

CALIBRACIÓN DE UN MODELO HIDRODINÁMICO 2D PARA LA BAHÍA DE CARTAGENA

CARTAGENA BAY 2D HYDRODYNAMIC MODEL CALIBRATION

CARLOS PALACIO

Ph.D Ingeniería, Universidad de Antioquia, Docente, cpalacio@udea.edu.co.

FRANCISCO GARCÍA

M.Sc Ing. Ambiental, Universidad del Magdalena, Docente, fcofdogarcia@yahoo.com

URIEL GARCIA

Biólogo, Universidad del Magdalena, Investigador, uriel.garcia@yahoo.com

Recibido para revisar Abril 20 de 2009, aceptado Junio 15 de 2010, versión final Junio 24 de 2010

RESUMEN: El trabajo descrito en este artículo presenta la implementación de un modelo hidrodinámico, bidimensional para la Bahía de Cartagena (Colombia) y su calibración mediante series de tiempo de marea. El modelo hidrodinámico es un modulo del modelo RMA construido para modelar el transporte hidrodinámico en cuerpos de aguas naturales no estratificadas. Los resultados del modelo hidrodinámico fueron comparados con mediciones de mareas. La comparación mostró un buen acercamiento entre los datos, particularmente mejor en marea alta frente a la marea baja. Igualmente, se muestra un procedimiento para asegurar una adecuada resolución y calidad de la malla. Las condiciones de frontera se definen a partir de un modelo global de marea, dada la falta de información para estas. El modelo es aplicado para estimar la cantidad de agua que entra y sale de la bahía en marea viva y muerta.

PALABRAS CLAVE: Modelos hidrodinámicos, Análisis de sensibilidad, Calibración.

ABSTRACT: This work presents a two-dimensional hydrodynamic numerical model implementation on Cartagena Bay (Colombia), and its calibration through tidal time series. The hydrodynamic model is a module of the RMA model constructed for modeling hydrodynamic transport at natural unstratified water bodies. Numerical model results were compared with tidal measurements. The comparison showed a good agreement particularly during flood tide than during ebb tide. The work also shows a procedure for ensure proper resolution and quality of the mesh. The boundary conditions are defined from a global tidal model, given the lack of information for them. The model was applied to estimate the amount of water entering and leaving the bay in spring and neap tide.

KEYWORDS: Hydrodynamic models, Sensitivity Analysis, Calibration.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos numéricos deben ser calibrados y verificados antes de su puesta en funcionamiento. Sin embargo no hay un procedimiento ampliamente aceptado para llevar a cabo esta tarea. La calibración depende de varios aspectos entre ellos la disponibilidad de datos, las características del cuerpo de agua y sobre todo de la percepción, opinión y

experiencia de los modeladores [1]. La combinación de complejidad en los parámetros numéricos y físicos, así como la misma estructura del modelo hidrodinámico y los errores en las mediciones de campo, son factores que introducen incertidumbre en la utilización de modelos numéricos [2]. Por esta razón, existe la necesidad de utilizar técnicas para investigar y conocer el comportamiento del modelo frente a

este tipo de incertidumbre. Algunas de estas técnicas pueden consultarse en los trabajos de Wheater et al (1993 y 1995) y Wagener (2001) [3, 4, 5]. Para acercarse al conocimiento del comportamiento global de un modelo y su respuesta a los cambios en los parámetros físicos construido y calibrado [6]. Si el modelo muestra gran sensibilidad a un parámetro específico, la incertidumbre en los resultados del modelo estará altamente asociada a la incertidumbre del valor de este parámetro; aspecto que puede hacer del proceso de construcción y calibración del modelo, una actividad compleja.

Las condiciones de fronteras tienen un impacto crítico en la implementación de modelos hidrodinámicos, pues la solución al interior del modelo depende principalmente de la calidad de la información usada en los contornos abiertos [7]. Tradicionalmente, las condiciones de las fronteras abiertas en modelos hidrodinámicos pueden ser obtenidas de dos formas; por mediciones directas en las cercanías de dichas fronteras o generadas desde modelos numéricos de larga escala, tales como el modelo global de marea de Schwiderski [8] ó las versiones de los modelos globales derivados de la misión Topex/Poseidon, entre ellos TPX0.3 y TPX6.2 [9]. En Colombia las mediciones en aguas abiertas son escasas, por tanto una buena alternativa es recurrir a modelos globales de marea para predecir el comportamiento de esta en las fronteras de los modelos a implementar. Más de 20 modelos oceánicos globales de mareas han sido desarrollados desde que el satélite TOPEX/POSEIDON fue lanzado [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. Yu et al. (1999) evaluaron la precisión de algunos de estos modelos para diferentes regiones costeras en el mundo [17]. El error de la raíz media cuadrática (RMS) de valores de niveles de agua extractados del modelo TPX0.3, es menor a 2.4 cm para profundidades mayores de 1000 m, sin embargo se encontraron discrepancias en algunas regiones como el mar Amarillo, el mar de Indonesia, la Patagonia y el golfo de México. Estas se debieron principalmente a que los constituyentes de marea para aguas profundas no fueron incluidos en el modelo inicial [17, 18, 19]. Nuevas versiones del modelo TPX han sido desarrolladas para asegurar su convergencia en

y numéricos se debe realizar un análisis de sensibilidad [6, 7]. Los resultados de este análisis proveen una guía sobre como la incertidumbre de los parámetros examinados afectarían el modelo, relacionando circunstancias específicas bajo las cuales el modelo deberá ser las regiones donde fueron encontradas discrepancias [20]. El modelo TPX6.2 desarrollado por Oregon State University [14] ajusta por el método de mínimos cuadrados la ecuación de marea de Laplace con los datos satelitales resultantes de la misión Topex/Poseidon. A partir de este se pueden extraer series de tiempo del nivel del mar y campo de velocidades, generadas con diez constantes armónicas de marea; cuatro de ellas son componentes armónicas semidiurnas (M2, S2, N2 y K2), cuatro diurnas (K1, O1, P1 y Q1) y dos de largo período (Mf y Mm).

En este artículo se presenta el análisis de sensibilidad y calibración de un modelo hidrodinámico bidimensional para la bahía de Cartagena. Para su implementación, y dada la falta de datos en las fronteras abiertas del dominio seleccionado, se utilizaron datos horarios de niveles de agua extractados del modelo global TPX6.2. Se aplicó una metodología para la definición de la resolución y calidad de una malla no estructurada ajustando los elementos triangulares para que fuesen equiláteros. El modelo calibrado fue aplicado para conocer el volumen de agua que entra y sale de la parte interna de la bahía en marea muerta y marea viva.

2. MATERIALES Y METODOS

2.1. Dominio

La Bahía de Cartagena está localizada en la parte central del Caribe Colombiano (ver figura 1), entre latitudes 10°26' - 10°16' N y longitudes 75°30' - 75°36' W. Las características morfológicas de la bahía dan cuenta de una longitud máxima meridional de 16 km y 9 km de longitud latitudinal, con un área superficial de 82.6 km² y profundidad media de 26 m [21]. El dominio de modelación seleccionado posee dos fronteras abiertas, una en el norte y la otra en el

occidente; con extensiones de 7,4 y 18,6 Km. respectivamente (ver figura 1). La línea de costa y los puntos batimétricos usados se obtuvieron al

digitalizar las cartas náuticas 261 y 256 del CIOH (Centro de Investigaciones Oceanográficas e Hidrográficas).

