\rho} H^{1/\rho-1}$$

$$N_{HL} = (\rho - 1)(1 - \phi) L^{1/\rho-1} [\phi (uH)^{1/\rho} + (1 - \phi) L^{1/\rho}]^{\rho-2} \frac{1}{\rho} \phi u^{1/\rho} H^{1/\rho-1}$$

$$N_{LH} = N_{HL}$$

Matriz hessiana y menores principales

$$|H_1| = -(1 - \phi)(\rho - 1) \frac{1}{\rho} (uH)^{1/\rho} \phi L^{1/\rho-2} [\phi (uH)^{1/\rho} + (1 - \phi) L^{1/\rho}]^{\rho-2}$$

Si $\rho \geq 1$, entonces, $(\rho - 1) \geq 0$, por tanto, $|H_1| \leq 0$

Si $\rho \leq 1$, entonces, $(\rho - 1) \leq 0$, por tanto, $|H_1| \geq 0$

$$|H_2| = N_{LL}N_{HH} - N_{LH}^2 = 0$$

Conclusiones

- Si $\rho \geq 1$, entonces $|H_1| \leq 0$, $|H_2| = 0$, por lo tanto, la matriz hessiana es semidefinida negativa, por tanto, N es cóncava.

- Si $\rho \leq 1$, entonces $|H_1| \geq 0$, $|H_2| = 0$, por lo tanto, la matriz hessiana es semidefinida positiva, por tanto, N es convexa.

Nota: Como la función agregadora del trabajo es una curva de transformación, es decir, es el lugar geométrico de las combinaciones de capital físico y capital humano, entonces necesariamente la función debe ser cóncava, por tanto, restringimos los valores para $\rho > 1$. Finalmente, definido nuestra función agregadora de trabajo, a continuación, se presenta el modelo Uzawa-Lucas con elección de natalidad.

2. Modelo de Uzawa-Lucas con elección de natalidad

Consideremos el siguiente modelo:

$$Y = AK^\alpha(N)^{1-\alpha} \quad (9)$$

$$\dot{K} = AK^\alpha(N)^{1-\alpha} - C - \delta_K K - bnK \quad (10)$$

$$\dot{H} = B(1 - u)H - \delta_H H \quad (11)$$

$$N = \left[\phi(uH)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi)(L)^{\frac{1}{\rho}} \right]^\rho \quad (12)$$

$$\dot{L} = (n - d)L \quad (13)$$

El parámetro α mide la participación del capital en la generación del PIB y N es la función agregadora del trabajo, en donde ρ es el parámetro de sustitución entre el trabajo bruto y el capital humano, mientras que ϕ mide la participación o el grado de estos factores en la función de producción. Si $\phi = 1$, entonces la función agregadora de trabajo N es igual a uH . Notemos que, en la variación del stock de capital físico, se tiene la expresión bnk que es el costo financiero en términos de capital de cada nuevo incremento en la población, b es un parámetro que mide costo financiero, n es la tasa de natalidad y d la tasa de mortalidad.

En el sistema anterior de ecuaciones \dot{K} , Y y \dot{H} , se pueden escribir en términos per cápita,

$$y = Ak^\alpha(\tilde{n})^{1-\alpha} \quad (14)$$

$$\dot{k} = y - c - \delta_K k - (n - d)k - bnk \quad (15)$$

$$\dot{h} = B(1 - u)h - [\delta_H + (n - d)]h \quad (16)$$

Donde $\tilde{n} = \left[\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi) \right]^\rho$ es la función agregadora del trabajo per cápita.

Los individuos desean maximizar la función de utilidad,

$$U = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta t}}{1-\theta} \left\{ [L^\psi c(n-d)^\omega]^{1-\theta} - 1 \right\} dt \quad (17)$$

En el estudio de la fertilidad, la versión de generaciones traslapadas resulta útil, ya que la duración del periodo tiene un significado importante. Representa la diferencia promedio de edad entre padres e hijos, es decir, la duración de una generación. Por esto, con propósito de agregación la expresión de la utilidad está representada en tiempo continuo, donde el término $e^{-\beta t}$ equivale al factor de altruismo. La ecuación (17) incluye la tasa neta de la población $(n-d)$, en vez de la tasa de fertilidad bruta n , suponemos que d representa la mortalidad infantil, entonces $(n-d)$ representa a los hijos que sobreviven. Por otra parte, el parámetro $\omega > 0$ y ψ esta definido según Becker y Barro como $\frac{1-\varepsilon}{1-\theta} > 0$, donde $\varepsilon < 1$ y $\theta < 1$.

Hasta el momento contamos con 3 restricciones y 3 variables de control (c , u y n), por esto al construir el hamiltoniano incluiremos tres precios sombra:

$$J(\cdot) = \frac{e^{-\beta t}}{1-\theta} \left\{ [L^\psi c(n-d)^\omega]^{1-\theta} - 1 \right\} + v_t [y - c - \delta_K k - (n-d)k - bnk] \\ + \lambda_t \{ B(1-u)h - [\delta_H + (n-d)]h \} + \mu_t [(n-d)L] \quad (18)$$

Las condiciones de primer orden están dadas primero para las variables de control que en este caso son el consumo c , la fracción de capital humano utilizada en la producción final u y la tasa de natalidad n , mientras que las variables de estado son el stock de capital físico k , el stock de capital humano h y la cantidad de individuos L . Así, las condiciones de primer orden de este problema son:

$$J_c = 0 \Leftrightarrow e^{-\beta t} [L^\psi c(n-d)^\omega]^{-\theta} L^\psi (n-d)^\omega = v \quad (19)$$

$$J_u = 0 \Leftrightarrow v \frac{\partial y}{\partial u} - \lambda h B = v(1-\alpha) A k^\alpha (\tilde{n})^{1-\alpha-1/\rho} \phi \frac{(uh)^{1/\rho}}{u} = \lambda B h \quad (20)$$

$$J_n = 0 \Leftrightarrow e^{-\beta t} [L^\psi c(n-d)^\omega]^{-\theta} \omega L^\psi c(n-d)^{\omega-1} - v(1+b)k - \lambda h + \mu L = 0 \quad (21)$$

$$\dot{v} = -\frac{\partial J}{\partial k} \Leftrightarrow \dot{v} = -v \left[\frac{\partial y}{\partial k} - \delta_K - (n-d) - bn \right] = -v [A \alpha k^{\alpha-1} \tilde{n}^{1-\alpha} - \delta_K - n(1+b) + d] \quad (22)$$

$$\dot{\mu} = -\frac{\partial J}{\partial L} \Leftrightarrow \dot{\mu} = -\left\{e^{-\beta t}[L^\psi c(n-d)^\omega]^{-\theta} \psi L^{\psi-1} c(n-d)^\omega + \mu(n-d)\right\} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \lambda = -\frac{\partial J}{\partial h} \Leftrightarrow \dot{\lambda} &= -\left\{v \frac{\partial y}{\partial h} + \lambda\{B(1-u) - [\delta_H + (n-d)]\}\right\} \\ &= -\left\{v(1-\alpha)Ak^\alpha(\tilde{n})^{1-\alpha-1/\rho} \phi(h)^{1/\rho-1} u^{1/\rho} + \lambda[B(1-u) - (\delta_H + (n-d))]\right\} \end{aligned} \quad (24)$$

Notemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial u} &= \frac{\partial y}{\partial \tilde{n}} \times \frac{\partial \tilde{n}}{\partial u}, \text{ por tanto, } \frac{\partial y}{\partial u} = (1-\alpha)Ak^\alpha(\tilde{n})^{1-\alpha-1/\rho} \phi(u)^{1/\rho-1} h^{1/\rho} \\ \frac{\partial y}{\partial h} &= \frac{\partial y}{\partial \tilde{n}} \times \frac{\partial \tilde{n}}{\partial h}, \text{ por tanto, } \frac{\partial y}{\partial h} = (1-\alpha)Ak^\alpha(\tilde{n})^{1-\alpha-\frac{1}{\rho}} \phi(h)^{\frac{1}{\rho}-1} u^{\frac{1}{\rho}} \\ \frac{\partial y}{\partial k} &= A\alpha k^{\alpha-1} \tilde{n}^{1-\alpha} \end{aligned}$$

3. Comportamiento de la economía en el estado estacionario

En la sección anterior, las tres primeras ecuaciones son las condiciones de primer orden de las variables de control, c , u y n . Luego, las ecuaciones (22), (23), (24) incluyen las condiciones de primer orden con respecto a las variables de estado, k , L y h . Con el propósito de simplificar el álgebra, supongamos que las tasas de depreciación de los dos tipos de capital son idénticas, es decir, $\delta_K = \delta_H \equiv \delta$. Como es habitual, podemos encontrar la ecuación dinámica del consumo al tomar logaritmos de (19),

$$\begin{aligned} -\beta t - \theta \ln(L^\psi c(n-d)^\omega) + \psi \ln L + \omega \ln(n-d) &= \ln(v) \\ -\beta t - \theta[\psi \ln(L) + \ln(c) + \omega \ln(n-d)] + \psi \ln L + \omega \ln(n-d) &= \ln(v) \end{aligned} \quad (24)$$

