



Función de Wigner y Decoherencia Cuántica para Sistemas Átomo-Campo en Cavidades QED

Juan P. Restrepo, Herbert Vinck-Posada, Boris A. Rodríguez^a

^aGrupo de Física Atómica y Molecular GFAM; Universidad de Antioquia, A.A. 1226, Medellín, Colombia

Recibido 22 de Oct. 2007; Aceptado 15 de Oct. 2008; Publicado en línea 5 de Ene. 2009

Resumen

Los procesos de decoherencia cuántica en cavidades QED han sido extensamente estudiados en la última década, tanto experimentalmente por Haroche, Raimond *et. al.*, como teóricamente por Nemes, Davidovich *et. al.* Se presenta aquí la dinámica de la función de Wigner para un sistema conformado por un átomo de dos niveles y una cavidad en un ambiente disipativo, usando un esquema de integración numérica que permite considerar estados iniciales tipo *Squeezed* y *Schrödinger's Cat States*. La interacción entre el átomo y el campo monomodo se considera mediante un modelo dispersivo, es decir, la interacción en el Hamiltoniano de Jaynes-Cummings aparece como una pequeña perturbación. El interés se enfoca tanto en las características cuánticas de la aproximación dispersiva (preparación de estados mesoscópicos) como en los aspectos que caracterizan la dinámica y la disipación. En particular, se observa la pérdida gradual de las coherencias cuánticas mediante el uso de la función de Wigner, en donde se evidencia la desaparición de las regiones de interferencia de los estados cuánticos iniciales.

Palabras Clave: Decoherencia, Función de Wigner, Estados Gato, Ecuación Maestra.

Abstract

The processes of quantum decoherence in cavity QED have been extensively studied in the last decade, both experimentally by Haroche, Raimond *et. al.* as theoretically by Nemes, Davidovich *et. al.* We present here the dynamics of the Wigner function for the coupled two level-cavity system in a dissipative environment, using a numerical integration scheme that allows us to consider initial states like *Squeezed* and *Schrödinger's Cat States*. The interaction between the atom and the single-mode field is considered in a dispersive approach, i.e., the interaction of the Jaynes-Cummings Hamiltonian appears as a small perturbation. The interest is focused both on the quantum characteristics of the dispersive approximation (mesoscopic states preparation) as on the aspects that characterize the dynamics and the dissipation. In particular, we note a gradual loss of quantum coherences through use of the Wigner function, which shows the disappearance of the regions of interference from the initial quantum states.

Keywords: Decoherence, Wigner Function, Schrödinger's Cat States, Master Equation

©2009. Revista Colombiana de Física. Todos los derechos reservados.

Las diferentes aplicaciones experimentales de aspectos fundamentales de la mecánica cuántica en áreas como la computación e información cuántica, exigen preservar el carácter cuántico de los estados de interés durante

un intervalo de tiempo lo suficientemente extenso. Los procesos de relajación, es decir, los fenómenos de disipación debidos a la interacción de los sistemas físicos con el entorno, tienen como principal efecto la pérdida

gradual de las características cuánticas, los estados de los sistemas cuánticos se hacen efectivamente clásicos, en tanto que sus estados evolucionan hacia mezclas estadísticas. A estos efectos se les conoce con el nombre de *decoherencia cuántica* y son también relevantes en el estudio de los fundamentos de la mecánica cuántica. Es importante resaltar aquí los esfuerzos realizados por W. K. Wootters y W. H. Zurek [1] en pro de esclarecer e interpretar tanto los mecanismos relacionados con la decoherencia como los orígenes cuánticos de lo clásico. La medida del entrelazamiento de un sistema bipartito de qubits propuesta por W. K. Wootters [2] y las simulaciones teóricas del comportamiento temporal de otras cantidades relevantes en la caracterización de la decoherencia, aplicadas al modelo de un átomo de dos niveles viajando con velocidad constante a través de una cavidad QED se reportan en [3]. Experimentalmente para este sistema existe una gran cantidad de literatura científica en donde aparece la realización de medidas relacionadas con entrelazamiento y decoherencia, entre otras, están las presentadas por S. Haroche y su grupo [4].