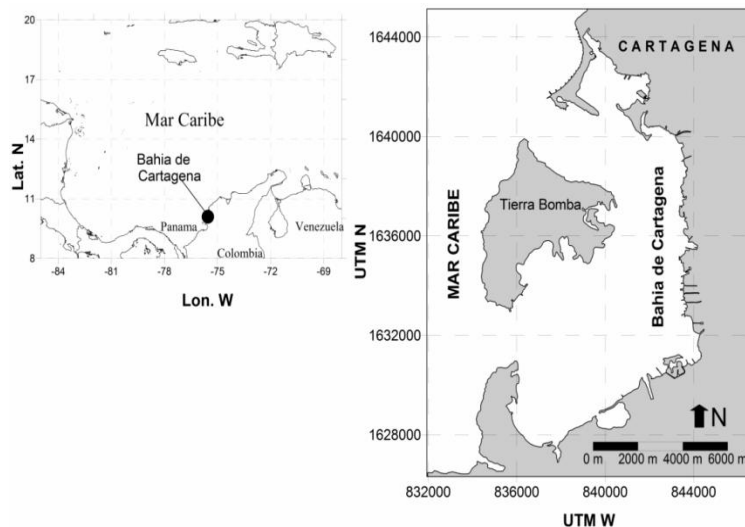


Figura 1. Localización de la bahía de Cartagena y dominio de modelación
Figure 1. Cartagena Bay and domain localization

2.2. Modelo hidrodinámico

Para la simulación en la bahía de Cartagena se usó el modelo numérico hidrodinámico bidimensional de elementos finitos promediado en la dirección vertical RMA2. El programa original fue desarrollado por Norton, King y Orlob en 1973, del Water Resources Engineers, del Cuerpo de Ingenieros. Desarrollos posteriores, particularmente en la opción “marsh porosity”, fueron llevados adelante por King y Roig en la Universidad de California. Mejoras subsecuentes fueron realizadas por King y Norton, de Resource Management Associates (RMA), y el Laboratorio de Hidráulica de la Waterways Experiment Station (WES), culminando en la versión actual del sistema [22, 23]. Este modelo calcula los niveles de la superficie libre y las componentes horizontales de la velocidad para flujo subcrítico en campos bidimensionales de flujo. RMA2 calcula la solución por elementos finitos de las ecuaciones de Navier–Stokes bajo la forma de Reynolds para flujos turbulentos. Las pérdidas friccionales se estiman a través de la ecuación de Manning, mientras que para caracterizar la turbulencia se utilizan coeficientes de viscosidad de remolino.

Se pueden analizar problemas tanto en flujo permanente como no permanente [23].

Las ecuaciones hidrodinámicas son resueltas por el método de los elementos finitos mediante el método de Galerkin de residuos ponderados, donde se usan funciones de forma cuadráticas para la velocidad y lineales para la profundidad. La integración espacial se realiza por integración Gaussiana. Las derivadas temporales son reemplazadas por una aproximación no lineal en diferencias finitas. La solución es completamente implícita y el conjunto de ecuaciones simultáneas se resuelve por la iteración no lineal de Newton – Raphson. El código se ejecuta por medio de un algoritmo de solución de tipo frontal, que resuelve la matriz por partes, acoplado a la parte en cuestión la resuelta anteriormente [23]. La integración espacial se realiza mediante el método de la cuadratura de Gauss, parametrizando temporalmente las variables para régimen no estacionario con el método modificado de Crank-Nicholson [24]. Las ecuaciones de gobierno en su forma diferencial se presentan a continuación (ver ecuaciones 1, 2 y 3).

Ecuación de momento en dirección X

$$\rho \left(h \frac{\partial u}{\partial t} + hu \frac{\partial u}{\partial x} + hv \frac{\partial u}{\partial y} + gh \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{g}{C^2} u |V| + uq_x + \Omega v h \right) + gh^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{xx} h \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{xy} h \frac{\partial u}{\partial y} \right) - w_x = 0 \quad (1)$$

Ecuación de momento en dirección Y

$$\rho \left(h \frac{\partial v}{\partial t} + hu \frac{\partial v}{\partial x} + hv \frac{\partial v}{\partial y} + gh \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{g}{C^2} v |V| + vq_y + \Omega u h \right) + gh^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon_{yx} h \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon_{yy} h \frac{\partial v}{\partial y} \right) - W_y = 0 \quad (2)$$

Ecuación de Continuidad.

$$h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial t} - q_s = 0 \quad (3)$$

Donde; x, y = coordenadas cartesianas horizontales; t = tiempo; u, v = componentes de velocidad horizontal en las direcciones x, y , respectivamente; ρ = densidad; g = aceleración de la gravedad; $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yx}, \varepsilon_{yy}$ = coeficientes de turbulencia; h = profundidad del agua; α = elevación del fondo; $\Omega v h, \Omega u h$ = Fuerza de coriolis en las direcciones x, y , respectivamente C = coeficiente de Chezy para la fricción del fondo; V = Velocidad del agua; W_x, W_y = fuerzas debidas al efecto del viento sobre la superficie en las direcciones x, y , respectivamente; q_s = caudal tributario en el sistema

2.3. Discretización del dominio

Para la discretización del dominio computacional se probaron tres mallas con diferentes resoluciones (grande, mediana y pequeña). Este análisis buscó determinar la resolución de la malla computacional más adecuada. En la construcción de estas se usaron una serie de rutinas en Matlab versión 7 que realizan la triangulación de un conjunto de puntos en el plano xy con el algoritmo de Delaunay [25]. Se utilizaron mallas no estructuradas de elementos triangulares, ya que estos se adaptan mejor al contorno irregular de la línea costera [26]. La flexibilidad de las mallas no estructuradas permite lograr resoluciones altas en regiones de interés [26]. Para controlar la calidad de la malla se empleó el algoritmo propuesto por Persson y Strang (2004) que ajusta la equilateralidad de los

triángulos producidos, lo cual es una propiedad deseada para resolver ecuaciones diferenciales parciales por el método de los EF. Para una descripción del algoritmo usado véase [27]. La calidad en la construcción de las mallas depende de que tan pequeño es el ángulo de los elementos que la conforman. Si todos los ángulos son ajustados a 60° se lograrán buenos resultados numéricos con la malla diseñada. Field (2000), discute diversas formas de medir la calidad de una malla triangular no estructurada de elementos finitos [28]. Para las mallas diseñadas se usó como criterio de calidad (q), el doble de la relación entre el círculo más grande inscrito y el más pequeño circunscrito en cada elemento, de acuerdo a lo expresado por la ecuación 4.

$$q = 2 \frac{r_{in}}{r_{out}} = \frac{(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{abc} \quad (4)$$

Donde $a, b, y c$ son las longitudes de los lados del triángulo que forman el elemento. Un triángulo equilátero tiene un $q=1$ mientras que uno degenerado (área cero) tiene un $q=0$. Para asegurar buenos resultados se usó como regla $q > 0,5$.

