Comparación de objetos y procesos implicados en tareas visuales y aritméticas

Comparison of objects and processes involved in visual and arithmetic tasks

Leonardo Uribe Kaffure, Walter F. Castro Gordillo y Jhony A. Villa-Ochoa

Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia

Resumen

Diversas investigaciones en ciencia cognitiva han mostrado que existen relaciones entre habilidades espaciales y aritméticas. Cheng y Mix (2014) han informado que una corta sesión de formación en habilidades de rotación espacial muestra una influencia positiva sobre habilidades de cálculo aritmético en niños de 6 a 8 años. Los mecanismos que permitan explicar este fenómeno son aún poco claros. Proponemos un análisis de las prácticas y objetos matemáticos idealmente involucrados tanto en tareas de rotación espacial como en tareas de cálculo aritmético. A partir de los análisis de las respuestas plausibles de un sujeto epistémico, encontramos concordancias y conexiones entre los dos tipos de tareas que buscan explicar los mecanismos que subyacen a la relación observada.
Palabras clave: habilidades espaciales, habilidades aritméticas, prácticas y objetos matemáticos.

Abstract

Different research in cognitive science has suggested that there exist relationships between spatial and arithmetic skills. Cheng and Mix (2014) have shown that a short training session in spatial rotation skills produces a positive influence on arithmetic skills in 6 to 8 children. The mechanisms that explain this phenomenon are still unclear. We propose an analysis of mathematical objects and practices ideally involved in both spatial rotation tasks and arithmetic calculation tasks. From the analysis of an epistemic subject's plausible answers, we find concordances and connections between both types of tasks that seek to explain the mechanisms that underlie the observed relationship.
Keywords: Spatial skills, arithmetic skills, practices and mathematical objects.

1. Introducción

El estudio de la visualización en educación matemática puede beneficiarse de los resultados obtenidos en ciencia cognitiva acerca de las relaciones entre habilidades espaciales y habilidades matemáticas. Verdine, Irwin, Golinkoff y Hirsh-Pasek (2014) reportaron una correlación positiva entre habilidades espaciales y aritméticas en niños de preescolar. Kyttälä, Aunio, Lehto y Luit (2003) encontraron una relación entre la memoria de trabajo visuo-espacial y las habilidades de conteo en niños de entre cinco y seis años de edad. Cheng y Mix (2014) mostraron que una corta sesión de formación en habilidades de rotación espacial muestra una influencia positiva sobre habilidades de cálculo aritmético en niños de entre 6 y 8 años de edad.

A pesar de que la relación entre habilidades espaciales y habilidades matemáticas está bien documentada en ciencia cognitiva, es importante comprender los mecanismos que subyacen a este fenómeno (Mix y Cheng, 2012, p. 206). Es claro que para la educación matemática no basta con establecer estadísticamente estos resultados; para ser articulados con prácticas educativas en el aula, dichos resultados deben ser complementados con investigaciones que expliquen la génesis individual de habilidades

Uribe, L., Castro, W. F. y Villa-Ochoa, J. A. (2017). Comparación de objetos y procesos implicados en tareas visuales y aritméticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

(Mislevy, 2008, p. 125) y la naturaleza de sus relaciones (Davis y Spatial Reasoning Study Group, 2015, p. 34).

Existe polémica respecto al hecho de si la educación en habilidades espaciales puede tener una influencia positiva en las habilidades aritméticas en niños de primaria. Contrario al resultado de Cheng y Mix (2014), Hawes, Moss, Caswell y Poliszczuk (2015) no encontraron ningún efecto importante sobre las capacidades aritméticas en niños de seis a ocho años de edad después de que los niños trabajaran en tareas de rotación espacial durante seis semanas.

Una aproximación conceptual al problema puede ayudar a discernir los resultados aparentemente contradictorios obtenidos con métodos de la ciencia cognitiva y a adecuarlos al ámbito educativo. Proponemos un análisis basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Font, Godino, y Gallardo, 2013; Godino, Batanero, y Font, 2007); el EOS interpreta las habilidades como un fenómeno inmerso en el "sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona realiza para resolver un determinado tipo de situaciones-problemas y [en] la configuración de objetos y procesos ligados a tales prácticas" (Gonzato, 2013, p. 77).

