



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA CON ESTUDIANTES DE
SEXTO GRADO EN EL MARCO DE UNA EXPERIENCIA DE REFLEXIÓN DOCENTE
DESDE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN EN EL CONTEXTO DE LA
HUERTA ESCOLAR

TRABAJO PRESENTADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN
EDUCACIÓN

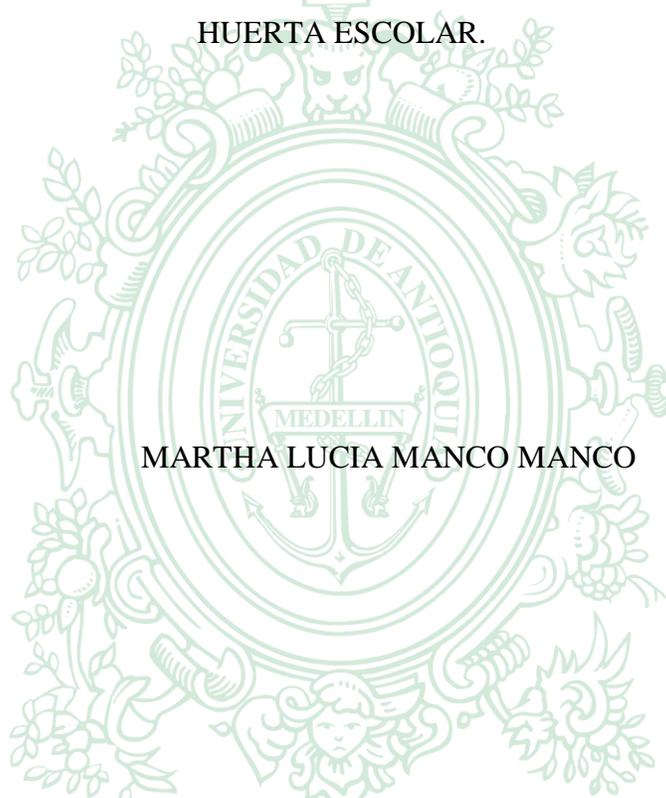
MARTHA LUCIA MANCO MANCO

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

DIRECTORA DE TRABAJO DE GRADO

ASTRID ELENA CANO ZAPATA

LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA CON ESTUDIANTES DE
SEXTO GRADO EN EL MARCO DE UNA EXPERIENCIA DE REFLEXIÓN DOCENTE
DESDE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN EN EL CONTEXTO DE LA
HUERTA ESCOLAR.



MARTHA LUCIA MANCO MANCO

UNIVERSIDAD
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA
DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
MEDELLÍN

2018



Mis hijas, Kely, Andrea y Karen, quienes son el motor que me impulsa a seguir siempre adelante a pesar de las adversidades.

1 8 0 3

Mis padres Carmen y Alfonso, de ustedes aprendí que la humildad y la perseverancia son los caminos que guían al éxito.

Agradecimientos

Quiero agradecer este logro, primero que todo a Dios, por su misericordia, por guiarme siempre en el camino y no permitir que desfallezca en los momentos más difíciles.

Al Ministerio de Educación Nacional, por brindarme esta oportunidad tan grande de hacer la maestría en educación profundización matemática por medio de sus becas.

A la Universidad de Antioquia y sus maestros por transmitir grandes conocimientos.

A mi asesora Astrid Elena Cano, gran maestra, orientadora, de quien aprendí muchas cosas y sin su apoyo todo hubiese sido más difícil.

Al Rector Álvaro Flórez, por su apoyo, por creer en mí, por escuchar mis propuestas.

A mis compañeros docentes de la INERBA, especialmente a Laura Perea, Fátima Cardona y Dairon Areiza, por su colaboración, sus palabras de ánimo, por hacerme sentir que podía contar con ustedes en todo momento.

A mis estudiantes de la institución, especialmente al grado 6^a, porque con ustedes aprendí que hay formas de enseñar más divertidas, por permitirme investigar, aprender, compartir y hacer del aula de clase un espacio de interacción y armonía.

A mis hijas Kely, Andrea y Karen por su paciencia, por su amor incondicional, por sus palabras y sus abrazos de aliento, por permitir que les quitara el tiempo que les corresponde para entregarlo a mi estudio.

A mis padres Carmen y Alfonso por darme la vida, por enseñarme que para salir adelante se debe luchar y que el estudio es la mejor herencia que se puede brindar a un hijo.

A todas las personas que de una u otra forma han contribuido a este gran logro.

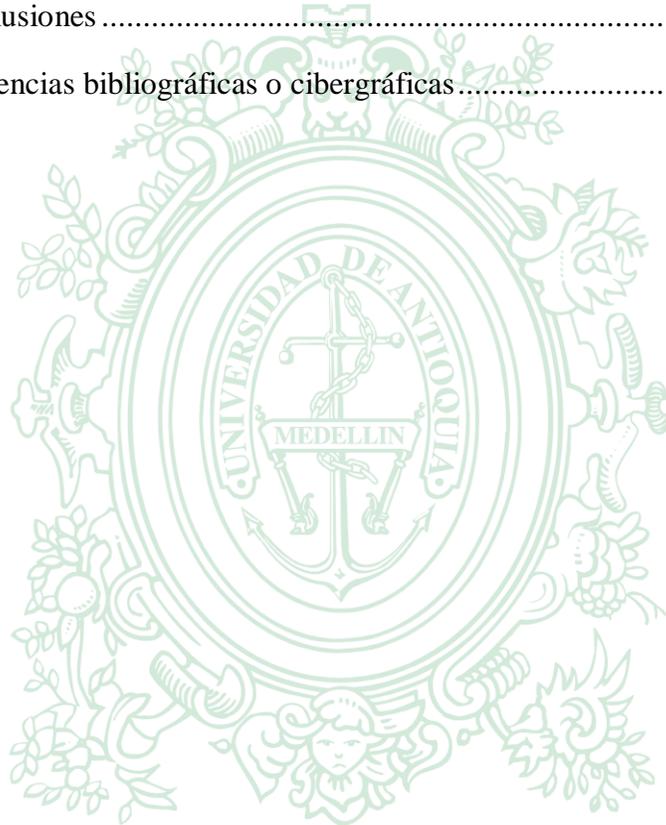
Tabla de contenido

Tabla de contenido.....	v
1. Presentación	14
2. Planteamiento del problema.....	19
3. Justificación	23
4. Objetivos.....	26
4.1 Objetivo general	26
4.2 Objetivos específicos	26
5. Marco teórico. Caminos posibles para la enseñanza de la multiplicación	27
5.1 Antecedentes	27
5.2 Marco conceptual.....	31
6. Marco metodológico. Construyendo el proceso.....	48
6.1 Contextualización	48
6.2 Metodología.....	49
7. Consiguiendo los instrumentos para la producción y registros de datos.....	53
7.1. Estudiantes protagonistas de la investigación	53
7.2. Registros de las notas de campo.....	54
7.3. Videograbaciones y fotografías.....	55
7.4. Registros de las producciones escritas de los estudiantes.....	55
7.5. Entrevistas semi-estructuradas a los estudiantes protagonistas de la investigación. .	56
8. Produciendo el saber desde la práctica.....	57
8.1. La huerta escolar una estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas, a partir de las Investigaciones Matemáticas en el Aula	57
8.2 Análisis de episodios de las clases.....	60



Facultad de Educación

9. Construyendo e interpretando categorías.....	77
10. Análisis de la información	89
10.1 Análisis por categoría.....	89
10.2 Visitas In Situ	98
11. Conclusiones	101
12. Referencias bibliográficas o cibergráficas.....	105



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de ilustraciones

Ilustración 1. Diseñando la huerta escolar. Estudiantes de grado sexto. Autoría propia.

Ilustración 2. Socialización mapa de la huerta escolar. Estudiantes de sexto.

Autoría propia.

Ilustración 3. Institución Educativa Rural Buenos Aires. Fuente: autoría propia

Ilustración 4. . Ubicación geográfica del municipio de Cañasgordas.

Fuente: Imagen tomada de Google Earth.

Ilustración 5. Estudiantes protagonistas de la investigación. Fuente: Autoría propia.

Ilustración 6. Trabajo colaborativo. Planteamiento de conjeturas grado sexto.

Autoría propia.

Ilustración 7. La huerta escolar Bonaerense, recolectando datos. Fuente: autoría propia.

Ilustración 8. La huerta escolar Bonaerense, trabajo colaborativo. Fuente: autoría propia.

Ilustración 9. La huerta escolar Bonaerense, control biológico de plagas y enfermedades.

Fuente: autoría propia.

Ilustración 10. La huerta escolar Bonaerense, identificando suelos, registro de datos.

Fuente: autoría propia.

Ilustración 11. La huerta escolar Bonaerense, diseñando la huerta, midiendo el terreno.

Fuente: autoría propia.

Ilustración 12. ¿Cómo me sueño la huerta? Fuente: autoría propia.

Ilustración 13. Pruebas, argumentos y sustentaciones, áreas y perímetros del terreno.

Equipos de E1 y E2. Autoría propia.

Ilustración 14. Ubicación y orientación de lotes de equipos. Área y perímetro total de la huerta. Fuente: autoría propia

Ilustración 15. Representación del terreno en un mapa a escala 1:100.

Fuente: autoría propia

Ilustración 16. Formulación de conjeturas, preguntas y respuestas. Autoría propia.

Facultad de Educación

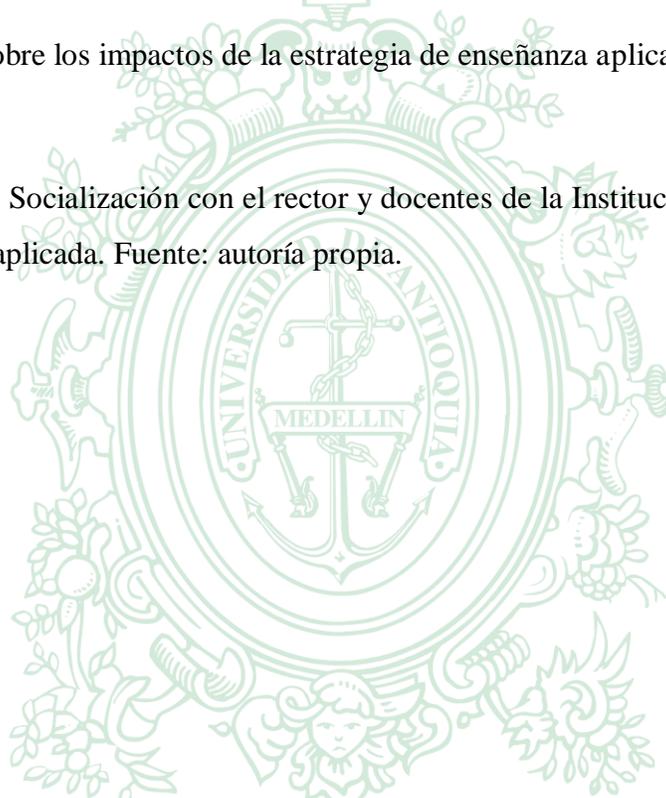
Ilustración 17. Contextualización de la multiplicación de fracciones. Fuente:

Autoría propia

Ilustración 18. Socialización con maestros de la Institución sobre la estrategia de enseñanza aplicada con los estudiantes de grado sexto. Fuente: autoría propia

Ilustración 19. Socialización con padres de familia de los estudiantes de grado sexto de la Institución, sobre los impactos de la estrategia de enseñanza aplicada. Fuente: autoría Propia.

Ilustración 20. Socialización con el rector y docentes de la Institución, sobre la estrategia de enseñanza aplicada. Fuente: autoría propia.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de Tablas

Tabla 1. Episodio de clase. Diseñando nuestra huerta escolar, preparación y división del terreno

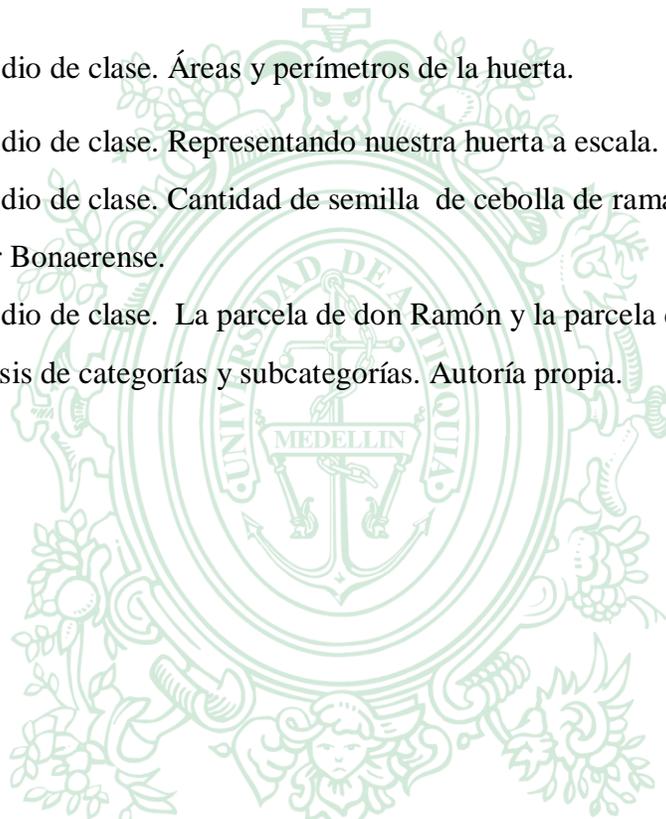
Tabla 2. Episodio de clase. Áreas y perímetros de la huerta.

Tabla 3. Episodio de clase. Representando nuestra huerta a escala.

Tabla 4. Episodio de clase. Cantidad de semilla de cebolla de rama para sembrar en la huerta escolar Bonaerense.

Tabla 5. Episodio de clase. La parcela de don Ramón y la parcela de la señora Anita

Tabla 6. Análisis de categorías y subcategorías. Autoría propia.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

1. Presentación

La presente investigación resalta la importancia que tiene la práctica pedagógica del maestro que enseña matemáticas en la educación básica secundaria, para dar paso a procesos formativos, sólidos, constantes, comprometidos, innovadores dentro de la praxis educativa. Es en este aspecto, donde la investigación cualitativa en educación, cobra sentido, pues sólo desde el repensar las situaciones que se dan al interior de la clase se pueden generar nuevas maneras de concebir, planear, valorar, reflexionar y enseñar.

Esta investigación presenta caminos y perfiles muy claros, con los cuales el maestro, se ve en la obligación de reformular críticamente otras maneras de serlo, contando con las características de un mundo globalizado que se transforma y que al hacerlo implica modificaciones profundas en los procesos de enseñanza. Por ello, el planteamiento básico del presente trabajo muestra que es necesario aprovechar la discusión sobre la práctica reflexiva del maestro para reposicionarlo como sujeto investigador desde la práctica, lo cual requiere de una serie de desplazamientos en la forma de entender su condición, su quehacer y su investigación.

La educación debe convertirse en una oportunidad de progreso personal, colectivo y social. Solo quien es capaz de vivir en interacción con los demás, podrá contribuir al desarrollo integral del país que todos anhelamos.

Con esta investigación se pretende dar respuesta a la pregunta inicialmente formulada: ¿Cómo se desarrolla la práctica reflexiva del maestro apoyada en las investigaciones matemáticas en el aula, a partir de algunas actividades de tipo multiplicativo?

Se analizó la manera en que los estudiantes, a partir del diseño de la huerta, interactuaban con el objeto de conocimiento y cómo se apropiaban de éste.

Esta investigación fue desarrollada en el marco de una metodología cualitativa y centrada en la investigación participante; para la producción conjunta de registros se realizaron grabaciones, diario de campo, fotografías y entrevistas y para el análisis de datos y registros obtenidos se realizó la triangulación de datos, dado que se utilizaron varios métodos e instrumentos para la recolección de la información.



Ilustración 1. Diseñando la huerta escolar. Estudiantes de grado sexto. Autoría propia.

A continuación, se presenta una completa recopilación de las actividades que se han puesto en práctica para abordar la multiplicación a través de diferentes investigaciones significativas para los estudiantes. Concretamente, se estudiaron dos aspectos interrelacionados: diseño de la huerta (áreas, perímetros, concepto de escala, polígonos, sistemas de medidas, diseño de planos) y la comparación de medidas de capacidad para construir el concepto de fracción (representación, equivalencia, suma, resta, multiplicación y división).

Ha sido una experiencia llena de situaciones lógico-matemáticas, en las que los estudiantes han tenido conflictos cognitivos, obstáculos que superar, estrategias que descubrir y conocimientos que construir. Todo ello ha quedado plasmado en los diarios de los estudiantes.

El propósito aquí consiste en darle sentido a las Investigaciones Matemáticas en el Aula presentando la experiencia vivida con los estudiantes del grado 6° la cual se llevó a cabo en la Institución Educativa Rural Buenos Aires.

Esta actividad investigativa posibilitó abordar situaciones que no estaban planteadas desde los planes definidos para el área de matemáticas; pero que emergieron desde los intereses manifiestos de los estudiantes cuando se dedicaban a indagar y cuando realizaban conversatorios entre ellos. Actividades o prácticas, como el diseño de la huerta escolar, diseño de planos, medidas de capacidad, fraccionarios, identificación de polígonos, fueron generadoras de conocimiento y aprendizaje, a través de las cuales los estudiantes desarrollaron la capacidad de interpretación, argumentación, el razonamiento, planteamiento y solución de problemas.

Cada clase, cada encuentro con los estudiantes permitió conocer un poco más sus historias de vida, muchos de ellos tienen múltiples familias, sus padres trabajan fuera del municipio y

algunas madres son cabeza de hogar, otros que viven con sus abuelos porque los padres laboran en la ciudad, a la mayoría de estudiantes les toca madrugar a cumplir con otros quehaceres del hogar como buscar leña, ordeñar, encerrar, arreglar casa e igualmente cuando llegan de estudiar. Esta institución por ser rural alberga estudiantes que distan de sus hogares a dos o tres horas de camino.

Esta investigación ha llevado al enriquecimiento de la práctica docente y al establecimiento de compromisos de mejoramiento, lo que ha redundado en un acercamiento hacia las matemáticas por parte de los estudiantes, de una manera más democrática, autónoma y participativa y el descubrimiento institucional de otras formas para orientar el trabajo en esta área. Esto ha abierto nuevas miradas sobre el conocimiento y la enseñanza, con la posibilidad de que el saber sea construido por los estudiantes. Igualmente el trabajo en el aula ha permitido que se vea desde otras miradas con propuestas teóricas en investigación, en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula.

Esta metodología se fue constituyendo en un punto de partida, del cual surgieron inquietudes y nuevas preguntas, que seguro han venido orientando el trabajo y se han convertido en nuevos aportes para la formación con nuevas perspectivas para enfrentar la labor pedagógica.

Si bien, el abordaje de aspectos como la integración social, el trabajo colaborativo y manejo de conflicto desde la investigación, no era un aspecto típico desde los lineamientos curriculares, con la puesta en práctica de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, los estudiantes lograron niveles más altos de desempeño, dado que los contenidos se fueron dando por las preguntas y las inquietudes que maestra y estudiantes generaban de manera colaborativa, sin preocupación por los límites que definían el plan de área de matemáticas. Por esta vía se podía apreciar el surgimiento de un auténtico uso de conocimientos, sin consideraciones tradicionales de estudiantes de alto o bajo rendimiento.

Con la investigación se llegó a comprender y a usar conocimientos, no desde la perspectiva de los compartimentos diferenciados con los que se etiquetan en la escuela los contenidos, sino como conocimientos integrados en el contexto de los problemas y los asuntos de la vida real.

Al organizar los contenidos en torno a temas personales y sociales de los estudiantes, se recurrió a conocimientos que eran relevantes para ellos: los conocimientos que forman parte de

su vida cotidiana y que se conoce como “saber popular”, también se integraron con los contenidos.

Para la producción conjunta de registros y datos, se utilizó instrumentos tales como registros orales y escritos de los estudiantes en las clases, diario reflexivo de investigación, fotografías, videgrabaciones de las clases y entrevistas semiestructuradas realizadas a los estudiantes. Estos mecanismos posibilitaron una práctica interpretativa y de análisis de la cual emergieron cuatro categorías de análisis, desde las Investigaciones Matemáticas en el Aula (IMA).

La primera categoría fue respecto a Práctica reflexiva, la segunda Relación maestro-saber disciplinar y pedagógico, la tercera Relación maestro- estudiante, la cuarta Relación enseñanza aprendizaje.

Se llevó a cabo el recorrido investigativo en ocho momentos, el primero fue el diseño de la huerta escolar a partir de la cual se pretende enseñar la multiplicación de una manera práctica y desde sus diferentes estructuras, el segundo momento partió de las necesidades de los estudiantes en el primer momento, donde se vio necesario hacer una retroalimentación sobre polígonos, en el tercer momento se planteó una situación en la que los estudiantes aplicaron el concepto de área y perímetro y del cual surgió el cuarto momento que fue el concepto de escala, donde los estudiantes debían dibujar su terreno a escala y hallar el área y perímetro. Para el quinto momento los estudiantes continuaban con el diseño de la huerta para lo cual escogieron las semillas a sembrar teniendo en cuenta varios aspectos como el clima, tipo de suelo, tiempo de cosecha, necesidad de abonos, espacio, exigencias del producto. En el quinto momento los estudiantes vieron medidas de capacidad y conversión de unidades, de modo que se hizo una introducción al concepto de fracciones equivalentes de una manera práctica. En el sexto momento se dio continuidad a los fraccionarios, sumando fracciones equivalentes y graficándolas. En el séptimo momento los estudiantes plantearon situaciones problema donde se aplicaba claramente el concepto de fracción desde su contexto, su realidad y los conocimientos previos y adquiridos durante la investigación. En el octavo momento se realizó la evaluación de la estrategia teniendo en cuenta la conexión de las diferentes temáticas vistas durante el proceso de desarrollo de ésta y como una temática, llevaba a la otra.



Ilustración 2. Socialización mapa de la huerta escolar. Estudiantes de grado sexto. Autoría propia.



Ilustración 3. Institución Educativa Rural Buenos Aires. Fuente: autoría propia

2. Planteamiento del problema

El proceso de investigación se realizó en la Institución Educativa Rural Buenos Aires ubicada en el municipio de Cañasgordas (Antioquia, Colombia). Esta Institución se encuentra ubicada en la vereda Buenos Aires al sur del territorio cañasgordense. Cuenta con 11 sedes veredales, atendiendo aproximadamente a 556 estudiantes. La sede principal con 197 estudiantes ofrece los niveles de básica secundaria, media académica y el programa para jóvenes en extra edad y adultos por CLEI en jornada sabatina, en el cual hay 114 alumnos.

Las familias en su mayoría se encuentran en los estratos socioeconómicos 1 y 2 y sus ingresos provienen del trabajo del padre o madre en el campo. Esta institución alberga en un 90% alumnos de la parte rural, que confluyen de veredas aledañas y se desplazan por caminos de herradura.

Esta característica social en la institución permite inferir que los estudiantes están arraigados a una serie de tradiciones ancestrales sujetas a la cultura campestre antioqueña, la cual se enmarca en una concepción instrumentalista del estudio escolar, donde lo importante de asistir a la escuela es aprender a leer (de manera textual sin incluir la comprensión), escribir (obedeciendo sólo a las necesidades inmediatas) y las operaciones aritméticas básicas (estrategias tradicionales y algorítmicas para sumar, restar, multiplicar, dividir). Aunque vale resaltar que existen excepciones.

Por tanto, los estudiantes de la I. E. R. Buenos Aires no encuentran mayores motivaciones culturales y familiares que les permita identificar la necesidad de asistir a la escuela en pro de su formación integral para la vida, que es lo que profesa la misión institucional: formar personas íntegras capaces de alcanzar su proyecto de vida.

En la misma dirección, vale anotar, tal como se afirma antes, que estudiar o aprender en la escuela las matemáticas tiene un sentido práctico e inmediato: aprender los algoritmos de las operaciones básicas.

Sin embargo, la institución cuenta con un equipo administrativo y con 24 docentes que, día a día, trabajan para fortalecerla, propendiendo por alcanzar las metas trazadas en el horizonte

Facultad de Educación

institucional. Esta ha sobresalido en los últimos años por su desempeño en los diferentes proyectos a nivel comunitario y social, donde su carácter incluyente ha fortalecido los diferentes procesos académicos, pedagógicos teniendo en cuenta el cuidado y conservación del ambiente.

A pesar de ello, se evidencia que tales esfuerzos no han sido suficientes para superar la dificultad cultural antes señalada. Los estudiantes manifiestan una constante desmotivación por el estudio de las matemáticas en la escuela. Entonces vale preguntarse por qué a pesar del empeño de los docentes y directivos la situación no mejora e, incluso, tiende a empeorar con el tiempo.