2.4. Condiciones de fronteras e iniciales

Uno de los factores críticos que afectan la precisión de los modelos para estuarios y zonas costeras es la especificación de las condiciones en las fronteras abiertas [29]. Para el caso de simulaciones con forzantes de marea astronómica y teniendo en cuenta que no se

dispone de mediciones directas de niveles del mar en aguas abiertas, se utilizó información obtenida del modelo global de marea TPXO.6. En las fronteras abiertas se impusieron series de tiempo horarias para los extremos de las líneas continuas, el modelo interpola los valores correspondientes para cada nodo en la frontera. Para iniciar los cálculos computacionales, fue necesario especificar las condiciones iniciales para elevación de los niveles de agua y velocidad en todo el dominio. Estas condiciones fueron respuesta del modelo, relativas a la variación de los parámetros (β) usados. En este análisis es posible determinar los comportamientos del modelo asociados a los parámetros y regiones afectadas por dichas modificaciones. Este fue efectuado mediante el uso del coeficiente de sensibilidad (S_{ij}) expresado por la siguiente ecuación.

$$S_{ij} = \frac{\Delta C_i / \bar{C}_i}{\Delta B_j / \bar{B}_j} \quad (5)$$

Donde: ΔC_i y ΔB_j representan las variaciones del valor de los parámetros, \bar{C}_i y \bar{B}_j corresponden a los valores medios de los parámetros. Los valores ΔC_i y ΔB_j significan pequeñas variaciones alrededor de \bar{C}_i y \bar{B}_j , respectivamente [30]. Si el valor de S_{ij} calculado fuese aproximadamente cero ($S_{ij} \approx 0$), significa que el parámetro no tiene ninguna importancia significativa para el modelo. Un parámetro que tenga gran influencia sobre los resultados del modelo va a afectar la habilidad del modelo para estimar con precisión el parámetro de interés en la simulación.

Se detectó el periodo de “calentamiento del modelo”, el cual depende de la escala y del tipo de condiciones de frontera utilizadas [6]. Para las corridas efectuadas, el “tiempo de calentamiento” fue de 6 horas, este periodo es corto dado que las condiciones iniciales fueron provistas por una corrida previa del modelo. La verificación del funcionamiento global del modelo se efectuó inspeccionando la información generada en el dominio de simulación, donde es de esperarse suavidad en los contornos cuando se gráfica la información de los niveles de agua y campos de velocidades. Una corrida adecuada del modelo no debe producir cambios bruscos en este tipo de

suministradas por una corrida previa de 24 horas para el mismo dominio, que a su vez fue inicializada en valores de cero para la elevación del nivel de agua y las velocidades, en todos los nudos de la malla.

2.5. Análisis de sensibilidad

Se desarrolló un análisis de sensibilidad con el objeto de identificar los parámetros físicos y numéricos que más afectan e influyen en la información de acuerdo al concepto “soft data” planteado por Vandenberghe et al. (2004) [31]. El análisis de sensibilidad se efectuó para un periodo de 24 horas que inicio el 2 de enero de 2000.

2.6. Calibración

El objetivo de la calibración del modelo es reproducir el movimiento de la masa de agua para situaciones conocidas, mediante la variación de los parámetros físicos dentro de valores racionalmente adecuados. Para la calibración del modelo 2D de la bahía de Cartagena, se usó una metodología de ensayo error mediante la comparación de los datos horarios de niveles de agua observados y los arrojados por el modelo [6]. Se efectuaron ajustes en los parámetros físicos hasta que se encontró un RMS (error de la raíz media cuadrática) cercano al 5% del valor de la amplitud de la marea. Se corrió el modelo para simular los niveles de agua durante un lapso de tiempo que comprendió tres (3) periodos de marea alta, entre el 2 y el 5 de enero de 2000. La información de elevación de marea, que se comparó con los resultados del modelo, fue obtenida del Centro para el Estudio del Nivel del Mar de la Universidad de Hawai, que administra y tiene bajo su soporte la base de datos del sistema global para la observación del nivel del mar (GLOSS por las siglas en ingles de “The Global Sea Level Observing System”). La información fue colectada por el IDEAM y está disponible en el sitio Web: <http://ilikai.soest.hawaii.edu/uhsic/html/0265B.html>, para datos horarios de 1993 al año 2000. Se efectuó un análisis de armónicos con el software T_tide, que permite identificar los constituyentes de marea por el método de

mínimos cuadrados, ajustar el datum, filtrar los datos y predecir información donde se tengan baches [32]. El algoritmo usado por este software es descrito ampliamente por Godin (1991) y Foreman (1991) [33, 34].

2.7. Validación

La validación de un modelo computacional es un proceso para formular y documentar la aplicabilidad de los resultados del modelo en relación con el sistema natural que se quiere representar [35]. Su propósito es confirmar que el modelo corresponda con la realidad física que se quiere modelar, es decir, que las predicciones realizadas sean lo suficientemente confiables para ser usadas en la toma de decisiones. Palacio (2002) establece que durante la etapa de validación de un modelo deben ser realizadas simulaciones de largo periodo para validar el modelo con respeto a los niveles de agua [6]. En el proceso de validación se aplicó la metodología sugerida por Ditmars (2003) [35]. El modelo 2D de la bahía de Cartagena fue validado mediante la simulación de las condiciones de niveles de elevación de la superficie del mar. Se decidió efectuar una simulación de un periodo de tiempo largo (45 días) a partir del 4 de enero de 2000, para evaluar el ajuste del modelo en periodos de mareas vivas y muertas (spring and neap tide).

2.8. Aplicación

Una vez el modelo se encontró calibrado y validado, se planteó su utilización en la cuantificación de la cantidad de agua que entra y sale de la bahía de Cartagena, a través de los estrechos que comunican esta con el mar Caribe.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

3.1. Resolución espacial

Las características de las mallas fina, media y gruesa probadas para fijar la resolución espacial se muestran en la tabla 1, donde se presenta el

espaciamiento de los lados de los elementos triangulares, el número de nodos y elementos que conforman la malla, así como su calidad promedio determinada con la ecuación 1 y el tiempo que demora una corrida de 24 horas. El número de nudos y elementos en la malla fina, corresponden a dos y tres veces la cantidad presente en las mallas media y gruesa, respectivamente. La forma de las mallas estudiadas se muestra en la figura 2. El algoritmo usado para la generación de estas tiende a crear mallas con calidades promedios similares, sin embargo la calidad promedio de la malla aumenta moderadamente cuando se incrementa la resolución de la misma. En la revisión de la distribución de los ángulos de los vértices que conforman los elementos de la malla, se encontró que en la malla fina casi todos los elementos resultaron con ángulos internos cercanos a 60 grados, mientras que la malla gruesa mostró una mayor porción de elementos por fuera del criterio de equilateralidad (ver figura 3). En la malla fina el 44 % de los ángulos de los elementos triangulares formados son de 60 grados mientras que para las mallas media y gruesa este porcentaje fue de 40 y 37 %, respectivamente. Los ángulos se distribuyeron entre 40 y 80 grados, y sólo una cantidad reducida de ellos estuvo por fuera de este rango.

