



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**REVISIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE  
LOS NUDOS VIGA-COLUMNA EN PÓRTICOS DE CONCRETO  
PREFABRICADO EN ZONAS DE AMENAZA SÍSMICA  
INTERMEDIA.**

**Sara Milena Hincapié Puerta  
Edwin Andrés Castaño Piedrahita**

**Universidad de Antioquia  
Facultad de Ingeniería, sede posgrado, Especialización  
en análisis y diseño de estructuras**

**Medellín, Colombia**

**2019**



**REVISIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS Y DISEÑO DE LOS NUDOS  
VIGA-COLUMNA EN PÓRTICOS DE CONCRETO PREFABRICADO EN ZONAS  
DE AMENAZA SÍSMICA INTERMEDIA.**

**Sara Milena Hincapié Puerta y Edwin Andrés Castaño Piedrahita**

**Monografía presentada como requisito parcial para optar al título de:  
Especialización en análisis y diseño de estructuras.**

**Asesor(a):**

**Carlos Alberto Riveros Jerez  
Ingeniero Civil, M.Eng. Dr.Eng.**

**Universidad de Antioquia  
Facultad de Ingeniería, Sede posgrado, Especialización en análisis y diseño de  
estructuras.  
Medellín, Colombia  
2019**

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
APLICACIONES PRÁCTICAS DE CONEXIONES EN ELEMENTOS PREFABRICADOS .....	3
LINEAMIENTOS DE LA NORMATIVA EXISTENTE.....	7
CONEXIONES .....	9
TIPOS DE CONEXIONES.....	12
TRAYECTORIA DE CARGAS.....	17
MÉTODO DEL PUNTAL-TENSOR.....	20
CONEXIÓN A MOMENTO HÍBRIDA. ....	23
PROCEDIMIENTO DE DISEÑO. ....	25
ANÁLISIS DE CARGAS.....	26
Tipos de carga: .....	26
Combinaciones de cargas.....	28
Materiales .....	29
Secciones de los elementos estructurales.....	29
Tipos de conexiones .....	29
Modelo.....	30
Cargas ingresadas.....	30
Análisis sísmico.....	32
MÉNSULA (TRANSMISIÓN DEL CORTANTE).....	36
Área de refuerzo a tracción.....	39
Fuerza de fricción horizontal .....	39
Área de refuerzo a horizontal.....	39
Área total de refuerzo a tracción .....	39
Refuerzo mínimo.....	39
Cálculo de estribos horizontales.....	40
Anclaje (transmisión del Momento).....	42
CONCLUSIONES.....	47

ANEXO 1. Diseño de ménsula metálica bajo la metodología propuesta en la norma sismo resistente colombiana (NSR – 10). .....	48
Profundidad efectiva mínima .....	51
Altura de la ménsula y altura de la ménsula zona corta .....	52
Altura de la ménsula .....	52
Altura en el borde exterior del área de apoyo (NSR-10, C.11.8.2).....	52
Área de refuerzo a tracción (NSR-10, C.11.8.3.4): .....	52
Área de refuerzo para cortante por fricción (NSR-10, C.11.6):.....	52
Momento de diseño sobre la ménsula (NSR-10, C11.8.3): .....	53
Área de refuerzo a flexión: (NSR-10, C10.2, C10.3): .....	53
Área de refuerzo principal (NSR-10, C.11.8.3.5): .....	53
Área de refuerzo horizontal (NSR-10, C.11.8.4):.....	55
BIBLIOGRAFÍA.....	57
Comité conjunto ACI - T1.2/T1.2R. Special Hybrid Moment Frames Composed of Discretely Jointed Precast and Post-Tensioned Concrete Members (T1.2-03) and Commentary (T1.2R-03). EEUU. American concrete institute (ACI), 2003.....	58

## LISTA DE TABLAS

Figura 1. Columna prefabricada en concreto (Extraído de <a href="https://www.indiamart.com/proddetail/">https://www.indiamart.com/proddetail/</a> ) .....	3
Figura 2. Pórtico prefabricado en concreto (Extraído de <a href="https://www.indiamart.com/proddetail/">https://www.indiamart.com/proddetail/</a> ) .....	4
Figura 3. Pórtico prefabricado en concreto (Extraído de <a href="https://www.indiamart.com/proddetail/">https://www.indiamart.com/proddetail/</a> ) .....	4
Figura 4. Acero de refuerzo de columna y ménsula (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, (FIB), Structural Connections for Precast Concrete Buildings, February 2008).....	5
Figura 5. Procedimiento de izaje en obra (JAYA,K. 2016. Connections in precast structures, Anna University).....	5
Figura 6. Ensayo de pórticos a escala real (NASCIMBENE, BRUNESI, BOLOGNINI and BELLOTTI. Experimental investigation of the cyclic response of reinforced precast concrete framed structures. PCI Journal, March–April 2015).....	6
Figura 7. Wiltern parking structure, Los Angeles California (Extraído de <a href="https://www.dywidag-systems.com/">https://www.dywidag-systems.com/</a> ) .....	6
Figura 8. Elementos de conexión viga-Columna.(Adaptado de Precast concrete structures, 2016).....	10
Figura 9. Tipos de conexión viga-Columna.(Adaptado de Precast concrete structures, 2016) .....	13
Figura 10. Tipos de conexión viga-Columna tipo ménsula. (Adaptado de Precast concrete structures, 2016) .....	14
Figura 11. Conexión viga-columna discontinua. (Tomado de Elliott, 2016).....	15
Figura 12. Conexión DDC.(Tomado de Kenyon, 2008) .....	16
Figura 13. Conexión semi rígida.(Tomado de Elliot, 2016).....	17
Figura 14. Trayectoria de esfuerzos.(Adaptada de Elliot, 2016).....	18
Figura 15.Regiones B y D.(Tomada de DFMA, connections for advanced precast concrete system, 2018).....	20
Figura 16. Principio de Bernouilli (Tomada de DFMA, connections for advanced precast concrete system, 2018) .....	21
Figura 17. Método del puntal - tensor (tomada de la NSR-10, fig. C-RA.1.3) .....	22
Figura 18. Conexión híbrida monolítica.(Adaptada de CIS 11:2008, Standar industri pembinaan, 2008) .....	24
Figura 19. Ubicación de la conexión a diseñar. Elaboración propia. ....	25
Figura 20. Carga muerta para elementos no estructurales (tomada de NSR-10) .....	26
Figura 22. Cargas vivas uniformemente distribuidas uso residencial (tomada de NSR-10) .....	28
Figura 23. Carga muerta (kN/m). Elaboración propia.....	30
Figura 24. Carga viva (kN/m). Elaboración propia. ....	31
Figura 25. Peso manual de la estructura. ....	31

Figura 26. Espectro de diseño (kN/m). Elaboración propia. ....	32
Figura 27. Fuerza sísmica (kN/m). Elaboración propia.....	33
Figura 28. Resultado del cortante basal (kN/m). Elaboración propia. ....	34
Figura 29. Diagrama de momentos para la combinación de carga 1.2D+1.0Ex+1.0L. Elaboración propia.....	34
Figura 30. Reacciones últimas sobre la conexión a diseñar. Elaboración propia. ....	35
Figura 31. Ménsula para conexión híbrida. Elaboración propia.....	36
Figura 32. (Ménsula en concreto, tomada de NSR-10, fig CR11.8.2) .....	48
Figura 33. Dimensiones ménsula en diseño. Elaboración propia.....	50
Figura 34. Ubicación áreas de refuerzo calculadas. Elaboración propia.....	56

## **RESUMEN**

Este estudio presenta el análisis de conexiones viga-columna utilizadas en estructuras de prefabricadas concreto. Diferentes clases de conexiones comúnmente usadas en sistemas prefabricados son presentadas. El procedimiento de diseño de una conexión resistente a momento se implementa con el fin de determinar su viabilidad de uso en edificaciones residenciales ubicadas en zonas de amenaza sísmica intermedia. El procedimiento de análisis se aplica en un pórtico de tres niveles localizado en Medellín. Las limitaciones que tienen las estructuras prefabricadas en nuestro medio local son presentadas con base en la normativa vigente. Además, posibles limitaciones en el uso de pórticos prefabricados se analizan utilizando las restricciones impuestas por la metodología de cálculo presentada en este estudio. Finalmente, el análisis de los resultados es complementado con información proporcionada por diferentes investigaciones.

**Palabras clave:** Conexiones viga columna, concreto prefabricado, ménsulas, conectores, Capacidad Moderada de Disipación de Energía (DMO)

## ABSTRACT

This study presents the analysis of beam-column connections used in precast concrete structures. Different kinds of connections commonly used in precast systems are presented. The design procedure of a moment resisting connection is implemented in order to determine its feasibility of use in residential buildings located in zones of intermediate seismicity. The analysis procedure is applied in a three floor frame located in Medellín. The limitations of precast structures in our local environment are presented based on current regulations. In addition, possible limitations in the use of precast frames are analyzed using the restrictions imposed by the calculation methodology presented in this study. Finally, the analysis of the results is complemented with information provided by different investigations.

**Key words:** Beam to column joints, precast concrete, corbels, connectors, intermediate seismic zone

## INTRODUCCIÓN

El concreto prefabricado consiste en la producción de elementos de manera industrializada en plantas especializadas para tal fin, posee diversas ventajas a nivel constructivo respecto al concreto vaciado in-situ, debido a que se puede tener un mejor control de la calidad del producto terminado, además las piezas pueden ser fabricadas en lugares distantes y/o diferentes al emplazamiento final de la estructura; a nivel mundial, ha sido ampliamente utilizado por las reducciones de tiempo que ofrece al ser ensamblado en obra, al evitar el uso de formaletería, y reducir los tiempos requeridos en el proceso de fraguado y curado del concreto. Dependiendo de los procedimientos llevados a cabo desde la etapa de diseño, fabricación, transporte y montaje, es posible alcanzar avances en la construcción hasta de 1000m<sup>2</sup> por semana. (FIB, 2008).

Las estructuras prefabricadas están conformadas por elementos que, ensamblados en conjunto, forman pórticos tridimensionales que pueden resistir la totalidad de solicitaciones impuestas por cargas gravitacionales, de viento e incluso de sismo (Elliott, 2016). Siendo piezas independientes, es fundamental la correcta conexión entre las mismas, para garantizar la transmisión de esfuerzos y la funcionalidad de la estructura de forma global como un sistema sismo resistente. Las conexiones viga columna son los puntos más críticos de la estructura, debido a que éstas deben garantizar la transmisión de los diversos esfuerzos que confluyen en los nudos.

En la práctica, este sistema ha sido visto con escepticismo, debido a la falta de conocimiento en los procesos de diseño que involucran el correcto detallado de los mecanismos dúctiles en los elementos, las inadecuadas separaciones entre elementos no estructurales así como la separación entre estructuras adyacentes y también el detallado insuficiente de las conexiones; además de que en algunos sismos como los ocurridos en 1976 Tangshan (China), 1985 Michoacan (Mexico), 1988 Armenian (Republica de Armenia) and 1994 Northridge (Estados Unidos), se presentaron fallas estructurales que incluso desencadenaron el colapso de varias estructuras prefabricadas.

A partir del análisis del comportamiento de los sistemas prefabricados observados en dichos eventos, países con zonas de alta sismicidad, tales como Japón, Canadá, Italia, Chile, México, Nueva Zelanda y Estados Unidos, desarrollaron investigaciones y avances que han permitido la implementación de diversas prácticas para la construcción de sistemas prefabricados, generando un crecimiento económico, un desarrollo de la infraestructura de manera ágil y la reducción en el impacto ambiental (Elliott, 2016).

Debido a su gran importancia en el correcto desempeño de las estructuras, en este trabajo se presenta el procedimiento de diseño para una conexión híbrida que es una de las conexiones comúnmente empleadas.

## APLICACIONES PRÁCTICAS DE CONEXIONES EN ELEMENTOS PREFABRICADOS

Con el fin de ilustrar el uso de elementos prefabricados en concreto, a continuación, se presenta un registro fotográfico, donde se puede observar la aplicación de conexiones a cortante simple y conexiones resistentes a momento.

En la Figura 1, se observa el procedimiento de izaje de una columna en concreto prefabricado, para múltiples niveles, y conexiones para vigas simplemente apoyadas sobre ménsulas.