Presentaremos un breve resumen del EOS y del método propuesto para abordar el problema en la Sección 2. Luego analizaremos las configuraciones ontosemióticas de una tarea de visualización espacial (Sección 3) y de una tarea aritmética (Sección 4), ambas tomadas del estudio de Cheng y Mix (2014). En la Sección 5 identificaremos las concordancias y conexiones conceptuales entre las dos tareas y en la Sección 6 haremos algunas reflexiones acerca de los resultados del análisis.

2. Marco teórico y método

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) es un modelo conceptual y metodológico que aborda la complejidad de la práctica y la investigación en educación matemática desde una perspectiva sistemática e interdisciplinar (Godino et al., 2007, p. 128).

Entre el conjunto de nociones teóricas que componen el EOS, hay dos de particular interés para este estudio:

Primero, el concepto de '*Sistema de prácticas'* (operativas, discursivas y normativas), el cual "[…] asume una concepción pragmatista – antropológica de las matemáticas, tanto desde el punto de vista institucional (sociocultural) como personal (psicológico). La actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central en la construcción del conocimiento matemático" (Godino, 2012, p.55). "Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334)

Segundo, el concepto de "*Configuración de objetos y procesos* matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas, [donde] se asume una noción interaccionista de objeto y pragmatista del significado" (Godino, 2012, p. 55). Un objeto matemático es cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en la actividad matemática (Font, Godino y D'Amore, 2015, p. 64). Esta generalidad de la noción de objeto se complementa con una tipología de objetos, los cuales se distinguen por su diversa naturaleza y funcionalidad en las prácticas matemáticas.

En el EOS, las habilidades surgen y deben ser estudiadas en prácticas personales válidas desde una perspectiva institucional, conjuntamente con los objetos y procesos matemáticos implicados en tales prácticas (Godino, 2012, p. 52; Gonzato, 2013, p. 77).

Analizaremos en las dos siguientes secciones tareas visuales y de cálculo aritmético relacionadas con los conceptos de habilidades espaciales y aritméticas. Haremos un análisis de los sistemas de prácticas y de las configuraciones de objetos y procesos ligados a cada tarea, dos conceptos claves (Godino, 2012, p. 52) para abordar análisis epistémicos y cognitivos que permitan encontrar similitudes en el desarrollo de los dos tipos de tareas. El objetivo es comprender por qué ciertas habilidades espaciales podrían estar asociadas con habilidades aritméticas.

3. Configuración ontosemiótica de una tarea de visualización espacial

En esta sección haremos un análisis de los objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución de una tarea visual por niños de segundo grado de primaria (7-8 años de edad). Consideraremos prácticas ideales (análisis epistémico) y pondremos especial atención a los procesos y objetos no ostensivos implicados, los cuales nos permitirán reconocer elementos comunes con prácticas aritméticas. Con este método de análisis se trata de identificar de manera sistemática los procesos de interpretación (significación) que se ponen en juego en cada una de las prácticas por un sujeto epistémico (o ideal) para responder a la tarea. Un análisis similar se puede hacer con las respuestas efectivas dadas por los estudiantes, las cuales se pueden comparar con el análisis a priori realizado.

3.1. Tarea de rotación mental

El enunciado de la tarea es: “Miren las 2 figuras en la parte inferior de la hoja (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**). Si se unen, crearán una nueva figura. Escojan entre las cuatro figuras superiores la forma que se generará.”

