



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Facultad de Educación

**APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA A PARTIR
DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA**

CLAUDIA PATRICIA CARDONA HENAO

LUZ MARLENY GIRALDO MARÍN

JOHN EIDELVER LÓPEZ MONTOYA

LUIS ERNESTO MARTINEZ LAISECA

**Trabajo de grado presentado para optar por el título de
Magíster en Educación-Modalidad Profundización**

NATALIA MÚNERA ESCOBAR

SORAYA ISABEL GARCÍA MÚNERA

Asesoras

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2018

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Biblioteca Digital

CEDED



Agradecimientos

A Dios

Por la vida y su presencia constante, por fortalecer nuestro corazón e iluminar nuestra mente, por haber puesto en nuestro camino a aquellas personas que han sido nuestro soporte y compañía en este proceso formativo, por la oportunidad y fortuna de realizar estudios superiores.

Al Ministerio de Educación Nacional

Que nos dio la oportunidad de ampliar nuestros conocimientos y enriquecer nuestras prácticas educativas a través de programa de becas a la excelencia.

A la Institución Educativa San José de Itagüí

Agradecemos a sus directivos, compañeros docentes y estudiantes el apoyo, el tiempo, la disponibilidad y la participación en todo este proceso educativo. Además, por permitirnos formar parte de una comunidad que día a día se fortalece en excelencia y liderazgo para transformar la realidad de su entorno y forjar en sus estudiantes proyectos de vida exitosos.

A la Universidad de Antioquia

Porque nos posibilitó espacios de disertación, conocimiento y experiencias significativas a través de los docentes y asesoras que acompañaron este proceso investigativo de manera asertiva.

A nuestras familias

Por la comprensión, paciencia y apoyo en los momentos difíciles.

A nuestras hijas, cónyuges, padres y hermanos, por su acompañamiento y amor incondicional.



Dedicatoria

Este trabajo se lo dedicamos a nuestras familias con amor

A nuestras hijas: María Paula Giraldo, Manuela Candela C, Emily Martínez, María Isabel y Salomé López P., por darnos su tiempo, comprender nuestras ausencias y motivarnos para la realización de un sueño más, que se verá reflejado en el día a día como personas y profesionales.

A nuestras esposas: Estefany Paola Díaz y Flor Elena Pereira. Por su amor incondicional, comprensión y compañía siempre.

A nuestras madres: María Celmira Marín López, Mercedes Henao de Cardona y María Nelly Montoya de López, quienes con su amor y entrega incondicional han sido el soporte más valioso y la bendición más grande que Dios nos ha proporcionado.



Resumen

A través de las décadas, los procedimientos matemáticos y su lenguaje han representado un escollo en la formación escolar, dados los procesos complejos de pensamiento que deben activarse. Los estudiantes de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí no son ajenos a esta realidad, razón por la cual se diseñó y aplicó una secuencia didáctica, basada en la resolución de problemas, mediante una práctica pedagógica investigativa, con el fin de propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria, entre los estudiantes de los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo.

Algunos referentes teóricos que permitieron abordar el concepto de Combinatoria, fueron Zapata, Quintero y Morales (2010) y Navarro, Batanero y Godino (1996), quienes orientaron desde sus postulados las actividades propuestas en una secuencia didáctica. Además, que, coincidieron con esta investigación al plantear uno de los obstáculos para la apropiación del concepto, esto es, la dificultad para diferenciar combinación y permutación durante la resolución de problemas. Hecho que fue evidenciado entre los estudiantes, que sumado a la poca intensidad horaria con la cual se aborda este tema estaba generando bajos desempeños en pruebas internas y externas; y poco trabajo en el aula. Otra posible causa, ha sido el temor de algunos docentes al abordar este tema, bien por falencias en el dominio del concepto y de su enseñanza, o bien por poco material didáctico para facilitar su aprendizaje.

En cuanto a la secuencia didáctica, se tomaron fundamentos de Tobón, Pimienta y García (2010) y Oicata y Castro (como se citó en MEN, 2013), para definir los parámetros del diseño y aplicación de la misma. Por lo tanto, se convirtió en una estrategia de aprendizaje estructurada a partir de una situación problema en articulación con el concepto objeto de estudio. Con respecto a la resolución de problemas, el MEN (1998, 2006) lo plantea como proceso inherente al aprendizaje de las Matemáticas en todos los ciclos escolares, por esto, la importancia de asumirlo en esta investigación. Algunos factores que intervinieron en este proceso se fundamentaron a partir de Schoenfeld (como se citó en Vilanova y otros, 2001).

La revisión de antecedentes permitió visualizar lo que se ha hecho en educación respecto a la combinatoria y la resolución de problemas, algunos aportes que enriquecieron la



investigación, fueron: los saberes previos, el aprendizaje cooperativo, el uso de las TIC, las situaciones del contexto, las secuencia didáctica, entre otros.

Las unidades de análisis se establecieron a partir de la aplicación de una secuencia didáctica, estas fueron: saberes previos, representaciones, verificación de resultados, expresión matemática, material didáctico, integración, aplicación de app, situaciones del contexto con combinatoria y aprendizaje cooperativo. Posteriormente, dichas unidades se unificaron a partir de la convergencia que se halló tras el análisis y se articularon en tres categorías fundamentales: la resolución de problemas, el rol docente y la apropiación del concepto de combinatoria.

Uno de los hallazgos más importantes fue la validez de implementar la resolución de problemas, puesto que permitió que los estudiantes trascendieran las prácticas de aprendizaje tradicionales, a partir de la mediación de factores como los conocimientos de base, las situaciones del contexto, las estrategias de solución, las representaciones, los materiales didácticos, el trabajo cooperativo, la metacognición y el aprovechamiento de la tecnología.

Finalmente, un recurso que impactó el aprendizaje del concepto de combinatoria fue la implementación de una aplicación para celular denominada “*Combinatorics Mathematics*”, puesto que generó interés y motivación entre los estudiantes, lo que posibilitó una transformación en su manera de percibir las Matemáticas.

Palabras claves: combinatoria, resolución de problemas, secuencia didáctica, situaciones del contexto.



Tabla de Contenido

1. Planteamiento del Problema	1
1.1. Contextualización	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Formulación del Problema	5
1.4. Justificación	7
1.5. Objetivos	9
1.5.1. Objetivo General.	9
1.5.2. Objetivos Específicos.	9
2. Marco Teórico	10
2.1. El Concepto de Combinatoria	10
2.2. La Secuencia Didáctica	14
2.3. Resolución de Problemas	16
2.3.1. Saberes previos.	18
2.3.2. Situaciones del contexto con combinatoria.	19
2.3.3. Rol docente.	20
2.3.4. Aprendizaje cooperativo.	21
2.3.5. Representaciones.	22
2.3.6. Material didáctico.	23
2.3.7. Expresión matemática.	25
2.3.8. Tecnologías de la Información y la Comunicaciones TIC.	25
2.3.9. Integración.	27
2.3.10. Verificación de resultados.	28
3. Metodología	29
3.1. Enfoque	29
3.2. Método	30
3.3. Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Información	31
3.3.1. La observación.	32



3.3.2. Secuencia didáctica y Guías de actividades.	32
3.3.3. Diario de campo del maestro.	39
3.3.4. Entrevistas.	40
3.3.5. Fotografías y los Audios.	41
3.4. Análisis de Resultados	41
4. Resultados	43
4.1. Resolución de Problemas	44
4.2. Rol Docente	53
5. Conclusiones	79
Referencias Bibliográficas	85
Anexo 1. Secuencia Didáctica y Guía de Actividades	90
Anexo 2. Complemento Preguntas para profundizar	119
Anexo 3. Mapa Mental de la Secuencia Didáctica	121
Anexo 4. Autorización de estudiantes participantes en el proyecto	123
Anexo 5. Glosario de Apoyo Para el Docente de Conceptos de Combinatoria	124



Tabla de Figuras

Figura 1. Figura 1. Cuadro resumen conceptualización combinatoria. Adaptado de “Combinatoria y Probabilidad” por M. Wilhelmi, Universidad de Granada, 2004.	14
Figura 2. Esquema de Wilhelmi (2004, p.64). Adaptado de “Combinatoria y Probabilidad” por M. Wilhelmi, Universidad de Granada, 2004.	14
Figura 3. Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica	34
Figura 4. Mapa mental de la secuencia didáctica	35
Figura 5. Guía del estudiante en la semana seis	36
Figura 6. Aplicación App “Combinatorics Mathematics”.	38
Figura 7. Formato semanal de diario de campo	40
Figura 8. Categorías y unidades de análisis.	43
Figura 9. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (grado tercero-Tatiana).	46
Figura 10. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Undécimo).	46
Figura 11. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Séptimo-Susana).	47
Figura 12. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Noveno-Natalia).	47
Figura 13. Guía 2, Fase Práctica, Pregunta 2, (Grado tercero-Tatiana).	49
Figura 14. Guía 2, Fase Práctica, Pregunta 2, (Grado séptimo-Susana).	50
Figura 15. Representación guía 2, fase práctica, pregunta 2 (grado noveno-Natalia).	50
Figura 16. Representación guía 2, fase práctica, pregunta 2, (grupo undecimo-Omaira).	51
Figura 17. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (Grupo noveno-Natalia)	52
Figura 18. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (grupo undecimo-Omaira).	52
Figura 19. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (grupo séptimo-Susana).	53
Figura 20. Guía 1 Fase Exploración - Pregunta 3, (Grado Tercero-Tatiana).	55
Figura 21. Guía 2, Fase Práctica - Pregunta 4, (Grado Tercero-Tatiana).	55
Figura 22. Guía 2 Fase Práctica - Pregunta 2, (Grado Séptimo-Susana).	56
Figura 23. Empleo de Diversos Recursos Didácticos (Grado séptimo y noveno -Susana y Natalia).	57



Figura 24. Guía 4, Fase Exploración - Preguntas 1 a 6, (Grado Noveno- Natalia).	58
Figura 25. Guía 1, Fase Exploración - Pregunta 3, (Grado Undécimo - Omaira).	58
Figura 26. Guía 2 Fase Práctica - Pregunta 2, (Grado Undécimo-Omaira).	59
Figura 27. Integración de saberes, Guía 4. (Grado Séptimo - Susana).	61
Figura 28. Interacción Docente – Estudiantes. (Grado Undécimo – Omaira).	62
Figura 29. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Séptimo-Susana).	64
Figura 30. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Tercero - Tatiana).	65
Figura 31. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Noveno - Natalia).	65
Figura 32. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Undécimo - Omaira).	65
Figura 33. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Séptimo – Susana).	66
Figura 34. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Noveno - Natalia).	66
Figura 35. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Undécimo - Omaira).	67
Figura 36. Implementación de App “Combinatorics Mathematics” en Guía 6, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Séptimo).	69
Figura 37. Implementación de App “Combinatorics Mathematics” en Guía 6, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Noveno).	69
Figura 38. Aprendizaje Cooperativo. Guía 2, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Tercero).	71
Figura 39. Aprendizaje Cooperativo. Guía 2, Fase Práctica - Pregunta 4 (Grado Undécimo).	71
Figura 40. Seguimiento a Trabajo en Equipo. Guía 2, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Noveno).	72
Figura 41. Guía 6, Fase Validación - Pregunta 3 (Grado Séptimo).	74
Figura 42. Guía 6, Fase validación - Pregunta 3 (grado Noveno-Natalia).	75
Figura 43. Guía 6, Fase Validación - Pregunta 3 (Grado Undécimo-Omaira).	75
Figura 44. Guía 2, Grado Tercero.	76
Figura 45. Guía 2, Susana de Grado Séptimo.	77
Figura 46. Guía 2, Natalia de Grado Noveno.	77
Figura 47. Guía 2, Omaira del Grado Undécimo.	78



1. Planteamiento del Problema

1.1. Contextualización

Los docentes investigadores realizaron este proyecto de profundización en la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí (Antioquia), que cuenta con una población de dos mil estudiantes aproximadamente, distribuidos en tres sedes: la escuela (preescolar a tercero), la sede principal (décimo y undécimo, actualmente en remodelación) y la Institución Educativa Jhon F. Kennedy (cuarto a noveno, sede transitoria). La Institución Educativa San José se ha identificado, además, por ocupar el primer puesto en puntajes globales de las pruebas Saber del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), entre las veinticuatro instituciones educativas públicas del municipio, obteniendo de esta manera por dos años consecutivos (2015 y 2016) el reconocimiento a la Excelencia Educativa en la ciudad de Bogotá, por parte del Ministerio de Educación Nacional (MEN). En cuanto al área de saber específico objeto de interés, en este caso Matemáticas, en la Institución Educativa está organizada por asignaturas, tales como, Cálculo (sólo en grado undécimo), Trigonometría (sólo en grado décimo), Álgebra (sólo en grados octavo y noveno) y Aritmética, Geometría y Estadística (estudiadas en todos los niveles de escolaridad). Fue en esta última asignatura donde se abordó el concepto de combinatoria. en los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo.

A pesar de los buenos resultados académicos obtenidos año tras año por la Institución Educativa San José, se evidenció en el quehacer pedagógico como docentes - investigadores que la mayoría de los estudiantes de los grados seleccionados, presentan falencias en la resolución de tareas propuestas durante las clases en torno al concepto de *combinatoria*. Por lo anterior, se planteó y ejecutó este proyecto a través de la mediación del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, el cual es uno de los pensamientos expresados por el MEN (1998, p.47), con el fin de aportar al proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de Matemáticas en la institución educativa. La estrategia utilizada para propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en los estudiantes de grados tercero, séptimo, noveno y undécimo fue una *secuencia didáctica*, cuyos momentos de aplicación se distribuyeron en seis semanas a través de unas guías de actividades, en las cuales estuvo presente la estrategia de resolución de problemas a partir de



situaciones del contexto.

1.2. Antecedentes

La combinatoria y la secuencia didáctica se constituyeron en los objetos principales de esta investigación, por este motivo se realizó un estado del arte acerca de dichos conceptos. Durante este proceso de revisión bibliográfica, se encontraron los trabajos realizados por Roa (2000), Alzate, Cadavid y Rodríguez (2004), Aristizábal (2012), Solano (2012), Velásquez (2013), y Martínez (2014), en cuyas investigaciones señalaron la importancia de indagar los saberes o conocimientos previos a la hora de plantear las respectivas actividades a resolver; además, indicaron que en sus trabajos fue relevante, como lo fue para la investigación realizada en la I.E. San José, el uso de diagramas, tablas, vídeos, material didáctico, mediados por el aprendizaje cooperativo, entre otros procedimientos; puesto que permitieron que los estudiantes emplearan diversos caminos para la resolución de los problemas relacionados con el concepto de combinatoria.

Es así como Roa (2000) analizó las estrategias de resolución en diversos problemas sobre combinatoria, así como las falencias y errores por parte de estudiantes de últimos cursos de la Licenciatura de Matemáticas y concluyó que se evidencia error en la identificación de la expresión matemática para la combinatoria a utilizar, dificultad en la comprensión del problema y diferencia entre una permutación y combinación.

De forma similar, Alzate et al (2004) desarrollaron una propuesta de práctica pedagógica, la cual buscaba orientar el trabajo del docente para el desarrollo del pensamiento aleatorio y probabilístico en la educación básica en el grado noveno. Los autores describieron el desarrollo histórico que dio origen a la combinatoria y probabilidad, además, relacionaron la resolución de problemas con el concepto de probabilidad para que sus estudiantes reconstruyeran las nociones básicas sobre el componente aleatorio a partir de situaciones relacionadas con el torneo de microfútbol del colegio.

Por su parte, Solano (2012) buscó contribuir al avance de la didáctica de las matemáticas en la resolución de problemas de combinatoria, usando una plataforma virtual (Wiki) como un



medio de trabajo cooperativo. Dentro de los resultados, el autor evidenció en los estudiantes la utilización de 'procesos heurísticos' para llevar a cabo la resolución de problemas, también encontró que a los estudiantes se les dificultaba trabajar de manera grupal con sus pares, situación que atribuyó a dos factores; el primero de ellos concerniente a la dinámica de trabajo individual que se promueve en la escuela; el segundo, relacionado con la inseguridad que generaba entre los estudiantes hacer públicos sus comentarios y defenderlos en un grupo. Un hallazgo valioso, fue que la implementación de la plataforma virtual se convirtió en un nuevo 'escenario' de aprendizaje para los estudiantes, puesto que facilitó dinámicas autodidácticas y procesos de aprendizaje cooperativo, lo cual le permitió reflexionar en cuanto al rol del maestro, quien de simple poseedor y transmisor del conocimiento, se deberá convertir en un mediador del mismo.

De igual forma, Aristizábal (2012) planteó e implementó una estrategia didáctica basada en la experimentación, por medio de guías de aprendizaje que orientaron el proceso de enseñanza y aprendizaje del análisis combinatorio. La autora tomó como referencia las situaciones cercanas a la cotidianidad de los estudiantes, para mejorar el nivel de apropiación de dichos conceptos a través de la intuición y el desarrollo del pensamiento analítico de sus estudiantes, apoyado en diversas plataformas virtuales. Un aspecto que pudo dificultar la implementación de la estrategia didáctica, fue las serias debilidades que tenían los estudiantes para diferenciar los conceptos permutación y combinación.

El estudio de Velásquez (2013), surgió por la necesidad de su establecimiento educativo en fortalecer el análisis combinatorio. Con el fin de propiciar un aporte significativo al mejoramiento de resultados en pruebas externas en su institución educativa, se propuso impactar las estrategias de enseñanza del análisis combinatorio a partir de actividades experimentales y simuladas, que permitieran a los estudiantes la resolución de problemas asociados al componente aleatorio.

Por último, Martínez (2014) manifestó algunas falencias durante el proceso de conceptualización y aprendizaje de la teoría combinatoria entre los estudiantes, hecho que



evidenció a partir de la observación en el aula efectuada a lo largo de cada período académico¹, tiempo durante el cual percibió que los estudiantes tenían dificultades para resolver situaciones problemas que empleaban como base el análisis combinatorio. Con el ánimo de abordar e impactar esta falencia, Martínez (2014) hizo uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para que los estudiantes planearan, implementaran y evaluaran procesos de aplicación en el mundo real articulados a la teoría combinatoria; fortaleciendo de esta manera, la interdisciplinariedad, el trabajo cooperativo, la integración de necesidades e intereses de los estudiantes, y la exigencia entre los maestros por planear y organizar su práctica pedagógica. La estrategia didáctica empleada por Martínez (2014) se estructuró de dos momentos; el primero fue la visita a un sitio web para que los estudiantes realizaran todo el recorrido por sus respectivas salas de aprendizajes, con el objetivo de identificar conceptos y ejemplos relacionado con la teoría combinatoria; y en el segundo momento se realizó el juego *Factor!al Game*, a través del cual los estudiantes ponían a prueba lo visto en la página web y lo aprendido en los encuentros con el docente. La intención de esta estrategia fue promover en los alumnos la motivación por el aprendizaje, y a partir de allí, introducir los contenidos teóricos de manera tal que puedan trascender las aulas de clase.

De acuerdo con el rastreo bibliográfico, se observó que la problemática referida a las falencias que presentaban los estudiantes de la I.E. San José, es una situación generalizada y que ha llamado la atención de múltiples pedagogos, educadores e investigadores. Algunas de los obstáculos conceptuales y procedimentales que tienen los estudiantes de esta Institución frente al tema y que propiciaron la presente investigación, son: la dificultad para diferenciar los conceptos de combinación y permutación, el uso erróneo de expresiones matemáticas de la combinación en la permutación y viceversa, la poca interacción entre los estudiantes cuando se les plantea el análisis de situaciones problema, el ausentismo de plataformas virtuales para la verificación de resultados y la omisión de los saberes previos.

¹ Corresponde a la distribución del tiempo académico, que se emplea para planear, organizar, ejecutar, evaluar actividades curriculares. Así, el MEN (2015) establece que el trabajo académico, es decir, con la presencia de estudiantes debe ajustarse a 40 semanas calendario. Cada institución educativa tiene autonomía para determinar la manera como organiza estas semanas atendiendo a factores pedagógicos y administrativos, puede ser bimestral, trimestral o semestral.



1.3. Formulación del Problema

El MEN (1998) plantea cinco pensamientos para desarrollar los diferentes contenidos en la Educación Matemática colombiana, uno de estos pensamientos es el Aleatorio y Sistemas de datos en el cual está inmerso el concepto de combinatoria. En este pensamiento, como en los otros, se deben desarrollar diferentes procesos inherentes al aprendizaje de las Matemáticas, tales como la formulación y la resolución de problemas, la modelación, la comunicación, el razonamiento y la ejercitación de procedimientos, tal y como se estipula en los lineamientos curriculares en Matemáticas del MEN (1998) y los Estándares Básicos de Competencias del MEN (2006, p. 51 - 55).

En la Institución Educativa San José, el área de Matemáticas desde el Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE)² está distribuida en cinco indicadores de desempeño (I.E. San José, 2017, p. 13) (entendidos estos como los objetivos que debe alcanzar un estudiante durante un periodo de clases). La asignatura de Estadística corresponde a uno de esos desempeños, y es vista durante los diferentes niveles de escolaridad: básica primaria, básica secundaria y educación media. Uno de los conceptos que incluye el Plan de Área de Matemáticas estipulado en el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2017) de la Institución Educativa San José a lo largo de toda la malla de aprendizaje, es el de combinatoria, el cual es abordado con los estudiantes a través de la asignatura de Estadística. Aunque es un concepto de estudio obligado en todos los grados, se observó cómo constante que no es clara, la diferenciación conceptual entre una permutación y una combinación por parte de los estudiantes al momento de resolver problemas relacionados con el tema estudiado.

Se escogió este concepto por ser abordado en todos los grados de escolaridad de la Institución Educativa y además porque no es ajeno a las falencias presentadas por Zapata et al. (2010), las cuales son:

1) La primera es porque, en nuestra experiencia como docentes, hemos percibido que la

² El MEN a través del Decreto 1290 establece la autonomía institucional para determinar parámetros, criterios, tiempos, estrategias, entre otros aspectos para la evaluación de los aprendizajes y promoción de los estudiantes. A esta acción la denominó Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes.



combinatoria es una de las temáticas de la estadística más complejas para los estudiantes de todos los niveles, 2) en los Lineamientos Curriculares la combinatoria está presente en varios grados del sistema educativo (MEN, 1998, 2003), pero los alumnos terminan su secundaria sin saber diferenciar una combinación de una permutación y de una variación. Esto en parte tiene que ver con el hecho que muchas veces no se abordan ciertas temáticas, aun estando dentro de los lineamientos curriculares, y cuando se abordan se hace de forma procedimental y no conceptual, 3) es que así como los estudiantes tienen dificultades para entender la combinatoria, los profesores tenemos gran dificultad para enseñarla de manera comprensiva y duradera (p. 2).

Dichas razones expresadas por Zapata (2010) también sustentaron esta investigación, puesto que los tres numerales mencionados se perciben en la Institución Educativa San José, donde se pudo evidenciar que los estudiantes presentaban falencias en el entendimiento de la combinatoria (el uso inadecuado de las expresiones matemáticas, la no diferenciación conceptual entre la permutación y la combinación a la hora de resolver situaciones problemas). Una posible causa que pudiese propiciar tal dificultad entre los estudiantes, sería que algunos docentes del área tienen dudas frente a cómo enseñar este tema, bien por falta de apropiación del concepto en el plano teórico o procedimental, o bien por desconocimiento de acciones estratégicas para abordarlo con sus estudiantes.

A partir de la revisión de la literatura referida al aprendizaje en estudiantes del concepto combinatoria, se propuso una estrategia didáctica que pudiera facilitar el acercamiento y la adquisición de este concepto por parte de los estudiantes. La estrategia que se planteó fue el diseño e implementación de una secuencia didáctica, por ser un instrumento que reúne diversos recursos pedagógicos materializados en su aplicación; otro beneficio es que brinda mayor importancia a la exploración de saberes previos y al análisis de las situaciones del contexto que al uso de algoritmos sin una comprensión o diferenciación entre ellos (Oicata y Castro, como se citó en MEN, 2013).



A partir de esta idea de proyecto de profundización, surgió la siguiente pregunta: ¿Cómo propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en los estudiantes de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí a partir de una secuencia didáctica?

1.4. Justificación

El presente trabajo se originó de tres necesidades; la primera, que los docentes de matemáticas de la Institución Educativa San José que acompañan la asignatura de estadística tuvieran algún recurso didáctico, como una secuencia didáctica, disponible para la enseñanza del concepto de combinatoria en los diversos grados de escolaridad; segundo, que los estudiantes pudieran diferenciar los elementos, las características de las permutaciones y combinaciones; adicionalmente de emplear correctamente algunas expresiones matemáticas según el caso y así producir un impacto a nivel institucional en el análisis y la resolución de situaciones del contexto relacionadas con la combinatoria; y tercero, integrar la combinatoria en todos los grados en los que se realizó el trabajo, aplicando la misma secuencia didáctica teniendo en cuenta los niveles de conceptualización de los estudiantes, hasta el momento no se han encontrado antecedentes de trabajos al respecto.

Por consiguiente, se diseñó e implementó una secuencia didáctica como instrumento para facilitar el proceso de enseñanza – aprendizaje de la combinatoria, a partir de elementos tales como: los saberes previos, el aprendizaje cooperativo, las prácticas contextualizadas y la centralización en el estudiante; acorde con los planteamientos del PEI de la Institución Educativa San José (2017). Dicha secuencia se desarrolló a partir del concepto de combinatoria, en torno al cual se evidenciaron falencias, como la dificultad de acceder a su aprendizaje debido a la similitud entre criterios, mediante procesos de conceptualización y aplicación por parte de los estudiantes de la Institución Educativa San José; el otro, referido a las limitaciones que se presentaron en algunos docentes del área para enseñar el concepto. Por lo tanto, la secuencia didáctica se convirtió en un recurso pedagógico y metodológico al marcar la ruta de forma coherente con actividades lúdicas y articulado el contexto con la población escolar y acorde con los planteamientos del PEI, disponible para llevar a cabo el proceso de enseñanza - aprendizaje



de combinatoria en los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo.

Adicionalmente, por medio de una secuencia didáctica se implementó la estrategia denominada resolución de problemas, aspecto que se ha identificado como conflictivo para los estudiantes; no obstante, se propuso teniendo en cuenta varios factores que trascienden las herramientas o pasos cotidianos del quehacer pedagógico. Estos fueron, en primer lugar, las situaciones del contexto dentro de las cuales se privilegiaron aquellas relacionadas con el ambiente familiar y escolar, las cuales despertaron interés entre los estudiantes, en especial la situación referida a la construcción de la nueva planta física de la institución, puesto que vivieron la aplicación directa de las Matemáticas en una realidad de su día a día. Otro factor fue la recursividad y variedad de materiales (físicos, tecnológicos o virtuales) durante la implementación de una secuencia didáctica en los diferentes grados, que incentivaron a los estudiantes a llevar a cabo las actividades propuestas.

Considerando el auge y la importancia de las TIC en el ambiente escolar, se buscó emplear el celular como una herramienta tecnológica práctica y eficiente para desarrollar diversas situaciones propuestas sobre combinatoria. Por esta razón, despertar el interés y la motivación en los estudiantes al incursionar en un uso diferente de este medio de comunicación, básicamente con carácter académico fue un avance dentro del proceso educativo, toda vez que la generalidad es que los estudiantes empleen sus smartphones para chatear, ver videos, tomarse fotos, jugar sin algún propósito específico más que aquel de ganar a su contrincante virtual, si lo tiene.

Por último, se procuró dar cumplimiento a las directrices de la Maestría en Profundización, de diseñar e implementar en las instituciones educativas un proyecto relacionado con la línea de formación, en este caso Matemáticas, que generara propuestas pedagógicas, curriculares y didácticas para transformar y mejorar los contextos educativos.



1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo General.

Propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en el contexto escolar de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí, a partir de una secuencia didáctica.

1.5.2. Objetivos Específicos.

- Diseñar y ejecutar una secuencia didáctica sobre el concepto de combinatoria adecuada al contexto de la institución.
- Integrar el concepto de combinatoria en los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo mediante la aplicación de una secuencia didáctica.
- Identificar los elementos que posibilitan el aprendizaje del concepto de combinatoria en estudiantes de diferentes grados de la IE San José.



2. Marco Teórico

El aprendizaje de los conocimientos que conciernen al área de Matemáticas es un proceso que a lo largo de las décadas ha representado un escollo en la vida académica de la mayoría de estudiantes. Para efectos de esta investigación, se consideró necesario favorecer de alguna manera el aprendizaje de combinatoria, a partir del estudio de tres aspectos fundamentales que se relacionan directamente con el trabajo, estos son: la combinatoria como uno de los conceptos básicos inmerso en el pensamiento aleatorio y sistema de datos, una secuencia didáctica como estrategia a diseñar e implementar, y la resolución de problemas como proceso general que debe estar presente en la actividad matemática.

2.1. El Concepto de Combinatoria

La combinatoria posibilita la resolución de situaciones que se presentan en diferentes campos como la Administración, Economía, Matemáticas, Ciencias Naturales, entre otros; por consiguiente juega un papel importante en la escuela, puesto que su estudio desde la educación primaria y secundaria le permite al estudiante tomar decisiones en su vida académica y cotidiana relacionada con un sinnúmero de posibilidades que pueden aparecer en una determinada situación y según Zapata *et al.* (2010) “los estudiantes tienen mayor facilidad para los problemas que involucran el principio multiplicativo y mucha más dificultad para los problemas que involucran formas de contar, organizar o arreglar elementos de conjuntos en los cuales se repite elementos o hay restricciones” (p. 8). Esta formación conceptual básica le facilitará al estudiante que pueda desarrollarse desde esa perspectiva en el campo profesional o científico.

Navarro *et al.*, (1996) resaltaron la importancia de la combinatoria, pero trascendiendo la idea de que es una simple herramienta para el cálculo de la probabilidad y presentándola como un componente fundamental del pensamiento formal y de las matemáticas discretas. Mencionaron también el descuido de la enseñanza de este concepto en el bachillerato donde muchas veces se omite o en el mejor de los casos se limita al aprendizaje de definiciones, fórmulas y solución de ejercicios de cálculo. Hicieron alusión a la percepción de dificultad de este concepto por parte de los profesores, apreciación que compartieron los investigadores del presente trabajo, pues lo vivencian en su quehacer como docentes y se refleja en gran medida, en



los resultados de las diferentes pruebas internas y externas que presentan los estudiantes.

Dentro de la teoría del análisis combinatorio se pudo evidenciar a partir de lo abordado en la malla académica, como es llamado el programa de Matemáticas en la Institución Educativa San José, que este concepto es estudiado desde tres campos; el primero, el principio de la adición y el principio de la multiplicación; el segundo, el de las permutaciones con o sin repetición; y tercero, la combinación con o sin repetición. A partir de lo que se encontró en autores como Wilhelmi (2004) y el quehacer de los docentes – investigadores, se plantearon cada uno de estos conceptos de la siguiente manera:

2.1.1. Principio de la adición. Para identificar en una situación problema propuesta las características de este principio se hace necesario diferenciar entre eventos excluyentes y no excluyentes, donde el primero indica que si ocurre un suceso o evento entonces no puede ocurrir el otro. Ejemplo: viajar en avión y barco al mismo tiempo en una trayectoria determinada, ya que o se viaja en avión o en barco pero no en ambos a la misma vez.

2.1.2. Principio de la multiplicación. Este principio indica que si se tiene una serie de sucesos o eventos con sus respectivas formas o maneras como se presentan cada uno de ellos, entonces al determinar el evento conjunto (todos los eventos al tiempo) corresponde a la multiplicación de las formas o maneras como se presenta cada uno de los sucesos. Ejemplo: vestirse con un pantalón y una camisa conociendo que se tienen tres pantalones diferentes y dos camisas distintas, los eventos son los pantalones y las camisas; mientras que las formas o maneras como se presenta cada uno de ellos son tres (pantalones) y dos (camisas) respectivamente; ahora para determinar el evento vestirse con un pantalón y una camisa se presentan seis formas, es decir, el producto de los tres pantalones con las dos camisas.