Una primera aproximación a una respuesta sobre esa inquietud consiste en afirmar que la enseñanza de las matemáticas en la institución ha sido y es regida por un enfoque tradicional, en donde el docente es quien define cuáles son los contenidos, los momentos y las maneras de enseñarlos bajo una concepción transmisionista del conocimiento.

El estudiante, aunque es la razón de ser de la enseñanza y de la escuela, es un sujeto pasivo y receptorista, no se le da el derecho de direccionar su proceso de formación en absoluto. Éstos se limitan a la operatividad matemática dentro del aula y no realizan conexiones con su contexto, lo que causa apatía hacia el estudio de la misma, reflejando de esta forma bajos resultados.

En relación con lo anterior, es importante manifestar la experiencia de la docente en el sentido que desde su formación como Licenciada en Educación Rural, adquirió saberes y conocimientos que le permiten construir estrategias para la motivación de los estudiantes por su aprendizaje; aun así, encuentra que éstos no logran un aprendizaje significativo, es decir, se cree que han aprendido, sin embargo, a la hora de poner en práctica lo aprendido no son capaces de hacerlo y hasta parecen olvidarlo muy rápido.

De hecho, se manifiesta que la mayoría de los estudiantes de grado sexto no realizan las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación con números enteros y los racionales y, a pesar de que se trabajan estas operaciones desde la básica primaria y se refuerzan constantemente durante la básica secundaria, llegan a once sin dominarlas completamente. Prueba de ello, han sido los resultados de pruebas externas como el ICFES y SUPERATE, realizadas a los grados séptimo, noveno y once durante los años anteriores.

Lo anterior es una manifestación contundente de que en el grado sexto de la institución Educativa Buenos Aires se presenta una alta desmotivación de los estudiantes por el estudio de las

matemáticas, lo cual ha incidido significativamente en resultados deficientes de las pruebas Saber de los años 2015 y 2016.

Por otro lado autores como Jackson (1992), Coll (1993), Gimeno (1991) manifiestan que las prácticas de enseñanza tradicional tiene una clara incidencia en la desmotivación de los estudiantes hacia el aprendizaje del área de matemáticas, como en otras áreas, lo que debería obligar a pensar al docente de que en muchos casos los problemas de aprendizaje de sus estudiantes no radican en ellos mismos sino en la forma como se les ha enseñado.

Se hace necesario cuestionar si las prácticas de enseñanza han sido acordes con las necesidades de aprendizaje de los estudiantes. Desde el punto de vista de la escuela actual, más que problematizar el aprendizaje de los estudiantes y el acompañamiento que realiza su familia, debería enfocarse en hacerlo con los procesos de enseñanza. Ni el niño ni el joven debe condicionar su actuar conforme a las necesidades de enseñanza del docente. Dentro del trabajo docente uno de los principales objetivos es orientar los procesos de enseñanza conforme las condiciones y necesidades de sus estudiantes.

Esta perspectiva es la que prevalece actualmente desde el punto de vista de teóricos de la pedagogía y la escuela tales como Dewey, Freire, Jackson, entre otros, que se referenciarán más adelante. Los estadistas y políticos, al igual que las directrices del ministerio y de la Secretaría de educación no son ajenas a esas inquietudes y necesidades.

Por todo lo anterior, se hace necesario problematizar, poner en primer plano y enfocar las prácticas de enseñanza de los docentes. Tratar de evidenciar si son acordes o no a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, qué es lo que permite potenciar en éstos y qué no, cuáles estrategias logran mejor esto, cómo deben desarrollarse para lograrlo, cuáles posibles desventajas o dificultades pueden ocasionar al aplicarlas. Ello no quiere decir que hay prácticas malas y buenas. Lo que hay que entender es que las prácticas de enseñanza obedecen a las necesidades del contexto. Hace muchos años, las prácticas actuales lograban éxitos y buenos logros, hoy en día logran desmotivación e, incluso, deserción escolar, en muchos casos. Esta conclusión se hace a partir de la síntesis de múltiples lecturas de documentos como revistas, periódicos, documentos del ministerio, documentales, columnistas, entre otros.

El asunto crucial, entonces, consiste en identificar cuáles prácticas de enseñanza pueden fortalecer de manera más eficaz los procesos de los estudiantes, teniendo en cuenta el contexto

actual, las necesidades básicas o creadas de los estudiantes, su potencial de desarrollo y de construir oportunidades.

Entre las posibilidades que ello implica, el aprendizaje por descubrimiento o por indagación a través de la colaboración entre miembros de un grupo son enfoques que llaman la atención, en el sentido que sí permite potenciar al estudiante de manera más natural que la estrategia transmisionista.

En este sentido, al analizar, entre otras, la estrategia de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, donde el estudiante trabaja desde una perspectiva de investigador matemático a través del planteamiento de conjeturas y el perfeccionamiento de éstas en equipo, que recoge en buena parte las premisas del trabajo por indagación o por descubrimiento y el trabajo colaborativo, lleva a preguntarse: ¿Logran realmente mejorar el aprendizaje de esta área en los estudiantes con los cuáles se desarrolla? ¿Cómo puede el docente transformar sus prácticas de enseñanza y sus interacciones con los estudiantes a través de esta estrategia?

Estas inquietudes permiten identificar que al problematizar la enseñanza a través de las estrategias de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, la pregunta crucial consiste en ¿cómo puede transformarse la enseñanza de las matemáticas a través de esta estrategia?

Sin embargo, sintiendo la necesidad de desarrollar contenidos a través de la estrategia, es decir, de llevar una temática a través de ésta y, con la revisión de los resultados externos e internos de los estudiantes respecto a su desempeño en el área de las matemáticas en el grado sexto, se optó por la enseñanza de la multiplicación ya que, por un lado, los resultados en pruebas externas como internas permiten identificar serias deficiencias en el desempeño de los estudiantes respecto a la multiplicación y, por otro, toda la importancia que cobija el aprendizaje de ésta y su interacción en las diferentes ramas de la matemática como la geometría, la estadística, el cálculo, el álgebra, etc.

El proceso de investigación se enfatizará para tratar de dar respuesta a la pregunta *¿Cómo se desarrolla la práctica reflexiva del maestro apoyada en las investigaciones matemáticas en el aula, a partir de algunas actividades de tipo multiplicativo?*

3. Justificación

Si se comprende que un asunto crucial en la formación matemática de los estudiantes incide en los procesos de enseñanza y que, por tanto, es importante analizar cómo pueden mejorarse las prácticas de enseñanza en esta área, deben identificarse las razones que llevan a pensar que este estudio es necesario e importante realizarlo.

Una de las razones consiste en entender el por qué la enseñanza de las matemáticas es fundamental en la escuela. Ante todo, los fundamentos legales del currículo en las escuelas colombianas, como lo es en muchos países, donde es obligatorio la enseñanza de matemáticas y ésta debe hacer parte del plan de estudios. Esto obedece a una tradición histórica, incluso desde los mismos orígenes de la escuela en la Grecia antigua como en los de la constitución de la escuela moderna. Siempre la aritmética y la lógica (como parte de la Retórica) estuvieron y han estado manifiestas en esos currículos desde sus orígenes. Luego aparece el estudio de la geometría y la medición, luego el álgebra y más tardíamente la estadística. Hoy día, es obligatorio el estudio de todas éstas, incluso con algunos elementos más, tal como lo plantea los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares de Calidad de Matemáticas (MEN 2006): la enseñanza de las matemáticas desde el enfoque sistémico (que debe llevar a que el currículo no se organice por unidades separadas sino de manera integrada e interrelacionada, entre muchos otros aspectos), su división en cinco sistemas (numéricos, geométricos, de medidas, algebraicos y analíticos y el de datos o estadísticos), su aprendizaje reconocido en cinco pensamientos (numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio), el reconocimiento de cinco procesos generales que transversalizan los procesos de enseñanza aprendizaje en el área (la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos).

Pero, a pesar de que la norma exija que las matemáticas deban enseñarse obligatoriamente en la escuela, se presenta una constante inquietud sobre qué es lo que la escuela debe enseñar en el área.

Partiendo de lo que afirma Qualding (1982) “Es una curiosa paradoja que el mundo se esté volviendo un lugar menos matemático al tiempo que se define en términos cada vez más matemáticos” (p. 448). Parece que las personas del mundo actual no necesitan muchas matemáticas

ya que los productos vienen empaquetados en envases cada vez más normalizados, para hacer cualquier cálculo se tiene a la mano una máquina electrónica que lo hace (caja registradora, celular, calculadora, computadora, etc.). Es decir, el mundo de hoy no se los exige. Así que:

Hoy no puede haber ninguna justificación para imponer a los niños en la escuela fastidiosos ejercicios de multiplicaciones y divisiones o cálculos complicados de precios. Lo que importa es saber en cada situación particular la operación que hay que realizar y poder hacer una estimación, aunque sea aproximada, del resultado y, si uno se encuentra con que tiene que efectuar el cálculo, saber cómo utilizar la máquina que lo realizará. (Qualding, 1982, p.448-449)

Sin embargo, la segunda parte de la paradoja indica que “muchos de los progresos del mundo moderno no habrían sido posibles sin las matemáticas” (Qualding, 1982, p.449).

La misma paradoja se convierte en un dilema para la escuela: hacer más asequible las matemáticas prácticas, inmediatas y cercanas en la vida cotidiana para que los niños y jóvenes no sufran o desarrollar procesos donde los estudiantes quieran lograr conocimientos más avanzados en el área.

De todas maneras, no es el propósito aquí definir o controvertir sobre "la importancia de las matemáticas en la enseñanza" o de “las clases de matemáticas” (Qualding, 1982, p.452). Sino dejar claro que es un asunto crucial.

Ahora bien, partiendo de que se asuma que se tiene que enseñar matemáticas en la escuela, por una u otra razón, teniendo en cuenta la importancia de las matemáticas en la escuela, mediante la solución de problemas, el razonamiento y no sólo de manera tradicional de tal forma que se desarrolle aprendizaje para la vida, que el estudiante sea competente en todos los campos.

Pero el desarrollo en los últimos años de la educación de masas en tantos países especialmente a nivel de la enseñanza secundaria plantea nuevos problemas. ¿Es tan evidente que las matemáticas tengan un papel fundamental que desempeñar en la educación de todos los niños?

A nivel de los conocimientos personales, se exige menos de lo que se exigía a los padres y abuelos. Pero, por otro lado, esta nueva orientación ha de reflejarse en las matemáticas que se enseñan en la escuela. No se trata de las matemáticas prácticas, sino de la práctica de las matemáticas: “Para la mayor parte de los alumnos, lo que importa no es desarrollar técnicas (más allá del nivel mínimo vital), sino entender cómo las matemáticas pueden ampliar nuestra capacidad para comprender, controlar y enriquecer el mundo en que vivimos” (Qualding, 1982, p. 449).

Facultad de Educación

¿Cómo traducir estas ideas en la realidad de los programas escolares? En varios países, incluida Gran Bretaña, algunos profesores han venido utilizando cada vez más las tareas prácticas como respuesta a esta pregunta. La finalidad es plantear problemas que estén dentro de la experiencia de los alumnos y que puedan ser abordados racionalmente. Aunque su solución no exija un nivel muy elevado en matemáticas, constituyen una buena ilustración de la práctica de las matemáticas. En este caso la huerta escolar.

Se Considera pertinente la aplicación de la estrategia (Investigaciones Matemáticas en el Aula), ya que se parte del planteamiento de algunas situaciones que tienen relación directa con el contexto, en este caso la huerta escolar, que deben ser desarrolladas en el aula de clase a partir del trabajo colaborativo entre compañeros, donde se genera un ambiente de interacción y en el que los estudiantes construyen la multiplicación desde su cotidianidad, se apropian del conocimiento matemático en la medida en que le dan un sentido a lo que se está aprendiendo.

Por otra parte, se ha concluido después de algunos fracasos al aplicar diferentes estrategias de enseñanza que es necesario repensar la práctica docente, porque no es suficiente con planear una clase pensando en el deseo de llenar a los estudiantes de contenidos basados en una serie de explicaciones de conceptos y resolución de ejercicios, sino de orientarlos en la búsqueda de sus necesidades, motivos, ritmos e intereses de aprendizaje.

Las Investigaciones Matemáticas en el Aula, parten del planteamiento de una situación que lleva al estudiante a generar preguntas al respecto, igualmente lo inducen a la búsqueda de posibles respuestas, a refutarlas, validarlas o cambiarlas, crean alternativas de solución, generan trabajo colaborativo entre los compañeros, motivación y construyen su propio aprendizaje de acuerdo a sus intereses.

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Analizar el desarrollo de la práctica reflexiva del maestro con estudiantes de sexto grado, apoyada en las Investigaciones Matemáticas en el Aula, en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar.

4.2 Objetivos específicos

- Generar alternativas de transformación de la práctica pedagógica del docente desde las Investigaciones Matemáticas en el Aula.
- Analizar el desarrollo de las Investigaciones Matemáticas en el Aula partir de algunas actividades de tipo multiplicativo con estudiantes de sexto grado, en el contexto de la huerta escolar.
- Determinar de qué manera la práctica reflexiva del maestro sobre su quehacer docente contribuye a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde una actitud positiva y de satisfacción de los estudiantes.
- Analizar de qué manera contribuyen las Investigaciones Matemáticas en el Aula a las prácticas de enseñanza de las matemáticas.

5. Marco teórico. Caminos posibles para la enseñanza de la multiplicación

5.1 Antecedentes

Desde los inicios de la escuela, tanto desde la Grecia Antigua como desde la fundamentación de la escuela moderna, las matemáticas han ocupado un lugar privilegiado en la formulación y construcción de los currículos. Tanto, que, generalmente, todo proceso evaluativo, sea en el ámbito mundial regional o institucional, les dan un peso mayoritario. Muy especialmente, la aritmética, ha sido aún mucho más reconocida. Sin embargo, desde hace siglos, la enseñanza de ésta se ha enmarcado sustancialmente en una serie de procedimientos que se fueron construyendo a medida que el uso de las matemáticas se fue ampliando a través de la historia de la humanidad. Aun reconociendo toda esa valía, siempre aparece el problema de su aprendizaje, ya que muy pocas personas logran apropiarse de esos procedimientos.

Pero, asociado a este problema, está el motivo de este trabajo, el de la enseñanza de las matemáticas. Aunque es un problema que estaba implícito desde hace algunos siglos (considerando los trabajos desde Comenio hasta Dewey), prácticamente desde las últimas décadas del siglo XX se vienen desarrollando investigaciones enfocadas en la enseñanza e incluso, en las políticas educativas actuales crece cada vez más la necesidad de fortalecer al maestro y sus prácticas de enseñanza (Radford, 2013).

Por tanto, puede considerarse que la enseñanza de las matemáticas viene fortaleciéndose como un campo del saber en proceso de constitución ya que existen diversas, profusas y significativas investigaciones, publicaciones y encuentros tanto en el ámbito internacional como regional.

En el campo internacional, algunas de las publicaciones de la Editorial Síntesis, tanto para primaria como para secundaria, recoge una buena diversidad de investigaciones y publicaciones y una serie de investigadores (la mayoría de ellos mantienen actualmente sus páginas o blogs para presentar constante literatura relacionada con sus proyectos, además de otras publicaciones impresas): Godino, Batanero, Martínez, Maza, entre otros. Estos estudios enfatizan en la

enseñanza; pero muy especialmente desde los contenidos del área y desde el aprendizaje. Es decir, dan lineamientos y orientaciones para mejorar los procesos de enseñanza de las matemáticas y quizá la mayoría de ellos orientados desde la perspectiva constructivista. De enfoque similar, se encuentra una serie de publicaciones en lengua inglesa (Dickson, Otón, Resnick,...) y en francesa, sobresaliendo el trabajo de Vergnaud. Igualmente hay un sinnúmero de trabajos de muchos otros países y escuela que se direccionan en ese sentido.

Sin embargo, se llega a reconocer que una perspectiva cognitivista de la enseñanza no es suficiente para superar el modelo de enseñanza tradicional. Así surgen propuestas enfocadas desde otras perspectivas. Así, desde comienzos de la década pasada, se viene previendo que el asunto de la enseñanza no es sólo de dar unos lineamientos al maestro sino que hay que considerar también quien es el sujeto de enseñanza, sus motivaciones, sus recursos, sus perspectivas, sus proyecciones.

Es así como aparecen los escritos de Paulo Freire, Phillip Jackson, Shulman, Skovsmose, Arnaus, Contreras, de Tezanos, entre otros. Pero sobresale el de Perrenoud sobre la práctica reflexiva del maestro. Todos estos escritos ponen en evidencia la necesidad de fortalecer la acción del maestro a través de políticas y acciones más eficaces, en el sentido, de que realmente haya transformaciones en la práctica.

Además, parecen tener una constante: superar el modelo tradicional de enseñanza. Lo que lleva a identificar que el modelo tradicional se centra en la enseñanza, o sea, en las necesidades de enseñar del maestro, y no en la necesidad de aprendizaje del estudiante y que por ello los resultados de aprendizaje en el área son desalentadores.

Es así como surgen enfoques de enseñanza basados en el aprendizaje. Autores como Bateman (2009), Finkel (2008), Johnson (2003), fundamentan la enseñanza basada en la indagación y en el trabajo colaborativo. En el 2003 sale a la luz el texto *Investigações Matemáticas na Sala de Aula* (Investigaciones Matemáticas en el Aula) de. Ponte, J. P., Brocardo, J. y Oliveira, H., autores de habla portuguesa, donde se hace manifiesto una serie de experiencias realizadas en clases con estudiantes que aprenden y construyen objetos y relaciones matemáticas a través del análisis de situaciones que se les presentan y donde ellos pueden plantear sus conjeturas iniciales y las van mejorando a medida que interactúan con los demás miembros del grupo, asemejando una comunidad científica de matemáticos.

Facultad de Educación

Para el caso colombiano, antes de la Ley 115 o Ley General de Educación de 1994, los currículos del área de matemáticas eran elaborados por un grupo de “expertos” que construían los contenidos y los métodos de enseñanza y se materializaban en una serie de textos, los cuales llegaban a cada institución educativa y el docente simplemente se dedicaba a desarrollarlos en clase. Era la época de la tecnología educativa donde el maestro era simplemente un operario. Este tipo de políticas se venía cuestionando y, desde la Constitución Política de 1991 se plantea la *libertad de cátedra* y en la Ley 115, se hace un giro en el país dándole libertades de construcción del currículo del plan de estudios y de las áreas obligatorias a la institución y a los docentes. En 1998 se publican, por parte del Ministerio de Educación, los *Lineamientos curriculares del área de Matemáticas*, en donde se plantea la estructura de esta área como un complejo de cinco sistemas (numéricos, de medidas, geométricos, algebraicos y estadísticos) que permiten la construcción del conocimiento matemáticos en el estudiante a través de cinco pensamientos (numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio) donde sistemas y pensamientos se articulan por medio de cinco procesos generales (razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, modelación, ejercitación y comunicación). Desde entonces ha proliferado una gran cantidad de publicaciones, investigaciones y encuentros que permiten reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas en el país.

Sin embargo, respecto a la enseñanza aplicando las Investigaciones Matemáticas en el Aula sólo se hace referencias a dos trabajos de pregrado que orientaron su proyecto investigativo bajo esta metodología: *Las investigaciones matemáticas en el aula: actividad mediadora en el proceso de apropiación del concepto de polígono* (Pérez y Gómez, 2009) y *El proceso de evaluación dentro de las investigaciones matemáticas en el aula* (Cardona, Montoya y Quiceno, 2015). Pero ambos trabajos se enfocan más en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, uno desde la formación en Geometría, y el otro desde la evaluación. No obstante, existen manuscritos presentados por la profesora Cano (2014) para Premios Medellín a la calidad educativa y Premio Compartir, asesora de este proyecto, que plantea como las *Investigaciones Matemáticas en el Aula* permiten, no sólo mejorar los procesos de aprendizaje en el aula, sino que también transforman al maestro.

En cuanto a la huerta escolar, apreciada como el espacio apropiado para crear una relación directa con el entorno a la vez que se convierte en un medio de interacción entre el aprendizaje, la enseñanza y el objeto matemático, se ha encontrado relación en los trabajos de Vanegas (2017),

FAO (2009), Vera (2015), Mancilla (2013), en los cuales estos cuatro trabajos definen que la huerta escolar es un medio que permite a los estudiantes aprender de manera significativa en la medida que consideran la huerta como un laboratorio de interacción a través del cual se permite la manipulación y dar significación a los objetos vistos.

El MEN (2006) propone enseñar no de manera aislada sino creando conexión en las diferentes áreas del conocimiento teniendo en cuenta que el conocimiento no se fragmenta. La huerta escolar permite la transversalización de áreas y es considerada como recurso físico que permite al estudiante conectar los conceptos vistos con la realidad.

Vanegas (2017) en su experiencia educativa tuvo como propósito implementar la huerta escolar como estrategia pedagógica para mejorar el aprendizaje significativo en la medida en que el trabajo colectivo y permanente ha dado como resultado avance en la calidad de vida de las familias. Por su parte La FAO (2009) hace alusión hacia el respeto por el entorno y como desde el hogar y la escuela se puede sembrar este valor en los estudiantes. En la medida en que se enseña a los niños a valorar, respetar, cuidar toda la naturaleza, se fortalecerá en éstos el sentido de pertenencia por cuanto tienen a su alrededor. También habla de la importancia de implementar proyectos que mejoren los terrenos en la escuela, propiciando cada año que el plan de la huerta escolar incluya mejoras en el entorno, con el fin de crear conciencia y orgullo en los estudiantes. Vera (2015) define la huerta escolar como estrategia de enseñanza que permite la construcción de conocimiento a partir de la relación sujeto- objeto de estudio donde se generan experiencias significativas y transformadoras en los estudiantes en la medida que éstos aprenden haciendo. Mancilla (2013) en su investigación, escogió como sitio de trabajo la huerta escolar porque consideró que ésta permitía introducir y enseñar algunos conceptos de las ciencias naturales y a la vez porque se convierte en un proceso social donde los estudiantes interpretan la realidad y la conectan con sus conocimientos previos y experiencias vividas y adquieran la capacidad de tomar decisiones.

Referente a la enseñanza de la multiplicación, se encontraron las referencias de Botero (2006) y Torres (2013). En su propuesta, Botero (2006) infiere que dentro del pensamiento numérico es necesario trabajar a fondo los procesos de conceptualización de las estructuras multiplicativas, por ser éstos el eje fundamental en la adquisición de conceptos como razón, proporcionalidad y función, los cuales están presentes en la vida cotidiana. En su investigación

desarrolló la estrategia de intervención con sus estudiantes en la cual pretendía cualificar los procesos de construcción de la multiplicación a partir de la solución de situaciones problema. Por su parte, Torres (2013) en su investigación tuvo como propósito analizar las formas de acción de los estudiantes al tratar situaciones problemas de tipo multiplicativo, en términos del análisis relacional tipo función, y al mismo tiempo, ver cómo a partir de sus necesidades emerge el conocimiento matemático que ha sido designado para ser enseñado en la escuela, en este caso la multiplicación, mediante un objeto motivo del estudiante y un objeto motivo de conocimiento científico. A partir del planteamiento de situaciones problema que requerían de la multiplicación, ella pudo observar como los estudiantes al resolverlas hicieron uso de diferentes objetos de conocimiento como razón y proporcionalidad.

5.2 Marco conceptual

Este apartado busca reconocer elementos sustanciales que componen la práctica reflexiva del maestro y las posibilidades que las *Investigaciones Matemáticas en el Aula* representan para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica secundaria. Así pues, la mirada comprensiva de estos elementos se convierte en una invitación a continuar en la búsqueda de nuevas significaciones, sentidos y modos de entender la práctica y su relación con la enseñanza.

5.2.1 Las prácticas de enseñanza. La enseñanza en la escuela está relacionada con un proceso que quizá comienza con una intención de alguien (*maduro* o *alguien que tiene un conocimiento*) logre que otra persona particular e identificada (*no maduro* o *alguien que carece de un conocimiento*) aprenda, luego, se realizan acciones para que éste aprenda y mejore su posición y se evalúan las acciones en términos de verificar el otro qué aprendió y qué no aprendió para así hacer cambios en la estrategia y volver a plantear las acciones pertinentes en busca de que el *no maduro* logre aprender. Por tanto, la enseñanza es un proceso cíclico (Dewey, 2010; Shulman 2005). Sin embargo, aunque la enseñanza está emparentada con el aprendizaje, se puede aprender sin actos de enseñanza y se puede enseñar sin que haya aprendizaje.

