



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE NÚMERO  
NATURAL EN NIVEL PREESCOLAR MEDIANTE  
EL USO DE MATERIAL REUTILIZABLE EN EL  
MARCO DE LA EPC**

Autor

Maribel Gil Villegas

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2020



Comprensión del concepto de número natural en nivel Preescolar mediante el uso  
de material reutilizable en el marco de la EpC

**Maribel Gil Villegas**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Educación**

Asesores (a):

Mg. Dora Mercedes Bedoya Vélez

Mg. Tanith Celeny Ibarra Muñoz

Línea de Investigación:

Educación Matemática

Grupo de Investigación:

Educación Matemática e Historia (UdeA – EAFIT)

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2020

*A mis estudiantes de nivel Preescolar, quienes me inspiraron a direccionar este trabajo investigativo hacia la profundidad de la comprensión de ser docente.*

## **AGRADECIMIENTOS**

Este proceso de formación académica, profesional y personal se resume, en una palabra: Gracias. Fueron muchas las personas que contribuyeron de una u otra forma para que pudiera lograr aquello que inició como un sueño y que ahora puedo decir que se ha hecho realidad.

En particular este reconocimiento va dirigido a mis asesoras Dora Mercedes Bedoya Vélez y Tanith Celeny Ibarra Muñoz, quienes con sus aportes y trabajo conjunto fueron el pilar fundamental que direccionó la articulación y culminación de este proceso investigativo.

También deseo resaltar el acompañamiento personalizado que el grupo de Investigación “Educación Matemática e Historia (UdeA – EAFIT)” realizó durante todo el proceso de formación, con aportes y sugerencias que enriquecieron el diseño y desarrollo de la misma.

Así mismo, deseo agradecer a los directivos de la I.E. de Jesús, quienes siempre me brindaron su apoyo y en especial a los padres de familia y estudiantes en el nivel Preescolar de la sede Camilo González, por su paciencia, disponibilidad y motivación en la construcción del trabajo investigativo.

Finalmente, quiero dar un reconocimiento especial a mi familia, quienes me motivaron a no desfallecer y a confiar en que a pesar de las dificultades este sueño era posible

## CONTENIDO

<b>RESUMEN .....</b>	<b>11</b>
<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>3</b>
1.1 Contextualización. ....	3
1.2.2 Antecedentes teóricos.....	8
1.2.3. Antecedentes investigativos.....	20
1.2.4 Antecedentes legales. Referentes de calidad y documentos de apoyo.....	25
1.3 Planteamiento del problema.....	29
1.4 Pregunta de investigación .....	31
1.5 Objetivos .....	31
1.5.1 Objetivo general. ....	31
1.5.2 Objetivos específicos.....	32
<b>2. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>33</b>
2.1 Comprensión.....	33
2.1.1 Elementos de la comprensión. ....	35
2.1.2 Cualidades.....	39
<b>3. METODOLOGÍA.....</b>	<b>43</b>
3.1 Paradigma .....	43
3.2 Estudio de caso .....	44
3.3 Contexto.....	45
3.3.1 Participantes. ....	45
3.4 Instrumentos.....	47
3.4.1 Entrevista Semiestructurada. ....	48
3.4.2 Material del estudiante. ....	48
3.4.3 Observación.....	49
3.5 Análisis de los datos. ....	55
3.5.1 Proceso de análisis .....	56
<b>4. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....</b>	<b>63</b>
4.1 Trabajo de campo.....	63

4.1.1 Entrevistas.....	63
4.1.1.1 Entrevista inicial.....	63
4.1.1.2 Entrevista final.....	65
4.1.2 Observación del proyecto de aula.....	66
4.1.2.1 Exploración.....	66
4.1.2.2 Investigación guiada.....	66
4.1.2.3 Proyecto final de síntesis.....	74
4.2 Análisis de la implementación de la propuesta.....	76
4.2.1 Análisis caso 1. Proceso de comprensión de Dodo.....	77
4.2.2 Análisis Caso dos. Proceso de comprensión de Mirana.....	100
4.2.3 Análisis Caso tres. Proceso de comprensión de Pat.....	119
4.2.4 Análisis caso cuatro. Proceso de comprensión de Reina.....	138
<b>5. CONCLUSIONES</b> .....	159
5.1 Alcance de los objetivos .....	159
5.1.1 Material reutilizable .....	160
5.1.2 Proyecto de aula .....	163
5.1.4 Entrevista semiestructurada.....	164
5.1.3 Matriz de evaluación .....	165
5.1.5 Matrices de niveles de comprensión de los participantes.....	166
5.2 Respuesta a la pregunta de investigación .....	167
5.3 Aportes a la educación matemática.....	169
5.4 Futuras líneas de investigación.....	169
5.4 Recomendaciones .....	170
<b>6. REFERENCIAS</b> .....	172
<b>ANEXOS</b> .....	175
Anexo 1. Consentimiento informado.....	175
Anexo 2. Entrevista inicial.....	176
Anexo 3. Entrevista final .....	178
Anexo 4: Proyecto de aula: Viaje Interplanetario a un Planeta sin Contaminación.....	180
Anexo 5: Participación en eventos.....	186

## LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Descripción de cada uno de los casos.</i> .....	46
<i>Tabla 2. Fases Proyecto de Aula: Viaje Interplanetario a un Planeta sin Contaminación.</i> 52	
<i>Tabla 3. Dimensiones y Descriptores para el Concepto de Número Natural.</i> .....	60
<i>Tabla 4 Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Dodo.</i> .....	80
<i>Tabla 5. Caracterización parcial Dodo. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	85
<i>Tabla 6. Caracterización Final. Proyecto Final de Síntesis. Dodo.</i> .....	99
<i>Tabla 7. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Mirana.</i> .....	102
<i>Tabla 8. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Mirana.</i> .....	108
<i>Tabla 9. Categorización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.</i> .....	118
<i>Tabla 10. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Pat.</i> .....	122
<i>Tabla 11. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Pat.</i> .....	127
<i>Tabla 12. Categorización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Pat.</i> .....	137
<i>Tabla 13. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Reina.</i> .....	140
<i>Tabla 14. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Reina.</i> .....	146
<i>Tabla 15. Caracterización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Reina.</i> .....	157
<i>Tabla 16. Matriz de Evaluación Final.</i> .....	166

