

Aproximación a la función de distribución de temperatura de un regenerador térmico de lecho empacado

Ricardo Mejía Álvarez,* Pedro Rivero Forero,**
Héctor Daniel Mejía***

(Recibido el 14 de mayo de 2001)

Resumen

En el presente artículo, se encuentra una primera aproximación a la función de temperatura que describe la historia térmica de un regenerador térmico de lecho empacado en estado transitorio. Para ello se hace inicialmente un análisis teórico del comportamiento de los elementos componentes del sistema, posteriormente se hace un estudio global y finalmente se somete el modelo a una comprobación experimental que permite corroborar los planteamientos teóricos y encontrar la función gobernante del fenómeno para unas condiciones definidas:

$$T_e(x,t) = 127,01 + [41,67 e^{-4,787 x} - 124,41] e^{-(0,001 + 0,004 e^{-3,435 x}) t}$$

----- *Palabras clave:* lecho poroso empacado, regenerador térmico, porosidad, convección forzada, estado transitorio, transferencia de calor, historia térmica, función de temperatura.

Approximation to the temperature distribution function for a packed bed thermal regenerator

Abstract

In this paper, a first approach to the temperature function describing a thermal regenerator in transient state is presented. Initially, a theoretical analysis about the performance of the individual system elements was done. Later on, a global study on whole packed bed was done. And finally, the theoretical model was experimentally proved. This study allowed to find the phenomena equation, under some specific conditions:

$$T_e(x,t) = 127,01 + [41,67 e^{-4,787 x} - 124,41] e^{-(0,001 + 0,004 e^{-3,435 x}) t}$$

----- *Key words:* packed bed, thermal regenerator, porosity, forced convection, transient state, unsteady state, heat transfer, thermal history, temperature function.

* Grupo de Investigaciones Pirometalúrgicas y de Materiales, GIPIMME. Universidad de Antioquia. Profesor titular. danme@udea.edu.co.

** Grupo de Investigación en Ingeniería Térmica, DRAGON. Universidad Nacional. Profesor asociado. privero@perseus.unalmed.edu.co.

*** Grupo de Investigación en Ingeniería Térmica, DRAGON. Universidad Nacional. Investigador.

Introducción

En 1999 se inició este proyecto, que buscó mejorar los aspectos termo-mecánicos de una planta piloto eco-eficiente, con el fin de reducir costos para ponerlo al alcance de la *pequeña y mediana industria* (PYME) del sub-sector Fundición. La planta eco-eficiente se utiliza para recuperar calor desde los gases de chimenea de un horno de cubilote y devolverlo al hogar de combustión del mismo mediante dos regeneradores de lecho poroso empacado. El presente artículo da a conocer algunos de los resultados obtenidos en la investigación sobre los regeneradores térmicos, que son la esencia del desempeño de la planta. La figura 1 muestra un esquema de esta última y un dibujo detallado de la estructura general de un regenerador de lecho poroso empacado. Son necesarios dos regeneradores para que se cumpla el proceso de recuperación de calor, puesto que mientras uno de los dos se encuentra absorbiendo calor de la corriente de gases, el otro está entregando calor al horno. Estas funciones se alternan a lo largo de todo el tiempo de operación de la planta. Para una explicación detallada del funcionamiento de la planta, el lector puede referirse a Mejía [1].

Antecedentes

Para regeneradores térmicos de lecho poroso empacado se dispone de correlaciones experimen-

tales que permiten encontrar coeficientes promedio de transferencia de calor [2, 3, 4, 5, 6] lo cual es una aproximación burda, teniendo en cuenta que en un lecho poroso regenerativo que utilice gases de combustión y aire como fluidos de trabajo, las temperaturas de entrada y salida fácilmente pueden diferir en 400 °C para un mismo ciclo, y entre dos ciclos sucesivos pueden presentarse diferencias de temperatura de alrededor de 900 °C; esto trae consigo que las propiedades físicas de los fluidos y con ellas los números adimensionales utilizados en las correlaciones, variarán apreciablemente con el tiempo y la posición dentro del lecho. Otra falencia importante de los modelos existentes es la idealización que se hace al considerar las paredes del lecho como fronteras adiabáticas para establecer las mencionadas correlaciones, lo cual introduce un error nada despreciable, pues las condiciones de transporte de fluidos en un lecho poroso favorecen marcadamente el proceso de transferencia de calor por convección y originan un alto flujo de energía térmica hacia las paredes. Estas observaciones permiten concluir que, en los estudios hasta hoy realizados sobre la transferencia de calor en regeneradores de lecho poroso empacado, se ha dejado de lado el análisis de los comportamientos termodinámicos en el interior de los lechos en su carácter de régimen transitorio.