Facultad de Educación

De hecho, como la enseñanza tradicional se enfoca en el maestro como centro y poder de los procesos de enseñanza aprendizaje, es manifiesto que, no pocas veces, los procesos de enseñanza no logran afianzar procesos de aprendizaje o, en muchos casos, cuando se logran, son pasajeros. Además, la enseñanza, desde este modelo, se ha asumido como un simple proceso de transmisión de conocimientos, es decir, el que enseña logra que el aprendiz aprenda por el solo hecho de mencionarle o ponerlo en contacto con los conocimientos. Lo que lleva a acciones como reescribir planas, leer varias veces un contenido y repetirlo, aprender los algoritmos, etc. Es quizá por esta razón que el modelo tradicional de enseñanza viene cuestionándose desde hace más de un siglo.

Considerando lo anterior, es concluyente, hoy en día, que la enseñanza, entonces, no es fácil, como las políticas y la costumbre parece hacerlo ver. En ese sentido Jackson (2002) llama la atención ante la pretensión histórica de querer simplificar una difundida creencia de que enseñar es una actividad fácil, básica y sencilla, que sólo implica tener un buen sentido común para llegar a ser un buen docente y que la mejor manera de aprender a enseñar es considerando la tradición: *enseño como me han enseñado*. Al contrario, esa aparente sencillez ha llevado a reconocer los inmensos y perdurables fracasos de este tipo de enseñanza en los sistemas educativos y obliga a replantear la enseñanza y las prácticas de enseñanza en términos que debe considerarse como un proceso muy complejo, nada fácil, que involucra la interacción entre diferentes actores (docentes, estudiantes, directivos docentes, padres de familia), que debe reconocer la condición y naturaleza del sujeto que enseña (quien es, sus motivaciones como docente, sus valoraciones hacia los procesos de enseñanza aprendizaje, sus relaciones con el saber y conocimiento disciplinar y pedagógico, que lo llevó a ser docente, cómo evalúa y reflexiona sus prácticas y ser como docente, etc.) y del que aprende (cuáles son sus saberes y conocimientos actuales, sus necesidades de aprendizaje, qué se le puede enseñar o es enseñable, cómo valora lo que el docente enseña, cuáles son sus condiciones de posibilidad para aprender lo que se le enseña, cómo son en él las dimensiones del desarrollo humano, etc.), que exige reconocer las condiciones del contexto (contexto del aula, legislación y normatividad educativa, políticas educativas, recursos disponibles y no disponibles, prácticas escolares, interacciones entre comunidad educativa, etc.) y que, además, relaciona entre sí, en principio, tres elementos: práctica, reflexión, tradición del oficio de enseñar.

Facultad de Educación

Donde la práctica se constituye en la cotidianeidad, en la casuística del día a día, la reflexión en el proceso, cuasi natural sobre dicha cotidianeidad que permite el vínculo crítico con los diversos fragmentos de las estructuras disciplinarias que convergen en el oficio y, por último, con la tradición de éste donde se hace presente el saber acumulado por la profesión. (De Tezanos, 2011, p. 52)

De ahí que, considerando que existe una multiplicidad de definiciones sobre enseñanza, gran parte de la bibliografía actual que trata sobre este concepto asume esa complejidad.

Complejidad que hay que tener en cuenta para analizar cómo o hasta qué punto el aprendizaje corresponde con la enseñanza. En este sentido se plantea un nuevo concepto: *la enseñanza eficaz o efectiva*. Podría afirmarse que este término escuetamente se refiere a que, siendo la enseñanza un acto de intención, es eficaz en la medida en que se logran sus intenciones o propósitos. En términos de Shulman (2005) al referirse a un primer acercamiento a lo que es educación: “Un aspecto esencial de mi concepto de enseñanza lo constituyen los objetivos de que los alumnos aprendan a comprender y a resolver problemas, que aprendan a pensar crítica y creativamente y que aprendan datos, principios y normas de procedimiento” (p.10). Pero, anota que “si bien ésta es sin duda una idea básica de la docencia, también es una noción incompleta. La enseñanza debe entenderse propiamente como algo más que un aumento de la comprensión” (p.10). Más adelante da a entender que su idea de enseñanza efectiva corresponde con los siguientes criterios

... ella se inicia con un acto de razón, continúa con un proceso de razonamiento, culmina con la acción de impartir, sonsacar, hacer participar, o seducir, y luego es objeto de mayores reflexiones hasta que el proceso puede reiniciarse. En el análisis de la enseñanza que sigue haremos hincapié en la docencia como un acto de comprensión y razonamiento, de transformación y reflexión. Este énfasis se justifica por la determinación con que la investigación y las políticas han ignorado en el pasado de manera tan flagrante esos aspectos de la enseñanza. (Shulman, 2005, p. 17)

Es decir que la enseñanza efectiva enfatiza en la comprensión y el razonamiento, la transformación y la reflexión. Ya que al iniciar con un acto de razón, en el sentido de que se tiene claros propósitos y se plantean acciones que lleven al logro de éstos, en esta primera etapa debe reconocerse que el docente debe comprender muy bien las interacciones y elementos mencionados arriba. Pero en la medida en que avanza en su práctica de enseñanza, los resultados o eventos que se dan durante la clase, por lo menos, le exige reconsiderar y evaluarlos a la vez que se lleva a

nuevas comprensiones y, por tanto, le hace ser un nuevo docente (transformación). Lo que significa que una enseñanza efectiva o eficaz implica al sujeto que enseña.

Teniendo presente los antecedentes y justificación del problema, el proyecto se enmarca en la concepción de la enseñanza efectiva teniendo en cuenta sus características planteadas por Shulman (2005).

5.2.2 La práctica reflexiva de la enseñanza. Como ya se ha mencionado, la práctica de la enseñanza no es fácil y es compleja. Por tanto, no es un oficio que se realiza basado en preceptos claros, marcos teóricos bien definidos, etc. Ya desde Dewey (1967), Piaget (citado por Perrenoud 2001) y Schön (1983) no obstante, se viene planteando el oficio de enseñar o la profesión del docente como un sistema de acciones que necesita de reflexión continua para que la enseñanza logre sus propósitos y más aún hoy cuando se asume una “crisis” de la educación (una diversidad de documentales, films, libros, artículos de periódicos y revistas, etc., lo señalan así), incluso catalogada aguda por muchos. Al contrario, debería considerarse al educador como un “practicante reflexivo”, en el sentido de Schön (citado por Perrenoud, 2011), el cual asume Perrenoud en el caso particular de la enseñanza y lo denomina “enseñante reflexivo”, el cual es el que en la práctica de la enseñanza, reflexiona.

Este texto se basa en la concepción sobre práctica reflexiva que da Perrenoud y, aunque en otros textos hace alusión al mismo concepto, se hará énfasis en su libro *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar* (Perrenoud, 2001).

“Reflexionar no se limita a una evocación sino que pasa por una crítica, un análisis, un proceso de relacionar con reglas, teorías u otras acciones, imaginadas o conducidas en una situación análoga” (Perrenoud, 2001, p. 31). En este sentido, como afirma el autor, la reflexión va mucho más allá del acto de evocar o recordar. Lo que es más común en las aulas y escuelas. El maestro se siente pleno cuando una clase funciona a la perfección o mejor y se angustia si no se lograron los propósitos. Pero escasamente hace un análisis crítico, en el sentido de “leer” toda la situación a priori, durante y posteriori de la clase para identificar tendencias, continuidades, posibilidades, entre otras, que permitan una práctica reflexiva.

Facultad de Educación

Sin embargo, a menudo las reflexiones en la acción o sobre la acción se tornan ocasionales y se dan, muy especialmente, cuando surgen problemas, dificultades o crisis. Por tal razón no es fácil asumir una práctica reflexiva, ya que no es simplemente una crítica o un análisis específico frente a una situación específica en la enseñanza. Al respecto Perrenoud (2001) dice:

Para dirigirse hacia una verdadera práctica reflexiva es necesario que esa postura se convierta en algo casi permanente y se inscriba dentro de una relación analítica con la acción que se convierte en algo relativamente independiente de los obstáculos que aparecen o las decepciones. Una práctica reflexiva supone una postura, una forma de identidad o un *habitus*. (p. 13)

Es decir, la práctica reflexiva se convierte esencial en el sujeto que enseña, se hace indispensable e inherente a los procesos de enseñanza aprendizaje, es un *habitus*. Perrenoud (2001) conecta el concepto “*habitus*” con el de *esquema de acción*, planteado por Piaget, en el sentido de que los *esquemas de acción* son aquellos que se pueden superponer, generalizar o diferenciar de una situación a otra o puede verse como lo que hay común en diferentes acciones sucesivas o en aplicaciones de la misma acción. Y Bourdieu (citado por Perrenoud, 2001) define, a partir de este concepto, el *habitus* como un “...pequeño conjunto de esquemas que permite engendrar infinidad de prácticas adaptadas a situaciones siempre renovadas sin constituirse jamás en principios explícitos”.

Así un docente se convierte en un “enseñante reflexivo” cuando su práctica de enseñanza se torna en lo sucesivo reflexiva:

Sigue progresando en su oficio, incluso en ausencia de dificultades o de crisis, por placer o porque no puede impedirlo, porque la reflexión se ha convertido en una forma de identidad y de satisfacción profesional, no se conforma con lo que ha aprendido en su formación inicial ni con lo que ha descubierto en sus primeros años de práctica. Revisa constantemente sus objetivos, sus propuestas, sus evidencias y sus conocimientos. Entra en una espiral sin fin de perfeccionamiento, porque él mismo teoriza sobre su práctica, solo o dentro de un equipo pedagógico. Se plantea preguntas, intenta comprender sus fracasos, se proyecta en el futuro... (Perrenoud, 2001, p. 42)

En otras palabras, la práctica reflexiva se convierte en un *habitus* y exige un tipo de actitud para lograrlo.

La idea de desarrollar y apropiarse la práctica reflexiva de la enseñanza consiste, además, en generar autonomía y la responsabilidad del enseñante, lo cual, desde la perspectiva de Schön

Facultad de Educación

(citado por Perrenoud, 2001) “no se entiende sin una gran capacidad de reflexionar en la acción y sobre la acción” (p. 12). Reflexionar en la acción consiste en hacerlo durante la clase, en el momento en que se enseña.

La reflexión en la acción es, por lo tanto, rápida, guía un proceso de “decisión”, sin recurso posible a opiniones externas, sin la posibilidad de pedir un “tiempo muerto”, como un equipo de baloncesto tiene derecho a hacerlo durante un partido. (Perrenoud, 2001, p. 33)

Por otro lado, “Reflexionar sobre la acción... es tomar la propia acción como objeto de reflexión” (Perrenoud, 2001, p.30). Es decir, es pensar, analizar y mirar de manera crítica la clase terminada para planear y desarrollar la siguiente en búsqueda de lograr o aproximarse más a los propósitos de la enseñanza. Este tipo de reflexión, como afirma el mismo Perrenoud no tiene que ser un momento clave o inmediato, puede darse mientras se está en el gimnasio o tomando un descanso o leyendo un artículo o un texto particular, etc. Y en cierto sentido, cuando el docente tiene la disposición de elaborar un “diario de campo”.

Pero para ello hay que considerar que hay una serie de elementos que deben ser considerados y que hacen parte inherente de la práctica, tanto para limitarla como para potenciarla:

Trabajar sobre la propia práctica es, por lo tanto, una forma abreviada de decir “trabajar en lo que sustenta esa práctica”: la memoria, la identidad, las informaciones, las representaciones, los conocimientos, el saber hacer, las actitudes, los esquemas motrices, perceptivos o mentales, las energías, la concentración o el influjo de que dependerán la calidad, la intensidad, la eficacia y la pertinencia de “la próxima vez”. (Perrenoud, 2001, p. 27)

Por lo tanto, la reflexión es a menudo “a la vez retrospectiva y prospectiva, y conecta el pasado y el futuro, en particular, cuando el practicante está realizando una actividad que se prolonga durante varios días, e incluso varias semanas” (Perrenoud, 2001, p.35). Y, por tanto, la reflexión es una manera de teorizar sobre la práctica, poner en diálogo la teoría con la práctica para producir saber. Más si se tiene en cuenta que la mayoría de los problemas y las situaciones que se presentan a diario en la escuela y en las aulas no están tratados en los libros “y no pueden resolverse únicamente con la ayuda de los conocimientos teóricos y sobre los procedimientos enseñados” (Ib., p. 15). Así, “la reflexión después de la acción puede si bien no de forma automática capitalizar la experiencia, e incluso transformarla en conocimientos susceptible de ser utilizados de nuevo en otras circunstancias” (Ib., p. 35-36).

Facultad de Educación

Considerando lo escrito en este apartado y siguiendo a Perrenoud (2001) podría sustentarse que el mayor propósito de la reflexión sobre la práctica va más allá de estar preparado para actuar de forma distinta y eficaz la próxima vez, y que consiste en convertirse, en cierto modo y en algunos aspectos específicos, en otro distinto al actual.

Así vemos cómo de la reflexión en plena acción, la más centrada en el éxito inmediato, pasamos, a través de estadios sucesivos, a una reflexión del individuo sobre sí mismo, su historia de vida, su formación, su identidad personal o profesional o sus proyectos. (p. 39)

5.2.3 Enseñanza de las matemáticas. La enseñanza de las matemáticas ha sido quizá uno de los campos del conocimiento más prolíficos en las últimas décadas. Podría aquí citar una inmensidad de autores y de escuelas que han publicado mayor número de publicaciones al respecto: escuela francesa (Vergnaud, Chevallard, Brousseau,...), escuela inglesa (Dikson, Brown), escuela norteamericana (Resnick, Orton, Radford,..), escuela española (Guzmán, Batanero, Godino, Maza, Martínez, Rico,...), escuela portuguesa (Abrantes, Da Ponte,...), escuela argentina (Chamorro), escuela colombiana (Vasco, Racamán,...). Además, vale considerar la obra de Piaget que ha dado pie a un sinnúmero de investigaciones y publicaciones como programas.

Considerando todas las teorías y posiciones respecto a la enseñanza de las matemáticas que se han generado en este campo hay dos puntos comunes en casi todos: que la enseñanza de éstas se ha centrado en algoritmos poco comprensibles para los estudiantes, lo que es problemático y poco efectivo ya que esta forma de enseñanza no considera los procesos de aprendizaje de los estudiantes y se basa en los resultados; y que siendo las matemáticas una de las áreas de los currículos planteados por las políticas educativas y las mismas instituciones educativas, urge responder a la necesidad de cómo enseñarlas de manera más eficaz.

En Colombia, los *Lineamientos curriculares de Matemáticas* (1998) y los Estándares Básicos de Competencia de Matemáticas (2006) son dos documentos rectores emanados del Ministerio de Educación Nacional que han tenido prevalencia en los currículos escolares a lo largo y ancho del país. En ambos se fundamenta la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva sistémica, es decir, considerar las matemáticas como una estructura que interrelaciona, a través del tratamiento de situaciones problemáticas, cinco *sistemas* (numéricos, geométricos, de medidas, de datos y algebraicos y analíticos) y que, a través de la actividad matemática se ejecutan cinco

procesos generales (razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación y ejercitación) teniendo en cuenta el contexto (de las mismas matemáticas, de la vida diaria, de las otras ciencias. Todo esto permitiría estructurar cinco tipos pensamiento en el niño y en el joven (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional).

Allí mismo se plantea la necesidad de asumir en el proceso de enseñanza de las matemáticas, la clase como una comunidad de aprendizaje, donde tanto docentes como estudiantes interactúen y propenden en construcción del conocimiento, de manera crítica y aplicada a situaciones del contexto. Igualmente hace referencia al contexto amplio, el contexto intermedio y al contexto inmediato, describiéndolos así:

El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar no sólo físico, sino ante todo sociocultural desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. La palabra contexto, tal como se utiliza en los Lineamientos Curriculares, se refiere tanto al contexto más amplio al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional, como al contexto intermedio de la institución escolar en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas y al contexto inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, etc., o a situaciones hipotéticas y aun fantásticas, a partir de las cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva. (MEN, 2006, p. 48)

De acuerdo con lo planteado por el MEN, es tarea del docente propiciar un contexto inmediato de aprendizaje agradable, donde el estudiante desarrolle las competencias necesarias para adquirir un conocimiento significativo, que le sirva para proyectar su futuro y desempeñarse como un miembro activo de la sociedad.

Entre posibilidades de contexto que permita desarrollar procesos de enseñanza más efectivos o eficaces, para este trabajo se ha optado por la indagación y el aprendizaje colaborativo en términos de que los estudiantes trabajen actividades en la clase asumiéndolos como investigadores matemáticos. La estrategia de las Investigaciones Matemáticas en el Aula se basa en estas premisas y articula todo lo anterior. A continuación, se hará una breve introducción a lo

que se considera enseñanza por indagación y trabajo colaborativo como aspectos fundamentales de esta estrategia.

5.2.4 Enseñanza por indagación. En la labor docente se hace necesario buscar estrategias de enseñanza que posibiliten un ambiente más agradable y un aprendizaje más efectivo en los estudiantes. Al parecer, de acuerdo con los referentes, la enseñanza por indagación es una estrategia que lo posibilita.

En primer lugar porque descentra al maestro y desmitifica la necesidad de pasividad que le da el maestro tradicional al estudiante. De acuerdo con Bateman (1999), “el método indagatorio pone énfasis en un papel mucho más activo para el alumno que el de un receptor pasivo de información, receptor de nuevo vocabulario, receptor de interpretaciones correctas, receptor de la verdad” (pág. 15). Finkel (2008) invita al docente a cuestionarse sobre sus prácticas de enseñanza principalmente sobre la transmisión de conocimiento de manera oral y narrativa, que tradicionalmente se utilizan y en la que no se estimula la reflexión de los alumnos ni su proceso de aprendizaje a partir de sus propias experiencias (p. 49).

En segundo lugar, porque a medida que el estudiante es más activo en su proceso de aprendizaje se hacen más visibles sus necesidades de aprendizaje y ello permite que el proceso de enseñanza se fortalezca sobre éstas y no sobre las necesidades de enseñanza. Cuando se les da la oportunidad a los estudiantes de indagar sobre la temática que se quiere enseñar, cuando se les permite cuestionar y cuestionarse, cuando se crea la duda, los interrogantes y cuando se les orienta en la búsqueda de preguntas y respuestas, se está posibilitando un aprendizaje real y significativo, además de hacer la clase más amena cuando se está dejando que el estudiante piense, analice, interprete, juzgue y desarrolle un pensamiento crítico.

Bateman (1999) también enuncia la importancia de dejar descubrir y disfrutar de la diversión de descubrir a los alumnos, de sorprenderse y de sorprender al maestro. Y recalca que “Nuestro trabajo de docentes no es satisfacer nuestro ego, aunque esto nos agrada, sino preparar a nuestros alumnos para resolver problemas cuando ya no estemos cerca” (p. 45).

En tercer lugar, la indagación permite tratar problemas reales o contextuales que superen la enseñanza tradicional del algoritmo y las definiciones de manera transmisionista, es decir, de

Facultad de Educación

asumir que el estudiante las aprende por el solo hecho de que el maestro se las enseñe, se las enuncie. De acuerdo con Finkel (2008), “cualquier proceso de aprendizaje sólo es realmente eficaz cuando nos enfrentamos a problemas reales e intentamos resolverlos con esfuerzo” (p. 49).

En este sentido, el MEN (1998) también invita a diseñar situaciones de aprendizaje significativas que permitan el desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes:

Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos. (p. 72)

Cuando el maestro direcciona su práctica educativa partiendo de situaciones propias del contexto del estudiante, a partir de sus necesidades, de sus intereses, se logra un aprendizaje más eficaz, puesto que solo a partir de la experiencia, sentido y del significado que el alumno le dé a su aprendizaje se motivará en la búsqueda de respuestas y de soluciones.

Es meritorio reflexionar sobre la práctica y metodologías utilizadas en el aula de clase, determinar cuál es el significado que se le da a los contenidos, cuáles son las expectativas de enseñanza, que concepción se tiene de los alumnos, de sus capacidades para aprender, igualmente que piensan ellos del maestro, cuáles expectativas despiertan en ellos, cuál es la capacidad de despertar interés por su aprendizaje, que tanto se permite su participación, su análisis, si se dejan pensar y cuestionar, preguntar y responder.

También Finkel (2008) invita a planear las clases a partir del planteamiento de situaciones problemas propios del contexto de los estudiantes, de tal manera que se logre despertar el interés del estudiante en buscar alternativas de solución. Al respecto indica:

La enseñanza que se organiza a partir de problemas es, por naturaleza, interdisciplinar, sin que eso signifique una mayor amplitud respecto a la perspectiva disciplinar, ni que importe tanto determinar las fronteras entre unas y otras disciplinas. Lo que verdaderamente importa es buscar respuestas a preguntas relevantes que han concitado el interés de los estudiantes. Por eso, también puede resultar natural en este planteamiento una enseñanza colegiada, en la que puedan participar distintos especialistas. (p. 54)

Facultad de Educación

En la misma línea, Skovsmose (2000) invita a generar escenarios de aprendizaje en el aula de tal manera que los estudiantes se involucren en un proceso de exploración en el cual puedan descubrir muchas cosas, que se atrevan a formular preguntas, imponerse retos y a buscar explicaciones. “Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje” (p. 8).

Cuando se plantean actividades desde el contexto real del estudiante, cuyo escenario incita a los estudiantes a la investigación, se evidencian cambios positivos en su actitud porque no sienten presión por parte del docente, son ellos los dueños de su espacio, se crean ambientes de aprendizaje colaborativo, buscan respuestas de acuerdo a una necesidad real, están motivados por solucionar un problema propio de su contexto, aquí el papel del docente es de orientador o un investigador más.

Skovsmose (2000) hace alusión a los diferentes aspectos que determinan un ambiente de aprendizaje y que es necesario tener en cuenta a la hora de reflexionar sobre la práctica pedagógica:

Muchos otros aspectos son importantes para caracterizar un ambiente de aprendizaje: las formas de comunicación que pueden variar desde lo establecido y fijado por el discurso propio del paradigma del ejercicio hasta el diálogo; el uso de la información y de las tecnologías de comunicación; los recursos económicos de la escuela; los antecedentes de los estudiantes; los conflictos políticos representados en el salón de clase; las posibilidades futuras en la vida de los estudiantes; etc. Todos estos aspectos en conjunto influyen los ambientes de aprendizaje y establecen la cultura del aula. Si queremos darle un significado robusto y profundo a esta noción debemos considerar todos los aspectos antes mencionados. (p.20)

Este autor plantea la dificultad que se presenta al maestro para salir de la comodidad del paradigma del ejercicio, puesto que generar un escenario de investigación requiere de esfuerzo, estudio, dedicación, y se convierte en un reto para el profesor en la medida en que éste debe cambiar sus esquemas y patrones de enseñanza. De ahí que la enseñanza por indagación aunada a la implementación de la práctica reflexiva de la enseñanza puede generar mejores procesos de enseñanza aprendizaje en el sentido de una enseñanza eficaz, en el sentido pleno en que lo plantea Shulman.

5.2.5 Enseñanza por medio del trabajo colaborativo. La colaboración es un recurso de

gran importancia cuando se trabaja con grupos de investigación que quieren alcanzar un mismo objetivo puesto que se unen fuerzas, se tienen más estrategias, hay diversidad de opiniones e ideas que pueden llevar a una solución más concreta.

Puede definirse el trabajo colaborativo como aquel en el cual todos asumen un rol igual de importante y no de manera jerarquizada, ésta se da realmente cuando se trabaja conjuntamente en busca de una solución a determinada situación, con una base común que tiene que ver con los objetivos, las formas de trabajo y la relación. Debe prevalecer un interés común, y así garantizar que se reconozcan todos los participantes mediante los aportes realizados para darle solución al problema.

Debe tenerse presente en el trabajo colaborativo que no se puede imponer la igualdad a la fuerza puesto que ésta es casi que imposible, teniendo en cuenta la diversidad de pensamientos, costumbres, roles de cada uno de los integrantes de la investigación.

Con respecto a la clave del éxito de un proyecto, Castle (1997) dice que está en la naturaleza de la interacción de los participantes, en la forma como aprenden los unos de los otros, como negocian su relación y como responden al objetivo común.

A propósito de los conceptos de cooperación y colaboración, que tienden a confundir por ser muy similares y que en muchos casos son definidos con igual significado, Wagner (1997) y Way (1999) refieren que existen diferencias entre la colaboración y la cooperación. Para estos autores, en la cooperación los roles, las relaciones de poder y el trabajo conjunto no tienen importancia, mientras que en la colaboración prevalecen la toma de decisiones, la comunicación efectiva y el aprendizaje mutuo. “La realización de un trabajo en conjunto, la co-laboración requiere una mayor dosis de intercambio e interacción que la simple realización conjunta de operaciones, la co-operación” (p. 4).

