



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1803

**Facultad de Educación**

**Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico en la Resolución de Problemas que conducen a Sistemas de Ecuaciones Lineales de los estudiantes del Curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia.**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física**

**KAREN MARGARITA DÍAZ SÁEZ**

**LUISA FERNANDA MEJÍA SOSA**

**STEVEN ALEXIS SANABRIA MUÑOZ**

**Asesores**

**GRIMALDO OLEAS LIÑÁN**

**LUIS FERNANDO PÉREZ RÚA**

**2016**

## Resumen

El presente trabajo de grado, tuvo como propósito identificar las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales de los estudiantes del curso de álgebra y trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia. Para dar cumplimiento a este objetivo se hizo un rastreo bibliográfico, se planteó una investigación cualitativa con un alcance descriptivo, utilizando como método la investigación acción, implementando diferentes instrumentos como, encuestas, diarios de campo, cuestionarios, entrevistas, entre otros, que permitieron reunir la información necesaria, se tomó una muestra conformada por 93 estudiantes que cursaban su primer semestre académico en el 2015-1, con edades que oscilan entre 17 y los 22 años, a los cuales se les realizó un acompañamiento durante todo el semestre académico, en talleres de fortalecimiento y monitorias.

Para el análisis de los resultados se propuso, la triangulación de datos lo cual permitió obtener diversas visiones de la problemática, logrando identificar las principales dificultades en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales dando lugar a interrogantes que propician futuras investigaciones.

**Palabras claves:** Dificultades en la interpretación, álgebra, lenguaje algebraico, resolución de problemas, sistemas de ecuaciones lineales, teoría de las situaciones didácticas

## Abstract

The present work of degree, it had as intention identify the difficulties in the interpretation of the algebraic language in the resolution of problems that they lead to systems of linear equations of the students of the course of algebra and trigonometry Of the Faculty of Engineering in the University of Antioquia. To give fulfillment to this aim was done a bibliographical tracking, for which, it proposed a qualitative investigation with a descriptive scope; using as method the action investigation, implementing different instruments as, surveys, diaries of field, questionnaires, interviews, between others, which allowed to assemble the necessary information. The sample consists of 93 students; they were doing his first academic semester 2015-1, with ages that range between 17 and 22 years, making them an accompaniment during the whole academic semester, in workshops of Strengthening and tutorials.

For the analysis of the results it proposed, the triangulation of information, which allowed to obtain diverse visions of the problematics, achieving identify the principals difficulties in the resolution of problems that they lead to systems of linear equations giving place to questions that propitiate future investigations.

**Keywords:** Difficulties in interpretation, algebra, algebraic language, problem solving systems of linear equations, theory of didactic Situations

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Tabla de Contenido

Capítulo 1 .....	1
Introducción .....	1
1.1 Antecedentes .....	3
1.1.1 La transición del lenguaje natural a la aritmética y al álgebra. ....	3
1.1.2 Dificultades en la interpretación de sistemas de ecuaciones lineales. ....	6
1.1.3 Resolución de Problemas.....	11
1.2 Diagnóstico Institucional .....	14
1.3 Planteamiento del Problema .....	25
1.4 Objetivos .....	26
1.4.1 Objetivo General.....	26
1.4.2 Objetivos Específicos. ....	26
1.5 Justificación .....	27
Capítulo 2 .....	32
Marco teórico .....	32
2.1 Enfoque pedagógico .....	34
Habilidades y Dificultades.....	34
2.2 Enfoque Matemático.....	45
Historia .....	45
Ecuaciones .....	50
Teorema 1 .....	52
Método de reducción: .....	53
Método de sustitución: .....	53
$m$ ecuaciones con $n$ incógnitas: eliminación de Gauss-Jordan y gaussiana .....	54
2.3 Enfoque didáctico .....	54
Resolución de problemas .....	54
Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau .....	56
Capítulo 3 .....	59
Metodología .....	59

3.1 tipo de investigación. ....	59
3.2 Población y muestra. ....	62
3.3 Método .....	65
3.4 Técnicas e instrumentos. ....	67
3.4.1 Observación .....	69
3.4.2 Encuesta .....	71
3.4.3 cuestionario .....	73
3.4.4 La entrevista .....	75
Capítulo 4 .....	76
Análisis y resultados .....	76
4.2 Caracterización estudiantes 2015-1 .....	82
Capítulo 5 .....	96
Conclusiones .....	96
6. Recomendaciones .....	98
7. Referencias Bibliográficas y Bibliografía .....	99
Anexos .....	105
Anexo 1 Encuesta caracterización de la población .....	106
Anexo 2 Formato registro de observaciones .....	108
Anexo 3 Encuesta a la muestra .....	110

### **Lista de tablas**

<b>Tabla 2.1</b> Habilidades del aprendizaje .....	37
<b>Tabla 2.2</b> Clasificación de las habilidades del aprendizaje .....	37
<b>Tabla 2.3</b> Procesos y habilidades del aprendizaje .....	38
<b>Tabla 2.4</b> Errores y dificultades en la resolución de problemas que conducen a S.E.L ...	44

<b>Tabla3.1</b> Fases de la Investigación.....	68
------------------------------------------------	----

### **Lista de figuras**

Figura 1. Modelo pedagógico desarrollista. ....	23
Figura 4.1. Encuesta demográfica.....	77

Figura 4.2. Edades de los estudiantes.....	78
Figura 4.3 Edad y número de estudiantes.....	79
Figura 4.4. Estudiantes admitidos primera y segunda opción.....	79
Figura 4.5. Estudiantes ingresados a la Facultad de Ingeniería.....	80
Figura 4.6 Cantidad de estudiantes egresados de I. publicas e I. privadas.....	81
Figura 4.7 Habilidades para la matemática.....	81
Figura 4.8 I. E Pública e I.E Privada.....	82
Figura 4.9 Sexo de los estudiantes.....	83
Figura 5 Resultados del curso de algebra.....	83
Figura 5.1 Aciertos por estudiantes.....	84
Figura 5.2 Aciertos de preguntas.....	85
Figura 5.3 Respuesta al punto tres de la prueba diagnóstica.....	86
Figura 5.4 Respuesta al punto seis de la prueba diagnóstica.....	86
Figura 5.5 Respuesta al punto siete de la prueba diagnóstica.....	88
Figura 5.6 Respuesta al punto veintidós de la prueba diagnóstica.....	90
Figura 5.7 Pertinencia de las asesorías o monitoreo durante el semestre 2015-1...92	
Figura 5.8 Pregunta 1 de la prueba final.....	92
Figura 5.9 Pregunta 2 de la prueba final.....	93
Figura 6 Pregunta 3 de la prueba final.....	93
Figura 6.1 Pregunta 4 de la prueba final.....	94
Figura 6.2 Pregunta 5, 6 y 7 de la prueba final.....	94
Figura 6.3 Pregunta 8 de la prueba final.....	95

## Capítulo 1

### Introducción

Una problemática que se ha venido observando en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia es la deserción académica, motivo por el cual esta Facultad creó una alianza con la Facultad de Educación por parte del programa de permanencia estudiantil de la Facultad de Ingeniería, la cual consistía en realizar acompañamiento a los estudiantes admitidos y a los reprobantes de semestres anteriores, para apoyar su proceso académico en las áreas de álgebra y trigonometría por parte de los estudiantes de práctica de la Licenciatura en Matemáticas y Física; destacando y retomando las investigaciones realizadas por autores como Kieran, Brousseau, Camacho, George Polya, entre otros, enfocados en la resolución de problemas matemáticos.

Se encaminó el presente trabajo de investigación en las dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales. Se planteó esta problemática ya que es notoria en el curso de álgebra y trigonometría, la cual fue evidenciada por una prueba diagnóstica realizada al inicio de la investigación, encontrando dificultades o errores que como lo menciona Brousseau (1994) son un concepto equivocado, producto de las combinaciones de los conocimientos previos que poseen los alumnos, es decir, “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, de la casualidad, sino que es un resultado de un conocimiento anterior, que ha tenido su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o inadecuado” (p.17). Estos, permiten retomar los contenidos logrando que los alumnos identifiquen e intenten superar sus dificultades y obstáculos para lograr nuevos aprendizajes, y realimentar los conocimientos existentes. Estas dificultades son las que se quieren evidenciar y por ende abordar para disminuir la deserción temprana en la Universidad de Antioquia.

Ahora bien para facilitar la lectura y dar orden a este trabajo, se optó por organizarlo en 4 capítulos, en el primer capítulo, se reúnen los antecedentes, en el cual se realizó un rastreo donde se abordaron varios autores como Kieran, Camacho, George Polya, entre otros, con el

fin de dar unas bases sólidas al trabajo, por otro lado este primer capítulo da lugar a un diagnóstico institucional, que permitió contextualizar el trabajo, conocer el centro de prácticas y en cierta instancia evidenciar las dificultades que presentan los estudiantes de la Facultad de Ingeniería, dando lugar al planteamiento del problema de investigación, los objetivos y la justificación. En el segundo capítulo se presentan los referentes teóricos que dan fundamento a este trabajo, desde tres perspectivas: pedagógica, didáctica y matemática, conformando así el marco teórico. En el tercer capítulo se expone el conjunto de procedimientos que determinaron esta investigación, las características principales de la muestra y los instrumentos utilizados para la recolección de datos con los cuales se trabajó en el cuarto y último capítulo, donde se presentan los análisis y resultados, finalizando con las conclusiones. Seguidamente se presentarán algunos de los resultados más significativos y representativos encontrados en el rastreo de información.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803



## **1.1 Antecedentes**

### **1.1.1 La transición del lenguaje natural a la aritmética y al álgebra.**

Se exponen algunas reflexiones en torno a la problemática del paso del pensamiento numérico al algebraico y las dificultades y obstáculos que se presentan en el estudio de las ecuaciones lineales, en el ámbito educativo, inicialmente, se centró la atención en las investigaciones que abordan el paso de la aritmética y del lenguaje cotidiano al álgebra en el ámbito escolar y universitario, por otro lado, se observa que la investigación en las últimas décadas ha centrado su atención ya no en caracterizar, esta etapa, sino en proponer alternativas que sobrepasen los obstáculos ya caracterizados en las investigaciones de los años 80's para pasar al pensamiento algebraico.

Según los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, el pensamiento matemático se divide en cinco tipos de pensamientos: se tiene el numérico y los sistemas numéricos, el espacial y los sistemas geométricos, el métrico y los sistemas métricos o de medidas, el aleatorio y los sistemas de datos y el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, para los cuales se pone especial atención en el primero y el último realizando la siguiente observación.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (2006), el pensamiento numérico es una construcción colectiva la cual se conformó a lo largo de la historia sufriendo varias transformaciones de acuerdo a las necesidades que surgían; su desarrollo requiere utilizar paulatinamente un conjunto de procesos, operaciones, conceptos y modelos que permitirán en los estudiantes configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios, por otra parte, está el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, el cual desempeña una labor importante en la resolución de problemas que se sustentan en el estudio de la variación, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, al igual que en otras ciencias.

El desarrollo del álgebra en los Siglos XVI y XVII y el del cálculo diferencial e integral en los Siglos XVII y XVIII mostraron también que el pensamiento variacional no se podía refinar sin los sistemas algebraicos y analíticos ni estos sin aquél. La relación del pensamiento variacional con el manejo de los sistemas algebraicos muestra que el álgebra es un sistema potente de representación y de descripción de fenómenos de variación y cambio y no solamente un juego formal de símbolos no interpretados, por útiles, ingeniosos e interesantes que sean dichos juegos. Un aspecto importante en el aprendizaje del álgebra corresponde a la utilización con sentido y al estudio formal de los objetos algebraicos (variables, constantes, parámetros, términos, fórmulas y otras expresiones algebraicas como las ecuaciones e inecuaciones, los sistemas de ecuaciones o de inecuaciones), para lo cual es necesario ampliar la notación del lenguaje aritmético y utilizar las propiedades características de los sistemas numéricos (como la conmutativa y la asociativa de la adición y la multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición, o el carácter simétrico y transitivo de la igualdad y el carácter antisimétrico y transitivo de la desigualdad).

Es por esto que el cálculo algebraico se manifiesta como una generalización del trabajo aritmético con modelos numéricos en situaciones en las que varían los valores de cantidades que se relaciona funcionalmente, esta relación no solo se da en estos dos tipos de pensamiento, también se encuentran elementos conceptuales comunes entre todos los pensamientos matemáticos, lo que posibilita el diseño de situaciones de aprendizaje particularmente de situaciones problema que los integren, por ello es posible pasar de un pensamiento a otro sin dominarlo completamente.

Los acercamientos teóricos que se realizan en el estudio por Filloy, Puig & Rojano (2008) acerca de la interacción álgebra-lenguaje natural, en la investigación internacional sobre El Estudio Teórico Local del Desarrollo de Competencias Algebraicas, presentando un ejemplo de análisis de la competencia en la resolución algebraica de problemas de enunciado verbal, y relacionando un conjunto de resultados sobre los procesos cognitivos de los alumnos a los que se les está enseñando esta resolución que han obtenido a lo largo de varios años. Esta es una investigación que aporta mucho ya que analiza las interrelaciones del lenguaje

algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética. Ya que esto está íntimamente relacionado con la resolución de problemas, tema que compete porque es la dificultad a investigar.

El trabajo de David Kirshner (2001) enfatiza el carácter de lengua escrita del álgebra y recurre a la lingüística y a la semiótica para analizar la sintaxis y la semántica algebraica. En cambio, Jean-Philippe Drouhard (1992) desarrolla una noción de significación, con la cual relaciona los aspectos de referencia, sentido, interpretación y connotación, que son la base de su análisis de los significados o significaciones del álgebra escrita. Por otro lado, Luis Radford (2000) toma la idea de Vygotsky de que la cognición humana está atada al uso de signos, de tal manera que ya no se considera central lo que los signos representan sino lo que nos permiten hacer ya que son parte de una cultura y por lo tanto trascienden las cogniciones individuales. Desde esta perspectiva, el autor analiza la emergencia del pensamiento algebraico en los estudiantes y la emergencia del simbolismo algebraico en la historia (Radford, 2001). Los tres acercamientos mencionados se nutren de disciplinas como la lingüística, la semiótica y la historia.

De manera similar, el acercamiento de modelos teóricos locales incorpora elementos de la semiótica y la historia y adopta una perspectiva basada en la pragmática, favoreciendo así el estudio del significado en uno más, que el del significado formal. De este modo, el foco de atención se desplaza hacia la actividad de los sujetos con el lenguaje del álgebra.

Otra investigación internacional realizada por Cuesta, Escalante & Méndez (2013) sobre el Impacto de los Cursos Universitarios en la Formación de Competencias Algebraicas, fue motivada por la preocupación de conocer si los cursos de matemáticas en la universidad mejoran la competencia del estudiante para expresar en lenguaje algebraico las situaciones planteadas de forma verbal, lo cual es un prerrequisito para estar en posibilidad de aplicar técnicas de cálculo diferencial. Uno de los hallazgos más relevantes y similares a los encontrados en las fechas en las que se realizó la semana de inducción a los estudiantes que ingresaron en el año 2014-2 y 2015-1 a diferentes programas de la Facultad de Ingeniería de la

Universidad de Antioquia, es que los estudiantes fracasan en la comprensión cualitativa del problema, esto también se evidenció en la prueba diagnóstica que se les realizó, localizando también problemas en la transición, no solamente del lenguaje verbal al algebraico, sino también del pensamiento aritmético al algebraico.

### **1.1.2 Dificultades en la interpretación de sistemas de ecuaciones lineales.**

Un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas en las matemáticas escolares es la transición de la aritmética al álgebra, de esta forma uno de los resultados de la investigación en didáctica de Butto & Rojano (2010), fue la investigación internacional sobre el Pensamiento Algebraico Temprano: El Papel del Entorno, donde registraron que:

De las dificultades que enfrentan los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra se deben a que, por mucho tiempo, ésta ha sido vista como una mera extensión del cálculo numérico al cálculo literal. Lo anterior ha tenido como consecuencia una enseñanza del álgebra a partir de fuentes de significado muy limitadas: usualmente se toma como base el dominio numérico (simbolización numérica), dejando de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos, como el geométrico. (p. 56)

De acuerdo con Cifuentes, Cifuentes, R., Gonzalez, J., Montoya, G., Jara, A., Ortíz, N. P. Piedra & Habit, E. (2012), el trabajo con las ecuaciones lineales con una incógnita es importante en la medida en que contribuye al desarrollo de las competencias ya que el estudiante desarrolla el pensamiento matemático, puesto que traduce desde el lenguaje natural al simbólico y formal, decodificando, traduciendo la realidad a una estructura matemática interpretado mediante un modelo matemático; también maneja expresiones que contienen fórmulas y símbolos, puede utilizar los diferentes tipos de representación de las ecuaciones relacionándolos de acuerdo con el propósito; analizando y reflexionando los resultados para optar desde un punto de vista crítico un modelo.

Según Cifuentes, et al. (2012)

Las dificultades que presentan los estudiantes en la traducción del lenguaje algebraico, el planteamiento y solución de ecuaciones lineales, la solución de problemas con ecuaciones lineales de primer grado, la interpretación de frases de la cotidianidad que deben ser traducidas a un lenguaje formal para construir expresiones algebraicas y con ellas generar ecuaciones, permite identificar metodologías de enseñanza para superar las dificultades ya que estas crean una barrera para la utilización real del álgebra. (p.85)

Considerar la manera en que los alumnos de bachillerato aprenden a discutir y resolver los sistemas de ecuaciones lineales, puede proporcionar información relevante para las adaptaciones de una propuesta didáctica que busque superar ciertas dificultades en la interpretación de los sistemas de ecuaciones lineales, normalmente en bachillerato se explican tres métodos para discutir y resolver sistemas: el método de Gauss, el de Rouché -Fröbenius y el de Cramer. El método más rápido e intuitivo es el de Gauss debido a que no acarrea más operaciones que los otros métodos, y no se pierde de vista lo que se hace, al aplicar reiteradamente el método de reducción.

Cifuentes, et al. (2012) plantea, “Las ecuaciones lineales con una incógnita se pueden representar de diferentes formas: verbal, simbólica, gráfica, numérica, manipulativa y tecnológica” (p.85). Dicho de otro modo la representación verbal de las ecuaciones se manifiesta comúnmente en la comunicación de los enunciados de los problemas y en la comunicación de la aplicación del algoritmo de la solución y en el enunciado de los resultados, en la representación simbólica se utilizan los signos, el igual y formas usuales de representar la ecuación, en breve la representación gráfica se puede interpretar como una función que se traza en el plano cartesiano, en cuanto a la representación manipulativa, se utilizan materiales que representan la ecuación en forma pictórica y la representación tecnológica acontece al uso de aplicativos virtuales. Bajo esta perspectiva la afinidad es notoria entre los diferentes sistemas de representación, lo que hace posible el tránsito de un sistema al otro.

Según Martínez & Sáez (2013) en la investigación internacional sobre Los Sistemas de Ecuaciones en el Bachillerato, siendo un tema importante dentro de los contenidos de Matemáticas del bachillerato, presentan un aspecto verbal, un aspecto algebraico y un aspecto gráfico.

El aspecto verbal trata sobre la comprensión del enunciado con el que se plantea un problema. Esta es una de las carencias más evidentes de los alumnos por la dificultad que tienen para entender un texto escrito, tener claro lo que se les pregunta, identificar las incógnitas y plasmarlo todo en ecuaciones algebraicas y sistemas. En el aspecto algebraico, los alumnos deben saber dilucidar o discutir si un sistema de ecuaciones es posible resolverlo o no, saber el número de soluciones que tiene y saber calcularlas. En cuanto al aspecto gráfico, en el bachillerato de ciencias se incide en los significados geométricos de las ecuaciones como rectas y planos, estudiando sus posiciones relativas a través de los sistemas. (p.41)

Además, describen los esquemas mentales relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales, que tienen los alumnos al acceder al primer curso de Matemáticas en la Universidad, lo cual da paso a la posibilidad de identificar y describir más adelante los esquemas mentales que poseen los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia relacionados con los sistemas de ecuaciones lineales, ya que cuando se explica un concepto los alumnos desarrollan procesos cognitivos con el que conciben un esquema conceptual, utilizando un conjunto de imágenes mentales (formas simbólicas, diagramas o gráficas) que asocian al concepto, pero puede que ese conjunto para formar esa imagen no se haya elegido correctamente pasando por alto matices importantes, dando lugar a esquemas conceptuales incompletos e inadecuados, coadyuvando a la aparición de errores de concepto.

Debido a que no se usa la ecuación como herramienta en la aplicación del álgebra en contextos reales, siendo esta fundamental para la interpretación de los mismos sistemas, se tomaron ideas relevantes de algunas investigaciones que dan punto de partida a este trabajo investigativo, para ello las dificultades se clasificaron en tres momentos: planteamiento de ecuaciones, solución de ecuaciones y resolución de problemas.

Es probable que sea más sencillo aprender conocimientos nuevos que desaprender errores viejos, pero estos errores o dificultades se pueden usar como herramientas para identificar carencias en el currículo o en las metodologías de enseñanza que quizás tenidos en cuenta sea posible superarlos.

El trabajo puramente algorítmico y la escasa competencia algebraica en la resolución de los nuevos problemas, es una de las dificultades principales para comprender los conceptos fundamentales del cálculo ya que el escenario usual del trabajo inicial del cálculo sigue mostrando repitencia, deserción escolar, “incomprensión” de conceptos, inadecuado manejo de razonamientos, y escasa competencia algebraica en la resolución de los problemas, lo cual deja ver la importancia del álgebra como base para asignaturas posteriores (Neira, 2013).

Así mismo los resultados de un estudio realizado por Escalante & Cuesta, (2012) en una investigación internacional sobre las Dificultades para Comprender el Concepto de Variable: Un Estudio con Estudiantes Universitarios de las licenciaturas en Economía y de Informática, con el objetivo de analizar las dificultades en la comprensión del concepto de variable, al resolver problemas donde se establece una relación del lenguaje algebraico con el lenguaje geométrico, el natural y el aritmético, comprobaron que los estudiantes enfrentan dificultades cuando intentan realizar una lectura analítica de los enunciados verbales y serios obstáculos en el proceso de traducción de los lenguajes natural, aritmético y geométrico al lenguaje algebraico; como consecuencia, no han desarrollado el pensamiento algebraico que les permita comprender el concepto de variable, sus diferentes aspectos y usos.

Es así como el propósito general del estudio, que no es muy alejado de lo que se pretende con esta investigación, es analizar la comprensión, los errores y dificultades de los estudiantes universitarios, al responder a problemas contextualizados donde se muestra una relación entre dos variables. El estudio propone responder dos preguntas:

1. ¿Cuáles dificultades se manifiestan en la solución de problemas que requieren la comprensión del concepto de variable?

2. ¿En qué aspectos se manifiesta la falta de competencia para resolver los problemas aritmético-algebraicos?

Grosso modo los resultados que arroja el estudio son la falta de competencia algebraica para resolver problemas y la comprensión lectora, tanto del lenguaje natural como de enunciados verbales de problemas, de la misma manera también se evidencia dificultades en la comprensión de las situaciones de la vida real y de los contextos en que se plantean los problemas. En el sistema de signos del álgebra, que se relaciona con la designación de signos y cantidades, y con el establecimiento de relaciones y expresiones a partir de las condiciones propias del problema.

Para concluir este estudio Escalante & Cuesta, (2012) añaden que muchos estudiantes no pueden identificar, en el sentido que señalan Bednarz y Janvier (1996), la estructura general del problema a partir de las cantidades (conocidas y desconocidas) como tampoco la relación entre ellas, en muchos casos se parte de que esto es uno de los primeros pasos para resolver un problema, pero allí se encuentra una dificultad, el plantear estas cantidades, se dice que es causado por un inadecuado proceso de transferencia de ideas expresadas en lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, y por la desconexión existente entre el lenguaje algebraico con otros dominios matemáticos, como el geométrico. Si bien es cierto que el concepto de variable es objeto de aprendizaje en el nivel de secundaria, los resultados evidencian que la enseñanza, desde este nivel educativo, pone especial énfasis en los aspectos manipulativos, desde aquí es que se puede fundamentar que lo evidenciado en los talleres realizados con los estudiantes de la Facultad de Ingeniería acerca de que en su mayoría no existe el problema de resolver las ecuaciones ya planteadas, ya que en cuanto a los aspectos manipulativos se podía notar un dominio, pero en el planteamiento de las variables se notó y evidenció lo contrario, lo cual constituye tanto para el estudio que se realizó con universitarios de las Licenciaturas en Economía y de Informática, como para los estudiantes universitarios de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, un serio obstáculo en la comprensión de significados que coadyuven al proceso de transición de la aritmética al álgebra.



Torres & Hurtado (2013) afirman que entre las dificultades presentadas por los estudiantes “sobresalen las experimentadas por los alumnos cuando se avanza a un sistema de representación más abstracto, en el cual aumenta tanto el poder del lenguaje simbólico como el grado de generalización” (p.202).

Estas dificultades se observan, habitualmente, en errores de sintaxis cuando se trabaja operativamente con las expresiones algebraicas, como por ejemplo cuando se utiliza el álgebra para resolver problemas escritos en el lenguaje cotidiano, interpretaciones erróneas de expresiones algebraicas, dependiendo de los diferentes contextos en que aparecen (Torres & Hurtado, 2013).

En el estudio que realizaron Cuesta., Escalante & Méndez (2013), en la investigación internacional sobre El Impacto de Los Cursos Universitarios en la Formación de Competencias Algebraicas, en donde se hallaron indicios relevantes sobre la existencia de dificultades comunes en los tres grupos de 75 estudiantes en total, algunos de los hechos observados fueron:

El estudiante no posee competencia para comprender textos aritmético-algebraicos de enunciado verbal; es decir, no existe una lectura analítica del enunciado del problema que lo reduzca a una lista de cantidades y de relaciones entre cantidades, coincidiendo con lo encontrado por Filloy y sus colaboradores (2008). El nivel de conocimiento sobre el contexto geométrico es elemental. No se muestra la competencia para transferir la solución aritmética del problema al lenguaje algebraico. No se muestra la competencia para expresar, en lenguaje algebraico, las relaciones planteadas verbalmente o desde el entorno geométrico. Existe una tendencia a utilizar formalismos de tipo algebraico, descontextualizados y no comprendidos, que no son útiles al estudiante en la resolución de problemas.

### **1.1.3 Resolución de Problemas.**

Los resultados de un estudio realizado por Filloy, Puig & Rojano (2008), en la investigación internacional El Estudio Teórico Local del Desarrollo de Competencias Algebraicas, muestran las líneas maestras que han guiado su trabajo en Álgebra Educativa en los últimos veinticinco años, presentando un ejemplo de análisis de la competencia en el terreno de la resolución algebraica de problemas de enunciado verbal, relacionando un conjunto de resultados sobre los procesos cognitivos de los alumnos a los que se les está enseñando esta resolución algebraica de problemas, que se ha obtenido a lo largo de estos años.

George Polya (1989), en su libro *Estrategias para la Solución de Problemas*, propone un método de cuatro pasos para resolver problemas, el autor habla sobre la resolución de problemas en el salón de clases, donde habla sobre lo que es la pregunta, el arte de saber preguntar y como es necesario para la resolución de problemas cambiar de posición, es decir, mirar el problema desde diferentes puntos. El familiarizarse con el problema es fundamental para resolverle, es por esto que Polya (1989) propone empezar por el enunciado del problema, tratar de visualizar el problema como un todo, lo más claro que sea posible, sin ocuparse de los detalles, lo que permitirá que el estudiante, comprenda el problema, se familiarice, además de que estimula la memoria.