## LISTA DE ILUSTRACIONES

<i>Ilustración 1. Actividad Diagnóstica. Reconocimiento de Objetos y Clasificación de los Mismos.</i> .....	4
<i>Ilustración 3. Actividad Diagnóstica. Asignación de orden a la secuencia numérica.</i> .....	5
<i>Ilustración 4 Gráfico de palabras claves para la construcción del concepto de número.</i> .....	8
<i>Ilustración 5. Principios de enseñanza del número.</i> .....	14
<i>Ilustración 6. Gráfico del marco conceptual de la EpC.</i> .....	35
<i>Ilustración 7. Figura de los elementos de comprensión, tomada del texto: La enseñanza para la comprensión, guía para el docente.</i> .....	39
<i>Ilustración 8. Momento dos. Prueba uno y dos. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	68
<i>Ilustración 9. Momento dos. Prueba tres. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	68
<i>Ilustración 10. Momento tres. Prueba cuatro. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	69
<i>Ilustración 11. Momento tres. Prueba cinco. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	70
<i>Ilustración 12. Momento cuatro. Prueba seis. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	71
<i>Ilustración 13. Momento cinco. Prueba siete. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	72
<i>Ilustración 14. Momento seis. Prueba ocho. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	72
<i>Ilustración 15. Momento seis. Prueba nueve. Fase de Investigación Guiada.</i> .....	73
<i>Ilustración 16. Cohetes con Piezas de Tangram. Fase Proyecto Final de Síntesis.</i> .....	74
<i>Ilustración 17. Segundo Momento. Proyecto Final de Síntesis.</i> .....	76
<i>Ilustración 18. Clasificación. Entrevista Inicial. Dodo.</i> .....	77
<i>Ilustración 19. Establecimiento de Orden. Entrevista Inicial. Dodo.</i> .....	78
<i>Ilustración 20. Seriación. Entrevista Inicial. Dodo.</i> .....	78
<i>Ilustración 21. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Dodo.</i> .....	82
<i>Ilustración 22. Orden de los Planetas del Sistema Solar. Fase de Investigación Guiada. Dodo.</i> .....	83
<i>Ilustración 23. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Dodo.</i> .....	84
<i>Ilustración 24. Correspondencia con Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Dodo.</i> .....	84
<i>Ilustración 25. Orden de Pedido del Cohete. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Dodo.</i> ....	86

<i>Ilustración 26. Orden de los Planetas para Diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Dodo.</i>	87
<i>Ilustración 27. Construcción Cohete. Entrevista Final. Dodo.</i>	90
<i>Ilustración 28. Representación de las Figuras Faltantes. Entrevista Final. Dodo.</i>	91
<i>Ilustración 29. Diseño del Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Dodo.</i>	92
<i>Ilustración 30. Clasificación. Entrevista Final. Dodo.</i>	92
<i>Ilustración 31. Clasificación. Entrevista Inicial. Mirana.</i>	100
<i>Ilustración 32. Seriación. Entrevista Inicial. Mirana.</i>	100
<i>Ilustración 33. Simbolización. Fase Investigación Guiada. Mirana.</i>	104
<i>Ilustración 34. Simbolización Extraterrestres. Fase Investigación Guiada. Mirana.</i>	105
<i>Ilustración 35. Orden de los Planetas. Fase de Investigación Guiada. Mirana.</i>	105
<i>Ilustración 36. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Mirana.</i>	107
<i>Ilustración 37. Correspondencia Palos de Paleta. Fase Investigación Guiada. Mirana.</i>	107
<i>Ilustración 38. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.</i>	109
<i>Ilustración 39. Orden de los Planetas para diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.</i>	110
<i>Ilustración 40. Construcción Cohete. Entrevista Final. Mirana.</i>	111
<i>Ilustración 41. Representación de Figuras Faltantes. Entrevista Final. Mirana.</i>	112
<i>Ilustración 42. Diseño de Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Mirana.</i>	112
<i>Ilustración 43. Clasificación. Entrevista Inicial Pat.</i>	119
<i>Ilustración 44. Seriación. Entrevista Inicial. Pat.</i>	120
<i>Ilustración 45. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Pat.</i>	124
<i>Ilustración 46. Simbolizaciones extraterrestres. Fase Investigación Guiada. Pat.</i>	124
<i>Ilustración 47. Orden Planetas. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Pat.</i>	125
<i>Ilustración 48. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Pat.</i>	126
<i>Ilustración 49. Correspondencia Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Pat.</i>	126
<i>Ilustración 50. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Final de Síntesis. Pat.</i>	128
<i>Ilustración 51. Orden de los Planetas Para Diseñar el Mapa Espacial. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Pat.</i>	129
<i>Ilustración 52. Construcción Cohete. Entrevista Final. Pat.</i>	130

<i>Ilustración 53. Representación Figuras Faltantes. Entrevista Final. Pat. ....</i>	130
<i>Ilustración 54. Diseño Cohete Incluyendo Todas las Piezas. Entrevista Final. Pat.....</i>	131
<i>Ilustración 55. Clasificación. Entrevista Final. Pat.....</i>	131
<i>Ilustración 56. Clasificación. Entrevista Inicial. Reina. ....</i>	138
<i>Ilustración 57. Seriación. Entrevista Inicial. Reina. Fuente propia. ....</i>	138
<i>Ilustración 58. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Reina.....</i>	142
<i>Ilustración 59. Simbolización Extraterrestres. Fase de Investigación Guiada. Reina. ....</i>	142
<i>Ilustración 60. Orden de los Planetas. Fase de Investigación Guiada. Reina.....</i>	143
<i>Ilustración 61. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Reina. ....</i>	144
<i>Ilustración 62. Correspondencia Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Reina.</i>	144
<i>Ilustración 63e. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Fina de Síntesis. Reina. ....</i>	147
<i>Ilustración 64. Orden de los Planetas para Diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Reina. ....</i>	148
<i>Ilustración 65. Construcción Cohete. Entrevista Final. Reina. ....</i>	149
<i>Ilustración 66. Representación Figuras Faltantes. Entrevista Final. Reina. ....</i>	150
<i>Ilustración 67. Diseño del Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Reina.</i>	150
<i>Ilustración 68. Clasificación. Entrevista Final. Reina. ....</i>	151

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación se orientó hacia el análisis de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar, a partir de los hallazgos encontrados con relación a las dificultades en las operaciones lógicas de clasificación y seriación, síntesis de este concepto matemático. Dichos hallazgos se observaron a partir de un diagnóstico inicial del grado con respecto al concepto y, posteriormente, la búsqueda en los antecedentes teóricos, investigativos y legales, los cuales destacan la necesidad de avanzar en los procesos de comprensión del concepto de número natural, como base para el desarrollo del pensamiento matemático.

El marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) brinda los elementos necesarios para el diseño de una propuesta pedagógica de aula. En este sentido, se propuso el diseño de un proyecto de aula mediante el uso de material reutilizable, fundamentado en dicho marco conceptual, para el posterior análisis de la comprensión de los estudiantes, al participar en actividades que les permitieron de forma progresiva establecer relaciones cognitivas en la construcción del concepto de número natural.

Así mismo, la metodología que se empleó en esta investigación fue desde el paradigma cualitativo, a través de un estudio de casos que posibilitó comprensión del fenómeno en cuestión. En este sentido, la entrevista semiestructurada, la observación y el material del estudiante se constituyen en los instrumentos empleados para la recolección y posterior análisis de la información.