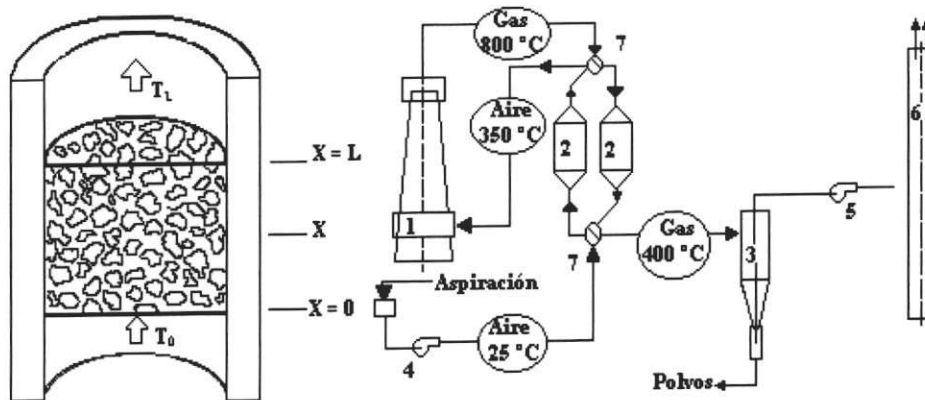


Figura 1 Izquierda: detalle interno de un regenerador. Derecha: planta eco-eficiente, 1) horno de cubilote, 2) regeneradores térmicos, 3) ciclón, 4) ventilador, 5) extractor, 6) chimenea, 7) válvulas de cuatro vías [1]

Cuerpos con resistencia térmica interna despreciable

En el estudio de la transferencia de calor por conducción en estado transitorio, se plantean dos modelos básicos: cuerpos con resistencia interna despreciable y cuerpos con resistencia interna apreciable. El primero de ellos supone que el flujo de calor por conducción, en el cuerpo, es mucho más rápido que el flujo de calor por convección con el medio ambiente que lo rodea; esto ocasiona que los gradientes de temperatura al interior del cuerpo sean despreciables, por lo que la temperatura puede considerarse homogénea durante el proceso de calentamiento o enfriamiento y está dada por una simple función exponencial de la forma [7]:

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = e^{-\frac{h}{\rho_e c_e D_e} t} \quad (1)$$

t : Tiempo [s].

$T(t)$: Temperatura del cuerpo en el tiempo t [°C].

T_{∞} : Temperatura del ambiente que rodea el cuerpo [°C].

T_0 : Temperatura del cuerpo en el tiempo $t = 0$ [°C].

ρ_e : Densidad del cuerpo [kg/m³].

c_e : Calor específico del cuerpo [J/kg×K].

h : Coeficiente de transferencia de calor por convección [W/m²×K].

D_e : Dimensión característica del cuerpo, también llamada módulo geométrico.

$$D_e = \frac{V_e}{A_e} \quad (2)$$

A_e : Superficie del cuerpo [m²].

V_e : Volumen del cuerpo [m³].

Los elementos regeneradores de la planta eco-eficiente

En un regenerador térmico de lecho poroso empacado, conviene utilizar elementos con resistencia interna despreciable. No solo porque ello simplifica el modelamiento teórico sino porque, como

se explica en [1], ello también representa una ventaja técnica y económica. Para el análisis sobre los regeneradores de la planta eco-eficiente, se hizo necesario determinar si los elementos utilizados para conformar el lecho empacado cumplían con las características propias de un cuerpo con resistencia interna despreciable, esto está caracterizado con el número de Biot [7]:

$$Bi = \frac{\text{resistencia interna}}{\text{resistencia superficial}} = \frac{D_e / K_e}{1/h} = \frac{h D_e}{K_e} \quad (3)$$

Se ha encontrado que, cuando $Bi < 0,1$ el error introducido, al considerar el cuerpo como de resistencia interna despreciable, es menor al 5%. También hay autores que sostienen que para $Bi < 0,2$ se pueden obtener soluciones que presentan errores cercanos al 7%, lo que desde el punto de vista práctico resulta ser una buena aproximación [7].

Inicialmente, se calculó Bi para un elemento aislado del lecho del regenerador, usando coeficientes promedio de transferencia de calor por convección, determinados en estudios anteriores sobre la planta [8]. Después de muchas horas de operación, una capa de sulfato de calcio de alrededor de 2 mm de espesor, cubre los elementos del lecho, la resistencia térmica que ofrece esta capa al flujo de calor también se tuvo en cuenta para este cálculo preliminar [9]. La figura 2 muestra la estructura de los elementos, sus propiedades son [1]:

volumen $V_e = 89,3 \times 10^{-6}$ m³; área superficial $A_e = 0,01$ m²; dimensión característica dada por (2) $D_e = 6,48 \times 10^{-3}$ m; densidad $\rho_e = 7.272$ kg/m³; masa $m_e = 0,65$ kg; calor específico $c_e = 420$ J/kg×K; conductividad térmica $K_e = 44,74$ W/m×K.

Por su parte, la capa de sulfato de calcio tiene las siguientes propiedades:

volumen $V_s = 29,2 \times 10^{-6}$ m³; área superficial $S_s = 0,02$ m²; dimensión característica dada por (2) $D_s = 1,89 \times 10^{-3}$ m; densidad $\rho_s = 1.762$ kg/m³; masa $m_s = 0,05$ kg; calor específico $c_s = 840$ J/kg×K; conductividad térmica $K_s = 0,43$ W/m×K.

