



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Reflexiones de los maestros sobre la enseñanza de la  
Probabilidad en primaria a partir de las Actividades  
Orientadoras de Enseñanza y el Juego**

Autoras:

Viviana Andrea Márquez Mosquera

Isabel Cristina Olea Isaza

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación, Departamento de

Educación Avanzada



Reflexiones de los maestros sobre la enseñanza de la Probabilidad en primaria a partir de las  
Actividades Orientadoras de Enseñanza y el Juego

**Viviana Andrea Márquez Mosquera**

**Isabel Cristina Olea Isaza**

Trabajo de profundización presentado como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Educación**

Aseñora:

Soraya Isabel García Múnera

Línea de Investigación:

Enseñanza de la Matemática

Grupo de Investigación:

MES

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

Universidad de Antioquia

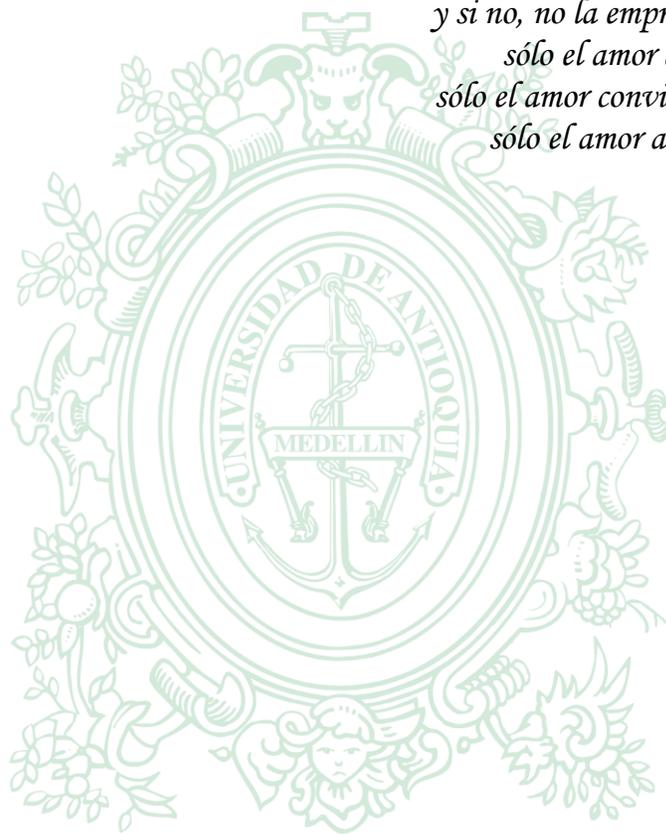
Facultad de Educación, Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2018

*El maestro como escultor es una metáfora perfecta, por eso, la única dedicatoria posible para este trabajo, es al maestro; que como principio, tendrá que amar al alumno. Como dice Silvio Rodríguez:*

*“Debes amar la arcilla que va en tus manos  
debes amar su arena hasta la locura  
y si no, no la emprendas que será en vano  
sólo el amor alumbra lo que perdura  
sólo el amor convierte en milagro el barro  
sólo el amor alumbra lo que perdura”*



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Agradecimientos

Los maestros de la básica primaria de la I.E Cristóbal Colón no sólo son los protagonistas de este trabajo, también tomaron un poco del tiempo de sus seres amados, para permitirnos, y permitirse investigar, ahondar en las cuestiones más complejas de su diario vivir.

El permanente acompañamiento de la Universidad de Antioquia fue decisivo para iniciar y culminar este proyecto de profundización, y a través de las voces de sus maestros, permitió sembrar las bases para desarrollar investigación educativa, siempre desde la perspectiva humanista.

Las voces particulares de las maestras Sandra Cadavid y Luz Adriana Cadavid, iluminaron las sendas cuando el panorama se tornó profundamente oscuro.

El grupo (MES) Matemáticas, Educación y Sociedad; proporcionó la orientación teórica pertinente y la confrontación necesaria.

A nuestras amadas familias, que comprendieron, sin comprender mucho, por qué nos ausentábamos con frecuencia, y a pesar de todo, fueron motor y soporte.

A nuestros queridos amigos y colegas, que encontraron siempre las palabras estimulantes para reconocer en este proceso toda una oportunidad formativa.

El programa de becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional facilitó, sin duda, que fuera posible esta cualificación académica.

## Resumen

El pensamiento probabilístico permite que los estudiantes se enfrenten de una manera más efectiva y segura a la toma de decisiones, logren manejar situaciones de incertidumbre y desarrollen un tipo de pensamiento que les ayude a ver más allá de lo aparente.

La perspectiva histórico-cultural y el enfoque crítico-dialéctico enmarcan este trabajo de profundización, y analiza cómo a través del marco teórico y metodológico denominado Actividades Orientadoras de Enseñanza (AOE), un colectivo de maestros de básica primaria de la Institución Educativa Cristóbal Colón de Medellín, logró hacer una movilización a la enseñanza de la Probabilidad mediante la apertura de espacios formativos y reflexiones pedagógicas sobre su enseñanza.

A través de la triangulación de la información se establecieron las categorías: Cómo la reflexión de los maestros sobre las AOE posibilita el fortalecimiento disciplinar de la Probabilidad, Cómo el juego es una potente estrategia de enseñanza y a la vez, una oportunidad para la socialización, y Cómo los aprendizajes de los maestros en el espacio formativo movilizan la enseñanza de la Probabilidad. Los encuentros posibilitaron que los maestros reflexionaran sobre la enseñanza de la Probabilidad desde las AOE y el juego, como estrategias mediadoras que dinamizan su formación profesional, al mismo tiempo que motivan y genera interés en los estudiantes.

**Palabras-Clave:** Enseñanza – Probabilidad - Actividades Orientadoras de Enseñanza (AOE) - Básica Primaria.

## Abstract

Probabilistic thinking allows students to face in a more effective and safe way to make decisions, manage situations of uncertainty and develop a type of thinking that helps them see beyond the apparent.

The historical-cultural perspective and the critical-dialectical approach frame this deepening work, and analyze how, through the theoretical and methodological framework known as Orientation Activities of Teaching (TOA), a group of elementary school teachers from the Cristóbal Colón Educational Institution of Medellín, managed to make a mobilization to the teaching of the Probability by means of the opening of formative spaces and pedagogical reflections on its education.

Through the triangulation of information, the categories were established: How the teachers' reflection on the TOA makes possible the disciplinary strengthening of the Probability, How the game is a powerful teaching strategy and at the same time, an opportunity for socialization, and How the learning of teachers in the training space mobilizes the teaching of Probability. The meetings allowed the teachers to reflect on the teaching of Probability from the AOE and the game, as mediating strategies that boost their professional training, while motivating and generating interest in the students.

**Keywords:** Teaching- Probability - Teaching Orientation Activities (TOA) - Primary

Basic

## Índice

|  |    |
|--|----|
| Agradecimientos .....  | 4  |
| Resumen .....  | 5  |
| Abstract.....  | 6  |
| Índice.....  | 7  |
| Análisis del contexto y justificación .....  | 11 |
| Sobre el pensamiento aleatorio en la escuela.....  | 11 |
| Sobre la formación en estadística de los maestros. ....  | 13 |
| Sobre la necesidad de la formación continua de los maestros. ....  | 15 |
| La Institución Educativa Cristóbal Colón: Escenario de Investigación.....  | 16 |
| Antecedentes .....   | 17 |
| Estudios sobre la comprensión de la aleatoriedad y la Probabilidad en futuros docentes de primaria.....                    | 18 |
| Estudio sobre resultados en la comprensión de la Probabilidad en maestros en ejercicio después de un taller formativo..... | 19 |
| Estudios alrededor de las Actividades Orientadoras de Enseñanza .....  | 20 |
| Planteamiento del problema .....   | 23 |
| Objetivos .....  | 26 |
| Marco conceptual .....   | 27 |
| Enfoque Disciplinar .....  | 27 |
| Orígenes y desarrollo del concepto de Probabilidad.....  | 27 |
| Aleatoriedad y Probabilidad.....   | 28 |
| Probabilidad Frecuencial.....  | 30 |

|  |           |
|--|-----------|
| Probabilidad de Laplace.....   | 31        |
| Enfoque Pedagógico.....  | 32        |
| Actividades Orientadoras de Enseñanza.....   | 35        |
| El maestro y la práctica reflexiva.....  | 38        |
| El juego como forma particular de la actividad humana.....   | 40        |
| Diseño metodológico.....   | 44        |
| Estrategia.....  | 45        |
| Técnicas e instrumentos.....   | 47        |
| Guías para los maestros.....   | 50        |
| Guías de las entrevistas.....  | 58        |
| Otros insumos para la obtención y extensión de la información.....   | 59        |
| Descripción de los espacios formativos.....  | 62        |
| Análisis de la información.....  | 68        |
| Unidades de análisis.....  | 69        |
| Categorías de análisis.....  | 69        |
| Reflexiones preliminares.....  | 72        |
| De cómo la reflexión de los maestros sobre las AOE posibilita el fortalecimiento disciplinar de la Probabilidad..... | 74        |
| De cómo el juego es una potente estrategia de enseñanza y a la vez, una oportunidad para la socialización.....       | 87        |
| <i>Algunas propuestas para el aula.....</i>  | <i>99</i> |
| Conclusiones.....  | 109       |
| Anexos. Consentimiento informado de docentes participantes.....  | 112       |

|                  |     |
|------------------|-----|
| Referencias..... | 113 |
|------------------|-----|

### Tabla de ilustraciones

|   |    |
|---|----|
| Ilustración 1: Esquema de las AOE según Moura, 2010 ..... | 47 |
| Ilustración 2: El cuestionario .....                      | 51 |
| Ilustración 3: El último gana .....                       | 52 |
| Ilustración 4: El problema de Monty Hall .....            | 52 |
| Ilustración 5: Tabla de apoyo juego con dados .....       | 53 |
| Ilustración 6: Gana otro carro .....                      | 54 |
| Ilustración 7: Registro apuesta ventajosa .....           | 55 |
| Ilustración 8: Instrumento apuesta ventajosa .....        | 55 |
| Ilustración 9: Quién gana en el parque .....              | 56 |
| Ilustración 10: Vamos al hipódromo .....                  | 57 |
| Ilustración 11: Guía de las entrevistas .....             | 58 |
| Ilustración 12: Plegables .....                           | 59 |
| Ilustración 13: Formato estrategia SQA.....               | 60 |

|   |     |
|---|-----|
|   | 10  |
| Ilustración 14: Formato consentimiento informado .....                              | 61  |
| Ilustración 15: Esquema de los encuentros formativos .....                          | 65  |
| Ilustración 16: AOE en la planeación de aula .....                                  | 67  |
| Ilustración 17: Esquema de categorías y unidades de análisis .....                  | 70  |
| Ilustración 18: Producción de los docentes al cuestionario .....                    | 78  |
| Ilustración 19: Apuestas de los docentes en el hipódromo .....                      | 83  |
| Ilustración 20: Espacio muestral del juego del hipódromo .....                      | 85  |
| Ilustración 21: Docente construyendo espacio muestral del juego del hipódromo ..... | 85  |
| Ilustración 22: Maestros jugando “gana otro carro” .....                            | 88  |
| Ilustración 23: Tablero del juego del hipódromo .....                               | 90  |
| Ilustración 24: Recursos para el juego “Quién gana en el parque” .....              | 93  |
| Ilustración 25: Propuesta del juego concéntrese .....                               | 101 |
| Ilustración 26: Propuesta de la elección del personero .....                        | 102 |
| Ilustración 27: Organizadores gráficos propuestos por los maestros .....            | 105 |
| Ilustración 28: Organizadores gráficos sobre AOE .....                              | 107 |

## Análisis del contexto y justificación

### Sobre el pensamiento aleatorio en la escuela

Una de las maneras de reconocer los alcances que ha tenido la humanidad en el dominio de la naturaleza es tal vez la conquista del espacio, y aunque las ambiciones políticas subyacen en los esfuerzos de los Estados por el fortalecimiento de la ciencia, no se puede desconocer la gran importancia de la formación matemática en el desarrollo científico de los mismos.

Después de que la Unión Soviética lanzara el Sputnik 1 en 1957, Estados Unidos, que en ese entonces lideraba el bloque occidental-capitalista de la Guerra Fría, se preocupó por el fortalecimiento del poder político que los rusos podrían tener a partir de los avances científicos logrados, e iniciaron una renovación curricular de la enseñanza de las ciencias y las matemáticas que se caracterizaba por el énfasis en las estructuras abstractas y la profundización en el rigor lógico. Esta medida enfocó su atención en la teoría de conjuntos y el álgebra, pero en detrimento de la geometría, el pensamiento espacial, la ausencia de problemas interesantes y ejercicios muy cercanos a la tautología y el reconocimiento de nombres (Ministerio de Educación Nacional, [MEN], 1998).

En consonancia con dicha reforma Colombia promulgó el decreto 1710 de 1963 que establecía los programas para primaria diseñados con el estilo de objetivos generales y objetivos específicos conductuales, propios de la época, y en ese mismo estilo se diseñó el decreto 080 de 1974 para los programas de secundaria (MEN, 1998).

En esa línea, la medida no tuvo los resultados esperados, fueron contraproducentes para los programas de formación en la educación y en los años 70's inició un debate entre los que

estaban a favor de la nueva matemática y otro grupo representativo que exigía el regreso a lo básico (las cuatro operaciones con enteros, fraccionarios y decimales). Sólo hasta 1978, tras la contratación del profesor Carlos Eduardo Vasco como asesor del Ministerio, se llevó a cabo la Renovación Curricular que se enfocaba en el abordaje de los aspectos de la matemática como sistemas, y no como conjuntos; donde se propuso el acercamiento a las matemáticas desde los sistemas numéricos, geométricos, métricos, estadísticos y lógicos. De esta manera, el Enfoque de Sistemas de la Renovación Curricular sirvió de base para la construcción de los Lineamientos Curriculares que hoy orientan la educación matemática a nivel nacional, en los cuales aparece por primera vez el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en la formación básica (MEN,1998).

Así, la integración de la enseñanza de la Probabilidad en el currículo de matemáticas para el nivel de básica primaria, es relativamente nuevo en Colombia. Los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias (MEN,2006), y más recientemente los Derechos Básicos de Aprendizaje versión 2 (MEN, 2016); han incluido la enseñanza de la Probabilidad desde el grado segundo de primaria en el marco del pensamiento aleatorio y sistemas de datos (MEN 1998). En este sentido, la actualización curricular es una tarea continua de las instituciones educativas, sin embargo, dicho proceso aparece como un elemento operativo donde las reflexiones alrededor de la enseñanza y evaluación por competencias, y la enseñanza de las matemáticas desde los cinco pensamientos; son una característica curricular solo de referencia, y se hace oportuno y necesario que se evidencie en las prácticas de aula.

### **Sobre la formación en estadística de los maestros.**

Los currículos escolares deben ser dinámicos para responder a las necesidades sociales de los contextos en los que se inscriben, y en ese sentido, el maestro aparece como un mediador entre los documentos institucionales y los aprendizajes de los estudiantes. El maestro se enfrenta a los constantes cambios que van desde los planes de estudio hasta las estrategias de enseñanza, pues no sólo las necesidades sociales van cambiando, sino que las generaciones de estudiantes muestran intereses y comportamientos diversos que exigen generar cambios en la escuela. Recientemente, a esto se agrega la transformación en el enfoque de la enseñanza por logros, a la enseñanza por competencias.

Estas actualizaciones tendrían que ir acompañadas de la formación continua de los maestros, pues las exigencias curriculares traen de fondo no sólo nuevos enfoques conceptuales, sino también cambios inherentes en las prácticas de aula y la didáctica. Por ejemplo, en el caso de la de Renovación curricular de los años 70's (MEN, 1998), el maestro de matemáticas es quien asume la enseñanza estadística generando una modificación en su identidad, debido no solo a su formación inicial, sino al poco conocimiento acerca de este pensamiento. Además, los maestros que enseñan estadística, lo hacen más atendiendo a su sentido común que a una reflexión profunda de las potencialidades de la estadística en la clase y de lo que representa este nuevo elemento del currículo (Zapata, 2009).

Según (González, 2014), en las pocas clases donde se enseña estadística, no parece existir diferencia en las temáticas, ni en la profundidad con la que se abordan los diversos niveles educativos. Al comparar la estadística enseñada en la básica primaria, secundaria y media vocacional no se nota diferencia sustancial.

Desde el punto de vista curricular, en Colombia la enseñanza de la Probabilidad en primaria está orientada desde el año 1998 en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), y lo justifica en el hecho de que el carácter globalizante de la Probabilidad y la estadística ayudan en la comprensión de algunos fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias, donde a través del tratamiento de situaciones no deterministas, se llegue a establecer modelos de Probabilidad para la toma de decisiones y posteriores predicciones. A través del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, se favorece el estudio de la Probabilidad como andamiaje matemático para el manejo acertado de la incertidumbre.

Igualmente, en los Estándares Básicos de Competencias EBC (MEN, 2006) sugieren que al terminar el segundo grado los estudiantes: expliquen, desde su experiencia, la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos, y predigan si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro. En ese sentido, se espera que los estudiantes al terminar el grado quinto conjeturen y pongan a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos, y a su vez, resuelvan y formulen problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. Sin embargo, muchos profesores de educación primaria tienen poca o ninguna preparación para enseñar Probabilidad, provocando que, en algunos casos, ésta se omita. Asimismo, en los casos en que se aborda, se reduce a la enseñanza de fórmulas, dejando de lado la experimentación con fenómenos aleatorios y la resolución de problemas (Vásquez y Alsina, 2015).

El abordaje de la Probabilidad en primaria está en desarrollo, y como se ha nombrado a lo largo del texto, los maestros pocas veces lo integran a sus prácticas de aula porque es un tema nuevo en los currículos y sólo hasta ahora se está evidenciando su importancia. En este punto

surgen algunas preguntas, por un lado, si los docentes en ejercicio no fueron formados para la enseñanza de Probabilidad, ¿es necesario acudir a instituciones de educación formal para profundizar en estos conocimientos?, ¿qué estrategias de formación pueden emplearse para garantizar la formación continua frente al tema de Probabilidad de los docentes en ejercicio?, o ¿puede darse esta formación en las mismas instituciones educativas y entre los mismo maestros?

### **Sobre la necesidad de la formación continua de los maestros.**

Desde diferentes escenarios hay bastantes esfuerzos que buscan garantizar una educación de calidad, y esa calidad no se tendría que soportar únicamente en la cantidad y profundidad de los aprendizajes, sino además articularlos con la equidad y la justicia. En una conferencia pronunciada en la Universidad Eafit llamada Siete Retos de la Educación Colombiana para el período de 2006 a 2019 (Vasco, 2006), postula la necesidad de articular la excelencia con la calidad. Sugiere para esto afrontar seis elementos de manera simultánea: los estándares, las pruebas, la formación continuada y permanente de los docentes, la dotación escolar y los planes de mejoramiento, pero con planes de apoyo al mejoramiento. Para el pedagogo, el Círculo de la Calidad centrado en sólo tres de los seis elementos mencionados (estándares, pruebas y planes de mejoramiento), seguirá ahondando las brechas entre los colegios públicos y privados.

En este punto, se empieza a destacar la importancia de la formación continua de los docentes en el contexto colombiano, emerge la necesidad de articular la evaluación por competencias con la enseñanza por competencias, sin dejar de reconocer que los aspectos pedagógicos del docente están necesariamente articulados al conocimiento disciplinar o matemático con que cuenta, tanto desde su formación inicial como en el intercambio generado por la experiencia y con sus compañeros.

### **La Institución Educativa Cristóbal Colón: Escenario de Investigación.**

La Institución Educativa Cristóbal Colón tiene alrededor de 1300 estudiantes, sin embargo, son pocos los que pertenecen al barrio Santa Mónica, sector aledaño a la institución; sus estudiantes son en su mayoría habitantes de los barrios, Las Independencias, La América, Santa Lucía, Barrio Cristóbal, 20 de julio y Belencito Corazón. Hace aproximadamente 75 años surgió la institución en una casa del barrio La América e impartía sólo enseñanza en preescolar y primaria, y hasta 1957 se trasladó a la sede actual en el barrio Santa Mónica, donde hoy funciona en la modalidad de Jornada Única (JU) para los niveles de transición a noveno, décimo y undécimo. También ofrece la modalidad de media técnica en convenio con el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA).

Desde el año 2013 el establecimiento educativo cuenta con la estrategia del Programa Todos a Aprender, que enfatiza en el acompañamiento a los docentes de Lenguaje y Matemáticas que ofrecen enseñanza en los niveles de preescolar y básica primaria. El programa desarrolla algunos componentes como: Acompañamiento de Aula (AA), Seguimiento a los Aprendizajes (SA), Sesiones de Trabajo Situado (STS), Comunidades de Aprendizaje (CDA), Plan de Integración de los componentes curriculares (PICC), entre otros componentes con el objeto de aportar al mejoramiento de la calidad educativa y la articulación de los referentes de calidad a las prácticas de aula. Es desde la figura de tutoras del programa como ha existido un acercamiento a la realidad de las aulas de clase y se hace viable la participación en el proyecto de profundización.

La Institución Educativa Cristóbal Colón centra su filosofía en tres grandes pilares: Humanismo, Conocimiento y Proyección. La práctica del humanismo se representa en el

constante compromiso del ser humano por interiorizar la tolerancia, la solidaridad y la justicia desde el ejercicio de la libertad hacia la riqueza espiritual y socio-afectiva. El conocimiento hace referencia a los principios que rigen los derechos y deberes, la defensa de la vida como valor fundamental, el respeto por la dignidad humana y la formación permanente en aspectos culturales, sociales, políticos, económicos, ambientales, deportivos y académicos que conlleven a la búsqueda de la paz y la armonía en sociedad (Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2015).

Así, el proyecto de profundización adelantado en la Institución Educativa Cristóbal Colón, permitela coherencia entre los planteamientos ideológicos institucionales y la propuesta del proyecto de profundización, donde se privilegia el humanismo en la interacción con los docentes mediante diálogos y reflexiones, pero además se construye conocimiento a través de las experiencias del grupo de maestros convocados.

### **Antecedentes**

Los estudios de la doctora (Zapata, 2009) han hecho hincapié en las características y formación disciplinar del profesor que enseña estadística, recursos y metodologías en general; aunque aún son escasos los informes que describan de manera específica cómo se ha desarrollado la enseñanza de las Probabilidades en primaria y las reflexiones de los maestros al respecto. Algunos de los estudios hallados frente a la enseñanza de la Probabilidad, revelan que una de las principales dificultades tiene que ver con las concepciones de los maestros sobre el tema, esto es, el punto de vista disciplinar, y, por consiguiente, el conocimiento pedagógico del contenido.

A continuación, se presentan los antecedentes que describen algunos estudios sobre la formación de futuros maestros de educación primaria y analizan el grado de conocimiento disciplinar y pedagógico que éstos tienen frente al tema de interés del presente trabajo de profundización. De igual forma, se presentan algunos ejercicios de investigación que se enfocan en el diseño, construcción y validación de instrumentos de evaluación que determinen el conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria, y otro que compara la evolución del razonamiento probabilístico en un taller formativo.

### **Estudios sobre la comprensión de la aleatoriedad y la Probabilidad en futuros docentes de primaria**

Según los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) una distinción clara entre sucesos aleatorios y sucesos deterministas es definitiva para una posterior comprensión de la Probabilidad. Así, en el trabajo denominado *Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la Probabilidad: un estudio exploratorio*; (Batanero, Contreras, Gómez y Serrano, 2015) evalúan qué elementos del Conocimiento Matemático Común, conocimiento matemático especializado y del conocimiento del contenido y los estudiantes; poseen los maestros con respecto a la Probabilidad. Esta categorización se basa en el modelo Conocimiento Didáctico Matemático según (Godino y Pino-Fan, 2013) y el modelo MKT de (Loewenberg Ball, Hoover Thames, y Phelps, 2008).

La investigación no se reduce a la identificación de las características conceptuales de los maestros sobre la Probabilidad (Conocimiento Matemático Común y Conocimiento Especializado), indaga también por el conocimiento pedagógico del contenido, o en palabras de los autores, el conocimiento del contenido y de los estudiantes. El instrumento de análisis fue un

cuestionario dividido en dos partes, la primera buscó identificar el conocimiento común del contenido (sesgo de equiprobabilidad, comprensión del juego equitativo y la capacidad para estimar la ganancia requerida para convertirlo en equitativo, y la capacidad de comparación de Probabilidades); y la segunda parte, da cuenta del conocimiento matemático del profesor usado en la resolución de problemas profesionales o evaluando a sus estudiantes.