2.1.3. Permutaciones y Combinaciones. Para distinguir entre estos dos conceptos se hace necesario reconocer la importancia del componente *orden* entre ellos, es decir, cuando se tiene que el orden importa entonces hablamos de permutaciones, mientras que lo contrario sería una combinación. Ejemplo: si plantean un premio de un viaje para tres personas se estaría hablando de una combinación, puesto que, no hay un orden para recibir el viaje, ya que los tres



seleccionados obtendrán el mismo beneficio, el cual será viajar; pero si plantean que el primero viajará a Cuba, el segundo a la Guajira y el tercero al Pueblito Paisa, entonces ya hay un orden, ya que hay una jerarquía en el premio de los viajes. De esta manera, la importancia del orden corresponde a una permutación y la no importancia a una combinación.

2.1.3.1. Permutación. Una permutación resulta al tomar subgrupos de cierta cantidad de elementos bajo un orden de un conjunto determinado. Ejemplo: premiar los tres primeros puestos suponiendo que no hay empates en una carrera de cinco tortugas. Obsérvese que el conjunto son las cinco tortugas, y los subgrupos de elementos son los tres primeros puestos de llegada; además, hay un orden pues alguna de las tortugas llegará de primera, otra de segunda y la última en llegar será la tercera.

2.1.3.2. Combinación. Una permutación resulta al tomar subgrupos de cierta cantidad de elementos sin importar el orden de un conjunto determinado. Ejemplo: escoger tres estudiantes de un grupo de cinco para una paseo por el patio del colegio. Obsérvese que el conjunto son los cinco estudiantes, y los subgrupos de elementos son los tres estudiantes que darán el paseo en el patio; además, no interesa el orden pues los tres estudiantes que se seleccionen tendrán el mismo botín, pasear por el patio del colegio.

A continuación se presenta en la Figura 1, un resumen sobre la conceptualización de combinatoria a partir de Wilhelmi (2004) con los temas que se desarrollaron en la secuencia didáctica.

Concepto de combinatoria	Definición del autor	Expresión matemática
Principio de suma	“Si una situación puede ocurrir de m maneras diferentes y otra de k maneras diferentes, incompatibles las unas con las otras, entonces existen m + k maneras en las cuales puede ocurrir la primera o la segunda, más no ambas.” (2004, p. 27).	$m + k$
Principio del producto	“Si una situación puede ocurrir de m maneras y otra de k maneras, entonces ambas situaciones pueden ocurrir de m · k	$m \cdot k$



	maneras.” (2004, p. 26).	
Permutación ordinaria o sin repetición	<p>“Se llaman permutaciones ordinarias o sin repetición de n elementos, denotaremos P_n, a los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo entren los n elementos y que un grupo se diferencie de los demás en el orden de colocación de los elementos. Además se tiene que: $P_n = n!$.” (p. 58).</p> <p>“El factorial de un número entero no negativo n, se denota $n!$”. (2004, p. 57).</p>	$n!$
Permutación con repetición	<p>“Se llaman permutaciones con repetición de n elementos, distribuidos en k grupos de $a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k$ elementos indistinguibles, respectivamente, de tal forma que $a_1 + a_2 + \dots + a_{k-1} + a_k = n$, a las distintas configuraciones que se pueden formar con los n elementos, de tal forma que cada una de ellas se diferencie de las demás en el orden de colocación de sus elementos, excluyendo las reordenaciones de elementos indistinguibles (esto es, que pertenecen a un mismo grupo).” (2004, p. 59).</p>	$\frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot \dots \cdot a_{k-1}! \cdot a_k!}$
Permutación circular	<p>“Se llaman permutaciones circulares (sin repetición) de n elementos, denotaremos PC_n, a los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo entren los n elementos y que un grupo se diferencie de los demás en la posición relativa de los elementos unos respecto a los otros.” (2004, p. 60).</p>	$(n - 1)!$
Combinación ordinaria o sin repetición	<p>“Se llaman combinaciones ordinarias o sin repetición de n elementos, tomados de k en k, denotaremos $C_{n,k}$, a los diferentes conjuntos de k elementos distintos, esto es, un conjunto se diferencie de los demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección).” (2004, p. 65).</p>	$\frac{n!}{(n - k)! \cdot k!}$



Combinación con repetición	“Se llaman combinaciones con repetición de n elementos, tomados de k en k, se denota $CR_{n,k}$, a las diferentes agrupaciones de k elementos (indistinguibles o no), de tal forma que una agrupación se diferencie de las demás en, al menos, un elemento (no importa el orden de colocación o selección)”. (2004, p. 68).	$\frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \cdot k!}$
----------------------------	--	------------------------------------

Figura 1. Figura 1. Cuadro resumen conceptualización combinatoria. Adaptado de “Combinatoria y Probabilidad” por M. Wilhelmi, Universidad de Granada, 2004.

Adicionalmente, Wilhelmi (2004) presenta un esquema a modo de resumen teniendo en cuenta los factores claves en todo análisis combinatorio (importancia del orden e inclusión y repetición de los elementos), aspecto relevante de su planteamiento teórico que sirvió de fundamento para diseñar el esquema de una secuencia didáctica. Ver Figura 2.

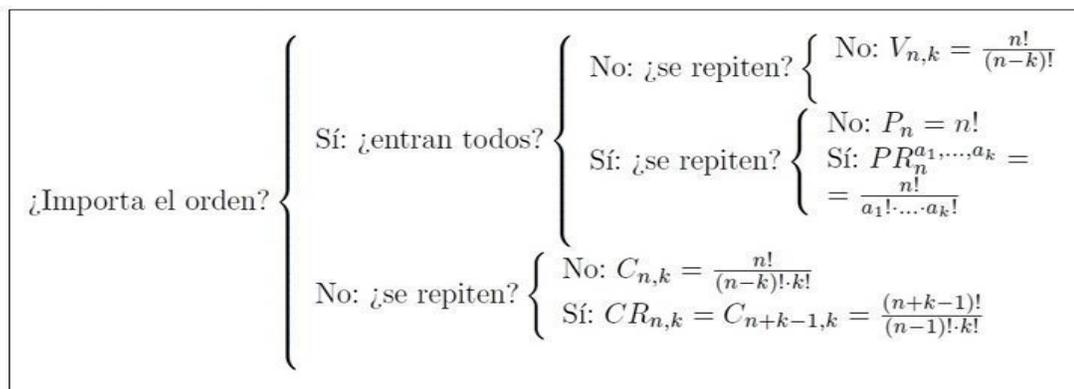


Figura 2. Esquema de Wilhelmi (2004, p.64). Adaptado de “Combinatoria y Probabilidad” por M. Wilhelmi, Universidad de Granada, 2004.

2.2. La Secuencia Didáctica

Tobón et al., (2010) presentan una secuencia como un conjunto de actividades de



aprendizaje planeadas y diseñadas en torno a un concepto, las cuales se implementan en un determinado periodo de tiempo. Para los fines de esta investigación, la secuencia se organizó por sesiones, clases o semanas en las cuales el estudiante, de acuerdo con sus competencias lectoras y su contexto social lograban acceder a la comprensión de las actividades propuestas, luego, diseñaban un plan y por último, trataban de dar soluciones siguiendo el plan; es decir, fortalecían el proceso de planteamiento y resolución de problemas. Estas secuencias didácticas se diseñaron a partir de competencias (saber conocer, saber hacer y saber ser), bajo un enfoque socio formativo (autorrealización y participación en la sociedad) que tiene en cuenta los fundamentos del aprendizaje cooperativo para la resolución de problemas.

Oicata y Castro (como se citó en MEN, 2013) en su propuesta para fortalecer la cobertura educativa con calidad en el sector rural, presentaron las secuencias didácticas para los grados de básica secundaria, diseñadas para ocho semanas y constituidas bajo dos pilares: una situación problema que orientaba cada una de las preguntas de las ocho semanas de planeación, y el contenido matemático que se desarrollaba. Para tal finalidad, propusieron la siguiente estructura:

- Visión general (propósitos y desarrollo de competencias).
- Ruta de aprendizaje, (aprendizajes a desarrollar, desempeños esperados y descripción de actividades).
- Descripción de aprendizajes (puesta en escena en el aula).
- Instrumento de evaluación (verificación semana a semana de lo que se pretende alcanzar). (p. 10)

El aporte de los referentes investigativos y teóricos citados a propósito de sus contribuciones a nivel conceptual y metodológico sobre el aprendizaje de combinatoria en Matemáticas, posibilitaron el diseño de una secuencia didáctica aplicada durante una fase de este proceso investigativo. A partir de esta se consideró necesario organizar las guías de actividades correspondientes a cada semana, con la finalidad de que en ellas trabajaran directamente los estudiantes y así evidenciar su trabajo. De Tobón et al., (2010), se siguió la propuesta de que las diferentes actividades giraran en torno al concepto de combinatoria; y a nivel metodológico, se



siguieron los esquemas de trabajo cooperativo para posibilitar la apropiación del aprendizaje, y de estructuración de una secuencia en seis semanas a través de las cuales se buscaba fortalecer el proceso de resolución de problemas partiendo de diferentes situaciones propuestas.

De la propuesta de Oicata y Castro (como se citó en MEN, 2013) se implementó la estructura para una secuencia de este proceso investigativo, aunque se le hizo una modificación, pues el equipo investigador consideró que la organización mediante cuadros facilitaría su comprensión. Algunos elementos que se asimilaron fueron la ruta de aprendizaje y la composición semanal; una de las diferencias más notable con respecto a la secuencia que se aplicó a los estudiantes de la I.E. San José, fue que se plantearon tres momentos: exploración, práctica y validación; y el énfasis que se hizo en las situaciones problema.

2.3. Resolución de Problemas

La resolución de problemas constituye uno de los tres aspectos propuestos en los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006, p. 51 - 55) y uno de los cinco procesos generales del área que propone el MEN (1998, p. 51 - 55); por lo tanto debe estar presente en las actividades matemáticas planeadas durante todos los ciclos escolares. Al respecto el MEN (1998) expresa que:

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel (p. 52).

Además de las orientaciones ministeriales, se revisaron los aportes de Schoenfeld (como se citó en Campos, 2006) sobre los factores que deben tenerse en cuenta en la resolución de problemas, los cuales se amplían y complementan en Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001) y quien al respecto expresa que cuando de resolver problemas se trata no es suficiente con tener solo en cuenta las heurísticas o estrategias de solución; sino que existen otros factores que aportan al mejor funcionamiento de este proceso. A continuación una síntesis de los factores



que plantea Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001, p. 5-6)

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos): se refiere a las herramientas matemáticas que el estudiante tiene a su disposición, lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento, teniendo presente que esos conocimientos pueden ser incorrectos.

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas): cuatro fases inicialmente propuestas por Polya las cuales son: comprender el problema, diseñar un plan, ponerlo en práctica y examinar la solución; aunque Schoenfeld (como se citó en Campos, 2006) expresa que son muy generales y que casi cada tipo de problema requiere de estrategias diferentes.

c) Los aspectos metacognitivos: proceso de conocer y autorregular los propios procesos mentales básicos, requeridos para un adecuado aprendizaje y tienen que ver con el monitoreo y control que el estudiante hace de su trabajo durante el proceso de resolución, donde puede determinar si la manera como está procediendo es la correcta, de revisar el proceso y tomar decisiones de cambio de estrategia si fuese el caso.

d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias: tienen que ver con las concepciones, percepciones y sentimientos que los estudiantes tienen frente a las Matemáticas, concebidas desde la propia experiencia y la cultura o el contexto al que se pertenece, y que de alguna manera modelan el comportamiento y la actitud hacia ellas.

e) La comunidad de práctica: surge de la consideración del aprendizaje de las Matemáticas como una actividad inherentemente social y esencialmente constructiva. En estos espacios los estudiantes y los docentes conviven, y el rol de la interacción con los otros será central en la comprensión del aprendizaje.

La resolución de problemas se concibe como el proceso general que debe estar presente en la enseñanza y aprendizaje del área de Matemáticas, la cual lleva al estudiante a desarrollar diferentes habilidades y procesos del pensamiento, tales como: el afianzamiento y destreza en la aplicación de los saberes de esta área, la capacidad de expresarse matemáticamente y la posibilidad de solucionar situaciones problémicas. (MEN, 1998, p. 52).

Considerando el impacto pedagógico que pudiese causar este proceso investigativo en la



apropiación del aprendizaje de los diferentes conceptos, y teniendo en cuenta la debilidad que presentan los estudiantes de la I.E. San José al respecto, se pretendió relacionar los factores propuestos por Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001, p. 5-6), mencionados anteriormente, con algunos aportes encontrados en el estado del arte, tales como: los saberes previos, el aprendizaje cooperativo, el uso de las TIC, las situaciones del contexto y la secuencia didáctica. Con el fin de enriquecer la propuesta, se implementó el uso de la aplicación virtual (App) “*Combinatorics*”, de fácil acceso en los celulares que poseen la mayoría de estudiantes de la Institución. Es importante resaltar el rol que jugaron los docentes en la integración de cada uno de estos aspectos en aras de afianzar el proceso educativo, y propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en los estudiantes de los cuatro grados seleccionados.

A continuación se presentan los conceptos que permitieron generar la estrategia de la secuencia didáctica.

2.3.1. Saberes previos. A partir de los planteamientos descritos por Tobón et al. (2010), una secuencia didáctica debe diseñarse y aplicarse teniendo en cuenta el análisis de los saberes previos que poseen los estudiantes y luego con la información obtenida, realizar flexibilizaciones o adaptaciones en caso tal de considerarlas necesarias sin desviarla de los objetivos definidos previamente. Al respecto afirma que “(...) debe realizarse un diagnóstico de cómo están los estudiantes en la formación de sus competencias y cuáles son sus interés y expectativas (...)” (p. 156), razón por la cual esta información inicial sobre las características (habilidades, conocimientos, intereses, falencias) de los estudiante se convirtió en un insumo valioso para diseñar las actividades. Es por esta razón, que se tuvo en cuenta este concepto en el marco teórico de la presente investigación.

Desde esta perspectiva, se consideró la necesidad de indagar qué saben y conocen los estudiantes de la I.E. San José acerca de los conceptos que se vinculan con el nuevo concepto objeto de aprendizaje. Este diagnóstico inicial debe ser permanente en el proceso educativo, si se quiere planear y ejecutar el proceso de enseñanza a partir del estudiante, como lo expresa Ausubel et al:



Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto, y enséñese en consecuencia”, (1983, p.151).

En este sentido, los docentes investigadores asumieron la relevancia de incluir en el proceso de una secuencia didáctica un momento previo denominado fase de exploración, que les permitiera acceder a los constructos y experiencias recopiladas por sus estudiantes en el entorno familiar, socio-cultural, en la interacción con sus pares, y a lo largo de los grados de escolaridad cursados; con el fin de facilitarles el proceso de aprendizaje mediante la organización, confrontación y aplicabilidad a sus realidades construidas.

2.3.2. Situaciones del contexto con combinatoria. Según Aristizábal (2012) plantear e implementar una estrategia didáctica basada en la experimentación por medio de guías de aprendizaje que orienten el proceso de enseñanza y aprendizaje, a través de situaciones más cercanas a la cotidianidad de los estudiantes es un buen método para un fomentar el aprendizaje. Para fundamentar la implementación de una secuencia didáctica que facilitara el aprendizaje y aplicación del concepto combinatoria en los estudiantes, se asumieron las situaciones del contexto (aspectos afectivos, relaciones personales, sistema de creencias, experiencias, interacciones con el entorno, entre otros) que consideran Vilanova et al. (2001) como uno de los factores propicios para el acercamiento a este concepto y su aplicación.

Para el diseño de una secuencia didáctica se tuvo en cuenta la recomendación de Tobón et al. (2010) al plantear que el docente “debe estudiar los contextos e identificar problemas relacionados con su asignatura, módulo, eje rector, ya sea del pasado, el presente o el futuro (...) buscando que los estudiantes puedan hacer alguna contribución en torno a dichos problemas.” (p. 66); puesto que, no es lo mismo proponer una situación problema a los estudiantes ajena a su realidad, que una más próxima a su ámbito relacional. Situaciones de la vida escolar, familiar, social, propias de la edad y de las preferencias de los estudiantes de la I.E. San José, motivaron y facilitaron el trabajo propuesto en torno al aprendizaje de combinatoria, dado que son significativas y comprensibles para ellos.



Dado el carácter situacional que se le adjudicó a este proyecto de profundización denominada secuencia didáctica sobre el concepto de combinatoria, se privilegiaron algunas condiciones del entorno social y escolar que inciden en los estudiantes. Algunas de estas situaciones fueron: el menú escolar ofrecido en el almuerzo, la forma de ubicarse en el espacio designado para este momento de la jornada en relación con el compartir grupal; también algunas situaciones relacionadas con la construcción de la nueva planta física de la Institución como fueron la selección de los materiales con los que se podrían construir las nuevas aulas, la posición cómo se podrían disponer las escalas en los diferentes bloques, la posible ubicación de las mesas en el comedor escolar; todos estos temas que de alguna manera interesaban e inquietaban a los estudiantes.

2.3.3. Rol docente. Ausubel et al. presentan unas características básicas que deben tener para desempeñar de manera asertiva su rol; así, para ellos es fundamental que un docente posea: el dominio conceptual, la capacidad de planeación y aplicación del concepto en forma estratégica, el ‘control’ de las variables que se presentan en un aula de clases, y la capacidad de convertir su discurso científicista en uno más accesible a los niveles de los estudiantes. En gran medida estos factores determinan el éxito del proceso de aprendizaje. Los autores lo expresan de la siguiente manera:

En primer lugar, desde el punto de vista cognoscitivo, lo amplio y lo persuasivo que sea su conocimiento de las materias establece, desde luego, una diferencia. En segundo lugar, independientemente de su grado de competencia en este aspecto, puede ser más o menos capaz de presentar y organizar la materia de estudio, de explicar lúdica e incisivamente las ideas y de manipular con eficacia las variables importantes que afectan al aprendizaje. En tercer lugar, al comunicarse con sus alumnos, podrá ser más o menos capaz de traducir su conocimiento a formas que implican el grado de madurez cognoscitiva y de experiencia en la materia que aquellos muestren. (1983, p. 430).

De acuerdo con lo anterior, es relevante mencionar que algunos aspectos claves de la actuación del docente durante la implementación de una secuencia pudieron tener implicación en



los resultados del aprendizaje de los estudiantes, puesto que el docente asumió su papel de intermediario entre estos y el conocimiento. Esto quiere decir que algunas de las funciones más significativas en la labor docente fueron: estar pendiente de las actividades, de los materiales didácticos, de los propósitos académicos y por supuesto, de los estudiantes en cada uno de sus desempeños, todo esto mediado por los procesos de enseñanza y aprendizaje.

De igual forma, se asumió el rol docente en torno a la comunidad de práctica, esto es, la interacción con el otro, no solo con los pares académicos, sino también con el estudiante, propiciando la reflexión desde el conocimiento y el quehacer educativo (Vilanova et al., 2001). Dicho rol ha sido históricamente caracterizado en el proceso de enseñanza con un marcado énfasis en el papel central del docente y transmisor de conocimientos, supeditando al estudiante a ser simples receptores.

En esta investigación, la comunidad de práctica medió los diferentes procesos, desde la identificación y planteamiento del problema hasta el mismo diseño y aplicación de una secuencia didáctica para los diferentes grados educativos, puesto que tanto docentes investigadores como estudiantes interactuaron a partir de propuestas de combinatoria, asumiendo diversas funciones, tales como el acompañamiento, la observación, la interacción, la generación y aclaración de dudas, la explicación, la solución de los problemas planteados, y la constante reflexión y evaluación en torno a la aplicación de una secuencia didáctica.

2.3.4. Aprendizaje cooperativo. Tobón et al. (2010) señalan que en las secuencias didácticas se busca que los estudiantes realicen actividades en grupos cooperativos en torno a la resolución de determinados problemas de la realidad, complementando sus habilidades, actitudes y conocimientos en la interacción con los demás integrantes, resaltando esta interacción como una competencia indispensable actualmente para la vida en sociedad. Por su parte, Solano (2012) señala que el aprendizaje en ambientes cooperativos busca favorecer el desarrollo de habilidades individuales y grupales, a través de la discusión entre estudiantes cuando exploran nuevos conceptos, siendo cada quien responsable tanto de su propio aprendizaje, como del de los demás



miembros del grupo. Vilanova et al. (2001), a su vez, hablan de la comunidad de práctica para referirse a la interacción colaborativa con el otro.

En consonancia con los postulados de los teóricos referidos, el estudio del concepto de combinatoria mediante una secuencia didáctica se planeó, ejecutó y evaluó a partir de la interacción entre estudiantes. Desde la concepción de la implementación de una secuencia, se propuso un trabajo estructurado a través de la conformación de equipos de trabajo por cuatro estudiantes, quienes trabajaron cooperativamente, complementándose y aportando cada uno desde sus propias capacidades para la consecución de una meta grupal que era la solución acertada de cada guía de actividades. Esta estrategia metodológica posibilitó la interacción social, el diálogo, la discusión, la escucha y el fortalecimiento de valores como la tolerancia, el respeto, la responsabilidad, la empatía y otros más, que hacen parte del diario vivir en las aulas de clase.

2.3.5. Representaciones. D'amore (2004) expresa frente a las representaciones, que los estudiantes durante el aprendizaje de las Matemáticas se introducen a un mundo nuevo, tanto conceptual como simbólico, y sobre todo representativo.

Por otro lado, Duval (2004) habla sobre una teoría de registros de representaciones semióticas, teoría que nació a raíz de la dificultad para comprender el lenguaje matemático y la necesidad de requerir otros tipos de representaciones que lo constituyen. Así mismo, plantea que usar representaciones tiene algunas ventajas, una de ellas es que al combinar diferentes tipos de registros, como el registro verbal, registro tabular, registro gráfico, registro algebraico, registro simbólico y registro figural, se puede producir una comprensión efectiva e integradora, además que posibilita la transferencia de todos aquellos conocimientos ya aprendidos, los cuales a su vez generan resultados positivos en cuanto a la producción de ideas, la escritura y la resolución de problemas.

Por otra parte, Vilanova et al. (2001), plantearon las estrategias de resolución de problemas (heurísticas) y una de ellas se refiere al cómo comprender el problema. Para el caso de una secuencia didáctica, esa comprensión se propuso a través de una representación inicial que el



estudiante realizó de lo que entendía acerca de la situación planteada, reconociendo que si se lograba este primer acercamiento, se estaría dando un paso importante para la solución posterior de la situación planteada.

Con respecto a los planteamientos de los autores y las propuestas que hicieron los estudiantes para resolver los problemas planteados, se puede afirmar que las representaciones son todos aquellos caminos que conllevan a la comprensión y resolución de una situación problema. Tales representaciones se evidenciaron en las producciones de los estudiantes a través de: gráficos, figuras, esquemas, textos verbales (orales y escritos), expresiones matemáticas, diagramas de árbol, tablas de datos, entre otros; los cuales fueron observados durante las seis semanas de aplicación de una secuencia didáctica.

2.3.6. Material didáctico. Para hablar de material didáctico se referenció el trabajo de Muñoz (2014), quien lo define como “todo aquello que se incluye en el aula y el niño lo puede ver tocar y además le ayuda a aprender.” Al respecto sugiere que estos pueden ser materiales, es decir, los que el estudiante tiene a su alcance y puede ‘manipular’; y los no materiales, son aquellos que el docente implementa en su quehacer pedagógico pero no son palpables, por ejemplo, las metodologías, estrategias y técnicas de motivación.

De igual manera, sugiere las posibles ventajas del material didáctico en el aula de clases:

- a) Supone un rendimiento positivo, desencadena actividad de construcción de pensamiento, ayuda al proceso de formación de procesos mentales. Facilita la comprensión y constituye un medio suficientemente rico para aprender.
- b) Permiten la reflexión y propiedades matemáticas.
- c) Recrean distintas situaciones de forma más realista.
- d) El juego didáctico es un medio de acercar a la educación los verdaderos intereses del niño, funciona como agente motivador, despierta el interés y la curiosidad, fomenta la escucha, la cooperación y garantiza un aprendizaje atractivo, además promueve la autonomía, la búsqueda de estrategias, el desarrollo de habilidades y el uso del razonamiento y la lógica.
- e) Optimiza el proceso de enseñanza aprendizaje (Muñoz,



2014, p. 19).

Los docentes investigadores pudieron percibir durante la revisión teórica, que las bondades sobre las cuales enfatiza Muñoz no son distantes de algunos de los planteamientos del PEI de la Institución Educativa San José (2017) con respecto al tipo de estudiante que se quiere formar; de igual manera, durante el proceso de planeación de una secuencia didáctica, se percibió que a través de la implementación de diferentes materiales durante la aplicación de una secuencia didáctica se podía mejorar el proceso de aprendizaje de la combinatoria y el desarrollo de habilidades frente a la resolución de problemas propuestos.

También se relacionó con el factor denominado conocimiento de base (los recursos matemáticos), propuesto por Vilanova et al. (2001); puesto que durante la fase de aplicación de una secuencia didáctica se asumieron los materiales didácticos empleados por el docente y los estudiantes, como aquellos elementos que posibilitaron y facilitaron la enseñanza y aprendizaje del concepto de combinatoria. Para tal fin, se utilizaron: una secuencia didáctica, las guías de actividades sobre combinatorias, las cartas, los dados, los pimpones, los fichos, círculos, celulares, calculadoras, lápices, colores, marcadores; implementos que los estudiantes poseían y que fueron utilizados para dar solución a las diferentes situaciones planteadas y para vincular el conocimiento con la realidad.

Aunque lo ideal era que el estudiante estuviese inmerso en la situación real propuesta para acceder al aprendizaje, lo que no siempre se hizo posible, fue remediado por la utilización del material didáctico, puesto que facilitó la sustitución y modelación de esa realidad de una manera sencilla y comprensible. También se consideró que estos materiales están ligados a los aspectos afectivos y sistema de creencias de los cuales habla Vilanova et al. (2001), ya que su utilización condujo a que los estudiantes cambiaran un poco su percepción hacia el aprendizaje de las Matemáticas, al considerarla aburrida, de poca utilidad en la vida real, incluso, tormentosa.



2.3.7. Expresión matemática. Blanco (2011) expresa que “en el enunciado del problema aparece toda la información necesaria para la resolución y suele, implícitamente, indicar la estrategia a seguir y el método de solución se reduce a una interpretación correcta del enunciado y a elegir el algoritmo adecuado” (p.194).

El planteamiento teórico anterior se articuló a la estrategia de resolución de problemas (heurísticas) que presentan Vilanova et al. (2001), con el fin de diseñar un plan y ponerlo en práctica para favorecer el aprendizaje de combinatoria. En este sentido, la aplicación de dicho plan, es decir, la secuencia didáctica, dio cuenta de los conceptos definidos por Blanco (2011) y Vilanova et al. (2001), puesto que frecuentemente se pedía al estudiante que mencionara y mostrará el procedimiento matemático con el que podía resolver la situación planteada después de haberlo hecho con una representación; de esta manera se buscaba la generalización del concepto y la simplicidad del proceso a través de la expresión matemática.

La expresión matemática se comprendió como aquella representación que contiene elementos de la Aritmética y el Álgebra, utilizada por los estudiantes para desarrollar la situación propuesta, además, de haber sido presentada y explicada por el docente en el momento de la práctica. La expresión matemática permitió, también, la ejercitación de procedimientos y la verificación de resultados; por ejemplo: la situación propuesta en la fase de práctica de la semana seis – el proceso es simple cuando cinco personas intercambian saludos, pero es extenso si las personas que se saludan son cinco docenas –; requería un método más eficiente y efectivo para ser resuelto, por tal motivo se hizo uso de la expresión matemática.

2.3.8. Tecnologías de la Información y la Comunicaciones TIC. Desde el punto de vista de las políticas educativas, el MEN (1999) expresa que los recursos tecnológicos son “mediadores entre el objeto de estudio y el estudiante” (p. 79), los cuales proporcionan de manera inmediata una retroalimentación de las acciones de un estudiante en el mismo sistema de representación sobre el que está trabajando; lo que posibilita que sea visto como un fenómeno matemático, que le facilita además, una amplia y “directa” experiencia en la cual el docente se convierte en acompañante, orientador y guía de este proceso. En este sentido, el recurso



tecnológico no es un sustituto de la habilidad pedagógica, por ende, no lo es del docente. Por su parte, Martínez (2014) manifiesta que una estrategia basada en las TIC tiene la “intención de promover en los alumnos la motivación por el aprendizaje” (p.77).

Un aporte fundamental para esta investigación fue lo planteado por Rojano (1996), quien enfatiza en la utilidad y eficacia del uso de la tecnología para la solución de problemas, que inicialmente hayan sido resueltos de manera tradicional. En este sentido, manifiesta que cualquier recurso tecnológico para realizar ciertos cálculos dentro de un problema cuya solución ya se ha encontrado con lápiz y papel, puede interpretarse como un auxiliar de su cognición. Es decir como un recurso amplificador que contribuye a consolidar un tren de pensamiento que ya el estudiante había puesto en marcha. Por otra parte, es posible que el uso sostenido de la herramienta implique cambios a nivel de las estrategias de solución, en cambios a nivel de la manera misma como el estudiante se plantea los problemas. Cuando se llega a este nivel, se estará ante los efectos estructurantes de la herramienta sobre la acción (p, 244).

Al ser conscientes de la importancia de las TIC en el aula, el grupo investigador incorporó en algunas actividades de la secuencia didáctica el recurso tecnológico con la aplicación “*Combinatorics Mathematics*”, un recurso innovador para los estudiantes en el proceso del aprendizaje de las Matemáticas.



2.3.9. Integración. La integración se concibió desde dos puntos de vista; el primero, al emplear las mismas guías de la secuencia del docente y del estudiante en los cuatro grados de influencia; y el segundo, al implementar en la secuencia, actividades relacionadas con situaciones, conocimientos o habilidades de otras áreas que estudian los estudiantes. Por ejemplo, en Español se integró con la comprensión lectora, en Sociales con el aprendizaje cooperativo, en Educación Física con la posición de llegada de los atletas, en Ciencias Naturales con la distribución y variedad de los alimentos, entre otros. Al respecto, Velásquez (2013) en una de sus recomendaciones especifica que es necesario “transversalizar las áreas de conocimiento, con el fin de que los docentes puedan enriquecer sus prácticas pedagógicas y se genere en los estudiantes un aprendizaje global” (p.48).

En términos generales, se puede decir que la integración de un determinado concepto, con otras áreas del conocimiento, con los contextos socio-culturales del entorno, y con los otros grados o niveles de la educación; es relevante a la hora de propiciar el aprendizaje, puesto que es necesario llevar el concepto a otros campos que despiertan el interés en los estudiantes y además ayuda a la comprensión de lo que se está abordando. Con respecto a la integración de saberes y habilidades durante la aplicación de la secuencia didáctica, se observó que esta práctica requirió además, que el docente propusiera nuevas situaciones en el aula de clases, y que en muchas ocasiones no habían sido planificadas. La integración se evidenció en tres ejes, estos son: integración de los cuatro grados seleccionados en el proyecto de profundización, integración de las situaciones del contexto con combinatoria, e integración con otras áreas del conocimiento.



2.3.10. Verificación de resultados. Este proceso también hace parte de los factores que intervienen en la resolución de problemas (heurísticas), propuestos por Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001); el cual se relacionó a la presente investigación a través de la fase que permitió a los estudiantes verificar las soluciones que daban a las situaciones propuestas, incluso a través de una aplicación virtual. También se implementó durante la revisión de los procesos metacognitivos, toda vez que se pedía al estudiante analizar porque no estaba generando una respuesta asertiva, este cuestionamiento la llevaba a reflexionar en torno a los conocimientos que poseía y cómo los aplicaba.