En la figura 3 se presenta la distribución espacial de los ángulos de los elementos de la malla en el dominio de simulación, mientras que la figura 4 presenta la frecuencia de la amplitud de los ángulos de estos elementos triangulares en las mallas analizadas. El costo computacional de la malla fina es ostensiblemente superior a los de la malla media y gruesa, dada la mayor resolución ofrecida por esta. Ya que el criterio de calidad de la malla media es igual al de la malla fina y la distribución de los ángulos de 60 grados de ambas mallas es muy similar, se tomó como criterio de decisión para la selección de la malla el costo computacional. Finalmente, se selecciona la malla media para la aplicación del modelo pues su tiempo de procesamiento de la información es razonable.

Tabla 1. Propiedades de las mallas computacionales para la Bahía de Cartagena
Table 1. Properties of Computational Grids for Cartagena Bay

Malla	Espaciamiento (m)	Nodos	Elementos	Criterio de calidad (q)	Tiempo (horas)
Gruesa	7,6929 - 1298,4	5162	9014	0,9545	2,07
Media	7,5432 - 1051,0	7519	13551	0,9598	4,18
Fina	7,3915- 558,18	15274	28697	0,9660	7,54

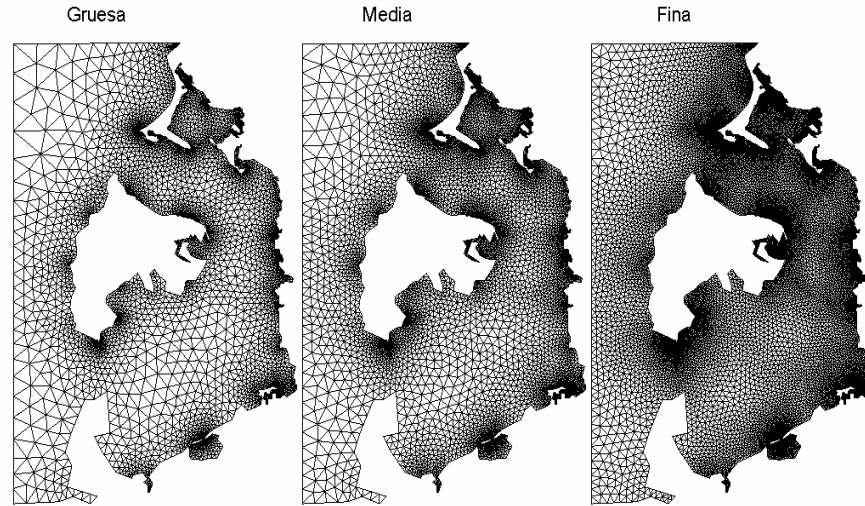


Figura 2. resolución espacial de las mallas analizadas en el estudio
Figure 2. Spatial resolution of meshes tested in the study

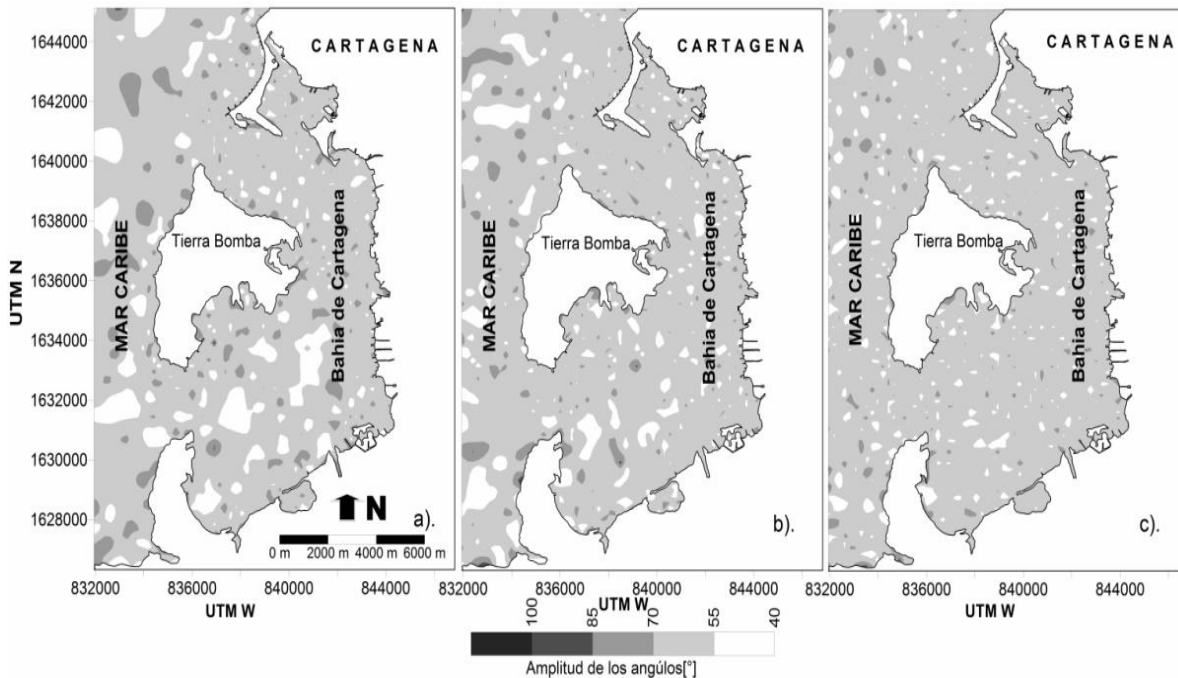


Figura 3. Distribución de la amplitud de los ángulos en el dominio. a). Malla gruesa, b). malla media, c). malla fina
Figure 3. Distribution of the amplitude of the angles in the domain. a). Coarse mesh, b). Medium mesh, c). Fine mesh

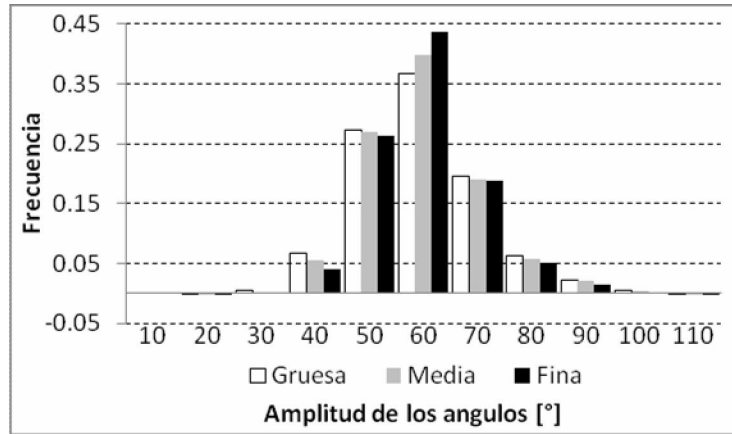


Figura 4 . Histograma de distribución de los ángulos de las mallas analizadas
Figure 4. Histogram distribution angles of tested meshes

3.2. Sensibilidad del modelo a los parámetros físicos y numéricos

Se examinó la sensibilidad del modelo al intervalo de tiempo (Δt), mediante corridas de 24 horas, con pasos de tiempo de 1, 5, 10, 20, 30 minutos, y 1 y 2 horas. Este análisis buscó identificar un valor adecuado del tamaño del intervalo de tiempo (Δt) para la discretización temporal de las simulaciones, que no comprometiera los resultados del modelo, pero que fuese lo suficientemente grande para hacer simulaciones en un tiempo computacional aceptable [19, 20]. Para pasos de tiempo superiores a una hora, el modelo presentó inestabilidad. Este análisis mostró que el paso del tiempo final debe ser inferior a una hora.