Los resultados de los estudios antes mencionados mostraron que si bien se observa un bajo razonamiento probabilístico, ubicándolos en un nivel medio-bajo, los maestros en general lograron identificar y explicar las respuestas incorrectas de alumnos ficticios. Aportando por lo tanto, al trabajo de profundización al llevar a los maestros a reflexionar sobre los niveles de desempeño y dominio de la Probabilidad para luego ser enseñada en sus aulas de clases con experiencias del contexto mismo de los estudiantes, no como maestros aislados sino como pertenecientes a una Institución Educativa.

### **Estudio sobre resultados en la comprensión de la Probabilidad en maestros en ejercicio después de un taller formativo**

Si el maestro debe tener presente en la enseñanza ciertas condiciones didácticas, la propia formación del maestro podría estar fundamentada en los mismos principios, pues la manera de enseñar se relaciona con la manera en que los maestros aprendieron. Esta premisa la asume (Jaworski, 2006) cuando afirma que

...si queremos que los estudiantes construyan su conocimiento en forma activa, resolviendo problemas e interactuando con sus compañeros en la clase, las actividades

presentadas a los profesores también deben basarse en el enfoque constructivista y social del aprendizaje (p.186).

La investigación llamada: Razonamiento Probabilístico de Profesores y su Evolución en un Taller Formativo, diferencia, entre el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento del contenido pedagógico, lo que puede anteceder las intencionalidades de proyecto de profundización cuando pretende que dentro de un espacio formativo los maestros movilicen la enseñanza de la probabilidad en primaria con sus reflexiones y el juego.

De otro lado, el contenido pedagógico hace necesario la adaptación al contexto de los estudiantes guardando una relación directa en la forma como éste será enseñado, sin perder el toque especial que el maestro imprime al conocimiento para poder ser recreado y apropiado por parte de los estudiantes (Jaworski, 2006). La investigación propone las paradojas como herramienta didáctica en la formación de profesores, pues apoyan la premisa inicial de que construyen su conocimiento de forma activa en lo que tiene que ver con el conocimiento matemático; pero también las soluciones erróneas facilitan el análisis de conceptos involucrados en las soluciones de problemas paradójicos, lo que tiene que ver con el conocimiento pedagógico y con esas situaciones particulares que el maestro puede proponer en el aula de clase como mediación para lograr la enseñanza.

### **Estudios alrededor de las Actividades Orientadoras de Enseñanza**

Las Actividades Orientadoras de Enseñanza (AOE), tienen una de las características más relevantes en la pedagogía contemporánea, pues articulan la necesidad de la enseñanza desde un punto de vista histórico-cultural, con la construcción colectiva del conocimiento (Moura, 2011).

En el marco del presente trabajo de profundización se consultan diversas fuentes que permiten identificar antecedentes que afirman el enfoque disciplinar y el enfoque pedagógico; sin embargo, se resaltan importantes hallazgos de trabajos de grado y disertaciones sobre las AOE, que son de vital importancia para la elaboración de este estudio.

En primer lugar, el trabajo denominado: *Movilización del sentido Personal del profesor que enseña matemáticas sobre su Actividad Pedagógica desde y, para las Actividades Orientadoras de Enseñanza*. Aquí, (Pérez y Jaramillo, 2013) posicionándose en la perspectiva Socio-Cultural de la educación, y la Teoría de la Actividad, analizan cómo se moviliza el sentido personal de los maestros que enseñan matemáticas mediados por la elaboración y socialización de AOE. En este proceso los maestros logran comprender que el sentido personal sobre la actividad de enseñanza se encuentra en constante movimiento y está permeado por las experiencias propias, las de sus pares y los estudiantes que han pasado por sus vidas, sirviendo de apoyo al trabajo de profundización en lo relacionado con la construcción colectiva de maestros de situaciones desencadenadoras del aprendizaje que luego son llevadas al aula de clase, como mediadoras en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Por otro lado, el proyecto de maestría: *Las actividades orientadoras de enseñanza: posibilidad para movilizar la actividad de enseñanza del maestro que enseña matemáticas en un contexto rural* (Grajales, 2016) analiza cómo se moviliza la actividad de enseñanza de las matemáticas en un colectivo de maestros rurales a través de las AOE, centrándose en el sentir del maestro y generando espacios de reflexión para mejorar la enseñanza de las matemáticas bajo el modelo de Escuela Nueva. El trabajo se fundamenta teóricamente en la teoría de la actividad desde (Davidov 1988) y la Actividad Pedagógica (Moura et al., 2010) y (Moretti, 2007).

El trabajo de la profesora (Agudelo, 2016) denominado: *Actividad de aprendizaje de estudiantes de sexto grado, desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza de las Medidas de Tendencia Central*, analiza el desarrollo de la actividad de aprendizaje de estudiantes de sexto grado a partir de las Actividades Orientadoras de Enseñanza. La autora fundamenta cómo la interacción social de los estudiantes posibilita su actividad de aprendizaje, definiendo las acciones propuestas en intencionalidad, acciones y necesidades facilitando la apropiación del conocimiento matemático sobre las Medidas de Tendencia Central, y mostrando de qué manera el reconocimiento de las formas de ser y hacer de los estudiantes y sus interacciones con el contexto, transforma a los sujetos y permite una reflexión sobre esa transformación.

Por último, se revisaron los aportes de (Cadavid, 2017) en su tesis doctoral llamada: *Constitución de la subjetividad del sujeto maestro que enseña matemáticas, desde y para la actividad pedagógica*, donde se mira la cotidianidad de los maestros protagonistas en sus experiencias y en sus voces, permitiendo analizar cómo las subjetividades de los maestros movilizan su actividad pedagógica y la forma en que dichas maestras fueron movilizadas por las actividades.

Todos los trabajos consultados sirvieron como profundización, fortalecimiento teórico y como inspiración para sensibilizarnos frente a la investigación narrativa en educación matemática.

Las concepciones mostradas acerca de las AOE aportan significativamente a la fundamentación metodológica, en tanto se apreciaron disertaciones en distintos pensamientos de la matemática, diferentes protagonistas y un gran número de reflexiones que ampliaron los límites de las AOE como estrategia de apropiación del conocimiento matemático en la escuela.

### Planteamiento del problema

Luego de tres años de acompañamiento como maestras tutoras de matemáticas del Programa Todos Aprender, en los procesos de acompañamiento al aula se ha podido evidenciar la enseñanza de la matemática desde los pensamientos numérico, variacional, métrico y geométrico, quedando por fuera el aleatorio, lo que genera un especial interés por indagar por la ausencia de este conocimiento en las prácticas de aula de los maestros.

El acompañamiento al aula consiste en un proceso donde maestro-tutor y el maestro-acompañado analizan en principio los referentes curriculares para la enseñanza de las matemáticas, después se diseñan planes de aula que articulen los referentes de calidad propuestos por el MEN, las características institucionales y las necesidades de los estudiantes; y finalmente, evalúan los logros y oportunidades de mejora de las clases desarrolladas. A partir de la experiencia, se replantean elementos que puedan mejorar los procesos de aula desde diferentes criterios, a saber, la gestión de aula -organización de estudiantes, metodologías-, el clima de aula -relaciones entre estudiantes y entre maestros y estudiantes-, la enseñanza y el aprendizaje -las estrategias, la didáctica, la conceptualización- y la evaluación formativa -criterios usados por los maestros para valorar el desempeño y los aprendizajes de los estudiantes.

Así, gracias a los acompañamientos realizados a los maestros en sus clases de matemáticas, se advirtió que el énfasis de la enseñanza estaba enfocado en los sistemas numéricos, y en ninguna ocasión al pensamiento aleatorio en lo relacionado con la Probabilidad. Bajo esta perspectiva, la enseñanza de la probabilidad en primaria en la Institución Educativa Cristóbal Colón podría adquirir mayor relevancia y ser analizada bajo la mirada del trabajo de profundización.

Por otro lado, los estándares nacionales y demás referentes curriculares lo orientan y evalúan a través de las pruebas externas como SABER. El desempeño en esta prueba para los años 2015 y 2016, mostró que en el primer año el 62% de los estudiantes de tercero no establecieron conjeturas acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos, y en el segundo año, el 67% de los estudiantes del mismo grado tampoco lo hicieron. En el grado quinto, también en el año 2015, el 51% de los estudiantes no expresaron grado de Probabilidad de un evento usando frecuencias o razones, y el 60% de los estudiantes no conjeturaron ni argumentaron acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos (MEN, 2016).

Si bien los resultados en pruebas no expresan la totalidad de los aprendizajes de los estudiantes, sí se puede entrever que las habilidades asociadas al concepto de Probabilidad todavía no alcanzan un nivel de dominio suficiente. Las razones son diversas, pero puede considerarse, parafraseando a (Zapata, 2009) que la enseñanza de la estadística es responsabilidad del docente de matemáticas y éste a su vez no es precisamente especialista en estadística; y una particularidad de la educación primaria es que los docentes tienen formación académica diferente al área de matemáticas.

En el caso particular de los maestros de primaria de la Institución Educativa Cristóbal Colón, algunos poseen licenciatura en pedagogía, y otros, formación profesional en derecho o psicología. Por otro lado, se puede percibir que los cambios en el currículo de matemáticas no son plenamente atendidos por los maestros en ejercicio, lo que se percibió en las Comunidades de Aprendizaje (CDA) y en el avance en el Plan de Integración de los Componentes Curriculares (PICC) de la Institución, trabajados en el acompañamiento del Programa Todos a Aprender.

Así, las reformas educativas que se han dado desde los años 70's en Colombia, han indicado que el enfoque de sistemas (sistemas numéricos, sistemas de medidas, sistemas geométricos, sistemas de datos y conjuntos) es definitivo para dar un salto de la enseñanza por logros a la enseñanza por competencias. Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) marcaron que estas regiones de las matemáticas son la estructura curricular para la enseñanza del área, también los libros de texto escolares manejan el mismo enfoque, pero la enseñanza de los sistemas de datos, siguen estando relegados a los últimos periodos del año, no desde el punto de vista de los planes de área, sino especialmente en las prácticas de aula. Es por esto que el trabajo de profundización buscó movilizar la enseñanza de la Probabilidad en la básica primaria desde las reflexiones de los maestros de la Institución Educativa Cristóbal Colón.

A pesar de que la enseñanza de la Probabilidad es bastante pertinente en el aula por la relación que tiene con la práctica cotidiana del juego que experimentan los estudiantes, algunos maestros desconocen estrategias que puedan ser articuladas a su enseñanza. De modo que hay una intención en este ejercicio de profundización, para ofrecer a los maestros espacios que revelen la cercanía del contexto cotidiano de los estudiantes con la enseñanza de la Probabilidad.

Hasta el momento se han mencionado tres elementos indispensables para enfocar el problema de profundización: en primer lugar, hay una inquietud sobre la ausencia de la enseñanza de la Probabilidad en la básica primaria; en segundo lugar, existe una necesidad de formación continua de los maestros en ejercicio que les permita abordajes diversos frente a la enseñanza de la Probabilidad, y en tercer lugar, los resultados en pruebas Saber de los estudiantes reflejan un desempeño bajo en competencias asociadas a la Probabilidad, lo que introduce una demanda frente al concepto.

Cabe aclarar que el presente trabajo de profundización no pretendió categorizar el nivel de conocimiento matemático que tienen los docentes de primaria sobre Probabilidad, lo que buscó fue movilizar las prácticas de aula, y en este sentido, la pregunta que orienta este proceso es: ¿Cómo las reflexiones de los maestros desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza y el Juego movilizan la enseñanza de la Probabilidad en primaria?

## **Objetivos**

### **Objetivo general**

Analizar las reflexiones de los maestros de la Institución Educativa Cristóbal Colón a partir de las Actividades Orientadoras de Enseñanza y el Juego, para la movilización de la enseñanza de la Probabilidad en la básica primaria.

### **Objetivos específicos**

- Establecer un espacio formativo entre los maestros de la básica primaria, para la movilización de la enseñanza de la Probabilidad a sus prácticas de aula.
- Generar la reflexión pedagógica sobre la enseñanza de la Probabilidad a través de las Actividades Orientadoras de Enseñanza.
- Evidenciar de qué manera las estrategias de enseñanza basadas en el juego, generan motivación e interés en los estudiantes de la básica primaria.

## Marco conceptual

### Enfoque Disciplinar

#### Orígenes y desarrollo del concepto de Probabilidad.

Desde un contexto histórico, el uso de la Probabilidad ha existido desde tiempos muy antiguos, pues los orígenes documentados se remontan a 40.000 años atrás (Mateos, 2002); sin embargo, es en los últimos seis siglos donde se centran los avances que originan sus principales desarrollos y aplicaciones.

En Grecia y Roma la Probabilidad no logró superar el juego, es por ello que los grandes desarrollos tuvieron que esperar hasta el Renacimiento cuando la nueva visión del mundo y el movimiento de liberación espiritual de la Edad Media generó un creciente interés por el estudio de la ciencia (Mateos, 2002), favoreciendo con ello que en los siglos venideros la Probabilidad se utilizara desde experimentos aleatorios sencillos en Italia hasta los usos actuales para pronosticar el futuro con la existencia de la incertidumbre.

Cardano y Galileo aportaron en el siglo XVI sus estudios sobre equiprobabilidad en la aparición de las caras de un dado a largo plazo y el análisis empírico de los resultados aleatorios; es Huygens en siglo XVII quien se gana el derecho a ser llamado el padre de la Teoría de la Probabilidad por el concepto de esperanza matemática (Godino, Batanero, y Cañizares, 1998) al igual que los Bernoulli y sus avances con la teoría de los grandes números, elementos que luego fueron utilizados por Laplace, Gauss y hasta Polya para desarrollar conceptos de independencia de eventos, Probabilidad condicional y la teoría del límite central y de la Probabilidad (Girón, 1994). El autor propone que es Laplace quien se adapta a las transformaciones sociales de su

época, incluso siendo llamado con cinismo flexible, quien al modificar las introducciones en sus publicaciones realiza las contribuciones más importantes a la teoría de la Probabilidad con el descubrimiento del teorema de Bayes.

### **Aleatoriedad y Probabilidad.**

En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), la enseñanza de la probabilidad está enmarcada en el pensamiento Aleatorio y sistemas de datos, y a veces con ligereza, los términos azar, aleatorio, probable y equiprobabilidad, son tratados como sinónimos en el contexto escolar. Según el diccionario de (Moliner, citado en Batanero y Serrano, 1995), la aleatoriedad está definida como: “Incierto. Se dice de aquello que depende de la suerte o del azar, siendo el azar la supuesta causa de los sucesos no debidos a una necesidad natural ni a una intervención humana o divina”(p. 3). Acá, lo aleatorio es aquello de lo que no se conoce sus causas, y el azar se concibe como una supuesta causa de los fenómenos aleatorios, pues lo aleatorio en la antigüedad no podía ser controlado humanamente.

En el proceso de formalización, se introdujo necesariamente el concepto de “independencia”, que es una característica de los sucesos al “azar”. Si por ejemplo se extrae una carta de un mazo bien barajado, y se supone que la carta vuelve a la baraja después de cada selección, no nos ayudará en absoluto en la predicción de los resultados por venir. Únicamente si la independencia existe se puede hablar de sucesos al azar. (Haber y Runyon, 1973)

Los autores definen lo aleatorio como un individuo, objeto o medida que tenga igual oportunidad de ser elegido; pero si bien la definición es suficiente para los juegos de azar, no hay manera de conocer si por ejemplo, un dado está ligeramente sesgado: “una característica de los sucesos aleatorios, es que ningún suceso tiene efecto predecible sobre el siguiente”(Haber y Runyon, 1973, p. 162).

En todo caso, cuando se asocia la idea de Probabilidad a situaciones del mundo físico o natural, como por ejemplo, el grupo sanguíneo de un recién nacido o cualquier otra característica hereditaria, no se puede aplicar el principio de equiprobabilidad. Es decir, en estos casos, cuando un objeto es un miembro aleatorio de una clase, se elige mediante un método que proporcione a cada miembro de la clase una cierta frecuencia relativa, a priori, a la larga. En estos casos, la concepción frecuencial es especialmente adecuada cuando se dispone de estadísticas registradas sobre un gran número de casos. Sin embargo, ahí se tiene el problema teórico de decidir el número necesario de experimentos para considerar que, a partir de este número, se prueba suficientemente el carácter aleatorio del objeto (Batanero y Serrano 1995, p. 6).

En (Batanero y Serrano, 1995) se considera un objeto como miembro aleatorio de una clase dependiendo del conocimiento que se tenga sobre el mismo, así, lo que puede ser aleatorio para una persona puede no serlo para otra; lo que lleva a considerar la aleatoriedad, no como una propiedad física y objetiva, sino desde su carácter subjetivo. Así:

(...) podríamos señalar que el concepto de aleatoriedad se refiere a dos dominios diferentes; formales e informales. Desde el punto de vista informal, hablamos del azar, como patrón que explica aquellos efectos para los que no conocemos la causa o que no

son predecibles. Se ha usado para tratar relaciones causa efecto que parecen demasiado complejas para ser analizadas o en las que no hay una relación determinista entre causa y efecto. Desde el punto de vista formal el concepto se ha especializado, siendo la idea central de esta especialización la de sucesión aleatoria o sucesión de resultados de un mismo experimento realizado repetida e independientemente. (Steinbring, 1991 citado en Batanero y Serrano, 1995, p. 13)

### **Probabilidad Frecuencial.**

(En Batanero y Godino, 2002) vemos que un experimento está constituido por una cantidad  $N$  de sucesos, y se denomina frecuencia absoluta del suceso  $A$  al número  $N_A$  de veces que ocurre  $A$ . Por su parte la frecuencia relativa  $h(A)$  es el cociente  $N_A/N$  y se pueden observar las siguientes propiedades de las frecuencias relativas:

- La frecuencia relativa del suceso varía entre 0 y 1;
- La frecuencia relativa del suceso seguro siempre es 1 en cualquier serie de ensayos.

Supongamos que un suceso  $A$  se forma uniendo sucesos que no tienen elementos comunes. En este caso, la frecuencia relativa del suceso  $A$  es la suma de las frecuencias relativas de los sucesos que lo componen.

El análisis de este tipo de Probabilidad muestra que hay cierta estabilidad en las frecuencias relativas que aparecen en un conjunto de datos, y que el número de veces que se realiza un experimento es decisivo para observar una frecuencia relativa más estable. Si bien,

cuando se realiza un experimento una cantidad pequeña de veces se pueden esperar resultados muy variables, cuando se hace el mismo experimento con un número cada vez más grande de repeticiones, las frecuencias relativas se van aproximando a un número fijo.

El análisis de la Probabilidad frecuencial ayuda a comprender, a partir de cantidades crecientes de repeticiones, el comportamiento de las frecuencias relativas cuando el número de sucesos tiende a infinito, y puede resultar interesante la enseñanza de la Probabilidad desde esta perspectiva porque ayudará de manera significativa a la comprensión de la posterior Probabilidad simple o regla de Laplace.

### **Probabilidad de Laplace.**

Cuando se tiene un espacio muestral finito y además cada uno de los sucesos de un experimento tiene iguales posibilidades de ocurrir, la regla de Laplace determina la Probabilidad de obtener un suceso determinado. En el caso donde el espacio muestral sea infinito y tenga motivos para pensar que un suceso tiene más posibilidades que otro no podría aplicarse esta regla (Batanero y Godino, 2002). Si un dado no está sesgado, no habría por qué pensar que obtener un número pueda ocurrir con mayor facilidad que otro, además el espacio muestral obtenido, es finito; para este tipo de casos la regla  $\frac{\# \text{ de casos favorables}}{\# \text{ de casos posibles}}$ ; es factible.

Se resalta en este punto, que si se realiza el experimento de lanzar un dado una cantidad pequeña de veces, es posible que no obtengamos exactamente  $\frac{1}{6}$ , es decir, un 16% de posibilidades de obtener cada uno de los posibles números de un dado. Aquí surge la importancia de la Probabilidad frecuencial, porque tras lanzar un dado una cantidad cada vez más grande de

veces si se podrá apreciar la aproximación de uno de esos sucesos a la Probabilidad que arroja la regla de Laplace.

### **Enfoque Pedagógico**

La actividad humana y la actividad de enseñanza. Dentro de las dinámicas escolares uno de los términos más recurrentes es el de actividad, su uso es frecuente en el discurso de los maestros, de los estudiantes y de las familias; por lo que se puede intuir que la actividad es un elemento central para la enseñanza y el aprendizaje. En todo caso, su uso no está fundamentado en una teoría sólida, y para efectos de este trabajo de profundización es importante considerarlo formalmente. La escuela de Vigotski, desde la psicología histórica cultural, postula que:

[...] la actividad humana se origina y se construye en la actividad externa objetual (material) y significativa. Lo objetual se refiere a la acción práctica con los objetos. La actividad inicialmente es externa cuando hay un manejo real de los objetos materiales, y luego es interna cuando se realizan acciones con los mismos objetos en un plano representativo. El lado significativo de la actividad consiste en dar sentido tanto a las acciones prácticas como a las acciones mentales (representaciones mentales) y en extraer su significado. El sentido se enmarca en el proceso de apropiación cultural por parte del sujeto. (Montealegre, 2005: 35)

En (Grajales, 2016), las actividades son “procesos psicológicamente caracterizados por aquello a que el proceso, como un todo, se dirige (al objeto), coincidiendo siempre con el objetivo que estimula al sujeto al ejecutar esa actividad, esto es, el motivo” (p. 15). En ese

sentido, afirma (Montealegre, 2005) que la actividad tiene dos eslabones, el de orientación y el de ejecución; el primero incluye las necesidades, los motivos y las tareas, “El propio objeto de la actividad se presenta al sujeto como capaz de satisfacer determinada necesidad. Así, las *necesidades* estimulan la actividad del sujeto y la dirigen, pero pueden hacerlo si son objetales” (p.37)

Acá es decisivo aclarar que el autor distingue las necesidades como condiciones internas u objetales; las primeras logran el movimiento del organismo y las segundas regulan la actividad concreta del sujeto en el medio objetal. En el mismo texto, (Montealegre, 2005), continúa diciendo que los motivos pueden ser materiales o mentales:

El objeto de la actividad es su verdadero motivo; si se observa una actividad “no motivada”, realmente no es una actividad privada de motivo, sino con un motivo subjetivo y objetivamente oculto. En este eslabón de orientación, la tarea se manifiesta por la unidad entre el objetivo de la actividad y las condiciones de su logro. Las acciones de la actividad responden a una tarea, la tarea es la finalidad dada en determinadas condiciones. Por medio de la tarea, se transforman las cosas con las que actúa el sujeto o se transforma el propio sujeto actuante. Esto último sucede con la “tarea de aprendizaje”: la asimilación de nuevos conocimientos y habilidades origina en el sujeto cambios, desarrollo cognitivo reestructuraciones (Montealegre, 2005, p. 36).

En contraste, en (Moura, 2010), se sostiene que la actividad de aprendizaje es indispensable para el niño en edad escolar, y propone tres unidades fundamentales: En principio la *tarea de aprendizaje*, que tiene por finalidad la transformación del propio sujeto, transformación que no es posible fuera de las acciones objetales que este realiza. Es fundamental

la comprensión de las tareas de aprendizaje porque está asociada a la generalización teórica, siendo el contenido de la actividad de aprendizaje, las formas elevadas de la conciencia social.

Más adelante, sostiene que las *acciones de aprendizaje* permiten al estudiante tener condiciones de individualizar relaciones generales, identificar ideas claves, modelar relaciones, dominar procedimientos de relaciones generales a particulares y viceversa y finalmente, la actividad de aprendizaje también está compuesta por las acciones de autoevaluación y regulación; donde el estudiante tendrá la posibilidad para evaluar su propio trabajo, su proceso y los resultados alcanzados en el desarrollo de la actividad.