Una posible secuencia de prácticas discursivas y operativas (ideales) realizadas por un niño de tercer grado de primaria sería la siguiente:

1. Observo que las figuras superiores están de pie (son más altas que anchas), con un pico (ángulo interno menor a 180 grados) hacia arriba.
2. Observo las figuras de abajo y las uno por los lados mayores para obtener una figura de pie, con el pico hacia arriba.
3. Observo que abajo (en la base de la figura formada) hay dos esquinas (ángulos rectos) y que arriba (parte superior de la figura formada) hay un pico.
4. La figura que se crea es igual (congruente) a la figura completa de abajo a la derecha, porque su parte de abajo tiene dos esquinas (ángulos rectos) y tiene un pico hacia arriba (ángulo interno menor a 180 grados), igual que la figura generada. Ninguna de las otras figuras es así. Los procesos de interpretación, los objetos no ostensivos involucrados en las prácticas y el uso e intencionalidad de las mismas se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Configuración de objetos y significados de una tarea visual

Prácticas operativas y discursivas textualizadas	Objetos no ostensivos (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos)	Uso e intencionalidad de las prácticas
	Enunciado	
Miren las 2 figuras en la parte inferior de la hoja. Si se unen, crearán una nueva figura.	*Conceptos*: Figura; partes de una unidad; composición de una unidad.	Descripción de la tarea a realizar.
Escojan entre las cuatro figuras superiores la figura que se generará	*Conceptos:* Selección y descarte de opciones; razonamiento visual.	Cuestión problemática de la tarea.
	Resolución	
1) Observo que las figuras superiores están de pie (son más altas que anchas), con un pico (ángulo interno menor a 180 grados) hacia arriba.	*Conceptos:* Orientación espacial (estar de pie); magnitud longitud; ángulo (pico); magnitud amplitud angular. *Procedimientos:* Descripción de las características de figuras; comparación de longitudes.	Observación de las posibles respuestas para determinar las características de la solución.
2) Observo las figuras de abajo y las uno por los lados mayores para obtener una figura de pie, con el pico hacia arriba.	*Conceptos:* composición de figuras; relación de orden (de las longitudes de los lados); *Procedimiento:* unir (como trasladar y rotar las figuras)	Unión de las figuras de acuerdo a las posibles soluciones
3) Observo que abajo (en la base de la figura formada) hay dos esquinas (ángulos rectos) y que arriba (parte superior de la figura formada) hay un pico	*Conceptos:* Ángulos rectos (esquinas); magnitud de un ángulo (pico); base de una figura (como lado en el que se apoya).	Descripción de la figura generada
4. La figura que se crea es igual (congruente) a la figura completa de abajo a la derecha, porque su parte de abajo tiene dos esquinas (ángulos rectos) y tiene un pico hacia arriba (ángulo interno menor a 180 grados), igual que la figura generada. Ninguna de las otras figuras es así.	*Concepto:* congruencia de figuras. *Proposición:* la figura que se crea es igual a… *Argumento:* porque su parte de abajo tiene… *Procedimiento:* comparación de figuras, selección de la respuesta correcta por identificación y descarte de las otras opciones.	Comparación con las figuras-solución y selección de la respuesta correcta.

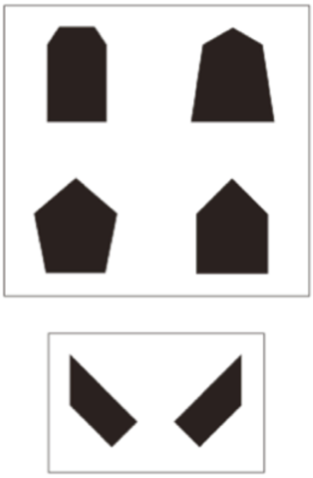

Figura 1. Tarea de rotación mental. Las dos figuras inferiores generarán -al unirse- una de las cuatro figuras superiores

4. Configuración ontosemiótica de una tarea aritmética

Procederemos en esta sección a hacer un análisis detallado de los objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución de una tarea aritmética por niños de tercer grado de primaria; consideraremos prácticas ideales (análisis epistémico). Pondremos especial atención a los procesos y objetos no ostensivos implicados, lo cual nos permitirá -en la siguiente sección- hacer un proceso comparativo de las prácticas puestas en acción tanto en las tareas aritméticas como en las tareas visuales.