Se revisó el efecto de la rugosidad del fondo en los resultados de la modelación, variando el valor del Coeficiente de Manning entre los siguientes valores: 0,001; 0,05; 0,30; 0,50 y 0,90 constantes en el tiempo y espacio. Los resultados obtenidos verifican una clara dependencia entre los niveles de agua calculados por el modelo y la rugosidad asignada al dominio; mostrando pérdidas de energía en la elevación de la superficie del mar cuando se aumenta la rugosidad, lo cual influye en el ajuste de la amplitud y la fase de la marea simulada (ver figura 4).

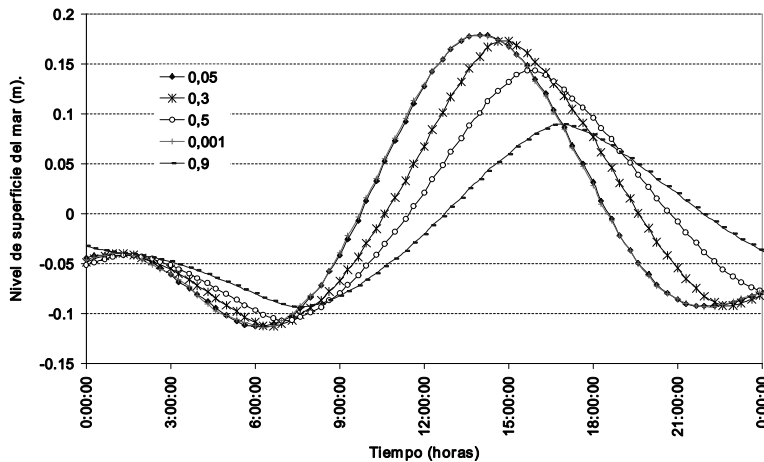


Figura 4. Análisis de sensibilidad del coeficiente de rugosidad
Figure 4. Sensitivity analysis of the roughness coefficient

Otros parámetros probados en el análisis de sensibilidad del modelo fueron la dirección y velocidad del viento, el efecto de coriolis y el coeficiente de viscosidad de torbellino. Evaluados estos, se verificó que la sensibilidad de la elevación de la superficie del mar es pequeña o nula, según los resultados del cálculo del coeficiente de sensibilidad (S_{ij}). Lenhart et al. (2002), afirma que los parámetros que presentan un coeficiente de sensibilidad mayor al 20% indican una alta sensibilidad por parte del parámetro en evaluación y pueden tener gran influencia sobre el proceso de calibración [36].

Este fue el caso del coeficiente de rugosidad de fondo, el cual presentó un coeficiente de sensibilidad del 43%.

3.3. Calibración del modelo hidrodinámico

Para la calibración se compararon datos de los resultados de las simulaciones arrojadas por el modelo y las mediciones de los niveles de agua. El error final encontrado en la fase de calibración del modelo, medido con la expresión del error de la raíz media cuadrática (RMS) fue de 19 milímetros, equivalentes a un error porcentual del 5,42% de la amplitud promedio de la marea (35 cm). La figura 5 muestra la comparación entre los niveles de agua medidos y los calculados para los períodos de tiempo utilizados en la calibración. El modelo en su calibración fue corrido durante 72 horas entre el 2 y el 5 de enero de 2000. Este periodo cubrió un ciclo completo de marea (marea viva – marea muerta – marea viva).

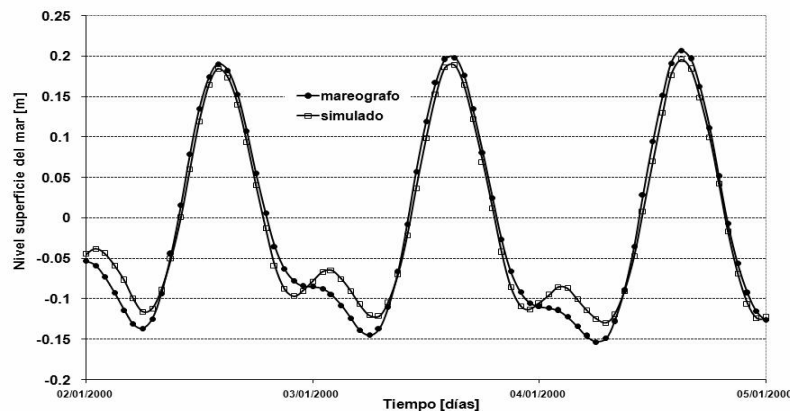


Figura 5. Resultados de la calibración del modelo
Figure 5. Results of the model calibration

Una vez el modelo represente satisfactoriamente el registro de niveles de agua, se busca que reproduzca adecuadamente el patrón de flujo (velocidades y caudales) en un ciclo completo marea ascendente – marea descendente – marea ascendente. Los valores de las velocidades medidas integradas en la profundidad se examinaron en el dominio de simulación, sin embargo, dado que no se poseen mediciones de corrientes, no fue posible verificar el acercamiento de los resultados del modelo con datos de campos de velocidades medidos. Para

corroborar el funcionamiento del modelo con respecto este parámetro, se pronosticó la amplitud y fase de los niveles de agua con la ayuda del modelo global Topex en un punto en el dominio de estudio. En este punto se compararon los resultados del modelo Topex con los del modelo de la bahía de Cartagena. (ver figura 6). Los resultados del modelo para la bahía de Cartagena son muy similares a los mostrados por el modelo Topex, el error entre estos datos calculado mediante el RMS fue de 0,08 cm/s.

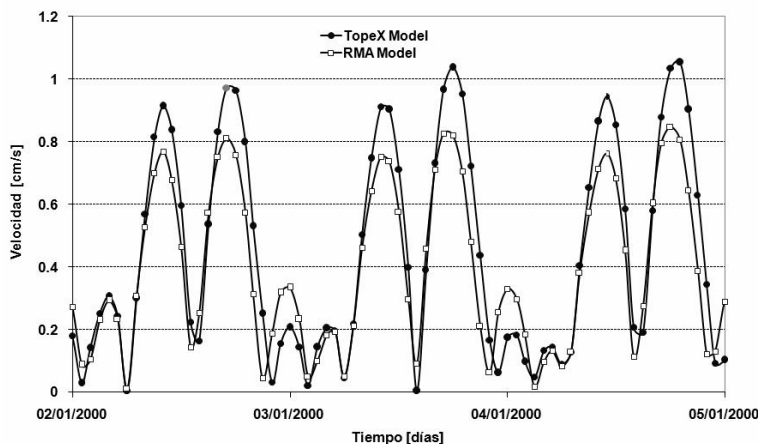


Figura 6. Resultados de la calibración del modelo con respecto a la velocidad de corriente
Figure 6. Results of the model calibration about velocity of flow

3.4. Validación del modelo

Los resultados de las simulaciones efectuadas en la validación del modelo y su comparación con las mediciones de la elevación del nivel del mar, se presentan en la figura 7. Durante la marea viva, el error medio cuadrático es de 24 milímetros, mientras que en el periodo de marea muerta es de 17 milímetros, en este último ocurrió un mejor ajuste entre el modelo y las mediciones. En general se observa que los resultados del modelo son mejores en marea alta

que en marea baja; lo cual coincide con lo observado en la etapa de calibración. El 22,68 % de los resultados del modelo coinciden exactamente con las mediciones, mientras que el 36,26 % de estos presentan una discrepancia en el rango de ± 2 cm. El 94,21 % de los datos de niveles de agua arrojados por el modelo mostraron discrepancias menores a ± 6 cm al ser comparados con las observaciones de la elevación de la superficie del agua en la bahía de Cartagena (ver figura 8).