Estas tres unidades de la actividad de aprendizaje “están mediadas por la acción del profesor, permiten apropiarse de los conceptos históricamente construidos de forma sistemática e intencional, y se desarrolla intelectualmente con vistas al pensamiento teórico” (Moura, 2010: 86). Igualmente, el concepto de actividad en (Moura, 2010), fundamenta el trabajo del maestro en la organización de la enseñanza, y afirma que la naturaleza de la actividad es la máxima sofisticación humana inventada para posibilitar la inclusión de nuevos miembros de un agrupamiento social en su colectivo; además puede proveer a los individuos metodológicamente de formas de apropiación y creación de herramientas simbólicas para el pleno desarrollo de sus potencialidades.

(Rubstov, 1996), agrega que la actividad realizada en colectivos ayuda al “desarrollo de las funciones psíquicas superiores al configurarse el espacio entre la actividad inter psíquica y la actividad intra psíquica de los sujetos” y para que una actividad sea considerada colectiva debe contener, según el autor, algunos de los siguientes elementos:

- Repartición de acciones y de operaciones iniciales.
- Intercambio de modelos de acción determinada por las necesidades de introducir diferentes modelos de acción.
- Comprensión mutua que permitan la propia acción de resultados y las acciones entre los participantes.
- Comunicación.
- Planeación de acciones individuales y contrastarlas con los compañeros para obtener un resultado común.
- Reflexión, que permite trascender las acciones individuales en relación al esquema general de la actividad.

La anterior sistematización

[...] deja establecer las relaciones entre actividades de aprendizaje y actividades de enseñanza, fortalece indicadores sobre la organización del trabajo pedagógico, de los cuales se destaca la comunicación y la repartición de acciones con miras a solucionar de manera colectiva un problema común” (Moura, 2010, p. 89).

### **Actividades Orientadoras de Enseñanza.**

[...] la experiencia incluye un elemento activo y uno pasivo. Por el lado activo la experiencia es ensayar y por el lado pasivo significa sufrir, es decir, cuando actuamos sobre algo hacemos algo en ello y después sufrimos o padecemos las consecuencias. La mera actividad no

constituye una experiencia, y cuando una actividad se continúa en el sufrir o gozar de las consecuencias aprendemos algo. (Dewey, 1978, p. 153)

En este mismo sentido (Leontiev, 1988 citado por Moura, 2010), afirma que

El sujeto durante el desarrollo ontogenético ocupa diferentes lugares en el sistema de relaciones humanas relacionadas con la actividad principal juego, tarea, trabajo, por medio del cual se reorganizan los procesos psíquicos y ocurren los principales cambios psicológicos de la personalidad” (p. 95).

Por su parte (Moura, Araujo, Moretti, Panossian, y Ribeiro, 2010), expresan la Actividad Orientadora de Enseñanza (AOE) como una actividad que se estructura de modo que permita que los sujetos interactúen mediados por un contenido, negociando significados, con el objetivo de solucionar colectivamente una situación presente en su contexto. Las Actividades Orientadoras de Enseñanza se constituyen en una unidad entre la Actividad de Enseñanza y la Actividad de Aprendizaje pues surgen como una posibilidad para poner en diálogo las acciones de maestros y estudiantes y legitimar colectivamente un saber específico.

El carácter social de la actividad lo determina el hecho de que el maestro tiene la posibilidad de interactuar con otros a la hora de resolver problemas, es decir, se moviliza a través de una situación desencadenante de aprendizaje. Esta tiene como objetivo proporcionar la necesidad de apropiación del concepto, de modo que sus acciones sean realizadas en busca de la solución de un problema que lo movilice para la actividad de aprendizaje y la apropiación del conocimiento, en este sentido, “la situación desencadenante del aprendizaje también debe contemplar la génesis del concepto, es decir, su esencia, debe explicitar la necesidad que llevó a la humanidad a la construcción del concepto referido” (Moura, 2010: 103).

Las AOE presentan un desafío para el maestro y para el estudiante, el primero al relacionarse con la organización de la enseñanza, y el segundo a través de las tareas del profesor, de modo que las AOE forman en doble vía. Tienen las características de la actividad planteada por (Vigotski, Leontiev y Luria, 1991) porque indican una necesidad (apropiación de la cultura), un motivo (conocimiento históricamente acumulado), objetivos (enseñar y aprender); y propone acciones que consideren las condiciones objetivas de la institución escolar. En ese sentido, el maestro debe proveer la organización de la enseñanza de modo que posibilite la apropiación de la experiencia socio cultural de la humanidad.

Para (Moura, 2010), las AOE permiten que el maestro reflexione sobre su práctica pedagógica y retome los resultados de los objetivos propuestos para reorganizar o transformar los métodos y procesos de enseñanza.

La elección de las Actividades Orientadoras de Enseñanza como estrategia para el fortalecimiento disciplinar y la posterior reflexión pedagógica, se fundamenta justo en este principio: a partir de situaciones desencadenantes de aprendizaje los maestros, a través de pequeños colectivos, son movilizados a enfrentarse a desafíos frente al tema de la Probabilidad. Una vez se discuten estrategias de solución y se comunica a la comunidad de maestros, se inicia la reflexión pedagógica y la proyección en el aula. Hay que resaltar que la organización de las actividades elegidas se fundamenta, en la construcción conceptual sobre la Probabilidad, y el motivo es el juego de las situaciones que emergen de lo cotidiano.

### **El maestro y la práctica reflexiva.**

La etimología de la palabra reflexión analiza que su origen proviene del latín, reflexio, reflexiones, compuesta por el prefijo re- que indica hacia atrás, de nuevo; el elemento flex- del verbo flectere que significa doblar, desviar; y del sufijo io- que indica acción y efecto. Así, la palabra reflexión implica en primera instancia acciones como volver, reiterar, de alguna manera, insistir; y posteriormente doblar, que a su vez también significa duplicar o cambiar de sentido. No es volver la actitud principal de la acción reflexiva, se debe volver a doblar y a cambiar; no es sólo el elemento reiterativo el que da forma a la reflexión, sino la posibilidad de transformar, de flexionar; no se sale igual de la experiencia reflexiva.

Los orígenes de las nociones de enseñanza práctica y formación reflexiva se recuperan desde (Dewey, 1998), quien planteó la diferencia entre una acción humana rutinaria y una acción reflexiva. La primera, sugiere acciones guiadas por los impulsos, tradiciones y autoridades, y la segunda, supone una actitud activa, persistente y cuidadosa de las creencias y/o prácticas desempeñadas; pone en juego una solución lógica y racional de problemas. Así, para (Dewey, 1998), pensar (reflexionar) ocurre frente a situaciones que son incompletas, inciertas, dudosas, problemáticas; sugiere que donde hay reflexión hay suspenso. Los rasgos generales de la experiencia reflexiva son:

- Perplejidad, confusión, duda, debido al hecho de que estamos envueltos en una situación incompleta cuyo carácter pleno no está todavía determinado;
- Una anticipación por conjetura, una tentativa de interpretación de los elementos dados, atribuyéndoles una tendencia a producir ciertas consecuencias;

- Una revisión cuidadosa (examen, inspección, exploración, análisis) de toda consideración asequible que definirá y aclarará el problema que se tiene entre manos;
- Una elaboración consiguiente de la hipótesis presentada para hacerla más precisa y más consistente, porque comprende un campo más amplio de hechos;

Apoyándose en la hipótesis proyectada como un plan de acción que se aplica al estado actual de cosas; hacer algo directamente para producir el resultado anticipado, y comprobar así la hipótesis.

Por otro lado, (Schön, 1987), concibe la reflexión -entendida como una forma de conocimiento-, y definiendo la acción desde la globalidad de su propuesta analizada; así, para este autor, el conocimiento teórico es un instrumento de los procesos de reflexión, esto sólo si la teoría se integra de forma significativa a los esquemas de pensamiento más genéricos que son activados por el docente en su práctica. Para el sujeto práctico reflexivo, las comprensiones internas a la acción, se hacen visibles cuando la crítica y la aplicación se hace a otras situaciones (Schön, 1987).

Por su parte, (Freire, 2004), expresa la reflexión del maestro sobre práctica como algo habitual que lo lleva a integrar la teoría con la práctica y deja que sus acciones no sean simple activismo. En todo caso, la reflexión es apenas un paso incipiente para la investigación educativa, es menester, que el trabajo de reflexión sea sistemático e intencionado, que existan modos formales de registro escrito y dichas experiencias correspondan a actividades planeadas y no concurren en hallazgos que sean producto de la espontaneidad e improvisación, igualmente:

Al estimular una práctica reflexiva e investigativa, se espera que los maestros en formación estén desarrollando hábitos pedagógicos que puedan desencadenar un permanente crecimiento profesional, sobre todo de forma autónoma, cuestionar, reflexionar e investigar la propia práctica. Así, los futuros maestros y maestras en ejercicio se tornan no apenas en consumidores (en el mejor de los casos críticos) del conocimiento, sino, y, sobre todo, en creadores de otros conocimientos o saberes matemáticos y pedagógicos. (Jaramillo 2008, p. 9)

De esta manera el docente reflexivo no se conforma solo con pensar el problema, debe profundizar en él y buscar soluciones en los lugares indicados. Tampoco deben importar los modelos explicativos ajenos, debe extraer lo que le pueda ser útil para su práctica pedagógica.

### **El juego como forma particular de la actividad humana.**

En este apartado es indispensable pensar en una de las múltiples posibilidades que otorga el juego en la formación y la enseñanza, pero en especial como estrategia para potenciar la creatividad. El juego puede representar la vida misma, como una experiencia creada para un momento determinado (MEN, 2014). En este sentido, se constituye en un nicho donde, sin las restricciones de la vida corriente, se puede dar plena libertad a la creación, además:

¿Qué es, entonces, el juego infantil? Vimos que no constituye el equivalente del juego del adulto, que no se trata de una recreación. El adulto que juega pasa a otra realidad; el niño que juega avanza a nuevas etapas de dominio. Propongo la teoría de que el juego del niño es la forma infantil de la capacidad humana para manejar la experiencia mediante la

creación de situaciones modelo y para dominar la realidad mediante el experimento y el planeamiento. (Erikson, 1993, p. 199)

Así, el juego no es sólo un escenario para la creación, constituye también una posibilidad de comprensión y manejo de la realidad en la formación infantil. La cita de Erikson muestra que el juego no es un mero evento recreativo, representa en gran medida la forma en que los niños aprehenden el mundo. Por su parte, las matemáticas se caracterizan por sus posibilidades de abstracción y representación de la realidad, de modo que admitir una didáctica del juego es un aliado interesante para el desarrollo de este pensamiento.

La comprensión de la Probabilidad está por naturaleza implícita en el juego, los estudios formales de la probabilidad se fundamentaron en él. A su vez, tanto el juego como las matemáticas, permiten un entendimiento del mundo que está configurado desde lenguajes simbólicos, abstractos e imaginarios que cobran un sentido específico desde estos lenguajes, por lo tanto:

Las matemáticas pueden verse como un lenguaje poderoso que permite producir nuevas invenciones de la realidad. Así, las matemáticas ofrecen nuevas percepciones de ella y también la colonizan y reorganizan. Por esto podríamos decir que las matemáticas le dan forma a nuestra sociedad (Skovsmose, 1999, p. 15).

El juego también tiene relevancia desde el punto de vista de la socialización:

Consideramos que el juego es un escenario donde comienza la participación infantil, ya que dentro de él es posible escuchar las voces de niños y niñas con naturalidad, conocer sus experiencias personales, sus intereses individuales, colectivos y las relaciones que se

dan entre ellos; donde la palabra y la acción dan cuenta de la implicación y compromiso de ellos y ellas dentro del juego, solo se aprende a participar participando. (MEN, 2014. P. 16)

En el marco de este proyecto de profundización es indispensable considerar el juego para los procesos de enseñanza, y en ese sentido, su ventaja para los procesos de aprendizaje. Las propuestas de las Actividades Orientadoras de Enseñanza contienen de manera explícita la estrategia del juego para el fortalecimiento disciplinar y estrategia de enseñanza. Se asumirán las posiciones de (Moura, 2010). Igualmente, cuando se hace referencia al juego en el marco de este proceso, se advierte la intencionalidad pedagógica que está presente en la planeación y acompañamiento de las actividades; los propósitos prácticos con los que se dispone el material y los conceptos trabajados en el espacio formativo.

El juego en la Educación Matemática tiene una intencionalidad; debe estar cargado de contenido. Es un contenido que no puede ser aprehendido por el niño sólo al manipular libremente objetos. Hay que jugar. Y al hacerlo es que se construye el contenido a que se quiere llegar. (Moura, 2010, p. 65)

La intencionalidad del juego determina su potencialidad como estrategia de aprendizaje, el juego por el juego mismo no puede ser determinante para que exista el aprendizaje, es allí donde cobra sentido la intencionalidad pedagógica. De ahí el llamado del autor por la carga de contenido, que no está en el juego, y sí en la acción de jugar, lo que introduce una premisa por la participación de los estudiantes en los procesos de aprendizaje. Al igual que, en el intercambio de roles que sugieren algunos juegos y en la creación de mundos y objetos que no aparecen en la dimensión real, sino que aparecen como una invención necesaria para completar los objetivos del

juego, se presenta así una riqueza frente a la comprensión de conceptos matemáticos, para ello, la fantasía y la creación son indispensables, así como la experiencia previa de quienes juegan.

(Vigotski 1966 citado por Moura 1991), afirma que:

[...] para juegos con reglas claras y una situación imaginaria oculta, delinea la evolución del juguete de los niños” (p.65); cita que alude a la potencialidad de las situaciones imaginarias y reglas ocultas, para el desarrollo, no sólo del juego, sino de la misma imaginación. El conocimiento organizado debe ser el objetivo de la matemática, el juego es un camino que también apoya la creación de estrategias para la solución de problemas, el fortalecimiento del pensamiento lógico, la adquisición de conceptos científicos y la producción de nuevos conocimientos.

De otro lado, en la psicología histórico-cultural el juego es una actividad especial del niño, una actividad esencialmente histórica y social, y en general, una forma particular de la actividad humana. Para (Picchetti, Sampaioy Da Rocha,2010) el niño no tiene una naturaleza infantil para el juego, es una necesidad que este tiene de apropiarse de la vida social, de las formas de comportamiento, de las formas de relaciones humanas y del sentido de las actividades humanas. Por lo tanto, “lejos de ser una forma del niño para apartarse del mundo real, es la forma en que puede apropiarse cada vez más de ese mundo” (Picchetti, Sampaio y Da Rocha, 2010, p. 121).

Para (Moura, 2011) además de la apropiación del conocimiento, el juego también tiene por objetivos el desarrollo de la autonomía, de los valores culturales, del trabajo colectivo; pues el acto de jugar valoriza la importancia del trabajo en grupo. Así mismo el desarrollo del

pensamiento aleatorio se relaciona con la cotidianidad, cuando hablamos de estudiantes entre 6 y 11 de edad, para quienes un contexto significativo se relaciona con la toma de decisiones y el riesgo que puede asumirse al seguir o no las reglas de determinados juegos o situaciones propuestas por los maestros para la enseñanza de la probabilidad y el manejo adecuado de la incertidumbre (MEN, 1998).

### **Diseño metodológico**

El proyecto de profundización se enmarca en el paradigma cualitativo y señala la importancia de la reflexión de los maestros de la básica primaria en la enseñanza de la Probabilidad, en el cual cobra sentido su “realidad educativa”, (Sánchez, 1998). Este paradigma se caracteriza por analizar al ser humano en todas sus dimensiones y reconocer, desde su subjetividad, aspectos sociales, políticos, culturales, entre otros (Denzin y Lincoln, 2012); elementos que nos ayudarán a comprender los factores relacionados con la enseñanza de la Probabilidad en la escuela y a orientar el análisis de la información recopilada tras la implementación de las Actividades Orientadoras de Enseñanza.

Por lo tanto, desde la investigación cualitativa, el enfoque crítico – dialéctico es pertinente porque apoya la transformación de los sujetos en sus contextos socio-históricos (Sánchez, 1998) asume “el enfoque crítico - dialéctico como el conocimiento que se construye con base en lo concreto, incluyendo la dinámica del camino de vuelta, del todo a las partes y de las partes al todo” (p. 86).

Para (Martins, 2006 citado por Agudelo, 2016), en el enfoque crítico – dialéctico el investigador también participa, “capturando el dinamismo interno de las situaciones, que de otra

forma serían inaccesibles a un observador externo” (p. 7). El enfoque y el paradigma sobre el cual se apoya este trabajo de profundización es relevante porque resalta las necesidades de la práctica educativa y permite que los participantes interroguen sus prácticas de aula y en este sentido, también puedan integrar y transformar la enseñanza de la Probabilidad en primaria. Por lo tanto el paradigma cualitativo con el enfoque crítico dialéctico y desde lo fenomenológico hermenéutico (Sánchez, 1998), el presente trabajo de profundización orienta su aplicación en el contexto de la Institución Educativa Cristóbal Colón.

### **Estrategia**

(Moura, 1996a, citado por Moura et al. 2010), propone el concepto de Actividad Orientadora de Enseñanza como una alternativa para superar el desafío que se le presenta al maestro en relación con la organización de la enseñanza. Así, esta estrategia posibilita mantener la estructura de actividad y, en ese sentido, "concretiza la apropiación de la cultura en el contexto de la educación escolar" (p.99).

Por lo tanto, la estrategia que se propuso en los encuentros fue organizar la enseñanza con anterioridad y partir de una situación de aprendizaje desencadenante, lograr que los maestros tuvieran un acercamiento a algunos conceptos asociados a la Probabilidad a través del juego; y al final, hacer una reflexión disciplinar y didáctica acerca de las experiencias, inquietudes y proyecciones en el aula. Esto fue posible durante el “intercambio de posiciones y experiencias en los espacios formativos de maestros que enseñan matemáticas” (Panossian, Fiorezi, Vieira, Dias, y Dias, 2017), así mismo:

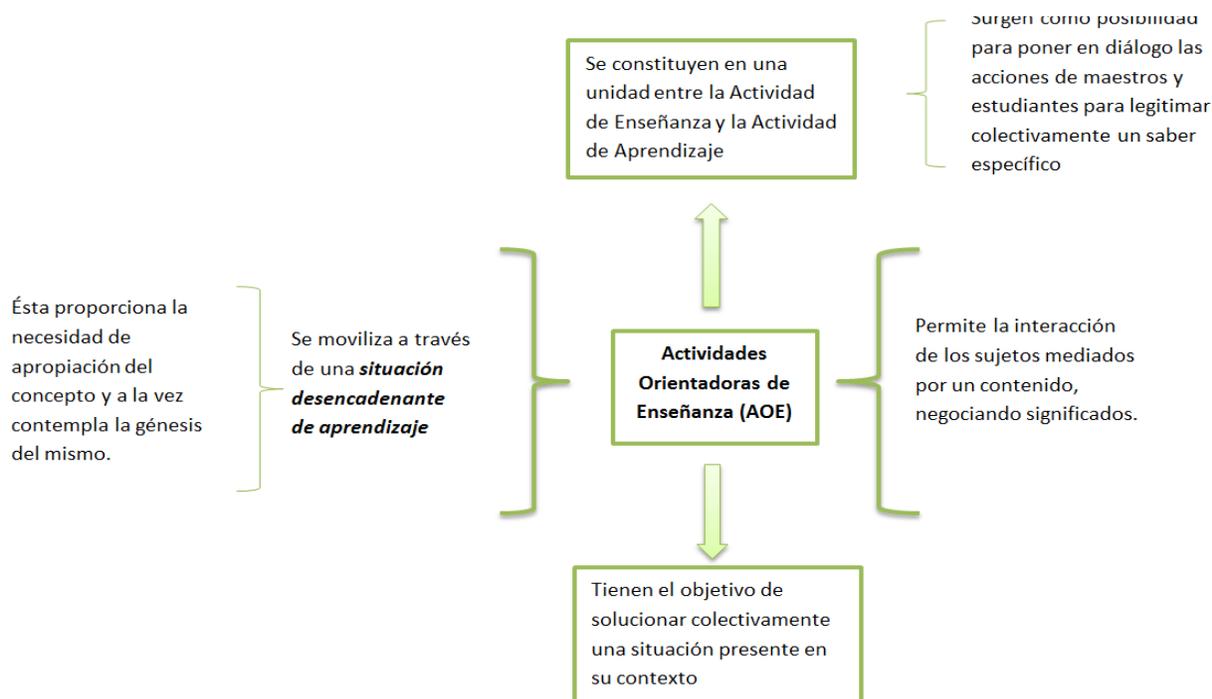
La Actividad Orientadora de Enseñanza es una mediación en la actividad del profesor, que tienen como necesidad la enseñanza de un contenido al sujeto en actividad, cuyo objetivo es la apropiación de ese contenido entendido como un objetivo social. [...] Así, el profesor, al organizar las acciones que objetivan la enseñanza, también cualifica sus conocimientos, y es ese proceso el que caracteriza la AOE [Actividad Orientadora de Enseñanza] como unidad de formación del profesor y del estudiante. (Moura et al., 2010: 100).

La estrategia se plantea para desarrollarse durante 6 encuentros, con las Actividades Orientadoras de Enseñanza, diseñadas con base en las características histórico-culturales de la Probabilidad, es decir, teniendo en cuenta el conocimiento producido sobre los procesos humanos de construcción de conocimiento. La teoría de la Probabilidad, como se abordó en el marco teórico, tiene su origen en el análisis matemático que se inicia de los juegos de azar, y en esa medida es indispensable que la propuesta a desarrollar con maestros asuma el juego como un elemento fundamental.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**Ilustración 1: Esquema de las AOE según Moura, 2010**



*Fuente: Construcción propia*

Para el trabajo de profundización “Reflexiones de los maestros sobre la enseñanza de la Probabilidad en primaria a partir de las Actividades Orientadoras de Enseñanza y el juego”, se entenderán las AOE como se muestra en el anterior gráfico:

### Técnicas e instrumentos

Se definen las técnicas como los “procedimientos de actuación concreta y particular de recogida de información relacionada con el método de investigación que estamos utilizando”

(Campoy y Gomes, 2009: 175). Durante el desarrollo de las AOE se usó la Observación

Participante y la Entrevista en Profundidad.

Se asumirá la Observación Participante según (Campoy y Gomes, 2009) como “aquella en la que el observador participa de manera activa dentro del grupo que se está estudiando; se

identifica con él de tal manera que el grupo lo considera como uno más de sus miembros. Es decir, el observador tiene una participación tanto externa, en cuanto a actividades, como interna, en cuanto a sentimientos e inquietudes”. (p. 277)

Durante todos los encuentros, las investigadoras hicieron parte del diseño de las AOE, pero también se integraron activamente tanto a los juegos como a los debates y reflexiones que aparecieron en cada momento. La entrevista en profundidad se definirá como “los encuentros reiterados cara a cara entre el investigador y el entrevistado, que tienen como finalidad conocer la opinión y la perspectiva que un sujeto tiene respecto de su vida, experiencias o situaciones vividas” (Campoy y Gomes, 2009: 288). Se usa en la investigación cualitativa y se caracteriza por ser no estructurada, abierta y no estandarizada.

A diferencia de la Observación Participante en la que las investigadoras acompañaron a un colectivo de maestros, la entrevista permitió conocer apreciaciones personales de algunos de ellos sobre los espacios formativos, sus experiencias y aprendizajes. Dichas entrevistas se realizaron sólo a tres de los maestros asistentes y con objetivos diferentes: la entrevista de los dos primeros maestros buscaba conocer sus experiencias durante el taller formativo y las relaciones que hallaban entre la dinámica del juego y la enseñanza de los valores.

La selección de éstos maestros la determinó su asistencia a más de la mitad de los espacios formativos desarrollados, pero además por su amplia participación y pertinencia de las observaciones durante todos los encuentros.

Una tercera entrevista se hace a una maestra que replicó algunas de las AOE con sus respectivos estudiantes, y la finalidad era conocer sus motivaciones para extender las actividades

con sus estudiantes y además identificar posibles mejoras al planteamiento de las actividades cuando se desarrollan con estudiantes.

La grabación en audio de los diferentes encuentros y de las entrevistas, permitieron tener un registro muy amplio de todas los diálogos, afirmaciones, inquietudes y sugerencias que se realizaron en el espacio formativo. Una vez se termina la aplicación de la estrategia, se hace una transcripción de dichos audios para empezar a contrastar la información que se esperaba obtener con la información que se disponía.