La función de Wigner permite obtener directamente las propiedades de los estados cuánticos, en especial los valores negativos que toma esta función están directamente relacionados con el concepto de interferencia de las amplitudes de probabilidad. La medición experimental de la función de Wigner para estados de Fock ha sido posible con métodos basados en la ecuación (3), propuestos por L. Davidovich [5].

En este artículo se presenta la simulación de la dinámica de la función de Wigner para el sistema átomo-campo en una cavidad QED. En la segunda sección se presenta un breve esquema del modelo teórico y la expresión para la función de Wigner, luego se presentan algunos resultados y conclusiones.

2. Modelo

La física de un átomo de dos niveles acoplado con un modo de una cavidad, en la aproximación dispersiva, está descrita por el siguiente Hamiltoniano de interacción [6]

$$\mathcal{V}_D = \omega(a^\dagger a \sigma_z + \sigma^\dagger \sigma). \quad (1)$$

La aproximación dispersiva es válida para $(\Omega/\Delta)\sqrt{n+1} \ll 1$, donde $\omega = (\hbar\Omega/2)^2/\Delta$, Ω es la frecuencia de Rabi, $\Delta = \omega_a - \omega_f$ es la desintonía entre la frecuencia de la transición atómica y la frecuencia del campo y n representa el número medio de fotones

en la cavidad, a es el operador de aniquilación, $\sigma = |g\rangle\langle e|$ es el operador atómico para la desexcitación, La dinámica está gobernada por la ecuación maestra, que se obtiene bajo la aproximación de Born-Markov para la interacción del sistema átomo-campo y el entorno (reservorios). De esta forma el operador densidad satisface la siguiente ecuación en el cuadro de interacción

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\mathcal{V}_D, \rho] + \frac{\kappa}{2}(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \frac{\gamma}{2}(2\sigma\rho\sigma^\dagger - \sigma^\dagger\sigma\rho - \rho\sigma^\dagger\sigma), \quad (2)$$

donde κ y γ son las tasas de disipación coherente y espontánea, respectivamente.

De la forma del Hamiltoniano, es evidente que el átomo y el campo no pueden intercambiar energía, el efecto dispersivo en la evolución es entonces una variación de la fase del estado del modo en la cavidad, de tal forma que este sistema me permite preparar estados macroscópicamente distinguibles de la siguiente forma: $(1/\sqrt{2})(|e, \alpha e^{i\phi}\rangle + |g, \alpha e^{-i\phi}\rangle)$ para una condición inicial de estado coherente $|\alpha\rangle$, en ausencia de disipación [4].

Las propiedades estadísticas de un modo en la cavidad están descritas por la función de Wigner. Clásicamente esta cantidad es siempre positiva, pero en el caso mecánico cuántico puede tomar valores negativos. Para un estado coherente la función de Wigner siempre es positiva en tanto que para un estado de Fock ésta toma valores negativos. La función de Wigner se calculó como el valor esperado del operador paridad, considerando el estado del campo desplazado [5], así:

$$W(\alpha) = 2Tr[D(-\alpha)\rho D(\alpha)P]. \quad (3)$$

Para la solución de (2) se usó un esquema de integración numérica considerando condiciones iniciales tipo squeezed $|\alpha, \xi\rangle$ y tipo «squeezed-gato» $\frac{1}{\sqrt{2}}(|\alpha, \xi\rangle + |-\alpha, \xi\rangle)$. Los parámetros usados en la simulación computacional corresponden a cantidades experimentales, $\nu_a = 5.1 \times 10^4$ es la separación de dos estados circulares de Rydberg, la desintonía es $\Delta = 0.1$, la frecuencia de Rabi se tomó $\Omega/2 = 2.4 \times 10^{-2}$, las tasas de disipación son $\kappa = g\omega$ con $g = 0.2$ y $\gamma = 0.1\kappa$, por último las cantidades relacionadas con el estado squeezed son $\alpha = \sqrt{2}$ y $\xi = 0.4$ [4]. Todas las unidades están dadas en MHz. El estado inicial del átomo en la simulación fue la superposición coherente $(1/\sqrt{2})(|e\rangle + |g\rangle)$.