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. Experiencias de este tipo, a una edad conveniente, pueden determinar una afición para el trabajo intelectual e imprimirle una huella imperecedera en la mente y en el carácter. (Abrantes, 2002)

El autor de este libro, tratando de comprender no sólo la solución de problemas, sino también los motivos y el procedimiento de la solución, y tratando de hacer comprender dichos motivos y procedimientos, ha sido llevado finalmente a escribir el presente libro. Desea que resulte de utilidad a aquellos maestros que quieren desarrollar las aptitudes de sus alumnos para resolver problemas, y para aquellos alumnos ansiosos de desarrollar sus propias aptitudes,

detrás del deseo de resolver este o aquel problema que no aporta ventaja material alguna, debe haber una honda curiosidad, un deseo de comprender los caminos y medios, los motivos y procedimientos de la solución.

El interés por conocer en profundidad el pensamiento de los estudiantes de los cursos de álgebra, ha llevado a muchos investigadores a analizar las interrelaciones del lenguaje algebraico con el lenguaje natural, por lo que a partir de 1980 se han hecho más frecuentes investigaciones que dan cuenta de las maneras en que el arraigo al pensamiento numérico y a los significados coloquiales de las palabras permea la interpretación y uso de las letras y de las expresiones algebraicas en las etapas iniciales del aprendizaje del álgebra, y posteriores, ya que como se mencionó anteriormente la competencia algebraica es base para cursos posteriores, entender el contexto en el que se va a trabajar es entonces de suma importancia, por ello se ha realizado un diagnóstico institucional de la Facultad de ingeniería.

Guzmán, (2007) plantea que, los objetivos en los planes de estudio tanto en básica como educación superior plantean la necesidad de conocer como los estudiantes aplican sus conocimientos adquiridos en diversos contextos a partir de la resolución de problemas; sostiene a su vez que la resolución de problemas tiene como intención la transmisión de procesos del pensamiento cada vez más eficaces en la resolución de problemas, con lo que se espera que los estudiantes manipules con mayor facilidad objetos matemáticos y a su vez activen su capacidad mental, ejerciten la creatividad, reflexionen su aprendizaje y al mismo tiempo se preparen o tomen bases para futuros problemas.

Nieto, (2004) en sus notas para estudiantes de licenciatura en matemáticas, el cual está dirigido en desarrollar habilidades para la resolución de problemas, dado que los profesores suelen centrarse en los aspectos técnicos de estos más específicamente en sus asignaturas, plantea:

Es común que se expongan ante el alumno los productos y resultados de la resolución de problemas, pero no el proceso mismo. Si examinamos un libro de texto con

problemas resueltos de matemática, encontraremos por lo general soluciones tersas y acabadas. Rara vez el autor incluye comentarios sobre los intentos fallidos de solución, los casos particulares examinados antes de llegar a la solución general o los refinamientos realizados a una primera solución no totalmente satisfactoria. (p, 1)

La resolución de problemas está relacionada de forma directa con la creatividad, donde esta se entiende como esa habilidad del ser humano para generar ideas nuevas, dar solución a todo tipo de problemas y a cualquier desafío. Donde El pensamiento creativo está dividido en dos, un pensamiento divergente y en un pensamiento convergente. Según Nieto (2004) “el primero consiste en la habilidad para pensar de manera original y elaborar nuevas ideas, mientras que el segundo se relaciona con la capacidad crítica y lógica para evaluar alternativas y seleccionar la más apropiada”. (p, 8) Además propone a partir del pensamiento creativo una serie de pensamientos o procesos como el pensamiento lateral, la imitación, tormenta de cerebros, los mapas mentales, entre otros, que dan estrategias y ayudan a desarrollar habilidades en la resolución de problemas.

## **1.2 Diagnóstico Institucional**

En este diagnóstico institucional se pretende reconocer los aspectos con mayor relevancia del centro de prácticas pedagógicas, y ha propiciado la formulación del problema de investigación para poder inferir más adelante los objetivos, la justificación, la metodología, entre otros componentes de este trabajo de grado. Todo a partir de las diferentes fuentes de información de la Facultad de Ingeniería, como la página institucional, las publicaciones del grupo Ingeniería y Sociedad de la Universidad de Antioquia y algunos sitios web relacionados con la Facultad, entre otros.

El Documento Rector es una de estas fuentes de información, ya que es una construcción colectiva de toda la comunidad educativa, en correspondencia al planteamiento de la Universidad de Antioquia como política en su Plan de Desarrollo 1995-2006, donde se propone que todos los programas académicos deben entrar en la

dinámica de actualización de currículos, para fortalecer los pregrados y mantener su pertinencia social, científica y cultural. (Documento Rector, 2004, p.9)

Históricamente el centro de prácticas, se ubica en la Universidad de Antioquia, la cual surge el 9 de febrero de 1801 a finales del periodo colonial, en el hoy municipio de Medellín.

A continuación, se presenta la misión y la visión de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

#### Misión:

Formar ingenieros, integrales y competentes, para un mundo globalizado; desarrollar la investigación, la educación continua y la consultoría profesional orientadas a la innovación y gestión tecnológica, para contribuir, en un ambiente de convivencia, al desarrollo sostenible, a la transformación de las condiciones sociales, y al mejoramiento de la calidad de vida de la región y del país, en armonía con los principios filosóficos de la Universidad de Antioquia.

#### Visión:

La Facultad de Ingeniería será líder en Colombia y reconocida en América Latina por la innovación basada en la investigación. Sus egresados se distinguirán por su alta calidad profesional, su formación integral, su creatividad, su liderazgo y su aporte al desarrollo regional sostenible.

En la Facultad de Ingeniería en el año 2005 se realizó una encuesta por parte del grupo de investigación de la misma Facultad, con el fin, de caracterizar a los estudiantes de primer semestre admitidos en el segundo semestre de dicho año, se tomó un muestreo aleatorio, donde la muestra constó de 332 estudiantes de una población de 722, con el objetivo de tener una imagen de la homogeneidad y diferencias de los estudiantes admitidos ya que uno de los

problemas que nos atañe es el de la permanencia de los estudiantes de Ingeniería y la deserción, para la cual el grupo de Ingeniería y Sociedad de la Universidad de Antioquia catálogos y sistematizó los diferentes tipos de deserción y analizó algunas de las posibles causas de esta. (Valencia, et al 2007)

La estructura curricular según el Documento Rector (2004) de la Facultad de Ingeniería es la representación ideal del proceso de seleccionar y organizar la cultura que contribuirá a la formación de nuevas generaciones de profesionales ingenieros, por lo tanto el currículo es entendido como una construcción flexible y permanente de un proceso educativo, tanto a nivel macro como a nivel micro, como un proceso de adaptación de la propuesta educativa a las necesidades del educando, su comunidad y el país. La reforma curricular la realizará cada programa, ya que ésta es inherente a las particularidades de cada unidad académica.

Para la reforma curricular, se plantearon 10 ejes fundamentales, entre estos, la formación integral, desde varios enfoques, el científico, profesional, ético y político, la modernización en la infraestructura, el cambio del modelo pedagógico, un currículo centrado en el aprendizaje y la enseñanza, renovar los contenidos curriculares, propiciar la flexibilidad curricular, el fortalecimiento de la investigación, fomentar la interdisciplinariedad, incrementar y fortalecer las prácticas profesionales y finalmente introducir las nuevas tecnologías. (Documento Rector Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia, 2004)

Este documento en correspondencia con los lineamientos básicos de la Universidad de Antioquia entiende y asumen el rediseño curricular como una estrategia fundamental para alcanzar la excelencia académica. Transformar el currículo va mucho más allá de transformar el plan de estudios, implica revisar y describir una serie de variables. Además, la propuesta curricular incluirá la descripción de la variable de implementación o de gestión, es decir, los procesos de planificación, organización, regulación y control del modelo curricular para su óptima ejecución.

Para que la formación sea eficiente y eficaz se debe trabajar sobre bases conceptuales sistematizadas, por ello la pedagogía es una disciplina formal, que sistematiza los procesos de formación y que está sumida dentro de la didáctica como campo específico de conocimientos y sistematización de la práctica educativa.

Según el documento rector (2004)

El proyecto de aula es una propuesta de trabajo docente que lleva al alumno a construir su propio conocimiento, le prepara para resolver los problemas que deberá enfrentar como profesional. Además de desarrollar capacidad para resolver problemas, la estrategia pretende formar profesionales con alta autoestima, seguros de sí mismos, innovadores, investigadores. Miembros activos de la sociedad, en la cual participarán con ideas y acciones. (p. 48)

Los proyectos de aula como estrategia didáctica se origina en la Facultad de Ingeniería, como un proceso de transformación curricular, fundamentados en la política de la Universidad de Antioquia, de donde a través de los Lineamientos de Transformación Curricular se derivan principios curriculares como, la flexibilidad, la transversalidad, la articulación teóricopráctica, los principios pedagógicos de formación pedagógicos, en este último la solución de problemas, formación integral, interdisciplinariedad, entre otros.

En la evaluación parcial o total del proyecto, se manejan tanto los aspectos cualitativos como los cuantitativos, su propósito es el de proveer al estudiante de retroalimentación específica de sus fortalezas y debilidades, de tal modo que pueda aprovechar posibilidades y rectificar las deficiencias identificadas. Para ello, los grupos tienen que desarrollar la suficiente capacidad de autocontrol. No obstante, los docentes siguen teniendo la responsabilidad de hacer el monitoreo permanente acerca de los logros de los estudiantes en relación con las competencias que ellos deben adquirir, de acuerdo con los perfiles establecidos; para determinar si aquellos van apropiándose adecuadamente de los conceptos y procedimientos necesarios y si son capaces de utilizarlos en contexto.

Para lograrlo, el docente debe recurrir a la utilización de diversas alternativas para los acostumbrados exámenes escritos, casi siempre referidos a las pruebas objetivas; es necesario tener en cuenta la observación directa, en la clase, el taller o el laboratorio; los exámenes prácticos, la participación del estudiante en su propia evaluación, es decir, la auto evaluación y en la evaluación de los otros, es decir , de sus compañeros y de sus profesores; la apreciación de las realizaciones de los estudiantes, individuales o grupales.

Respecto a la evaluación de los trabajos de los estudiantes, es muy importante que los docentes los lean o los revisen efectivamente, los corrijan y los devuelvan, con la retroalimentación respectiva; más no calificados. Previamente, se habrán establecido los requisitos para la aprobación de trabajos. Así las cosas, los trabajos se devuelven para que sean mejorados; posteriormente serán calificados, pero el estudiante que lo desee tiene la posibilidad de seguirlo mejorando y volverlo a presentar para que sea nuevamente evaluado y calificado.

Se recomienda, que además de evaluar el aprendizaje de contenidos, es necesario el proceso grupal, los conocimientos que se pueden aportar entre ellos, ya sea interpersonal.

Aspectos que pueden ser evaluadas, en el estudiante, por el docente y por los integrantes del grupo:

- Preparación para la sesión.
- Participación y aportes al trabajo del grupo.
- Habilidades interpersonales e intrapersonal.
- Actitudes y destrezas humanas.
- Evaluación crítica.

Si docentes y estudiantes se cuestionan en la forma de evaluar después de cada experiencia, la perspectiva de evaluación irá mejorando, lo importante es verificar permanentemente si hubo aprendizaje y, si se comprueba que no lo hay, entonces, tomar



medidas para que ello ocurra; y si se comprueba que sí hubo aprendizaje, entonces reforzarlo, a través de la aplicación, en contexto. La evaluación trae consigo la valoración de la calidad de algo o alguien y está estrechamente ligada a la calificación, remitiéndolo a la cuantificación, aunque no siempre que se realice la evaluación haya que emitir un resultado numérico, así, en la evaluación parcial o total del proyecto se manejan tanto los aspectos cualitativos como los cuantitativos, a continuación, se presentarán algunas de las técnicas de evaluación usadas por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

- Examen escrito.
- Examen práctico.
- Mapas conceptuales.
- Evaluación del compañero.
- Auto evaluación.
- Evaluación al docente.
- Presentación oral.
- Reporte escrito.

Entre otras técnicas utilizadas, todos estos aspectos deben ser debidamente reglamentados, con base en las previas concertaciones entre estudiantes y profesores.

Dentro de los aspectos menos atendidos en la educación superior está la evaluación curricular a pesar de los esfuerzos por introducir la cultura de la auto-evaluación, impulsada desde el Ministerio de Educación Nacional a través del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) y del Consejo Nacional de Acreditación (CNA).

Aunque se destaca que constantemente se crean y modifican programas no con todas las bases científicas rigurosas, ya que se quiere hacer de la práctica curricular un proceso científico, es necesario que administradores, planificadores, docentes y estudiantes, de la Facultad se comprometan en la observación de la calidad del proceso curricular; de tal modo que la revisión y ajuste, sea permanente, pero basada en argumentos sólidos.

En la Universidad de Antioquia, se realizan estudios de investigación evaluativa; pero desafortunadamente, son proyectos o esfuerzos aislados del proceso. La Evaluación Curricular, debe establecerse como una práctica corriente en la vida institucional. Por otra parte, la Facultad de Ingeniería y su proceso de transformación curricular busca una alternativa de cambio en el funcionamiento de la evaluación, teniendo en cuenta evaluaciones anteriormente hechas y con mayor rigor desde lo científico y que los resultados arrojados contribuyan al mejoramiento del proceso de aprendizaje, se busca también que la transformación curricular intervenga en cada programa acerca del funcionamiento del mismo y de los resultados de esos programas.

Según el Documento Rector (2004) “los programas, en la Facultad de Ingeniería cuentan con un número de estudiantes entre 500 y 600 por programa, lo cual facilita el contacto cercano”. (p. 56) Por lo que se propone la utilización de un modelo de evaluación que implica el uso intensivo de técnicas cualitativas; sin descartar el uso de técnicas cuantitativas.

El comité opta por el modelo de evaluación por discrepancia, de Malcom Provus, con algunas modificaciones. Los objetivos principales de este modelo son determinar el logro de los objetivos del programa, al igual que confrontar las competencias propuestas en el perfil académico profesional propuesto, determinando el relativo impacto del programa sobre el sector objetivo, especificando el éxito o el fracaso del modelo pedagógico utilizado.

La existencia de los mecanismos de gestión posibilita la implementación de la transformación curricular, de lo contrario en vano sería tener una propuesta curricular, pedagógica y didáctica actualizada y cuidadosamente elaborada, si no se realizara. Por ello fue necesario prever las estrategias más adecuadas, algunas de ellas mencionadas a continuación.

-Socialización de la propuesta básica para la transformación curricular en la Facultad, es decir, el Documento Rector.

-Revisión y ajuste de la propuesta curricular en cada Departamento, en forma participativa.

-Inducción y capacitación de los docentes y auxiliares de docencia para la comprensión, interpretación del modelo curricular y aplicación del modelo pedagógico propuesto, así como de las estrategias didácticas específicas.

-Coordinación entre el Consejo de Facultad, el Comité de Currículo y los Comités de Programa para lograr un proceso armónico.

-Adquisición de recursos, humanos, materiales, tecnológicos y financieros, para apoyar el desarrollo de los distintos subprocesos.

-Seguimiento y monitoreo del proceso de transformación curricular

Finalizando con la evaluación, lo cual permite constatar si el proceso de transformación curricular se cumple de acuerdo con lo previsto y cuáles son sus resultados.

Esta es una forma de dar continuidad a la autoevaluación permanente, en cada programa y en la Facultad, en general.

El saber acumulado por la humanidad en sumarios, caracterizado por la atomización de conocimiento, se ha trasladado a los planes de estudio asignaturistas, por ejemplo, antes de la reforma curricular de 1.986, la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia asignaba para pregrado 250 créditos, actualmente se han reducido a 210. Las asignaturas con pre y correquisitos han hecho que planes de estudio parezcan rígidos y permitan poca libertad de elección a los estudiantes, adicionando que la Facultad no contaba con los laboratorios, equipos y aplicaciones suficientes que “validen” los conocimientos teóricos, la falta de experiencia industrial del profesorado debido a que muchos no han tenido relación con la industria, siendo una causa por la que la metodología de enseñanza era construida con base en la clase magistral; adoptando un proceso de transmisión oral externo a los procesos de

desarrollo cognitivo, donde los estudiantes son receptores pasivos, que aprenden de memoria y poco críticos. Poco a poco se ha ido incorporando la enseñanza con medios modernos pues esto fortalece la utilización de aplicaciones y la solución de problemas con parámetros reales del entorno.

Se tiene que un modelo pedagógico es la forma como se lleva a cabo el proceso educativo, con miras a su mejor re direccionamiento, es lo que permite asumir una posición frente al proceso enseñanza–aprendizaje y se caracteriza fundamentalmente a partir del papel de los sujetos (docentes y estudiantes) en el proceso. El modelo pedagógico acogido por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, el centro de prácticas es el Desarrollista con marcado énfasis constructivista:

En tanto aspira a hacer del estudiante un sujeto activo con capacidad de resolver problemas y construir conocimiento a través de la investigación y a hacer del docente un orientador y guía que crea ambientes estimulantes, brinda experiencias prácticas y permite el desarrollo de estructuras mentales. Pero también adopta aspectos del modelo social, en tanto que a través de procesos docentes alimentados por la investigación es factible, en el campo de la Ingeniería, contribuir a resolver los problemas y satisfacer las necesidades de la sociedad. No quiere decir esto, que se descarte la utilización de otros modelos (Documento Rector, 2004, pp.33-34).

Se asume entonces como modelo pedagógico, la imagen o representación del conjunto de relaciones que definen el fenómeno educativo, con miras a su mejor entendimiento, el modelo pedagógico de la Facultad de Ingeniería, da cuenta de la naturaleza de las relaciones que se dan en el proceso formativo de esta. Las relaciones pedagógicas que define la Facultad de Ingeniería son las relaciones entre los sujetos; estos y los objetos de conocimiento, el contexto y consigo mismo.

El modelo desarrollista tiene como propósito privilegiar los procesos de formación que potencian las habilidades de pensamiento en los estudiantes, que lo hacen protagonista de su proceso formativo y constructor de conocimientos, lo cual le permite participar en la realidad

de su contexto social, lo que responde a un avance en el desarrollo de un país. En la siguiente figura se logra mostrar detalladamente lo concerniente al modelo desarrollista:



**Figura 1** Modelo pedagógico desarrollista. Recuperado de: <http://goo.gl/uj2bQS>

Pedagogos como Dewey y su “aprender haciendo” es uno de los principales gestores de la pedagogía activa, lo cual se enmarca en el modelo pedagógico desarrollista en el que se concibe la enseñanza como un acto puro de acción, donde los estudiantes realizan actividades desde sus propios intereses, a través de experiencias directas con los objetos a conocer, en contacto con problemas auténticos que estimulan el pensamiento, descubriendo por ellos mismos la validez de los aprendizajes. De esta manera se justifica el método más característico de este enfoque pedagógico, el aprendizaje por descubrimiento.

Otro autor importante en el enfoque desarrollista es Piaget quien enfatiza la importancia de la reestructuración cognitiva, ya que no es suficiente con la actividad externa al sujeto, permitiéndole la acomodación de los conocimientos que tenía con los más recientes llevándolo a reflexionar y a buscar un equilibrio más avanzado, que le permita una mejor interacción en el medio social en el que se encuentra.

Lo anterior no quiere decir que la Facultad de Ingeniería descarta la utilización de otros modelos, esta también adopta aspectos del modelo pedagógico social siguiendo la ideología de la reconstrucción social, donde se introducen estrategias didácticas que pretenden formar en el estudiante actitudes y aptitudes para la transformación de su contexto ya que es posible, en el campo de la Ingeniería, contribuir a resolver problemas y satisfacer las necesidades de la sociedad.

Se tiene que la estrategia didáctica que prevalece en el rediseño curricular de la Facultad de Ingeniería, es el aprendizaje centrado en problemas y los proyectos de aula que se nutre del modelo pedagógico adoptado.

Mientras tradicionalmente primero se expone la información y posteriormente se busca su aplicación en la resolución de un problema, el aprendizaje centrado en problemas y proyectos, o denominado: Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), invierte esa situación, por lo que primero se presenta el problema, ya sea diseñado o seleccionado, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria, se diseñan las acciones de indagación y luego se regresa, una y otra vez al problema bajo la orientación del docente. En la Universidad de Antioquia, esta estrategia ha probado ser eficaz.

El estudiante es quien enfrenta permanentemente problemas relacionados con sus intereses, con el entorno o con la naturaleza del conocimiento, adquiriendo modos diferentes para solucionarlos, de acuerdo con su experiencia y conocimientos, utilizando lo aprendido en contextos diferentes.

Se ha abordado el aspecto cognoscitivo vinculado con resolver problemas, la ineffectividad didáctica para desarrollar habilidades que permitan resolver problemas no proviene únicamente de los procedimientos o metodologías apropiadas; como lo sostienen Moreira y Novak (1988), uno de los problemas de la educación es negar e ignorar la labor que los sentimientos juegan en la producción de conocimientos. Este concepto puede extenderse, naturalmente, al desarrollo de habilidades. Afirman estos autores: "Diversos estudios han

demostrado cada vez más, que pensar, sentir y actuar están siempre integrados y que mejorar la práctica educativa requiere métodos que ayuden a los estudiantes a integrar sus razonamientos, sentimientos y acciones de maneras más constructivas" (p.31).

Se ha realizado toda esta profundización acerca de los modelos pedagógicos del centro de prácticas por lo que permite realizar un análisis para las intervenciones en la realidad educativa. Sin abdicar a las creencias e ideologías, los profesores deben ser coherentes con los paradigmas adoptados por la institución, sin que esto afecte la libertad de cátedra.

Aquí finiquita todo lo concerniente al Diagnóstico Institucional y posteriormente se da paso al planteamiento del problema de investigación y a los objetivos.

### **1.3 Planteamiento del Problema**

Según Aparicio (2004) los problemas relacionados con las ecuaciones lineales se remontan a los orígenes de las matemáticas, no obstante, los babilonios ya habían utilizado procedimientos de eliminación de incógnitas y en el siglo XVIII llega a ser un método (Gauss, 1777-1855). Actualmente según la normativa vigente el estudio de los sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas está incluido en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) en el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, "Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales" (p.87). Este tipo de pensamiento está vinculado con "el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos" (p.66).

De acuerdo con lo anterior y algunos de los propósitos mencionados en los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas (2006), es importante construir diferentes caminos y acercamientos que permitan la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el

aprendizaje con sentido del cálculo numérico, algebraico, diferencial e integral, lo cual cumple un papel sobresaliente en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación, el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias Naturales, sociales y las matemáticas mismas.

Es por esto que abordar las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico permitirá entender los errores más comunes en la comprensión acerca de los sistemas de ecuaciones lineales, de esta manera diseñar propuestas para la enseñanza que pretenda la superación de los mismos. A continuación, se presenta el problema que guiará esta investigación y la pregunta de investigación que permitirá limitar el problema sobre las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico, evidenciado en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales de los estudiantes del curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia.

¿Qué estrategias se deben implementar para fortalecer las habilidades que les permitan a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia comprender, definir y resolver adecuadamente las variables en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales?

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo General.**

Identificar las principales dificultades de los estudiantes de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, en la interpretación del lenguaje algebraico en sistemas de ecuaciones lineales, para implementar estrategias que fortalezcan las habilidades de los estudiantes, permitiendo definir adecuadamente las variables en la resolución de problemas que conducen a estos sistemas

### **1.4.2 Objetivos Específicos.**



- Analizar las principales dificultades en los estudiantes del curso de álgebra y trigonometría de la universidad de Antioquia, que se les presentan a los estudiantes en la interpretación del lenguaje algebraico en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales.
- Conceptualizar la interpretación gráfica de los estudiantes del curso de álgebra y trigonometría de la universidad de Antioquia en los sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas.
- Reconocer las habilidades en los estudiantes del curso de álgebra y trigonometría de la universidad de Antioquia que le permitan a los estudiantes definir las variables en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales.

### **1.5 Justificación**

Históricamente el álgebra ha sido una herramienta de gran utilidad con el que se crearon sistemas aritméticos en los que fueron posibles cálculos que permitieron encontrar fórmulas que a su vez dieron soluciones a problemas que suelen resolverse mediante ecuaciones lineales. Es clara entonces la presencia del álgebra en los contenidos de los cursos de matemáticas, física e incluso la química, desde la escuela secundaria hasta el nivel universitario, dentro de los contenidos, no es de extrañarse encontrar problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales. Con respecto a la resolución de problemas cabe resaltar que estos, son un objetivo primario en la educación matemática, para que a partir de ellos los estudiantes aprendan matemáticas y a su vez desarrollen habilidades para la vida, no hay que ir muy lejos para ver su importancia en los Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, donde se contemplan entre otros, el formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad.

También es posible observar la importancia de la resolución de problemas a través del SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo), realizado por la UNESCO en el 2006-2008, de la mano del Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la

Educación LLECE los cuales son una red de directores nacionales de evaluación educativa de América Latina y el Caribe, donde se dejó claro que a partir de las pruebas, las cuales fueron construidas en el marco curricular común de los países latinoamericanos participantes del estudio, era necesario potenciar en los estudiantes habilidades en “la toma de decisiones utilizando la información disponible que resuelvan problemas, que defienden y argumentan sus puntos de vista, entre otros aspectos centrales que los habilitan para la inserción de la sociedad como ciudadanos plenos, críticos y responsables”. (Bronzina, Chemello, Agrasar, 2009, p.14). De la mano a lo que se dejó claro con las pruebas SERCE, el ministerio de educación nacional, resalta las múltiples habilidades que desarrollan la formulación, el tratamiento y la resolución de problemas las cuales, “permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas.”(Ministerio de Educación Nacional, MEN, 2006, p.52). Además de esto el ministerio de educación en sus estándares curriculares, nos propone elaborar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna solución, proponer problemas en los que les falte información o les sobre. Sin duda son múltiples las habilidades que desarrollan la resolución de problemas y el impacto de éstos en la enseñanza de las matemáticas.

Uno de los principales investigadores en la resolución de problemas fue el profesor Polya, quien deja claro un principio en el cual enuncia que resolver un problema es “encontrar un camino allí donde no se conocía camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado que no es alcanzado de forma inmediata utilizando los medios adecuados” (Polya, 1981. p.1). Principio que es muy aplicable en la vida y formación de todos, aún más en los ingenieros los cuales, tienen como función aplicar sus conocimientos para crear nuevas formas de producir, innovar y generar mejoras en el desarrollo de la humanidad, el método y la solución se podría decir que es el eje fundamental de todo ingeniero ya que estos se desempeñan en contextos sociales, lo cual no es muy contrario a los objetivos, misión y perfil del estudiante de ingeniería de la universidad de Antioquia.

A pesar de las oportunidades que ofrecen las universidades, en la actualidad

Hay déficit de ingenieros tanto en Colombia como en el mundo occidental. Lo más preocupante de esta situación es que al parecer el estado, las empresas, las universidades y la sociedad en general no logran percibir las implicaciones que esta situación tiene. (Ulloa, 2008, p. 1).