Figura 1. Columna prefabricada en concreto (Extraído de <https://www.indiamart.com/proddetail/>)

En la figura 2, se observa dos tipos de conexiones, en la primera de ellas (ubicada al lado izquierdo de la figura), la columna está construida únicamente en los tramos del entrepiso, dejando el nudo viga-columna expuesto para ser vaciado in-situ posteriormente, formando así una conexión híbrida monolítica que puede transmitir momento; la segunda conexión (ubicada al lado derecho de la figura), corresponde a la columna construida en su totalidad, en la cual posteriormente se apoyan las vigas y se anclan a la ménsula, formando una conexión a cortante simple.



Figura 2. Pórtico prefabricado en concreto (Extraído de <https://www.indiamart.com/proddetail/>)

En la figura 3, se observa el montaje de los diferentes pórticos que conforman la estructura en su totalidad.



Figura 3. Pórtico prefabricado en concreto (Extraído de <https://www.indiamart.com/proddetail/>)

En la figura 4, se observa el armado de la columna con su respectiva ménsula, antes del vaciado.



*Figura 4. Acero de refuerzo de columna y ménsula (FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, (FIB), Structural Connections for Precast Concrete Buildings, February 2008).*

En la figura 5, se observa el procedimiento de izaje de vigas sobre ménsulas. Los nudos se dejan expuestos para ser armados y vaciados posteriormente junto con la losa.



*Figura 5. Procedimiento de izaje en obra (JAYA,K. 2016. Connections in precast structures, Anna University)*

En la figura 6, se observa un ensayo a escala real de un pórtico ensamblado con elementos prefabricados y con conexiones tipo ménsula, el cual se realizó en Italia en el año 2015, con el fin de observar el comportamiento de las conexiones ante cargas cíclicas.



*Figura 6. Ensayo de pórticos a escala real (NASCIMBENE, BRUNESI, BOLOGNINI and BELLOTTI. Experimental investigation of the cyclic response of reinforced precast concrete framed structures. PCI Journal, March–April 2015)*

En la figura 7, se observa un parqueadero ubicado en la ciudad de Los Ángeles California ensamblado con elementos prefabricados, con conexiones simples de tipo ménsula.



*Figura 7. Wiltern parking structure, Los Angeles California (Extraído de <https://www.dywidag-systems.com/>)*

## **LINEAMIENTOS DE LA NORMATIVA EXISTENTE**

La Norma Colombiana de Construcción Sismo Resistente (NSR-10), permite el uso de sistemas de resistencia sísmica compuestos parcial o totalmente por elementos prefabricados, diseñados para las fuerzas sísmicas obtenidas de acuerdo al reglamento, usando un coeficiente de capacidad de disipación básico  $R_0$ , tal como lo define el título A.3.1.7 igual a 1,5 ( $R_0=1,5$ ).

Cuando se demuestre con evidencia experimental y de análisis, que el sistema propuesto tiene una resistencia, capacidad de disipación de energía y capacidad de trabajo en el rango inelástico igual o mayor a las obtenidas con la estructura construida, utilizando uno de los materiales prescritos por el reglamento, deben cumplirse los requisitos que la NSR 10 referencia en los artículos 10 y 12 de la Ley 400 de 1997, pero en ningún caso el valor de  $R_0$  podrá ser mayor que el fijado por el reglamento para sistemas de resistencia sísmica construidos monolíticamente con el mismo material estructural.

El título A.1.4.2. de la NSR-10, indica que se permite el uso de sistemas de resistencia sísmica que estén compuestos, parcial o totalmente, por elementos prefabricados, que no estén cubiertos por el reglamento, siempre y cuando cumpla uno de los dos procedimientos siguientes:

- (a) Se utilicen los criterios de diseño sísmico presentados en A.3.1.7, o
- (b) Se obtenga una autorización previa de la comisión asesora permanente para el régimen de construcciones sismo resistente, de acuerdo con los requisitos y responsabilidades establecidas en el artículo 14 de la Ley 400 de 1997.

Por su parte, el título C.22.9.3 dentro de las disposiciones para concreto estructural simple, establece que los elementos prefabricados deben estar conectados de manera segura, para que transfieran todas las fuerzas laterales a un sistema estructural capaz de resistir dichas fuerzas.

El título C.16 trata específicamente del concreto prefabricado, de manera muy general establece que el diseño de elementos prefabricados y sus conexiones debe incluir las condiciones de carga y de restricción, desde la fabricación inicial hasta completar la estructura, incluyendo el desencofrado, almacenamiento, transporte y montaje; respecto a las conexiones, indica que se permite que las fuerzas sean transmitidas entre los elementos a través de juntas inyectadas con mortero, llaves de cortante, conectores mecánicos, conexiones con refuerzo de acero, afinado de piso reforzado, o combinación de estos métodos. La efectividad de las conexiones para transmitir fuerzas entre elementos debe ser determinada por medio del análisis o de ensayos. Cuando el cortante sea la principal carga impuesta, se permite usar las disposiciones de C.11.6. referida al cortante por fricción.

Códigos de diseño como el International Building Code (IBC), permiten el diseño de estructuras de concreto prefabricado en zonas de amenaza sísmica moderada y alta (clasificación según NSR-10), mediante tres diferentes alternativas, la primera requiere que el diseño de los elementos prefabricados emulen el comportamiento de un sistema monolítico comparable, en términos de resistencia y rigidez; la segunda alternativa permite el diseño de dichos elementos, siempre y cuando se realicen ensayos analíticos y experimentales donde se evidencie que el comportamiento es satisfactorio, lo cual requiere una cantidad de tiempo y dinero considerable; la tercera requiere que se realice un diseño de un sistema híbrido que cumpla con los parámetros establecidos en el American Concrete Institute (ACI T1.2-03), el cual establece lineamientos para el diseño de dichos sistemas, sin embargo, los diseños quedan limitados a los ensayos realizados para la validación del código ACI T1.2-03 (Kenyon, 2008).

Debido a la falta de ensayos con sistemas híbridos, diversos intentos de dejar los sistemas prefabricados por fuera de los lineamientos para los sistemas de concreto monolítico, han sido fallidos (Chen, 2007), sin embargo, con las investigaciones realizadas en la UCSD (University of California San Diego) sobre los sistemas DDC (Dywidag ductile connectors), la implementación de estos ha venido siendo más plausible en los Estados Unidos a través de la segunda alternativa mencionada previamente.

A pesar de que el uso de conexiones semi rígidas en pórticos prefabricados ha sido comúnmente utilizado en países de sismicidad alta, en Latinoamérica, ha sido ampliamente extendido únicamente en zonas de amenaza sísmica baja como es el caso de Brasil, donde se ha construido en estructuras de uso educativo y comercial de hasta 5 y 10 niveles. (Kenyon, 2008).

Con lo anterior, es preciso hacer hincapié en que ninguna de las normativas previamente mencionadas, cuenta un procedimiento de diseño o limitaciones de uso para las conexiones en elementos prefabricados en concreto de acuerdo a la zona de amenaza sísmica en la cual se puedan emplear, sólo se establece de manera general que se debe verificar la trayectoria de carga y garantizar la correcta transmisión de esfuerzos entre elementos estructurales.

## **CONEXIONES**

Los sistemas prefabricados, requieren elementos complementarios para realizar la conexión viga–columna, generalmente son piezas en acero, tales como ángulos, barras o pernos, que en conjunto se encargan de transmitir las cargas a las cuales se ve sometida la conexión, tales como, fuerza axial, cortante, momento y ocasionalmente torsión. Cada uno de ellos se encarga de transmitir una de las componentes, por ejemplo, en la conexión mostrada en la Figura 8, el cortante se transmite mediante el apoyo sobre elementos embebidos en la columna, mientras que el momento se

descompone en un par de fuerzas de tracción y compresión que son transmitidas por las barras de refuerzo ubicadas en la parte superior y la dovela ubicada en el apoyo respectivamente.

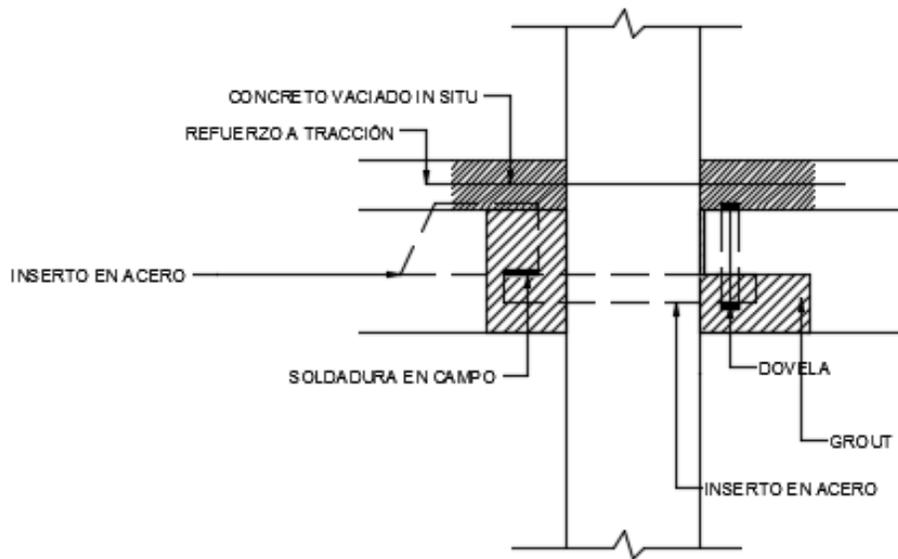


Figura 8. Elementos de conexión viga-Columna. (Adaptado de *Precast concrete structures*, 2016)

Además de las solicitaciones mencionadas anteriormente, sobre las conexiones prefabricadas se desarrolla otro tipo de fuerza friccionante que no está presente en los sistemas vaciados in-situ, la cual es ocasionada por el movimiento relativo debido a la contracción y retracción del concreto.

El éxito a nivel funcional y económico de una estructura prefabricada, depende en gran medida de la configuración y propiedades de las conexiones entre elementos, la flexibilidad de las conexiones afecta la distribución de los efectos reológicos como el la retracción y contracción por temperatura, si la conexión restringe el movimiento, los esfuerzos resultantes deberían considerarse en el diseño, lo cual es complejo de evaluar, es por ello que generalmente se usan conexiones articuladas en los sistemas prefabricados.

La ductilidad de las conexiones determina si las deformaciones producidas tendrán una redistribución de esfuerzos y disipación de energía adecuada, o si por el contrario se generará una falla frágil (Elliott & Jolly,2013).Generalmente, la ductilidad en edificios aporticados, se asocia con la resistencia a momentos, sin embargo, en sistemas prefabricados, las conexiones se tratan como semi rígidas, el diseño debe asegurar que la fluencia se de en los lugares seleccionados para ello (rótulas plásticas), además se deben evitar excesivas concentraciones localizadas de esfuerzos, se deben usar refuerzos dúctiles en las trayectorias de carga que lo exijan y proporcionar refuerzo adecuado a las zonas que pudiesen llegar a presentar un comportamiento frágil, tales como pernos sujetos predominantemente a cortante o las zonas de anclajes. El análisis de ductilidad global de las estructuras prefabricadas, está por fuera del alcance de este documento.

El diseño estructural de conexiones no solo consiste en seleccionar las dimensiones adecuadas de los dispositivos o elementos involucrados, sino también en conocer la trayectoria de esfuerzos de una manera global tanto de la estructura, como de los elementos adyacentes a la conexión, se trata de un proceso iterativo en el cual no es posible separar el diseño del proceso de fabricación y montaje (Elliott & Jolly, 2013).

A diferencia de los sistemas vaciados in situ, la filosofía de diseño de las conexiones prefabricadas involucra además de los requerimientos estructurales, el método de construcción seleccionado, en muchos casos la práctica ejecutada desde la fabricación condiciona el diseño de la conexión (FIB, 2008).

De acuerdo con el manual del FIB 2008, existen varios aspectos que deben ser considerados en el proceso de diseño y detallado

- El comportamiento estructural para cargas en estados límites de servicio y último.
- La apariencia y funcionalidad del edificio.
- La protección contra el fuego.
- La producción de los elementos de concreto.
- El almacenamiento y transporte de los elementos de concreto.
- El montaje del sistema prefabricado.