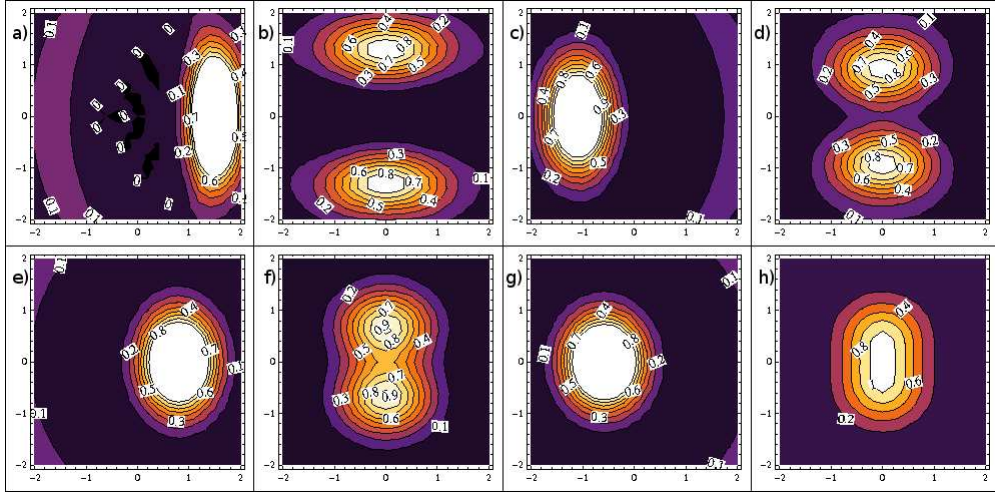


Figura 1. Evolución de la función de Wigner para un estado squeezed: La línea horizontal corresponde a $Re(\alpha)$ y la vertical a $Im(\alpha)$. La secuencia corresponde a los siguientes tiempos ωt : a) 0, b) 1.6, c) 3.1, d) 4.7, e) 6.3, f) 7.9, g) 9.4, h) 11.0.