4.1. Tarea de cálculo aritmético

El enunciado de la tarea es: "*Resuelve la siguiente suma*"

$$\begin{array}{r} 4\,9 \\ +\quad 6 \\ \hline \end{array}$$

Figura 2. Tarea de suma

Una posible secuencia de prácticas discursivas y operativas (ideales) realizadas por un niño de tercer grado de primaria sería la siguiente:

1. Observo la tarea. Debo sumar (signo '+') usando el procedimiento de suma en columnas.
2. Sumo los dos dígitos de la columna de la derecha (9+6).
3. Escribo el último dígito (5) del resultado de la suma debajo de la línea de respuesta.
4. Como la suma fue superior a nueve (9), pongo un uno (1) encima de la siguiente columna a la izquierda.
5. Sumo los números de la siguiente columna, incluyendo el uno (1) que puse, y obtengo cinco (5).
6. Como no hay más columnas para sumar, terminé la suma y el resultado es cincuenta y cinco (55).

Los procesos de interpretación, los objetos no ostensivos involucrados en las prácticas y el uso e intencionalidad de las mismas se muestran en la Tabla 2. Se consideran varias estrategias posibles de los estudiantes en el momento de sumar dos dígitos. Otras estrategias alternativas en los algoritmos de resolución podrían surgir y analizarse como resultado de una investigación guiada por las herramientas ontosemióticas propuestas en este documento.

Tabla 2. Configuración de objetos y significados de una tarea aritmética

Prácticas operativas y discursivas textualizadas	Objetos no ostensivos (conceptos, proposiciones, procedimientos, argumentos)	Uso e intencionalidad de las prácticas
	Enunciado	
Resuelve la siguiente suma $\begin{array}{r} 49 \\ +\ \ 6 \\ \hline \end{array}$	*Conceptos*: Números naturales; suma de números naturales;	Descripción de la tarea a realizar.
	Resolución	
1) Observo la tarea. Debo sumar (signo '+') usando el procedimiento de suma en columnas.	*Conceptos:* Operación de suma; Suma en columnas (interpretación del diagrama suma en columnas). *Proposiciones:* Debo sumar… *Argumentos:* Símbolo de suma; distribución espacial de los operandos. *Procedimiento:* selección de un algoritmo (suma en columnas).	Planeación de la tarea a realizar.
2) Sumo los dos dígitos de la columna de la derecha (9+6).	*Concepto:* suma de números naturales. *Procedimiento alternativo 1:* Conteo verbal o material; etiquetación y partición (contado/no-contado) de números (Gelman y Gallistel, 1986, p. 77). *Concepto:* Parte/todo; secuencia estable de números. *Procedimiento alternativo 2:* uso de hechos aritméticos (tabla de adición). *Procedimiento alternativo 3:* uso de reglas aritméticas (p.ej., descomposición y asociación de números; 9+6=9+(5+1)= (9+1)+5=10+5=15).	Proceso aditivo central al algoritmo de suma en columna.
3) Escribo el último dígito (5) del resultado de la suma debajo de la línea de respuesta.	*Concepto:* notación posicional (unidades y decenas) *Procedimiento:* escritura alineada parcial de la respuesta	Respuesta parcial de la suma

4) Como la suma fue superior a nueve (9), pongo un uno (1) encima de la siguiente columna a la izquierda.	*Conceptos:* Valor posicional; notación posicional. *Procedimiento:* escribir acarreo. *Argumento:* porque la primera suma parcial es mayor que 9 …	Acarreo como indicación de una suma cuyo resultado excede nueve (9).
5) Sumo los números de la siguiente columna, incluyendo el uno (1) que puse, y obtengo cinco (5).	*Concepto:* suma de números naturales. *Procedimientos:* similares a los de los puntos 2) y 3).	Paso siguiente en el proceso iterativo del algoritmo.
6) Como no hay más columnas para sumar, terminé la suma y el resultado es cincuenta y cinco (55).	*Conceptos:* iteración; condición final de un proceso iterativo. *Proposición:* La suma es 55. *Argumento:* Como no hay más columnas…	Fin del proceso iterativo y respuesta.