### **TIPOS DE CONEXIONES**

Las conexiones se clasifican de acuerdo a la transmisión de esfuerzos, es posible encontrar conexiones a compresión, a tracción, a cortante y a momento.

Las conexiones a momento son aquellas que transmiten los esfuerzos de flexión mediante un par de fuerzas de tracción y compresión, usualmente el criterio usado para transmitir la tracción es mediante el anclaje, para lo cual se requieren elementos como barras, pernos o dispositivos mecánicos que provean una resistencia adecuada a la tracción; la compresión y el cortante se transmiten generalmente mediante contacto.

En la práctica del concreto prefabricado, ha sido usual emplear conexiones que transmiten el cortante apoyando las vigas sobre ménsulas vaciadas en la columna, o mediante insertos de elementos de acero como perfiles (Ver Figura 9).

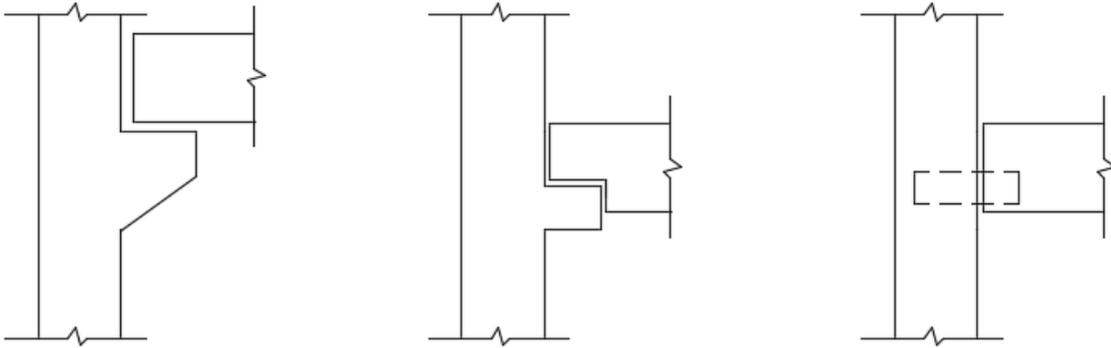


Figura 9. Tipos de conexión viga-Columna.(Adaptado de Precast concrete structures, 2016)

El par de fuerzas se transmite mediante el uso de barras que proporcionan la continuidad, en este caso es necesario el uso de conexiones híbridas, las cuales utilizan zonas que se vacían in situ para permitir un correcto puente de adherencia entre el elemento que se encuentra simplemente apoyado sobre ménsulas o insertos (viga) y el soporte vertical o columna formando un nudo semi rígido que puede ofrecer cierta resistencia a la rotación.

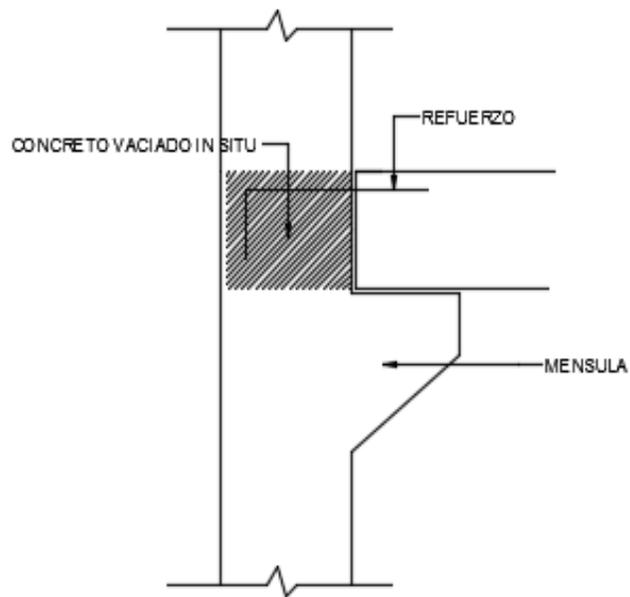


Figura 10. Tipos de conexión viga-Columna tipo ménsula. (Adaptado de *Precast concrete structures*, 2016)

Otro tipo de conexiones a momento es la estudiada por Hasan (2011), la cual consiste en un planteamiento de vigas y columnas discontinuas en la etapa de construcción o montaje, posteriormente se logra la continuidad mediante el uso de grouting in situ.

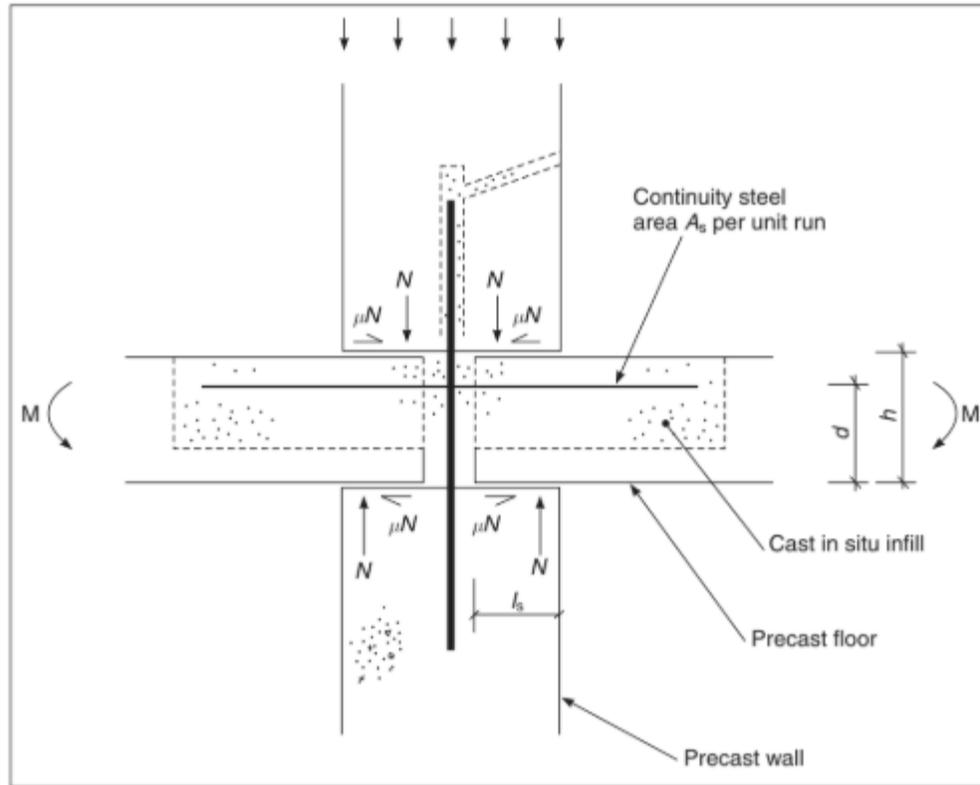


Figura 11. Conexión viga-columna discontinua. (Tomado de Elliott, 2016).

También se han desarrollado conexiones como la DDC (Dywidag ductile connector, precast concrete system) la cual evita el uso de elementos de soporte tales como las ménsulas usadas en las conexiones híbridas mencionadas anteriormente, y en su lugar emplean conectores especiales como elementos disipadores de energía y barras Dywidag con un alto esfuerzo de fluencia, en contraposición al refuerzo típicamente empleado en las conexiones híbridas. (Kenyon, 2008).

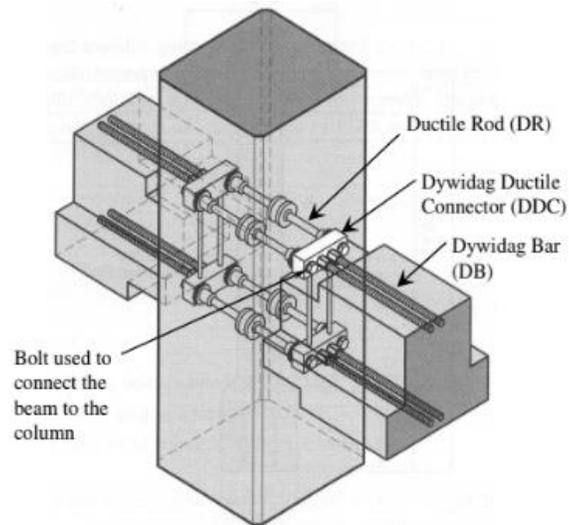
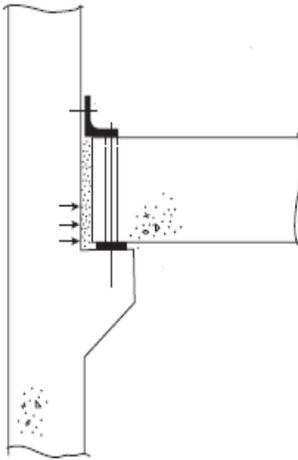


Figura 12. Conexión DDC. (Tomado de Kenyon, 2008)

Por su parte, el programa de investigación PRESS (Piestley, M. J. N., Sritharan, S., Conley, J. R. & Pampanin, 2000) ha llevado a cabo la ejecución de una conexión viga presforzada - columna en un edificio de 22 pisos en Estados Unidos (Ozden, 2010) ha investigado esta conexión con el uso de torones en el centro de la viga, alcanzando momentos resistentes del orden de 200 kN-m y rotaciones de hasta 0.04 radianes.

## TRAYECTORIA DE CARGAS

Debido a que la normativa no proporciona ningún procedimiento de cálculo y establece que las conexiones deben garantizar la correcta transmisión de los esfuerzos a los cuales se ven sometidas, es fundamental poder determinar cuál es la trayectoria de las cargas y cuáles serán los elementos encargados de transferir los esfuerzos desde la viga hacia la columna, con el fin de poder establecer el procedimiento que permita dimensionar cada uno de los elementos involucrados en la conexión.



*Figura 13. Conexión semi rígida. (Tomado de Elliot, 2016)*

Por ejemplo, en la figura 13 se establece una conexión en la cual se transmite el cortante fundamentalmente mediante el apoyo sobre una ménsula adosada a la columna, debido a que no es una conexión híbrida, por no hacer uso del concreto o mortero vaciado in - situ, se recurre a elementos complementarios como la dovela vertical que conecta la viga con la ménsula, y el ángulo pernado que conecta la viga con la columna. La dovela se encarga de absorber la fuerza a compresión generada por la descomposición del momento en un par de fuerzas, mediante el cortante y/o aplastamiento de la dovela; mientras que la tracción se transmite mediante el perno del ángulo superior. Esta conexión está limitada a esfuerzos flectores de magnitudes bajas, debido a que podría no ofrecer una rigidez suficiente a la rotación, para ello debe proporcionarse una longitud de anclaje que podría ser excesivamente grande para el perno, por su parte, el ángulo es

un elemento flexible en comparación con los elementos de concreto, por lo cual podría entrar en fluencia y permitir el giro de la conexión mediante su deformación.

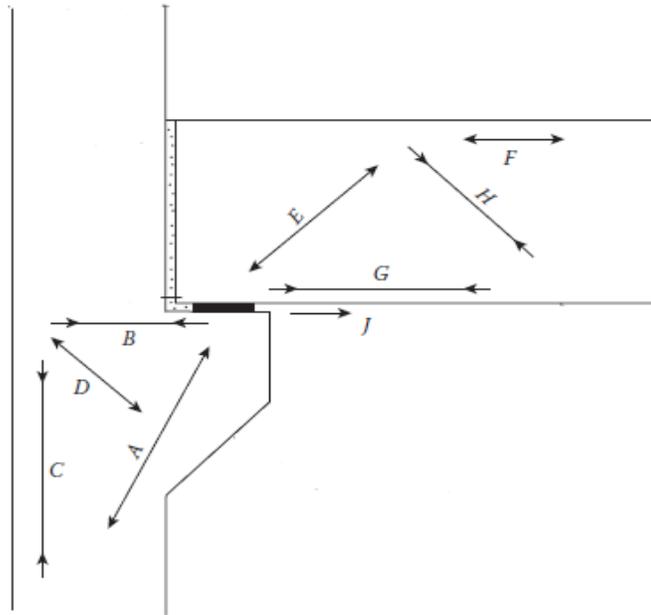


Figura 14. Trayectoria de esfuerzos.(Adaptada de Elliot, 2016)

En la figura 14 se puede identificar la siguiente trayectoria de esfuerzos:

- A: Puntal de compresión diagonal sobre la ménsula.
- B: Reacción a la componente horizontal de la fuerza en A.
- C: Reacción a la componente vertical de la fuerza en A.
- D: Resultante interna a las fuerzas en B y C.
- E: Puntal de compresión diagonal en la viga.
- F y G: Reacción a la componente horizontal de la fuerza en E.
- H: Reacción de tracción a las fuerzas E y F.

