



**Análisis de torsión en vigas cajón de múltiples celdas:
Comportamiento estructural de los cajones de múltiples celdas bajo cargas torsionales.**

Diana María Gómez Hincapié

Informe de práctica para optar al título de Ingeniera Civil

Semestre de industria

Asesor

Juan Carlos Obando Fuertes, Ph.D.

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Civil

Medellín - Antioquia

2024

Cita	(Gómez Hincapié, 2024)
Referencia	(Gómez Hincapié, 2024). <i>Análisis de torsión en vigas cajón de múltiples celdas: comportamiento estructural de los cajones de múltiples celdas bajo cargas torsionales</i> . [Informe de práctica]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Centro de Documentación Ingeniería (CENDOI)

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

A mi madre, por ser la luz que guía mi camino y el refugio en mis momentos de incertidumbre.

Tu amor y dedicación son la fuerza que me impulsa a seguir adelante, eres la mujer que más admiro.

A mi hermana, por su alegría contagiosa, su apoyo constante y por compartir conmigo cada paso de este viaje. Eres mi compañera de vida y mi inspiración.

A mi novio, por su amor incondicional, su paciencia y su constante ánimo. Gracias por estar a mi lado en cada obstáculo de la carrera, por mostrarme que si era capaz, y por creer en mí cuando más lo necesitaba.

A Mechas y Luna, por cada madrugada que estuvieron a mi lado mientras estudiaba. Gracias por los momentos de alegría y amor desinteresado, las llevo siempre en mi memoria y en mi corazón.

Tabla de contenido

Contenido

1 Resumen	9
2 Abstract	10
3 Introducción	11
4 Objetivos	12
4.1 Objetivo general	12
4.2 Objetivos específicos.....	12
5 Marco teórico	13
6 Metodología	17
6.1 Software utilizado	17
7 Resultados	18
7.1 Viga cajón de 2 celdas asimétricas.....	18
7.1.1 Modelación matemática para una viga cajón con 2 celdas asimétricas	18
7.1.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 2 celdas asimétricas.....	22
7.2 Viga cajón con 2 celdas simétricas	28
7.2.1 Modelación matemática para una viga cajón con 2 celdas simétricas.....	28
7.2.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 2 celdas simétricas	29
7.3 Análisis de la viga cajón de 2 celdas sin considerar el tabique interno.....	34
7.4 Viga cajón de 3 celdas asimétricas.....	36
7.4.1 Modelación matemática para una viga cajón de 3 celdas asimétricas	36
7.4.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón con 3 celdas asimétricas.....	40
7.5 Viga cajón con 3 celdas simétricas	47
7.5.1 Modelación matemática para una viga cajón de 3 celdas simétricas.....	47

7.5.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 3 celdas simétricas	49
7.8 Análisis de la viga cajón de 3 celdas sin considerar los tabiques internos.....	56
8 Discusión	58
9 Conclusiones	61
Referencias	62

Lista de tablas

Tabla 1. Esfuerzo tabique izquierdo.....	25
Tabla 2. Esfuerzo tabique central.....	26
Tabla 3. Esfuerzo tabique derecho.....	27
Tabla 4. Cálculo de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas simétricas.....	28
Tabla 5. Esfuerzo tabique izquierdo.....	32
Tabla 6. Esfuerzo tabique central.....	33
Tabla 7. Esfuerzo tabique derecho.....	34
Tabla 8. Esfuerzo en el tabique izquierdo.....	44
Tabla 9. Esfuerzo en el tabique central izquierdo.....	45
Tabla 10. Esfuerzo en el tabique central derecho.....	46
Tabla 11. Esfuerzo en el tabique derecho.....	46
Tabla 12. Cálculo de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas simétricas.....	47
Tabla 13. Esfuerzo en el tabique izquierdo.....	52
Tabla 14. Esfuerzo en el tabique central izquierdo.....	53
Tabla 15. Esfuerzo en el tabique central derecho.....	54
Tabla 16. Esfuerzo en el tabique derecho.....	55
Tabla 17. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas asimétricas.....	58

Tabla 18. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas simétricas.	58
Tabla 19. Esfuerzos de una viga cajón de 2 celdas sin considerar el tabique interno.	59
Tabla 20. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas asimétricas.	59
Tabla 21. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas simétricas.	60
Tabla 22. Esfuerzos de una viga cajón de 3 celdas sin considerar los tabiques internos.	60

Lista de figuras

Figura 1. Esfuerzos de torsión y cortante en una viga hueca.	13
Figura 2. Flujo de cortante en sección hueca	14
Figura 3. Flujo de cortante en sección de pared delgada multicelular.	14
Figura 4. Superestructura de una viga cajón de dos celdas.	15
Figura 5. Sección transversal de una viga cajón de 2 celdas.....	18
Figura 6. Dirección de flujos de cortante en la sección transversal.	18
Figura 7. Modelo viga cajón de 2 celdas (Software SAP2000).	22
Figura 8. Definición propiedades del material.	23
Figura 9. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.....	24
Figura 10. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 2 celdas asimétricas.	24
Figura 11. Esfuerzos generados en el tabique izquierdo.	25
Figura 12. Esfuerzos generados en el tabique central.	26
Figura 13. Esfuerzos generados en el tabique derecho.	27
Figura 14. Sección transversal para una viga cajón con 2 celdas simétricas	28
Figura 15. Modelo viga cajón de 2 celdas (Software SAP2000).	30
Figura 16. Definición propiedades del material.	30
Figura 17. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.....	31

Figura 18. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 2 celdas simétricas.....	31
Figura 19. Esfuerzos generados en el tabique izquierdo.....	32
Figura 20. Esfuerzos generados en el tabique central.....	33
Figura 21. Esfuerzos generados en el tabique derecho.....	34
Figura 22. Sección transversal de la viga cajón considerando solo los tabiques externos.....	35
Figura 23. Diagrama dirección de flujo de cortante considerando una celda.....	35
Figura 24. Sección trasversal de una viga cajón con 3 celdas.....	36
Figura 25. Dirección de flujos de cortante en la sección transversal.....	36
Figura 26. Modelo viga cajón de 3 celdas (Software SAP2000).....	40
Figura 27. Definición de las propiedades del material.....	41
Figura 28. Aplicación del momento torsor en la sección trasversal.....	42
Figura 29. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 3 celdas asimétricas.....	43
Figura 30. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique izquierdo.....	43
Figura 31. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique central izquierdo.....	44
Figura 32. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique central derecho.....	45
Figura 33. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique derecho.....	46
Figura 34. Sección transversal de la viga cajón con 3 celdas simétricas.....	47
Figura 35. Modelo viga cajón de 3 celdas (Software SAP2000).....	49
Figura 36. Definición de las propiedades del material.....	50
Figura 37. Aplicación del momento torsor en la sección trasversal.....	51
Figura 38. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 3 celdas simétricas.....	51
Figura 39. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique izquierdo.....	52
Figura 40. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique central izquierdo.....	53
Figura 41. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique central derecho.....	54

Figura 42. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique derecho.55

Figura 43. Sección transversal de la viga cajón considerando solo los tabiques externos.....56

Figura 44. Diagrama dirección flujo de cortante considerando una sola celda.....56

1 Resumen

En el presente informe, se busca conocer el comportamiento de las vigas con cajones de múltiples celdas que son sometidas a un momento torsional y que, debido a esto, la estructura es sometida a solicitaciones, las cuáles pueden influir al momento de diseñar dicho elemento estructural. El objetivo es conocer cómo se da la distribución de esfuerzos que viaja por el flujo de cortante a lo largo de los tabiques internos y externos de cada celda, además si la geometría de éstas tienen alguna influencia en los resultados. Para lograr esto, se recopilará toda la información necesaria para realizar los cálculos teóricos y además estos resultados se compararán mediante un modelo de elementos finitos que permita interpretar los datos obtenidos de manera analítica y numérica. Este enfoque combinado garantizará una comprensión del comportamiento torsional en las vigas con cajones de múltiples celdas y su influencia en el diseño estructural de estas.

Palabras clave: Torsión, vigas, cajón, momento torsional, esfuerzos, flujo de cortante, tabique.

2 Abstract

In this report, we seek to know the behavior of multi-cell box girders that are subjected to a torsional moment and that, due to this, the structure is subjected to several solicitations, which can influence now of designing such structural element. The objective is to know how the stress distribution that travels through the shear flow along the internal and external partitions of each cell is given, and if the geometry of the cells has any influence on the results. To achieve this, all the necessary information will be collected to perform the theoretical calculations and these results will be compared using a finite element model that will allow the interpretation of the data obtained in an analytical and numerical way. This combined approach will ensure a better understanding of the torsional behavior of multi-cell box girders and its influence on their structural design.

Keywords: Torsion, beams, box girder, torsional moment, stress, shear flow, web.

3 Introducción

La torsión es una carga mecánica que puede afectar la estabilidad y resistencia de las estructuras, su comprensión es esencial en el campo de la ingeniería civil. En este contexto, el presente trabajo se enfoca en el estudio de la torsión en cajones de múltiples celdas, buscando analizar y comprender su comportamiento estructural bajo estas condiciones. Las vigas con cajones de múltiples celdas son elementos estructurales utilizados en diversas aplicaciones, como puentes y estructuras marinas.

Estos cajones pueden tener una geometría compleja, con múltiples compartimentos internos, lo que les otorga una mayor rigidez y capacidad de carga torsional en comparación con las vigas tradicionales. Sin embargo, a pesar de su amplio uso, existe una necesidad de conocer cómo se da este comportamiento en los cajones debido a la torsión, esto con el fin de buscar disminuir limitaciones en cuanto a los métodos y criterios de diseño utilizados en la práctica actual.

El objetivo del trabajo es estudiar cómo se distribuyen los esfuerzos a través de los tabiques internos y externos de las celdas, permitiendo conocer su comportamiento. Esto se logrará recopilando información teórica del comportamiento torsional, además de desarrollar modelos de elementos finitos que permita simular y analizar cómo se da este comportamiento en las vigas, y así, poderlo comparar con los valores teóricos.

4 Objetivos

4.1 Objetivo general

Analizar cómo se da la distribución interna de esfuerzos en una viga cajón con múltiples celdas que está siendo sometida a torsión.

4.2 Objetivos específicos

- Recopilar teoría que permita conocer cómo se da el comportamiento torsional en la viga cajón con múltiples celdas.
- Realizar cálculos teóricos que permitan conocer la distribución de esfuerzos a lo largo de la sección transversal de la viga cajón con múltiples celdas.
- Elaborar un modelo de elementos finitos que permita comparar la distribución de esfuerzos con respecto a los valores teóricos obtenidos.

5 Marco teórico

La torsión no fue considerada en su totalidad en los diseños estructurales hasta hace pocos años. Siempre estuvo presente, sin embargo, en aquel tiempo “Los factores de seguridad requeridos por los códigos para el diseño de miembros de concreto reforzado por cortante y momento, eran tan grandes, que los efectos de la torsión podían casi siempre despreciarse con certidumbre, excepto en eventos extremos” (McCormac & Brown, 2017)

Para (Harmsen, 2019), “En la actualidad, el empleo del método de diseño a la rotura ha reducido considerablemente las dimensiones de las secciones. Esto ha ocasionado que la torsión sea una sollicitación que debe tomarse en cuenta para limitar, sobre todo, el agrietamiento”

Se entiende por torsión que es aquella sollicitación que se presenta cuando se aplica un momento sobre un eje longitudinal. Si tenemos una viga de pared delgada, todos los esfuerzos de torsión que se general se pueden sumar con los esfuerzos cortantes en un lado de la viga, sin embargo, en el lado contrario se restan. (McCormac & Brown,2017)

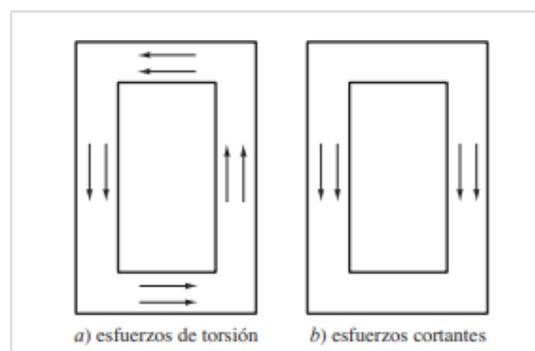


Figura 1. *Esfuerzos de torsión y cortante en una viga hueca.* (McCormac & Brown, 2017)

Los cajones de múltiples celdas están constituidos por elementos de pared delgada, estas celdas pueden variar en cuanto a su composición y geometría. Justo en el eje central del espesor de la pared delgada podemos encontrar el flujo de cortante que viaja a través de toda la sección. Debe existir un equilibrio entre el flujo de cortante alrededor de la sección transversal y el momento torsional aplicado. (Corven & Federal Highway Administration, 2016)

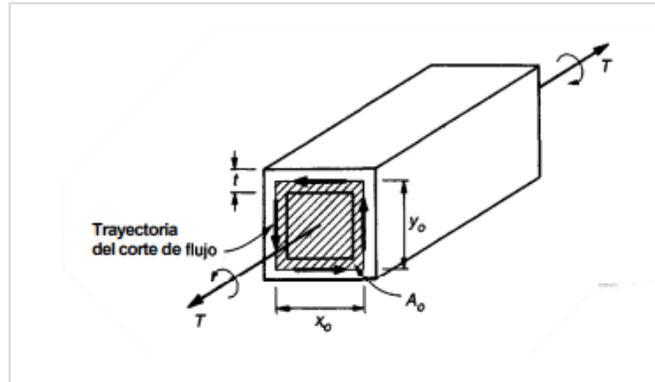


Figura 2. *Flujo de cortante en sección hueca.* (Nilson & Darwin, 2001)

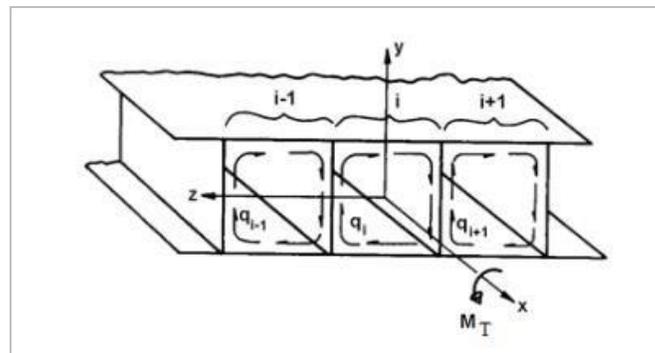


Figura 3. *Flujo de cortante en sección de pared delgada multicelular.* (Hughes, 1983)

Cuando se aplica un momento torsor a una sección transversal cerrada, como los puentes de viga cajón, es el flujo de cortante quien resiste esta sollicitación a lo largo del perímetro de la sección cerrada. Este flujo de cortante se encuentra definido por:

$$q = \frac{M_t}{2 \cdot A_0} \quad \text{Ecuación (1)}$$

Donde,

q = flujo de cortante (N/mm)

M_t = Momento torsor ($N \cdot mm$)

A_0 = Área delimitada por la trayectoria de flujo de cortante alrededor de las celdas (mm^2)

Si se desea conocer el esfuerzo producido por el momento torsor en las secciones, se divide el flujo de cortante por el espesor de cada tabique $t(s)$.

$$\tau = \frac{M_t}{2 \cdot A_0 \cdot t(s)} \quad \text{Ecuación (2)}$$

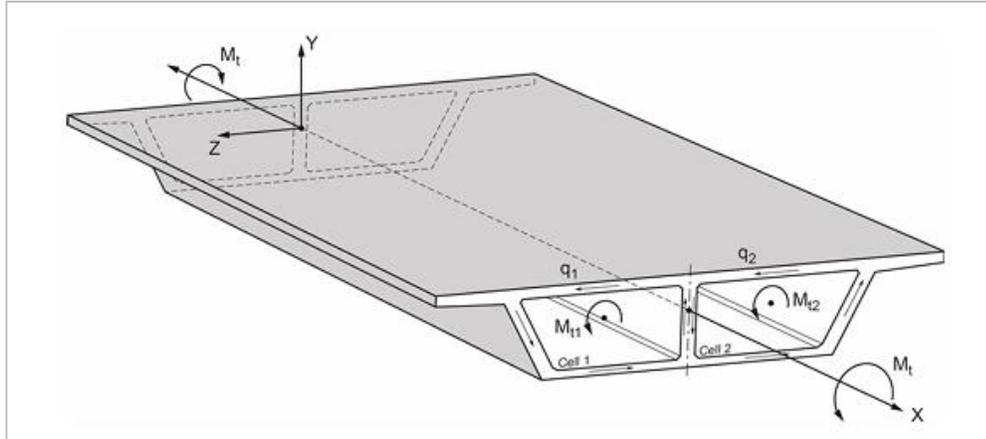


Figura 4. Superestructura de una viga cajón de dos celdas. (Corven & Federal Highway Administration, 2016)

El momento torsor se encuentra en equilibrio mediante la suma de los flujos de cortante multiplicados por el área de la trayectoria del flujo, de la siguiente manera:

$$M_T = 2 \cdot \sum_{i=1}^n A_{oi} \cdot q_i \quad \text{Ecuación (3)}$$

Cuando se aplica torsión sobre la sección, esta empieza a experimentar un giro para cada una de sus celdas. Por compatibilidad de deformaciones, los giros generados por las celdas tienen que ser iguales entre sí y a la rotación que experimenta la sección transversal de la viga cajón, este giro se encuentra definido por:

$$\theta = \frac{q}{2 \cdot G \cdot A_o} \oint \frac{ds}{t(s)} \quad \text{Ecuación (4)}$$

Donde,

G = Módulo de cortante (MPa)

El módulo de cortante mide la resistencia a la deformación por cortante, y va a depender de las propiedades del material, en este caso, el concreto. Se encuentra definido por:

$$G = \frac{E_c}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad \text{Ecuación (5)}$$

Donde,

E_c = Módulo de elasticidad del concreto (MPa)

ν = Relación de Poisson del concreto.