Las razones por las cuales se está dando estos fenómenos son muy variadas, por ejemplo, la fobia de los estudiantes de secundaria e incluso de primeros semestres en la Universidad hacia las matemáticas, la física, la química y las demás ciencias experimentales, problema que no es nuevo en la enseñanza de las ciencias, o la mala interpretación de los lenguajes matemáticos a la hora de interpretar enunciados, causándole a los estudiantes serios errores a la hora de resolver problemas matemáticos o permitiendo ver algunas de sus falencias en conceptos y procedimientos matemáticos, según Cervantes & Martínez, (2007)

Los errores forman parte de lo que produce un estudiante en el proceso de aprender Matemáticas y se constituyen, para muchos, en elementos estables dentro del mismo proceso, convirtiéndose en señales de serias deficiencias en los desarrollos algebraicos llegando a convertirse, en muchos casos, en causa de fracaso académico. (p.36)

Un motivo más a fondo es el que enuncia Ulloa (2008)

Para cursar los currículos de ingeniería se requieren bases sólidas en ciencias y debemos reconocer que las ciencias básicas, tradicionalmente, se enseñan de manera aburrida, en los colegios, estas tienen poca interacción con el mundo práctico ya que poca aplicación práctica se le puede ver a un experimento de física o a una ecuación matemática. (p.3)

Uno de los principales problemas para las ingenierías y demás carreras en la línea de las ciencias exactas universitarias en Colombia es el de la deserción académica. Tema preocupante teniendo en cuenta las razones ya mencionadas y que los motivos para esta deserción son muy diversos, desde lo sentimental, económico hasta lo académico.

Como se afirmó anteriormente la educación superior y especialmente la formación inicial de profesionales en campos relacionados con la Ingeniería, está expuesta a experimentar altos niveles de deserción. Su estudio y búsqueda de formas para disminuir la deserción deben ser parte de los continuos procesos de evaluación de la eficiencia del sistema educativo; de ahí que es obligación de las universidades establecer mecanismos académicos y administrativos para controlar este fenómeno; por lo tanto se hace necesario definir sistemas de apoyo y acompañamiento efectivos a los estudiantes, por ello la administración de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, preocupada por la alta deserción de estudiantes ha desarrollado una gran variedad de propuestas con el fin de mitigar un poco los altos índices de deserción, con programas de permanencia, programas de estudiantes tutores Facultad de Ingeniería con el fin de hacer un acompañamiento a los estudiantes de primeros semestres para que se adapten a la vida universitaria y se motiven por una vida académica.

Es por esto que las prácticas de Licenciatura en Matemáticas y Física, por medio de una solicitud de la Facultad de Ingeniería abrió un escenario de prácticas para la investigación y formación de docentes, creando un escenario diferente de la escuela, que a su vez no está alejado de las problemáticas comunes en la educación de las matemáticas y ciencias experimentales, todo esto con el fin de mitigar un poco los grandes vacíos con los que ingresan los estudiantes a la educación superior, al igual que dar apoyo y acompañamiento a los estudiantes de Ingeniería del curso de Álgebra y Trigonometría, en situación de vulnerabilidad. Entendiendo como “estudiantes en condición de vulnerabilidad” a aquellos que cursan una misma materia por más de una vez, o que acumulan más de un período de prueba, según la definición del Reglamento Estudiantil vigente.

Al trabajar con estudiantes de primeros semestres de Ingeniería de la Universidad de Antioquia se ha podido observar que ellos conocen algunos métodos y los saben aplicar en la

solución de los sistemas de ecuaciones lineales, pero en el momento de extraer las variables, y de pedirles que los interpreten, tienen serias dificultades, esto se debe a diversas razones, por una parte, en su formación no se les ha instruido en estos modos de pensamiento, otra no se les ha motivado para acercarse a este tipo de aprendizajes, entre otras razones, que también vale la pena analizar aunque no hayan sido mencionadas. Por otro lado, numerosos estudios han investigado y catalogado las dificultades y los errores que cometen los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra elemental; autores como Booth (1984), Kieran (1980), Kieran y Filloy (1989), Mason et al. (1985), Filloy y Rojano (1985) y Ursini (1990), señalan que los estudiantes suelen usar métodos aritméticos en lugar de métodos algebraicos para resolver problemas de enunciado y tienen dificultades para comprender y manejar conceptos propios del álgebra (incógnita, número general y variable), así como para comprender que las operaciones en álgebra pueden no llevar a un resultado numérico y que, a la larga, pueden quedar como operaciones suspendidas. Estos estudios evidencian, además, que un bagaje predominantemente aritmético puede resultar un obstáculo para el aprendizaje del álgebra (véase, por ejemplo, el estudio de Filloy y Rojano, 1985). En ese sentido, estos autores afirman que, para el desarrollo del pensamiento algebraico, es imprescindible que los alumnos puedan pensar y percibir la simbología y las operaciones aritméticas de manera distinta a la que se cultiva tradicionalmente en la escuela primaria, para que, sobre ese nuevo modo de pensamiento aritmético, puedan construir las nociones básicas del álgebra.

Estas y otras problemáticas se observaron en varias semanas de inducción con los estudiantes admitidos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, donde a partir de una Prueba Diagnóstica, la solución de la prueba, una conferencia por parte del profesor Grimaldo Oleas, talleres de inducción, entrevistas y varias encuestas que se realizaron en los semestres 2014-2 y 2015-1. La conferencia del profesor Grimaldo Oleas (Licenciado en matemática y física de la universidad de Antioquia, donde actualmente es docente y asesor de prácticas pedagógicas y magister en Estadística en la Universidad Complutense de Madrid), la prueba constaba de una serie de ejercicios por resolución de problemas, la cual duró alrededor de 2 horas y en la que se hablaba de la Matemafobia, término inventado por el profesor Pedro

Gómez, en su libro *Profesor, no entiendo* y apoyado a su vez en el libro, cómo *Plantear y resolver problemas*, del profesor Polya.

Por lo que fue posible dar un primer vistazo de cómo ingresan los estudiantes y cuáles son algunas de las dificultades que tienen, en este caso se hará énfasis en las que tienen los estudiantes a la hora de definir las variables al momento de resolver problemas que llevan a sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas y de ahí transitar al de tres por tres y atisbar los sistemas con  $n$  ecuaciones y  $n$  incógnitas.

Kieran (1980) resalta que las dificultades de los estudiantes de secundaria en el tránsito de la aritmética al álgebra se centran en la necesidad de manipular letras y dotar a ésta actividad de significado, lo que supone un cambio notable en las convenciones usadas en la aritmética y el álgebra. Se busca entonces, reconocer las destrezas y habilidades que tienen los estudiantes con el fin de afrontar las dificultades en el curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería para evitar así la pérdida de dicho curso o peor aún una deserción temprana.

Cutz, 2005; Mora, 2001; Gómez, (2006) citados en González (2009), muestran que aún en el nivel superior persisten las dificultades con los cálculos aritméticos, e interpretaciones erróneas sobre conceptos como solución o sistema de ecuaciones lineales. Además del escaso o nulo análisis del funcionamiento del método de resolución utilizado; el cual regularmente se enseña como una receta para ser aplicada mecánicamente. Sin interactuar con otros componentes de vital importancia como la historia, las herramientas didácticas, las analogías entre otras. (p.8)

Por ello y junto con el apoyo del programa de estudiantes en situación de vulnerabilidad y sus investigadores, para el acompañamiento y desarrollo de la propuesta de práctica enseñanza-aprendizaje de las matemáticas como factor de permanencia con estudiantes que se encuentren en condición de vulnerabilidad por bajo rendimiento académico de la Facultad de Ingeniería, surge el problema de investigación.

## Capítulo 2

### Marco teórico

A continuación, se presentan los referentes teóricos que dan fundamento a este trabajo, vistos desde tres perspectivas. La primera perspectiva desde un enfoque pedagógico, donde se describen de manera sucinta las posturas pedagógicas que median este trabajo. La segunda con un enfoque didáctico, donde se mencionan algunos componentes didácticos que facultan articular lo teórico con lo práctico y finalmente la tercera perspectiva, con un enfoque matemático, donde se aborda algunas de las nociones de aritmética y su transición al álgebra trabajada en los antecedentes, más específicamente sobre los Sistemas de Ecuaciones Lineales (S.E.L), finalizando con sus aplicaciones a contextos reales.

Para la construcción del marco teórico, Black y Champion, (1976) citado por Hernández (1991) Plantean que la concepción ha sido considerar las teorías como un conjunto de ideas no comprobables e incomprensibles, que están en las mentes de los profesores y los científicos y que tienen muy poca relación con la “realidad”; por el contrario en este trabajo, es importante aclarar que marco teórico no es igual a teoría; por tanto, no todos los estudios que incluyen un marco teórico tienen que fundamentarse en una teoría, adoptando el término teoría como un “conjunto de constructos (conceptos), definiciones y proposiciones relacionadas entre sí, que presentan un punto de vista sistemático de fenómenos especificando relaciones entre variables, con el objeto de explicar y predecir fenómenos” (Kerlinger, 2002, p. 10)

El concepto de paradigma desarrollado por Kuhn ha permitido diversos usos y una abundancia de significados. El término paradigma hace referencia al conjunto de creencias y actitudes, como una visión del mundo "compartida" por un grupo de científicos que implica, específicamente, una metodología determinada (Alvira, 1982). La Investigación Educativa ha estado señalada de conflictos y debates paradigmáticos, desplazándose desde enfoques marcadamente positivistas a enfoques más abiertos y pluralistas de donde se pueden discernir tres grandes paradigmas llamados positivista, el interpretativo y el sociocrítico, sin profundizar

en ello, ante estos cambios acelerados de conocimiento y la diversidad de paradigmas, se requiere de profesionales competentes en educación que den respuesta a los problemas de una realidad compleja y dinámica; que adopten una actitud reflexiva y crítica con respecto a la realidad educativa y que posean idoneidad para investigar científicamente esa realidad como se ha venido realizando y construyendo este trabajo.

Una vez hecho los rastreos necesarios, de analizar la información y de filtrar lo que realmente es necesario para el trabajo, se tuvo en cuenta que, al construir el marco teórico, el tema central ha sido el problema de investigación, evitando desviarse en otros temas ajenos al estudio, para tratar con profundidad únicamente los aspectos relacionados con el problema, interpretar y asociar de manera coherente los conceptos y las proposiciones existentes en estudios anteriores. De aquí que se espera transversalizar las tres grandes perspectivas que integran este marco teórico. Situar el problema de investigación dentro de un conjunto de conocimientos permitirá delimitar teóricamente los conceptos planteados, es por esto y por asuntos de articulación que se hace necesario comenzar por el componente pedagógico, seguido por el matemático y finalizar con el didáctico.

## **2.1 Enfoque pedagógico**

### **Habilidades y Dificultades**

Enseñar cómo aprender conocimientos matemáticos, es un proceso complejo; porque ello implica desarrollar habilidades del pensamiento cognitivo, como superar dificultades, lo que ha conducido a centrar la investigación en este primer momento, a revisar el constructo teórico sobre las habilidades y dificultades en el aprendizaje de los Sistemas de Ecuaciones Lineales.

No sin antes definir y resaltar la importancia del aprendizaje en los procesos formativos. Para Camacho (2010) “el aprendizaje es una red construida por diferentes tipos de elementos que se entrelazan para darle forma” (p. 93). Esta red de elementos que conforman el aprendizaje, son los que generan las dificultades o resalta las habilidades de un individuo,



debido a que permiten hacer una descripción un poco más detallada de los procesos mentales de cada individuo.

El concepto de aprendizaje, como objeto de estudio de diversas disciplinas, ha venido variando a través de la historia y describir cómo los seres humanos aprenden, no es una tarea fácil debido a la complejidad de sus procesos y a la intervención de factores de diferente índole, el origen del aprendizaje se ha centrado en diferentes teorías y enfoques, tomando posturas frente a la forma en que los seres humanos acceden al conocimiento y de la manera como aprenden.

Las teorías más significativas que explican el aprendizaje son la conductista, cognoscitivista y constructivista. Resaltando las aportaciones de autores como Watson, Pavlov, Skinner y Bandura del lado conductista; Piaget, Ausubel y Bruner representantes del cognoscitivismo; y Vigotsky y Papert como constructivistas. Se han realizado esfuerzos para clasificar el amplio concepto de aprendizaje, pues como se ha venido mencionando este proceso es continuo a lo largo de la vida y sus definiciones pueden ser de diversa índole. (Heredia, 2012)

Por ejemplo, Bloom (1956) es uno de los referentes obligados en este campo, por lo que logró establecer la taxonomía de los objetivos educativos desde el dominio cognitivo, la cual logró gran aceptación y aplicación en el ámbito educativo, también se reconocen las taxonomías de categorización de Gagné y Marzano. Así como es extenso el concepto y la clasificación del aprendizaje, también son múltiples los factores que lo afectan. El aprendizaje se da en compañía de elementos de distinto origen como los externos, propios del ambiente como el entorno familiar o escolar, por ejemplo, y los intrínsecos al sujeto: biológicos, fisiológicos, cognitivos psicológicos y afectivos. Entre los factores internos que influyen en el aprendizaje, resaltan dos dentro del entorno escolar, principalmente: la autodirección y la motivación. (Heredia, 2012)

Así como existen diferentes teorías para explicar el aprendizaje, también existen diferentes corrientes epistemológicas para explicar la adquisición del conocimiento. Las

primeras corrientes epistemológicas o teorías del conocimiento subrayaban el carácter absoluto y permanente de éste, es decir, una vez que el conocimiento se adquiría no había cambios en el aprendiz, ni en el conocimiento. Sin embargo, las teorías más recientes enfatizan que el conocimiento es relativo y que depende de la situación de aprendizaje, además señalan que su desarrollo es continuo. La tendencia ha ido cambiando de considerar al conocimiento como algo estático y pasivo hacia una visión más adaptativa y activa de éste.

Analizar el aprendizaje desde modelos epistemológicos y teorías psicológicas representa la forma de explorar las posibilidades del conocimiento humano (...) de esta unión nacen los modelos que desde la didáctica permite establecer procesos de formación que, plasmados en diseños didácticos, evidencian los nexos entre los fundamentos teóricos del aprendizaje y las prácticas. (Camacho, 2010, p.95)

Las acciones que lleva a cabo un estudiante, como producto de la intervención de elementos procesuales, aspectos estructurales y conocimientos involucrados en la interacción mediada por el docente, por las cuales se da el proceso de aprendizaje, según lo menciona el mismo autor, corresponden a estructuras de funcionamiento mental que no pueden ser descritas correctamente, pero pueden ser definidas funcionalmente a manera de habilidades de aprendizaje.

Es decir, “las estructuras mentales son estructuras de acciones que ellas determinan, son estructuras de acciones interiorizadas en pensamiento” (Camacho, 2010, p.95), si bien, no todas estas estructuras son observables, algunas de ellas pueden evidenciarse a partir de acciones llamadas habilidades de aprendizaje.

Tanto potenciar como proporcionar una taxonomía de dichas habilidades, han sido uno de los objetivos en cualquier proceso de formación, y se han realizado en función de distintos criterios ya sea por el grado de complejidad o su correlación con diferentes procesos cognitivos, inclusive en algunas perspectivas se habla de forma indiferente de habilidad o proceso.

Se tiene entonces que el término habilidad puede referirse a diferentes conceptos, asumidas en el ámbito cognitivo como aquello que tiene que ver con las capacidades cognitivas del sujeto que constituyen la premisa para la ejecución de una acción con éxito y optimizan el aprendizaje de nuevos conocimientos, como, por ejemplo; describir, observar, conceptuar, argumentar, clasificar, comparar, analizar, seriar, inferir, sintetizar o generalizar.

A continuación, se presenta de forma sintetizada una representación de la taxonomía de los objetivos educativos: el dominio cognitivo de Bloom (1956)

**Tabla 2.1** Habilidades del aprendizaje

CONOCIMIENTO Recoger información	COMPREENSIÓN Confirmación Aplicaciones	APLICACIÓN Hacer uso del conocimiento	ANÁLISIS (Orden superior) Pedir, desglosar	SINETIZAR (Orden Superior) Reunir, incorporar	EVALUAR (Orden Superior) Juzgar el resultado
Observación y recordación de información; conocimiento de fechas, eventos, lugares; conocimiento de las ideas principales; dominio de la materia	Entender la información; captar el significado; trasladar el conocimiento a nuevos contextos; interpretar hechos; comparar, contrastar, ordenar, agrupar; inferir las causas, predecir las consecuencias	Hacer uso de la información; utilizar métodos, conceptos, en situaciones nuevas, solucionar problemas usando habilidades y conocimientos.	Encontrar patrones; organizar las partes; reconocer significados ocultos, identificar componentes	Utilizar ideas viejas para crear otras nuevas; generalizar a partir de datos suministrados; relacionar conocimiento de áreas diversas; predecir conclusiones derivadas	Comparar y discriminar entre ideas; dar valor a la presentación de teoría, escoger basándose en argumentos; verificar el valor de la evidencia; reconocerla, juzgarla y elegir de acuerdo con las circunstancias de subjetividad

Unos años después se realizan diferentes estudios que han buscado actualizar o modificar la taxonomía expuesta anteriormente de acuerdo a las perspectivas de los autores, en algunos casos la diferencia o los cambios que realizan se deben a la nominalización, expresando dichos niveles en forma de verbo, por lo que toma una forma dinámica.

A continuación, se presenta una versión actualizada de la taxonomía de Bloom, realizada por Lorin Anderson su alumno

**Tabla 2.2** Clasificación de las habilidades del aprendizaje

NIVEL	DEFINICIÓN
-------	------------

<b>Recordar</b>	Reconocer y traer a la memoria información relevante de la memoria a largo plazo
<b>Comprender</b>	Construir significados mediante la interpretación, ejemplificación, clasificación, resumen, inferencia, comparación y explicación.
<b>Aplicar</b>	Hacer uso de un proceso aprendido ejecutándolo o implementándolo.
<b>Analizar</b>	Descomponer el material en sus partes constituyentes, determinando qué partes se relacionan con otras. Para ello se requiere diferenciar y organizar.
<b>Evaluar</b>	Hacer juicios basados en criterios a través de la revisión y la crítica.
<b>Crear</b>	Reunir elementos para crear un todo coherente y funcional, implica organizar elementos a partir de nuevos patrones.

Las habilidades o acciones de aprendizaje que se evidencien o falten por potenciar deben ser el resultado de un proceso que se promueve y/o estructura a través de estrategias de enseñanza cuyo fin es que se conviertan en habilidades, saberes, acciones o destrezas. De acuerdo con Camacho (2010), se asume que hay unos procesos generales que involucran un conjunto de habilidades que posibilitan el aprendizaje, por lo que se presenta la tabla 2.3

**Tabla 2.3** Procesos y habilidades del aprendizaje

<b>PROCESO</b>	<b>HABILIDAD</b>	
<b>RECORDAR</b>  Proceso básico de procesamiento de la información que permite la activación de aprendizajes	<b>PERCIBIR</b>	Los estímulos ingresan al sistema cognitivo para convertirse en información
	<b>OBSERVAR</b>	Examinar con atención, es decir fijarse, concentrarse, buscar y encontrar datos, elementos u objetos que conforman un objeto, hecho, fenómeno, etc.
	<b>IDENTIFICAR</b>	Reconocer características o componentes de elementos, eventos, procesos, relaciones etc.

previos y la ejecución de los procesos de aprendizaje.	<b>CODIFICAR</b>	Hacer una representación mental de un estímulo gracias a la interpretación del sistema de signos que lo conforman.
COMPRENDER  Proceso que conlleva entender, asimilar, elaborar y utilizar la	<b>DESCRIBIR</b>	Representar personas, cosas, eventos, procesos, por medio del lenguaje, explicando sus características, componentes y/o funciones
	<b>DEFINIR</b>	Exponer un conjunto de propiedades suficientes para designar de manera unívoca un objeto, individuo, grupo o idea.
información para construir significado.	<b>RESUMIR</b>	Abreviar los aspectos más importantes de una estructura temática
	<b>COMPARAR- CONTRASTAR</b>	Apreciar diferentes elementos hallando características semejantes y diferentes entre ellos.
	<b>ANALIZAR- SINTETIZAR</b>	Determinar las partes de un todo, o conformar un todo a partir de sus componentes, respectivamente.
	<b>CATEGORIZAR</b>	Agrupar objetos, hechos o fenómenos en correspondencia con una o varias categorías establecidas.
<b>APLICAR</b>	<b>MODIFICAR</b>	Habilidad que permite al sujeto cambiar el estado inicial de un elemento sin alterar su esencia

Proceso en el que se utiliza el conocimiento construido para adaptarlo en contextos o situaciones	<b>INTEGRAR</b>	Habilidad que permite al sujeto incorporar las diferentes partes a un todo de manera que se establezca una relación o fusión entre ellas.
	<b>ADAPTAR</b>	Se adecua el sistema de información seleccionado o modelado de acuerdo con las nuevas condiciones
	<b>ARGUMENTAR</b>	Habilidad que le permite al individuo exponer razones para sustentar la validez de una propuesta o solución
<b>CREAR</b>	<b>DECIDIR</b>	Habilidad que permite al sujeto tomar una determinación con respecto a un asunto o problema.
Proceso que implica la generación o construcción de nuevo conocimiento.	<b>MODELAR</b>	Habilidad que permite al sujeto acomodar o ajustar algo a determinados parámetros.
	<b>PROPONER</b>	Habilidad que le permite al individuo presentar una o varias opciones o alternativas para la solución de una tarea.
	<b>INNOVAR</b>	Hacer propuestas creativas y novedosas, para resolver un problema.
<b>EVALUAR</b> Proceso que permite valorar o	<b>PREDECIR</b>	Habilidad que permite adelantarse a los acontecimientos a partir de saberes y experiencias previas.

determinar el curso de la ejecución de los procesos y acciones a la luz de la construcción de conocimiento.	<b>VALORAR</b>	Emitir juicios a partir del discernimiento entre las diferentes causas que han dado origen a determinados acontecimientos y las posibles consecuencias con base en las decisiones tomadas.
	<b>JUSTIFICAR</b>	Dar razón de actos, acontecimientos, hechos a partir del conocimiento y la experiencia

**Fuente:** Camacho Sanabria y Velásquez, (2009<sup>a</sup>: 27)

Se considera, y de acuerdo con el anterior cuadro que el estudiante puede desarrollar determinada habilidad sin estar sujeto a otras es decir puede estar en varios procesos a la vez.

Por otro lado, cabe resaltar que el objetivo de este tipo de taxonomía, no es otro que el de clasificar los objetivos de aprendizaje y habilidades mentales, algo no muy alejado a este trabajo, dado que es importante tener presente la relación entre las habilidades matemáticas y del pensamiento a la hora de resolver problemas matemáticos por parte de los estudiantes y así dar paso a entender o acercarse al concepto de dificultad.

Para hablar ahora de dificultades en el aprendizaje, es necesario precisar que existen múltiples definiciones a lo largo de la historia, en la actualidad se conciben dichas dificultades en el aprendizaje, como un grupo de trastornos. En palabras de Campos (2009) “dificultades en el aprendizaje implican en términos generales una amplia serie de trastornos o limitaciones debido a una lesión cerebral que puede ser de tipo psicológico u orgánico, asociadas que dificultan el desempeño intelectual y capacidad de adquirir nuevos conocimientos” (p.5), llevando consigo una serie de problemas inscritos en el bajo rendimiento, falta de interés o motivación, desorganización, distracción en las clases, entre otras. Por otro lado, Fuentes

(2009) afirma que, estas pueden darse en cualquier momento de la vida, aunque por lo general se presentan antes de la adolescencia y a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Ahora bien, se puede decir que una dificultad en el aprendizaje es, una descompensación en el proceso de aprendizaje del estudiante, afectado por factores familiares, psicológicos, sociales o de cualquier otro índole que afecte de modo directo o indirecto el buen desempeño de este, impidiendo la no adquisición de logros o habilidades para la vida diaria o lo académico, por lo tanto, para efectos de este trabajo se entenderán las dificultades no sólo como un trastorno, sino como una ausencia de habilidades de las cuales ya se habló con antelación.

En matemáticas, así como en casi todos las ciencias y procesos de la vida de una persona, se pueden evidenciar dificultades en su aprendizaje, sus causas siguen siendo variadas, aunque se pueden categorizar en, las dificultades propias de las matemáticas, las generadas por los profesores y las del estudiantado, siendo esta última de gran interés.

Una dificultad para los estudiantes en las matemáticas es el impacto que tienen los conceptos y el lenguaje que cada vez son más abstractos, sobre todo en el momento en que se da el cambio de lo aritmético a lo algebraico, esto quizás por la forma tan desligada de dichos conceptos con la cotidianidad de los estudiantes o por el uso excesivo del lenguaje natural. En concordancia con lo dicho, Carrillo (2009) sostiene que “el uso del lenguaje natural u ordinario en contextos matemáticos a veces produce conflictos de interpretación. Existe un contraste entre la flexibilidad semántica del lenguaje ordinario y la precisión del simbolismo matemático”. (p.3)

Las dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales tienen orígenes diversos. En el proceso de aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , son considerables los errores en los cuales inciden los estudiantes por diversas causas entre las más frecuentes se pueden citar: "dificultades en las operaciones con los números reales, dificultades referidas a las representaciones en el plano cartesiano, dificultades en el cambio de



registros, por ejemplo, del verbal al algebraico, dificultades de interpretación del problema" (Garcés, 2009, p.8)

Haciendo a un lado la traducción del lenguaje matemático, sucede que la naturaleza misma de representaciones matemáticas, para muchos alumnos se convierte en una dificultad para su aprendizaje.

El autor Geary (citado por González y Álvarez,) distingue tres tipos de dificultades relacionadas con las habilidades de numeración y cálculo:

- Dificultades para representar y recuperar los hechos numéricos de la memoria. Los individuos que presentan este tipo de problemas muestran grandes dificultades en el aprendizaje y en la automatización de los hechos numéricos.
- Dificultades con los procedimientos de solución.
- Déficit en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica. Los individuos con este déficit tienden a mostrar dificultades a la hora de leer los signos aritméticos, en alinear los números en problemas aritméticos multidígito, y en comprender el valor posicional de los números.

En relación a las “Dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales” se han destacado tres momentos (M) para las dificultades:

**M<sub>1</sub>**: Planteamiento de ecuaciones

**M<sub>2</sub>**: Solución de ecuaciones

**M<sub>3</sub>**: Resolución de problemas

Para continuar es necesario plantear qué se espera que los estudiantes logren, es claro que esto cambia de acuerdo a los objetivos del docente, para presentarlo de forma organizada, se muestran 3 ítems donde se incluyen los objetivos de aprendizaje.

**Nociones básicas y conocimientos elementales**

- Aplicar operaciones fundamentales en los números reales
- Resolver ecuaciones lineales
- Identificar los diferentes elementos que componen un sistema de ecuaciones lineales.

**Solución y Clasificación de Sistemas de Ecuaciones Lineales.**

- Reconocer los principales métodos de solución en sistema de ecuaciones lineales -
- Solucionar el sistema de ecuaciones lineales aplicando los diferentes métodos presentados de solución
- Categorizar el tipo de sistemas de ecuaciones lineales

**Resolución de problemas que conducen a Sistemas de Ecuaciones Lineales.**

- Simbolizar un mismo Sistemas de Ecuaciones en las distintas notaciones -
- Interpretar la solución de los sistemas de ecuaciones lineales tanto grafica como numérica.

