



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**HEURÍSTICAS DE SCHOENFELD EN LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON EL USO DE
LAS TIC'S: UN ENFOQUE BASADO EN EL
CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO DEL
CONTENIDO -PCK-**

Autor(es)

Eliana Contreras Alian

Elizabeth Yohana Mejía Usuga

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación, Departamento de Ciencias

y Artes

Apartadó, Colombia

2019



Heurísticas de Schoenfeld en la resolución de problemas con el uso de las Tic's: Un enfoque
basado en el Conocimiento Pedagógico del Contenido -PCK-

Eliana Contreras Alian

Elizabeth Yohana Mejía Usuga

Trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Licenciado en Matemáticas y Física

Asesores (a):

Jose Wilde Cisneros

Magister en Educación

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Línea de Investigación:

Formación de Maestros

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación, Departamento de Ciencias y Artes

Apartadó, Colombia

2019.

Agradecimientos

Primeramente agradecer a la universidad de Antioquia por la oportunidad de formarnos profesionalmente y a todos los docentes que hicieron parte de nuestro proceso de formación, especialmente a nuestro asesor Jose Wilde Cisneros, quien con su paciencia y dedicación hizo posible la realización de este trabajo de investigación, a la Institución Educativa Francisco Luis Valderrama Valderrama y al docente cooperador Luis Alcides Murillo quienes con su apoyo y orientación permitieron que nuestra práctica pedagógica se desarrollara de manera satisfactoria.

A mis padres, Anidelcy Alian Padilla y Adolfo Pitalua Segura, y a mi hermana Kelly Johana Contreras Alian, quienes con su amor y acompañamiento hicieron posible que llegara este momento, especialmente a mi madre, quien estuvo presente en cada instante de mi formación.

A Luis Fernando Hernández Pérez, quien con su amor y respaldo incondicional contribuyó a que este momento fuera posible. Eliana Contreras Alian.

A Sandra María Henao Idarraga (Q.E.D.) y Oswaldo Álzate Castro por haber creído en mí y apoyarme desde el principio de la carrera.

A mis padres Edilma Usuga, José Lino Mejía y Mis Hermanos Elda María Usuga, Luz Marley Usuga, Luis Fernando Usuga y Arley Anival Usuga por apoyarme, comprenderme y acompañarme en este proceso de formación.

A Cristian Arley Echeverry Zapata por su amor, apoyo y acompañamiento haciendo que esto fuera posible. Elizabeth Yohana Mejía Usuga.

Tabla de contenido.

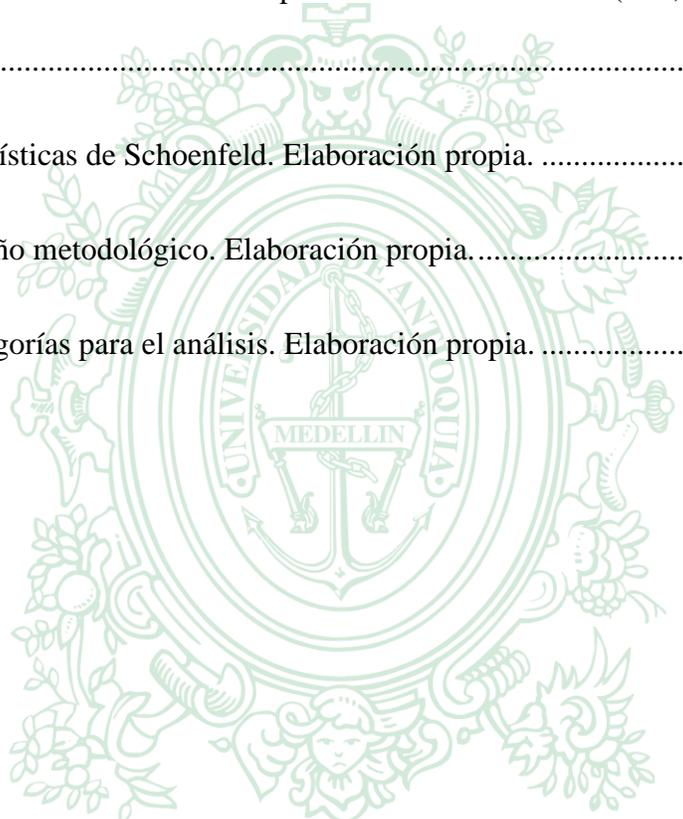
Introducción.....	11
Capítulo I.....	17
Contextualización	17
Contexto institucional.....	18
Plan Integral de Área -PIA-.....	19
Proyecto Educativo Institucional -PEI-.....	20
Elementos del diagnóstico	20
Encuesta	20
Prueba diagnóstica	21
Planteamiento del problema.....	21
Observación de clases.....	22
Prueba Diagnóstica.....	22
Pruebas Saber.....	28
Justificación	30
Objetivo general.....	34
Objetivos específicos	34
Estado del arte.....	34

Heurísticas.....	35
Las Tic´s.....	35
PCK.....	37
Capítulo II.....	39
Marco teórico.....	39
Conocimiento Matemático para la Enseñanza -MKT-.....	40
Conocimiento pedagógico del contenido -PCK-.....	42
Definición de problema.....	44
Resolución de problemas.....	45
La heurística.....	46
La heurística en matemáticas.....	47
Estrategias Heurísticas de Polya.....	48
Estrategias heurísticas de Schoenfeld.....	50
Tecnologías de la Información y la Comunicación –Tic’s-.....	53
Características de las Tic’s.....	54
Tic’s en educación.....	56
Metodología cualitativa.....	57
Población.....	63
Muestra.....	63

Recolección de datos.....	64
Capítulo III	65
Diseño metodológico	65
Fase I: Lectura del contexto.....	67
Fase II: intervención.....	68
Fase III: resultados.....	69
Técnicas o instrumentos para la recolección de datos.....	70
Encuesta	71
Prueba diagnóstica	71
Observación de clases.....	72
Secuencia didáctica.....	72
Taller	75
Capítulo IV	76
Análisis	76
Conclusiones.....	86
Referencias	88

Lista de figuras.

Figura 1. Esquema del marco teórico. Elaboración propia.	40
Figura 2. Conocimiento matemático para la enseñanza -MKT- (Hill, Ball y Schilling, 2008, p.377).....	42
Figura 3. Heurísticas de Schoenfeld. Elaboración propia.	50
Figura 4. Diseño metodológico. Elaboración propia.....	67
Figura 5. Categorías para el análisis. Elaboración propia.....	70



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de imágenes.

Imagen 1. Prueba diagnóstica, problema 1.....	23
Imagen 2. Prueba diagnóstica, problema 1.....	24
Imagen 3. Prueba diagnóstica, problema 2.....	25
Imagen 4. Prueba diagnóstica, problema 2.....	25
Imagen 5. Prueba diagnóstica, Problema	26
Imagen 6. Prueba diagnóstica, problema 3.....	27
Imagen 7. Porcentaje promedio de respuestas.....	28
Imagen 8. Porcentaje promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje.....	29

Lista de anexos.

Anexo 1. Encuesta, parte 1	96
Anexo 2. Encuesta, parte 2.....	97
Anexo 3. Encuesta, parte 3.....	98
Anexo 4. Encuesta, parte 4.....	99
Anexo 5. Prueba diagnóstica, parte 1.....	100
Anexo 6. Prueba diagnóstica, parte 2.....	101
Anexo 7. Prueba diagnóstica, parte 3.....	102

Anexo 8. Prueba diagnóstica, parte 4.	103
Anexo 9. Actividad 1, parte 1.....	104
Anexo 10. Actividad 1, parte 2.....	104
Anexo 11. Actividad 1, parte 3.....	104
Anexo 12. Actividad 1, parte 4.....	104
Anexo 13. Actividad 2, parte 1.....	104
Anexo 14. Actividad 2, parte 2.....	104
Anexo 15. Actividad 3, parte 1.....	104
Anexo 16. Actividad 3, parte 2.....	104
Anexo 17. Actividad 3, parte 3.....	104
Anexo 18. Actividad 3, parte 4.....	104
Anexo 19. Taller final, parte 1.....	104
Anexo 20. Taller final, parte 2.....	104
Anexo 21. Taller final, parte 3.....	104

Resumen

Este proyecto de investigación se realizó en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física. La problemática se centra en la caracterización de las heurísticas en la Resolución de problemas por medio de las Tic's, teniendo como fundamentación teórica el Conocimiento Pedagógico del Contenido que debe tener el docente para la enseñanza de las metamatemáticas (Shulman 1986; 1987; Grossman, 1990; Salazar, 2005; Castro 2009), la Resolución de Problemas basados en las heurísticas de (Schoenfeld 1985) y teniendo como mediadores las Tic's (Cabero 1998, 2000; 2007; 2010).

La investigación se desarrolló bajo el enfoque cualitativo (Sandoval, 2002; Denzil y Lincoln, 2002; 2005; Herrera 2010), orientado en las fases propuestas por Rodríguez, Gil y García (2000), las cuales permiten reconocer, comprender, describir, analizar e interpretar los procedimientos que realizan los estudiantes cuando resuelven un problema. En esta investigación se buscó caracterizar las diferentes estrategias heurísticas utilizadas por los estudiantes (Schoenfeld, 1985) a la hora de resolver problemas, a través de la inclusión de las Tic's como herramienta adaptable en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Durante la práctica pedagógica y las diferentes actividades realizadas por los estudiantes, se evidenció el desarrollo progresivo en los procesos de análisis, interpretación y la construcción de representaciones gráficas, incluso la planificación de las estrategias que posiblemente les servirían para llegar a una respuesta acertada desde los conceptos matemáticos.

Palabras claves

Conocimiento pedagógico del contenido, heurísticas, educación matemática, formación de maestro, Tic's, resolución de problemas.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Abstract

This research project was carried out within the framework of the Pedagogical Practice of the Degree in Mathematics and Physics. The problematic is centered in the characterization of heuristics in the Resolution of problems by means of the Tic's, having as theoretical foundation the Pedagogical Knowledge of the Content that the teacher must have for the teaching of the meta-mathematics (Shulman 1986; 1987; Grossman, 1990; Salazar, 2005; Castro 2009), the Resolution of Problems based on the heuristics of (Schoenfeld 1985) and having as mediators the Tic's (Cabero 1998, 2000; 2007; 2010).

The research was developed under the qualitative approach (Sandoval, 2002; Denzil and Lincoln, 2002; 2005; Herrera 2010), oriented in the phases proposed by Rodríguez, Gil y García (2000), which allow recognizing, understanding, describing, analyzing and interpreting the procedures that students perform when they solve a problem. This research sought to characterize the different heuristic strategies used by students (Schoenfeld, 1985) when solving problems, through the inclusion of Tic's as an adaptable tool in the teaching and learning process.

During the pedagogical practice and the different activities carried out by the students, it was evidenced the progressive development in the processes of analysis, interpretation and the construction of graphic representations, even the planning of the strategies that would possibly serve them to arrive at a correct answer from the mathematical concepts.

Key words

Pedagogical knowledge of content, heuristics, mathematical education, teacher training, Tic's, problem solving.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Introducción

El presente proyecto de investigación se realiza en la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, la práctica se llevó a cabo en el municipio de Turbo, en la Institución Educativa Francisco Luis Valderrama Valderrama -IEFLVV- con una muestra de 30 estudiantes correspondientes al grado décimo.

El tema central del proyecto gira en torno a la pregunta de investigación: ¿Cómo caracterizar los procesos en la resolución de problemas desde las heurísticas de Schoenfeld utilizando las Tic's, bajo la fundamentación del Conocimiento Pedagógico del Contenido en el grado décimo de la IEFLVV? Con el objetivo general que es categorizar las heurísticas utilizadas por los estudiantes del grado décimo B de la IEFLVV en la resolución de problemas a través del uso de la Tic's, fundamentados en el Conocimiento Pedagógico del Contenido.

Con referencia a la pregunta de investigación y el objetivo planteado, se hizo preciso consultar diversas fuentes bibliográficas, de modo que se logra identificar respuesta al interrogante; como resultado de la búsqueda se hallaron documento de Gonzáles (2014), MEN (2006), Lesh y Zawojewski (2007), Santos (2008), López, Morales y Castrillón (2015), entre otros, en los cuales fue posible encontrar aspectos generales: el uso de estrategias heurísticas teniendo como mediadores las Tic's permite que los estudiantes desarrollen habilidades en la resolución de problemas, debido a que hallan una ruta apacible para llegar a la respuesta de un problema, incluso se genera una actitud positiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde el MEN (2006), la resolución de problemas permite enfrentar y tomar el control sobre las distintas situaciones que se

presentan en la vida cotidiana, de esta manera aprender aplicando los conocimientos mediante la indagación, el análisis y la evaluación de posibles soluciones.

Por lo tanto, este proyecto pretende comprobar cómo la utilización de las heurísticas en la resolución de problemas a través del uso de GeoGebra bajo el enfoque del conocimiento pedagógico del contenido, favorece en los procesos que realizan los estudiantes cuando resuelven un problema. Partiendo de la lectura del contexto realizada desde la aplicación de instrumentos como encuesta, prueba diagnóstica y observaciones de clase aplicados a los estudiantes de décimo, se evidencia las dificultades que presentan los estudiantes en correspondencia a los conceptos matemáticos, además al realizar la revisión del Proyecto Educativo Institucional, el Plan Integral de Área y los resultados de la pruebas externas, se reconocieron algunos aspectos relevantes como, el modelo pedagógico, la misión, la visión y el desempeño académico de los estudiante en años anteriores.

Acorde a lo anterior, se estableció la metodología de investigación cualitativa planteada por Guba y Lincoln (2002), Sandoval, (2002), Denzin y Lincoln (2005) y Herrera (2010), de los cuales se opta por las fases que describe Rodríguez, Gil y García (2000) para análisis en la fase preparatoria, fase de trabajo de campo y fase de análisis.

Capítulo I

Contextualización

El acuerdo N°284 de 18 de septiembre de 2012 de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, referente a la Práctica Pedagógica indica: “La práctica Pedagógica será un espacio para la producción de saber pedagógico mediante la reflexión, la investigación y la sistematización de las experiencias de práctica” (p. 3).

De esta forma, la Universidad permite interactuar social y culturalmente con las instituciones educativas del medio local y regional con programas en educación formal, de esta manera, admite la transformación de la realidad educativa, en este sentido, se llevó a cabo la Práctica Pedagógica mediante una intervención de aula en la Institución Educativa Francisco Luis Valderrama Valderrama -IEFLVV- ubicada en el municipio de Turbo (Antioquia), durante los semestres 2018-1, 2018-2 y 2019-1.

En el semestre 2018-1 se realizó un análisis del contexto, se aplicó una encuesta y una prueba diagnóstica a los estudiantes, se realizó la observación de clase al docente cooperador y revisión de los documentos institucionales como el proyecto educativo institucional y el plan integral de área, durante el semestre 2018-2 se realizó la intervención en el aula de clases, donde se aplicó una secuencia didáctica que constó de 2 actividades y una serie de problemas, por último en el semestre 2019-1 se realizó el análisis y la discusión correspondiente a la información recogida durante los semestres anteriores.

Lo anterior permitió, analizar los procesos utilizados por los estudiantes al momento de resolver problemas y en qué medida la institución y el docente cooperador presenta recursos disponibles a los estudiantes.

Contexto institucional. La IEFLVV es un establecimiento de naturaleza oficial y de carácter mixto, con niveles de educación Preescolar, Básica y Educación Media Académica con profundización en Ciencias Naturales e Informática y Educación Media Técnica con Especialidad en Comercio.

La planta física sección secundaria (Antes Colegio Francisco Luis Valderrama Valderrama) fue transferida de la antigua Escuela Concentración de Quintos, el origen de esta Institución se debió al crecimiento de la población escolar en la localidad y al déficit de aulas en el Instituto Departamental de Enseñanza y Media -IDEM- Gonzalo Mejía, estudios que fueron realizados por los directivos de ese plantel y autoridades educativas del municipio, y analizado por la Secretaria de Educación y Cultura del Departamento de Antioquia, quien mirando la masificación y el problema socio-educativo que presentaba dicho establecimiento, decidió dividirlo en tres planteles con administraciones diferentes, así: IDEM Gonzalo Mejía Primera Agrupación, IDEM Gonzalo Mejía Segunda Agrupación y el IDEM.

Actualmente cuenta con una rectora, cuatro directivos docentes (coordinadores), tres secretarías y 74 docentes, la población estudiantil es aproximadamente de 1.976 niños, niñas y jóvenes desde el grado preescolar hasta el grado once, cuenta con recursos didácticos como sala de informática, televisores, Video beam, fotocopiadora, duplo, biblioteca y laboratorios ambulantes.

Referente a la misión la IEFLVV orienta el proceso educativo en pro de la formación integral de los estudiantes en el saber, el ser y el hacer utilizando los medios y avances tecnológicos para el desarrollo de programas y proyectos acordes a la realidad local, nacional e internacional, encaminados al fortalecimiento de competencias básicas y laborales que respondan a las exigencias del medio y le permitan a los educandos y a la comunidad educativa en general aprender a interactuar y transformar su contexto.

La IEFLVV como visión pretende para el año 2020 ser una de las mejores instituciones públicas, contribuyendo al desarrollo de la sociedad en la formación integral de niños, niñas y jóvenes en valores humanos, fomento del bilingüismo, respeto a la pluriculturalidad e inclusión, uso de las nuevas tecnologías, el emprendimiento, conservación del medio ambiente y el desarrollo sostenible, fundamentando su quehacer en la formación personal, académica, científica y técnica, con un alto nivel competitivo, tanto a nivel laboral como humanístico.

Plan Integral de Área -PIA-. Desde el PIA se observó que la maya curricular incluye los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2006) -DBA- el año escolar está compuesto por cuatro periodos con una unidad por periodo y se establecen objetivos de aprendizajes o una matriz de referencia de matemáticas basada en los Estándares Básicos de Competencia donde se presenta la competencia y los aprendizajes evaluados por el ICFES en las Pruebas Saber, interpretación y representación, formulación y ejecución y argumentación, de las cuales dos hacen referencia a la solución de problemas como aprendizaje y diseño, ejecución y validación de planes para la resolver problemas como

evidencia. De manera general los objetivos de la educación media se enfocan en aspectos laborales, sociales y formación en valores.

Proyecto Educativo Institucional -PEI-. En el Proyecto Educativo Institucional PEI, se plantea un modelo pedagógico desarrollista que tiene origen en Escuela Nueva o Modelo Pedagógico Activo, cuyo eje fundamental es la premisa “Aprender haciendo”, que se fundamenta en los avances de la psicología infantil y del aprendizaje, lo que permitió a la educación en su momento, considerar nuevos elementos para realizar con mayor eficacia la acción educativa, teniendo en cuenta los distintos momentos evolutivos, los principios de aprendizaje, las características y necesidades de los estudiantes y su impacto en el proceso de aprendizaje. Para el desarrollo de las estrategias curriculares se utiliza el método del constructivismo como una cimentación de aprendizaje donde el papel que juega el sujeto es eminentemente participativo en la construcción de conocimiento, método inductivo, deductivo y trabajo por proyectos, este último consiste en la selección de actividades específicas para lograr desde allí los objetivos determinados.

Elementos del diagnóstico

Para llevar a cabo el proceso del diagnóstico, se tuvo en cuenta elementos como: Encuesta y prueba diagnóstica.

Encuesta (Ver anexo 1). Se realizó una encuesta cuyo objetivo fue identificar la preferencia de los estudiantes de décimo grado de la IEFLVV por las matemáticas, el uso de las Tic's y aspectos socioeconómicos, algunos de los más relevantes fueron los siguientes: El grado décimo B (asignado desde la coordinación) cuenta con 30 estudiantes, cuyas edades oscilan entre 15 y 18

años, de los cuales 16 hombres y 14 mujeres. El 50% de los hogares están conformados por familias (padre-madre), pero se muestra el aumento de hogares conformados solo por la madre o en otros casos de personas que no son del núcleo familiar, predominado en su mayoría las familias numerosas. El 50% de los estudiantes pertenece a familias de estrato 1, el 40% al estrato 2 y solo un 10% al estrato 3.

La encuesta revela que el 85% de los estudiantes muestra apatía por las matemáticas, debido a que presentan dificultades para entender la asignatura y el cambio de docente que es frecuente durante su proceso educativo, el 10% de los estudiantes hacen uso de aparatos electrónicos como computadores y televisores en sus ratos libres como medio de entreteniendo y no como instrumento educativo.

Prueba diagnóstica (Ver anexo 5). Se aplicó una prueba basada en problemas, con el objetivo identificar la comprensión y validación de procedimientos utilizados en la solución de problemas, los cuales contienen secuencia de patrones, procesos de interpretación de datos, comprensión de problemas, validación de procedimientos y justificación de procesos con el fin de analizar los procedimientos utilizados por los estudiantes.

Planteamiento del problema

Este proyecto se desarrolló desde tres ejes fundamentales: Observación de clases, Prueba diagnóstica y pruebas institucionales. 1 8 0 3

Observación de clases. El docente presenta disposición para dar respuesta a dudas e incentiva a los estudiantes a expresarlas, sin embargo, el objetivo no se logra, manifiesta además, que académicamente los estudiantes no presentan un buen desempeño en el área, estos en ciertas ocasiones se muestran dispuestos a recibir la clase, son poco participativos y se presentan algunas dificultades en el momento de entrega de actividades debido a que se evidencia plagio de información, lo cual ocasiona que la solución de las actividades sean muy similares entre ellos.

Desde las observaciones realizadas al maestro cooperador se evidenció que, las clases de matemáticas se desarrollan de manera academicista, verbalista, dadas bajo un régimen de disciplina a unos estudiantes que son básicamente receptores (Flórez, 1994) donde se utiliza solo tablero, marcador y discurso por parte del docente, donde predominan los procesos de ejercitación y resolución de operaciones básicas, se enfatiza en la construcción del conocimiento memorístico dejando de lado el planteamiento y la resolución de problemas contextualizados.

De lo anterior se puede inferir que esta es una de las posibles causas frente a la empatía y disposición de los estudiantes en las clases de matemáticas y en la resolución de problemas.