Durante los momentos de aplicación de la secuencia, se entendió la verificación de resultados como el proceso de comprobación mediante el cual el mismo estudiante se indagaba si había realizado de manera correcta la actividad o procedimiento; si respondió de manera lógica, consecuente y en total relación con lo preguntado. Para tal fin, se propuso que los estudiantes hicieran esta verificación a través de tres procesos: inicialmente realizaban un esquema o diagrama que representara la situación planteada; luego a partir de la expresión matemática debían encontrar otra forma de solucionar la situación problema; y si no se obtenía la respuesta correcta, el estudiante debía revisar, detectar el error cometido y volver a plantear una solución.



3. Metodología

La investigación se realizó desde una perspectiva cualitativa, al respecto Hernández, Fernández y Baptista (2014) reconocen que el enfoque cualitativo se utiliza en primer lugar, para descubrir y refinar preguntas de investigación, para lo cual el investigador inicia su labor examinando el mundo social y en este proceso desarrolla una teoría consistente, con la que observa y analiza qué ocurre. El proceso de indagación cualitativa es flexible y no pretende generalizar los fenómenos que estudia, por el contrario realiza la interpretación de los mismos a la luz de situaciones contextuales, comportamentales y de interacción, entre otros aspectos. De igual manera, es circular, lo que quiere decir que permite volver sobre las fases de la investigación que ya han sido abordadas, precisamente porque no sigue una secuencia rigurosa, lo que no debe confundirse con ausencia de rigurosidad investigativa.

El proceso de esta investigación con la observación y la experiencia en el aula, mediante las cuales se detectaron situaciones que se consideraron susceptibles de ser indagadas y analizadas, ya que no funcionaban adecuadamente lo que obstaculizaba de alguna manera el proceso educativo. De esta manera, se eligió como objeto de indagación y estudio el aprendizaje del concepto de combinatoria. La circularidad de la investigación cualitativa, permitió que el constructo teórico, fuese revisado y reajustado en varios momentos. Dado que el propósito de las investigaciones de orden cualitativo es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista interpretaciones y significados; el grupo investigador recopilaba, analizaba y discutía de manera permanente sobre la percepción de los estudiantes, manifestada en sus opiniones, preguntas y apreciaciones, que surgían durante las fases de aplicación de las guías de actividades de la secuencia didáctica.

3.1. Enfoque

Consecuentes con la investigación cualitativa, el enfoque seleccionada para el proceso investigativo fue el fenomenológico hermenéutico, al respecto Hernández, et al. (2014, pp. 471-472 y 493 - 495) presentan algunas características que se tuvieron en cuenta para justificar esta



decisión.

En el campo de la educación se encontraron varios estudios realizados bajo este enfoque, dado que se interesa en indagar e interpretar lo que varias personas experimentan en común respecto a un fenómeno. Por esta razón, se consideró que era el enfoque pertinente para abordar la dificultad evidente de los estudiantes para acceder al aprendizaje del concepto denominado combinatoria. Para esta investigación, las personas indagadas fueron los estudiantes de los grados tercero, séptimo, noveno y grado once de la Institución Educativa San José.

La descripción de la integración entre las apreciaciones, actuaciones y experiencias compartidas por las estudiantes, las unidades de significado y las categorías constituyeron el producto final de este proceso investigativo, el cual tiene como propósito facilitar el aprendizaje de la combinatoria en las estudiantes.

3.2. Método

Dada la naturaleza de la investigación y pretendiendo dar respuesta a la pregunta ¿Cómo propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en los estudiantes de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí a partir de una secuencia didáctica?, se definió el estudio de caso como método preciso para llevar a cabo el proceso. Al respecto, Stake (1999) expresa que este método se fundamenta en la particularización, no en la generalización al expresar que “se toma un caso particular y se llega a conocerlo bien, y no principalmente para ver en qué se diferencia de los otros, sino para ver qué es, qué hace” (p. 17).

El proyecto fue diseñado y aplicado por los cuatro docentes en cada uno de los grados respectivos (tercero, séptimo, noveno y undécimo) y durante el horario de clase correspondiente; por lo cual se seleccionó de manera aleatoria un solo grupo por grado, esto quiere decir que los grupos objeto de estudio fueron cuatro, en los cuales se aplicaron las guías de actividades de la secuencia didáctica a la totalidad de sus estudiantes. La secuencia didáctica diseñada no fue igual para todos los grados, si bien se abordaron los mismos conceptos, fue necesario adaptarlas de acuerdo con la complejidad de cada nivel.

Al inicio de la investigación se pensó en tomar cuatro estudiantes por grupo elegido para



un total de dieciséis casos, pero se evidenció la complejidad de los registros en el diario de campo por exceso de información, lo cual influía negativamente en la determinación de las unidades de análisis; por lo tanto, para tener un mejor enfoque, los docentes investigadores con el aval de las asesoras optó por escoger solo cuatro casos, es decir, un caso por cada grupo elegido inicialmente.

Los criterios que se establecieron para esta última selección y de acuerdo con las recomendaciones de Stake (1999), quien afirma que “debemos escoger casos que sean fáciles de abordar y donde nuestras indagaciones sean bien acogidas, (...) y que cuenten con actores dispuestos a dar su opinión sobre determinados materiales en uso” (p. 17), fueron los siguientes:

Primero, estudiantes destacados por su compromiso, responsabilidad, coherencia, espontaneidad, abiertos al diálogo y a las ideas, comunicativos, coherentes y con claridad en la exposición y sustentación de sus puntos de vista sin ninguna restricción y predisposición.

Segundo, la continuidad del estudiante, esto es, los estudiantes seleccionados debían estar matriculados en la Institución Educativa desde preescolar; lo que evidenciaba continuidad en el proceso educativo, adaptación con las políticas institucionales y sentido de pertenencia.

Tercero, un rendimiento académico entre básico y alto, teniendo en cuenta que el sistema de evaluación institucional propone los niveles bajo, básico, alto y superior; con este criterio se pretendió seleccionar estudiantes con un rendimiento aceptable, evidenciando un proceso continuo y representativo del nivel académico de la Institución.

Desde el momento que se hizo esta última selección para llevar a cabo el estudio de caso, se obtuvo un permiso escrito especial de los padres (Ver anexo 4), según lo propone Stake (1999), y con autorización de las estudiantes que participaron en la investigación se tomaron los siguientes seudónimos dependiendo del grado que cursaran: en tercero Tatiana, en séptimo Susana, en noveno Natalia, y en undécimo Omaira.

3.3. Técnicas e Instrumentos para la Recolección de Información

Hernández, et al. (2014) expresan que el principal instrumento para la recolección de datos es el propio investigador, para este caso los cuatro docentes en cada uno de los respectivos grados, a partir de la aplicación de los instrumentos que se mencionan a continuación realizaron

el proceso de recolección de información.

3.3.1. La observación. Se constituye en un instrumento relevante en el trabajo del investigador, además es importante aclarar que la observación cualitativa no es mera contemplación ni “sentarse a ver el mundo y tomar notas” (Hernández et al., 2014, p. 399), implica que el observador se ocupe más minuciosamente de aspectos previamente determinados y de aquellos que puedan ir surgiendo. Por esta razón, los docentes investigadores al proponer a los grupos la secuencia didáctica, lideraron y acompañaron cada uno de los momentos, observando el trabajo de los estudiantes en las guías de actividades, atentos a sus preguntas, discusiones, apreciaciones, reacciones y comentarios frente a lo que se proponía en cada sesión; también hicieron registro de notas, fotografías, audios y formularon preguntas en torno a la interacción que se dio con los estudiantes. La información recopilada, se seleccionaba y posteriormente cada docente consignaba en el diario de campo.

En cada uno de los grupos donde se desarrolló la secuencia didáctica, se observaron las distintas interacciones que realizaron los estudiantes investigados con sus compañeros de equipo de trabajo, esto es, si tomaban o no la voz para leer la situación que se planteó en cada guía de actividades, las respuestas que compartieron en sus grupos, las representaciones que realizaron y las propuestas de solución que brindaron a sus equipos de trabajo a partir de sus saberes previos.

3.3.2. Secuencia didáctica y Guías de actividades. La secuencia se diseñó para aplicarse en seis semanas, el equivalente aproximado a medio periodo académico (cinco semanas). En las actividades semanales se articuló el concepto de combinatoria con situaciones actuales del contexto (ámbito escolar y situaciones relacionadas con la construcción de la nueva planta física) a partir de preguntas, de tal manera que permitieran a la estudiante un análisis, asimilación y apropiación del concepto abordado, y mediante un proceso gradual se aumentó el nivel de dificultad de cada sesión, siguiendo este orden: principio aditivo, principio multiplicativo, permutación ordinaria, permutación tomando algunos elementos, permutación con repetición, permutación circular hasta la combinación sin repetición. Proceso que propició que las estudiantes, en términos generales, respondieran adecuadamente la situación que orientó



la secuencia didáctica: ¿De cuántas formas se pueden colocar los 10 grupos de la educación media en un piso nuevo con capacidad para 6 grupos?

La aplicación de cada guía de actividades de la secuencia didáctica, se organizó en tres momentos durante cada semana, estos fueron: *Exploración*, el cual permitió la indagación de saberes y así conocer los conocimientos previos que traen consigo los estudiantes; el segundo momento denominado *Práctica*, permitió desarrollar una serie de actividades de aprendizaje en las cuales se evidenciaron las estrategias para solucionar las distintas preguntas planteadas con el fin de facilitar la asimilación y comprensión de cada concepto; y el último momento corresponde a la *Validación*, durante el cual fueron evaluadas las estrategias propuestas en el segundo momento, y de esta manera comprobar la eficacia de estas y la apropiación del concepto trabajado. La actividad de cierre cada semana fue una situación de selección múltiple. Es importante decir que durante cada uno de los momentos el rol del docente se llevaba a cabo a través de la observación, el acompañamiento, la explicación, la solución de dudas, y hasta la mediación en situaciones que podían generar un riesgo para que el grupo alcanzara el aprendizaje).

Se diseñó la secuencia didáctica teniendo en cuenta la construcción de la nueva planta física de la Institución Educativa San José porque se pretendía que los estudiantes evidenciaran la utilidad de las Matemáticas en este particular contexto escolar, en un hecho real y de interés común para todos los grados de estudio; por lo tanto se realizó una ruta de aprendizaje (Ver Figura 3) similar en estructura a la planteada por el MEN (2013, p. 86).



Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica			
Número de semana	Pregunta orientadora	Palabra clave	Actividad propuesta análoga a la pregunta orientadora
1.	Ana quiere subir a su nuevo salón ubicado en el tercer piso y hay acceso por las escalas izquierda, derecha y central, ¿de cuántas formas Ana puede llegar al salón?	Principio aditivo, evento, seguro e imposible.	Rutas aleatorias
2	Las paredes del nuevo salón de Ana pueden ser en ladrillo o bloque; el techo puede ser de concreto, fibrocemento, teja de barro o lámina y los acabados tipo estuco, ¿de cuántas maneras pueden construir el nuevo salón de Ana?	Principio multiplicativo y diagrama de árbol.	Menú del restaurante
3	Ana y sus cuatro amigas: Sara, Valentina, Paulina y Laura, quieren ser las primeras del grupo en entrar en fila al nuevo salón, ¿de cuántas formas pueden ingresar las cinco amigas?	Permutación ordinaria o sin repetición y como caso particular, permutaciones tomando algunos elementos	Ordenando los libros
4	¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?	Permutación con repetición	Acampando
5	¿De cuántas formas Ana y sus cuatro amigas: Laura, Sofía, Valentina y Mariana pueden sentarse en una de las mesas redondas de cinco puestos del nuevo comedor escolar?	Permutaciones circulares	Banquete de bodas
6	¿De cuántas formas se pueden colocar los 10 grupos de la educación media en un piso nuevo con capacidad para 6 grupos?	Combinación ordinaria / sin repetición	Saludo de amigos

Figura 3. Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica

Las actividades no se diseñaron de manera aleatoria, por el contrario tienen su fundamento en la diversidad de posibilidades que ofreció el análisis de combinatoria después de la tercera semana, cuando se diseñó un esquema o mapa mental (Ver Figura 4) de la secuencia didáctica en comparación con el esquema propuesto por Wilhelmi (referido en Figura 2).

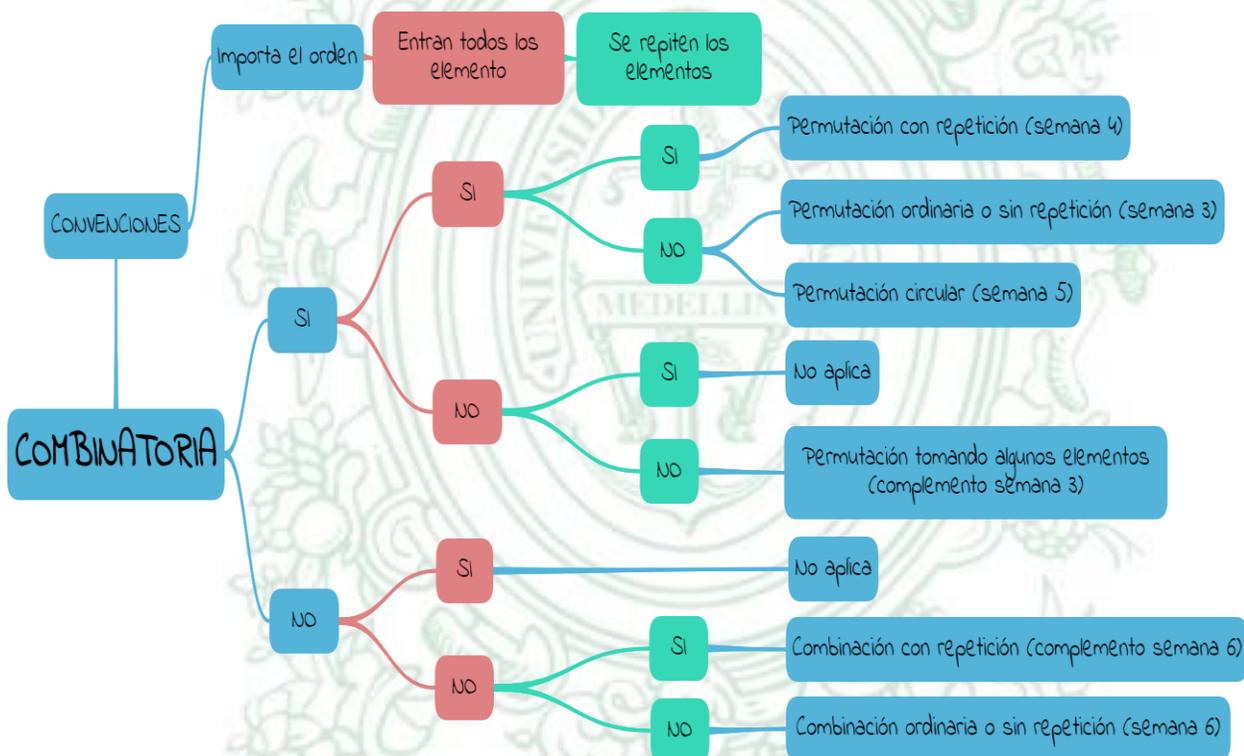


Figura 4. Mapa mental de la secuencia didáctica

Con el fin de organizar las evidencias del trabajo realizado por los estudiantes, los cuatro docentes investigadores elaboraron las guías de actividades, las cuales contienen la misma información de la secuencia didáctica, solo que adecuadas para que el estudiante resolviera las diferentes situaciones y actividades propuestas durante cada semana. Cada guía se constituyó en la evidencia del trabajo hecho en clase por los estudiantes y que era registrado en el diario de campo. En la Figura 5 se muestra la guía del estudiante aplicada durante la semana 6, en ella se visualiza una de las tantas situaciones del contexto con combinatoria que se plantearon para la



secuencia, y uno de los tres momentos en los que se organizó cada semana, la exploración.

“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.



GUIA DE ACTIVIDADES 6



Grado: _____ Fecha: _____

EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Para la celebración del amor y la amistad cada grupo decidió pedir pizza para hacer un compartir, se deben organizar en equipos de 8. Samanta es la líder de su equipo y quiere comprar una pizza de tres ingredientes, si el establecimiento le ofrece ocho ingredientes (tomate, pepperoni, salami, cabano, piña, champiñones, jamón y pollo) y ella elige todos distintos.



Grados 3, 7, 9 y 11

1. ¿cuántas posibilidades tiene para armar la pizza de tres ingredientes? _____
2. Ella quiere llevar una pizza vegetariana porque una de sus amigas lo es, así que: ¿de cuántas formas diferentes se pueden seleccionar tres ingredientes si el cliente es vegetariano? _____
3. También quiere llevar una pizza combinada de dos vegetales y dos carnes, ¿cuántas maneras tiene para escoger dicha pizza? _____
4. Emplear la cartulina redonda para simular la base de la pizza y ocho cartas de póker para simular los ocho ingredientes para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta.

Figura 5. Guía del estudiante en la semana seis

Adicionalmente, por los motivos vistos en la fundamentación teórica sobre el uso de las TIC y por el auge y acogida que han tenido los dispositivos móviles entre los jóvenes, y el impacto positivo generado al incursionar en un ambiente conocido y atractivo para ellos; razón



por la cual se aprovechó este aspecto mediante la aplicación *App “Combinatorics Mathematics”* (Figura 6). Se consideró necesario emplear un recurso tecnológico que fuera de fácil acceso a su entorno virtual y que generara interés entre los estudiantes; los docentes realizaron la búsqueda virtual en “*Play Store*”. Esta App está disponible de forma gratuita en Smartphone con sistemas operativos *Android* y no se requiere conexión a internet para ser empleada; los estudiantes la descargaron en zona *wifi* y posteriormente se implementó en el aula, como un instrumento más en la realización de los cálculos y procedimientos extensos, los cuales se comparaban con los resultados obtenidos por los estudiantes a través de las expresiones matemáticas propias del concepto de combinatoria. La aplicación cuenta con las funciones incorporadas para elegir entre una combinación y permutación, por eso, solo bastaba que los estudiantes seleccionaran la opción correcta, digitaran los datos y la *app* proporcionaba la respuesta.

Un factor importante que se tuvo en cuenta para seleccionar esta aplicación, fue que a diferencia de las otras aplicaciones disponibles, no sólo proporcionaba la respuesta correcta, sino que, además, mostraba las diferentes opciones que se podían presentar. Por ejemplo, retomando la situación propuesta en la fase de práctica durante la semana 6, que dice: En el primer trabajo en el nuevo salón de Ana, se reúnen cinco estudiantes (Ana, Elsa, Inés, Olga y Úrsula) para trabajar en grupo e intercambian saludos; ¿cuantos estrechamientos de mano hubo si cada una solo saluda una vez a las otras? (ver Figura 6)

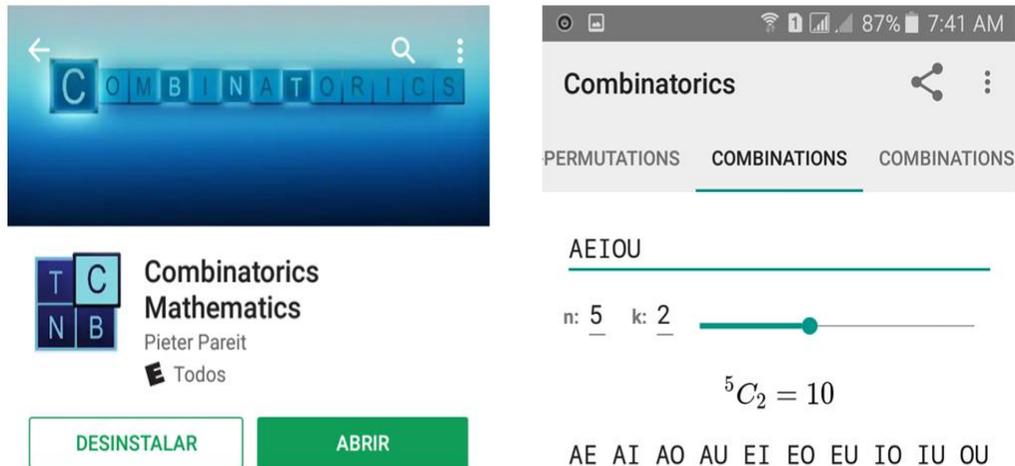


Figura 6. Aplicación App “Combinatorics Mathematics”.

La aplicación representó para las estudiantes una mayor eficiencia en el análisis y obtención de resultados de las operaciones requeridas. Si bien, el caso evidenciado en la Figura 6 fue sencillo para los estudiantes, puesto que los saludos se hicieron entre cinco personas, lo que arrojó como resultado 10 saludos, como se observa en la gráfica; la aplicación les permitió verificar sus procedimientos y afianzar el conocimiento del concepto combinatoria.



3.3.3. Diario de campo del maestro. Se constituyó en un instrumento importante en el proceso investigativo, ya que permitió registrar la información recogida en las observaciones y sistematizar de una manera organizada la vivencia en el aula. Después que cada docente aplicaba la secuencia didáctica en su grupo participante de la investigación, de forma individual procedía a recopilar y transcribir la información en el formato semanal diseñado para tal fin. Al respecto, Stake (2014) expresa que “destacar el tiempo, el lugar y la persona constituyen los tres pasos principales” (p.76) para los investigadores de casos y que “durante la observación, el investigador cualitativo en estudio de casos registra bien los acontecimientos para ofrecer una descripción relativamente incuestionable para posteriores análisis y el informe final.” (p. 58) A partir de la sistematización en el diario de campo, se detectaron divergencias y similitudes que dieron lugar a las unidades de análisis y categorías de la investigación.

Así mismo, Hernández, et al (2004) consideran que el diario de campo es una herramienta en la cual “el investigador escribe lo que observa, escucha y percibe a través de los sentidos” (p. 370) por lo cual fue un instrumento importante durante el proceso de recolección y sistematización de la información, más aún cuando las guías fueron desarrolladas en diferentes grados, horas, sedes y por docentes distintos. Por lo tanto, se observó la necesidad de unificar criterios mediante una matriz o formato semanal de diario de campo (ver Figura 7) que fue elaborado en *Word* y compartido a través de un archivo en línea mediante *Google Drive*, con la finalidad de sistematizar sincronizadamente la información recopilada por los cuatro docentes.



PROYECTO: LA SECUENCIA DIDÁCTICA COMO UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA PROPICIAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE ITAGÜÍ



DIARIO DE CAMPO

SEMANA:		FECHA SEMANA:		LUGAR:	
PROPOSITO:					
GRADO/DOCENTE ENCARGADO	RESUMEN DEL GRADO	OBSERVACIÓN DEL GRADO	CONCLUSIONES DEL GRADO	CONCLUSIONES COMBINANDO LOS GRADOS	
TERCERO CLAUDIA CARDONA					
SEPTIMO EIDELVER LOPEZ					
NOVENO MARLENY GIRALDO					
UNDECIMO ERNESTO MARTINEZ					

Figura 7. Formato semanal de diario de campo

3.3.4. Entrevistas. Se utilizaron las entrevistas abiertas, sin categorías preestablecidas, de tal forma que los estudiantes expresaran de manera libre y honesta sus diferentes apreciaciones, evitando ser influenciados por la perspectiva de los docentes o por los resultados de otros estudios. Para ello, se tuvieron en cuenta algunas recomendaciones de Stake (1999) con respecto a evitar respuestas simples de si o no, y de conseguir la descripción de un episodio, una relación y un explicación; además, las preguntas no debían aferrarse a los límites establecidos en el diseño de la investigación para facilitar respuestas más espontáneas por parte de las estudiantes directamente investigadas. En realidad, no se realizaron entrevistas estructuradas, ni unificadas para las cuatro estudiantes; por el contrario, se plantearon diversas preguntas que fueron surgiendo a medida que transcurrían las aplicaciones y que el docente investigador consideraba importante cuestionar.



3.3.5. Fotografías y los Audios. Se utilizaron como instrumentos de soporte para evidenciar diferentes aspectos relevantes detectados durante el proceso de aplicación. Según Hernández *et al.* (2014), en las investigaciones de corte cualitativo “el investigador emplea una gran variedad de formatos para reportar sus resultados: narraciones, fragmentos de textos, videos, audios, fotografías y mapas; diagramas, matrices y modelos conceptuales” (p. 13). Por lo tanto, las fotografías y los audios permitieron recopilar información visual y auditiva narrativa del proceso y constituyeron una “evidencia” según Tobón *et al.* (2010, p. 165) del trabajo realizado en el aula de clase. Estos registros y la sistematización detallada en el diario de campo facilitaron la redacción y análisis de la información de forma organizada, lo que permitió una mejor detección de las unidades de análisis que no se determinaron de antemano, puesto que surgían de la misma inmersión y observación del proceso investigativo durante la aplicación de la secuencia didáctica, esto es a lo que Hernández *et al.* (2014) se refieren cuando expresan “la observación va enfocándose” (p. 400).

3.4. Análisis de Resultados

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos se procedió de la siguiente manera: se exploraron los datos recolectados, y a partir de unos referentes categoriales se describieron las respuestas brindadas por los estudiantes en cada una de las etapas de aplicación; paso seguido se compararon con los respectivos componentes teóricos del estado del arte en torno al concepto de combinatoria; y, de esta manera se identificaron los elementos que posibilitaban que los estudiantes aprendieran el concepto abordado y dieran respuesta a la pregunta planteada.

Al ser la investigación de corte cualitativa, se realizó el análisis de la información recolectada a partir de la técnica que propone Fernández. Este proceso puede resumirse en los siguientes pasos o fases que sintetiza el autor, a la luz de teóricos como Álvarez-Gayou, Miles y Huberman, Rubin y Rubin, citados en Fernández (2006, p. 3 – 4):

- **Obtener la información:** La obtención de información se hizo a través de preguntas abiertas, observaciones, audios, foto y el producto de las guías de actividades de las seis aplicaciones de la secuencia didáctica.



- Capturar, transcribir y ordenar la información: inicialmente la información obtenida se consignó en el formato diseñado para el diario de campo que cada docente debía registrar en su respectivo grado, que contenía los tres momentos de cada semana (exploración, práctica y validación). Posteriormente esa sistematización se siguió realizando mediante la opción archivo compartido; de manera sincronizada, con el fin de posibilitar la revisión y análisis de la información a todos los investigadores.

- Codificar e Integrar la información: la información recolectada y transcrita en el diario de campo de cada uno de los grados se constituyó en el insumo para determinar las unidades de análisis a tener en cuenta en el proceso investigativo, tal como lo propone Hernández et al., “la unidad de análisis es un segmento de contenido textual, auditivo o visual que se analiza para generar categorías” (2014, p. 461). Estas unidades de análisis emergieron de los datos recolectados, a través de la comparación frecuente y las repeticiones detectadas en los mismos.

Seguidamente, y con ayuda de otro archivo compartido en Drive entre los docentes investigadores, se propuso una tabla que contenía las siguientes columnas: unidad de análisis, preguntas de la secuencia que hicieron alusión a dicha unidad, evidencias como fotografías del trabajo realizado con los estudiantes o apartes del diario de campo, relación con el estado del arte y el marco teórico, descripción general de las evidencias, y por último análisis y conclusiones. Estas unidades se agruparon en categorías, entendidas como “conceptualizaciones analíticas desarrolladas por el investigador para organizar los resultados o descubrimientos relacionados con un fenómeno o experiencia humana que está bajo investigación” (Hernández, 2014, p. 461), las cuales se establecieron a partir de la convergencia y tipo de relación que se establecía entre las unidades de análisis identificadas; lo que finalmente permitió la consecución de los objetivos propuestos.

4. Resultados

A continuación se presenta el esquema realizado por nosotros los investigadores (Figura 8), que muestra las unidades de análisis y las categorías definidas en la investigación. En una fase inicial solo se pensó en la resolución de problemas y en la apropiación del concepto como unidades de análisis, finalmente ambas quedaron como categorías, pero se incluyeron otras ‘variables’ (unidades de análisis y categorías) que emergieron de los datos y las relaciones que se establecieron entre ellos.

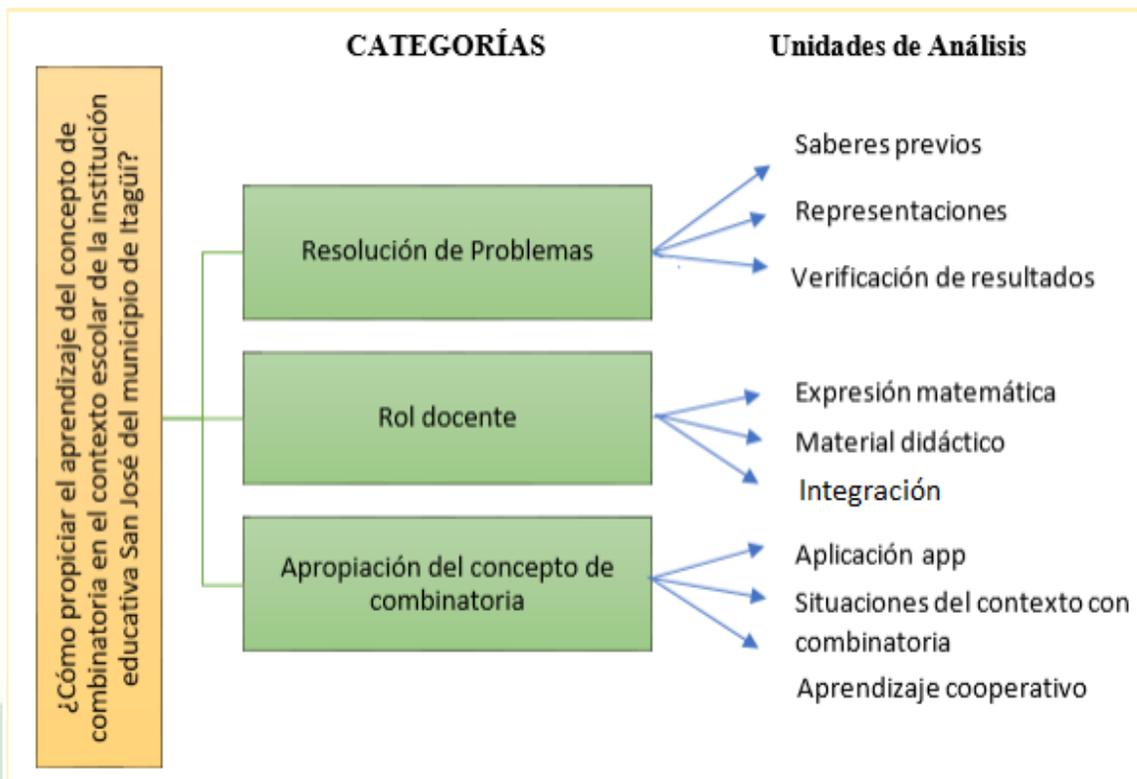


Figura 8. Categorías y unidades de análisis.



El análisis de resultados se realizó a partir de las categorías y las unidades de análisis que fueron establecidas para dilucidar los factores que intervinieron en la facilitación del proceso de aprendizaje de combinatoria en los estudiantes, para lo cual se tuvieron en cuenta los fundamentos teóricos y conceptuales que mediaron el diseño y aplicación de la secuencia didáctica. Cabe destacar que la enumeración de las categorías no representa un orden y además que no están aisladas, sino que se relacionaron entre sí, atendiendo al aprendizaje del concepto de combinatoria mediante el proceso de resolución de problemas, y de esta manera dar respuesta a la pregunta problematizadora y cumplir con los objetivos propuestos.