Estos autores, definen la colaboración como el trabajo conjunto y la interacción mientras que la cooperación es definida como una operación donde el trabajo en equipo no prevalece.

Andy Hargreaves (1998) refiere sobre la colaboración espontánea, la cual surge de la iniciativa de los participantes, mientras que la colaboración forzada está determinada por la autoridad, lo que puede generar rechazo por el hecho de ser impuestas. Entonces, se debe tener

cuidado al presentar una situación investigativa a los estudiantes de no forzarlos a la hora de conformar los equipos de trabajo y de igual manera la forma de trabajar, aquí juega un papel muy importante el docente como guía y orientador del proceso el cual debe dejar de lado el rol del que más sabe y convertirse en un miembro más del grupo de investigación.

Estos autores hacen referencia a algunos valores necesarios en la colaboración, Hargreaves (1998), Goulet y Aubichon (1997) hacen alusión a la necesidad de la confianza, de igual manera, Olson (1997) y Christiansen (1999) refieren el diálogo, Christiansen, Goulet, Krentz y Macers (1997) hacen alusión a la negociación. En el trabajo colaborativo deben estar presentes la confianza para expresar las ideas sin temor a equivocarse, teniendo en cuenta que la fase inicial es crítica, se necesita del diálogo, para discutir ideas, despertar la capacidad de comunicación y la negociación para llegar a acuerdos y replantear el trabajo de ser necesario puesto que en muchas ocasiones, las formas de trabajo deben ser negociadas y reinventadas.

A parte de estos valores que deben prevalecer en el trabajo colaborativo, Frisen (1997) plantea tres metáforas de la colaboración: el juego, la conversación y la lucha. Por su parte Reason (1988) considera que una investigación colaborativa atraviesa por una serie de pasos lógicos que son la identificación de cuestiones, el establecimiento e implementación de un plan de acción y reflexión sobre la experiencia. Para que el proyecto tenga sentido para los miembros, se deben explorar expectativas de las personas, examinar la viabilidad del trabajo en conjunto y negociar acuerdos.

Los autores plantean algunos problemas y dificultades en la investigación colaborativa como:

1. *Imprevisibilidad.* No se planea de principio a fin. Es un proceso dinámico, creativo, cambiante, reajutable.
2. *Negociar la diferencia.* Desaprender la forma de relacionarse y establecer relación de trabajo marcada por el dialogo y la confianza.
3. *Saber negociar los costos y los beneficios.* Comprensión del mundo unos con otros a través del dialogo compartido.
4. *Auto satisfacción confortable y complaciente y conformismo*

Facultad de Educación

Estas dificultades se convierten con el tiempo en fortalezas porque a medida que se transforma la práctica pedagógica del investigador y se cambian los esquemas mentales marcados por el tradicionalismo, el conductismo y el paternalismo, se crean estrategias que permiten el aprendizaje conjunto y significativo.

Por último, generalmente, la indagación lleva asociado el trabajo colaborativo, ya que, teniendo en cuenta los criterios y características anotados aquí sobre este concepto, los estudiantes logran construcciones y apropiaciones de los conocimientos de manera más efectiva a través de la intercomunicación con y entre sus compañeros incluyendo al docente.

5.2.6 Las Investigaciones Matemáticas en el Aula: Una apuesta como alternativa educativa para la enseñanza de la multiplicación. Luego de conceptualizar sobre lo que es la enseñanza efectiva, la enseñanza por indagación y trabajo colaborativo, y reconociendo la necesidad de la enseñanza de las matemáticas en la escuela, se procede a plantear las Investigaciones Matemáticas en el Aula como una estrategia de enseñanza que recoge las concepciones y criterios arriba mencionados.

Braumann (citado por Da Ponte et al, 2002, p, 5) hace referencia a la importancia de hacer la matemática por medio de la investigación porque solo de esta manera se puede disfrutar de lo que se aprende, puesto que no es lo mismo aprender algo que está hecho que vivir la experiencia al hacerlo.

Así, siguiendo esa misma línea, Da Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) plantean las Investigaciones Matemáticas en el Aula como una estrategia de enseñanza en la escuela, manifiestan la posibilidad de que los estudiantes trabajen investigaciones matemáticas en las clases, en el mismo sentido cómo investiga un matemático, considerando su papel en la enseñanza y el aprendizaje del área y de las actitudes, saberes y disposiciones que necesita un docente para desarrollar esta estrategia en su proceso de enseñanza en el aula.

Estos autores hacen referencia a la importancia de trabajar desde el contexto matemático y partir desde una situación problema que permita a los estudiantes establecer conjeturas, confrontarlas entre ellos mismos para mejorarlas o refinarlas y llegar finalmente a unas conjeturas sustentadas y demostradas. En este sentido, los estudiantes construyen los conocimientos

matemáticos indagando las posibilidades de formalizar procesos de relaciones matemáticas y apropiarse de objetos matemáticos de una manera activa. Como el trabajo se fortalece en la intercomunicación con sus pares, se formaliza un trabajo colaborativo.

Una Investigación Matemática en el Aula, según los autores, se desarrolla a través de cuatro fases:

- *Exploración y formulación de preguntas:* En esta fase se presenta una situación o un problema. Esta situación debe permitir que los estudiantes, al explorarla o analizarla, encuentren algunas posibles regularidades o relaciones, por ejemplo, que les permita ir construyendo posibles conjeturas. El docente puede ubicar a los estudiantes de manera individual, en parejas o en pequeños grupos para este proceso de inicio. Se recomienda darle a cada estudiante la información impresa; pero no es una condición necesaria.
- *Formulación de conjeturas.* En esta fase, que no tiene que ser seguida de la primera, incluso puede darse sincrónicamente con el desarrollo de la primera, los estudiantes comienzan a plantearse conjeturas sobre la información suministrada en la situación.
- *Pruebas, argumentos y refutaciones.* Si en las dos fases anteriores los estudiantes estaban organizados de manera individual, en esta etapa se recomienda organizarlos en pequeños grupos. De esta manera, los estudiantes se comparten entre sí las conjeturas y razonamientos que han desarrollado durante las dos primeras fases y refinan sus conjeturas. Puede ser que abandonen algunas porque se dan cuenta de que son erróneas al comprender los razonamientos de sus compañeros o que se complementan o encuentran que parte de su razonamiento va en vía correcta y otra parte requiere replantearse, etc.
- *Justificación y evaluación.* Finalmente, en pequeños grupos o el grupo en pleno, los estudiantes con la interacción descentrada del docente, el cual asume una posición de validación de la información que está en circulación durante la discusión, se llega al establecimiento de un conocimiento validado y aceptado por el grupo (como una comunidad de matemáticos).

Las investigaciones matemáticas permiten superar la enseñanza tradicional y, como se ha anotado, contiene en sí los postulados ya observados del trabajo colaborativo y por indagación: descentra al maestro, las relaciones estudiante docente se hacen más horizontales, el estudiante se hace responsable de su proceso de formación, los conocimientos son construidos entre los estudiantes con la participación activa y atenta del docente, pero no centrada en éste, la comunicación entre los estudiantes se hace cada vez más fluida y sustentada, el docente mejora sus valoraciones sobre sus estudiantes de manera individual y grupal, los estudiantes, a su vez,

mejoran sus valoraciones sobre el maestro y sobre las matemáticas, aumenta la motivación intrínseca hacia el trabajo en el área.

No obstante, la estrategia permite que el docente reflexione acerca de su práctica de enseñanza y tenga en cuenta la realidad de los estudiantes, con el fin de despertar mayor interés en éste, de tal manera que se apropie de su conocimiento y adquiera un aprendizaje significativo. Para enseñar matemáticas deben plantearse situaciones problemas del entorno, puesto que el contexto juega un papel importante en este proceso.

5.2.7 Enseñanza de la multiplicación. La enseñanza de la multiplicación, como muchos otros objetos matemáticos, se ha centrado en la transmisión de unos pocos algoritmos que se vienen transmitiendo de generación en generación, sin que se reconozca su proceso de inserción en el ámbito cultural y pedagógico.

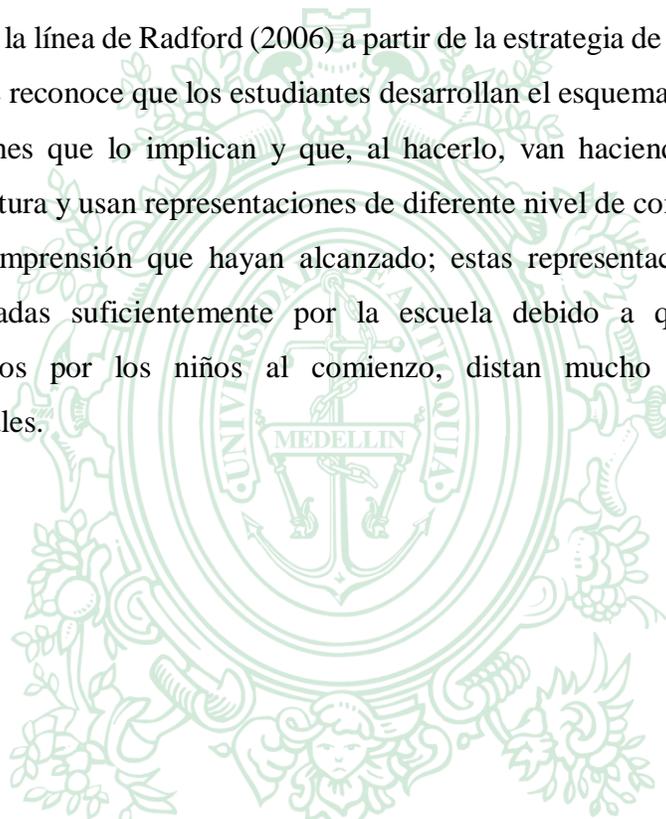
Es decir, esos algoritmos y sus relaciones se han “naturalizado”. Por ejemplo, puede afirmarse que la mayoría de las personas adultas, incluyendo docentes de matemáticas de primaria, no comprenden ni saben explicar la razón de porque cuando se multiplica por dos o más cifras hay que ir corriendo de a un lugar. Incluso llegan a manifestar que lo hacen así porque así se lo enseñaron y de la misma forma enseñan a los estudiantes.

Debería, entonces, reconocerse que el conocimiento, particularmente todo el que tiene que ver con las operaciones básicas como la multiplicación, tiene una historia, unas formas y procesos de reconocimiento y consolidación cultural, que no necesariamente debieron y deben ser así, ya que hay otras posibilidades de representación de las multiplicaciones y de operar, es decir, desnaturalizar lo que se ha enseñado, ir más allá de las tablas de multiplicar y de los procesos algorítmicos. Sólo de esa manera el niño podría lograr mejores desarrollos en la multiplicación. Lo que lleva a plantear que la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación es complejo, no necesariamente complicado, que exige reconocer procesos de formación de los conceptos y las relaciones implicados en este tipo de operaciones.

En esta vía, Radford (2006) plantea la necesidad de darle fuerza al componente semiótico cultural de la multiplicación en los procesos de enseñanza aprendizaje, “prestar atención a los medios semióticos de objetivación que utiliza el estudiante en un esfuerzo que es, a la vez,

elaboración de significados y toma de conciencia de los objetos conceptuales” (p. 125). Lo que permite suponer que el estudiante, por medio de la actividad, podría construir aprendizajes más significativos para él, en el sentido de comprender la lógica de los objetos y relaciones matemáticas que están implicados en la multiplicación y, en consecuencia, los apropia y los puede relacionar con otros procesos más complejos.

Así, siguiendo la línea de Radford (2006) a partir de la estrategia de las IMA, en el contexto de la huerta escolar se reconoce que los estudiantes desarrollan el esquema multiplicativo a través de enfrentar situaciones que lo implican y que, al hacerlo, van haciendo generalizaciones en relación con su estructura y usan representaciones de diferente nivel de complejidad dependiendo de los niveles de comprensión que hayan alcanzado; estas representaciones no siempre son reconocidas y valoradas suficientemente por la escuela debido a que los argumentos y procedimientos usados por los niños al comienzo, distan mucho de los algoritmos o procedimientos formales.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

6. Marco metodológico. Construyendo el proceso.

6.1 Contextualización

El municipio de Cañasgordas está localizado en la subregión Occidente del departamento de Antioquia. Limita por el norte con el municipio de Dabeiba, por el sur con el municipio de Giraldo, por el oriente con el municipio de Buriticá y por el occidente con los municipios de Abriaquí y Frontino. Su temperatura media es de 20 °C. Su cabecera municipal está a 133 kilómetros de la ciudad de Medellín y posee una extensión de 391 kilómetros cuadrados.

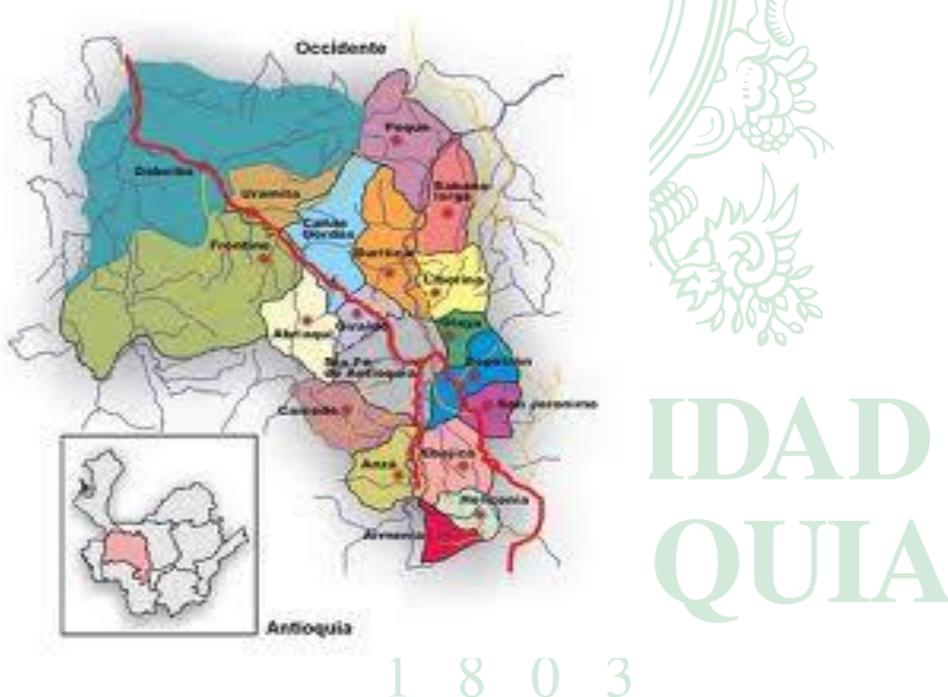


Ilustración 4. Ubicación geográfica del municipio de Cañasgordas. Fuente: Imagen tomada de Google Earth.

La vereda Buenos Aires se ubica al sur del territorio Cañasgordense, a 4.5 km de la cabecera municipal, cerca al nacimiento del río Sucio. Latitud 60,44 norte y longitud 76,02 oeste. La hidrografía de la vereda Buenos Aires se caracteriza por ser abundante, ya que está bañada por los nacimientos hídricos que dan origen al Río sucio, afluente del Río Atrato; Dichos nacimientos

son: la quebrada Insoy, quebrada La Amoladora, Quebrada Cuchilla Larga, Arroyos el Mirador, quebrada la Cusutí, quebrada de Minas entre otros riachuelos que dan fuerza a este valioso afluente.

El proceso de investigación se realizó en la Institución Educativa Rural Buenos Aires ubicada en el municipio de Cañasgordas. Esta Institución se encuentra ubicada en la vereda Buenos Aires al sur del territorio cañasgordense. Cuenta con 11 sedes veredales, atendiendo aproximadamente a 556 estudiantes. La sede principal con 197 estudiantes ofrece los niveles de Básica Secundaria, media académica y el programa para jóvenes en extraedad y adultos por CLEI en jornada sabatina, en el cual hay 114 alumnos.

6.2 Metodología

6.2.1 Momentos de la investigación. Esta investigación fue desarrollada con el paradigma de investigación cualitativa (Hernández, Fernández & Baptista, 2010), con el enfoque de la investigación acción pedagógica, a partir de un estudio de caso, que al apoyarse en procedimientos y técnicas cualitativas (Flick, 2004), procura generar conocimiento comprensivo de la práctica reflexiva de la enseñanza. El contexto del estudio se enmarca con estudiantes del grado sexto de educación básica secundaria de la Institución Educativa Rural Buenos Aires del municipio de Cañasgordas.

Se posibilitó otras miradas de la docente frente a las prácticas de enseñanza de la multiplicación. Para la producción conjunta de registros, grabaciones, diario de campo, fotografías y entrevistas y para el análisis de datos y registros obtenidos se ejecutó la triangulación de datos.

Para la comprensión de las prácticas pedagógicas que favorecen la formación como maestra de matemáticas de la Institución Educativa Buenos Aires en el municipio de Cañasgordas, se consideraron unos momentos que permitieron vislumbrar los elementos fundamentales de una propuesta teórico-metodológica para la enseñanza de las matemáticas, bajo un abordaje cualitativo: *Las Investigaciones Matemáticas en el Aula con estudiantes de sexto grado en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar*

Facultad de Educación

Un primer momento fue la aproximación conceptual. Partió de la búsqueda documental en libros, artículos de revistas, publicaciones virtuales y en físico que permitieran acercarse a las concepciones de práctica pedagógica e Investigaciones Matemáticas en el Aula que se han venido trabajando en la Universidad de Antioquia, en otras universidades del país y algunas de Latinoamérica.

La aproximación conceptual que se llevó a cabo permitió conocer ampliamente el campo de la práctica pedagógica del maestro, las Investigaciones Matemáticas en el Aula, sus recorridos, contextos sociopolíticos y además, definir su objeto de estudio y maneras de realizar la presente investigación.

Para desarrollar un análisis de los documentos consultados, se utilizó una matriz que permitió no sólo dar cuenta de sus características y los elementos que allí se trabajaron, sino de los aportes a la investigación en términos de las aproximaciones conceptuales y los cuestionamientos que se propiciaban permanentemente.

Un segundo momento fue la exploración de campo, la cual partió de la necesidad de la inmersión de la investigadora en el fenómeno a estudiar.

Para llevar a cabo este momento de exploración de campo, se dispuso de instrumentos de investigación como la observación participante, videograbaciones de la mayoría de las sesiones de clase; registros de las notas de campo, en los que se plasmaron las observaciones y reflexiones sobre las actividades desarrolladas en las sesiones; registros de las producciones escritas de los estudiantes, sobre las actividades realizadas tanto en el aula de clase, como fuera de ella y en las salidas de campo a la huerta escolar; entrevistas semi-estructuradas a los estudiantes protagonistas de la investigación, registradas en videograbación.

Unido a lo anterior, se dispuso un encuentro con los estudiantes protagonistas del estudio, con la intención de tener una mirada complementaria de las prácticas de enseñanza y las Investigaciones Matemáticas en el Aula, se llevó a cabo una entrevista semi-estructurada y se dialogó con ellos sobre la importancia de aprender matemáticas investigando (ver anexo 2).

El tercer momento investigativo es el trabajo de campo, con la intención de hacer un acercamiento al contexto de actuación de las prácticas de enseñanza que favorecen las Investigaciones Matemáticas en el Aula. La aproximación que se llevó a cabo, en palabras de

Tezanos (2001) “no es una mera recolección de datos que pudieran aportar los informantes, sino que se trata de una relación en donde el encuentro de subjetividades va produciendo los datos, que el investigador construye desde su reflexividad”

El trabajo de campo, es considerado un momento que permite acercar al investigador a las diferentes fuentes que se relacionan con el objeto de estudio y que en interrelación favorecen la interpretación y la comprensión del mismo para así llegar, luego del análisis, a la construcción de conocimiento útil en el campo de las prácticas de enseñanza en el marco de las Investigaciones Matemáticas en el Aula con estudiantes de sexto grado en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar.

En este sentido, se estableció una matriz analítica que permitió establecer convergencias y divergencias entre la práctica pedagógica y la enseñanza de las matemáticas en los nodos que se encontraron entre los documentos, las entrevistas y las observaciones realizadas (ver tabla 6) Cabe anotar, que la revisión de los registros realizados, tiene como elemento fundamental para el desarrollo de una investigación de carácter crítico social, rescatar la perspectiva de los actores que intervienen en la investigación, razón por la cual se generaron espacios de retroalimentación de los análisis de la información, en donde la investigadora reconociera sus significados, representaciones y actúe sobre las prácticas de enseñanza que se dieron al interior de la Institución Educativa Buenos Aires en el municipio de Cañasgordas.

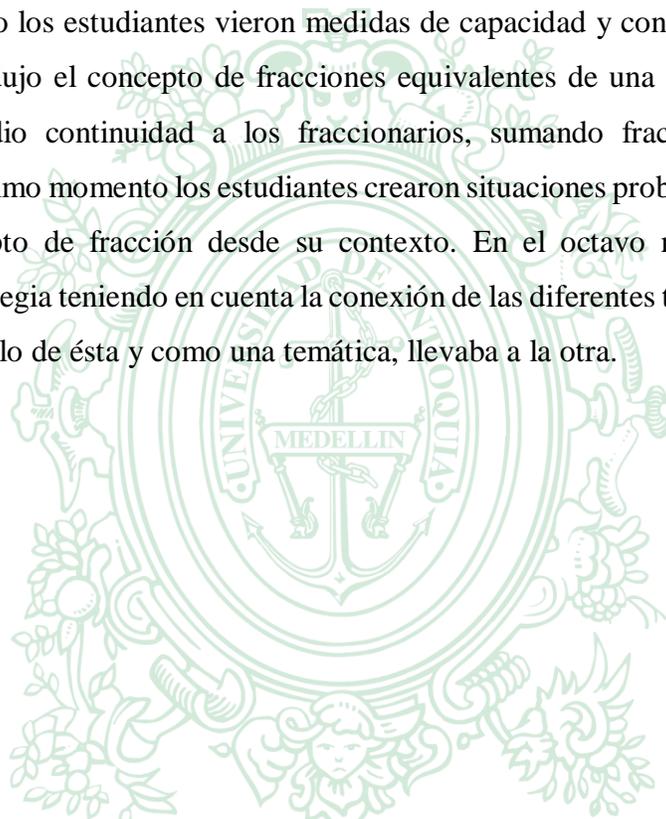
Por lo que, tal como se visualiza en el análisis posterior de resultados, estas interpretaciones son producto de un diálogo permanente con los estudiantes de sexto en sus escenarios habituales de clase y una comprensión colectiva acerca de la práctica reflexiva al interior de la clase de matemáticas que permitió reconocer no sólo las potencialidades sino, los retos enfrentados.

Para enseñar la multiplicación de forma diferente, se tuvo en cuenta dos aspectos interrelacionados: diseño de la huerta (áreas, perímetros, concepto de escala, polígonos, sistemas de medidas, diseño de planos) y la comparación de medidas de capacidad para construir el concepto de fracción (representación, equivalencia, suma, resta, multiplicación y división).

Se llevó a cabo el recorrido investigativo en ocho momentos, el primero fue el diseño de la huerta escolar cuyo objetivo fue enseñar la multiplicación de manera práctica y desde sus diferentes estructuras, el segundo momento partió de las necesidades de los estudiantes desde el primer momento, donde se vio necesario reforzar el tema de polígonos, en el tercer momento se

Facultad de Educación

planteó una situación en la que los estudiantes aplicaron las áreas y perímetros y del cual surgió el cuarto momento que fue el concepto de escala, ya que estos debían dibujar su terreno a escala y hallar el área y perímetro. Para el quinto momento los estudiantes continuaban con el diseño de la huerta para lo cual definieron las semillas a sembrar teniendo en cuenta varios aspectos como el clima, tipo de suelo, tiempo de cosecha, necesidad de abonos, espacio, exigencias del producto. En el quinto momento los estudiantes vieron medidas de capacidad y conversión de unidades de medida, acá se introdujo el concepto de fracciones equivalentes de una manera práctica. En el sexto momento se dio continuidad a los fraccionarios, sumando fracciones equivalentes y graficando. En el séptimo momento los estudiantes crearon situaciones problema donde se aplicaba claramente el concepto de fracción desde su contexto. En el octavo momento se realizó la evaluación de la estrategia teniendo en cuenta la conexión de las diferentes temáticas vistas durante el proceso de desarrollo de ésta y como una temática, llevaba a la otra.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

7. Consiguiendo los instrumentos para la producción y registros de datos.

7.1. Estudiantes protagonistas de la investigación

En esta investigación, el estudio de casos fue realizado a tres estudiantes: E1, E2 y E3. A continuación, se presentan sus principales características:

Ilustración 5. Estudiantes protagonistas de la investigación. E1, E2 y E3. Fuente: Autoría propia.