Según el capítulo 5.4.2.4 de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes (CCP-14), para concretos de densidad normal, se puede estimar el módulo de elasticidad del concreto mediante la siguiente ecuación:

$$E_c = 4800 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ecuación (6)}$$

Donde,

f'_c = Resistencia última a la compresión del concreto (MPa)

La relación de Poisson se define como la relación entre las deformaciones unitarias laterales y axiales de un elemento estructural que pueda estar cargado ya sea axialmente o a flexión, en el capítulo 5.4.2.5 del CCP-14 la relación de Poisson es igual a 0.2, a menos de que se determine mediante ensayos físicos.

6 Metodología

El enfoque de este trabajo va a ser cuantitativo, ya que se van a recolectar y analizar datos numéricos obtenidos de la teoría y el software de diseño, enfocando la investigación en estudiar cómo se da la distribución de esfuerzos a través de las celdas de una viga cajón.

Para lograr esto, el estudio se apoyará en autores que han definido anteriormente un comportamiento en las estructuras dependiendo de las solicitaciones y se compararán estos resultados con un modelo de elementos finitos mediante el software SAP2000 que permitirá dar legitimidad al estudio.

6.1 Software utilizado

- **SAP2000:** Para la modelación y verificación del comportamiento de la viga cajón bajo un momento torsional.
- **Microsoft Excel:** Para el análisis numérico de los cálculos teóricos.

7 Resultados

Con el fin de analizar el comportamiento para una viga cajón de múltiples celdas, se realizará el cálculo teórico para una viga de 2 y 3 celdas, estas mismas vigas serán modeladas en el software SAP2000 como elementos finitos, de esta manera se hará una comparación de los resultados obtenidos por ambos métodos.

7.1 Viga cajón de 2 celdas asimétricas

7.1.1 Modelación matemática para una viga cajón con 2 celdas asimétricas

Se tiene una sección transversal de una viga cajón de 2 celdas como la mostrada en la siguiente figura, el análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección transversal. Se somete la viga a un momento torsor de $3,1 \times 10^9 N \cdot mm$. La sección tiene un $f'_c = 49 MPa$, se calculará los flujos de cortante generados y los esfuerzos generados debido a la torsión.

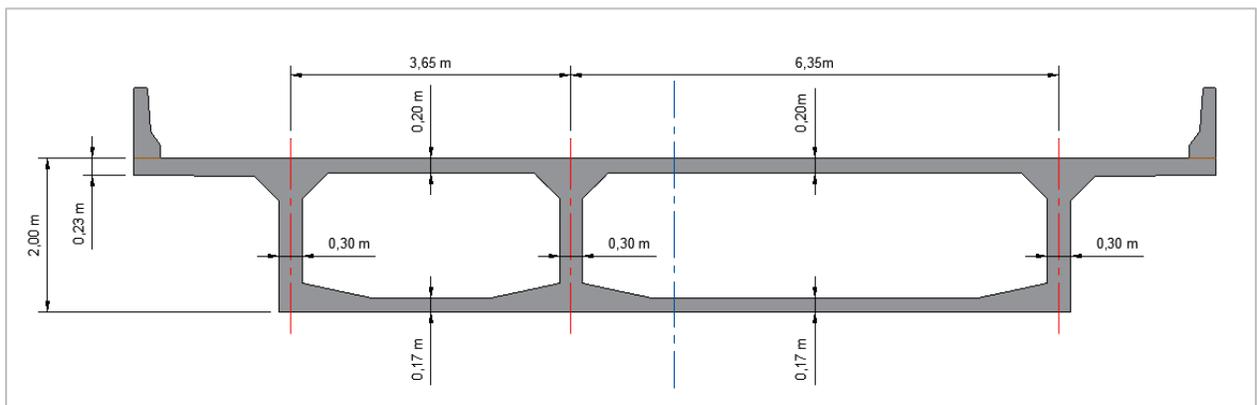


Figura 5. Sección transversal de una viga cajón de 2 celdas.

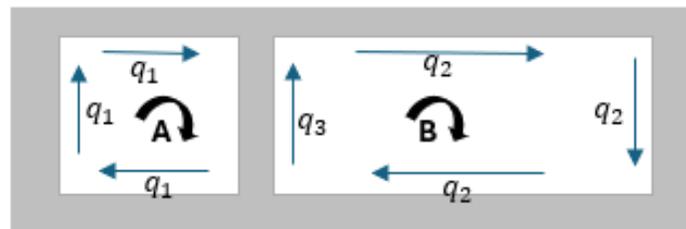


Figura 6. Dirección de flujos de cortante en la sección transversal.

Empleando la Ecuación (6) y Ecuación (5) calculados los parámetros necesarios para dar solución a las incógnitas que queremos encontrar, se describe el procedimiento a continuación:

$$E = 4800\sqrt{f'c} \rightarrow f'c(MPa)$$

$$E = 4800\sqrt{49}$$

$$E = 33600 MPa$$

$$\therefore G = \frac{33600}{2 \cdot (1 + 0,2)} = 14000 MPa$$

De acuerdo con la Figura 6. Dirección de flujos de cortante en la sección transversal. , podemos deducir para el flujo de cortante lo siguiente:

$$q_1 + q_3 = q_2$$

Despejando el flujo de cortante q_3 tenemos que:

$$q_3 = q_2 - q_1$$

El momento torsor M_T es la suma de los momentos torsores que están soportando las celdas, y cada uno de estos momentos produce un giro:

$$M_T = M_{TA} + M_{TB}$$

El giro de la celda A es igual al giro de la celda B por compatibilidad de deformaciones:

$$\theta_A = \theta_B$$

Despejando la Ecuación (1),

$$M_T = q \cdot 2 \cdot A_0$$

Celda A:

Reemplazando encontramos que el momento torsor en la celda A esta dado por:

$$M_{TA} = 2 \cdot q_1 \cdot A_A = 2 \cdot q_1 \cdot 2000 \cdot 3650$$

$$M_{TA} = 1,46 \times 10^7 q_1$$

Calculamos el giro en A:

$$\theta_A = \frac{1}{2 \cdot A_A \cdot G} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{q_i \cdot s_i}{t_i}$$

$$\theta_A = \frac{1}{2 \cdot 7,3 \times 10^6 \cdot 14000} \cdot \left(\frac{3650 \cdot q_1}{200} + \frac{2000 \cdot q_1}{300} + \frac{3650 \cdot q_1}{170} - \frac{2000 \cdot (q_2 - q_1)}{300} \right)$$

$$\theta_A = \frac{1}{2,044 \times 10^{11}} \cdot \left(\frac{10823 \cdot q_1}{204} - \frac{20 \cdot q_2}{3} \right)$$

Celda B:

$$M_{TB} = 2 \cdot q_2 \cdot A_B = 2 \cdot q_2 \cdot 2000 \cdot 6350$$

$$M_{TA} = 2,54 \times 10^7 q_2$$

Calculamos el giro en B:

$$\theta_B = \frac{1}{2 \cdot A_B \cdot G} \cdot \sum_{i=1}^3 \frac{q_i \cdot s_i}{t_i}$$

$$\theta_B = \frac{1}{2 \cdot 2000 \cdot 6350 \cdot 14000} \cdot \left(\frac{6350 \cdot q_2}{200} + \frac{2000 \cdot q_2}{300} + \frac{6350 \cdot q_2}{170} + \frac{2000 \cdot (q_2 - q_1)}{300} \right)$$

$$\theta_B = \frac{1}{3,556 \times 10^{11}} \cdot \left(\frac{16817 \cdot q_2}{204} - \frac{20 \cdot q_1}{3} \right)$$

Por compatibilidad tenemos que, $\theta_A = \theta_B$

$$\frac{1}{2,044 \times 10^{11}} \cdot \left(\frac{10823 \cdot q_1}{204} - \frac{20 \cdot q_2}{3} \right) = \frac{1}{3,556 \times 10^{11}} \cdot \left(\frac{16817 \cdot q_2}{204} - \frac{20 \cdot q_1}{3} \right)$$

$$1,740 \cdot \left(\frac{10823 \cdot q_1}{204} - \frac{20 \cdot q_2}{3} \right) = \left(\frac{16817 \cdot q_2}{204} - \frac{20 \cdot q_1}{3} \right)$$

Despejando tenemos:

$$92,31q_1 + \frac{20}{3}q_1 = \frac{16817}{204}q_2 + 11,60q_2$$

Dejamos q_2 en términos de q_1 :

$$q_1 = \frac{94,04}{98,98} \cdot q_2$$

$$q_1 = 0,95 \cdot q_2$$

$$q_2 = \frac{1}{0,95} \cdot q_1$$

Sustituyendo en la expresión del momento torsor total, encontramos los flujos de cortante y los esfuerzos generados por el momento torsor aplicado,

$$M_T = M_{TA} + M_{TB}$$

$$M_T = 2 \cdot q_1 \cdot 2000 \cdot 3650 + 2 \cdot q_2 \cdot 2000 \cdot 6350$$

$$M_T = 2 \cdot q_1 \cdot 7,3 \times 10^6 + \frac{2}{0,95} \cdot q_1 \cdot 12,7 \times 10^6$$

$$M_T = 41,34 \times 10^6 \cdot q_1$$

Despejando el flujo de cortante en A tenemos que:

$$q_1 = \frac{M_T}{41,34 \times 10^6} = \frac{3,1 \times 10^9}{41,34 \times 10^6}$$

$$q_1 = 74,92 \text{ N/mm}$$

Conociendo q_1 , calculamos el esfuerzo en cada tabique de la celda A:

$$\tau_{A-\text{tabique izquierdo}} = \frac{q_1}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{74,92 \text{ N/mm}}{300 \text{ mm}}$$

$$\tau_{A-\text{tabique izquierdo}} = 0,2497 \text{ N/mm}^2$$

Para la celda B:

$$q_2 = \frac{1}{0,95} \cdot q_1 = \frac{74,92 \text{ N/mm}}{0,95}$$

$$q_2 = 78,86 \text{ N/mm}$$

Ahora calculamos los esfuerzos en la celda B:

$$\tau_{B-\text{tabique derecho}} = \frac{q_2}{t_{\text{tabique derecho}}} = \frac{78,86 \text{ N/mm}}{300 \text{ mm}}$$

$$\tau_{B-\text{tabique derecho}} = 0,263 \text{ N/mm}^2$$

Calculamos el esfuerzo en el tabique central entre las 2 celdas:

$$\tau_{\text{tabique central}} = \frac{q_2 - q_1}{t_{\text{tabique central}}} = \frac{(78,86 - 74,92) \text{ N/mm}}{300 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\text{tabique central}} = 0,0131 \text{ N/mm}^2$$

7.1.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 2 celdas asimétricas

Se realiza la modelación de la viga cajón en el software de diseño estructural SAP2000 mediante elementos Shell los cuales tienen una dimensión aproximadamente de 0,25x0,25 metros. El análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección, con todas las características de la sección transversal y las propiedades del material.

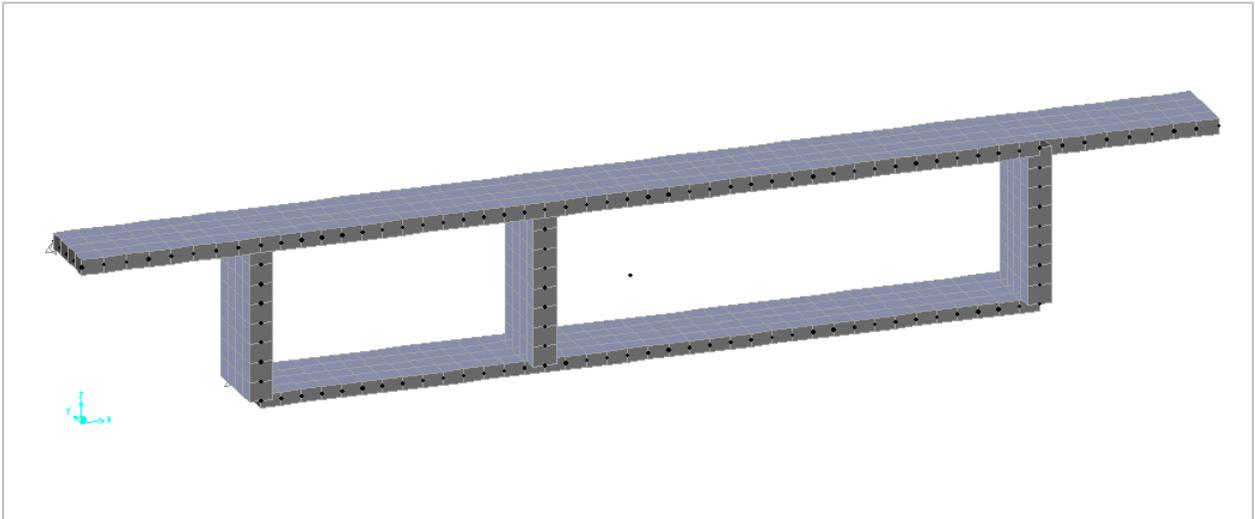


Figura 7. Modelo viga cajón de 2 celdas (Software SAP2000).

The image shows a 'Material Property Data' dialog box with the following fields and values:

Section	Property	Value
General Data	Material Name and Display Color	7000Psi
	Material Type	Concrete
	Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	Weight per Unit Volume	2.356E-05
	Mass per Unit Volume	2.403E-09
Isotropic Property Data	Modulus of Elasticity, E	33600
	Poisson's Ratio, U	0.2
	Coefficient of Thermal Expansion, A	9.900E-06
	Shear Modulus, G	14000
Other Properties for Concrete Materials	Specified Concrete Compressive Strength, f'c	49
	Lightweight Concrete	<input type="checkbox"/>
Switch To Advanced Property Display		<input type="checkbox"/>

Figura 8. Definición propiedades del material.

Una vez con los materiales definidos y la geometría del cajón modelada se procede a poner un Joint justo en el centroide de la sección y se crea un Body Constraints para unir el Joint con toda la sección transversal, de tal manera que al aplicar el momento el Body Constraints permita que toda la sección gire junta como un cuerpo rígido. Antes de asignar el momento torsor, se asigna la condición de apoyo a la sección transversal. Después de esto se aplica el momento torsional de $3,1 \times 10^9 N \cdot mm$ en este Joint para poder conocer las solicitaciones que se generan en la sección por la aplicación del momento.

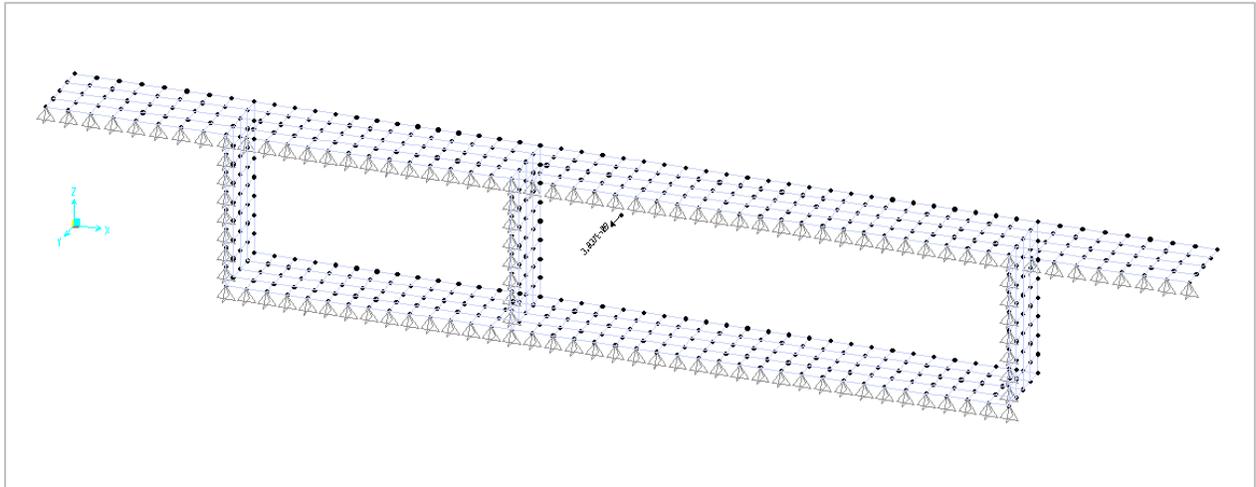


Figura 9. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.