J: Fuerza de fricción horizontal ocasionada por el movimiento relativo de la viga y la ménsula.

Es preciso identificar cada una de estas trayectorias para determinar la forma en la cual se suplirá el refuerzo requerido, en el caso de la ménsula por ejemplo, deberá proporcionarse acero de refuerzo para atender los esfuerzos originados por la fricción horizontal y el cortante por fricción, mientras que el puntal de compresión deberá ser resistido por el concreto; por su parte, en la viga también debe proveerse refuerzo en las zonas sometidas a tracción, de igual manera, los puntales a compresión deberá resistirlos el concreto. En el ejemplo mostrado anteriormente, no se indica ningún esfuerzo de tracción sobre la columna, por tratarse de una conexión articulada, sin embargo, en caso de que se tratase de una conexión semi rígida, se originara esta trayectoria adicional, que deberá atenderse con un anclaje por adherencia a la columna.

En la zona de contacto entre la viga y la ménsula, se presenta una región en la cual se concentra una carga puntual de elevada magnitud (Reacción en el apoyo), esta concentración, origina una distorsión en la distribución uniforme de esfuerzos, por lo tanto, no es posible usar la teoría lineal de la flexión para realizar su diseño; de manera similar, la ménsula representa un cambio abrupto en la geometría de la columna, con lo cual también se origina una distribución de esfuerzos no uniforme. En estas zonas en las que no es posible utilizar la teoría lineal de flexión, se debe recurrir al método del puntal tensor para el diseño de las mismas.

## MÉTODO DEL PUNTAL-TENSOR

El método del puntal tensor o método de las bielas y tirantes, consiste en identificar dos regiones, una tipo B y otra tipo D. La región tipo B es aquella donde la hipótesis de Bernoulli “las secciones planas, permanecen planas” es aplicable, por lo tanto, es posible diseñar estas zonas con la teoría lineal de flexión; la región D es aquella donde la distribución de esfuerzos uniformes es distorsionada o discontinua debido a la presencia de cargas concentradas (aplica para cargas y reacciones) y a los cambios abruptos en la geometría, tales como incrementos o decrementos de la sección transversal, presencia de aberturas, esquinas, dobleces u otras discontinuidades.

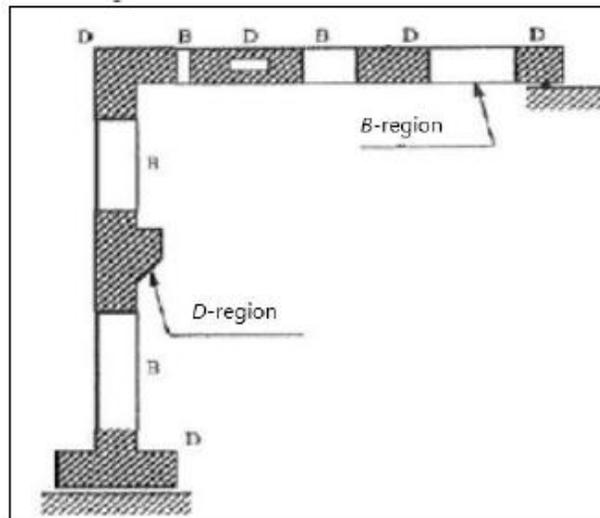


Figura 15.Regiones B y D.(Tomada de DFMA, connections for advanced precast concrete system, 2018)

De acuerdo con el principio de St Venant, los efectos locales solo afectan una zona localizada a uno y otro lado de las secciones en que se producen, la forma precisa en que se aplican las cargas o los dispositivos empleados para aplicarlas, así como la disposición constructiva de los aparatos de apoyo, afecta sólo al estado tensional de esta zona localizada, de una longitud aproximadamente igual al canto de la pieza.

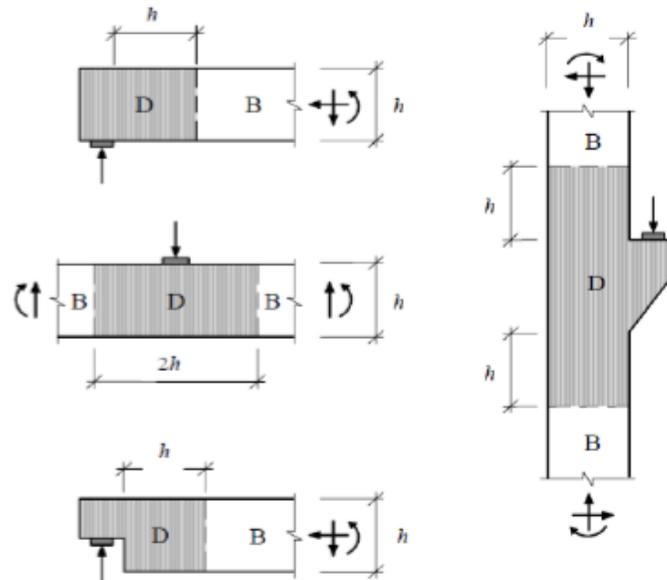


Figura 16. Principio de Bernoulli (Tomada de DFMA, connections for advanced precast concrete system, 2018)

Para el diseño de las regiones D, es apropiado el método del puntal tensor, el cual considera los efectos del momento, cortante, compresión y tracción de manera simultánea. Es muy útil en el diseño de elementos como ménsulas, vigas de extremo reducido y uniones viga - columna.

El método consiste en idealizar la región D como un sistema de una cercha equivalente, la cual trabaja predominantemente a esfuerzos axiales tomando la compresión mediante puntales diagonales a compresión o bielas y la tracción mediante tensores, transmitiendo fuerzas entre ambos en las zonas de intersección o nodos.

El mecanismo de transmisión conformado por la cercha, debe ser estable y estar balanceado con las cargas externas, de manera que pueda llevar las cargas a través de la región correspondiente, hasta los apoyos.

Los tensores son elementos a tracción que incluyen vínculos, acero de refuerzo longitudinal o acero de refuerzo pre esforzado, el concreto alrededor de los tirantes, no se considera en el cálculo, se desprecia su capacidad a tracción.

Los puntales representan las zonas en las cuales la cercha toma compresión, esta es asumida por el concreto circundante, aunque puede ser reforzado con acero para incrementar su capacidad, los puntales están orientadas de manera paralela a las fisuras iniciales del concreto.

Los nodos, corresponden a las zonas en las cuales los ejes de la cercha equivalente se intersectan, son las zonas que físicamente se deben anclar y deben transmitir los esfuerzos.

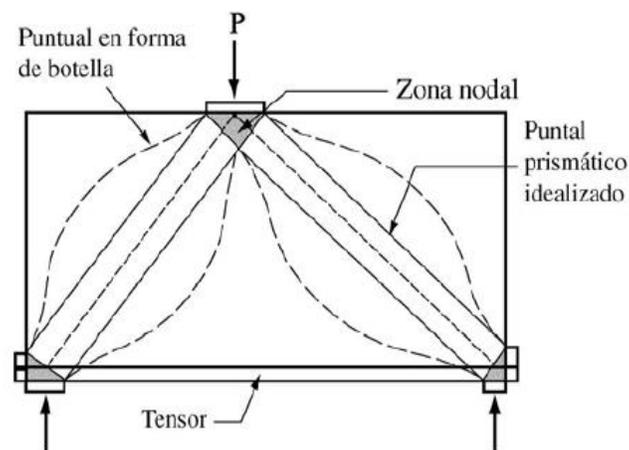


Figura 17. Método del puntal - tensor (tomada de la NSR-10, fig. C-RA.1.3)

## **CONEXIÓN A MOMENTO HÍBRIDA.**

La conexión híbrida se considera como rígida, consiste en una viga apoyada sobre una ménsula tal como lo indica la figura 16. Esta conexión, a diferencia de las conexiones semi rígidas y articulada mostradas en la figura 13 y 14 respectivamente, adiciona un anclaje por adherencia a la columna, con el fin de transmitir la tracción generada por el par de fuerzas o momento.

Una de sus principales características, es que se realiza el vaciado in - situ del nudo. Esta conexión ha demostrado comportarse como si fuese monolítica (Elliot, 2016), por lo cual podría emplearse en pórticos resistentes a momento con elementos prefabricados, pues tanto la NSR 10 como el ACI 318 - 02, exigen que los sistemas prefabricados emulen el comportamiento de un sistema monolítico comparable, en términos de resistencia y rigidez.

Se verifica la capacidad de la conexión tanto a cortante como a momento, para el cálculo a cortante se emplean las disposiciones del título C.11.6 de la NSR-10, referente al cortante por fricción, mientras que para el anclaje se revisan sus estados límites correspondientes a la fluencia, adherencia y longitud efectiva.

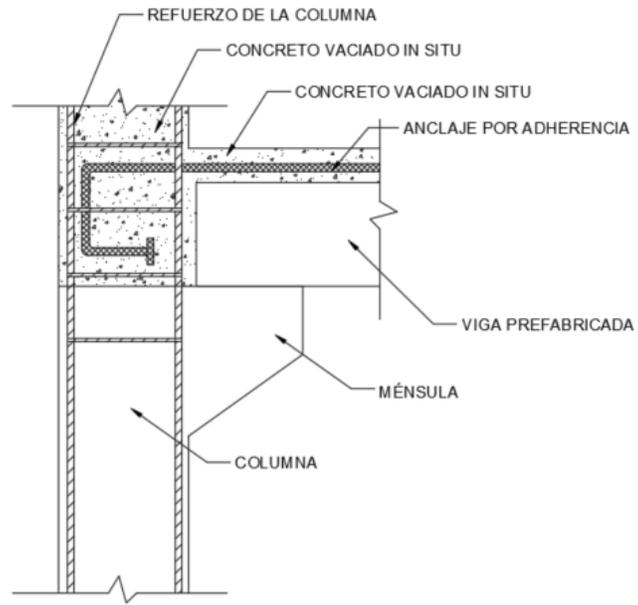


Figura 18. Conexión híbrida monolítica. (Adaptada de CIS 11:2008, Standar industri pembinaan, 2008)

## PROCEDIMIENTO DE DISEÑO.

Se muestra el procedimiento de diseño de una conexión híbrida para el pórtico mostrado en la Figura 19, el cual pertenece a una edificación residencial. Los pórticos están separados cada 5m en sentido transversal. Se realiza el análisis de cargas según la NSR-10, tanto para carga vertical, como para carga sísmica lateral mediante el método de la fuerza horizontal equivalente. Para el ejercicio práctico se asumirá como ubicación de la edificación, la ciudad de Medellín, la cual clasifica con un nivel de amenaza sísmica intermedia; y un perfil de suelo tipo D.

La conexión a diseñar corresponde a la señalada en la siguiente figura, la cual se ve sometida a la carga de diseño más alta teniendo en cuenta la demanda por sismo.

Debido a que la normativa colombiana (NSR-10), no indica ningún procedimiento de cálculo para este tipo de conexiones, se realizará el diseño bajo los parámetros establecidos por el British Standar BS 8110-1.

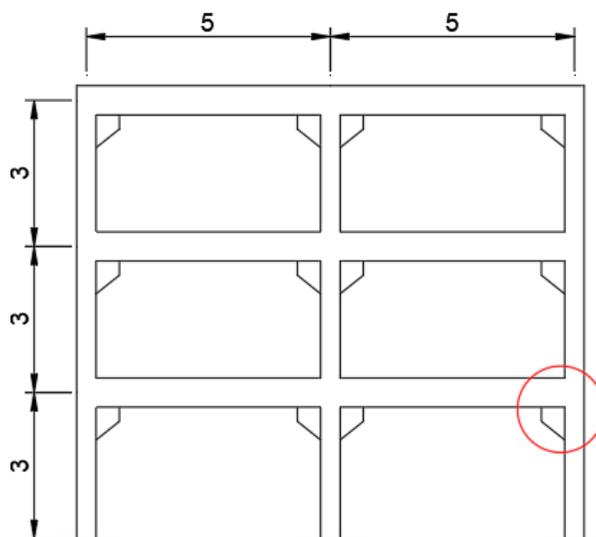


Figura 19. Ubicación de la conexión a diseñar. Elaboración propia.