La investigación permitió detallar las explicaciones escritas y verbales de los estudiantes, a través de un proceso de interpretación y la descripción de los niveles de comprensión en cada una de las dimensiones que propone el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión, a partir de los descriptores y categorías que emergieron del proceso de triangulación de la información y se organizaron en la matriz de evaluación, para obtener como resultado el análisis de la forma como con estudiantes del nivel Preescolar se enfrentan a diferentes procesos lógicos y cognitivos propios de la comprensión del concepto de número natural.

**Palabras clave:** comprensión, número natural, nivel Preescolar, Enseñanza para la Comprensión, material reutilizable.

## ABSTRACT

This research was oriented towards the analysis of the understanding of the concept of natural number in Preschool students, based on the findings in relation to the difficulties in the logical operations of classification and serialization; synthesis of this mathematical concept. These findings were observed from an initial diagnosis of the level according to the concept and later, the search in the theoretical, investigative and legal antecedents, which highlight the need to advance in the processes of understanding the concept of natural number, as a basis for the development of mathematical thinking.

The conceptual framework of Teaching for Understanding (TFU) provides the necessary elements for the design of a pedagogical classroom proposal. In this way, the design of a classroom project was proposed through the use of reusable material, based on such a conceptual framework for the subsequent analysis of the students' understanding, by participating in activities that allowed them to progressively establish cognitive relationships in the construction of the concept of natural number.

In addition, the methodology used in this research was taken from the qualitative paradigm, through a case study that made possible the description and interpretation of the understanding of the questioned phenomenon. For this purpose, the semi-structured interview, the observation and the student material were used as instruments for data collection and a subsequent analysis of the information.

The investigation allowed detailing students written and verbal explanations, through an interpretation process and a description of the levels of understanding in of each dimension proposed by the conceptual framework of the Teaching for Understanding and based on the descriptors and categories emerged from the triangulation process of the information. All this, organized in an evaluation matrix to obtain as a result the analysis of the way that preschool level students face different logical and cognitive processes of understanding the concept of natural number.

**Key words:** Comprehension, natural number, preschool level, Teaching for Understanding, reusable material.

## INTRODUCCIÓN

Comprender el concepto de número es la base para la realización de operaciones aritméticas posteriores y, por ende, es fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático. En el nivel Preescolar, este proceso se convierte en un reto que debe integrarse a las motivaciones e intereses de los estudiantes, teniendo en cuenta sus capacidades y las mediaciones que el contexto familiar, escolar y social ofrece.

En este sentido, la comprensión del concepto de número natural en el nivel Preescolar, específicamente en el grado Transición<sup>1</sup>, es el objeto de estudio de esta investigación, a partir de las dificultades que muestran los estudiantes de este nivel en relación con las operaciones lógicas de seriación y clasificación para la construcción de dicho concepto. De acuerdo con lo anterior, la investigación tiene como objetivo el análisis de la comprensión del concepto de número natural en los estudiantes del nivel Preescolar. Para esto se retoman tres aspectos fundamentales: el número natural como concepto matemático; la fundamentación de este con el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión<sup>2</sup>, el cual “estructura la investigación para ayudar a los docentes a analizar, diseñar, poner en práctica y evaluar prácticas centradas en el desarrollo de la comprensión de los alumnos” (Stone, 1999, p. 25). Este marco brinda las herramientas para analizar la comprensión a partir de una propuesta pedagógica de aula. El uso de material reutilizable, como elemento concreto mediador que le posibilita al estudiante, en primer lugar, establecer relaciones cognitivas que lo lleven a la comprensión del concepto de número natural y, en segundo lugar, como apoyo al investigador para el registro de las observaciones de campo.

Para el alcance del objetivo de la investigación se diseñaron experiencias de aprendizaje en un proyecto de aula, en relación con cada uno de los elementos y cualidades de la comprensión, de acuerdo con el marco conceptual de la EpC. El proyecto se implementó con apoyo de material reutilizable, lo cual permitió recopilar la información, para su posterior análisis. En este mismo sentido, la metodología se enmarcó en la investigación cualitativa, mediante un estudio de casos que particularizó el objeto de estudio y posibilitó reconocer las categorías emergentes en los

---

<sup>1</sup> El Decreto 2247 de 1997, en el Artículo 2º, determina que la prestación del servicio público educativo del nivel Preescolar se ofrecerá a los estudiantes desde los tres a los cinco años de edad y comprenderá tres grados: primero Prejardín, para estudiantes de tres años, segundo Jardín, para estudiantes de cuatro años y tercero Transición para estudiantes de cinco años. Para esta Investigación se emplea el término nivel Preescolar para referirse específicamente al grado Transición.

<sup>2</sup> En adelante, marco conceptual de la EpC.

desempeños de los estudiantes, al realizar el proceso de análisis a partir de la triangulación de los tres instrumentos empleados para la recolección de la información: la entrevista, la observación y el material del estudiante.

A partir de los resultados del trabajo de campo, se realizó el análisis de la comprensión del concepto de número natural de cada uno de los casos, teniendo en cuenta las cualidades de comprensión, detallando las expresiones, preguntas y explicaciones de los estudiantes, que presentaron de forma oral o a través del empleo del material reutilizable con el cual representaron la experiencia de aprendizaje.

Además, se diseñó una matriz de evaluación que incluye los descriptores y categorías emergentes, para la descripción de la comprensión del concepto de número natural, a partir de los desempeños evidenciados por los participantes, teniendo en cuenta el análisis que de forma individual se construyó a partir de la triangulación de la información. La matriz permitió ubicar a los estudiantes en diferentes niveles de comprensión en el marco conceptual de la EpC, con respecto al concepto matemático.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1 Contextualización.

La educación en el nivel Preescolar se ha convertido en asunto de discusión de las propuestas educativas de diferentes países. En Colombia, a partir de la ley 1098, por la cual se expide el Código de la Infancia y la Adolescencia (2006), en el artículo 29 se reconoce que: “la primera infancia es la etapa del ciclo vital en la que se establecen las bases para el desarrollo cognitivo, emocional y social del ser humano”. Es decir, es un escenario de participación, pensado y estructurado desde las particularidades del niño.

El Ministerio de Educación Nacional MEN (1998a) orienta las políticas en educación en nivel Preescolar, hacia el discurso del reconocimiento de lo que el estudiante sabe y hace en cada momento, su relación y acción con los objetos y la mediación que ejercen las personas de su contexto familiar, escolar y social. Estas interacciones ponen en juego el punto de vista propio y el de los otros, para llegar a acuerdos, adecuar lenguajes y posibilitar el conocimiento del mundo que los rodea.

Particularmente, esta investigación se centra en un área: las Matemáticas, específicamente en el proceso de comprensión que realiza el estudiante en el nivel Preescolar, en relación con el concepto de número natural, a través de las operaciones lógicas de clasificación y seriación que posibilitan la construcción de dicho concepto. De esta forma responde a las necesidades identificadas con respecto a la comprensión de las mismas. Por ende, en Preescolar es conveniente propiciar ambientes que motiven al estudiante a pensar sobre el número, cuantificar y crear relaciones con todo tipo de objetos que de forma coordinada posibiliten la comprensión del mismo.