Prueba Diagnóstica. Se realizó una prueba diagnóstica con el objetivo de identificar la comprensión del problema, validación, planteamiento, estrategias y transformación de procedimientos utilizados en la resolución de problemas, Schoenfeld (1985).

El problema 1: “Polígono en el plano cartesiano”, consistía en ubicar un polígono en el plano cartesiano a partir de la predicción y análisis de coordenadas.



1. En un plano cartesiano, un polígono tiene las siguientes coordenadas:

$$M\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right), N\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(-\frac{2}{3}, 2\right), P\left(-2, \frac{4}{3}\right) \text{ y } Q\left(-\frac{10}{3}, 2\right)$$

Teniendo en cuenta la información anterior resuelva las siguientes preguntas.

a) ¿En cuál de los cuadrantes del plano cartesiano se encuentra el polígono?

P

b) La figura que corresponde a las coordenadas es:

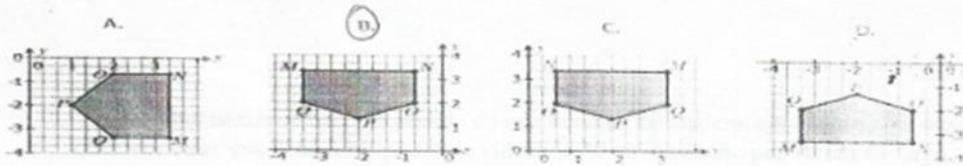


Ilustración 1 Recuperado de Cuadernillo de preguntas Saber 9° 2015.

c) ¿Qué ocurrirá si las coordenadas en x son positivas y las coordenadas en y son negativas? Justificar.

lo que pasaria es que si la figura queda en cosa positiva ya no va a quedar en positivo sino en negativo

Imagen 1. Prueba diagnóstica, problema 1.

En la **Imagen 1**, se evidencia como algunos estudiantes presentan dificultades en la ubicación de cuadrantes y coordenadas en el plano cartesiano, no relacionan sus conocimientos previos con el problema propuesto para la resolución de este.

Consecuentemente el estudiante debe interpretar, representar y analizar las coordenadas presentadas anteriormente pero con signos opuestos.

d) Grafique el resultado de la pregunta c.

e) si se alteran los signos de las coordenadas del polígono anterior de la siguiente manera:
 $M\left(-\frac{10}{3}, -\frac{10}{3}\right), N\left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(\frac{2}{3}, -2\right), P\left(-2, \frac{4}{3}\right)$ y $Q\left(-\frac{10}{3}, -2\right)$

¿La figura seguirá siendo la misma? ¿En qué cuadrante crees que se encontrará el polígono?

si en el cuadrante 4

f) Grafique las coordenadas dadas en el punto e, y compare sus respuestas.

No lo hago porque no la entendi no entiendo cual es el punto e ni siquiera la letra e veo pa hay y no se que es la palabra confrontar

Imagen 2. Prueba diagnóstica, problema 1.

En la **Imagen 2**, se observa que los estudiantes no realizan una interpretación y análisis de la información suministrada en los problemas planteados, ni se realiza una reformulación del problema inicial para dar respuesta a distintas situaciones propuestas a partir de él.

El problema 2: “La ventana”, consistían en que, a partir de una ilustración se lograra inferir la cantidad de espacios y bloques de vidrio necesarios para la construcción de una ventana con un área determinada, además, encontrar patrones de secuencia.



2. En una ebanistería se hace un pedido de una ventana de madera, sin embargo se requiere que debe estar cubierta por bloques de vidrio de 20 cm de ancho por 30 cm de largo, la ventana tiene medidas de 150cm de ancho por 200cm de largo y es necesario dejar separaciones de 10 cm entre vidrio y vidrio, como se observa en la gráfica.

Imagen 3. Prueba diagnóstica, problema 2.

Teniendo en cuenta la información anterior responde.

a) ¿Cuántos bloques de vidrios son necesarios para cubrir el área total de la ventana? Realiza el procedimiento y justifica tu respuesta. *Los bloques de vidrios que son necesario son 1950 para cubrir la ventana*

b) ¿Cuántos espacios de 10 cm son necesarios para que quede cubierta toda la ventana? ¿Por qué? *Los espacios necesarios cubiertas son 300.000*

c) El ebanista decide que la ventana le quedaría aún mejor si solo se hicieran separaciones de 5cm, ya que así se podría agregar más vidrios de las mismas longitudes, el dueño de la ventana insiste en que no se podría, debido a que el área de esta no permite que se ubiquen los bloques completos y tendría que reducir el tamaño de algunos. ¿Quién tiene la razón? Justifica. *el ebanista porque el es el espacio*

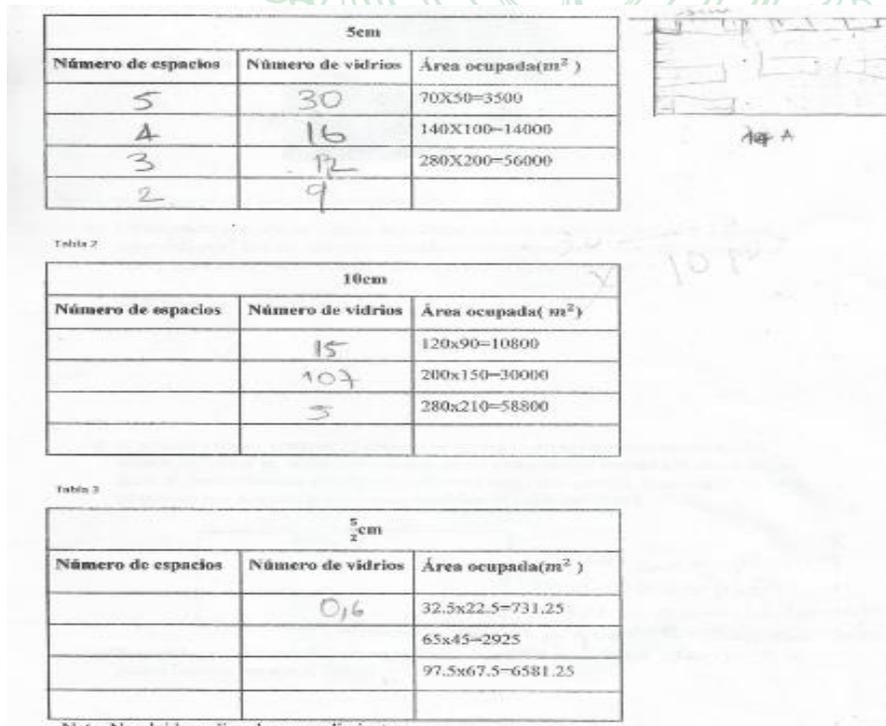
Imagen 4. Prueba diagnóstica, problema 2.

En la **Imagen 4**, en los ítems a y b se evidencia que no hay un diseño del plan a ejecutar por parte del estudiante para darle solución al problema, además de la ausencia de procedimientos matemáticos.

En el ítem c, se evidencia la dificultad de los estudiantes al realizar una lectura del problema, de forma que lo reinterprete y pueda utilizar otras formas de representación. Además, no hacen un uso adecuado de los algoritmos matemáticos ni utilizan la lógica matemática.

Problema 2, inciso d. El ebanista debe hacer 9 ventanas de distintas áreas y con separaciones de 5 cm, 10 cm y $5/2$ cm, pero no sabe con exactitud cuántos vidrios y separaciones son necesarias para que el trabajo quede perfecto. Complete las siguientes tablas, luego halla la relación entre longitud de espacio, vidrios y área. Completa la última fila.

En este ítem se busca que el estudiante complete las tablas presentadas posteriormente, de tal manera que logre hallar una relación entre longitud de espacio, vidrios y área que le permita completar completamente la última fila.



5cm

Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m ²)
5	30	70X50=3500
4	16	140X100=14000
3	12	280X200=56000
2	9	

Tabla 2

10cm

Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m ²)
	15	120x90=10800
	107	200x150=30000
	5	280x210=58800

Tabla 3

$\frac{5}{2}$ cm

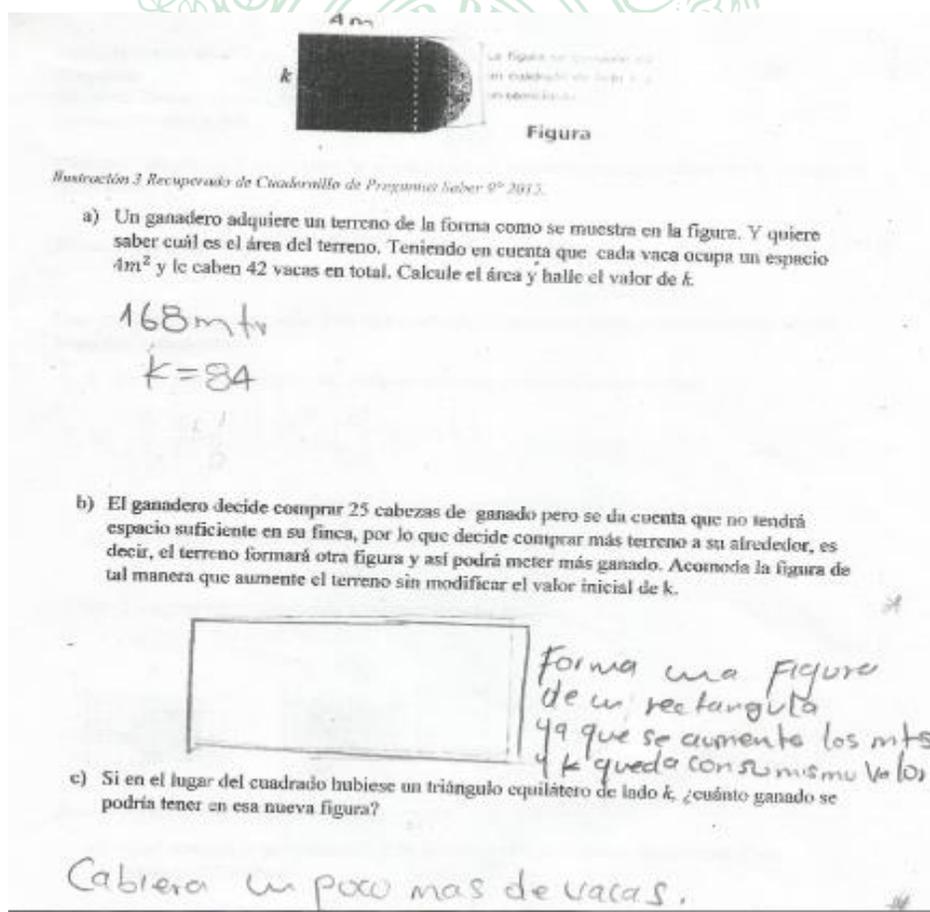
Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m ²)
	0,6	32.5x22.5=731.25
		65x45=2925
		97.5x67.5=6581.25

Nota: No olvide realizar los procedimientos

Imagen 5. Prueba diagnóstica, Problema

En la **Imagen 5**, los estudiantes no proponen estrategias ni transforman el problema de tal manera que les permita establecer métodos de validez y pertinencia para llegar a la solución dentro del marco del problema, se observa que la mayoría presenta dificultades en identificar las secuencias, regularidades y falta de justificación procedimental.

Problema 3. “El ganadero”, consiste en hacer uso de un terreno de tal manera que al proponer modificaciones se evidencie la optimización del mismo.



4m
k

La figura se construye en un cuadrado de lado k.

Figura

Instrucción 3 Recuperado de Cuadernillo de Preguntas Saber 9º 2013.

a) Un ganadero adquiere un terreno de la forma como se muestra en la figura. Y quiere saber cuál es el área del terreno. Teniendo en cuenta que cada vaca ocupa un espacio $4m^2$ y le caben 42 vacas en total. Calcule el área y halle el valor de k .

168 mts
k=84

b) El ganadero decide comprar 25 cabezas de ganado pero se da cuenta que no tendrá espacio suficiente en su finca, por lo que decide comprar más terreno a su alrededor, es decir, el terreno formará otra figura y así podrá meter más ganado. Acomoda la figura de tal manera que aumente el terreno sin modificar el valor inicial de k .

forma una figura de un rectangulo ya que se aumento los mts y k queda con su mismo valor

c) Si en el lugar del cuadrado hubiese un triángulo equilátero de lado k , cuánto ganado se podría tener en esa nueva figura?

Cabiera un poco mas de vacas.

Imagen 6. Prueba diagnóstica, problema 3.

En la **Imagen 6**, se evidencia la ausencia de procedimientos matemáticos y la omisión de los procesos de validación que permitieran evidenciar certeza de las respuestas obtenidas.

Pruebas Saber. Los resultados de las pruebas saber 11 de los años 2016-2017 se muestran a continuación:



Aprendizaje	EE	Colombia	ETC
Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	52%	46%	55%
Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	62%	54%	63%
Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	63%	53%	63%

N.D.: no hay información disponible.



Imagen 7. Porcentaje promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en Matemáticas, resultados competencias matemáticas pruebas saber (2016) de la Institución Educativa FLVV grado 11, Recuperado de: <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#No-back-button>

La **Imagen 7**, presenta el resultado de las pruebas saber 11 del año 2016 de la IFLVV, se presenta mediante el porcentaje de respuestas incorrectas en cada uno de los tres aprendizajes evaluados por el ICFES, sobre pasan el 45%, siendo la implementación de estrategias para resolver problemas uno de los tres con el porcentaje mayor de errores al responder sobre pasando el 50%.

Aprendizaje	EE	Colombia	ETC
Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	59%	48%	59%
Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	67%	54%	67%
Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	48%	37%	51%

N.D.: no hay información disponible.

Imagen 8. Porcentaje promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en Matemáticas, resultados competencias matemáticas pruebas saber (2017) de la Institución Educativa FLVV grado 11, Recuperado de: <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#No-back-button>

En la **Imagen 8**, se presentan los resultados de las pruebas saber 11 de la IEFVV del año 2017, en la cual se evidencia porcentajes de respuestas incorrectas menores al 40% a nivel nacional en el aprendizajes de la comprensión y transformación de información, siendo la planeación e implementación de estrategias al momento de solucionar problemas matemáticos uno de los tres aprendizajes con mayor porcentaje de error en sus respuestas, superando el 50%.

El análisis del ICFES muestra que los estudiantes presentan dificultades en el componente resolución de problemas, referente al desarrollo y aplicación de las heurísticas para resolver problemas, de tal manera que le permitan llegar a las soluciones adecuadas, específicamente las relacionadas con la validación de procedimientos, estrategias, interpretación de resultados a la luz del problema original y a la generalización de soluciones Schoenfeld (1985).

Justificación

Los comienzos para los docentes en formación donde tiene la oportunidad de construir, revisar y modificar sus conocimientos y creencias acerca de la matemática, su enseñanza y aprendizaje, es a través de la práctica educativa.

Los aspectos curriculares se plasman con la identificación y designación de contenidos de saber (conceptos), los cuales, a través de un proceso de readecuación que no puede limitarse a meras simplificaciones de dichos conocimientos, se convertirán en contenidos de enseñanza para los estudiantes en sus diferentes etapas de desarrollo intelectual.

Cualquier docente debe poseer los conocimientos pedagógicos para impartir la docencia, se trata de conectar ideas, estrategias distintas a la docencia clásica, transformar y buscar diferentes caminos que lleven al estudiante a alternativas de las concepciones preestablecidas, es decir, se debe hacer una re-contextualización y una personalización de los conocimientos para la enseñanza (MEN, 1998), por lo tanto el conocimiento de las formas de representar y transformar el conocimiento mediante una planeación reflexiva de su actividad, que involucre la estructura conceptual y los tópicos del tema a enseñar, hacer más comprensivo a los estudiantes los temas fundamenta la acción del docente (Shulman, 1896-1989).

Según Polya (1989):

Un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad, si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si por el contrario, pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas

adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (p. 5)

Reconocer la resolución de problemas como objetivo general del área de matemáticas señalado en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), permite la construcción de conocimientos presentados en un contexto; que sea la resolución de problemas el contexto dentro del cual se lleve a cabo el proceso de aprendizaje y no como unidad final del área de matemáticas que por falta de tiempo suele omitirse (MEN, 1998), de tal manera que en la clase de matemáticas se priorice el análisis de situaciones problemas suficientemente complejas y atractivas, en las que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos claves para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas (MEN, 1998), a través de un ambiente de discusión en los que influyan estrategias heurísticas (Schoenfeld, 1985).

El MEN (2006) indica que formular y resolver problemas es uno de los cinco procesos generales que se contemplan en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, por lo cual la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de esta actividad, que debe ser permeado en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos, favoreciendo a los estudiantes en el uso de las matemáticas, debido a que a medida que un estudiante resuelve un problema va ganando confianza en el uso de estas en el desarrollo del pensamiento matemático, aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y de utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel (MEN, 1998).

Al privilegiar la construcción activa de conocimiento por medio de la resolución de problemas, las interacciones dentro de aula permiten una evaluación cualitativa y el mejoramiento continuo de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Según los Estándares Básicos de Competencia en Matemática (2006) para que un alumno sea matemáticamente competente debe poder formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas (MEN 2006); por lo tanto:

La resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, modificar condiciones y originar otros problemas, es en las situaciones problemas ligadas a experiencias cotidianas del estudiante donde el quehacer matemático cobra sentido y permite una conexión interdisciplinaria. (p. 52)

El MEN (2006), reconoce la necesidad de desarrollar la capacidad de resolver y formular problemas en los estudiantes, por medio de diferentes estrategias y recursos convirtiendo este en uno de los aspectos más importantes en el quehacer matemático, posibilita una mejor comprensión de los contenidos siendo el estudiante creativo y propositivo en el análisis de situaciones que se asemejan a la vida cotidiana (Gaulin, 2001).

Las experiencias y la cotidianidad de los estudiantes se han transformado, por lo que se hace evidente la evolución en los escenarios educativos de forma significativa, los procesos de enseñanza y aprendizaje avanzan y deben ajustarse a las necesidades de los estudiantes, de tal

manera que, pasen de ser sujetos pasivos a sujetos activos, por lo tanto los espacios de enseñanza y aprendizaje debe ser modificados involucrando recursos digitales.

El uso de las Tic's responde a unas necesidades de formación más proactiva potenciando el procesamiento activo para el desarrollo de conocimiento, estos recursos digitales constituyen nuevos canales de comunicación y se integran en las escuelas facilitando con su uso, los procesos de enseñanza y aprendizaje (Cabero, 2000).

Introducir las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a partir de la resolución de problemas, es una forma de mediación o de transposición del conocimiento matemático para hacerlo más enseñable, enfatizando en la comprensión de los procesos más que en la mecanización de ellos (MEN, 1998).

Lo anterior, implica la importancia que posee la resolución de problemas para generar conocimiento y adaptarse a las condiciones de las tecnología presentes en el currículo escolar, de manera que le permita articular las Tic's con el Conocimiento Pedagógico del Contenido, que se vislumbra en el conocimiento matemático para la enseñanza, utilizado por el maestro en formación para explorar y profundizar con los diferentes y múltiples significados del contenido matemático escolar, para efectos de diseñar y llevar a la práctica pedagógica.

La integración de estos componentes; permite la aparición del conocimiento tecno pedagógico del contenido (Mishra y Koehler, 2008), el cual comprende el conocimiento, las competencias y destrezas que necesita el docente para hacer un uso efectivo de las Tic's, como herramienta que permita suplir las necesidades educativas de los estudiantes, utilizadas como estrategias de desarrollo de conocimiento.

Consecuente con lo anterior, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo caracterizar los procesos en la resolución de problemas desde las heurísticas de Schoenfeld utilizando las Tic's, bajo la fundamentación del Conocimiento Pedagógico del Contenido en el grado décimo de la IEFLVV?

Objetivo general

Categorizar las heurísticas utilizadas por los estudiantes del grado décimo B de la IEFLVV en la resolución de problemas a través del uso de la Tic's, fundamentados en el Conocimiento Pedagógico del Contenido.

Objetivos específicos

- Identificar el uso de las heurísticas en los procesos realizados por los estudiantes cuando resuelven problemas.
- Vincular el uso de las Tic's como herramienta de apoyo en las estrategias heurísticas para la resolución de problemas.
- Relacionar el PCK y las Tic's como recurso para la enseñanza de los contenidos en la resolución de problemas.

Estado del arte

Mediante la revisión bibliográfica se encontraron diversas investigaciones enfocadas en el uso de las heurísticas en la resolución de problemas, en el Conocimiento Pedagógico del Contenido que debe tener el maestro y el uso de las Tic's como herramienta en el aula.

Heurísticas. A nivel internacional Agudelo, Bedoya y Restrepo (2008), mediante la aplicación del método heurístico de Polya, mejoran la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes desde los primeros grados, además de ayudar a desarrollar la creatividad e imaginación convirtiendo las actividades de aprendizaje en fuentes de interacción y descubrimiento.

Mendoza (2014) a través de la aplicación de estrategias heurísticas influyó significativamente y mejoró la capacidad en la resolución de problemas matemáticos, en el lenguaje simbólico, en la búsqueda de patrones, en la utilización de las operaciones, en la comunicación, explicación y justificación de sus resultados,

Ruiz (2017) concluye que el uso de las heurísticas efectiviza la resolución de problemas debido a que los estudiantes se benefician al tener ciertos instrumentos y herramientas matemáticas que contribuyen al crecimiento intelectual, resolutivo y capacidad de obtener la respuesta a las dificultades que se presentan.

A nivel nacional Martínez y Negrete (2010) mejoran el dominio de las habilidades metacognitivas de toma de conciencia, planificación de tareas, control ejecutivo y evaluación, por medio de la implementación de estrategias heurísticas en la solución de problemas.

Barrantes, Cruz y Gutiérrez (2016) Promueven el descubrimiento y la búsqueda de soluciones alternativas a los problemas por medio de la heurística como estrategia de aprendizaje creativa, dado que estimula la ideación, fortalece la comprensión y se fundamenta en el proceso creativo.