Después de asignar todo lo anterior, se corre el modelo y se obtienen los resultados de los esfuerzos en los tabiques externos e internos de la viga cajón. Dichos esfuerzos se tomaron de las zonas donde se puede apreciar la uniformidad de los esfuerzos, evitando las zonas de concentración de esfuerzos ya que pueden estar mostrando valores no reales. Estos resultados se disponen a continuación.

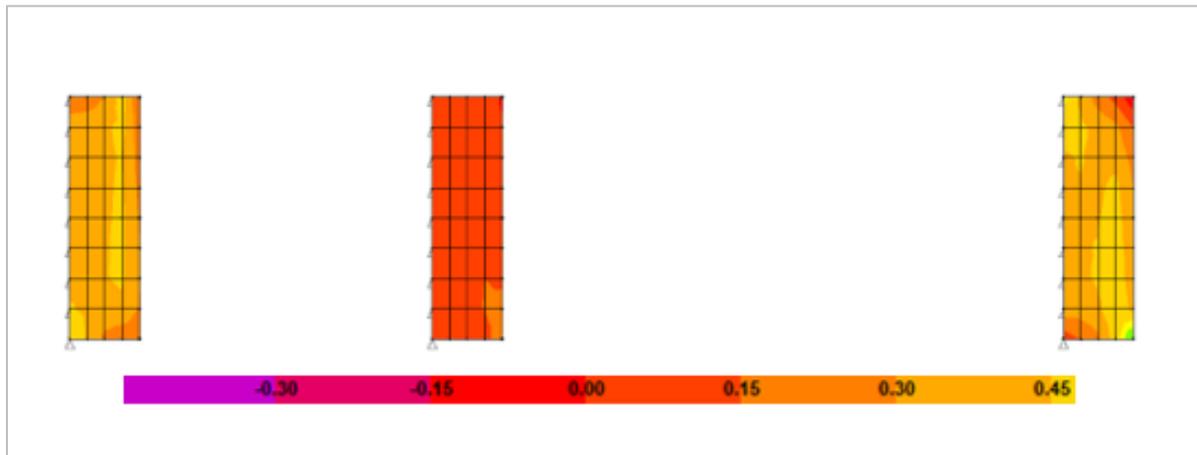


Figura 10. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 2 celdas asimétricas.

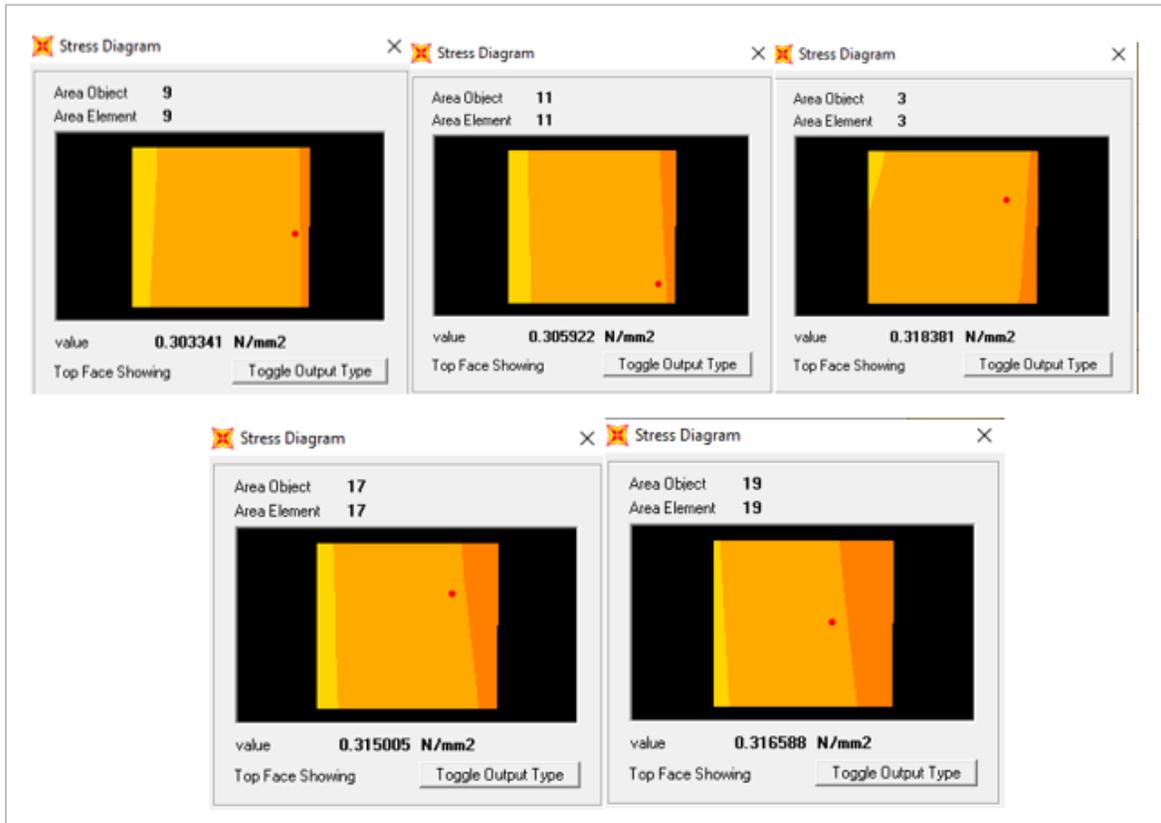


Figura 11. Esfuerzos generados en el tabique izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 1. Esfuerzo tabique izquierdo.

Esfuerzo tabique izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
9	0.303341	0.312
11	0.305922	
3	0.318381	
17	0.315005	
19	0.316588	

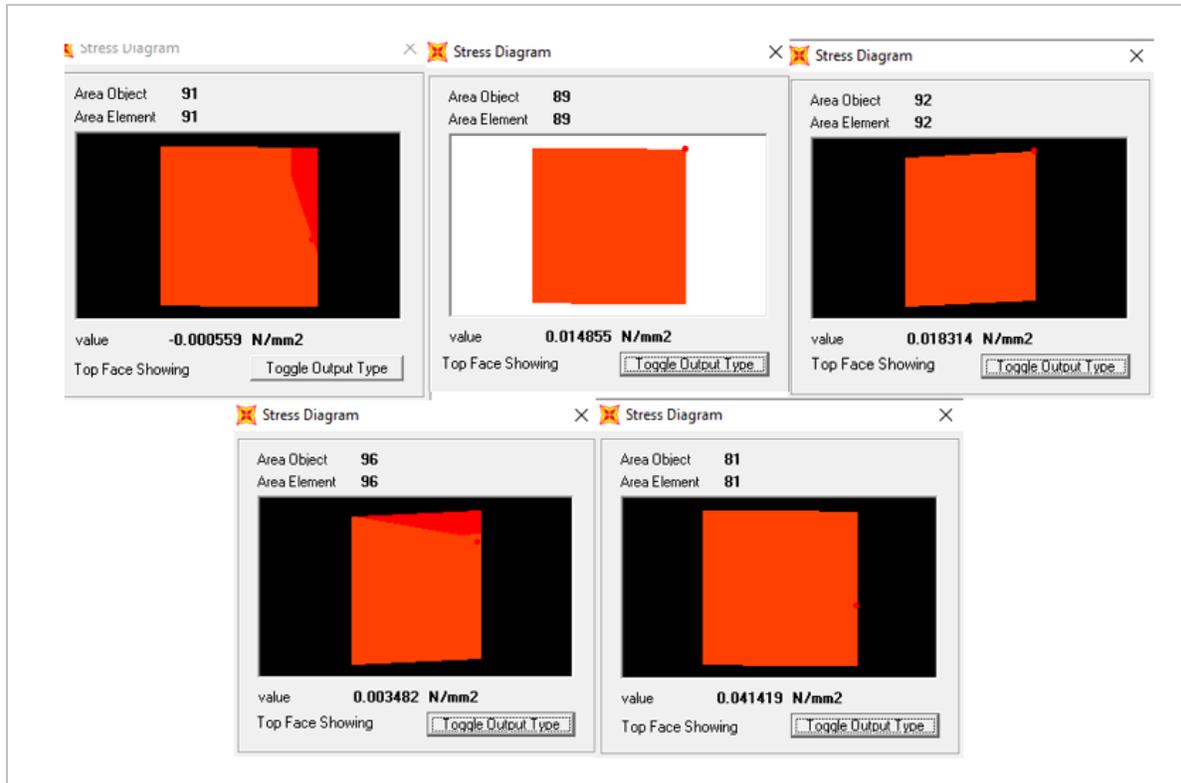


Figura 12. Esfuerzos generados en el tabique central.

Se toman 5 puntos en tabique central para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 2. Esfuerzo tabique central.

Esfuerzo tabique central		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
91	0.000559	0.016
89	0.014855	
92	0.018314	
96	0.003482	
81	0.041419	

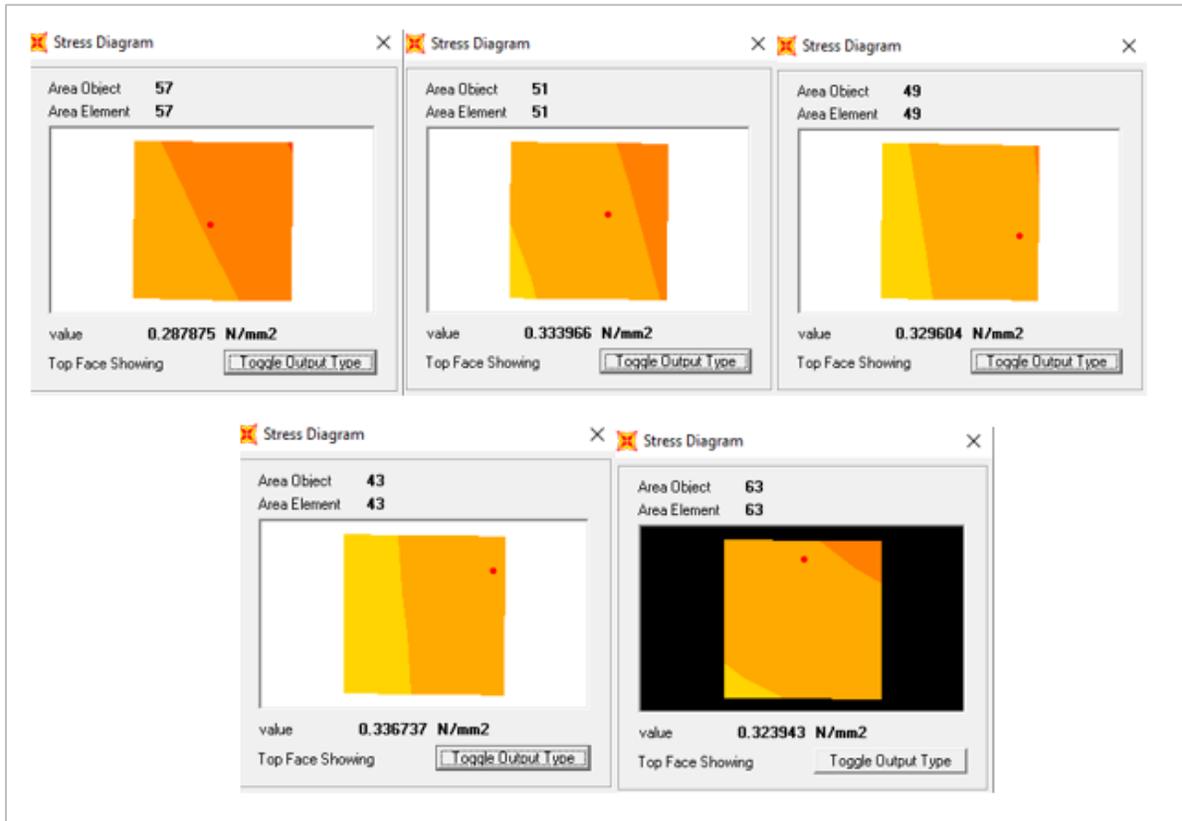


Figura 13. Esfuerzos generados en el tabique derecho.

Se toman 5 puntos en tabique derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 3. Esfuerzo tabique derecho.

Esfuerzo tabique derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
57	0.287875	0.322
51	0.333966	
49	0.329604	
43	0.336737	
63	0.323943	

7.2 Viga cajón con 2 celdas simétricas

7.2.1 Modelación matemática para una viga cajón con 2 celdas simétricas

Con el fin de profundizar el análisis, se realizó la programación de la viga cajón de 2 celdas en Microsoft Excel. Esto permitió ver la variación de resultados si se modifican las geometrías de cada celda y así poder estimar la variación de los esfuerzos.

Se define la misma sección transversal para el análisis haciendo que las celdas sean simétricas, del análisis se obtiene lo siguiente:

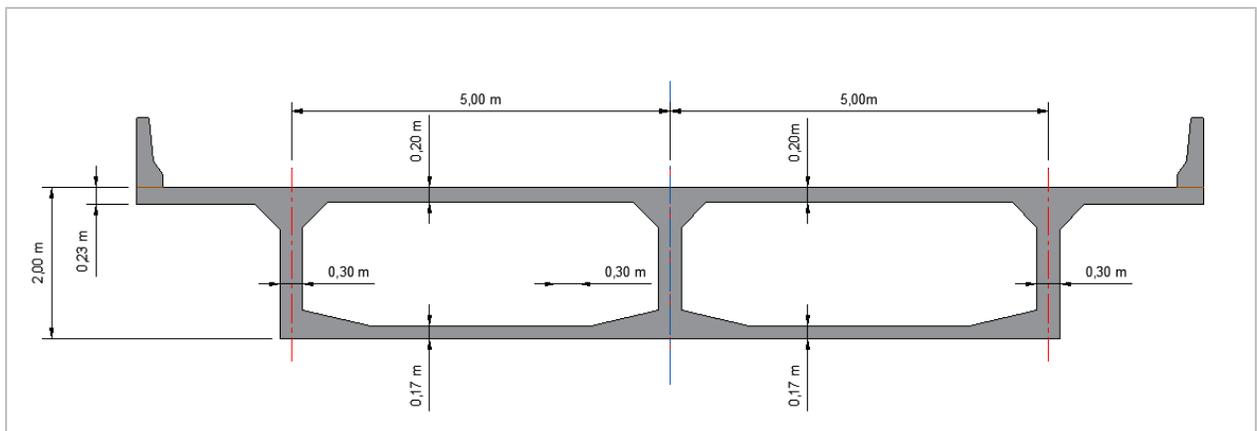


Figura 14. Sección transversal para una viga cajón con 2 celdas simétricas

Tabla 4. Cálculo de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas simétricas.

Características del material		
f_c (MPa)	49	
γ	0.2	
E_c (MPa)	33600	
Material y sollicitación		
G (MPa)	14000	
MT (N-m)	3096692.88	Momento torsor
MT (N-mm)	3096692880	Momento torsor

Geometría		
H (mm)	2000	Altura cajón
BA (mm)	5000	Ancho celda A
BB (mm)	5000	Ancho celda B
Es (mm)	200	Espesor losa superior
Ei (mm)	200	Espesor losa inferior
Ti (mm)	300	Espesor tabique izquierdo
Tc (mm)	300	Espesor tabique central
Td (mm)	300	Espesor tabique derecho

Cálculos preliminares		
AA (mm ²)	10000000	Área encerrada celda A
AB (mm ²)	10000000	Área encerrada celda B
A	3.571E-12	Constante al giro A
B	3.571E-12	Constante al giro B
	q1	q2
θ _A	2.262E-10	-2.381E-11
θ _B	-2.381E-11	2.262E-10
MTA	20000000 q1	
MTB	20000000 q2	
	q1 = 1.000	q2
	MT = 40000000 q2	

Flujos de cortante		
q2 (N/mm)	77.42	Flujo de cortante en la celda B
q1 (N/mm)	77.42	Flujo de cortante en la celda A
q3 (N/mm)	0.00	Flujo de cortante en el tabique interno

Esfuerzos en los tabiques		
τ _I (MPa)	0.26	Esfuerzo en el tabique izquierdo
τ _C (MPa)	0.00	Esfuerzo en el tabique central
τ _D (MPa)	0.26	Esfuerzo en el tabique derecho

Como se aprecia en la tabla, al tener una viga cajón de 2 celdas de igual geometría los esfuerzos en el tabique central se anulan.

7.2.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 2 celdas simétricas

Se realiza la modelación de la viga cajón en el software de diseño estructural SAP2000 mediante elementos Shell los cuales tienen una dimensión aproximadamente de 0,25x0,25 metros.

El análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección, con todas las características de la sección transversal y las propiedades del material.