A continuación, se ponen en consideración los posibles errores y dificultades que pueden surgir en el proceso de aprendizaje de Sistemas de ecuaciones Lineales (S.E.L). Además, servirá para obtener información acerca de en qué aspectos del tema que se está trabajando pueden surgir situaciones que frenen o ralenticen el aprendizaje del alumnado. En la tabla 2.4 se recogen los principales errores y dificultados que pueden aparecer.

**Tabla 2.4** Errores y dificultades en la resolución de problemas que conducen a S.E.L

<i>MOMENTOS</i>	<i>ERRORES Y DIFICULTADES</i>	<i>PROCESO</i>	<i>AUSENCIA HABILIDAD</i>
<b>Planteamiento de ecuaciones M 1</b>	Entender el enunciado del problema	Recordar	Percibir
	Simbolizar en lenguaje algebraico el lenguaje	Comprender	Describir natural
	Descartar la información necesaria	Comprender	Resumir
	Representar gráficamente la situación planteada	Comprender	Comparar-Contrastar

Identificar las operaciones fundamentales en el Recordar Identificar planteamiento de las ecuaciones ( <i>es decir saber cuándo se debe restar, sumar, multiplicar o</i> Comprender Definir <i>dividir</i> )		
Examinar los métodos para la solución de S.E.L	Comprender	Analizar
Selecciona el método apropiado para resolver el S.E.L	Crear	Decidir
		Proponer
Idear un plan de acción	Aplicar	Argumentar
		Crear
		Proponer
Aplicar las propiedades fundamentales de los miembros de la igualdad.	Aplicar	Modificar
Aplicar los criterios de equivalencia a sólo uno de los miembros de la igualdad.	Aplicar	Modificar
Realizar transformaciones elementales por columnas en la resolución de un S.E.L. por el método de Gauss	Aplicar	Adaptar
Utilizar el método de Cramer para resolver un S.E.L. sin saber si es compatible o no	Aplicar	Adaptar
Graficar el S.E.L	Aplicar	Integrar
Aislar la representación gráfica y la representación simbólica de un S.E.L.	Comprender	Comparar-Contrastar
Validar las respuestas a las que se ha llegado	Aplicar	Argumentar
		Evaluar
		Valorar
		Justificar
Aislar la solución de un sistema del fenómeno que éste modeliza.	Evaluar	Valorar
		Justificar
	Crear	Modelar

Las dificultades tienen una relación directa con la resolución de problemas, ya que este exige el dominio de códigos (teoremas, reglas sintácticas, operadores, entre otros símbolos), además de la capacidad de traducirlos, lo que hace que cada individuo cree un proceso de asimilación muy distinto y que el tiempo sea muy variable para cada uno, lo que se convierte en un problema ya que en las instituciones académicas se tienen lapsos de tiempos para adquirir un determinado aprendizaje, lo que podría ser un causante de estas dificultades.

## 2.2 Enfoque Matemático

En este componente matemático se realiza un acercamiento al desarrollo histórico del álgebra lineal, abordando el origen del concepto de sistemas de ecuaciones lineales y los métodos

usados para encontrar las soluciones, sus principales exponentes y los trabajos más sobresalientes, presentando una narración breve del tratamiento que daban algunas de las diferentes culturas antiguas a problemas que actualmente nos conducen a ecuaciones de primer grado, posteriormente se realiza un abordaje teórico de los sistemas de ecuaciones lineales que se ocupará de varias definiciones como espacio vectorial, ecuaciones, independencia lineal, matriz, entre otros términos y por último, algunas de las aplicaciones que toda esta teoría tiene en la actualidad. Para encaminarse de manera sencilla en la riqueza de hechos que presenta el desarrollo histórico de las matemáticas las apreciaciones que aquí se realizan son más de índole temáticos que cronológico.

## **Historia**

Comprender los diferentes aspectos que forman parte de su vida cotidiana y de la naturaleza que le rodea, es lo que le ha posibilitado al hombre su desarrollo evolutivo, actividades como medir longitudes, registrar y predecir fenómenos de la naturaleza, clasificar, numerar y calcular, le han permitido ingeniar herramientas no solo para la caza y la recolección de alimentos sino también para resolver problemas concretos, incluso problemas de carácter lineal, en pro de mejorar su forma de vida y la de su comunidad.

Problemas tan variados como la repartición de cosechas, la ganadería, la distribución de tierras, la adjudicación del presupuesto de un país, entre otros tantos, pueden plantearse en sistemas de ecuaciones lineales, es por ello que dichos problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales se remontan a los orígenes de las matemáticas, en culturas muy diferentes, hay evidencias de ello, encontradas en escrituras muy antiguas que aún se conservan, algunas escrituras más sobresalientes de las culturas más conocidas son por ejemplo las de los babilones los cuales llamaban incógnitas a la longitud, anchura, área, o volumen, utilizando procedimientos de eliminación de incógnitas.

Las evidencias para estudiar los períodos más antiguos en la historia de las matemáticas son limitadas e inconclusas como indica Morales (2002):

El balance cronológico de las civilizaciones de los valles del Indo y del Changijiang (Yangtsé) - ríos que nacen en el Tíbet y se dirigen respectivamente hacia el norte de la India y hacia el este de China – se apoya en crónicas cuya veracidad se pone en duda con frecuencia. Por el contrario, las informaciones procedentes de los habitantes del valle del Nilo y del “Creciente Fértil” ofrecen, en las fuentes recogidas hasta ahora, una mayor objetividad y una interpretación más acertada de las actividades matemáticas de estos pueblos. (p.5)

Aunque las formas de desarrollo son muy variadas, se tiene claro que han atravesado un largo periodo de correcciones, reformas y acabados, por ejemplo el conocimiento que se tiene actualmente de las matemáticas babilónicas se derivan de excavaciones arqueológicas realizadas en el siglo XIX, donde se hallan las conocidas tablillas de barro, ellos sabían cómo resolver problemas que conllevan a sistemas de ecuaciones lineales, un ejemplo canónico, es el que sigue a continuación, tomado de Luzardo & Peña (2006):

Existen dos campos cuyas áreas suman 1800 yardas cuadradas. Uno produce granos en razón de  $\frac{2}{3}$  de saco por yarda cuadrada, mientras que el otro produce granos en razón de  $\frac{1}{2}$  saco por yarda cuadrada. Si la producción total es de 1100 sacos, ¿cuál es el tamaño de cada campo? (p.156)

Otro ejemplo presentado por Lebraña, et al (2002) el cual expresa lo siguiente "conocer la longitud del lado de un cuadrado cuya área menos el lado es igual a 870". (p.22) Dan cuenta que los babilonios planteaban y resolvían dichos problemas algebraicos sin la utilización de la notación simbólica que hoy se conoce, de hecho con la notación que se utiliza en matemáticas resolver el anterior problema hoy, sería resolver la ecuación  $x^2 - x = 870$ , los babilonios planteaban inclusive hasta sistemas de diez ecuaciones con diez incógnitas en problemas de astronomía, a los cuales daban solución combinando las ecuaciones, sin justificar y demostrar las reglas que utilizaban para resolverlos, buscando la comodidad y efectividad favoreciendo el pragmatismo.

Mientras que el clima favoreció a Egipto en la preservación de algunos papiros, como el papiro de Ahmes, también nombrado Papiro Matemático Rhind escrito por Ahmes en 1650 a.C., el cual es una de las fuentes más destacadas de información sobre las matemáticas egipcias, aunque su desarrollo fue evidentemente inferior al algebra babilónica. En este papiro se incluyen ecuaciones de primer grado donde la incógnita recibe el nombre de "ibis" lo que significa escarbando en el suelo, quizá por su aplicación a la medición y el cálculo de la superficie de los terrenos, el método empleado para la resolución de algunos de los problemas allí propuestos, conocido como "regula falsi" o el "método de la falsa posición" que consiste en partir de un valor falso para la incógnita y llegar al valor correcto. (Lebraña, et al 2002)

El comparar trabajos matemáticos de diferentes épocas permite observar que frente al mismo problema se crearon distintas respuestas y diferentes caminos para llegar a ellas, conociendo formas alternativas de abordar un problema, lo cual da cuenta de la no linealidad del aprendizaje.

Por otra parte, se tienen los griegos quienes a partir de los grandes aportes de las civilizaciones anteriores también resolvían algunos sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos. Thymaridas (400 a. de C.) había encontrado una fórmula para resolver un determinado sistema de  $n$  ecuaciones con  $n$  incógnitas.

Los matemáticos chinos durante los siglos III y IV a.C. continuaron la tradición de los babilonios y nos legaron los primeros métodos del pensamiento lineal, utilizando un método para su resolución, conocido como la regla "fan-chen", la cual, en esencia, es el método de eliminación gaussiana conocido hoy. (Luzardo & Peña, 2006)

La perspectiva histórica a la hora de la enseñanza de las matemáticas es fundamental, ya que todo es un constructo de conocimientos que se ha ido construyendo para llegar a ser como se conoce actualmente. La simbolización algebraica aparece en la época del

renacimiento y el gran paso de la aritmética al álgebra se da a través de la resolución de problemas.

En el desarrollo del álgebra, Nesselman (1811-1881) diferenció tres etapas:

a) primitiva o retórica, en la que todo se escribía en lenguaje ordinario; se extiende desde los babilonios (1700 a.C.) hasta Diofanto (250 d.C.); b) etapa intermedia o sincopada, en la que se comenzó a introducir algunas abreviaturas como las que desarrolló el propio Diofanto; se prolonga hasta comienzos del siglo XVI; c) etapa simbólica o actual, donde aparece con todo su simbolismo, rigor y lenguaje formal; Vieta, en el siglo XVI, marca el inicio de esta etapa. (p.96)

Otro autor destacado fue Cardano (1501-1576) quien dio un paso importante a la investigación algebraica en su obra "Ars Magna" en donde dio la solución general de la ecuación cúbica y cuártica considerada como la mayor contribución al álgebra desde los babilonios, además se puede considerar como el primer tratado sistemático sobre la teoría de ecuaciones en la historia, junto con Tartaglia, hacen un acercamiento de los números imaginarios, y simultáneamente Recode (1510-1558) introduce el signo de igualdad que actualmente se sigue utilizando.

Finalmente, fue el francés Franciscus Viéta (1540 -1603) quien llevó al álgebra exclusivamente simbólica que facilitó enormemente el cálculo.

Posteriormente en el siglo XVII con la introducción de los sistemas de coordenadas, Descartes y Fermat utilizaron el álgebra para resolver problemas geométricos. Hacia 1693 Leibniz da solución al conjunto de coeficientes de un sistema de ecuaciones y casi medio siglo después Mac-Laurin descubrió la solución de sistemas lineales de 2, 3 y 4 incógnitas por determinantes, teoría que luego fue formulada por Cramer y Bezout. (Labraña, 2002).

El proceso de fundamentación y formalización se dio a finales del siglo XIX y principios del siglo XX, hacia el año de 1850, Cayley y Pierce constituyeron el conjunto de las matrices y el teorema de compatibilidad de los sistemas de ecuaciones lineales que también es atribuido a Rouché (1832-1910).

Pero realmente el trabajo de Gauss fue el que dio un desarrollo continuo e importante en la teoría de los determinantes. Actualmente el álgebra lineal continua sus desarrollos mediante la aplicación en diferentes campos, como es el caso de la programación lineal. Que surgen para optimizar las funciones sujetas a condiciones de la vida cotidiana de actividades como de la economía, industria, militar, entre otras.

El primer matemático que logró usar la programación lineal fue el norteamericano George Bernard Dantzig (1914-2005) Cuando comenzó la Segunda Guerra Mundial, Dantzig interrumpió sus estudios en Berkeley y se unió a la Fuerza Aérea de los Estados Unidos donde se ocupó de las logísticas de la cadena de abastecimiento y gestión de cientos de miles de elementos y personas, presentándosele problemas del "mundo real" que la programación lineal vendría a resolver, fue en 1947 donde por primera vez presentó un problema de programación lineal, y propuso el Método Simplex para resolverlo, los modelos de Programación Lineal son frecuentemente usados por su sencillez, para abordar y resolver una variados problemas de naturaleza real en ingeniería y ciencias sociales, lo que ha permitido a empresas y organizaciones importantes grandes beneficios y ahorros.

Lo anterior es importante en la medida en que las tecnologías de la información y la comunicación desde la perspectiva de su uso como medio didáctico y como material curricular son una herramienta que puede ayudar, tanto a los alumnos como al profesorado, en la construcción del conocimiento, el impacto de las tecnologías computacionales en la educación en general y en las matemáticas se puede evidenciar en el aprendizaje de los alumnos, en la transformación de las prácticas educativas de los docentes y en la transformación de las estructuras curriculares.



## Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, las cuales constituyen los valores que se pretende hallar, relacionados mediante operaciones matemáticas, dicha igualdad puede ser falsa o cierta.

En la escuela comúnmente se aprende a resolver ecuaciones lineales

$$ax + b = 0 \quad (1)$$

y cuadráticas

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (2)$$

Donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números y se supone que  $a \neq 0$ . Es bien sabido que la única solución de la ecuación (1) es  $-\frac{b}{a}$  y que la ecuación (2) tiene a lo sumo dos soluciones que se obtienen al elegir el signo de la raíz cuadrada en la siguiente expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

Si  $b^2 = 4ac$ , entonces la ecuación (2) tiene una única solución y, si se restringe a los números reales, entonces la ecuación no tiene solución si  $b^2 - 4ac$  es negativo. Las ecuaciones (1) y (2) aparecen naturalmente en multitud de problemas y sus soluciones son conocidas desde mucho tiempo atrás, como se mencionó anteriormente.

Hay diferentes criterios para clasificar las ecuaciones, por ejemplo, uno de ellos, el grado, la presentación de las variables, el número de incógnitas, según el conjunto de números sobre el que se busca la solución y el tipo de operaciones necesarias para definir las, entre otras.

Orientando pues este trabajo a los sistemas de ecuaciones lineales, se define cuidadosamente una ecuación de primer grado o ecuación lineal como una igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable o más variables a la primera potencia.

Se tienen también las ecuaciones llamadas diofánticas, las cuales son ecuaciones algebraicas de dos o más incógnitas, cuyos coeficientes recorren el conjunto de los números enteros, de las que se buscan soluciones enteras, esto es, que pertenezcan al conjunto de los números enteros.

Las ecuaciones diofánticas lineales, deben ser tenidas en cuenta, cuando se busca que la solución esté en el conjunto de los números enteros, puesto que en la resolución de algunos problemas su solución debe ser un número entero.

Diophante resuelve también problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero transformándolos en una ecuación lineal y sólo aceptaba las soluciones positivas, pues lo que buscaba era resolver problemas y no ecuaciones. Utilizó ya un álgebra sincopada como se ha señalado anteriormente. Sin embargo, unas de las dificultades encontradas en la resolución de ecuaciones por Diophante es que carece de un método general y utiliza en cada problema métodos a veces excesivamente ingeniosos.

En matemáticas y álgebra lineal, un sistema de ecuaciones lineales (sistema lineal), es un conjunto de ecuaciones lineales.

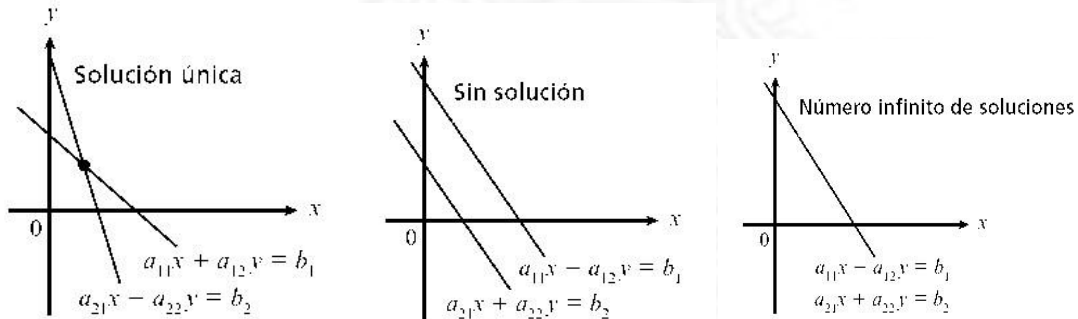
Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas  $x$  y  $y$ :

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

Donde  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son números dados, cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta y cualquier par de números reales  $(x, y)$  que satisfaga el sistema anterior se denomina solución.

Todo sistema de ecuaciones puede tener una solución única, un número infinito de soluciones y puede no tener solución, respectivamente



Un sistema que no tiene solución se dice que es inconsistente.

Grossman & Flores (2012) enuncian el siguiente teorema

### Teorema 1

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas  $x$  y  $y$  no tiene solución, tiene una solución única o tiene un número infinito de soluciones. Esto es:

i) Tiene una solución única si y sólo si  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$  ii) No tiene solución o tiene un número infinito de soluciones, si y sólo si

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$$

Para resolver sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  (dos ecuaciones con dos incógnitas) se conocen algunos métodos como.

### **Método de reducción:**

Para resolver una ecuación mediante este método se tiene en cuenta los siguientes pasos:

- Se organizan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga para que los coeficientes de una de las variables queden iguales, pero con signo contrario.
- La restamos, y desaparece una de las incógnitas.
- Se resuelve la ecuación resultante por transposición de términos.
- El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.
- Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema de ecuaciones.

### **Método de sustitución:**

Para resolver una ecuación mediante este método se tiene en cuenta los siguientes pasos:

- Se numeran las ecuaciones como (1) y (2).
- Se elige en una de las ecuaciones la variable que se desea despejar en primer lugar (esta variable queda en términos de la otra), esta “nueva ecuación” la llamamos (3).
- La variable despejada se sustituye (reemplaza) en la ecuación que aún no se ha usado (así queda una ecuación con una sola incógnita).
- Se despeja la incógnita en esta ecuación.
- Como ya conocemos el valor de una incógnita, ahora reemplazamos el valor de ésta en la ecuación (3).

En los sistemas de  $m$  ecuaciones con  $n$  incógnitas se verá que siempre ocurre lo mismo con respecto a su solución, es decir, que no tienen solución, o que tienen una solución única o un número infinito de soluciones.

### **$m$ ecuaciones con $n$ incógnitas: eliminación de Gauss-Jordan y gaussiana**

Un método para encontrar todas las soluciones (si es que existen) de un sistema de  $m$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas, igual que en el caso de  $2 \times 2$ , se conoce como eliminación de Gauss-Jordan, en honor del gran matemático alemán Karl Friedrich Gauss (1777-1855) y del ingeniero alemán Wilhelm Jordan (1844-1899).

## **2.3 Enfoque didáctico**

### **Resolución de problemas**

Antes de comprender las razones del por qué a los estudiantes se les dificulta resolver problemas matemáticos, es necesario aclarar desde investigadores o estudiosos del tema, que se entiende por problema matemático, cuál es su influencia en la educación y más adelante dar paso a las posibles dificultades que se dan al resolverlos.

Según la lengua española tomo III del 2006 se menciona que un problema es un hecho, acontecimiento o asunto que plantea una dificultad. Por otro lado, para Polya (citado por Martínez, 2010) “Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata”. (p.2) Otros autores, hacen una definición de problema, que se asemeja a la de Polya, es la de Krulik y Rudnik, citados por (Martínez, 2010) en donde enuncian que “Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma”. (p.3)

Otros investigadores importantes a destacar son los cubanos Campistrous, & Rizo, (1996), quienes plantean que "problema es una situación nueva que promueve la reflexión; el esfuerzo intelectual; se busca un resultado a partir de ciertos datos". (p.23) Agregando a lo

dicho, Labarrere, (1988), mencionan que "el problema es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla". (p.52)

Ahora bien, es importante señalar que existen algunas dificultades en la resolución de problemas, más específicamente en matemáticas, para esto es necesario apoyarse en estudios realizados por algunos autores como lo son, Socas, Gonzales, Moreno, entre otros.

Socas (citado por Chavarría & Díaz, 2013), plantea que las dificultades en el aprendizaje de la Matemática se pueden enmarcar dentro de cinco factores: la complejidad de los objetos matemáticos, las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático, los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de esta disciplina, los procesos cognitivos de los estudiantes y las actitudes afectivas y emocionales hacia la Matemática.

Por su parte, González y Núñez, 1998(citado por Chavarría y Díaz, 2013) concuerdan con Moreno (2007) y Socas (1997) en que las dificultades en el aprendizaje de la Matemática son muy variadas y están relacionadas con una multiplicidad de factores. En adición a los ya mencionados, se sintetizan los siguientes: 1. Creencias negativas y actitudes sobre la Matemática. 2. La propia naturaleza de la Matemática; sus procesos de conocimiento y simbolismo, entre las que sobresalen la abstracción y generalización; complejidad de los conceptos; estructura jerárquica de los conceptos matemáticos y el carácter lógico. 3. El lenguaje matemático. 4. Posibles alteraciones neurológicas.

Hernández y Moreno, 2001(citado por Chavarría y Díaz, 2013) en su tesis de Maestría en Educación, identificaron varios de los factores antes mencionados. Entre los más sobresalientes están: factores didáctico–metodológicos, factores socio–económicos, factores políticos y factores culturales. Se evidencia que los factores que intervienen en las dificultades del aprendizaje de la Matemática van más allá de problemas cognitivos y abarcan, desde aspectos propios de la disciplina, hasta las actitudes que se tienen hacia esta asignatura en los centros educativos.

Una de las dificultades de los alumnos es hacer un dibujo o bosquejo de las situaciones problema que se le plantea al resolver un problema matemático, una obra muy importante que complementa el trabajo de Polya sobre resolución de problemas, es el libro pensar matemáticamente de Mason, Burton y Stacey (1998) que trata sobre los procesos que sigue el pensamiento matemático, más que las soluciones ellos están enfocados en los proceso. En éste se ofrecen ejemplos concretos sobre el cómo pensar, cómo hacer cuando uno se queda atascado y cómo proceder en la resolución de problemas; incluye además toda una serie de problemas matemáticos muy interesantes. Uno de los procedimientos que los autores utilizan es el de “HAGA, HABLE Y REGISTRE.” En primer lugar, los estudiantes trabajan el problema; luego se habla, se discute y se explican las soluciones entre las personas de un grupo para, finalmente, escribir lo que se ha hecho para llegar a la solución. Este es un procedimiento diseñado para mejorar no solamente su capacidad de resolver problemas sino también sus posibilidades de reflexionar sobre el cómo resolver problemas. (Kilpatrick, Gómez & Rico, 1998).

### **Teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau**

Este enfoque se relaciona con diferentes disciplinas y sus componentes entorno al aprendizaje lo que lleva a una relación mancomunada entre enseñanza- aprendizaje. Un referente importante desde este enfoque es Guy Brousseau, quien ha puesto un especial interés en contribuir a consolidar un campo de estudio propio para la didáctica de la enseñanza de las matemáticas. Su principal contribución es la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). En la cual se abordan los temas de modelización de la enseñanza, entendida ésta como el proyecto y acción social de que un alumno se apropie de un saber. En este contexto de difusión y apropiación de los conocimientos matemáticos, retoma la noción de situación didáctica; donde se cuestiona el triángulo que esquematiza la enseñanza como las relaciones entre profesor, saber y alumno. (Ramírez, 2009, p.183) Además, ha permitido que se haya tomado como referencia, en gran parte de las investigaciones realizadas en los últimos años en el campo de la enseñanza de las matemáticas en diversos países, con un especial trabajo en los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. Cuando hace referencia a problemas se

refiere a las dificultades, las cuales comienzan cuando el alumno no plantea ni resuelve problemas, y en especial cuando se trata de saber cuáles problemas el alumno debe plantearse, quien lo plantea y como.

Entre las concepciones clásicas de la noción del problema, Brousseau establece las intenciones metodológicas del profesor, las intenciones didácticas, los objetivos, y el contenido temático.

Permanentemente se observa la práctica de crear nuevos programas o introducir modificaciones a los programas existentes en la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, el centro de prácticas; todo esto, basado en trabajos realizados con buenas intenciones, pero con unas bases científicas que faltan por mejorar, las cuales, solo pueden ser aportadas por un trabajo, continuo, de investigación evaluativa al interior de cada programa. Si se quiere hacer de la práctica curricular un proceso científico, es necesario que administradores, planificadores, docentes y estudiantes de la Facultad se comprometan en la observación de la calidad del proceso curricular; de tal modo que la revisión y ajuste, sea permanente, pero basado en argumentos sólidos, ya que se ha venido realizando ocasionalmente lo que conlleva a esfuerzos poco aislados del proceso y en donde los estudiantes tienen poca participación en la elaboración de mejoras de estos esfuerzos, lo que se aleja un poco de los procesos permanentes que requiere la evaluación.

De las condiciones mencionadas por Brousseau sobre un problema va a depender esencialmente de lo que el alumno comprometerá y pondrá a prueba, de lo que invertirá, de la importancia para él, de los rechazos que será conducido a hacer, y de las consecuencias predecibles de esos rechazos, de la frecuencia con la cual arriesgaría cometer esos errores rechazados y de su importancia. Así los problemas más interesantes serán aquellos que permitirán abordar un verdadero obstáculo, donde el alumno compromete, término que conlleva a un sinnúmero de situaciones como conocimientos anteriores, modificándolos, complementando o rechazándolos, para formar nuevas concepciones.



Es en este sentido que “el objeto principal de la didáctica es justamente estudiar las condiciones que deben cumplir las situaciones o los problemas propuestos al alumno para favorecer la aparición, el funcionamiento y el rechazo de esas concepciones” (Brousseau, 2001, p.4). Por tanto, un obstáculo se da más por los errores, los cuales son momentáneos, reproducibles o persistentes, que pueden resurgir cuando el alumno haya rechazado de su sistema cognoscitivo consciente el modelo defectuoso.

El obstáculo está constituido como un conocimiento de objetos, relaciones, métodos, previsiones con evidencias, consecuencias olvidadas, ramificaciones imprevistas.

Los obstáculos son el resultado de la interacción del alumno con su medio dentro de los que se destacan los obstáculos cognitivos los cuales se caracterizan por que tienen un aspecto negativo y otro positivo que tienden a ser ignorados que se reemplazan como “errores de enseñanza”, de “insuficiencia del sujeto” o de “dificultad intrínseca de los conceptos”. Las siguientes son señales de obstáculos cognitivos:

- El error es sistemático
- El error es resistente, difícil de modificar
- El error no es idiosincrásico
- La superación del error exige la toma de conciencia que conduce al nuevo conocimiento.

Estos conocimientos que dificultan la apropiación de ciertas nociones pueden ser debidos a varias causas. Es difícil incriminar solamente a uno de los sistemas de interacción (sistema de enseñanza; sistema alumno-medio; sistema didáctico). En todo caso, se pueden distinguir los orígenes de los obstáculos cognitivos; éste será el sistema tal que, modificándolo, se podría traspasar el obstáculo. (Castro, Trujillo & Guerrero, 2006, p.29)

Los obstáculos cognitivos pueden tener diferentes orígenes: Ontogenético, didáctico o epistemológico. El origen del obstáculo es importante para determinar el subsistema (alumno, profesor y saber) sobre el cual se puede ejercer alguna acción que permita el franqueamiento del obstáculo. Los obstáculos de origen ontogenético son los que sobrevienen del hecho de las limitaciones (neurofisiológicas entre otras) del sujeto a un momento de su desarrollo: él desarrolla conocimientos apropiados a sus medios y a sus objetivos.