4.1. Resolución de Problemas

La resolución de problemas vista desde el MEN (1998) es uno de los cinco procesos generales presentes en la enseñanza y aprendizaje del área de las matemáticas. En la aplicación de la secuencia didáctica en los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo de la Institución Educativa San José se observó que este proceso estuvo presente en el desarrollo de la secuencia didáctica, a través de las diferentes actividades y situaciones problema que se plantearon en cada uno de los tres momentos de cada aplicación: exploración, práctica y validación. Por lo cual se centró la atención en las siguientes unidades de análisis, (teniendo presente que este proceso abarcó todas las unidades y categorías): los *saberes previos* con que contaban los estudiantes y que se vinculaban los nuevos, las diferentes *representaciones* que realizaron ante una situación planteada que permitían personalizar y articular algunas respuestas de las guías, y la *verificación* de resultados, mediante la cual ellos confrontaban la validez de los mismos; unidades que se consideraron útiles para evidenciar el proceso, y que intervienen en la resolución de problemas, como lo plantea Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001).

Los estudiantes al enfrentarse a la actividad o situación que se proponía en cada sesión, activaban una serie de saberes que eran evidentes en el momento de argumentar, expresar o esquematizar acerca de la situación propuesta, aspecto considerado como una clave relevante para el aprendizaje, según Ausubel (1983). Dichos saberes han sido construidos por sus interacciones en su contexto, familia o a través de la conceptualización que han construido en grados anteriores. Las diversas actividades que se desarrollaron en cada una de las guías,



especialmente, en el momento de exploración, buscaban que los estudiantes partiendo de sus saberes previos dieran solución a las actividades sin ayuda del docente y que ya, en los otros momentos (práctica y validación) evaluaran, confrontaran y consolidaran lo que ellos traían con los nuevos conceptos trabajados y así se diera valor a los aprendizajes que ya habían adquirido hasta el momento.

Teniendo en cuenta lo anterior, al observar la pregunta 4 de la guía 1 en la fase de exploración en el ítem E “que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4” se encontró la siguiente respuesta por parte de la estudiante del grado tercero:

Tatiana: *“hay que escribir los números menores de 2 y los mayores de 4 así que son solo el 1 y el 6 porque los dados van hasta el 6”* (Entrevista a estudiante de tercero, guía 1 pregunta 4, ítem E, fase exploración, 19 septiembre de 2017).

En esta actividad inicial se evidenció un buen trabajo por parte de Tatiana, al entregar el material didáctico para la resolución de problemas de la guía 1, la docente escuchó un comentario que hizo la niña a sus compañeras, en el cual hacía referencia a su familiarización con los dados, ya que en su casa jugaban mucho parques y le habían explicado cómo eran y para qué servían; este uso del material didáctico en su contexto familiar y sus saberes previos ayudaron a Tatiana a resolver de forma adecuada la actividad de exploración pregunta 4 que decía: “Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de dos dados y muestra la solución en un conjunto. E. que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4” (Guía 1).

Tatiana utilizó el conjunto completo para solucionar la situación, pues eran dos dados, así que debía tomar el número del primer dado y el número del segundo dado, como se evidencia en la Figura 9, aunque no alcanzó a terminarlo por el tiempo.



Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de dos dados y muestra la solución en un conjunto.

E. que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4.

$$E = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)\}$$

F. que el primer número sea impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.

$$F = \{\text{No se puede con el dado tiene solo 6}\}$$

Figura 9. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (grado tercero-Tatiana).

Por otra parte, al revisar lo hecho por la estudiante de grado undécimo (Omaira) en la misma pregunta que respondió Tatiana del grado tercero se encontró que argumentaba en cada uno de los casos propuestos en la fase de exploración de la guía 1 (ítems E hasta H). Véase Figura 10.

Omaira: “*hay tantas posibilidades de otras tantas evidenciando de esta manera un conocimiento previo acerca de espacio muestral y formas de representar las probabilidades, ya que en todos los casos argumenta que las posibilidades en un dado son igual a 6*” (Entrevista undécimo, guía 1 ítem E, fase exploración, 20 septiembre de 2017).

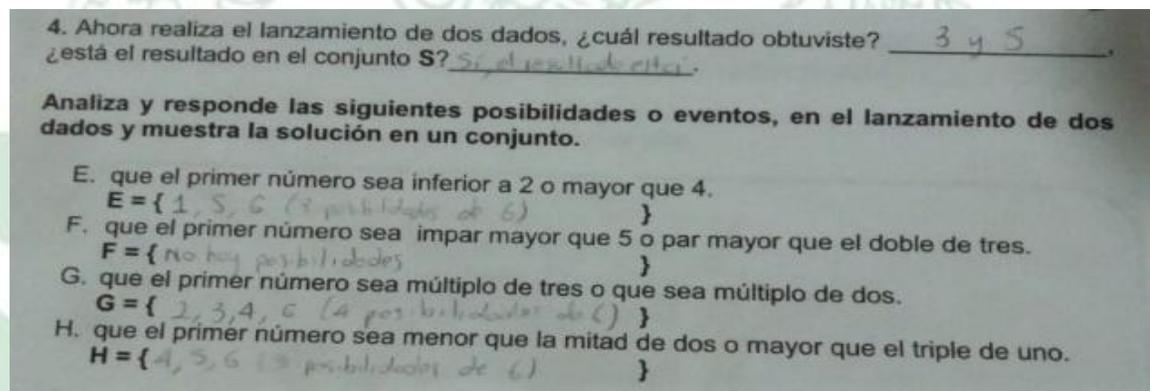


Figura 10. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Undécimo).



Además de las respuestas dadas por Tatiana (grado tercero) y Omaira (grado undécimo) se encontró que las estudiantes de séptimo y noveno, Susana y Natalia respectivamente, evidenciaban unos saberes previos que les facilitaron la solución de la actividad propuesta en la fase exploración de la guía 1, tal como se presenta en la Figura 11 y Figura 12:

Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de un dado y muestra la solución en un conjunto.

A. Obtener un número menor a 2 o mayor que 4 en el lanzamiento de un dado.
 $A = \{ 1, 5, 6 \}$

B. Obtener un número impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.
 $B = \{ \text{no hay número} \}$

C. Obtener un número múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.
 $C = \{ 3, 6, 2, 4 \}$

D. Obtener un número menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.
 $D = \{ 4, 5, 6 \}$

Figura 11. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Séptimo-Susana).

Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de dos dados y muestra la solución en un conjunto.

E. que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4. $\checkmark (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)$
 $E = \{ (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) / (5,2) \}$

F. que el primer número sea impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.
 $F = \{ \emptyset \}$ - es imposible porque un dado solo tiene 6 caras

G. que el primer número sea múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.
 $G = \{ (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6) \}$ faltan 18, 2, 4 y 3

H. que el primer número sea menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.
 $H = \{ (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) \}$ 18

PRÁCTICA: 25 MINUTOS

Figura 12. Guía 1, Ítem E, Fase Exploración, (Grado Noveno-Natalia).

De lo expuesto anteriormente, se dedujo que, los saberes previos son importantes a la hora de la “interacción” con el conocimiento nuevo como lo señala Ausubel (1963) y



constituyeron el primer factor a tener en cuenta, y que es definido por Vilanova et al. (2001): “El conocimiento de base (los recursos matemáticos): lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento” (p. 5), por lo cual se abordó en el primer momento correspondiente a la exploración de cada una de las guías. Puntualmente en la pregunta analizada, los saberes previos correspondían a la claridad conceptual sobre: mayor, inferior, impar, doble, triple, mitad, múltiplo.

La representación estuvo presente en gran parte de las soluciones dadas por los estudiantes a las diferentes guías y aunque inicialmente se propuso como una actividad más, fue cobrando importancia a medida que transcurrían las aplicaciones hasta integrar las unidades de análisis. Frente a una misma situación planteada, se observaron diversas representaciones, afirmando lo que dice Duval (2004) en su teoría de registros de representaciones semiótica, haciendo clara alusión a la necesidad de requerir otros tipos de representaciones que constituyen el lenguaje matemático. La utilización de representaciones por parte de los estudiantes, les permitió acceder a diversas ventajas, una de ellas es que al combinar diferentes tipos de registros: verbal, tabular, gráfico, algebraico, simbólico y figural, podían producir una comprensión efectiva e integradora de combinatoria, posibilitado además por la transferencia de todos aquellos conocimientos ya aprendidos, lo cual generó resultados positivos en cuanto a la comprensión lectora, la producción escrita, y sobre todo la resolución de los problemas que se les plantearon.

También se observó que la forma como los estudiantes realizaban las representaciones de las situaciones, dependía de su edad, el grado de escolaridad, el gusto por el dibujo; en fin cada uno lo hacía a su manera. Esta ‘individualización’ es otra de las ventajas de las representaciones, pues al permitírsele en términos generales a un estudiante el acercamiento singular al proceso de aprendizaje, estará dando un paso importante para la comprensión del concepto que se esté trabajando, comprensión mencionada como factor a tener en cuenta en el proceso de resolución (Vilanova et al., 2001).

Para observar lo planteado anteriormente, se tomó la situación presentada en la guía 2 fase práctica, pregunta 2: “El menú del almuerzo del restaurante ofrece 3 platos calientes (sopa

de verduras, frijoles y crema de zanahoria) y 4 jugos (fresa, maracuyá, mango y mora). ¿De cuántas maneras se pueden elegir un almuerzo, si este debe contener 1 plato caliente y 1 jugo?», en la cual se visualizó la representación de Tatiana de forma gráfica y acompañada de un diagrama de árbol, este último sin haber sido explicado en clases. Primero hizo el diagrama de árbol con material didáctico con el fin de dar solución al problema; luego lo transcribió a la hoja; y por último, para completar la solución hizo una combinación por medio de un dibujo evidenciando en ese momento los saberes previos expuestos en la resolución de un problema cotidiano como lo es el almuerzo a través de su representación (ver Figura 13):

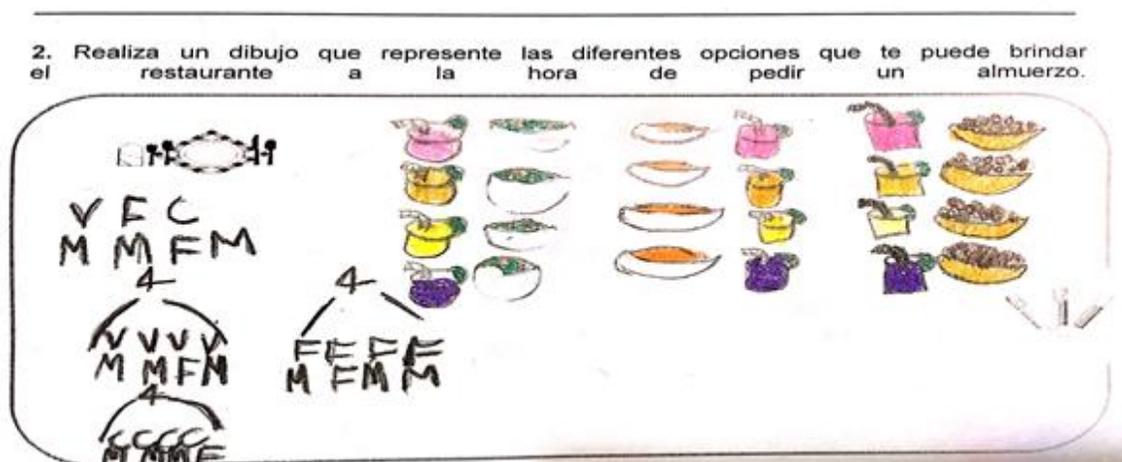


Figura 13. Guía 2, Fase Práctica, Pregunta 2, (Grado tercero-Tatiana).

Ante la misma pregunta, Susana del grado séptimo realizó una representación gráfica acompañada de una representación numérica, lo que le permitió generar una solución (ver Figura 14).

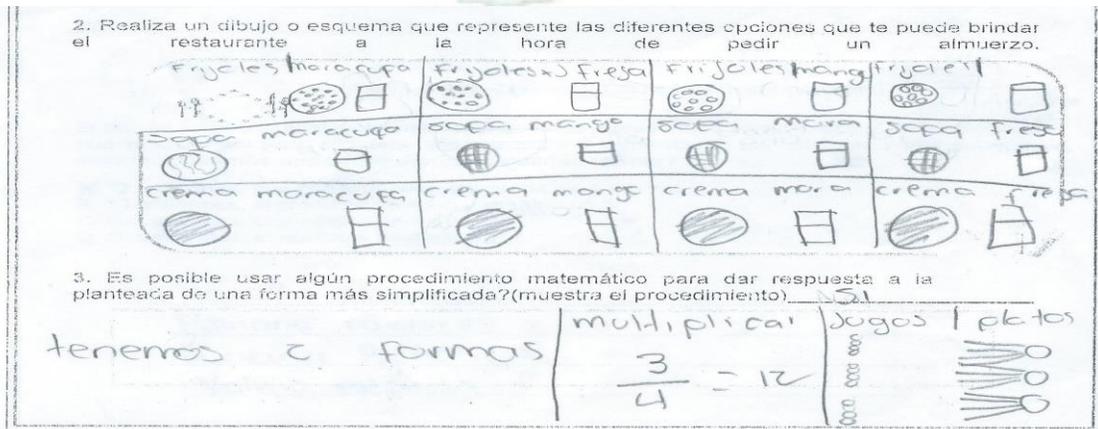


Figura 14. Guía 2, Fase Práctica, Pregunta 2, (Grado séptimo-Susana).

Por otra parte, Natalia de noveno realizó su representación a través de la diagramación (Figura 15), al igual que Omaira de grado undécimo (Figura 16), evidenciando de esta manera que las representaciones no sólo son de manera gráfica, sino que estas pueden ser numéricas, algebraicas, textuales, entre otras:

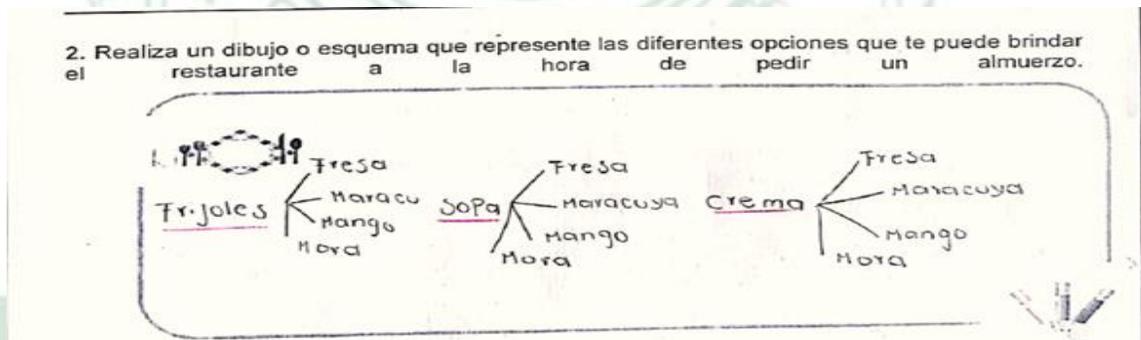


Figura 15. Representación guía 2, fase práctica, pregunta 2 (grado noveno-Natalia).

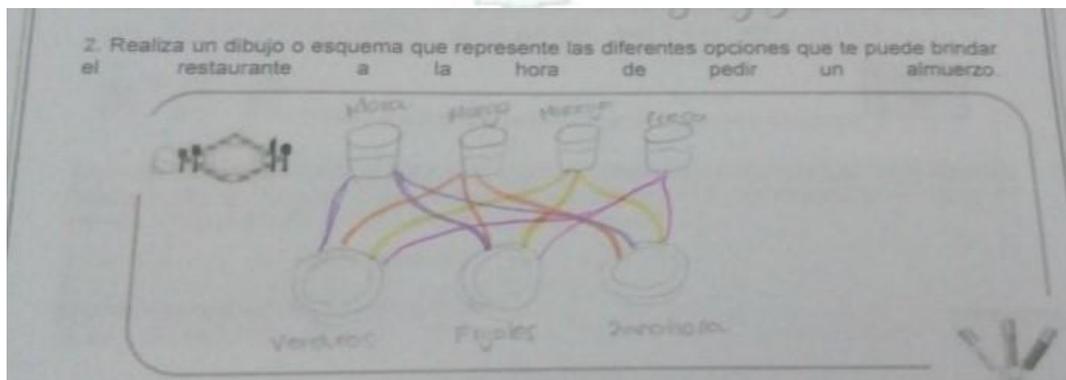


Figura 16. Representación guía 2, fase práctica, pregunta 2, (grupo undécimo-Omaira).

Se pudo observar cómo la representación de una situación problema es un punto de partida para propiciar su comprensión y cambiar un poco la dificultad que culturalmente recae sobre las Matemáticas; si el estudiante logra hacer un dibujo o representación figural se le facilitará que llegue a una representación operativa o de expresión matemática y así de acuerdo con la teoría, habrá adquirido un concepto determinado.

La verificación de resultados realizada por los estudiantes, también hizo parte de los factores que intervinieron en el proceso de resolución de problemas matemáticos propuestos, como lo plantea Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2001, p.5), específicamente en las fases propuestas para examinar la solución y valorar aspectos metacognitivos. Esto es, los estudiantes debían comprobar si lo que realizaron estaba correcto y si respondía a la pregunta planteada de manera lógica y consecuente con el contexto de la misma.

En las siguientes ilustraciones se observó cómo las estudiantes Natalia (ver Figura 17) y Omaira (ver Figura 18) de noveno y undécimo respectivamente, relacionaron las representaciones acordes con sus niveles de escolaridad y sus saberes previos con la operación matemática ante la situación formulada en la pregunta 2, de la fase de validación de la guía 2: “Las paredes del nuevo salón de Ana pueden ser en ladrillo o bloque; el techo puede ser de concreto, fibrocemento, teja de barro o lámina y los acabados tipo estuco, ¿de cuántas maneras pueden construir el nuevo salón de Ana?”:

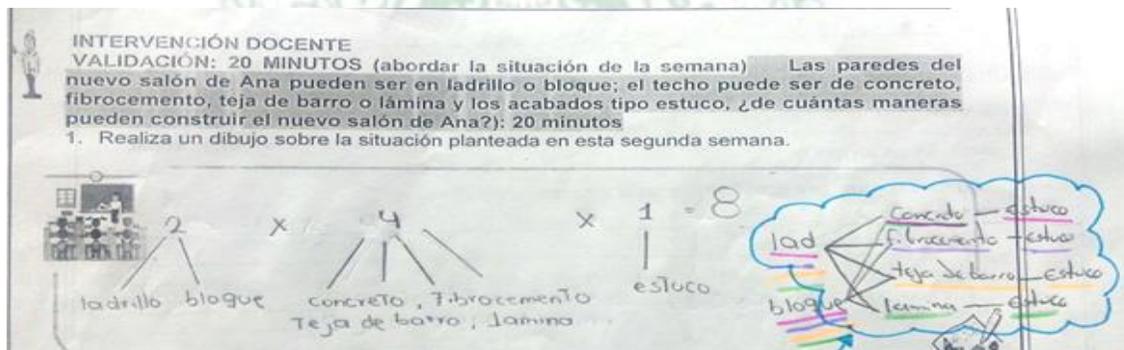


Figura 17. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (Grupo noveno-Natalia)

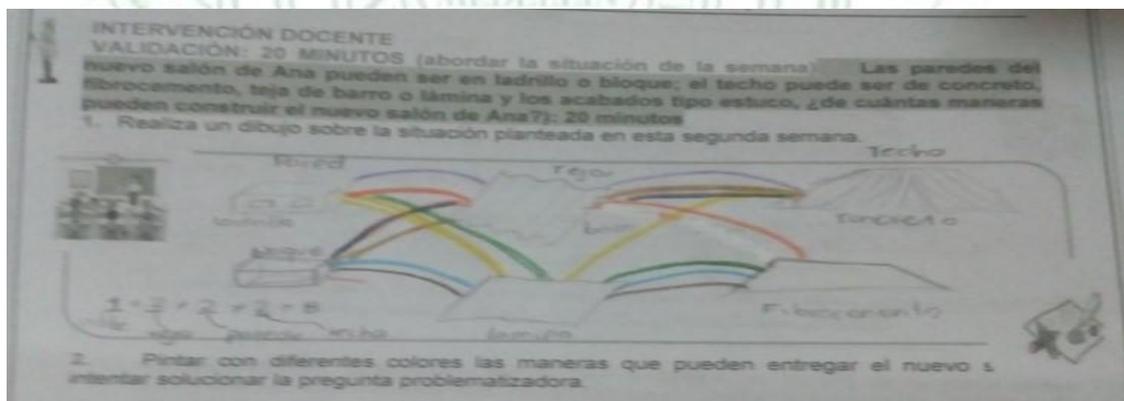
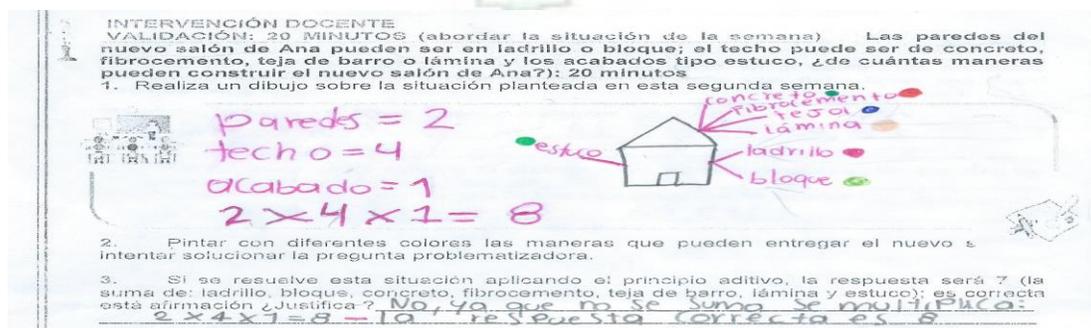


Figura 18. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (grupo undécimo-Omaira).

Dado que la verificación de resultados no sólo se da a través de la operatividad matemática realizada por un estudiante, sino que este puede corroborar su resultado a través de otros medios; el grupo de investigadores implementó para tal fin, la *App Combinatorics*. Así, la estudiante Susana del grado séptimo, utilizó dicha aplicación virtual para comprobar lo que había realizado en el papel (Figura 19):



INTERVENCIÓN DOCENTE
VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana) Las paredes del nuevo salón de Ana pueden ser en ladrillo o bloque; el techo puede ser de concreto, fibrocemento, teja de barro o lámina y los acabados tipo estuco, ¿de cuántas maneras pueden construir el nuevo salón de Ana?: 20 minutos

1. Realiza un dibujo sobre la situación planteada en esta segunda semana.

2. Pintar con diferentes colores las maneras que pueden entregar el nuevo s intentar solucionar la pregunta problematizadora.

3. Si se resuelve esta situación aplicando el principio aditivo, la respuesta será 7 (la suma de: ladrillo, bloques, concreto, fibrocemento, teja de barro, lámina y estuco); es correcta esta afirmación ¿Justifica? No, ya que no se suma se multiplica:
 $2 \times 4 \times 1 = 8$ - la respuesta correcta es 8

Handwritten notes and diagram:
paredes = 2
techo = 4
acabado = 1
 $2 \times 4 \times 1 = 8$
Diagram of a house with labels: estuco, concreto, fibrocemento, teja, lámina, ladrillo, bloque.

Figura 19. Guía 2, Fase Validación Pregunta 2, (grupo séptimo-Susana).

Sin importar el grado o nivel del estudiante, la verificación de resultados hizo parte de la resolución de algunos de los problemas que se plantearon durante la implementación de la secuencia didáctica; además, se observó que para llevar a cabo el proceso de verificación, los estudiantes lo hacían de forma escrita u operativa, o a través de otros medios como calculadoras y aplicaciones para celulares, de manera particular la *app combinatorics*.

Algo relevante que se evidenció en esta categoría fue que las estudiantes recordaron, se divirtieron, trabajaron, socializaron, aprendieron y jugaron en medio de todo el proceso de la resolución de las diferentes situaciones que estaban propuestas en las guías de actividades de la secuencia didáctica; en consecuencia, los aspectos emocionales, socioculturales, cotidianos y cognitivos influyeron de manera decisiva a la hora de resolver dichos problemas. A partir de la vivencia y articulación de las unidades de análisis presentadas, se espera que en adelante se tengan presente durante la planeación y aplicación de actividades relacionadas con la solución de problemas, esto es, que se indaguen y validen los saberes que trae el estudiante al aula de clases, que las situaciones que se propongan sean de interés, que se motive el uso de representaciones como forma alterna para acceder a la comprensión y solución de un problema, y que se verifiquen los resultados para confrontar su validez.

4.2. Rol Docente

Esta categoría emergió a partir de la relación encontrada entre las unidades de análisis, en este caso las correspondientes a la interacción del docente con los estudiantes a través de la



planeación de su clase, la preparación del material didáctico como herramienta para abordar el concepto, en este caso el de combinatoria; el acompañamiento durante el proceso, la explicación y resolución de dudas que se presentaban durante el mismo; además, de la integración con los grados mencionados, con las diferentes áreas del conocimiento y con la expresión matemática como generalización del proceso de solución. .

En cuanto al material didáctico, como unidad de análisis de esta categoría, pudo observarse que no se limitó a las cartas, los dados o las bolas de ping pong empleadas para algunas de las actividades de la secuencia, sino que, la misma estructuración y diseño de las guías, se convirtió en material didáctico que fue aprovechado por los estudiantes para acceder a la comprensión del concepto combinatoria; lo cual es válido dado que, en palabras de Muñoz (2014) material didáctico “es todo aquello que se puede ver, tocar, manipular” (p. 17) y que puede encontrarse dentro del aula de clases o espacio donde se desarrollan las distintas actividades de tal forma que puedan ser o no palpables, facilitando el aprendizaje. De esta manera, se observó durante la fase exploratoria de la guía 1, aplicada en el grado tercero de primaria, a Tatiana haciendo uso del material didáctico entregado por el docente; el cual le permitió acercarse al concepto del principio aditivo de manera asertiva, lo que le permitió resolver parte de la guía. En la Figura 20, se observa cómo la estudiante resolvió la pregunta 3 de la fase de exploración. Por lo tanto, pudo evidenciarse que una apropiada planeación y preparación del material didáctico empleado en la secuencia didáctica, propició el aprendizaje del concepto combinatoria de manera significativa, en los estudiantes pertenecientes a los grupos seleccionados.



3. ¿Cuántos y cuáles resultados puedes obtener al lanzar dos dados? Escribe los posibles resultados. (Cada pareja entre paréntesis)

$S = \left[\begin{array}{cccccccc} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) & (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) & (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \end{array} \right]$



Figura 20. Guía 1 Fase Exploración - Pregunta 3, (Grado Tercero-Tatiana).

De igual manera, se logró evidenciar que a Tatiana, la estudiante de tercero también se le facilitó resolver situaciones del principio multiplicativo utilizando el material didáctico, como se muestra en la Figura 21, que corresponde a la solución de la pregunta 4, fase práctica de la aplicación de la guía 2. Tatiana no solo trabajó con el material dado por la docente (cartas de poker y españolas) sino que empleó otros del entorno para ayudarse en la resolución de su actividad, tales como: fichas, policubos, hojas de papel, juguetes.

Sin tener conocimiento de la representación en diagrama de árbol, Tatiana empezó a hacerlo con las cartas que se le entregaron; en diálogo posterior, la estudiante le expresó a la docente:

Tatiana: No profe nadie me lo enseñó, ni siquiera mi mamá que me ha enseñado muchas cosas, yo no sabía que se llamaba así, simplemente empecé a organizar con las cartas los jugos y las comidas y así se vio y lo pase a la hoja. (conversación registrada en la semana del 25 al 29 de septiembre de 2017)

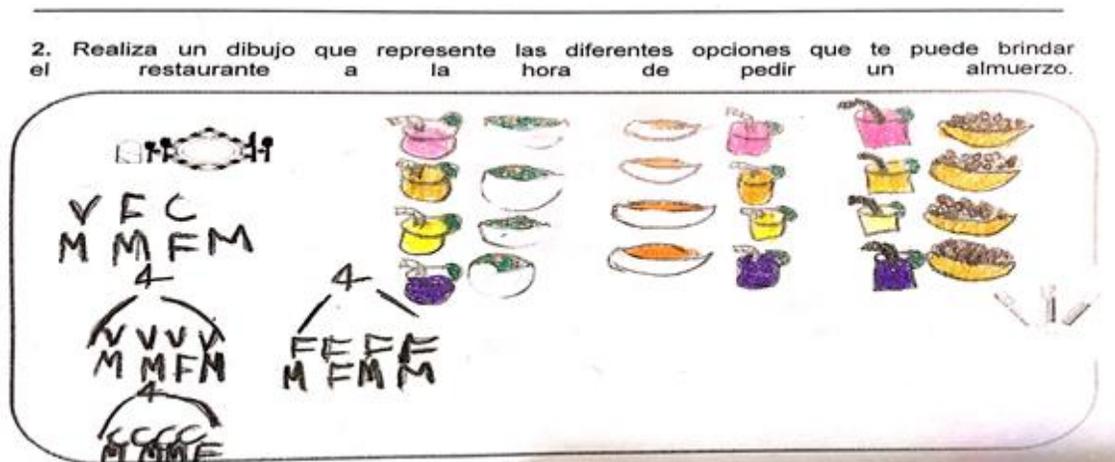
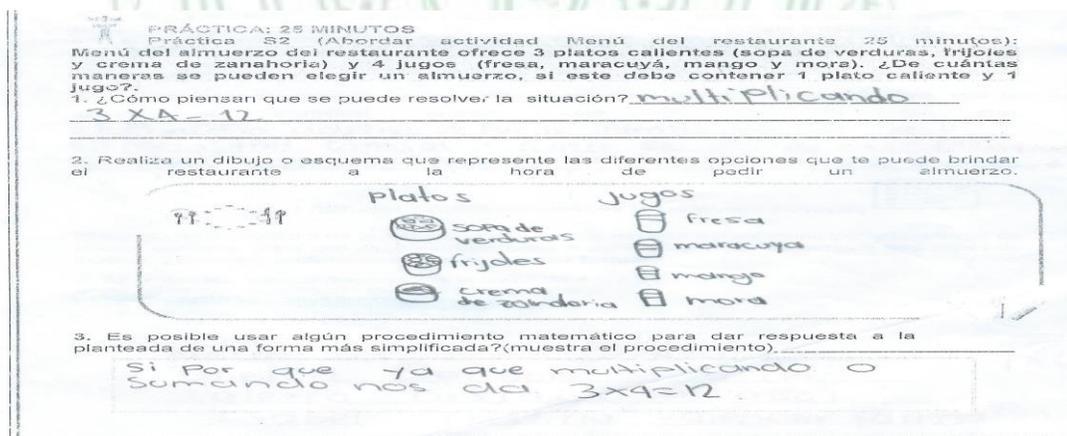


Figura 21. Guía 2, Fase Práctica - Pregunta 4, (Grado Tercero-Tatiana).

En el grado séptimo también se evidenció que el uso de las cartas por parte de los

estudiantes facilitó la deducción del principio de suma para calcular las posibilidades en las situaciones propuestas; además, cada una de los estudiantes que conformaban los equipos de trabajo realizaban sus aportes, sacaban provecho de sus implementos escolares, y si no tenían, simplemente los prestaban con los otros equipos. Un factor observado, fue que los estudiantes dibujaban, se entretenían y hasta querían darle continuidad a la clase, esto es a lo que Muñoz (2014) llama “motivación” (p. 17), y fue una de las ventajas de la utilización de estos materiales. Después de solucionar la situación planteada en la pregunta 2, de la fase práctica, guía 2, (Figura 22), Susana del grado séptimo evidenció en uno de los diálogos con la docente su motivación frente al proceso.

Susana: Me siento muy entretenida al realizar las actividades con estos materiales como las cartas y colores. (Diálogo registrado el día 27 de septiembre de 2018)



PRÁCTICA: 25 MINUTOS
Práctica S2 (Abordar actividad Menú del restaurante 25 minutos):
Menú del almuerzo del restaurante ofrece 3 platos calientes (sopa de verduras, frijoles y crema de zanahoria) y 4 jugos (fresa, maracuyá, mango y mora). ¿De cuántas maneras se pueden elegir un almuerzo, si este debe contener 1 plato caliente y 1 jugo?