Los elementos que conllevan a este proceso investigativo partieron de la experiencia de la práctica en el aula de clases, que toma como referente el diagnóstico que se realiza en la institución al inicio del año escolar y un rastreo de aquellos autores que fundamentan la conceptualización de la problemática a partir de referentes teóricos, investigativos y legales. A continuación, se describen cada uno de los elementos que posibilitan el planteamiento del problema:

## 1.2 Antecedentes.

A continuación, se retoman algunos antecedentes que se consideraron pertinentes para fundamentar el proceso de investigación a partir de cuatro aspectos: lo práctico, teórico, investigativo y legal; es decir, aquellos referentes que preceden y tienen relación directa con el objeto de estudio.

**1.2.1. Antecedentes desde la práctica.** En la Institución Educativa de Jesús, sede Camilo González, del municipio de Concordia, departamento de Antioquia (Colombia), los estudiantes del nivel Preescolar, al inicio del año escolar se les aplica una prueba diagnóstica que incluye las dimensiones del desarrollo (cognitiva, socio-afectiva, corporal, comunicativa, estética, espiritual y ética), también tiene en cuenta los Derechos Básicos de Aprendizaje de Transición (DBA), los cuales se han incluido en la malla curricular de la Institución Educativa.

Específicamente, en relación con los procesos cognitivos alrededor del concepto de número natural, se diseñaron dos actividades en la prueba, para las cuales se precisó: determinar si los estudiantes reconocen características de los objetos: formas, tamaños, colores y los criterios que usan para agrupar el material; y cómo realizan la asignación de orden jerárquico a partir de la secuencia numérica en la selección uno a uno. A continuación, se muestran las acciones de cuatro estudiantes, a los cuales se les solicitó ordenar el material que se encontraba sobre la mesa, a partir de las dos condiciones anteriormente descritas.



*Ilustración 1. Actividad Diagnóstica. Reconocimiento de Objetos y Clasificación de los Mismos.*

Fuente toma propia

En general, al disponer el material concreto sobre la mesa se observaron situaciones distintas: algunos estudiantes manipulan el material sin patrones lógicos; es decir, empezaron a crear torres colocando de forma indiscriminada una sobre otra, otros establecieron secuencias de objetos uno al lado del otro organizando parejas y, finalmente, otros crearon colecciones que compartían características de forma, tamaño o color. Aquellos que reconocían semejanzas, agruparon a partir del criterio de color o articulando dos condiciones (color y forma), otros, por el contrario, seleccionaron elementos de la mesa y los agruparon indiscriminadamente, construyendo torres en las que sobreponían una ficha con la otra. Además, al preguntar por cuál de las colecciones tenía más elementos, todos respondieron señalando desde la percepción visual el que les parecía, sin emplear el uso del número para cuantificar.

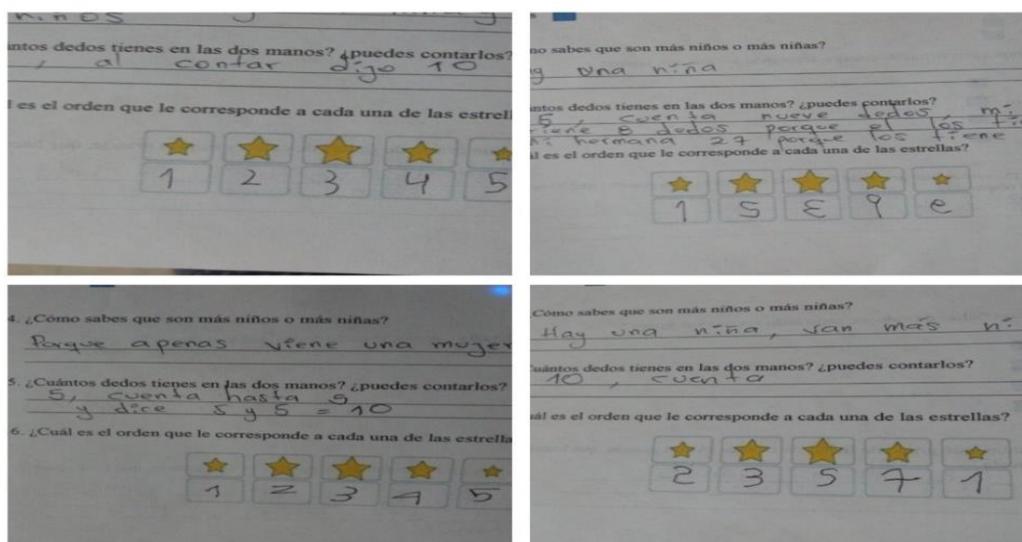


Ilustración 2. Actividad Diagnóstica. Asignación de orden a la secuencia numérica.

Fuente: Toma propia

Para la segunda actividad se empleó un material impreso (ficha) y se solicitó ordenar las estrellas teniendo en cuenta su tamaño, de la más pequeña a la más grande, haciendo uso del número natural. Con esta actividad fue posible observar cómo uno de los estudiantes asignó uno a uno los números a cada una de las estrellas, con la salvedad del uso del número siete para simbolizar el cuatro (esto se puede apreciar en la ilustración de la parte inferior derecha). Otros nombraron de forma ascendente imitando la acción de contar y uno de los estudiantes hizo uso de letras y números de forma indiscriminada.

Al analizar los resultados de las dos actividades de la prueba diagnóstica, se identificaron dificultades en algunos estudiantes para clasificar los elementos, a partir del reconocimiento de las semejanzas y diferencias que, con relación al color, forma y tamaño se pueden establecer. De igual forma, al solicitarles que totalizaran la cantidad de elementos en una colección, y constatar cuál tenía más, todos dieron respuestas con base en la intuición y percepción visual, sin hacer uso del número natural. También, se observó que al momento de resolver situaciones en las cuales era necesario asignar un lugar a cada una de las estrellas, partiendo de la información que brindaba la ficha, algunos estudiantes no establecieron relación uno a uno; de hecho, usaron de forma indiscriminada letras y números.

Además, el desempeño de los estudiantes durante las actividades diagnósticas permitió identificar que existen diferencias cognitivas en este grupo de estudiantes, es decir, algunos agrupan los elementos desde el color o color y forma, otros por su parte distribuyeron el material en el espacio sin un patrón identificable. También se evidenciaron algunas diferencias en el proceso de construcción del concepto de número natural, mientras algunos estudiantes nombraban cada elemento recitando secuencias de palabras y señalando más de una vez el mismo objeto, otros establecieron orden espacial y correspondencia biunívoca, relación uno a uno de los elementos con los símbolos usadas para contar.