En conclusión, los obstáculos de origen didáctico son los que parecen no depender más que de una elección o de un proyecto de sistema educativo en la forma de presentar y gestionar la enseñanza. Además, están los Obstáculos de origen epistemológico son los obstáculos ligados a la naturaleza del conocimiento mismo y que son propios de él, se repiten en la historia, muestran su persistencia y dificultad para evolucionar, es decir los obstáculos en el sentido de Bachelard de los cuales Brousseau los retoma para crear su teoría.

### **Capítulo 3**

#### **Metodología**

A lo largo de este capítulo se describe el conjunto de procedimientos que determinan esta investigación y cómo se llevará a cabo el trabajo enfocado en la realidad de una sociedad estudiantil, para poder obtener la información necesaria y generar las actividades que ayuden a dar respuesta a los objetivos planteados desde el inicio. Para esto será necesario tener muy claro el tipo de investigación sobre el cual se apoya el trabajo, sin perder de vista el problema de investigación y por ende los objetivos ya planteados; se definirá cual es el tipo de investigación que permea el trabajo, algo igualmente importante a tener en cuenta será la población sobre la cual se está trabajando, por consiguiente se hará una descripción detallada de la población, determinando las características y relaciones más relevantes, seguido a esto se determinara cual será la muestra que represente la población, con el objetivo de seleccionar una cantidad apropiada de estudiantes que permita medir y analizar los resultados de manera eficiente, luego se presentará el procedimiento o método que se consideró conveniente para el trabajo, una vez presentado el método se procederá a describir las técnicas y los instrumentos

que se emplearán en esta investigación los cuales permitieron recolectar información valiosa para este trabajo.

### **3.1 tipo de investigación.**

Es evidente a través de la historia, la necesidad del ser humano de encontrar respuesta a interrogantes y problemas que se presentan a lo largo de la vida y el pensamiento. Es por esto que el objetivo principal de este trabajo es indagar sobre ellos, para resolverlos y de alguna forma transformar la realidad que les rodea, para satisfacer las necesidades e intereses, descubriendo nuevos hechos de la realidad, así como nuevas relaciones entre estos.

En el caso de la Facultad de Ingeniería, anteriormente se ha mencionado los intereses que están de por medio para formar ingenieros que resuelvan problemas trascendentales que afectan a un determinado sector de la población. En la misma dinámica es entonces como este trabajo de acuerdo a su carácter adopta el tipo de investigación cualitativa, según Hernández, Fernández & Baptista (2010) este tipo de investigación se enfoca en comprender y profundizar los fenómenos, busca interpretar la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodean, en este caso de las dificultades que presentan los estudiantes del curso de algebra y trigonometría en la interpretación del lenguaje algebraico profundizando en sus experiencias, opiniones y significados, en síntesis, la forma en la que los participantes perciben subjetivamente su realidad, definida a través de las interpretaciones de estos; de este modo a lo largo de este estudio convergen varias “realidades” que van cambiando, incluyendo la del investigador y la que se produce mediante la interacción de todos los actores. El enfoque cualitativo puede entenderse como el conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo “tangible”, lo transforman y convierten en una serie de representaciones estructuradas por medio de observaciones, anotaciones, grabaciones, documentos, entre otros.

Por lo tanto, el identificar las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico yuxtapone estudiar sobre el pensamiento de las personas que involucren ideas propias de los

sistemas de ecuaciones lineales, en este caso de los estudiantes de primeros semestres del curso de álgebra y trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia, por lo que ya el contexto se torna de una naturaleza cambiante, conocer estas principales dificultades permitirá aplicar los conocimientos teóricos adquiridos y diseñar una propuesta didáctica flexible y de fácil adaptabilidad para diferentes situaciones concretas atendiendo a la diversidad y a la particularidad de los fenómenos. De acuerdo con el estado del conocimiento sobre el problema de investigación, presentado en la revisión de la literatura, esta investigación tiene un alcance descriptivo en tanto que primero se busca identificar y analizar las principales dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, lo cual sugiere especificar propiedades, características y rasgos importantes de este fenómeno, describiendo las tendencias de la población.

Es importante resaltar de acuerdo con Hernández, Fernández & Baptista (2010) que los estudios descriptivos frecuentemente son la base de las investigaciones correlacionales y son favorables para mostrar con precisión las dimensiones o perspectivas de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación. Por lo tanto, visualizar el alcance que tendrá esta investigación permite clarificar la “causalidad” que puede tener, también obedece a la estrategia de investigación, aunque en la práctica cualquier alcance de investigación puede incluir elementos de los otros, por lo que ha sido posible que una investigación se inicie como exploratoria, después llegue a ser descriptiva y correlacional, y termine como explicativa.

En este sentido según la perspectiva que se pretende dar al estudio, se puede lograr un alcance correlacional por lo que se busca conocer la relación o grado de asociación que exista entre dos o más dificultades y las habilidades que le permitan a los estudiantes definir las variables en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, de este contexto en particular, evitando caer en correlaciones espurias, aunque no es la finalidad del trabajo encontrar dichas correlaciones, posiblemente se podrán deducir algunas relaciones.

La utilidad principal del estudio correlacional es encontrar cómo puede influir una dificultad en determinada habilidad lo que a su vez da cuenta de las habilidades que se deben desarrollar y/o fortalecer para superar ciertas dificultades, lo que permite predecir que se puede seguir para encontrar una manera adecuada en la solución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales.

De acuerdo con el tipo de dificultades que se aborden y el tipo de habilidades tenidas en cuenta para la resolución de problemas, como para la solución de sistemas de ecuaciones lineales, se tienen correlaciones positivas y negativas, en este caso se entiende como correlación positiva cuando un estudiantes tiene una dificultad elevada y por ende tiene una gran habilidad, al parecer esta relación es contradictoria, por lo que se pretende encontrar una correlación negativa, donde si un estudiante tiene pocas dificultades, entonces tendrá grandes habilidades, o si tienen muchas dificultades, tendrá pocas habilidades.

### **3.2 Población y muestra.**

Otro aspecto a tener en cuenta es la población, en la cual se busca definir con quiénes se está trabajando y cuáles son las características que tienen los sujetos u objeto de estudio. En palabras de Arias (2006) una investigación puede tener como propósito, el estudio de un conjunto numeroso de objetos, individuos o personas, a este conjunto se le denomina población, la cual en forma más precisa es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación.

Arias (2006) define a su vez que población finita es una “agrupación en la que se conoce la cantidad de unidades que la integran. Además, existe un registro documental de dichas unidades” (p, 78). En concordancia con la definición de población, Gonzáles (2009) afirma que “la población es el conjunto de todos los elementos de la misma especie que presentan una característica determinada o que corresponden a una misma definición y a cuyos elementos se les estudiarán sus características y relaciones” (p, 72).

Para ésta investigación, la población está basada en estudiantes de primeros semestres de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia, la cual cuenta con un número de aproximadamente 2718 estudiantes comprendidos entre los semestres 2014-2 y 2015-1, de donde se realizaron dos encuestas a los estudiantes admitidos. Estos alumnos pertenecen a los programas de pregrado en ingeniería: Industrial, Sistemas, Materiales, Bioingeniería, Química, Ambiental, Sanitaria, Eléctrica, Electrónica, Mecánica, telecomunicaciones y Civil.

El número de estudiantes que realizaron la primera encuesta fue de 304 de los estudiantes admitidos, lo que se pretendía inicialmente era saber diferentes aspectos entre estos: las condiciones estructurales como son las habilidades y dificultades y aspectos sociodemográficas como sexo, edad, estrato socioeconómico, hábitos de estudio, tipo de institución, oficial o privada de donde fueron egresados, formación académica entre otros.

Lo cual permitirá conocer los aspectos anteriormente mencionados y específicamente las bases académicas, el cual es el punto de partida que dio lugar a nuestro problema de investigación, para encontrar información que nos permita conocer sobre las homogeneidades y diferencias de los estudiantes de los distintos programas de ingeniería, que ingresan a la Universidad de Antioquia y posteriormente hacer un acompañamiento en el desarrollo académico desde el primer momento en el que hubo intervención de los practicantes del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

Esta encuesta permitió la caracterización de los estudiantes encuestados (Ver Anexo 1).

Esta información aparece más detallada, en porcentajes y gráficos mostrados en los análisis y resultados, los cuales permiten una lectura más clara y precisa, de los aspectos anteriormente mencionados. Ahora bien, es importante tener claro que cuando la investigación

cuenta con una población tan numerosa, es necesario reducirla, con el fin de hacer las inferencias, recolectar los datos y realizar los estudios y análisis pertinentes para la investigación de una manera adecuada.

Bernal (2010) define la muestra como “la parte de la población que se selecciona, de la cual realmente se obtiene la información para el desarrollo del estudio y sobre la cual se efectuarán la medición y la observación de las variables objeto de estudio” (p.161). En correspondencia con la definición de muestra mencionada, Arias (2010) sostiene que una muestra es un subconjunto representativo de la población y este subconjunto es finito, además una muestra representativa tiene tamaño y características similares a las del conjunto y a su vez permite hacer inferencias o generalizar resultados al resto de la población.

El muestreo cualitativo tiene una finalidad flexible con respecto al muestreo cuantitativo Hernández (2010), por otra parte, la muestra cualitativa según Mejía (2000) “es válida sólo para una población objeto de estudio. La selección de las unidades se realiza en función de la representatividad de sus propiedades y estructura social, de su contenido, lo que define su singularidad” (P, 167). El subgrupo para delimitar aún más la población se basa en una muestra de tipo homogénea, aunque se deja abierta la posibilidad de hacer uso de otro tipo de caracterizaciones. Hernández (2010) afirma: “En las muestras homogéneas las unidades a seleccionar poseen un mismo perfil o características, o bien, comparten rasgos similares. Su propósito es centrarse en el tema a investigar o resaltar situaciones, procesos o episodios en un grupo social” (p.398).

Algunos autores destacan en sí como una clase de muestra cualitativa, Mertens (citado por Hernández, 2010) son las llamadas “muestras típicas o intensivas”, que eligen casos de un perfil similar, pero que se consideran representativos de un segmento de la población, una comunidad o una cultura (no en un sentido estadístico, sino de prototipo).

Para efectos de este trabajo de investigación y buscando una facilidad a la hora de hacer inferencias o generalizar resultados al resto de la población, se considerará una muestra

homogénea, teniendo en cuenta que los estudiantes de ingeniería en la Universidad de Antioquia tienen un mismo perfil por lo que comparten los mismos programas académicos, oscilan en un rango de edad parecido entre ellos, además tienen afinidad en determinados gustos (música, deporte, vestir, entre otros). Se consideró una muestra de participantes voluntarios, donde los admitidos participaron de forma opcional a través de una invitación extendida por bienestar universitario de la Facultad de Ingeniería, donde los grupos se conformaron de la siguiente manera, en el semestre 2014-2 asistieron 180 admitidos distribuidos en tres grupos en promedio de 60 personas. Pero la muestra que se tomó fue del semestre 2015-1 para un total de 93 admitidos, divididos en tres grupos homogéneos, inscritos a los talleres de fortalecimiento dirigidos por los practicantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación, permitiendo resaltar en profundidad procesos, situaciones o episodios que se tuvieron en cuenta y que hacen parte de este tipo de muestra.

### **3.3 Método**

Hay que mencionar, además, que en la investigación cualitativa existen una variedad de métodos o procedimientos que permiten reunir los datos de mayor relevancia, los cuales posibilitan a su vez hacer inferencias y acercarse de manera más adecuada a dar solución al problema de investigación. El método en palabras de Nateras (2005) “es la herramienta que ayuda a sistematizar u ordenar la investigación, asimismo coadyuva al logro de los objetivos preestablecidos” (p. 3).

Es claro entonces que existe una variedad de métodos, pero el más conveniente o que mejor se articula a este trabajo es un método que se enfatiza en lo fenomenológico, en lo social y en la realidad de la población, donde el estudiante sea el protagonista de la construcción del conocimiento, que sea un método que tenga en cuenta las necesidades del estudiante y que propicie una reflexión del entorno, el investigador y del sujeto. Es por esto que el método que mejor se acopla a este trabajo es investigación acción ya que, como menciona Sandín (citado por Hernández 2010) la investigación-acción pretende, esencialmente, “propiciar el cambio



social, transformar la realidad y que las personas tomen conciencia de su papel en ese proceso de transformación”. (p.57) En concordancia con esto, Elliott (2005) sostiene que la investigación acción en educación está relacionada con problemas prácticos y cotidianos, además, su propósito es el de profundizar en la comprensión del profesor o en el diagnóstico que este hace del problema.

La investigación acción, busca interpretar lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación del problema, también busca que haya una reflexión constante por parte de todos los actores que participan de ella, entre estos, los profesores, y los alumnos, de tal forma que se busque dar solución a las problemáticas en un inicio detectadas o generar cambios. En otras palabras, este método permite acercarse al problema que está afectando a una población en su proceso de formación y por medio de un trabajo conjunto, una aproximación a escenarios de la vida real o familiares para la población afectada y una reflexión constante que busca llegar a una solución viable, o por lo menos vislumbrar la solución a dicho problema. Favoreciendo a su vez el desarrollo de la comunicación, la observación, el liderazgo y la toma de decisiones.

Según Albert (2006) “En este tipo de investigación las teorías no se validan de forma independiente para aplicarlas luego a la práctica, sino a través de la práctica. Se caracteriza por la observación, reflexión, acción, y repeticiones en espiral de este proceso”. (p.12) Por otra parte Stringer (2014) afirma que la “Investigación-acción no es una panacea para todos los males y no resuelve todos los problemas, pero proporciona un medio para que la gente entienda más claramente su situación y formular soluciones eficaces a los problemas que enfrentan” (p, 35).

Ahora bien, trabajar a partir de la investigación acción es interesante ya que va de la mano con algunos aspectos o valores sociales, que favorecen la formación de individuos sin hacer exclusión alguna y promueve un sentido crítico y participativo por parte de la población con la cual se está trabajando en concordancia con lo mencionado,

En la investigación-acción se parte de una idea general en este caso las problemáticas en la Facultad de Ingeniería de la universidad de Antioquia, que conllevan a la pérdida de cursos y en casos mayores a la deserción, con el fin de generar un cambio en alguna de estas problemáticas, se identifica una de las problemáticas puntuales, las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico evidenciado en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales de los estudiantes del curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia el cual se diagnostica por medio de algunos instrumentos. Cabe resaltar que la investigación acción, la acción tiene un papel principal, en palabras de García et al., (2011) “la reflexión recae principalmente sobre la acción; esto es porque el énfasis se pone en la acción más que en la investigación; la investigación es así mismo revisada, pero su función principal es servir a la acción” (p, 21).

Los diseños de investigación acción son básicamente el observar, donde se esboza el problema de investigación y se recolectan los datos, luego está pensar donde se analiza e interpretan los datos, para finalizar está el actuar donde se pretenden resolver los problemas o incidir en mejoras, por esto a continuación se presentan las técnicas e instrumentos utilizados en este trabajo.

### **3.4 Técnicas e instrumentos.**

Para la Investigación-acción al igual que para los demás métodos cualitativos, es necesario hacer una recolección de datos que le den sustento a la investigación y a su vez aporten evidencias del proceso que se lleva a cabo. Para la recolección de datos, se hace uso de diferentes tipos de herramientas y técnicas que se aplican en un momento en particular y que ayudan a arrojar información pertinente para el trabajo de investigación, en general la generación y aplicación de herramientas y técnicas para la recolección de datos se debe hacer de manera sistémica con el fin de apoyar la reflexión y de explicar los cambios que ha experimentado la investigación.

A estas técnicas mencionadas también se conoce como instrumentos en investigación. Para efecto de este trabajo se presentarán las técnicas o instrumentos que se emplearán y que permitirán recolectar la información pertinente. Aquí es importante resaltar que, para el enfoque cualitativo, al igual que para el cuantitativo, la recolección de datos resulta de suma importancia, solamente que su objetivo principal no es medir variables para llevar a cabo inferencias y análisis estadísticos. “Lo que se busca en un estudio cualitativo es obtener datos (que se convertirán en información)”. (Hernández, 2010, p.408)

Los instrumentos escogidos en esta investigación permitieron dar cuenta de múltiples situaciones que tienen relación alguna, con las dificultades en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, además de otras circunstancias que han sido objeto de estudio de otras investigaciones, que ampliaron mucho más el tema de investigación ya que pueden incidir en las dificultades que llevan al problema de investigación.

Para una mejor visualización, se presenta un resumen de los instrumentos utilizados y a que parte de la muestra se aplicaron, al igual que cada una de las etapas por las cuales ha pasado la construcción y ejecución de este trabajo, mostrado en la tabla 3.1

**Tabla 3.1** Fases de la Investigación

FASES	OBJETIVO	ACTIVIDADES
FASE 1	<b>Caracterización y selección de la información.</b>	Rastro bibliográfico, Documentación e indagación para la realización de los antecedentes
FASE 2	<b>Construcción marco teórico y metodología.</b>	Describir el conjunto de procedimientos que determinan la investigación apropiación de las teorías que le dan fundamento Documentación, lectura, apropiación y diseño de los instrumentos a utilizar para la recolección de la información

FASE 3	<b>Aplicación.</b>	Desarrollar las técnicas y emplear los instrumentos diseñados anteriormente	Convocar, habilitar y propiciar los espacios para la aplicación de los instrumentos
FASE 4	<b>Análisis de resultados y conclusiones</b>	Analizar, evaluar y concluir de acuerdo con los resultados obtenidos	Contrastar los resultados obtenidos con la teoría

Anteriormente se mencionó que la muestra se dividió en tres grupos, diferenciados como Grupo 1, Grupo 2 y Grupo 3, además de esto, hay un grupo inicial al cual se le aplicó un instrumento, llamado Grupo 4, que, si bien no pertenece a la muestra, sí pertenece a la población, en la tabla 3.2 se presenta de manera ordenada la aplicación de cada instrumento en determinada parte de la muestra.

**Tabla 3.2** Aplicación de instrumentos

<b>Instrumento / Grupo</b>	<b>Encuesta inicial</b>	<b>Prueba diagnóstica 2015-1</b>	<b>Diario de campo</b>	<b>Entrevista</b>	<b>Encuesta final</b>	<b>Cuestionario</b>
Grupo 1		X	X	X	x	x
Grupo 2		X	X			
Grupo 3		X	X	X	x	x
Grupo 4	X					
<b>Período</b>	2014-2	2015-1	2015-1	2015-2	2015-2	2015-2

Se escogieron estos instrumentos porque, son los más adecuados por lo que permitirán mostrar aspectos que tienen que ver mucho con el tipo de investigación que se adoptó, el cual es cualitativo y estos permite dar cuenta de aspectos sociodemográficos y habilidades académicas, temas de mucho interés en esta investigación.

### 3.4.1 Observación

#### El diario de campo

Es importante entonces en esta primera parte mencionar del tema relacionado con la interacción que se tiene con los participantes, es decir con la población a trabajar, ante todo se debe tener respeto hacia estos, es indispensable entonces dejarlo claro, como también las variadas perspectivas que se deben tomar para realizar la observación en la indagación cualitativa, sin olvidar en ningún momento los objetivos planteados, minimizando nuestras creencias asociadas con el problema a estudiar, es decir intentando tomar una postura neutra con el fin de evitar influencias tanto en los participantes como en el ambiente.

Cómo Hernández (2010) lo menciona “En la investigación cualitativa necesitamos estar entrenados para observar y es diferente de simplemente ver (lo cual hacemos cotidianamente). Es una cuestión de grado. Y la “observación investigativa” no se limita al sentido de la vista, implica todos los sentidos” p. 411

Teniendo como propósitos esenciales mediante la utilización de este instrumento el explorar los ambientes en donde se desarrolla nuestra práctica pedagógica, así mismo describirlos para lograr comprender los procesos que se dan y lograr identificar las principales dificultades en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales. En comparación con la observación cuantitativa donde usualmente se usan formatos o formularios estandarizados, en la investigación cualitativa habitualmente no se utilizan registros estándar, principalmente solo debemos compilar la información útil y pertinente, particularizando las observaciones, en este caso el único patrón a seguir en la utilización de este instrumento serán los tipos de anotaciones, enfocados principalmente en examinar y registrar esas habilidades que le permitan a los estudiantes definir las variables en la resolución de problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales y analizar las principales dificultades evidenciadas en la interpretación del lenguaje algebraico propuesto, y a su vez nos permita apreciar la

interpretación gráfica de los estudiantes en los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Es pues aquí el rol del investigador como participante activo analizar, descubrir y entender situaciones humanas que difícilmente podrán ser percibidas desde lejos, por lo que se está presente en la mayoría de las actividades realizadas; sin embargo, se sigue siendo un profesor ya que en ningún momento el observador es un participante más por lo que no sería una participación completa. Cómo no mencionar la importancia de las consecuencias reactivas de quien los acompañará durante este proceso, si bien estos efectos son susceptibles de analizar en la investigación cualitativa y pueden constituir datos relevantes.

En palabras de Holgado (2013)

En resumen, “Diario de campo” es una lectura interesante para comprender ese proceso de inmersión social y de contacto con el contexto de investigación y de cómo la interacción con los valores personales y profesionales afectan a dicho proceso y a la propia construcción de la identidad del investigador, (p.34)

No solo como investigador sino como docente, en vista de lo anterior se deja claro la necesidad de usar el diario de campo como instrumento, por lo que permite hacer una reflexión de la labor docente y reportar los hechos más relevantes de la clase o del momento en donde interactúa el observador y el participante, dónde quedarán consignadas y sistematizadas las observaciones realizadas. Después de los primeros acercamientos a la población y de saber en qué elementos enfocarse se diseñó un formato de observación (Ver Anexo 2)

### **3.4.2 Encuesta**

Entre los instrumentos utilizados está la encuesta, ya que es un procedimiento que permite explorar cuestiones que hacen a la subjetividad y al mismo tiempo obtener esa información de un número considerable de personas, así por ejemplo: Permite explorar la opinión pública y

los valores vigentes de una sociedad, temas de significación científica y de importancia en las sociedades democráticas (Grasso, 2006, p.13),

En el libro *Guía Para Realizar Investigaciones Sociales*, de Rojas Soriano (citado por Jiménez, 2009), define la encuesta como el instrumento que se utiliza para recopilar información sobre una parte de la población denominada muestra, por ejemplo: datos generales, opiniones, sugerencias o respuestas que se proporcionen a preguntas formuladas sobre los diversos indicadores que se pretenden explorar a través de este medio. La información recogida podrá emplearse para un análisis cuantitativo o cualitativo con el fin de identificar y conocer la magnitud de los problemas que se suponen o se conocen en forma parcial o precisa (p.221).

Para ello, el cuestionario de la encuesta debe contener una serie de preguntas o ítems respecto a una o más variables a medir. Gómez, (2006) refiere que básicamente se consideran dos tipos de preguntas: cerradas y abiertas.

La encuesta consta de una serie de preguntas que permitirá dar cuenta de los resultados que inicialmente se pretendían conseguir con la prueba diagnóstica o mirar si no se lograron alcanzar los objetivos propuestos. Además, estas serán de tipo demográfica, para así poder categorizar a los estudiantes. Se emplea un cuestionario de preguntas cerradas con hasta cinco opciones de respuesta, ya que contienen categorías fijas, que facilitan las respuestas de los encuestados, además que les permita sentirse cómodos sin ningún tipo de presión a la hora de resolver la encuesta, luego se procederá a analizar los resultados encontrados y posteriormente se harán las respectivas conclusiones. Entre las preguntas realizadas a los estudiantes y participantes estaría la edad, género, programa, entre otras.

La encuesta va dirigida a estudiantes de ingeniería con edades que oscilan entre los 17-22 años y que cursaron su primer semestre de carrera universitaria. Lo que se quiere conocer con esta encuesta, es que cantidad de estudiantes participaron en el proceso de

asesorías con el grupo de prácticas pedagógicas, de la Facultad de Educación lograron ganar las materias satisfactoriamente y quienes tuvieron dificultad, evitando así la deserción temprana de la universidad.

Para dar una secuencia ordenada y lógica de la investigación, se aplicó nuevamente el instrumento (encuesta, Ver Anexo 3) a los estudiantes que venían con el proceso de acompañamiento y asesorías por parte de los practicantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación en el periodo del primer semestre de 2015.

### **3.4.3 cuestionario**

Otro instrumento que se utilizó en la investigación fue el cuestionario, el cual es un conjunto de preguntas diseñadas para generar los datos necesarios, con el propósito de alcanzar los objetivos del proyecto de investigación. Se trata de un plan formal para recabar información de la unidad de análisis objeto de estudio y centro del problema de investigación (Bernal, 2010)

El cuestionario, según Hernández, (2010) “consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. Debe ser congruente con el planteamiento del problema e hipótesis”. (p.391), cabe aclarar que las preguntas podrán ser de tipo cerradas es decir preguntas delimitadas donde las posibilidades de respuesta se les presentan a los participantes y de tipo abierta, donde no se delimita la respuesta y permite observar el nivel de abstracción de los estudiantes o participantes. Como recomendación Hernández (2010) propone que el cuestionario no dure más de 35 minutos, ya que este tipo de cuestionarios suelen fatigar y hace la aclaración de que puede ser menos fatigante si los sujetos están motivados para contestar.



Para efectos de este trabajo, se presentaron algunos cuestionarios. En un primer momento se presentó una Prueba Diagnóstica con los estudiantes de ingeniería que estuvieron en la semana de inducción durante el 2014-2 que consto de 30 preguntas de opción múltiple con única respuesta, de las cuales se abordaban temáticas de Álgebra, Trigonometría y Geometría. La estructura de la prueba, fue diseñada de tal forma que permitiera identificar las dificultades en los participantes, para así centrar o vislumbrar el problema de investigación, además de que fuera más fácil de tabular la información, y de visualizar en donde se concentraba el mayor número de errores a la hora de resolver los problemas. En un segundo momento, con los estudiantes admitidos en ingeniería 2015-1, se presentó una nueva Prueba Diagnóstica, la cual se diferenció de la primera ya que consto de 24 preguntas donde 19 eran de opción múltiple con única respuesta, en este caso cada pregunta tenía su espacio para realizar su respectivo procedimiento, y las últimas 5 preguntas eran abiertas con su respectivo espacio para realizar el procedimiento y graficar en caso de ser necesario donde debían llegar la respuesta, algo con lo que no contaba la primer Prueba Diagnóstica presentada en el 2014-2.

En un tercer momento, se presentó un cuestionario al finalizar el semestre 2015-1, después de hacer un acompañamiento durante todo el semestre a los estudiantes en el curso de álgebra y trigonometría, el cuestionario consto de 8 preguntas, las cuales se enviaron por medio de un formulario diseñado en google drive para efectos de que se respondiera en el menor tiempo posible y que la tabulación de los datos se hiciera con mayor facilidad. Las preguntas abordadas se escogieron de libros como, *Los 100 problemas que todo bachiller debe conocer y resolver*, de la Gobernación de Antioquia publicado en el 2015 y del libro de *Matemáticas Operativas*, de Luis H. Díez.