Las Tic's. A nivel internacional la Universidad central de Chile (2013) a través de una investigación evidenció la importancia de implementar y fomentar maneras creativas de

aproximarse a los problemas matemáticos y al permitir la integración de la tecnología y la resolución de problemas se revelaron efectos positivos en la actitud y en el rendimiento académico de los alumnos, sin embargo, hay que tener en cuenta que las creencias y las actitudes pueden variar en los alumnos, por consiguiente, su disposición dentro del aula, con respecto a la participación, las metodologías usadas permiten centrar en el alumno la responsabilidad de su propio aprendizaje, convirtiéndolos en sujetos más activos.

Barahona, Barrera, Hidalgo y Vaca (2015), a través del uso del software Geogebra, para la enseñanza de las matemáticas, evidencian el mejoramiento con respecto a los niveles de aprendizaje, al integrar posibilidades de desarrollo de una colaboración constructivista así como la generación de espacios adecuados para la retroalimentación, por lo que el uso de la herramienta incidió positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Cotic (2014) señala que la presentación de las situaciones problemas y su verificación con GeoGebra, permite la introducción de conocimientos nuevos y necesarios ya sea de Geometría o de funciones específicas del programa, de tal manera que contribuye a mejorar una de las actividades centrales de la matemática como lo es la resolución de problemas, debido a que proporciona estrategias diferentes para plantear los enunciados, facilita la exploración dinámica de las situaciones y contribuye a diversos y nuevos métodos de resolución.

A nivel nacional Cárdenas y González (2006) a través de la implementación del Método de polya por medio de las Tic's, logra que los estudiantes encuentren un camino tranquilo y pausado para llegar a la consecución de la respuesta de un problema de razonamiento matemático y no solo se refuerza la parte de resolución de problemas.

González (2014) a través de la aplicación de estrategias en la resolución de problemas e integración de las Tic's mediante la creación de un ambiente de aprendizaje virtual, logra fortalecer el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, además de generar actitud positiva frente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

López, Morales y Castrillón (2015) logran favorecer en los estudiantes la comprensión de problemas matemáticos y por ende, la solución, la creatividad, el trabajo colaborativo, la participación activa y la creación de nuevos problemas, por medio de la implementación de estrategias metodológicas a través del uso de las Tic's, para el fortalecimiento de la resolución y formulación de problemas matemáticos favorecen.

PCK. A nivel nacional Cisneros y Velásquez (2013) consideran las diversas dimensiones que se requiere para describir, explicar, valorar y guiar el avance de los procesos de enseñanza y aprendizaje, a través de estos muestran la importancia de generar espacios de formación continua de maestros, que permitan la reflexión sobre los conocimientos que se requieren en el quehacer de estos, además se hace referencia a la necesidad de diseñar e implementar instrumentos que permitan valorar los conocimientos del docente, para generar procesos de transformación de las prácticas en la escuela.

A nivel internacional Cofré y Vergara (2014) establecen la relación entre el PCK y la práctica y el efecto de este en el aprendizaje de los estudiantes, incluso, evidencian la falencia en la formación de profesores en la actualidad, debido a que se centran solo en la disciplina y la pedagogía general, se resalta la utilidad del PCK para comprender y mejorar tanto la formación inicial como continua de los docentes, debido a que el conocimiento profesional es una de las

características más importante dentro de la enseñanza, ya que propicia mayores aprendizajes en los estudiantes.

Este conocimiento, implica la comprensión de cómo determinados temas o problemas del contenido a enseñar se organizan, representan y adaptan a los diversos intereses y habilidades de los alumnos. Es así como el PCK distingue al pedagogo del especialista en el contenido, ya que representa el conocimiento específico formado en la intersección del contenido y la pedagogía.

Después de haber realizado un análisis de diferentes investigaciones se puede observar que cada una de ellas ha influido de manera significativa dentro de su línea. Por lo anterior se hace pertinente desde el enfoque del PCK caracterizar las heurísticas de Schoenfeld en la resolución de problemas mediados por las Tic's, cabe resaltar que el presente trabajo de investigación es innovador porque se articularon los tres enfoques: El PCK, las Tic's y las heurísticas; por lo tanto, se espera que los resultados sean importantes en cuanto a la forma de enseñar de los maestros.

Capítulo II

Marco teórico

El marco teórico de este proyecto se basa en: el Conocimiento Pedagógico del Contenido (Shulman, 1987), las Heurísticas (Shoenfeld, 1985) y las Tecnologías de la Información y la Comunicación Tic's (Cabero, 2000).

Este proyecto giró en torno al fortalecimiento de las estrategias heurísticas para la resolución de problemas a través de secuencias didácticas, creadas a partir del conocimiento pedagógico del contenido del docente, lo que permite la trasposición de los conceptos para ser enseñables, teniendo como herramienta las Tic's (Televisores, computadores y celulares) para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Lo anterior se cimienta en el Conocimiento Pedagógico del Contenido que debe de tener el docente para enseñar matemáticas. Siguiendo a Shulman (1986, 1987, 1999), el saber docente de los profesores se forma de la combinación del saber pedagógico del contenido y el saber tecnológico del contenido, más un conjunto de elementos propios de la situación de organización y definiciones curriculares.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Figura 1. Esquema del marco teórico. Elaboración propia.

Conocimiento Matemático para la Enseñanza -MKT-. Los investigadores (Hill, Ball, & Schilling, 2008, citado en Velásquez, y Cisneros, 2013) definen el MKT como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y desarrollo en el alumno” (P. 2-3), de lo anterior podemos resaltar que el docente de matemáticas utiliza el conocimiento matemático para organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje y utilizar los recursos adecuados para hacer comprensible los contenidos a sus estudiantes.

Mochón y Morales (2010), afirman que:

El profesor utiliza este conocimiento matemático para la enseñanza, para la planeación de secuencias didácticas de estudio, diseñadas especialmente para las habilidades y necesidades cognitivas de sus estudiantes y que pueden ser

modificadas de acuerdo con el progreso y las dificultades que se van presentado en el transcurso de la instrucción. (p. 91)

Por su parte, Grossman, Shulman y Wilson (2005) aseguran que “la falta de conocimiento del contenido de los profesores puede también afectar el estilo de instrucción” (p. 12).

Algunos autores como (Delaney, Ball, Hill, Schilling, y Zopf, 2008), clasifican el conocimiento matemático del maestro en dos grupos:

El Conocimiento del Contenido

- El Conocimiento Común del Contenido -CCK-
- El Conocimiento Especializado del Contenido -SCK-
- El conocimiento en el Horizonte Matemático -HCK-

El conocimiento pedagógico del contenido

- El Conocimiento del Contenido y los Estudiantes -KCS-
- El Conocimiento del Contenido y la Enseñanza -KCT-
- Conocimiento del Currículo.

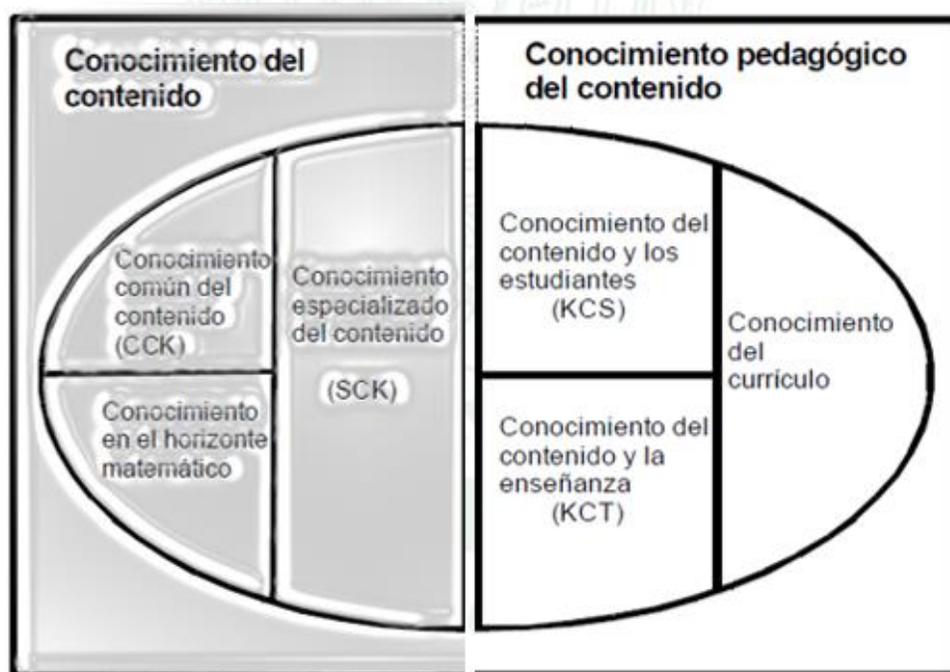


Figura 2. Conocimiento matemático para la enseñanza -MKT- (Hill, Ball y Schilling, 2008, p.377). Recuperado de: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf

Teniendo en cuenta el propósito de este proyecto, nuestro interés se centra en el Conocimiento Pedagógico del contenido, este se refiere al conocimiento del maestro que lo faculta para enseñar y orientar la resolución de problemas, siendo este un el andamiaje entre la pedagogía y la disciplina de estudio, en este caso las matemáticas; utilizando estrategias didácticas para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Conocimiento pedagógico del contenido -PCK-. El término PCK es introducido por Shulman (1986), quien considera “que debe existir un *conocimiento base para la enseñanza*, esto es, un conjunto codificado o codificable de conocimientos, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva, al igual que un medio para representarlo y

comunicarlo” (p.5). Es decir, este es el conocimiento que debe guiar la tarea del maestro dentro del aula de clases.

Shulman (citado en Velásquez y Cisneros, 2013), propone categorías de conocimiento que el maestro debería de tener:

- *Conocimiento del contenido*, la disciplina a enseñar, en este caso las matemáticas.
- *Conocimiento didáctico general*, relacionado con la gestión de la clase, control de normas sociales, relaciones con los niños, estrategias de motivación y organización de la clase.
- *Conocimiento del currículo*, organización de las temáticas, secuenciación de los contenidos, utilización de los materiales y recursos, planeaciones, evaluación y seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- *Conocimiento de los alumnos*, del contexto, de sus necesidades, intereses, expectativas y de sus características.
- *Conocimiento de los aspectos teleológicos* de la institución educativa donde desempeña su labor docente.
- *Conocimiento pedagógico del contenido* (PCK), entramado entre la disciplina de estudio y la pedagogía; tiene que ver con la didáctica, el uso de estrategias de aprendizaje y los mediadores del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Según Shulman (1987) el Conocimiento Pedagógico del Contenido es “la amalgama del contenido y la pedagogía dentro de una comprensión de cómo temas particulares, problemas o situaciones son organizadas, representadas y adaptadas para la enseñanza” (p.8).

Salazar (2005), “el estudio del PCK ofrece la oportunidad de entender cómo los y las docentes llegan a hacer enseñables los contenidos. Esta categoría de conocimiento le permite al docente tener la habilidad de convertir sus comprensiones acerca de un tema, en distintas estrategias de enseñanza que le faciliten el logro de los aprendizajes en sus estudiantes” (p.4).

Definición de problema. Según Palacios y Zambrano (1993) “El problema puede ser definido como cualquier situación, que produce por un lado un cierto grado de incertidumbre y, por otro lado, una conducta tendiente a la búsqueda de su solución” (p. 52), Por lo tanto, se puede decir que el problema es una circunstancia en la que se presenta algo que obstruye el camino, permitiendo el no paso hacia la meta final.

Según Parra (1990, 1989) “Un problema plantea una solución que debe ser modelada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación. Pero también, un problema debería permitir derivar preguntas nuevas, pistas nuevas, ideas nuevas” (p. 22-23)

Por lo tanto, la condición para que se genere un problema es principalmente una situación en la que se presente un obstáculo y no se dispongan con las herramientas necesarias en dicho momento para darle solución, por lo que una situación es considerada como un problema en la medida en que el sujeto no tiene respuesta a este.

Chevallard (1997), Parra y Charnay (1996) precisan que un problema matemático no se reduce a una situación propuesta, de estructura enunciado-pregunta, sino que se define más bien como una terna de *situación-alumno-entorno*, donde existe una correlación entre estos y solo se presenta un problema si el alumno percibe una dificultad en determinada situación.

Al hablar de problemas implica considerar todas aquellas situaciones que demandan de reflexión crítica, búsqueda e investigación de la situación y en el cual para responder hay que pensar posibles soluciones y establecer una estrategia de resolución que en la mayoría de los casos no conduce a una respuesta rápida, pero sí de forma acertada y segura.

Resolución de problemas. Desde MEN (2006) se establece que la Resolución de Problemas es una competencia que requiere de flexibilidad y apertura a nuevas alternativas no necesariamente conocidas, que posibiliten un aprendizaje permanente de forma crítica y mediante la búsqueda de un procedimiento adecuado.

Lesh & Zawojewski (2007) definen la resolución de problemas como:

El proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p. 782)

De lo anterior, desde el MEN (2006), la resolución de problemas permite enfrentar y tomar el control sobre las distintas situaciones que se presentan en la vida cotidiana, de esta manera aprender aplicando los conocimientos mediante la indagación, el análisis y la evaluación de posibles soluciones.

Desde Santos (2008), se asume la resolución de problemas “Como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar respuestas con distintos tipos de argumentos” (p.4).

De igual modo, Batanero, Font y Godino (2003), afirman que:

La resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener frecuentes oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo. (p. 35)

Por lo tanto, la resolución de problemas permite tomar posición y enfrentar diferentes situaciones que se presentan en la vida cotidiana, de esta manera se estimula el pensamiento crítico y reflexivo en el estudiante por medio de la indagación, el análisis y la evaluación de las posibles soluciones.

La heurística. Groner et al. (Citado en Novo, Arce y Fariña, 2003) afirma que la palabra heurística surge de la raíz griega *heuriskein* que los griegos utilizaban con el significado de encontrar, en este mismo sentido Maldonado (2014) sostiene que “etimológicamente la heurística consiste en el estudio del descubrimiento y la invención” (p.5)

Novo, Arce y Fariña (2003), afirma que:

Los primero métodos heurísticos fueron usados por Euclides siendo descritos más detalladamente por Pappus of Alexandria 600 años más tarde. Estos diferenciaron dos tipos de métodos para la resolución de problemas: el método de análisis y el método de síntesis. Ampliamente aplicados en el área de la Geometría. (p. 1-2)

Fue solo hasta la segunda mitad del siglo XX que la heurística se convirtió en un tema directo y explícito de trabajo.

Polya (1945) establece que la heurística como adjetivo significa servicio al investigador, además introduce la heurística moderna como la comprensión del método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso, siendo de diversas fuentes su información y todas de igual importancia.

Maldonado (2014) afirma que “en su acepción contemporánea, la heurística es comprendida como la ciencia de la creación de sistemas de conocimiento con una determinada plausibilidad y en sistemas de invención y descubrimiento bien adaptados” (p. 8)

De todo lo anterior Puig (1996), considera que las estrategias heurísticas o heurísticas, son aquellas operaciones o algoritmos que se realizan de manera mental y que resultan luego de atender un problema o situación desconocida, por lo que se busca una secuencia de actividades a realizar para llegar a la solución de dicha situación. Además, la complejidad de las diversas operaciones depende de lo complicado que se presente la situación.

La heurística en matemáticas. Dentro de las matemáticas la heurística ha contribuido con el desarrollo de los procedimientos en la resolución de problemas, especialmente a partir de los trabajos de Polya (1965) y Schoenfeld (1985), cabe resaltar que en esta área la heurística está relacionada con el arte de resolver problemas por medio de métodos y reglas heurísticas que guían el descubrimiento mediante la implementación de estrategias, búsqueda de soluciones alternativas e incluso el planteamiento de nuevos problemas.

Sin desconocer la importancia de la heurística para la resolución de problemas en las diferentes áreas del conocimiento, el presente proyecto de investigación se centra en la utilización de la heurísticas en la resolución de problemas matemáticos tomando como referencia a Schoenfeld (1985) siendo este, uno de los mayores exponentes dentro del estudio de la heurística, el cual ofrece diferentes estrategias para enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje por medio de los métodos heurísticos que promueven el descubrimiento, la indagación y la verificación tanto en los estudiantes como en los profesores.

Estrategias Heurísticas de Polya. Polya (1945), uno de los pioneros y más destacados exponentes del uso y la utilidad de las estrategias heurísticas a la hora de resolver problemas matemáticos, plantea un modelo que sirviese para tal fin a partir de 4 fases: Comprensión del enunciado, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva.

Comprensión del enunciado. Polya (1945) Mediante preguntas como: “¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál y cómo es la condición?” (p. 19). Afirma que el estudiante debe de entender la información suministrada en el problema matemático, para tal fin se debe de ejecutar un proceso de lectura lenta, relectura en caso de que sea necesario y exploración del enunciado, en este mismo sentido Parra (1990) afirma que el “sujeto fórmula el problema en sus términos propios” (p. 22), para tener claridad de cuál es la pregunta del problema, si los datos que se proporcionan son suficientes para resolverlo y realizar algún tipo de esquema si es necesario.

Concepción del plan. Polya (1945) Sugiere encontrar algún problema similar que se haya resuelto anteriormente y elaborar un plan en el cual se van a encontrar todos los procedimientos,

cálculos o pasos que se van a llevar a cabo para dar solución al problema, para esto se debe tener en cuenta si es necesario utilizar todos los datos suministrados en el enunciado del problema, la secuencia de cada uno de los pasos u operaciones y la relación entre los datos y el resultado.

Parra (1990) Afirma que durante el desarrollo de la estrategia “la reflexión del sujeto deriva hacia el proceso de resolución del mismo, buscando simplificar o hacer más comprensible el camino de resolución, o bien pasando de una resolución basada en la visualización a una formalizada por los algoritmos” (p.23), por lo tanto es uno de los pasos más importantes en el proceso de la resolución del problema, puesto que de este depende en gran parte si el resultado es fructuoso o no, por ello se debe de tener presente varias posibles estrategias que se consideren acertadas a la hora de solucionar el problema.

Ejecución del plan. Una vez que se tiene en claro un plan de ataque, este debe ejecutarse y observar los resultados, por lo tanto Polya (1945) establece que “Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos” (p. 19), en este mismo sentido Parra (1990) Afirma que el estudiante debe de llevar a cabo el plan que consideró pertinente para solucionar el problema, teniendo en cuenta que todas las operaciones matemáticas o pasos se deben llevar a cabo en orden jerárquico, teniendo en cuenta la secuencia correcta de cada uno de los pasos.

Visión retrospectiva. Polya (1945) Por medio de preguntas como: “¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado de forma diferente? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en otro problema?” (p.19), pretende que el estudiante verifique la veracidad de la respuesta obtenida, por medio de operaciones matemáticas que comprueben su contestación, la coherencia entre los datos y el resultado obtenido y además,

proponer otras posibilidades de solución para el mismo. Por su parte Parra (1990) considera que dentro de la actividad matemática “la validación se da en un proceso dialéctico entre el que resuelve y el conocimiento matemático establecido, representado por los colegas, los profesores o la misma teoría matemática” (p. 23).

Estrategias heurísticas de Schoenfeld. Schoenfeld (1985), reconoce que las estrategias heurísticas presentadas por Polya (1945) son muy generales, por lo cual las considera y desarrolla una estrategia directiva que se divide en cinco fases y una serie de métodos heurísticos

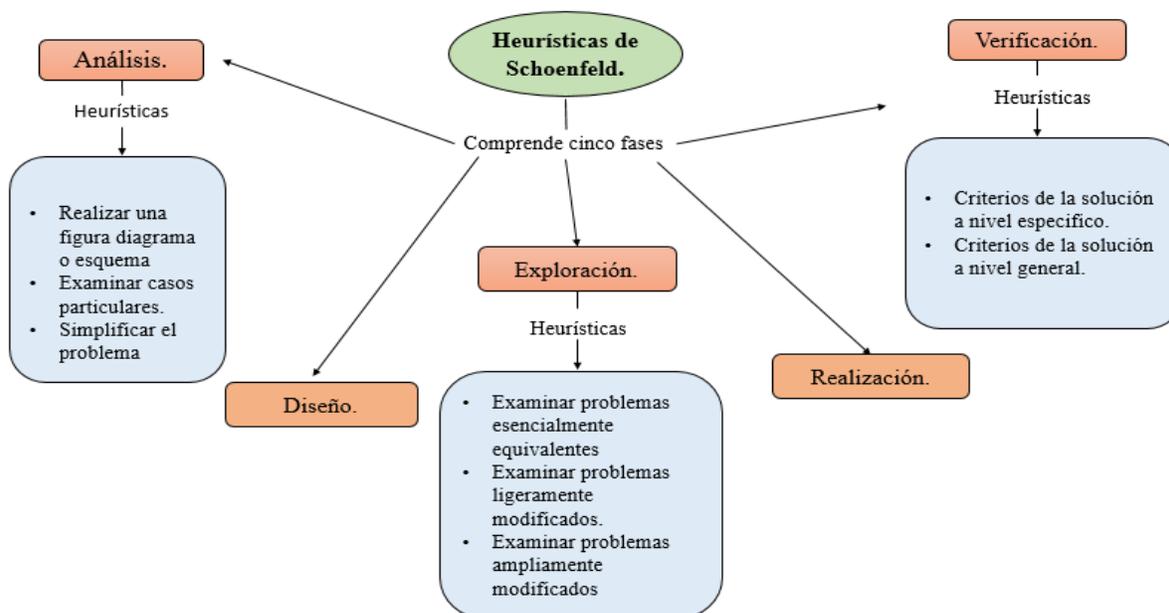


Figura 3. Heurísticas de Schoenfeld. Elaboración propia.

Los métodos heurísticos.

Schoenfeld (1985) Por medio de los métodos heurísticos pretende que los estudiantes no solo tengan un repertorio de heurísticas para resolver un problema, sino que al mismo tiempo, sepa

cuándo implementar cada uno de estos. En este mismo sentido Blanco (1996) señala que “Schoenfeld entiende que el proceso de resolución no es lineal, sino que supone caminos en zigzag y marchas hacia atrás y hacia adelante” (p. 13).

Primera fase.