Estudiante E1: 14 años de edad, es un estudiante inquieto, al comienzo del año se quedaba constantemente fuera del aula de clase, cuando se empezó a trabajar con la estrategia IMA, se convirtió en un líder participativo, con grandes capacidades para trabajar en equipo. Sus materias preferidas son educación física, matemáticas y ciencias.

Estudiante E2: 11 años de edad.

Es una niña muy inteligente, con gran capacidad para trabajar en equipo, es expresiva, líder. Se describe como una niña responsable y dedicada a lo que hace. Sus materias favoritas son sociales, ciencias y matemáticas.





Estudiante E3: 11 años de edad, es un niño muy analítico, con gran habilidad para expresarse frente a sus compañeros aunque no le gusta que lo grave en videos porque con su “pánico escénico” (palabras del estudiante), se le olvida todo lo que va a decir. Es muy coherente al justificar el procedimiento realizado para resolver una situación planteada. Muestra seguridad y confianza frente a su maestra. Sus áreas favoritas son las matemáticas y ciencias.

En los encuentros en el aula se emplearon los siguientes instrumentos para la producción y registros de datos:

7.2. Registros de las notas de campo.

Tanto los estudiantes como la maestra, hicieron uso del diario de campo durante todo el proceso. En éste se registraron temas, comentarios, eventos y otros acontecimientos significativos de las prácticas educativas alrededor de la enseñanza y el aprendizaje. De acuerdo con Zabalza (2004) “los diarios se convierten en recurso de reflexión sobre la propia práctica profesional y, por tanto, en instrumento de desarrollo y mejora de uno mismo y de la práctica profesional que ejerce” (p 11). En el diario, se registró de forma detallada lo que sucedió al interior del aula de clase, así como los comportamientos no verbales de los estudiantes para así llegar a una comprensión más íntima de las conductas presentadas para transformar las prácticas de enseñanza.

El diario de campo fue el instrumento con el cual la investigadora, emprendió el camino hacia la reflexión significativa y vivencial de sus prácticas de enseñanza. No sólo fue un elemento primordial para conocer lo que sucedía en el aula, sino un instrumento *de formación, análisis y reflexión*.

Facultad de Educación

Fue un escrito personal en el que se relataron hechos, incidentes, emociones, sentimientos, conflictos, observaciones, reacciones, interpretaciones, reflexiones, pensamientos, hipótesis y explicaciones, a partir de las interacciones matemáticas en el aula.

Se realizó apuntes rápidos, espontáneos, autocríticos que dieron constancia de los acontecimientos propios de la vida en el aula y del entorno. Su uso generó disciplina, observación, memoria de los eventos e interés.

7.3. Videograbaciones y fotografías.

Los registros audiovisuales como grabaciones, fotografías y videos de las clases contribuyeron a la representación y construcción de la vida en el aula en la medida en que captaban, transformaban y reelaboran hechos, situaciones al interior de las clases, además permitieron llevar a cabo el análisis de los datos.



Ilustración 6. Trabajo colaborativo. Planteamiento de conjeturas grado sexto. Autoría propia.

7.4. Registros de las producciones escritas de los estudiantes.

Las notas de los estudiantes dieron cuenta de los avances que tenían en sus registros, su forma de escribir, de analizar, de cuestionar, igualmente de las concepciones que iban adquiriendo sobre las matemáticas y sobre la forma de enseñar de la maestra, a partir de sus producciones se

notó la transformación tanto en la maestra desde el cambio en sus prácticas de enseñanza como en los estudiantes desde su aprendizaje. (Ver anexo 1).

7.5. Entrevistas semi-estructuradas a los estudiantes protagonistas de la investigación.

Las entrevistas se realizaron a partir de encuentros personales con cada uno de los estudiantes. El propósito de estas entrevistas, era identificar cómo la enseñanza de las matemáticas a partir de las Investigaciones Matemáticas en el Aula se constituyó en una herramienta de interacción e intercambio de conocimientos. En los encuentros con los estudiantes jugaba un papel muy importante el estudiante como protagonista de su proceso de aprendizaje y el papel de la maestra fue el de orientadora, acompañante y una investigadora más, lo cual propició un ambiente de confianza en el aula y permitió que los estudiantes se expresaran sin temor a equivocarse.

La entrevista fue respondida por cada estudiante en mesa redonda, se propuso a los estudiantes cada una de las preguntas y éstos las respondían de manera espontánea y voluntaria a partir de las impresiones que tenían frente al desarrollo de las actividades propuestas desde las actividades investigativas que realizaron. (Ver anexo 3)

8. Produciendo el saber desde la práctica

8.1. La huerta escolar una estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas, a partir de las Investigaciones Matemáticas en el Aula



Ilustración 7. La huerta escolar Bonaerense, recolectando datos. Fuente: autoría propia.

La idea de crear y gestionar una huerta escolar se originó entre dos profesores de la Institución Educativa, conscientes de las múltiples posibilidades que ofrecía este recurso dentro del contexto escolar y conocedores de las experiencias desarrolladas en otras instituciones. El primer objetivo planteado con este recurso ha surgido por la necesidad de mejorar las prácticas de enseñanza, así mismo desarrollar con los estudiantes actividades prácticas fuera del aula. Teniendo en cuenta que la huerta escolar es una herramienta multidisciplinar que posibilita abordar contenidos desde distintas áreas.



Ilustración 8. La huerta escolar Bonaerense, trabajo colaborativo. Fuente: autoría propia.

Facultad de Educación

Durante varios años se ha venido trabajando la huerta escolar como una alternativa que posibilita aprendizajes más significativos y duraderos desde algunas áreas (matemáticas, ciencias, lenguaje, sociales, entre otras), en correspondencia con lo anterior, son muchas las falencias que se podían detectar en las prácticas de enseñanza desde el área de las matemáticas, ya que las clases eran desarrolladas con metodologías tradicionales convirtiendo el proceso de enseñanza y aprendizaje en una actividad pasiva, repetitiva y rutinaria sin novedades.

Con esta preocupación, se ha puesto en marcha el proyecto *“Las Investigaciones Matemáticas en el Aula con estudiantes de sexto grado en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar”*

La huerta escolar como alternativa de enseñanza ha permitido mejorar las prácticas de enseñanza y en los estudiantes generar conocimiento a partir de entornos de aprendizaje reales, despertando con ello gran motivación y sentido al aprendizaje de las matemáticas.

Dentro del proyecto *“Las Investigaciones Matemáticas en el Aula con estudiantes de sexto grado en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar”*, la huerta ha sido un recurso fundamental para transformar el espacio del aula en un escenario posibilitador de innovadoras experiencias relacionadas con la enseñanza de las matemáticas.

La huerta escolar se ha constituido en una herramienta de gran valor pedagógico para la enseñanza de las matemáticas, en tanto que ha permitido a los estudiantes despertar su curiosidad e interés desde el área, de igual modo han surgido una serie de estrategias pedagógicas y didácticas las cuales han fortalecido la práctica docente.

Entender la huerta como una estrategia para la enseñanza abre la posibilidad de experimentar, indagar, comprobar y descubrir con libertad, desde la metodología basada en las IMA. A partir del desarrollo de la estrategia desde este contexto, se encuentran más preguntas que certezas, no se trata de que los estudiantes conozcan todo sobre la huerta sino que permanentemente también se plantean situaciones hipotéticas con ésta para poder aprovechar al máximo este espacio de enseñanza-aprendizaje.



Ilustración 9. La huerta escolar Bonaerense, control biológico de plagas y enfermedades.

Fuente: autoría propia.

Enseñar desde el contexto real de los estudiantes posibilita visualizar su desarrollo de capacidades y habilidades, pues el recurso de la huerta escolar no solo favorece la interacción entre estudiantes y maestros, orienta al estudiante hacia su proyecto de vida y le aporta confianza en la medida en que interactúa con el objeto de conocimiento.



Ilustración 10. La huerta escolar Bonaerense, identificando suelos, registro de datos de cultivos.

Fuente: autoría propia.

1 8 0 3

La huerta escolar permite la transversalización de diferentes áreas de conocimiento puesto que allí, en ese entorno vivo se puede observar todo un ecosistema en el cual se pueden clasificar especies animales, vegetales, minerales y todo un mundo de interacciones que posibilitan la enseñanza desde la investigación de manera incalculable. El aprendizaje de los estudiantes no solo

Facultad de Educación

es académico sino que se evidencia su formación en valores, el arraigo y el descubrimiento de su entorno, la apropiación y cuidado del ambiente y sentido de pertenencia por la institución



Ilustración 11. La huerta escolar Bonaerense, diseñando la huerta, midiendo el terreno.
Fuente: autoría propia.

8.2 Análisis de episodios de las clases

El análisis empieza con las acciones respecto a las temáticas planteadas desde el diseño de la huerta escolar, a partir del análisis y la reflexión de algunos episodios de clase de sexto grado en donde se aborda la introducción al concepto de escala, esto, dado a que se considera es clave para detectar posibles diferencias entre los propósitos de la enseñanza de la matemática, puesto que marcan la diferencia entre una enseñanza centrada en las técnicas para resolver ejercicios y problemas (como el algoritmo de la multiplicación), y una enseñanza basada en las *Investigaciones matemáticas en el Aula*. Este análisis no se presenta cronológicamente, debido a que los episodios no se dan de acuerdo a la secuencia de contenidos que plantea el área de las matemáticas, sino que estos son más amplios y complejos para analizar las prácticas de enseñanza en el aula. En ellos se explica la enseñanza de las matemáticas a partir de las *Investigaciones matemáticas en el Aula*.

Como se ha señalado, se seleccionaron 5 episodios de diferentes clases para analizar:

- Diseño de la huerta escolar.
- Áreas y perímetros del terreno de la huerta escolar.

Facultad de Educación

- Representación de la huerta a escala.
- Comparaciones, cálculos y medidas.
- La parcela de Don Ramón y la señora Anita.

Un aspecto importante es ver como las acciones de la maestra pueden influir en el aprendizaje de los estudiantes. A este respecto, se explicarán los efectos que tiene la construcción de la multiplicación en la planeación de las clases desde las *Investigaciones Matemáticas en el Aula*.

En el análisis se va a realizar un estudio de caso concreto centrado en 3 estudiantes del grado sexto (E1, E2, E3), a partir de sus interacciones en la clase de matemáticas, correspondientes al diseño de la huerta escolar.

Episodio 1: diseño de la huerta escolar

Tabla 1. Episodio de Clase: Diseñando nuestra huerta escolar, preparación y división del terreno

	<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL BUENOS AIRES Colegio Buenos Aires Cañasgordas – Antioquia <i>"Por un aprendizaje creativo y dinámico"</i></p>
<p>Diseñando nuestra huerta escolar, preparación y división del terreno Investigaciones Matemáticas en el Aula.</p>	
<p>OBJETIVO: Analizar el medio físico–natural, de la huerta para descubrir sus elementos, interrelaciones, organización y funciones para su diseño.</p>	
<p>Fase 1 (Presentación de la situación, <i>exploración y formulación de preguntas</i>):</p> <p>En un primer momento se inicia la clase con un recorrido por la parte de atrás de la institución, centrando la atención de los estudiantes en el diseño de la huerta, en los surcos o bancales rectangulares, la distribución de los bancales de cultivo, dimensiones de longitud y ancho, perímetro de la parcela.</p>	

Facultad de Educación

Fase 2 (*Formulación de conjeturas*): Los estudiantes plantean los criterios, elementos y procesos que deben tenerse en cuenta para el diseño. Trazado de los caminos de paso por los que se debe transitar sin pisar nunca dentro de dichos bancales, delimitación para evitar la intrusión de personas y animales, el tipo de vallado que debe garantizar la protección de la plantación y señalización.

Fase 3 (*Pruebas, argumentos y refutaciones*): Los estudiantes se reúnen en equipos y sustentan, argumentan, refutan y contra argumentan sus propuestas respecto a lo que se necesita para el diseño de la huerta. Tendrán que organizar su trabajo en grupo, intercambiando informaciones, tratando de llegar a acuerdos para solucionar los problemas que surjan o prever lo que pueda ocurrir. Para ello será necesario que se debata, se trabajen distintos modos de tomar y llevar a la práctica las decisiones grupales, preparen y dispongan tareas y actividades distintas para todos los integrantes del grupo y que sean de principio a fin, ellas y ellos los verdaderos protagonistas en esta tarea, Al final de esta fase cada equipo plantea su propuesta de diseño. Esto puede requerir mejorar la conjetura

Fase 4 (*Justificación y evaluación*): Los distintos equipos argumentan sus conjeturas; ellas se prueban y se aceptan o se refutan con otros argumentos. Los equipos sustentan sus propuestas de diseño ante el grupo en general justificando, argumentando y refinando sus propuestas. Al final se definen los procesos, elementos y criterios necesarios para el diseño de la huerta escolar. Se plantean o se refinan las hipótesis o conjeturas. En la medida en que avanzan las actividades, los estudiantes van reformulando sus conjeturas iniciales y justificando las estrategias y las explicaciones.

Nota: Se presentan otras situaciones para ejercitar y evaluar lo que se ha logrado con las conclusiones del trabajo. Los estudiantes escriben sus ideas y las registran sobre el papel y las exponen en “el tendedero”. (El tendedero en este caso son las paredes dentro del aula de clase, donde los estudiantes exponen sus trabajos).

Preguntas orientadoras del taller:

Para cuidar nuestro huerto necesitamos encerrarlo ¿cuántos metros de alambre necesitamos para encerrarlo?, si se desea hacer tres vueltas ¿qué cantidad de alambre se necesita?

Facultad de Educación

El aprendizaje en la huerta se convirtió en un proceso social en el que los estudiantes, en comunicación con el medio y con los otros, y a través de iniciativas, riesgos, experiencias y nuevas ideas interpretaron la realidad y conectaron las nuevas experiencias con sus conocimientos previos.

Además, proporcionó medios para que los estudiantes tomaran decisiones y actuaran según éstas.

Por otro lado, en la huerta se facilitó la organización del trabajo por grupos pequeños, rompiendo la estructura tradicional de la exposición y los ejercicios individuales. Los grupos emprendieron la resolución conjunta de las tareas (identificación y medición del terreno, material a utilizar para el encierro), con explicaciones y argumentos aportados por todos, compartiendo también la responsabilidad del aprendizaje. Generalmente en el grupo se dio un reparto de roles no explícito, un estudiante aportaba ideas creativas para el diseño de la huerta, otro aportaba el conocimiento para algunas tareas, alguien se encarga de medir y registra datos (utilizaron diferentes instrumentos de medida como el metro, una cuerda, la vara), en resumen se notó el trabajo colaborativo.

Fue un gran momento para que los estudiantes hablaran de plano del terreno y parcelación, cálculo de superficies, medidas, estimación y cálculo de magnitudes usando distintas representaciones hasta llegar al concepto de escala. El análisis de la situación propuesta desde el diseño de la huerta permite generar conocimientos en los estudiantes desde la enseñanza de la multiplicación.

La tarea es: sobre el diseño de la huerta



Ilustración 12. ¿Cómo me sueño la huerta? Exposición equipo de E2. Fuente: autoría propia.

Facultad de Educación

Para ilustrar algunas de las actividades analizadas en el estudio, se acude a una tarea en la cual distintos estudiantes desplegaron diferentes medios en la resolución de la misma actividad.

En esta actividad los estudiantes realizan comparaciones entre diferentes unidades de medida, distribución del terreno por eras, identificación de formas y medidas del lote que se corresponden con una forma de pensar la multiplicación. En la misma tarea otros grupos utilizan expresiones lingüísticas como “por cada metro cuadrado se siembran tantas matas” o “si el largo es tanto y el ancho éste, entonces se pueden sembrar tantos árboles de...”, la forma del terreno también permitió a los estudiantes diseñar estilos regulares de eras y estudiar los polígonos. Estas expresiones junto con otras, develan la captura de una relación entre las cantidades de la tarea, el uso de estas frases “clave,” permiten reconocer una forma de pensamiento en la cual la multiplicación es una relación entre unidades de distinto tipo.

Otros grupos de estudiantes establecían una relación entre cantidades, por ejemplo entre área y perímetro, cantidad de matas que caben por era de acuerdo al largo y al ancho, distancia entre matas sembradas. En este proceso los estudiantes utilizaban para medir en ocasiones el metro, en otras lazos y en otras la cuarta (es la longitud de la mano abierta entre el pulgar y el meñique) y luego comparaban estas medidas.

En una misma tarea los estudiantes están utilizando diversas formas de pensar la multiplicación, evidenciadas a través del conteo de unidades, suma de largos y anchos para hallar el perímetro, producto del largo por el ancho para hallar el área, cantidad de semilla necesaria para sembrar, distancia entre matas o semillas, fecha de la siembra, de aporque (desyerbar alrededor de la mata y remoción de la tierra). La evidencia presentada muestra como los estudiantes están reconociendo la multiplicación como una suma reiterada o conteo de unidades múltiples, como una relación entre cantidades, están usando recursos lingüísticos como sentencias clave, utilizan el ritmo para denotar conformación de grupos iguales, acuden al conteo dactilar para conformar unidades múltiples, descansan a través de deslizamientos y en todas ellas es posible hallar caminos que sugieren formas diferentes de pensar en la multiplicación, que se pueden distinguir por los recursos semióticos desplegados durante la actividad y que van más allá de la estructura semántica y sintáctica del tipo de tarea multiplicativa propuesta.

Las concepciones y creencias de la maestra con relación a la enseñanza de la multiplicación representaban un sistema complejo, en tanto estaban enraizadas en un cuerpo único de

Facultad de Educación

conocimientos correcto y eterno, no realizaba conexiones entre la suma, la comparación de unidades y la multiplicación, la metodología era pasiva, primero explicaba el concepto, luego un ejemplo y por último rellenaba la clase con una serie de ejercicios sin tener en cuenta la motivación de los estudiantes por el tema de la multiplicación.

- Episodio 2: Áreas y perímetros del terreno de la huerta escolar

Tabla 2. Episodio de Clase. Áreas y perímetros de la huerta.

	<p><i>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL BUENOS AIRES</i> <i>Colegio Buenos Aires Cañasgordas - Antioquia</i> <i>"Por un aprendizaje creativo y dinámico"</i></p>
	<p>Áreas y perímetros de la huerta Investigaciones matemáticas en el aula</p>
<p>OBJETIVO: Hallar el área y perímetro de la huerta escolar y relacionarlo con la multiplicación.</p>	
<p>Fase 1 (Presentación de la situación, <i>exploración y formulación de preguntas</i>): Ya los estudiantes han diseñado la huerta escolar, de acuerdo a la distribución por equipos de trabajo, han determinado qué productos sembrar, el número de eras, la forma de éstas y han dibujado su mapa a escala. Ahora se trata de unir las partes del terreno de cada equipo para hallar el área y perímetro del terreno total.</p>	
<p>Fase 2 (<i>Formulación de conjeturas</i>): Los equipos de trabajo recogen la información obtenida de los otros grupos y empiezan a desarrollar la tarea. En esta actividad los estudiantes requieren volver a la huerta para orientarse y que los compañeros los ubiquen en su espacio. Identifican los puntos cardinales, y el terreno asignado a cada grupo. Tienen en cuenta los mapas diseñados de su terreno y de cada equipo y los juntan para hallar el área y el perímetro total de la huerta.</p>	
<p>Fase 3 (<i>Pruebas, argumentos y refutaciones</i>): Los estudiantes se reúnen en equipos y sustentan, argumentan, refutan y contra argumentan sus propuestas respecto a lo que se necesita para determinar el área y perímetro total de la huerta. Se vive una experiencia muy hermosa en la cual cada equipo defiende su postura y argumenta el diseño de su</p>	

Facultad de Educación

terreno, explican a sus compañeros porque la forma de las eras, entre todos elaboran un mapa de la huerta en general identificando el área y el perímetro de ésta.

Fase 4 (*Justificación y evaluación*): Los distintos equipos argumentan sus conjeturas; ellas se prueban y se aceptan o se refutan con otros argumentos. Los equipos sustentan sus elaboraciones y los resultados obtenidos sobre el área y perímetro de la huerta ante el grupo en general justificando, argumentando y refinando sus propuestas.

Se plantean o se refinan las hipótesis o conjeturas de los equipos, teniendo en cuenta que las medidas del terreno en general debe ser igual para todos.

En la medida en que avanzan las actividades, los estudiantes van reformulando sus conjeturas iniciales y justificando las estrategias y las explicaciones. Finalmente se dibuja un mapa de la huerta completa, identificando la distribución de terrenos.

Preguntas orientadoras del taller:

Para identificar el terreno asignado a cada equipo, ellos decidieron encerrarlo con guadua ¿cuántos metros de guadua necesitan para encerrarlo?, si se desea hacer tres filas con la guadua ¿qué cantidad de guadua se necesita?

La enseñanza de las matemáticas a partir del contexto de la huerta escolar, considerándolo como un espacio real en el cual los estudiantes manipulan los objetos de conocimiento y se motivan por su aprendizaje en la medida en que se despiertan sus intereses y necesidades, ha sido una experiencia innovadora para la maestra en la medida en que la ha llevado a transformar su práctica educativa, donde los estudiantes son los protagonistas y quienes tienen la palabra. Esta transformación la ha vivido en la medida en que se da a la tarea de escuchar más y hablar menos, en el espacio de conceptualización ha descubierto en los estudiantes grandes capacidades, aptitudes y destrezas frente a la manera como éstos relacionan la multiplicación en su vida cotidiana, solo se trataba de orientarlos y dejarlos seguir solitos en la búsqueda de respuestas, pero con el acompañamiento que como educadora debe brindar.

(ver anexo 1)

Facultad de Educación

Para ilustrar algunas de las actividades analizadas en el estudio, se acude a una tarea en la cual distintos estudiantes desplegaron diferentes medios en la resolución de la misma actividad.

La tarea es: hallar el área y perímetro total de la huerta.

Ilustración 13. Pruebas, argumentos y sustentaciones, áreas y perímetros del terreno. Autoría propia.



En esta actividad los estudiantes utilizaron diferentes estrategias para hallar el área y el perímetro de la huerta, en el equipo de E1, sumaron todo el largo y el ancho del terreno para hallar el perímetro y multiplicaron el ancho por el largo para el área; en el de E2, sumaron las áreas y perímetros de los equipos para hallar la totalidad de éstos; en el de E3, fueron a la huerta y midieron todo el terreno. (Ver anexo 2).



Ilustración 14. Ubicación y orientación de lotes de equipos. Área y perímetro total de la huerta.

Fuente: autoría propia.

Facultad de Educación

Ante la tarea propuesta de identificar la cantidad de guadua necesaria para cercar el lote asignado a cada equipo, éstos se fueron a la huerta y ubicaron las guaduas que necesitaban, las midieron, sumaron estas medidas y utilizaron los sistemas de conversión de medidas para responder a las preguntas realizadas. En este trabajo cada estudiante cumple con un rol de acuerdo a sus capacidades y destrezas, uno mide, otro toma nota, otro suma o resta, asumen su trabajo con responsabilidad y gusto, evidenciándose con ello el trabajo colaborativo, la motivación y la alegría de aprender matemáticas.

Episodio 3: Representación de la huerta a escala.

Tabla 3. Episodio de Clase. Diseño del mapa del terreno de la huerta escolar.

	<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL BUENOS AIRES <i>Colegio Buenos Aires Cañasgordas - Antioquia</i> <i>"Por un aprendizaje creativo y dinámico"</i></p>
	<p>Representando nuestra huerta a escala. Investigaciones matemáticas en el aula</p>
<p>OBJETIVO: Diseñar el mapa del terreno de la huerta escolar de acuerdo a sus medidas y formas encontradas utilizando la escala.</p>	
<p>Se recomienda hacer un mapa o un croquis de cómo concebimos el terreno del huerto con localizaciones concretas de acuerdo a la parcela.</p>	
<p>Fase 1 (Presentación de la situación, <i>exploración</i> y <i>formulación de preguntas</i>):</p>	
<p>Luego de realizar el reconocimiento de la huerta, hallar sus medidas, definir la forma de las eras y las semillas a sembrar, los estudiantes en sus equipos de trabajo elaboran un mapa a escala para representar el espacio asignado y presentarlo a sus compañeros.</p>	
<p>Fase 2 (<i>Formulación de conjeturas</i>): Los estudiantes trazan un croquis de su terreno con las medidas y la forma de cada era teniendo en cuenta los productos a sembrar definidos por el equipo en la visita que realizaron a la huerta para su reconocimiento y distribución.</p>	
<p>(En este mapa dibujan los sembrados, cercan el terreno, tienen en cuenta la medida de las eras pero no manejan el concepto de escala)</p>	

Facultad de Educación

Fase 3 (*Pruebas, argumentos y refutaciones*): Los estudiantes se reúnen en equipos y sustentan, argumentan, refutan y contra argumentan sus propuestas respecto a lo que se necesita para la representación de su terreno en un mapa. En los equipos se escuchan opiniones diversas sobre qué sembrar y cómo sembrar. La mayoría de los estudiantes conocen sobre siembra de algunos cultivos y el tiempo de producción. Se escuchan propuestas como sembrar productos propios de la región, del clima, del terreno y de rápida cosecha. Luego de sus discusiones en equipo uno de los integrantes del equipo dibuja el mapa en una hoja milimetrada y se distribuyen tareas para la exposición ante el grupo.