Para la realización de las preguntas y ejercicios que llevará el cuestionario se tomó como referente el método de resolución de problemas de Polya, que se encuentra en el texto *Cómo Plantear y Resolver Problemas*, y que es de gran ayuda para afrontar la solución de problemas matemáticos en general. En él se propone el método de los cuatro pasos: el primero, entender el problema, segundo configurar un plan, como tercero, ejecutar el plan y por último y no menos importante, mirar hacia atrás o hacer una retroalimentación.

Se decidió trabajar de esta forma dado que “La resolución de problemas debe llevar a que el alumno sea un ser creativo, que invente nuevos problemas y posibles soluciones que no hayan sido exploradas. Para Polya resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica” (Guerra, 2013, p.80).

Se espera que con este instrumento se permita encontrar algunas de las dificultades en el curso de álgebra y trigonometría, más precisamente en el planteamiento de ecuaciones y en la interpretación del lenguaje algebraico en sistemas de ecuaciones lineales. Pero también que posibilite visualizar algunas habilidades que tienen los estudiantes de la Facultad de Ingeniería. De tal forma que, si el alumno adquiere habilidades en la resolución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones lineales esté en condiciones de enfrentarse con una buena preparación para la solución de problemas que conducen al planteamiento y resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales y posteriormente a nuevos contenidos que tienen como base el mismo (Ver Anexo 4).

#### **3.4.4 La entrevista**

Un instrumento que permite recolectar información valiosa del objeto de estudio es la entrevista, la cual en palabras de Hernández (2010), “se define como una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados)”. (p.316) Por otro lado, cabe resaltar que una entrevista debe ser realizada, por una persona bien preparada, dado que esta debe influir lo menos posible en las respuestas del entrevistado, además de que debe lograr mantener una conversación fluida y garantizar que se llegue a las respuestas sin necesidad de forzarlas o dar posibilidad a que se desvíe del objetivo. Es por esto que como recomendación se sugieren lugares o espacios que propicien una conversación fluida donde el entrevistado, se sienta cómodo y relajado para responder a todas las preguntas o a la gran mayoría.

Existen tres tipos de entrevistas entre las cuales se encuentra la entrevista semiestructurada, que en palabras de Hernández (2010), son aquellas que se basan en una guía

o preguntas de las cuales el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas que permitan precisar conceptos y obtener información adicional sobre los temas deseados, sin necesidad de limitarse a la guía establecida.

Para efectos de este trabajo, se propuso una entrevista semiestructurada, donde se evidenciaran datos de los participantes, el punto de vista acerca de las monitorias o el acompañamiento por parte de los estudiantes de la Facultad de Educación, además de información de la prueba o del cuestionario aplicado, donde de forma breve describen como les pareció, que tan pertinente fue y la forma o el método usado para realizarlo entre otros aspectos que suministran información importante y de gran utilidad para el capítulo de análisis y resultados.

## **Capítulo 4**

### **Análisis y resultados**

En este capítulo, se presentan los análisis y los resultados arrojados por los instrumentos, buscando entrelazar los datos obtenidos de los instrumentos aplicados y los resultados de la investigación, con datos e información de investigaciones realizadas por otros autores con anterioridad, las cuales ya fueron presentadas con antelación en los antecedentes y el marco teórico. En otras palabras, lo que se pretende en este capítulo es mostrar los hallazgos significativos para la investigación, e intentar compararlos con los de otras investigaciones.

Según Hernández (2010) "Los reportes de resultados del proceso cualitativo pueden adquirir los mismos tipos y contextos que los reportes cuantitativos" (p. 524). Obtenidos los resultados, en este capítulo estos se analizarán e interpretarán y discutirán.

De acuerdo con el problema y la pregunta de investigación, los objetivos propuestos y las teorías expuestas en el marco teórico se presentan los siguientes debates en torno a los datos que arrojaron los instrumentos, con la intención de confirmar las teorías.

#### **4.1 Caracterización población**

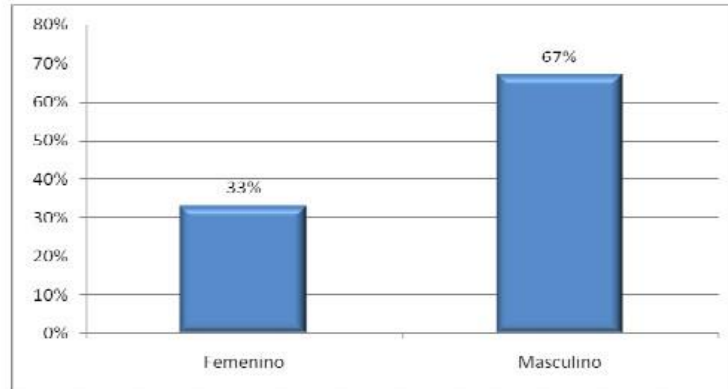
Con el fin de conocer las características generales de la población, los practicantes de la Facultad de Educación durante el semestre 2014-2 realizaron una encuesta donde se encontró que:

Para el semestre 2014-2, predomina el sexo masculino con un 67% de la población admitida a los diferentes programas de Ingeniería ofrecidos por esta facultad, evidenciándose a su vez que hay un ligero incremento en la población femenina con una población de no más del 33% de los admitidos.

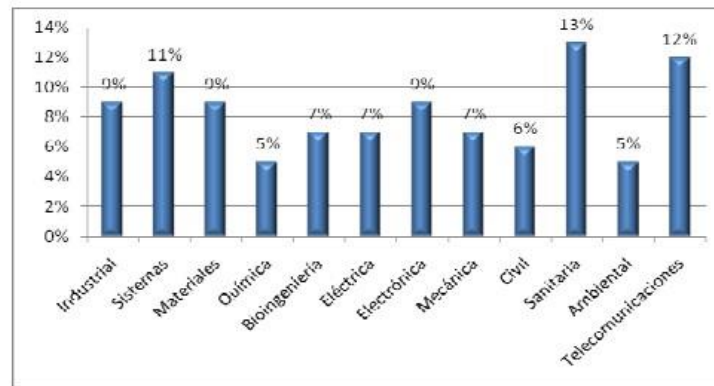
UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**1. ¿Cuál fue el sexo de los estudiantes?**



**2. ¿Cuál fue el programa académico de los estudiantes en la muestra?**



**Figura 4.1** Encuesta demográfica.

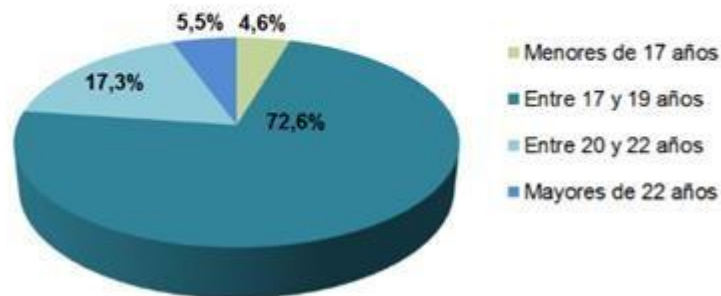
Inicialmente la encuesta que se aplicó, arrojó resultados como el promedio de edades, estratos socioeconómicos, tipos de colegios de donde egresan los estudiantes admitidos, entre otros aspectos claves, donde se logra evidenciar que aun predomina el estrato dos y que en su gran mayoría estos son egresados de colegios públicos.

La clasificación de los estudiantes con quien se trabajó fue aleatoria y definida por los encargados de la facultad, relacionados con la parte de admitidos y de seleccionarlos por grupos.

Por otro lado, en la encuesta realizada a los estudiantes admitidos en el 2014-2, para la cual diligenciaron un total de 304 admitidos, se puede observar que los estudiantes que ingresan a la facultad de Ingeniería en su mayoría tienen entre los 17 y 19 años de edad.

Donde la edad es un factor que diferencia de manera importante la caracterización de los estudiantes en las diferentes modalidades ya sea virtual o presencial, esta hace referencia a la manera en que el estudiante cursa sus materias; en la primera la presencialidad del estudiante en el aula es remanente, por lo cual la Universidad de Antioquia, liderado por la Facultad de Ingeniería, cuenta con la plataforma U de@ que permite la comunicación en línea entre los estudiantes y sus profesores.

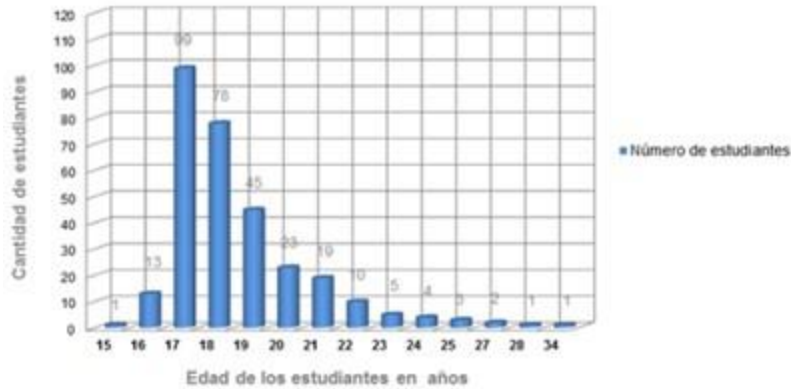
**Porcentaje de Edad de los estudiantes de Ingeniería que ingresan en el año 2014**



**Figura 4.2** Edades de los estudiantes

Según Parra et al. (2012) "los estudiantes de la virtual, en términos estadísticos, tienen edades muy superiores a los de la presencial, lo cual hace pensar que ellos tienen como actividad prioritaria el trabajo y, los de la presencial, el estudio" (p.9).

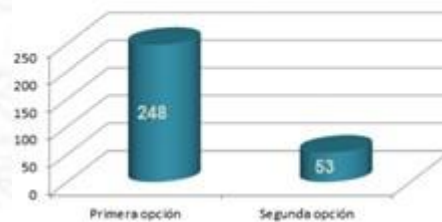
La edad promedio de los estudiantes que diligenciaron la encuesta es de 18 años.



**Figura 4.3** Edad y número de estudiantes

La encuesta a su vez permite evidenciar que los estudiantes de la Facultad de Ingeniería en su mayoría ingresan por primera opción a la Facultad, con aproximadamente el 81.53%, lo que en otras palabras se puede traducir en la motivación del estudiante en sus procesos de formación

**Estudiantes admitidos por primera y segunda opción**



**Figura 4.4** Estudiantes admitidos primera y segunda opción

Los estudiantes admitidos, en su mayoría pertenecen a estratos 2 y 3 como se muestra en la siguiente gráfica.



**Figura 4.5** Estudiantes ingresados a la Facultad de Ingeniería

Esto es un fenómeno presente en las universidades públicas colombianas, ya que los estudiantes en su mayoría provienen de los estratos medios y bajos "con las dificultades propias de su condición social que aunados a los de masificación creciente, se traducen en fenómenos como el bajo rendimiento académico, la deserción, entre otros" (Parra et al., 2012, p.1)

La cantidad de estudiantes que ingresaron a la Facultad de Ingeniería, de la universidad de Antioquia, provenientes de Instituciones Educativas (I.E) privadas corresponde al 23.35 % de los admitidos que diligenciaron la encuesta y un 76.65% de instituciones educativas oficiales. Este dato se puede considerar importante, si se analiza desde la deserción temprana, haciendo un acercamiento a la relación que tienen el tipo de institución del que egresan los estudiantes, con el manejo y apropiación de los conocimientos previos, tan importantes en la formación de los admitidos a los diferentes programas de ingeniería.

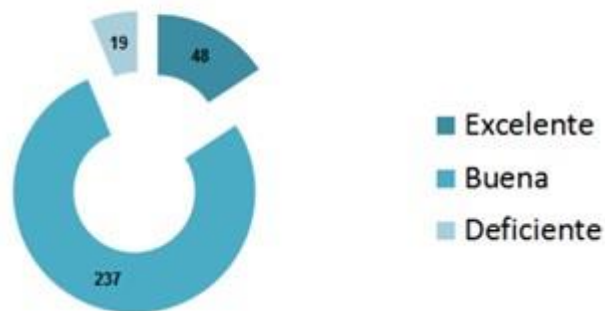




**Figura 4.6** Cantidad de estudiantes egresados de instituciones públicas y privadas.

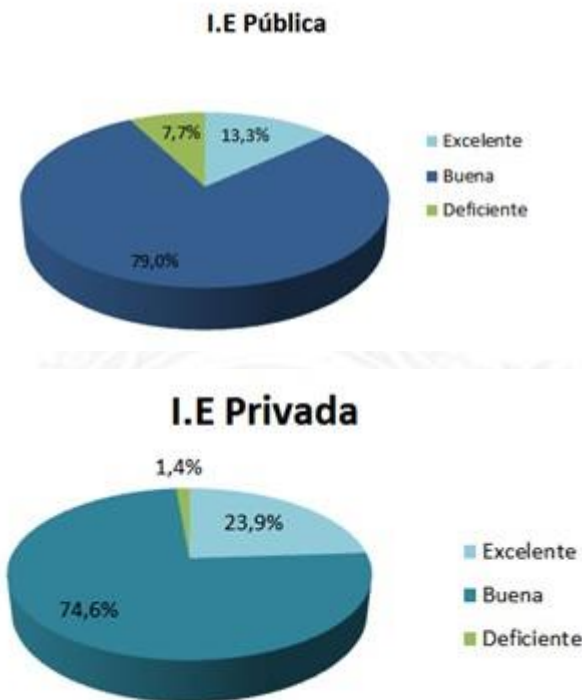
Otra pregunta que se consideró importante de analizar es el cómo se ven o se sienten los estudiantes en torno a las habilidades matemáticas, con el fin de interpretar un poco las expectativas que tienen ellos mismos hacia esta disciplina. Se les preguntó cómo calificaban su habilidad académica para las matemáticas, a continuación, se presentan las respuestas:

#### Habilidad académica para la Matemática



**Figura 4.7** Habilidades académicas para las matemáticas.

Es sorprendente que solo el 15.79% considere excelente su habilidad académica para las matemáticas, mientras que el 77.96% considera que es buena y solo un 6.25% consideren deficientes sus habilidades académicas para las matemáticas, lo anterior se logró relacionar con las consideraciones que tenían los admitidos de Instituciones Educativas privadas y oficiales sobre su habilidad académica para las matemáticas como se puede observar en el siguiente gráfico.



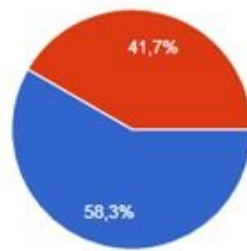
**Figura 4.8.** I. E pública e I.E Privadas.

Es evidente que un mayor porcentaje de los admitidos provenientes de I.E privadas respecto a los que vienen de I.E oficiales consideran excelente su habilidad académica para las matemáticas y también es menor el número que la considera deficiente.

A continuación, se resaltan las características que se consideran más importantes de los admitidos en la cohorte 2015-1 con los cuales se trabajó en los talleres de inducción y se les realizó acompañamientos por medio de monitorias durante todo el semestre académico.

#### 4.2 Caracterización estudiantes 2015-1

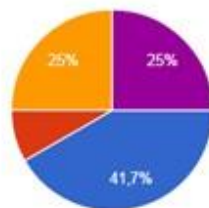
La encuesta fue diligenciada por un 13% de la muestra para un total de 12 estudiantes de 93, a los cuales se les invitó a participar en ella por vía electrónica, después de que finalizara el semestre 2015-1. Se tiene entonces inicialmente que el 58% de quienes diligenciaron la encuesta fueron hombres y el 42% mujeres.

**Sexo**

Masculino	7	58.3%
Femenino	5	41.7%

**Figura 4.9** Sexo de los estudiantes

Al concluir el semestre 2015-1 el 41.7% aprobó el curso de algebra y trigonometría, el 8.3% de los estudiantes cancelo el curso, el 25% no matriculo y el 25% reprobó el curso de algebra y trigonometría, lo que nos indica que los resultados del acompañamiento fueron satisfactorios, pero se logra evidenciar que no fue suficiente si se considera el porcentaje de perdida, lo que indica que es necesario un acompañamiento mayor en los procesos de formación específicamente en el área de algebra y trigonometría, el cual como ya se había mencionado anteriormente en la investigación es una base para cursos posteriores.

**Al finalizar el semestre 2015-1 usted**

Aprobó Álgebra y Trigonometría	5	41.7%
Canceló Álgebra y Trigonometría	1	8.3%
Reprobó Álgebra y Trigonometría	3	25%
Habilitó Álgebra y Trigonometría	0	0%
No matriculó el curso de Álgebra y Trigonometría	3	25%

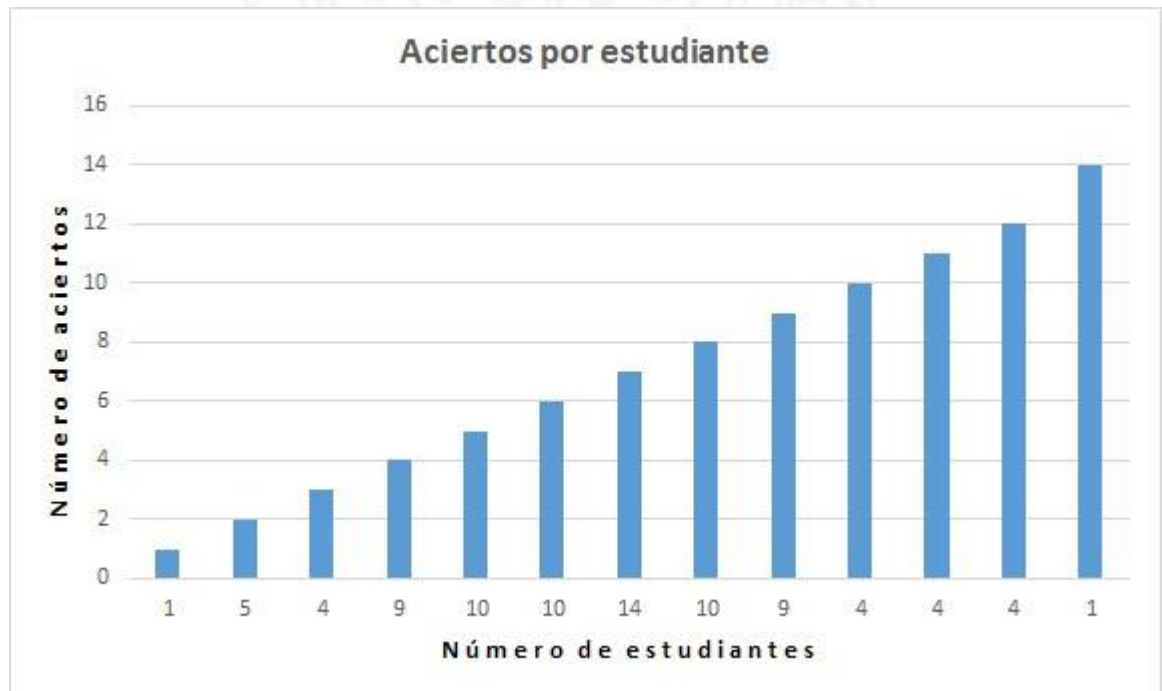
**Figura 5** Resultados de curso de algebra

La evaluación es un proceso bastante amplio que además de cumplir una serie de normas establecidas, da la libertad de que cada institución realice también sus propios criterios, pero con la respectiva equivalencia de la escala nacional, como lo menciona el decreto 1290 de 1994 establecido en la Ley General de Educación de Colombia.

La Universidad de Antioquia según su reglamento estudiantil en el artículo 110 define sus calificaciones de la siguiente manera: Todas las evaluaciones o exámenes practicados en la

Universidad se calificarán con notas compuestas por un entero y un decimal, e irán de cero, cero (0.0) a cinco, cero (5.0), siendo la nota aprobatoria igual o mayor a tres, cero (3.0), salvo las excepciones contempladas en el reglamento. Exceptuando los trabajos de grados y exámenes preparatorios.

Esta es la manera como la Universidad de Antioquia evalúa a sus estudiantes, por ende, al ser el centro de prácticas, se decidió retomar esta misma forma de evaluar en los instrumentos planteados por esta investigación, por ello la prueba diagnóstica aplicada en el primer semestre de 2015, la cual constaba de 24 preguntas de las cuales las primeras 19 fueron de selección múltiple, se aprueba al acertar como mínimo diez preguntas y donde las últimas cinco no hacían parte para determinar si se aprobaba o se reprobaba dicha prueba. Los resultados que arroja la siguiente grafica dan cuenta del número de estudiantes que aprobaron.

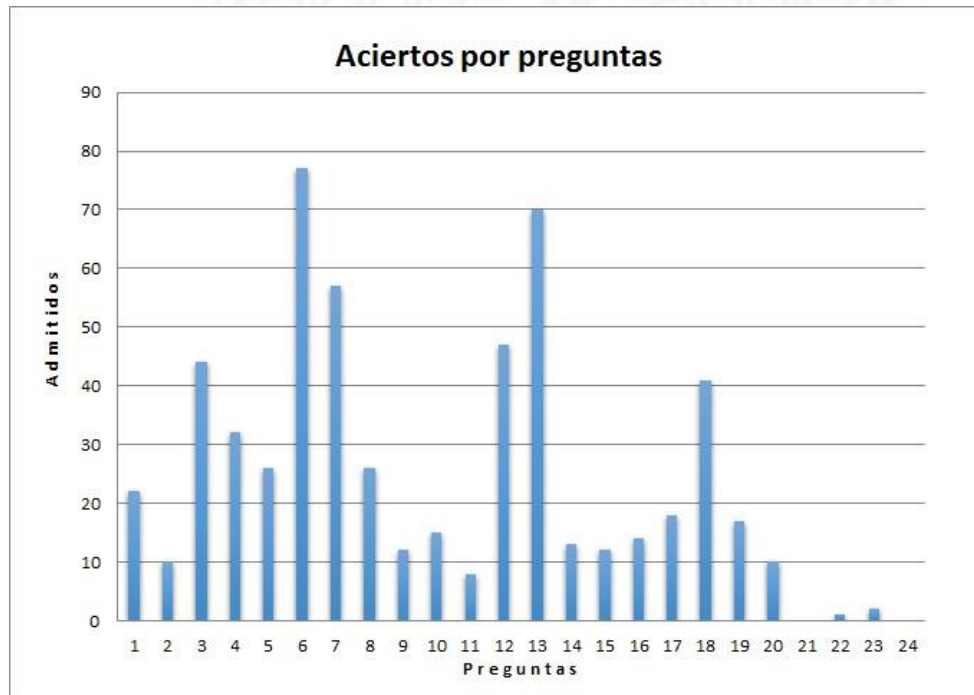


**Figura 5.1** Aciertos estudiantes

Se puede leer de la figura 5.1 que aproximadamente el 15,86% aprobó, un porcentaje correspondiente a 13 estudiantes, mientras que el 84.14% aserto solo nueve o menos preguntas, una cifra alarmante teniendo en cuenta que la prueba tenía como objetivo conocer el estado de

las fortalezas en razonamiento matemático que los estudiantes deberían tener al ingresar a la universidad.

En la prueba diagnóstica que se realizó, se propuso 4 problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales con opción múltiple y única respuesta, correspondientes a las preguntas 3, 6, 7 y 19, también se enuncian 2 problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales con respuesta abierta correspondientes a las preguntas 20 y 22, a continuación, se presentan las preguntas en las cuales hubo más aciertos y en las que hubo menos aciertos.



**Figura 5.2** Aciertos por preguntas

De acuerdo con la figura 5,2 las preguntas más acertadas en orden descendente corresponden a las preguntas 6, 13, 7, 12, 3, y 18 si bien la 6, 7 y 3 corresponde a problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, se procederá a realizar un análisis detallado de cómo algunos de los admitidos llegaron a la respuesta, evidenciando así algunas de las habilidades y dificultades planteadas anteriormente.

A continuación, se detallarán un poco las respuestas hechas por algunos de los estudiantes en la prueba diagnóstica, con el fin de clarificar y relacionar los procesos realizados por parte de los estudiantes a la hora de resolver los problemas planteados en dicha prueba, relacionando las respuestas de los estudiantes con los errores y dificultades presentados en la resolución de problemas que conducen a S.E.L planteados en la tabla 2.4.

Alvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: "Para que se acabe el día, deben transcurrir 1/5 de las horas que han pasado". La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:

A. 4 P.M.  
B. 6 P.M.  
 C. 8 P.M.  
D. 10 P.M.

Procedimiento

$$\frac{1}{5} \times 20 = 4$$

$$20 + 4 = 24$$

3. Alvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: "Para que se acabe el día, deben transcurrir 1/5 de las horas que han pasado". La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:

A. 4 P.M.  
B. 6 P.M.  
 C. 8 P.M.  
D. 10 P.M.

Procedimiento

$$8 \text{ pm} \rightarrow 20 \text{ h}$$

$$(4 \text{ h} \rightarrow \text{se acaba el día})$$

$$20 \times \frac{1}{5} = 4 \text{ h } \checkmark$$

Alvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: "Para que se acabe el día, deben transcurrir 1/5 de las horas que han pasado". La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:

A. 4 P.M.  
B. 6 P.M.  
 C. 8 P.M.  
D. 10 P.M.

Procedimiento

$$24 = \frac{1}{5}x + x$$

$$24 = \frac{6}{5}x$$

$$\frac{5 \cdot 24}{6} = x$$

$$5 \cdot 4 = x \quad x = 20$$

Faltan 4 horas

$$24 = \frac{1}{5} \cdot 20 + 20 \Rightarrow 24 = 24$$

**Figura 5.3** Respuesta al punto tres de la prueba diagnóstica.

Las respuestas de la Figura 5.3 realizadas por los estudiantes son las correspondientes al punto 3 de la prueba diagnóstica que más llamaron nuestra atención y que a su vez nos permitieron evidenciar los momentos en los que se encuentran los tres estudiantes; se puede ver claramente que cada uno plantea un sistema de ecuaciones de forma diferente, llegando a la misma solución. La solución del primer estudiante da indicios de que realizó un tanteo a las opciones de respuesta descartando las menos probables, hasta dejar la más favorable. Además haciendo una comparación con la tabla 2.4 se puede afirmar que el estudiante presenta debilidades y dificultades que se encuentran en el momento 1, (planteamiento de ecuaciones) ya que, aparentemente logra entender el enunciado del problema porque percibe y codifica de manera adecuada el enunciado, descarta la información innecesaria, debido a que comprende y resume la información innecesaria, además, representa gráficamente la situación planteada,

dato que compara y contrasta escenario del problema y finalmente logra identificar operaciones fundamentales, por ende logra recordar y comprender los momentos en los que debe aplicar dichas operaciones fundamentales, aunque no logra, simbolizar en lenguaje algebraico al lenguaje natural de manera adecuada, lo cual nos permite categorizarlo en el momento 1. En la segunda imagen se puede observar que, el estudiante parte de las respuestas, realizando el mismo proceso que el compañero de la anterior imagen, pero no plasmó dicho proceso, por lo tanto fue mas concreto y por las condiciones observadas podemos evidenciar que se encuentra en el momento 1 al igual que su compañero anterior. Y por ultimo en la tercera imagen, se percibe que el estudiante, se encuentra en el momento 1 y en algunas procesos del momento 2 que abarca la solución de SEL, resaltando que el estudiante diseña un plan de acción, donde aplica y propone un plan de acción para la solución del mismo, aplica los criterios de equivalencia a ambos lados de la ecuación.