**Instrumentos.** El proyecto de investigación se apoyó en diversos instrumentos que se podrían clasificar así:

- Guías para los maestros con la observación participante: fueron documentos impresos entregados durante los espacios de formación, contienen las AOE que se presentaban como desafío común y se acompañaba de material concreto o aplicativos permitiendo la interacción de los maestros con algunos objetos (dados, fichas, tablas de parques, balotas, caballos, pista de caballos, marcadores, papelógrafo)
- Guías de las entrevistas para la entrevista en profundidad: Hacen referencia a las dos preguntas realizadas de manera individual a algunos maestros, con el fin de conocer sus experiencias en los talleres de formación.
- Otros insumos para la obtención de la información, entre ellos está la estrategia SQA adaptada (qué Sé, qué Quiero aprender y qué Aprendí), indispensable para recopilar información al final de cada encuentro; y los plegables como material impreso que resumía y ampliaba aspectos abordados.

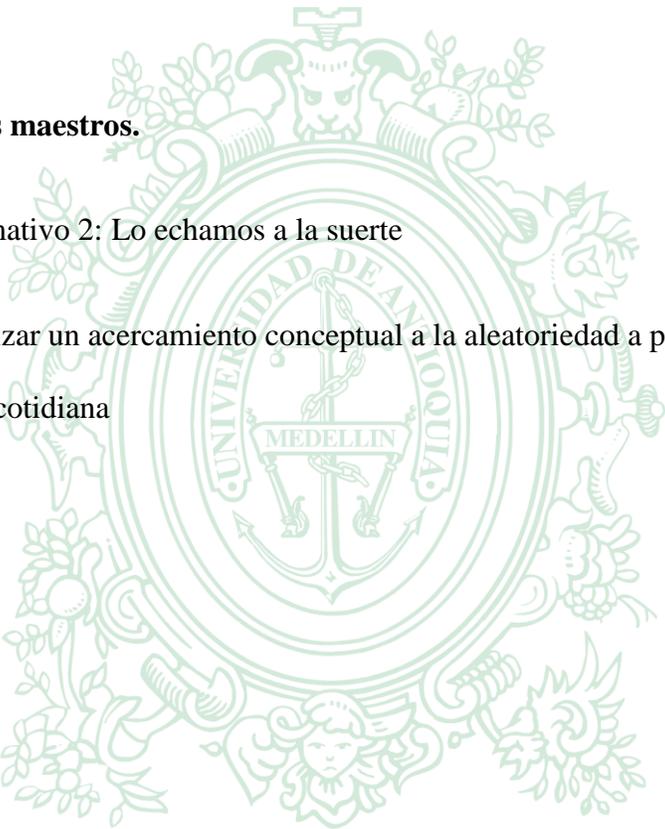
- Formato sobre el tratamiento de los datos en el proyecto de profundización, para facilitar la sistematización y el análisis de la información de cada encuentro.

Las guías para los maestros están orientadas según la intencionalidad de cada encuentro formativo así:

### **Guías para los maestros.**

Encuentro formativo 2: Lo echamos a la suerte

Objetivo: Realizar un acercamiento conceptual a la aleatoriedad a partir del análisis de situaciones de la vida cotidiana

The seal of the Universidad de Antioquia is a circular emblem. It features a central shield with a caduceus (a staff with two snakes entwined around it) and a banner below it that reads "MEDELLIN". The shield is surrounded by a decorative border of leaves and flowers. Above the shield is a crown-like element, and below it is a figure of a woman's head. The text "UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA" is written around the inner edge of the seal.

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

### Ilustración 2: El cuestionario

#### Actividad del colectivo 1<sup>3</sup>: El cuestionario

En las líneas siguientes te describimos brevemente una serie de sucesos. ¿Cuál de los sucesos descritos piensas que es aleatorio? (escribir en el paréntesis Sí o No). Justifica en cada caso por qué los consideras aleatorios o no aleatorios.

1. La germinación o no germinación de una semilla plantada (\_\_\_).  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
2. Obtiene al lanzar un dado cúbico (\_\_\_).  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
3. La cantidad de caras que se obtienen en 100 lanzamientos de una moneda sin trincar (\_\_\_).  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
4. Llovió en Medellín el 3 de abril 1935. (\_\_\_)  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
5. Lloverá mañana en Medellín. (\_\_\_).  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
6. Coger la gripe el mes que viene. (\_\_\_)  
¿Por qué? \_\_\_\_\_
7. ¿Se te ocurren otros fenómenos aleatorios y no aleatorios? Descríbelos brevemente:
8. Para que un fenómeno sea aleatorio, ¿qué características crees que debe poseer?
9. ¿Qué significado tiene para ustedes la palabra azar?

<sup>3</sup> Actividad modificada de Azcárate, P., Cardeñoso, J. M., & Porlán, R. (1998). *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad*. Retrieved enero 15, 2018, from <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v16n1/02124521v16n1p85.pdf>

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### Ilustración 3: El último gana

#### Actividad del colectivo 2: El último gana

##### Instrucciones:

- Cada uno de los miembros del colectivo se asigna un número a partir de 1, teniendo en cuenta el orden en que se encuentran ubicados.
- Cada integrante pone el pie derecho en el piso, formando con ellos un círculo
- Uno de los integrantes inicia el siguiente conteo: ZAPATICO COCHINITO CAMBIA DE PIECITO, empezando por él mismo, pero separando las sílabas así: ZA-PA-TI-CO-CO-CHI-NI-TO-CAM-BIA-DE-PIE-CI-TO. El integrante con en el cual se cante la última sílaba **TO**, cambia a su pie izquierdo.
- Cuando una persona ya usó sus dos pies, se retira del juego, y hay que prestar mucha atención a los números que están saliendo del juego. La persona que cuenta, debe iniciar siempre por ella misma dicho conteo.
- El conteo se repite las veces que sea necesario hasta que una sola persona quede, ella será la ganadora del juego y reclama un premio al final.



- a) ¿Conoces otras canciones o estrategias para echar a la suerte? ¿Cuáles y cuándo se usan?
- b) ¿Este tipo de juego es de azar? ¿Por qué?
- c) ¿Sería justo comenzar siempre por la misma persona? ¿Por qué?
- d) ¿Afecta el juego si la cantidad de integrantes es par o impar?
- e) ¿Qué significa para ustedes la palabra aleatorio?

### Ilustración 4: El problema de Monty Hall

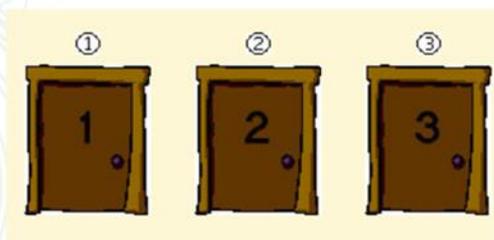
#### Actividad del colectivo 3: El problema de Monty Hall

##### Planteamiento:

En este juego, el concursante tiene que escoger un telón de entre tres posibilidades, y su premio consiste en lo que se encuentre detrás del telón. Uno de los telones oculta un coche, y tras los otros dos hay un burro.

El concursante tiene que elegir uno de los telones, pero antes de abrirlo, el presentador, que sabe dónde está el premio, abre uno de los otros dos telones y muestra que detrás de él hay un burro. Después el presentador da la siguiente opción al concursante: ¡Puedes quedarte con el telón que elegiste o cambiar a la otra opción!

Cada uno de los integrantes de este colectivo elige cuál es la mejor opción para ganarse el carro de entre las siguientes:



| Opción   | Nombre(s) de los que eligen esta opción |
|--|---|
| 1. Se queda con la puerta que inicialmente escogió |   |
| 2. Cambia la puerta                                |   |
| 3. Es irrelevante cambiar o no la puerta           |   |

Una vez elegida una de las opciones anteriores, ir al aplicativo <http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html>.

Dar clic en JUGAR, y hacerlo por lo menos 20 veces. Anotar los resultados en la tabla 1.

Ilustración 5: Tabla de apoyo juego con dados

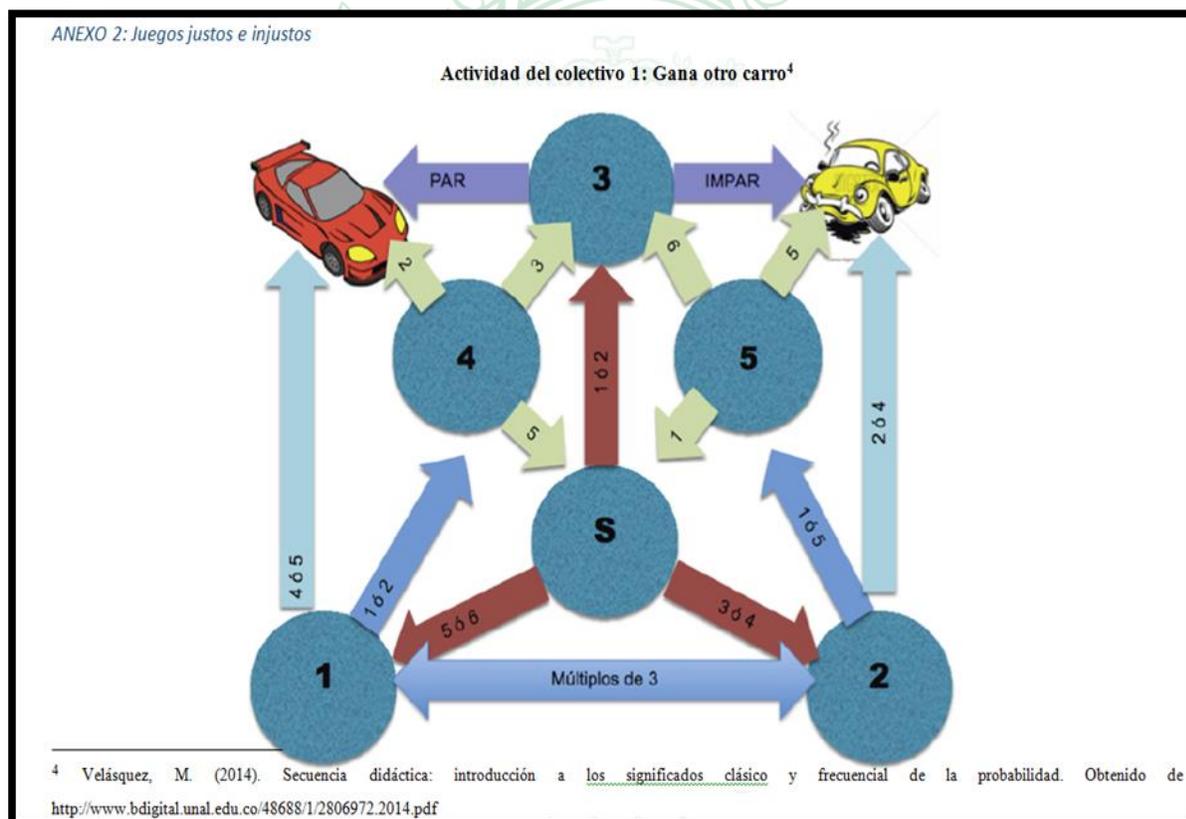
Tabla 1.

| Intentos | Cambia de puerta (SÍ/NO) | Resultado (Gana/No gana) |
|----------|--------------------------|--------------------------|
| 1.       |                          |                          |
| 2.       |                          |                          |
| 3.       |                          |                          |
| 4.       |                          |                          |
| 5.       |                          |                          |
| 6.       |                          |                          |
| 7.       |                          |                          |
| 8.       |                          |                          |
| 9.       |                          |                          |
| 10.      |                          |                          |
| 11.      |                          |                          |
| 12.      |                          |                          |
| 13.      |                          |                          |
| 14.      |                          |                          |
| 15.      |                          |                          |
| 16.      |                          |                          |
| 17.      |                          |                          |
| 18.      |                          |                          |
| 19.      |                          |                          |
| 20.      |                          |                          |

### Encuentro formativo 3: Juegos justos e injustos

Objetivo: Definir el espacio muestral de algunos experimentos de manera que se pueda identificar cuando un juego es o no equitativo.

Ilustración 6: Gana otro carro



#### INSTRUCCIONES

El juego se realiza con una ficha y un dado

1. La ficha se coloca en la S de salida.

2. Se lanza el dado y según lo que salga se sigue un camino u otro.

3. Se termina el juego cada vez que llegues a un carro.

4. Repite el juego (experimento) varias veces y apunta tus resultados.

Ganas si logras llegar al carro nuevo.

Contesta las siguientes preguntas teniendo en cuenta lo que ocurrió en tu juego

1. Terminado el juego ¿a qué auto llegaste? \_\_\_\_\_

2. Si vuelves a jugar a qué auto ¿crees que llegarás? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

3. ¿A cuál de los lugares es más fácil llegar? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

4. ¿Qué es más fácil, sacar 6 o sacar 1? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

5. ¿Sacar 1 o sacar 2? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

6. ¿Sacar 2 o sacar 3? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

7. ¿Cuándo lanzas un dado que números te pueden salir? \_\_\_\_\_

8. ¿Es más fácil de sacar un número par o impar? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

### Ilustración 8: Instrumento apuesta ventajosa

**Actividad del colectivo 2<sup>5</sup>: Apuesta ventajosa**

Tienen dos pares de dados, formen dos parejas y cada una de ellas toma un par de dados y realizan el juego como aparece a continuación:

¿Cómo jugar?



1. Tirar los dados
2. Multiplicar los dos resultados
3. Anotar todos los resultados en la tabla
4. Si el producto es par, el primer participante gana 1000 pesos; si el producto es impar, el segundo participante gana 1000 pesos.

**Realicen varios intentos y llenen la tabla 2, que se entrega como adjunto**

Nombre del primer participante (gana si el producto es par) \_\_\_\_\_

Nombre del segundo participante (gana si el producto es impar) \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

<sup>5</sup> Modificada de Batanero, C., Gómez, E., Serrano, L., & Contreras, J. (2015, enero/junio). *Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratorio*. Retrieved enero 21, 2018, from <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>

### Ilustración 7: Registro apuesta ventajosa

| Número del intento | Valor del dado 1 | Valor del dado 2 | Producto (VALOR) | Nombre del ganador |
|--------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|
| 1                  |                  |                  |                  |                    |
| 2                  |                  |                  |                  |                    |
| 3                  |                  |                  |                  |                    |
| 4                  |                  |                  |                  |                    |
| 5                  |                  |                  |                  |                    |
| 6                  |                  |                  |                  |                    |
| 7                  |                  |                  |                  |                    |
| 8                  |                  |                  |                  |                    |
| 9                  |                  |                  |                  |                    |
| 10                 |                  |                  |                  |                    |
| 11                 |                  |                  |                  |                    |
| 12                 |                  |                  |                  |                    |
| 13                 |                  |                  |                  |                    |
| 14                 |                  |                  |                  |                    |
| 15                 |                  |                  |                  |                    |
| 16                 |                  |                  |                  |                    |

¿Te parece que el juego es equitativo? ¿Por qué? \_\_\_\_\_

¿Cuánto tendría que ganar el segundo palpitante para que el juego sea equitativo? \_\_\_\_\_

Realice un esquema que muestre todas las posibilidades del juego.]

## Encuentro formativo 4: Quien gana en el Parqués

Objetivo: Definir el espacio muestral a partir de las condiciones de un juego para tomar decisiones sobre las Probabilidades de los jugadores.

### Ilustración 9: Quién gana en el parqués

Anexo 3: ¿Quién gana en el parqués?

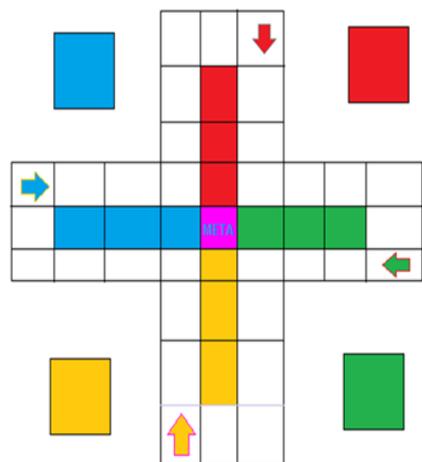
**Instrucciones<sup>6</sup>**

1. El grupo de docentes se divide en cuatro equipos, uno por cada color.
2. Cada color tienen condiciones distintas para avanzar una casilla así:
  - AZUL:** Avanza una casilla si la suma de los dados es igual a 7
  - ROJO:** Avanza una casilla si el resultado de los dados es par (1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6)
  - VERDE:** Avanza una casilla si la suma de los dados es 2, 3 o 4.
  - AMARILLO:** Avanza una casilla si la suma de los dados es 6 o 12.
3. Cada grupo de docentes escoge un color, para lo cual tendrá 1 minuto para decidir y comunicarle al formador el color elegido (se respetará el orden de la elección).

**Reglas**

1. Inicia el equipo que saque el número más alto de un solo dado, y siguen en ese orden.
2. No hay capturas como en el parqués tradicional (nadie se come a nadie así estén en la misma casilla).
3. En un solo lanzamiento es posible que avancen dos equipos.
4. Gana el equipo que primero de una vuelta al parqués y ponga la ficha de su color en la meta.

**Pregunta para socializar al final del juego:** ¿qué color tuvo más probabilidades de ganar? ¿Por qué?



<sup>6</sup> Juego creado por las autoras, imagen modificada de <https://www.canstockphoto.com/ludo-board-game-32595872.html>

DE ANTIQUO

1 8 0 3

## Encuentro formativo 5: Vamos al hipódromo

Objetivo: Analizar los elementos probabilísticos que intervienen en el sistema de apuestas del hipódromo presentado.

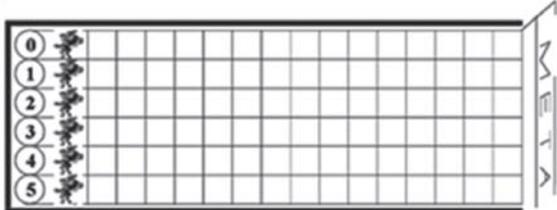
Ilustración 10: Vamos al hipódromo

*Anexo 4: Vamos al hipódromo<sup>7</sup>*

**Descripción del juego:**

1. Tenemos 5 caballos: Parcero, Bruno, Dosil, Destresa, Mecuatron, Sincontrol; y cada uno de los docentes realiza una apuesta ciega por uno de los caballos, sin conocer las condiciones.
2. Uno de los jugadores lanza dos dados, y avanza una casilla, el caballo que cumpla las condiciones:

| Caballo            | Número de caballo | Cuando avanza                           |
|--------------------|-------------------|---|
| <u>Parcero</u>     | 0                 | Cuando la diferencia de los dados sea 0 |
| <u>Bruno</u>       | 1                 | Cuando la diferencia de los dados sea 1 |
| <u>Dosil</u>       | 2                 | Cuando la diferencia de los dados sea 2 |
| <u>Destresa</u>    | 3                 | Cuando la diferencia de los dados sea 3 |
| <u>Mecuatron</u>   | 4                 | Cuando la diferencia de los dados sea 4 |
| <u>Sin control</u> | 5                 | Cuando la diferencia de                 |



<sup>7</sup> Tomado de: Encuentro de Educación Matemática EDUMATH 20 años Estado actual, perspectivas y proyección. Realizado en Medellín los días 14 y 15 de junio de 2017. Universidad de Antioquia,

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Guías de las entrevistas.

Ilustración 11: Guía de las entrevistas

**Reflexiones de los maestros sobre la enseñanza de la probabilidad en primaria a partir de las Actividades Orientadoras de Enseñanza**

Formato de entrevista 1

**Objetivos:**

- Conocer las experiencias en la enseñanza de la probabilidad en las voces de los maestros entrevistados.
- Identificar los aprendizajes de los maestros durante el taller formativo
- Registrar de qué manera los maestros relacionan el juego con otros momentos e intencionalidades de la enseñanza

**Pregunta 1:** ¿cómo se ha sentido con la enseñanza de la probabilidad y con la participación en el taller?

**Pregunta 2:** ¿qué relación encuentra entre el juego y la ética y educación en valores?

Formato de entrevista 2

**Objetivo:**

- Conocer las motivaciones que tuvo una de las maestras para llevar a aula dos Actividades Orientadoras de Enseñanza desarrolladas en los espacios formativos.

**Pregunta 1:** ¿Qué la motivó a llevar una clase del taller de formación a clase con sus estudiantes?

**Pregunta 2:** En una próxima ocasión ¿cómo haría mejor la experiencia de enseñanza de la probabilidad?

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

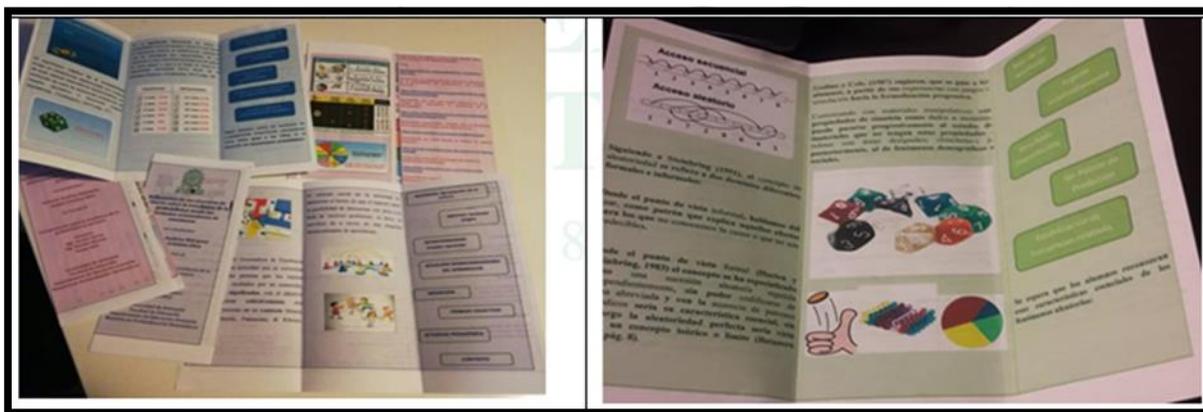
## Otros insumos para la obtención y extensión de la información.

### *Los plegables.*

Se construyeron plegables que proporcionaron a los maestros un resumen conceptual y didáctico de cada encuentro: se abordaron conceptos asociados a la Probabilidad - aleatoriedad, Probabilidad clásica y frecuencial, espacio muestral-, Actividades Orientadoras de Enseñanza, recursos digitales, referentes nacionales y sugerencias didácticas para profundizar en la enseñanza de la Probabilidad.

Los plegables contienen además páginas de internet y otros recursos que pueden apoyar al maestro en el momento de planear sus clases. El primer plegable se orientó como una invitación a los maestros para participar de los encuentros, y el último plegable registró algunas de las reflexiones de los maestros en el proceso, sirviendo de recordatorio y material de consulta para la activación de los conocimientos en cada encuentro, y como apoyo a sus planeaciones luego de finalizada la investigación.

Ilustración 12: Plegables



### *La estrategia SQA adaptada.*

Para los encuentros 2, 3, 4 y 5 se adaptó lo que (Pimienta, 2012) presenta como una estrategia de verificación del conocimiento de los maestros, adaptado como S (qué sabía), Q (qué quiero aplicar en el aula) y A (qué aprendí). Para Pimienta, la estrategia: “permite motivar al estudio; primero, indagando en los conocimientos previos que posee el estudiante, para después, cuestionarse acerca de lo que desea aprender y, finalmente, para verificar lo que ha aprendido· (p. 16). Dado que el contexto involucra maestros y se aplicó la estrategia al finalizar los encuentros, y se vio necesario adaptar la forma original.

Ilustración 13: Formato estrategia SQA

| <b>S</b><br><b>¿Qué Sabía?</b> | <b>Q</b><br><b>¿Qué Quiero aplicar?</b>                   | <b>A</b><br><b>¿Qué Aprendí?</b>                             |
|--------------------------------|---|--|
| Existen resultados posibles    | Observar cuáles son los intereses de los niños            | El juego tiene la misma probabilidad para todos los colores. |
|                                | La probabilidad motiva a los niños a buscar siempre ganar | Es un juego de azar  |

*Formatos sobre el tratamiento de los datos en el proyecto de profundización.* Para llevar a cabo este proyecto de profundización fue necesario contar con la participación voluntaria de los maestros, los niños y la Institución Educativa, para ello, se diseñó un consentimiento informado (Anexos) que describía los objetivos, alcances e intereses de la propuesta y aludía a la confidencialidad en la información. Sumado a ello, se aclaró que la participación voluntaria en el proyecto podía suspenderse por decisión de los participantes. Las fotos, grabaciones, imágenes y productos resultantes del proyecto, sólo servirán a los objetivos del mismo y se publicarán con

previo aviso de los participantes. Los resultados del proyecto se socializaron con los maestros y la institución educativa, lo que se considera una condición para validar la información que será publicada en el informe final del proyecto de profundización.