Lo anterior evidencia que los estudiantes tienen dificultades en cuanto a las acciones de clasificar, ordenar e incluir los elementos en una colección, para posteriormente cuantificar o establecer semejanzas y diferencias de acuerdo a la situación planteada, lo cual muestra la necesidad de fortalecer los procesos de comprensión del concepto de número natural, entendiendo la comprensión como una habilidad para pensar y actuar a partir de lo que se sabe, mediante desempeños flexibles, es decir, actuaciones que den cuenta de lo que se comprende en un contexto determinado (Stone, 1999). En este sentido, como afirman Cardoso y Cerecedo (2008), contar es una acción fundamental en el proceso de construcción del concepto de número natural, pero no basta con establecer la correspondencia biunívoca; es decir, la relación uno a uno de los símbolos numéricos con los objetos nombrados, en la cual la construcción del concepto matemático implica comprender que la palabra que designa un elemento contiene a los anteriores, en otras palabras, expresa la totalidad de los objetos contados.

Para que un niño aprenda a contar se requiere que asimile diversos principios lógicos. El primero de ellos es que tiene que comprender la naturaleza ordinal de los números, es decir, que se encuentran en un orden de magnitud ascendente. El segundo es la comprensión del procedimiento que se sigue para el conteo basado en que cada objeto debe contarse una vez y sólo una no importa el orden. El tercero es que el número final comprende la totalidad de elementos de la colección. (Cardoso y Cerecedo, 2008, p. 3)

Esta estructuración mental y simbólica que realizan los estudiantes, como afirma Cardoso y Cerecedo (2008), se establece a través de la clasificación y la seriación, que son operaciones lógicas que forman parte de la construcción del concepto de número natural. Este proceso es complejo y vinculado a las experiencias que ofrece el contexto familiar, escolar y social en relación con los números.

En este sentido, Piaget<sup>3</sup> e Inhelder (1997) afirman que el concepto de número es construido por cada estudiante, a partir de una “estrecha ligazón con la de las seriaciones y de las inclusiones de clases” (p.106), lo que les permite comprender que las palabras usadas para contar objetos tienen una secuencia y orden jerárquico, cada una contiene a los anteriores, es decir, expresa la totalidad de los objetos contados.

Particularmente, para esta investigación se hace pertinente analizar el proceso de comprensión del concepto de número natural, en la fase inicial de la construcción del mismo, cuando el estudiante realiza el paso del conocimiento físico al abstracto. Por lo tanto, se consideró pertinente el uso de material reutilizable como elemento concreto mediador; en primer lugar, por la realidad psicológica del estudiante del nivel Preescolar la cual está constituida por la necesidad de establecer relaciones entre los objetos en un primer momento desde lo físico, y así, pasar posteriormente a lo abstracto, en el que “el niño va construyendo el conocimiento lógico-matemático coordinando las relaciones simples que ha creado antes entre los objetos” (Kamii, 1995, p. 16). En segundo lugar, por tratarse de materiales que son construidos por los estudiantes, permiten establecer relaciones de color, forma y tamaño; es decir, el material reutilizable se emplea para que los estudiantes construyan el concepto de número natural, a partir de acciones intencionadas que les permitan comprender las operaciones lógicas de clasificación y seriación.

---

<sup>3</sup> Para este informe de investigación se consultaron traducciones o versiones de reimpresión póstumas a la muerte de Jean Piaget, en la referencia bibliográfica se realiza reconocimiento al traductor y la fecha de la versión original.

En el siguiente apartado se retoman algunas concepciones teóricas alrededor de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar, a partir de las cuales se trazó la ruta de trabajo del proceso investigativo que se considera pertinente para el análisis del objeto de estudio.

## 1.2.2 Antecedentes teóricos.

**1.2.2.1. Concepto de número natural.** La teoría epistemológica de Piaget (1896-1963), ha influenciado la educación del nivel Preescolar, a partir de la interpretación del desarrollo cognoscitivo del niño desde el nacimiento hasta la adolescencia, con sus investigaciones este autor buscó dar respuesta a preguntas sobre el conocimiento, permitiendo de este modo el estudio de los orígenes del mismo en el desarrollo del pensamiento de los niños, es decir, cómo piensan y solucionan situaciones de la vida cotidiana.

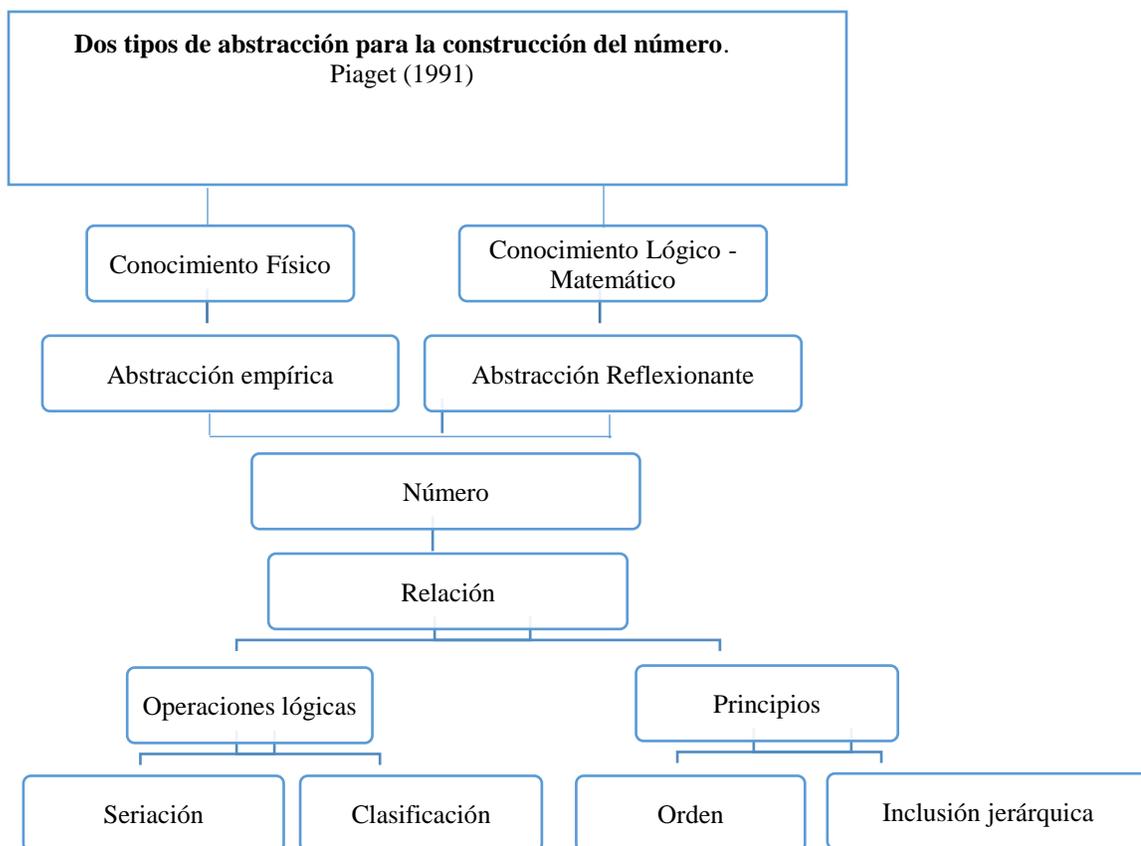


Ilustración 3 Gráfico de palabras claves para la construcción del concepto de número.