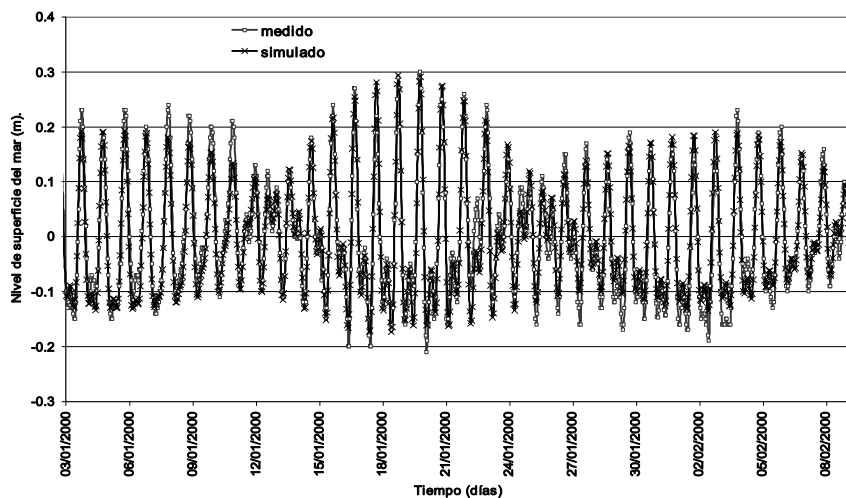


Figura 7. Validación del modelo 2d de la bahía de Cartagena
Figure 7. Validation of the 2D model of the Cartagena Bay

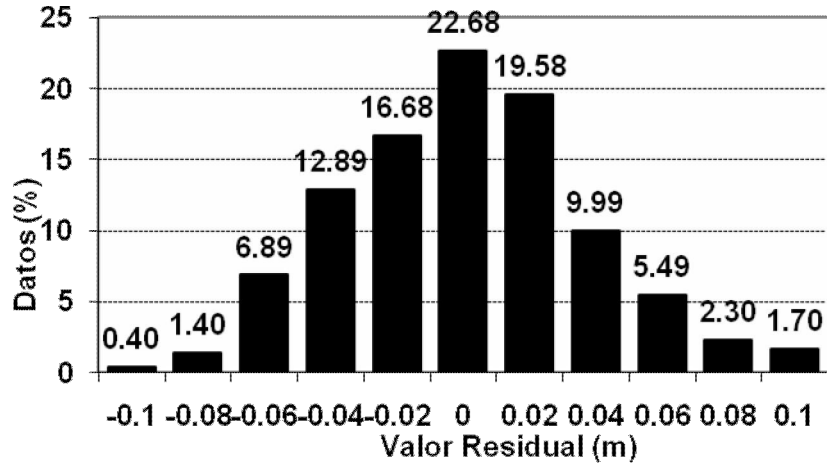


Figura 8. Distribución de frecuencia de las discrepancias entre los datos medidos y simulados
Figure 8. Frequency distribution of the discrepancies between measured and simulated data

3.3. Aplicación

El intercambio de aguas de la bahía de Cartagena con el mar abierto se realiza a través de dos estrechos, para estos se efectuó una verificación del flujo que entra y sale a la bahía de Cartagena para un ciclo de marea completa. La simulación para la marea viva inicio el 18 de enero de 2000 a las 6:00 p.m y culmino 24 horas después, mientras que la simulación de marea muerta inicio el 13 de enero a las 12:00 p.m. el

caudal total se obtuvo al integrar en la sección transversal el producto de la velocidad promediada en la profundidad y la correspondiente profundidad en cada punto de la sección transversal. Se encontró un adecuado balance de masa frente al volumen de agua que entra y sale de la bahía interna; en periodo de marea viva entran 58,73 Mm³ de agua (ver figura 9.a) a la bahía, mientras que para marea muerta entran 28,83 Mm³(ver figura 9.b).

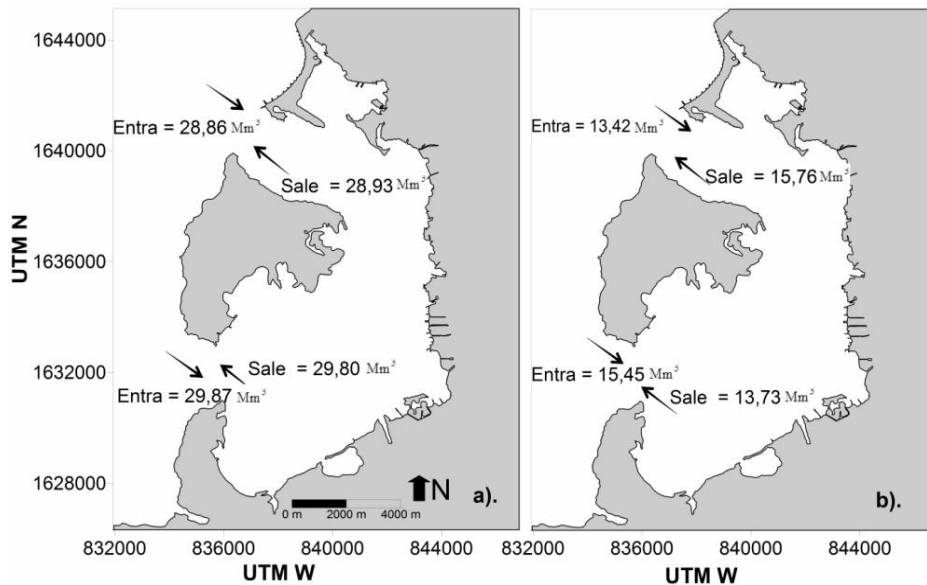


Figura 9. Volúmenes de agua (Mm³) que entra y sale de la bahía de Cartagena en diferentes condiciones de marea
Figure 9. Water volumes (Mm³) enters and leaves Cartagena Bay in different tidal conditions

4. DISCUSIÓN

La resolución de la malla tiene una relación directa con el costo computacional. A mayor número de nudos y elementos, el tiempo en producir resultados aceptables se incrementa. Para la bahía de Cartagena una adecuada resolución es esencial para capturar el fenómeno físico de la circulación inducida por los fenómenos intermareales, dado que por efecto de la entrada y salida del agua desde mar abierto a la bahía, se inducen gradientes altos de velocidades en los estrechos que se forman entre el continente y la isla de tierra bomba. Dada la cercanía de islas y estrechos a la línea costera, en la discretización del dominio mediante la generación automática de mallas no estructuradas, hay una tendencia a producir un alto número de elementos pequeños aumentando los costos computacionales. La búsqueda de la resolución adecuada debe conciliar el obtener mallas adecuadas que capturen los finos detalles de geometrías complicadas como la que se presenta en la bahía de Cartagena y la producción de costos computacionales aceptables que permitan obtener la solución del modelo numérico en tiempos razonables. Para el caso de estudio, una malla con 7519 nudos y 13551 elementos es suficiente para satisfacer estas dos condiciones.