Y derivando respecto a t ,

$$\begin{aligned} -\beta - \theta \left(\frac{\dot{L}}{L} \psi + \frac{\dot{c}}{c} \right) + \frac{\dot{L}}{L} \psi &= \frac{\dot{v}}{v} \\ -\beta - \theta \frac{\dot{L}}{L} \psi - \theta \frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{L}}{L} \psi &= \frac{\dot{v}}{v} \end{aligned} \quad (25)$$

Obtenemos la tasa de crecimiento del consumo,

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \left[-\frac{\dot{v}}{v} - \beta + \frac{\dot{L}}{L} (1 - \theta) \psi \right] \quad (26)$$

Al reemplazar (22) en (26):

$$\gamma_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\alpha A k^{\alpha-1} (\tilde{n})^{1-\alpha} - \delta - n(1+b) + d - \beta + \frac{\dot{L}}{L} (1-\theta)\psi \right] \quad (27)$$

Tendríamos, la tasa de crecimiento del consumo en términos del agregador del trabajo:

$$\gamma_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta} \left[\alpha A k^{\alpha-1} \left[\phi (uh)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\phi) \right]^{\rho(1-\alpha)} - \delta - n(1+b) + d - \beta + \frac{\dot{L}}{L} (1-\theta)\psi \right] \quad (28)$$

Recordemos que, en estado estacionario, todas las variables crecen a un ritmo constante. Además, la tasa de crecimiento de u debe ser cero, pues u es una fracción que está acotada entre 0 y 1, entonces denotémoslo por u^* . Si ubicamos todas las constantes de la ecuación (27) en el lado izquierdo, obtenemos:

$$\frac{\theta \gamma_c^* + \delta + n(1+b) - d + \beta - \frac{\dot{L}}{L} (1-\theta)\psi}{\alpha A} = k^{\alpha-1} (\tilde{n})^{1-\alpha} \quad (29)$$

Notemos que el valor de $\frac{\dot{L}}{L}$ es constante, puesto que $\frac{\dot{L}}{L} = n - d$, por tanto, tomando logaritmo de (29) y derivando respecto a t se tiene:

$$\begin{aligned} \ln[\theta \gamma_c^* + \delta + n(1+b) - d + \beta - \gamma_L^* (1-\theta)\psi] - \ln(\alpha A) &= \ln(k)^{\alpha-1} + \ln(\tilde{n})^{1-\alpha} \\ 0 &= (\alpha-1)\gamma_k^* + (1-\alpha)\gamma_{\tilde{n}}^* \end{aligned} \quad (30)$$

Esto quiere decir que la tasa de crecimiento del capital físico es igual a la tasa de crecimiento de la función agregadora del trabajo:

$$\gamma_k^* = \gamma_{\tilde{n}}^* \quad (31)$$

Donde $\gamma_{\tilde{n}}^* = \frac{\dot{\tilde{n}}}{\tilde{n}}$, es decir, $\gamma_{\tilde{n}}^* = \frac{\phi (u^*)^{1/\rho} h^{1/\rho-1}}{(\tilde{n})^{1/\rho}} \dot{h}$. Para simplificar la expresión multiplicamos y dividimos por h y así obtenemos que la tasa de crecimiento de la función agregadora de trabajo es:

$$\gamma_{\tilde{n}}^* = \phi \left(\frac{u^* h}{\tilde{n}} \right)^{1/\rho} \gamma_h^* \quad (32)$$

Ahora, dado que en el estado estacionario el stock de capital humano y el stock de capital físico crecen a la misma tasa **(31)**, la proporción $\left(\frac{\tilde{n}}{k}\right)$ es constante. Al dividir la restricción dinámica de la acumulación de capital físico **(15)** por k , obtenemos la ecuación dinámica de capital:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{y - c - \delta k - (n - d)k - bnk}{k}$$

$$\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = Ak^{\alpha-1}(\tilde{n})^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - \delta - n(1 + b) + d \quad (33)$$

Situando todos los términos, que en el estado estacionario son constantes en el lado derecho, obtenemos:

$$\gamma_k^* = A \left(\left(\frac{\tilde{n}}{k} \right)^* \right)^{1-\alpha} - \frac{c}{k} - \delta - n(1 + b) + d$$

$$\frac{c}{k} = A \left(\left(\frac{\tilde{n}}{k} \right)^* \right)^{1-\alpha} - \delta - n(1 + b) + d - \gamma_k^* \quad (34)$$

Notemos que la proporción $\frac{c}{k}$ es constante, por tanto, las tasas de crecimiento c y k deben ser iguales y como vimos deben ser igual a $\gamma_{\tilde{n}}^*$,

$$\gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_{\tilde{n}}^* \quad (35)$$

De la misma forma, al tomar logaritmos de la producción,

$$\ln(y) = \ln(A) + \alpha \ln(k) + (1 - \alpha) \ln(\tilde{n}) \quad (36)$$

Derivando respecto al tiempo,

$$\gamma_y = \alpha \gamma_k + (1 - \alpha) \gamma_{\tilde{n}} \quad (37)$$

Y teniendo presente que las tasas de crecimiento γ_k y $\gamma_{\tilde{n}}$ son iguales en estado estacionario, entonces concluimos que:

$$\begin{aligned}
 \gamma_y^* &= \alpha\gamma_k^* + (1 - \alpha)\gamma_k^* \\
 \gamma_y^* &= \alpha\gamma_k^* + \gamma_k^* - \alpha\gamma_k^* \\
 \gamma_y^* &= \gamma_k^*
 \end{aligned} \tag{38}$$

Así pues, tenemos las siguientes igualdades en el estado estacionario,

$$\gamma_y^* = \gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_{\tilde{n}}^* \tag{39}$$

Por tanto, debemos hallar una sola tasa de crecimiento para solucionar el modelo, pues esta tasa es la misma para todos los factores de la economía. Ahora, hallemos las tasas de crecimiento para los precios sombra y veamos que estas son constantes. Para ello, multiplicamos (20) por u y al reorganizar términos obtenemos:

$$\begin{aligned}
 v(1 - \alpha)Ak^\alpha \tilde{n}^{1-\alpha-1/\rho} \phi u^{1/\rho} h^{1/\rho} &= \lambda B u h \\
 v(1 - \alpha)Ak^\alpha \tilde{n}^{1-\alpha-1/\rho} \phi u^{1/\rho} h^{1/\rho-1} &= \lambda B u
 \end{aligned} \tag{40}$$

Si notamos el primer término de la ecuación (40) es igual al primer sumando de (24) por tanto, al reemplazarlo en la ecuación (24) obtenemos,

$$\begin{aligned}
 \dot{\lambda} &= -\{\lambda B u + \lambda[B - B u - \delta - (n - d)]\} \\
 \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} &= -B u - B + B u + \delta + (n - d) \\
 \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} &= -B + \delta + (n - d)
 \end{aligned}$$

Por ende, la tasa de crecimiento del precio sombra λ es constante. Lo que buscamos ahora es encontrar la relación con los demás precios, para esto, tomamos la ecuación (40) despejamos $\frac{\lambda}{v}$ y reordenado los términos, llegamos a la siguiente razón de los precios λ y v ,

$$\begin{aligned}
 \frac{\lambda}{v} &= \frac{(1 - \alpha)Ak^\alpha \tilde{n}^{1-\alpha-1/\rho} \phi u^{1/\rho-1} h^{1/\rho-1}}{B u} \\
 \frac{\lambda}{v} &= (1 - \alpha) \frac{A}{B} \left(\frac{k}{\tilde{n}}\right)^\alpha \left(\frac{\tilde{n}}{h}\right)^{1-1/\rho} \phi(u)^{1/\rho-1}
 \end{aligned} \tag{41}$$

Veamos entonces que $\frac{\lambda}{v}$ es constante, es decir,

$$\frac{\partial \ln \left((1 - \alpha) \frac{A}{B} \left(\frac{k}{\tilde{n}}\right)^\alpha \left(\frac{\tilde{n}}{h}\right)^{1-1/\rho} \phi(u)^{1/\rho-1} \right)}{\partial t} = 0 \tag{42}$$

Como en el estado estacionario, los valores de u^* y $\left(\frac{k}{\tilde{n}}\right)^*$ son constantes, resta verlo para $\frac{\tilde{n}}{h}$. Al aplicar logaritmo natural,

$$\ln(1 - \alpha) + \ln(A/B) + \alpha \ln(k/\tilde{n})^* + \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) \ln(\tilde{n}/h) + \left(\frac{1}{\rho} - 1\right) \ln(\phi u^*)$$