Fuente: elaboración propia basado en (Piaget, 1991)

Desde esta teoría, se describe el desarrollo cognitivo en cuatro etapas: sensoriomotor, preoperatorio, operatorio y formal (Piaget, 1991). El primero y segundo están asociados a las experiencias que el niño obtiene de la interacción con personas, cosas y animales a través de los sentidos y la organización de estas a partir de esquemas de acción; en la tercera, los niños comienzan a establecer razonamientos y a utilizar la lógica a través de la acción sobre los objetos, es decir, “las operaciones concretas forman, pues, la transición entre la acción y las estructuras lógicas más generales” (Piaget, 1991, p. 103), y en la cuarta etapa, los niños desarrollan el razonamiento y la lógica para llegar a conclusiones de aspectos de la realidad.

De acuerdo con Piaget (1991), los estudiantes de nivel Preescolar se encuentran en la etapa preoperatoria (de los dos a los siete años), el pensamiento es egocéntrico, es decir, cree que todos piensan como él, evidenciando una incapacidad para desempeñar acciones cooperativas y reconocer el punto de vista de los demás.

Así mismo, el lenguaje en esta etapa es descrito como un “monólogo colectivo” (Piaget, 1991, p. 32), en el cual se motiva a la acción, más no al intercambio de pensamientos reales, cada uno habla para sí; es decir, constantemente establece un monólogo con sí mismo que utiliza durante el juego y la acción que, posteriormente, se convierte en el pensamiento interior del adulto.

El pensamiento preoperatorio se estructura a partir de esquemas de acción. Piaget (1991) refiere que “se trata de una inteligencia totalmente práctica, que se aplica a la manipulación de los objetos y que no utiliza, en vez de las palabras y los conceptos, más que percepciones y movimientos organizados” (p. 20), a través de los cuales el niño en ocasiones recurre a errores en los cuales predomina la percepción visual y espacial que lo imposibilita para reconocer las características reversibles de las acciones.

Otro rasgo del pensamiento y lenguaje egocéntrico de esta etapa se refleja en una actividad propia, “el juego simbólico” (Piaget, 1991, p. 35), a partir de esta expresión lúdica el niño imita elementos de la realidad y los transforma hacia sus deseos o anhelos. Algunos ejemplos de estos juegos son aquellos donde se asume el papel de la mamá, el papá, el doctor, la profesora, entre otros; esta acción va evolucionando para construir más adelante el juego de reglas, un juego social en el que se establecen acuerdos y roles grupales, desde la aceptación de las dinámicas externas del juego y la existencia de acuerdos definidos y claros para todos.

Como se ha dicho hasta este momento, según Piaget (1991), en un primer momento, la asimilación de la realidad en esta etapa se da a través del juego simbólico y las acciones que están siendo dirigidas por el egocentrismo infantil; posteriormente, en un segundo momento, la acomodación es un poco más estructurada y se da a partir de la aparición del juego de reglas y de los mecanismos de intuición.

En el pensamiento intuitivo, el niño comienza a integrarse con los demás y, desde este lugar, argumenta aspectos sociales e individuales, que le posibilitan establecer construcciones lógicas. En este sentido,

La lógica constituye precisamente el sistema de relaciones que permite la coordinación de los diversos puntos de vista entre sí, puntos de vista correspondientes tanto a distintos individuos como aquellos que corresponden a percepciones o intuiciones sucesivas de un mismo individuo. (Piaget, 1991, p. 58)

Por consiguiente, a partir de las acciones sobre los objetos, el niño construye operaciones que le permiten regresar mentalmente sobre un proceso que ha realizado con anterioridad, “las acciones constituían el punto de partida de las futuras operaciones de la inteligencia, siendo la operación una acción interiorizada que se hace reversible y se coordina con otras formando estructuras operatorias de conjunto” (Piaget, 1991, p. 99).

*1.2.2.1.1 Operaciones lógicas.* Piaget (199) explicita el instante exacto en el cual las intuiciones se convierten en operaciones lógicas: clasificación y seriación. Este proceso ocurre cuando “las primeras se transforman en las segundas a partir del momento en que constituyen sistemas de conjunto a la vez componibles y reversibles” (p. 67). El niño va articulando simultáneamente acciones que son repetidas en diferentes situaciones, las cuales se convierten en nociones o conceptos para asimilar el mundo que lo rodea. Las “nociones son el resultado de un juego de operaciones coordinadas entre sí en sistemas de conjunto y cuya propiedad más relevante, en oposición al pensamiento intuitivo de la primera infancia, es la de ser reversibles” (Piaget, 1991, p. 64).

*1.2.2.1.1.1 Seriación.* Según Piaget e Inhelder (1997) “consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes” (p. 104). Un niño desde muy pequeño establece diferencias de tamaños entre elementos los cuales presentan marcados contrastes, pero si, por el

contrario, las diferencias no son significativas, ellos inician un proceso de reconocimiento, el cual es descrito así por Piaget (1991):

Si las longitudes difieren poco y deben compararse los elementos dos a dos para poder ordenarse, entonces empieza alineándolos, simplemente, por parejas CE; AC; BD; etc., sin coordinar estas parejas entre sí; después el niño forma pequeñas series de tres o cuatro elementos, pero sin coordinarlas tampoco entre sí; posteriormente, logra reunir la serie total, pero mediante titubeos y sin saber intercalar de nuevo algunos elementos distintos una vez construida la primera serie total. Finalmente, y esto únicamente hacia los seis años y medio o los siete, descubre un método operatorio que consiste en buscar, en primer lugar, el elemento más pequeño de todos y, después, el más pequeño de los que quedan, logrando de esta forma construir su serie total sin titubeos ni errores (e intercalar posteriormente nuevos elementos). (p. 69)

Hay que mencionar, además, que para Piaget (1991), los niños construyen la operación lógica de seriación, la cual es evidente en el momento que logran razonar alrededor de cada elemento, incluyendo a los otros como un todo. Esta construcción supone la capacidad de realizar operaciones inversas de reversibilidad<sup>4</sup>. Cada elemento es considerado más pequeño que el siguiente, encontrando un método operatorio en el cual reconoce las relaciones intrínsecas de los elementos que hacen parte de un conjunto, que se ordena de forma ascendente o descendente, pero, en el que cada elemento tiene un lugar posicional.