## ANÁLISIS DE CARGAS

### Tipos de carga:

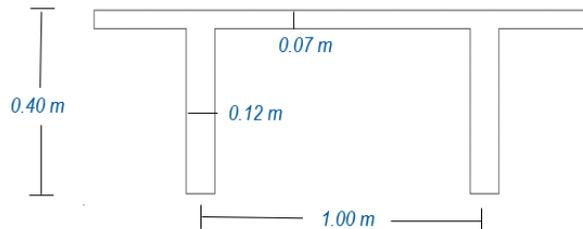
**Carga muerta (D):** De la tabla B.3.4.3-1 de la NSR-10 se elige de acuerdo a la ocupación del pórtico para vivienda una carga muerta por fachada y particiones de mampostería un valor de 3 kN/m<sup>2</sup>.

Tabla B.3.4.3-1  
Valores mínimos alternativos de carga muerta de elementos no estructurales cuando no se efectúe un análisis más detallado

Ocupación		Fachada y particiones (kN/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta	Afinado de piso y cubierta (kN/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta	Fachada y particiones (kgf/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta	Afinado de piso y cubierta (kgf/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta
Reunión	Edificaciones con un salón de reunión para menos de 100 personas y sin escenarios.	1.0	1.8	100	180
Oficinas	Particiones móviles de altura total	1.0	1.8	100	180
	Particiones fijas de mampostería	2.0	1.8	200	180
Educativos	Salones de clase	2.0	1.5	200	150
Fábricas	Industrias livianas	0.8	1.6	80	160
Institucional	Internados con atención a los residentes	2.0	1.6	200	160
	Prisiones, cárceles, reformatorios y centros de detención	2.5	1.8	250	180
	Guarderías.	2.0	1.6	200	160
Comercio	Exhibición y venta de mercancías.	1.5	1.4	150	140
Residencial	Fachada y particiones de mampostería.	<u>3.0</u>	1.6	300	160
	Fachada y particiones livianas.	2.0	1.4	200	140
Almacenamiento	Almacenamiento de materiales livianos.	1.5	1.5	150	150
Garajes	Garajes para vehículos con capacidad de hasta 2000 kg	0.2	1.0	20	100

Figura 20. Carga muerta para elementos no estructurales (tomada de NSR-10)

### Predimensionamiento de losa en una dirección:



#### Cargas superimpuestas

3.00 kN/m <sup>2</sup>	Carga muerta particiones
1.60 kN/m <sup>2</sup>	Carga muerta acabados

D <sub>pp</sub>	0.95 kN/m <sup>2</sup>	Peso nervio
D <sub>ls</sub>	1.68 kN/m <sup>2</sup>	Peso loseta superior
D <sub>acab.</sub>	1.60 kN/m <sup>2</sup>	Peso acabados
D <sub>part.</sub>	3.00 kN/m <sup>2</sup>	Peso particiones

D 7.26 kN/m<sup>2</sup> Carga muerta total

L 1.80 kN/m<sup>2</sup> Carga viva

S 5.00 m Ancho aferente

#### Carga lineal sobre el pórtico

D 36.30 kN/m Carga muerta

L 9.00 kN/m Carga viva

Figura 21. Cargas a aplicar en el pórtico. Elaboración propia.

**Carga viva (L):** De la tabla B.4.2.1-1 de la NSr-10 se elige de acuerdo a la ocupación del pórtico para vivienda una carga viva general de 1.8 kN/m<sup>2</sup>.

Tabla B.4.2.1-1  
Cargas vivas mínimas uniformemente distribuidas

Ocupación o uso		Carga uniforme (kN/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta	Carga uniforme (kgf/m <sup>2</sup> ) m <sup>2</sup> de área en planta
Reunión	Balcones	5.0	500
	Corredores y escaleras	5.0	500
	Silletería fija (fijada al piso)	3.0	300
	Gimnasios	5.0	500
	Vestibulos	5.0	500
	Silletería móvil	5.0	500
	Áreas recreativas	5.0	500
	Plataformas	5.0	500
	Escenarios	7.5	750
Oficinas	Corredores y escaleras	3.0	300
	Oficinas	2.0	200
	Restaurantes	5.0	500
Educativos	Salones de clase	2.0	200
	Corredores y escaleras	5.0	500
	Bibliotecas		
	Salones de lectura	2.0	200
Fábricas	Estanterías	7.0	700
	Industrias livianas	5.0	500
	Industrias pesadas	10.0	1000
Institucional	Cuartos de cirugía, laboratorios	4.0	400
	Cuartos privados	2.0	200
	Corredores y escaleras	5.0	500
Comercio	Minorista	5.0	500
	Mayorista	6.0	600
<u>Residencial</u>	Balcones	5.0	500
	Cuartos privados y sus corredores	1.8	180
	Escaleras	3.0	300
Almacenamiento	Liviano	6.0	600
	Pesado	12.0	1200
Garajes	Garajes para automóviles de pasajeros	2.5	250
	Garajes para vehículos de carga de hasta 2.000 kg de capacidad.	5.0	500
Coliseos y Estadios	Graderías	5.0	500
	Escaleras	5.0	500

B-15

Figura 21. Cargas vivas uniformemente distribuidas uso residencial (tomada de NSR-10)

## Combinaciones de cargas

Para el análisis del pórtico se consideran las combinaciones de cargas mayoradas dadas por la NSR-10 para el estado límite de resistencia

Combinación 1: 1.4 D

Combinación 2: 1.2 D +1.6 L

Combinación 3: 1.2 D + 1.0 Ex + 1.0 L

De acuerdo con el título A.3.1.7 se asigna un coeficiente de capacidad de disipación de energía básico  $R_0$  de 1.5, La edificación es regular, por lo tanto, los coeficientes de irregularidad en planta, altura y ausencia de redundancia son iguales a 1. De esta manera se obtiene un coeficiente de

capacidad de disipación de energía  $R=1$ . Según el título B.2.3.2, la fuerza sísmica  $E_x$ , deberá ser reducida por  $R$  ( $E_x = F_s/R$ ).

### **Materiales**

Concreto:  $f'_c = 28$  MPa

Acero:  $f_y = 420$  MPa

### **Secciones de los elementos estructurales**

Columnas: 400 mm X 400 mm

Vigas: 400 mm X 600mm

### **Tipos de conexiones**

Conexión viga-columnas: Rígida

Conexión base-columna: Rígida

## Modelo

Se realiza el modelo del pórtico plano en el Software SAP 2000

## Cargas ingresadas

Carga muerta (kN/m)

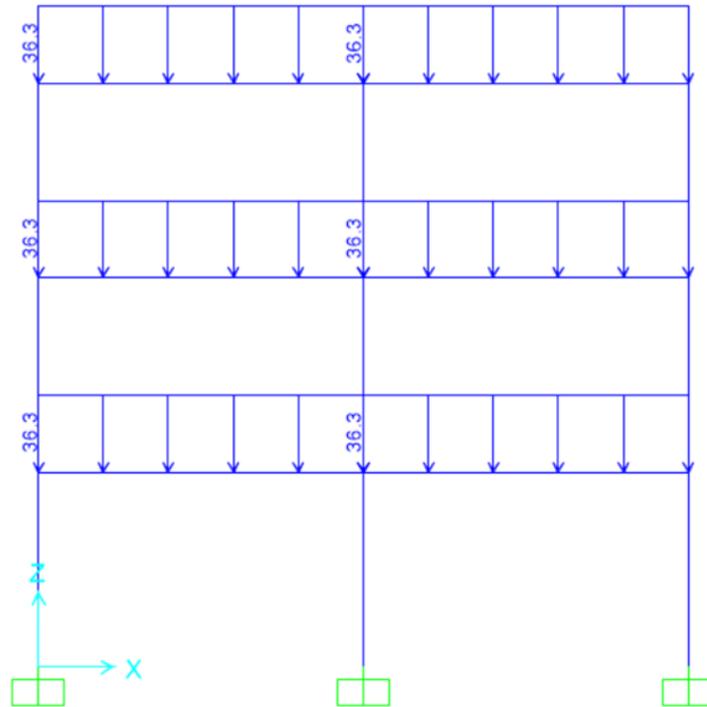


Figura 22. Carga muerta (kN/m). Elaboración propia.

Carga viva (kN/m)

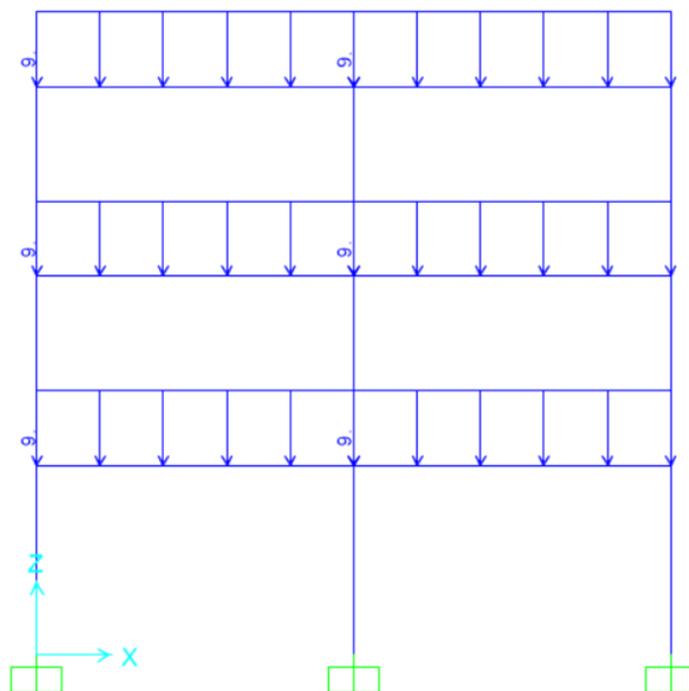


Figura 23. Carga viva (kN/m). Elaboración propia.

Peso total de la edificación calculado de manera manual:

	L (m)	b (m)	h (m)	W (KN)
Columnas	27	0.4	0.4	103.68
Vigas	27.6	0.4	0.6	158.976
	41.4	0.4	0.6	238.464
Losa	-	-	-	1089.0
Peso total				1590
Peso por piso				530

Figura 24. Peso manual de la estructura.

### Análisis sísmico

De acuerdo con los lineamientos del título A de la NSR 10, se define el nivel de amenaza de la edificación, con base en su localización (ciudad de Medellín). Se obtienen los siguientes parámetros para la definición del espectro de diseño

<b>T</b>	0.407	<b>Periodo</b>	<b>Sa</b>
<b>Tipo de suelo</b>	D	SI $T < T_o$	0.21
<b>I</b>	1	SI $T_o < T < T_c$	0.53
<b>Aa</b>	0.15	SI $T_c < T < T_l$	0.53
<b>Av</b>	0.2	SI $T > T_l$	0.10
<b>Fa</b>	1.4		
<b>Fv</b>	2	ct	0.047
<b>To</b>	0.19	$\alpha$	0.9
<b>Tc</b>	0.9	Factor k	1.01
<b>Tl</b>	4.8		

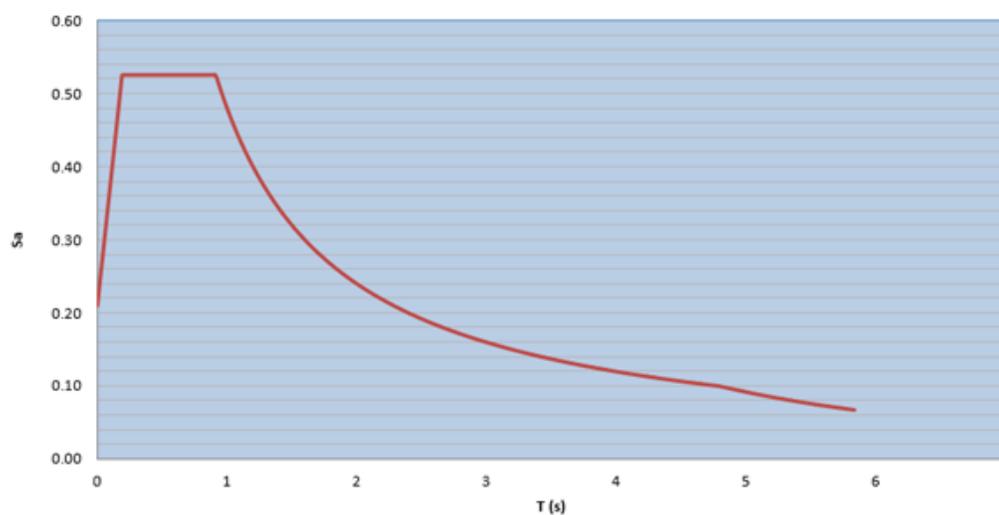


Figura 25. Espectro de diseño (kN/m). Elaboración propia.