Fase 4 (*Justificación y evaluación*): Los distintos equipos argumentan sus conjeturas; ellas se prueban y se aceptan o se refutan con otros argumentos. Los equipos sustentan los mapas elaborados ante el grupo, justificando, argumentando y refinando sus propuestas. Al final se definen los elementos y condiciones para elaborar un mapa y representar un terreno a escala.

Se plantean o se refinan las hipótesis o conjeturas.

En la medida en que avanzan las actividades, los estudiantes van reformulando sus conjeturas iniciales y justificando las estrategias y las explicaciones.

Se presentan situaciones y preguntas que involucren los significados de multiplicación y estrategias para hacer la operación.

A continuación se presenta una situación y se hacen las preguntas orientadoras del taller: Cada equipo realiza un mapa de la huerta en papel milimetrado a escala 1:100 teniendo en cuenta los productos a sembrar, la forma y el área de su terreno.

Teniendo en cuenta que el terreno de la huerta tiene forma irregular ¿Qué forma pueden darle a las eras para facilitar su medida?, para representar su terreno en un mapa a escala ¿a cuántos cm equivalen 30 metros de largo de una era?

Ante la situación planteada, los estudiantes se mostraban confundidos pero a la vez inquietos por buscar respuestas por sus propios medios. Se sentían motivados por encontrar solución a una situación real, les inquietaba la idea de ver como en un contexto

Facultad de Educación

real como es la huerta, ellos podían aprender matemáticas. Para ellos era un motivo de orgullo experimentar, sentirse investigadores, poder salir del aula de clase, tomar sus propias decisiones, compartir con sus compañeros, sentirse protagonistas.

La tarea propuesta era la de representar el terreno asignado en una hoja milimetrada en una escala de 1:100. Lo más difícil para los estudiantes fue cumplir con el objetivo planteado, pues éstos no manejaban el concepto de escala. Para esta actividad se utilizaron muchas hojas milimetradas, puesto que los equipos de trabajo trazaban los mapas de diferente manera hasta encontrar el más acertado, la maestra les orientaba en su proceso de elaboración. Esta actividad posibilitó el trabajo colaborativo puesto que aunque en un comienzo se presentaban discusiones e inconformidades entre los estudiantes, finalmente lograban ponerse de acuerdo y continuar con su trabajo de manera satisfactoria gracias al aporte de todos.



Ilustración 15. Representación del terreno en un mapa a escala 1:100. Fuente: autoría propia

Durante la exposición de su trabajo ante el grupo, los estudiantes argumentan el diseño de sus mapas y muestran a sus compañeros la forma de elaborarlo, utilizan la multiplicación cuando dividen el largo y el ancho de las eras por el número de matas de cebolla que sembrarán, o la distancia de las semillas de lechuga, de zanahoria o de los diferentes productos que cultivarán en su terreno.

Facultad de Educación

Otros equipos de estudiantes establecían una relación entre cantidades cuando comparaban la distancia entre mata y mata de cebolla y el número de éstas que sembrarán por era, así mismo para los otros productos.

Utilizan el conteo cuando tienen en cuenta los colinos de lechuga a sembrar, el número de semillas de cilantro, la distancia a la cual regarán la semilla de zanahoria, etc.

En este contexto no solo se tiene en cuenta el conocimiento disciplinar sino también el saber popular y tradicional, las fases de la luna, el clima, el tipo de suelo, la mano de quien sembrará y la herramienta a utilizar.

Los estudiantes exploran, preguntan, se inquietan y buscan sus propias respuestas, muestran sus capacidades. Por ejemplo con respecto a la tarea propuesta, a pesar de la dificultad presentada para trazar el mapa a escala, éstos pudieron argumentar sus propuestas mostrando el dominio que tienen de la multiplicación y sobre todo la claridad y certeza que tienen de lo que quieren hacer en su huerta.

- Episodio 4: Comparaciones, cálculos y medidas.

Tabla 4. Episodio de clase. Cantidad de semilla de cebolla de rama para sembrar en la huerta escolar Bonaerense.

	<p>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL BUENOS AIRES Colegio Buenos Aires Cañasgordas - Antioquia <i>"Por un aprendizaje creativo y dinámico"</i></p>
	<p>Comparaciones, cálculos y medidas. Investigaciones matemáticas en el aula</p>
<p>OBJETIVO: determinar la cantidad de semilla de cebolla de rama para sembrar en la huerta escolar Bonaerense.</p>	
<p>Fase 1 (Presentación de la situación, <i>exploración y formulación de preguntas</i>):</p> <p>En todos los equipos los estudiantes definieron que destinarían una parte de su terreno para la siembra de cebolla de rama dado que es un producto fácil de cultivar, se adapta al suelo y al clima.</p>	

Facultad de Educación

Se presenta la situación planteada por escrito en la cual los equipos de trabajo determinarán la cantidad de cebolla necesaria para sembrar en la huerta escolar (ver anexo 9).

Fase 2 (*Formulación de conjeturas*): Los estudiantes se reúnen para formular sus conjeturas, hacer preguntas y buscar respuestas. Unas de las preguntas que surgieron fueron la distancia a la cual se siembra la cebolla entre mata y mata y surco y surco; el número de colinos que se siembran; es lo mismo sembrar con hojas que sin hojas; cuantos colinos tiene un kilogramo de cebolla, entre otras.

Fase 3 (*Pruebas, argumentos y refutaciones*): Los estudiantes en sus equipos de trabajo resuelven las preguntas que surgieron ante la situación planteada, al observar el trabajo en equipo, se podía evidenciar el conocimiento que tenían algunos estudiantes sobre el cultivo de cebolla y lo compartían con sus compañeros.

Algunos estudiantes se fueron a la biblioteca a consultar sobre el tema y otros aprovecharon que algunos docentes conocían sobre el tema y resolvieron la mayoría de sus inquietudes.

Fase 4 (*Justificación y evaluación*): Los distintos equipos argumentan sus conjeturas; ellas se prueban y se aceptan o se refutan con otros argumentos. Los equipos sustentan ante el grupo las respuestas encontradas frente a la cantidad de cebolla necesaria para sembrar en la huerta argumentando sus planteamientos.

Situación planteada para refinar las conjeturas.

Identificar y calcular cantidad de semillas necesarias para la siembra de cebolla dada las medidas del terreno.

Preguntas orientadoras del taller:

¿Cuántos colinos de cebolla se necesitan para sembrar en un terreno de 6,3 metros de ancho por 7,6 metros de largo?

Facultad de Educación

¿Cuántas matas de cebolla de rama se necesitan para sembrar el terreno destinado para este cultivo?

Por equipos, deben tener en cuenta que se siembran dos colinos de cebolla juntos.

¿A cuántos colinos de cebolla equivale un kilogramo?

¿Cuántos kilogramos de cebolla necesitan para sembrar el terreno total de la huerta escolar?

Para dar solución a esta actividad los equipos utilizan diferentes estrategias, por ejemplo los estudiantes del equipo de E2, utilizan las baldosas del piso del salón para hallar el número de matas de cebolla necesarias para sembrar y toman como medida la cuarta. Uno de los estudiantes explica que por un lado son 10 cuartas y por el otro lado son 4 cuartas, entonces multiplica 10 por 4 y afirma que necesitan 40 matas de cebolla para sembrar el terreno. (Ver ilustración 16).

Por su parte los estudiantes del equipo de E1, dicen que sembrarán la cebolla a una distancia de 33 cm porque habían tomado inicialmente como referencia dos cuartas que equivalen a 40 cm pero que esto era mucha distancia entre mata y mata por lo tanto cambiaron la medida.

El equipo de E3, no logra determinar el número de matas porque no tienen claro el área que sembrarán de cebolla, tomaron como referencia para la siembra dos cuartas y cuando se les pregunta a cuánto equivale esta medida, una compañera de otro equipo, E4, les sugirió medir su cuarta con una regla.

Para determinar el número de colinos de cebolla correspondientes a un kilogramo, los equipos coincidieron en que son entre 8 y 10 colinos.

Al observar los videos se puede notar mucho ruido por parte de los estudiantes en su discusión y de pronto se puede pensar que hay desorden pero en realidad son los equipos de trabajo que están discutiendo las respuestas a la actividad propuesta.

Los estudiantes utilizan la división y la multiplicación para dar respuesta a la pregunta realizada, además se observa un interés colectivo y mayor colaboración y participación a la hora de trabajar en equipo.



Ilustración 16. Formulación de conjeturas, preguntas y respuestas. Autoría propia.

- Episodio 5: contextualización de la multiplicación de fracciones a partir de una situación planteada.

Tabla 5. Episodio de clase. La parcela de don Ramón y la parcela de la señora Anita

	<p><i>INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL BUENOS AIRES</i> <i>Colegio Buenos Aires Cañasgordas - Antioquia</i> <i>"Por un aprendizaje creativo y dinámico"</i></p>
<p>La parcela de don Ramón y la parcela de la señora Anita Investigaciones Matemáticas en el Aula</p>	
<p>OBJETIVO: Contextualizar la multiplicación de fracciones a partir de una situación planteada.</p>	
<p>Fase 1 (Presentación de la situación, <i>exploración</i> y <i>formulación de preguntas</i>): Después del diseño de la huerta escolar, la construcción del mapa a escala y hallar áreas y perímetros de ésta, los estudiantes ponen en práctica sus conocimientos y las destrezas adquiridas a través de la estrategia Investigaciones Matemáticas en el Aula. Se entrega a los estudiantes una copia de una situación problema titulado la parcela de don ramón para poner a prueba sus conocimientos sobre la multiplicación de fracciones. (ver anexo 10).</p>	
<p>Fase 2 (<i>Formulación de conjeturas</i>): Los estudiantes en equipos de trabajo, distribuidos de acuerdo a su preferencia, leen la situación, discuten y plantean sus conjeturas acerca</p>	

Facultad de Educación

de la solución en la cual tienen en cuenta las recomendaciones sugeridas en la situación.
(Doblar hoja, pintar o señalar dobleces, responder preguntas).

Fase 3 (*Pruebas, argumentos y refutaciones*): Los estudiantes en sus equipos de trabajo piden asesoría a la docente, la cual los orienta teniendo cuidado de no dar la respuesta y guiando a sus estudiantes en la exploración de la situación y búsqueda de respuestas. En estos equipos se escuchan diversidad de opiniones y se llegan a acuerdos para la solución de la situación planteada.

Fase 4 (*Justificación y evaluación*): Los distintos equipos argumentan sus conjeturas; ellas se prueban y se aceptan o se refutan con otros argumentos. Los equipos sustentan sus respuestas ante el grupo en general justificando, argumentando y refinando sus propuestas. Al final se define el proceso para multiplicar fracciones. Se plantean o se refinan las hipótesis o conjeturas de manera conjunta después de que cada equipo de trabajo justifica sus conjeturas, por último se sacan las conclusiones.

Actividad propuesta:

La parcela de Don Ramón: La mitad de su parcela tiene terreno cultivable, de esa parte, $\frac{1}{3}$ está sembrado con papas.

La parcela de la señora Anita: Dos tercios de su parcela corresponden a terreno cultivable, de esa parte, $\frac{1}{4}$ está sembrado con papas.

Preguntas orientadoras del taller:

¿Qué parte de la parcela completa está sembrada de papas?

¿Qué parte de la parcela está destinada a los animales si se utiliza para ello la mitad de la mitad?

¿Qué parte de la parcela de la señora Anita está sembrada con sandías, si utiliza para ello $\frac{1}{2}$ del terreno cultivable (qué es $\frac{2}{3}$ de la parcela)?

A partir de las orientaciones realizadas en la situación planteada en la cual se guiaba al estudiante a representar las parcelas de don Ramón y de la señora Anita en hojas de papel y realizar los dobleces correspondientes al terreno cultivable, los estudiantes comprendieron de donde se da el concepto de multiplicación de fracciones e identificaron varias situaciones de la

vida cotidiana en la cual se aplica esta operación matemática. (Ver ilustración 17).

La tarea es: contextualizar la multiplicación de fracciones.



Ilustración 17. Contextualización de la multiplicación de fracciones. Fuente: autoría propia.

Los estudiantes identificaron y propusieron varias situaciones en las cuales se aplicaba la multiplicación de fracciones desde su contexto, por ejemplo desde la huerta escolar, ellos con los datos que tienen de su terreno identificaron que fracción corresponde a cada cultivo.

Fue un gran momento para que los estudiantes hablaran de plano del terreno y parcelación, cálculo de superficies, medidas, estimación y cálculo de magnitudes usando distintas representaciones hasta llegar al concepto de escala. El análisis de la situación propuesta desde el diseño de la huerta permite generar conocimientos en los estudiantes desde la multiplicación.

A partir de la sustentación de las conjeturas varios estudiantes identificaron cuáles eran los errores cometidos al multiplicar fracciones y como confundían las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de éstas. Por ejemplo al inicio multiplicaban el número entero tanto por numerador como por denominador, sumaban fracciones heterogéneas como las homogéneas, multiplicaban extremos y medios, al realizar la actividad con el doblez de papel a medida que seguían los pasos de la actividad, encontraron que daba un resultado diferente.

Otros estudiantes que en un inicio multiplicaban de manera equivocada un entero con un fraccionario, comprendieron que los enteros se pueden convertir en fracción colocando el entero sobre la unidad, y argumentaron que a través de la graficación o la representación en hojas, es más fácil comprender la situación planteada. (Ver anexo 17).

Los estudiantes se muestran inquietos y motivados con la situación multiplicativa planteada y expresan haber aprendido no solo a multiplicar sino las otras operaciones con fracciones, que siendo un tema difícil de comprender, por fin lo han conseguido de esta manera tan fácil.

9. Construyendo e interpretando categorías

El proceso investigativo adelantado para analizar el desarrollo de la práctica reflexiva del maestro con estudiantes de sexto grado, apoyada en las Investigaciones Matemáticas en el Aula, permitió establecer y profundizar la complejidad del objeto de estudio a través de cuatro categorías emergentes y visibles en el proceso, tal como se muestra en la matriz (ver tabla 6). En cada categoría se discriminó una serie de subcategorías respondiendo a indicadores aportados por los distintos participantes y vinculados directamente con los temas principales seleccionados de antemano, tal como se detallan en la tabla, lo cual permitió analizar la información recogida durante la investigación y presentar los resultados en función de los objetivos propuestos. Así, se consideraron cuatro nodos que permiten visualizar un panorama comprensivo acerca de las realidades que se tejen al interior de las prácticas de enseñanza y sus relaciones con la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, es importante considerar que los nodos que serán expuestos a continuación recogen las comprensiones del objeto de estudio haciendo alusión a las intersecciones visibles entre las dimensiones ya planteadas en el marco teórico:

- Práctica Reflexiva
 - Saberes
 - Actores
 - Interacciones
 - Transformación del docente
 - Reflexión sobre la acción
 - Experiencia del maestro
 - Formación docente
 - Investigación
 - Enseñanza-Aprendizaje
- Relación maestro- saber disciplinar y pedagógico

Facultad de Educación

- Formación académica
 - Resignificación de saberes
 - Conocimiento matemático
 - Enseñanza área y perímetro
 - Aprendizaje de fracciones
 - Lenguaje matemático
 - Enseñanza- Aprendizaje
 - Investigación en el Aula
 - Actividades de enseñanza
 - Actividades de aprendizaje
 - Comprensión del concepto de fracción, polígono, área, perímetro
 - Práctica social
 - Idea de área, perímetro, fracción
 - El sentido de las tareas
 - Conocimiento
 - Habilidades matemáticas
- Relación maestro- estudiante
- Saber pedagógico
 - Interacciones en el aula
 - Interacción maestro- estudiante
 - Formas de comunicación
 - Silencio que habla
 - Colaboración
 - Diálogo

Facultad de Educación

- Reflexión

 - Aprendizaje mutuo

 - Innovación

 - Objetivo común

 - Trabajo en equipo

 - Interrelaciones

 - Negociación

 - Acuerdos

 - Confrontación de ideas

 - Aceptación del otro

 - Intereses comunes

 - Formas para comunicar ideas

 - Actitudes del maestro frente a las respuestas de los estudiantes
- Relación enseñanza - aprendizaje
- Interacción entre estudiantes
 - Relación con el entorno
 - Aprendizaje significativo
 - Importancia de contenidos
 - Necesidad de aprendizaje
 - Interés por aprender
 - Condiciones culturales y sociales
 - Valoración del conocimiento
 - Necesidad de conocimiento
 - Expectativas del docente

Las categorías de análisis que emergieron al interior de esta investigación fueron producto de las voces de los protagonistas, los referentes teóricos y el trabajo de la docente como

investigadora. Para la sistematización de los registros y el análisis de los datos, se consideró la triangulación de éstos, producidos conjuntamente. También se usó el estudio de casos, el diario reflexivo de investigación y los referentes teóricos asumidos para esta investigación. Las unidades de análisis fueron las acciones realizadas por la maestra.

En este análisis se tuvo presente interpretar las interrelaciones que se tejen en el aula de clase, entre los estudiantes con el conocimiento matemático, donde se desarrollaron situaciones intencionadas hacia la objetivación del concepto de enseñanza matemática desde las Investigaciones Matemáticas en el Aula.

Atendiendo a este marco teórico y metodológico, se consideró importante realizar un tejido para el análisis (interacción entre estudiantes y éstos con la maestra, con los conocimientos enseñables, los discursos y prácticas de aula), donde se diera cuenta de una forma natural del proceso de objetivación del concepto de *enseñanza desde las Investigaciones Matemáticas en el Aula*.

En los encuentros en el aula se usaron los siguientes instrumentos para la producción y registros de datos: Videograbaciones de la mayoría de las sesiones de clase; registros de las notas de campo, en los que se plasmaron las observaciones y reflexiones sobre las actividades desarrolladas en las sesiones; registros de las producciones escritas de los estudiantes, sobre las actividades realizadas tanto en el aula de clase, como fuera de ella y en las salidas de campo a la huerta escolar; entrevistas semi-estructuradas a los estudiantes protagonistas de la investigación, registradas en videograbación.

En lo que respecta a la presentación de los resultados e interpretación de las entrevistas, notas de campo, diario de la investigadora y videos, se realizó el análisis desde la perspectiva de las diferentes categorías profundizando en las respectivas subcategorías definidas a continuación.

Tabla 6. Análisis de Categorías y subcategorías. Fuente: Autoría propia.

Categoría	Subcategoría	Frases codificadas				Observación general
		<i>Docentes</i>	<i>Encuesta a estudiantes</i>	<i>Madres de familia</i>	<i>Maestra investigadora</i>	
Relación maestro-estudiante	<i>Comunicación entre</i>	El trabajo práctico permite	He logrado expresar	No solo se trabaja la matemática	Antes no escuchaba a los estudiantes	Las investigaciones matemáticas en el aula han posibilitado

Facultad de Educación

	<p><i>maestro y estudiante</i></p> <p>acercamiento en la calidad y formación de los estudiantes. D1</p> <p>Se da una mejor relación maestro-estudiante y relación con la vida diaria. D2</p> <p>Se interactúa, se unen y comparten saberes, se aprende mutuamente. D3</p> <p>Da mayor claridad a las metas de enseñanza. D4</p> <p>Se pierden los miedos que traen los niños de la primaria. D2</p>	<p>mis dudas. E1:</p> <p>Me gusta salir a exponer porque quito la pena. E2</p> <p>La profesora me corrige con amor. E3</p> <p>Mis compañeros y la profesora son respetuosos y me valoran mucho. E4</p> <p>Hay un excelente trabajo en equipo y en la forma de evaluar. E1</p>	<p>sino que también los estudiantes aprenden a trabajar en equipo, a compartir. M1</p> <p>La confianza que brinda la maestra permite que los estudiantes pierdan su timidez y miedo a las matemáticas. M2</p> <p>Se nota mayor gusto por la matemática. M3</p>	<p>He aprendido a escuchar más a mis estudiantes a partir de la estrategia... El diálogo como forma de comunicación en el aula aportó a la construcción del conocimiento y a la formación autónoma e independiente de los estudiantes. La comunicación en la interacción estudiante- maestro en el aula de clases ha fortalecido el proceso enseñanza-aprendizaje.</p>	<p>la comunicación entre maestra y estudiantes en la medida en que se crean espacios de intercambio, de diálogo, de compartir. Mi cambio de actitud, y mi forma de enseñar ha permitido mejorar las relaciones de comunicación con los estudiantes, propiciando así un aprendizaje más dinámico.</p>
	<p><i>Atención del maestro al estudiante</i></p> <p>Hay cambios e intercambios de conceptos frecuentemente entre</p>	<p>La profesora nos explica con amor y paciencia. E2</p>	<p>La maestra Tiene una actitud más abierta frente a escuchar</p>	<p>Yo suponía que debían alzar la mano mirando al frente. Paso por cada uno de los</p>	<p>He logrado relaciones de mayor afecto, seguridad y comprensión hacia ellos y ellas, estos sentimientos han</p>

Facultad de Educación

		profesor y alumno. D4		los alumnos. M2	grupos escuchando las discusiones sin intervenir, me ha costado no hacerlo,...	motivado que en el salón de clase, reine un ambiente, que, además de ser apto para el aprendizaje, es un lugar de sana convivencia.
<i>Relación jerárquica</i>	La confianza que se brinda al alumno prevalece en todo momento y espacio, y juega un papel muy importante en su seguridad. D4	El nivel de confianza en sí mismos, en sus compañeros y en la docente ha permitido que los estudiantes quieran recibir la clase de matemáticas con entusiasmo y alegría. E4	La profesora escucha a sus alumnos. Les brinda la posibilidad de crear y de darse la importancia que tienen como seres humanos. M3	El estudiante debe pedir con respeto la palabra... Mi relación con los estudiantes antes se fundaba en una cierta imposición sin consulta o consentimiento previos sobre las actividades y no tenía en cuenta sus intereses o necesidades de aprendizaje, su papel era de escucha o repetidores de la información.	La conversación entre maestro y estudiantes es de manera horizontal... Ahora mi relación es de mediadora, he aprendido estrategias que me han permitido interpretar los pensamientos, los sentimientos, problemas, intereses y deseos de los estudiantes a través de cosas como la comunicación.	
Enseñanza Aprendizaje	La enseñanza aprendizaje ha sido más eficiente en los grupos en los que se	Se nota el avance en los estudiantes en cuanto a su	En todo se tiene en cuenta la matemática .	Solo tuve que encaminarlos y el resto lo hicieron ellos solos. Proponían	He logrado desprenderme de costumbres que no me permitían dejar que los estudiantes pensarán, se	

Facultad de Educación

		implementa la estrategia. D3	capacidad de trabajo colaborativo, de formular preguntas, de hacer conjeturas y de justificar sus respuestas. E1	Con las investigaciones son más divertidas. M2	diferentes maneras para solucionar los planteamientos propuestos. Para los alumnos ha sido difícil porque vienen formándose dentro del método tradicional	cuestionaran y buscaran estrategias de solución frente a sus propias inquietudes.
Relación maestro-saber disciplinar y pedagógico	<i>Conocimiento disciplinar</i>	Las herramientas adquiridas en su proceso de formación han servido para mejorar sus estrategias de enseñanza, siendo ahora más motivadoras. D2	La profesora nos escucha, nos explica de diferentes maneras hasta que entendamos. E1 La evaluación es en equipos y no nos da susto. E3	La profesora ha aplicado una metodología muy buena que permite que los estudiantes le quiten el miedo a la matemática M3	Pensaba que los estudiantes comprendían con solo explicar. Ahora los estudiantes buscan sus propios métodos para comprender el tema como los mismos compañeros, investigaciones.	La maestría me ha permitido reorientar mis prácticas de enseñanza de tal manera que se cambie la concepción de la matemática como un área muy difícil. Las prácticas de enseñanza son más divertidas, generando espacios de interacción e intercambio de conocimientos.
	<i>Saber pedagógico</i>	Ha partido de las ideas y necesidades de los educandos. D1	Con la estrategia IMA las matemáticas son	La enseñanza de las matemáticas son más	Los estudiantes desde el comienzo se sintieron motivados al ver que había	Fue necesario ponerme en el mismo nivel del estudiante que aprende y del maestro que aprende para generar esa

Facultad de Educación

		Tiene en cuenta la capacidad de cuestionarse de los estudiantes. D3	mejores. E2 Los estudiantes Son más inquietos, más motivados. E1	prácticas y van hacia la cooperación. M1 Han mejorado frente al trabajo en grupo. M2	materiales diferentes y que no conocían y empezaron a hacer preguntas.	motivación, amor y confianza en los estudiantes por las matemáticas. He mejorado en la interacción con los estudiantes y es porque los veo de manera diferente.
	<i>Resignificación de saberes</i>	La forma de evaluar es el componente más notorio en el proceso que desarrolla la profesora. D3	Los equipos de trabajo discuten sus respuestas y generan preguntas. Los estudiantes se ayudan mutuamente. E3	La evaluación no solo es numérica sino que se basa en el conocimiento e intereses de los estudiantes. M2	Las IMA requieren del acompañamiento y asesoría de la docente. Surgen muchas inquietudes en los estudiantes que es necesario orientar. Evaluar de manera continua	Es muy difícil salir de una estrategia rutinaria donde la costumbre era dar respuestas y proponer ejercicios. Además evaluar por una nota y no de manera continua ni formativa.
Práctica Reflexiva	<i>Transformación del docente</i>	Las clases son más dinámicas. D1 Los estudiantes tienen ganas de estar en la clase de	Los estudiantes cambian el juego, el dibujo, la pintura, etc. para estudiar	Los estudiantes se sienten motivados por la clase porque la profesora	Antes era muy autoritaria con los estudiantes. Mi sensibilidad frente a los	Hago de mi práctica docente un espacio para compartir, crear, aprender conjuntamente con los protagonistas de la escuela, “los estudiantes”.