Análisis. En esta primera fase se realiza la comprensión del problema, se analiza la información suministrada como datos e incógnitas, se reformula el problema si es necesario, para minimizar la complejidad del mismo y sin perder la finalidad inicial, algunas de las heurísticas más importantes en esta primera fase son:

- Realizar una figura, diagrama o esquema, en caso de que sea posible.
- Examinar casos especiales, por medio de valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema, explorar casos límites para probar las diferentes posibilidades o verificar si existe algún algoritmo o patrón inductivo en dicho problema.
- Simplificar el problema, a partir de la reformulación del problema para mejorar el raciocinio del mismo.

Segunda fase.

Diseño. Esta segunda fase tiene como objetivo, controlar el proceso que se van a llevar a cabo para resolver el problema, por medio de la creación de un plan, sobre el modo que se va a proceder y asegurarse que los cálculos que se va a desarrollar no se ejecuten de modo prematuro, en esta fase no se sugieren heurísticas específicas.

Tercera fase.

Exploración. Esta fase se utiliza cuando se presentan dificultades a la hora de resolver el problema y no se tiene un plan claro que pueda llevar a la solución directamente. Dentro de esta fase se plantean las siguientes heurísticas.

- Examinar problemas equivalentes, por medio de la sustitución de las condiciones por otras similares, la recombinación de los elementos del problema de distintos modos, la introduciendo elementos auxiliares o replanteando el problema.
- Examinar problemas ligeramente modificados, por medio de la elección de sub-objetivos (para la satisfacción parcial de condiciones), descomponiendo el problema en casos y estudiando caso por caso.
- Examinar problemas ampliamente modificados, por medio de la construcción de problemas análogos con menos variables, mantener fijas todas las variables menos una, para determinar el efecto que posee esta variable dentro del problema, explorar casos límites o utilizar otros problemas afines que tengan parecida forma, datos o conclusiones.

Cuarta fase.

Realización. En Esta fase se procede a realizar todas las operaciones que tomaron en cuenta en la segunda fase, como parte del plan para resolver el problema planteado. El resultado de la realización es una solución provisional o definitiva al problema que se está resolviendo.

Quinta fase.

Verificación. El objetivo principal de esta fase consiste en controlar la solución de problema, a nivel general y específico por medio de las siguientes heurísticas:

- Verificación de la solución de forma específica.
 - a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
 - b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?
 - c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
- Verificación de los criterios a nivel general.
 - a) ¿Es posible obtener la solución por otro método?
 - b) ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
 - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
 - d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Tecnologías de la Información y la Comunicación –Tic’s-.

Concepto de Tic’s. Las Tic’s según Ocho a y Cordero (2002), plantean que son un conjunto de procesos y productos derivados de las nuevas herramientas (hardware y software), soportes y canales de comunicación relacionada con la transmisión, procesamiento y almacenamiento de la información digitalizada. De igual modo, Gil (2002), afirma que integran un conjunto de aplicaciones, herramientas, sistemas, técnicas y metodologías asociadas a la digitalización de señales de sonido, textos e imágenes, manejables en tiempo real.

Las Tic's son todo el progreso de la comunicación y los diferentes aportes que se van presentando dentro del ámbito de la informática, en este sentido (Cabero, 1998):

Son las que giran en torno a tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones; pero giran, no sólo de forma aislada, sino lo que es más significativo de manera interactiva e interconexiónadas, lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas. La vinculación de estos dispositivos electrónicos, permitiendo que se comuniquen entre sí, crea sistemas de información en red basados en un protocolo en común. Esto va cambiando radicalmente el acceso a la información y la estructura de la comunicación, extendiendo el alcance de la red a casi todo el mundo. (p. 198)

Características de las Tic's. Cabero (2006), se basa en diferentes autores para reunir las que él considera como las características más representativas e importantes en todo lo relacionado a las Tic's, entre estas encontramos las siguientes:

- *Inmaterialidad:* Las Tic's permite realizar los procesos creación, transformación y comunicación de información netamente virtual.
- *Interactividad:* Es una de las características más importantes dentro del campo educativo, considerando que, mediante este interactúan el usuario y el ordenador en un intercambio de información, que se adaptan a las características y necesidades de los sujetos.
- *Interconexión:* Se presenta en el momento que interactúa más de una sola tecnología, un ejemplo claro es la telemática que se presenta en la interconexión entre la informática y un ordenador, dando como resultado el correo electrónico.

- *Instantaneidad:* Permite la posibilidad de enviar y recibir información de manera más ágil, segura y oportuna de un lugar a otro.
- *Elevados parámetros de calidad de imagen y sonido:* Permite el procesamiento, la transformación y transmisión de todo tipo de información textual, imagen y audio, de modo que cada vez se hace más fácil la digitalización.
- *Digitalización:* Transforma cualquier tipo de información en un formato universal para mejorar la transmisión y accesibilidad para todas las personas.
- *Mayor Influencia sobre los procesos que sobre los productos:* Desde el campo educativo es de gran importancia, debido a que las implementaciones de los recursos tecnológicos dentro del aula de clases permiten ampliar las perspectivas, mejorar el proceso de análisis y comprensión de contenidos, sin limitarse a la memorización de información de una sola fuente.
- *Penetración en todos los sectores (culturales, económicos, educativos, industriales):* Permite que la información no se limite para beneficio de un grupo social determinado, sino que, se extienda a nivel global para el progreso de todos, a través de la fácil accesibilidad de datos por medio de la red.
- *Innovación:* Las Tic's han generado un fuerte impacto a nivel social, por medio de los diferentes avances tecnológicos que evolucionan constantemente con el objetivo de satisfacer las necesidades de los seres humanos, por lo tanto, ofrece una gama de herramientas bastante amplia que facilitan las actividades cotidianas.

- *Diversidad:* La variedad del uso de las Tic's es bastante diversa y su campo de aplicación es ilimitado, por lo que permite desde la simple comunicación entre personas, hasta el proceso de creación, transformación e intercambio de información.

En este proyecto se trabajaron características como: La inmaterialidad, por medio de la transformación de la información, a través de la creación de representaciones virtuales; la interactividad, a través de la interrelación del estudiante y las tecnologías por medio suministro de información que atiende a los intereses de este y la innovación, a través de la implementación de la Tic's como estrategias facilitadora de procesos, que mejora el proceso de enseñanza y aprendizaje y despierte el interés en el estudiante.

Tic's en educación. La incorporación de las Tic's en la sociedad y en el ámbito de la educación ha transformado la forma de acceder al conocimiento, introduciendo nuevos espacios que facilitan los procesos de enseñanza y aprendizaje, a través del intercambio de información por medio de las redes telemáticas, mediante diferentes métodos y contextos educativos, obteniendo nuevos modelos pedagógicos con la integración de las Tic's.

Según Corte, Greer y Verschaffel (1996), el uso del computador, proporciona una construcción cooperativa de conocimiento significativo y útil, mediado por el docente, incluyendo habilidades de solución de problemas matemáticos basados en situaciones y contextos reales. Es decir, la adaptación de las diferentes herramientas tecnológicas en el aula de clases se considera como un reto de transformación de la enseñanza, con el objetivo de hacer el proceso de aprendizaje integrado, significativo e innovador.

Cabero (2010), afirma que las Tic's amplía las posibilidades que tradicionalmente han desempeñado los medios audiovisuales e informáticos tradicionales, como son las de transmitir y estructurar la información, motivar y atraer la atención, estructurar la realidad, facilitar el recuerdo de la información, estimular nuevos aprendizajes o ser portadores de contenidos... por lo tanto la incorporación de las Tic's a las instituciones educativas permite nuevas formas de acceder, generar, y transmitir información y conocimientos; lo que genera nuevas posibilidades para poder flexibilizar, cambiar y transformar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Además, Osorio (2016) establece que:

La evolución y adopción de las Tic's plantea diferentes desafíos, ya que su empleo requiere nuevas habilidades y destrezas, por lo que todos los actores de estos espacios tendrán en algún momento que capacitarse en su uso, con todo lo que esto implica (p. 12).

Por lo que se hace necesaria la formación de los docentes en aspectos tecnológicos que permitan una integración del saber pedagógico y el conocimiento del contenido.

Con respecto a lo anterior, Pérez (2010) afirma que “La integración pedagógica de las tecnologías difiere de la formación en las tecnologías y se enmarca en una perspectiva de formación continua y de evolución personal y profesional como un *saber aprender*” (p. 3)

Metodología cualitativa. En este apartado se realiza una breve descripción de la metodología de la investigación cualitativa desde distintos autores, además se presentan tres de las fases que proponen Rodríguez, Gil y García (2000) en la investigación cualitativa.

Investigación cualitativa. Desde Herrera (2010) en la medida en que la investigación ratifica la creación de sus propios objetos de inspección, se ve en la necesidad de generar, así mismo, las formas y procedimientos de aproximación e interpretación que les da significado, de lo cual le sigue la existencia de una variedad de metodologías.

Guba y Lincoln (2002) afirman que:

El comportamiento humano, a diferencia de los objetos físicos, no pueden entenderse sin referencia a los significados y propósitos que los actores humanos le proporcionan a sus actividades. Se asevera que los datos cualitativos pueden proporcionar una valiosa percepción aguda o “insight”¹ sobre el comportamiento humano. (p. 116)

Según Denzin y Lincoln (2005) la investigación cualitativa implica un enfoque interpretativo y naturalista, donde se comprende a los sujetos de estudio desde su propio marco de referencia (Sandoval, 2002), orientándose a la comprensión de situaciones únicas y particulares, donde se interesa por la realidad tal cual como es interpretada por los sujetos, como afirman Denzil & Lincoln (2005) “They turn the world into a series of representations, including field notes, interviews, conversations, photographs, recordings, and memos to the self.”² (p.5), en el cual el proceder del investigador caracteriza la recolección de esas representaciones y el análisis de forma inductiva.

¹ Guba y Lincoln (2002) La palabra “insight” no tiene una traducción exacta al español. Es una traducción aproximada del sentido sería algo así como: “reflexión interiorizada repentina”, “exacta intuición espontánea” o “conclusión interior repentina”.

² Traducción propia (2019) Estas prácticas transforman el mundo, lo convierten en una serie de representaciones, que incluyen las notas de campo, las entrevistas, conversaciones, fotografías, registros y memorias.

Es así como la investigación se orientó hacia la comprensión y categorización de los caracteres procedimentales referentes a las heurísticas planteadas por Schoenfeld, estableciendo la interacción entre el docente como investigador y los estudiantes como objetos de estudio, induciendo la reconstrucción de conocimientos adquiridos (Guba y Lincoln, 2002), con el fin de mejorar los procesos que realizan por los estudiantes cuando analizan, comprenden y dan respuesta a las diferentes situaciones problema.

En contribución a la enseñanza Rodríguez *et al.* (2000) proponen 4 fases de las cuales serán descritas 3 que será de ayuda en el proceso de la investigación: preparatoria, trabajo de campo y analítica.

Fase preparatoria. Desde Rodríguez, Gil & García (2000), el punto inicial de la investigación cualitativa es el mismo investigador, este se introduce en un mundo lleno de tradiciones y es a través de esas tradiciones que el investigador determina el tópico de interés.

Una vez determinado el tema de interés, se planifica los procesos de intervención, es aquí donde se establece lo que se va a hacer y de qué manera se va a hacer.

Sin embargo como afirma Taylor y Bogdan (1986, citado por Rodríguez *et al.*, 2000):

Aunque los observadores participantes tienen una metodología y tal vez algunos intereses investigativos generales, los rasgos específicos de su enfoque evolucionan a medida que operan (...) hasta que no entremos en el campo no sabemos que preguntas hacer ni cómo hacerlas. (p. 68)

Por lo anterior, la fase preparatoria es donde se realizan esa caracterización del contexto y participantes y la forma en que se llegara a estos, en esta fase se aplica instrumentos para la recolección de datos como encuesta, observaciones y prueba.

Encuesta. Desde López y Fachelli (2015), la encuesta se considera en primera instancia como una técnica de recogida de datos a través de la interrogación de los sujetos cuya finalidad es la de obtener información que se derivan de una problemática de investigación previamente construida. La encuesta, además es un método de investigación social cuya aplicación significa el seguimiento de un proceso de investigación que se aleja de la observación directa de los hechos, así mismo afirman “La encuesta se sitúa en la primera dimensión en el extremo de máxima direccionalidad pues idealmente el cuestionario de la encuesta se construye con preguntas determinadas previamente y respuestas cerradas” (p.10).

Observaciones. Desde Hernández et al. (2006) en la investigación cualitativa, las observaciones no se limitan al sentido de la vista, debido a que se es requerido captar los ambientes y sus participantes, atendiendo a detalles de sucesos, eventos e interacciones, en la inmersión inicial regularmente no se realizan registros estándar.

Lofland y Lofland (1995), Esterberg (2002), Anastas (2005), Mertens (2005), Rogers y Bouey (2005) (citados en Hernández et al., 2006) sugieren las siguientes cuestiones:

- Ambiente físico (entorno): tamaño, arreglo espacial o distribución, señales, accesos, sitios con funciones centrales, además, un elemento muy importante son nuestras impresiones iniciales. Es recomendable no interpretar el contexto o escenario con adjetivos generales, salvo que representen comentarios de los participantes.

- Ambiente social y humano (generado en el ambiente físico): formas de organización en grupos y subgrupos, patrones de interacción o vinculación. Características de los grupos, subgrupos y participantes; actores clave; líderes y quienes toman decisiones; costumbres. Además de nuestras impresiones iniciales al respecto.
- Actividades (acciones) individuales y colectivas: ¿qué hacen los participantes?, ¿a qué se dedican?, ¿cuándo y cómo lo hacen?, propósitos y funciones de cada una.
- Artefactos que utilizan los participantes y funciones que cubren.
- Hechos relevantes: eventos e historias ocurridas en el ambiente y a los individuos. Se pueden presentar en una cronología de sucesos o, en otro caso, ordenados por su importancia.
- Retratos humanos de los participantes (p. 661)

Fase de trabajo de campo. Desde Rodríguez, Gil & García (2000) el investigador se servirá de diferentes instrumentos para recoger y registrar información desde las intervenciones que realiza en el campo en acción, de tal manera que se realiza una adecuación de los instrumentos desde las necesidades conceptuales de la investigación.

Secuencia didáctica. Desde Díaz (2013), la planificación de una secuencia didáctica establece una serie de actividades de aprendizaje que se realizan con los estudiantes y para los estudiante, es aquí donde se crean situaciones que propicien el desarrollo de las capacidades de estos por medio del aprendizaje, a través de la relación entre el docente y el estudiante, generando

oportunidades de creación de conocimiento propiciando situaciones que implican retos pero no imposibilidades. Díaz (2013) afirma que:

El alumno aprende por lo que realiza, por la significatividad de la actividad llevada a cabo, por la posibilidad de integrar nueva información en concepciones previas que posee, por la capacidad que logra al verbalizar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso. (p. 1)

Las secuencias didácticas son instrumentos que para su elaboración requiere por parte del docente, conocimiento y comprensión de la asignatura, el programa de estudio como sus posibilidades de hacerlos enseñables, Shulman (1986, 1987) considera que debe existir un conocimiento base para la enseñanza, es decir, un conjunto de destrezas, comprensión y disposición, de responsabilidad colectiva, al igual que un medio para representar y comunicar el conocimiento.

Fase analítica. Según Rodríguez, Gil & García (2000), esta fase comienza después del abandono de la fase de trabajo de campo, sin embargo, los análisis inician durante el proceso de intervención ya que constantemente es necesario indagar sobre si los datos son suficientes y adecuados con respecto a las exigencias del trabajo investigativo.

En la fase analítica se recolectan todos los instrumentos que hicieron parte del proceso de investigación cualitativa, en este se incluye el análisis un taller final que recolecta en gran medida lo que se aborda en los procesos de intervención.

Población. La población objeto de estudio está conformada por estudiantes de nivel secundario, cuyas edades oscilan entre 15 y 18 años de edad, población urbana del municipio de Turbo-Antioquia.

Dicha población en su mayoría pertenece a familias de estrato socio-económico 1 y 2, con un nivel educativo de primaria y secundaria incompleta. Su principal actividad económica está relacionada con trabajos informales como la pesca, la ganadería, las ebanisterías y el mototaxismo³.

Presentan estructuras familiares disfuncionales, es decir, conviven con personas que no pertenecen a su núcleo familiar incluyendo padrastros o madrastras, donde se propician pocos espacios para la integración familiar, lo cual se ve reflejado en el poco acompañamiento del proceso escolar de los estudiantes.

La mayoría de los adolescentes en sus tiempos libre se dedica actividades de ocio donde incluyen el uso de aparatos tecnológicos con ningún fin educativo, dedicándole poco tiempo a actividades escolares.

Muestra. La propuesta investigativa “Heurísticas de Schoenfeld en la resolución de problemas con el uso de las Tic’s: Un enfoque basado en el Conocimiento Pedagógico del Contenido –PCK-” Se realiza con estudiantes del grado decimo B, jornada mañana de la IEFLVV, el cual lo integran 30 estudiantes 16 hombre y 14 mujeres.

³ Práctica de transporte público, donde se utiliza la motocicleta como medio de transporte popular para recorridos cortos a cambio de dinero de la misma forma que un taxi, pero a precio inferior.

La propuesta didáctica se realizó a través de la implementación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos (estrategias de Schoenfeld) se realizaron visitas al centro de prácticas durante 1 año de la siguiente manera: Los primeros 6 meses fueron de observación a las clases de matemáticas de dicho grupo y los siguientes 6 meses fueron de intervención dentro del aula, donde cada semana se dedicaban 3 horas entre clases y aplicación de secuencia didáctica.

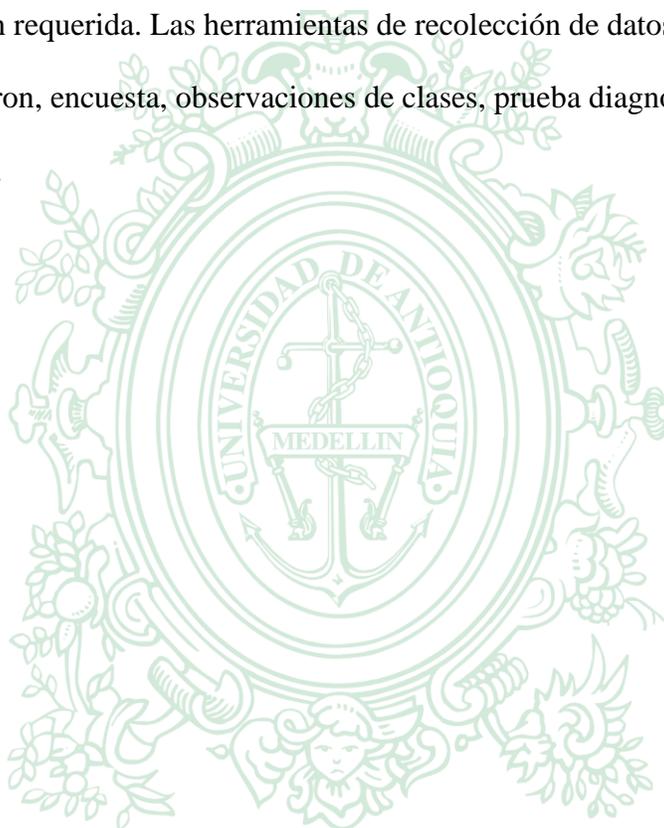
Recolección de datos. Según Hernández, Fernández & Baptista (2006), lo que se busca en una investigación cualitativa es obtener datos desde los ambientes naturales y cotidianos de los participantes manifestados en su propio lenguaje, que permitan responder a la pregunta de investigación, donde el instrumento principal para la recolección de datos es el investigador, este como instrumento no estandarizado que recolecta datos, a través del uso de herramientas utilizadas por los participantes.

Mertens (citado en Hernández, *et al.*, 2006) sugiere tres papeles fundamentales que puede desempeñar un investigador:

- *Supervisor:* como figura autoritaria que revisa lo que ocurre en el contexto. Es un papel inconveniente porque la amplitud de la observación es limitada y el potencial de rechazo es enorme.
- *Líder:* además de la autoridad, se agrega una dimensión de coordinación, que mejora la observación al extenderse, pero no lo suficiente.
- *Amigo:* el investigador no asume una autoridad específica, sino que trata de establecer una relación positiva y cercana con los participantes, ya que se amplía sustancialmente la

apreciación. Es el mejor de los roles que podemos adoptar en una investigación cualitativa. (p. 586)

El investigador realiza la recolección de datos usando distintas herramientas que le permiten obtener la información requerida. Las herramientas de recolección de datos que se emplearon en esta investigación fueron, encuesta, observaciones de clases, prueba diagnóstica, secuencia didáctica y taller final.



Capítulo III

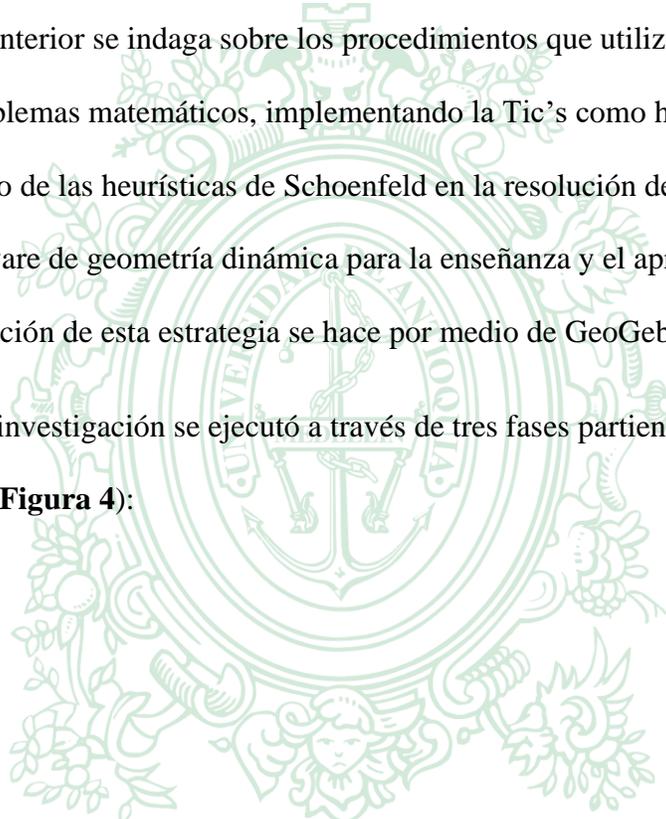
Diseño metodológico

Esta investigación, cuyo objetivo general es identificar el uso de heurísticas para la resolución de problemas a través del uso de la Tic's en los estudiantes del grado décimo B de la IEFLVV desde el Conocimiento Pedagógico del Contenido, se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, el cual reconocer, comprender, describir y analizar la realidad desde las interpretaciones propias de los sujetos en un contexto natural, para lograr una perspectiva holista entre la capacidad de

resolver problemas matemáticos y la aplicación de procedimientos con el uso las Tic's como mediador. Concibiendo las Tic's como herramienta de apoyo que le permite a los estudiantes utilizar las heurísticas de Schoenfeld como estrategia en la resolución de problemas.