Y derivar respecto al tiempo, obtenemos,

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{\rho}\right) \left(\frac{\dot{\tilde{n}}}{\tilde{n}} - \frac{\dot{h}}{h}\right) &= 0 \\ \frac{\dot{\tilde{n}}}{\tilde{n}} - \frac{\dot{h}}{h} &= 0 \\ \frac{\dot{\tilde{n}}}{\tilde{n}} &= \frac{\dot{h}}{h} \end{aligned}$$

Es decir $\gamma_{\tilde{n}}^* = \gamma_h^*$. Este resultado no solo nos sirve para demostrar que las tasas de crecimiento de los precios sombras λ y ν son iguales ($\gamma_{\lambda}^* = \gamma_{\nu}^*$), como se quería mostrar en (42), sino, que verificamos que la tasa de crecimiento de \tilde{n} dado por (32), es un valor constante, es decir,

$$\gamma_{\tilde{n}}^* = \phi \left(\left(\frac{uh}{\tilde{n}} \right)^* \right)^{1/\rho} \gamma_h^* \quad (43)$$

Por otra parte, se sigue manteniendo las equivalencias presentes,

$$\gamma_y^* = \gamma_h^* = \gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_{\tilde{n}}^* \quad (44)$$

Hasta el momento hemos visto que las tasas de crecimiento de las variables, son constantes. Además, respecto a los precios sombras se ha probado que tanto λ como ν también son constantes, resta ver que para el precio sombra μ sucede lo mismo. Para esto, al reemplazar (19) en (21), tenemos:

$$\begin{aligned} \nu c \frac{\omega}{(n-d)} - \nu(1+b)k - \lambda h + \mu L &= 0 \\ \mu L = \lambda h + \nu(1+b)k - \nu c \frac{\omega}{(n-d)} \end{aligned} \quad (45)$$

Si dividimos (45) por h y ν , con la finalidad de identificar aquellas razones que en el estado estacionario son constantes y despejamos $\frac{\mu}{\nu}$ obtendremos,

$$\frac{\mu}{\nu} = \left[\frac{\lambda}{\nu} + (1+b) \frac{k}{h} - \frac{c}{h} \frac{\omega}{(n-d)} \right] \frac{h}{L}$$

(46)

Ahora, en el estado estacionario $\frac{\lambda}{v}$, $\frac{k}{h}$ y $\frac{c}{h}$ son constantes, quiere decir que (46) es igual,

$$\frac{\mu}{v} = \left[\left(\frac{\lambda}{v} \right)^* + (1+b) \left(\frac{k}{h} \right)^* - \left(\frac{c}{h} \right)^* \frac{\omega}{(n-d)} \right] \frac{h}{L} \quad (47)$$

Por tanto, el primer factor de (47) es una constante, que la denotaremos por τ ,

$$\frac{\mu}{v} = \tau \frac{h}{L} \quad (48)$$

Así, al aplicar logaritmo y derivar respecto a t , obtenemos que las tasas de crecimiento son iguales,

$$\begin{aligned} \ln \mu - \ln v &= \ln \tau + \ln h - \ln L \\ \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{v}}{v} &= \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{L}}{L} = 0 \\ \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{v}}{v} &= 0 \\ \frac{\dot{h}}{h} - \frac{\dot{L}}{L} &= 0 \end{aligned}$$

Por consiguiente, $\gamma_v^* = \gamma_\mu^*$ y $\gamma_h^* = \gamma_L^*$. Es decir, que las tasas de los tres precios sombra crecen al mismo ritmo:

$$\gamma_v^* = \gamma_\mu^* = \gamma_\lambda^* \quad (49)$$

De acuerdo con la tasa de crecimiento del consumo (26), esta depende de la razón $\frac{\dot{v}}{v}$, así obtenemos que la tasa de crecimiento balanceado del consumo (y de k, h, y, \tilde{n}, L) viene dada por:

$$\begin{aligned} \gamma_L^* = \gamma_h^* = \gamma_y^* = \gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_{\tilde{n}}^* &= \frac{1}{\theta} \left[-\beta + \frac{\dot{L}}{L} (1-\theta)\psi - \frac{\dot{v}}{v} \right] \\ &= \frac{1}{\theta} \left[-\beta + \frac{\dot{L}}{L} (1-\theta)\psi - \delta - (n-d) + \beta \right] \\ &= \frac{1}{\theta} + (n-d)[(1-\theta)\psi - 1] - \delta \end{aligned}$$

Finalmente, a su vez las tasas también son iguales a la constante dada en (43), por tanto,

$$\gamma_L^* = \gamma_h^* = \gamma_y^* = \gamma_c^* = \gamma_k^* = \gamma_n^* = \phi \left(\left(\frac{uh}{\tilde{n}} \right)^* \right)^{1/\rho} \gamma_h^* \quad (50)$$

(8) y (50) recogen el resultado más importante en el trabajo. En particular, la ecuación (50) nos dice que la acumulación de capital humano es necesaria, pero no suficiente, considerando fundamental su grado de ocupación en la producción. También es importante notar, que en el largo plazo las tasas de crecimiento dependen de la participación del capital humano, mas no de las tasas de natalidad, quiere decir, que podemos afirmar que es necesario, pero no suficiente reducir las tasas de natalidad para aumentar el crecimiento económico, sino, al incrementar la participación del capital humano a su vez se incrementará todos los factores que actúan dentro de la economía y esto conllevará a un crecimiento económico positivo.

En la siguiente sección, haremos una revisión de los datos que contienen algunos países clasificados entre pobres y ricos y veremos cómo actúa el parámetro ϕ dentro de estas economías.

IV. Estimación y resultados

Para realizar la estimación de los parámetros, se utilizó el método generalizado de momentos (GMM). La idea básica de la estimación (GMM) se basa en un conjunto de ecuaciones de Euler que deben satisfacerse en equilibrio, y que se obtienen de un problema de optimización dinámica, junto con las ecuaciones de restricciones de presupuesto, tecnológicas, entre otras. Estas son condiciones de ortogonalidad muestrales que dependen de la forma no lineal que adoptan las variables (las cuales son observables), de los parámetros desconocidos que caracterizan las preferencias y demás condiciones que determinan la conducta del agente económico. Una aproximación para estimar y contrastar los modelos de valoración de precios es el Método Generalizado de los Momentos (GMM) desarrollado por Hansen (1982). Para su utilización debe definirse previamente el conjunto de condiciones de ortogonalidad que identifican los parámetros del modelo. Si existen más condiciones de ortogonalidad que parámetros, el modelo está sobre identificado, y puede contrastarse a través del método propuesto.

Una de sus principales características es que no requiere la especificación de una forma particular de distribución de las variables aleatorias que se encuentran en el modelo que se estudia. No obstante, Hamilton (2020) presenta que esta generalidad también puede significar un uso no eficiente de la información disponible en la muestra. Además, recientes desarrollos demuestran que en muestras pequeñas los estimadores pueden estar bastante lejos del valor real del parámetro como lo menciona Chumacero (1997), es por esto que no es recomendable su uso cuando estén disponibles solamente un reducido número de observaciones, situación tan frecuente en econometría. Existen muchos métodos que pueden aplicarse a la estimación de modelos de ciclo económico real, en este caso se realiza la estimación GMM propuesta por Hansen (1982) y aplicada a los modelos RBC por Christiano, L. J. y Eichenbaum, M.

(1992) que se encuentra descrita en Burnside (2000). En nuestro caso, el sistema de ecuaciones elegido para estimar los parámetros, se presentan a continuación:

$$u_1 - \gamma_k + \frac{\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}}\gamma_h}{\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi)} = 0 \quad (51)$$

$$u_2 - \gamma_c + \frac{(\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}})\gamma_h}{\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi)} = 0 \quad (52)$$

$$u_3 - \gamma_y + \frac{(\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}})\gamma_h}{\phi(uh)^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \phi)} = 0 \quad (53)$$

$$u_4 - \log(A_t) + \zeta - \tau(\mathbf{T}) - \psi \log(A_{t-1}) = 0 \quad (54)$$

$$u_5 - u_4(\mathbf{T}) = 0 \quad (55)$$

$$u_6 - u_4 \log(A_{t-1}) = 0 \quad (56)$$

$$u_7 - [\gamma_y - \mu(\gamma_y)]^2 + \sigma_{\gamma_y} = 0 \quad (57)$$

$$u_8 - [\gamma_c - \mu(\gamma_c)]^2 + \sigma_{\gamma_c} = 0 \quad (58)$$

$$u_9 - [\gamma_k - \mu(\gamma_k)]^2 + \sigma_{\gamma_k} = 0 \quad (59)$$

$$u_{10} - [u_4 - \mu(u_4)]^2 + \sigma_{u_4} = 0 \quad (60)$$

$$u_{11} - \gamma_k + \left[\text{const}_1 - \frac{c}{k} + A \frac{k^{\alpha-1}}{L} (\tilde{n})^{1-\alpha} \right] = 0 \quad (61)$$

(51), (52), (53), son los residuales que resultan de igualar la ecuación (50) con las tasas de crecimiento de k , c y y respectivamente, la ecuación (54) la utilizamos para eliminar las tendencias de los residuales y la ecuación (61) es la ecuación (33), donde la variable const_1

es igual a $\left(\gamma_k - \frac{y}{k}\right) + \frac{c}{k}$, las demás ecuaciones surgen con la necesidad de poder estimar mejor los parámetros.