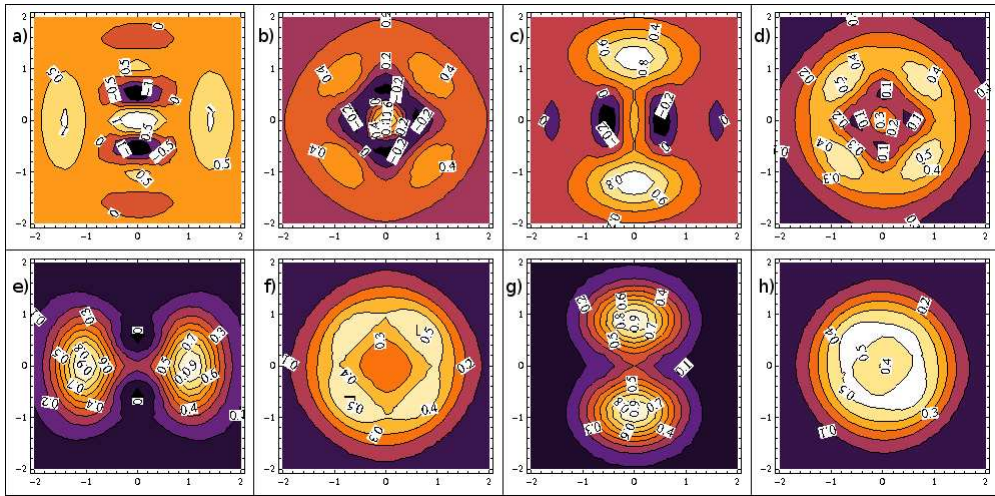


Figura 2. Evolución de la función de Wigner para un Schrödinger's Cat state: La línea horizontal corresponde a $Re(\alpha)$ y la vertical a $Im(\alpha)$. La secuencia corresponde al los siguientes tiempos ωt : a) 0, b) 0.8, c) 1.6, d) 2.3, e) 3.1, f) 3.9, g) 4.7, h) 5.4.

3. Resultados y Conclusiones

La fig. 1(a-h) muestra claramente la rotación en el espacio de fase del estado inicial correspondiente al modo de la cavidad. En la fig. 1(b) es posible observar como el estado del campo evolucionó hacia una mezcla estadística, esto es, evidencia de la formación de un estado entrelazado entre el átomo y el campo. En otras palabras, se pone de manifiesto la propiedad de la interacción dispersiva para la preparación de estados mesoscópicos. Los efectos de la disipación se hacen evidentes en esta secuencia, puesto que la función de Wigner transita hacia la correspondiente en el estado vacío, además, es claro que el estado squeezed inicial

pierde gradualmente su forma, el perfil va perdiendo la compresión característica y se convierte en un círculo, mostrando la existencia de decoherencia en el sistema.

La variación temporal de la función de Wigner para el campo en un estado «squeezed-gato», aparece en la fig. 2. La secuencia muestra como los valores negativos de la función de Wigner que se aprecian en el perfil para el estado inicial fig. 2(a), paulatinamente desaparecen. Adicionalmente, el estado rota en el espacio de fase y al hacerlo se dirige hacia una mezcla estadística, perdiendo los términos de interferencia que permiten establecer su carácter cuántico. De forma similar a lo sucedido en la fig. 1, los perfiles toman una forma circular, lo que

es interpretado como una pérdida del estado squeezed.

En la práctica, los sistemas físicos están siempre sujetos a la interacción con el entorno, la disipación cuyos efectos de decoherencia en los sistemas cuánticos no son despreciables, es un fenómeno ineludible. Se ha mostrado como la función de Wigner se establece como una herramienta directa a la hora de caracterizar la decoherencia, su evolución para sistemas en ambientes disipativos refleja de forma inmediata la pérdida de las coherencias cuánticas.

Los autores agradecen al Grupo de Física Atómica y Molecular del Instituto de Física de la Universidad de Antioquia, al Centro de Excelencia de Nuevos Materiales (C.E.N.M.) y a la profesora Karen M. Fonseca R., por sus valiosas discusiones.

Referencias

- [1] W. H. Zurek, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 715(2003); E. Joos, e-print quant-ph/9908008.
- [2] W. K. Wootters, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 2245(1998).
- [3] L. Davidovich, M. Brune, J. M. Raimond and S. Haroche, *Phys. Rev. A* **53**, 1225(1996); J. G. Peixoto de Faria, M. C. Nemes, *Phys. Rev. A* **59**, 3918(1999); J.G. Peixoto de Faria, M. C. Nemes, *Phys. Rev. A* **69**, 063812(2004).
- [4] J. M. Raimond *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 565(2001); M. Brune, S. Haroche, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **77**, 4887(1996); A. Rauschenbeutel, S. Haroche, *et al.*, *Phys. Rev. A*, **64**, 050301(2001).
- [5] L. G. Lutterbach and L. Davidovich, *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 2547(1997); G. Nogues, A. Rauschenbeutel, *et al.*, *Phys. Rev. A*, **62**, 054101(2000); A. Bertet, A. Auffeves, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 200402(2002).
- [6] E. Agudelo, *Decoherencia Cuántica en un Sistema Tri-partito*, Tesis de Grado, Universidad de Antioquia, 2007; P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics*, Cambridge U. Press, 2005.