De igual forma, la seriación desde la propuesta de Piaget e Inhelder (1997), es presentada desde algunas etapas en el proceso constitutivo. Estos autores describen tres: “primero, parejas o pequeños conjuntos (una pequeña y una grande, etc.) pero incoordinables entre sí” (p. 104). En la segunda, “una construcción por tanteos empíricos, que constituyen regulaciones semirreversibles, pero aún no operatorias” (Piaget & Inhelder, 1997, p. 104). Esto es, los estudiantes establecen construcción por tanteo, desde un ensayo y error. Finalmente, proponen una tercera etapa, la cual “consiste en buscar por comparaciones, dos a dos, el más pequeño elemento aparente, luego el más pequeño de los que quedan, etc.” (Piaget & Inhelder, 1997, p. 104). Este es operatorio, no requiere

---

<sup>4</sup> Toda operación puede ser invertida. (Ejemplo: +1 se invierte en -1.) La operación directa y su inversa dan una operación nula o idéntica.

realizar tanteos con el material, se busca el más pequeño y así todos los que siguen en el orden de la serie.

*1.2.2.1.1.2 Clasificación.* “La clasificación constituye, asimismo, un agrupamiento fundamental” (Piaget e Inhelder, 1997, p. 105), que permite reunir mentalmente los objetos según sus semejanzas para, posteriormente, entender las relaciones que se establecen al incluir uno en otro, logrando de esta forma establecer procesos de inclusión de las clases numéricas y de la inclusión jerárquica contenidas en los números a partir de lo simbólico e interno de la *abstracción reflexionante*, coordinado por la mente, a partir del desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Piaget e Inhelder (1997), para el proceso de clasificación, proponen tres etapas “los más pequeños comienzan por colecciones de figuras, es decir, que disponen los objetos no solo según sus semejanzas y diferencias individuales, sino yuxtaponiéndolos espacialmente en filas, en cuadros, en círculos” (p. 105). La segunda etapa, según estos autores “es la de las colecciones no figurativas: pequeños conjuntos sin forma espacial diferenciables en subconjuntos” (Piaget & Inhelder, 1997, p. 105). La tercera y última etapa se da a partir de una clasificación operatoria, en el que se reconoce la inclusión de clase, una categoría que incluye la otra, más animales que vacas, por ejemplo.

Como resultado de la síntesis de las operaciones lógicas de seriación (orden) y clasificación (inclusión de clase) se establecen abstracciones de los objetos y desde esta perspectiva se construye el número natural. En este sentido, Kamii<sup>5</sup> (1995), presenta el número como “un ejemplo de conocimiento lógico- matemático” (p. 15). Este conocimiento es inventado por cada niño, construido mediante la abstracción reflexionante, la cual emerge a partir de las relaciones que el estudiante crea entre los objetos.

*1.2.2.1.2. Abstracción empírica y reflexionante.* Piaget (1991) afirma que “todos los elementos del número son de naturaleza lógica: no hay intuición del  $n+1$  antes de que se constituya una conservación de los conjuntos, fundada en las inclusiones (clasificaciones) o las series operatorias” (p. 104). En este sentido, a partir de la manipulación de los objetos, desde la abstracción de las características físicas, se construye la abstracción reflexionante propia de

---

<sup>5</sup> Esta autora trabajó con Jean Piaget en el Centro Internacional de Epistemología Genética de Ginebra y desde entonces ha desarrollado teorías de investigación psicopedagógica en primera infancia y los primeros grados de escolaridad.

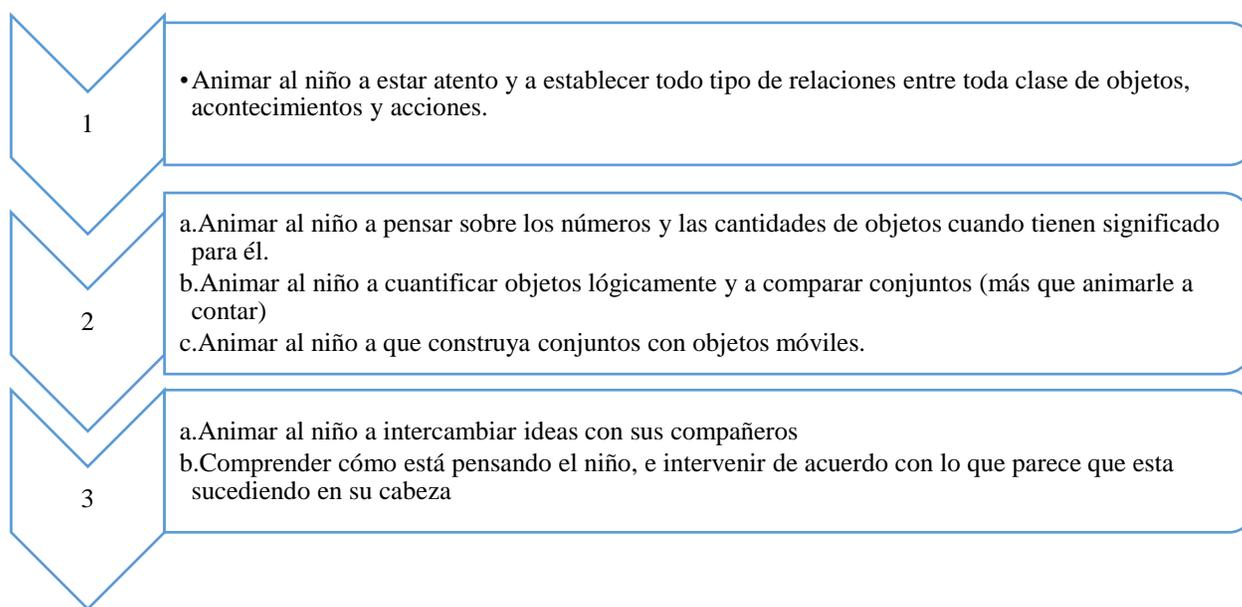
operaciones lógicas de clasificación y seriación. La abstracción reflexionante, para Piaget (1991), no puede darse de forma independiente de la abstracción empírica, debido al desarrollo cognitivo por el que transita el estudiante. En este sentido, Piaget e Inhelder (1997), afirman:

El número resulta ante todo de una abstracción de las cualidades diferenciales, que tiene por resultado hacer cada elemento individual equivalente a cada uno de los otros:  $1 = 1 = 1$ , etc. Establecido esto, tales elementos son clasificables según las inclusiones ( $<$ ):  $1 < (1 + 1) < (1 + 1 + 1)$ , etc. Pero al mismo tiempo son seriables ( $-*$ ) y el solo medio de distinguirlos y de no contar dos veces el mismo en esas inclusiones es seriarlos (en el espacio o en el tiempo):  $1 \sim *1 \rightarrow 1$ . (p. 107)

Teniendo en cuenta lo anterior, según Piaget (1991), el concepto de número natural se encuentra en construcción, a partir de las relaciones que de forma individual establecen y que remiten directamente a coordinar acciones sobre los objetos o elementos concretos, lo cual permite a los estudiantes establecer conexiones a nivel mental.