**Ilustración 14: Formato consentimiento informado**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

*INSTITUCIÓN EDUCATIVA CRISTÓBAL COLÓN*  
Código DANE: 105001001252  
Medellín

**AUTORIZACIÓN DE DOCENTES PARTICIPANTES EN EL PROYECTO**

Medellín, 30 de agosto de 2018

Cordial saludo:

En el marco del proyecto de Maestría en profundización de la Universidad de Antioquia denominado **REFLEXIONES DE LOS MAESTROS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD EN PRIMARIA A PARTIR DE LAS ACTIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSEÑANZA**; queremos de manera formal, solicitar la autorización para que los docentes

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

de la básica primaria formen parte de la investigación como participantes, aclarando que su nombre no será revelado en el informe final. Esta autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de los maestros en forma de grabaciones, entrevistas, fotos, videos, guías, entre otras.

Agradecemos su atención y colaboración

\_\_\_\_\_

|                                       |                                   |                                 |
|---------------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| _____                                 | _____                             | _____                           |
| Juan de Dios Arango Medrano<br>Rector | Natalia Múnera Escobar<br>Asesora | Soraya Isabel García<br>Asesora |

\_\_\_\_\_

Viviana Andrea Márquez Mosquera  
Docente – Estudiante de Maestría.

**Protagonistas de la investigación.** La población que participó de este proyecto de profundización fue de doce maestros y maestras de básica primaria de la Institución Educativa Cristóbal Colón, que asistieron a las citas programadas durante dos meses y seis encuentros para

hacer parte de un espacio formativo que ofrecería tiempos para el juego, pero también para la reflexión pedagógica y matemática, pero donde también confrontarían sus experiencias pedagógicas a la luz de actividades que involucraron la Probabilidad.

Su formación profesional y antigüedad en la institución es diversa, en su mayoría licenciados en pedagogía infantil o básica primaria, pero además con pregrados en derecho o licenciatura en filosofía, lo que enriqueció mucho el análisis realizado y todas las discusiones que se desprendieron a partir de su participación en el espacio. Además, se vio fortalecido el debate gracias al carácter colectivo de las AOE.

Desde la interacción social se transforma dicho contexto, el cual está en constante proceso de cambio (Sánchez, 1998), sustentado en la historia que han tenido los maestros participantes en la enseñanza de la Probabilidad, pero también gracias a su interés por analizar su práctica pasada y desarrollar la futura. Por otro lado, los maestros aceptaron la cita de manera voluntaria y en momentos contrarios a la jornada laboral, aunque en un espacio alternativo, que fue la sede de la acción comunal del barrio Santa Mónica.

### **Descripción de los espacios formativos.**

La estructura de los encuentros se plantea con base en la Necesidad, el Motivo y la Intencionalidad propuesta por las Actividades Orientadoras de Enseñanza, adaptado de (Agudelo, 2016). El siguiente gráfico muestra éstos elementos en los encuentros 2 al 5, momentos en los que se desarrollaron los juegos que desencadenaron las experiencias de la Probabilidad.

### **Convenciones:**

**N:** Necesidades

**I:** intencionalidad

**M:** motivo

**E:** Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2008)

**DBA:** Derechos Básicos de Aprendizaje, Versión 2 (MEN, 2014)

Tabla 1: Relación AOE y referentes curriculares

| Nombre del Espacio Formativo   | Objetivos  | Referentes Curriculares asociados   |
|--------------------------------|--|---|
| Lo echamos a la suerte (#2)    | <b>N:</b> Identificar situaciones de la vida cotidiana donde interviene el azar  | E: Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos (1°-3°).<br>DBA: Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos (2°).  |
|                                | <b>I:</b> Realizar un acercamiento conceptual sobre aleatoriedad a partir de situaciones relacionadas del contexto.                |   |
|                                | <b>M:</b> Meteorología, rondas infantiles, concursos.  |   |
| Juegos Justos e injustos (#3)  | <b>N:</b> Reconocer las condiciones de los juegos azar que ayuden a determinar cuando tienen ventaja para alguno de los jugadores. | E: Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro. Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionary analizar datos del entorno próximo (1°-3°). Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos (4°-5°).<br>DBA: Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual) (3°).<br>Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar (4°).<br>Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido (5°). |
|                                | <b>I:</b> Definir el espacio muestral de algunos experimentos que ayuden a definir los juegos equitativos.                         |   |
|                                | <b>M:</b> Juegos con fichas, juegos de dados, situaciones con balotas.   |   |
| ¿Quién gana en el parkés? (#4) | <b>N:</b> Relacionar juegos tradicionales con las condiciones generales de los juegos de mesa.                                     | Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar (4°).<br>Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido (5°).  |
|                                | <b>I:</b> Hallar el espacio muestral particular a unas condiciones planteadas en un juego de parkés modificado.                    |   |
|                                | <b>M:</b> Parkés   |   |
| ¡Vamos al hipódromo! (#5)      | <b>N:</b> Identificar condiciones ventajosas en las apuestas   | Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar (4°).<br>Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido (5°).  |
|                                | <b>I:</b> Analizar lo elementos probabilísticos que intervienen en las apuestas para tomar mejores decisiones en esos casos.       |   |
|                                | <b>M:</b> Apuestas en el hipódromo.  |   |

### *Encuentro formativo 1.*

*La Probabilidad en la escuela.* El primer encuentro indagó por el sentir del maestro en la enseñanza de las matemáticas, y posteriormente, sus experiencias en la enseñanza de la Probabilidad. Su bagaje profesional le confiere al maestro la posibilidad de asumir una posición frente a la importancia de la Probabilidad en la escuela, pero además le debe orientar a reflexionar sobre la enseñanza o no de este concepto en la educación primaria. Este encuentro fue de carácter introductorio y no propuso actividades orientadoras de enseñanza, sin embargo, tuvo los siguientes objetivos, preguntas orientadoras y producciones:

**Tabla 2: La Probabilidad en la escuela**

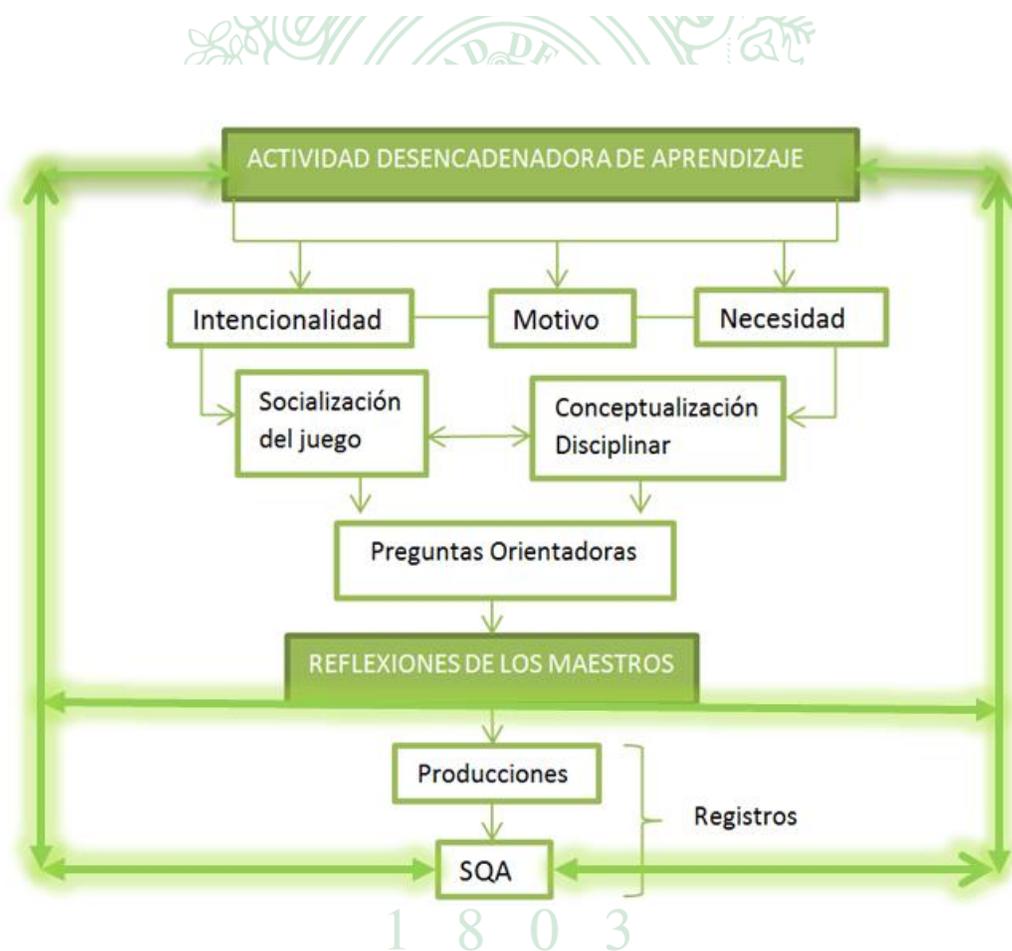
| <b>La Probabilidad en la escuela</b>   |   |   |
|--|---|---|
| <b>Objetivos</b>   | <b>Preguntas Orientadoras</b>   | <b>Producciones</b>   |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posibilitar un espacio donde los maestros puedan expresar sus experiencias en torno a la enseñanza de la Probabilidad.</li> </ul> | <p>¿Qué importancia tiene la enseñanza de la Probabilidad para potenciar el pensamiento de los estudiantes?</p>                               | <p>Relatos que hagan las veces de diagnóstico sobre las experiencias de los maestros al enseñar Probabilidad.</p> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las posiciones de los docentes sobre la necesidad de enseñar la Probabilidad en primaria.</li> </ul>                  | <p>¿Qué experiencias ha tenido en la enseñanza de la Probabilidad?</p> <p>¿Cuáles aciertos y puntos críticos han surgido en su enseñanza?</p> |   |

Encuentros formativos desde el 2 hasta el 5.

AOE. Del segundo al quinto encuentro, los docentes se enfrentaron a situaciones desencadenantes de aprendizaje que fundamentan las AOE. En ellos se presentaron y desarrollaron los juegos que permitieron una reflexión disciplinar y pedagógica.



**Ilustración 15: Esquema de los encuentros formativos**



*Fuente: elaboración propia*

El segundo encuentro tuvo como objetivo movilizar las ideas previas de los docentes sobre la aleatoriedad, sucesos determinísticos y no determinísticos. Las actividades fueron escogidas entre diferentes trabajos e investigaciones que indagaban sobre los conocimientos del profesor que enseña Probabilidad en primaria, y algunas orientaciones sobre su didáctica. Incluye una paradoja (Monty Hall) y una situación de rondas infantiles que se relacionan con la aleatoriedad. En el tercer encuentro se enfatiza en la Probabilidad simple, pero se retomaron elementos del taller anterior en su desarrollo, por ejemplo, al indagar a los docentes sobre la aleatoriedad o no de las situaciones presentadas. Se trata además una situación de Probabilidad frecuencial como lo asumen Batanero y Godino (2002), en contextos donde se debe pensar los juegos y su estructura equitativa desde el punto de vista probabilístico.

En el cuarto encuentro, se llevó a cabo un juego similar al parkés donde se propuso a los maestros decidir las condiciones con las que querían jugar (de una lista dada de cuatro condiciones), y analizar si desde el punto de vista de las Probabilidades, existe ventaja de un jugador sobre otro. Este problema también se relacionó con las sesiones anteriores en la medida en que requirió que los docentes encontraran el espacio muestral de cada condición y tomaran decisiones sobre cómo jugar. En el quinto encuentro se desarrolló una situación sobre las condiciones de las apuestas en un hipódromo. En este caso los docentes apostaron a un caballo sin conocer las condiciones con las que avanzaba cada uno de ellos. Al final analizaron si las condiciones de avance eran equitativas o no, teniendo en cuenta el espacio muestral en el lanzamiento de dos dados.

En el sexto encuentro se llevó a cabo una evaluación de las sesiones anteriores, se expusieron las AOE como estrategia de enseñanza y marco conceptual, pero se abrió también un

espacio para la planeación actividades para llevar al aula, que se relacionaran con la Probabilidad y tuvieran en cuenta los referentes curriculares (estándares-DBA). Es importante mencionar además que el desarrollo de cada actividad se realiza de manera colectiva.

**Ilustración 16: AOE en la planeación de aula**

| <b>Actividades Orientadoras de Enseñanza y la planeación de aula</b>   |  |  |
|--|--|--|
| <b>Objetivos</b>   | <b>Referentes Curriculares (DBA)</b>   | <b>Producciones</b>  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconocer en el colectivo de maestros las características de las Actividades Orientadoras de Enseñanza.</li> <li>Promover el diseño de planes de aula que involucren la Probabilidad y a su vez estén orientados por referentes nacionales curriculares.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>(2°) Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos</li> <li>(3°) Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual)</li> <li>(4°) Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar</li> <li>(5°) Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Organizador gráfico que relacione algunos elementos de las AOE.</li> <li>Ideograma sobre actividades de aula que motiven la enseñanza de la Probabilidad y estén relacionados con los referentes curriculares.</li> </ul> |

### **Análisis de la información**

El análisis realizado en el trabajo de profundización se basó en los datos obtenidos en los encuentros. Luego de transcribir la información de los audios se realizó la triangulación de la información entre éstos, el marco teórico que sustenta el trabajo de profundización y el punto de vista de las investigadoras.

El tipo de triangulación se relaciona con los datos recogidos en diversos entornos con el fin de verificar y comparar la información obtenida en diferentes momentos. Así mismo el autor propone “llevar el análisis de las fuentes de datos de manera detallada y por separado, para luego encontrar semejanzas y diferencias hacia un nuevo discurso y realidad del contraste de las fuentes de datos” (Leal, 2015: 27).

Estas estrategias permitieron un proceso inductivo de organización de los datos en categorías e identificación de relaciones entre éstas, generando con ello la creación de categorías de análisis”(McMillan y Schumacher,2005) que sirvieron para llegar a la respuesta de la pregunta del trabajo de profundización.El análisis de la información sirve para reconocer las transformaciones de los maestros, especialmente cuando en cada encuentro, se presenten juegos entrelazados y dependientes unos con otros mediados por las AOE.

Así, se destacan los encuentros organizados con anticipación, con un momento de planeación de las acciones de enseñanza para los aprendices, que en este caso fueron los maestros de primaria de la I.E. Cristóbal Colón. Al igual que el desarrollo de las actividades de cada encuentro, los momentos de reflexión y evaluación de las acciones.

## **Unidades de análisis**

(Berelson 1971 citado por Hernández, Fernández y Baptista 2006), define las unidades de análisis como “el cuerpo de contenido más pequeño en que se cuenta la aparición de una referencia ya sean palabras o afirmaciones que nos interesa localizar” (p. 358). Las unidades de análisis se basaron en los enunciados de los maestros participantes, registrados en audios y fotografías de los esquemas realizados, la información de la entrevista en profundidad y los diálogos en el colectivo de maestros. Así, las investigadoras nos permitimos evidenciar las transformaciones de los asistentes, desde sus modificaciones en el discurso, hasta sus perspectivas en enseñanza de la Probabilidad.

## **Categorías de análisis**

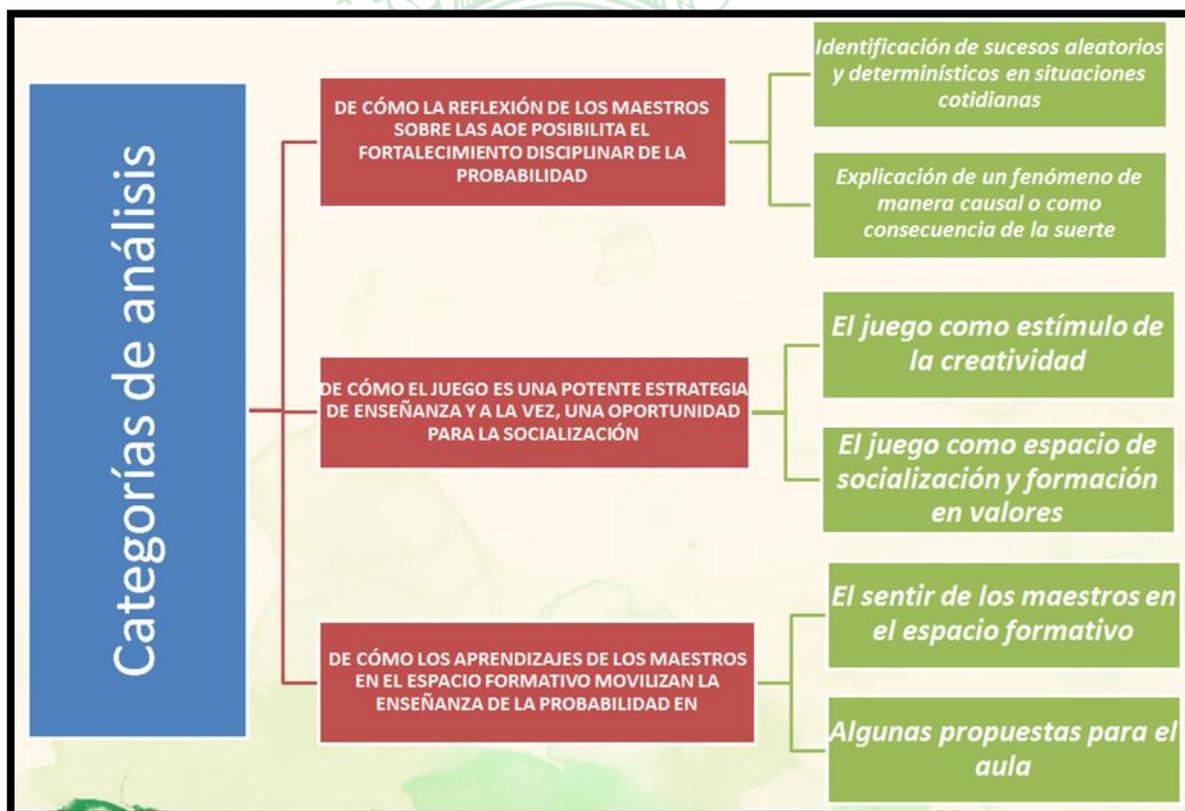
Para (McMillan y Schumacher, 2005) “la mayor parte de las categorías y de los modelos surgen a partir de los datos; más que aparecer impuestos por los datos recopilados a partir de la formulación de datos” (p. 478), se dio importancia a la palabra del maestro, y se reconoció la dialogía entre su saber y experiencias en el aula de clase. Por lo tanto, el proceso se realizó de lo general en los enunciados a lo particular de las participaciones de los maestros.

Para McMillan y Schumacher (2005) “el objetivo es identificar las similitudes en el conjunto de datos, sin desconocer que las categorías emergentes abren las posibilidades para la triangulación de la información” (p. 482), tanto se contrastó con el marco de referencia, la tesis de cada categoría y la postura de las investigadoras.

Las categorías emergentes, las posturas presentadas en cada una de ellas con los enunciados y registros fotográficos seleccionados, dieron respuesta a la pregunta del trabajo de

profundización, dejando abierta la posibilidad de encontrar otros hallazgos, otras intencionalidades que puedan enriquecer la continuidad de la investigación. Se definieron tres categorías que enmarcan algunas de las reflexiones de los maestros en los encuentros y posteriores a éstos, y fueron las siguientes:

Ilustración 17: Esquema de categorías y unidades de análisis



DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

De cómo la reflexión de los maestros sobre las AOE posibilita el fortalecimiento disciplinar de la Probabilidad, donde se ponen en evidencia posturas, reacciones y confrontaciones de los maestros a partir de sus experiencias con las AOE.

Este capítulo expone afirmaciones, pensamientos e inquietudes que aparecen en ellos cuando se ven abocados a explicar el comportamiento matemático de situaciones cotidianas como los juegos con dados, las estadísticas en las noticias, circunstancias donde se desarrollen apuestas, entre otros casos de la vida diaria que se afrontan de manera espontánea, pero cuando se buscan las causas, explicaciones y proyecciones, se hace necesario acudir a los saberes previos relacionados con la Probabilidad para comprender las características de los fenómenos.

Aquí se pudo apreciar que las AOE donde intervienen los juegos de azar y el análisis de situaciones aparentemente aleatorias, pueden profundizar en el conocimiento disciplinar de la Probabilidad, teniendo en cuenta además que el carácter colectivo de dicho análisis apoya bastante dicha construcción, particularidad que es inherente a la concepción de las mismas AOE.

Después, y notando que es una amplia categoría por su relevancia en el discurso de los maestros, se desarrollará el capítulo denominado: De cómo el juego es una potente estrategia de enseñanza ya la vez, una oportunidad para la socialización. Aquí se exponen los sentimientos y experiencias que han identificado los maestros a lo largo de su vida profesional a propósito del juego y su importancia en la enseñanza, pero también las motivaciones que sintieron a través de los encuentros donde también pudieron jugar y re-descubrir en el juego una potencialidad para movilizar la socialización.

En su experiencia de aula los maestros describen el juego como un elemento motivador en la enseñanza, como una posibilidad de enriquecer procesos de pensamiento creativo y crítico, pero también lo consideran esencial para la construcción y el ejercicio de valores colectivos. Estos planteamientos cobran relevancia no sólo en el juego por el juego mismo, el juego

espontáneo; sino en especial con el juego intencionado, intervenido y observado por el maestro que reconoce las infinitas posibilidades de aprendizaje y formación que el juego provee.

Finalmente, fue indispensable crear una categoría denominada: De cómo los aprendizajes de los maestros en el espacio formativo movilizan la enseñanza de la Probabilidad en primaria. En este apartado, se amplían las voces de los maestros respecto a sus experiencias en el espacio formativo sobre enseñanza de la Probabilidad. Se indagaron sentimientos, aprendizajes y deseos que aparecieron a través de las AOE, la reflexión pedagógica que lograron hacer de manera colectiva y también los desafíos del maestro en cuanto a la enseñanza de la Probabilidad en sus aulas de clase.

Se encontró que cuando el maestro está más fortalecido en la disciplina matemática, y en este caso, la Probabilidad; afronta una mayor confianza para llevarla al aula. Por otro lado, y como lo afirmó (Zapata, 2009), los maestros describen que su enseñanza de la Probabilidad se da atendiendo a su sentido común y experiencia, el espacio de formación les permite hacer precisiones sobre el concepto y re pensar la forma de llevarlo al aula, además, se aprovechan otros recursos como el formato SQA, las entrevistas semiestructuradas y algunas producciones de los maestros para caracterizar el impacto del espacio formativo en los maestros y las posibilidades del mismo para enriquecer la práctica educativa.

### **Reflexiones preliminares**

En el planteamiento del problema se exponen algunas inquietudes y necesidades de los maestros frente a la enseñanza de la Probabilidad, en particular, algunas resistencias por integrar a las prácticas de aula un conocimiento de suma relevancia en el presente siglo, pues el desarrollo

científico es inminente y además la densidad de información presente en todo momento y lugar, exige a los estudiantes mucha más afinidad en la toma de decisiones.

Cuando se inician los encuentros, los maestros expresan sus preocupaciones ante los constantes cambios curriculares, y como se mencionó en anteriores capítulos, la enseñanza de la Probabilidad hace parte de una de las últimas versiones curriculares que datan desde 1998; pero la comprensión de las competencias y de la extensión de las matemáticas a los cinco pensamientos – numérico, variacional, aleatorio, geométrico y métrico- siguen siendo un punto de análisis para la formación de maestros de básica primaria.