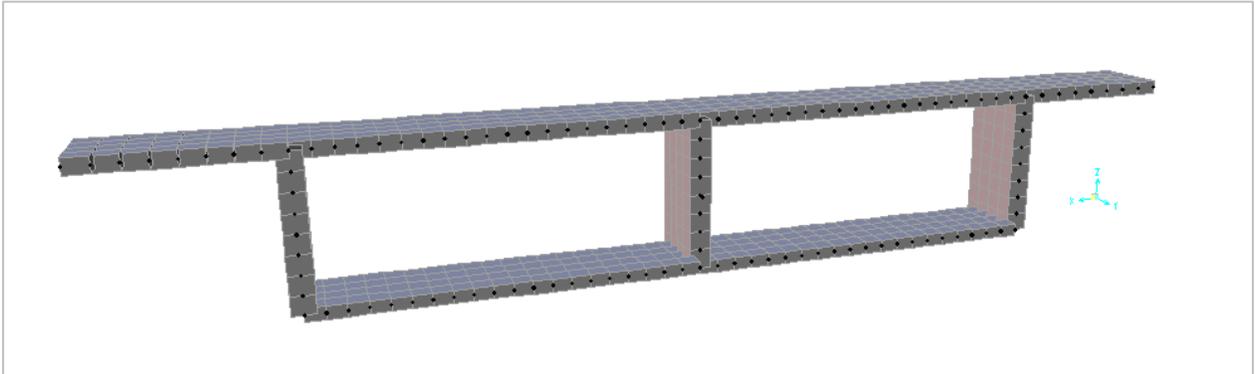


Figura 15. Modelo viga cajón de 2 celdas (Software SAP2000).

Material Property Data	
General Data	
Material Name and Display Color	7000Psi ■
Material Type	Concrete
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	2.356E-05
Mass per Unit Volume	2.403E-09
Units	
	N, mm, C
Isotropic Property Data	
Modulus of Elasticity, E	33600.
Poisson's Ratio, U	0.2
Coefficient of Thermal Expansion, A	9.900E-06
Shear Modulus, G	14000.
Other Properties for Concrete Materials	
Specified Concrete Compressive Strength, f'c	49.
<input type="checkbox"/> Lightweight Concrete	
Shear Strength Reduction Factor	
<input type="checkbox"/> Switch To Advanced Property Display	
OK Cancel	

Figura 16. Definición propiedades del material.

Una vez con los materiales definidos y la geometría del cajón modelada se procede a poner un Joint justo en el centroide de la sección y se crea un Body Constraints para unir el Joint con toda la sección transversal, de tal manera que al aplicar el momento el Body Constraints permita que

toda la sección gire junta como un cuerpo rígido. Antes de asignar el momento torsor, se asigna la condición de apoyo a la sección transversal. Después de esto se aplica el momento torsional de $3,1 \times 10^9 N \cdot mm$ en este Joint para poder conocer las sollicitaciones que se generan en la sección por la aplicación del momento.

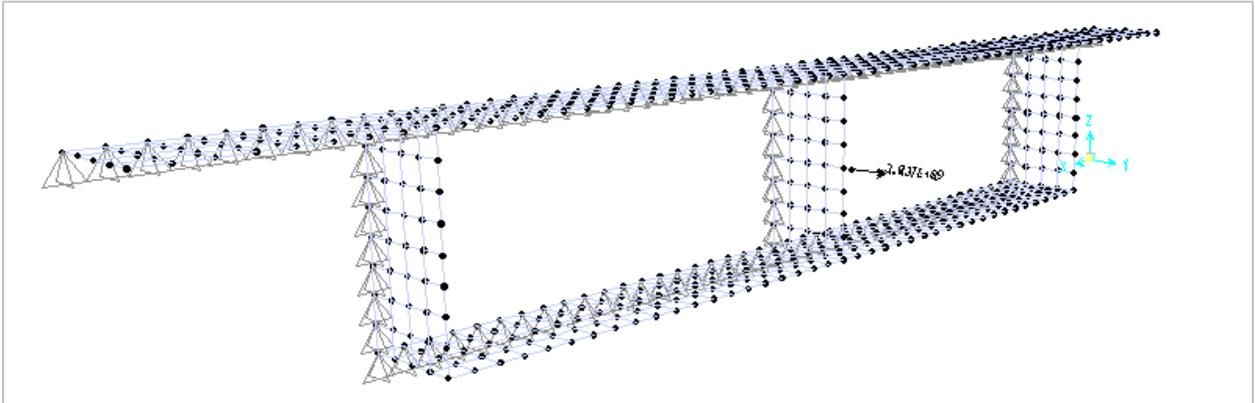


Figura 17. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.

Después de asignar todo lo anterior, se corre el modelo y se obtienen los resultados de los esfuerzos en los tabiques externos e internos de la viga cajón. Dichos esfuerzos se tomaron de las zonas donde se puede apreciar la uniformidad de los esfuerzos, evitando las zonas de concentración de esfuerzos ya que pueden estar mostrando valores no reales. Estos resultados se disponen a continuación.

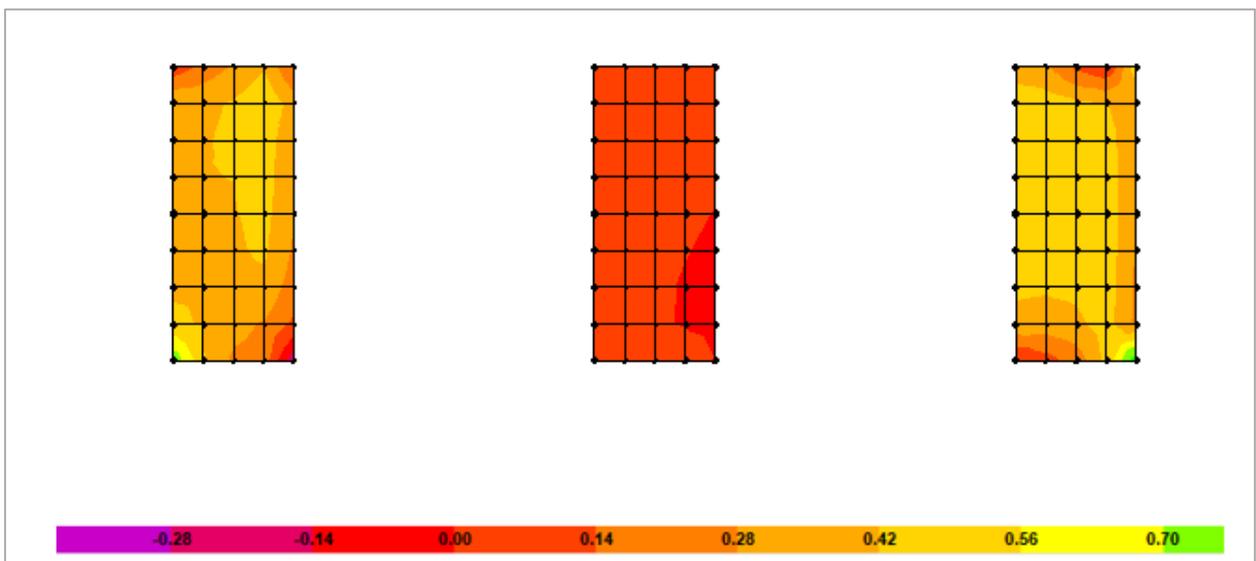


Figura 18. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 2 celdas simétricas.

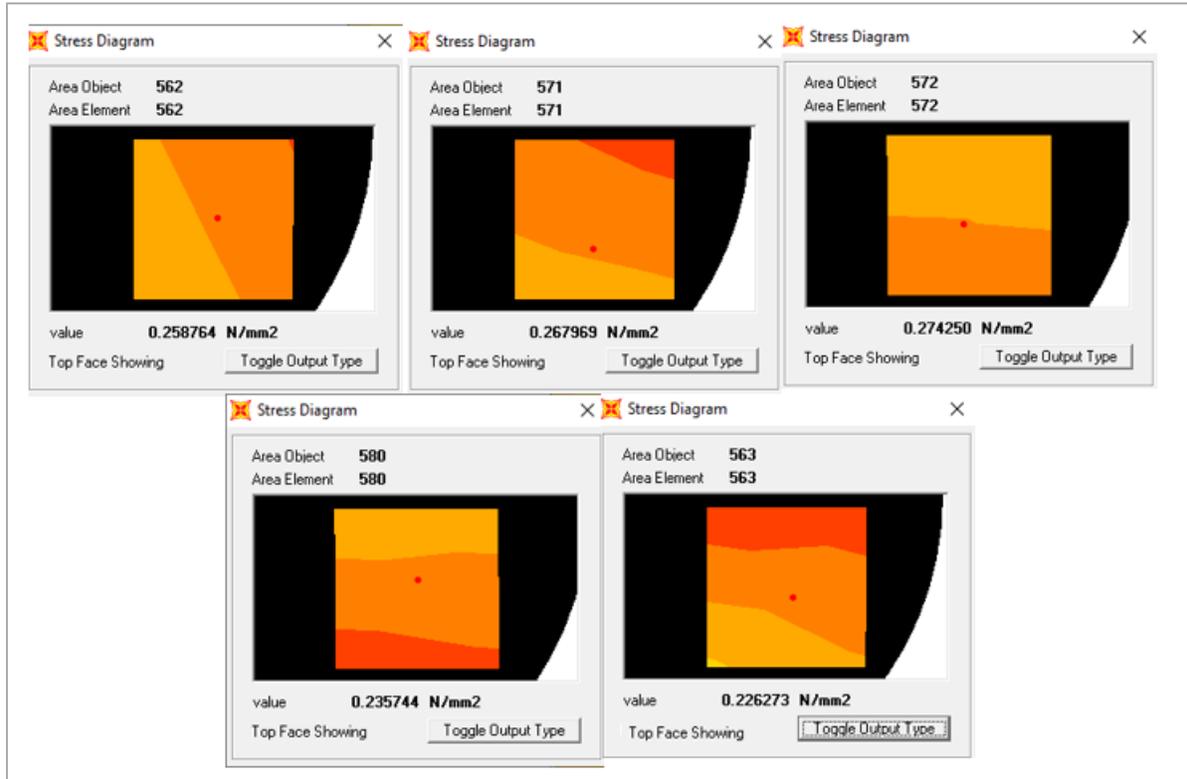


Figura 19. Esfuerzos generados en el tabique izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 5. Esfuerzo tabique izquierdo.

Esfuerzo tabique izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
562	0.258764	0.253
571	0.267969	
572	0.27425	
580	0.235744	
563	0.226273	

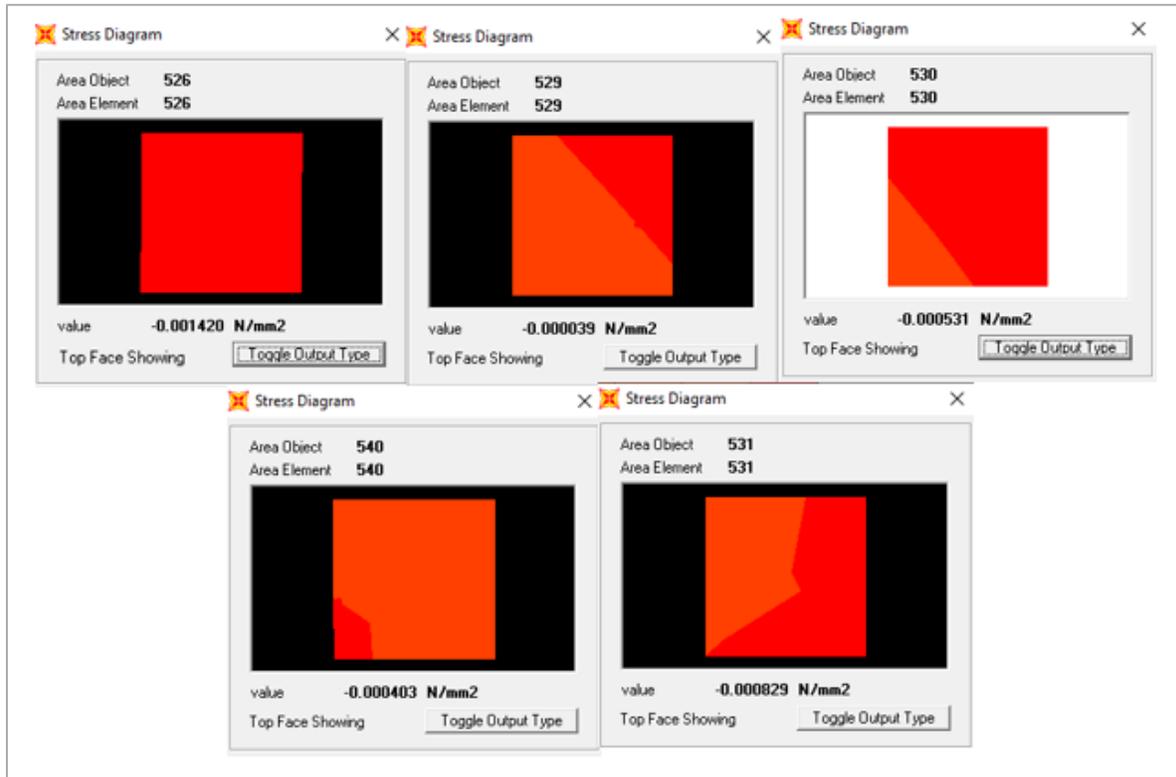


Figura 20. Esfuerzos generados en el tabique central.

Se toman 5 puntos en tabique central para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 6. Esfuerzo tabique central.

Esfuerzo tabique central		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
526	0.00142	0.002
529	0.000039	
530	0.00531	
540	0.000403	
531	0.000829	

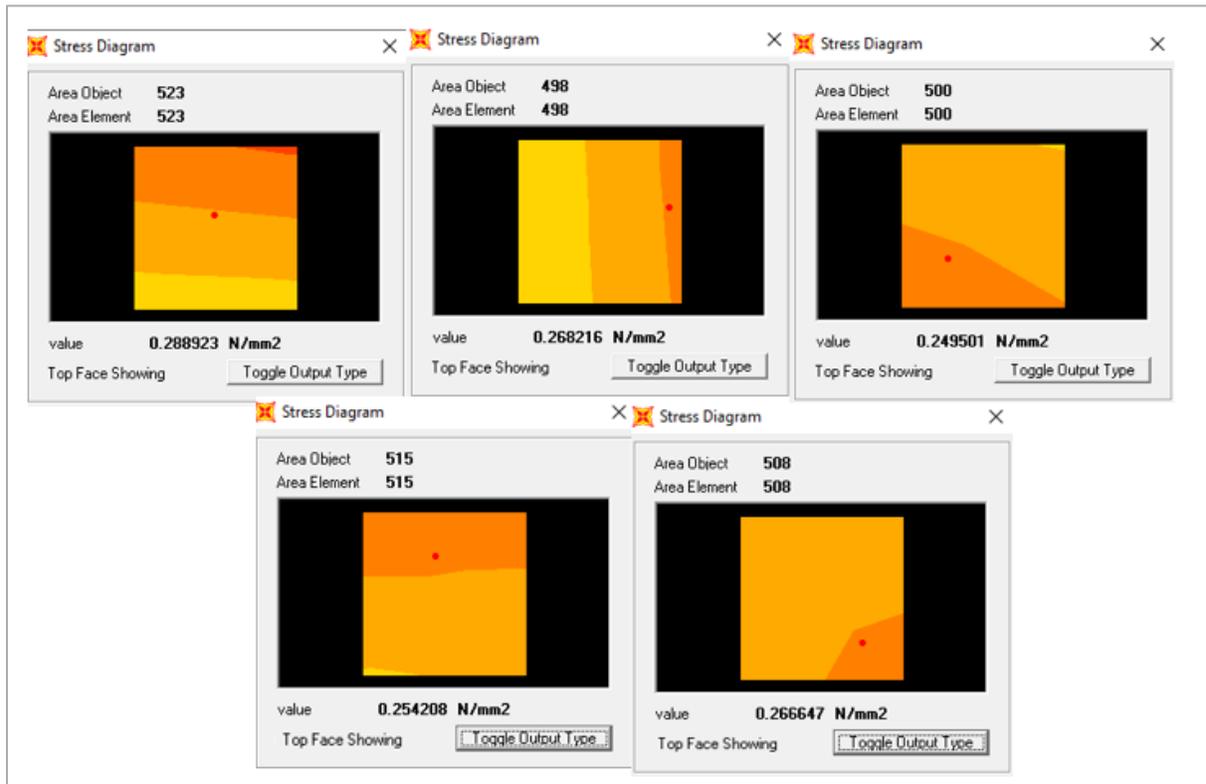


Figura 21. Esfuerzos generados en el tabique derecho.

Se toman 5 puntos en tabique derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 7. Esfuerzo tabique derecho.