En el análisis de sensibilidad se pretende fijar, de manera empírica, el valor de los parámetros numéricos de tal manera que se garantice que no afectarán la calidad de los resultados del modelo [19]. Se investigó la sensibilidad del modelo en función de los niveles de agua, con respecto al tamaño del intervalo de tiempo de cálculo, a la rugosidad del fondo, a la viscosidad de remolino y al viento local. Para la simulación se consideró un período de 24 horas (inicio 1 de enero de 2000 a las 12:00 a.m.). Los resultados obtenidos en los puntos de monitoreo muestran una clara dependencia entre el valor de la rugosidad del fondo y los resultados de los niveles de agua calculados por el modelo. Las diferencias fueron más significativas en las cercanías a la costa y en los estrechos que proveen el flujo de agua que entra o sale de la bahía. Los resultados del análisis de sensibilidad mostraron que para

representar adecuadamente los gradientes diferenciales de velocidad que suceden en los estrechos que comunican la bahía con mar abierto, el coeficiente de rugosidad debe ser variado localmente en estos sitios de interés. El modelo RMA permite variar espacialmente el coeficiente de rugosidad de fondo, por lo que el análisis de sensibilidad ayudó a identificar como usar apropiadamente esta cualidad del modelo. Los resultados de las simulaciones no mostraron ninguna sensibilidad por efecto de la variación del paso de tiempo, sin embargo se pudo detectar que para tiempos mayores a una hora el modelo muestra inestabilidad, produciendo cambios bruscos en los resultados de los niveles de agua, lo cual aportó luces en la necesidad de fijar el paso del tiempo con base en el criterio de estabilidad de Courant. Como se esperaba no hay diferencias significativas en los niveles de agua con respecto a los diferentes valores del coeficiente de viscosidad de torbellino, ello obedece al hecho que para el cálculo de las propiedades hidrodinámicas, el modelo de coeficiente de torbellino constante tiene poca significancia, porque en muchos cálculos, especialmente en flujos de grandes masas de agua, como es el caso de la bahía de Cartagena, los términos turbulentos en las ecuaciones de momentum no son importantes.

Por definición un modelo matemático es una reconstrucción aproximada de los procesos que suceden en la realidad. Obviamente, las aproximaciones y simplificaciones hechas pueden traer diferencias entre los resultados del modelo y los valores medidos. Para asegurar que estas diferencias sean mínimas y que el modelo reproduzca adecuadamente los procesos observados en la realidad, los resultados del modelo deben ser comparados con mediciones. En este proceso algunos parámetros deben ser refinados para lograr un mejor ajuste entre los resultados del modelo y las observaciones. En general hay muy pocas guías metodológicas para efectuar este proceso de ajuste, sin embargo, una calibración típica complementa comparaciones cuantitativas entre series de tiempo cortas de elevación de la superficie del agua o velocidades generadas por el modelo y datos de mediciones en la misma locación y periodo.

En este estudio la calibración del modelo fue desarrollada comparando series de tiempo de periodos cortos, con datos de observaciones de elevaciones del nivel de agua. El error, medido como RMS, entre los resultados del modelo y las observaciones, cuantificó la precisión del modelo. Comparaciones directas del error RMS pueden ser adoptadas para evaluar el comportamiento del modelo en el caso de los niveles de agua; cuando la amplitud y la fase de la velocidad son consideradas conjuntamente este método tiene algunas limitaciones. Se efectuó un gran número de simulaciones para mejorar el ajuste entre los datos simulados y las mediciones. Los ajustes fueron mejorados mediante el cambio de la fricción del fondo (variando el coeficiente de Manning). En las fronteras abiertas el modelo fue forzado con series de tiempo de la elevación de la superficie del agua, provistas por el modelo global de marea Topex 6.2. Las pequeñas discrepancias encontradas entre los resultados del modelo y las mediciones pueden ser debidas, además a la precisión propia del modelo global de mareas.

5. CONCLUSIONES

Un modelo hidrodinámico bidimensional fue calibrado y aplicado al flujo de agua que entra y sale en la bahía de Cartagena. Se ilustró el proceso de la discretización del dominio mediante mallas no estructuradas de elementos triangulares, los cuales tienen la propiedad de ajustarse mejor a geometrías complicadas como la existente en el dominio de simulación seleccionado. En la generación de la malla se usaron métodos automáticos para producir la misma, cuidando la equilateralidad de sus elementos. Se compararon mallas con diferentes resoluciones para finalmente seleccionar una en función de los costos computacionales y su calidad. Se efectuó un análisis de sensibilidad a los parámetros físicos y numéricos que afectan los resultados del modelo detectando aquellos que tienen mayor importancia para el funcionamiento del mismo. El modelo fue calibrado y validado comparando sus resultados con mediciones de la elevación del nivel mar. Para la información de borde se usaron series de tiempos extractadas de un modelo global de mareas.

La decisión sobre la resolución espacial adoptada consultó la escala de los procesos físicos a simular, en este caso la circulación inducida por la marea. En la bahía de Cartagena se generan mareas con amplitudes menores a 50 cm, este fenómeno puede ser fácilmente representado por una malla de resolución media (7 - 1000 m).

La calibración de modelo es una de las fases más importantes en la aplicación de un modelo hidrodinámico. Esta mostró que el modelo reproduce con mayor exactitud los niveles de agua en marea alta. Las discrepancias entre los datos medidos y los resultados de las simulaciones son mayores en marea baja. Pese a estas discrepancias el comportamiento global del modelo es aceptable. La ausencia de datos de mediciones de corriente en la bahía de Cartagena para el periodo de calibración no permitió conocer el acercamiento del modelo a mediciones de este parámetro. Ante esta falencia se recurrió a la ayuda del modelo global de marea Topex. La utilización de modelos globales de marea es una buena opción en la calibración hidrodinámica ante la falta de datos de mediciones de niveles de agua y corrientes.

Se encontró que las condiciones de frontera tienen un efecto determinante en los resultados del modelo y por consiguiente se les debe prestar una atención especial en el proceso de la calibración del modelo computacional. Para nuestro caso sólo se contaban con series de tiempos horarias en las fronteras abiertas del modelo, esto influyó en el parámetro Δt por que para tiempos inferiores a 1 hora, el modelo no mostró estabilidad. En la aplicación del modelo hidrodinámico se encontró que en el periodo de marea muerta entra a la bahía la mitad del volumen de agua que pasa en marea viva. Este análisis se efectuó sin considerar los aportes de agua dulce del canal del dique.

REFERENCIAS

- [1] HSU M., KUO A., KOU J., LIU W. Procedure to calibrate and verify numerical models of stuarine hydrodynamics. *Journal of hydraulic engineering.*, 125 n 2 pp 166-181. 2000.