Se realiza el análisis sísmico por medio del método de la fuerza horizontal equivalente, según lo establece el título A.4 de la NSR 10.

**FHE**

k 1.01  
 Sa (g) 0.5625  
 W 1590 kN  
 Vs 894 kN

Piso	hi (m)	mx (kN)	hx (m)	mx * hx <sup>k</sup>	Cvx	Fx (kN)	Vx (kN)
3	3	530	9	4876.3	0.50	449	449
2	3	530	6	3237.7	0.33	298	747
1	3	530	3	1607.7	0.17	148	894
Total		1590		9721.8	1.00	894	

A partir de la distribución de fuerzas obtenidas, se ingresa el caso de carga correspondiente al sismo en el modelo

Carga sísmica - Fuerza horizontal equivalente (kN):

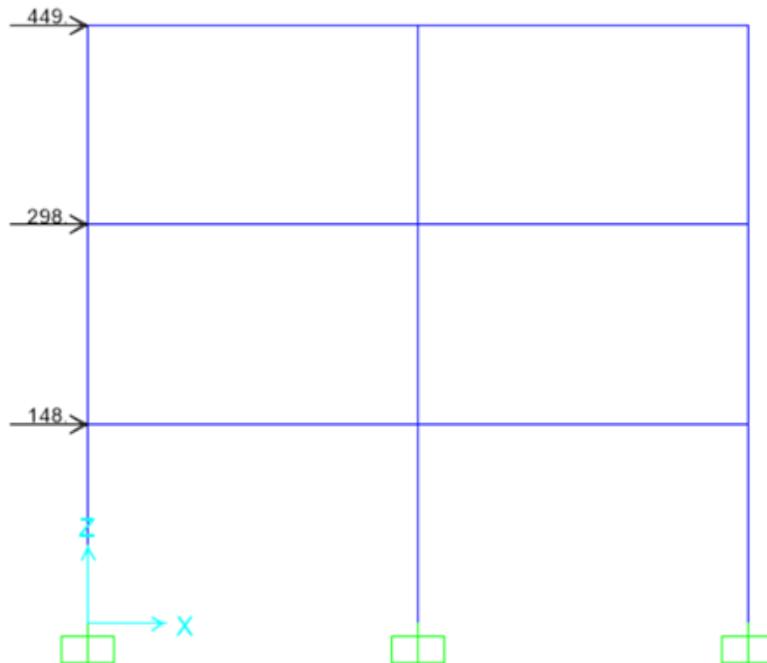


Figura 26. Fuerza sísmica (kN/m). Elaboración propia.

Se verifica el resultado obtenido del modelo para el cortante basal (ver figura 28). Se observa que la sumatoria de los cortantes obtenidos en la base es igual a 895 kN.

El cortante basal calculado de manera manual fue de 894 kN, lo cual corresponde al 1% de diferencia respecto al resultado obtenido del modelo.

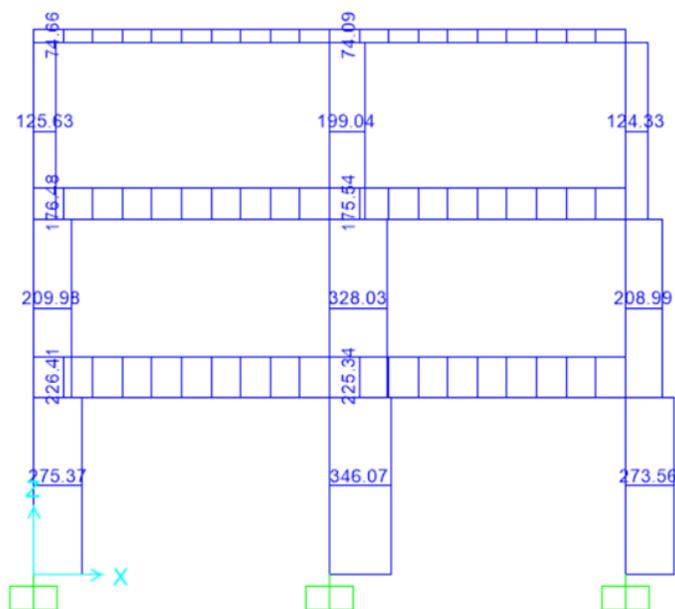


Figura 27. Resultado del cortante basal (kN/m). Elaboración propia.

Para la combinación más desfavorable ( $1.2D + 1.0Ex + 1.0L$ ), se obtienen las siguientes solicitaciones

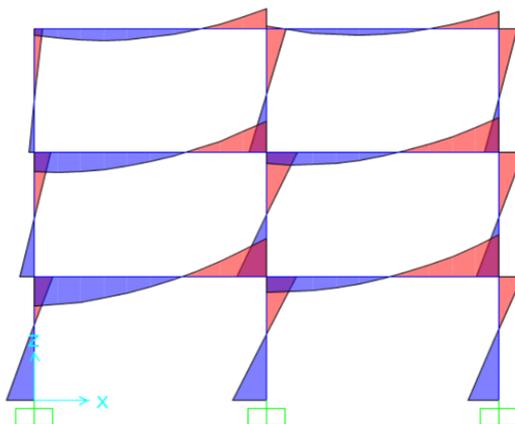


Figura 28. Diagrama de momentos para la combinación de carga  $1.2D+1.0Ex+1.0L$ . Elaboración propia.

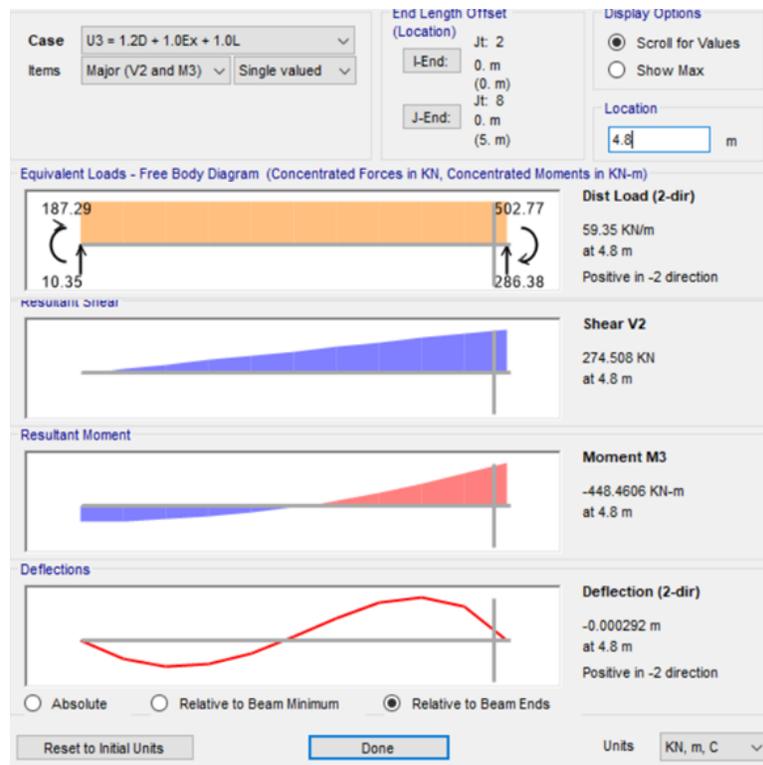


Figura 29. Reacciones últimas sobre la conexión a diseñar. Elaboración propia.

Las reacciones últimas para el diseño de la conexión

$$V_u = 274.5 \text{ kN}$$

$$M_u = 448.46 \text{ kN.m}$$

## MÉNSULA (TRANSMISIÓN DEL CORTANTE)

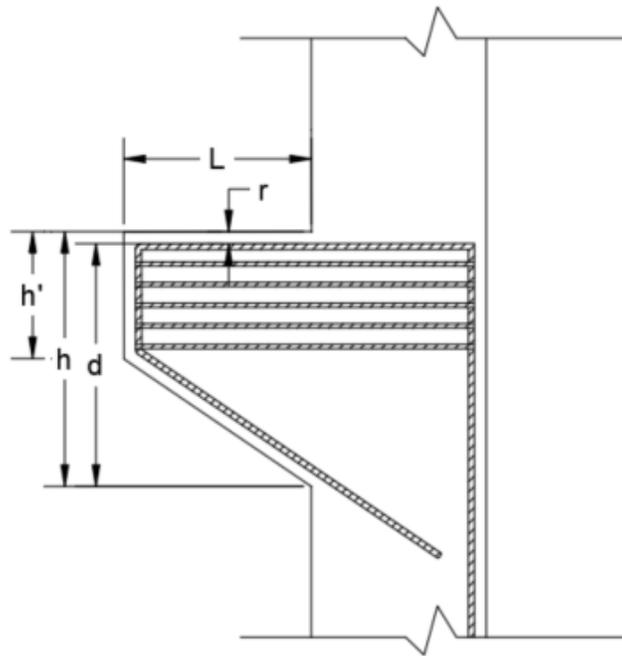


Figura 30. Ménsula para conexión híbrida. Elaboración propia.

### Datos iniciales:

- Resistencia a compresión del concreto:  $f^{\circ}c = 28 \text{ N/mm}^2$
- Esfuerzo de fluencia del acero:  $f_y = 420 \text{ N/mm}^2$
- Momento último sobre la conexión:  $M_u = 448.46 \text{ kN.m}$
- Cortante último sobre el nudo:  $V_u = 275 \text{ kN}$
- Recubrimiento:  $r = 40 \text{ mm}$
- Diámetro de la barra:  $d_b = 12.7 \text{ mm}$
- Coeficiente de fricción:  $\mu = 0.4$

**Verificación a cortante:**

$$Vu = 275000N$$

$$f'cu = 28 N/mm^2$$

$$b = 400 mm$$

Según el capítulo 3.4.5.8 del BS8110, se determina la profundidad efectiva mínima requerida, entendiéndose esta como la distancia desde la fibra extrema en compresión, hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción (Ver figura 29)

$$d = \frac{Vu}{0.8 * \sqrt{f'c} * b}$$

$$d = \frac{275000N}{0.8 * \sqrt{28 N/mm^2} * 400mm} = 162.4 mm$$

Se selecciona  $d = 200 mm$  por practicidad a nivel constructivo, de manera que sea mayor a  $d$  mínimo calculado anteriormente.

$$d > \frac{Vu}{0.8 * \sqrt{f'c} * b}$$

$$200mm > 162.4mm$$

Cumple

Con  $d = 200mm$

$$h = r + d + \frac{db}{2}$$

$$h = 40mm + 200mm + \frac{12.7mm}{2} = 246.35mm$$

Se verifica que la distancia de aplicación de la carga sea menor a 0.6d

$$av = 80mm$$

$$av < 0.6 * d$$

$$80mm < 0.6 * 200mm$$

$$80mm < 120mm$$

Cumple

Conociendo la geometría de la ménsula, se calcula la altura en la zona corta  $h'$  igual a  $0.5*d$  y se halla el ángulo del puntal a compresión formado en la ménsula.

$$h' = 0.5 * d = 0.5 * 200mm = 100mm$$

$$\beta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{(d - (0.5 * h'))}{av}\right)$$

$$\beta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{(200mm - (0.5 * 100mm))}{80mm}\right)$$

$$\beta = 61.93^\circ$$

### **Fuerza a tracción en barra de refuerzo**

Una vez conocido el ángulo del puntal, se calcula la fuerza máxima a tracción

$$Ft = \frac{Vu}{\text{Tan}\beta}$$

$$F_t = \frac{275kN}{\tan 61.93^\circ} = 146.7kN$$

### Área de refuerzo a tracción

$$A_{s1} = \frac{F_t}{0.95 * F_y}$$

$$A_{s1} = \frac{146700 N}{0.95 * 420 \frac{N}{mm^2}} = 367.59mm^2$$

### Fuerza de fricción horizontal

$$F_f = R * \mu$$

$$F_f = 275kN * 0.4 = 110 kN$$

### Área de refuerzo a horizontal

$$A_{s2} = \frac{F_f}{0.95 * F_y}$$

$$A_{s2} = \frac{110000 N}{0.95 * 420 \frac{N}{mm^2}} = 275.69 mm^2$$

### Área total de refuerzo a tracción

$$A_{st} = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_{st} = 367.59mm^2 + 275.69mm^2 = 643.27 mm^2$$

### Refuerzo mínimo

$$A_{smin} = \frac{(0.4 * b * h)}{100}$$

$$A_{smin} = \frac{(0.4 * 400mm * 230mm)}{100} = 368 \text{ mm}^2$$

$$A_{st} > A_{smin}$$

$$643.27mm^2 > 368mm^2$$

Debido a que  $A_{st} > A_{smin}$ , se colocara acero de refuerzo para suplir  $A_{st}$ , para lo cual se dispondrán 5 barras #4, con lo cual se obtiene un área de acero suministrado de 645 mm<sup>2</sup>.