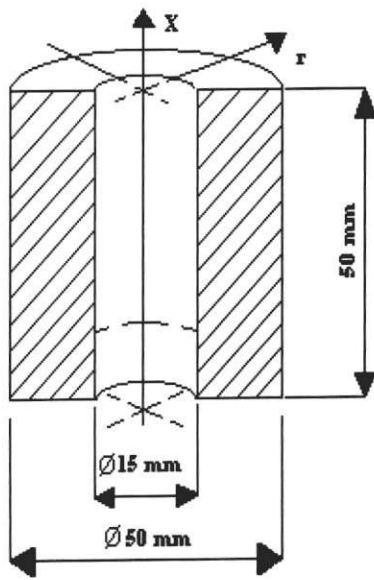


Figura 2 Geometría de elementos utilizados actualmente [1]

La resistencia adicional de la capa de sulfato de calcio debe sumarse a la resistencia interna del cuerpo, por tanto la ecuación (3) sufre una ligera modificación:

$$Bi = \frac{\text{resistencia interna}}{\text{resistencia superficial}} = \frac{\frac{D_s}{K_s} + \frac{D_e}{K_e}}{1/h} \quad (4)$$

Los coeficientes promedio de transferencia de calor por convección que se utilizaron para este cálculo fueron [8]:

$$\bar{h}_{\text{calentamiento}} = 30,06 \frac{W}{m^2 \cdot K};$$

$$\bar{h}_{\text{enfriamiento}} = 20,31 \frac{W}{m^2 \cdot K}.$$

Con todo esto, un valor promedio del número de Biot para cada ciclo es:

$$Bi_{\text{calentamiento}} = 0,14; \quad Bi_{\text{enfriamiento}} = 0,09$$

Aunque se observa que en el calentamiento $Bi > 0,1$, puede trabajarse con resistencia interna despreciable porque está en el rango $Bi < 0,2$, donde el error es todavía permisible. Haciendo los cálculos respectivos sobre la ecuación (1), la

función de temperatura, considerando aisladamente los elementos, será en cada caso:

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = e^{-\frac{t}{792s}} \quad \text{para el calentamiento y}$$

$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = e^{-\frac{t}{1.172s}} \quad \text{para el enfriamiento.}$$

Análisis global de un regenerador térmico de lecho poroso empacado

Atendiendo a lo anteriormente dicho, ahora quiere saberse si es posible modelar un lecho en su conjunto con funciones tan simples como las utilizadas para los elementos que lo componen. Para ello es necesario tomar unas consideraciones de partida [1]:

- Las condiciones termodinámicas de los gases a la entrada del lecho permanecen invariables.
- Los gases se comportan bien como gases ideales (la operación se hace por debajo de la temperatura de ionización de los gases de chimenea y a presiones cercanas a la atmosférica).
- A medida que los gases viajan por el interior del lecho, intercambian energía con los elementos; por ello su temperatura varía y con ella cambian también características como la viscosidad, la densidad y la conductividad térmica, esta variación depende de la posición en la cual los gases se encuentren dentro del lecho y, como el sistema es transitorio, del tiempo que haya transcurrido desde que estos ingresaron al sistema, esto ocasiona que el coeficiente de transferencia de calor por convección varíe como una función dependiente de la posición y el tiempo $h(x,t)$, siendo x la posición y t el tiempo.
- Puesto que, según lo anterior, la temperatura de los gases que fluyen a través del lecho será variable con el tiempo y la posición, es de esperarse que también lo sea la temperatura de los elementos, esto trae consigo que la conductividad térmica de ellos sea otra función de la posición y el tiempo $k(x,t)$.

- Todos los elementos componentes del lecho tienen igual forma y tamaño y se distribuyen homogéneamente en el espacio, de tal manera que la fracción sólida del lecho (al igual que la fracción de vacío) se conservará constante para cualquier sección transversal del recipiente que los contiene.
- Los elementos conservarán fija su posición. Por esto, el estudio se restringe a los lechos no fluidizados.

En la teoría de los cuerpos con resistencia interna despreciable se acepta que la temperatura al interior del cuerpo sea homogénea, pero dados los gradientes de temperatura que con respecto a la posición se presentarán, no puede decirse lo mismo acerca de los lechos; pero si se toman diferenciales de volumen transversales al flujo de gases, cada diferencial cumplirá el modelo de temperatura homogénea. Se tendrá entonces una sucesión de cuerpos diferenciales con resistencia interna despreciable, que en su conjunto conformarán el lecho. La figura 3 ilustra esta concepción, junto con una fotografía de uno de los regeneradores de la planta eco-eficiente.

Como se quiere averiguar si es posible tratar el lecho como un cuerpo con resistencia interna despreciable, es necesario calcular su respectivo nú-

mero de Biot. Con base en las consideraciones preliminares, se espera que exista una distribución de conductividad térmica de los elementos dada por $k(x,t)$ y otra distribución del coeficiente de transferencia de calor por convección dada por $h(x,t)$, sólo resta calcular la dimensión característica que se considerará para incluirla en el mencionado parámetro adimensional. Según la figura 3, el diferencial de volumen dV está dado por:

$$dV = \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot dx \quad (5)$$

dV : volumen diferencial de lecho.

D_T : diámetro del lecho o del ducto que lo contiene.

Se supone que los elementos están distribuidos homogéneamente y se conoce la fracción de sólido $1 - \varepsilon$ (ε : porosidad o fracción de vacío) contenida en el lecho:

$$1 - \varepsilon = \frac{\text{volumen sólido}}{\text{volumen total}} = \frac{N_e \cdot V_e}{\frac{\pi}{4} \cdot D_T^2 \cdot L} = \frac{4 \cdot N_e \cdot V_e}{\pi \cdot D_T^2 \cdot L} \quad (6)$$

N_e : número de elementos contenidos en el lecho.

L : altura o longitud total del lecho [m].

ε : porosidad [adimensional].