A continuacion se analizaran los procedimientos en el desarrollo del punto 6 realizado por parte de algunos de los estudiantes.

1. Cuatro números naturales están escritos uno a continuación de otro (sin ningún orden especial). Los dos primeros suman ocho (8); los dos centrales suman seis (6) y los dos últimos, siete (7). La suma entre el primero y el último es:

~~A. 9~~  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 12

Procedimiento

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_1 + x_2 = 8$
				$x_2 + x_3 = 6$
				$x_3 + x_4 = 7$

$x_1 = 8 - x_2$        $x_3 = 6 - x_2$   
 $x_4 = 7 - x_3$   
 $x_4 = 7 - (6 - x_2)$   
 $x_1 + x_4 = P$   
 $8 - x_2 + 7 - 6 + x_2 = P$   
 $8 + 7 - 6 = P$   
 $P = 9$

2. el primero y el último es.

~~A. 9~~  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 12

Procedimiento

6 2 4 3  
 8 6 7  
 9

3. ~~A. 9~~  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 12

Procedimiento

3-5-1-6  
 8 6 7  
 9

4. ~~A. 9~~  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 12

Procedimiento

A 8 B 6 C 2 D

A = 4  
 B = 4  
 C = 2  
 D = 5

A + D = 9  
 D/A = 9

5. ~~A. 9~~  
 B. 10  
 C. 11  
 D. 12

Procedimiento

6 2 4 3  
 8 6 7  
 9

Figura 5.4 Respuesta al punto seis de la prueba diagnóstica.

En este punto se pudo observar que en los estudiantes predominaron dos tipos de procesos para responder el problema. En el primero, se puede decir que cumple con los 3 momentos, debido a que en el momento 1 presenta solo una de las dificultades en el momento 2 cumple con varias de ellas; aclarando que, el estudiante puede estar en el momento 1 solo algunas de las condiciones de los errores y dificultades y además puede estar en otros de los momentos. Mientras que en las imágenes 2,3,4,5, se logra apreciar que llegan a la misma respuesta por medio del tanteo, en este caso sin usar los métodos de ecuaciones lineales, pero si aplican algunas de las condiciones del momento 2, Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales.

① Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

A. 4  
B. 5  
C. 7  
D. 9

Procedimiento

3m + 1P = 10W  
6W + 1m = 1P  
2m = 1P - 6W  
3(1P - 6W) + 1P = 10W  
3P - 18W + 1P = 10W  
4P = 28W  
P = 7W

②

A. 4  
B. 5  
C. 7  
D. 9

Procedimiento

3m + 1P = 10W  
6W + 1m = 1P  
2m = 1P - 6W  
3(1P - 6W) + 1P = 10W  
3P - 18W + 1P = 10W  
4P = 28W  
P = 7W

③

A. 4  
B. 5  
C. 7  
D. 9

Procedimiento

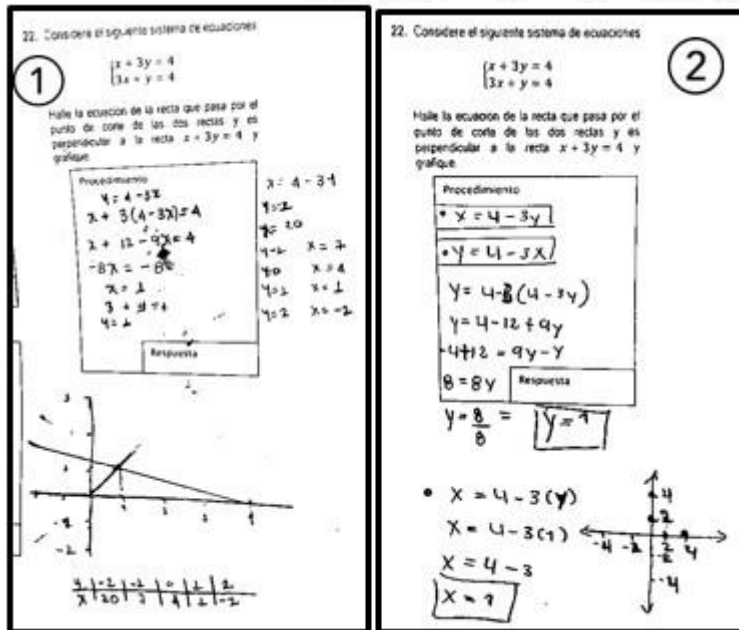
3m + 1P = 10W  
6W + 1m = 1P  
2m = 1P - 6W  
3(1P - 6W) + 1P = 10W  
3P - 18W + 1P = 10W  
4P = 28W  
P = 7W

**Figura 5.5** Respuesta al punto siete de la prueba diagnóstica.

En el punto 7 de la prueba diagnóstica se tomaron algunas de las respuestas representadas en la Figura 5.5 donde se pudo notar que los estudiantes realizaron varios tipos de procesos para resolver el problema, algunos más efectivos que otros. En este caso la respuesta correcta es el literal es decir 7 melocotones. Para este punto el estudiante de la primer imagen utilizó unas representaciones gráficas de las cantidades, aunque no es muy claro el proceso utilizado, por otro lado se puede afirmar que, se encuentra en el momento donde analizando desde los errores y las dificultades el estudiante representa en lenguaje algebraico el lenguaje natural, mientras el segundo cuadro correspondiente se puede percibir que el estudiante se encuentra en los tres momentos dado que cumple los elementos del momento 1 y



algunos elementos del momento 2 y por ultimo en la solucion del cuadro 3 de la imagen 5.4, el estudiante visto desde la tabla de dificultades y errores, simboliza en lenguaje algebraico el lenguaje natural, Descarta información necesaria, identifica las operaciones fundamentales en el planteamiento, selecciona el método apropiado para resolver el S.E.L, entre otras ocasionando que se alejara de la respuesta esperada.



**Figura 5.6** Respuesta al punto veintidós de la prueba diagnóstica.

En la Figura 5.6 se representan algunas de las respuestas que consideramos mas significativas para el trabajo, en esta imagen estan las respuestas al punto 22 a partir del cual se permitia identificar la forma en como los estudiantes planteaban las ecuaciones y entendian los enunciados, para asi poder acercarse a la solucion y plantear las graficas pertinentes al ejercicio, como se pudo observar, uno de ellos no sabia cual era la ecuacion que pasa por un punto, mientras que el otro realiza un acercamiento mas adecuado, de aquí podemos ver que los estudiantes se encuentran en un momento 2, porque tienen entre otras dificultades en aislar representaciones graficas y la representacion simbolica de un SEL, validar las respuestas a las que ha llegado, descartar la informacion innecesaria y representar graficamente la situación.

Por otra parte durante el proceso de practicas se realizo un proceso de observacion y documentacion de las clases y asesorias, dirigida por parte de los practicantes de la licenciatura en matematicas y fisica. Los registros de los encuentros se hicieron en un formato diseñado por los mismos practicantes en los que se buscaba dejar constancia o evidencia de las sesiones con los estudiantes; a continuacion se presenta una brebe reflexion de algunos de los registros en los diarios de campo.

En los diarios de campo de la semana del 4 de marzo del 2015, con los grupos se realizaron una serie de nivelatorios donde se buscaba reconocer las propiedades de la potenciacion, la radicacion, su aplicación a contextos y resolucion de problemas, se logro evidenciar que los estudiantes presentan problemas con conceptos previos y habilidades que se esperan manejen antes de iniciar el pregrado; ademas se pudo evidenciar que algunos alumnos se les dificulta socializar con sus compañeros un factor que como ya habíamos hablado en capítulos anteriores y como se evidencio en las encuestas influye en un cierto grado en el buen desempeño de las clases.

En los diarios de la semana del 15 de marzo del 2015, en los grupos se realizó una intervención, donde se trabajaron temas como: Sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , la interpretación del lenguaje común en el lenguaje algebraico, el Planteamiento y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, estos temas permitieron, analizar una serie de habilidades en los estudiantes a la hora de aplicar los métodos de solución, utilizando correctamente la ley uniforme, recurren a gráficos y representaciones que les ayudan a hallar la solución y a su vez permitio, identificar dificultades como, la dificultad en la comprensión del enunciado del problema y en el planteamiento de las ecuaciones. Finalmente Se pudo observar que muchos estudiantes realizaban el método de ensayo y error para resolver algunos problemas que se podían resolver con ecuaciones lineales, estuvieron muy participativos saliendo al tablero y mostrando las diferentes formas en que llegaron a la solución.

Otro de los instrumentos que arrojó información pertinente para este trabajo, fue un cuestionario virtual, el cual fue diseñado por los practicantes y enviado a la muestra, con el fin de que los estudiantes lo respondieran en el menor tiempo posible, con este se esperaba visualizar los alcances y beneficios del acompañamiento por parte de los practicantes y los avances en los procesos de los estudiantes una vez terminado o aprobado el curso de álgebra y trigonometría, con ejercicios similares a los de la prueba diagnóstica, en los cuales se trabajaba a partir de la solución de problemas. A continuación se presenta el balance del cuestionario realizado por los estudiantes.

Una de las preguntas que lideraban el cuestionario fue la de nivel de satisfacción con los practicantes y las asesorías, la cual tenía la intención de visualizar y conocer si dichas asesorías habían aportado de forma positiva en el que hacer de los estudiantes.

**Fueron oportunas las asesorías o monitorias de los practicantes durante el semestre 2015-1**



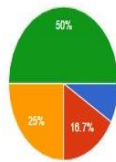
Figura 5.7. Pertinencia de las asesorías o monitorias durante el semestre 2015-1

De las respuestas obtenidas, se puede inferir que los estudiantes quedaron satisfechos con las monitorias y asesorías, dado que ninguno de los encuestados calificó los espacios con un valor bajo.

Concerniente a la prueba se plantearon 8 problemas matemáticos, con opciones de respuestas y única solución, donde para ser resueltos era necesario plantear los SEL. A continuación algunas de las respuestas seleccionadas por los estudiantes encuestados; entre las respuestas enviadas por parte de los estudiantes, se pudo observar que:

En la pregunta 1:

Daniel con sus ahorros compró, por cuotas, un libro de Julio Verne y lo pagó de la siguiente manera: la primera semana abonó  $\frac{3}{8}$  de sus ahorros, la segunda semana  $\frac{1}{4}$  y canceló en la tercera semana 2.200 pesos. ¿Cuántos pesos tenía ahorrados Daniel?



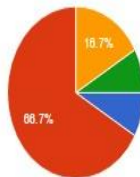
4.000 Pesos.	1	8.3%
5.000 Pesos.	2	16.7%
4.200 Pesos.	3	25%
4.800 pesos.	6	50%

**Figura 5.8.** Pregunta 1 de la prueba final

Se puede observar que el 50% de los estudiantes respondieron satisfactoriamente, mientras que el 25% se acercó a la respuesta, optando por la segunda respuesta más probable o la que se puede decir es la pregunta que busca despistar al estudiante; esto permite o da a entender que una buena parte de los encuestados disminuyó en errores y dificultad, como lo son, el entender el enunciado del problema, simbolizar el lenguaje natural en lenguaje algebraico, descartar la información innecesaria, representar las operaciones fundamentales necesarias en el planteamiento de las ecuaciones, entre otros ya presentados en el cuadro de errores y dificultades.

En la pregunta 2:

Un obrero A puede realizar un trabajo en 3 días y otro B lo puede hacer en 6 días. encuentra el tiempo que tardarían en hacer dicho trabajo los 2 juntos



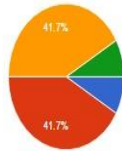
3 Días	1	8.3%
2 Días	8	66.7%
4 Días	2	16.7%
Ninguna de Las Anteriores	1	8.3%

**Figura 5.9** Pregunta 2 de la prueba final

Se puede observar que el 66% de los estudiantes seleccionó la respuesta adecuada y el 16.7% elige la opción más cercana, lo que ratifica que los estudiantes encuestados han disminuido en errores y dificultad, como lo son, el entender el enunciado del problema, simbolizar el lenguaje natural en lenguaje algebraico, descartar la información innecesaria, representar las operaciones fundamentales necesarias en el planteamiento de las ecuaciones, entre otros ya presentados en el cuadro de errores y dificultades.

En la pregunta 3 y 4:

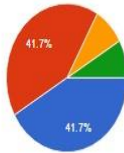
Un recipiente A contiene 9 litros de glicerina y 3 litros de agua, otro recipiente B contiene 12 litros de glicerina y 18 de agua. ¿cuantos litros debemos sacar de cada recipiente para obtener una mezcla de 7 litros de agua y 7 litros de glicerina?



4 litros de A y 4 litros de B	1	8.3%
3 litros de A y 8 litros de B	5	41.7%
4 litros de A y 10 litros de B	5	41.7%
4 litros de A y 1 litro de B	1	8.3%

**Figura 6** Pregunta 3 de la prueba final

Tres grifos llenan un tanque en 20, 30 y 60 minutos, respectivamente. calcula el tiempo que tarda en llenarse dicho tanque cuando se utilizan los 3 grifos simultáneamente



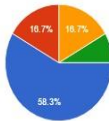
10 minutos	5	41.7%
8 minutos	5	41.7%
15 minutos	1	8.3%
7 minutos	1	8.3%

**Figura 6.1** Pregunta 4 de la prueba final

En estos problemas, se puede observar que el 41,7 % selecciono la opción correcta y un 41.7% selecciono la opción en la que la respuesta no es adecuada, pero si, muy cercana, dando a entender, que en el proceso tuvieron un error mínimo o que utilizaron el tanteo para dar respuesta al problema

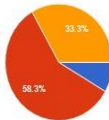
En las preguntas 5, 6 y 7

Daniel, Anita y Teo deben entregar impresas las 4.200 tarjetas de navidad que diseñaron en su taller. En la primera semana imprimieron 50 tarjetas diarias y a partir de la segunda semana, aumentarán la impresión en 100 tarjetas por semana. Si empezaron un lunes y no trabajaron los domingos, ¿cuántos días se demoraron en entregar todas las tarjetas?



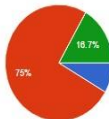
42 Dias	7	58.3%
48 Dias	2	16.7%
38 Dias	2	16.7%
49 Dias	1	8.3%

Paola, Teo y Daniel escuchan el número 13 y uno de ellos le suma 1 y dice 14, otro le suma 2 a este número y dice 16 y el último le suma a este número 3 y dice 19, como le toca el turno al primero este suma 1 y dice 20 y así siguen contando. A Teo se le escucha decir 61, a Daniel 40 y a Anita el 602. ¿Cuál de los tres dice 2.006?



Daniel	1	8.3%
Paola	7	58.3%
Teo	4	33.3%

Encontrar la velocidad de un bote, en aguas en reposo, y la velocidad de la corriente de un río, sabiendo que tarda 3 horas en recorrer una distancia de 45 km aguas arriba y 2 horas en recorrer 50 km aguas abajo.



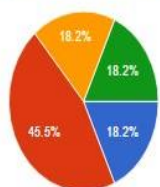
11Kmh y 8Kmh	1	8.3%
20Kmh y 5Kmh	9	75%
11Kmh y -8 Kmh	0	0%
20Kmh y -5Kmh	2	16.7%

**Figura 6.2** preguntas 5,6 y7 de la prueba final

Se puede observar que las respuestas fueron las adecuadas en su gran mayoría, ratificando que los estudiantes han disminuido los errores y las dificultades a la hora de resolver situaciones problemas. A diferencia de las respuestas enviadas en la prueba diagnóstica donde los estudiantes no respondían de manera adecuada.

En la pregunta 8

Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto C(3,2) y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos A(1,1) y B(5,-1).



La ecuación de la recta es $y = 2x - 3$	2	18.2%
La ecuación de la recta es $y = 2x - 4$	5	45.5%
La ecuación de la recta es $y = 4x - 2$	2	18.2%
La ecuación de la recta es $y = 3x - 2$	2	18.2%

**Figura 6.3** pregunta 8 de la prueba final.

En esta pregunta, la cual fue diseñada de tal forma que el procedimiento fuera similar al de la prueba diagnóstica, permitió hacer el paralelo entre ambos puntos, la prueba diagnóstica y la prueba final, donde se evidencia que en la primera un gran porcentaje no respondió o utilizó los procedimientos adecuados, lo cual llevó a respuestas nulas, erróneas y muy pocas correctas, mientras que en esta última los estudiantes, plantearon las ecuaciones de manera adecuada, entendieron el ejercicio, descartaron información innecesaria representaron gráficamente la situación, identificaron las operaciones fundamentales en el planteamiento de las ecuaciones, entre otras habilidades que permiten corroborar que los estudiantes han mejorado en sus procesos.

Por último, entre los instrumentos utilizados está la entrevista realizada por parte de los practicantes dirigida a la estudiante que aprobó la prueba de la mejor manera, algunos de los estudiantes que aprobaron la prueba pero no alcanzaron los mejores resultados y al estudiante que sacó el menor puntaje o que no aprobó la prueba; de manera general los estudiantes que aprobaron la prueba manifestaron que dicha prueba estaba fácil de responder, que les fue bien en las clases del curso de álgebra y trigonometría, dando a entender que los estudiantes

mejoraron en sus procesos, a la hora de resolver problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales, teniendo en cuenta que en la primera prueba los puntajes fueron inferiores a diferencia de esta prueba y que los puntos fueron similares o era necesario utilizar algunos de los pasos de la prueba diagnóstica. Con respecto al estudiante que no respondió correctamente la mayoría de los problemas, da a entender que aún le falta disminuir algunas de los errores y dificultades y en su entrevista, manifiesta que en las pruebas no le va bien debido a que le generan estrés. Ver anexos.

## **Capítulo 5**

### **Conclusiones**

Se puede concluir a partir del resultado de la tabulación de los datos arrojados en las encuestas, el diario de campo, la prueba diagnóstica, la entrevista y el cuestionario que se realizó en esta investigación se logra observar que en la caracterización de los estudiantes durante el 2014-2, predomina el sexo masculino con un 67% de la población admitida a los diferentes programas de Ingeniería con un ligero incremento en la población femenina con no más del 33% de los admitidos

Los estudiantes de la Facultad de Ingeniería en su mayoría ingresan por primera opción a la Facultad, con aproximadamente el 81.53%, lo que se traduce en que los estudiantes de la región están matriculados en la carrera de su gusto, por lo tanto, se supone la motivación y satisfacción de los estudiantes esperando que estos factores influyan de manera positiva en los resultados académicos.

Las consideraciones en el saber por parte de los estudiantes acerca de las habilidades matemáticas es positiva, el sentir que tienen un desempeño excelente o bueno, como es el caso del estudio donde el 15.79% se considera excelente su habilidad académica para las matemáticas, mientras que el 77.96% considera que es buena se traduce nuevamente en una predisposición positiva a la hora de iniciar el proceso; aunque esta ventaja se traduce

igualmente en una desventaja, dado que al no haber un resultado positivo puede traer la desmotivación y frustración en los estudiantes.

En el proceso de practica se logra mostrar que el acompañamiento permanente, por medio de monitorias, asesorías y talleres permitió que los estudiantes afiancen conocimientos, aclaren dudas, lo cual se traduce en la gran mayoría de los casos en un desempeño positivo en las asignaturas, para este caso de algebra y trigonometría.

Referente a Errores y Dificultades en la resolución de problemas que conducen a S.E.L se logró mostrar que un estudiante puede estar ubicado en diferentes momentos, es decir, puede cometer diferentes errores o presentar diferentes dificultades a pesar de poder dar solución a problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales. Se pudo evidenciar a su vez que los estudiantes, presentaban en su gran mayoría dificultades en el momento 1 relacionado con una ausencia en habilidades como lo son: el percibir, codificar, describir, resumir, comparar, identificar, entre otras importantes a la hora de resolver problemas que conducen a S.E.L.

Los estudiantes rara vez llegaron a un tercer momento, lo que indica que es necesario reforzar habilidades como lo son la argumentación, la justificación y la modelación de los fenómenos, con el fin de que el estudiante tenga un mejor desempeño a la hora de dar solución a problemas que conducen a S.E.L.

Se propuso el desarrollo de esta intervención en el aula, como una estrategia y una herramienta de apoyo para el estudio y resolución de problemas de ecuaciones lineales debido a la importancia que tiene esta temática en curso de algebra, es por ello, que aplicar estas alternativas para el aprendizaje, contribuye de manera provechosa para el estudiante, ya que este puede mejorar en la comprensión y actitud hacia la materia y también es una experiencia muy importante para el practicante docente, porque este tipo de población es mucho más interesada por el saber académico y por tanto exige una mayor preparación y dominio del tema por parte del profesor, el cual debe estar lo suficiente capacitado para ser un pilar importantísimo para ayudar a intervenir estas dificultades.



Además se observaron cambios progresivos que permitieron evidenciar comportamientos de mayor compromiso y responsabilidad por el curso, se veían mucho más motivados a seguir estudiando y darla toda para ganar, también se logró el trabajo en equipo y darse cuenta de la importancia del apoyo mutuo, para avanzar en sus carreras profesionales.

Esta intervención por los resultados arrojados en las notas académicas y de manera actitudinal en los estudiantes, fue muy provechosa, por tanto se cree que aporta mucho para prevenir la deserción académica, y que además debería ser aplicada en muchas otras facultades, como por ejemplo en ciencias exactas, en la cual solo un monitor atiende grupos numerosos y sería mucho más provechoso que se dieran el proceso con varios practicantes de últimos semestres

## **6. Recomendaciones**

Se recomienda realizar un acompañamiento más detallado a los estudiantes del curso de algebra y trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia. Además de que se diseñen nuevas estrategias donde se propicie el trabajo en equipo con lo cual se espera que se disminuyan las dificultades en los estudiantes, dado que el trabajo en equipo ofrece una cantidad de posturas frente a un mismo conocimiento, por lo cual los estudiantes no se quedarán solo con lo ofrecido por los docentes si no por el análisis e ideas de sus demás compañeros.

Proponer actividades y ejercicios que se acomoden a los objetos de saber propios de cada una de las diferentes ingenierías, y que familiaricen a los estudiantes con futuras problemáticas a las que se puedan enfrentar buscando con esto mayor motivación e interés por parte de los estudiantes.

Reforzar habilidades como lo son la argumentación, la justificación y la modelación de los fenómenos, con el fin de que el estudiante tenga un mejor desempeño a la hora de dar solución a problemas que conducen a S.E.L.

Abrir más espacios extra clase donde los estudiantes pongan a prueba sus conocimientos y habilidades, de tal forma que se afiancen conocimientos, aclaren dudas y mejoren su desempeño; actividades como carreras de observación, olimpiadas matemáticas, conferencias entre otras.

Realizar nuevas investigaciones, donde se caractericen a futuros estudiantes, se identifiquen y se trabajen nuevas problemáticas de tal forma que apoyen y fortalezcan el trabajo realizado durante los últimos semestres por parte de los estudiantes del grupo de prácticas de la Licenciatura en Matemáticas y Física.

Finalmente se recomienda realizar alianzas entre las diferentes facultades, como la de educación, ciencias exactas entre otras, de tal forma que se desarrollen futuras intervenciones y trabajos colaborativo que fortalezcan las habilidades no solo de los estudiantes de la facultad de ingeniería sino de las demás facultades.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803

## 7. Referencias Bibliográficas y Bibliografía

- Albert, M (2006) Investigación educativa...
- Álvira, P. (1982). La perspectiva cualitativa y cuantitativa en las investigaciones sociales. *Estudios de Psicología*, 11, p. 34-36.
- Andrews, S. (2010). A quality control tool for high throughput sequence data.
- Arias, F. (2010). *El proyecto de investigación: Introducción a la teoría científica (5 ed.)*. Venezuela.
- Aparicio, J. (2004). Ecuaciones lineales. *Didáctica y perspectiva histórica*. 57, p. 3-18
- Augen, J. (2004). Bioinformatics in the post-genomic era: Genome, transcriptome, proteome, and information-based medicine. Addison-Wesley Professional.
- Bednarz, N & Janvier, B (1996). Emergence and development of algebra as a problem solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In N.
- Bednarz, C. Kieran & Lee, L (eds.), Approaches to Algebra. Dordrecht /Boston/London: *Kluwer Academic Publishers*. pp. 115-136
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la investigación*. O. F. Palma, Ed. (3 ed.). Bogotá.
- Bernal, M., Castro, D., Pinzón, A., Torres, & Romero, I. (2012). Método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2. En Gómez, P. (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemáticas en MAD 1* (pp. 221-287). Bogotá: Universidad de los Andes.

- Blankenberg, D., Kuster, G., Coraor, N., Ananda, G., Lazarus, R., Mangan, M., & Taylor, J. (2010). Galaxy: a web-based genome analysis tool for experimentalists. *Current protocols in molecular biology*, p.19-10.
- Booth, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors*. Windsor: NFER-Nelson.
- Bronzina, L., Chemello, G. & Agrasar, M. (2009) *Aportes para la enseñanza de la Matemática*.
- Brousseau, G. (2001). *Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas*.
- Butto, C. & Rojano. (2010) Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo *Educ. mat* [online]. 22, (3), pp. 55-86. ISSN 1665-5826.
- Campos, D., & Vargas, M. (2009). Instituto para el desarrollo y la innovación de la educación inclusiva. Como Abordar Las Dificultades Del Aprendizaje. Recuperado de [http://www.oei.es/idie/dificultad\\_aprendizaje\\_creditos.pdf](http://www.oei.es/idie/dificultad_aprendizaje_creditos.pdf)
- Carrillo, B. (2009) Innovación y experiencias significativas. Dificultades En El Aprendizaje matemático. Recuperado de [http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_16/BEATRIZ\\_CARRILLO\\_2.pdf](http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf)
- Cifuentes, A., Dimaté, L., Rincón, A., Velásquez, J., Villegas, M. & Flores, P. (2012). Ecuaciones lineales con una incógnita. En Gómez, P. (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1* (pp. 76-141). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Comité de Currículo. (2004). Transformación Curricular Documento Rector. Recuperado de: [http://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRANSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestrohttp://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRANSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestro-rector/Doc Rector - Todas Ingenierias.pdf](http://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRANSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestrohttp://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRANSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestro-rector/Doc%20Rector%20-%20Todas%20Ingenierias.pdf)
- Dalicín, M. & Olave, M. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* Vol. 20.
- Drouhard, J. (1992). *Les Écritures Symboliques de l'Algèbre Élémentaire*. Unpublished doctoral dissertation, Université Denis Diderot, Paris 7, France.