Para llevar a cabo la estimación los parámetros del modelo propuesto, usamos la base de datos Penn World Table (PWT) comprendida entre los periodos 1950 – 2020 (este rango puede variar en ciertos países), que van a estar agrupados en 4 continentes, *Asia*: China, India, Japón, Corea del Sur, Egipto, Turquía y Filipinas. *América* dividida en dos sectores, Sur América: Colombia, Argentina, Chile, Perú, Ecuador Bolivia y Paraguay y Norte América: Canadá, Costa rica, Guatemala, Brasil, Estados unidos, República dominicana y México. *Europa*: Italia, Francia, Rusia, España, Alemania, Irlanda y Suecia. *África*: Senegal, Marruecos, Sudáfrica, Kenia, Camerún, Nigeria y Ruanda. La elección de estos continentes se realizó con base al aumento del crecimiento económico que han presentado ciertos países, ubicados en su mayoría en Asia y Europa. Por parte de América, se toma a Colombia como referente y a los demás países que presentan similitud con él y presentan una mejor economía. Las variables tomadas fueron la población en millones, el índice de capital humano, el capital físico a precios constantes nacionales de 2017, la tasa promedio de depreciación del stock de capital, el consumo de los hogares a precios constantes nacionales de 2017, la inversión a precios constantes nacionales, el consumo del gobierno a precios constantes nacionales de 2017 y el PIB a precios constantes nacionales de 2017.

Las estimaciones de los parámetros se llevaron a cabo con el software MATLAB, mediante el código realizado por Burnside (2000). Se utilizaron diferentes variables instrumentales para las estimaciones de cada país, los resultados se presentan en la Tabla 1. En estos resultados seleccionamos por cada país la estimación de los parámetros ϕ , u , ρ y α , también se calcula el crecimiento per cápita y la tasa de crecimiento de natalidad utilizando la media geométrica (MG).

Para analizar los resultados recordemos que la participación del capital humano descrita por el parámetro ϕ pertenece al intervalo $[0,1]$, en donde, si toma valores cercanos a 1 se cuenta con mayor participación de capital humano, de manera inversa sucede cuando tiende a 0.

Notemos que los países africanos, no sobrepasa el valor de 0.5, en su participación de capital humano, no obstante, Camerún es el país con mayor participación de capital humano, seguido de Sudáfrica, Kenia y Marruecos. Por otra parte, el crecimiento per cápita es muy constante, aunque sobresalen los países de Kenia, Marruecos y Ruanda. En donde, se tiene a Kenia y Marruecos, como dos de los países con mayor participación de capital humano.

Tabla 1
Resultados de estimaciones GMM

País	Región	ϕ	u	P	α	Crecimiento Per cápita	Tasa de crecimiento natalidad
Senegal	África	0,467	0,242	7,486	0,523	0,030	-0,007
Marruecos	África	0,473	0,489	5,969	0,497	0,043	-0,017
Sudáfrica	África	0,474	0,593	3,750	0,412	0,031	-0,011
Kenia	África	0,473	0,643	3,954	0,345	0,040	-0,011
Camerún	África	0,481	0,525	5,704	0,467	0,032	-0,004
Nigeria	África	0,440	0,582	2,399	0,336	0,033	-0,003
Ruanda	África	0,442	0,577	170,63	0,241	0,043	-0,008
Suecia	Europa	0,563	0,199	2,497	0,422	0,026	-0,004
Irlanda	Europa	0,666	0,450	14,08	0,479	0,042	-0,012
Alemania	Europa	0,585	0,142	97,65	0,345	0,031	-0,010
España	Europa	0,575	0,301	10,48	0,395	0,037	-0,009
Rusia	Europa	0,568	0,732	38,17	0,459	0,007	-0,011
Francia	Europa	0,559	0,389	1,922	0,358	0,030	-0,009
Italia	Europa	0,551	0,378	1,345	0,445	0,029	-0,015
México	América	0,517	0,395	2,367	0,593	0,041	-0,018
Rep. Dom	América	0,512	0,435	3,294	0,409	0,053	-0,017
EEUU	América	0,719	0,129	1,207	0,429	0,031	-0,013
Brasil	América	0,510	0,443	2,001	0,473	0,044	-0,019
Guatemala	América	0,474	0,559	5,084	0,463	0,038	-0,013
Costa rica	América	0,499	0,501	2,500	0,406	0,048	-0,022
Canadá	América	0,612	0,532	11,18	0,293	0,033	-0,017
Paraguay	América	0,500	0,499	2,500	0,537	0,041	-0,012
Bolivia	América	0,516	0,426	2,410	0,477	0,027	-0,012
Ecuador	América	0,485	0,744	1,290	0,459	0,039	-0,014
Perú	América	0,503	0,508	4,692	0,445	0,038	-0,016
Chile	América	0,504	0,478	2,500	0,531	0,038	-0,018
Argentina	América	0,482	0,649	3,064	0,562	0,023	-0,006
Colombia	América	0,464	0,679	1,930	0,512	0,041	-0,019
Filipinas	Asia	0,528	0,418	5,794	0,547	0,045	-0,012
Turquía	Asia	0,550	0,432	2,572	0,613	0,050	-0,018
Egipto	Asia	0,479	0,582	2,028	0,610	0,053	-0,012
Corea del Sur	Asia	0,613	0,253	2,730	0,432	0,066	-0,034
Japón	Asia	0,774	0,274	887,38	0,412	0,043	-0,015
India	Asia	0,491	0,487	15,167	0,338	0,050	-0,016
China	Asia	0,647	0,620	2,650	0,405	0,075	-0,015

Fuente: Estimaciones propias. El crecimiento del PIB per cápita y de las tasas de natalidad corresponde a su media geométrica anual para el período de muestra.

Respecto a la fracción de capital humano empleada en la producción de bienes finales los países de Kenia, Sudáfrica, seguido de Nigeria tienen los mayores valores. Mientras que la mayor participación del capital en la generación del PIB está dada por Marruecos, Senegal y Camerún. Por otra parte, los países de Ruanda y Nigeria tienen la menor participación de capital humano y justo la menor participación del capital en la generación del PIB. También Ruanda tiene el mayor valor del parámetro ρ , esto quiere decir que tiene bajísimas tasas de sustitución entre los factores de capital humano y trabajo bruto. En cuanto a la tasa de crecimiento de la natalidad es negativa en todos los países, esto quiere decir que la población está creciendo a una tasa más lenta, en donde, los países con menores tasas de natalidad son Marruecos, Sudáfrica y Kenia.

En relación a los países de Europa, la participación de capital humano en todos los países es mayor que 0.5. Se tiene a Irlanda y Alemania como los países con mayor participación de capital humano, además Irlanda es el segundo país con la mayor fracción de capital humano empleado en la producción de bienes finales y tiene la mayor participación del capital en la generación del PIB, esto lo sitúa como el país con mayor crecimiento per cápita seguido de España. Por parte de Rusia, se encuentra en el promedio de los valores de la participación del capital humano y cuenta con la mayor fracción de capital humano empleada en la producción de bienes finales y es el segundo país con la mayor participación del capital en la generación del PIB.

Los países con menor participación de capital humano son Francia e Italia, en donde Francia es uno de los países con menor participación del capital en la generación del PIB. Por otra parte, Alemania y Rusia cuentan con los valores más altos en la sustitución de capital humano y trabajo bruto, es decir, son países que tienen bajísimas tasas de sustitución entre estos factores. Las tasas de crecimiento de la natalidad son negativas, esto quiere decir, que la tasa de natalidad tiene a seguir decreciendo. Los países con menores tasas de crecimiento de natalidad son Irlanda e Italia, mientras que Suecia, España y Francia tendrían las mayores tasas de crecimiento de natalidad.

Al examinar el continente de América, los países con mayor participación de capital humano son EEUU, Canadá y México, también México cuenta con la mayor participación de capital en la generación del PIB y esto lo sitúa por encima de la media del crecimiento per cápita de los demás países. Canadá cuenta con el mayor valor del parámetro de sustitución del capital humano y trabajo bruto, es decir, tiene bajísimas tasas de sustitución entre los factores.

Los países de Brasil y Costa Rica tienen las menores tasas de crecimiento de natalidad y además los valores más altos en crecimiento per cápita, a pesar de no tener los valores más altos en la participación del capital humano, si están sobre la media de esta. Por otra parte, los países con menor participación de capital humano, son Colombia, Guatemala y Argentina, dentro de estos países Colombia y Argentina tienen una fracción de capital humano mayor a la demás, aunque, su crecimiento económico, es por debajo de la media.