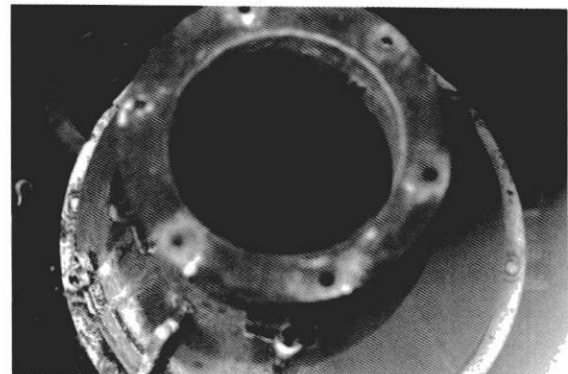
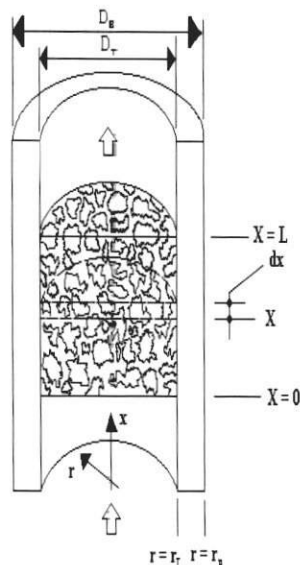


Figura 3 Consideración de porciones diferenciales de lecho (izquierda). Disposición interna de los elementos dentro del lecho que está en estudio (derecha) [1]

Usando (5) y (6), se encuentra el volumen sólido contenido en el diferencial de volumen:

$$dV_S = (1 - \varepsilon) \cdot dV = (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot dx \quad (7)$$

dV_S : diferencial de volumen sólido contenido en un diferencial de lecho [m³].

Ahora debe hallarse el área superficial correspondiente al volumen sólido contenido en el diferencial de volumen. De los elementos componentes del lecho se conoce la dimensión característica, que es un cociente entre el volumen y el área superficial de los mismos. Al dividir el volumen sólido contenido en el diferencial por la dimensión característica de los elementos, se obtendrá el área superficial de elementos contenida en un diferencial de volumen [1]. Pero adicionalmente debe tenerse en cuenta que los elementos del lecho se encuentran en contacto unos con otros; las áreas de contacto no participarán del proceso de convección, por ello se debe introducir un *factor de disminución de área por contacto*, k_c . También debe pensarse que, debido a la distribución estocástica de los elementos del lecho, se formen cavidades de difícil acceso y evacuación para los fluidos, lo que las convierte en zonas de estancamiento o de muy baja velocidad de flujo; la superficie que delimita estas zonas tampoco participará en el proceso de convección debido al bajo régimen de flujo y debe también introducirse un *factor de disminución de área por estancamiento*, k_e . La superficie efectiva, que intercambia calor por convección, contenida en el diferencial de volumen será:

$$dS_E = k_c \cdot k_e \cdot \frac{dV_S}{V_e} = k_c \cdot k_e \cdot \frac{A_e}{V_e} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot dx \quad (8)$$

dS_E : diferencial de superficie efectiva contenida en el diferencial de lecho [m²].

k_c : factor de disminución de área por contacto [adimensional].

k_e : factor de disminución de área por estancamiento [adimensional].

$$D^k = \frac{dV_S}{dS_E} = \frac{(1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot dx}{k_c \cdot k_e \cdot \frac{A_e}{V_e} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot dx} = \frac{1}{k_c \cdot k_e} \cdot \left(\frac{V_e}{A_e} \right) \quad (9)$$

Con (7) y (8) puede encontrarse la dimensión característica del diferencial de volumen:

D^k : dimensión característica de un diferencial de lecho [m].

Como puede observarse, la dimensión característica de un diferencial de volumen es igual a la de un elemento (ver ecuación (2)) dividida por los factores de reducción de área, si se encuentra el mismo parámetro para un lecho en su totalidad se obtiene idéntico resultado:

$$D^k = \frac{\text{Volumen total de elementos por m}^3 \text{ de recipiente}}{\text{Superficie efectiva total de elementos por m}^3 \text{ de recipiente}} = \frac{N_e \cdot V_e}{V_c \cdot k_c \cdot k_e \cdot A_e} = \frac{1}{k_c \cdot k_e} \cdot \left(\frac{V_e}{A_e} \right) \quad (10)$$

V_c : Volumen del recipiente que contiene el lecho [m³].

N_e/V_c : Número de elementos por unidad de volumen.

Con esto se ha encontrado un hecho importantísimo: para lechos de cualquier naturaleza, que cumplan con las consideraciones hechas anteriormente, la dimensión característica y los parámetros y funciones que dependan de ella pueden conocerse con sólo saber la dimensión característica de los elementos del lecho.

Los coeficientes de disminución de área deben ser encontrados experimentalmente, pero los respectivos procedimientos requieren un cuidadoso tratamiento que no es el tema de este análisis. Ahora puede determinarse el número de Biot del lecho con objeto de observar el carácter térmico de este:

$$Bi_L = \frac{h(x, t) \cdot D^k}{k(x, t)} = \frac{1}{k_c \cdot k_e} \cdot \left(\frac{h(x, t) \cdot V_e}{k(x, t) \cdot A_e} \right) \quad (11)$$

Bi_L : número de Biot del lecho [adimensional].