- Escalante, J. & Cuesta, A. (2012). Dificultades para comprender el concepto de variable: un estudio con estudiantes universitarios. *Educación matemática*, 24, (1).
- Ernest, S. (2014) Action research. Recuperado de:  
<https://books.google.com.co/books?id=nasgAQAAQBAJ&printsec=frontcover&dq=in+author:%22Ernest+T.+Stringer%22&hl=es-419&sa=X&ei=8R-MVevEBMHugwSc14Ag&ved=0CB0Q6wEwAA#v=onepage&q&f=false>
- Chavarría, J & Díaz, E. (2013). La realidad de estudiantes de secundaria con adecuación curricular no significativa en matemática. Recuperado de:  
<http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/4941>
- Elliott, J. (2000). La investigación-acción en educación. Recuperado de  
<http://www.terras.edu.ar/biblioteca/37/37ELLIOT-Jhon-Cap-1-y-5.pdf>
- Filloy, E., Rojano, T. & Solares, A. (2003). Two Meanings of the Equal Sign and Senses of Substitution and Comparison Methods. In N. A.
- Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*. 25(3), pp. 327-342.
- Fuentes, D. (2009). Innovación y experiencias significativas. Las Dificultades En El Aprendizaje. Recuperado de [http://www.csif.es/andalucia/modules/mod\\_ense/revista/pdf/Numero\\_15/DESIREE\\_FUENTES\\_1.pdf](http://www.csif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_15/DESIREE_FUENTES_1.pdf)
- Garcés, E. (2009). Incidencia del Geo Gebra en la Resolución de Problemas con Sistemas Lineales 2x2. Recuperado de:  
<http://www.uab.cat/servlet/BlobServer?blobtable=Document&blobcol=urldocument&blobheader=application/pdf&blobkey=id&blobwhere=1300174006690&blobnocache=true>
- García, S., Rodríguez, S., Herráiz, N., Prieto, M., Martínez, M., Picazo, M., Castro, I. & Bernal, S. (2011). Investigación Acción. Recuperado de  
[https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso\\_10/Inv\\_accion\\_trabajo.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/Inv_accion_trabajo.pdf)
- Gaviilan, P. (2010) Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo. Recuperado de:  
<http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/R73/R73.7.pdf>

- Gaviria, A. & Valencia, A. (2003). Evolución histórica de la Facultad de Ingeniería de la U. de A. Recuperado de:  
[http://ingenieria.udea.edu.co/generalidades/discurso\\_historia\\_facultad.rtf](http://ingenieria.udea.edu.co/generalidades/discurso_historia_facultad.rtf)
- Gómez, P. (2012). *Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria*. En Gómez, Pedro (Ed.), Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1 (pp. 1-18). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez Triana, J., & Mojica Vargas, J. (2014). Una mirada sociocultural del pensamiento algebraico desde la teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), p. 81-99.
- González, H. (2009). *Metodología de la investigación: propuesta, anteproyecto y proyecto*. (4. ed ed.). Bogotá
- Grossman, S. & Flores, J. (2012). Algebra lineal. Séptima edición. México
- Hernandez, R., Fernandez, C. & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. Quinta edición. Mcgraw-hill / Interamericana editores, s.a. de c.v
- Kieran, C. (1980). The interpretation of the equal sign: Symbol for an equivalence elation vs. an operator symbol. In R. Karplus (Ed.) Proceedings of the Fourth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (pp. 163-169). Berkeley, California, USA: University of California.
- Kilpatrick, J., Gómez, P & Rico, L. (1998). Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>
- Kirshner, D. (2001). The Structural Algebra Option Revisited. In R. Sutherland; T.
- Lopera, G. (2011). Taller con énfasis en resolución de situaciones problema: *una estrategia para abordar conceptos de ecuaciones, con estudiantes universitarios de primer semestre*. Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.
- Labraña A., Plata, A. Peña, C., Crespo, E. & Segura, R. (2002). Algebra lineal, resolución de sistemas lineales
- Luzardo, D. & Peña, A. (2006) Historia del Algebra Lineal hasta los Albores del Siglo XX. *Divulgaciones Matemáticas*, 14 (2), p. 153-170
- Morales, L. (2002). Apuntes de Historia de las Matemáticas, 1, (1). Recuperado de:  
<http://www.mat.uson.mx/depto/publicaciones/apuntes/pdf/1-1-1-egipto.pdf>

- Martínez, (2010). Resolución de Problemas en Matemáticas. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/ced/15/jamp.htm>
- Martínez, F. & Sáez, S. (2013). Los sistemas de ecuaciones en el bachillerato. <http://www.sinewton.org/numeros>
- Matz, M. (1982). Towards a process model for high school algebra errors. In D. Seeman and J. S. Brown (eds.), *Intelligent Tutoring Systems* (pp. 25-50). New York: Academic Press.
- Ministerio de Educación Nacional, (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Mejía, J. (2000) Vol. 4, Núm. 5 (2000) > recuperado de <http://revistasinvestigacion.unmsm.edu.pe/index.php/sociales/article/view/6851>
- Mejía, J. (2000). El muestreo en la investigación cualitativa.
- Nateras, M. (2005). La importancia del método en la investigación. *Red de Revistas Científicas de América Latina y El Caribe*, 8 (15), p. 277–285. Recuperado de: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/676/67681519.pdf>
- Neira, G. (2013). Dificultades detectadas al pasar del álgebra al cálculo en educación matemática. *Revista Infancias Imágenes* 12. (1) pp. 44 - 50
- Nieto, J. Resolución de Problemas Matemáticos. Talleres de Formación Matemática 2004. Recuperado de: <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/viewFile/461/457>
- Palacios, R. M. (2006). Investigación cualitativa y cuantitativa. Diferencias y limitaciones. *Investigación Cualitativa y Cuantitativa*, 1(8). Recuperado de: [https://www.prospera.gob.mx/Portal/work/sites/Web/resources/ArchivoContent/1351/Investigacion cualitativa y cuantitativa.pdf](https://www.prospera.gob.mx/Portal/work/sites/Web/resources/ArchivoContent/1351/Investigacion%20cualitativa%20y%20cuantitativa.pdf)
- Parra, C., Mejía, L., Valencia, A., Castañeda, E., Restrepo, G., Usuga, U. & Mendoza, R. (2012). Rendimiento académico de los estudiantes de primer semestre de pregrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia: cohorte 2012-2.
- Pérez, S. & Gonzales. (2011). Resolución de Problemas Matemáticos. Recuperado de [http://www.eumed.net/libros-gratis/2011d/1058/problemas\\_matematicos.html](http://www.eumed.net/libros-gratis/2011d/1058/problemas_matematicos.html)



- Planas, N. (2013). Iniciación al lenguaje algebraico en aulas multilingües: Contribuciones de un proyecto en desarrollo. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 3, p. 25-44. Recuperado de:  
<https://docs.google.com/file/d/0B4O2a0pHiTfyckhMMW5tODhDRDA/edit>
- Radford, L. (2000). Signs and Meanings in Student's Emergent Algebraic Thinking: A Semiotic Analysis, *Educational Studies in Mathematics*, 42, p. 237-268.
- Radford, L. (2001) The Historical Origins of Algebraic Thinking. In R. Sutherland; T.
- Ramírez, B., Reseña.,M. (2009). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. de Guy Brousseau. *Educación Matemática*, 21 (2), p. 181-184. Grupo Santillana México Distrito Federal, México
- Rojano; R. Lins; & A. Bell (Eds.) Perspectives on School Algebra (pp. 13-36). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Rojano; R. Lins; & A. Bell (Eds.) Perspectives on School Algebra. Dordrecht, The Netherlands: *Kluwer Academic Publishers*.
- Torres, L. & Hurtado, C. (2013). Enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones en la escuela. Una propuesta desde lo variacional y la resolución de problemas.
- Valencia, A., Mejía, L., Restrepo, G., Parra, C., Muñoz, L. & Ochoa, J. (2007). Primer año de ingeniería: más allá del rendimiento académico. (4) p 55-68. Publicado en línea por la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería. Recuperado de:  
<http://ingenieria.udea.edu.co/portal/ingeniemos/observatorio/primeranoingenieria.pdf>
- Villalobos, X. (2008). Resolución de Problemas Matemáticos: Un Cambio Epistemológico con Resultados Metodológicos REICE. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 6, (3) p. 36-58. Recuperado de:  
<http://www.redalyc.org/pdf/551/55160303.pdf>
- Vilanova, S et al (sf). La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. Recuperado de: <http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>



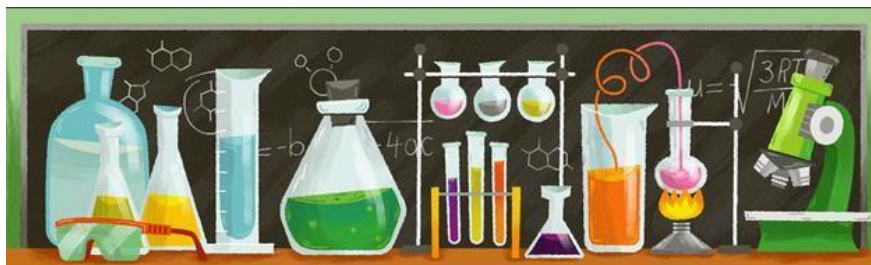
Valle, M., Juárez, M., Guzmán, M. (2007). Estrategias generales en la resolución de problemas de la olimpiada mexicana de matemáticas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 9 (2). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/155/15590209.pdf>

## **Anexos**

**Anexo 1** Encuesta caracterización de la población

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## *Unidad de Bienestar de la Facultad de Ingeniería Practicas académicas de: Licenciatura en Lengua Castellana y Licenciatura en Matemáticas y Física*

Con el fin de identificar las problemáticas relacionadas con la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y de este modo definir de manera idónea los apoyos tutoriales y pedagógicos de la Facultad de Ingeniería, te solicitamos diligenciar esta encuesta.

Los datos que nos brindes en esta encuesta, tendrán un manejo confidencial y nos permitirán evaluar las necesidades de acompañamiento para tu formación.

Agradecemos tu apoyo y te invitamos a disfrutar al máximo las actividades programadas

\*Obligatorio

### **IDENTIFICACIÓN \***

Sexo

- Hombre  
 Mujer

**Edad en años \***

**Documento de identidad \***

**Programa Académico \***

**Año de ingreso \***

### **ASPECTOS SOCIODEMOGRÁFICOS \***

Lugar de residencia

**Municipio \***

**Barrio \***

**Estrato \***

**Institución donde finalizó bachillerato: \***

**Tipo de institución \***

Elija si la institución donde curso su bachillerato es pública o privada

**ASPECTOS ACADÉMICOS \***

¿Ha estudiado en otras universidades?

- Sí  
 No

¿Si ha estudiado en otras universidades por favor enúncielas?

**Su nivel de comprensión lectora de textos matemáticos como problemas, ecuaciones entre otros es \***

- Excelente  
 Buena  
 Deficiente

**Su habilidad para escribir y componer textos escritos es \***

- Excelente  
 Buena  
 Deficiente

**habilidad para comunicar sus ideas de manera escrita es \***

- Excelente  
 Buena  
 Deficiente

**Su habilidad para comunicar sus ideas de manera oral es \***

- Excelente  
 Buena  
 Deficiente

**Cuantos libros ha leído en su vida, responda de manera cuantitativa \***

**Cuantos libros lee en el año, responda de manera cuantitativa \***

*Cuales hábitos posee en caso de tenerlos*

*La formación académica de sus padres es (marque el grado de escolaridad más alto cursado por alguno de ellos) \**

- Primaria  
 Secundaria  
 Técnica  
 Universitaria  
 Ninguna de las anteriores

*En caso de tener hermanos, cual es su formación académica (marque el grado de escolaridad más alto cursado por alguno de ellos):*


- Primaria  
 Secundaria  
 Técnica  
 Universitaria  
 Ninguna de las anteriores

Enviar

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

100%: has terminado.

## Anexo 2 Formato registro de observaciones

 <p>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1833</p>	<p><b>UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA</b>  <b>FACULTAD DE EDUCACIÓN</b>  <b>LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y</b>  <b>FÍSICA</b>  <b>DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS</b>  <b>CIENCIAS Y LAS ARTES</b></p>	 <p>Facultad de <b>INGENIERIA</b></p>
<p><b>INSTRUMENTO DE OBSERVACIÓN: <i>DIARIO DE CAMPO</i></b></p>		<p><b>Registro de campo</b> N° ____</p>
<p><b>Nombre del observador:</b></p>		
<p><b>Lugar:</b></p>	<p><b>Fecha/hora:</b></p>	
<p><b>Participantes:</b></p>		

<b>CONTENIDOS / OBJETIVOS A LOGRAR / RESULTADOS ESPERADOS DE APRENDIZAJE</b>	<b>ACTIVIDADES DESARROLLADAS EN LA CLASE/ VIVENCIA</b>	<b>HABILIDADES</b>	<b>DIFICULTADES</b>	<b>REACTIVIDAD DE LOS PARTICIPANTES</b>
<p><i>En este espacio se pondrán los contenidos abordados en las sesiones a observar.</i></p> <p><i>En este espacio se pondrán los objetivos que se abordan o los resultados que se esperan tener</i></p>	<p><i>En este punto debes desarrollar todo el proceso descriptivo de lo que observes en el caso de la observación no participante. Y de lo que vivencias en el caso de la observación participativa. Puedes establecer un proceso narrativo</i></p>	<p><i>Que le permitan a los estudiantes definir las variables en la resolución de problemas</i></p> <p><i>PARA interpretar el lenguaje algebraico</i></p> <p><i>PARA Interpretar gráficamente los sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas</i></p>	<p><i>Que NO le permitan a los estudiantes definir las variables en la resolución de problemas</i></p> <p><i>EN Interpretar el lenguaje algebraico EN Interpretar gráficamente los sistemas de ecuaciones lineales con dos y tres incógnitas</i></p>	<p><i>Análisis general de la intervención</i></p> <p><i>Interpretar con argumentos teóricos que apoyen los comentarios y se busca dar una posible justificación a lo observado</i></p>

	<i>original y autónomo</i>			
<p><i>Para no olvidar... tomado de Sampieri (2010)</i></p> <p><i>Necesita saber escuchar y utilizar todos los sentidos, poner atención a los detalles, poseer habilidades para descifrar y comprender conductas no verbales, ser reflexivo y disciplinado para escribir anotaciones, así como flexible para cambiar el centro de atención, si es necesario p. 418</i></p>				

Observaciones:

**Anexo 3** Encuesta a la muestra



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1803



# Ponte a PRUEBA

**Universidad de Antioquia**  
Facultad de Ingeniería  
(2015)



## Inscripciones.

\*Obligatorio

**Nombres \***

**Apellidos \***

**Documento de identidad \***

**Fecha de nacimiento \***

**Sexo**

Masculino  
 Femenino

**Programa al que pertenece \***

33% completado



# Ponte a PRUEBA

**Universidad de Antioquia**  
Facultad de Ingeniería  
(2015)



## Inscripciones.

\*Obligatorio

### Encuesta

A continuación, debe diligenciar una corta encuesta respecto a los talleres de fortalecimiento que se ofrecieron a los admitidos 2015-1 y los estudiantes que cursaron álgebra y trigonometría en el respectivo semestre, con el fin de hacer una caracterización de los participantes.

#### Al finalizar el semestre 2015-1 usted \*

- Aprobó Álgebra y Trigonometría  
 Cursó Álgebra y Trigonometría  
 Reprobó Álgebra y Trigonometría  
 Habilitó Álgebra y Trigonometría  
 No matriculó el curso de Álgebra y Trigonometría

#### En caso de haber matriculado el curso de álgebra y trigonometría, lo hizo en la modalidad \*

- Presencial  
 Virtual  
 Presencial y Virtual  
 No matriculó

Si matriculó álgebra y trigonometría usted, comprendió los temas que se expusieron durante las clases del semestre 2015-1

1 es la mínima nota y 5 la más alta

1 2 3 4 5



Asistió a las clases de álgebra y trigonometría durante el semestre 2015-1 \*

- siempre  
 Algunas Veces  
 Nunca  
 No matriculó

Cómo califica el docente de álgebra y trigonometría

1 es la mínima nota y 5 la más alta

1 2 3 4 5

A la hora de resolver parciales le genera nervios o estrés \*

1 es la mínima nota y 5 la más alta

1 2 3 4 5

Considera que la ansiedad afecta en su desempeño a la hora de resolver un parcial \*

1 es la mínima nota y 5 la más alta

1 2 3 4 5

Le genera estrés \*

- Las materias  
 Los profesores  
 Los horarios  
 Ninguna de las anteriores  
 Nada me genera estrés

Fueron oportunas las asesorías o monitorías de los practicantes durante el semestre 2015-1 \*

1 es la mínima nota y 5 la más alta

1 2 3 4 5

Cree que su método de estudio es apropiado \*

- Si  
 No

Como prefiere realizar los trabajos \*

- En grupo  
 Individual

Tiene algún grupo de estudio \*

- Si  
 No

« Atrás

Continuar »

66% completado

## Anexo 4 Cuestionarios

### Prueba diagnóstica

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
Facultad de Ingeniería  
PRUEBA DIAGNÓSTICA  
Martes 3 de marzo del 2015

Nombre:			
No. documento de identidad:			
Programa:			
Institución de la que egresa:		Año	
Hora de Inicio:	Hora Final:		

Esta prueba tiene como objetivo, conocer las fortalezas en razonamiento matemático, de los estudiantes que inician su formación profesional en Ingeniería.

La prueba consta de 24 situaciones problema, separadas en dos partes.

**PARTE I**  
**PROBLEMAS CON OPCIONES DE RESPUESTA**

Para cada uno de los 19 problemas que se enuncian a continuación, se dan cuatro (4) opciones de respuesta, de las cuales sólo una es verdadera. Usted debe marcar con una X la opción que considere válida.

1. El reloj de la iglesia de la Candelaria ha estado parado hace 782 horas. Para ponerlo en la hora actual, se debe:
  - A. Retrasar el horario 2 horas
  - B. Adelantar el horario 4 horas
  - C. Retrasar el horario 10 horas
  - D. Adelantar el horario 4 horas
2. Para numerar las páginas de un libro, un tipógrafo ha empleado 206 dígitos. Teniendo en cuenta que no se numera la primera página, el número de páginas del libro, es:
  - A. 102
  - B. 104
  - C. 105
  - D. 106

Procedimiento

Procedimiento

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1.803

3. Álvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: "Para que se acabe el día, deben transcurrir  $\frac{1}{5}$  de las horas que han pasado". La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:
- A. 4 P.M.
  - B. 6 P.M.
  - C. 8 P.M.
  - D. 10 P.M.

Procedimiento

4. De la suma de los primeros 200 números naturales pares, se resta la suma de los primeros 200 naturales impares. El resultado es:
- A. 100
  - B. 200
  - C. 300
  - D. 400

Procedimiento

5. Los conjuntos A y B tienen igual número de elementos y 1001 elementos en común. La unión de dichos conjuntos tiene 2007 elementos. El número de elementos del conjunto A es:
- A. 503
  - B. 1503
  - C. 504
  - D. 1504

Procedimiento

6. Cuatro números naturales están escritos uno a continuación de otro (sin ningún orden especial). Los dos primeros suman ocho (8); los dos centrales suman seis (6) y los dos últimos, siete (7). La suma entre el primero y el último es:
- A. 9
  - B. 10
  - C. 11
  - D. 12

Procedimiento

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

7. Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:
- A. 4  
B. 5  
C. 7  
D. 9

Procedimiento

8. El conjunto solución de la desigualdad  $\frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-2}$  es:
- A. (2, 3)  
B.  $(-\infty, 2)$   
C.  $(3, +\infty)$   
D.  $(-3, -2)$

Procedimiento

9.  $\frac{n \sqrt{6 \times 4^n}}{\sqrt{4^{2n+1} + 2^{4n+1}}} =$
- A. 1/2  
B. 1/4  
C. 1/8  
D. 1/16

Procedimiento

10. Para  $n \neq 0$ ;  $x \neq 1$ ,  $\frac{n}{1-x^n} + \frac{n}{1-x^{-n}} =$
- A.  $n$   
B.  $2n$   
C.  $3n$   
D.  $4n$

Procedimiento

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

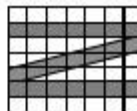
4

11. Don Luis asistió a una feria de ganado y compró una Mula por \$700.000, más tarde la vendió por \$800.000. Luego volvió a comprar la misma mula por \$900.000 y de nuevo la vendió; esta vez, por \$1.000.000. Al final de la jornada, don Luis:
- Ni ganó ni perdió
  - Perdió \$100.000
  - Ganó \$100.000
  - Ganó \$200.000

Procedimiento

Procedimiento

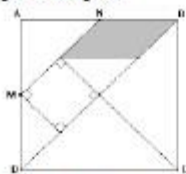
13. Sobre una pared dividida en cuadros de 1 m de lado se pinta una letra Z como lo indica la figura:

El área de la figura pintada en  $m^2$  es:

- 18
- 20,5
- 21
- 24,5

Procedimiento

12. En el cuadrado ABCD, de área  $64 \text{ cm}^2$ , M y N son puntos medios respectivos de los lados AD y AB. El cuadrado se ha dividido en cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo no regular.

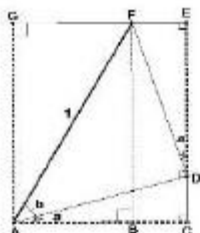
El área de la región sombreada, en  $\text{cm}^2$ , es:

- 4
- 8
- 12
- 16

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Utilice la siguiente figura para responder las preguntas 14, 15 y 16.



El triángulo rectángulo  $ADF$ , cuya hipotenusa mide 1, está inscrito en el rectángulo  $ACEG$ . Se han marcado los ángulos  $a$  y  $b$ . Responda las siguientes tres preguntas.

14. La medida del segmento  $AC$  es:

- A.  $\text{Sen } a - \text{Sen } b$
- B.  $\text{Sen } a - \text{Cos } b$
- C.  $\text{Cos } a - \text{Sen } b$
- D.  $\text{Cos } a - \text{Cos } b$

Procedimiento

15. La medida del segmento  $EF$  es:

- A.  $\text{Sen } a - \text{Sen } b$
- B.  $\text{Sen } a - \text{Cos } b$
- C.  $\text{Cos } a - \text{Sen } b$
- D.  $\text{Cos } a - \text{Cos } b$

Procedimiento

16. La medida del segmento  $AG$  es:

- A.  $\text{Cos } (a + b)$
- B.  $\text{Sen } (a + b)$
- C.  $\text{Cos } (a - b)$
- D.  $\text{Cos } (a - b)$

Procedimiento

17.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} =$

- A.  $1/2$
- B.  $1/3$
- C.  $1/4$
- D.  $1/5$

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

6

Procedimiento

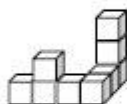
19. El valor de  $x$  que resuelve la ecuación:

$$2 \log x = 3 + \log \frac{x}{10},$$
 es:

- A. 10
- B. 50
- C. 100
- D. 150

Procedimiento

18. La siguiente figura consta de nueve cubitos pegados:



Usando esta figura como base, la menor cantidad de cubitos que hacen falta para construir un cubo sólido es:

- A. 18
- B. 27
- C. 55
- D. 64

Procedimiento

# DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**PARTE II**  
**PROBLEMAS CON RESPUESTA ABIERTA**

A continuación se enuncian cinco (5) problemas. Para cada uno de ellos usted debe hacer, en el espacio correspondiente, un procedimiento que lo conduzca a una respuesta y describir ésta en el lugar indicado.

20. Andrea nació ocho (8) años antes que Julia. Hace tres (3) años la edad de Andrea triplicaba la edad de Julia. Encuentre las edades actuales de Andrea y Julia.

Procedimiento
Respuesta

21. Encuentre las soluciones de la ecuación:  
 $4x^2 - 2^{5x} = 8$

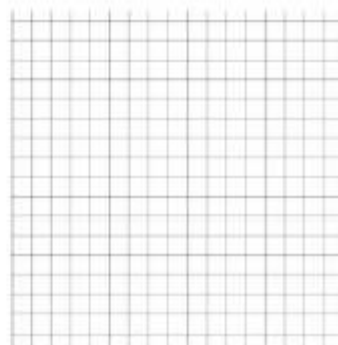
Procedimiento
Respuesta

22. Considere el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto de corte de las dos rectas y es perpendicular a la recta  $x + 3y = 4$  y grafique.

Procedimiento
Respuesta



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3





## Cuestionario virtual



### Inscripciones.

\*Obligatorio

### PRUEBA

Daniel con sus ahorros compró, por cuotas, un libro de Julio Verne y lo pagó de la siguiente manera: la primera semana abonó  $\frac{3}{8}$  de sus ahorros, la segunda semana  $\frac{1}{4}$  y canceló en la tercera semana 2.200 pesos. ¿Cuántos pesos tenía ahorrados Daniel? \*

- 4.000 Pesos.
- 5.000 Pesos.
- 4.200 Pesos.
- 4.800 pesos.

Un obrero A puede realizar un trabajo en 3 días y otro B lo puede hacer en 6 días. encuentra el tiempo que tardarían en hacer dicho trabajo los 2 juntos \*

- 3 Días
- 2 Días
- 4 Días
- Ninguna de Las Anteriores

Un recipiente A contiene 9 litros de glicerina y 3 litros de agua, otro recipiente B contiene 12 litros de glicerina y 18 de agua. ¿cuántos litros debemos sacar de cada recipiente para obtener una mezcla de 7 litros de agua y 7 litros de glicerina? \*

- 4 litros de A y 4 litros de B
- 3 litros de A y 8 litros de B
- 4 litros de A y 10 litros de B
- 4 litros de A y 1 litro de B

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tres grifos llenan un tanque en 20, 30 y 60 minutos, respectivamente. calcula el tiempo que tarda en llenarse dicho tanque cuando se utilizan los 3 grifos simultáneamente \*

- 10 minutos
- 8 minutos
- 15 minutos
- 7 minutos

Daniel, Anita y Teo deben entregar impresas las 4.200 tarjetas de navidad que diseñaron en su taller. En la primera semana imprimieron 50 tarjetas diarias y a partir de la segunda semana, aumentaron la impresión en 100 tarjetas por semana. Si empezaron un lunes y no trabajaron los domingos, ¿cuántos días se demoraron en entregar todas las tarjetas? \*

- 42 Días
- 48 Días
- 38 Días
- 49 Días

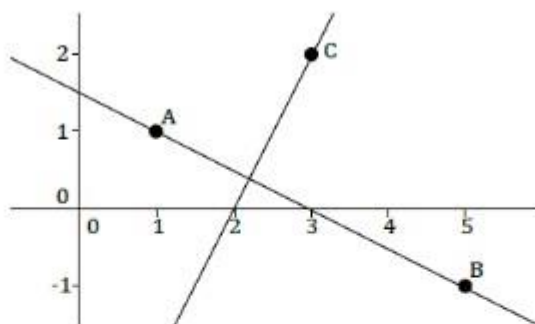
Paola, Teo y Daniel escuchan el número 13 y uno de ellos le suma 1 y dice 14, otro le suma 2 a este número y dice 16 y el último le suma a este número 3 y dice 19, como le toca el turno al primero este suma 1 y dice 20 y así siguen contando. A Teo se le escucha decir 61, a Daniel 40 y a Anita el 602. ¿Cuál de los tres dice 2.006? \*

- Daniel
- Paola
- Teo

Encontrar la velocidad de un bote, en aguas en reposo, y la velocidad de la corriente de un río, sabiendo que tarda 3 horas en recorrer una distancia de 45 km aguas arriba y 2 horas en recorrer 50 km aguas abajo. \*

- 11Km/h y 8Km/h
- 20Km/h y 5Km/h
- 11Km/h y -8 Km/h
- 20Km/h y -5Km/h

**Responda la siguiente pregunta de acuerdo con la imagen presentada a continuación**



Halle la ecuación de la recta que pasa por el punto  $C(3,2)$  y es perpendicular a la recta que pasa por los puntos  $A(1,1)$  y  $B(5,-1)$ . \*

- La ecuación de la recta es  $y = 2x - 3$
- La ecuación de la recta es  $y = 2x - 4$
- La ecuación de la recta es  $y = 4x - 2$
- La ecuación de la recta es  $y = 3x - 2$

« Atrás

Enviar

Nunca envíes contraseñas a través de Formularios de Google.

100% has terminado.