Es así, como se pudieron extraer afirmaciones como las siguientes:

Encuentro 1 (28/02/2018)

*“No nos hemos dado cuenta que el sistema educativo es anticuado, además la educación no hace parte real de los programas de gobierno” (MDG).*

Esta expresión de la maestra, relacionada con la pregunta sobre los aciertos y puntos críticos que ha tenido en la enseñanza, muestra como los maestros y el proceso educativo no pueden ser ajenos al contexto cercano de los estudiantes y sus familias. Su intervención aludía a la importancia de que la enseñanza de la escuela esté articulada con las exigencias del contexto y la realidad social. Además, los maestros reconocen en el encuentro, que no han tomado la decisión de enseñar en sus aulas de clase Probabilidad, más por el desconocimiento disciplinar y didáctico del tema que, por evadir el currículo:

*“Yo desde la base desconozco ese tema, he tenido todos los grupos de 1° a 5° y no lo doy. Si uno se motiva lo lleva al aula, porque nos falta conocimiento, nada mejor que tener las compañeras que nos enseñen, porque desconozco y el juego es la mejor forma. Muy rico, ¡bienvenidas!”(LDM).*

### **De cómo la reflexión de los maestros sobre las AOE posibilita el fortalecimiento disciplinar de la Probabilidad.**

Durante la aplicación de las AOE se revelaron muchos aspectos que son decisivos a la hora de identificar los sentimientos, experiencias, conocimientos, obstáculos y aciertos, que se dan en un proceso de enseñanza; pero en esta categoría se traerán a colación aquellos que se relacionan con el saber disciplinar, en particular, la Probabilidad presentada mediante las AOE.

Las unidades de análisis no se presentan teniendo una línea temporal, pero vale la pena aclarar que las experiencias de cada espacio fueron decisivas para ir contemplando aspectos de la Probabilidad que en un momento anterior parecían confusos, pero que más tarde, a través del cambio en el discurso de los maestros, dejaron ver transformaciones en la manera de entender y reflexionar sobre los conceptos. El modo de presentarlas obedece más bien a unas relaciones conceptuales que van desde la aleatoriedad hasta la Probabilidad clásica y frecuencial con la determinación del espacio muestral de un experimento aleatorio.

*Identificación de sucesos aleatorios y determinísticos en situaciones cotidianas.*

Encuentro 2 (07/03/2018)

Actividad 1: Cuestionario, ¿Cuál de los sucesos descritos piensas que es aleatorio?

(escribir en el paréntesis Sí o No y justificar). Ítem 1: La germinación o no germinación de una semilla plantada ( )

*“Cuando siembra la semilla, puede o no crecer, algo pasa, aunque sea un poquito o podrida sale, porque es un proceso natural”*

(LEZ)

La docente realiza esta afirmación respondiendo a una parte del cuestionario en la que se pregunta si la germinación de una semilla era un suceso aleatorio o no. Su respuesta es que no es un suceso aleatorio, considera natural los procesos de la germinación, independiente del estado de la semilla, considera que sale, que germina. Hubo mucho debate en el cuestionario planteado a pesar de que en principio parecía ser una situación cerrada, a la mayoría de los docentes les generó inquietud cada planteamiento y no fue fácil decidir la aleatoriedad de las situaciones.

Según (MEN, 1998) una distinción clara entre sucesos aleatorios y sucesos deterministas es definitiva para una posterior comprensión de la Probabilidad. La afirmación que hace la docente frente al cuestionamiento muestra que el crecimiento de la semilla siempre se da, que es un asunto determinístico, lo asocia a un proceso natural. En este punto debe señalarse que hasta el momento no hubo ninguna aclaración por parte de las investigadoras, y que los maestros por sí

mismos fueron ampliando y trayendo a colación sus saberes previos sobre lo aleatorio o no aleatorio.

El análisis de la Probabilidad en el mundo físico o natural descarta, según lo expuesto en el marco referencial, el principio de equiprobabilidad. En este caso debe contemplarse lo registrado en una gran cantidad de datos -donde también debe decidirse qué cantidad es significativa- y poder establecer una frecuencia relativa a priori, de modo que, en la situación de la germinación de la semilla, para definir que no es un suceso aleatorio, se tendrían que disponer de los datos que muestren una tendencia a la germinación tras el análisis de una gran cantidad de datos.

El episodio descrito, si es analizado desde la concepción informal de la aleatoriedad, que determina que un suceso es aleatorio si no se conoce causa ni es posible realizar una predicción, refleja que las posiciones de los maestros acerca del mundo del azar, y en especial de la definición de los fenómenos aleatorios, se caracterizan por el análisis empírico y un sentido común plenamente válido y además valioso, pero que ponen en evidencia la necesidad de la creación de espacios de reflexión disciplinar.

Encuentro 2 (07/03/2018)

Actividad 1: Cuestionario, ¿Se te ocurren otros fenómenos aleatorios y no aleatorios?

Descríbelos brevemente: Ítem 7

1 8 0 3

*“...la muerte. Sabemos que nos vamos a morir, pero no sabemos cuándo, por lo tanto es aleatorio.” (Grupo 1)*

- *“El día de la muerte es aleatorio, la muerte no. Sabemos que nos vamos a morir” (LEZ)*
- *“El pasado no es aleatorio, porque ya sabemos las fechas exactas, ya sabemos que quedó” (BEB)*
- *“Es que el futuro es aleatorio” (LEZ)*

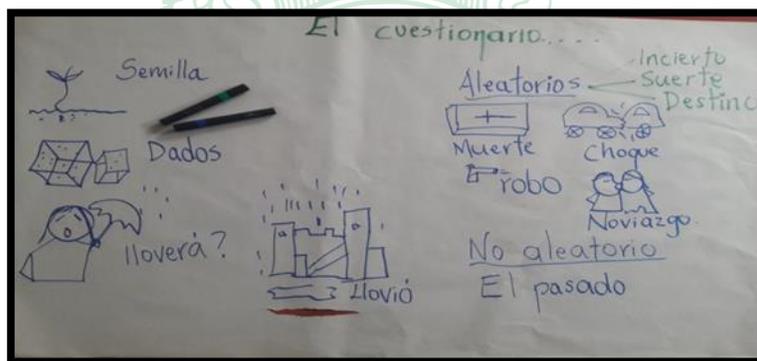
La cotidianidad se vive en muchos casos de manera inconsciente, pero la misma vida es una fuente inagotable de conocimiento. Volver sobre ella, reflexionar y mirarla con unos ojos particulares ha implicado el desarrollo de las ciencias. Ya hemos dicho que, para entender la Probabilidad, es menester entender lo aleatorio y en el dato expuesto un diálogo de los maestros puso en evidencia cómo, en este caso, la intuición matemática es bastante relevante cuando se hacen las preguntas adecuadas.

En primera instancia los maestros se aproximaron bastante a la concepción informal de aleatoriedad asumida en el marco referencial: “Desde el punto de vista informal, hablamos del azar, como patrón que explica aquellos efectos para los que no conocemos la causa o que no son predecibles” (Steinbring, 1991 citado en Batanero y Serrano, 1995, p.13). En el diálogo sobre la muerte, los maestros hallaron dos nodos importantes; por un lado, la muerte como fenómenos determinísticos de la vida humana, y el día de la muerte como fenómeno aleatorio de la misma. Claramente, la imposibilidad de predecir el día de una muerte particular le otorga el carácter aleatorio al fenómeno, pero además la certeza de la muerte para los seres humanos, le confiere el carácter determinístico.

De manera breve y profunda, el análisis que hacen los maestros sobre el fenómeno de la muerte, denota como las intuiciones y reflexiones sobre situaciones particulares otorgan la posibilidad de construir colectivamente el saber disciplinar.

Igualmente, las reflexiones alrededor del pasado y el futuro, donde el primero es siempre determinístico porque ya pasó y se puede decir de él; y el segundo es siempre aleatorio, porque no se puede predecir; ponen en relieve acercamientos importantes a las concepciones matemáticas sobre la aleatoriedad.

**Ilustración 18: Producción de los docentes al cuestionario**



Encuentro 2 (07/03/2018)

Actividad 2: El último gana. ZA-PA-TI-CO-CO-CHI-NI-TO-CAM-BIA-DE-PIE-CI-TO, una ronda muy común en los juegos de los niños, y su intencionalidad es hacer un conteo rítmico de las sílabas del canto, y determinar quién queda, ya sea liderando un juego, o de último en un orden para jugar.

La actividad 2 de este encuentro indaga a los maestros si dicho conteo puede considerarse de azar, si incide la suerte y si el resultado se ve afectado por el orden de inicio o el carácter par o impar del grupo que sortea. Ante esta situación uno de los maestros afirma:

*“Si se juega sin trucos, sí es azar, también depende del ritmo de la canción” (FAZ)*

Después de la comparación con otras con intencionalidad similar como: “pico-monto”, “en un plato de ensalada todos comen a la vez” y “jugando a las cartas saco jota, caballo y rey...”, continúan con expresiones como:

*“es aleatorio, sino tienen trampas” (LPA)*

Para (Batanero y Serrano, 1995) la aleatoriedad de una clase depende del conocimiento sobre el mismo, así, para los maestros a pesar de varios intentos de “zapatico cochinito” la experiencia continúa ofreciendo dudas en cuanto al reconocimiento de situaciones aleatorias y determinísticas. La variable que los maestros contemplan como el “ritmo de la canción” se debe a la partición silábica que pueden hacer los niños cuando realizan el conteo, y esto si puede variar los resultados, pero si la partición de las sílabas es única y el orden de conteo se hace igual, la canción ofrece ventajas sobre la persona que cuente y se podrían predecir algunos resultados; de modo que la canción no resulta una estrategia de azar justa para decidir quién continúa en el juego, o cualquier otra ventaja.

Cuando los maestros se refieren a “los trucos”, intuyen que las maneras de conteo inciden en el resultado final, de modo que consideran que en las canciones que usan los niños para “eliminar” no hay efectos del azar. Sin embargo, es necesario que, sobre estas situaciones cotidianas en la escuela, los maestros realicen un análisis más profundo y señalen a los niños cómo algunos casos que parecen “de la suerte”, están en verdad condicionadas y descritos por factores matemáticos.

*Explicación de un fenómeno de manera causal o como consecuencia de la suerte.*

Encuentro 2 (07/03/2018)

Actividad: Cuestionario, ¿Cuál de los sucesos descritos piensas que es aleatorio? (escribir en el paréntesis Sí o No y justificar). Ítem 1: La germinación o no germinación de una semilla plantada

*“tiene más posibilidades de crecer si se le cuida” (MDG)*

También hace referencia al cuestionario y a la pregunta por la germinación de la semilla. Esta docente afirma que la germinación de una semilla no es un suceso aleatorio, que todo depende del cuidado que se le dé. En este caso la docente tiene una posición causal ante la pregunta, la germinación ocurre dependiendo del cuidado. (MEN, 1998), muestran que la concepción incompleta sobre aleatoriedad, pues sus argumentos fueron causales y no reconocieron situaciones aleatorias cotidianas.

La causalidad es un elemento indispensable para el análisis de la afirmación de la maestra, para ella, la germinación de la semilla tendría que estar altamente determinada por el cuidado que se haga de ella, de modo que su concepción de la situación es causal, depende del cuidado; lo que describe un poco las características de las concepciones de algunos maestros. Cuando se discutía sobre el cuidado de semilla, hubo varias intervenciones que se ponían a favor y en contra, pero se vio enriquecido el espacio desde el punto de vista colectivo.

Si se conoce la causa y se puede predecir, no se puede hablar de aleatoriedad (situados en la concepción informal). En cuanto fenómeno natural, la germinación de la semilla no admite la equiprobabilidad, de modo que se podría estudiar desde una mirada frecuencial; sin embargo, no disponer de los datos de análisis de las frecuencias evita conocer las características matemáticas y físicas para la germinación. Además, contemplar la causalidad para decidir que un fenómeno no es aleatorio, también representa un acercamiento intuitivo a las consideraciones matemáticas de la aleatoriedad y por lo tanto, de la Probabilidad.

### Encuentro 3 (14/03/2018)

Los docentes en tres equipos realizan juegos diferentes para luego socializar. Uno de esos grupos juega “gana otro carro”, donde deben cumplir las condiciones del resultado de lanzar los dados y llegar a los carros –nuevo o viejo- con el menor número de lanzamientos. Luego de varios intentos los maestros pueden llegar a conclusiones acerca de la experiencia:

*“Hay un punto de salida y al lanzar tienen posibilidades de pasar al 1, 2 o 3, tienen las mismas posibilidades porque hay un número par en cada flecha y uno impar. Se tienen las mismas posibilidades, en el caso de la otra profe, lanzó 12 veces y tuvo 6 oportunidades de ganar, en mi caso, saqué 9 veces el caro nuevo y sólo 3 el viejo. Ella llega al viejo, la suerte también influye, es igual de fácil llegar al carro nuevo o al viejo. Sacar 6 o 1 es igual de probable sacarlos, los mismo cuando es par o impar, pero depende de la suerte o del azar de cada uno” (DPS)*

Se puede notar en las afirmaciones de los maestros, que todavía hay dudas sobre la aleatoriedad y el azar, sin embargo, tal como lo plantea (Batanero y Serrano, 1995), se tiene la

duda sobre la cantidad de veces que es necesario repetir el experimento para considerarlo aleatorio. En el caso anterior la maestra expone que los movimientos de las fichas de un lugar a otro tienen Probabilidades similares para los jugadores, pero hay un elemento determinante, que es la suerte, para definir un juego.

A pesar de que en este juego moverse de un lugar a otro tiene ventajas similares para los jugadores, la alusión a la suerte para hacer análisis matemáticos es un constante en el discurso de los protagonistas, y si bien en pocos lanzamientos no es fácil determinar resultados, los intentos reiterativos pueden ayudar a mostrar el comportamiento del aparente azar.

Encuentro 4 (28/03/2018)

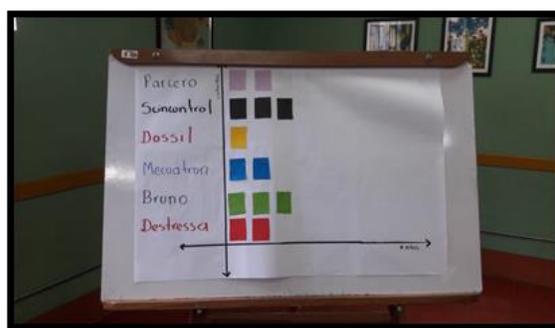
Actividad Orientadora de Enseñanza: “Vamos al hipódromo”. En este juego, los docentes realizaban una apuesta a ciegas en la simulación de una carrera de caballos. Los participantes solamente conocían el nombre del caballo y una vez elegían aquel con el que querían jugar, se revelaban las condiciones que debían cumplir cada caballo para avanzar una casilla. Cada uno de los 6 caballos se movía de acuerdo a la diferencia entre los dos dados lanzados, así: el caballo PARCERO se movía una casilla cuando la diferencia entre los dados era CERO, DOSSIL se movía cuando la diferencia entre los dados era DOS, y así sucesivamente de acuerdo al nombre del caballo. Cuando se realiza un análisis posterior al juego, dos de los docentes afirman:

*“Yo pienso desde el pensamiento de "Edgár Moran", que todo en la vida es suerte. Donde haya Probabilidades siempre existe y han ocurrido. Dos apuestas que son históricas, era la posibilidad de que Suarez mordiera a alguien en un mundial, era casi imposible, y ¡lo mordió! En Inglaterra era casi imposible que un equipo que ascendiera de segunda división,*

*quedara campeón en primera división en el primer año de competencia. Ganó y les ganó sobrado, entonces en las Probabilidades, todo es posible. Pero que hay unas posibilidades más altas que otras, sí. En este caso coincidió” (FAZ).*

*“La vez pasada no salía el par, casi nunca salía, y mire hoy todas las veces que salió. Yo le decía mira, hoy si sale el par, entonces yo digo que sí es de la suerte, o sea es relativo, y lo de las posibilidades, yo digo que todos tienen la misma Probabilidad”(DPS)*

**Ilustración 19: Apuestas de los docentes en el hipódromo**



# U DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Quando se indagó por las características matemáticas del juego del hipódromo, es decir, se creó el espacio muestral, una de las maestras consideró que las condiciones del juego tenían la misma Probabilidad para el avance de los diferentes caballos, y otro de los maestros consideró que era un asunto circunstancial que se diera el resultado que se dio.

El caballo de nombre SINCONTROL, avanzaba si la diferencia de los dados era de CINCO, de modo que este número sólo se da cuando en los dados salen el número SEIS y el número UNO (6,1) o (1,6), pues su diferencia es CINCO. Si comparamos en cambio las Probabilidades del caballo DOSSIL, vemos que para obtener como diferencia el DOS, podemos contar con las siguientes parejas (6,4), (5,3), (3,1), (4,2), (4,6), (3,5), (1,3) y (2,4); esto teniendo en cuenta el orden de aparición de cada elemento de la pareja. En este sentido la docente sigue considerando que la aparición de los eventos depende de la suerte, y que el avance en el juego tienen las mismas Probabilidades para todos los concursantes; por su parte el maestro relata una serie de situaciones que, para él, demuestran que a pesar del análisis matemático de la situación del hipódromo, el elemento de la suerte sigue implícito.

Cuando tenemos un espacio muestral finito y además cada uno de los sucesos de un experimento tiene iguales posibilidades de ocurrir, podemos asignar la regla de Laplace para determinar la Probabilidad de obtener un suceso determinado (Batanero y Godino, 2002).

Supongamos en principio que los dados utilizados para el juego del hipódromo no estaban truncados, de modo que cada uno de los sucesos del experimento tenía las mismas posibilidades de ocurrir; además, que el espacio muestral del lanzamiento de dos dados es finito. Vemos que las Probabilidades de que una pareja cuya diferencia sea DOS, son 8 de 36: (6,4), (5,3), (3,1), (4,2), (4,6), (3,5), (1,3) y (2,4); mientras que las Probabilidades de que la diferencia sea CINCO, son 2 de 36: (6,1) o (1,6). 1 8 0 3

Haciendo este análisis aplicando la regla de Laplace, se percibe que a pesar de la evidencia de que es más factible que ocurra una diferencia de DOS que una de CINCO, la docente piensa que el comportamiento de cada suceso tiene que ver con la suerte, y que todos los

**Ilustración 21: Docente construyendo espacio muestral del juego del hipódromo**



**Ilustración 20: Espacio muestral del juego del hipódromo**

|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

sucesos que involucren la diferencia de los dados, tienen las mismas Probabilidades.

Cuando se habla de juegos que tienen que ver con el azar, resulta común que las expresiones de las personas indiquen que hay algo oculto, como la suerte, que hace que los resultados se comporten de forma misteriosa. Sin embargo, la Probabilidad ayuda a realizar cálculos y estimaciones que se acercan al comportamiento de los datos, y tras muchos lanzamientos, se ve mucho más clara la tendencia que señala la Probabilidad clásica.

Uno de los grandes logros de las matemáticas y tal vez de todas las ciencias exactas, es que permiten demostrar que las percepciones nos pueden engañar. Pensar de manera crítica significa algo similar porque exige ver más allá de lo que aparece evidente ante los sentidos. No puede dejar de pensarse, en todo caso, que alrededor de los juego de azar se esconden creencias e

ideologías que le trasponen un misticismo que es atractivo a los seres humanos, de ahí que resulte más atractivo pensar en la suerte como elemento mediador en los resultados de un juego.

Encuentro 4 (28/03/2018)

Actividad: “Vamos al hipódromo”. Una vez se termina el juego "vamos al hipódromo", los docentes discuten sobre lo ocurrido y tratan de analizar las Probabilidades de los diferentes participantes. Para ilustrar uno de los profesores afirma:

*"Lucía avanzó mucho más que yo y yo tenía dos Probabilidades más que ella. Hoy estoy con la suerte de espaldas" (FAZ)*

En una discusión colectiva, el grupo de maestros construye el espacio muestral que se define al lanzar dos dados, pero teniendo en cuenta la diferencia de los dos dados lanzados. Se percatan de que no todos los competidores tenían iguales oportunidades de avanzar, pero se nota una insistencia en poner en relieve el factor de la suerte para describir lo sucedido durante el juego.

La suerte se define como una serie de eventos fortuitos o casuales. Es cuando las circunstancias alrededor de alguien o algo resultan, ya sea favorables o desfavorables: buena y mala suerte. La buena suerte es un resultado favorable en un evento del que no se esperaba esta o era poco probable, aunque sí se deseaba. La suerte está rodeada de superstición. (Diccionario de la Lengua Española, 2018)

El ejercicio de la construcción del espacio muestral del experimento resultó muy contundente para evidenciar lo que podría pasar desde el punto de vista de las Probabilidades.

Sin embargo, las concepciones de los maestros frente al juego están permeadas por una carga de superstición que puede desvirtuar el análisis objetivo. En este caso convendría insistir en el hecho de que una gran cantidad de lanzamientos de los dados, puede ir mostrando una tendencia hacia el número que marca la Probabilidad clásica; si bien pocos eventos parecieran tener un comportamiento azaroso, la Probabilidad frecuencial es bastante relevante para ir comprendiendo la Probabilidad y los conceptos relacionados.

Durante el desarrollo de las AOE fue muy fructífero el análisis matemático que desataba un juego, sus condiciones, el comportamiento del mismo gracias a dados, o incluso al aplicativo usado en el problema de Monty Hall. En el momento de las actividades nunca se amplió un concepto matemático, pero a la hora de analizar lo sucedido, de manera espontánea aparecía la necesidad de formalizarlo a través de la matemática. Por esto, y dado que toda la construcción conceptual se trató de hacer a raíz del juego y además de manera colectiva, esta categoría es esencial para describir las inquietudes de los maestros activos, y así, posteriormente, idear planes de acción para mejorar las prácticas en enseñanza de la Probabilidad.

**De cómo el juego es una potente estrategia de enseñanza y a la vez, una oportunidad para la socialización.**

Esta es tal vez la categoría que más enriquecida fue por los docentes participantes, pues en todos los encuentros mostraron un interés particular por halagar la potencialidad del juego para la enseñanza de diferentes áreas del conocimiento. Las AOE presentadas, no sólo desde su concepción sino también por el tema del proyecto de profundización, tuvieron un gran eco que despertó las motivaciones de los maestros, y posteriormente, también la de algunos estudiantes de una de las docentes participantes.

Sin duda, en esta categoría se expresan experiencias que han nutrido la vida escolar y se sugieren la construcción de otros juegos que relacionen la vida con las matemáticas.

**Ilustración 22: Maestros jugando “gana otro carro”**



***El juego como estímulo de la creatividad.***

Encuentro 2 (7/03/2018)

Actividades: “El cuestionario”, “el último gana”, y “el problema de Monty Hall”. En el segundo encuentro, en la parte de la reflexión sobre las actividades, se pregunta a los maestros: ¿Cuáles son los desafíos que tiene un maestro antes de iniciar la enseñanza de la Probabilidad?

Una de ellas responde refiriéndose a la disposición de los niños frente al juego:

*"los niños son más creativos, buscan más formas de hacer las cosas, nosotros nos reducimos a lo necesario"(MLG)*

1 8 0 3

La apreciación de la maestra alude a las alternativas de solución de problemas de los niños, en especial a los momentos del juego. La docente postuló que los estudiantes eran más creativos si se comparaba con el razonamiento de los adultos:

¿Qué es, entonces, el juego infantil? este no constituye el equivalente del juego del adulto, que no se trata de una recreación. El adulto que juega pasa a otra realidad; el niño que juega avanza a nuevas etapas de dominio. Propongo la teoría de que el juego del niño es la forma infantil de la capacidad humana para manejar la experiencia mediante la creación de situaciones modelo y para dominar la realidad mediante el experimento y el planeamiento. (Erikson, 1993, p. 199)

Erikson en su cita diferencia el juego infantil y el juego del adulto, otorgando al primero la capacidad para crear y dominar la realidad, para el manejo de su experiencia. En el adulto es una realidad alternativa, pero para el niño es la realidad misma. La afirmación de la docente revela que su experiencia le ha dejado ver las potencialidades del juego para el desarrollo de la creatividad, y su respuesta se enmarcó en la experiencia del juego realizado entre los maestros.