Con respecto a lo anterior se indaga sobre los procedimientos que utilizan los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos, implementando la Tic's como herramienta mediadora para caracterizar el uso de las heurísticas de Schoenfeld en la resolución de problemas, específicamente software de geometría dinámica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la aplicación de esta estrategia se hace por medio de GeoGebra.

El desarrollo de la investigación se ejecutó a través de tres fases partiendo de las descritas en el marco teórico (Ver **Figura 4**):



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

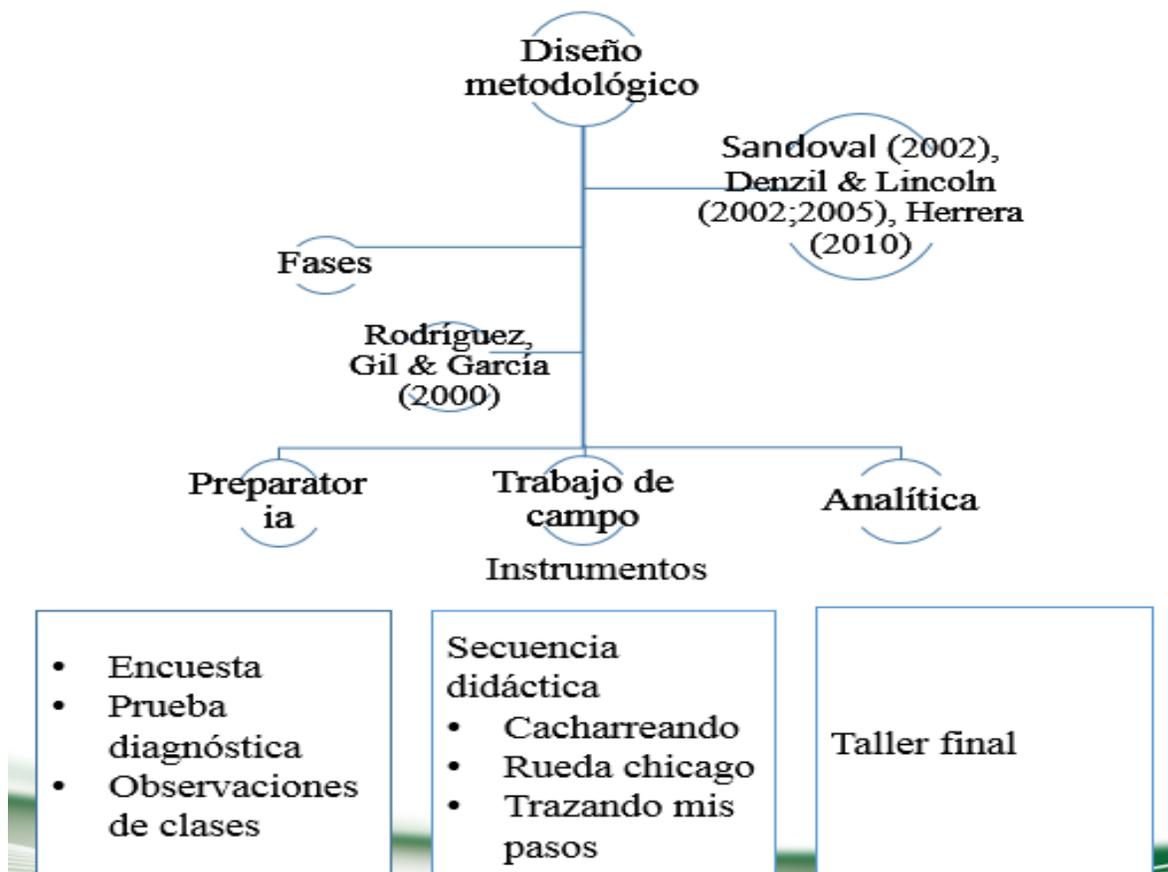


Figura 4. Diseño metodológico. Elaboración propia.

Fase I: Lectura del contexto. Se realizó en el semestre académico 2018-1 a través de una revisión documental la caracterización de la IEFLVV, esta se estructuró desde el PEI y PIA, para identificar la articulación entre la misión, la visión, el modelo pedagógico y el propósito formativo de la institución para el estudiante desde las matemáticas a través de la resolución de problemas, los recursos tecnológicos disponibles como herramientas didácticas en la institución y la implementación de las Tic's en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas.

Se aplicaron instrumentos como encuesta, prueba diagnóstica y observaciones de clase para la caracterización de los estudiantes, esta última tanto para los estudiantes como para el docente cooperador permitiendo identificar aspectos relacionados con su experiencia como docente en el área de matemáticas, la implementación de herramientas para la enseñanza y la coherencia con el modelo pedagógico propuesto por la institución, esta se realizó teniendo en cuenta aspectos socioeconómicos y académicos, relacionados con la resolución de problemas y el uso de las Tic's.

El PCK se incorporó en la elaboración de la prueba diagnóstica, a través de la trasposición de contenidos a problemas matemáticos desde los conocimientos adquiridos por los estudiantes.

Fase II: intervención. Esta fase se llevó a cabo durante el semestre académico 2018-2, en el cual las docentes en formación continúan con los procesos de enseñanza y aprendizaje del grado décimo B, con el apoyo del docente cooperador, estas intervenciones de dieron de forma variable debido a las constantes interrupciones de las jornadas académicas y a la no disponibilidad de los recursos tecnológicos que ofrecía la institución.

Para efectuar el proceso de intervención, se diseñó una secuencia didáctica con una serie de actividades orientadas a la resolución de problemas matemáticos involucrando las Tic's como herramienta mediadora y facilitadora de procesos, situando al docente como mediador entre el estudiante y el conocimiento matemático y el estudiante como sujeto responsable de su propio conocimiento.

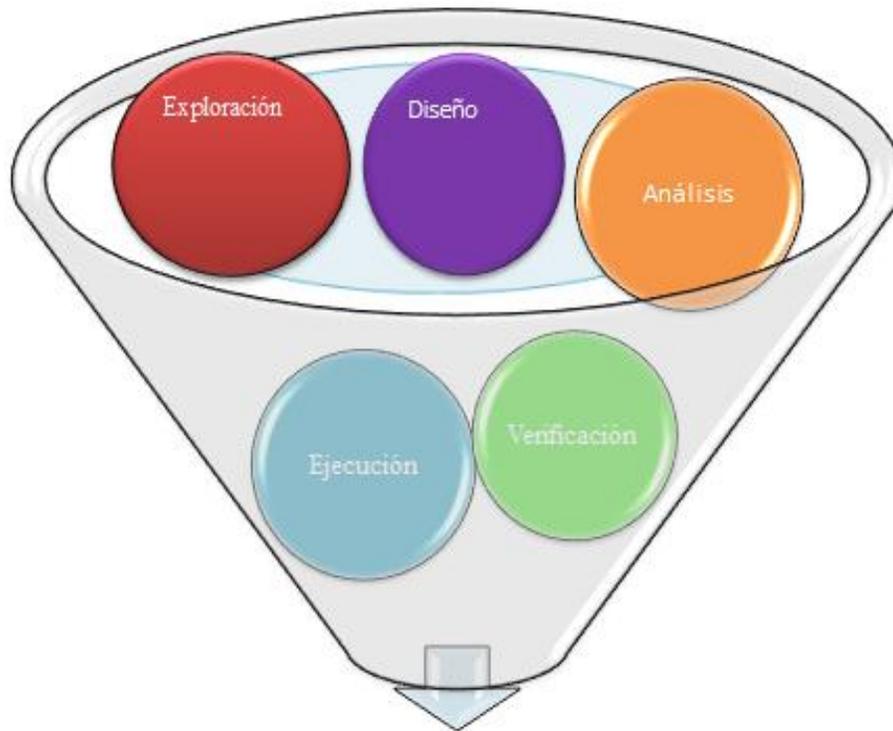
El PCK se implementó por medio del conocimiento matemático y la pedagogía; lo que llevó a relacionar los elementos de los contenidos y las técnicas pedagógicas, entre ellas el uso de las

Tic's, en especial GeoGebra para facilitar la enseñanza y el aprendizaje, en beneficio del conocimiento de los estudiantes.

Fase III: resultados. En esta fase se realizó un taller que permitió dar cuenta del progreso de los estudiantes después de las estrategias implementadas en los planes de clases, así mismo se recolectaron y clasificaron los instrumentos usados en las fases anteriores, para esto se hizo necesaria una muestra de 18 estudiantes que permitiera observar los avances en los procesos de resolución de problemas aplicando las heurísticas de Schoenfeld y el uso de GeoGebra.

En el PEI de la Institución, aunque no se habla de fortalecer el desarrollo tecnológico, si permite incluir nuevos elementos en beneficio de la educación, por lo tanto con el apoyo de las Tic's se logra la transformación de la enseñanza de los contenidos, para mejorar los procesos académicos estudiante y en la contribución al desarrollo de una mejor educación, en especial fortalecer las heurísticas de Schoenfeld en la resolución de problemas, tomando esta como la base fundamental del aprendizaje matemático.

A su vez, para efectos del análisis de los instrumentos recolectados, se trabajó a partir de las cinco fases que propone Schoenfeld desde las heurísticas para la resolución de problemas matemáticos descritas en el marco teórico, estas fases son asumidas como categorías, las cuales permitieron indagar por los procesos utilizados al momento de resolver problemas (Ver **Figura 5**)



Resolución de problemas

Figura 5. Categorías para el análisis. Elaboración propia.

Las fases tomadas como categorías anteriormente identificadas no son definidas como procesos lineales sino como una vía en la cual se puede avanzar y retroceder si es necesario, por lo cual se relacionó con un embudo, donde la aplicación de esa serie de categorías en el orden que requiera quien las utilice como estrategia, permitirá la resolución de problemas matemáticos.

Técnicas o instrumentos para la recolección de datos.

Los instrumentos utilizados desde la investigación cualitativa para la recolección de datos fueron los siguientes:

- Encuesta
- Prueba diagnóstica
- Observación de clases
- Secuencia didáctica
- Taller

Encuesta (Ver anexo 1). Se diseñó una encuesta para determinar el interés, preferencia y afición por las matemáticas, así mismo determinar en qué momento las Tic's son de utilidad para los estudiantes.

Esta encuesta constó de 20 preguntas, las cuales son de selección múltiple con varias respuestas y preguntas abiertas, donde se buscó la identificación de aspectos socioeconómicos, familiares y académicos, incluyendo la adaptación de las Tic's por parte de los estudiantes en sus procesos académicos, además permitió analizar la población de estudio, obteniendo estructuras concretas de los encuestados para la recolección de información cualitativa.

Prueba diagnóstica (Ver anexo 5). Esta prueba se llevó a cabo con el objetivo de evaluar los procesos utilizados por los estudiantes al momento de enfrentarse a un problema matemático, conforme a las temáticas para el grado noveno debido a que fue realizada al inicio del año escolar.

Así mismo, esta prueba consiste en 3 problemas matemáticos, cada problema consta de varios incisos, el primer problema cuenta con 6 incisos relacionados con el plano cartesiano, el segundo problema contiene 4 incisos con dirección a la interpretación de figuras, por último, el tercer problema consta de 3 incisos relacionados con optimización de espacios y figuras geométricas.

De igual modo estos se encuentran descritos en el planteamiento del problema en el eje de la prueba diagnóstica.

Observación de clases. En estas observaciones se buscó registrar aspectos significantes en el desarrollo de las clases de matemáticas dirigidas por el docente cooperador, a su vez de los estudiantes y las actividades realizadas por estos, incluyendo las herramientas utilizadas por el docente en el momento de efectuar la clase, de igual manera estas observaciones permitieron determinar particularidades que deben ser reformadas para mejorar la transcendencia de los procesos de enseñanza y aprendizaje, al mismo tiempo se tuvo en cuenta esos aspectos positivos que deben permanecer en las clases de matemáticas para su implementación en sesiones posteriores.

Estas observaciones se desarrollaron de forma externa no participativa, es decir, se realizó de forma presencial en el ambiente escolar, pero sin intervenciones por parte de las observadoras, con lo que se pretendía no solo observar la parte estructural de la clase, si no también aspectos como el ambiente físico, al ambiente social generado en el ambiente físico, las acciones individuales y colectivas de los participantes, las herramientas que estos utilizan y los hechos relevantes.

Secuencia didáctica. Para efectuar el proceso de intervención se realizó una secuencia didáctica compuesta por una serie de actividades dirigidas a los estudiantes, el diseño de estas contiene nombres llamativos para captar la atención del estudiante, en esta se realizó una descripción de los indicadores de desempeño, a lo que se desea que estos se aproximen y desarrollen en las temáticas propuestas, una descripción de los materiales y procesos que se

pretende realizar en cada una de las actividades, además se incluyó un breve marco teórico de la temática abordada en la aplicación de la secuencia didáctica.

De esta manera, se pretendió que a través de esta secuencia los estudiantes resolvieran problemas haciendo uso de las heurísticas que propone Schoenfeld incluyendo la aplicación de GeoGebra en estos procesos. Las actividades que conformaron la secuencia didáctica son las siguientes:

Actividad 1: cacharreando (Ver anexo 9). El objetivo de esta actividad fue de reconocimiento del software de geometría dinámica, en donde se pretendió que a través de la manipulación directa de GeoGebra se fueran apropiando de las herramientas y las funciones que este ofrece para la resolución de problemas relacionados con la trigonometría.

Esta actividad se llevó a cabo en 3 momentos:

Momento 1: hablando nos entendemos. Este primer momento fue un momento de introducción, dirigido por preguntas como: ¿han recurrido a aplicaciones o programas para resolver problemas de matemáticas? ¿En sus dispositivos móviles o computadores personales tiene alguna aplicación o programa que les facilite los procesos al momento de resolver un problema en el área matemática? ¿Han escuchado hablar de GeoGebra?

Momento 2: la práctica hace al maestro. Luego del momento de acomodación e introducción al programa, se les concede la manipulación de este en grupo máximo de 3 estudiante, es aquí donde estos proceden a realizar todo tipo de graficas que les permite GeoGebra, son construcciones libres de una temática específica.

Momento 3: manos a la obra: En este último momento, con ayuda de una guía se procedió a las construcciones de algunas de las funciones trigonométricas, permitiendo el análisis a la luz de la asimilación y comprensión de los procesos realizado en GeoGebra.

Actividad 2: graficando ando (Ver anexo 13). Con el diseño de esta actividad se pretendió que a través de las situaciones propuestas, los estudiantes analizaran construcciones ya establecidas y realizaran construcciones representativas que permitieran evidenciar el grado de asimilación y comprensión de la temática desarrollada en la secuencia didáctica. Se hizo uso del programa GeoGebra para la construcción de esas representaciones en donde se dotaron de sentido matemático a situaciones posiblemente reales.

Esta actividad se realizó en dos etapas:

Etapas 1: la rueda chicago. En esta fase los estudiantes realizaron a través de GeoGebra construcciones representativas de la situación propuesta en esta actividad, dando solución a una serie de 9 preguntas que permitieron evidenciar los procesos realizados por ellos al momento de la construcción.

Etapas 2: comparando. Luego de las construcciones propias de los estudiantes se realizó una comparación de los resultados obtenidos a través de los procesos usados por estos, esta comparación de dio entre sus representaciones y una construcción ya estructurada en el programa.

Problemas: trazando mis pasos (Ver anexo 15). Esta actividad se constituyó por medio de un problema matemático del cual se derivaban 5 incisos, para su resolución fue requerido un análisis detallado de las situaciones por parte del estudiante, debido a que las representaciones

graficas constituían una parte importante para la comprensión del problema. Por medio de este se buscaba identificar la interpretación de problemas matemáticos y la capacidad de transformar la información presentada para llegar a resolver un problema.

Taller (Ver anexo 19). Una vez finalizada la fase de intervención mediada por la secuencia didáctica, se aplicó un taller, que para esta investigación fue un instrumento principal para analizar los resultados en los estudiantes desde las categorías presentadas anteriormente. A partir de este se pudo establecer la apropiación de las heurísticas planteadas por Schoenfeld con la implementación de GeoGebra para la resolución de problemas matemáticos.

Este taller se constituyó a partir de 3 problemas, donde el primer y segundo problema constó de 2 incisos cada uno, en el cual a partir de la construcción de representaciones en GeoGebra y los procesos matemáticos realizados por los estudiantes para darle sentido a esas representaciones, se logró identificar el uso directo e indirecto de las categorías como estrategias para darle solución a los problemas matemáticos.

La implementación del PCK se realizó a partir de la creación de la secuencia didáctica y el taller final, por medio de la trasposición de los contenidos curriculares a problemas matemáticos de tal manera que fuesen enseñables.

Capítulo IV

Análisis

De acuerdo con Schoenfeld (1985), el método heurístico consiste en la comprensión de los procedimientos que conducen a la solución de un problema, por tal motivo establece 5 fases que serán las categorías de análisis del proyecto como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 1.

Categorías para el análisis de los resultados

Categorías	Indicadores
Análisis	<ul style="list-style-type: none"> • Dibuja figuras, diagramas o esquemas • Determina los datos • Determina la incógnita • Examinar casos especiales • Seleccionar valores especiales
Diseño	<ul style="list-style-type: none"> • Determinar la relación entre los datos y la incógnita • Considerar los conocimientos previos • Considerar un plan
Exploración	<ul style="list-style-type: none"> • Descompone el problema • Escoger subtemas • Considera problemas equivalentes • Reemplaza condiciones • Reformular el problema • Introducir elementos auxiliares
Ejecución	<ul style="list-style-type: none"> • Implementa la idea de solución • Examina detalles • Verifica cada paso • Redacta la solución
Verificación	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Usa todos los datos? • ¿Está acorde con predicciones? • ¿Es posible obtener la solución por otro método? • ¿Es posible reducirla a resultados conocidos? • ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

De las actividades realizadas en la secuencia didáctica se seleccionaron para el análisis de este proyecto aquellas que representan mayor significación de en relación con los intereses de la investigación.

Para actividad N°1 de la secuencia didactica no esta sujeta a los analisis desde las categorías, debido a que esta fue propuesta como actividad de reconocimiento y familiarizacion del software implementado en las actividades propuestas porteriormente.

Tabla 2.

Análisis de categorías

Categorías

Actividad 2.
Figura de la rueda
chicago.
Numeral 7
Si la persona recorre de la
posición 4 a la posición 6.
¿Cuantos metros habrá
recorrido?

Análisis.
Los estudiantes determinan
datos como el ángulo que
forman los brazos de las
canastillas.
Para la solución del
numeral 7 Los estudiantes
dibujan un triángulo
equilátero en
representación de los
brazos de las canastillas 4 y
6 para calcular el recorrido
Determinan datos como el
ángulo formado por los
brazos las canastillas.
Llama la atención que los
estudiantes no utilizan la
regla, el transportador
como mediadores de
longitud.
Diseño.
Los estudiantes hacen uso
de sus conocimientos
adquiridos para llevar la
imagen al plano cartesiano.
Ejecución.
Los estudiantes realizan los

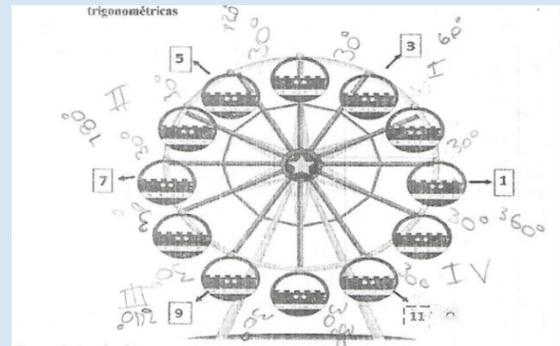
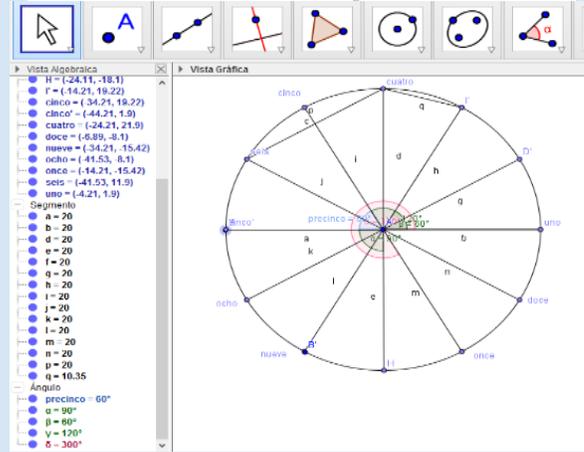


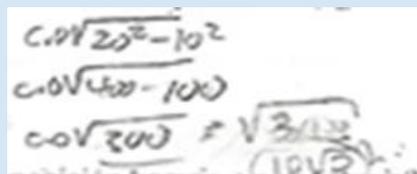
Figura 1. Rueda chicago



procedimientos de forma jerárquica para llegar a la solución.

Verificación.

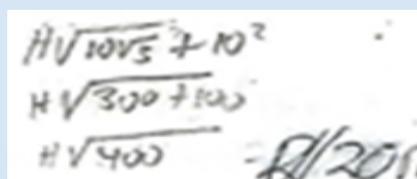
El estudiante realiza la representación de la rueda chicaga en GeoGebra, al contrastar entre los resultados arrojados por el programa y los realizados a papel y lápiz, se encontraron coincidencias en resultados, de manera que es posible indicar que se encontró solución por medio de dos métodos, identificando la construcción en GeoGebra como un método gráfico y las operaciones realizadas a papel y lápiz como método de procesos.



$$C = \sqrt{20^2 - 10^2}$$

$$C = \sqrt{400 - 100}$$

$$C = \sqrt{300} = \sqrt{3 \cdot 100} = 10\sqrt{3}$$



$$H = \sqrt{10\sqrt{3}^2 + 10^2}$$

$$H = \sqrt{300 + 100}$$

$$H = \sqrt{400} = 20$$

Discusión.