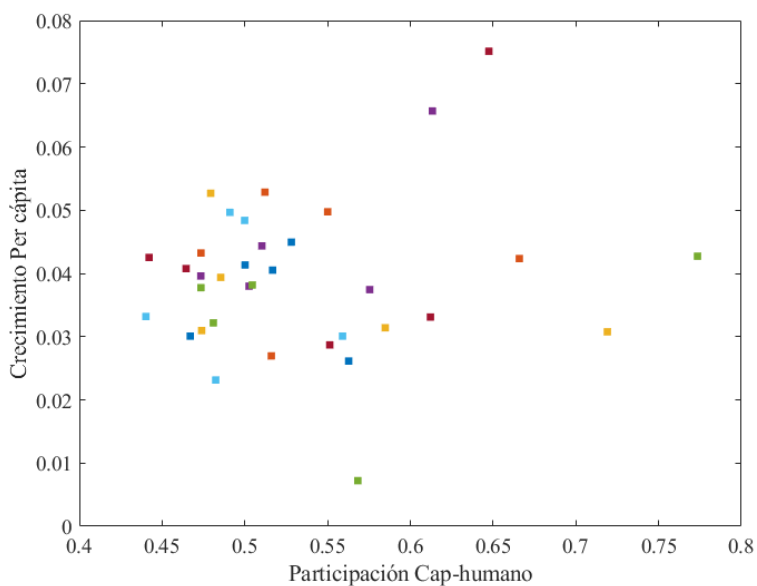
Respecto a las mayores tasas de crecimiento de la natalidad, están Bolivia, Argentina y Paraguay, en estos países Bolivia cuenta con la menor fracción de capital humano empleada en la producción final y además con el menos crecimiento per cápita.

Finalmente, los países del continente asiático con mayor participación de capital humano son Japón, China y Corea del Sur, China tiene también la mayor fracción de capital humano empleado en la producción y además Corea del Sur y China presentan el mayor crecimiento per cápita, en donde, se tiene a Corea del Sur con una de las más bajas tasas de crecimiento de natalidad. Por otra parte, Egipto tiene la mayor fracción de capital humano empleado en la producción final de bienes y la mayor participación del capital en la generación del PIB, esto lo lleva a estar entre los 3 países con mayor crecimiento per cápita seguido de Corea del Sur y China, notemos también que Egipto tiene una de las tasas más altas de crecimiento de la natalidad. A pesar de esto, es el segundo país con menor participación de capital humano.

Por otra parte, India es el país con menor participación de capital humano, además de tener la menor participación del capital en la generación del PIB, esto lo sitúa en la media del crecimiento económico per cápita y es el tercer país con menor tasa de crecimiento de natalidad. Japón e India, cuenta con los valores más altos del parámetro de sustitución entre capital humano y trabajo bruto, es decir, tienen bajísimas tasas de sustitución entre estos factores.

La Figura 13 nos permite tener un panorama visual de los resultados de la estimación de la ecuación fundamental del modelo propuesto: Mayores tasas de crecimiento per cápita de la economía están asociadas a altas tasas de participación del capital humano en la generación del ingreso; es decir, a mayor participación de capital humano, mayor será su crecimiento económico. Para evitar una posible ilusión óptica sobre esta relación positiva, se procedió a estimar una regresión de mínimos cuadrados ordinarios sobre la misma. Se encontró una relación positiva y estadísticamente significativa entre la tasa de participación del capital humano en la producción y la tasa de crecimiento per cápita de la economía. Esta la podemos verificar en la Tabla 2 del Anexo 1.

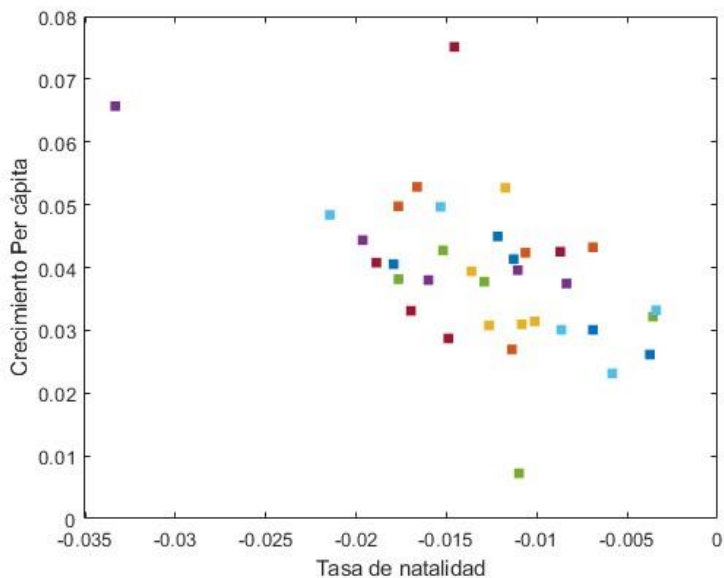
Figura 13: *Diagrama de dispersión de la muestra*



Fuente: Elaboración propia con resultados de estimaciones del método generalizo de momentos (GMM)

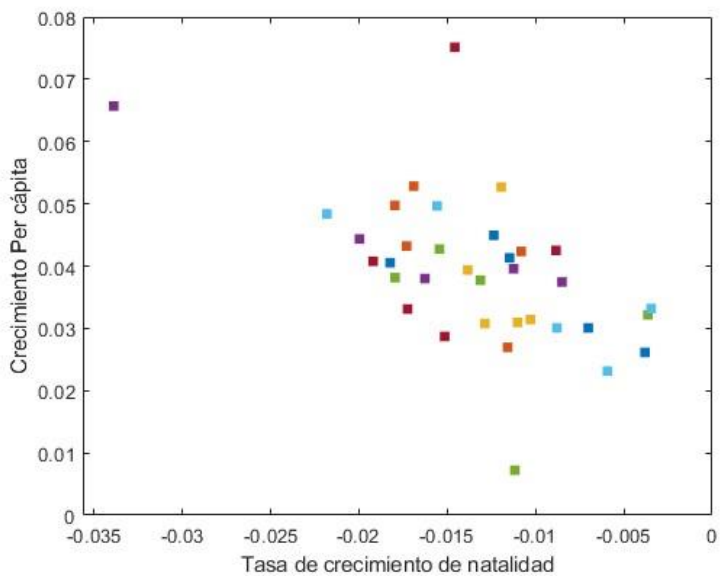
Por otra parte, la **Figura 14** y la **Figura 15**, son los gráficos de dispersión de la tasa de natalidad y la tasa de crecimiento de la natalidad, respecto al crecimiento económico per cápita, notemos que en ambos casos se muestra una relación negativa, es decir, a mayor tasa de crecimiento en la natalidad, menor será su crecimiento económico per cápita, caso similar, para la tasa de natalidad.

Figura 14: *Diagrama de dispersión del crecimiento per cápita y la tasa de natalidad*



Fuente: Elaboración propia con las tasas de natalidad corresponde a su media geométrica anual para el período de muestra

Figura 15: *Diagrama de dispersión del crecimiento per cápita y la tasa de crecimiento de natalidad*



Fuente: Elaboración propia con las tasas de natalidad corresponde a su media geométrica anual para el período de muestra

Con lo anterior podemos concluir que, aunque se ha mantenido la relación inversa entre crecimiento económico y la tasa de natalidad, en algunos países no se presenta un crecimiento económico sostenido, es por esto, que al tomar la participación del capital humano de estas economías notamos que existe baja o poca participación, llegando así a la conclusión de que a pesar que reduzcan sus tasas de natalidad y tengan un crecimiento del capital humano, si se tiene poca participación del capital humano en la producción, entonces la tasa de crecimiento de la economía será baja. La importancia sobre esta participación la podemos notar en el grado de sustituibilidad entre capital humano y trabajo bruto denotado por el parámetro ρ , en donde, tiende a tener un valor alto para aquellas economías que presentan mayor participación del capital humano y crecimiento económico.

V. Conclusiones

Este trabajo investiga el crecimiento económico de largo plazo para un conjunto representativo de países con base en una pregunta muy clara: ¿por qué siguen siendo pobres a pesar de haber reducido sus tasas de natalidad como lo prescribe la teoría neoclásica del crecimiento económico y a pesar de que han experimentado acumulación continua de capital humano? La hipótesis del trabajo es que estos dos hechos per se no son suficientes mientras que los países experimenten una baja participación del capital humano como factor sustituible por trabajo bruto en la producción.

En la revisión de la literatura no se encontró existencia de un modelo de crecimiento que pudiera recoger explícitamente la hipótesis de trabajo propuesta, pues si bien existen modelos con acumulación de capital humano a la Uzawa-Lucas, por un lado, y con elección de natalidad a la Becker por el otro, es necesario tener un puente, un modelo estructural de crecimiento que involucre la acumulación de capital físico y humano, la decisión natalidad como una variable de bienestar de las familias y el grado de utilización del capital humano acumulado por las economías.