Esfuerzo tabique derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
523	0.288923	0.265
598	0.268216	
500	0.249501	
515	0.254208	
508	0.266647	

7.3 Análisis de la viga cajón de 2 celdas sin considerar el tabique interno

De acuerdo con los resultados obtenidos, se encuentra que los esfuerzos internos tienden a ser nulos, por lo tanto, se podría considerar la viga cajón de una sola celda debido a que los

esfuerzos están viajando en mayor magnitud justo por el eje de la sección transversal. Se realiza el cálculo para la misma viga cajón, pero considerando una sola celda y aplicando el mismo momento torsor de $3,1 \times 10^9 N \cdot mm$. Se obtienen los siguientes resultados:

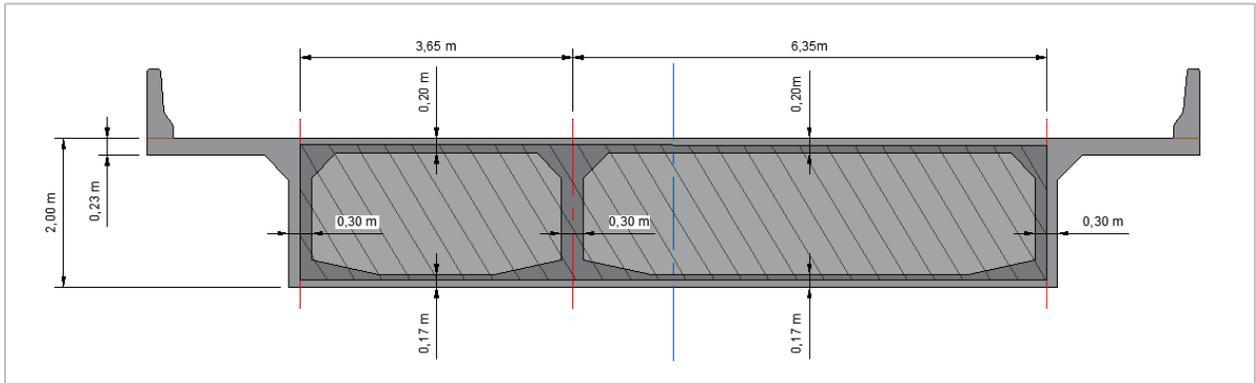


Figura 22. Sección transversal de la viga cajón considerando solo los tabiques externos

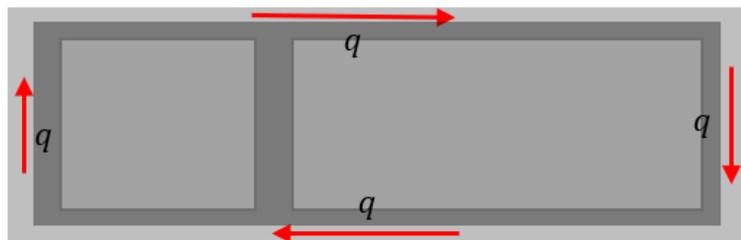


Figura 23. Diagrama dirección de flujo de cortante considerando una celda.

Flujo de cortante:

$$q = \frac{M_t}{2 \cdot A_0} = \frac{3,1 \times 10^9 N \cdot mm}{2 \cdot 2 \times 10^7 mm^2}$$

$$q = 77,5 \text{ N/mm}$$

Esfuerzos:

$$\tau_{\text{tabiques externos}} = \frac{q}{t_{\text{tabique externo}}} = \frac{77,5 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\text{tabiques externos}} = 0,2583 \text{ N/mm}^2$$

7.4 Viga cajón de 3 celdas asimétricas

7.4.1 Modelación matemática para una viga cajón de 3 celdas asimétricas

Se tiene una sección transversal de una viga cajón de 3 celdas como la mostrada en la siguiente figura, el análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección transversal. Se somete la viga a un momento torsor de $3,103 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{mm}$. La sección tiene un $f'_c = 55 \text{ MPa}$, se calculará los flujos de cortante generados y los esfuerzos generados debido a la torsión.

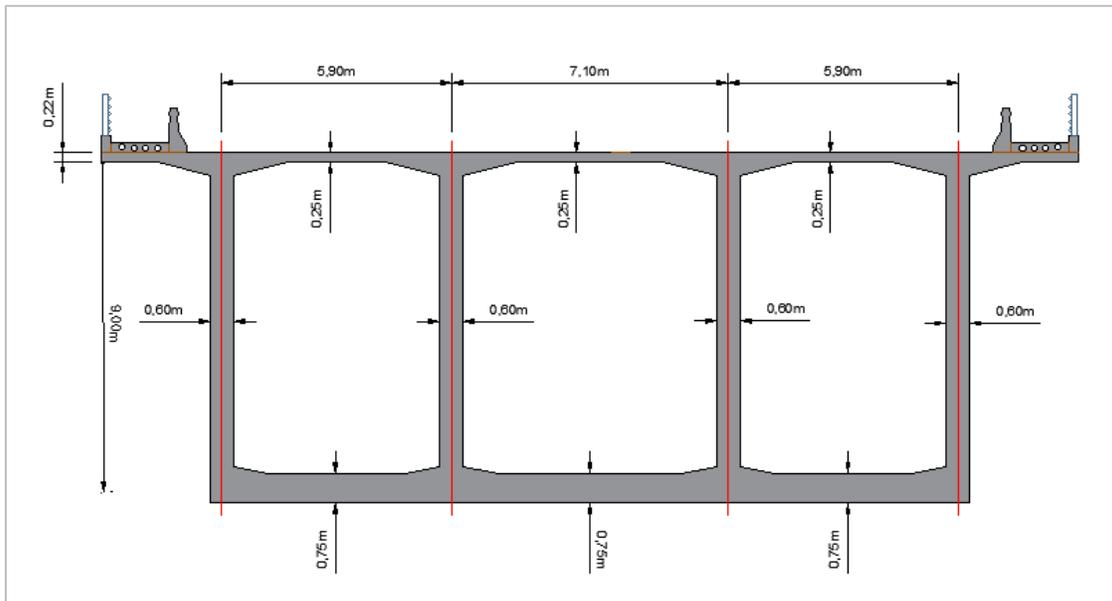


Figura 24. Sección transversal de una viga cajón con 3 celdas.

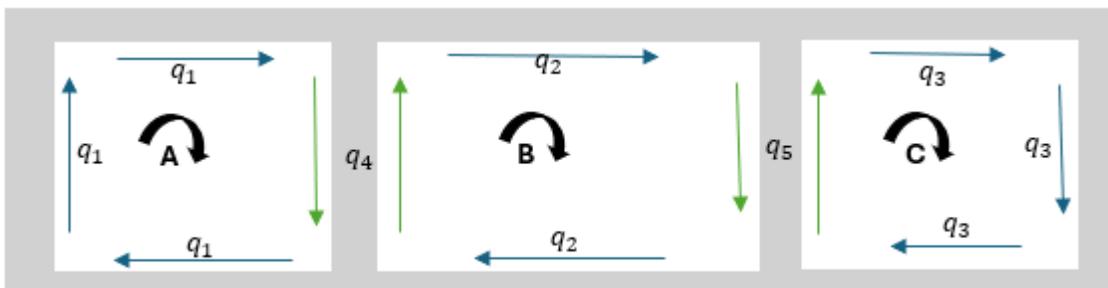


Figura 25. Dirección de flujos de cortante en la sección transversal.

Empleando la Ecuación (6) y Ecuación (5) calculados los parámetros necesarios para darle solución a las incógnitas que queremos encontrar, se describe el procedimiento a continuación:

$$E = 4800\sqrt{f'c} \rightarrow f'c(MPa)$$

$$E = 4800\sqrt{55}$$

$$E = 35598 MPa$$

$$\therefore G = \frac{35598}{2 \cdot (1 + 0,2)} = 14832 MPa$$

De acuerdo con la Figura 25, podemos deducir para los flujos de cortante lo siguiente:

$$q_1 + q_4 = q_2$$

$$q_2 + q_5 = q_3$$

El momento torsor M_T es la suma de los momentos torsores que están soportando las celdas, y cada uno de estos momentos produce un giro:

$$M_T = M_{TA} + M_{TB} + M_T$$

Despejando tenemos que,

$$M_T = q \cdot 2 \cdot A_0$$

Reemplazando los parámetros encontramos que los momentos torsores serían:

$$M_{TA} = 2 \cdot q_1 \cdot A_A = 2 \cdot q_1 \cdot 5,31 \times 10^7$$

$$M_{TA} = 1,06 \times 10^8 \cdot q_1$$

$$M_{TB} = 2 \cdot q_2 \cdot A_B = 2 \cdot q_2 \cdot 6,39 \times 10^7$$

$$M_{TB} = 1,28 \times 10^8 \cdot q_2$$

$$M_{TC} = 2 \cdot q_3 \cdot A_C = 2 \cdot q_3 \cdot 5,31 \times 10^7$$

$$M_{TC} = 1,06 \times 10^8 \cdot q_3$$

Ahora procedemos a calcular los giros torsionales utilizando la Ecuación (4):

$$\theta_A = \frac{1}{2 \cdot 5,31 \times 10^7 \cdot 14832} \cdot \left(\frac{5900 \cdot q_1}{250} + \frac{9000 \cdot q_1}{600} + \frac{5900 \cdot q_1}{750} - \frac{9000 \cdot (q_2 - q_1)}{600} \right)$$

$$\theta_B = \frac{1}{2 \cdot 6,39 \times 10^7 \cdot 14832} \cdot \left(\frac{7100 \cdot q_2}{250} + \frac{7100 \cdot q_2}{750} + \frac{9000 \cdot (q_2 - q_1)}{600} + \frac{9000 \cdot (q_3 - q_2)}{600} \right)$$

$$\theta_C = \frac{1}{2 \cdot 5,31 \times 10^7 \cdot 14832} \cdot \left(\frac{5900 \cdot q_3}{250} + \frac{9000 \cdot q_3}{600} + \frac{9000 \cdot q_3}{600} + \frac{9000 \cdot (q_3 - q_2)}{600} \right)$$

Resolviendo tenemos,

$$\theta_A = 39,025 \times 10^{-12} q_1 - 9,522 \times 10^{-12} q_2$$

$$\theta_B = 19,98 \times 10^{-12} q_2 - 7,913 \times 10^{-12} q_1 + 7,913 \times 10^{-12} q_3$$

$$\theta_A = 39,025 \times 10^{-12} q_3 - 9,522 \times 10^{-12} q_2$$

Si igualamos $\theta_A = \theta_C$ tenemos que,

$$39,025 \times 10^{-12} q_1 - 9,522 \times 10^{-12} q_2 = 39,025 \times 10^{-12} q_3 - 9,522 \times 10^{-12} q_2$$

Si igualamos $\theta_B = \theta_C$ tenemos que,

$$19,98 \times 10^{-12} q_2 - 7,91 \times 10^{-12} q_1 + 7,91 \times 10^{-12} q_3 = 39,025 \times 10^{-12} q_3 - 9,522 \times 10^{-12} q_2$$

Reemplazando $q_1 = q_3$ en la ecuación tenemos,

$$19,98 \times 10^{-12} q_2 - 7,91 \times 10^{-12} q_3 + 7,91 \times 10^{-12} q_3 = 39,025 \times 10^{-12} q_3 - 9,522 \times 10^{-12} q_2$$

Despejando q_2 ,

$$q_2 = 1,322 q_3$$

De la ecuación de momento torsor tenemos lo siguiente:

$$3,10 \times 10^{11} = 1,06 \times 10^8 \cdot q_3 + 1,28 \times 10^8 (1,322 q_3) + 1,06 \times 10^8 \cdot q_3$$

$$q_3 = \frac{3,10 \times 10^{11}}{3,812 \times 10^8}$$

$$q_3 = 845,31 \text{ N/mm}$$

Por lo tanto, conocemos q_1 y q_2

$$q_2 = 1022,90 \text{ N/mm}$$

$$q_1 = 845,31 \text{ N/mm}$$

De la ecuación $q_1 + q_4 = q_2$, podemos encontrar q_4

$$q_4 = q_2 - q_1 = 177,60 \text{ N/mm}$$

De la ecuación $q_2 + q_5 = q_3$

$$q_5 = q_3 - q_2 = -177,60 \text{ N/mm}$$

Calculamos los esfuerzos en los tabiques:

Celda A:

$$\tau_{A-\text{tabique izquierdo}} = \frac{q_1}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{845,31 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 1,41 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{A-\text{tabique derecho}} = \frac{q_4}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{177,60 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 0,30 \text{ N/mm}^2$$

Celda B:

$$\tau_{B-\text{tabique izquierdo}} = \frac{q_4}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{177,60 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 0,30 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{B-\text{tabique derecho}} = \frac{q_5}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{177,60 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 0,30 \text{ N/mm}^2$$

Celda C:

$$\tau_{C-\text{tabique izquierdo}} = \frac{q_5}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{177,60 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 0,30 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{C-\text{tabique derecho}} = \frac{q_3}{t_{\text{tabique izquierdo}}} = \frac{845,31 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}} = 1,41 \text{ N/mm}^2$$

7.4.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón con 3 celdas asimétricas

Se realiza la modelación de la viga cajón de manera similar como se hizo para 2 celdas, se modeló en el software de diseño estructural SAP2000 mediante elementos Shell, los cuales tienen una dimensión aproximadamente de 0,25x0,25 metros. El análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección, con todas las características de la sección transversal y las propiedades del material.

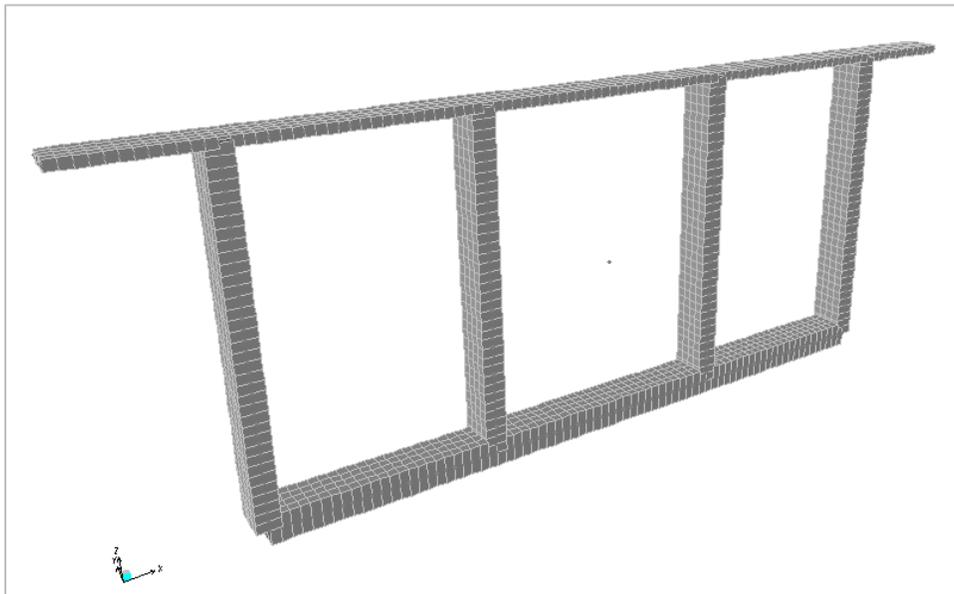


Figura 26. Modelo viga cajón de 3 celdas (Software SAP2000).

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: 7810Psi

Material Type: Concrete

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 2.356E-05

Mass per Unit Volume: 2.403E-09

Units: N, mm, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 35598

Poisson's Ratio, U: 0.2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 9.900E-06

Shear Modulus, G: 14832.5

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f'c: 55

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura 27. Definición de las propiedades del material

Una vez con los materiales definidos y la geometría del cajón modelada se procede a poner un Joint justo en el centroide de la sección y se crea un Body Constraints para unir el Joint con toda la sección transversal, de tal manera que al aplicar el momento el Body Constraints permita que toda la sección gire junta como un cuerpo rígido. Antes de asignar el momento torsor, se asigna la condición de apoyo a la sección transversal. Después de esto se aplica el momento torsional de $3,103 \times 10^{11} N \cdot mm$ en este Joint para poder conocer las solicitaciones que se generan en la sección por la aplicación del momento.

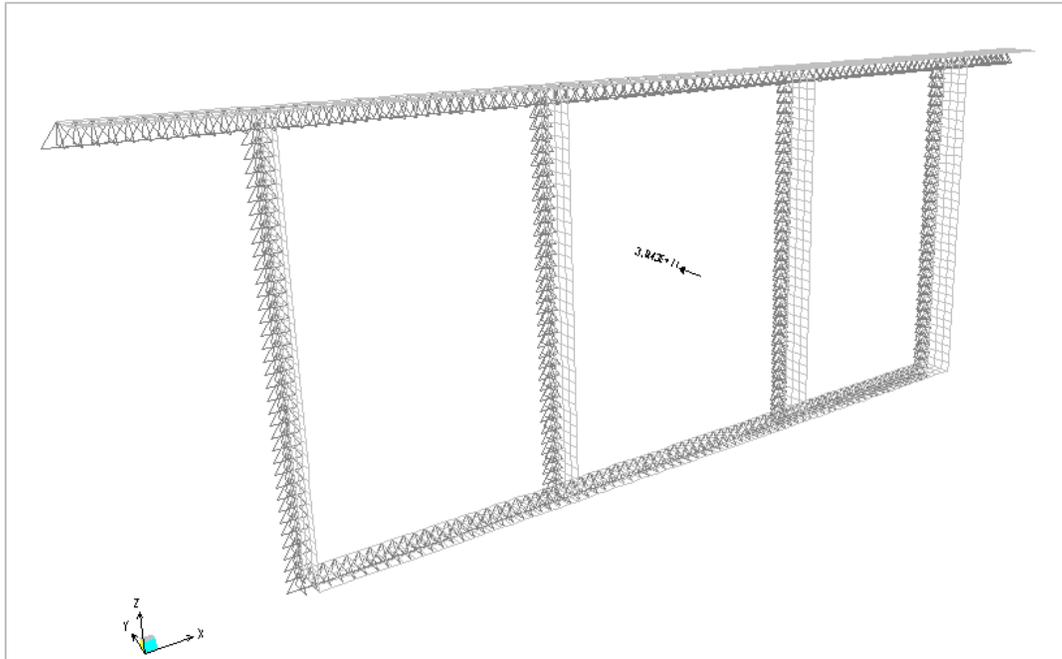


Figura 28. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.