1. ¿Cómo piensan que se puede resolver la situación? multiplicando
3 x 4 = 12

2. Realiza un dibujo o esquema que represente las diferentes opciones que te puede brindar el restaurante a la hora de pedir un almuerzo.

Platos	Jugos
sopa de verduras	fresa
frijoles	maracuyá
crema de zanahoria	mango
	mora

3. Es posible usar algún procedimiento matemático para dar respuesta a la planteada de una forma más simplificada? (muestra el procedimiento).

Si por que ya que multiplicando o sumando nos da 3 x 4 = 12

Figura 22. Guía 2 Fase Práctica - Pregunta 2, (Grado Séptimo-Susana).

Según Vigotsky (1991) es importante la participación del docente al crear las condiciones necesarias que brinden al alumno experiencias para la formación de conceptos. Por esto, el diseño e implementación de los materiales didácticos dieron cuenta de esta función inherente al rol docente, y que en ocasiones se ha descuidado por razones que no competen abordar en esta investigación. Uno de los aspectos a resaltar del proceso investigativo, es sin duda la asertividad

en el uso de material didáctico, puesto que los estudiantes constantemente valoraron y mencionaron su importancia en la facilitación del aprendizaje, además lo relacionaron con juego y diversión.

Por otra parte, esta misma situación se evidenció en los grados superiores; así, se observó el uso de diferentes materiales didácticos por parte de Natalia del grado noveno (la guía de actividades, el celular con la *App Combinatorics*, las cartas, el lápiz, el borrador, su cartuchera personal que contenía otros implementos); todos estos, mediadores para resolver las situaciones propuestas en las diferentes guías de la secuencia didáctica, tal como se observa en la Figura 23.



Figura 23. Empleo de Diversos Recursos Didácticos (Grado séptimo y noveno -Susana y Natalia).

También se pudo evidenciar cómo Natalia logró articular sus saberes previos materializados en las respuestas que dio a la situación planteada en la fase exploratoria de la guía 4, a través de la expresión matemática como camino corto para la generalización, y realizando las actividades que se propusieron con los materiales didácticos que se aportaron para tal fin. Así, Natalia sacaba una a una las bolas de ping – pong como se estableció en la actividad e iba dibujando en la hoja como se evidencia en la parte superior izquierda de la Figura 24.

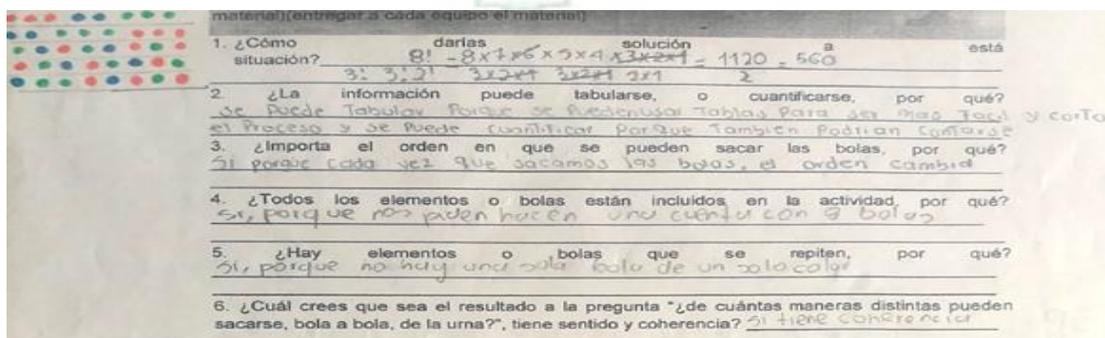


Figura 24. Guía 4, Fase Exploración - Preguntas 1 a 6, (Grado Noveno- Natalia).

Por último se evidenció en el grado undécimo que no sólo los dados fueron el recurso didáctico para trabajar algunas de las actividades de la guía, pues se observó que Omaira usó pedacitos de hoja para representar cada una de las posibilidades que surgían al lanzar dos dados, lo cual le permitió una solución asertiva al problema (ver Figuras 25 y 26). Aristizábal (2012) ya había observado y fundamentado el uso recursivo del material concreto: “El uso de material concreto y la realización de actividades prácticas y cotidianas que involucran el contexto cercano de los estudiantes les facilitó aproximarse a razonamientos matemáticos que al ser formalizados fueron asimilados en forma adecuada y pertinente.” (2012, p. 113)

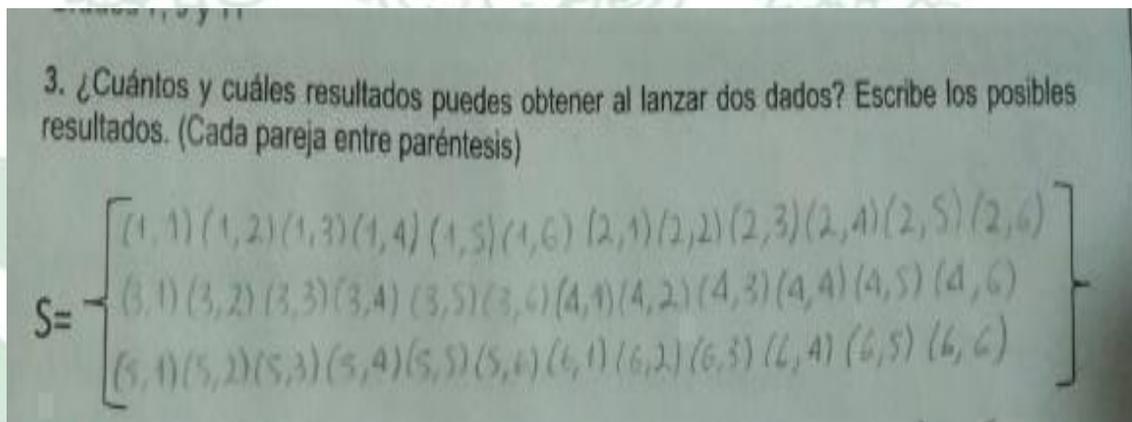


Figura 25. Guía 1, Fase Exploración – Pregunta 3, (Grado Undécimo - Omaira).

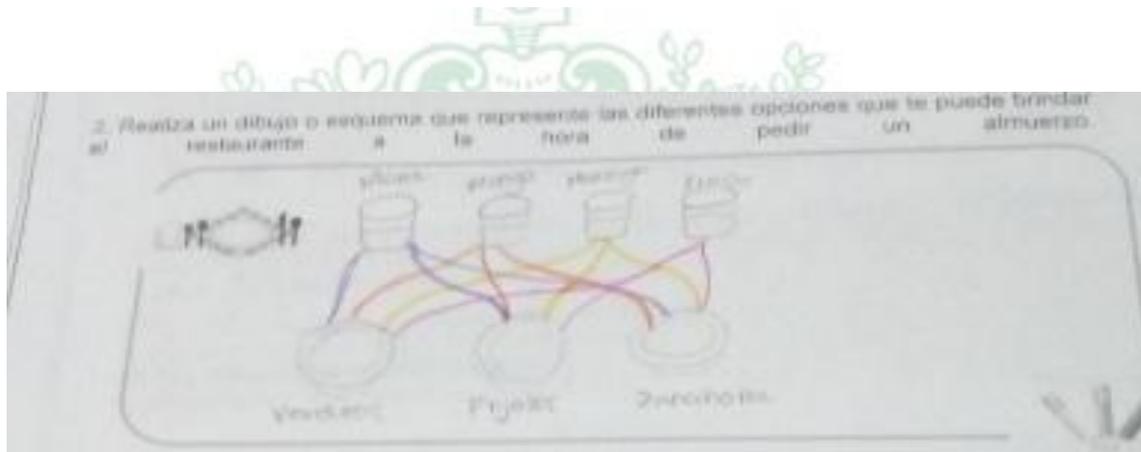


Figura 26. Guía 2 Fase Práctica - Pregunta 2, (Grado Undécimo-Omaira).

El uso de diversos materiales tales como: dados, cartas, bolas de ping pong, fichas de papel, círculos en cartulina, colores, marcadores, guías de actividades, celular con *app Combinatorics*, y todo lo que se encontraba en el aula que les servía como mediador del aprendizaje, evidenciaron algunas de las ventajas que esboza Muñoz (2014) sobre la implementación del material didáctico en el aula. El material didáctico les facilitó a los estudiantes de la Institución Educativa San José, facilitó el acercamiento y aprendizaje al concepto combinatoria, aportó medios de observación y experimentación con recursos del contexto, minimizó tiempos, centró el interés de ellos en las actividades que se proponían en cada sesión de la secuencia didáctica, permitió enfocar la atención sobre lo que se deseaba destacar, motivó la participación y el desempeño de los estudiantes en las clases, quienes lograron concretar e ilustrar lo que se estaba exponiendo verbal o escrituralmente, para finalmente llevarlos a la comprensión de las situaciones y la solución a las diferentes preguntas planteadas.

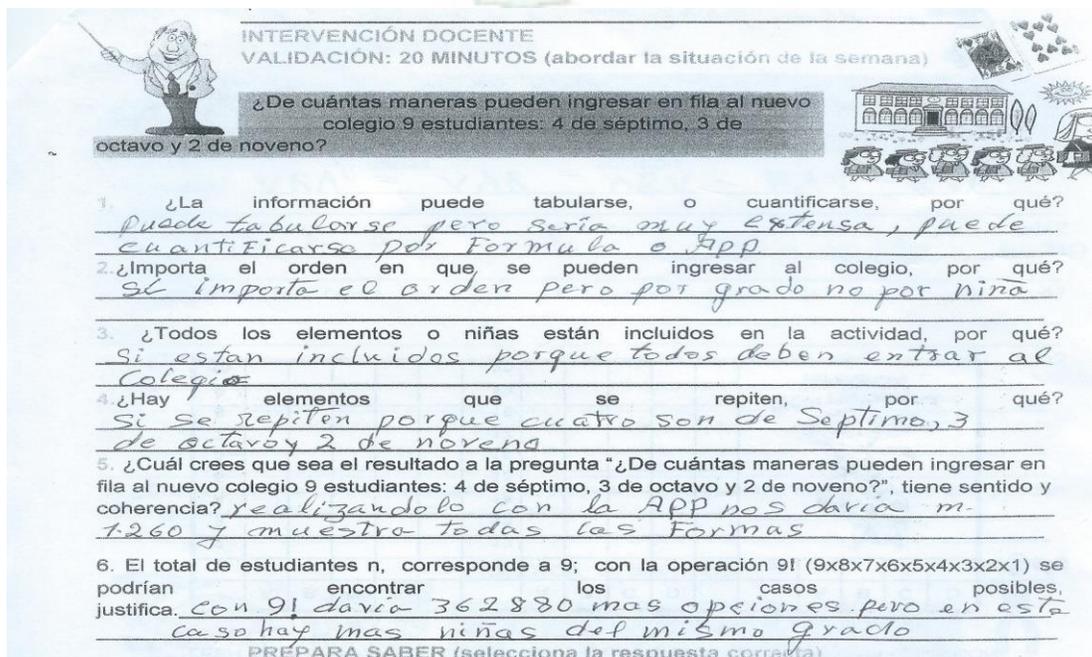
Ahora bien, para propiciar el aprendizaje de la combinatoria no fue suficiente con tener el material didáctico para mediar entre el concepto abordado y la construcción de este, también se hizo necesario integrar el conocimiento y actividades diseñadas con otras áreas del saber; con los



contextos sociales y culturales del entorno; y con los otros grados o niveles de la educación. Al respecto, Velásquez recomienda de manera específica “transversalizar las áreas de conocimiento, con el fin de que los docentes puedan enriquecer sus prácticas pedagógicas y se genere en los estudiantes un aprendizaje global.” (2013, p. 48), la integración en algunas ocasiones llevó al docente a proponer nuevas situaciones en el aula que no estaban planeadas, de tal forma que con ellas pudiese facilitar la comprensión de la actividad o problema propuesto.

El grupo investigador consideró que la integración podría jugar un papel importante en la enseñanza y aprendizaje de un concepto que generaba dificultad tanto a estudiantes como a docentes. Esto es, los docentes conocían de antemano las falencias y reticencia ante el aprendizaje de la combinatoria, como se pudo evidenciar en la formulación del problema, razón por la cual muchas veces se dejaba por fuera del currículo, o se enseñaba de forma inadecuada, desarticulada de contexto, o al finalizar el año escolar con el recorte de tiempo que ello implicaba. Al respecto, Zapata *et al.* (2010) expresa que de las “tres razones” que justifican el trabajo con la combinatoria, la tercera de ellas es que los profesores tienen gran dificultad para enseñarla de manera “comprensiva y duradera”, lo que a su vez dificulta el proceso de aprendizaje en los estudiantes. Afirmación que en el contexto educativo se evidencia constantemente.

A través de la aplicación de la guía 4 se integró el concepto de combinatoria con un tema propio del área de Educación Física, al proponérsele a las estudiantes una actividad que indagaba por una situación problémica en el atletismo, lo cual conectó favorablemente con los gustos e intereses de los estudiantes, tal como lo manifestó Susana, del grado séptimo, quien expresó que le gustaban mucho los deportes. Por medio de esta actividad, los estudiantes simulaban la competencia que allí se proponía; tuvieron que realizar una adecuada comprensión e interpretación lectora, abordándose de esta manera el área de Lengua Castellana; y finalmente se articuló con el área de Tecnología al implementarse la aplicación de *la app Combinatorics* para desarrollar el proceso de verificación, como se evidencia en la pregunta en la respuesta que dio a la pregunta 5, de la guía 4. (ver Figura 27)



INTERVENCIÓN DOCENTE
VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)

¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?

1. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, por qué?
Puede tabularse pero sería muy extensa, puede cuantificarse por fórmula o App.

2. ¿Importa el orden en que se pueden ingresar al colegio, por qué?
Se importa el orden pero por grado no por niño

3. ¿Todos los elementos o niñas están incluidos en la actividad, por qué?
Si están incluidos porque todos deben entrar al colegio

4. ¿Hay elementos que se repiten, por qué?
Si se repiten porque cuatro son de Séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno

5. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta "¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?", tiene sentido y coherencia? *realizándolo con la App nos daría m-1.260 y muestra todas las Formas*

6. El total de estudiantes n, corresponde a 9; con la operación $9!$ ($9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$) se podrían encontrar los casos posibles, justifica. *con $9!$ daría 362.880 mas opciones pero en este caso hay mas niñas del mismo grado*

PREPARA SABER (selecciona la respuesta correcta)

Figura 27. Integración de saberes, Guía 4. (Grado Séptimo - Susana).

De igual manera, al revisar el caso de la estudiante Omaira de grado undécimo, se observó que el docente sirvió de ayuda durante el proceso de comprensión de las situaciones propuestas en las diferentes guías (ver Figura 28); por lo cual se hizo necesario integrar el planteamiento a otras áreas del conocimiento para facilitar la comprensión del problema por parte de la estudiante. Esto es, al llevar el concepto a otros campos o áreas del conocimiento que son de interés de los estudiantes, se pudo lograr un acercamiento de manera receptiva frente al mismo, y de esta manera propiciar el aprendizaje.



Figura 28. Interacción Docente – Estudiantes. (Grado Undécimo – Omaira).

La integración del concepto combinatoria se abordó en los cuatro grados, desarrollando durante cada semana la misma guía de actividades y sus respectivas fases en los grupos seleccionados; esto quiere decir que se diseñaron e implementaron seis guías de actividades. El hecho de desarrollar una misma guía para todos los grados podría denotar una situación compleja, no obstante, es el rol del docente el que se pone de manifiesto al relacionar de manera creativa e intencionada las situaciones que se presentaron, como se evidenció en las figuras 24, 25, 26 y 27, con otras áreas del conocimiento. Por lo cual, se observó que llevar el concepto de combinatoria a otros campos de enfoque que despertaran el interés en las estudiantes y, que además propiciaran la comprensión de lo que se estaba abordando, requería que el docente ejemplificara con nuevas situaciones, que no necesariamente habían sido planificadas, y la consecuente exigencia que implicaba hacerse entender por parte de los estudiantes. Los investigadores coincidieron en afirmar que tal vez esta fuese una de las razones por las cuales algunos docentes del área no enseñaban el concepto de combinatoria de manera integrada y contextual, pues podría implicar algún grado de dificultad para ellos como lo sugieren (Navarro et al. (1996).

Las actividades propuestas en la secuencia didáctica fueron diseñadas en un contexto concreto, cuya resolución requería una traducción del enunciado, oral o escrito, a una expresión



matemática. Al respecto, se plantearon las actividades de tal manera que, aunque los estudiantes realizaran esquemas o abordaran la situación con material concreto, o mediante la *app Combinatorics*, ellos debían indagar por la generalización y la simplicidad del proceso del concepto a través de la expresión matemática. Para lo cual, se fundamentó esta estrategia en lo planteado por Blanco (2011) al respecto:

en el enunciado del problema aparece la información necesaria para la resolución y suele, implícitamente, indicar la estrategia a seguir y el método de solución conduce a una interpretación correcta del enunciado y a una selección del algoritmo o expresión adecuado. (p.194)

Por otra parte, se observó que mediante las expresiones matemáticas los estudiantes pudieron repasar conceptos de simplificación de fraccionarios al analizar las expresiones matemáticas referentes a combinatoria; así, los estudiantes con mejor desempeño académico la empleaban como uno de los primeros recursos para resolver alguna situación propuesta. Caso contrario se evidenció con los estudiantes de más bajo desempeño, quienes primero trataban de asociar las expresiones con los esquemas o el material didáctico, también evidenciaban una falta de comprensión lectora cuando leían el enunciado, pues lo traducían a la expresión matemática de manera literal desconociendo los elementos de análisis e interpretación que proponía la situación planteada, como lo fundamenta Blanco (2011, p. 114). En estos casos, fue relevante el acompañamiento del docente investigador, quien mediante orientaciones inducía a la estudiante a la solución de su dificultad. En efecto, Godino (2003) manifiesta que “las expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen se deben explicar para poder elaborar un modelo útil y efectivo en los estudiantes.” (p. 65)

Con el fin de concretizar esas entidades abstractas que enuncia Godino (2003), las estudiantes a las cuales se les hizo seguimiento, implementaron diversas estrategias. Por ejemplo, Susana, del grado séptimo, en la primera actividad propuesta relacionó el esquema del diagrama de árbol para realizar la multiplicación de los términos, reduciendo las opciones una por una y deduciendo la expresión matemática de permutaciones (ver Figura 29) a partir de la



identificación de situaciones habituales que requerían operaciones elementales de cálculo. Al respecto, Godino (2004) expresa que las situaciones hay que formularlas mediante formas sencillas de expresiones matemáticas y resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes.

2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.

$$(n-1)!$$
$$(5-1)! = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

3. ¿Cuál es la clave para identificar una permutación circular? mantener un elemento constante

Figura 29. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Séptimo-Susana).

Como se pudo observar en la Figura 29, Susana empleó la expresión de permutación circular y manifestó que era lógico que se restara una unidad porque un elemento debe estar fijo y variados los otros. Luego de restar el elemento fijo, expresó que se podía tomar como permutación ordinaria $1 \times 2 \times 3 \times 4$. Este paso a paso que siguió Susana, sustenta lo que sugiere Godino (2004, p. 388) en cuanto a que los niños no deben usar nunca ecuaciones sin que hayan participado en su desarrollo convirtiéndose en una actividad mucho más importante y significativa que la simple introducción de números.

A continuación se muestran los procedimientos matemáticos empleados por los estudiantes para resolver el planteamiento de la Guía 5, pregunta 2, durante la fase de validación, de acuerdo con sus grados de escolaridad, así: La respuesta de Tatiana del grado tercero (Figura 30), el proceso matemático de Natalia del grado noveno (Figura 31) y el realizado por Omaira del grado undécimo (Figura 32).

2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.

ocea: Multiplicación

$$3 \times 2 \times 1 = 12$$

Figura 30. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Tercero - Tatiana).

2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.

$$P_5 = (5-1) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Figura 31. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Noveno - Natalia).

2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.

$$(n-1)! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ formas}$$

para sentarse en la mesa.

$$(5-1) = 4!$$

Figura 32. Guía 5 Pregunta 2, Fase Validación, (Grado Undécimo - Omaira).

Para resolver el planteamiento de la Guía 6, pregunta 3 en la fase de validación, los estudiantes objeto de seguimiento emplearon la expresión matemática de la combinación ordinaria aplicando el algoritmo y simplificando los términos del fraccionario encontrado, hasta reducirlo a su mínima expresión, dejando de lado por un momento el recurso digital al abreviar



los cálculos, y de acuerdo con Godino “el proceso de búsqueda de las expresiones correspondientes es una actividad matemática de gran valor en sí misma al requerir relacionar distintos conceptos y técnicas” (2004, p. 388). En la secuencia de imágenes que se muestra a continuación se evidencia cómo los estudiantes de acuerdo con su nivel de escolaridad, realizaron los procedimientos matemáticos requeridos para solucionar la situación planteada en la Guía 6. Así, la figura 33 corresponde a lo realizado por Susana del grado séptimo; la figura 34 al procedimiento de Natalia del grado noveno; y la figura 35, referencia el proceso de Omaira del grado Undécimo.

2. Los estudiantes pueden emplear el recurso APP “Combinatorics Mathematics” para dar respuesta a la pregunta planteada asignando los números del uno al cinco para los décimos y las vocales para los undécimos obteniendo la captura de pantalla:

3. Muestra el proceso matemático para resolver la situación

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\frac{10!}{6!(10-6)!}$$

$$\frac{A \cdot 2 \cdot B \cdot H \cdot S \cdot B \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{A \cdot 2 \cdot B \cdot H \cdot S \cdot B \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$\frac{3}{7 \cdot 8 \cdot 10} = 7 \cdot 3 \cdot 10 = 210$$

4. ¿Se obtiene más elementos con una combinación o con una permutación?, Justifica. Con la permutación, por que con esta se recogen todos los datos

Figura 33. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Séptimo – Susana).

3. Muestra el proceso matemático para resolver la situación

$$C = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

fórmula

Figura 34. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Noveno - Natalia).

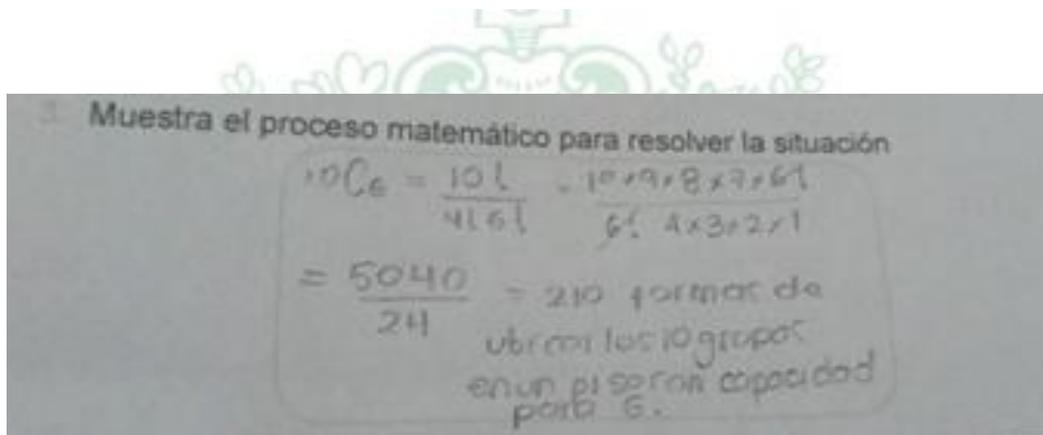


Figura 35. Guía 6 Pregunta 3, Fase Validación, (Grado Undécimo - Omaira).

Es oportuno aclarar que en grado tercero solo se trabajaron las expresiones matemáticas del principio aditivo y multiplicativo, especialmente por el factor tiempo y complejidad de algunas expresiones.

4.3. Apropriación del Concepto de Combinatoria

La tercera y última categoría surgió de la relación y síntesis de las unidades de análisis propias del concepto de combinatoria. La primera unidad de análisis correspondió al empleo para fines académicos de los Smartphone, aprovechando un recurso del cual muchos estudiantes disponen. De forma similar, el aprendizaje cooperativo generó un ambiente propicio para el debate, la sustentación y refutación, la socialización y validación de ideas que surgían de las situaciones propuestas. Por último, la articulación de situaciones del contexto con combinatoria, aprovechando temas de impacto en el contexto escolar, tales como la construcción de la nueva planta física de la Institución Educativa San José, el restaurante escolar, entre otros.

Con respecto a la unidad de análisis denominada aplicación App “Combinatorics Mathematics”, los investigadores coinciden en afirmar que fue uno de los aspectos mejor valorados por los estudiantes, puesto que les permitió la realización de los cálculos de forma



eficaz y eficiente al mostrar todas las posibilidades que se podían presentar para una situación determinada.

Es necesario aclarar que en el grado tercero de primaria no se utilizó la *App* “*Combinatorics Mathematics*”, debido a que el acceso a esta aplicación fue difícil ya que los estudiantes no tienen celulares y menos Smartphone; aunque por medio del computador de la docente y el video beam se les proyectó en el aula de clase, cómo acceder a ella, la forma de emplearla y lo útil que podría ser en determinado momento.

En cuanto a la implementación de la *App* “*Combinatorics Mathematics*” en el grado séptimo, los estudiantes mostraron mucho interés y motivación frente a su uso durante la semana del 2 al 6 de octubre; debido a que no solo daba la respuesta, sino que planteaba las diferentes posibilidades. Los estudiantes fueron ágiles con el uso de este recurso tecnológico, ya que realizaba el análisis de manera eficiente; también les brindaba la opción de hacer modificaciones a los parámetros y en cuestión de segundos obtenían el nuevo resultado sin necesidad de tabular o emplear la expresión matemática, o como le llamó Natalia del grado noveno, “la fórmula”. Otra ventaja de la *App* “*Combinatorics Mathematics*”, fue que adicionalmente, les permitía corroborar los resultados con los de sus compañeros y con la respuesta obtenida en la expresión matemática, lo cual generó confianza en la implementación de esta *App*. Los estudiantes manifestaron satisfacción al emplear y potencializar el uso del celular en el aula, lo que les permitió modificar el paradigma de que nunca se debe emplear durante las clases; como lo expresó Natalia.

Natalia: “Profe me gusta mucho que utilicemos el celular para la clase y no tengamos siempre que estar guardándolo porque no es permitido”. (Conversación registrada durante la semana del 30 de octubre al 3 de noviembre)

Lo anterior permitió que los docentes se cuestionaran frente a este tipo de normatividades, ya que desconocen el potencial que se puede desarrollar a través de un uso planeado y direccionado de los recursos tecnológicos. En las figuras 36 y 37 se visualiza la implementación didáctica del celular durante la secuencia didáctica, a través de la *App*



“Combinatorics Mathematics”, por parte de los estudiantes de grado séptimo y grado noveno respectivamente.

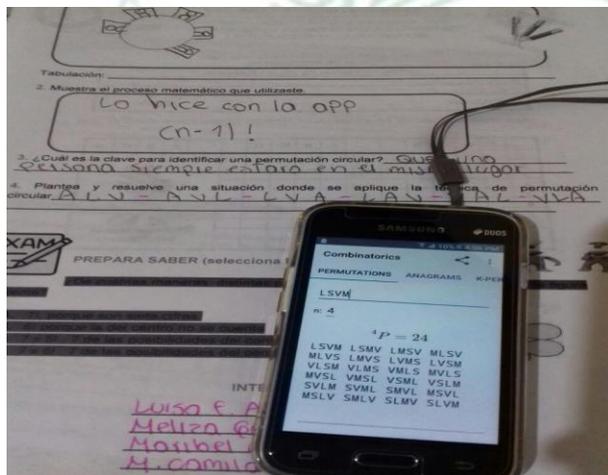


Figura 36. Implementación de App “Combinatorics Mathematics” en Guía 6, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Séptimo).

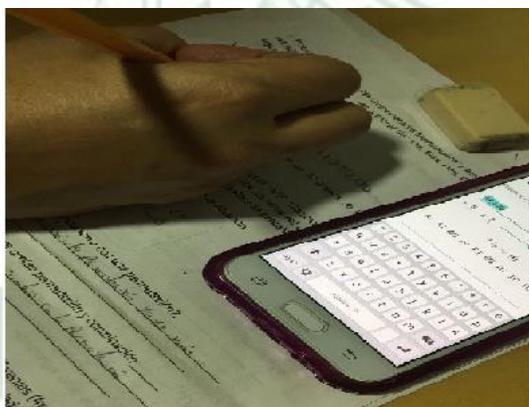


Figura 37. Implementación de App “Combinatorics Mathematics” en Guía 6, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Noveno).



La segunda unidad de análisis de esta categoría correspondió al aprendizaje cooperativo, que como lo sugiere Tobón et al. (2010), el uso de las secuencias didácticas busca que los estudiantes realicen actividades cooperativas en torno a la resolución de determinados problemas de la realidad, complementando sus habilidades, actitudes y conocimientos en la interacción con los demás integrantes, haciendo énfasis en la interacción como una competencia indispensable actualmente para la vida en sociedad. Solano (2012) señala que el aprendizaje en ambientes cooperativos favorece el desarrollo de habilidades individuales y grupales, que se potencian a través de la discusión entre estudiantes cuando exploran nuevos conceptos, siendo cada quien responsable tanto de su propio aprendizaje, como del de los demás miembros del grupo.

Atendiendo a estas orientaciones metodológicas de los autores, en la primera sesión de la secuencia se habló a los estudiantes sobre la importancia del aprendizaje cooperativo, y a partir de allí se procedió a formar los equipos de cuatro integrantes en los que se trabajaría durante la implementación de toda la secuencia didáctica. En las diferentes aplicaciones se observó que cada integrante desempeñaba un rol específico de acuerdo con las actividades planteadas y sus capacidades; las cuales eran diversas y se complementaban: manipulación del material didáctico, elaboración de las representaciones, resolución del problema mediante la expresión matemática, organización de las ideas, planteamiento de preguntas a los docentes para aclarar dudas, utilización de la *App*; entre otras.

En las guías trabajadas donde se evidencia esta unidad de análisis, se observó que los estudiantes aportaban cada una desde sus capacidades para alcanzar el objetivo general del grupo. En el grado tercero, por ejemplo, durante la semana del 25 al 29 de septiembre, se observó que una estudiante de forma autónoma pidió realizar los dibujos que correspondían a la situación planteada en la guía 2 (ver Figura 38); es posible que este tipo de participaciones voluntarias, la realicen los estudiantes porque tiene la habilidad y lo disfruta, o porque siente la necesidad de ser participativa al contar con los recursos que se dispusieron para tal fin, hojas de block y colores. Es necesario aclarar que aquellas fotografías que tenían un acercamiento al rostro de los estudiantes fueron modificadas para preservar sus identidades, aunque se contó desde el primer momento con autorización firmada de los padres de familia.



Figura 38. Aprendizaje Cooperativo. Guía 2, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Tercero).

Esta misma tendencia se observó en el grado séptimo durante la semana del 25 al 29 de septiembre, y en undécimo durante la semana del 25 al 29 de septiembre; en situaciones determinadas bajo las cuales, los estudiantes expresaban de forma sincera que no eran buenos para algunas funciones y las delegaban a otra compañera del equipo. Así se evidenció en una de las conversaciones del docente con Omaira del grado Undécimo (Figura 39).

Omaira: “Al realizar el esquema es más fácil en grupo porque yo no soy tan buena combinando jugos con platos mientras *fulanita* (compañera de equipo) sí lo es.” (Conversación registrada durante la semana del 25 al 29 de septiembre).



Figura 39. Aprendizaje Cooperativo. Guía 2, Fase Práctica - Pregunta 4 (Grado Undécimo).