De acuerdo al análisis de la actividad se evidencia que los estudiantes comienzan a tener en cuenta algunas de las heurísticas y el uso de GeoGebra para dar solución a la actividad propuesta, lo que permite evidenciar un proceso alentador en la apropiación de las heurísticas y la implementación del programa como medio gráfico y verificador de resultados.

Trazando mis pasos.
Problema 2.

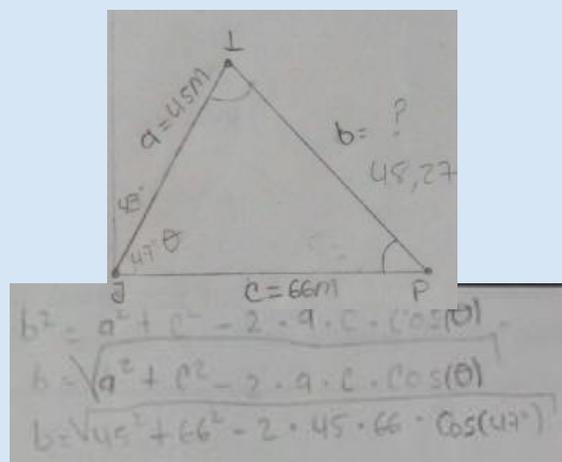
La esquina inferior izquierda del conjunto se encuentra ubicada la casa de Juan, a mano derecha de esta se encuentra la vivienda de Pedro a 66m y la casa de Iván está a 45m de la de Juan, formando un ángulo de 43° con respecto al lado izquierdo del conjunto residencial. ¿Cuál es la distancia que hay entre la casa de Iván y Pedro?

Análisis.

Los estudiantes dibujan el triángulo formado por la ubicación y la distancia que hay entre las casas. Determinan datos como el ángulo que forma la trayectoria de la casa de Juan a la casa de Iván y la trayectoria de la casa de Juan a la casa de Pedro.

Diseño.

Relacionan la incógnita con los diferentes datos suministrados y elaboran el plan que consideran necesario para resolver el problema, en este caso la aplicación de la ley de cosenos.



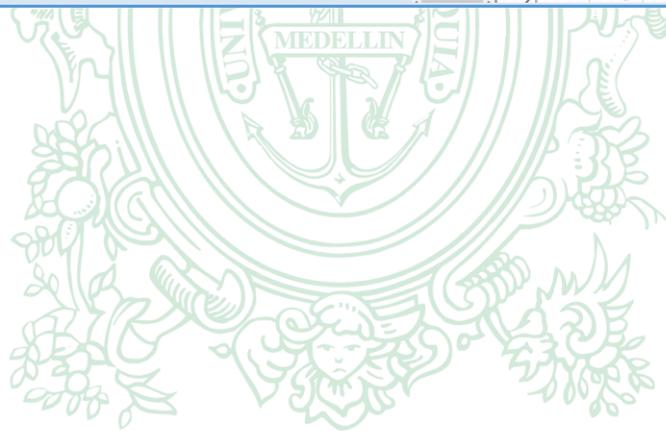
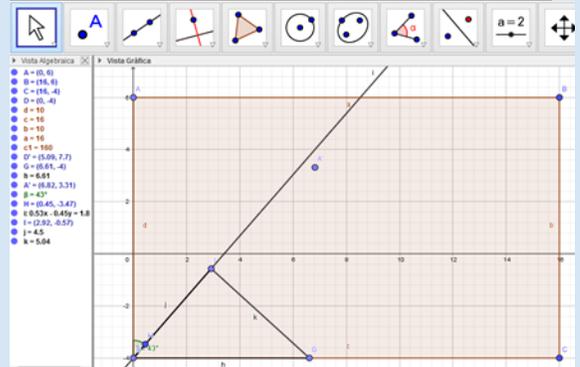
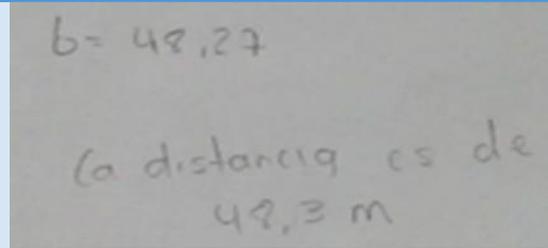


Ejecución.

Realizan todas las operaciones que consideraron en el plan como necesarias para la resolución del problema.

Verificación.

Utiliza todos los datos suministrados en el problema y finalmente los resultados son bastante similares a los pronósticos que tenían a partir de la construcción en GeoGebra lo que permite contrastar y verificar la respuesta del problema.



Problema 3.

Un grupo de amigos quedan de acuerdo para hacer una tarea en la plazuela que está ubicada cerca de la casa de Luis para esto se da la siguiente información:

- La vivienda de Luis está ubicada en la esquina inferior derecha de conjunto.
- Marcos vive a mano izquierda de Luis a 50m.
- Antonio vive a 90 metros de la casa de Luis, formando un ángulo de 54° con respecto a la casa de Marcos.
- Octavio vive a 30m de la casa de Luis, formando un ángulo de 72° con respecto a la trayectoria de la casa de Marcos.
- La distancia entre la casa de Marcos y Octavio es de 50m, formando un ángulo de 72.5° con respecto a la casa de Luis.
- La distancia entre la casa de Octavio y la plazuela es de 9.5m
- Teniendo en cuenta que la plazuela se encuentra en la intersección que forma la trayectoria de la casa de Luis a la de Antonio y la trayectoria de la casa de Marcos a la de Octavio, responder:

Análisis.

El estudiante realiza la representación del problema por medio de un dibujo.

Determinan los datos suministrados como la longitud de las diferentes trayectorias y los ángulos que forman las trayectorias de las diferentes distancias.

Diseño.

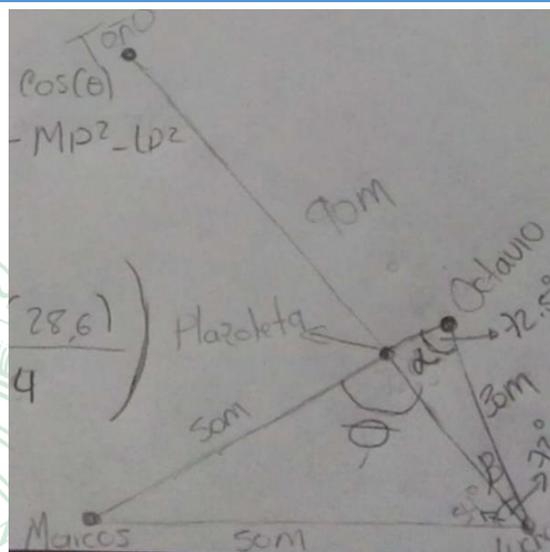
Relacionan las incógnitas con los diferentes datos suministrados a partir de la imagen realizada y elaboran el plan que consideran necesario para resolver el problema, en este caso la aplicación de la ley de cosenos.

Ejecución.

Realizan todos los procedimientos u operaciones que necesitaron para resolver el problema, de forma organizada y concisa.

Verificación.

Utiliza todos los datos suministrados en el problema. Por medio de la construcción realizada en GeoGebra por los estudiantes y a través de la asignación de valores proporcionales a los suministrados en el problema, el estudiante logra contrastar, interpretar y confirmar la veracidad de la representación dibujada y de las respuestas obtenidas en la resolución del problema.



Datos:

- LT = 90m
- LO = 30m
- OM = 50m
- LM = 50m
- OP = 9,5m
- $\alpha = 72.5^\circ$
- $\beta = 54^\circ$

$$\textcircled{A} \cdot LP = \sqrt{(LO)^2 + (OP)^2 - 2 \cdot LO \cdot OP \cdot \cos(\alpha)}$$

$$LP = \sqrt{(30)^2 + (9,5)^2 - 2 \cdot 30 \cdot 9,5 \cdot \cos(72,5^\circ)}$$

$$LP = 28,6 \text{ m}$$

$$\textcircled{B} \cdot MP = \sqrt{(LP)^2 + (LM)^2 - 2 \cdot LP \cdot LM \cdot \cos(\beta)}$$

$$MP = \sqrt{(28)^2 + (50)^2 - 2 \cdot 28 \cdot 50 \cdot \cos(54^\circ)}$$

$$MP = 40,4 \text{ m}$$

- Que distancia hay entre la casa de Antonio y la plazoleta.
- Que distancia hay entre la casa de Marcos y la plazoleta.
- Que distancia hay entre la casa de Luis y la plazoleta.
- Que ángulo forma la casa de Marcos con respecto a la trayectoria anterior

$$\textcircled{a} \quad LT = TP + LP$$

$$TP = LT - LP$$

$$TP = 90 - 29$$

$$TP = 61 \text{ m}$$

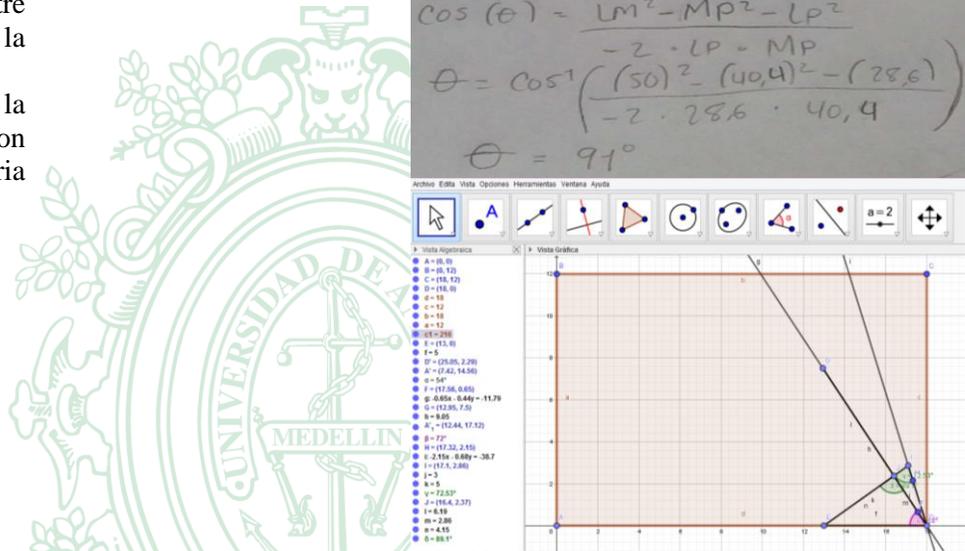
$$\textcircled{b} \quad LM^2 = MP^2 + LP^2 - 2 \cdot LP \cdot MP \cdot \cos(\theta)$$

$$2 \cdot LP = MP \cdot \cos(\theta) = (M^2 - MP^2 - LP^2)$$

$$\cos(\theta) = \frac{M^2 - MP^2 - LP^2}{-2 \cdot LP \cdot MP}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{(50)^2 - (40,4)^2 - (28,6)^2}{-2 \cdot 28,6 \cdot 40,4} \right)$$

$$\theta = 91^\circ$$



Discusión.

De acuerdo al análisis de los problemas anteriores se hace evidente la implementación de forma gradual de las estrategias heurísticas, esto quiere decir que se muestra mayor apropiación y claridad de los procedimientos que realizan los estudiantes a la hora de resolver problemas, cabe resaltar que implementación de las Tic's es de gran apoyo no solo para la realización de las representaciones de los problemas, sino que a través de este también se logra la contratación y confirmación de la veracidad del problema.

Taller final.

Problema 1. Inciso b.

Supongamos que el turista hace caso omiso a las indicaciones dadas por el salva vidas, y avanza 5 metros en dirección contraria a este respecto a su posición inicial. ¿A qué distancia se encuentra el turista respecto a la base de la cabina? ¿se presentan cambios respecto a los ángulos del inciso anterior?

Análisis.

Los estudiantes realizan representaciones por medio de dibujos y gráficas elaboradas en GeoGebra. Determinan los datos y las incógnitas dadas de manera implícita.

Diseño.

Al determinar las incógnitas se les facilitó elaboración de un plan para dar respuesta al problema presentado, en este caso en particular establecen las tres principales reacciones trigonométricas y a partir de ese planteamiento identifican cuál es la indicada para dar respuesta al problema.

Exploración.

Los estudiantes hacen uso de elementos auxiliares al momento de realizar las representaciones, de tal manera que estos elementos contribuyeron a la comprensión del problema.

Ejecución.

Los estudiantes realizan los procedimientos necesarios que le permitieron dar resolución al problema planteado.

Se inicia la ejecución desde lo planteado en el diseño, donde a partir de la identificación de los pasos a seguir, se escriben los procedimientos realizados.

Verificación.

Teniendo en cuenta la construcción gráfica en GeoGebra y los cálculos realizados durante la ejecución haciendo uso de



Para la celebración del cumpleaños una estudiante del grado décimo B, sus compañeros decidieron comprar 8 pizzas medianas, las cuales estaba dividida en 5 porciones, cada uno de los estudiantes tomó una porción, al final solo quedaron exactamente 4 de las 40 porciones. La pizza venía con una particularidad, tenía forma de pentágono, como todos querían repetir propusieron un reto, el que descubriera las dimensiones del trozo faltante para formar el pentágono se llevaría las 4 porciones. ¿Te quieres ganar el reto?

Para tener en cuenta:

- Porción 1. $A=70^\circ$, $B=50^\circ$ y $b=10\text{cm}$
- Porción 2. $A=60^\circ$, $b=15\text{cm}$ y $c=8\text{cm}$
- Porción 3. $C=60^\circ$, $b=10\text{cm}$ y $a=15\text{cm}$
- Porción 4. $A=80^\circ$, $B=68^\circ$ y $c=6\text{cm}$.

todos los datos necesarios, se evidencia una similitud significativa en los resultados obtenidos, lo que permitió validar los procedimientos.

Análisis.

Desde las interpretaciones que realizan los estudiantes del problema presentado, se derivan las representaciones que estos mismos hacen desde el problema, estas representaciones las realizan por medio de dibujos y gráficas en GeoGebra.

Diseño.

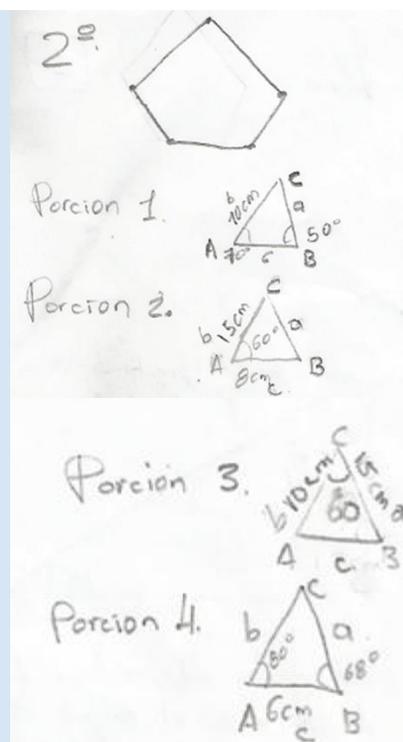
Haciendo uso de los conocimientos adquiridos, los estudiantes generan estrategias desde los algoritmos matemáticos que le permiten efectuar procesos para la resolución del problema.

Exploración.

A partir de las gráficas hechas en GeoGebra, el estudiante replantea las condiciones iniciales dadas en el problema, realizando construcciones auxiliares para precisar los resultados.

Ejecución.

Teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos articulados desde el análisis del problema, los estudiantes identifican los procedimientos que les permite llegar a la resolución del problema, a partir de estos redactan los procesos debidamente



verificados.

Verificación.

En contraste con los procedimientos matemáticos utilizados en la resolución del problema, se facilita la verificación de los procesos teniendo en cuenta las construcciones realizadas en GeoGebra, tomando estas como indicios de los posibles resultados.

Porción 2 = 3

ángulo faltante =

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 15^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 15 \cos 60^\circ$$

$$a = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \cdot 15 \cdot 15 \cos 60^\circ} = 13 \text{ cm}$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ}{13 \text{ cm}} = \frac{\sin B}{15}$$

$$\sin B = 15 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{13 \text{ cm}} \Rightarrow B = \sin^{-1} \left(15 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{13 \text{ cm}} \right)$$

$$B = 87.8^\circ$$

$$C = 180^\circ - 60^\circ - 87.8^\circ = 32.3^\circ$$

Distribuciones

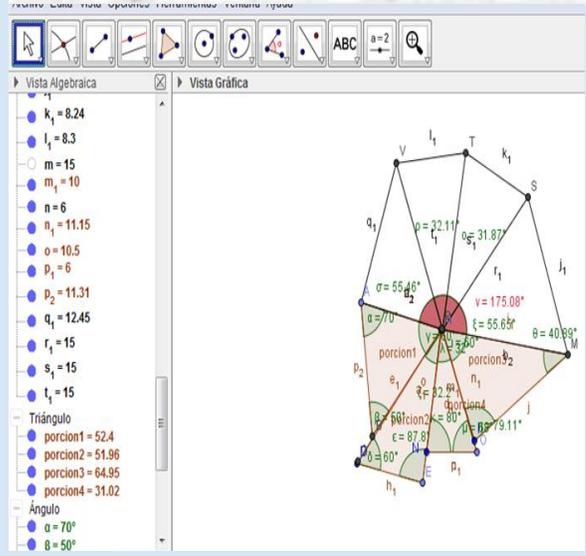
Todos los ángulos C, son el resto

$$C_1 = 360^\circ - C_1 - C_2 - C_3 - C_4$$

$$C_0 = 360^\circ - 60^\circ - 32.3^\circ - 60^\circ - 32.3^\circ$$

$$C_0 = 145.4^\circ$$

* $145.4^\circ \Rightarrow$ Muy grande para una porción de pizza
entonces se omiten de ella.



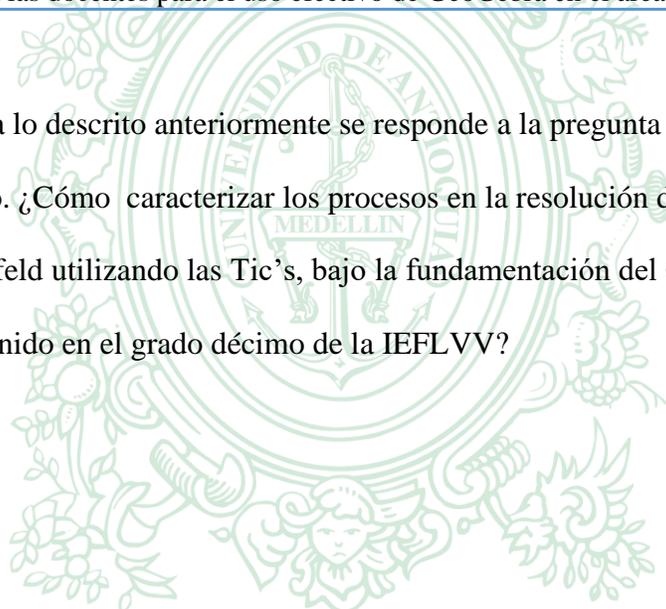
Discusión.

Desde los análisis de la resolución de los problemas descritos anteriormente se evidencia un progreso significativo en la aplicación de las estrategias heurísticas que plantea Schoenfeld, es así, que a medida que se

va incrementando el nivel de complejidad de los problemas propuestos en la secuencia didáctica, los estudiantes responden a esa complejidad desde el uso de estas y la implementación de GeoGebra, permitiendo así la caracterización de esos procesos matemáticos, justificando cada proceso conforme a las heurísticas. El uso del software y la aplicación de metodologías adecuadas en el aprendizaje de los contenidos matemáticos, permitió a las docentes desarrollar capacidades para el uso de las herramientas tecnológicas adecuadas a los conocimientos matemáticos que se desea lograr en los estudiantes, incrementando la comprensión de los conceptos a partir de la exploración de GeoGebra, teniendo en cuenta la priorización de los contenidos, manteniendo la propuesta del MEN y promoviendo el desarrollo de prácticas desde la resolución de problemas a través de la anticipación de resultados, la exploración, el cuestionamiento y el contraste de los procesos por medio de la verificación de estos.

La incorporación de la tecnología a los métodos y estrategias para la enseñanza de los conceptos disciplinares, permitió la articulación y adecuación de los conocimientos tecnológico y pedagógico del contenido, necesario en las docentes para el uso efectivo de GeoGebra en el área de matemáticas.

Teniendo en cuenta lo descrito anteriormente se responde a la pregunta de investigación que enmarca este proyecto. ¿Cómo caracterizar los procesos en la resolución de problemas desde las heurísticas de Schoenfeld utilizando las Tic's, bajo la fundamentación del Conocimiento Pedagógico del Contenido en el grado décimo de la IEFLVV?



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Conclusiones

Las consideraciones finales se presentan desde tres aspectos en el marco de la investigación: desde las categorías, desde el PCK y finalmente desde la contribución de la metodología empleada en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La investigación permitió la caracterización de las heurísticas en la resolución de problemas en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Francisco Luis Valderrama Valderrama del municipio de Turbo, que a través de la categorización de los procedimientos utilizados por los estudiantes se logró evidenciar el avance en los procesos de análisis, interpretación y la construcción de representaciones gráficas como parte de esos procesos en la resolución de problemas, incluso la planificación de las estrategias que posiblemente les servirían para llegar a una respuesta acertada desde los conceptos matemáticos.

Desde la práctica pedagógica el PCK permitió la transformación del saber disciplinar en contenidos enseñables para los estudiantes, mejorando los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de la implementación de estrategias que propicien la comprensión de esos contenidos.