Después de asignar todo lo anterior, se corre el modelo y se obtienen los resultados de los esfuerzos en los tabiques externos e internos de la viga cajón. Dichos esfuerzos se tomaron de las zonas donde se puede apreciar la uniformidad de los esfuerzos, evitando las zonas de concentración de esfuerzos ya que pueden estar mostrando valores no reales. Estos resultados se disponen a continuación.

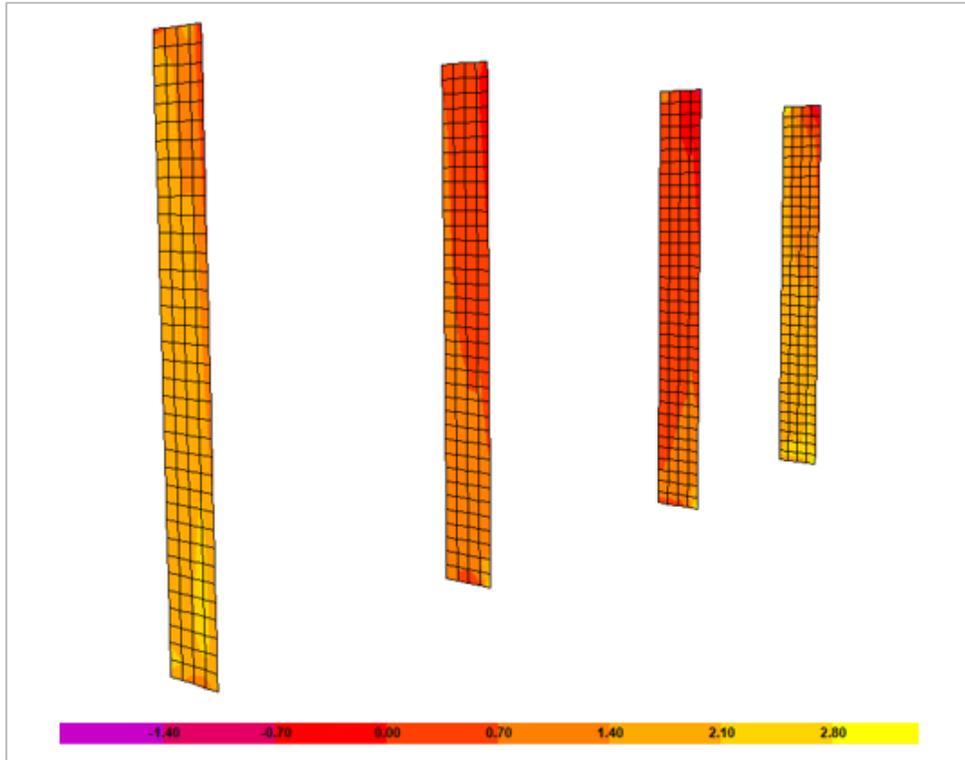


Figura 29. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 3 celdas asimétricas.

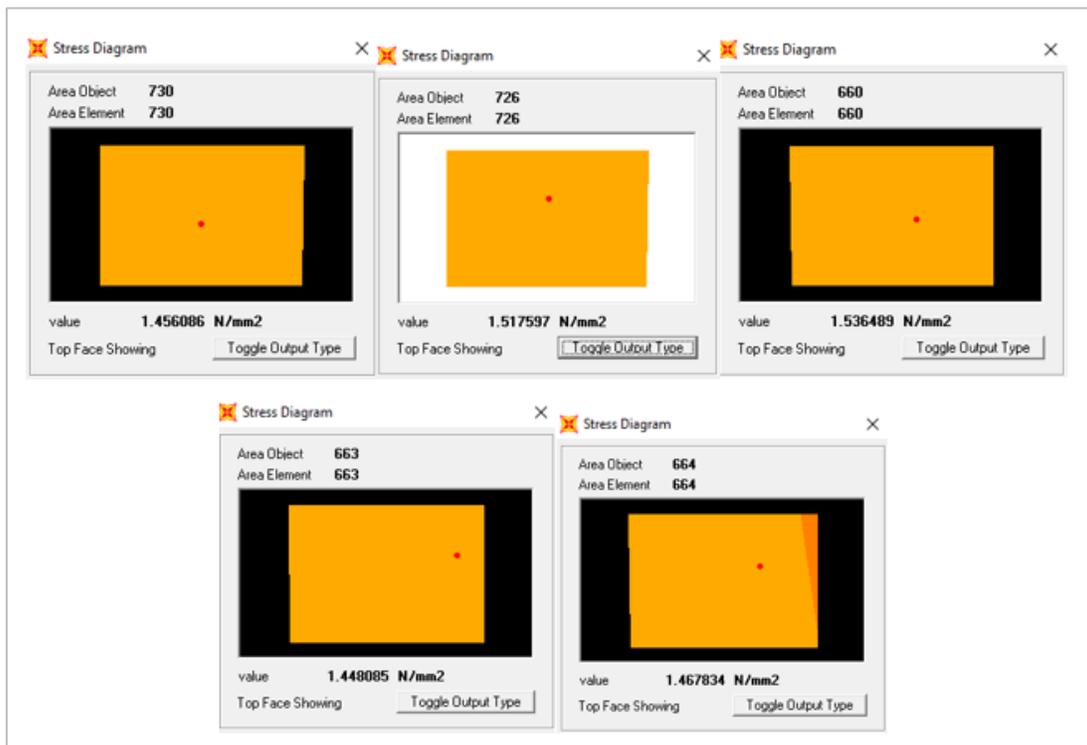


Figura 30. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 8. Esfuerzo en el tabique izquierdo.

Esfuerzo tabique izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
730	1.456086	1.485
726	1.517597	
660	1.536489	
663	1.448085	
664	1.467834	

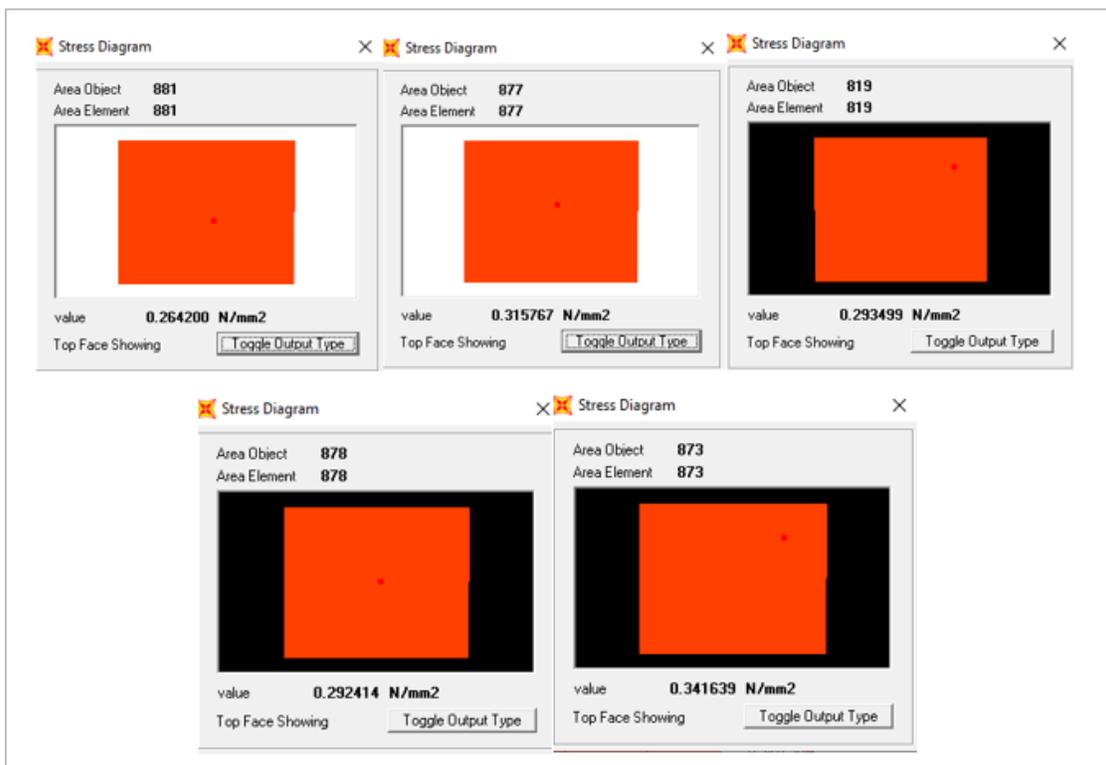


Figura 31. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique central izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique central izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 9. Esfuerzo en el tabique central izquierdo.

Esfuerzo tabique central izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
881	0.2642	0.302
877	0.315767	
819	0.293499	
878	0.292414	
873	0.341639	

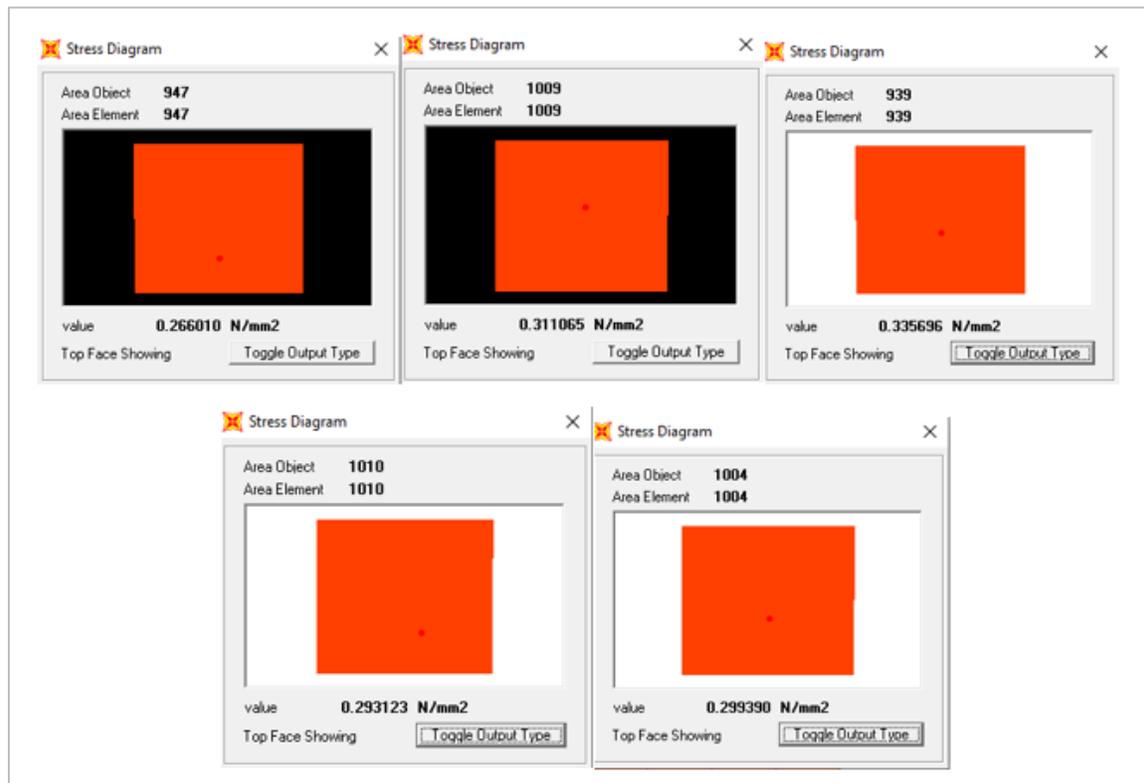


Figura 32. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique central derecho.

Se toman 5 puntos en tabique central derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 10. Esfuerzo en el tabique central derecho.

Esfuerzo tabique central derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
947	0.26601	0.301
1009	0.311065	
939	0.335696	
1010	0.293123	
1004	0.29939	

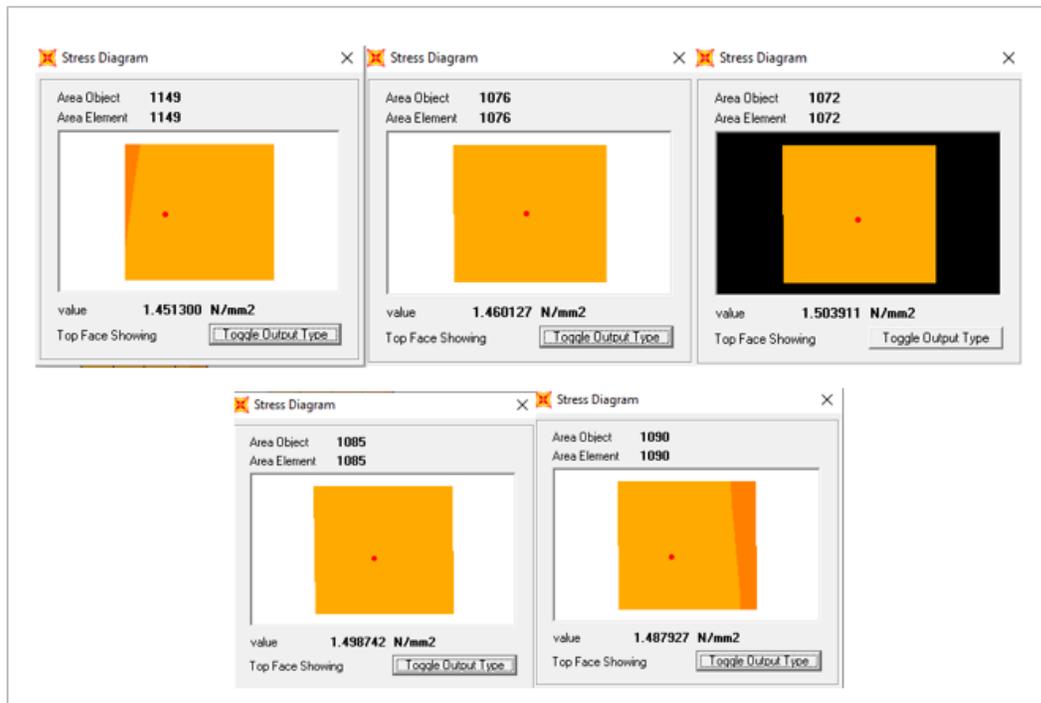


Figura 33. Esfuerzo generado por la torsión en el tabique derecho.

Se toman 5 puntos en tabique derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 11. Esfuerzo en el tabique derecho.

Esfuerzo tabique derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
1149	1.4513	1.480
1076	1.460127	
1072	1.503911	
1085	1.498742	
1090	1.487927	

7.5 Viga cajón con 3 celdas simétricas

7.5.1 Modelación matemática para una viga cajón de 3 celdas simétricas

De la misma manera que para la viga cajón de 2 celdas anteriormente, se realizó la programación de la viga cajón de 3 celdas en Microsoft Excel. Esto permitió ver la variación de resultados si se modifican las geometrías de cada celda y así poder estimar la variación de los esfuerzos.

Se define la misma sección transversal para el análisis haciendo que las celdas sean simétricas del análisis de obtiene lo siguiente:

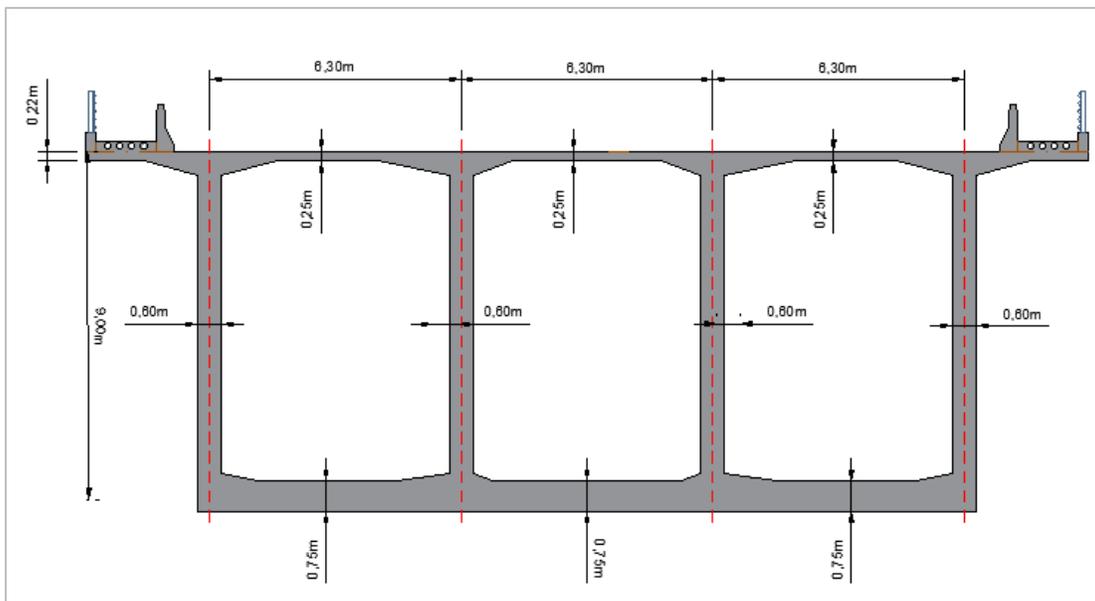


Figura 34. Sección transversal de la viga cajón con 3 celdas simétricas.