Por otra parte, en el grado noveno el aprendizaje cooperativo propició espacios para compartir, debatir, resolver, aprender, socializar, jugar y reír un poco. Durante la aplicación de la guía 3 (semana del 2 al 6 de octubre), Natalia se dirigió a la docente para expresarle que una de las integrantes del equipo no estaba trabajando en clase, y que no estaba de acuerdo con esa situación porque el objetivo es que todas debían aportar según sus capacidades y habilidades en pro del grupo. La docente intervino esta situación, dirigiéndose al equipo de Natalia para hacer el llamado de atención sobre este hecho, y las invitó a seguir trabajando cooperativamente. Por lo tanto, la observación constante y el seguimiento al trabajo realizado en equipo deben hacer parte del rol docente. (Figura 40).



Figura 40. Seguimiento a Trabajo en Equipo. Guía 2, Fase Práctica Pregunta 4, (Grado Noveno).

A través de las diferentes fases de la implementación de la secuencia didáctica, se visualizó el complemento de habilidades y actitudes entre los estudiantes, generando un aprendizaje significativo y colaborativo de la combinatoria, como lo señalan Tobón, et al. (2010). De igual manera, se desarrollaron habilidades individuales y grupales (Solano 2012, pág. 27), dado el deseo de los equipos por realizar las actividades de la mejor manera y



solucionar las situaciones, fortaleciendo su responsabilidad frente al proceso de aprendizaje de todos los integrantes.

Para dar cuenta de la relación de situaciones del contexto con combinatoria, se tomaron como referencia las dos primeras guías de la secuencia, en las cuales se trabajaron diversas situaciones con el principio aditivo y multiplicativo. Los estudiantes manifestaron la importancia de reconocer a partir de la contextualización, la diferencia entre un principio y otro, al relacionar la letra “o” con la suma y la letra “y” con la multiplicación; y las implicaciones que tenía tal diferencia en los análisis y procedimientos que realizaban para solucionar un problema mediante materiales didácticos, como los diagramas de árbol, las fichas, las cartas, entre otros. Natalia y Omaira durante las semanas del 18 al 29 de septiembre realizaron esquemas y los relacionaron con la adición o el producto según el caso, mostrando apropiación y análisis de los conceptos abordados.

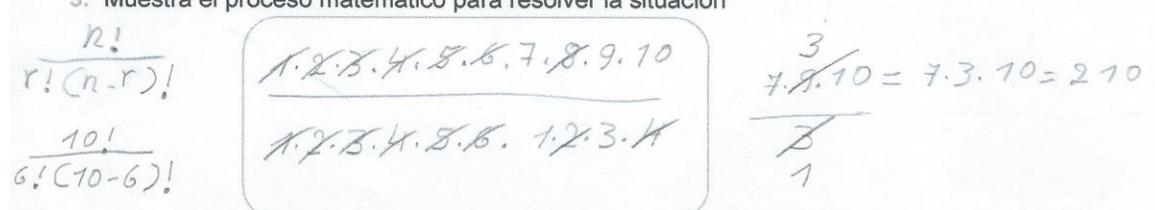
Desde la semana 3 hasta la semana 6 se intentó abordar todas las posibilidades que podían presentarse al contestar las tres preguntas claves en todo análisis combinatorio y su divergencia entre combinación y permutación: ¿importa el orden?, ¿entran todos los elementos? y ¿se repiten los elementos?.

En las situaciones propuestas durante la guía 6, fase validación (ver Figura 41), Susana expresó que hubo un cambio respecto a las anteriores guías, debido a que ya no importaba el orden de los elementos, característica principal de la combinatoria y que la diferencia de la permutación, como se expresó en el marco teórico.

Susana: “ahora debemos tener presente que no importa el orden”. (Interacción registrada durante la semana entre el 30 de octubre y 3 de noviembre).

2. Los estudiantes pueden emplear el recurso APP "Combinatorics Mathematics" para dar respuesta a la pregunta planteada asignando los números del uno al cinco para los décimos y las vocales para los undécimos obteniendo la captura de pantalla:

3. Muestra el proceso matemático para resolver la situación



4. ¿Se obtiene más elementos con una combinación o con una permutación?, Justifica. Con la permutación, por que con esta se recogen todos los datos

Figura 41. Guía 6, Fase Validación - Pregunta 3 (Grado Séptimo).

Natalia durante la semana de octubre 30 a noviembre 3 de 2017 respondió adecuadamente la pregunta (Figura 42), y Omaira durante la misma semana realizó diferencias entre una combinación y una permutación (Figura 43), las dos emplearon conceptos propios del análisis combinatorio, tales como "orden", "importancia", denotando de esta manera que las situaciones con combinatoria propiciaban el uso de terminología propia del tema abordado, y generaban momentos de argumentación, aspectos que ayudaron a la construcción del concepto. A partir de una situación propia de la combinatoria, se logró explicar una situación contextual que era familiar entre los estudiantes, la cual les proponía ubicar 10 salones en un piso con capacidad para 6 salones; para solucionarla y propiciar el aprendizaje no era suficiente la situación del contexto, sino que se requería conocer los conceptos que se manejaban alrededor de la situación; es a esto lo que se denominó situaciones con combinatoria.

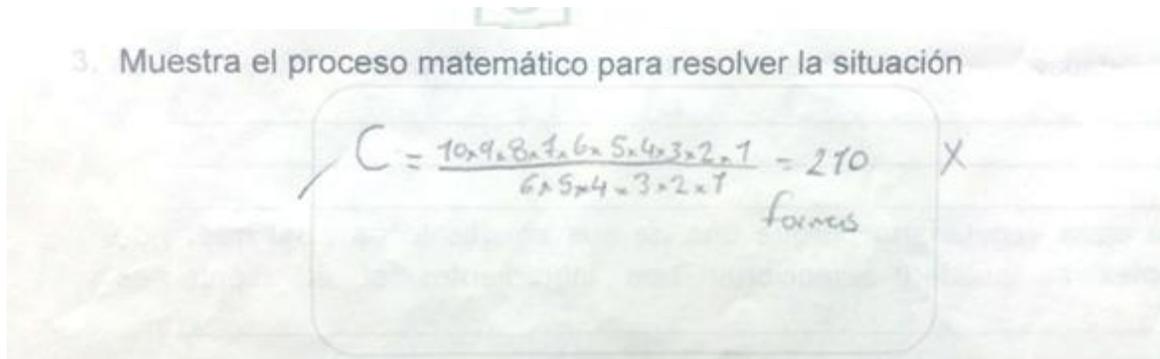


Figura 42. Guía 6, Fase validación - Pregunta 3 (grado Noveno-Natalia).

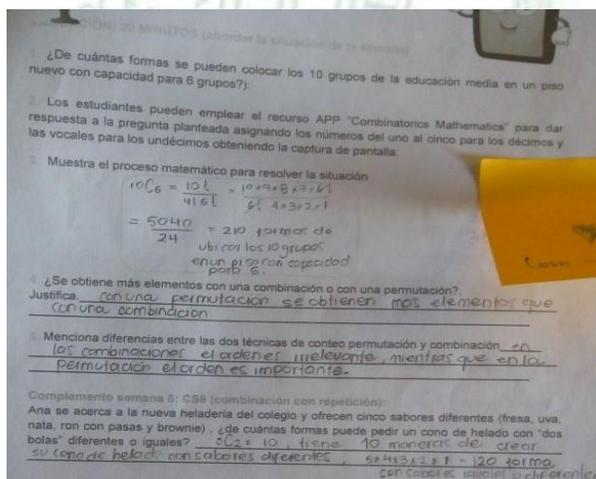


Figura 43. Guía 6, Fase Validación - Pregunta 3 (Grado Undécimo-Omaira).

Las situaciones del contexto con combinatoria estuvieron presentes en toda la secuencia didáctica, haciendo alusión al contexto escolar o familiar de los estudiantes tales como: el almuerzo, el manejo de fichos para su repartición, un viaje familiar, un compartir en grupo, el desplazamiento entre pisos por la Institución, materiales de construcción, entre otros.

Según Aristizábal (2012) plantear e implementar una estrategia didáctica basada en la experimentación por medio de guías de aprendizaje que orienten la actividad matemática a través de situaciones más cercanas a la cotidianidad de los estudiantes es un método para obtener el



aprendizaje, igualmente permiten la resolución de problemas situacionales, y para efectos de esta investigación posibilitó cambiar la percepción que tenían los estudiantes frente a las Matemáticas, esto es a lo que Schoenfeld (como se citó en Vilanova et al., 2006, p. 5 - 6) se refería cuando afirmó que tales actividades influían en los aspectos afectivos y creencias de las personas. Estos aspectos se evidenciaron durante una interacción entre la docente y Tatiana del grado tercero (Interacción registrada el 25 de septiembre de 2017):

Tatiana: Profesora que bueno es aprender con las cosas que le importan a uno.

Docente: ¿y qué cosas te importan?

Tatiana: como lo es el almuerzo escolar y para que no se metan en la fila las niñas, esa idea de los fichos es buena...(Figura 44).



Figura 44. Guía 2, Grado Tercero.

Se observó que los estudiantes de los cuatro grupos seleccionados en esta investigación, lograron apropiarse de los diversos conceptos abordados con situaciones más cercanas a su cotidianidad, a través de un trabajo cooperativo exitoso, en el cual se evidenciaba compromiso por parte de los integrantes de los equipos contruidos desde la primera sesión. De igual manera, los docentes coincidieron en reconocer que el uso de las situaciones favorecieron el interés, la motivación y el hallazgo de soluciones a los problemas propuestos, al ser originados desde sus



vivencias, experiencias y saberes previos; tal como se observó en el desarrollo de la guía 2, en la fase exploratoria. Obsérvese que Susana del grado séptimo (Figura 45), Natalia del grado noveno (Figura 46) y Omaira de undécimo (Figura 47) evidenciaron un acercamiento a la resolución de la situación, aunque sus niveles de escolaridad eran diferentes.

GUIA DE ACTIVIDADES # 2

Grado: 7-2 Fecha: 28 Sep

EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Para controlar y organizar la repartición del almuerzo en el colegio, la profesora encargada decide entregar a cada estudiante un ficho que debe tener una vocal seguida de un dígito.

1. ¿Cómo debe ser ese ficho? (menciona algunos ejemplos)
el ficho debe de ser así: A1 E2, I3, O4, U5, 7, 11, 9

2. ¿Cuántos fichos podrá elaborar la profesora con estas indicaciones, sin que ninguno quede repetido? Debe elaborar 45

3. ¿Puedes escribir las numeraciones de todos los fichos que se reparten? ¿cuáles son?
A1, A2, ..., A9, E1, E2, ..., E9
O1, O2, ..., O9, U1, U2, ..., U9

PRÁCTICA: 25 MINUTOS

Práctica 32 (Abordar actividad Menú del restaurante 25 minutos):
Menú del almuerzo del restaurante ofrece 3 platos calientes (sopa de verduras, frijoles y crema de zanahoria) y 4 jugos (fresa, maracuyá, mango y mora). ¿De cuántas maneras se pueden elegir un almuerzo, si este debe contener 1 plato caliente y 1 jugo?
1. ¿Cómo piensan que se puede resolver la situación? multiplificando
3 x 4 = 12

Figura 45. Guía 2, Susana de Grado Séptimo.

Para controlar y organizar la repartición del almuerzo en el colegio, la profesora encargada decide entregar a cada estudiante un ficho que debe tener una vocal seguida de un dígito.

1. ¿Cómo debe ser ese ficho? (menciona algunos ejemplos)
A1 - E2 - O3

2. ¿Cuántos fichos podrá elaborar la profesora con estas indicaciones, sin que ninguno quede repetido? 5 vocales x 10 dígitos = 50 fichos

3. ¿Puedes escribir las numeraciones de todos los fichos que se reparten? ¿cuáles son?
A1 - A2 - A3 - A4 - A5 - A6 - A7 - A8 - A9 - A0 / E1 - E2 - E3 - E4 - E5 - E6 - E7 - E8 - E9 - E0 / I1 - I2 - I3 - I4 - I5 - I6 - I7 - I8 - I9 - I0
O1 - O2 - O3 - O4 - O5 - O6 - O7 - O8 - O9 - O0 / U1 - U2 - U3 - U4 - U5
U6 - U7 - U8 - U9 - U0

Figura 46. Guía 2, Natalia de Grado Noveno.

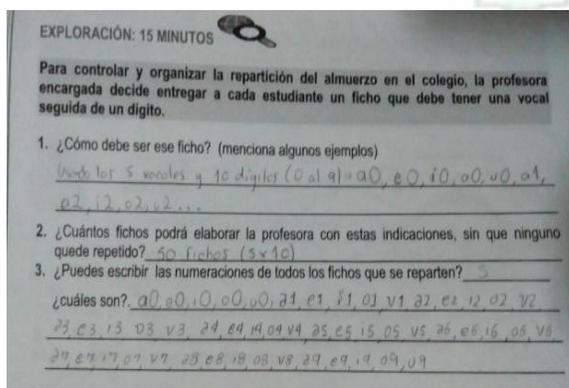


Figura 47. Guía 2, Omaira del Grado Undécimo.

Por lo tanto, el grupo investigador evidenció que las relaciones entre las situaciones del contexto sobre el concepto de combinatoria son claves a la hora de la apropiación de este, lo cual se veía reflejado en la resolución de las diversas situaciones problemáticas planteadas. De igual manera, el rol que desempeñó el docente, determinó en gran medida que se alcanzaran los objetivos de aprendizaje matemáticos propuestos. Al respecto, el MEN afirma que

El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas” (1998, p. 24).



5. Conclusiones

El acercamiento al lenguaje matemático sigue siendo una barrera en la etapa escolar, por ello implementar una propuesta metodológica que impactara el aprendizaje del concepto combinatoria en estudiantes de diversos grados (tercero, séptimo, noveno y undécimo), con edades e intereses disímiles se convirtió en todo un reto para el grupo investigador. Esta participación pedagógica, que inició con el planteamiento de la siguiente pregunta: ¿Cómo propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en los estudiantes de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí a partir de una secuencia didáctica?, permitió articular los conocimientos de base de los estudiantes con su contexto cotidiano, sus motivaciones, materiales didácticos de diversa índole, el aprendizaje cooperativo y un decidido rol de los docentes investigadores, aspectos materializados en el diseño, aplicación y valoración de una secuencia didáctica.

Es a través de toda esta articulación de saberes, estrategias metodológicas, emocionalidades e intereses, que el grupo investigador da una respuesta válida y esperanzadora, dada la complejidad del tema, a la necesidad de propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en el contexto escolar de la Institución Educativa San José del municipio de Itagüí, a partir de una secuencia didáctica. Si se trata de valorar el impacto de este proyecto, es pertinente decir que fue positiva, debido a las siguientes razones:

- ✓ La percepción y actitud de los estudiantes frente a la combinatoria, mejora en la medida que se avanza en el desarrollo de las guías de actividades, correspondientes a una secuencia didáctica.
- ✓ Un acercamiento lúdico al tema combinatoria, mediado por el uso de recursos tan simples como los dados o juego de naipes, permite que los estudiantes generen empatía, por lo tanto el aprendizaje se hace ineludiblemente sencillo, teniendo en cuenta que la carga afectiva juega un valor determinante en dicho proceso.
- ✓ El trabajo cooperativo facilita la resolución de las situaciones problemas que se plantean en las semanas de actividades, dado que el apoyo entre estudiantes es



evidente cuando un integrante del grupo no comprende el enunciado, o se le dificulta acceder al proceso matemático.

- ✓ La resolución de problema fue un acierto para el desarrollo de la secuencia didáctica, puesto que le muestra al estudiante que situaciones comunes a su realidad, pueden solucionarse de manera eficaz si aplica correctamente cada una de las propiedades o principios de la combinatoria.
- ✓ El reconocimiento de la diferencia entre combinación y permutación, depende básicamente de la comprensión de un factor clave: el orden. En este sentido, los estudiantes asimilan la importancia del orden en la medida que se desarrollan las guías de actividades.
- ✓ El uso de la tecnología, en clases, especialmente el uso del celular es un desafío a las normas institucionales, no obstante, su aprovechamiento impacta en gran medida la propuesta, toda vez que los estudiantes usan una aplicación denominada “Combinatorics Mathematics” para verificar la validez de sus procedimientos.
- ✓ La integración de un concepto en cuatro grados de escolaridad no es fácil, dadas las visibles diferencias que se presentan, aun así, tanto en los grados inferiores como en los superiores, los estudiantes asumen con determinación las actividades que se proponen en los diferentes momentos de la guía.
- ✓ La mediación de diferentes saberes y habilidades da cuenta de un proceso asertivo, desde su planeación hasta cada una de las fases de aplicación y análisis.

Ahora bien, diseñar y ejecutar una secuencia didáctica sobre el concepto de combinatoria adecuada al contexto de la institución, significa que los docentes investigadores asumen la observación participativa como una de los instrumentos más significativos para recolectar información que les acercara a los intereses, cuestionamientos y emociones que generan en las estudiantes situaciones como la transformación de su entorno educativo debido a la nueva construcción, o el comportamiento mientras se hace la fila para recibir el almuerzo escolar. Espacios como el patio, la cafetería, el salón de clases, las escaleras son propicios para capturar información valiosa que posteriormente se asume como situación problema en el aula de clase.



Por otra parte, la estrategia que se propone de una secuencia didáctica para abordar el concepto de combinatoria, da cuenta de la aplicabilidad de este, por lo tanto, deja de ser un simple procedimiento matemático para cobrar sentido en el día a día de los estudiantes.

Con respecto a la integración del concepto de combinatoria en los grados tercero, séptimo, noveno y undécimo mediante la aplicación de una secuencia didáctica, es necesario reconocer que no es tarea sencilla, pero es satisfactoria en el sentido de los alcances que se observan en los estudiantes de los grados tercero y séptimo; y especialmente en el acercamiento a este concepto de una manera representativa, dado que los juegos, los dibujos, el diálogo con sus pares se convierten en aliados que facilitan el aprendizaje, o por lo menos una aproximación positiva. Frente a los resultados que obtienen las estudiantes de los grados séptimos, noveno y undécimo puede decirse que son acordes a sus competencias y procesos de pensamientos requeridos para la resolución de los problemas que se plantean.

Dado que los ritmos de aprendizajes, los saberes previos, y la motivación son factores que determinan el aprendizaje del concepto de combinatoria, se observa los estudiantes que corresponden al mismo grado de escolaridad presentan diferencias en cuanto a los niveles de asimilación y deducción, lo que implica una flexibilización por parte del docente para facilitar el proceso a aquellos estudiantes con ritmos y estilos de aprendizajes diferentes durante la aplicación de la secuencia didáctica. Sin embargo, se destaca el papel fundamental del aprendizaje cooperativo a partir de la conformación de equipos de trabajo, y el rol del docente durante cada actividad, de esta manera, se pretende integrar el concepto de combinatoria en todos los grados considerando las particularidades de cada uno de estos; situación que no sucede con frecuencia en el proceso educativo y que amerita más atención por parte del docente.

En cuanto a la necesidad del grupo investigador de identificar los elementos que posibilitan el aprendizaje del concepto de combinatoria en estudiantes de diferentes grados, se observa que la indagación de los saberes previos para obtener un diagnóstico de lo que el estudiante conoce acerca del concepto que se aborda para poderlo acompañar y encaminar hacia el aprendizaje, es el primer elemento determinante. De igual manera, las representaciones se convierten en el primer acercamiento a las diferentes situaciones que se presentan y cuya



finalidad es facilitar la comprensión a través de la expresión espontánea sobre lo que el estudiante percibe de la situación que se propone, además de plantear caminos de solución. También, la verificación de resultados para comprobar la veracidad de las respuestas que encuentran de forma verbal, escrita o por cualquier tipo de representación los estudiantes, es un hallazgo contundente para esta investigación; prestando especial interés a la mediación de las tecnologías en el aprendizaje del concepto de combinatoria. Otros elementos se evidencian en el listado inicial, sin embargo se retoma la interacción entre los estudiantes como facilitador del proceso.

No puede pasarse por alto el rol de los docentes investigadores, pues el apasionamiento durante todo el proceso investigativo dio cuenta del compromiso con el proceso de aprendizaje de sus estudiantes. Lo que se evidencia desde la fase inicial cuando se planteó el proyecto, en todas sus actuaciones relacionadas con la planeación y puesta en marcha de todo el proceso investigativo, el diseño de una secuencia, la aplicación directa en el aula de clase, el acompañamiento, la observación, la reflexión constante, la participación oportuna y necesaria para guiar, solucionar dudas y hacer correcciones cuando es necesario, además de la motivación e interés que transmite a sus estudiantes.

La actuación del docente es relevante, además en la selección y preparación del material didáctico que se propone a los estudiantes, la facilitación de la integración del concepto de combinatoria entre los grados objeto de estudio y en los contextos cercanos a ellos, lo que enriquece el aprendizaje; y la utilización de la expresión matemática para simplificar los procesos y comprobar los resultados que se obtienen ante una actividad planteada. Se puede concluir, que el rol docente es un factor influyente en este proceso de profundización, sin embargo, la dualidad que se presenta al ser investigador y al mismo tiempo docente de aula, en ocasiones dificulta la observación y la profundidad en el análisis de los datos.

Por otra parte, el rol del estudiantado también fue clave durante la aplicación de la secuencia didáctica; toda vez que al asimilar y emplear términos propios del concepto de combinatoria, evidencia un desarrollo progresivo en la temática y facilita que haya



secuencialidad entre las guías propuestas. Los estudiantes asimilan la participación en este trabajo con curiosidad, capacidad de análisis, interés y motivación, la alegría manifestada en las semanas permitiendo que se desarrollen de manera armoniosa y productiva las actividades. En efecto, esta actitud descrita, permite que los estudiantes sigan la secuencia didáctica sugerida a través del desarrollo de la guía que se les entrega en cada sesión; lo cual favorece la asimilación de los conceptos asociados a la combinatoria, tales como diferenciar entre una permutación y una combinación, los cuales enriquecen procesos de experimentación, análisis y la resolución de situaciones del contexto mediante la comprensión y aplicación de los tres factores claves para clasificar la ordenación: el orden, la inclusión de los elementos y la repetición. Aunque en algunas actividades presentan errores, ellos asumen que entre pares pueden solucionarlo, o con la orientación del docente, incluso, haciendo revisión autónoma para identificar en dónde está el error, proceso que realiza mediante la verificación de resultados.

El factor tiempo es limitante en este tipo de propuestas pedagógicas, dada la cantidad de eventos y actividades pedagógicas que se realizan en una institución educativa. Así, clases interrumpidas dificultan el acercamiento a la conceptualización, la comprensión y la aplicación de combinatoria, ya que en ocasiones se sugiere al estudiante terminar las actividades en casa, sin la mediación del docente o el compañero.

El grupo investigador durante los momentos de reflexión en torno a la implementación de una secuencia didáctica coincide en afirmar que si se puede cambiar poco a poco esa estigmatización cultural que padece el área de Matemáticas y que se vivencia en el aula de clase, mediante una articulación cuidadosa e intencionada de cada uno de los elementos mencionados.

Finalmente, es necesario aclarar que este proyecto continúa en proceso de adecuación y mejoramiento, en busca de institucionalizarse en la asignatura de Estadística y como estrategia didáctica aplicable a otras áreas. Además, después del trabajo que se realiza con el concepto de combinatoria se puede proponer abordar la probabilidad de eventos, teniendo como base las técnicas de conteo y el proceso de resolución de problemas; posteriormente podría pensarse



como experiencia para compartir con otras instituciones del municipio.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Referencias Bibliográficas

- Álzate, M., Cadavid, L. A., y Rodríguez, M. E. (2004). *Elementos de combinatoria y Probabilidad a través de una situación problema* (trabajo de especialista no publicada). Medellín: Departamento de Educación Avanzada. Universidad de Antioquia.
- Aristizábal, D. (2012). *Propuesta metodológica para el acercamiento del análisis combinatorio y probabilidades a situaciones cotidianas*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Ausubel, D. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning*. New York, EE.UU: Grune y Stratton.
- Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México D.F., México: Trillas.
- Blanco, L., Cárdenas, J., Gómez, R., y Caballero, A. (2011). *La Resolución de Problemas de Matemáticas*. Badajoz, España: Grupo DEPROFE.
- Campos, H. B. (2006). Resolución de problema: El Trabajo de Allan Schoenfeld. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (1)*.
- D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética. Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno, (35)*, 90-106.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Fernández, N. L. (2006). ¿Cómo Analizar Datos Cualitativos? *Butlletí La Recerca, (7)*, 3-4.
- Godino, J. D. (Ed.) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada, España:



Universidad de Granada.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México D.F., México: McGraw-Hill.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2014). *Reporte Institución 105360000083 Año 2012*. Bogotá: ICFES.

Martínez, V. H. (2014). *Diseño de una estrategia didáctica para que se facilite la apropiación de la conceptualización de la teoría combinatoria en los estudiantes del grado décimo, en la Institución Educativa Joaquín Vallejo Arbeláez del Municipio de Medellín*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (1999). *Nuevas tecnologías y currículo de matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Secundaria*. Bogotá, Colombia: Sanmartín Obregón y Cía. Ltda.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje V2*. Recuperado de http://www.santillana.com.co/www/pdf/dba_mat.pdf

Muñoz, C. M. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. (Tesis de pregrado). Universidad de la Rioja, España.

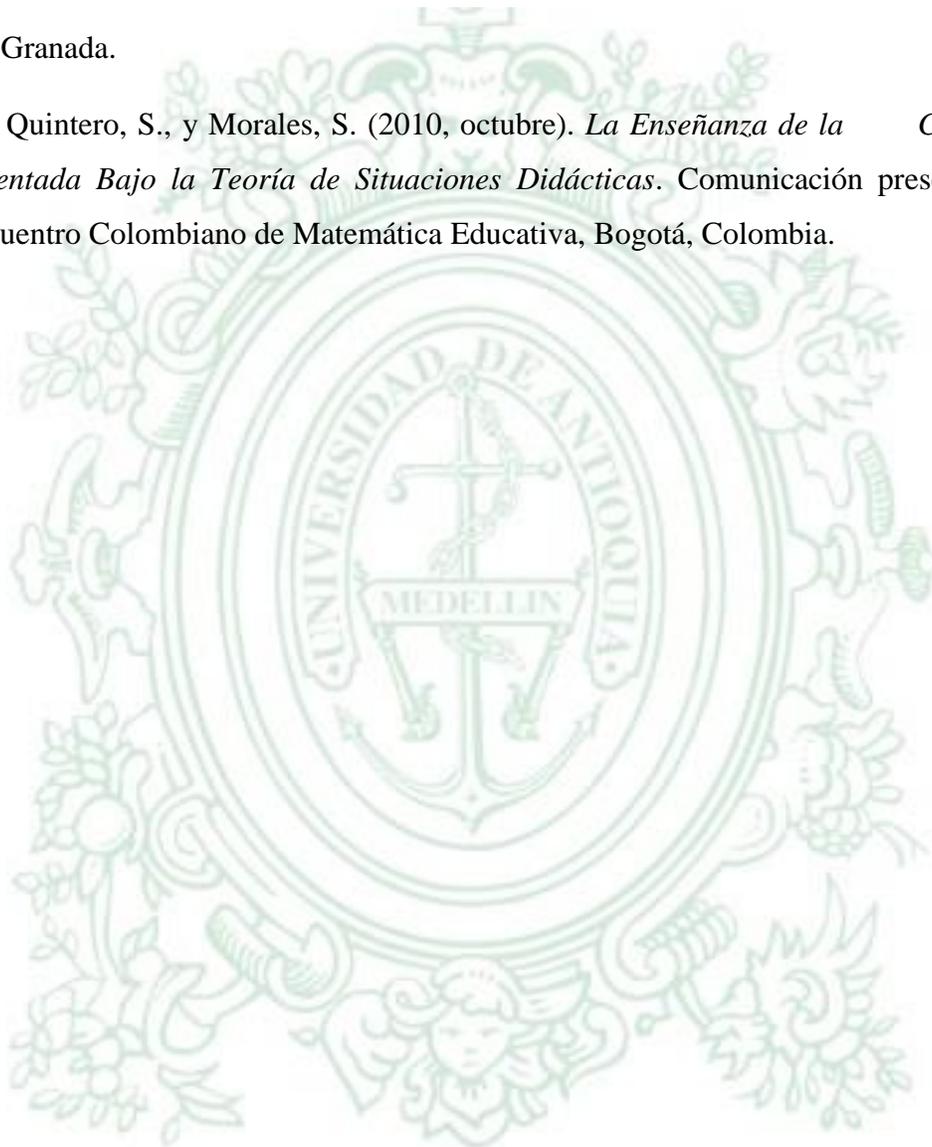


- Navarro-Pelayo, V., Batanero, C., y Godino, J. D. (1996). Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática*. 8(1), 26-39. Recuperado en <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/RAZON.pdf>
- Proyecto Educativo Institucional. (2017). Institución Educativa San José. Itagüí, Colombia.
- Roa, G. R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Rojano, T. (1996). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula*. México, D.F, México: Secretaría de Educación.
- Solano, F. M. (2012). *Resolución de problemas de combinatoria en una wiki*. (Tesis de Maestría). Universidad de Antioquía, Medellín.
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Tobón, S., Pimienta, J., y García, J. (2010). *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*. México D.F., México: Pearson Educación.
- Velásquez, T. N. (2013). *Aproximación a los conceptos de probabilidad y análisis combinatorio a través de la experimentación y el uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC)* (Trabajo de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Vigotsky, L. S. (1991). *Dinámica del desarrollo escolar en relación con la enseñanza*. La Habana: ISP Enrique José Varona
- Vilanova, S., Rocerau, M., Valdez, G., Oliver, M., Vecino, S., Medina, p., y otros. (2001). La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *OEI - Revista Iberoamericana de Educación*, 4-5.
- Wilhelmi, M. R. (2004). *Combinatoria y Probabilidad*. Granada, España: Universidad de



Granada.

Zapata, L., Quintero, S., y Morales, S. (2010, octubre). *La Enseñanza de la Combinatoria Orientada Bajo la Teoría de Situaciones Didácticas*. Comunicación presentada en el Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Bogotá, Colombia.

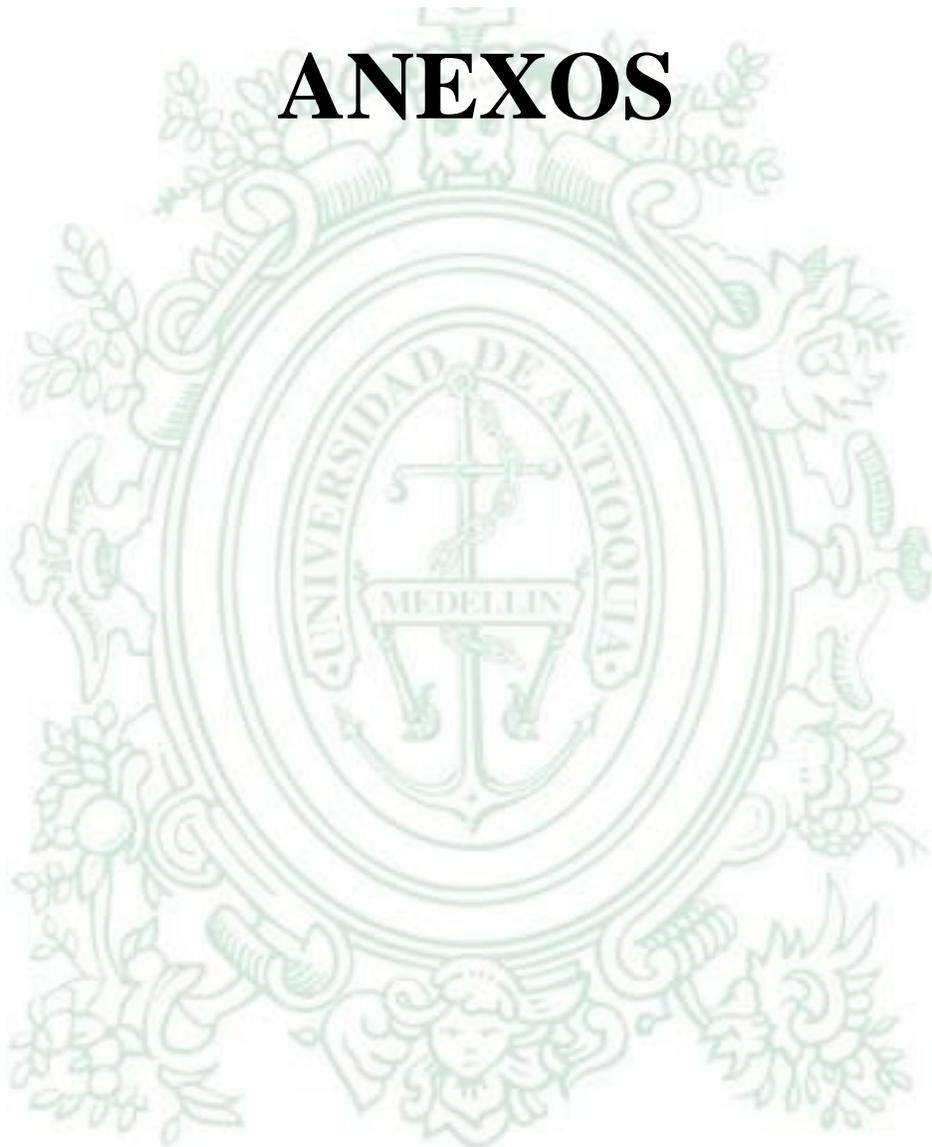


**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



ANEXOS



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Anexo 1. Secuencia Didáctica y Guía de Actividades

LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 1

SITUACIÓN A RESOLVER: ANA QUIERE SUBIR A SU NUEVO SALÓN UBICADO EN EL TERCER PISO Y HAY ACCESO POR LAS ESCALAS IZQUIERDA, DERECHA Y CENTRAL, ¿DE CUÁNTAS FORMAS ANA PUEDE LLEGAR AL SALÓN?