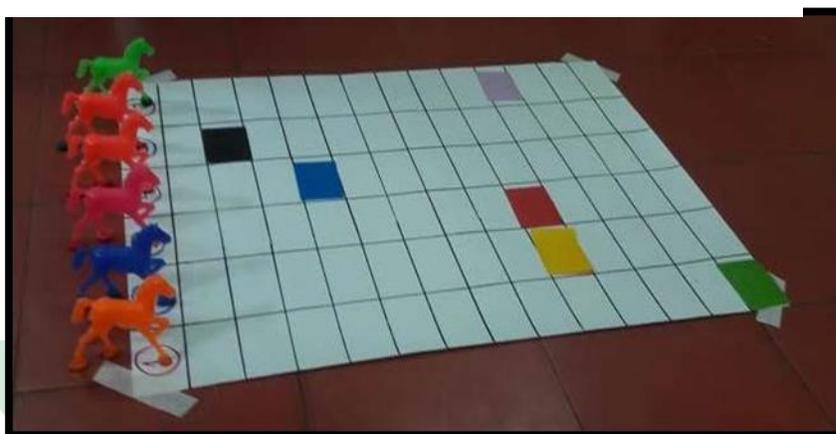
Es importante diferenciar el juego en el niño y en el adulto, pues según Erikson el niño juega de verdad, mientras que el adulto sabe que está jugando. Para la enseñanza, puede pensarse como una amplia posibilidad de hacer de la matemática una realidad, teniendo en cuenta que la intencionalidad del maestro para proponer el juego es decisiva para aprovechar verdaderamente su potencialidad:

El juego en la Educación Matemática tiene una intencionalidad; debe estar cargado de contenido. Es un contenido que no puede ser aprehendido por el niño sólo al

manipular libremente objetos. Hay que jugar. Y al hacerlo es que se construye el contenido a que se quiere llegar. El contenido matemático no debe estar en el juego, pero en el acto de jugar. Es por esto que el profesor tiene un papel importante. No sólo como juez, sino como jugador que ya conoce las reglas y las reinventa con sus compañeros de equipo: los alumnos. (Moura, 1991, p. 65)

La vehemencia con la que la maestra realiza la afirmación le otorga mucha más fuerza a lo dicho, se percibe la valoración que ésta hace del juego de los niños, lamentando un poco que el adulto va perdiendo posibilidades de crear, desde su punto de vista, el adulto debe mirar con admiración y buen juicio el juego infantil.

Ilustración 23: Tablero del juego del hipódromo



# DE ANTIOQUIA

*El juego como espacio de socialización y formación en valores.*

1 8 0 3

Encuentro 3 (14/03/2018)

Actividades: “Juegos justos e injustos”, “apuesta ventajosa” y “juegos de pelotas”. En el conversatorio de esta sesión se realiza a los maestros la segunda pregunta: ¿Qué potencialidades

encuentra en las temáticas de hoy para promover el pensamiento crítico de los estudiantes?, a lo que una de las maestras responde:

*"Para explotar la potencialidad hay que encontrarle la lógica al juego para describir que en realidad no hay mala intención, sino que es un asunto matemático. En la medida en que entiendo el por qué y uso otras modificaciones con la creatividad de los niños, puedo hacer más justo, equitativo y transversalizar con ética y trabajar competencias ciudadanas".*

*(DPS)*

En este encuentro se realizaron tres actividades orientadoras a los maestros. Tenían la intención de generar experiencias en situaciones y juegos donde se pudiera analizar desde el punto de vista de la Probabilidad clásica y la Probabilidad frecuencial, cuando un juego podría tener ventajas sobre un jugador. En el segundo momento del encuentro, se preguntó a los docentes las potencialidades de dichas actividades para promover el pensamiento crítico de los estudiantes, a lo que la maestra respondió lo que se enunció con anterioridad.

A propósito de la matemática como potenciador del pensamiento crítico y elemento que permite la socialización, nos podemos referir a lo siguiente:

[...] ahora podríamos analizar el objeto de la crítica en la educación matemática. Las matemáticas pueden verse como un lenguaje poderoso que permite producir nuevas invenciones de la realidad. Así, las matemáticas ofrecen nuevas percepciones de ella y también la colonizan y reorganizan. Por esto podríamos decir que las matemáticas le dan forma a nuestra sociedad (Skovsmose, 1999, p.15).

Por una parte, el juego fue mencionado en varias ocasiones por los maestros como una oportunidad para formar a los niños desde el punto de vista ético, pues en la dinámica de éste se ponen en relieve aspectos como la honestidad, el cumplimiento de las reglas, la honorabilidad.

Por otro lado, las matemáticas favorecen el desarrollo del pensamiento crítico, pues permite producir nuevas invenciones de la realidad, es decir, invenciones alternativas. En ese sentido, las matemáticas también son indispensables para la formación ciudadana y democrática, y la cita de Skovsmose es valiosa porque retoma ambos elementos.

Encuentro 4 (28/03/2018)

Actividad: “quién gana en el Parqués”. A partir de la pregunta propuesta por las investigadoras: ¿Cuáles son los intereses de sus estudiantes sobre el juego y cómo aprovecharía dichos intereses para enseñar la Probabilidad?, Una de las respuestas es:

*"Sobre el trabajo en equipo, sobre el respeto por el otro, no burlarse del compañero cuando gana. Los niños son muy competitivos, a nadie le gusta perder a todos les gusta ganar, sin importar la edad, y por más que le pongamos a eso conceptos éticos y morales"*

(FAZ)

En esta sesión se plantea un juego similar al Parqués. Se propone a los maestros que elijan un color, de los cuatro que corresponden a los cuatro equipos que van a participar, y cada uno de esos equipos avanza una casilla con reglas particulares; por ejemplo, el azul avanza sólo cuando los dos dados sumen 7, y el amarillo, avanza cuando los dados suman 6 o 12. Después de que los docentes participaron en el juego e hicieron un análisis sobre las ventajas o no para algún

equipo, se realizó la habitual pregunta para movilizar a los maestros a pensar la enseñanza de la Probabilidad.

Se puede apreciar que el maestro mencionado reconoce la potencialidad del juego para promover el trabajo en equipo y el respeto por el otro, e incluso, el aprendizaje que se da cuando se gana y cuando se pierde, además de la movilización que genera la competencia entre los niños de cualquier edad.

Ilustración 24: Recursos para el juego “Quién gana en el parque”



Para (Moura, 2010), el juego es un elemento fundamental en la enseñanza, puesto que también tiene por objetivos el desarrollo de la autonomía, de los valores culturales, del trabajo colectivo; pues el acto de jugar valoriza la importancia del trabajo en grupo. Para (Huizinga 1972), “el concepto de ganar guarda estrechísima relación con el juego. En el juego solitario el que salga bien no significa ganar todavía. Este concepto se presenta cuando se juega contra otro” (p.72)

La Probabilidad en sí misma es un objeto esencialmente lúdico, su enseñanza permite en gran medida el uso del juego. Moura reconoce el carácter social del aprendizaje, pero también resalta que a través del juego se potencian la autonomía, valores culturales y el trabajo en equipo. La respuesta del maestro deja ver la misma idea, identifica en el juego la posibilidad de formación en valores, pero además hace énfasis en la condición competitiva de los niños y sus motivaciones hacia el juego. Por otro lado, Huizinga reconoce el carácter competitivo en el juego, al que alude también el profesor en cuestión.

Entrevista individual (28/03/2018)

A modo de cierre, y realizando una entrevista semiestructurada e individual a dos de los docentes participantes, elegidos de acuerdo a su activa participación durante los encuentros, se formuló la siguiente pregunta: ¿de qué manera se puede sacar mayor provecho a la estrategia del juego?

*“Bueno, yo creo que si implementamos el juego en cualquiera de las áreas, el juego es transversal, y en la medida en que es transversal podemos trabajar los valores. El juego siempre nos permite el trabajo en equipo, y cuando tu trabajas en equipo puedes desarrollar cosas como la autoestima, el respeto por el otro, como el trabajo cooperativo y sobre todo, que cada niño pueda desarrollar desde su inteligencia el máximo potencial, contribuyendo a que el producto que resulte sea mucho mejor que si alguien los hace de manera individual. Entonces creo que este taller nos enriquece muchísimo y nos va a permitir mejorar nuestras prácticas pedagógicas” (DPS).*

Claro está que las motivaciones, entendiéndolas también desde la propuesta de las AOE, son indispensables para promover una enseñanza de las matemáticas activa, y dentro de esas motivaciones, el juego representa una estrategia muy poderosa. Sin embargo, es cierto que éste no es solamente un espacio didáctico, sino que en el discurso de los maestros se muestra como una oportunidad muy valiosa de abrir espacios para la socialización, mejoramiento de la convivencia y regulación y formación en valores. Desde el punto de vista teórico asumimos la cita de Peña y Castro

Consideramos que el juego es un escenario donde comienza la participación infantil, ya que dentro de él es posible escuchar las voces de niños y niñas con naturalidad, conocer sus experiencias personales, sus intereses individuales, colectivos y las relaciones que se dan entre ellos; donde la palabra y la acción dan cuenta de la implicación y compromiso de ellos y ellas dentro del juego. Solo se aprende a participar participando. (MEN, 2014: 16)

En el discurso de los docentes fue imposible sesgar la importancia del juego en la enseñanza de la Probabilidad, tampoco a la enseñanza de las matemáticas, y por el contrario, se extendió hacia la confrontación ética que permite el juego. En la cita anterior no hay una alusión solamente al espacio del juego como promotor de valores, sino en especial a su potencialidad para conocer y observar a cada niño a través de la excusa del juego. Esta idea la apoya una respuesta adicional a la misma pregunta, pero en la mirada de otro maestro:

*“Ah no sí, yo sí lo uso mucho porque yo siempre parto mucho de lo que es la realidad de los muchachos y trato de recrearla en el aula. Pero el juego es otra cosa, porque muchas*

*veces la realidad es dura y es cruel, pero también se vuelve número y el juego ayuda a hacerlo más amable.*

*La ética no se debe enseñar, el mejor espacio de enseñar ética es el juego. Porque es donde está la tentación más alta contra la norma, de la trampa, de llevarle ventaja al otro en cualquier espacio, en cualquier área; y si en matemáticas sirve para eso mucho mejor.*

*El juego es un espacio natural para la Probabilidad y para aprender de ética, las dos cosas son perfectamente integrables y trabajables” (FAZ).*

### **Diversos Encuentros.**

Instrumento: Formatos SQA. En el formato SQA (qué Sabía, qué Quiero aplicar y qué Aprendí), aplicado a los docentes antes de terminar cada encuentro, varios de los grupos de docentes afirman en la columna LO QUE APRENDÍ:

*"Las competencias también se evalúan desde la ética, el respeto, el seguimiento de instrucciones"; "este tipo de actividades nos facilita tomar decisiones, nos permite crear-elaborar posibilidades partiendo de juegos o fenómenos de la realidad"; "A través del juego pueden formarse valores"; "Que en el juego se pueden evaluar varios aspectos: ética, matemáticas, entre otros"(Varios maestros)*

En esta ocasión los maestros identifican, a propósito de los juegos implementados para la comprensión de la Probabilidad, que es posible evaluar desde la construcción de valores y poder ejercitar la comprensión y seguimiento de instrucciones. Varios comentarios se escucharon a propósito de la importancia del juego para el niño, para asumir roles y fantasear.

Los docentes, casi en su mayoría, consideran el juego como un elemento indispensable para calibrar y movilizar la formación ética. Se refieren a la importancia que éste tiene para la toma de decisiones, habilidades para trabajo en equipo, la creación, entre muchos otros. No es del desconocimiento de los maestros las implicaciones que tiene el juego en el niño, pero también reconocen su valor para la enseñanza de las probabilidades, y en general, de las matemáticas. De cómo los aprendizajes de los maestros en el espacio formativo movilizan la enseñanza de la Probabilidad en Primaria.

***El sentir de los maestros en el espacio formativo.***

Si asumimos lo que dice (Dewey, 1978) “La mera actividad no constituye experiencia” (p. 153), podríamos pensar que las AOE pudieron o no impactar la vida de los maestros, todo depende de cómo ellos, “sufrieron” cada una de las actividades.

Como actividades de cierre, se realizaron entrevistas a alguno de los maestros asistentes con el fin de conocer unas reflexiones finales, sus sentimientos e impresiones en el espacio formativo.

Se les realiza la pregunta: ¿Cómo se ha sentido con la enseñanza de la Probabilidad y con la participación en el taller?

*“...pienso que este taller nos ha ayudado a despertar la motivación, el interés, las ganas de mirar otras herramientas y otras maneras más didácticas de trabajar la*

*Probabilidad y no hacerlo como tan empíricamente, sino partiendo de experiencias y esa vivencia nos permite darnos cuenta que a través del juego y a través de otras actividades, se puede desarrollar de manera más pertinente ese concepto o esa competencia, y que los niños*

*puedan mejorar también en las pruebas, porque efectivamente, creo que ustedes lo habían detectado antes, los resultados en ese pensamiento aleatorio siempre daban muy bajitos.”(DMS)*

Según (Zapata, 2009), los maestros que enseñan estadística lo hacen más atendiendo su sentido común, que, a una reflexión profunda de la estadística en el aula de clase, y la respuesta de la maestra deja ver ese carácter intuitivo en la enseñanza cuando se refiere a su enseñanza empírica.

Este tipo de afirmaciones ayuda a comprender que en efecto el taller incidió de manera positiva en uno de los aspectos más importantes para la enseñanza, y es el saber disciplinar, y aunque no es posible en los alcances de este proyecto de profundización medir el grado de conocimiento alcanzado por los docentes, éstos si tuvieron un acercamiento al análisis colectivo de los conceptos asociados a la Probabilidad. Otro de los docentes entrevistados, responde a la misma pregunta con la siguiente afirmación:

*“Me he sentido conforme porque es darle forma a algo que se hacía empíricamente, y por la formación mía que tengo como licenciado, no en matemáticas, tengo un uso de ellas, pero no tengo formación en matemáticas, me ayuda a matematizar lo que es la Probabilidad, es darle forma, darle número y hacerla más llevable a los estudiantes. Porque lo que se enseñaba, se enseñaba más desde lo empírico, desde la tradición que uno tiene de la enseñanza de la matemática, desde lo aritmético, desde lo operativo, a algún acercamiento que hemos tenido desde la formación decimal o la matemática espacial. Pero en esto si nos faltaba todo y se nos notaba mucho en los resultados de los muchachos, y tener ya una forma de cómo demostrar que se puede volver número, y a partir de ese número tener una interpretación en la vida es mucho*

*mejor para lo que podamos seguir trabajando para los muchachos, para el bienestar de los muchachos. Yo lo pienso más para el bienestar de ellos, para tener un bagaje de comprensión más alto que para darle el resultado a un examen del estado. Es muy provechoso para nosotros y para los niños” (FAZ).*

Las afirmaciones que hace el maestro coinciden con la respuesta anterior sobre el empirismo de la enseñanza de la Probabilidad, reconoce la importancia de formalizar sus conocimientos previos y cómo esto beneficia directamente a los estudiantes. Cuando menciona “a partir de ese número tener una interpretación en la vida”, expresa que además la cercanía que debe tener la Probabilidad, pero también las matemáticas en general, con la vida cotidiana de los estudiantes. En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se resalta:

El carácter globalizante de la Probabilidad y la estadística ayudan en la comprensión de algunos fenómenos de la vida cotidiana y de las ciencias, donde a través del tratamiento de situaciones no deterministas, se llegue a establecer modelos de Probabilidad para la toma de decisiones y posteriores predicciones. (MEN, 2008, p. 17)

Finalmente, el impacto de esta estrategia en los maestros es posible, en sus planeaciones y el ejercicio mismo en el aula, donde las transformaciones en ellos mismos favorecen a sus estudiantes.

### ***Algunas propuestas para el aula.*** 8 0 3

En esta categoría se analiza la información de las producciones de los maestros relacionadas con la comprensión de la Actividades Orientadoras de Enseñanza y su utilización como estrategia de proyección al aula, como propuestas de juegos guiados por las AOE que se

podrían desarrollarse para enseñar la Probabilidad en los distintos grados de la educación primaria, apoyados en el Derecho Básico de Aprendizaje de cada grado y con la intencionalidad de enseñar y aprender con la adaptación de juegos tradicionales del contexto de los estudiantes como mediadores de la experiencia con el azar, el espacio muestral y la Probabilidad.

La experiencia incluye un elemento activo y uno pasivo. Por el lado activo la experiencia es ensayar y por el lado pasivo significa sufrir, es decir, cuando actuamos sobre algo hacemos algo en ello y después sufrimos o padecemos las consecuencias. La mera actividad no constituye una experiencia, y cuando una actividad se continúa en el sufrir o gozar de las consecuencias aprendemos algo. (Dewey, 1978, p.153)

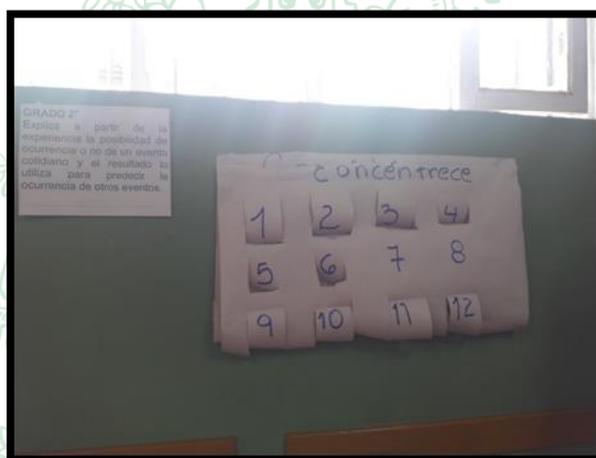
Así, los docentes conformaron cuatro grupos según el Derecho Básico del Aprendizaje correspondiente a cada grado (2°, 3°, 4° y 5°), y que estuvieran relacionados con la Probabilidad. Luego, entre ellos proponían y elegían un juego que posteriormente sería presentado a los otros maestros, con la intencionalidad de que en un futuro fuera llevado al aula, según lo que cada uno decidiera según los tiempos, las necesidades y el currículo.

*“Que a través del juego descubran lo que es, a partir de la experiencia que descubran la posibilidad de ocurrencia o no ocurrencia, así como cuando trabajamos la primera vez, de qué posibilidad había de que llovía o no llovía, ¿recuerdan?, es lo mismo” (LA).*

Se destaca como la maestra trae a colación elementos trabajados en encuentros anteriores y lo relaciona con las actuales reflexiones, pero ya con el propósito de llevarlo a sus estudiantes.

Hay que mencionar además el interés por utilizar juegos en los cuales los estudiantes ya están familiarizados como “el concéntrese”.

**Ilustración 25: Propuesta del juego concéntrese**



Otra de las propuestas realizadas por los maestros se relaciona con las elecciones y el proyecto de democracia institucional, donde se eligen a los representantes de grupo, mediadores y contralores, además del personero institucional.

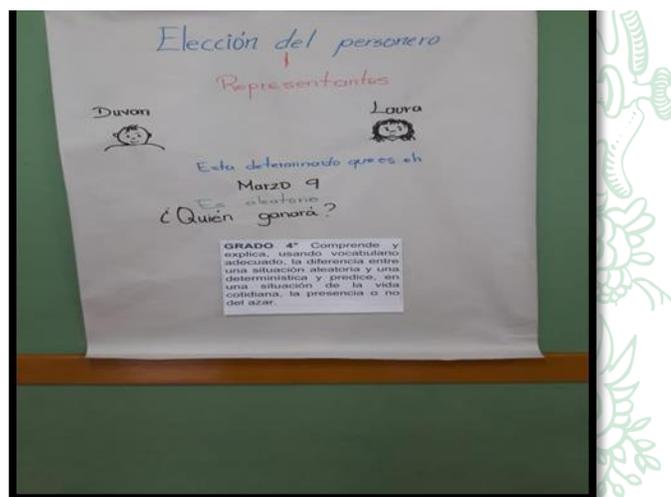
Al socializar, los maestros mostraron algunas confusiones con los conceptos de Probabilidad, situación que se aclaró gracias a otras intervenciones de otros compañeros.

La actividad es orientadora en el sentido de que es construida en la relación entre el profesor y el estudiante y está relacionada con la reflexión del profesor que, durante todo el proceso tiene la necesidad de reorganizar sus acciones por medio de la continua validación que realiza sobre la coincidencia o no entre los resultados obtenidos por sus acciones y los objetivos propuestos. (Moura, 2010: 101)

Se destaca especialmente como el colectivo de maestros hizo mención a conceptos trabajados en encuentros anteriores y trataron de aclarar y encontrar una propuesta que complementara la intención de la propuesta. Por lo tanto, podemos evidenciar en estas discusiones cómo la construcción colectiva puede llevar al enriquecimiento del saber pedagógico en favor del mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes.

En la ilustración 26, se observa la propuesta que se menciona.

**Ilustración 26: Propuesta de la elección del personero**



El análisis alrededor de esta propuesta, muestra las AOE como mediadoras en la construcción de una propuesta de enseñanza y aprendizaje, en el diálogo entre los docentes se reconoce que hacen parte del proyecto de democracia escolar de la institución, poniendo en contexto los aprendizajes.

Según lo expuesto por (Juri, 2015):

[...] la diferencia entre una acción humana rutinaria y una acción reflexiva, es que la primera sugiere acciones guiadas por los impulsos, tradiciones y autoridades, y la segunda supone una actitud activa, persistente y cuidadosa de las creencias y/o prácticas desempeñadas (p.27).

Se muestran así las transformaciones logradas con la implementación del proyecto de profundización, considerando además los aprendizajes logrados en sus actividades cotidianas, que mencionaron los maestros.

Igualmente, se destaca la adaptación y réplica del juego que se propuso en el encuentro tres, pues una maestra lo llevó al aula y lo desarrolló con los estudiantes. Ante los diálogos presentados el día del juego, la maestra consideró pertinente la experiencia para presentarla a sus estudiantes, le hace algunas adaptaciones y expresa que:

*“Lo retomé de la clase pasada y como no recordé cómo lo habían llamado ellas, entonces le coloqué, me engaño solo” (MDG)*

Finalmente, se presentó el juego “la culebrita”, en el cual no solamente se proponía trabajar conceptos de la Probabilidad, sino fortalecer el dominio de las operaciones básicas como suma, resta y división; y sus resultados indicaban el avance o retroceso por el tablero de juego.

Otros apoyos para la enseñanza.

Dentro de los recursos utilizados para los encuentros se entregaron a los docentes plegables (Ver anexos) con la información teórica del encuentro respectivo, con el fin de dar un

insumo que apoyara al maestro una vez finalizado el proyecto de profundización, y que le permitiera obtener recursos digitales e información que complementara su planeación y reflexión si decidía llevar al aula la enseñanza de la Probabilidad.

(Smyth, 1991), para describir el ciclo de reflexividad propone: el ciclo comienza cuando el maestro se enfrenta a una situación problemática, lo primero que hace es describirla; luego trata de fundamentar la situación a través de teorías y principios personales que subyacen en la forma de enfocar el problema. Después contrasta sus concepciones con otras concepciones ajenas, especialmente de expertos en el campo, esta confrontación lo lleva a buscar soluciones al problema que encaje con su práctica mediante proyectos de actuación, donde tenga en cuenta las facetas contrastadas que le hayan sido significativas.

En este momento el proyecto de profundización apoyado en las AOE mostró a los maestros algunas alternativas que pueden utilizar al momento de planear, enseñar y reflexionar acerca de la Probabilidad, especialmente si este proceso se realiza con otros maestros.

Igualmente, como parte del proyecto de profundización y de las producciones de los maestros, se realizaron algunos organizadores gráficos, con el fin de continuar la reflexión pedagógica entorno a la Probabilidad y de mostrar cómo las AOE pueden ser una estrategia que medie en la formación del maestro para la enseñanza de la Probabilidad.