Tabla 12. Cálculo de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas simétricas.

Características del material		
f_c (Mpa)	55	
γ	0.2	
E_c (MPa)	35598	
Material y sollicitación		
G (MPa)	14832	
MT (N-m)	310270900	Momento torsor
MT (N-mm)	3.103E+11	Momento torsor

Geometría		
H (mm)	9000	Altura cajón
BA (mm)	5900	Ancho celda A
BB (mm)	5900	Ancho celda B
BC (mm)	5900	Ancho celda C
Es (mm)	250	Espesor losa superior
Ei (mm)	750	Espesor losa inferior
Ti (mm)	600	Espesor tabique izquierdo
Tci (mm)	600	Espesor tabique central i
Tcj (mm)	600	Espesor tabique central j
Td (mm)	600	Espesor tabique derecho
Cálculos preliminares		
AA (mm ²)	53100000	Área encerrada celda A
AB (mm ²)	53100000	Área encerrada celda B
AC (mm ²)	53100000	Área encerrada celda C
A	6.348E-13	Constante al giro A
B	6.348E-13	Constante al giro B
C	6.348E-13	Constante al giro B
	q1	q2
θ _A	3.902E-11	-9.523E-12
θ _B	-9.523E-12	3.902E-11
θ _C	0	-9.523E-12
MTA	106200000 q1	
MTB	106200000 q2	
MTC	106200000 q3	
	q1	q2
θ _A = θ _C	-1	0.000
θ _B = θ _C	-1	5.098
M _T	106200	106200
<i>INVERSA</i>	-0.626	-0.061
	0.252	0.123
	0.374	-0.061
Flujos de cortante		
q1 (N/mm)	914.09	Flujo de cortante en la celda A
q2 (N/mm)	1093.40	Flujo de cortante en la celda B
q3 (N/mm)	914.09	Flujo de cortante en la celda C
q4 (N/mm)	179.31	Flujo de cortante en el tabique interno i
q5 (N/mm)	-179.31	Flujo de cortante en el tabique interno j

Esfuerzos en los tabiques		
τ_l (MPa)	1.52	Esfuerzo en el tabique izquierdo
τ_{ci} (MPa)	0.30	Esfuerzo en el tabique central
τ_{cj} (MPa)	0.30	Esfuerzo en el tabique central
τ_D (MPa)	1.52	Esfuerzo en el tabique derecho

7.5.2 Modelación en software SAP2000 para una viga cajón de 3 celdas simétricas

Se realiza la modelación de la viga cajón de manera similar como se hizo para 3 celdas asimétricas, se modeló en el software de diseño estructural SAP2000 mediante elementos Shell, los cuales tienen una dimensión aproximadamente de 0,25x0,25 metros. El análisis se realiza para 1 metro de longitud de la sección, con todas las características de la sección transversal y las propiedades del material.

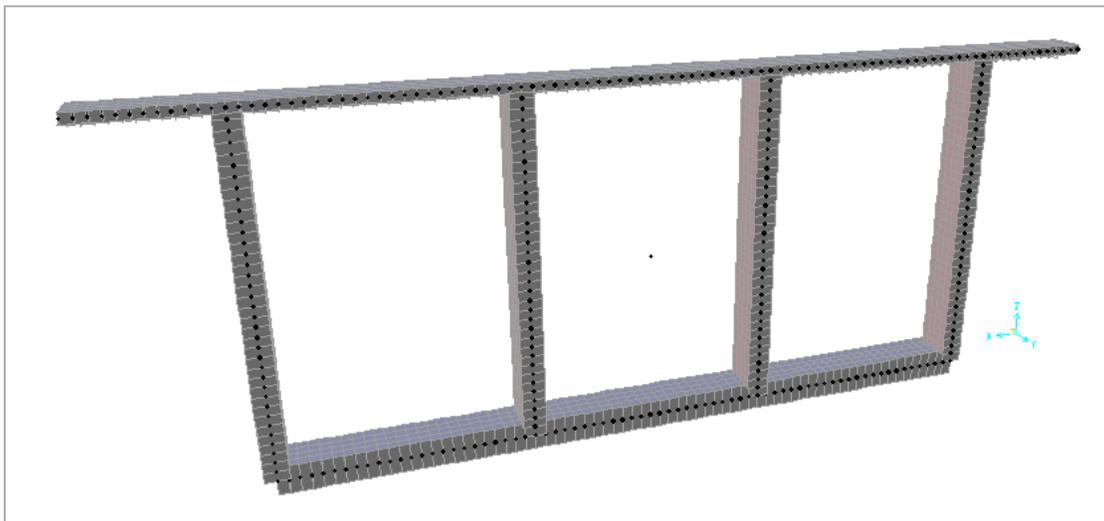


Figura 35. Modelo viga cajón de 3 celdas (Software SAP2000).

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: 7810Psi

Material Type: Concrete

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 2.356E-05

Mass per Unit Volume: 2.403E-09

Units: N, mm, C

Isotropic Property Data

Modulus of Elasticity, E: 35598

Poisson's Ratio, U: 0.2

Coefficient of Thermal Expansion, A: 9.900E-06

Shear Modulus, G: 14832.5

Other Properties for Concrete Materials

Specified Concrete Compressive Strength, f'c: 55

Lightweight Concrete

Shear Strength Reduction Factor:

Switch To Advanced Property Display

OK Cancel

Figura 36. Definición de las propiedades del material

Una vez con los materiales definidos y la geometría del cajón modelada se procede a poner un Joint justo en el centroide de la sección y se crea un Body Constraints para unir el Joint con toda la sección transversal, de tal manera que al aplicar el momento el Body Constraints permita que toda la sección gire junta como un cuerpo rígido. Antes de asignar el momento torsor, se asigna la condición de apoyo a la sección transversal. Después de esto se aplica el momento torsional de $3,103 \times 10^{11} N \cdot mm$ en este Joint para poder conocer las solicitaciones que se generan en la sección por la aplicación del momento.

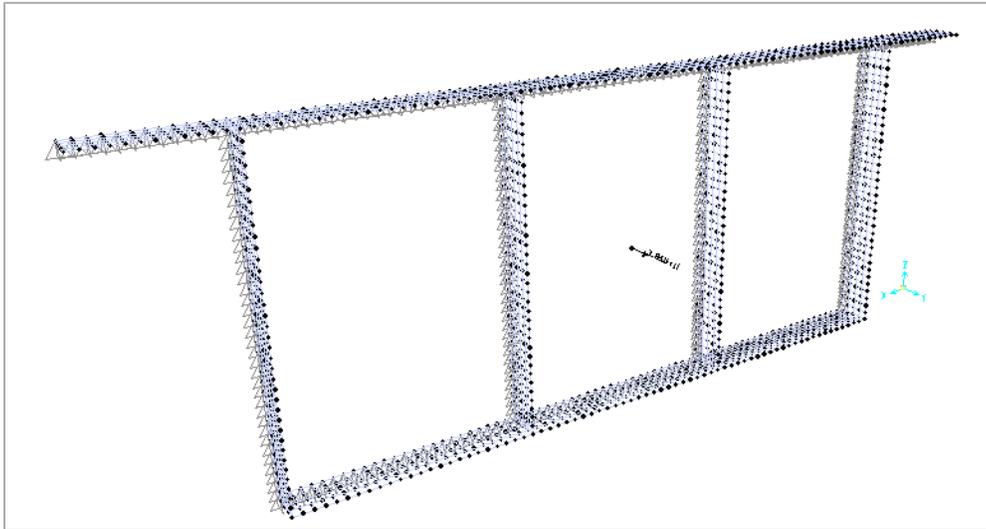


Figura 37. Aplicación del momento torsor en la sección transversal.

Después de asignar todo lo anterior, se corre el modelo y se obtienen los resultados de los esfuerzos en los tabiques externos e internos de la viga cajón. Dichos esfuerzos se tomaron de las zonas donde se puede apreciar la uniformidad de los esfuerzos, evitando las zonas de concentración de esfuerzos ya que pueden estar mostrando valores no reales. Estos resultados se disponen a continuación.

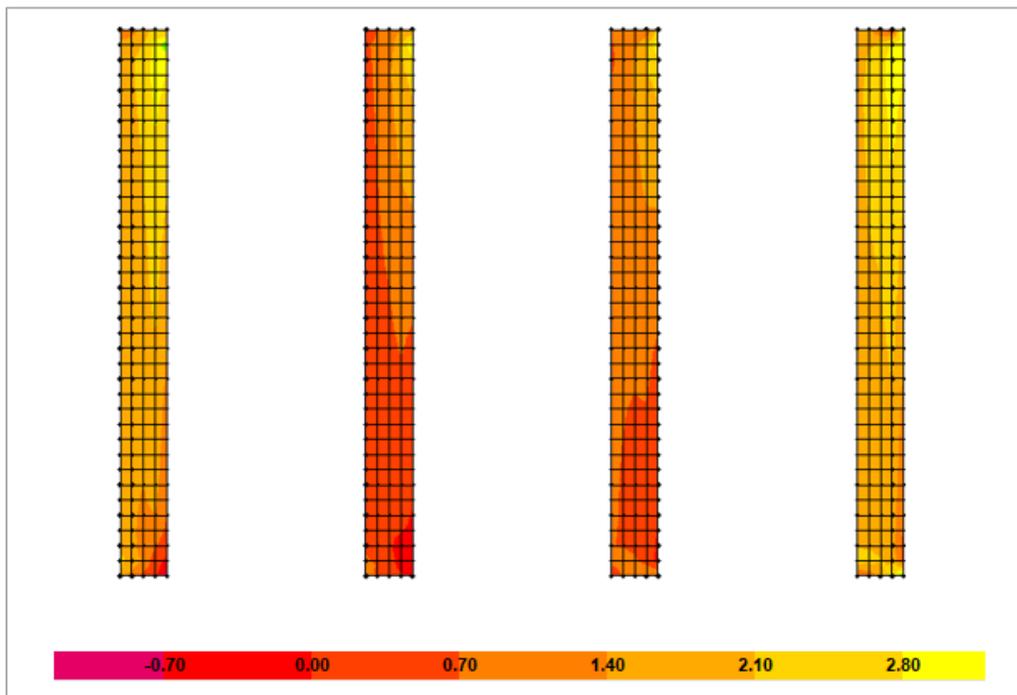


Figura 38. Esfuerzos generados en los tabiques debido a la torsión en la viga cajón de 3 celdas simétricas.

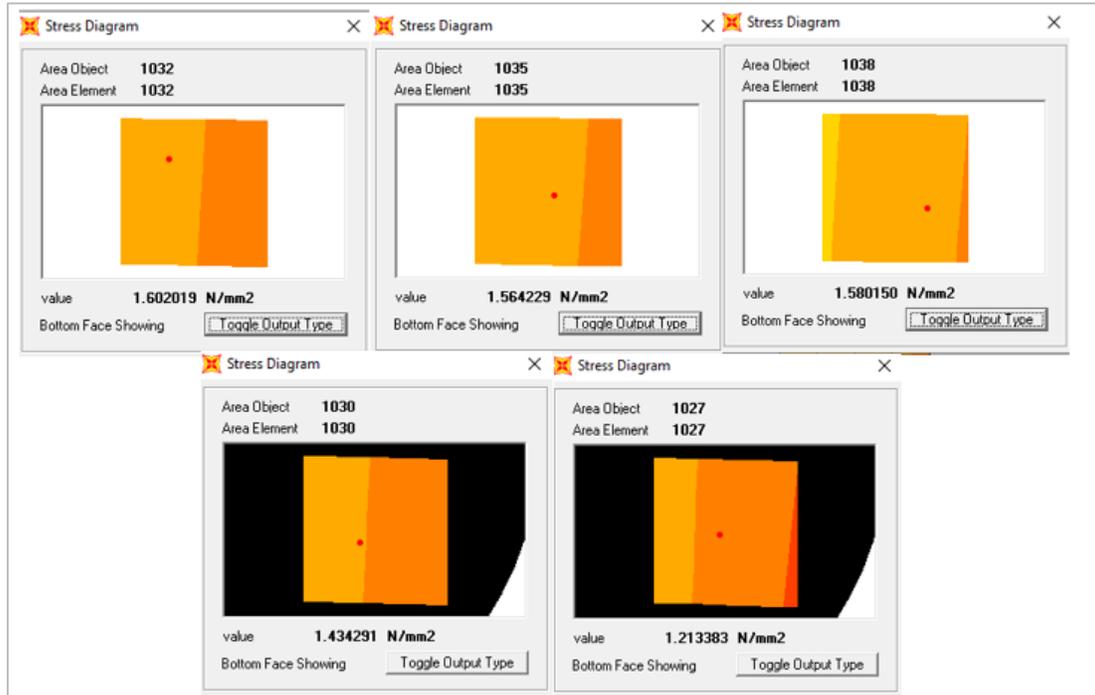


Figura 39. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 13. Esfuerzo en el tabique izquierdo.

Esfuerzo tabique izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
1032	1.602019	1.479
1035	1.564229	
1038	1.580150	
1030	1.434910	
1027	1.213383	

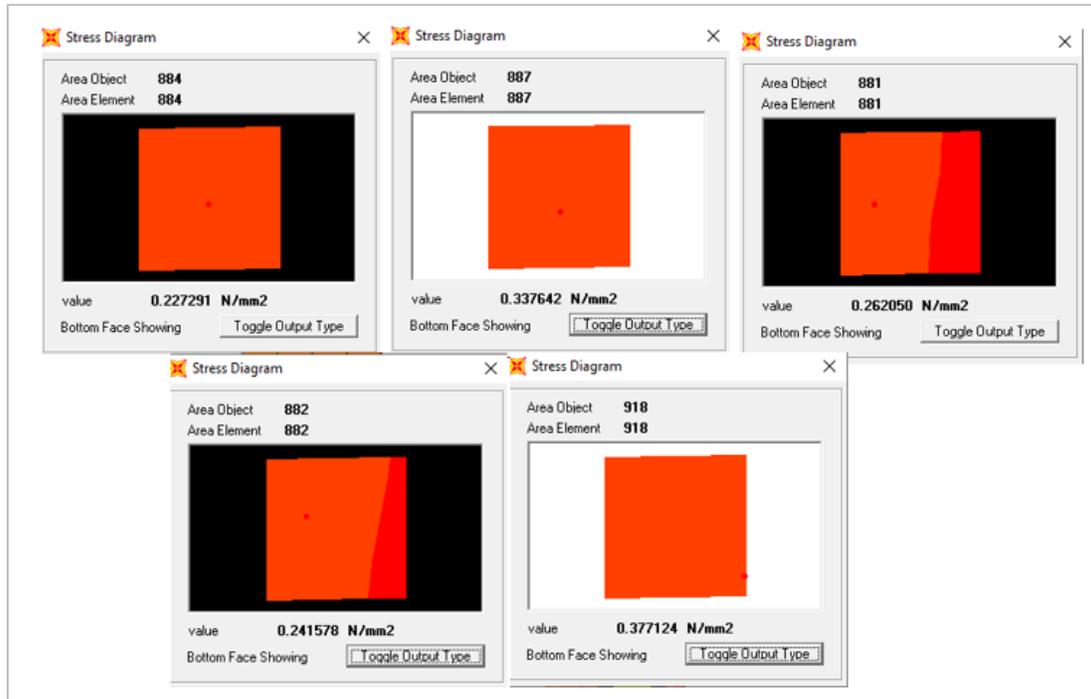


Figura 40. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique central izquierdo.

Se toman 5 puntos en tabique central izquierdo para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 14. Esfuerzo en el tabique central izquierdo.

Esfuerzo tabique central izquierdo		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
884	0.227291	0.289
887	0.337642	
881	0.26205	
882	0.241578	
918	0.377124	

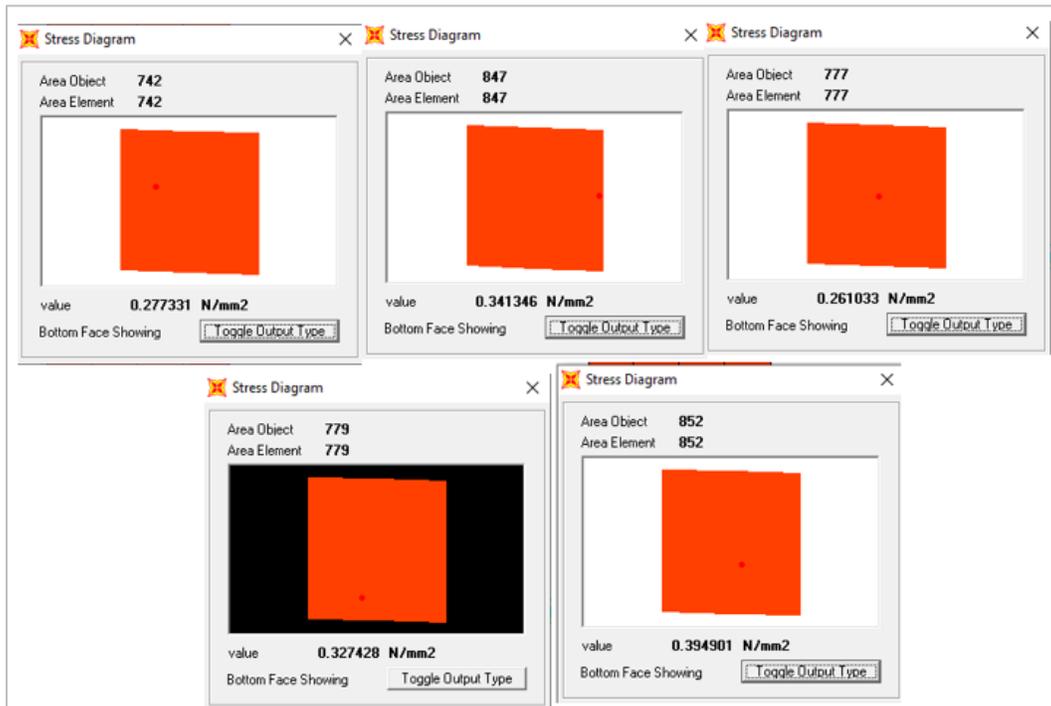


Figura 41. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique central derecho.