Los factores de disminución de área están entre 0 y 1, por lo que el número de Biot del lecho es mayor al número de Biot de los elementos que lo componen, tanto más cuanto menores sean los factores de disminución de área, o sea, mientras más disminuya el área a causa de contactos y estancamientos, mayor será este parámetro adimensional. Existe entonces un límite para considerar un lecho como de resistencia interna despreciable, esto sucede cuando el producto de los factores es tal que hace al número de Biot mayor de 0,1. O sea, debe buscarse que:

$$k_c \cdot k_e < 10 \cdot \left(\frac{h(x,t) \cdot V_e}{k(x,t) \cdot A_e} \right) \quad (12)$$

Comprobación experimental

El anterior raciocinio da luces acerca del tratamiento de mediciones experimentales. Si el lecho se divide en tramos de tamaño finito (no diferenciales de volumen), será posible conocer el comportamiento térmico de cualquiera de los tramos mediante la medición, en tiempo real de operación, de la temperatura de al menos un elemento contenido en el tramo de interés. Esto es válido bajo el supuesto de que, alrededor de un elemento en particular, el coeficiente de transferencia de calor por convección no sufre cambios apreciables con respecto a la variable x y su conductividad térmica se considera homogénea en todo su volumen. Basándose en estas afirmaciones, para comprobar la veracidad de este estudio, se procedió a tomar datos experimentales en los acumuladores existentes, con el

objetivo de trazar curvas de ajuste que permitieran determinar qué tanto se aproxima el sistema real al modelo teórico para un cuerpo con resistencia interna despreciable. A los elementos del regenerador estudiado les fue retirada la capa de sulfato de calcio, con el fin de obtener una respuesta más rápida al medir temperatura. Se instrumentó un regenerador, ubicando termopares para gases, paredes y elementos en las secciones que describe la figura 4 y se dispusieron tomas piezométricas en las secciones de entrada y salida para detectar la presión estática en dichos puntos.

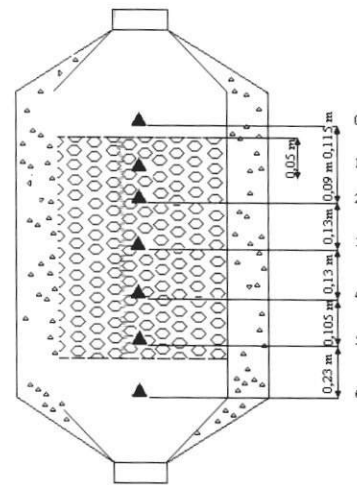


Figura 4 Secciones de medición. Los triángulos representan la sección en la que se ubicaron sensores de temperatura. Los puntos 0 y 6 tienen cada uno cuatro tomas piezométricas que se comunican con los anillos de presión (véase la figura 5) para encontrar el estado termodinámico de los gases a la entrada y salida del lecho, este último se representa con los pequeños círculos en el intermedio del regenerador [1]

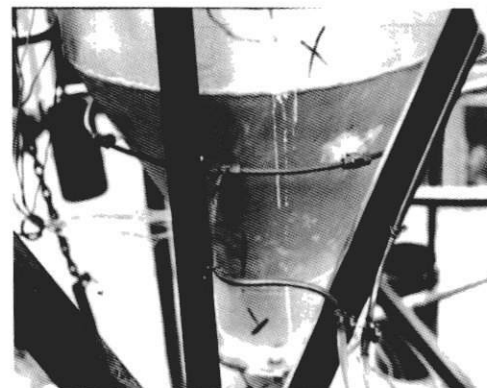
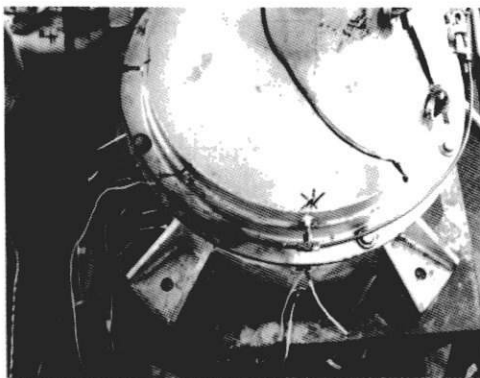


Figura 5 Detalle de anillos piezométricos a la entrada y salida del lecho

Promedian la presión de cuatro piezómetros en las respectivas secciones [1].

Los termopares fueron conectados a una tarjeta multiplexora Advantech PCLD710-889 de dieciséis canales y diferentes tipos de ganancia, apta para recibir señales de cualquier tipo de termopar, que a su vez enviaba sus señales a una tarjeta de adquisición de datos A&CO, de 4 entradas análogas, 4 entradas digitales y 4 salidas digitales, sin paridad, de 8 bits y 9.600 baudios, con salida para puerto serial.

Se trabajó con intervalos de muestreo de diez segundos, en donde se tomaban simultáneamente todas las medidas de temperatura. El suministro de gases para calentamiento se ilustra en la figura 6, donde se utilizó una llama de GLP. Los gases a la entrada del regenerador se mantuvieron a una temperatura de 126,5 °C y caudal constante durante todo el intervalo de muestreo, que fue de 1.450 s.