La secuencia didáctica aplicada, contribuyó en los procesos de enseñanza y aprendizaje, de tal manera que posibilitó la comprensión y asimilación de las temáticas planteadas en esta secuencia, con la implementación de los recursos didácticos que la institución ofrece dentro del aula de clases y de herramientas tecnológicas desde una significación académica como mediadores en la construcción de los aprendizajes, además, se expresó una forma favorable de plantear los conocimientos en matemáticas a través de las diferentes representaciones construidas por los estudiantes por medio del software, por último este fue útil para los estudiantes como una



herramienta de verificación y contrastación de los resultados de las diferentes situaciones
problemas.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Referencias

- Agudelo, G., Bedoya, V., Restrepo, A., (2008). *Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis de pregrado). Recuperado de <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/990/3722107A282.pdf?sequence=1>
- Barahona, F., Barrera, O., Hidalgo, B., y Vaca, B. (2015, Diciembre). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL*. Recuperado de www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/download/429/296
- Barrantes, L., Cuz, M., y Gutiérrez, E. (2006). *La heurística como estrategia de enseñanza creativa en la resolución de problemas matemáticos relacionados con el pensamiento numérico de los estudiantes del ciclo tres grado sexto del colegio arborizadora baja ied* (Tesis de Maestría). Recuperado de http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/18892/85142224_2016.pdf?sequence=3&isAllowed=y
- Batanero, C., Font, B., y Godino, J. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Belloch, C. (2012) Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje. Material docente. *Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación. Universidad de Valencia*. Recuperado de <http://www.uv.es/bellohc/pedagogia/EVA1.pdf>
- Boscán, M y Klever, K (2012) *Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos*. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4496526.pdf>

- Blanco, J. (1996, febrero). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Suma* 2, 11-20.
Recuperado de <https://revistasuma.es/revistas/21-febrero-1996/la-resolucion-de-problemas-una.html>
- Blanco, L., Caballero, A., y Cardenas, J. (2015). *La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formación Inicial de Profesores de Primaria*. Cáceres (España) Recuperado de https://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es/mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf
- Cabero, J. (1998). Impacto de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en las organizaciones educativas. *Nuevas tecnologías-nuevas organizaciones educativas*. Recuperado de <https://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1MZF0MGPI-DW0C5J-NB1S/TICS%20EN%20EDUCACION.pdf>
- Cabero, J. (2006). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación*. Recuperado de <https://uogestiondelaprendizaje.files.wordpress.com/2015/03/5-libro-nuevas-tecnolog3adas-aplicadas-a-la-educac3b3n-julio-cabero.pdf>
- Cabero, J. (2007). *Las necesidades de las TIC en el ámbito educativo: oportunidades, riesgos y necesidades*. Recuperado de <http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1M92QZKRZ-XM42B8-1QZZ/caberne.pdf>
- Cabero, J. (2010, 15 de octubre). Los retos de la integración de las TICs en los procesos educativos. Límites y posibilidades. *Perspectiva educacional*. Recuperado de: <http://www.perspectivaeducacional.cl/index.php/educacional/article/view/3>
- Cárdenas, C., y Gonzáles, D. (2016). *Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del*

Instituto Francisco José de Caldas (Tesis de maestría). Recuperado de <https://repository.unilibre.edu.co/handle/10901/-9559>

Castrillón, K., López, C., y Morales, D. (2015). *Fortalecimiento de la resolución y formulación de problemas matemáticos a través del uso de las tecnologías de información y comunicación en los estudiantes de grado quinto* (Tesis de maestría). Recuperado de https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/2848/-INFORME_FINAL_MTI_C_CL-AUDIA_LOPEZ_DIANA_MO-RALES_SANTIAGO_CASTR-ILLO.pdf?sequence=1

Cofré, H., y Vergara, C. (2014). Conocimiento Pedagógico del Contenido: ¿el paradigma perdido en la formación inicial y continua de profesores en Chile?. *Estudios pedagógicos*. Recuperado de <https://scielo.conicyt.cl/pdf/estped/v40nEspecial/art19.pdf>

Cotic, N. (2014, Noviembre). *GeoGebra como puente para aprender matemática*. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Recuperado de <https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1179.pdf>

Díaz, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. *Comunidad de conocimiento unan*. Recuperado de http://www.setse.org.mx/ReformaEducativa/Rumbo%20a%20la%20Primera%20Evaluaci%C3%B3n/Factores%20de%20Evaluaci%C3%B3n/Pr%C3%A1ctica%20Profesional/Gu%C3%A1-da-secuencias-didacticas_Angel%20D%C3%ADaz.pdf

Fainholc, B., Nervi, H., Romero, R., y Hala, C., (2013). La formación del profesorado y el uso pedagógico de las TIC. *Revista de Educación a Distancia*. Recuperado de <https://www.um.es/ead/red/38/fainholc.pdf>

- Flórez, R. (1994). Modelos pedagógicos y enseñanza de las ciencias. *Pedagogía del conocimiento*. Recuperado de http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portaIIG/home_9/recursos/general/12022015/pedagogia_del_conocimiento.pdf
- García, C. (2013). Las tecnologías para la innovación y la práctica docente. *Revista Brasileira de Educação*. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v18n52/03.pdf>
- Godino, J. (2009, Diciembre). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista iberoamericana de la educación matemática*. 20, 13-31. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino%20Union_020%202009.pdf
- González, D. (2014). *Análisis de habilidades matemáticas para la resolución de problemas apoyados con tic en los estudiantes de grado sexto de la I.E.M. Luis Orjuela de Zipaquirá – Cundinamarca* (Tesis de maestría). Recuperado de <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/-handle/1992/12615/-u686580.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Guba, E., & Lincoln, Y (2002). Paradigmas en competencias en la investigación cualitativa. *The landscape of qualitative rescarch*. Recuperado de http://sgpwe.izt.uam.mx/pages/egt/Cursos/MetodoLicIII/7_Guba_Lincoln_Paradigmas.pdf
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P., (2006). *Metodología de la investigación*. Recuperado de <https://seminariodemetodologiadelainvestigacion.files.wordpress.com/2012/03/metodologc3ada-de-la-investigacic3b3n-roberto-hernc3a1ndez-sampieri.pdf>
- ICFES (2017, a) *Pruebas saber 11°. Matemáticas grado 11- calendario A*, Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016->

web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#No-back-button

ICFES (2017, a) *Pruebas saber 11°. Matemáticas grado 11- calendario A*, Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/resultados-saber2016-web/pages/publicacionResultados/agregados/saber11/agregadosEstablecimiento.jsf#No-back-button>

Lizana, A. (2012). El modelo TPACK. *Especialista universitario en diseño y gestión de entornos tecnológicos en formación*. Recuperado de <http://mc142.uib.es:8080/rid=1M5J7WT82-1L0KDSJ-331/EI%20modelo%20TPACK.pdf>

López, P., y Fachelli, S. (2015). La encuesta. *Metodología de la investigación social cuantitativa*. (7-35). Barcelona, España: Edición digital: <http://ddd.uab.cat/record/129382>

Martínez, L., y Negrete, M. (2010). *Estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos para el desarrollo de habilidades metacognitivas en niños* (Tesis de Maestría). Recuperado de <https://-docplayer.es/-31617742-Estrategias--heurísticas-en-la-so-lucion-de-problemas--matemáticos-para-el--desarrollo-de-habili-dades-metacognitivas--en-ninos.html>

MEN (1998). *Lineamientos curriculares*. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-339975_recurso_6.pdf

MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Mendoza, L.(2015). *Estrategias heurísticas para incrementar la capacidad de resolución de problemas en alumnos de educación secundaria* (Trabajo de investigación). Recuperado de <http://-revistas.unitru.edu.p-e/index.php/RSW/-article/view/1016/946>

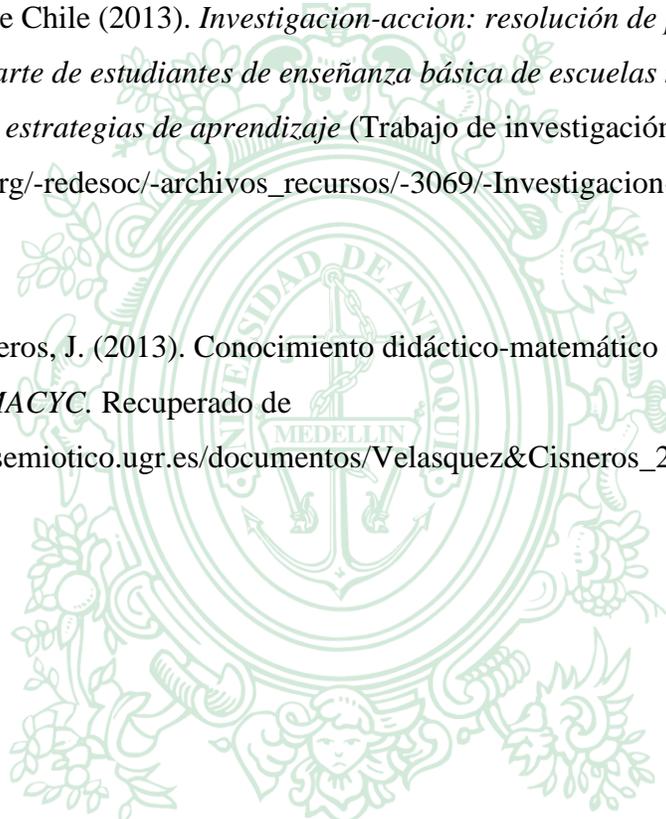
- Mochón, S., y Morales, M. (2010, abril). En que consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y como fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación matemática*, 22(01), 87-113. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516662005>
- Novo, M., Arce, R., y Fariña, F. (2003). El heurístico: perspectiva histórica, concepto y tipología, 39-66. Recuperado de http://www.usc.es/export9/sites/webinstitucional/gl/servizos/uforense/descargas/2003_Heurxsticox_concepto_y_tipologxa_xNovo_et_al.x_2003x.pdf
- Osorio, M. (2016). *Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC): Avances, retos y desafíos de la transformación educativa*. Recuperado de <https://www.transformacion-educativa.com/attachments/article/137/Libro%203%20-%20Las%20tecnolog%C3%ADas%20de%20la%20informaci%C3%B3n%20y%20la%20comunicaci%C3%B3n.pdf>
- Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. *Educación matemática*. 02(03), 22-31. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9500/>
- Pérez, S. (2010). La importancia de las tics en la escuela. *Temas para la educación*. Recuperado de <https://www.feandalucia.ccoo.es/andalucia/docu/p5sd7083.pdf>
- Polya, G. (1965) *Como plantear y resolver problemas*. Recuperado de <https://cienciaymatematicas.files.wordpress.com/2012/09/como-resolver.pdf>
- Puig, L. (1996), El modelo de competencia, *Elementos de resolución de problemas* (33-49), Recuperado de <https://www.uv.es/puigl/lerp3.pdf>

- Rodríguez, G., Gil, J., y García, E., (2000). Procesos y fases de la investigación cualitativa. *Metodología de la investigación cualitativa*. (p. 64-103). Recuperado de <http://www.jbposgrado.org/icuali/Fases%20de%20la%20inv%20cualitativa.pdf>
- Ruiz, F. (2017). *Las estrategias heurísticas y la resolución de problemas de los estudiantes del tercer año de Secundaria de la I.E. N° 6094 "Santa Rosa", Chorrillos; Lima, 2016*(Tesis de maestría). Universidad Cesar Vallejo, Perú.
- Salazar, S. (2005). El conocimiento pedagógico del contenido como categoría estudio de la formación docente. *Revista universidad de Costa Rica*, 05 (02), 1-18. Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/aie/article/download/9139/17507/>
- Sandoval, C., (2002). *Investigación cualitativa*. Recuperado de <https://paneLinkuba.com/sities/2/archivos/manual%20colombia%20cualitativo.pdf>
- Santos, M. (s.f). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. *Centro de investigación y estudios avanzados*. Recuperado de <https://www.uv.es/puigl/MSantosTSEIEM08.pdf>
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Recuperado de <https://www.pdfdrive.com/mathematical-problem-solving-d34337130.html>
- Shulman, L. (1986, febrero). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(02), 4-14. Recuperado de https://www.jstor.org/stable/pdf/1175860.pdf?casa_token=40gj18p93hoAAAAA:5QXlqLp9ZBGwqBv9M2qNoi9qVbCk-7I1WoSvf8VVOX67ZKmJQ5Ef9xiad7OrZBRPRpXtifjvpNfM3tY2apnT0jW7OH_luEDsx12rwfGDACaoqFPV7NH5

Shulman, L. (1987). *Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: Una perspectiva contemporánea* *La investigación de la enseñanza*, 1- 48. Recuperado de http://-www.terras.edu.ar/-biblioteca/11/-11DID_Shulman_Unidad_-1.pdf

Universidad Central de Chile (2013). *Investigacion-accion: resolución de problemas matemáticos por parte de estudiantes de enseñanza básica de escuelas municipalizadas utilizando diversas estrategias de aprendizaje* (Trabajo de investigación). Recuperado de https://-dds.cepal.org/-redesoc/-archivos_recurso/-3069/-Investigacion-accion--Resolucion-de-proble-mas.pdf

Velásquez, H., y Cisneros, J. (2013). Conocimiento didáctico-matemático del maestro que enseña matemático. *I CEMACYC*. Recuperado de http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/Velasquez&Cisneros_2013.pdf



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexos



Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Integración Didáctica VI-Práctica Pedagógica I



Profesor:
Elizabeth Yohana Mejia Usuga
Eliana Contreras Alian

Estudiante:

Grado:

Edad:

Sexo: M _____ F _____

Objetivo: identificar la preferencia y gusto de los estudiantes de DÉCIMO GRADO de la I.E FRANCISCO LUIS VALDERRAMA VALDERRAMA por las matemáticas.

La siguiente encuesta se realiza con el fin de recolectar información acerca del interés de los estudiantes (10°) por las matemáticas, por favor conteste todas las preguntas. No olvides Justificar si la pregunta lo requiere.

1. Marca con quienes de estas personas vives *Puedes marcar varias opciones.

- Tu padre o padrastro.
- Tu madre o madrastra.
- Tus hermanos o hermanos menores.
- Otras personas de tu familia.
- Personas que no son tu familia.

2. Incluido tú, ¿cuantas personas viven en tu casa o apartamento?

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6 o más.

3. ¿Cuál es último nivel educativo alcanzado por tu padre o padrastro?

- Primaria.
- Primaria incompleta.
- Secundaria.
- Secundaria incompleta.



Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Integración Didáctica VI-Práctica Pedagógica I



Profesor:
Elizabeth Yohana Mejia Usuga
Eliana Contreras Alian

- Obtuvo un título técnico o tecnológico.
- Obtuvo un título universitario.
- No sé.

4. ¿Cuál es la ocupación de tu padre o padrastro?

5. ¿Cuál es último nivel educativo alcanzado por tu madre o madrastra?

- Primaria.
- Primaria incompleta.
- Secundaria.
- Secundaria incompleta.
- Obtuvo un título técnico o tecnológico.
- Obtuvo un título universitario.
- No sé.

6. ¿Cuál es la ocupación de tu madre o madrastra?

7. Estrato socio-económico

8. ¿Sufre de alguna discapacidad o enfermedad?

Si _____ No _____ Cual _____

9. ¿Labora actualmente?

Si _____ No _____ En que _____

10. ¿Pertenece algún grupo étnico?



Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Integración Didáctica VI-Práctica Pedagógica I



Profesor:
Elizabeth Yohana Mejia Usuga
Eliana Contreras Alian

Si _____ No _____ Cual _____

11. ¿Practica algún deporte?

Si _____ No _____ Cual _____

12. ¿Utiliza algún medio de transporte para llegar a la institución?

Si _____ No _____ Cual _____

13. ¿Qué actividad realizas en el tiempo libre?

14. ¿Qué asignatura te gusta más? ¿Por qué?

15. ¿Dedica tiempo extra clase a esta signatura?

16. ¿Con el docente de que asignatura te sientes mejor? ¿Por qué?

17. ¿Cómo consideras que es tu rendimiento académico en matemáticas?

18. ¿Qué área de la matemática te llama más la atención? ¿Por qué?



**Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Integración Didáctica VI-Práctica Pedagógica I**



**Profesor:
Elizabeth Yohana Mejía Usuga
Eliana Contreras Alian**

19. ¿Consideras que tienes buen desempeño en el manejo de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC's)? SI, NO ¿Por qué?
20. ¿Has hecho uso de las TIC's para realizar tu actividades académicas? ¿De qué manera?



Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Integración Didáctica VI-Práctica Pedagógica I
PRUEBA DIAGNÓSTICA



Docente cooperador: Luis Alcides Murillo.

Docentes:

Elizabeth Yohana Mejía Usuga

Eliana Contreras Alian.

Objetivo: identificar la comprensión y validación de procedimientos utilizadas en la solución de problemas.

Estudiante:

Grado: 10

Fecha:

Leer completamente la prueba. Esta será evaluada de acuerdo con los procedimientos, no solo basta dar la respuesta.

1. En un plano cartesiano, un polígono tiene las siguientes coordenadas:

$$M\left(-\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right), N\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right), O\left(-\frac{2}{3}, 2\right), P\left(-2, \frac{4}{3}\right) \text{ y } Q\left(-\frac{10}{3}, 2\right)$$

Teniendo en cuenta la información anterior resuelva las siguientes preguntas.

- ¿En cuál de los cuadrantes del plano cartesiano se encuentra el polígono?
- La figura que corresponde a las coordenadas es:

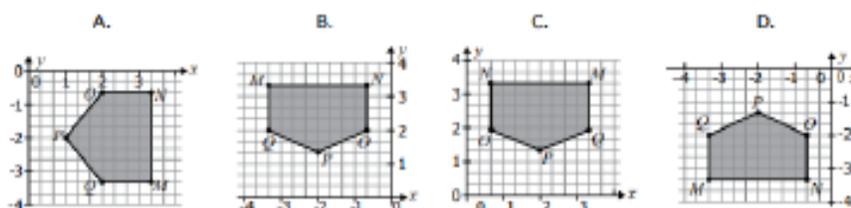


Ilustración 1 Recuperado de Cuadernillo de preguntas Saber 9° 2015.

- ¿Qué ocurrirá si las coordenadas en X son positivas y las coordenadas en Y son negativas?
Justificar.
- Grafique el resultado de la pregunta c.

- e) si se alteran los signos de las coordenadas del polígono anterior de la siguiente manera: $M\left(-\frac{10}{3}, -\frac{10}{3}\right)$, $N\left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$, $O\left(\frac{2}{3}, -2\right)$, $P\left(-2, \frac{4}{3}\right)$ y $Q\left(-\frac{10}{3}, -2\right)$. ¿la figura seguirá siendo la misma? ¿En qué cuadrante crees que se encontrará el polígono?
- f) Grafique las coordenadas dadas en el punto e, y confronte sus respuestas.
2. En una ebanistería se hace un pedido de una ventana de madera, sin embargo se requiere que debe estar cubierta por bloques de vidrio de 20 cm de ancho por 30 cm de largo, la ventana tiene medidas de 150cm de ancho por 200cm de largo y es necesario dejar separaciones de 10 cm entre vidrio y vidrio, como se observa en la gráfica.

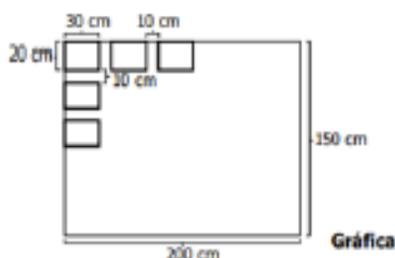


Ilustración 2. Cuadernillo de preguntas Saber 9º 2015.

Teniendo en cuenta la información anterior responde.

- a) ¿Cuántos bloques de vidrios son necesarios para cubrir el área total de la ventana? Realiza el procedimiento y justifica tu respuesta.
- b) ¿Cuántos espacios de 10 cm son necesarios para que quede cubierta toda la ventana? ¿Por qué?
- c) El ebanista decide que la ventana le quedaría aún mejor si solo se hicieran separaciones de 5cm, ya que así se podría agregar más vidrios de las mismas longitudes, el dueño de la ventana insiste en que no se podría, debido a que el área de la ventana no permite que se ubiquen los bloques completos y tendría que reducir el tamaño de algunos. ¿Quién tiene la razón? Justifica.
- d) El ebanista debe hacer 9 ventanas de distintas áreas y con separaciones de 5 cm, 10 cm y 5/2 cm pero no sabe con exactitud cuántos vidrios y separaciones son necesarias para que el trabajo quede perfecto. Complete las siguientes tablas, luego halla la relación entre longitud de espacio, vidrios y área. Completa la última fila.

5cm		
Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m^2)
		70X50=3500
		140X100=14000
		280X200=56000

Tabla 1.

10cm		
Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m^2)
		120x90=10800
		200x150=30000
		280x210=58800

Tabla 2.

$\frac{5}{2}$ cm		
Número de espacios	Número de vidrios	Área ocupada(m^2)

Tabla 3.

NOTa: No olvide realizar los procedimientos

3.

Observa la figura.



Ilustración 3 Recuperado de Cuadernillo de Preguntas Saber 9° 2015.

- Un ganadero adquiere un terreno de la forma como se muestra en la figura. Y quiere saber cuál es el área del terreno. Teniendo en cuenta que cada vaca ocupa un espacio $4m^2$ y le caben 42 vacas en total. Calcule el área y halle el valor de k .
- El ganadero decide comprar 25 cabezas de ganado pero se da cuenta que no tendrá espacio suficiente en su finca, por lo que decide comprar más terreno a su alrededor, es decir, el terreno formará otra figura y así podrá meter más ganado. Acomoda la figura de tal manera que aumente el terreno sin modificar el valor inicial de k .
- Si en el lugar del cuadrado hubiese un triángulo equilátero de lado k , ¿cuánto ganado se podría tener en esa nueva figura?



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ



Actividad #1: Cacharreando

Objetivo:

- ✓ Realizar la representación gráfica de las funciones trigonométricas.

Maestro cooperador: Luis Alcides Murillo.