Se toman 5 puntos en tabique central derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 15. Esfuerzo en el tabique central derecho.

Esfuerzo tabique central derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
742	0.277331	0.320
847	0.341346	
777	0.261033	
779	0.327428	
852	0.394901	

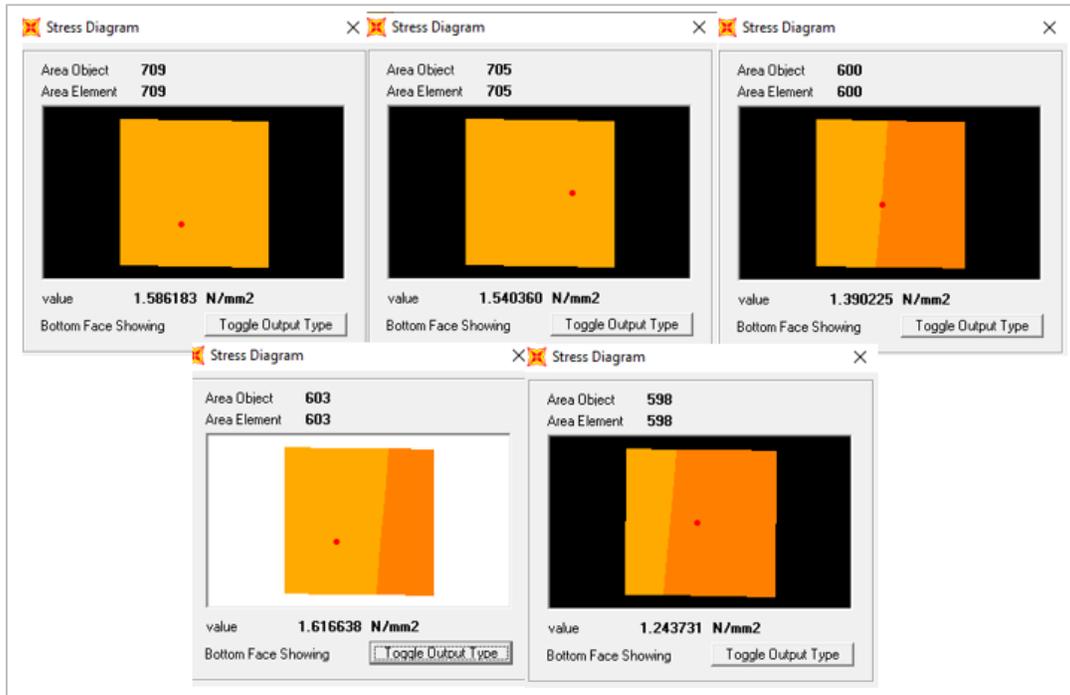


Figura 42. Esfuerzos generados por la torsión en el tabique derecho.

Se toman 5 puntos en tabique derecho para hallar el promedio del esfuerzo que se está generando en esta sección. Se obtiene lo siguiente:

Tabla 16. Esfuerzo en el tabique derecho.

Esfuerzo tabique derecho		
Area object	Esfuerzo (MPa)	Promedio (MPa)
709	1.5862	1.475
705	1.5404	
600	1.3902	
603	1.6166	
598	1.2437	

7.8 Análisis de la viga cajón de 3 celdas sin considerar los tabiques internos

De acuerdo con los resultados obtenidos de la condición de simetría en las celdas, se encuentra que los esfuerzos internos tienden a ser nulos, por lo tanto, se podría considerar la viga cajón de una sola celda debido a que los esfuerzos están viajando en mayor magnitud justo por el eje de la sección transversal. Se realiza el cálculo para la misma viga cajón, pero considerando una sola celda y aplicando el mismo momento torsor de $3,103 \times 10^{11} N \cdot mm$. Se obtienen los siguientes resultados:

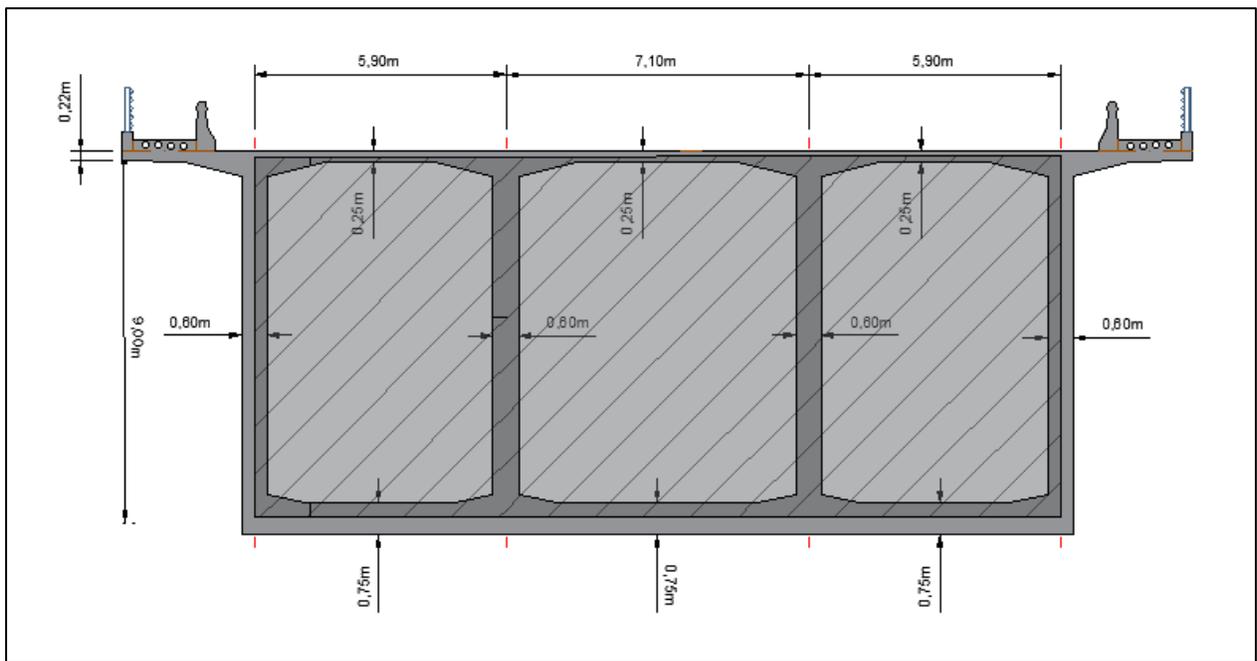


Figura 43. Sección transversal de la viga cajón considerando solo los tabiques externos.

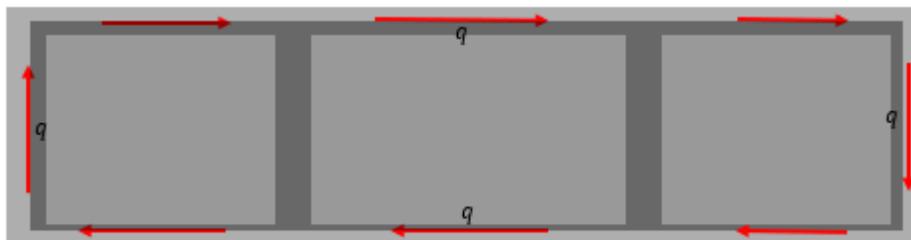


Figura 44. Diagrama dirección flujo de cortante considerando una sola celda.

Flujo de cortante:

$$q = \frac{M_t}{2 \cdot A_0} = \frac{3,103 \times 10^{11} N \cdot mm}{2 \cdot 1,7 \times 10^8 mm^2}$$

$$q = 912,65 \text{ N/mm}$$

Esfuerzos:

$$\tau_{\text{tabiques externos}} = \frac{q}{t_{\text{tabique externo}}} = \frac{912,65 \text{ N/mm}}{600 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\text{tabiques externos}} = 1,52 \text{ N/mm}^2$$

8 Discusión

De acuerdo con los resultados obtenidos por las dos metodologías, se debe calcular la diferencia de los valores encontrados. Dicha diferencia se calculó de la siguiente manera:

$$\text{Diferencia} = \frac{\text{Modelación} - \text{Teórico}}{\text{Teórico}} \times 100(\%)$$

Viga cajón de 2 celdas:

Al considerar que se tienen 2 celdas asimétricas, encontramos los siguientes resultados:

Tabla 17. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas asimétricas.

Comparación de esfuerzos - Cajón de 2 celdas asimétricas				
Valores teóricos		Valores SAP2000		Diferencia
τ_l (MPa)	0,25	τ_l (MPa)	0,31	25%
τ_c (MPa)	0,01	τ_c (MPa)	0,02	15%
τ_D (MPa)	0,26	τ_D (MPa)	0,32	22%

Encontramos un comportamiento similar entre los valores del modelo matemático y el modelo en el software estructural. Los esfuerzos se concentran en los tabiques externos, mientras que en el tabique interno tiene una tendencia a ser nulo.

Con el fin de dar profundidad al informe, se plantea nuevamente el análisis bajo la premisa de que sus 2 celdas son simétricas. De este análisis se obtiene lo siguiente:

Tabla 18. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 2 celdas simétricas.

Comparación de esfuerzos - Cajón de 2 celdas simétricas				
Valores teóricos		Valores SAP2000		Diferencia
τ_l (MPa)	0,26	τ_l (MPa)	0,25	3%
τ_c (MPa)	0,00	τ_c (MPa)	0,00	0%
τ_D (MPa)	0,26	τ_D (MPa)	0,27	2%

Se encuentra un comportamiento similar al análisis anterior, sin embargo, para esta condición de simetría se encuentra que los esfuerzos se concentran por completo en sus tabiques externos, siendo nulos en el tabique interno.

De acuerdo con lo anterior, se plantea el análisis por medio del modelo matemático - teórico considerando que el flujo de cortante viaja por el eje perimetral de la sección transversal sin considerar el tabique interno. De este análisis se encontró lo siguiente:

Tabla 19. Esfuerzos de una viga cajón de 2 celdas sin considerar el tabique interno.

Esfuerzos considerando toda la sección como una sola celda	
τ_l (MPa)	0,26
τ_c (MPa)	-
τ_D (MPa)	0,26

Al hacer la comparación con los esfuerzos de la Tabla 17 y Tabla 18, tenemos que si se cuenta con una viga cajón con 2 celdas asimétricas y se considera que el esfuerzo se genera por toda la sección transversal sin considerar el tabique interno estos esfuerzos incrementan en los tabiques externos un 4%, sin embargo, si la viga cajón de 2 celdas es simétrica no se aprecia variación en los esfuerzos.

Viga cajón de 3 celdas:

El análisis se realizó de manera similar que para la viga cajón de 2 celdas. Se inicia el análisis con una viga cajón de 3 celdas asimétricas, de los resultados tenemos lo siguiente:

Tabla 20. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas asimétricas.

Comparación de esfuerzos - Cajón de 3 celdas asimétricas				
Valores teóricos		Valores SAP2000		Diferencia
τ_l (MPa)	1,41	τ_l (MPa)	1,49	5%
τ_{ci} (MPa)	0,30	τ_{ci} (MPa)	0,30	2%
τ_{cj} (MPa)	0,30	τ_{cj} (MPa)	0,30	2%
τ_D (MPa)	1,41	τ_D (MPa)	1,48	5%

Encontramos un comportamiento similar entre los valores del modelo matemático y el modelo en el software estructural. Los esfuerzos se concentran en los tabiques externos, mientras que en los tabiques internos tienen una tendencia a ser nulos.

Con el fin de dar profundidad al informe, se plantea nuevamente el análisis bajo la premisa de que sus 3 celdas son simétricas. De este análisis se obtiene lo siguiente:

Tabla 21. Comparación de esfuerzos para una viga cajón de 3 celdas simétricas.

Comparación de esfuerzos - Cajón de 3 celdas simétricas				
Valores teóricos		Valores SAP2000		Diferencia
τ_l (MPa)	1,52	τ_l (MPa)	1,48	3%
τ_{ci} (MPa)	0,30	τ_{ci} (MPa)	0,29	2%
τ_{cj} (MPa)	0,30	τ_{cj} (MPa)	0,32	8%
τ_D (MPa)	1,52	τ_D (MPa)	1,48	3%

Se encuentra un comportamiento similar al análisis anterior, sin embargo, para esta condición de simetría se encuentra que los esfuerzos aumentan en los tabiques externos, pero permanecen constantes en los tabiques internos, con igual tendencia a ser nulos.

De acuerdo con lo anterior, se plantea el análisis del modelo matemático - teórico considerando que el flujo de cortante viaja por el eje perimetral de la sección transversal sin considerar los tabiques internos. De este análisis se encontró lo siguiente:

Tabla 22. Esfuerzos de una viga cajón de 3 celdas sin considerar los tabiques internos.

Esfuerzos considerando toda la sección como una sola celda	
τ_l (MPa)	1,52
τ_{ci} (MPa)	-
τ_{cj} (MPa)	-
τ_D (MPa)	1,52

Al hacer la comparación con los esfuerzos de la Tabla 20 y Tabla 21, tenemos que si se cuenta con una viga cajón con 3 celdas asimétricas y se considera que el esfuerzo se genera por toda la sección transversal sin considerar el tabique interno estos esfuerzos incrementan en los tabiques externos un 8%, sin embargo, si la viga cajón de 3 celdas es simétrica no se aprecia variación en los esfuerzos.

9 Conclusiones

De acuerdo con el análisis anterior, se encuentra que los esfuerzos de mayor magnitud se están presentando en los tabiques externos de la viga cajón. En los tabiques internos la tendencia de los esfuerzos es cercana a cero.

Cuando se tiene una viga cajón de 2 celdas simétricas, el esfuerzo en el tabique central se anula, por lo tanto, el flujo de cortante está viajando por todo el eje perimetral de la sección transversal y bajo estas condiciones el análisis de esfuerzos se puede desprestigiar el tabique central, convirtiéndose en una viga cajón de una sola celda al menos en este contexto.

Si se tiene una viga cajón de 3 celdas simétricas, los esfuerzos siguen predominando en los tabiques externos y tienden a cero en los tabiques internos. Iterando la dimensión de la celda central, se encuentra que a medida que la dimensión de esta celda disminuye los esfuerzos disminuyen aún más, siendo predominante los esfuerzos en los tabiques externos ya que estos están aumentando a medida que se disminuyen en los tabiques internos.

Basado en estos hallazgos, se podría simplificar el diseño estructural de la viga cajón con múltiples celdas si se consideran los resultados obtenidos en este informe. Se encuentra que los esfuerzos en los tabiques internos tienden a reducirse o ser nulos, trasladando el aumento de esfuerzos a los tabiques externos, por lo tanto, los esfuerzos predominantes están viajando por el eje perimetral de toda la sección. Esto implica que el diseño pueda enfocarse en reforzar adecuadamente los tabiques externos donde se están presentando los mayores esfuerzos, mientras que los tabiques internos podrían diseñarse de manera más ligera, siempre y cuando se garantice que puedan soportar las cargas residuales.

Finalmente, al considerar que los esfuerzos en la viga cajón viajan solo por el eje perimetral de la sección transversal bajo la premisa de que se considera como una sola celda desprestigiar los tabiques internos, se encuentra un incremento en los esfuerzos entre el 4% y 8%. Estos valores pueden ser considerados por el diseñador, de modo que, pueda simplificar el diseño analizando para una sola celda y el incremento de los esfuerzos pueda llegar a ser cubierto por los factores de seguridad utilizados en el diseño.

Referencias

- CCP-14. (2014). *Norma Colombiana De Diseño de Puentes*. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
- Corven, J. & Federal Highway Administration. (2016). *Post-Tensioned Box Girder Design Manual*. <https://www.fhwa.dot.gov/bridge/concrete/hif15016.pdf>
- Harmsen, T. E. (2019). *Diseño de estructuras de concreto armado*. Alpha Editorial.
- Hughes, O. F. (1983). *Ship Structural Design: A Rationally-based, Computer-aided, Optimization Approach*. Wiley-Interscience.
- McCormac, J. C., & Brown, R. H. (2017). *Diseño de concreto reforzado*. Alpha Editorial.
- Nilson, A. H., & Darwin, D. A. (2001). *Diseño de estructuras de concreto*. McGraw Hill.