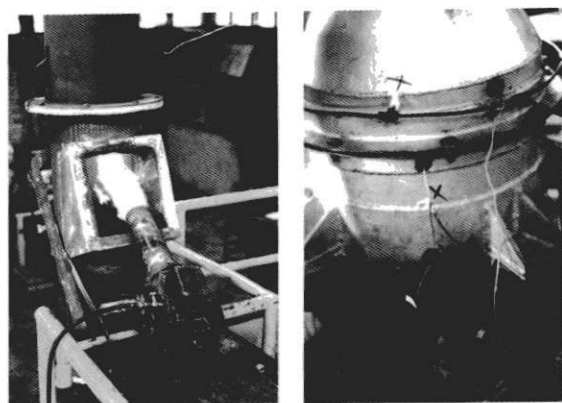


Figura 6 Llama de combustión ingresando por la puerta de carga para establecer un flujo de gases calientes (izquierda). Vista externa del regenerador, donde se observa la entrada de numerosos termopares, en total 17 (derecha) [1]

Cada una de las curvas de la figura 7 muestra la historia térmica de uno de los elementos instrumentados, la configuración de las mismas sugiere un comportamiento de cuerpos con resistencia interna despreciable, hecho que se confirmó ajustando los datos a funciones del tipo de la ecuación (1). Esta ecuación pue-

de despejarse y expresarse en una forma más simple:

$$T(t) = T_{\infty} + (T_0 - T_{\infty}) e^{-\frac{h}{\rho_e c_e D_e} t} = A + B \cdot e^{-C \cdot t} \quad (13)$$

La forma del lado derecho se utilizó para ajustar los datos mediante el paquete computacional MATHCAD PLUS 6.0, y para cada uno de los elementos, siendo consecuentes con la notación de la figura 7, se obtuvieron las siguientes funciones:

$$TE1(t) = 127,30 - 82,66 \cdot e^{-0,005 \cdot t} \quad (14)$$

$$TE2(t) = 126,35 - 98,09 \cdot e^{-0,004 \cdot t} \quad (15)$$

$$TE3(t) = 126,92 - 107,07 \cdot e^{-0,003 \cdot t} \quad (16)$$

$$TE4(t) = 128,78 - 121,19 \cdot e^{-0,002 \cdot t} \quad (17)$$

$$TE5(t) = 125,71 - 117,24 \cdot e^{-0,002 \cdot t} \quad (18)$$

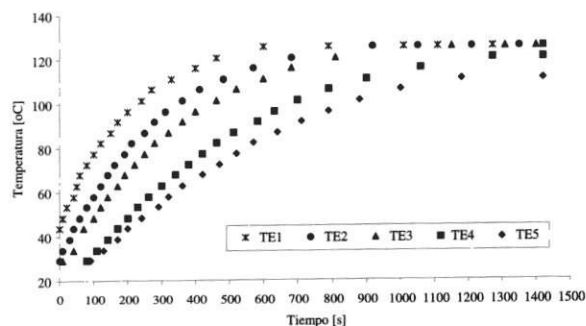


Figura 7 Puntos de temperatura de elementos muestreados con tarjeta, el número asociado al código de cada termopar corresponde a la ubicación del mismo dentro del lecho, tal como se describe en la figura 4. Este muestreo se hizo para un proceso de calentamiento. El poder de resolución del equipo es de 4,82 °C [1]

Teniendo en cuenta la ecuación (13) y el significado de las constantes de la misma, conociendo las constantes de ajuste de las ecuaciones (14) a la (18) y tomando los valores constantes de las propiedades de elementos fabricados con fundición gris:

ρ : densidad de elementos empacados, $\rho = 7.227 \text{ kg/m}^3$.

c : calor específico de elementos, $c = 420 \text{ J/kgK}$.

D_e : dimensión característica de elementos limpios, $D_e = 5,92 \times 10^{-3} \text{ m}$.

Se llega a los resultados que se muestran en la tabla 1.

Viendo los resultados, puede encontrarse gran coincidencia entre los parámetros ajustados y los valores reales en los elementos 1 y 2, que son los que presentan las menores distorsiones por encontrarse en la parte alta del lecho, donde las condiciones son muy estables. Para los demás elementos, los valores calculados para h y T_∞ hacen las veces de promedio temporal y las temperaturas iniciales $T_{0, \text{hipotético}}$ son un estado hipotético inicial, que corresponde al período de tiempo en que la señal de temperatura no ha afectado el respectivo elemento todavía, aunque el proceso de regeneración ya haya comenzado. Este es un fenómeno propio del estado transitorio.

Al graficar los datos para las temperaturas iniciales “hipotéticas” y los exponentes de las correlaciones (14), (15), (16), (17) y (18), y analizar su comportamiento contra la variable posición dentro del lecho x , se encontró que cumplen con una función del tipo:

$$F(x) = A + B \cdot e^{-C \cdot x} \quad (19)$$

Esto permite conocer la dependencia de estos parámetros con respecto a la posición del elemento dentro del lecho. La importancia de este descubrimiento radica en que, de esta manera puede establecerse con precisión una función de temperatura dependiente de x y t . Esta función resulta ser una superficie de la que se conocen cinco trazas paralelas al plano tiempo-temperatura $t-T$, que son justamente las correlaciones (14), (15), (16), (17) y (18), lo que verifica que una traza contenida en un plano cualquiera paralelo al plano $t-T$ es de la forma:

$$T(a, t) = A + [f(a) - A] \cdot e^{-g(a)t} \quad (20)$$

donde a es cualquier valor fijo de la posición x , las funciones f y g son respectivamente la función de temperatura inicial hipotética y la función del exponente que al comportarse como (19) se ajustaron a los parámetros listados en la tabla 1 y A corresponde a la temperatura T_∞ promedio de los gases. Si se determinan las funciones f y g , se establece la manera como la temperatura cambia con respecto al eje x y de esa forma queda absolutamente determinada la función de temperatura. Al analizar el comportamiento de T_∞ en los valores listados de la tabla 1, se encontró que no exhibe un comportamiento especial sino que más bien oscila en torno a un valor medio, por tanto, la constante A es el promedio de las T_∞ listadas en la tabla 1, $A = 127.01 \text{ }^\circ\text{C}$