La piedra angular del modelo que en este trabajo se propone y desarrolla es una función “agregadora” del trabajo que recoge el grado de sustitución entre capital humano y trabajo bruto y la participación o peso de cada uno de estos factores dentro de este agregador. Si el valor de esta participación ϕ tiende a 0 la función de producción converge a una función de producción determinada por capital y trabajo, pero si ϕ es cercano a 1, entonces la función de producción colapsa a una función de producción determinada por capital físico y capital humano como en el modelo puro de Uzawa-Lucas.

El resultado fundamental de este trabajo es la relación entre el crecimiento de largo plazo del capital físico (y por tanto de la economía) y el crecimiento del capital humano. Este resultado es fundamental y novedoso, porque muestra, que sin importar que tan grande sea el crecimiento del capital humano, si el grado de participación de este en la producción no es alto, la tasa de crecimiento de la economía será baja.

La evidencia empírica obtenida de las estimaciones de esta ecuación fundamental es favorable la conclusión contenida en la misma. Los resultados muestran que en los países del continente de África en donde se presenta baja tasa de natalidad y poco crecimiento económico, hay una menor participación de capital humano, evidencia que también encontró los países del continente de América, por otra parte, y consecuente con la ecuación fundamental, en los países de Europa y Asia se presentan bajas tasas de natalidad, crecimiento económico alto y una mayor participación de capital humano. Es decir, la reducción de la natalidad no es una condición sine qua non para que una economía presente crecimiento económico acelerado. Las reducciones en natalidad deben ser acompañadas por una alta participación del capital humano en la generación del ingreso. Un hallazgo adicional pero no de menor importancia es el grado de sustituibilidad entre capital humano y trabajo bruto: aquellas economías de alto crecimiento y alta participación del capital humano mostraron también (predominantemente) bajísimas tasas de sustitución entre estos factores (valores muy altos del parámetro ρ) lo que sugiere un uso inflexiblemente sesgado hacia el capital humano.

Finalmente, este trabajo constituye un primer intento por identificar cuán importante es la participación del capital humano para el desarrollo de las economías, sin dejar de lado, que la tasa de natalidad, aunque se considera un factor importante, no es el determinante principal como lo implica la teoría del crecimiento económico estándar. Así, la respuesta a nuestra pregunta central ¿Por qué cuando se han reducido las tasas de natalidad, no se presentan tasas de crecimiento económico acelerado en algunos países?, es la baja participación del capital humano, por tanto, al buscar impulsar una economía se debería considerar el capital humano y su uso de manera intensiva como una variable fundamental en su crecimiento y consecuente desarrollo económico.

Referencias bibliográficas

- Ahmad & Khan. (2019). Does demographic transition with human capital dynamics matter for economic growth? A dynamic panel data approach to GMM. *Social Indicators Research* 142.2 , 753-772.
- Bairoliya & Miller. (2021). Demographic transition, human capital and economic growth in China. *Journal of Economic Dynamics and Control* , 104-117.
- Banco Mundial. (2018). Proyecto de capital humano. *Grupo Banco Mundial*.
- Becker & Barro. (1988). A reformulation of the economic theory of fertility. *The quarterly journal of economics* 103.1, 1-25.
- Becker, G. S. (1960). An economic analysis of fertility. *Demographic and economic change in developed countries*. Columbia University Press, 209-240.

Becker, Murphy y Tamura. (1990). Human Capital, Fertility, and Economic Growth. *Working Paper 3414. National Bureau of Economic Research.*

Burnside, C. (2000). Matlab code for Real Business Cycle Models: Linear Approximation and GMM Estimation. *QM&RBC Codes, Quantitative Macroeconomics & Real Business Cycles.*

Cárdenas, M. (2020). Introducción a la economía colombiana. *Alpha Editorial.*

Censo Nacional de Población y Vivienda. (2018). CNPV. https://microdatos.dane.gov.co/index.php/catalog/643/get_microdata.

Centro Nacional de Vivienda y Población. (2018). DANE. Obtenido de CNPV. <https://microdatos.dane.gov.co>.

Christiano, L. J., & Eichenbaum, M. . (1992). Current Real-Business Cycle Theories and Aggregate Labor Market Fluctuations. . *The American Economic Review*, 82(3), 430–450.

Chumacero, R. A. (1997). Finite sample properties of the efficient method of moments. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics* 2.2 .

Collins, G. B. (1964). *Human capital investment.*

Cuenca y Penagos. (2014). Crecimiento económico en Colombia: una aproximación empírica fundamentada en la perspectiva capital humano (1960-2009). *Apuntes del CENES* , 11-44.

Doepke, M. (2016). Growth Take-Offs. *The New Palgrave Dictionary of Economics London: Palgrave Macmillan UK*, 1-7.

Ehrlich & Kim. (2005). Endogenous fertility, mortality and economic growth: Can a Malthusian framework account for the conflicting historical trends in population? *Journal of Asian Economics* 16.5, 789-806.

Flórez et al. (2015). El proceso de envejecimiento de la población en Colombia:1985-2050”. *Fundación Saldarriaga Concha* .

Galor and Weil. 1999. "From Malthusian Stagnation to Modern Growth." *American Economic Review*, 89 (2): 150-154.

Galor, O. (2006). Human capital, fertility and growth. *eng. Working Paper* .

Galor, O. (2012). The demographic transition: causes and consequences. *Journal of Historical Economics and Econometric History*, 1-28.

Galor, O., & Weil, D. N (2000). Population, Technology, and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond. *American Economic Review* 90.4, 806-828.

Galor, O., & Weil, D. N. (1998). Population, Technology, and Growth: From the Malthusian Regime to the Demographic Transition and Beyond. Working Paper 6811. *National Bureau of Economic Research*.

Galor, O., & Weil, D. N. (1999). From Malthusian Stagnation to Modern Growth. *The American Economic Review* 89.2, 150-154.

Galor, O., & Weil, D. N. (1999). From Malthusian Stagnation to Modern Growth. *The American Economic Review* 89.2, 150-154.

Gaviria et al. . (2010). Cambio social en Colombia durante la segunda mitad del siglo XX. . *Inf. téc. Universidad de los Andes-CEDE*.

Hamilton, J. D. (2020). *Time series analysis*. Princeton university press.

Hansen & Prescott. (2002). Malthus to solow. *American economic review* 92.4, 1205-1217.

Hansen, L. P. (1982). Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. *Econometrica* 50.4 , 1029-1054.

Issa et al. (2005). Human Capital Demographic Transition and Economic Growth. *Journal of Economic Development* 30.2, 49.

Jones, C. I. (2001). Was an industrial revolution inevitable? Economic growth over the very long run . *The BE Journal of Macroeconomics* 1.2 .

Lucas, R. E. (2004). The industrial revolution: Past and future. . *Annual Report*, 5–20.

Nelson, R., & Phelps, E. (1966). Investment in humans, technological diffusion and economic growth. *The American economic review* 56.1/2 , 69-75.

Nieto, C. E. (2000). Las transformaciones sociodemográficas en Colombia durante el siglo XX. *Banco de la República*.

Posada, C. E. (2013). Crecimiento económico y transición demográfica: un modelo y el caso colombiano de los siglos XIX y XX. . *Revista Desarrollo Y Sociedad*, 1(72),, 71–104.

Razin y Ben-Zion. (1975). An intergenerational model of population growth. *The American Economic Review* 65.5, 923-933.

Ricardo., D. (1959). Principios de economía política y tributación (Vol. 1). *Obra y Correspondencias de Ricardo*. México: Fondo de Cultura Económica .

Robert E Lucas et al. (2002). The industrial revolution: Past and future . *Lectures oneconomic growth 109* , 188.

Robert J Barro y Gary S Becker. (1989). Fertility choice in a model of economic growth. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 481-501.

Rosenzweig, M. R. (1990). Population growth and human capital investments: theory and evidence. *Journal of Political Economy* 98.5, Part 2 S38-S70.

Ruiz et al. (2014). Los desafíos del capital humano en el caso colombiano. *Facultad de Relaciones Internacionales, Estrategia y Seguridad* .

Sancho Castiello, M. (2012). *Informe 2006. Las personas mayores en España. datos estadísticos estatales y por comunidades autónomas*. Tomo I.

Truchado y Abellán. (2012). Indicadores demográficos. *Informe 2006. Las personas mayores en España. Datos estadísticos estatales y por comunidades autónomas*. Tomo II.

Urrutia et al. (1999). El crecimiento económico colombiano en el siglo XX: aspectos globales. *Borradores de Economía; No. 134* .

Anexo

Tabla 2

Regresión lineal Crecimiento per cápita vs participación del capital humano

Dependent Variable: GY

Method: Least Squares

Sample: 135

Included observations: 35

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PHI	0.070255	0.003191	22.01642	0.0000
D3	0.026137	0.007155	3.652861	0.0009
D2	-0.032706	0.009879	-3.310641	0.0023
R-squared	0.395709	Mean dependent var		0.039172
Adjusted R-squared	0.357941	S.D. dependent var		0.012119
S.E. of regression	0.009711	Akaike info criterion		-6.349279
Sum squared resid	0.003018	Schwarz criterion		-6.215963
Log likelihood	114.1124	Hannan-Quinn criter.		-6.303258
Durbin-Watson stat	2.349746			

La tabla 2 muestra la regresión lineal realizada entre el crecimiento per cápita (MG), los valores estimados del parámetro ϕ y dos variables dummy, una para capturar el valor extremadamente pequeño del crecimiento promedio de Rusia 0.007 y la otra captura los crecimientos sustancialmente más altos de Corea del sur y China, 0.066 y 0.075.