Facultad de Educación

		matemáticas y ya es una de sus favoritas. D2	matemáticas. E4 Los métodos de enseñanza utilizados motivan el aprendizaje. E3	les brinda confianza. M2	estudiantes es notoria. No adaptaba mi enseñanza a las necesidades de los estudiantes. Mis creencias y posiciones acerca de las prácticas de enseñanza eran generalizadas y no se apoyaban en las pruebas de la experiencia, la teoría o la investigación	Parto de las necesidades e intereses de los estudiantes
Transformación de la práctica del docente	El cambio es evidente en los procesos de enseñanza aprendizaje. D3 La forma de orientar a los alumnos, el amor, la entrega y conocimiento de su área.	He mostrado lo que soy y lo que puedo hacer y lo que opino sin temor a equivocarme. E1	La práctica de la docente contribuye a la concentración de los estudiantes. M1	Buscaba estrategias para motivar a los estudiantes por su aprendizaje en matemáticas. La constante reflexión en busca de que los	Se trata de cambiar unas costumbres de enseñanza que vienen arraigadas por una nueva que interfiere en el proceso de formación no solo personal sino de un grupo de estudiantes.	

Facultad de Educación

		D4			estudiantes comprendan la matemática y la vida.	
	<i>Reflexión sobre la acción</i>	Los estudiantes se muestran motivados al descubrir diferentes formas de aprender matemáticas. D1	Los estudiantes solucionan situaciones multiplicativas de la vida cotidiana. E4 Conceptualizan algunos temas como área, perímetro, fracciones y los aplican en la huerta escolar. E2	La enseñanza por medio de la huerta escolar les brinda a los estudiantes más confianza en sí mismos y les genera más amor por su entorno. MI	Me cuestionaba sobre mi manera de explicar y de llegar a los estudiantes. No tenía en cuenta los intereses de éstos al enseñar un tema. No conectaba la teoría con la práctica. En pocas ocasiones escuchaba y valoraba las opiniones de los estudiantes.	La estrategia IMA, me ha permitido encaminar las estrategias de enseñanza de una manera motivadora, en la cual han surgido conocimientos, intercambios donde yo como maestra he sido quien más he aprendido y tengo el reto de continuar mejorando tanto para mi formación como persona y docente a través de la enseñanza como para el aprendizaje significativo de los estudiantes.
Relación enseñanza aprendizaje	<i>Interacción entre estudiantes</i>	Se observa en los estudiantes una mejor actitud para trabajar en equipos y gusto por las	Con las diferentes ideas y pensamientos de los demás podíamos	Esta estrategia ayuda a discutir a socializar, a integrarse cada día	Los espacios de encuentro entre maestra y estudiantes propiciaron aprendizajes significativos	La comunicación entre los estudiantes posibilitó el desarrollo de su sentido crítico y reflexivo. El compartir diferencia de opiniones y maneras

Facultad de Educación

		matemáticas D3	hablar y conocernos mejor. E3	más, a aceptar las opiniones de los compañeros. M3	. Las temáticas vistas y la manera de abordarlas generaron opiniones interesantes al interior del aula de clase.	de aprender fortaleció las relaciones entre los estudiantes y la docente.
<i>Aprendizajes (dimensiones)</i>	La docente ha brindado a los estudiantes herramientas para resolver sus inquietudes y aprender desde el contexto de la huerta escolar. D4	El trabajo colaborativo permitió resolver las investigaciones. E2 El acompañamiento y la paciencia de la profesora cuando nos orientaba facilitaron la solución de las situaciones propuestas. E1	Es muy importante la estrategia de enseñanza impartida por la profesora porque los alumnos participan más en el colegio y llevan propuestas al hogar. M3	Puedo evidenciar la curiosidad que se ha despertado en los estudiantes por la lectura y la motivación para realizar las actividades propuestas y las consultas. Los estudiantes no dudan en preguntar cuando se presentan dificultades.	La confianza, la capacidad de escuchar, de orientar, al estudiante han sido los pilares que me han aportado a la transformación de mi práctica de enseñanza de una manera reflexiva a través de la cual he logrado aprender de manera conjunta con los estudiantes.	
<i>Relación aprendizaje</i>	A través de la enseñanza en la huerta	La matemática sirve	La enseñanza de las	Los estudiantes hacen	El grupo reflexiona sobre la importancia de medir bien porque en	

Facultad de Educación

	<i>je con el entorno</i>	escolar los estudiantes se ven más motivados y alegres en las clases de matemáticas. D2	para todas las cosas que realizamos como comprar, vender, negociar. E4	matemáti- cas desde la huerta escolar ha despertado en los estudiantes deseos de trabajar en la huerta de la casa y llevar los registros de ésta. M1	preguntas que muestran su inquietud y curiosidad por aprender matemáticas desde su contexto. Relacionan conceptos matemáticos con su vida cotidiana.	las casa de algunos de ellos venden leche y si no miden bien se engañan Frente a estos aportes de los estudiantes observo que estos relacionan la matemática con su vida cotidiana.
--	------------------------------	--	--	---	--	---

Nota: para llenar la tabla con las categorías de análisis se codificó a los participantes de la siguiente manera: de las entrevistas realizadas a docentes, se tomó como muestra la de cuatro participantes codificados como D1, D2, D3 Y D4. Las encuestas, entrevistas y reuniones con madres y padres de familia se codificaron como M1, M2, M3. La información recolectada por los estudiantes en entrevistas, encuestas, observación directa en clase, quedó codificada como E1, E2, E3, E4.

10. Análisis de la información

10.1 Análisis por categoría

Para el análisis de la información obtenida a través de los instrumentos del presente estudio se elaboró la matriz presentada en el apartado anterior que sirve como guía para orientar el análisis cualitativo de la información. Tal como se aprecia, la matriz está organizada en cuatro categorías y cada una de ellas cuenta con un conjunto de subcategorías.

Relación Maestro estudiante

Desde los resultados se observa que la aplicación de la estrategia permite una relación más horizontal entre docente y estudiantes debido a las interacciones dinámicas, entre todos los miembros del aula. Mientras que en el modelo tradicional de enseñanza, el proceso de enseñanza - aprendizaje es meramente vertical: el que sabe enseña al que no sabe, el proceso es en sí muy simple: basta con transmitir conocimientos. Por eso, como se afirma en los diarios de campo realizados para la actividad de la huerta escolar “...antes no escuchaba a mis estudiantes” hasta “el diálogo como forma de comunicación en el aula aportó a la construcción del conocimiento y a la formación autónoma e independiente de los estudiantes” se puede afirmar que las IMA permiten dinamizar esos procesos de enseñanza aprendizaje y el docente no deja de tener valor en ello, al contrario, el papel del docente adquiere una valoración primordial.

Para Shulman (2005) la enseñanza inicia con un acto de razón, continúa con un proceso de razonamiento, culmina con la acción de impartir, sonsacar, hacer participar, o seducir, y luego es objeto de mayores reflexiones hasta que el proceso puede reiniciarse. Por lo tanto, podría problematizarse la enseñanza a través de la pregunta constante sobre la manera como se enseña teniendo en cuenta los objetivos de que los alumnos aprendan a comprender y a resolver

problemas, a pensar crítica y creativamente, que aprendan datos, principios y normas de procedimiento.

A partir de la aplicación de la estrategia IMA, se realizaron actividades que fortalecieron el aprendizaje de la multiplicación desde el contexto de la huerta escolar tales como: diseño de la huerta escolar, representación de la huerta en un mapa a escala, elaboración de eras y surcos para la siembra, áreas y perímetros por lotes y del terreno total, cálculo de matas por era, número de matas por kilogramo, época de siembra, tiempo de germinación, tiempo de aporque, tiempo de cultivo, cantidad de producto cosechado.

Los estudiantes desde su contexto, comprendieron las diferentes formas de construir la multiplicación, de manera práctica, fuera del aula de clase y sin tener que repetir las tablas de multiplicar que era la forma tradicional como aprendían. En este caso el papel de los estudiantes y de la maestra era el de investigadores lo que permitió que la relación fuese más abierta, donde se permitía el ensayo- error, se escuchaban opiniones sin prejuicios y sin temor a ser juzgados, los estudiantes se tomaban su tiempo para realizar operaciones, cálculos, mediciones, conjeturas y finalmente llegar a respuestas y en muchas ocasiones a generar mas preguntas.

Se puede apreciar en esta estrategia que existe un reconocimiento mutuo entre estudiante y docente muy diferente al modelo tradicional y que permite potenciar mucho más que antes las posibilidades de aprendizaje de los estudiantes. De hecho, tanto estudiantes como madres lo reconocen y, por tanto, llegan a valorar con reconocimiento las bondades manifiestas de la *“la forma como le está enseñando la profesora”*. Incluso, como puede apreciarse en el cuadro, los compañeros docentes reconocen que *“con esta práctica se pierden los miedos que traen los niños de primaria; se da una mejor relación maestro- estudiante y relación con la vida diaria. Se interactúa, se unen y comparten saberes, se aprende mutuamente”*.

Al analizar la actitud como maestra de matemáticas hacia el aprendizaje y desarrollo de los estudiantes, las expectativas con relación a su desempeño y el tipo de relación que se establece con ellos, la maestra encontró, tal como se aprecia en los diarios, que ha pasado de una actitud que desconocía las posibilidades de aprendizaje de los estudiantes, (*Mi relación con los estudiantes antes se fundaba en una cierta imposición sin consulta o consentimiento previos sobre las actividades y no tenía en cuenta sus intereses o necesidades de aprendizaje, su papel era de escucha o repetidores de la información*), a un reconocimiento mucho mayor. Lo que ha logrado

Facultad de Educación

apreciar con las IMA, ahora escucha las inquietudes de los estudiantes, los ve interactuar, a ellos se les permite “hablar” en el aula y no existe la continua desconfianza de que no están prestando atención o que no están metidos en la tarea (*Ahora mi relación es de mediadora, he aprendido estrategias que me han permitido interpretar los pensamientos, los sentimientos, problemas, intereses y deseos de los estudiantes a través de cosas como la comunicación*).

Al contrario, la estrategia permite que ellos estén en continua comunicación y la interacciones se hacen más ricas. Para la docente fue muy difícil al principio realizar este cambio; pero era de esperarse tal como lo afirma Finkel (2008) lo difícil que es para los maestros cambiar las prácticas de enseñanza principalmente sobre la transmisión de conocimiento de manera oral y narrativa que tradicionalmente se utilizan en la que no se estimula la reflexión de los alumnos ni su proceso de aprendizaje a partir de sus propias experiencias. De igual manera, Bateman (2009) hace referencia al trabajo de los docentes el cual no es satisfacer su ego, aunque esto les agrade, sino preparar a los alumnos para resolver problemas cuando el maestro ya no esté cerca. Hoy la maestra reconoce que los estudiantes tienen una inmensa potencialidad, que no es necesario encasillarse en unos temas predefinidos y limitados y que ellos, si se les da “cuerda” (motivar, empujar, dejar que exploren), pueden llegar a aprender mucho más de lo que se puede esperar.

En el caso de la enseñanza de la multiplicación desde el contexto de la huerta escolar, lo único que hizo la maestra fue plantear una situación de aprendizaje en la cual los estudiantes deberían diseñar su huerta, así se inició una investigación de la cual surgieron situaciones y planteamientos que requerían de procedimientos multiplicativos y en los cuales los estudiantes descubrían las diferentes formas de multiplicar y su aplicación en la vida cotidiana lo que les generaba mayor motivación.

A partir de la estrategia, el maestro comprende que debe dar cada vez más confianza a los estudiantes con la seguridad de que ellos corresponden ampliamente. Eso lo permite una interrelación horizontal, en el sentido de que se reconoce al estudiante como ese ser en potencia y no como un ser “pobre”, “inmaduro”, “sin voz”, al que hay que orientar para que salga de ese estado.

Así mismo, cuando se hace la reflexión sobre cómo los estudiantes enfrentan estos problemas para llegar a la solución de manera motivadora, desde los aprendizajes que la maestra ha logrado tener al aplicar la estrategia, ella observó que no podía culpar a los estudiantes de sus

dificultades de aprendizaje, lo cual era común escucharlo. Al contrario, reconoce que las posibilidades de mejorar las prácticas de enseñanza llevan a construir estrategias como las IMA que permiten mayores motivaciones tanto al docente como a los estudiantes y, por tanto, procesos de autoevaluación para que no se culpen mutuamente de sus “fracasos,” sino que se identifiquen posibilidades de mejorar.

Práctica Reflexiva

Los espacios generados en el aula —anteriores al proceso de investigación— en los cuales se llevaban a cabo las clases de matemáticas estaban determinados por reaccionar a las situaciones de los estudiantes y del aula de forma automática y rutinaria, la maestra operaba con respuestas rápidas, sin análisis previo, no tenía en cuenta las necesidades de aprendizaje (la motivación y aplicabilidad de lo aprendían en su contexto, el por qué y para que aprender matemáticas) y en ocasiones les atribuía la responsabilidad de la poca comprensión y desmotivación por el área a los estudiantes. Sus creencias y posiciones acerca de las prácticas de enseñanza eran generalizadas y no se apoyaban en las pruebas de la experiencia, la teoría o la investigación.

Como puede apreciarse en los diarios de campo, en las voces de los estudiantes y de los compañeros docentes, se notan transformaciones significativas respecto a las concepciones o representaciones que la educadora ha tenido sobre la educación y los procesos de enseñanza aprendizaje en el aula. Como se ha afirmado antes, esta estrategia permite conocer a profundidad al estudiante en cuanto a sus posibilidades de formación académica, pero lograr esto no es nada fácil. Los docentes se han formado desde la escuela, luego en la universidad y ahora en ejercicio bajo el mismo paradigma que enmarca los discursos y las prácticas escolares. Muchos discursos y las prácticas, se han sustentado a lo largo de siglos de experiencia. Desde ahí, cuando el docente decide descentrarse en el aula para darle vía libre al estudiante se da cuenta que existe un inmenso abismo entre el afirmarlo y el hacerlo. Durante las primeras clases era muy difícil esperar que los estudiantes llegaran a sus primeras conjeturas y que la mejoraran. La desconfianza al respecto llevaba a la maestra a estar haciendo intervenciones como las hacía antes; pero la escritura de los diarios y la reflexión permanente le mostraban, tal como se anotó en los diarios, que era necesario

no desfallecer e intentar dar “clase con la boca cerrada” y por tanto, los errores iban disminuyendo o aparecían otros de otro tipo que había que confrontarlos también.

Por ello, teniendo en cuenta a Perrenoud (2004) si se considera que la noción de práctica reflexiva hace referencia tanto a la reflexión sobre cada uno de los elementos que forman parte de un proceso, de una situación, como también al hecho de hacer de la misma reflexión el propio objeto de comprensión, esto es, reflexionar sobre la acción, puede considerarse aquí que las IMA llevan de por sí a que el docente que las aplique de manera adecuada se vea sujeto a reflexionar sobre su práctica y por tanto, a transformarse. Y como la práctica reflexiva entraña dos momentos (como reflexión en la acción, que es inmediata, a breve plazo, consistentemente relacionada con la eficiencia técnica; y como reflexión sobre la acción donde el docente, alejado de lo inmediato, puede esclarecer, comprender e interpretar (p. 37)). Una herramienta útil para ese momento de reflexión de la práctica del docente lejos de lo inmediato, es el diario de clase, utilizado como medio de escritura y reflexión que permite ver las transformaciones que se dan al interior del aula.

Las prácticas en el aula a través de la IMA permiten, además, comprender que la reflexión de la práctica debe ser un proceso metódico y constante de manera que sean los hechos los que estén determinados y definidos por una actitud reflexiva y no al contrario, es decir, abandonar aquella actitud reflexiva como consecuencia de lo sucedido. Incluso, ese proceso de reflexión y transformación a través de la práctica que se ve reforzado por los logros perceptibles en los estudiantes, se favorece y se fortalece mediante el “*habitus*”, mediante su continuidad. Convirtiéndose cada vez más en eso, un *habitus*, ya en una parte esencial del ser. Ya se hace necesaria en el actuar cotidiano. Así, la postura reflexiva significa formar el *habitus* de la reflexividad, fomentar esquemas reflexivos, estar siempre en disposición de reflexionar para valorar y mejorar, tener conciencia de la reflexión, de su importancia, de sus procesos y de su evolución. Exige autonomía y direccionamiento (Perrenoud, 2001).

La implementación de la estrategia las *Investigaciones matemáticas en el Aula* posibilitaron la reflexión e investigación crítica sobre las prácticas de enseñanza, así como sobre los procesos de aprendizaje de las matemáticas. Cada “investigación matemática” realizada con los estudiantes llevaron a comprender, mucho más que antes, que tanto el saber disciplinar como el pedagógico y la comprensión de los contextos de enseñanza son fundamentales, que “enseñar con la boca cerrada” exige mucho más del maestro que cuando éste se dedica a “narrar”

conocimientos. Esta exigencia que implica las IMA obligan a ese habitus, la reflexión hace parte indisoluble de las prácticas, por ende, se ve la necesidad de leer a otros pedagogos que permitan profundizar en las reflexiones, de fundamentar cada vez más el conocimiento que se está estudiando en dichas prácticas, de conocer cada vez más cómo son los estudiantes y sus contextos para poder implicarse en sus procesos de formación de manera más acertada. Esto, como dice Shulman (2005) lleva a la enseñanza efectiva en el sentido que, más allá de las comprensiones que logran los estudiantes hay esas reflexiones y transformaciones en el sujeto que enseña y lleva a otras comprensiones de ambas partes.

La huerta escolar como medio de enseñanza y aprendizaje no solo permitió afianzar los conocimientos y otras formas de multiplicar sino que logró consolidarse la relación maestro – estudiante en la medida en que se compartían aquellos conocimientos propios de cada participante, escuchar diferentes alternativas de solución frente a las situaciones planteadas, llegar a acuerdos, conjeturar y refutar algunas ideas, fue una experiencia que permitió a la maestra reflexionar sobre su manera de enseñar y brindar a los estudiantes la oportunidad de aprender desde su contexto, explorando, experimentando, tomándose su tiempo, dejando que fuesen ellos quienes investigaran y encontraran respuestas.

Relación maestro- saber disciplinar y pedagógico

De acuerdo con la información recolectada en la tabla de categorías, en la cual la opinión de los participantes sobre la transformación de la práctica disciplinar y pedagógica es evidente al leer frases como “*Las herramientas adquiridas en su proceso de formación han servido para mejorar sus estrategias de enseñanza, siendo ahora más motivadoras*”, “*Las prácticas de enseñanza son más divertidas, generando espacios de interacción e intercambio de conocimientos*”. (Docentes); y “*Los estudiantes desde el comienzo se sintieron motivados al ver que había materiales diferentes y que no conocían y empezaron a hacer preguntas*”. (Observación directa). Ha permitido a la maestra redireccionar y replantear los conocimientos, actitudes y prácticas de enseñanza en el área de matemáticas; ella antes pensaba que los estudiantes comprendían con solo explicarles de manera oral, simple, con los ejemplos que consideraba “buenos”, a veces, rebuscados en textos de matemáticas; no consideraba que el tema y la manera de enseñarlo eran aburridos y poco

interesantes para los estudiantes. No lo miraba desde el punto de vista del estudiante, sino desde sus necesidades, generando con ello más apatía para el aprendizaje de las matemáticas.

No entendía porque siendo temas tan fáciles de aprender, a los estudiantes se les dificultaba su comprensión, pensaba que era su culpa el hecho de que no prestaran atención y no se interesaran por su aprendizaje. Las Investigaciones Matemáticas en el Aula han posibilitado la reflexión sobre la práctica de enseñanza, transformándola de manera significativa. En la medida en que ha redireccionado las estrategias de enseñanza, al planear las clases, la maestra piensa en las necesidades e intereses de los estudiantes y no en los propios; anteriormente enseñaba deseando escuchar de los alumnos lo que quería, partía de los intereses personales y no tenía en cuenta sus capacidades y su sabiduría.

La maestra sintió la necesidad de cambiar sus estrategias de enseñanza porque no basta con tener muchos conocimientos y dominio en el área, se deben crear espacios que motiven a los estudiantes hacia su aprendizaje; autores como Skovsmose (2000) invitan a generar escenarios de aprendizaje en el aula, de tal manera, que los estudiantes se involucren en un proceso de exploración en el cual puedan descubrir muchas cosas, que se atrevan a formular preguntas, imponerse retos y a buscar explicaciones. “Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que a su vez genera un nuevo ambiente de aprendizaje” (p.8).

A partir del desarrollo de la estrategia IMA, se plantean actividades desde el contexto real del estudiante, en este caso la huerta escolar, cuyo escenario incita a los estudiantes a la investigación, se evidencian cambios positivos en su actitud porque no sienten presión por parte del docente, son ellos los dueños de su espacio, se crean ambientes de aprendizaje colaborativo, buscan respuestas de acuerdo a una necesidad real, (diseño de la huerta escolar, situación a partir de la cual surgieron otros momentos de la investigación que llevaron a otras formas de aprender la multiplicación) están motivados por solucionar un problema propio de su contexto, el papel del docente es de orientador e investigador quien se da cuenta al interactuar con sus estudiantes de los grandes conocimientos y capacidades que éstos poseen. En esta experiencia la maestra fue quien más aprendió de sus alumnos, al observar y escuchar la manera como los estudiantes resolvían las situaciones planteadas teniendo en cuenta sus conocimientos previos sobre siembra y manejo de varios productos, como calculaban el peso y cantidad de semillas utilizando un

lenguaje propio de su contexto y luego como traducían estas medidas con las convencionales para llegar a acuerdos con sus compañeros.

Es necesario reconocer la dificultad al salir de una estrategia rutinaria donde la costumbre del docente es dar respuestas y proponer ejercicios pero que como dicen Pérez y Gimeno (citados por Barrón, 2015) el pensamiento crítico es la síntesis de conocimientos culturales y de experiencia personal de los docentes, éste se adquiere a partir de la práctica y no desde los libros, ni de recetas, ni de experiencias ajenas. La maestra reconoce que debe continuar con su proceso de formación de tal manera que pueda enriquecer el saber disciplinar y transformar la práctica pedagógica para favorecer los procesos de enseñanza en el área de matemáticas.

Relación enseñanza aprendizaje

La estrategia de enseñanza IMA, posibilita relaciones de mayor afecto, seguridad y comprensión hacia los estudiantes, pues al proponer situaciones cotidianas que requieren de la investigación y el trabajo colaborativo para solucionarlos, se tejen redes de aprendizaje que favorecen la convivencia escolar. Es evidente en los datos recolectados que la implementación de la estrategia ha generado impacto en los estudiantes. Los docentes de la institución encuestados opinan que *“Los espacios de encuentro entre maestra y estudiantes propiciaron aprendizajes significativos.”* Y que *“A través de la enseñanza en la huerta escolar los estudiantes se ven más motivados y alegres en las clases de matemáticas”*. Esto lleva a la maestra a convencerse que cuando se promueven estrategias de enseñanza encaminadas a los intereses y necesidades de los estudiantes, se pueden adquirir aprendizajes con significado, es decir, los estudiantes ven la necesidad de aprender un tema porque le encuentran aplicación.