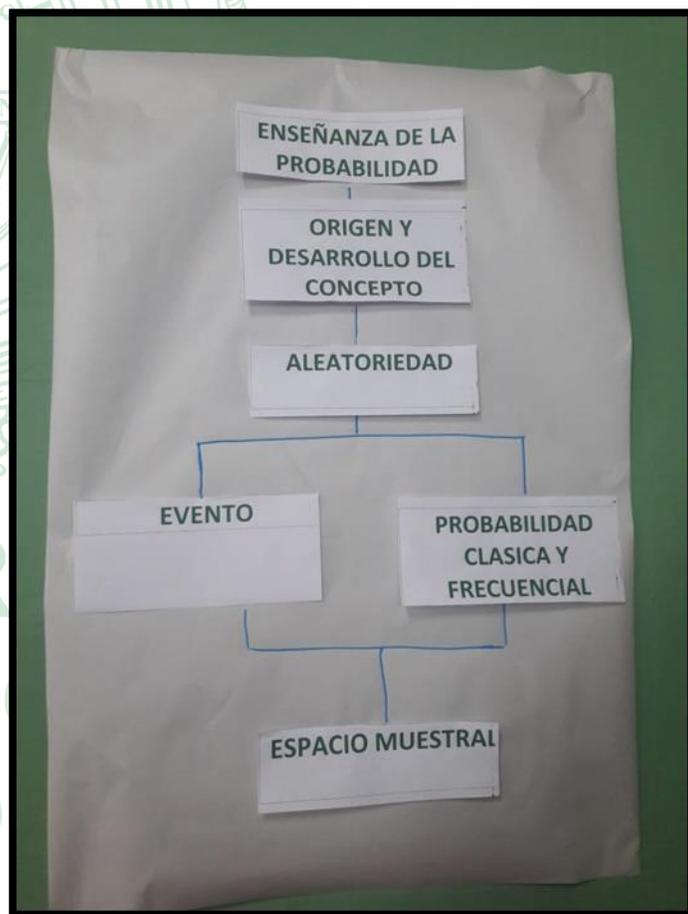
Así, también debe promoverse la conformación de grupos de maestros donde se proyecte la enseñanza mediada por la reflexión y la construcción colectiva, según el contexto y la realidad de los procesos que estén desarrollando con sus estudiantes, superando el individualismo en sus

procesos de planeación, ejecución y reflexión, pues muchos resultados con estas AOE reflejan el gran impacto del trabajo colectivo de los maestros para la reflexión conceptual y pedagógica.

En la ilustración 27, los maestros relacionaron los conceptos de Probabilidad, según abordado en los encuentros.



Ilustración 27: Organizadores gráficos propuestos por los maestros



Respecto a la enseñanza de la probabilidad, conviene el inicio de la enseñanza frecuencial, dado que (Fischbein y Cols, 1991 citados por Batanero y Serrano, 1995) proponen que es posible controlar un experimento aleatorio si lo repiten varias veces.

De otro lado, para superar los obstáculos iniciales que se puedan presentar para la comprensión de los fenómenos aleatorios en los niños, los autores antes mencionados sugieren un proceso gradual y lento, con el uso siempre de material concreto que vaya evolucionando de los más precisos (dados, monedas), a aquellos que son más difíciles de diseñar sin sesgos (ruletas, chinchones, datos demográficos).

De este modo, las propuestas de los maestros coinciden en aclarar que es necesario iniciar con una contextualización a los estudiantes, que los lleve a tener claridad sobre el origen y desarrollo del concepto, luego ir avanzando lentamente hacia la comprensión de la aleatoriedad.

Para explicar sus organizadores gráficos los docentes acuden a las experiencias de los encuentros anteriores, cuando trabajaron los conceptos con la AOE; por ejemplo, una maestra expresa que:

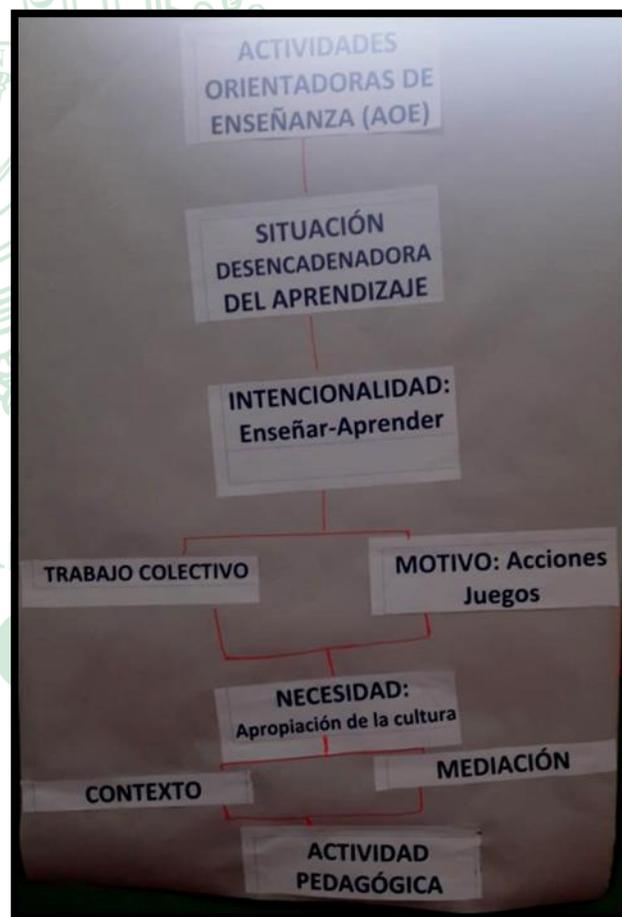
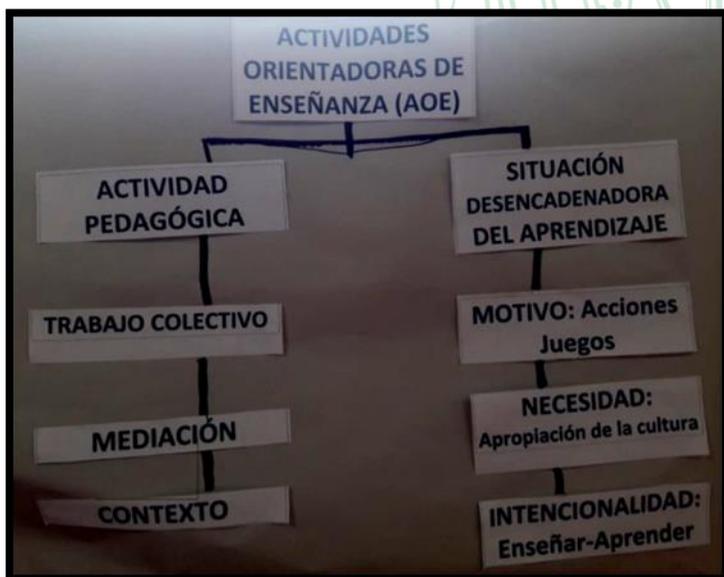
*-“En el juego de los caballos vimos lo que era un evento; la parte frecuencial eran las veces que se repetían las oportunidades en el juego. Yo no sé si está bien así. Rosalba, ¿falta algo?”*

*-De acuerdo a lo que ustedes enseñaron en el desarrollo del concepto, se evidencia desde el primer encuentro, que se escogía la puerta, se escogían dos puertas, ¿se acuerdan?; y era probable que en una de ellas nos ganáramos el carro o nos ganáramos el burro. En esos juegos hablamos también de lo aleatorio”*

Los maestros propusieron dos organizadores gráficos que permitieron el diálogo entre ellos frente al reconocimiento y apropiación de las AOE como estrategia mediadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje, donde pueden construir significados y conceptos al reconocer en el otro un interlocutor valioso.

Veamos en la ilustración 28 las propuestas de los maestros acerca de la interacción de los elementos asociados a las AOE.

Ilustración 28: Organizadores gráficos sobre AOE



(Moura, Araújo, Moretti, Panossian, y Ribeiro, 2010), afirman que: una Actividad Orientadora de Enseñanza (AOE) es una actividad que se estructura de modo que permita que los sujetos interactúen mediados por un contenido, negociando significados, con el objetivo de solucionar colectivamente una situación presente en su contexto. Las Actividades Orientadoras de Enseñanza se constituyen en una unidad entre la Actividad de Enseñanza y la Actividad de Aprendizaje pues surge como una posibilidad para poner en diálogo las acciones de maestros y estudiantes para legitimar colectivamente un saber específico.

De este modo, los maestros pudieron escuchar las posiciones de los compañeros y expresar que lo importante es llevar al estudiante de forma gradual por el conocimiento de la Probabilidad, orientar siempre una enseñanza contextualizada y desafiante.

Respecto a su propio rol como maestros, concluyeron que es indispensable continuar adquiriendo experiencia en su enseñanza, pero antes hay que ganar un mejor manejo disciplinar que les permita la construcción de situaciones didácticas intencionadas y consistentes con el origen del concepto. Esta afirmación, queda sostenida en una interpelación final en la que una maestra expresa:

*“...hay que tener claro qué es Probabilidad y tener la capacidad para explicar, pero es la profe la que debe estar consciente del tema” (LEZ)*

## Conclusiones

En principio, la pregunta, ¿cómo las reflexiones de los maestros desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza movilizan la enseñanza de la Probabilidad en primaria?, permitió que los maestros de la Institución Educativa Cristóbal Colón participaran de un espacio formativo donde ellos mismos tomaran decisiones, lograran manejar apropiadamente la incertidumbre y fueran más allá de lo aparente en las situaciones desencadenantes mediadas por las AOE.

Desde el paradigma de investigación cualitativa y en un enfoque crítico-dialéctico, los maestros lograron hacer una movilización a la enseñanza de la Probabilidad, reflexionaron pedagógicamente sobre su enseñanza y la importancia del juego para generar motivaciones e intereses en los estudiantes de la básica primaria. Se presentaron como objetivos específicos: establecer un espacio formativo entre los maestros de la básica primaria, con el fin de que integren la enseñanza de la Probabilidad a sus prácticas de aula, generar la reflexión pedagógica sobre la enseñanza de la Probabilidad a través de las Actividades Orientadoras de Enseñanza, y evidenciar de qué manera las estrategias de enseñanza basadas en el juego, generan motivaciones e intereses en los estudiantes de la básica primaria.

Para lograr éstos objetivos se diseñaron y propusieron actividades inscritas en el marco de las AOE, lo que generó en el colectivo de maestros reflexiones de tipo disciplinar y pedagógico que posteriormente fueron registrada a través de las guías construidas con la observación participante, las guías de la entrevista a profundidad e insumos como la estrategia SQA (qué sé, qué quiero saber y qué aprendí). Una vez recopilada la información, se realizó una triangulación de la información para establecer las categorías de análisis:

Cómo la reflexión de los maestros sobre las AOE posibilita el fortalecimiento disciplinar de la Probabilidad, Cómo el juego es una potente estrategia de enseñanza y a la vez, una oportunidad para la socialización, y Cómo los aprendizajes de los maestros en el espacio formativo movilizan la enseñanza de la Probabilidad en primaria.

Por su parte, las Actividades Orientadoras de Enseñanza mediaron en las interacciones de los maestros, orientaron la apropiación del conocimiento de la Probabilidad, y sembraron expectativas sobre las ventajas de esta estrategia para generar cambios en las prácticas de aula.

Al escuchar a los maestros, también se pudo reflexionar sobre la realidad escolar, especialmente cuando su rol se reduce a desarrolladores de currículos y su posibilidad creativa y sus necesidades formativas no son tenidas en cuenta. Los cambios curriculares, como en el caso de la integración de la Probabilidad a las aulas de primaria, debió contar en principio con el fortalecimiento disciplinar y el posterior análisis de la pertinencia.

El juego como motivo dinamizó los encuentros, brindó la posibilidad de crear ambientes más tranquilos para que los maestros se acercaran a los conceptos asociados a la Probabilidad. Esto les permitió apropiarse de ellos desde el contexto particular, y también reconocer la condición de sus estudiantes como niños, y cómo el juego es parte inherente a los procesos de creación, socialización e interacción de los estudiantes de primaria.

En estos espacios los maestros continuaron su formación sobre la Probabilidad mediados por las Actividades Orientadoras de Enseñanza, de modo que de manera simultánea se enfocaron en el concepto y en su didáctica. Se evidenció el progreso de los maestros en cada encuentro, pues en el uso del lenguaje se notó mucha mayor precisión y cuidado en los contextos de uso.

Como maestras investigadoras también se evidencian transformaciones en el fortalecimiento de los conceptos matemáticos y los avances en los planteamientos didácticos; esto confirma que la enseñanza y el aprendizaje son procesos donde se enriquece el maestro y el estudiante. Las oportunidades de interacción con el otro permiten la confrontación del propio conocimiento, y sugiere una reflexión más honda sobre la organización de la enseñanza.

Del proyecto de profundización se destaca la gratitud manifestada por los maestros, pues expresaron en distintos momentos que el espacio favoreció su formación profesional y personal; pues por un lado una de las maestras consideró inmediatamente la pertinencia de la integración de las estrategias a sus dinámicas de clase, y por otro lado, la mayoría de los maestros pudieron encontrar en la propuesta una manera de dar sentido a lo que en otro momento fue esencialmente empírico.

Por último, los maestros expresaron la disposición de continuar con el proceso de reflexión y fundamentación disciplinar más allá de la Probabilidad. Los directivos docentes, por su parte, apoyaron plenamente el desarrollo del proyecto pues lo percibieron como una oportunidad convertir en realidad los fundamentos propuestos en los documentos institucionales, especialmente los relacionados con maestros investigadores y reflexivos de su práctica pedagógica.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## Referencias

- Loewenberg Ball, D., Hoover Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching : What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 389-407.
- Agudelo, L. (2016). *Actividad de aprendizaje de estudiantes de sexto grado, desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza de las Medidas de Tendencia Central*. Retrieved from <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/2103>
- Ávila, R. (2003). *La investigación acción pedagógica. Experiencias y lecciones*. Bogotá: Antropos.
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M., & Porlán, R. (1998). *Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad*. Retrieved enero 15, 2018, from <https://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v16n1/02124521v16n1p85.pdf>
- Batanero, C. (2013). Retrieved septiembre 29, 2016, from <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/1Batanero.pdf>
- Batanero, C., & Godino, J. (2002, febrero). *Estocástica y su Didáctica para maestros*. Retrieved noviembre 15, 2017, from <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Batanero, C., & Serrano, L. (1995, enero). *Aleatoriedad, sus significados e implicaciones educativas*. Retrieved enero 12, 2018, from [https://www.researchgate.net/publication/255762931\\_Aleatoriedad\\_sus\\_significados\\_e\\_implicaciones\\_educativas](https://www.researchgate.net/publication/255762931_Aleatoriedad_sus_significados_e_implicaciones_educativas)

- Batanero, C., Gómez, E., Serrano, L., & Contreras, J. (2015, enero/junio). *Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la Probabilidad: un estudio exploratorio*. Retrieved enero 21, 2018, from <http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>
- Cadavid, L. (2017). *Constitución de la subjetividad del sujeto maestro que enseña matemáticas, desde y para la actividad pedagógica*. Retrieved junio 2018, from <http://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/8490>
- Campoy, T., & Gomes, E. (2009). Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos. *tesis*, 273-300.
- Contreras, J., Díaz, C., Batanero, C., & Ortiz, J. (2010). *Razonamiento Probabilístico de Profesores y su Evolución en un Taller Formativo*. Retrieved enero 3, 2018, from <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/2933/3302>
- Denzin, N., & Lincoln, Y. (2012). *El campo de la investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa S.A.
- Dewey, J. (1978). *Democracia y Educación*. Buenos Aires: Losada.
- Dewey, J. (1998). *CÓMO PENSAMOS Nueva exposición de la relación entre el pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona: Paidós.
- Días, V., & Moura, M. (2011). *Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente*. Retrieved marzo 15, 2018, from [http://www.producao.usp.br/bitstream/handle/BDPI/6477/art\\_MOURA\\_Professores\\_de\\_matematica\\_em\\_atividade\\_de\\_ensino\\_2011.pdf?sequence=1](http://www.producao.usp.br/bitstream/handle/BDPI/6477/art_MOURA_Professores_de_matematica_em_atividade_de_ensino_2011.pdf?sequence=1)

DLE. (2018, junio 21). *¿Cuál es la diferencia entre suerte y azar?* Retrieved from <https://difiere.com/la-diferencia-suerte-azar/>

Elliot, J. (2000). *La investigación-acción en educación*. Morata.

Erikson, E. (1993). *Infancia y sociedad*. Buenos Aires: Hormé.

*Estadística para todos*. (s.f.). Retrieved enero 10, 2018, from

<http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html>

*Etimologías de Chile*. (n.d.). Retrieved julio 11, 2017, from

<http://etimologias.dechile.net/?reflexio.n>

Flores, P. (s.f). *El profesor de matemáticas, un profesional reflexivo*. Retrieved noviembre 15, 2017, from

<http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Investigacion/ConfeProfesorIAM.pdf>

Freire, P. (1998). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. (2004). *Cartas a quien pretende enseñar*. Siglo veintiuno editores. Recuperado de <https://docplayer.es/9434938-Cartas-a-quien-pretende-ensinar.html>

Garritz, A., & Trinidad-Velasco, R. (2004). *El conocimiento pedagógico del contenido*. Retrieved from [https://andoni.garritz.com/documentos/edit\\_cpc.pdf](https://andoni.garritz.com/documentos/edit_cpc.pdf)

Girón, F. (1994). *Historia del cálculo de Probabilidades: de Pascal a Laplace*. Retrieved julio 2017, from

[http://www.matematica.ciens.ucv.ve/modelos/Descargas/HISTORIADELAMATEMATICA\\_1994\\_00\\_00\\_05.pdf](http://www.matematica.ciens.ucv.ve/modelos/Descargas/HISTORIADELAMATEMATICA_1994_00_00_05.pdf)

- Godino, J. (1998). *Azar y Probabilidad (Matemáticas, cultura y aprendizaje)*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 13-31.
- Godino, J., & Pino-Fan, L. (2013). The mathematical knowledge for teaching. A view from onto-semiotic. (pp. 3325-3326). Antalya: Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics.
- Godino, J., Batanero, C., & Cañizares, M. (1998). *Azar y Probabilidad (Matemáticas, cultura y aprendizaje)*. Madrid: Síntesis.
- González, D. (2014). *Repositorio Institucional U de A*. Retrieved 13 agosto, 2016, from Constitución de la identidad del profesor que enseña estadística: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/6931>
- Grajales, B. (2016). *Las actividades orientadoras de enseñanza: posibilidad para movilizar la actividad de enseñanza del maestro que enseña matemáticas en un contexto rural*. Retrieved mayo 2017, from <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/2172>
- Grajales, B. (2016). *Las Actividades Orientadoras de Enseñanza: posibilidad para movilizar la actividad de enseñanza del maestro que enseña matemáticas en un contexto rural*. Retrieved Mayo 2018, from [http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2172/1/JC0324\\_beatrizelenagrajales\\_actividadesense%C3%B1anzamatema.pdf](http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2172/1/JC0324_beatrizelenagrajales_actividadesense%C3%B1anzamatema.pdf)
- Haber, A., & Runyon, R. (1973). *Estadística General*. Massachusetts: Fondo Educativo Interamericano.

Hernández, R., Fernández, C., & Batista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraHill.

Huizinga, J. (1972). *Homo Ludens*. Barcelona: Alianza Editorial.

Jaramillo, D. (2008). La reflexión y la investigación en la formación del maestro que enseña matemáticas: un camino. *Tercer Encuentro de Programas de Formación Inicial en Matemáticas*, (p. 21). Bogotá.

Jaworski, B. (2006). *Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching*. Retrieved from <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.463.329&rep=rep1&type=pdf>

Juri, N. (2015, noviembre). El profesional reflexivo. *ATENEA*, 27-33. Retrieved diciembre 2016

Leal, N. (2015). La triangulación en investigaciones sociales y educativas: orientaciones generales. *UNA INVESTIGACIÓN*, VII(14).

Mateos, G. (2002). *Historia de la Probabilidad (desde sus orígenes hasta Laplace) y su relación con la Historia de la Teoría de la Decisión*. Madrid: A.C. .

McMillan, J., & Shumacher, S. (2005). *Investigación Educativa: una introducción conceptual*. Madrid: Pearson.

Mejía , J. (2004). *Sobre la investigación cualitativa. Nuevos conceptos y campos de desarrollo*. Retrieved julio 2017, from <http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/sociales/article/view/6928>

- MEN. (1998). *Matemáticas: lineamientos curriculares: áreas obligatorias y fundamentales*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (1998). *mineducación*. Retrieved septiembre 29, 2016, from [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975\\_matematicas.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf)
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias* . Retrieved from [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- MEN. (2014). *El juego en la educación inicial*. Retrieved junio 2018, from <http://www.deceroasiempre.gov.co/Prensa/CDocumentacionDocs/Documento-N22-juego-educacion-inicial.pdf>
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Retrieved from [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)
- MEN. (2016, 05 01). *Informe por Colegio*. Retrieved from <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/siempre/dae/86438>
- Montealegre, R. (2005). *La actividad humana en la psicología histórico-cultural*. Retrieved Mayo 18, 2018, from <http://www.redalyc.org/pdf/799/79902304.pdf>
- Moura, M. (1991). *O Jogo na Educação Matemática*. Retrieved from [http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_07\\_p062-067\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_07_p062-067_c.pdf)
- Moura, M. (2010). *A ATIVIDADE PEDAGÓGICA NA TEORIA HISTÓRICOCULTURAL*. Brasilia: Liber Livro.

Moura, M., Araújo, E., Moretti, V., Panossian, M., & Ribeiro, F. (2010, Enero-abril).

*ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: unidade entre ensino e aprendizagem.*

Retrieved from <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/.../3022>

Panossian, M., Fiorezi, F., Vieira, A., Dias, F., & Dias, V. (2017). A atividade orientadora de ensino como pressuposto teórico-metodológico de pesquisas. *Revista Reflexão e Ação*, 279-298.

Pérez, D., & Jaramillo, D. (2013). Movilización del sentido Personal del profesor que enseña que enseña matemáticas sobre su actividad pedagógica desde y para las AOE. *Educación Científica y Tecnológica*, 441-445.

Picchetti, C., Sampaio, E., & Da Rocha, M. (2010). O Conteúdo e a Estrutura da Atividade de Ensino na Educação Infantil: o Papel do Jogo. En *A Atividade Pedagógica na Teoria Histórico-Cultural*.

Pimienta, J. (2008). *Contrusctivismo: estrategias para aprender a aprender pimienta*. Retrieved febrero 16, 2018, from [http://files.desarrollocompetenciasdiversidad.webnode.mx/200000040-c3f07c4e77/Constructivismo%20Estrategias%20para%20Aprender%20a%20Aprender%20\(Julio%20Pimienta\)%20\(1\).pdf](http://files.desarrollocompetenciasdiversidad.webnode.mx/200000040-c3f07c4e77/Constructivismo%20Estrategias%20para%20Aprender%20a%20Aprender%20(Julio%20Pimienta)%20(1).pdf)

Pimienta, J. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje*. Retrieved agosto 15, 2018, from <http://www.uvg.edu.gt/DQF/Estrategias-de-ensenanza-aprendizaje-docencia-universitaria-basada-en-competencias-1a-Edicion-2012.pdf>

Posadas, P., & Godino, J. (2015). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico matemático. *DIDACTAE*, 77-96.

- Restrepo, B. (2004). *La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico*. Retrieved agosto 2017, from <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=83400706>
- Rubstov, V. (1996). A Actividade de aprendizado e os problemas referentes a formacao so pensamento teorico dos escolares. In *Perspectivas social e constructivista escolas russa e occidental*.
- Sánchez, S. (1998). *Fundamentos para la investigación educativa, presupuestos epistemológicos que orientan al investigador*. Bogotá: Magisterio.
- Schön, D. (1987). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje de las profesiones*. Barcelona: Paidós
- Shulman, L. (2005). *Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma*. Retrieved septiembre 2017, from <https://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Retrieved junio 25, 2018, from <http://funes.uniandes.edu.co/673/1/Skovsmose1999Hacia.pdf>
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Retrieved junio 8, 2017, from <https://diversidadlocal.files.wordpress.com/2012/09/bases-investigacion-cualitativa.pdf>
- Vasco, C. E. (2006). Siete retos de la educación colombiana para el periodo de 2006 a 2019. (p. 12). Medellín: Eduteka.
- Vásquez, C., & Alsina, Á. (2015, agosto). *Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación*. Retrieved diciembre 12, 2017, from

[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2015000200014&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000200014&lng=es&tlng=es)

Velásquez, M. (2014). *Secuencia didáctica: introducción a los significados clásico y frecuencial de la Probabilidad*. Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/48688/1/2806972.2014.pdf>

Vigotski, L., Leontiev, A., & Luria, A. (1991). *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. Sao Paulo : Ícone.

Zapata, L. (2009, Mayo 12). *Biblioteca digital faultad de educación*. Retrieved Abril 18, 2017, from <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/1/browse?type=author&order=ASC&rpp=20&value=Zapata+Cardona%2C+Olga+Luc%C3%ADa+%28Investigadora+principal%29>

Zapata, L. (2014). *A teacher development program in statistics within a community of practice*. Univeridad de Antioquia.