Borradores del CIE

No.	Título	Autor(es)	Fecha
01	Organismos reguladores del sistema de salud colombiano: conformación, funcionamiento y responsabilidades.	Durfari Velandía Naranjo Jairo Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2002
02	Economía y relaciones sexuales: un modelo económico, su verificación empírica y posibles recomendaciones para disminuir los casos de sida.	Marcela Montoya Múnera Danny García Callejas	Noviembre de 2002
03	Un modelo RSDAIDS para las importaciones de madera de Estados Unidos y sus implicaciones para Colombia	Mauricio Alviar Ramírez Medardo Restrepo Patiño Santiago Gallón Gómez	Noviembre de 2002
04	Determinantes de la deserción estudiantil en la Universidad de Antioquia	Johanna Vásquez Velásquez Elkin Castaño Vélez Santiago Gallón Gómez Karoll Gómez Portilla	Julio de 2003
05	Producción académica en Economía de la Salud en Colombia, 1980-2002	Karem Espinosa Echavarría Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2003
06	Las relaciones del desarrollo económico con la geografía y el territorio: una revisión.	Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2003
07	La ética de los estudiantes frente a los exámenes académicos: un problema relacionado con beneficios económicos y probabilidades	Danny García Callejas	Noviembre de 2003
08	Impactos monetarios e institucionales de la deuda pública en Colombia 1840-1890	Angela Milena Rojas R.	Febrero de 2004
09	Institucionalidad e incentivos en la educación básica y media en Colombia	David Fernando Tobón Germán Darío Valencia Danny García Guillermo Pérez Gustavo Adolfo Castillo	Febrero de 2004
10	Selección adversa en el régimen contributivo de salud: el caso de la EPS de Susalud	Johanna Vásquez Velásquez Karoll Gómez Portilla	Marzo de 2004
11	Diseño y experiencia de la regulación en salud en Colombia	Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Marzo de 2004
12	Economic Growth, Consumption and Oil Scarcity in Colombia: A Ramsey model, time series and panel data approach	Danny García Callejas	Marzo de 2005
13	La competitividad: aproximación conceptual desde la teoría del crecimiento y la geografía económica	Jorge Lotero Contreras Ana Isabel Moreno Monroy Mauricio Giovanni Valencia Amaya	Mayo de 2005
14	La curva Ambiental de Kuznets para la calidad del agua: un análisis de su validez mediante raíces unitarias y cointegración	Mauricio Alviar Ramírez Catalina Granda Carvajal Luis Guillermo Pérez Puerta Juan Carlos Muñoz Mora Diana Constanza Restrepo Ochoa	Mayo de 2006
15	Integración vertical en el sistema de salud colombiano: Aproximaciones empíricas y análisis de doble marginalización	Jairo Humberto Restrepo Zea John Fernando Lopera Sierra Sandra Rodríguez Acosta	Mayo de 2006
16	Cliometrics: a market account of a scientific community (1957-2005)	Angela Milena Rojas	Septiembre de 2006
17	Regulación ambiental sobre la contaminación vehicular en Colombia: ¿hacia dónde vamos?	David Tobón Orozco Andrés Felipe Sánchez Gandur María Victoria Cárdenas Londoño	Septiembre de 2006

18	Biology and Economics: Metaphors that Economists usually take from Biology	Danny García Callejas	Septiembre de 2006
19	Perspectiva Económica sobre la demanda de combustibles en Antioquia	Elizeth Ramos Oyola María Victoria Cárdenas Londoño David Tobón Orozco	Septiembre de 2006
20	Caracterización económica del deporte en Antioquia y Colombia: 1998-2001	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Ana Milena Olarte Cadavid Carlos Mario Londoño Toro Juan David Gómez Gonzalo Valderrama	Octubre de 2006
21	Impacto Económico de los Juegos Deportivos Departamentales 2004: el caso de Santa Fe De Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Ana Milena Olarte Cadavid Nini Johana Marín Rodríguez Mauricio A. Hernández Monsalve Rodrigo Arboleda Sierra	Octubre de 2006
22	Diagnóstico del sector deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
23	Formulación de una política pública para el sector del deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
24	El efecto de las intervenciones cambiarias: la experiencia colombiana 2004-2006	Mauricio A. Hernández Monsalve Ramón Javier Mesa Callejas	Octubre de 2006
25	Economic policy and institutional change: a context-specific model for explaining the economic reforms failure in 1970's Colombia	Angela Milena Rojas	Noviembre de 2006
26	Definición teórica y medición del Comercio Intraindustrial	Ana Isabel Moreno M. Héctor Mauricio Posada D	Noviembre de 2006
Borradores Departamento de Economía			
27	Aportes teóricos al debate de la agricultura desde la economía	Marleny Cardona Acevedo Yady Marcela Barrero Amortegui Carlos Felipe Gaviria Garcés Ever Humberto Álvarez Sánchez Juan Carlos Muñoz Mora	Septiembre de 2007
28	Competitiveness of Colombian Departments observed from an Economic geography Perspective	Jorge Lotero Contreras Héctor Mauricio Posada Duque Daniel Valderrama	Abril de 2009
29	La Curva de Engel de los Servicios de Salud En Colombia. Una Aproximación Semiparamétrica	Jorge Barrientos Marín Juan Miguel Gallego Juan Pablo Saldarriaga	Julio de 2009
30	La función reguladora del Estado: ¿qué regular y por qué?: Conceptualización y el caso de Colombia	Jorge Hernán Flórez Acosta	Julio de 2009
31	Evolución y determinantes de las exportaciones industriales regionales: evidencia empírica para Colombia, 1977-2002	Jorge Barrientos Marín Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2009
32	La política ambiental en Colombia: Tasas retributivas y Equilibrios de Nash	Medardo Restrepo Patiño	Octubre de 2009
33	Restricción vehicular y regulación ambiental: el programa "Pico y Placa" en Medellín	David Tobón Orozco Carlos Vasco Correa Blanca Gómez Olivo	Mayo de 2010

34	Corruption, Economic Freedom and Political Freedom in South America: In Pursuit of the missing Link	Danny García Callejas	Agosto de 2010
35	Karl Marx: dinero, capital y crisis	Ghislain Deleplace	Octubre de 2010
36	Democracy and Environmental Quality in Latin America: A Panel System of Equations Approach, 1995-2008	Danny García Callejas	Noviembre de 2010
37	Political competition in dual economies: clientelism in Latin America	Angela M.Rojas Rivera	Febrero de 2011
38	Implicaciones de Forward y Futuros para el Sector Eléctrico Colombiano	Duvan Fernando Torres Gómez Astrid Carolina Arroyave Tangarife	Marzo de 2011
39	Per Capita GDP Convergence in South America, 1960-2007	Danny García Callejas	Mayo de 2011
40	Efectos del salario mínimo sobre el estatus laboral de los jóvenes en Colombia	Yenny Catalina Aguirre Botero	Agosto de 2011
41	Determinantes del margen de intermediación en el sector bancario colombiano para el periodo 2000 – 2010	Perla Escobar Julián Gómez	Septiembre de 2011
42	Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno	Camilo Alvis Cristian Castrillón	Septiembre de 2011
43	Estimación del stock de capital humano bajo la metodología Jorgenson-Fraumeni para Colombia 2001-2009	Juan David Correa Ramírez Jaime Alberto Montoya Arbeláez	Septiembre de 2011
44	Estructura de ingresos para trabajadores asalariados y por cuenta propia en la ciudad de Ibagué	José Daniel Salinas Rincón Daniel Aragón Urrego	Noviembre de 2011
45	Identificación y priorización de barreras a la eficiencia energética: un estudio en microempresas de Medellín	Juan Gabriel Vanegas Sergio Botero Botero	Marzo de 2012
46	Medición del riesgo sistémico financiero en estudios de historia económica. Propuesta metodológica y aplicación para la banca libre en Antioquia, 1888	Javier Mejía Cubillos	Mayo de 2012
47	El tiempo, el éter que lo cubre todo: Un análisis de la temporalidad en la economía política de Karl Marx	Germán Darío Valencia Agudelo	Septiembre de 2012
48	Características de la Población Ocupada en Colombia: Un análisis del perfil de los formales e informales	José Daniel Salinas Rincón Sara Isabel González Arismendy Leidy Johana Marín	Octubre de 2012
49	Desarrollo económico Territorial: El caso del Cluster TIC, Medellín y Valle de Aburrá. Propuesta de fomento y consolidación de la industria de Contenidos Digitales	Felipe Molina Otálvaro Pablo Barrera Bolaños Tulio Montemiranda Aguirre	Noviembre de 2012
50	Análisis de la interacción entre las autoridades monetaria y fiscal en Colombia (1991-2011). Una aplicación desde la teoría de juegos	Sebastián Giraldo González Edwin Esteban Torres Gómez Ana Cristina Muñoz Toro	Enero de 2013
51	Tangible Temptation in the Social Dilema: Cash, Cooperation, and Self Control	Kristian Ove R. Myrseth Gerhard Riener Conny Wollbrant	Mayo de 2013
52	Análisis de las disparidades regionales en Colombia: una aproximación desde la estadística espacial, 1985 – 2010	Jhonny Moncada Osmar Leandro Loaiza Quintero	Octubre de 2013
53	Modelo VECM para estimar relaciones de largo plazo de un indicador de liquidez y sus determinantes	Wilman A. Gómez John F. Lopera	Noviembre de 2013
54	Informality and Macroeconomic Volatility: Do Credit Constraints Matter?	Catalina Granda Carvajal	Enero de 2015
55	¿Debería la Historia del Pensamiento Económico ser incluida en los Planes de Estudio de Economía en Pregrado?	Alessandro Roncaglia	Junio de 2015
56	A Comparative Analysis of Political Competition and Local Provision of Public Goods: Brazil, Colombia and Mexico (1991-2010)	Ángela M. Rojas Rivera Carlos A. Molina Guerra	Octubre de 2015