Para el docente: En la primer semana se espera conformar los equipos, explicar la metodología (los tres momentos de cada clase) de trabajo e indagar los conocimientos que tienen los estudiantes sobre evento, casos posibles e imposibles, principio aditivo y profundizar en ellos a través de diferentes actividades y situaciones. También dar a conocer la maqueta de la nueva planta física.

Las actividades propuestas para cada semana se desarrollan en tres momentos: exploración, práctica y validación, el primero y parte del segundo lo desarrollan los estudiantes haciendo uso de sus conocimientos previos, luego interviene el docente presentando y ejemplificando la técnica de conteo a trabajar y finalmente el equipo realiza la parte de validación y entrega la guía de actividades.

Al final de la secuencia se encuentra un glosario de apoyo, las respuestas de las actividades y otras situaciones de profundización.

Objetivo: comprender los conceptos a trabajar y aplicarlos en la solución de diferentes situaciones.

Palabras clave: evento, evento seguro e imposible y principio aditivo.

Para el estudiante: solucionar la guía de actividades # 1 y entregarla al finalizar la clase

Exploración S1 (Indagación): 15 minutos

Grado Tercero

1. ¿Cuántos y cuáles resultados puedes obtener al lanzar un dado? Escribe los posibles resultados.
2. Ahora realiza el lanzamiento de un dado, ¿cuál resultado obtuviste?, ¿está el resultado en la tabla que realizaste?

Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de un dado.

3. Obtener un número inferior a 2 o mayor que 4 en el lanzamiento de un dado.
4. Obtener un número impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.
5. Obtener un número múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.
6. Obtener un número menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.

Grados 7, 9 y 11

7. ¿Cuántos y cuáles resultados puedes obtener al lanzar dos dados?
 8. Ahora realiza el lanzamiento de dos dados, ¿cuál resultado obtuviste?, ¿está el resultado en la tabla que realizaste?
- Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de dos dados.
9. que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4.
 10. que el primer número sea impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.
 11. que el primer número sea múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.
 12. que el primer número sea menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.



Práctica S1 (Abordar actividad: Rutas aleatorias): 25 minutos

Isabella y su familia están planeando un viaje a Bogotá con motivo de asistir a las bodas de oro de sus abuelos maternos, y encuentran las siguientes opciones: cinco empresas de transporte terrestre tienen servicio diario entre Medellín y Bogotá y tres empresas de aviación tienen vuelo diario entre Medellín y Bogotá. ¿Cuántas maneras tiene la familia para ir de Medellín a Bogotá?

1. Realiza un dibujo o esquema sobre las formas en que la familia puede llegar de Medellín a Bogotá a partir de las opciones de transporte y responde la situación.
2. ¿Puedes dar respuesta a la anterior situación sin emplear el esquema o dibujo?, ¿de qué forma?
3. Ahora utiliza cinco cartas de Póker simulando el transporte terrestre y tres cartas españolas simulando el transporte aéreo para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿Se obtiene el mismo resultado? Justifica.

INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

La temperatura de Bogotá es aproximadamente 10° menor que la de Medellín, por lo que Isabella debe llevar atuendos para clima frío. Ella lleva dos chaquetas, tres buzos de lana y 1 chompa. ¿Cuántas posibilidades tiene ella para escoger en caso de mucho frío?

Ejemplifica con prendas de las estudiantes, para obtener la respuesta con material concreto (tiene 6 posibilidades = $2 + 3 + 1$), insiste en que no debe ser posible utilizar la misma prenda simultáneamente)

Si la temperatura en Medellín a las 8 pm es aproximadamente 25° , ¿qué temperatura se espera en la ciudad de Bogotá. (R/ 15° grados centígrados)

Validación S1 (Abordar pregunta orientadora)(20 min)

Ana quiere subir a su nuevo salón ubicado en el tercer piso y hay acceso por las escalas izquierda, derecha y central, ¿de cuántas formas Ana puede llegar al salón?

1. Hacer un dibujo sobre la situación planteada y con distintos colores dibujar las diferentes rutas posibles para el ingreso al salón en el tercer piso.
2. Explica qué significa cada uno de los colores empleados en las rutas para el ingreso del salón al tercer piso.
3. ¿Te es familiar con la situación del viaje de Medellín hacia Bogotá? ____ Justifica _____
4. ¿Cuántas formas tiene Ana para ingresar al salón del tercer piso?
5. ¿Qué procedimiento matemático puedes hacer para obtener el resultado de una forma más simple?
6. Plantea y resuelve otra situación relacionada con la construcción de la nueva planta física, donde se utilice el principio aditivo.



“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.

GUIA DE ACTIVIDADES # 1

Grado: _____ Fecha: _____



EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Grado 3



1. ¿Cuántos y cuáles resultados puedes obtener al lanzar un dado?

S = { _____ }

2. Ahora realiza el lanzamiento de un dado, ¿cuál resultado obtuviste? _____
¿Está el resultado en el conjunto S? , _____

Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de un dado y muestra la solución en un conjunto.

A. Obtener un número inferior a 2 o mayor que 4 en el lanzamiento de un dado.

A = { _____ }

B. Obtener un número impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.

B = { _____ }

C. Obtener un número múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.

C = { _____ }

D. Obtener un número menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.

D = { _____ }

3. ¿Cuántos y cuáles resultados puedes obtener al lanzar dos dados? Escribe los posibles resultados.(cada pareja entre paréntesis) cuántos: _____

S = { _____ }

4. Ahora realiza el lanzamiento de dos dados, ¿cuál resultado obtuviste? _____ ¿está el resultado en el conjunto S? , _____

Analiza y responde las siguientes posibilidades o eventos, en el lanzamiento de dos dados y muestra la solución en un conjunto.

E. que el primer número sea inferior a 2 o mayor que 4. **total:** _____

E = { _____ }

F. que el primer número sea impar mayor que 5 o par mayor que el doble de tres.

F = { _____ }

G. que el primer número sea múltiplo de tres o que sea múltiplo de dos.



G = { _____ }

H. que el primer número sea menor que la mitad de dos o mayor que el triple de uno.

H = { _____ }



PRÁCTICA: 25 MINUTOS

Isabella y su familia están planeando un viaje a Bogotá con motivo de asistir a las bodas de oro de sus abuelos maternos, y encuentran las siguientes opciones: cinco empresas de transporte terrestre tienen servicio diario entre Medellín y Bogotá y tres empresas de aviación tienen vuelo diario entre Medellín y Bogotá. ¿Cuántas maneras tiene la familia para ir de Medellín a Bogotá?

1. Realiza un dibujo o esquema sobre las formas en que la familia puede llegar de Medellín a Bogotá a partir de las opciones de transporte.

Total de maneras: _____



2. ¿Puedes explicar la anterior situación sin emplear el esquema o dibujo?, ¿de qué forma? _____

3. Ahora utiliza cinco cartas de Póker simulando el transporte terrestre y tres cartas españolas simulando el transporte aéreo para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿Se obtiene el mismo resultado? Justifica. _____



INTERVENCIÓN DOCENTE

VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)

Ana quiere subir a su nuevo salón ubicado en el tercer piso y hay acceso por las escalas izquierda, derecha y central, ¿de cuántas formas Ana puede llegar al salón?.

1. Hacer un dibujo sobre la situación planteada y con distintos colores dibujar las diferentes rutas posibles para el ingreso al salón en el tercer piso.





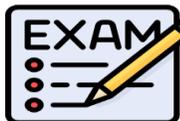
Explica qué significa cada uno de los colores empleados en las rutas para el ingreso del salón al tercer piso.

2. ¿Te es familiar con la situación del viaje de Medellín hacia Bogotá? Justifica

4. ¿Cuántas formas tiene Ana para ingresar al salón del tercer piso?

5. ¿Qué procedimiento matemático puedes hacer para obtener el resultado de una forma más simple? , muestra el procedimiento

6. Plantea y resuelve otra situación, puede ser relacionada con la construcción de la nueva planta física, donde se utilice el principio aditivo.



PREPARA SABER

Ana para desplazarse a su colegio tiene dos opciones: caminando o en transporte público, si es caminando existen dos rutas que puede utilizar y si es en transporte público tres rutas de buses la dejan cerca. ¿Cuántas posibilidades en total tiene Ana para llegar al colegio?

- A. 6, porque es el producto de 2×3
- B. Depende, si es caminando 2 y si es en bus 3
- C. 5, porque puede escoger cualquiera de las opciones
- D. 3 porque en bus llega más rápido



INTEGRANTES:



LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 2

SITUACIÓN A RESOLVER: LAS PAREDES DEL NUEVO SALÓN DE ANA PUEDEN SER EN LADRILLO O BLOQUE; EL TECHO PUEDE SER DE CONCRETO, FIBROCEMENTO, TEJA DE BARRO O LÁMINA Y LOS ACABADOS TIPO ESTUCO, ¿DE CUÁNTAS MANERAS PUEDEN CONSTRUIR EL NUEVO SALÓN DE ANA?

Para el docente: En la segunda semana se abordará el principio multiplicativo desde la actividad propuesta como introducción a la pregunta problematizadora “menú del restaurante escolar” para luego utilizarlo en la respuesta la situación de la semana. Profundizar en el concepto mediante actividades con problemas similares.

Analizar la situación individualmente, buscar la respuesta empleando diversos métodos, estrategias o procesos para luego debatirlas en grupos de tres y posteriormente socializar al grupo en general

Objetivo: Identificar las características del principio multiplicativo y diferenciarlo del principio aditivo.

Palabras clave: Principio multiplicativo, diagrama de árbol.

Para el estudiante: solucionar la guía de actividades # 2 y entregar al finalizar la clase

Exploración S2 (Indagación): 15 minutos

Para controlar y organizar la repartición del almuerzo en el colegio, la profesora encargada decide entregar a cada estudiante un ficho que debe tener una vocal seguida de un dígito.

¿Cómo debe ser ese ficho?(menciona algunos ejemplos) , ¿Cuántos fichos podrá elaborar la profesora con estas indicaciones, sin que ninguno quede repetido?, ¿Puedes escribir las numeraciones de todos los fichos que se reparten?, ¿cuáles son?.

Práctica S2 : 25 min

El menú del almuerzo del restaurante ofrece 3 platos calientes (sopa de verduras, frijoles y crema de zanahoria) y 4 jugos (fresa, maracuyá, mango y mora). ¿De cuántas maneras se pueden elegir un almuerzo, si este debe contener 1 plato caliente y 1 jugo?

1. ¿Cómo piensas que se puede resolver la situación ?
2. Realiza un dibujo o esquema que represente las diferentes opciones que te puede brindar el restaurante a la hora de pedir un almuerzo.
3. Es posible usar algún procedimiento matemático para dar respuesta a la situación planteada de una forma más simplificada?
4. Utilizar tres cartas de Póker simulando los platos calientes y cuatro cartas españolas simulando los jugos para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿qué conclusión puedes sacar?

INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

Y si además tienes la opción de elegir dos postres (torta de chocolate y pastel de guayaba), ¿cuántas opciones tendrás para elegir tu almuerzo?

Para las niñas de tercero, utilizar material concreto que represente cada una de las opciones y para los demás grupos resolver haciendo uso del diagrama de árbol, para finalmente hacer la respectiva operación $3 \times 4 \times 2 = 24$ que serían las opciones posibles; insistir que es una sola actividad que presenta varias opciones.



El equipo de básquet de la institución, tiene que elegir un nuevo uniforme. Para ello debe escoger entre 4 camisetas: blanca, azul, amarilla y roja, 5 pantalones: negra, blanca, azul, gris y verde y tres pares de medias: blanca, negra y azul ¿Cuántos uniformes distintos se pueden componer con las camisetas y pantalones disponibles?

Para las niñas de tercero trabajar con 3 camisetas, 2 pantalones y 2 pares medias.

Se pide que individualmente resuelvan la situación, después se presentan dos respuestas; para tercero 7 y 12 y el resto de grados 12 y 60, se pide que seleccionen la correcta y que justifiquen su escogencia. (R/ $4 \times 5 \times 3 = 60$)

Validación S2 (Abordar situación de la semana): 20 minutos

Las paredes del nuevo salón de Ana pueden ser en ladrillo o bloque; el techo puede ser de concreto, fibrocemento, teja de barro o lámina y los acabados tipo estuco, ¿de cuántas maneras pueden construir el nuevo salón de Ana?.

1. Realiza un dibujo o esquema sobre la situación planteada en esta segunda semana.
2. Pintar con diferentes colores las maneras en que pueden entregar el nuevo salón e intentar solucionar la pregunta problematizadora.
3. Si se resuelve esta situación aplicando el principio aditivo, la respuesta será 7 (la suma de: ladrillo, bloque, concreto, fibrocemento, teja de barro, lámina y estuco); es correcta esta afirmación ¿por qué?
4. Menciona algunas diferencias entre el principio aditivo y el multiplicativo, que te ayuden a identificar cuándo usar el uno o el otro.



“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.

GUIA DE ACTIVIDADES # 2

Grado: _____ Fecha: _____

EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS



Para controlar y organizar la repartición del almuerzo en el colegio, la profesora encargada decide entregar a cada estudiante un ficho que debe tener una vocal seguida de un dígito.

1. ¿Cómo debe ser ese ficho? (menciona algunos ejemplos)

2. ¿Cuántos fichos podrá elaborar la profesora con estas indicaciones, sin que ninguno quede repetido? _____
3. ¿Puedes escribir las numeraciones de todos los fichos que se reparten? _____ ¿cuáles son?

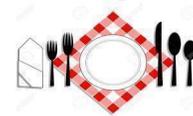


PRÁCTICA: 25 MINUTOS

Práctica S2 (Abordar actividad Menú del restaurante 25 minutos):

El menú del almuerzo del restaurante ofrece 3 platos calientes (sopa de verduras, frijoles y crema de zanahoria) y 4 jugos (fresa, maracuyá, mango y mora). ¿De cuántas maneras se pueden elegir un almuerzo, si este debe contener 1 plato caliente y 1 jugo?.

1. ¿Cómo piensas que se puede resolver la situación?
2. Realiza un dibujo o esquema que represente las diferentes opciones que te puede brindar el restaurante a la hora de pedir un almuerzo.



3. Es posible usar algún procedimiento matemático para dar respuesta a la situación planteada de una forma más simplificada?(muestra el procedimiento) _____
4. Utilizar tres cartas de Póker simulando los platos calientes y cuatro cartas españolas simulando los jugos para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿qué conclusión puedes sacar? _____

INTERVENCIÓN DOCENTE





VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)

Las paredes del nuevo salón de Ana pueden ser en ladrillo o bloque; el techo puede ser de concreto, fibrocemento, teja de barro o lámina y los acabados tipo estuco, ¿de cuántas maneras pueden construir el nuevo salón de Ana?: 20 minutos

1. Realiza un dibujo sobre la situación planteada en esta segunda semana.



2. Pintar con diferentes colores las maneras que pueden entregar el nuevo salón e intentar solucionar la pregunta problematizadora. _____

3. Si se resuelve esta situación aplicando el principio aditivo, la respuesta será 7 (la suma de: ladrillo, bloque, concreto, fibrocemento, teja de barro, lámina y estuco); ¿es correcta esta afirmación? Justifica _____

4. Menciona algunas diferencias entre el principio aditivo y el multiplicativo, que te ayuden a identificar cuándo usar el uno o el otro. _____

PREPARA SABER (selecciona la respuesta correcta)



El equipo de microfútbol de la institución que nos representa a nivel municipal, debe elegir un nuevo uniforme. Para ello debe escoger entre 4 camisetas, 5 pantalonetas y tres pares de medias. ¿Cuántos uniformes distintos pueden formar?

- A. 12 uniformes, que corresponden a la suma de $4 + 5 + 3$
- B. 23 uniformes, el producto de 4×5 y la suma de 3
- C. 60 uniformes, el producto de $4 \times 5 \times 3$
- D. 20 uniformes, el producto de $4 \times 5 \times 3$



INTEGRANTES:



LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 3

SITUACIÓN A RESOLVER: Ana y sus cuatro amigas: Sara, Valentina, Paulina y Laura ,quieren ser las primeras del grupo en entrar en fila al nuevo salón, ¿de cuántas formas pueden ingresar las cinco amigas? ,

Para el docente : Durante esta tercera semana se abordarán los conceptos de permutación ordinaria o sin repetición, desde la exploración de los conceptos previos y el empleo de una APP para Smartphone con el sistema operativo Android. Analizar la situación individualmente, buscar la respuesta empleando diversos métodos, estrategias o procesos para luego debatirlas en grupos de tres y posteriormente socializar al grupo en general

Objetivo: Identificar las características de la permutación ordinaria y diferenciarla de los conceptos anteriores.

Palabras clave: Permutación ordinaria o sin repetición y como caso particular, permutaciones tomando algunos elementos.

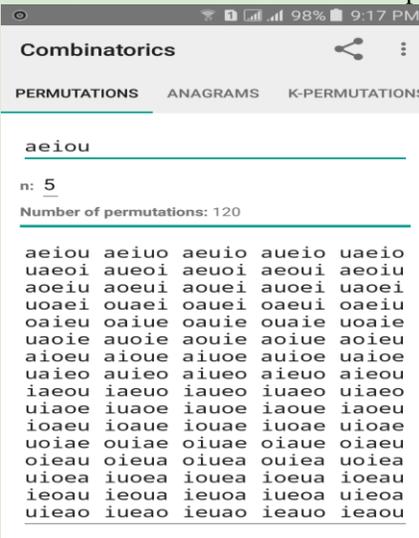
Para el estudiante: solucionar la guía de actividades # 3 y entregar al finalizar la clase.

Exploración S3 (Indagación): 15 minutos

El atletismo es una de las competencias en las cuales la institución educativa participa en los juegos intercolegiados del municipio de Itagüí. En la categoría juvenil hay cinco participantes, Ana y Estefanía son nuestras representantes. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta las cinco atletas en la carrera si se supone que no hay empates?.

Nota: para grado tercero trabajar la situación con cuatro participantes.

1. ¿Cómo piensas que se puede resolver la situación ?
2. Tenemos las iniciales A, E de dos de las cinco participantes en atletismo, ¿qué otros nombres puedes escribir con las iniciales I, O, U?
3. Descargar la APP “Combinatorics Mathematics” e ingresar las iniciales de las cinco atletas ¿crees que corresponde el total de formas en que puede terminar la carrera a lo mostrado en la aplicación?, ¿por qué?



4. Es posible usar algún procedimiento matemático para dar respuesta a la situación planteada, sin hacer uso del “Combinatorics Mathematics” ?



5. ¿Qué puedes hacer para hallar la forma en que pueden terminar 10 atletas la carrera si se supone que no hay empates? ¿será que el total de formas es el doble que la situación anterior?

Práctica S3 (Abordar actividad de la semana: Ordenando los libros): 25 minutos

¿De cuántas maneras pueden ordenarse 6 libros (matemáticas, biología, religión, español, inglés y sociales) en un estante del bibliobanco del salón de clases, si el de matemáticas y español deben ocupar los extremos?

Nota: para grado tercero trabajar la situación con tres libros.

1. Si solo tomamos tres de estos libros: el de matemáticas, biología e inglés, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar en el estante?
2. Utilizar cartas de Póker simulando los libros de matemáticas, biología, religión, español y las cartas españolas simulando inglés y sociales, para visualizar mejor las situaciones e intentar dar respuesta a las preguntas.

INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

Uno de los cinco valores institucionales es el **Amor**: la pasión de servir a los demás. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con las letras de este valor? (R/ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$), (si entran todos los elementos, si importa el orden y no se repiten los elementos) la primer letra se puede elegir de cuatro maneras diferentes, la segunda de tres maneras diferentes, la tercera de dos maneras diferentes y la cuarta de una manera.

¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares? (si entran todos los elementos, si importa el orden y no se repiten los elementos) R/ $P_5 = 5! = 120$

Volviendo a la competencia de atletismo, si a la final clasifican nuestras dos representantes y Valentina ¿de cuántas maneras pueden clasificarse para recibir las medallas de oro, plata y bronce? (R/ $3 \times 2 \times 1 = 6$), (si entran todos los elementos, si importa el orden y no se repiten los elementos). Realiza un sondeo de las posibles respuestas y aplica la fórmula para hallar los resultados $\square \square = \square!$, insiste es que se trabaja con todos los elementos y no hay repetición.

Validación S3 (Abordar pregunta orientadora)(20 minutos)

Ana y sus cuatro amigas: Sara, Valentina, Paulina y Laura, quieren ser las primeras del grupo en entrar en fila al nuevo salón, ¿de cuántas formas pueden ingresar las cinco amigas?

1. Hacer un dibujo o esquema que represente la situación planteada en esta tercer semana
2. Asigna un color para cada estudiante y determinar las formas en que pueden entrar las cinco amigas al nuevo salón e intentar solucionar la situación de la semana.
3. Describe con qué operación matemática puedes obtener la respuesta.
4. ¿Importa el orden de ingreso? (justifica), ¿puede suceder que Valentina ingrese a la vez en el primer y cuarto orden de entrada? (justifica)
5. Plantea y soluciona una situación relacionada con la construcción de la nueva planta de la institución, donde se aplique la permutación ordinaria o sin repetición.

Complemento semana 3: CS3 (permutación con algunos elementos):

Ana y sus cuatro amigas son las últimas del grupo en entrar al nuevo salón, pero solo hay tres sillas disponibles, ¿de cuántas maneras pueden sentarse?

Para este caso empleamos la APP y al suministrarle los datos e ingresar las iniciales de las cinco estudiantes (Ana, Sara, Valentina, Paulina y Laura) se obtiene la captura de pantalla:

¿Con qué operación matemática puedes encontrar las maneras en que las amigas pueden sentarse?



“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.

GUIA DE ACTIVIDADES # 3

Grado: _____ Fecha: _____



EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Grados 3, 7, 9 y 11

El atletismo es una de las competencias en las cuales la institución educativa participa en los juegos intercolegiados del municipio de Itagüí. En la categoría juvenil hay cinco participantes, Ana y Estefanía son nuestras representantes. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta las cinco atletas en la carrera si se supone que no hay empates?



Nota: para grado tercero trabajar la situación con cuatro participantes.

1. ¿Cómo piensas que se puede resolver la situación? (muestra algunas opciones)

2. Tenemos las iniciales A, E de dos de las cinco participantes en atletismo, ¿qué otros nombres puedes escribir con las iniciales I, O, U?

Solo para grados 7, 9 y 11

3. Descargar la APP “Combinatorics Mathematics” e ingresar las iniciales de las cinco atletas ¿crees que corresponde el total de formas en que puede terminar la carrera a lo mostrado en la aplicación? ¿por qué?

4. Propón algún procedimiento matemático para dar respuesta a la situación planteada, sin hacer uso del “Combinatorics Mathematics”

5. ¿Qué puedes hacer para hallar la forma en que pueden terminar 10 atletas la carrera si se supone que no hay empates? ¿será que el total de formas es el doble que la situación anterior?

PRÁCTICA: 25 MINUTOS

¿De cuántas maneras pueden ordenarse 6 libros (matemáticas, biología, religión, español, inglés y sociales) en un estante del bibliobanco del salón de clases, si el de matemáticas y español deben ocupar los extremos?

Nota: para grado tercero trabajar la situación con tres libros.

1. Si solo tomamos tres de estos libros: el de matemáticas, biología e inglés, ¿de cuántas maneras se pueden ordenar en el estante?



- Utilizar cartas de Póker simulando los libros de matemáticas, biología, religión , español y las cartas españolas simulando inglés y sociales, para visualizar mejor las situaciones e intentar dar respuesta a las preguntas.



INTERVENCIÓN DOCENTE

VALIDACIÓN (20 minutos)

Ana y sus cuatro amigas: Sara, Valentina, Paulina y Laura , quieren ser las primeras del grupo al nuevo salón, ¿de cuántas formas pueden ingresar las cinco amigas?

- Hacer un dibujo sobre la situación planteada en esta tercera semana



- Asigna un color para cada estudiante y determinar las formas en que pueden entrar las cinco amigas al nuevo salón e intentar solucionar la situación de la semana.
- Describe con qué operación matemática puedes obtener la respuesta _____

- ¿Importa el orden de ingreso? (justifica) _____

- ¿puede suceder que Valentina ingrese a la vez en el primer y cuarto orden de entrada? (justifica) _____

- Plantea y soluciona una situación relacionada con la construcción de la nueva planta de la institución, donde se aplique la permutación ordinaria o sin repetición. _____

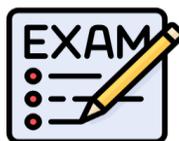
Complemento semana 3: CS3 (permutación con algunos elementos):

Ana y sus cuatro amigas son las últimas del grupo en entrar al nuevo salón, pero solo hay tres sillas disponibles, ¿de cuántas maneras pueden sentarse?



1. Para este caso empleamos la APP y al suministrarle los datos e ingresar las iniciales de las cinco estudiantes (Ana, Sara, Valentina, Paulina y Laura) se obtiene la captura de pantalla:

2. Propón algún procedimiento matemático para dar respuesta a la situación planteada, sin hacer uso del “Combinatorics Mathematics” ?



PREPARA SABER

“Ser **honest**a, leal, solidaria...”es un aparte del himno institucional. Cuántas palabras diferentes se pueden formar con las letras del primer valor mencionado.

- A. 28 palabras que corresponde a la suma de $7+6+5+4+3+2+1$.
- B. 5040 palabras, ya que $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$
- C. 105, son siete letra y solo se multiplican los impares $7 \times 5 \times 3 \times 1$
- D. 49 palabras, ya que son siete letras y $7 \times 7 = 49$



INTEGRANTES:



LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 4

SITUACIÓN A RESOLVER: ¿DE CUÁNTAS MANERAS PUEDEN INGRESAR EN FILA AL NUEVO COLEGIO 9 ESTUDIANTES: 4 DE SÉPTIMO, 3 DE OCTAVO Y 2 DE NOVENO?

Para el docente : Para esta semana se pretende continuar con la permutación pero con repetición desde la actividad propuesta “acampando”

Analizar la situación individualmente, buscar la respuesta empleando diversos métodos, estrategias o procesos para luego debatirlas en grupos de tres y posteriormente socializar al grupo en general

Objetivo: Identificar las propiedades, características de las permutaciones con repetición y diferenciarla de las permutación ordinaria

Palabras clave: Permutación con repetición.

Para el estudiante: solucionar la guía de actividades Nro. 4 y entregar al finalizar la clase

Exploración S4 (Indagación): 15 minutos

En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes y dos azules, ¿de cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna? (entregar a cada equipo el material)

1. ¿Cómo darías solución a esta situación?
2. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, ¿por qué?
3. ¿Importa el orden en que se pueden sacar las bolas, ¿por qué?
4. ¿Todos los elementos o bolas están incluidos en la actividad, ¿por qué?
5. ¿Hay elementos o bolas que se repiten, ¿por qué?
6. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿de cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?”, ¿tiene sentido y coherencia?

Práctica S4 (Abordar actividad: Acampando): 25 minutos

Seis amigas pertenecen a los boy scout y deciden acampar; disponen de dos carpas de diferente capacidad: en una pueden dormir cuatro personas y en la otra dos. ¿de cuántas formas diferentes se pueden organizar para dormir en las dos tiendas?

1. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, ¿por qué?
2. ¿Importa el orden en que se pueden hacer en las carpas, ¿por qué?
3. ¿Todos los elementos o amigas están incluidos en la actividad, ¿por qué?
4. ¿Hay elementos que se repiten, ¿por qué?
5. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿de cuántas formas diferentes se pueden organizar para dormir en las dos tiendas?”, tiene sentido y coherencia?
6. Ahora utiliza seis cartas de Póker simulando las seis amigas y dos cartulinas para las carpas, una del doble tamaño que la otra para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿Se obtiene el mismo resultado? Justifica.

INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

Otro, de nuestros cinco valores institucionales es el Respeto: reconocimiento a la dignidad personal. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con las letras de este valor.

(si importa el orden, si entran todos los elementos y si hay repetición de elementos) R/ es una permutación con repetición donde n el total de elementos es 7 y la letra e se repite 2 veces, por la tanto la operación $7! / 2! = 2520$ palabras), insistir en que entran todos los elementos y algunos de ellos se repiten.

¿De cuántas maneras distintas pueden colocarse en línea nueve pimpones de las que 4 son blancos, 3 amarillos y 2 azules?



Validación S4 (Abordar pregunta orientadora) (20 min)

¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?)

1. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, ¿por qué?
2. ¿Importa el orden en que se pueden ingresar al colegio, ¿por qué?
3. ¿Todos los elementos o estudiantes están incluidos en la actividad, ¿por qué?
4. ¿Hay elementos que se repiten, ¿por qué?
5. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?”, tiene sentido y coherencia?
6. El total de estudiantes n , corresponde a 9; con la operación $9!$ ($9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$) se podrían encontrar los casos posibles, justifica.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.

GUÍA DE ACTIVIDADES # 4



Grado: _____ Fecha: _____



EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

En una urna hay tres bolas rojas de ping pong, tres verdes y dos azules, ¿de cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna? (entregar a cada equipo el material).

1. ¿Cómo darías solución a esta situación? _____
2. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, por qué? _____
3. ¿Importa el orden en que se pueden sacar las bolas, por qué? _____
4. ¿Todos los elementos o bolas están incluidos en la actividad, por qué? _____
5. ¿Hay elementos o bolas que se repiten, por qué? _____
6. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿de cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?”, tiene sentido y coherencia? _____

PRÁCTICA: 25 MINUTOS



Seis amigas pertenecen a los boy scout y deciden acampar; disponen de dos carpas de diferente capacidad: en una pueden dormir cuatro personas y en la otra dos, ¿de cuántas formas diferentes se pueden organizar para dormir en las dos tiendas?



1. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, ¿por qué? _____
2. ¿Importa el orden en que se pueden hacer en las carpas, ¿por qué? _____
3. ¿Todos los elementos o amigas están incluidos en la actividad, ¿por qué? _____
4. ¿Hay elementos que se repiten, ¿por qué? _____
5. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿de cuántas formas diferentes se pueden organizar para dormir en las dos tiendas?”, tiene sentido y coherencia? _____
6. Ahora utiliza seis cartas de Póker simulando las seis amigas y dos cartulinas para las carpas, una del doble tamaño que la otra para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. ¿Se obtiene el mismo resultado? Justifica _____



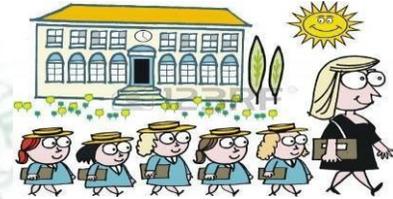


INTERVENCIÓN DOCENTE

VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)



¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?



1. ¿La información puede tabularse, o cuantificarse, por qué?

2. ¿Importa el orden en que se pueden ingresar al colegio, por qué?

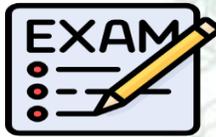
3. ¿Todos los elementos o niñas están incluidos en la actividad, por qué?

4. ¿Hay elementos que se repiten, por qué?

5. ¿Cuál crees que sea el resultado a la pregunta “¿De cuántas maneras pueden ingresar en fila al nuevo colegio 9 estudiantes: 4 de séptimo, 3 de octavo y 2 de noveno?”, tiene sentido y coherencia?

6. El total de estudiantes n , corresponde a 9; con la operación $9!$ ($9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$) se podrían encontrar los casos posibles, justifica.

PREPARA SABER (selecciona la respuesta correcta)



La cantidad de formas de arreglar 3 focos rojos, 4 amarillos y 2 azules en una serie de navideñas con 9 portalámparas es:



A. 24, porque es el producto de $3 \times 4 \times 2$, principio de multiplicación

B. 9, porque es el resultado de $3 + 4 + 2$, principio aditivo

C. 1260, porque es una permutación con repetición

D. Ninguna de las anteriores

INTEGRANTES:



LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 5

SITUACIÓN A RESOLVER: ¿De cuántas formas Ana y sus cuatro amigas: Laura, Sofía, Valentina y Mariana pueden sentarse en una de las mesas redondas de cinco puestos del nuevo comedor escolar?

Para el docente : En la quinta semana se espera abordar la permutación circular mediante la actividad propuesta “acampando” y el empleo de una APP para Smartphone con el sistema operativo Android para responder la pregunta orientadora

Analizar la situación individualmente, buscar la respuesta empleando diversos métodos, estrategias o procesos para luego debatirlas en grupos de tres y posteriormente socializar al grupo en general

Objetivo: Identificar las propiedades, características de las permutaciones circular y las diferencias con la permutación ordinaria y permutación con repetición

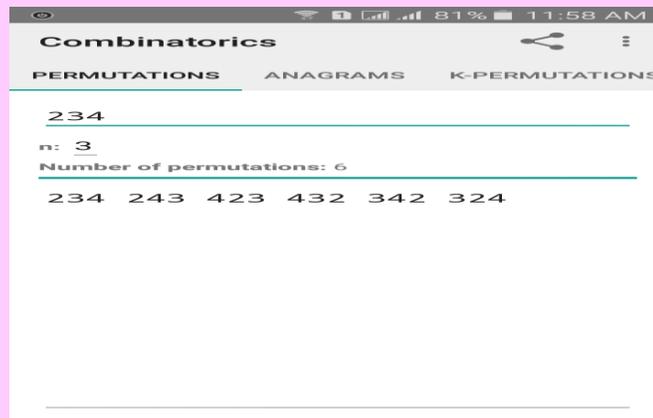
Palabras clave: Permutación circular

Para el estudiante : solucionar la guía de actividades # 5 y entregar al finalizar la clase

Exploración S5 (Indagación): 15 minutos

Un puesto de helados en la playa tiene forma circular con atención por los cuatro lados, si cuatro amigos desean comprar una paleta a la vez, ¿de cuántas maneras los puede atender?

1. Emplear el círculo para simular el puesto de helados y cuatro cartas de póker para simular los cuatro amigos para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. Escribe las posibilidades.
2. Al colocar fijo uno de los cuatro amigos (se toma como referencia y no cambia de lugar) y permutar los otros tres amigos, podemos emplear la APP “Combinatorics Mathematics” para realizar el proceso obteniendo la siguiente captura de pantalla:



Práctica S5 (Abordar actividad: Banquete de bodas): 25 minutos

Analizar la siguiente situación:

En el banquete que sigue a una boda se sientan en la mesa principal siete personas, incluidos los novios. a)¿de cuántas formas distintas se pueden sentar a la mesa? y b) si los novios quieren estar juntos ¿ cuántas distribuciones diferentes se darán?



1. Utilizar dos cartas de naipes Español simulando los novios y cinco cartas de Póker simulando los cinco acompañantes para visualizar mejor las situaciones e intentar dar respuesta a la pregunta. Escribir las opciones.

INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

A una reunión de rectores, asistieron 12, de las mejores instituciones a nivel académico del municipio de Itagüí, por supuesto nuestra rectora María Eugenia fue invitada.

Para las niñas de tercero trabajar con 4 rectores.

- A la hora de tomar una foto conmemorativa se ubican en fila. ¿De cuántas formas distintas pudieron ubicarse?.
- A la hora de almorzar se sentaron en una mesa circular. ¿De cuántas formas distintas pudieron ubicarse?.

(Proponer la situación y preguntar: ¿la respuesta será igual en ambas situaciones?, ¿en cuál se darán más posibilidades?, ¿cuáles son las diferencias? ¿qué estrategia utilizamos para solucionarlas?)

(R/ son 12 personas diferentes y todas se ubican para la foto, entonces es una permutación lineal sin repetición $12! = 479.001.600$ y la segunda situación también es un permutación pero por su ubicación es circular, por lo que la respuesta será: $(12 - 1)! = 39.916.800$)

Para tercero. son $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ y la segunda situación $(4 - 1)! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Validación S5 (Abordar pregunta orientadora)(20 minutos)

¿De cuántas formas Ana y sus cuatro amigas: Laura, Sofía, Valentina y Mariana pueden sentarse en una de las mesas redondas de cinco puestos del nuevo comedor escolar?)

1. Hacer un dibujo sobre la situación planteada en esta quinta semana, tabular la información e intentar solucionar la pregunta problematizadora con los recursos disponibles.
2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.
3. ¿Cuál es la clave para identificar una permutación circular?
4. Plantea y resuelve una situación con esta técnica.





“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.

GUIA DE ACTIVIDADES # 5

Grado: _____ Fecha: _____



EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Un puesto de helados en la playa tiene forma circular con atención por los cuatro lados, si cuatro amigos desean comprar una paleta a la vez, ¿de cuántas maneras los puede atender?

1. Emplear el círculo para simular el puesto de helados y cuatro cartas de póker para simular los cuatro amigos y así visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta. Escribe las posibilidades _____

2. Al colocar fijo uno de los cuatro amigos (se toma como referencia y no cambia de lugar) y permutar los otros tres amigos, podemos emplear la APP “Combinatorics Mathematics”. Cuantas y cuáles posibilidades muestra la aplicación _____



PRÁCTICA: 25 MINUTOS

Analizar la siguiente situación: En el banquete que sigue a una boda se sientan en la mesa principal siete personas, incluidos los novios

1. Utilizar dos cartas de naipes Español simulando los novios y cinco cartas de Póker simulando los cinco acompañantes para visualizar mejor las situaciones e intentar dar respuesta a las pregunta. Escribir las opciones.



1. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar a _____ la mesa?

2. Si los novios quieren estar juntos ¿cuántas distribuciones diferentes se darán? _____



INTERVENCIÓN DOCENTE

VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)

¿De cuántas formas Ana y sus cuatro amigas: Laura, Sofía, Valentina y Mariana pueden sentarse en una de las mesas redondas de cinco puestos del nuevo comedor escolar?)

1. Hacer un dibujo sobre la situación planteada en esta quinta semana, tabular la información e intentar solucionar la pregunta problematizadora con los recursos disponibles.



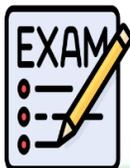
Tabulación: _____

2. Muestra el proceso matemático que utilizaste.

3. ¿Cuál es la clave para identificar una permutación circular? _____

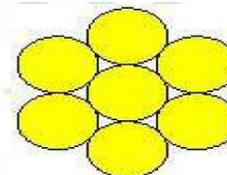
4. Plantea y resuelve una situación donde se aplique la técnica de permutación circular _____

PREPARA SABER (selecciona la respuesta correcta)



¿De cuántas maneras distintas podemos ubicar las cifras del 1 al 7 en la figura siguiente?

- A. $7!$, porque son siete cifras.
- B. $6!$ porque la del centro no se cuenta
- C. $7 \times 5!$, 7 de las posibilidades del centro y $5!$ De las circulares.
- D. $7 \times 6!$, 7 de las posibilidades del centro y $6!$ De las circulares.



INTEGRANTES:



LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ

SEMANA 6

SITUACIÓN A RESOLVER: ¿DE CUÁNTAS FORMAS SE PUEDEN COLOCAR LOS 10 GRUPOS DE LA EDUCACIÓN MEDIA EN UN PISO NUEVO CON CAPACIDAD PARA 6 GRUPOS?

Para el docente : Para la última semana se abordará las combinaciones ordinarias o sin repetición (como complemento las combinaciones con repetición) mediante la actividad propuesta “saludo de amigos” e intentar desarrollar la pregunta mediante diversos métodos incluyendo la APP “Combinatorics Mathematics”

Analizar la situación individualmente, buscar la respuesta empleando diversos métodos, estrategias o procesos para luego debatirlas en grupos de tres y posteriormente socializar al grupo en general.

Objetivo: Identificar las propiedades, características de las combinaciones sin repetición y con repetición.

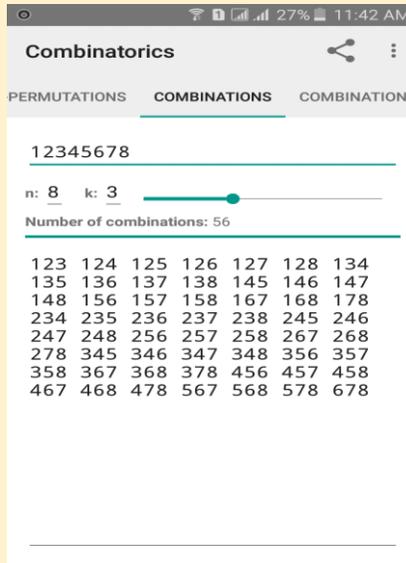
Palabras clave: Combinaciones sin y con repetición.

Para el estudiante : solucionar la guía de actividades # 6 y entregar al finalizar la clase.

Exploración S6 (Indagación): 15 minutos

Para la celebración del amor y la amistad cada grupo decidió pedir pizza para hacer un compartir, se deben organizar en equipos de 8. Samantha es la líder de su equipo y quiere comprar una pizza de tres ingredientes, si el establecimiento le ofrece ocho ingredientes (tomate, pepperoni, salami, cabano, piña, champiñones, jamón y pollo) y ella elige todos distintos.

1. ¿Cuántas posibilidades tiene para armar la pizza de tres ingredientes?
2. Ella quiere llevar una pizza vegetariana porque una de sus amigas lo es, así que: ¿de cuántas formas diferentes se pueden seleccionar tres ingredientes si el cliente es vegetariano?
3. También quiere llevar una pizza combinada de dos vegetales y dos carnes, ¿cuántas maneras tiene para escoger dicha pizza?
4. Emplear la cartulina redonda para simular la base de la pizza y ocho cartas de póker para simular los ocho ingredientes para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta.
5. Emplear la APP “Combinatorics Mathematics” para realizar el proceso al colocar del 1 al 8 los ingredientes que le ofrecen al cliente y se obtiene la siguiente captura de pantalla:

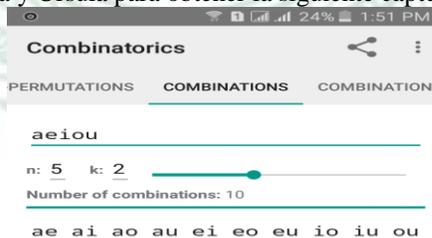


Práctica S6 (Abordar actividad: Saludo de amigos): 25 minutos

Analizar la siguiente situación:

En el primer trabajo en el nuevo salón de Ana, se reúnen cinco estudiantes para trabajar en grupo e intercambian saludos; cada una solo saluda una vez a las otras.

1. ¿cuántos estrechamientos de mano hubo?
2. ¿si Elsa y Olga se retiran del grupo, ¿cuántos estrechamientos de manos pueden haber?
3. Si Ana saluda dos veces a Olga y a Ursula ¿cuántos estrechamientos de manos hubo, si las demás saludaron de a una vez?
4. Podemos emplear la APP “Combinatorics Mathematics” y asignar las iniciales de las estudiantes suponiendo los nombre de: Ana, Elsa, Inés, Olga y Úrsula para obtener la siguiente captura de pantalla:



INTERVENCIÓN DOCENTE (socializa algunas respuestas, conceptualiza y ejemplifica las palabras clave)

Para controlar la salida de los estudiantes del aula cada profesor maneja diferentes fichos, numerados con tres cifras, Si las cifras son pares es autorización para ir al baño y si son impares es para ir a al tienda. ¿cuántos fichos tiene el profesor de cada denominación? ¿de cuáles tiene más cantidad, si el cero es considerado como neutro?

(R/ son 5 números impares, entonces sería una combinación de 5 en 3 = 10, y pares sin considerar el 0 serian 4, una

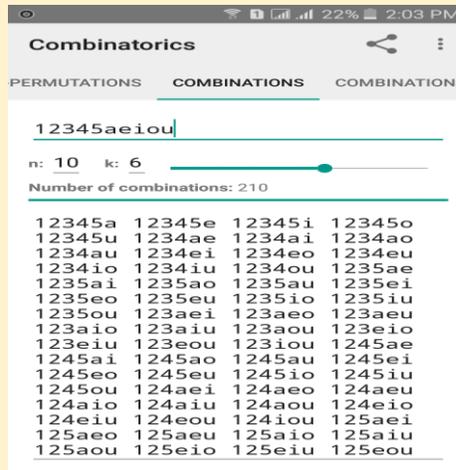


combinación de 4 en 3 = 4), insistir en que solo se utilizan algunos elementos y no importa el orden, es decir que 135 es la misma combinación que 351, 531, 153...

Validación S6 (Abordar pregunta orientadora:

¿De cuántas formas se pueden colocar los 10 grupos de la educación media en un piso nuevo con capacidad para 6 grupos?): 20 minutos

Los estudiantes pueden emplear el recurso APP “Combinatorics Mathematics” para dar respuesta a la pregunta planteada asignando los números del uno al cinco para los décimos y las vocales para los undécimos obteniendo la captura de pantalla:



1. Muestra el proceso matemático para resolver la situación.
2. ¿Se obtiene más elementos con una combinación o con una permutación?, Justifica.
3. Menciona diferencias entre las dos técnicas de conteo permutación y combinación.

Complemento semana 6: CS6 (combinación con repetición):

Puede ocurrir el caso que en las combinaciones se pueden repetir elementos, por ejemplo: Ana se acerca a la nueva heladería del colegio y ofrecen cinco sabores diferentes (fresa, uva, nata, ron con pasas y brownie), ¿de cuántas formas puede pedir un cono de helado con “dos bolas” diferentes o iguales?

La APP “Combinatorics Mathematics” tiene la función para estos caso de combinación con repetición:





Combinatorics

COMBINATIONS WITH REPETITIONS

12345

n: 5 k: 2

Number of combinations with repetitions: 15

11 12 13 14 15 22 23 24 25 33
34 35 44 45 55



“LA COMBINATORIA APLICADA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ”.



GUIA DE ACTIVIDADES 6

Grado: _____ Fecha: _____



EXPLORACIÓN: 15 MINUTOS

Para la celebración del amor y la amistad cada grupo decidió pedir pizza para hacer un compartir, se deben organizar en equipos de 8. Samanta es la líder de su equipo y quiere comprar una pizza de tres ingredientes, si el establecimiento le ofrece ocho ingredientes (tomate, pepperoni, salami, cabano, piña, champiñones, jamón y pollo) y ella elige todos distintos.



Grados 3, 7, 9 y 11

1. ¿cuántas posibilidades tiene para armar la pizza de tres ingredientes? _____
2. Ella quiere llevar una pizza vegetariana porque una de sus amigas lo es, así que: ¿de cuántas formas diferentes se pueden seleccionar tres ingredientes si el cliente es vegetariano? _____
3. También quiere llevar una pizza combinada de dos vegetales y dos carnes, ¿cuántas maneras tiene para escoger dicha pizza? _____
4. Emplear la cartulina redonda para simular la base de la pizza y ocho cartas de póker para simular los ocho ingredientes para visualizar mejor el problema e intentar dar respuesta a la pregunta.

Grados 7, 9 y 11

5. Emplear la APP “Combinatorics Mathematics” para realizar el proceso al colocar del 1 al 8 los ingredientes que le ofrecen al cliente y se obtiene la siguiente captura de pantalla:



PRÁCTICA: 25 MINUTOS



En el primer trabajo en el nuevo salón de Ana, se reúnen cinco estudiantes (Ana, Elsa, Inés, Olga y Úrsula) para trabajar en grupo e intercambian saludos; cada una solo saluda una vez a las otras.

1. ¿cuántos estrechamientos de mano hubo? _____
2. si al equipo de Ana se une la docente, ¿cuántos estrechamientos de manos pueden haber? _____
3. si Elsa y Olga se retiran del grupo, ¿cuántos estrechamientos de manos pueden haber? _____
4. Podemos emplear la APP “Combinatorics Mathematics” y asignar las iniciales de las estudiantes suponiendo los nombres de: Ana, Elsa, Inés, Olga y Úrsula para obtener la siguiente captura de pantalla:



INTINERVENCIÓN DOCENTE

VALIDACIÓN: 20 MINUTOS (abordar la situación de la semana)

1. ¿De cuántas formas se pueden colocar los 10 grupos de la educación media en un piso nuevo con capacidad para 6 grupos?
2. Los estudiantes pueden emplear el recurso APP “Combinatorics Mathematics” para dar respuesta a la pregunta planteada asignando los números del uno al cinco para los décimos y las vocales para los undécimos obteniendo la captura de pantalla:



3. Muestra el proceso matemático para resolver la situación



4. ¿Se obtiene más elementos con una combinación o con una permutación?, Justifica. _____

5. Menciona diferencias entre las dos técnicas de conteo permutación y combinación _____



PREPARA SABER

¿De cuántas formas pueden mezclarse los siete colores del arco iris tomándose de tres en tres?

- A. de 21 formas, ya que se resuelve 7×3
- B. $7!$ pues son siete colores, $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
- C. es una combinación con repetición
- D. es una combinación sin repetición



INTEGRANTES:



ANEXO 2. Complemento Preguntas para profundizar

Las siguientes preguntas fueron de ayuda para el docente que acompañó el trabajo en la secuencia didáctica, en donde a partir de las preguntas que hemos llamado “**Preguntas para profundizar**” el docente pudo indagar mucho más en sus estudiantes acerca del concepto de combinatoria e integrar de esta manera con otras situaciones cotidianas del contexto escolar.

En caso tal que el docente hubiera querido diseñar nuevas actividades individuales o colectivas o motivar la participación y ampliación de los conocimientos para los estudiantes con una visión inquisitiva, se propusieron unas preguntas (también pueden servir como aporte para futuros proyectos):

1. Suponiendo que se construirán cinco bloques y que cada bloque se caracteriza por un color diferente, ¿de cuántas formas se pueden distinguir los bloques?
2. Ana y sus cuatro amigas ingresan a los nuevos baños y hay tres disponibles, ¿de cuántas formas se pueden utilizar?
3. Suponiendo que se construirán 5 bloques en línea y que la sala de profesores y el comedor deben estar en bloques diferentes, ¿de cuántas maneras se pueden organizar para que no queden en bloques contiguos?
4. El primer día de clases, la profesora de la última hora necesita organizar el aseo y Ana y sus cuatro amigas se ofrecen de voluntarias, ¿de cuántas maneras la profesora puede organizar el aseo si las funciones son: organizar las sillas, barrer, trapear, llevar la basura y el reciclaje al respectivo acopio?
5. Nuestra nueva planta física implicaría la implementación de la jornada única con 8 clases diarias; si en un día en particular, Ana tiene aritmética, estadística y geometría, ¿de cuántas formas se pueden organizar las tres asignaturas juntas?
6. En la primera clase del nuevo salón, los 22 alumnos quieren sentarse en los cinco asientos de la primera fila, ¿de cuántas formas puede asignar el profesor esos asientos?
7. En el primer examen de aritmética que tiene Ana en el nuevo colegio, tiene que elegir ocho ejercicios de los diez que ha puesto el profesor, ¿cuántas posibilidades de elección tiene?
8. Suponiendo que al nuevo colegio se puede acceder y salir por cuatro puertas diferentes, ¿de cuántas maneras Ana puede acceder y salir del mismo?
9. Ana y sus cuatro amigas son las encargadas para decorar el nuevo salón y disponen de cuatro colores de cartulina. Deben hacer: horario de clase, horario de tareas, asignaciones de aseo y cumpleaños, ¿de cuántas formas las pueden hacer?



10. El nuevo salón de Ana hay cinco filas con siete sillas cada una y el grupo está conformado por 33 estudiantes, ¿de cuántas formas pueden colocarse las dos sillas desocupadas?
11. El nuevo salón de Ana hay cinco filas con siete sillas cada una y el grupo está conformado por 35 estudiantes, ¿de cuántas formas se puede sentar Ana para que siempre tenga compañeras alrededor?
12. El nuevo salón de Ana está dotado con seis sillas para personas zurdas y el grupo cuenta con diez estudiantes con esta característica, ¿de cuántas maneras se pueden distribuir las seis sillas entre las diez estudiantes?
13. El profesor de la primer clase en el nuevo salón de Ana asigna grupos de cinco para desarrollar un taller, ¿de cuántas formas se pueden organizar los grupos si en el salón hay 35 estudiantes?
14. El nuevo salón de Ana cuenta con tres tomas dobles, ¿de cuántas maneras Ana y su mejor amiga pueden cargar los celulares si todos los tomas están disponibles?
15. Ana y sus cuatro amigas se quieren tomar una selfie en la entrada del nuevo colegio, ¿de cuántas maneras se pueden ubicar para la foto si están en posición lineal?
16. ¿De cuántas formas se pueden organizar los 48 grupos en una jornada escolar de ocho horas en la nueva biblioteca si todas las horas deben ocuparse y sin que ningún grupo repita la estadía?
17. Si el nuevo colegio tuviera dos canchas, ¿de cuántas formas se pueden organizar los 48 grupos en las dos primeras horas de clase sin que ningún grupo repita la estadía?
18. Cinco profesores cuentan con vehículo y hay ocho nuevos parqueaderos, ¿de cuántas formas se pueden organizar?
19. Cinco profesores cuentan con vehículo y hay un solo ingreso-salida vehicular, ¿de cuántas formas un profesor que posea vehículo puede ingresar y salir del nuevo colegio?
20. Suponiendo que el nuevo colegio contará con seis celadores, dos por cada turno; ¿de cuántas formas pueden formar las parejas en los tres turnos del día?



ANEXO 3. Mapa Mental de la Secuencia Didáctica

A partir de la tercera semana de la secuencia didáctica, se recomendó que los estudiantes mediante deducciones y concertaciones en grupo, llenaran el siguiente cuadro al finalizar cada semana, que les permitió caracterizar y diferenciar las técnicas abordadas.

	Permutación ordinaria o sin repetición (semana 3)	Permutación tomando algunos elementos (complemento semana 3)	Permutación con repetición (semana 4)	Permutación circular (semana 5)	Combinación ordinaria o sin repetición (semana 6)	Combinación con repetición (complemento semana 6)
Entran todos los elemento						
Importa el orden						
Se repiten los elementos						
Expresión						
Función en la APP "Combinatorics Mathematics"						

En las tres filas se coloca SI o NO, en la cuarta fila se colocará la expresión propia de cada concepto (excepto para los terceros) y en la quinta el empleo de Smartphone.

Si los estudiantes realizaban unas correctas deducciones para cada semana, la tabla debió quedar de la siguiente forma:



	Permutación ordinaria o sin repetición (semana 3)	Permutación tomando algunos elementos (complemento semana 3)	Permutación con repetición (semana 4)	Permutación circular (semana 5)	Combinación ordinaria o sin repetición (semana 6)	Combinación con repetición (complemento semana 6)
Entran todos los elemento	si	no	si	si	no	no
Importa el orden	si	si	si	si	no	no
Se repiten los elementos	no	no	si	no	no	si
Expresión	$P_n = n!$	$V_n^r = V_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$	$PR_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}$	$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$	$C_n^r = C_{n,r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$	$CR_n^r = CR_{n,r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$
Función en la APP "Combinatorics Mathematics"						



ANEXO 4. Autorización de estudiantes participantes en el proyecto

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ
 Aprobado por resolución municipal 461 de 25 de febrero de 2009
 NIT. 81039369-3 TRANE. 105360000053
 "VIVIMOS LA EXCELENCIA EDUCATIVA"

AUTORIZACIÓN DE ESTUDIANTES PARTICIPANTES EN EL PROYECTO
 Itagüí, Septiembre 21 2017

Familia cordial saludo

En las clases de matemática en las cuales participa su hija, se estará desarrollando un proyecto de Maestría en profundización de la Universidad de Antioquia denominado LA SECUENCIA DIDÁCTICA COMO UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA PROPICIAR EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA EN EL CONTEXTO ESCOLAR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE ITAGÜÍ. El objetivo de este proyecto es Propiciar el aprendizaje del concepto de combinatoria en el contexto escolar de la institución educativa San José del municipio de Itagüí, a partir de una estrategia metodológica como la secuencia didáctica.

Queremos de manera formal, solicitar la autorización para que la estudiante [redacted] del grado 4º forme parte de la investigación como participante, aclarando que su nombre no será revelado en el informe final. Esta autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hija en forma de grabaciones, entrevistas, fotos, videos, guía de trabajo en clase, entre otras.

Agradecemos su atención y colaboración

 María Eugenia Mira Rectora	 Natalia Múnera Escobar Asesora	 Soraya Isabel García Asesora
 Claudia Patricia Cardona H. Docente	 Luz Marleny Giraldo M. Docente	 John Eidelver López M. Docente
		 Luis Ernesto Martínez L. Docente

Autorizamos la participación de mi (nuestro) hijo (a) en el proyecto de investigación antes mencionado.

 Firma del padre	 Firma de la madre	[redacted] Firma del estudiante
---------------------	-----------------------	------------------------------------



ANEXO 5. Glosario de Apoyo Para el Docente de Conceptos de Combinatoria

GLOSARIO DE APOYO PARA EL DOCENTE	
SEMANA 1	<p>Evento: Un evento es un subconjunto del espacio muestral de un experimento aleatorio, normalmente se denotan con las letras mayúsculas A, B, C...</p> <p>Evento seguro: es aquel que tiene todos los posibles resultados. Por ejemplo al tirar un dado obtener una puntuación que sea menor que 7.</p> <p>Evento imposible: es aquel que no tiene un posible resultado. Por ejemplo al tirar un dado obtener una puntuación igual a 7.</p> <p>Principio aditivo: si un suceso A puede ocurrir de n maneras y otro suceso B puede ocurrir de m maneras, entonces el suceso A o el B (sucede el evento A o sucede el evento B) puede ocurrir de n + m formas, siempre y cuando los eventos no puedan suceder simultáneamente. Es decir aquí ocurre n o ocurre m. Cuando se use el “o” y la actividad a desarrollar tenga alternativas para ser llevada a cabo, entonces hay que utilizar el principio aditivo.</p>
SEMANA 2	<p>Principio Multiplicativo: si un suceso A puede ocurrir de n maneras y otro suceso B puede ocurrir de m maneras, entonces el suceso A y B (sucede el evento A y sucede el evento B) puede ocurrir de n x m formas. Se aplica para determinar el número de variaciones que puede darse al realizar combinaciones entre <u>diferentes objetos</u>. Cuando se trata de una sola actividad la cual requiere de una serie de pasos.</p>
SEMANA 3	<p>Permutación ordinaria o sin repetición: Se llaman permutaciones ordinarias o sin repetición de n elementos, denotaremos $n!$, a los distintos grupos que se pueden formar, de tal manera que en cada grupo <u>entren los n elementos</u> (todos) y que un grupo se diferencie de los demás en el <u>orden de colocación</u> de los elementos. Además se tiene que: $n! = n \times (n-1)!$. Este producto se denota por $n!$, que se lee: “n factorial”. Se define, Factorial de un número y corresponde al producto que se obtiene de multiplicar los números enteros desde el número indicado hasta el 1.</p> <p>Ejemplo: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$, $7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$</p> <p>Ahora supongamos que no se toma el total de elementos n disponibles en el conjunto, sino que se toma de a r a la vez, de a dos, de a tres, etc, permutaciones de n en r. ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ Corresponde a calcular el número de permutaciones de n elementos tomados de a r, de n en r.</p>
SEMANA 4	<p>Permutación con repetición: (o con elementos iguales) . Cuando se quiere ordenar n elementos entre los que hay objetos idénticos entre sí, algunos resultados estarán repetidos un cierto número de veces. Para conocer el número de posibilidades , se calcula la permutación del total de elementos (n) y se divide por la permutación de los elementos que se encuentran repetidos $n_1, n_2, \dots, n_k - 1, n_k$, de tal forma que cada una de ellas <u>se diferencie de las demás en el orden de colocación de sus elementos</u>, excluyendo las reordenaciones de elementos indistinguibles (esto es, que pertenecen a un mismo grupo)</p>



	<p>Si se denota por $PR_n^{a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k}$ a este número, se tiene</p> $PR_n^{a_1, a_2, \dots, a_{k-1}, a_k} = \frac{n!}{a_1! \cdot a_2! \cdot \dots \cdot a_{k-1}! \cdot a_k!}$
<p>SEMANA 5</p>	<p>Permutación circular: son permutaciones cíclicas de n elementos distintos todas las agrupaciones de esos n elementos, dispuestos en forma circular, sin que alguno falte o se repita. Se trata de ordenar n elementos diferentes a lo largo de una circunferencia, lo cual es igual a $n! = (n - 1)!$</p> <p>Si no importa el sentido en que se dispongan los elementos (horario o antihorario), es: $n! = \frac{(n - 1)!}{2}$</p>
<p>SEMANA 6</p>	<p>Combinaciones ordinarias o sin repetición: son los grupos que se pueden formar con varios elementos tomándolos uno a uno, dos a dos, tres a tres, etc; de modo que dos grupos que tengan el mismo número de elementos de diferencien por lo menos en un elemento; es decir sin que importe el orden en que se disponen. (ab y ba) son una misma combinación, pero dos permutaciones distintas) Para calcular las combinaciones de n elementos en grupos de r, comenzamos por escribir una fracción cuyo numerador es n y con denominador r. la siguiente fracción tendrá numerador n-1 y denominador r-1 y continuaremos con el mismo procedimiento hasta que se llegue a una fracción con numerador 1. estas fracciones se multiplican.</p> ${}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ <p>Combinaciones con repetición : Son combinaciones con repetición todas las agrupaciones de r elementos, dispuestos linealmente que se pueden formar a partir de n elementos distintos, donde cada uno de los elementos puede formar parte de la agrupación, tantas veces como sea posible y sin importar el orden de ellos. Igual que las combinaciones, pero admitiendo elementos repetidos. Combinación de n elementos tomados de a r.</p> $CR_n^r = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$ <p style="text-align: center;">PAUTAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si en cada agrupación figuran <u>solo algunos</u> de los elementos disponibles, importando el orden de colocación de estos, entonces es un problema de permutaciones de n en r. • Si en cada agrupación figuran <u>todos</u> los elementos disponibles, importando su orden de colocación, entonces se trata de un problema de permutaciones de n en n. • Si en cada agrupación figuran <u>solo algunos</u> de los elementos disponibles, sin importar el orden de colocación de estos, entonces es un problema de combinaciones.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3