Las prácticas de enseñanza anteriores a esta investigación, se basaban en llenar a los estudiantes de contenidos, no realizaba conexión alguna entre la práctica y la teoría, no propiciaba el trabajo investigativo ni colaborativo, los estudiantes cumplían con un papel de receptores de información, la tarea como docente estaba dada a cumplir con la jornada escolar, estos resultados se evidenciaban en las evaluaciones finales de periodo en las que los alumnos no daban cuenta de los conceptos vistos durante el periodo académico.

Facultad de Educación

En la actualidad, la concepción de enseñanza ha cambiado radicalmente porque en la medida en que se enseña, se aprende; como maestra es necesario tener clara la gran responsabilidad con la formación y aprendizaje de los estudiantes, tener en cuenta al planear las clases el contexto del estudiante y aplicar evaluaciones continuas y formativas, teniendo en cuenta que ésta se da de diferentes formas, escritas, orales, visuales, de observación, cualitativas, cuantitativas y que se hace con el fin de mejorar procesos. Frente a las situaciones planteadas en el aula de clase, bajo la estrategia IMA, los estudiantes manifiestan que “Las *temáticas vistas y la manera de abordarlas generaron opiniones interesantes al interior del aula de clase*”. Además que “*Con las diferentes ideas y pensamientos de los demás podíamos hablar y conocernos mejor*”. Esto muestra que el trabajo colaborativo, la búsqueda de respuestas y la solución de una situación planteada bajo los intereses de los estudiantes propician la interacción entre ellos, posibilitando un ambiente de aprendizaje agradable. Al respecto Finkel (2008) en su libro hace alusión a la importancia de tener en cuenta al planear las clases abordar temáticas que se adapten a las necesidades de los estudiantes, este autor plantea “cualquier proceso de aprendizaje sólo es realmente eficaz cuando nos enfrentamos a problemas reales e intentamos resolverlos con esfuerzo” (p. 49).

Se hace necesario redireccionar la práctica educativa partiendo de situaciones propias del contexto del estudiante, en este caso la enseñanza de la multiplicación desde el contexto de la huerta escolar, experiencia en la que es el maestro quien más aprende de los estudiantes, puesto que la comunicación con éstos permite el desarrollo del sentido crítico y reflexivo de la función docente, el compartir diversidad de opiniones y conocimientos, fortalece las relaciones con ellos.

La confianza, la capacidad de escucharlos, de orientarlos, han sido los pilares que han aportado a la transformación de la práctica de enseñanza de una manera reflexiva a través de la cual la maestra ha logrado aprender de manera conjunta con los estudiantes.

Para que haya respuesta frente a las temáticas planteadas es necesario identificar y reconocer las dificultades de los estudiantes y planear en torno a éstas con el fin de generar ambientes de aprendizaje que permitan su motivación constante.

La motivación de los estudiantes influye significativamente en su proceso de aprendizaje, es importante crear estrategias donde éstos encuentren un valor positivo en el objeto o actividad de aprendizaje, para que puedan alcanzar con éxito el objetivo trazado, utilizando como apoyo su

entorno de tal manera que adquieran habilidades que les permitan aplicar sus conocimientos eficazmente.

10.2 Visitas in situ

Las Visitas *in-situ* posibilitaron espacios de reflexión con maestros y padres de familia. Los maestros reflexionaron acerca de sus prácticas de enseñanza, algunos manifestaron que las escuelas se caracterizaban por la resistencia al cambio y otros afirmaban que son conservadoras en su organización y en su vida institucional, sin embargo, en su generalidad con el apoyo del rector expresaban la necesidad de construir una nueva cultura de reflexión, participación y acción con la puesta en marcha de nuevas estrategias.

El estudio de *“Las Investigaciones Matemáticas en el Aula con estudiantes de sexto grado en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar”*, movilizó el pensamiento y posicionamiento pedagógico de los maestros de la institución, en donde surgió la posibilidad de cambiar y transformar la escuela desde la reflexión y análisis de las prácticas de enseñanza pues éstos piensan que la estrategia de las IMA posibilita que los educandos tengan un aprendizaje práctico y contextualizado, ya que las situaciones planteadas parten de su vida cotidiana donde se humaniza la matemática, que los estudiantes desde su propio saber elaboran y crean sus propias preguntas y buscan respuestas con la ayuda del docente, que aplica una didáctica creativa y novedosa, que surgieron teniendo en cuenta procesos cognitivos de los estudiantes y los conceptos matemáticos. Además, los maestros, expresan haber observado suma dedicación al desarrollo del proyecto de huerta escolar con algunos grupos donde se comparten e imparten conceptos matemáticos fuera del aula, convirtiéndose así en una estrategia novedosa para los alumnos. Se nota un ambiente adecuado y se espera que el trabajo impacte a la comunidad educativa.



Ilustración 18. Socialización con maestros de la Institución sobre la estrategia de enseñanza aplicada con los estudiantes de grado sexto. Fuente: autoría propia

Los padres de familia durante estos encuentros, manifestaron que generalmente la relación entre docentes y padres de familia se limita a la entrega de calificaciones o de algún informe sobre el mal comportamiento de los estudiantes; por lo tanto, valoraron este encuentro en el cual expresan que son pocas las ocasiones en las que estos espacios tienen como finalidad dialogar acerca de la metodología que se está trabajando desde el área de las matemáticas. Además, expresan que la estrategia de investigación utilizada por la profesora es muy buena porque no solo se trabaja la matemática sino que también los estudiantes aprenden a trabajar en equipo, a compartir, a quitar el temor hacia el área, a ser menos tímidos, y adquirir habilidades para ayudar en sus hogares en la medida en que confían más en sí mismos y adquieren más seguridad.



Ilustración 19. Socialización con padres de familia de los estudiantes de grado sexto de la Institución, sobre los impactos de la estrategia de enseñanza aplicada. Fuente: autoría propia.

Se puede apreciar en el rector su consciencia, claridad y compromiso con el programa de maestría, reconoce las etapas y los requisitos que exigió el ministerio para seleccionar los becarios. Reconoce que la intención del trabajo de grado y del proceso de formación de la docente en la Maestría no debe terminar con la graduación sino que debe seguir avanzando y proyectarse a otros

Facultad de Educación
miembros del profesorado y de la comunidad educativa, además, manifiesta poner lo necesario a su disposición para que eso sea así.



Ilustración 20. Socialización con el rector y docentes de la Institución, sobre la estrategia de enseñanza aplicada. Fuente: autoría propia.

En cuanto a la estudiante e investigadora, son claros los avances y las transformaciones que se vienen manifestando en su hacer pedagógico y cuyo objetivo planteado en el trabajo de grado es que sea el mismo maestro el que logre transformaciones acordes con las necesidades de la institución educativa, de tal manera que logre trascender sus propias prácticas y permee las de otros docentes.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

11. Conclusiones

Las Investigaciones Matemáticas en el Aula permiten construir cambios significativos en la manera de enseñar las matemáticas, cambios que apuntan a la transformación de las prácticas de enseñanza en el sentido de fortalecer más los procesos de aprendizaje. Como la estrategia lleva inmersos el trabajo colaborativo y el aprendizaje por indagación, el proyecto logra mostrar cómo los estudiantes van mejorando sus estrategias para analizar situaciones y llegar a posibles soluciones a través de conjeturas, formulación de preguntas, exploración, etc. Esto permite, tal como muestran los resultados y el análisis que haya un acercamiento mejor y más eficaz del docente hacia el estudiante y viceversa. De hecho, autores referenciados en el marco teórico como Ponte, Bateman, Finkel y otros llegan a esa conclusión.

Sin embargo, lo que puede aportar este trabajo al campo de investigación de la enseñanza de las matemáticas es poder identificar cómo se puede desarrollar el proceso de implementación de la estrategia planteada en docentes que no han tenido un conocimiento previo o por lo menos un acercamiento mínimo y que sus procesos de enseñanza y aprendizaje se enmarca en la visión tradicional. La transformación que requiere el docente no es fácil; pero este trabajo es un manifiesto de que es posible conseguirlo. No se puede afirmar, que se logre una transformación total; pero las que se logran son perdurables y tocan la esencia en el docente. Se puede observar como en el diario de campo, el docente manifiesta asombro, sorpresa y admiración cuando aprecia los logros que los estudiantes tienen a medida que se aplica la estrategia. Esto le lleva a reflexionar sobre la forma cómo ha venido enseñando y las posibilidades de la nueva metodología de enseñanza. Lo que se aprecia desde el trabajo es que la docente ya no es la misma, es decir, se ha transformado en ese sentido de valorar sus prácticas. Y es muy probable que no haya retroceso y que, al contrario, explore más, ya que la misma reflexión le ha permitido reconocer, (lo confirman los resultados), la fuerte relación que hay entre los saberes disciplinarios y pedagógicos, incluidos los didácticos, y las prácticas de enseñanza para que sean “eficaces o efectivas”, según Shulman (2005).

Facultad de Educación

En definitiva, las Investigaciones Matemáticas en el Aula constituyen una estrategia válida para mejorar la enseñanza de las matemáticas en los términos de una enseñanza efectiva, que permite ayudar a promover procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática más centrado en los estudiantes, teniendo en cuenta sus necesidades de aprendizaje e intereses que se van generando a partir del proceso.

Este estudio muestra la importancia de confrontar las maneras de enseñar matemáticas desde la perspectiva tradicional y desde otra más flexible como es la enseñanza por indagación y trabajo colaborativo. Las IMA ponen en tela de juicio la enseñanza centrada en el docente y las prácticas de enseñanza aprendizaje basadas en el algoritmo y en las estrategias de cálculo, tal como se mencionan en la presentación del problema. Es así, como se puede afirmar que las IMA demuestran que los estudiantes sí tienen interés en aprender las matemáticas; pero que ello depende de las estrategias de enseñanza. Por tanto, se valida aquí la posición que hace referencia a que es necesario problematizar la enseñanza, cuando se habla desde el contexto escolar o de aula. Este trabajo permite dar un testimonio significativo del planteamiento.

También se puede apreciar el impacto que las reflexiones acerca de la práctica del docente tienen en cuanto los esquemas de enseñanza tradicionales. En el sentido que anota Perrenoud (2001) “la reflexión sobre la práctica no es simplemente una evocación, debe ser más y debe llevar a transformaciones de la práctica y de los saberes del docente” (p.31). Las IMA exigen que esa reflexión sea permanente y centrada en los procesos de mejora de la práctica. No puede concebirse una práctica a partir de las IMA sin reflexión, ya que el docente, al cambiar su papel, al ser descentralizado de la práctica de enseñanza en el aula, al tener que dejar la narrativa por mantenerse más callado, tiene un papel mucho más activo y exigente que bajo el modelo tradicional. La reflexión, entonces debe ser permanente, si deja de reflexionar la práctica sus logros serán más minimizados. En ese sentido, este trabajo manifiesta esa necesidad y los resultados son muestra de ello. Por ello, si cualquier docente de matemáticas desea implementar las IMA en sus clases, debe estar dispuesto a realizar este tipo de reflexión en la práctica, si no lo está, es poco probable que alcance los logros.

Es importante, además, que la comunidad educativa valore la implementación de la estrategia. Es posible que parte de los logros obtenidos en este proyecto se expliquen al tener participación o valoración positiva por parte de la mayoría, sino todos, de los miembros de la

comunidad educativa. Habría que realizar una investigación al respecto para poder valorar cómo esa participación podría afectar los resultados. Pero lo que sí es manifiesto es que el ánimo del docente crece si encuentra ese eco y sus expectativas también. Estos se lograron porque la docente, sus estudiantes, los padres y las madres de éstos y la parte administrativa permitieron esa apertura.

La maestra entendió que las actividades planeadas pueden transformarse por las interacciones que se dan en la clase y que los esquemas pueden flexibilizarse para atender de la mejor manera las situaciones de aprendizaje.

Finalmente, puede considerarse que las Investigaciones Matemáticas en el Aula, como estrategia didáctica para la enseñanza de éstas, se torna fundamental para mostrar alternativas concretas que posibilitan que el maestro se aproxime con los estudiantes a los conocimientos matemáticos asociados a las prácticas sociales como lo fue la huerta escolar, además, que el proceso vivido ha posibilitado reflexionar acerca del currículo de matemáticas y en especial acerca de la enseñanza de la multiplicación.

Las Investigaciones Matemáticas en el Aula, como estrategia didáctica para la enseñanza de las matemáticas, posibilitan la reflexión sobre la práctica mediante el diseño de actividades al interior del aula de clase, como un referente importante que permite aportar estrategias a las prácticas de enseñanza basadas en procesos reflexivos individuales y colectivos.

La reflexión posibilitó ampliar la visión acerca de la enseñanza de las matemáticas, en la cual el docente no se limitó solo al diseño de una actividad, sino a una mirada más amplia que integrara reflexiones sobre la formación de los estudiantes, su rol como maestro de matemáticas y sus preocupaciones con el currículo

El trabajo colaborativo, como una estrategia didáctica, contribuye al desarrollo del pensamiento crítico, creativo, fortalece la autonomía y el liderazgo y, a su vez, enriquece el aprendizaje continuo y formativo.

La reflexión posibilitó reconstruir y construir una concepción sobre la enseñanza de las matemáticas a través de estrategias de enseñanza-aprendizaje coherentes con las realidades de los estudiantes, lo cual impactó positivamente en la transformación de la maestra de matemáticas y contribuyó al desarrollo de una sensibilidad social de los estudiantes.

Facultad de Educación

Mediante la implementación de la metodología de IMA se posibilitó una transformación en cuanto a las actividades que regularmente se llevaban a cabo en las clases de matemáticas; este hecho se puede corroborar a partir de las actitudes y reflexiones que los estudiantes realizaron junto a la maestra, a medida que el proceso investigativo se desarrollaba.

El proceso del trabajo desarrollado se enfatizó tratando de dar respuesta a la pregunta inicial ¿Cómo se desarrolla la práctica reflexiva del maestro apoyada en las investigaciones matemáticas en el aula, a partir de algunas actividades de tipo multiplicativo? Teniendo en cuenta como objetivo de investigación analizar el desarrollo de la práctica reflexiva del maestro con estudiantes de sexto grado, apoyada en las Investigaciones Matemáticas en el Aula, en el marco de una experiencia de reflexión docente desde la enseñanza de la multiplicación en el contexto de la huerta escolar.

Teniendo en cuenta que el objeto de estudio en esta investigación fue la enseñanza, para realizar este análisis se tomó como referentes varios autores como Perrenoud, Bateman, Finkel, entre otros quienes aportan sobre la práctica reflexiva del maestro, la enseñanza efectiva o eficaz y la manera como ésta implica al sujeto que enseña.

Esta investigación llevó a reformular de manera crítica la práctica de enseñanza, en la cual puede notarse las falencias de la maestra, donde queda claro que es necesario prepararse y abrirse a nuevos métodos, aplicar estrategias innovadoras de enseñanza que se ajusten a los intereses y necesidades de los estudiantes.

Las prácticas en el aula a través de la IMA permitieron comprender la reflexión de la práctica como un proceso metódico y constante de manera que sean los hechos los que estén determinados y definidos por una actitud reflexiva generando así una transformación de la práctica de enseñanza.

Se utilizaron instrumentos de gran ayuda que permitieron repensar y reevaluar la práctica de enseñanza, por ejemplo los diarios de clase, las videograbaciones y los escritos de los estudiantes, a través de los cuales se pudo identificar las faltas cometidas que se corrigieron a medida que se avanzaba en el proceso de investigación, reflexión y transformación.

12. Referencias bibliográficas o cibergráficas

- Barrón, T. 2015. Concepciones epistemológicas y práctica docente. Revista de docencia universitaria REDU. *Vol. 13*.
- Bateman, W. 1999. Alumnos curiosos, Preguntas para aprender y preguntas para enseñar. Editorial gedisa. Barcelona, España.
- Botero, O. (2006). Conceptualización de la multiplicación en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Cano, A. (2008) "Daniela en el país de los números" Los Maestros Cuentan. Relatos De Los Ganadores Del Premio Medellín La Más Educada Año 2007. En: Colombia ISBN: 978-958-8493-00-8 ed: Alcaldía de Medellín, v. , p.107 - 119 .recuperado en http://scienti.colciencias.gov.co:8081/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001383404
- Cardona, Montoya & Restrepo. (2015). El proceso de evaluación dentro de la Investigaciones Matemáticas en el Aula. Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Educación Básica Matemáticas. Medellín: Universidad de Antioquia. Recuperado en: http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1929/1/JC0992_yeidycardona.pdf.
- Castle, J. (1997). "Rethinking mutual goals in school-university collaboration", en: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz y M. Macers, orgs., *Recreating Relationships: Collaboration and Educational Reform*, New York, NY, State University of New York Press, pp. 5
- Christiansen, H. et ál. (1997) "Making the connections", en: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz y M. Macers, orgs., *Recreating Relationships: Collaboration and Educational Reform*, New York, NY, State University of New York Press, pp. 283-292.

Coll, C. Martín; Mauri; Miras; Onrubia; Solé y Zabala. El constructivismo en el aula. Primera edición: 1993. Novena edición: 1999. Editorial Graó.

Dewey. (2010). Experiencia y educación. Madrid: Biblioteca Nueva.

De Tezanos. (2001). Constructivismo: un largo y dificultoso camino desde la investigación al aula de clase. Vol. 31. Revista educación y pedagogía.

Finkel, Don. (2008). Dar clase con la boca cerrada. Traducción de Óscar Barberá. Valencia: Publicacions de la Universitat de València (1ª ed. inglesa, 2000).

Flick, U. 2004, introducción a la investigación cualitativa, ediciones Morata S.L. Madrid

Gimeno, S. 1991. El curriculum: una reflexión sobre la práctica. Ediciones Morada. Madrid.

Hernández, R. Fernández, C & Baptista, P. 2004. Metodología de la investigación. México. Mc Graw- Hill Interamericana.

Freire, P. 2004 Pedagogía de la autonomía. Sao Paulo: Paz e Terra S.A.

Friesen, D., 1997, "The meaning of collaboration: Redefining pedagogical relationships in students teaching", en: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz y M. Macers, orgs., Recreating Relationships: Collaboration and Educational Reform, New York, NY, State University of New York Press, pp. 219-231.

Fonseca, H. y Ponte J. (1999). As atividades de investigação, o professor e aula de Matemática. Actas do ProfMat. Lisboa: APM. Recuperado el 16 de julio de 2009, de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm.

Goulet, L., y B. Aubichon, 1997, "Learning collaboration: Research in a First Nations teacher education program", en: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz, y M. Macers, orgs., Recreating Relationships: Collaboration and Educational Reform, New York, NY, State University of New York Press. pp. 115-127.

Hargreaves, A., 1998, Os professores em tempos de mudança, Lisboa, Mc Graw-Hill. Hookey, M., S. Neal y Z.

Jackson, Ph. (1992). La vida en las aulas. Madrid: Morata (2.a ed). Recuperado en

[https://www.google.com.co/search?q=Jackson,+Pw.+\(1992\).+La+vida+en+las+aulas.+Madrid:+Morata+\(2.a+ed.\).&spell=1&sa=X&ved=0ahUKEwi0qJq8pP_cAhXns1kKHd6OCIIQBQglKAA&biw=1366&bih=662](https://www.google.com.co/search?q=Jackson,+Pw.+(1992).+La+vida+en+las+aulas.+Madrid:+Morata+(2.a+ed.).&spell=1&sa=X&ved=0ahUKEwi0qJq8pP_cAhXns1kKHd6OCIIQBQglKAA&biw=1366&bih=662)

Jackson, Ph. (2002). *Práctica de la enseñanza*. Buenos Aires: Amorrortu.

Johnson, S. 2003 *El profesor al minuto*. Título original: *The One Minute Teacher*. Editorial: Debolsillo. Traducción por: J. A. Bravo

Recuperado en: <http://www.lecturalia.com/libro/28355/el-profesor-al-minuto>

Mancilla, Z. 2013 *¿Cómo enseñar algunos conceptos de las ciencias naturales a partir de experiencias en la huerta escolar generando competencias científicas escolares?* Universidad del valle. Instituto de educación y pedagogía. Cali.

Ministerio de Educación Nacional. 1998: *Lineamientos Curriculares. Matemáticas* Bogotá:

Recuperado en: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional 2006. *Estándares curriculares para matemáticas para la educación preescolar, básica y media*. Bogotá.

Olson, M., 1997, "Collaboration: An epistemological shift", en: H. Christiansen, L. Goulet, C. Krentz y M. Macers, orgs., *Recreating Relationships: Collaboration and Educational Reform*, New York, NY, State University of New York Press, pp. 13-25.

Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación-FAO. 2009. *El huerto escolar como recurso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas del currículo de educación básica*. Santo Domingo, República Dominicana.

Pérez, D.; Gómez, W. (2009). *Las investigaciones matemáticas en el aula: actividad mediadora en el proceso de apropiación del concepto de polígono*. Trabajo de grado para optar el Título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemática. U de A.

Perrenoud, P, 2001. *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. ESF éditeur, Paris. Colección crítica y fundamentos.

Ponte, J. P., Brocardo, J. y Oliveira, H. 2003. *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Auténtica.

Qualding, D 1982. La importancia de las matemáticas en la enseñanza.- En Perspectivas, revista trimestral de educación, UNESCO, vol. XII, n.º 4.

Radford, 2006. .Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. (Número especial).

Radford, 2006. Sumisión, alienación y un poco de esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. En Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe, Santo Domingo, República Dominicana. Ángel Ruiz, editor. 2013.

Recuperado en: <http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20-%20Dominicana.pdf>
<http://www.luisradford.ca/pub/Radford%20-%20Dominicana.pdf>

Reason, P., 1988a, “Introduction”, en: P. Reason, org., Human Inquiry in Action. Developments in New Paradigm Research, London, Sage Publications, pp. 1-17. _ , 1988b, “The cooperative inquiry group”, en: P. Reason, org., Human Inquiry in Action. Developments in New Paradigm Research, London, Sage Publications, pp. 19-38.

Schön, D.A (1993). El profesional reflexivo. Descripción de las tres fases del pensamiento practico. Autora: Dra. Ángels Domingo Roget.

Shulman Lee S. 2005. “conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma” Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, 2. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Stanford University.

Skovsmose ole. 2000. Escenarios de investigación. Revista Ema, vol. 6, n 1, 3-26.

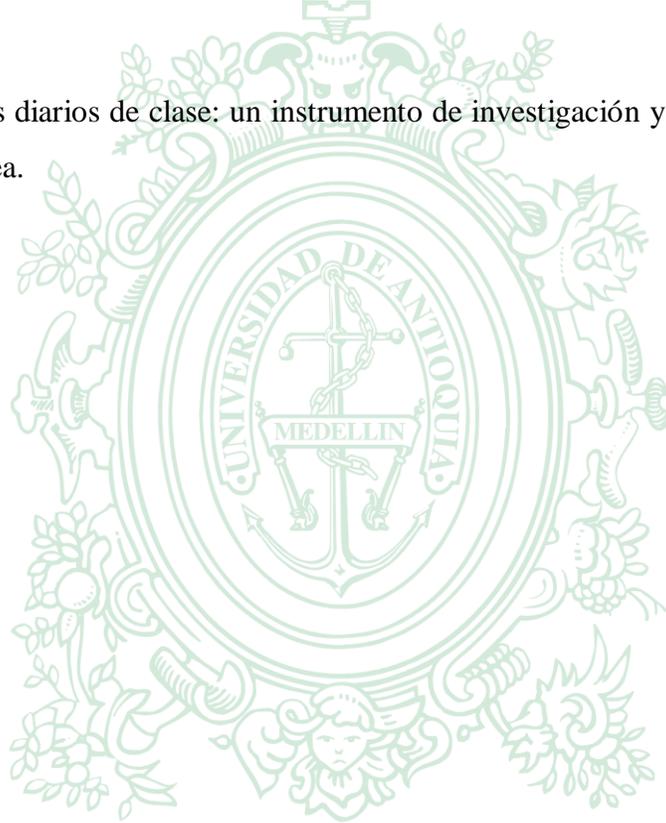
Torres, J. 2013. Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en términos del análisis relacional. Universidad de Antioquia Medellín.

Vanegas, B. 2017. La huerta escolar como estrategia pedagógica para mejorar la percepción nutricional por medio de la concientización e importancia de los recursos naturales para ello; en los estudiantes de primaria de la sede Alto Riecito. Bogotá D.C.

Vera E. La huerta escolar como estrategia didáctica para el desarrollo de competencias científicas en la institución educativa Maestro Pedro Nel Gómez. Universidad Nacional de Colombia. 2015.

Wagner, J., 1997, “The unavoidable intervention of educational research: A framework for reconsidering researcher-practitioner cooperation”, Educational Researcher, vol. 26, núm. 7, pp. 13-22.

Zabalza, M. 2004 Los diarios de clase: un instrumento de investigación y desarrollo profesional. Madrid: Narcea.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3