### Cálculo de estribos horizontales

Se verifica el esfuerzo cortante en la interfaz columna ménsula, a partir del cortante último

$$V = \frac{Vu}{b * d}$$

$$V = \frac{275000 \text{ N}}{400mm * 200mm} = 3.47 \text{ N/mm}^2$$

$$0.8 * \sqrt{f'c} = 0.8 * \sqrt{\frac{28N}{mm^2}} = 4.2 \text{ N/mm}^2$$

Se verifica el esfuerzo límite de acuerdo con el capítulo 3.4.5.4 del BS8110

$$V < 0.8 * \sqrt{f'c}$$

$$3.47N/mm^2 < 4.2N/mm^2$$

Cumple

De acuerdo a la tabla 3.8 del BS8110, se determina la resistencia a cortante del concreto

$$100 * \frac{As}{b * d} ; d = 200 \text{ mm}$$

$$100 * \frac{796 \text{ mm}^2}{400 \text{ mm} * 200 \text{ mm}} = 1$$

Se lee una resistencia a cortante  $V_c = 0.75 \text{ N/mm}^2$ .

Según el comentario de la tabla 3.8 del BS8110,  $V_c$  debe ser multiplicado por un factor de ajuste, para resistencias a compresión  $f'c$ , mayores a 25 MPa

$$VC = V_c * \left(\frac{f'cu}{25}\right)^{\frac{1}{3}} * \frac{2 * d}{av}$$

$$V_c = 0.75 \text{ N/mm}^2 * \left(\frac{28 \text{ N/mm}^2}{25}\right)^{\frac{1}{3}} * \frac{2(200 \text{ mm})}{80 \text{ mm}}$$

$$V_c = 0.78 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} * 5$$

$$V_c = 3.89 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Debido a que  $V < VC$ , el concreto resiste el cortante y no se requiere refuerzo complementario

$$3.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 3.89 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

A pesar de que el concreto resiste el cortante, según el capítulo 5.2.7.2.3 del BS8110 debe proveerse refuerzo mínimo en los 2/3 de la profundidad efectiva de la ménsula.

**Refuerzo mínimo a cortante**

$$Asv1 = \frac{0.4 * av * b}{0.95 * Fy}$$

$$Asv1 = \frac{0.4 * 80mm * 400mm}{0.95 * 420} = 32.08mm^2$$

$$Asv2 = 0.5 * As1$$

$$Asv2 = 0.5 * 32.08mm^2 = 183.46mm^2$$

$$Amin = Asv2 = 183.46mm^2$$

Con barras # 3 de 77 mm<sup>2</sup>, se requiere 3 barras para cumplir con la cuantía solicitada, para un total de 231mm<sup>2</sup>

**Anclaje (transmisión del Momento)**

Para transmitir el momento hacia la columna, este se descompone en un par de fuerzas de tracción y compresión, a partir del brazo generado entre las fibras a compresión y tracción de la viga. Se verifica el acero requerido para atender la fuerza de tracción

Altura de la viga:

$$Hv = 600mm$$

Brazo

$$z = Hv - (2 * 40) = 520 mm$$

Fuerza de tracción sobre el anclaje:

$$T = \frac{(M)}{z}$$

$$T = \frac{(448000 \text{ kN} \cdot \text{mm})}{500\text{mm}} = 862\text{kN}$$

Se realiza un tanteo con 5 barras # 8. La fuerza sobre cada barra está dada por:

$$F_s = \frac{897\text{kN}}{5} = 179\text{kN}$$

Se calcula el esfuerzo de adherencia y la longitud de desarrollo requerida en las barras para transmitir la tracción

Según el capítulo 3.12.8.4 del BS 8110, el esfuerzo de adherencia se calcula de la siguiente manera:

$$f_{bu} = \beta \sqrt{f_{cu}}$$

Donde  $\beta = 0.50$  según la tabla 3.26 del BS 8110

$$f_{bu} = 0.5 \sqrt{28 \text{ N/mm}^2}$$

$$f_{bu} = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

Según el capítulo 3.12.8.3 del BS 8110, la longitud de desarrollo se calcula de la siguiente manera:

$$l \geq \frac{F_s}{\pi * \phi * f_{bu}}$$

$$l \geq \frac{179000 \text{ N}}{\pi * 25.4\text{mm} * 2.6 \text{ N/mm}^2}$$

$$l \geq 850 \text{ mm}$$

Según el capítulo 3.27 del BS 8110, la longitud de anclaje mínima debe tomarse

$$l_{min} \geq 35 * \phi$$

$$l_{min} \geq 35 * 25.4$$

$$l_{min} \geq 889 \text{ mm}$$

Se obtiene que la longitud de desarrollo es de 889 mm. Debido a que la columna tiene 400 mm de ancho, es necesario realizar un gancho con el fin de dar el desarrollo requerido dentro de la columna.

Se establece un radio de dobléz de

$$r \geq 4 * \phi = 100 \text{ mm}$$

Se obtiene una longitud de total

$$l = 920.8 \text{ mm}$$

Con la longitud obtenida, se calcula la fuerza de adherencia que se desarrolla en cada barra dentro de la columna

$$Fb = f_b * \pi * \phi * l$$

$$Fb = 2.6 \text{ N/mm}^2 * \pi * 25.4 \text{ mm} * 920.8 \text{ mm}$$

$$Fb = 194 \text{ kN}$$

Se calcula la capacidad a fluencia de las barras de la siguiente manera:

$$F_y = 0.95 * f_y * A_b$$

$$F_y = 0.95 * 420 \text{ N/mm}^2 * 510\text{mm}^2$$

$$F_y = 203.5\text{kN}$$

Se observa que la Resistencia de las barras esta gobernada por la adherencia.

$$R_t = F_b = 194\text{kN}$$

La resistencia de las barras es mayor a la fuerza desarrollada sobre las mismas

$$R_t > F_s$$

$$194\text{kN} > 179\text{kN}$$

Se obtiene un índice demanda – capacidad del 92%, por lo tanto, el refuerzo es suficiente para transmitir las cargas con seguridad a la columna.

A partir del desarrollo del ejemplo de diseño, se observa que la condición más crítica para el diseño de la conexión corresponde a la transmisión de momento.

Debido a que el momento último es de una magnitud considerable, se requieren vigas de una gran dimensión (altura), para poder reducir la tracción requerida por los anclajes.

Es pertinente aclarar que, según lo observado en el ejemplo, las conexiones híbridas pudiesen no ser factibles en nuestro medio local. En primer lugar el título A de la norma sismo resistente colombiana (NSR-10) establece un factor de capacidad de disipación de energía muy bajo para los pórticos en concreto prefabricado ( $R=1.5$ ), por lo tanto, la aceleración inducida por el sismo en zonas de amenaza sísmica intermedia y alta es considerable, alcanzando un 66% de la aceleración del sismo elástico de diseño para el caso de edificaciones regulares, incluso podría alcanzarse el 100% de la aceleración del sismo elástico de diseño en edificaciones afectadas por irregularidades en planta y en altura. En segundo lugar, se requieren elementos estructurales de grandes dimensiones para poder realizar el anclaje del refuerzo a momento. En el ejemplo desarrollado, la conexión se encuentra trabajando al 92% de su resistencia, consiste en un pórtico de 3 niveles con columnas de sección transversal de 400mm x 400mm y vigas de sección 400mm x 600mm, para luces de 5m. Estas características comparadas con las secciones requeridas para un pórtico tradicional vaciado in-situ, podrían significar un elevado sobrecosto en términos de la cantidad de concreto y acero de refuerzo requeridos.

Por lo anterior, se recomienda que el uso de pórticos prefabricados en concreto se limite a zonas de amenaza sísmica bajas o a zonas de amenaza sísmica intermedias, siempre y cuando se trate de edificaciones regulares y con una demanda de carga baja.

A pesar de las condiciones restrictivas para el uso de sistemas prefabricados en nuestro territorio, es preciso destacar que, en diversos países con alta sismicidad, se ha venido adelantando investigaciones que además de plantear nuevos retos en materia de estructuras prefabricadas, podrían abrir las puertas a que en un futuro la normativa colombiana se adapte a dichas investigaciones y se regule el uso de sistemas prefabricados de manera que sean competitivos en el mercado.

## CONCLUSIONES

- Los sistemas prefabricados poseen diversas ventajas en términos de ejecución, tales como la disminución del tiempo y mejor control de calidad de los elementos estructurales.
- Los sistemas prefabricados no han sido ampliamente difundidos en zonas de alta sismicidad en Latinoamérica. En el caso de Colombia, el reglamento colombiano de construcciones sismo resistentes, impone grandes limitaciones en su uso, lo cual ocasiona que los proyectos de este tipo puedan ser económicamente inviables.
- El sistema de prefabricado mostrado permite el diseño de conexiones rígidas y flexibles.
- Debido a que los requisitos sismo resistentes establecidos en la NSR 10, exigen que la estructura se comporte con una baja disipación de energía, se recomienda el uso de los sistemas prefabricados en zonas de amenaza sísmica baja, o en aplicaciones industriales con poca demanda de carga.
- Las conexiones híbridas condicionan en gran medida las dimensiones de los elementos estructurales, debido a que se requieren secciones más grandes de lo habitual, lo cual podría generar un sobre costo respecto a una estructura tradicional vaciada in situ.
- A pesar de las grandes limitaciones establecidas en la NSR – 10, países con zonas de sismicidad alta, han estado desarrollando conexiones más eficientes ante condiciones de cargas cíclicas inducidas por sismo. Tales conexiones como las de conectores dúctiles, reemplazan a las conexiones híbridas, con lo cual se obtiene un comportamiento óptimo de la estructura ante altas sollicitaciones.
- Futuras investigaciones sobre las conexiones híbridas, podrían abrir las puertas a que la normativa colombiana regule de otra manera los sistemas prefabricados, de modo que estos puedan ser competitivos con otros sistemas estructurales.

**ANEXO 1. Diseño de ménsula metálica bajo la metodología propuesta en la norma sismo resistente colombiana (NSR – 10).**

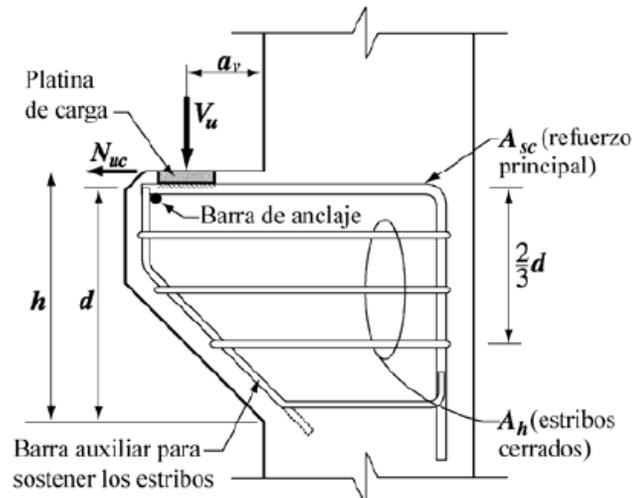


Figura 31. (Ménsula en concreto, tomada de NSR-10, fig CR11.8.2)

Datos de entrada:

- Resistencia a compresión del concreto:  $f'c = 28 \text{ Mpa}$
- Esfuerzo de fluencia del acero:  $f_y = 400 \text{ Mpa}$
- Momento último sobre el nudo:  $M_u = 288 \text{ KN.m}$
- Cortante último sobre el nudo:  $V_u = 150 \text{ KN}$

- Carga a tracción (NSR-10, C.11.8.3.4):

$$N_u = 0.2 V_u$$

$$N_u = 0.2 * 150\text{KN}$$

$$N_u = 30 \text{ KN}$$

Comprobación (NSR-10, C.11.8.1):

$$N_u \leq V_u \quad \text{CUMPLE}$$

Características de la construcción de la conexión, del material y dimensiones de la ménsula.