Tabla 1 Valor de las constantes de la ecuación (13) y cálculo de los parámetros promedio de los elementos empacados [1]

Elemento	$A = T_\infty \text{ [}^\circ\text{C]}$	$C = \frac{h}{\rho c D_e}$	$B = T_0 - T_\infty$	$H \text{ [W/m}^2\text{K]}$	$T_{0, \text{hipotético}} \text{ [}^\circ\text{C]}$	$*T_0 \text{ [}^\circ\text{C]}$
1	127,30	0,005	-82,66	90,34	44,64	43,47
2	126,35	0,004	-98,09	72,28	28,27	29,00
3	126,92	0,003	-107,07	54,21	19,85	29,00
4	128,78	0,002	-121,19	36,14	7,59	29,00
5	125,71	0,002	-117,24	36,14	8,47	29,00

* Este valor de temperatura inicial viene de los datos experimentales, sirve para compararlo con el calculado a partir de los ajustes encontrados.

Es un valor coherente que se aproxima bastante bien a la temperatura de entrada de los gases de la experimentación, que es la temperatura hacia la cual tiende el sistema. Es correcto asumirla como T_{∞} .

En las figuras 8 y 9 se muestran las curvas de f y g ajustadas. Sus funciones, con sus respectivos factores de correlación R , son:

$$f(x) = 2,60 + 41,67 \cdot e^{-4,787 \cdot x} \quad (21)$$

$$R = 0,98995$$

$$g(x) = 0,001 + 0,004 \cdot e^{-3,435 \cdot x} \quad (22)$$

$$R = 0,99398$$

Obsérvese algo interesante, si $g(x)$ se multiplica por las propiedades ρ , c y D_e de los elementos, se obtiene una función para el coeficiente de transferencia de calor en el lecho:

$$h(x) = \rho \cdot c \cdot D_e \cdot g(x)$$

$$h(x) = 17,96 + 71,83 \cdot e^{-3,435 \cdot x} \quad (23)$$

Nótese que el valor de este coeficiente para una posición x dada, resulta ser el promedio en el tiempo de h en ese lugar específico. Esto se explica porque, para este modelo de ajuste, la temperatura T_{∞} se considera constante, cuando realmente es variable. Esto significa que el ajuste encuentra las condiciones estacionarias para las cuales se dé el mismo comportamiento. Esto es debido a que con (23) se encuentra un promedio de h a lo largo de poco más de una hora, cuando se sabe que h es máximo durante los primeros 10 min de operación del regenerador (que es cuando se presentan los mayores gradientes de temperatura en la figura 7), este es un motivo que hace importante continuar esta investigación, con el objetivo de encontrar un modelo de la variación de h como función de la posición y el tiempo.

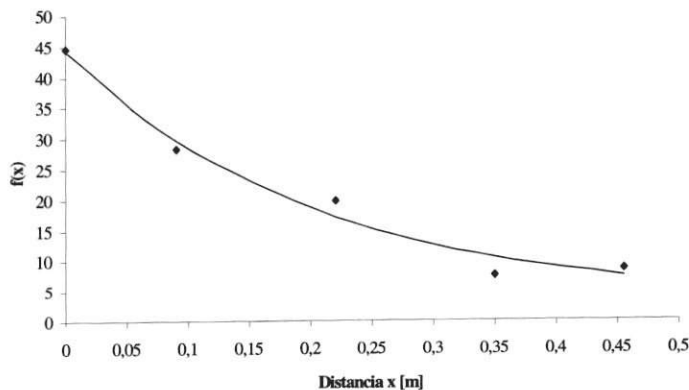


Figura 8 Ajuste para la función $f(x)$ [1]

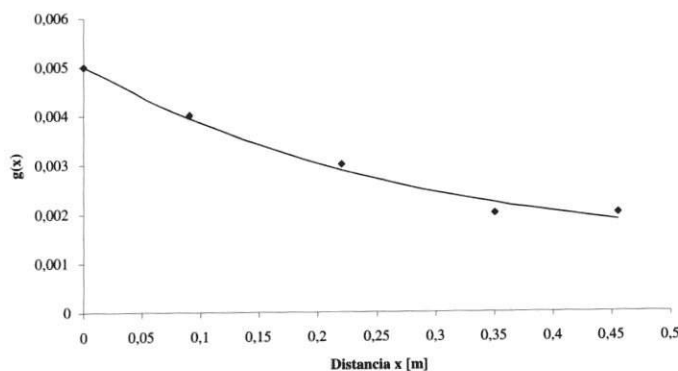


Figura 9 Ajuste para la función $g(x)$ [1]

Con A, (21) y (22) resueltas, puede encontrarse la función de distribución de temperatura (20) en el lecho:

$$T_e(x,t) = 127,01 + [41,67 \cdot e^{-4,787 \cdot x} - 124,41] \cdot e^{-(0,001 + 0,004 \cdot e^{-3,435 \cdot x})t} \quad (24)$$