Docentes: Eliana Contreras Alian y Elizabeth Yohana Mejía Usuga

Estudiante:

Grado: 10^oB

Fecha:

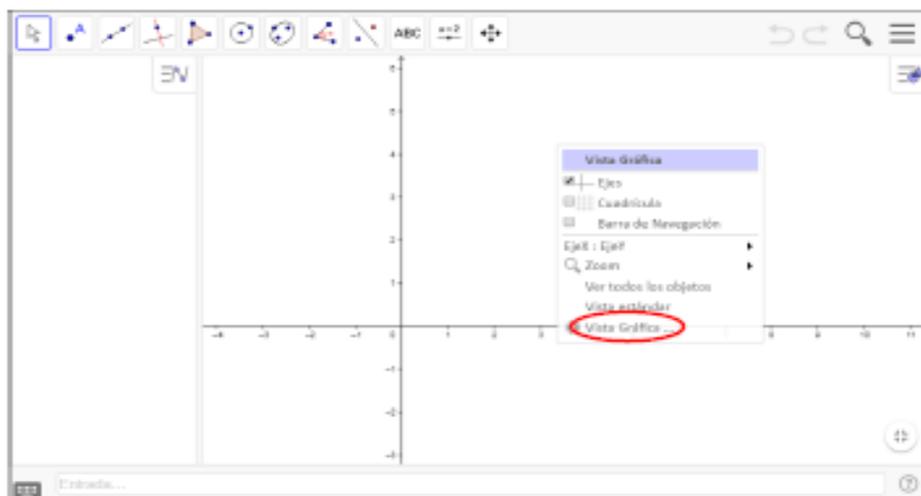
Grupos de 3 estudiantes máximo

Descripción:

- ✓ Analiza y representa gráficamente las funciones trigonométricas de senos y cosenos.

Instrucciones:

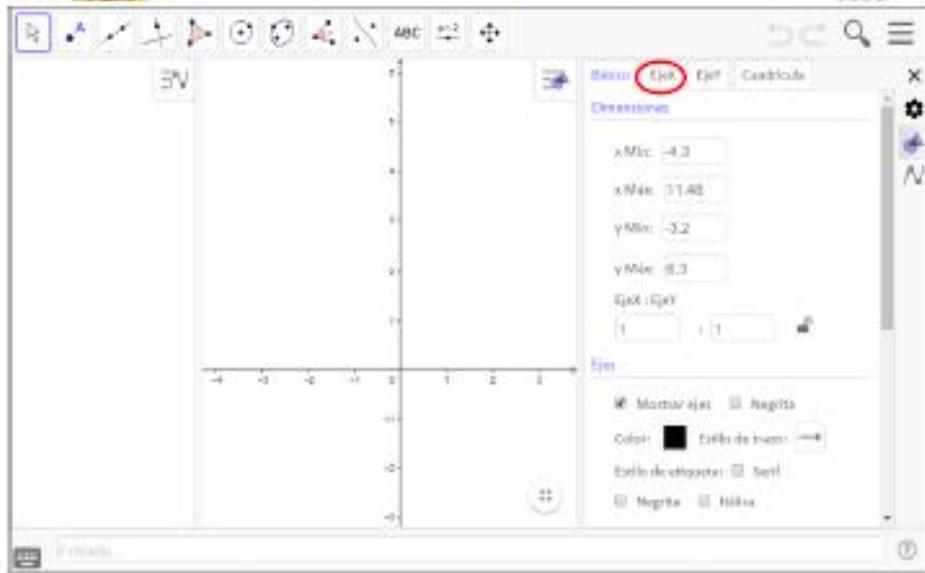
1. Ingresa al siguiente link: <https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>
2. Clic derecho en la parte del plano cartesiano y seleccionas la opción de vista gráfica.



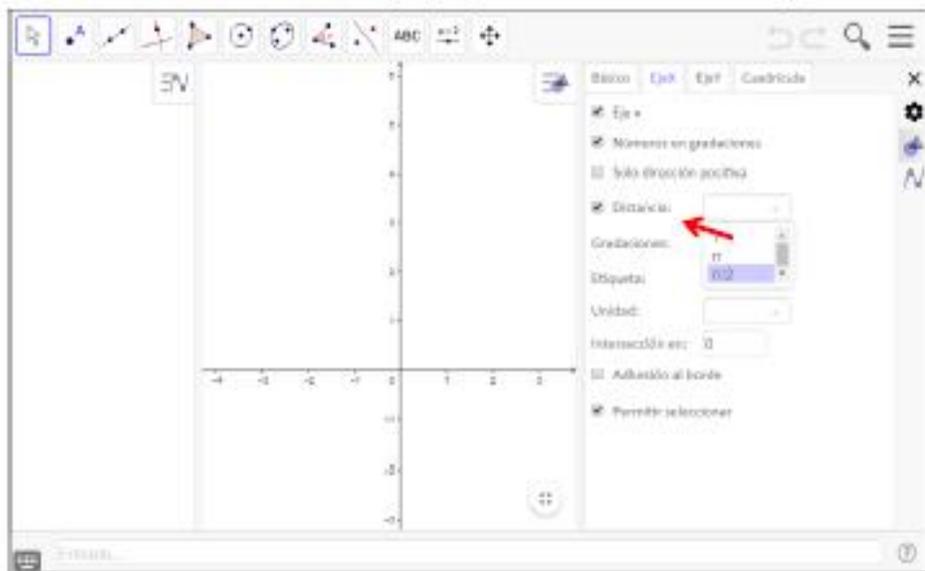
3. Observa que la ventana se despliega. Seleccionar el eje X

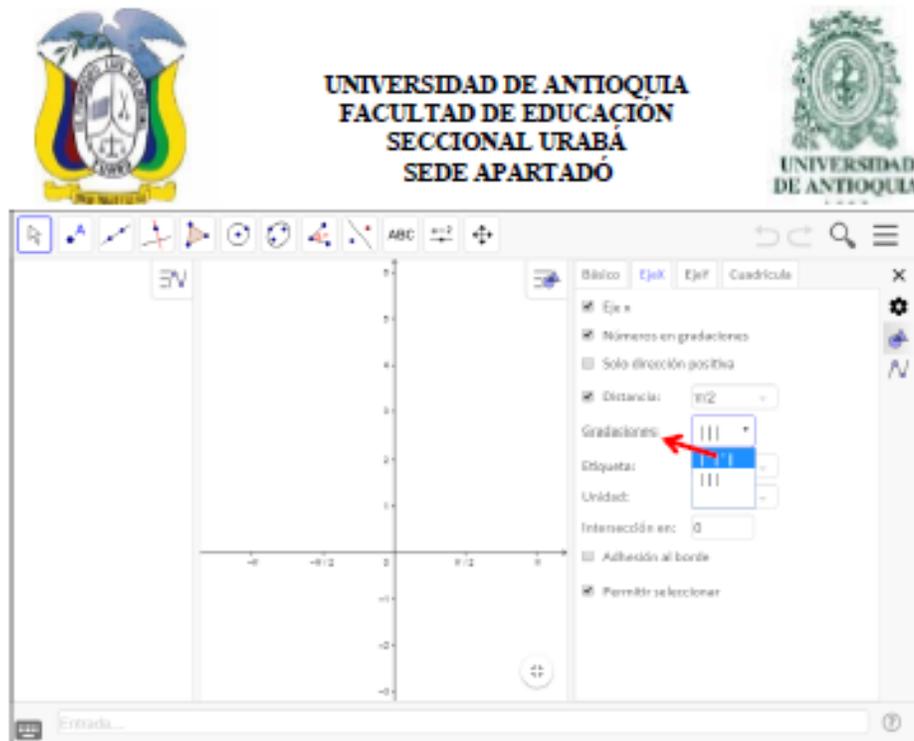


UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADO

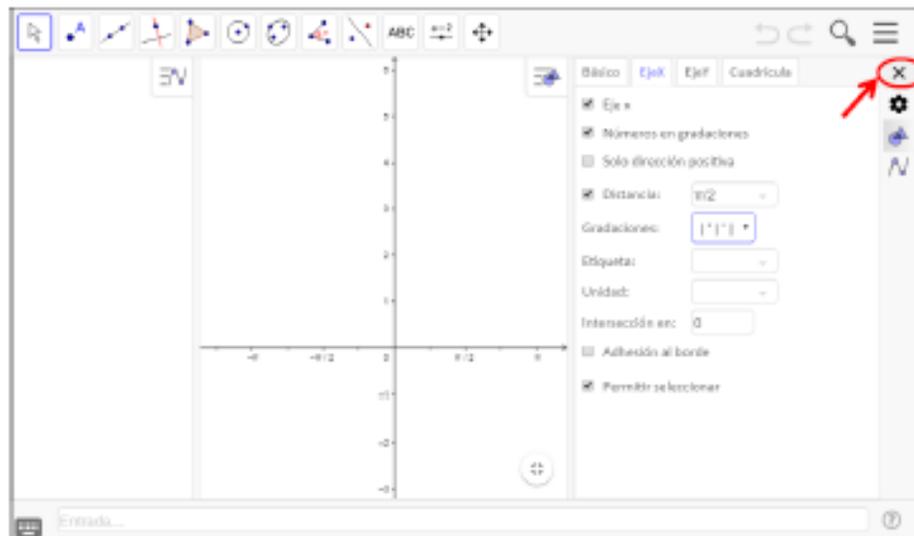


4. Selecciona **Distancia**, dale valor de $\pi/2$, luego selecciona **Gradaciones** en la opción $1'1'1$





5. Cierra la ventana desplegada.



6. Ingresar la función en el recuadro de ENTRADA.

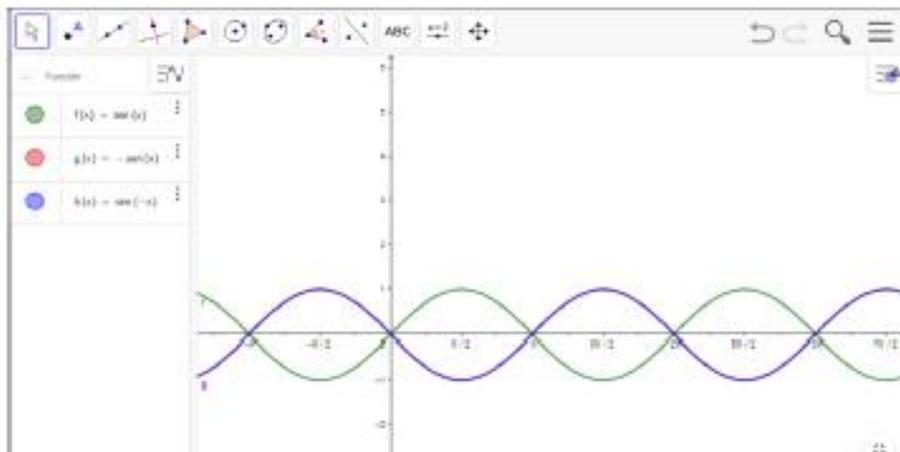
Anexo 11. Actividad 1, parte 3.



✓ Grafica las siguientes funciones en planos distintos:

a) $Y = \text{Seno}(x)$ b) $y = 2\text{seno}(2x)$ c) $y = \text{Coseno}(x)$ d) $y = 3\text{coseno}(4x)$

✓ Gráfica las funciones inicialmente dadas pero con su ángulo negativo, discute con tus compañeros las similitudes y diferencias. Las gráficas se deben realizar en el mismo plano de las originales, es decir $\text{sen}(x)$ con $\text{sen}(-x)$.



Anexo 12. Actividad 1, parte 4.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADO



Actividad #2: La rueda chicao

Objetivo:

- ✓ Representar datos de un problema, en contexto geométrico o real sencillo, mediante un dibujo
- ✓ Calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir los ángulos complementarios, ángulos suplementarios y el teorema de Pitágoras.

Maestro cooperador: Luis Alcides Murillo.

Docentes: Eliana Contreras Alian y Elizabeth Yohana Mejía Usuga

Estudiante:

Grado: 10°B

Fecha:

Primera fase: Ángulos complementarios, suplementarios y aplicaciones de las razones trigonométricas

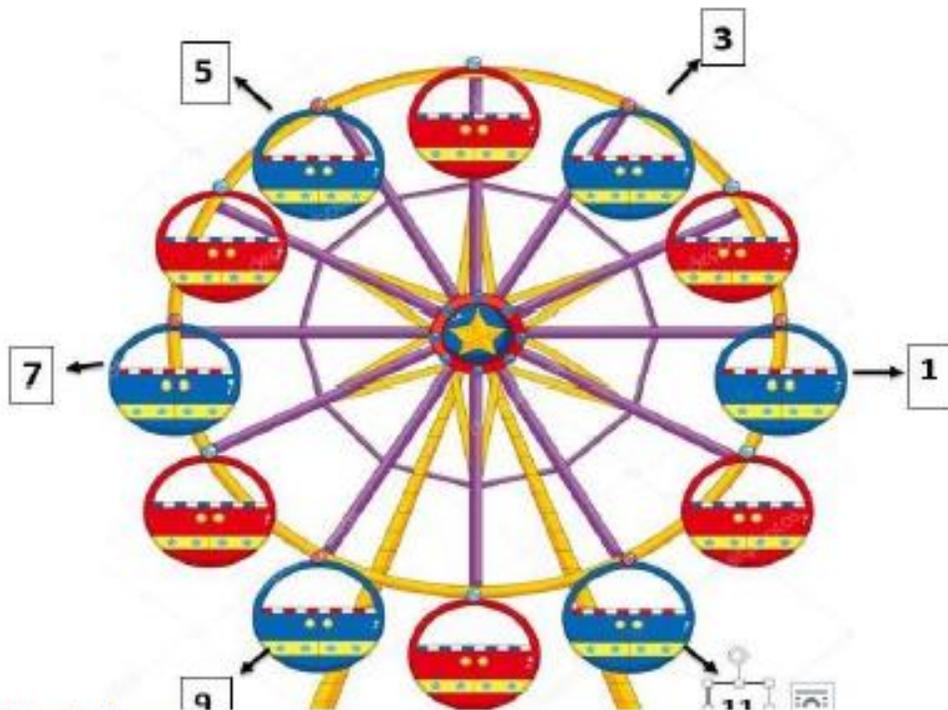


Figura 1. Rueda chicao



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ**



Una persona se encuentra en la canastilla 1 de la atracción que se muestra en la figura 1.

1. ¿Qué ángulo debe recorrer para que quede en la posición de la canastilla 3?
2. ¿Qué ángulo debe recorrer para que quede en la posición de la casilla 5?
3. ¿Qué ángulo debe recorrer para que quede en la posición de la casilla 7?

Ahora, si la rueda girara en sentido a las manecillas del reloj.

4. ¿Cuál debe ser el ángulo que forma el brazo de la canastilla 1, con el brazo de la nueva posición para que la distancia recorrida sea la misma que recorrió en las mencionadas en las preguntas 1, 2 y 3?
5. ¿Qué ángulo forma el brazo de la canastilla 7 con el brazo de la canastilla 5?
6. ¿Qué ángulo forma el brazo de la canastilla 11 con el brazo de la canastilla 3?
7. Si transcurrido un tiempo la persona se encuentra en la posición de la canastilla 3. Si el brazo que sostiene cada canastilla es de 20 m, ¿cuántos metros ha recorrido la persona en dicha canastilla?
8. Y si la persona recorre de la posición 4 a la se encuentra en la posición 6, ¿cuántos metros habrá recorrido?
9. ¿Qué ocurre si el ángulo se mide en posición horaria o anti horaria?



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ**



Actividad #3: Trazando mis pasos.

Objetivo:

- ✓ Representar datos de un problema, por medio de un dibujo.
- ✓ Calcular la medida de ángulos y lados en el triángulo a partir del teorema del seno y coseno

Maestro cooperador: Luis Alcides Murillo.

Docentes: Eliana Contreras Alian y Elizabeth Yohana Mejía Usuga.

Estudiante:

Grado: 10^ºB

Fecha:

Primera fase: Teorema del seno, teorema del coseno e identidades trigonométricas.

En un conjunto cerrado de viviendas, conviven varios compañeros de un mismo colegio, los cuales necesitan de tu ayuda para ubicarse, para esto responde los siguientes problemas a partir de la información suministrada.

Nota: No olvides redactar todos los procedimientos utilizados para llegar a la solución.

1. En el centro del conjunto cerrado hay un parque con forma circular, en este se encuentran una heladería, una juguetería y una confitería a las orillas del parque. Sabemos que entre la confitería y la juguetería hay 13m, entre la juguetería y la heladería hay 12m y entre la heladería y la confitería hay 5m. ¿Cuál es el diámetro del parque donde se encuentran ubicados los establecimientos, si las distancias forman un triángulo rectángulo?

Nota: Recordar que el área de un triángulo inscrito en una circunferencia es $A = \frac{a.b.c}{4.R}$



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADO**



2. En la esquina inferior izquierda del conjunto se encuentra ubicada la casa de Juan, a mano derecha de esta se encuentra la vivienda de Pedro a 66m y la casa de Ivan está a 45m de la de Juan, formando un ángulo de 43° con respecto al lado izquierdo del conjunto residencial. ¿Cuál es la distancia que hay entre la casa de Ivan y Pedro?



3. Un grupo de amigos quedan de acuerdo para hacer una tarea en la plazoleta que está ubicada cerca de la casa de Luis para esto se da la siguiente información:
- ✓ La vivienda de Luis está ubicada en la esquina inferior derecha de conjunto.
 - ✓ Marcos vive a mano izquierda de Luis a 50m.
 - ✓ Antonio vive a 90 metros de la casas de Luis, formando un ángulo de 54° con respecto a la casa de Marcos.
 - ✓ Octavio vive a 30m de la casa de Luis, formando un ángulo de 72° con respecto a la trayectoria de la casa de Marcos.
 - ✓ La distancia entre la casa de Marcos y Octavio es de 50m, formando un ángulo de 72.5°
- Anexo 16. Actividad 3, parte 2.



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ**



- ✓ La distancia entre la casa de Octavio y la plazoleta es de 9m

Teniendo en cuenta que la plazoleta se encuentra en la intersección que forma la trayectoria de la casa de Luis a la de Antonio y la trayectoria de la casa de Marcos a la de Octavio, responder:

- Que distancia hay entre la casa de Antonio y la plazoleta
- Que distancia hay entre la casa de Marcos y la plazoleta
- Que distancia hay entre la casa de Luis y la plazoleta
- Que ángulo forma la casa de Marcos con respecto a la trayectoria anterior



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADO**



4. Luis desea calcular la altura de un árbol teniendo en cuenta que su vivienda se sitúa a 8m de la base del tronco, y desde su hogar ve la copa superior del árbol con un ángulo de 37° .

5. Teniendo en cuenta que el conjunto residencial es de forma rectangular y se conoce que tiene una diagonal de 50km y uno de sus lados mide 30km, calcular el resto de sus lados y ángulos por medio del teorema de senos y el área total del conjunto.

Anexo 18. Actividad 3, parte 4.



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ**



Taller.

Objetivo:

- ✓ Identificar la apropiación de las estrategias heurísticas y la utilización de GeoGebra para la resolución de problemas con trigonometría y haciendo uso de las leyes del seno y coseno.

Maestro cooperador: Luis Alcides Murillo.

Docentes: Eliana Contreras Alian y Elizabeth Yohana Mejía Usuga.

Estudiante:

Grado: 10°B

Fecha:

Primera fase: Teorema del seno, teorema del coseno e identidades trigonométricas.

Lee completamente el taller. Este será evaluado de acuerdo con los procedimientos, no solo basta dar la respuesta.

1. En una de las playas más visitadas del municipio de Turbo (playa dulce), un salva vidas localiza a un turista nadando en una zona prohibida, el salva vidas se encuentra en una cabina ubicada a 15 metros sobre el nivel del mar, este le hace un llamado de atención para indicarle el riesgo de la zona en la cual está nadando.

Teniendo en cuenta la información anterior responde las siguientes preguntas:

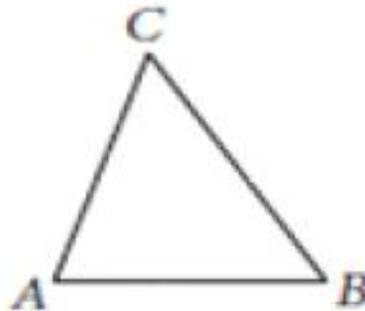
- a) El turista atiende al llamado del salva vidas alzando la mirada con un ángulo de 18° respecto al mar ¿cuánto tuvo que inclinar la mirada el salva vidas para localizar al turista? ¿Por qué?
- b) Supongamos que el turista hace caso omiso a las indicaciones dadas por el salva vidas, y avanza 5 metros en dirección contraria a este respecto a su posición inicial. ¿A qué distancia se encuentra el turista respecto a la base de la cabina? ¿Se presentan cambios respecto a los ángulos del inciso anterior?



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADÓ



- 2) Para la celebración del cumpleaños una estudiante del grado décimo B, sus compañeros decidieron comprar 8 pizzas medianas, las cuales estaba dividida en 5 porciones, cada uno de los estudiantes tomó una porción, al final solo quedaron exactamente 4 de las 40 porciones. La pizza venía con una particularidad, tenía forma de pentágono, como todos querían repetir propusieron un reto, el que descubriera las dimensiones del trozo faltante para formar el pentágono se llevaría las 4 porciones. ¿Te quieres ganar el reto? Para tener en cuenta:



- **Porción 1.** $A=70^\circ$, $B=50^\circ$ y $b=10\text{cm}$
- **Porción 2.** $A=60^\circ$, $b=15\text{ cm}$ y $c=8\text{ cm}$
- **Porción 3.** $C=60^\circ$, $b=10\text{ cm}$ y $a=15\text{ cm}$
- **Porción 4.** $A=80^\circ$, $B=68^\circ$ y $c=6\text{cm}$.



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
SECCIONAL URABÁ
SEDE APARTADO**



- 3) Carlos estudia en la Institución Educativa Francisco Luis Valderrama Valderrama, para llegar a la institución desde su casa camina 500 m, con un rumbo de 35° , luego de salir no se dirige a su casa si no que cambia dirección con un rumbo de 180° caminando 200 m.

RECUERDA: un rumbo se mide en el sentido de las manecillas del reloj, desde el norte.

Teniendo en cuenta la información anterior responde:

- Si Carlos desea llegar nuevamente a su casa desde su punto final ¿Qué distancia deberá recorrer y con qué rumbo?
- 50 m atrás se encuentra una calle por la cual también podría llegar a su casa, si Carlos quiere llegar más rápido ¿Qué le recomiendas? devolverse y tomar la calle anterior o seguir por la ruta principal.