5. Identificación de concordancias y conexiones

Analizaremos las posibles conexiones entre los dos tipos de tareas presentados en los apartados 3 y 4, centrados en los conceptos de representación y función semiótica. Una representación es una correspondencia abstracta (relación) que establece un sujeto entre dos entidades (expresión y contenido). La noción de función semiótica en el EOS hace referencia a una representación cuyas entidades pueden ser cualquier tipo de objeto matemático (símbolos, problemas, conceptos, definiciones, etc.) y cuya relación puede ser "de tipo representacional (un objeto se pone en lugar de otro para un cierto propósito), instrumental (un objeto usa a otro u otros como instrumento), y estructural (dos o más objetos componen un sistema del que emergen nuevos objetos)" (Font, Godino, y D'Amore, 2007).

En un contexto institucional de enseñanza de las matemáticas, el sujeto-estudiante aprehende los significados de las representaciones institucionales de forma gradual. Por ejemplo, cuando debe establecerse una función semiótica entre un problema de enunciado verbal y la operación matemática que permite solucionarlo, el sujeto debe aprender a reconocer el 'núcleo semántico' del problema y abstraer el contexto en el cual es presentado. Muchos estudiantes en los primeros años escolares confunden el núcleo del problema con su contexto y establecen una función semiótica diferente de la pretendida institucionalmente. Para ejemplificar este error, nos referimos a Baruk (1985), quien reporta haber planteado a niños de primero y segundo grado de primaria el siguiente problema: "En un barco hay 26 ovejas y 10 cabras. ¿Cuál es la edad del capitán?". De 97 estudiantes interrogados, 76 respondieron combinando los números dados en el enunciado.

Haciendo referencia a este tipo de errores y a la noción de contrato didáctico (Brousseau, 1986), Godino (2010, p. 37) comenta: "[…] muchos estudiantes responden a una cuestión, no según un razonamiento matemático esperado, sino como consecuencia de un proceso de decodificación de las convenciones didácticas implícitas."

En el caso de las tareas aritméticas ejemplificadas en el apartado 4.1, existen convenciones didácticas implícitas en cada institución educativa que pueden generar errores por parte de los estudiantes. Por ejemplo, considerar el mismo número de dígitos en los sumandos presentados en sumas verticales o proponer siempre una sola operación (suma o resta) en tareas que incluyen más de 2 sumandos. Cuando a los estudiantes se les presentan tareas de cálculo aritmético que no siguen esas convenciones implícitas, es posible que cometan errores al no prestar suficiente atención a los símbolos presentes en la expresión visual, dando por el contrario más atención a las convenciones implícitas asociadas a dichas expresiones en su proceso de aprendizaje.

Planteamos la hipótesis, apoyados en nuestra experiencia investigativa previa, de que una vez que los estudiantes realizan tareas de rotación espacial como las del apartado 3.1, su percepción visual se hace más aguda y pueden llegar a 'leer' e interpretar correctamente los símbolos presentes en ciertas tareas aritméticas, a pesar de las convenciones implícitas potencialmente conflictivas asociadas a ellas.

Más específicamente, el análisis de la configuración de objetos y significados presentes en las dos tareas permite identificar semejanzas teóricas entre las prácticas operativas y discursivas que, idealmente, los estudiantes realizan para dar respuesta a las tareas. Para la tarea visual los estudiantes unen, descomponen y crean una figura; identifican posiciones-arriba y abajo- y obtienen configuraciones con ciertas características que son determinantes en la solución de la tarea; deben encontrar elementos figurales y relaciones entre ellos. Estas acciones centran la atención del estudiante en aspectos visuales de las figuras geométricas, pues de su identificación y de las acciones sobre ellas depende el resultado. Estas acciones, realizadas sobre otro tipo de configuraciones -números y operaciones-, podrían favorecer la identificación de elementos visuales (símbolos) y facilitar su interpretación semiótica pretendida.