- [2] SINCOCK A. M., WHEATER S. Y. WHITEHEAD G. Calibration and sensitivity analysis of a river water quality model under unsteady flow conditions. *Journal of Hydrology* 277 pp. 214–229. 2003.
- [3] WHEATER, H.S., JAKEMAN, A.J., BEVEN, K.J. Progress and directions in rainfall-runoff modelling. *Modelling Change in Environmental Systems*, Wiley, New York, pp. 101–132. 1993.
- [4] WHEATER, H.S., BECK, M.B. Modelling upland stream water quality: process identification and prediction uncertainty. In: Trudgill, S., (Ed.), *Solute Modelling in Catchment Systems*, Wiley, New York, pp. 305–324. 1995.
- [5] WAGENER, T., BOYLE, D.P., LEES, M.J., WHEATER, H.S., GUPTA, H.V., SOROOSHIAN, S. A framework for the development and application of hydrological models. *Hydrology and Earth System Sciences* 5 (1). 2001.
- [6] PALACIO T. C. Metodología para la validación de modelos Hidrodinámicos utilizando amplia información de campo: Aplicación a la bahía Melford en la costa del mar del Norte alemán. *Disertación Doctoral*. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. 2002.
- [7] TORO, F.M. Verification of the CCHE – 3D Hydrodynamic Model for Open Channel Flow. Ph. D. Dissertation, The University of Mississippi. 1994.
- [8] SCHWIDERSKI, E.W. On charting global ocean tides. *Reviews of Geophysics and Space Physics* 18, 243–268. 1980.
- [9] EGBERT, G.D., BENNETT, A.F., FOREMAN, M.G.G. TOPEX/ POSEIDON tides estimated using a global inverse model. *Journal of Geophysical Research* 99, C12, 24821–24852. 1994.
- [10] ANDERSEN, O.B., WOODWORTH, P.L., FLATHER, R.A. Intercomparison of recent ocean tide models. *Journal of Geophysical Research* 100, 25261–25282. 1995.
- [11] SHUM, C.K., WOODWORTH, P.L., ANDERSON, O.B. Accuracy assessment of recent ocean tide models. *Journal of Geophysical Research* 102, 25173–25194. 1997.
- [12] RAY, R.D. A global ocean tide model from TOPEX/ POSEIDON altimetry: GOT99.2, NASA/TM-1999-209478. 1999.
- [13] DESAI, S.D., WAHR, J.M. Empirical ocean tide models estimated from TOPEX/POSEIDON altimetry. *Journal of Geophysical Research* 100, 5205–5228. 1995.
- [14] EGBERT, G.D. Tidal data inversion: interpolation and inference. *Progress in Oceanography* 40, 53–80. 1997.
- [15] KANTHA, L.H., Barotropic tides in the global oceans from a nonlinear tidal model assimilating altimetric tides, 1, Model description and results. *Journal of Geophysical Research* 100, 25283–25308. 1995.
- [16] Le PROVOST, C., LYARD, C.F. A hydrodynamic ocean tide model improved by assimilating a satellite altimeter-driven data set. *Journal of Geophysical Research* 103 (C3), 5513–5529. 1998.
- [17] YU, N., SHUM, C.K., MORRIS, C., PARKE, M. Accuracy assessment of ocean tide models in coastal regions, American Geophysical Union Fall Meeting, San Francisco, California, December 13-17. 1999. Available: (http://geodesy.eng.ohiostate.edu/coastal_tide/ES_IP_tide.pdf) [citado 20 marzo de 2009].
- [18] KANG, S.K. Fine grid tidal modeling of the Yellow and East Seas. *Continental Shelf Research* 18, 739–772. 1998.
- [19] HE Y., LUB X., QIUA Z., ZHAOC J. Shallow water tidal constituents in the Bohai Sea and the Yellow Sea from a numerical adjoint model with TOPEX/POSEIDON altimeter data

- Continental Shelf Research 24 1521–1529. 1998. 2004.
- [20] LEFEVRE, F., LE PROVOST, C., LYARD, F.H. How can we improve a global ocean tide model at a regional scale? A test on the Yellow Sea and East China Sea. *Journal of Geophysical Research* 105 (C4), 8707–8725. 2000.
- [21] TUCHKOVENKO S., LONIN S. Mathematical model of the oxygen regime of Cartagena Bay. *Ecological Modelling* 165 91–106. 2003.
- [22] USACE, User's guide to RMA2-WES, Version 4.3, U.S. Army Corps of Engineers – Water Ways Experimental Station Hydraulics Laboratory, Vicksburg, Miss., EEUU. 1997.
- [23] CORRAL M., POZZI C., PLENCOVICH G., HILLMAN G., PAGOT M., RODRÍGUEZ A., ORONÁC. Modelación hidrodinámica con apoyo satelital de la circulación en la laguna mar chiquita MECOM 2005 – VIII congreso argentino de mecánica computacional. 2005.
- [24] HOYOS R. I. C. Modelo Hidrodinámico preliminar de las bahías de Sapzurro y Capurganá, Darién Colobiano. Tesis de grado Universidad de Antioquia Facultad de Ciencias exactas y Naturales. 2007.
- [25] PERSSON, P. O. STRANG G., A Simple Mesh Generator in MATLAB. *SIAM Review*, Volume 46 (2), pp. 329-345, 2004.
- [26] HANERTA E., LE ROUXC D., LEGATB V. AND DELEERSNIJDERA E., An efficient Eulerian finite element method for the shallow water equations *Ocean Modelling* 10 (2005) 115–136. 2005.
- [27] GARCÍA, F., PALACIO. C., GARCÍA U. Generación de mallas no estructuradas para la implementación de modelos numéricos. *DYNA*, Año 76, Nro. 157, pp. 17-25. 2009.
- [28] FIELD, D. Qualitative measures for initial meshes, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47. pp. 887–906, 2000.
- [29] YANG Z. Y HAMRICK J. Optimal control of salinity boundary condition in a tidal model using a variational inverse method. *Estuarine, Coastal and Shelf Science* 62 13–24. 2005.
- [30] ORLOB, G. T. *Mathematical modeling of water quality: Streams, lakes and reservoirs*. New York: JOHN WILLEY & SONS. 1983.
- [31] VANDENBERGHE V. BAUWENS W. Y VANROLLEGHEM P.A. Sensitivity Analysis to Identify 'Soft Data' for the Evaluation of a River Water Quality Model American Geophysical Union, Fall Meeting 2004, abstract #H12C-06. 2004.
- [32] PAWLOWICZ R., BEARDSLEY B., LENTZ S. Classical tidal harmonic analysis including error estimates in MATLAB using T TIDE *Computers & Geosciences* 28 929–937. 2002.
- [33] GODIN, G. The analysis of tides and currents. In: Parker, B.B (Ed.), *Tidal Hydrodynamics*. Wiley, New York, pp. 675–709. 1991.
- [34] FOREMAN, M.G.G., NEUFELD, E.T. Harmonic tidal analyses of long time series. *International Hydrographic Review* 68 (1), 85–108. 1991.
- [35] DITMARS J., ADAMS E., BEDFORD K. y FORD D. Performance evaluation of surfaces water transport and dispersion model. *Journal of Hydraulic engineering*, vol 113, 8 pp 961-980. 1987.
- [36] LENHART, T.; ECKHARDT, K.; FOHRER, N.; FREDE, H. G. Comparison of two different approaches of sensitivity analysis. *Physics and Chemistry of the Earth*, n. 27, p. 645-654, 2002.