57	Economía, gestión y fútbol: de la pasión a la sostenibilidad financiera	Ramón Javier Mesa Callejas Jair Albeiro Osorio Agudelo Carlos Eduardo Castaño Ríos	Julio de 2016
58	Desarrollo económico y espacial desigual: panorama teórico y aproximaciones al caso colombiano	Angela Milena Rojas Rivera Juan Camilo Rengifo López	Noviembre de 2016
59	Extent of Expected Pigouvian Taxes and Permits for Environmental Services in a General Equilibrium Model with a natural capital constraint	David Tobón Orozco Carlos Molina Guerra John Harvey Vargas Cano	Noviembre de 2016
60	Riesgo idiosincrático y retornos en el mercado accionario de Colombia	Carlos Andrés Barrera Montoya	Enero de 2017
61	Incidencia de los flujos de capital en la política monetaria de Colombia, 1996-2011	Deivis Agudelo Hincapié Alexis Arias Saavedra Julián Jiménez Mejía	Enero de 2017
62	Sobre los fundamentales del precio de la energía eléctrica: evidencia empírica para Colombia	Jorge Barrientos Marín Monica Toro Martínez	Marzo de 2017
63	Desarrollo económico local y género en ámbitos territoriales rurales: el caso de la zona Liborina-Sabanalarga, Antioquia, Colombia	Harold Cardona Trujillo Jorge Lotero Contreras Paula Andrea Galeano Morales Alix Bibiana Gómez Robinson Garcés Marín	Mayo de 2017
64	Recursos y capacidades para el desarrollo económico local en Buriticá Antioquia	Tatiana María Colorado Marín Juan David Franco Henao Yesica Rangel Villada	Junio de 2017
65	Panel de VAR: Una aplicación en la movilidad de factores de producción en la integración económica Alianza del Pacífico	Carlos Andrés Villarreal Restrepo	Junio de 2017
66	Cálculo de un WACC diferenciado por región para proyectos de generación de electricidad con fuentes renovables en Colombia	Jorge Barrientos Marín Fernando Villada Duque	Agosto de 2017
67	La determinación de los precios en la teoría económica de Sir James Steuart	Alexander Tobon Arias	Agosto de 2017
68	La teoría macroeconómica de John Maynard Keynes	Ghislain Deleplace	Octubre de 2017
69	Revisión general de la producción académica en historia empresarial colombiana publicada en revistas académicas 1984-2016	Tatiana González Lopera	Noviembre de 2017
70	Una regla empírica de tasa de interés de política monetaria para una economía emergente, pequeña y abierta	Jaime Montoya Ramirez	Noviembre de 2017
71	Los salarios y la fatiga acumulada: una revisión de la teoría de la oferta de trabajo	Carlos Andrés Vasco Correa	Diciembre de 2017
72	Modelo cualitativo para estudiar la internacionalización de las multilatinas Colombianas	Ramón Javier Mesa Callejas Mauricio Lopera Castaño Paola Melisa Valencia Guzmán Mónica Andrea Álvarez Marín Paula Andrea Uribe Polo	Febrero de 2018
73	Mediciones del crecimiento económico regional y local en Colombia, 1950-2017: una revisión	Jaime Vallecilla G.	Febrero de 2018
74	Planteamiento de la cuestión agraria en la historiografía agraria colombiana: 1936 – 2016	Juan Carlos Velásquez Torres	Marzo de 2018
75	Los estudios en historia fiscal de Colombia sobre el siglo xx	Angela Milena Rojas R.	Noviembre de 2018
76	Can environmental taxes and payments for ecosystem services regulate pollution when the resilience of water bodies is surpassed?	David Tobón-Orozco Carlos Molina Harvey Vargas	Noviembre de 2018
77	Sobre la estructura de gasto y la curva de Engel de los hogares urbanos: evidencia empírica para Medellín	Jorge Barrientos Marín Efraín Arango Sánchez	Noviembre de 2018

78	Determinantes de la productividad multifactorial: los casos de las principales economías latinoamericanas y emergentes de Asia (1960 - 2015)	Wilman Arturo Gómez Carlos Esteban Posada Remberto Rhenals	Diciembre de 2018
79	Implementación de una evaluación por competencias académicas en el pregrado de Economía de la Universidad del Magdalena, Colombia	Rafael García José González Porto Luz Helena Díaz Álvaro Acevedo Alexander Tobón	Mayo de 2019
80	Determinantes del ahorro interno en Colombia: un acercamiento desde las Cuentas Nacionales Trimestrales para el período 1994-2017	Jaime Montoya Ramirez	Junio de 2019
81	Algebra de un modelo simple IS-MR-AD-AS: Notas de clase	Jaime Alberto Montoya Remberto Rhenals	Agosto de 2019
82	¿Las diferencias importan? Heterogeneidad y dilemas sociales en recursos naturales, aportes desde la Economía experimental y del comportamiento	Yady Marcela Barrero	Septiembre de 2019
83	Concentración de tierras, paz territorial e impuesto predial rural en Antioquia	Cristian Sánchez Salazar	Septiembre de 2019
84	Una breve aplicación a la predicción de la fragilidad de empresas colombianas, mediante el uso de modelos estadísticos	Jorge Iván Pérez García Mauricio Lopera Castaño Fredy Alonso Vásquez Bedoya	Septiembre de 2019
85	Diseño e implementación de resultados de aprendizaje para pregrados en Economía	Alexander Tobón	Octubre de 2019
86	Corrupción, incentivos y contrabando técnico en Colombia. 1998 – 2013	Edwin Esteban Torres Gómez Luis Ricardo Argüello Cuervo	Noviembre de 2019
87	Efecto de los programas educativos en pruebas estandarizadas. Un análisis por cuartiles de la política educativa "Antioquia la más educada".	Diana Lucía López López Edwin Esteban Torres Gómez Cristian Sánchez Salazar	Diciembre de 2019
88	Identificación de las principales restricciones operativas al crecimiento en Antioquia, Caldas, Risaralda y Quindío	Harold Cardona-Trujillo Estefany Peña Rojas	Diciembre de 2020
89	La teoría económica: ¿un monumento en peligro?	Jean Cartelier	Febrero de 2021
90	Caída y convergencia mundial de las tasas de inflación	Wilman Gómez Carlos Esteban Posada Remberto Rhenals	Marzo de 2021
91	¿Es posible explicar la crisis colombiana de 1998-2003 a partir de la teoría austríaca del ciclo económico?	Andrés Mauricio Rosero Sánchez	Mayo de 2021
92	La estructura de la propiedad de la tierra y su relación con la inversión social local en Colombia, 2000 – 2010	Mariana Rincón Orozco	Junio de 2021
93	Conferencia de Carlo Benetti con motivo de su investidura como Doctor Honoris Causa de la Universidad Metropolitana de México en 2015	Carlo Benetti	Septiembre de 2021
94	Crédito, producción y consumo en la teoría monetaria de Hawtrey (1919)	Carlos Andrés Villarreal Restrepo	Octubre de 2021
95	Entre el poder y la resistencia. Asesinato de líderes sociales y restitución de tierras en Colombia	Juan Fernando Zabala Hincapié	Diciembre de 2021
96	La estructura lógica de la teoría del equilibrio general dinámico estocástico	Alexander Tobón	Agosto de 2022
97	Transición demográfica, acumulación y uso del capital humano: ¿por qué muchos países siguen siendo pobres?	Ana Isabel Suárez García	Octubre de 2023

LECTURAS
DE
ECONOMÍA

Perfil
de Coyuntura
Económica