\*Tipo de superficie de contacto: Concreto monolítico

\*Coeficiente de fricción del concreto monolítico: (NSR-10, C.11.6.4.3)

$$\mu = 1.4$$

\*Recubrimiento:  $r = 30\text{mm}$

\*Ancho de la ménsula:  $b = 350\text{mm}$

\*Longitud de la ménsula:  $L = 200\text{mm}$

\*Distancia de aplicación de la carga:  $a_v = 100\text{mm}$

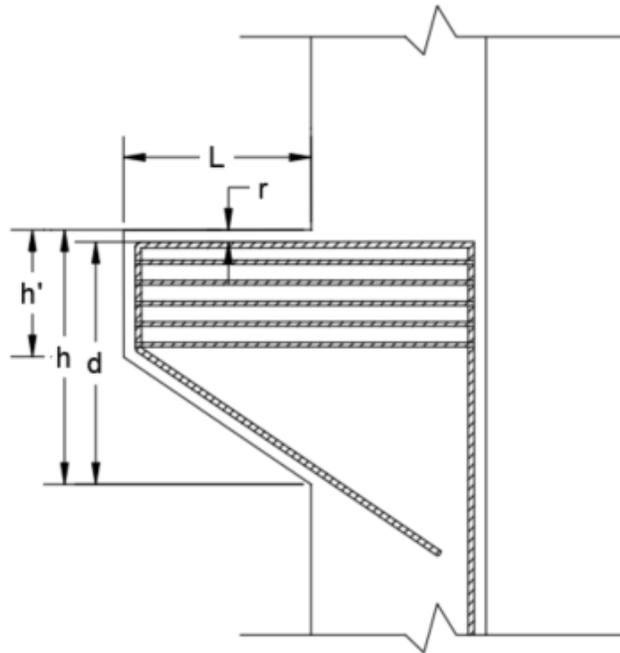


Figura 32. Dimensiones ménsula en diseño. Elaboración propia.

Cortante límite: Según el título C.11.6.5 de la NSR-10, el cortante se limita a estas tres ecuaciones

$$Vn1 = 0.2 * f'c$$

$$Vn1 = 0.2 * 28\text{Mpa}$$

$$Vn1 = 5.60\text{Mpa}$$

$$Vn2 = 5.50\text{Mpa}$$

$$Vn3 = 3.3 + (0.08 * f'c)$$

$$Vn3 = 3.3 + (0.08 * 28\text{Mpa})$$

$$Vn3 = 5.54\text{Mpa}$$

Se selecciona el menor de los valores obtenidos, siendo este el que controla el diseño

$$Vn2 = 5.5\text{Mpa}$$

### Profundidad efectiva mínima

La profundidad efectiva, se define como la distancia desde la fibra extrema en compresión, hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tracción (Ver figura 20)

$$d1 = (Vu)/(0.75 * Vn * b)$$

$$d1 = (150000 \text{ N})/(0.75 * 5.5\text{Mpa} * 350\text{mm})$$

$$d1 = 104\text{mm}$$

$$d2 = L$$

$$d2 = 100\text{mm}$$

Se establece una altura total de la ménsula de 400mm, de esta manera la profundidad efectiva de la misma es igual a 370mm.

$$d = 370\text{mm}$$

este valor cumple con los mínimos requeridos.

Comprobación (NSR-10, C.11.8.1):

$$\frac{av}{d} < 1$$

$$\frac{av}{d} = \frac{100\text{mm}}{370\text{mm}} = 0.27 < 1 \text{ CUMPLE}$$

**Altura de la ménsula y altura de la ménsula zona corta****Altura de la ménsula**

$$h = d + r$$

$$h = 370\text{mm} + 30\text{mm}$$

$$h = 400\text{mm}$$

**Altura en el borde exterior del área de apoyo (NSR-10, C.11.8.2)**

$$h' = 0.5 * d$$

$$h' = 0.5 * 370\text{mm}$$

$$h' = 185\text{mm}$$

**Área de refuerzo a tracción (NSR-10, C.11.8.3.4):**

$$An1 = \frac{(Nu)}{(0.85 * fy)}$$

$$An1 = \frac{(30000\text{N})}{(0.85 * 400\text{Mpa})}$$

$$An1 = 88.24 \text{ mm}^2$$

**Área de refuerzo para cortante por fricción (NSR-10, C.11.6):**

$$Avf = \frac{(Vu)}{(0.85 * \mu * fy)}$$

$$Avf = \frac{(150000\text{N})}{(0.85 * 1.4 * 400\text{Mpa})}$$

$$A_{vf} = 315.13 \text{ mm}^2$$

$$A_{vf} = 315 \text{ mm}^2$$

**Momento de diseño sobre la ménsula (NSR-10, C11.8.3):**

Realizando una sumatoria de momentos, respecto al centroide de las barras que resistirán la tracción, se obtiene que las cargas que producen un momento son el cortante  $V_u$  y la carga a tracción  $N_u$

$$M_u = (V_u * L) + (N_u * (h - d))$$

$$M_u = (150000\text{N} * 100\text{mm}) + (30000\text{N} * (400\text{mm} - 370\text{mm}))$$

$$M_u = 15.9 \text{ KN.m}$$

**Área de refuerzo a flexión: (NSR-10, C10.2, C10.3):**

$$A_f = \frac{(M_u)}{(0.9 * f_y * 0.85 * d)}$$

$$A_f = \frac{(15.9 \times 10^6 \text{ N.mm})}{(0.9 * 400\text{Mpa} * 0.85 * 370\text{mm})}$$

$$A_f = 140\text{mm}^2$$

**Área de refuerzo principal (NSR-10, C.11.8.3.5):**

$$A_{s_{req}1} = A_f + A_n$$

$$A_{s_{req}1} = 140\text{mm}^2 + 88\text{mm}^2$$

$$A_{s_{req}1} = 220\text{mm}^2$$

$$A_{s_{req}2} = (2/3 * A_{vf}) + A_n$$

$$A_{s_{req}2} = (2/3 * 315mm^2) + 88mm^2$$

$$A_{s_{req}2} = 298mm^2$$

$$A_{s_{req}3} = \frac{(0.04 * f'c * b * d)}{f_y}$$

$$A_{s_{req}3} = \frac{(0.04 * 28Mpa * 350mm * 370mm)}{400Mpa}$$

$$A_{s_{req}3} = 363mm^2$$

Se elige el mayor de las tres áreas anteriores

$$A_{s_{req}3} = 363mm^2$$

Seleccionando barras #6:

$$n = \frac{A_{s_{req}3}}{284mm^2}$$

$$n = \frac{363mm^2}{284mm^2}$$

$$n = 1.27 = 2 \text{ barras}$$

Se colocarán 2 barras #6 para el refuerzo principal de la ménsula.

$$A_{S_{suministrado}} > A_{S_{req}}^3$$

$$A_{S_{suministrado}} = 2 * 284mm^2 = 568mm^2 \quad CUMPLE$$

Separación:

$$S = \frac{(b - (2 * r))}{n}$$

$$S = \frac{(350mm - (2 * 30mm))}{2}$$

$$S = 150mm$$

**Área de refuerzo horizontal (NSR-10, C.11.8.4):**

$$A_h = \frac{(A_{S_{req}} - A_n)}{2}$$

$$A_h = \frac{(363mm^2 - 88mm^2)}{2}$$

$$A_h = 137.5 mm^2$$

Seleccionando estribos #3:

$$n = \frac{A_h}{71mm^2}$$

$$n = \frac{137.5mm^2}{71mm^2}$$

$$n = 1.93 = 2 \text{ barras}$$

Se colocarán dos estribos #3, para el refuerzo horizontal

$$A_{h_{suministrado}} > A_h$$

$$A_{h_{suministrado}} = 2 * 71\text{mm}^2 = 142\text{mm}^2 \quad \text{CUMPLE}$$

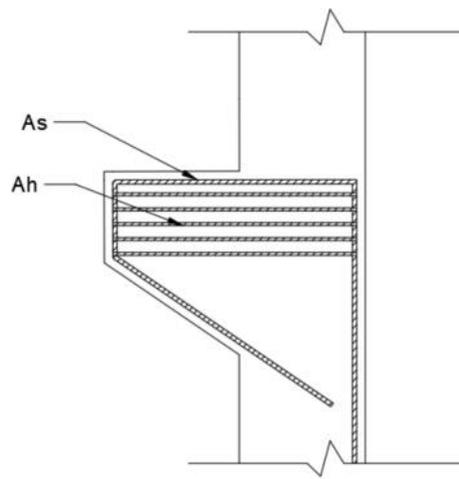


Figura 33. Ubicación áreas de refuerzo calculadas. Elaboración propia.

## BIBLIOGRAFÍA

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON, (FIB), Structural Connections for Precast Concrete Buildings, February 2008. En: Bulletin 43, Guide to Good Practice. 370 pp.

ELLIOTT, K. 2016. Precast concrete structures. India, British Library Cataloguing.

K.ELLIOTT, COLIN JOLLY, 2013. Multi-Storey Precast Concrete Framed Structures. USA, Wiley-Blackwell.

HASAN, S. Discontinuous Precast Concrete Beam–Column Connections, PhD thesis, University of Nottingham, UK, 2011.

RESTREPO, PARK and BUCHANAN. Tests on Connections of Earthquake-resisting Precast Reinforced Concrete Perimeter Frame of Buildings. En: Artículo del PCI Journal, Vol. 40, No. 4, July–Aug 1995, pp. 44–61.

KENYON. Predicting the Seismic Behavior of the Dywidag Ductile Connector (DDC) Precast Concrete System., PhD thesis, Faculty of California Polytechnic, San Luis -Obispo California, USA, 2008.

PRIESTLEY, M. J. N., SRITHARAN, S., CONLEY, J. R. and PAMPANIN, S., A Summary of Test Results from the PRESSS Five-Storey Precast Concrete Building, SESOC Journal, Structural Engineering Society, New Zealand, Vol. 13, No. 1, April 2000, pp. 21–37.

OZDEN, S. and ERTAS, O., Modelling of Precast Concrete Hybrid Connections by Considering the Residual Deformations, International Journal of the Physical Sciences, Vol. 5, No. 6, June 2010, pp. 781–792.

Construction industry standar (CIS 11:2008), Design Guide on Precast Concrete frame with moment connection, Malasia, 2008.

Design for manufacturing and assembly (DFMA), connections for advanced precast concrete system, Building and construction authority, Singapur, 2018.

Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR 10). Bogotá D.C. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010.

RESTREPO, PARK and BUCHANAN “Tests on Connections of Earthquake-resisting Precast Reinforced Concrete Perimeter Frame of Buildings”, PCI Journal, Vol. 40, No. 4, July–Aug 1995, pp. 44–61. {En línea}. {10 de Septiembre de 2019} disponible en ([https://www.pci.org/PCI\\_Docs/Publications/](https://www.pci.org/PCI_Docs/Publications/)) ([https://www.pci.org/PCI\\_Docs/Publications/PCI-Journal/1995/July-Aug/Tests-on-Connections-of-Earthquake-Resisting-Precast-Reinforced-Concrete-Perimeter-Frames-of-Buildings.pdf](https://www.pci.org/PCI_Docs/Publications/PCI-Journal/1995/July-Aug/Tests-on-Connections-of-Earthquake-Resisting-Precast-Reinforced-Concrete-Perimeter-Frames-of-Buildings.pdf)).

International Building Code (IBC). EEUU. International code council (ICC), 2009.

Comité conjunto ACI - T1.2/T1.2R. Special Hybrid Moment Frames Composed of Discretely Jointed Precast and Post-Tensioned Concrete Members (T1.2-03) and Commentary (T1.2R-03). EEUU. American concrete institute (ACI), 2003.