Se observa en la figura 10 que, para valores pequeños de tiempo y distancias menores que la mitad de la longitud total del lecho, se obtienen resultados que se desvían de la realidad fenomenológica de manera apreciable. Este efecto lo produce la llamada temperatura inicial hipotética, que es pro-

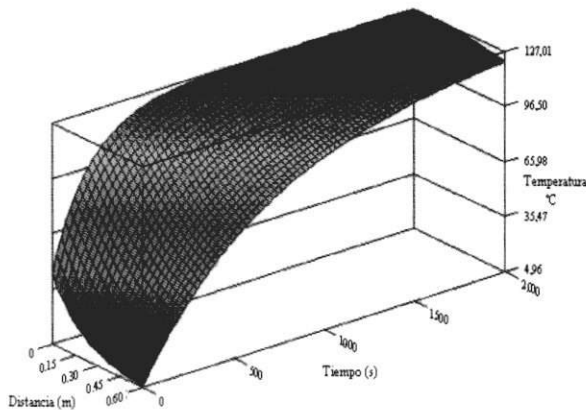


Figura 10 Gráfica de la función (24) [1]

ducto de la correlación y es propio de los modelos de transferencia de calor en estado transiente [7], para las regiones en las que el flujo de calor no ha llegado todavía. Esto significa que para aquellos valores del dominio de la ecuación característica que producen la desviación, el valor real de temperatura es el del sistema antes de salir del equilibrio térmico. En resumidas cuentas, la función queda definida de la siguiente manera:

$$\text{Para } t \leq \frac{\ln\left(\frac{-104,01}{41,67 \cdot e^{-4,787 \cdot x} - 124,41}\right)}{-(0,001 + 0,004 \cdot e^{-3,435 \cdot x})},$$

la temperatura es: $T(x,t) = 23 \text{ }^\circ\text{C}$

$$\text{Para } t > \frac{\ln\left(\frac{-104,01}{41,67 \cdot e^{-4,787 \cdot x} - 124,41}\right)}{-(0,001 + 0,004 \cdot e^{-3,435 \cdot x})},$$

la temperatura es:

$$T_e(x,t) = 127,01 + [41,67 \cdot e^{-4,787 \cdot x} - 124,41] \cdot e^{-(0,001 + 0,004 \cdot e^{-3,435 \cdot x})t}$$

Conclusiones

- Con esta investigación se ha determinado una función de temperatura que demuestra y describe la dependencia del tiempo y la posición que se tiene en el lecho de un regenerador térmico de lecho empacado, se observó que el modelo de resistencia interna despreciable se aproxima muy bien a la realidad fenomenológica de un lecho, siempre y cuando el sistema se acomode a las restricciones mencionadas en el presente texto.
- La existencia de esta función de temperatura marca un cambio en las concepciones generales de diseño de los regeneradores térmicos, pues se evidencia que el clásico modelo de correlaciones empíricas de estado estacionario es realmente un caso particular de la historia térmica de un lecho empacado, cuando el tiempo tiende a infinito o se hace infinitesimalmente pequeño.
- Los resultados del presente artículo son apenas una aproximación al modelamiento general de la termodinámica de los regeneradores de lecho empacado, pues las mediciones se hicieron para un solo caudal de gases de combustión, que aunque fue suficiente para evidenciar la naturaleza de estos sistemas, se hace necesario ampliar más el panorama experimental. Para ello, actualmente el grupo DRAGON, el grupo GIPIMME y el Grupo Ciencia y Tecnología del Gas y Uso Racional de la Energía (Universidad de

Antioquia), adelantan una investigación, con el objetivo de reforzar y ampliar los resultados obtenidos.

Referencias

1. Mejía, Ricardo. *Planteamiento de un modelo teórico de cálculo para regeneradores térmicos*. Trabajo dirigido de grado. Medellín. Universidad Nacional de Colombia. 2000. pp. 3, 13-14, 10-23, 26-27, 28-29.
2. H. Hausen. *Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom*, Berlín. Springer-Verlag. 1950. p. 281 y ss.
3. Whitaker, Stephen. "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles". En: *AIChE Journal*. Vol. 18. No. 2. Marzo. 1972.
4. Taecker, R.G. *et al.* "Heat, mass transfer of gas film in flow of gases through commercial tower packings". En: *Chemical Engineering Progress*. Vol. 45. No. 3. Marzo. 1949. pp. 188-193.
5. Furnas, C.C. "Heat transfer from a gas stream to a bed of broken solids". En: *Transactions of American Institute of Chemical Engineers*. Vol. XXIV. 1930. pp. 142-191.
6. Varahasamy, M. *et al.* "Heat transfer by forced convection in pipes packed with porous media whose matrices are composed of spheres". En: *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 39. No. 18. Diciembre, 1996. pp. 3.931-3.947.
7. Karlekar, B.V. *et al.* *Transferencia de Calor*. 2ª edición. México. McGraw-Hill. 1995. pp. 171-182.
8. Mejía, Héctor Daniel *et al.* *Diseño de sistema de recuperación de calor y control de emisiones para horno de cubilote industrial en FURIMA S.A.* Informe técnico. Medellín. Universidad de Antioquia, FURIMA S.A. Fundación Propel. 1996.
9. Alzate L., Leyver. *Análisis térmico del diseño de un sistema de recuperación de calor y control de emisiones atmosféricas para horno de cubilote de Furima S.A.* Informe técnico. Cali. DITEIN Ingeniería (Diseños Térmicos Industriales). 16 de enero de 1998.