Por otro lado, podría darse una generalización de las funciones semióticas implicadas en las acciones de carácter geométrico que se pongan en juego en las acciones de carácter numérico. En especial, los procesos de descomposición y recomposición de figuras pueden estar relacionadas conceptualmente con las operaciones de descomposición y asociación que utilizan algunos estudiantes al sumar (p.ej., $9+6 = 9+(5+1) = (9+1)+5 = 10+5 = 15$). Esta relación podría dar cuenta del mejor desempeño aritmético de algunos estudiantes después de que trabajan en tareas de rotación espacial.

6. Reflexiones finales

Nos parece importante resaltar el hecho de que una investigación de carácter cuantitativo basada solo en test se muestra insuficiente para comprender algunos de los mecanismos que relacionan habilidades espaciales y aritméticas, y por lo tanto insuficiente para apoyar políticas educativas para el aula de clase. Se debe analizar los resultados de dicha investigación a la luz de conceptos de educación matemática y complementar los resultados estadísticos con la complejidad contextual de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. En el caso de la investigación de Cheng y Mix (2014) acerca de la influencia de la formación en habilidades de rotación espacial sobre habilidades de cálculo aritmético en niños de 6 a 8 años, nos parece fundamental hacer un estudio cualitativo complementario que permita confirmar o refutar las hipótesis que los resultados cuantitativos puedan generar. Aspectos tales como la estrategia individual utilizada para sumar o la forma en que los conceptos evaluados han sido explicados a los estudiantes pueden influenciar notoriamente los resultados de la investigación.

La noción de función semiótica del EOS nos parece un concepto suficientemente abstracto y práctico para abordar la relación entre dos habilidades que aparentemente no están relacionadas.

Referencias

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Paris: Editions du seuil.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique Des Mathematiques*, *7*(2), 33–115.

Cheng, Y., y Mix, K. (2014). Spatial training improves children's mathematics ability. *Journal of Cognition and Development*, *15*(1), 2–11.

Davis, B., y Spatial Reasoning Study Group, T. (2015). *Spatial reasoning in the early years*. (B. Davis, Ed.) (1st ed.). New York: Routledge.

Font, V., Godino, J., y D'Amore, B. (2007). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. *For the Learning of Mathematics, Montreal*, *27*(2), 2–7. Disponible en, http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/enfoque_ontosemiotico_representaciones.pdf

Font, V., Godino, J., y D'Amore, B. (2015). Representations in Matematics Education: an onto-semiotic approach. *Jornal Internacional de Estudos Em Educação Matemática*, *2*(1), 58–86.

Font, V., Godino, J., y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(1), 97–124.

Gelman, R., y Gallistel, C. (1986). *The child's understanding of number* (2nd ed.). Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Godino, J. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. *Departamento de Didáctica de la Matemática.* Retrieved from http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/marcos_teoricos_ddm.pdf

Godino, J. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García, y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49–68). Jaén.

Godino, J., y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *14*(3), 325–355.

Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, *39*(1–2), 127–135.

Gonzato, M. (2013). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial*. Editorial de la Universidad de Granada.

Hawes, Z., Moss, J., Caswell, B., y Poliszczuk, D. (2015). Effects of mental rotation training on children's spatial and mathematics performance: A randomized controlled study. *Trends in Neuroscience and Education*, *4*(3), 60–68.

Kyttälä, M., Aunio, P., Lehto, J., y Luit, J. Van. (2003). Visuospatial working memory and early numeracy. *Educational and Child Psychology*, *20*(3), 65–76.

Mislevy, R. J. (2008). How Cognitive Science Challenges the Educational Measurement. *Measurement: Interdisciplinary Research and Perspectives*, *6*(1–2), 124–141.

Mix, K. S., y Cheng, Y.-L. (2012). The Relation between Space and Math: Develomental and Educational Implications. En J. B. Benson (Ed.), *Advances in Child Development and Behavior* (Vol. 42, pp. 197–243). Burlington: Elsevier.

Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., y Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *126*(1), 37–51.