En este sentido, el estudiante se concentra en una sola característica desde lo cualitativo de los objetos y establece correspondencias a partir de las semejanzas de estos (entre un modelo y su copia) en la abstracción empírica, olvidando las otras. Por su parte, en la abstracción reflexionante, involucra relaciones entre objetos y correspondencias uno a uno para establecer orden e inclusión jerárquica, que dan como síntesis el número natural. Es decir, el estudiante pasa del conocimiento del objeto concreto: abstracción empírica, a la construcción de estructuras lógico-matemáticas: abstracción reflexionante, empleando operaciones lógicas de seriación y clasificación.

*1.2.2.1.3. Implicaciones pedagógicas del número natural.* El número natural al ser una construcción de la mente humana, conocimiento abstracto e interno, no puede enseñarse directamente; sin embargo, Kamii (1995) extrae algunas implicaciones pedagógicas, fundamentadas en la teoría de Piaget (1991). Estos principios de enseñanza están agrupados en tres bloques, en los cuales se anima al estudiante a establecer relaciones entre los objetos y sus interacciones en ambientes que favorezcan el desarrollo del pensamiento lógico - matemático:



*Ilustración 4. Principios de enseñanza del número.*

Fuente: elaboración propia basada en (Kamii, 1995)

Es en la vida cotidiana donde los niños se enfrentan a situaciones que los llevan al uso de los números, por ejemplo, en la escuela, en acciones como: repartir material, contar sillas y estudiantes, hacer grupos de trabajo. “Los niños se interesan por lo que ocurre en la vida real y esas situaciones los motivan a reflexionar sobre ellas” (Kamii, 1995, p. 111).

La comprensión del número natural no es un proceso innato, como afirma Kamii (2000), el niño lo construye de forma individual, por la capacidad que tiene para pensar y las relaciones que establece con el mundo que lo rodea a través de la experiencia. Esta investigación integra las consideraciones de la teoría piagetiana al reconocer que este autor describe y fundamenta la evolución del desarrollo infantil, la génesis de las operaciones lógicas que están involucradas en la construcción del concepto de número, además, se reconocen los aportes didácticos de Kamii (1995) en la propuesta de enseñanza desde los tres bloques, que en el nivel de Educación Preescolar orientan los desempeños del estudiante desde lo concreto y la manipulación de los objetos.

A continuación, se define el concepto de comprensión en el ámbito de la Educación Matemática, así como algunos modelos o marcos que han sido utilizados para la descripción, análisis e interpretación de conceptos en el campo de la investigación.

### ***1.2.2.2. Comprensión***

En los procesos de enseñanza y aprendizaje y, específicamente en el área de las matemáticas, uno de los objetivos es la comprensión. Para Rico (2009):

Comprender significa percibir mentalmente algo, captar el significado de algo, entender con claridad lo que quiere decir alguien, conocer en un objeto todo lo que en él es conocible, llegar a conocer la naturaleza o modo de ser de una cosa”. (p. 2)

. En este mismo sentido, Boix y Gardner (1999) exponen que la calidad de la comprensión de los estudiantes se basa:

En su capacidad para hacer un uso productivo de los conceptos, teorías, narraciones y procedimientos disponibles como la biología, la historia y las artes. Los alumnos deberían ser capaces de comprender la naturaleza humanamente construida de este conocimiento y remitirse a él para resolver problemas, crear productos, tomar decisiones y, finalmente, transformar el mundo que los rodea. (pp. 216-217)

La comprensión, desde esta perspectiva, va más allá de un acto repetitivo o respuesta preconcebida. Las acciones de los estudiantes evidencian, como afirman Boix y Gardner (1999), desempeños flexibles que les permiten responder a partir de lo que saben, articulando conceptos y teorías de diferentes áreas del saber en situaciones de la vida escolar y cotidiana.

A partir de la indagación sobre comprensión, se estudiaron algunos marcos conceptuales para la fundamentación de la investigación. Londoño, Jaramillo y Esteban (2017) plantean que:

En el ámbito de la educación matemática, los modelos educativos y las teorías para la comprensión han constituido históricamente marcos teóricos para el desarrollo de experiencias y estrategias metodológicas, que permiten avanzar en el estudio de la comprensión de conceptos matemáticos. (p. 122)

Teniendo en cuenta lo anterior, la elección del marco conceptual partió del estudio de los marcos para la comprensión de conceptos matemáticos, como son: el Modelo educativo de van-Hiele, la teoría de Pirie y Kieren y el marco de Enseñanza para la Comprensión. A continuación, se describen las características más relevantes de estos, como parte de la revisión de la literatura.

*1.2.2.2.1 Modelo educativo de van-Hiele.* Este modelo fue desarrollado por la pareja de esposos Dina y Pierre van-Hiele, como resultado de sus formulaciones doctorales en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la Universidad de Utrecht, Holanda, y que, en las últimas décadas, ha cobrado vigor en el análisis de comprensión de conceptos matemáticos.

El modelo de van-Hiele, según Gutiérrez y Jaime (1995), se fundamenta en dos aspectos: el **descriptivo**, “en cuanto que intenta explicar cómo razonan los estudiantes” (p. 27), y el **prescriptivo**, “porque da unas pautas a seguir en la organización de la enseñanza para lograr que los estudiantes progresen en su forma de razonar” (Gutiérrez & Jaime, 1995, p. 27). El primero hace referencia a cinco niveles por los cuales los estudiantes van ascendiendo en la medida que adquieren mayor dominio de los conceptos geométricos, lo que permite identificar y valorar el progreso de diversas formas de razonamiento. El segundo aspecto, por su parte, define cinco fases de aprendizaje que la docente propicia para favorecer el avance de los estudiantes del nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran.

Cada nivel supone la comprensión y la utilización de los conceptos geométricos desde una percepción propia del proceso en el que se encuentra el estudiante. Los niveles han sido definidos, clasificados e interpretados por diferentes autores. Gutiérrez y Jaime (1995) nombran cinco niveles que inician en el nivel 1 y llegan hasta el nivel 5: nivel 1 de reconocimiento, nivel 2 de análisis, nivel 3 de clasificación, nivel 4 de deducción formal y nivel 5 de rigor.

En este mismo sentido, Gutiérrez y Jaime (1995) afirman que el Modelo de van-Hiele a partir del componente prescriptivo propone unas fases de aprendizaje las cuales presentan una organización de las actividades que deben seguirse una a una para avanzar al siguiente nivel. “Las cinco fases son: fase 1: información, fase 2: orientación dirigida, fase 3: explicitación, fase 4: orientación libre y fase 5: integración” (p. 34).

Es importante precisar, además, que el modelo de van-Hiele, según Gutiérrez y Jaime (1995), posee unas propiedades que permiten comprender su estructura. Estas propiedades son: *secuencialidad en la adquisición de los niveles*, es decir, los niveles no pueden saltarse, estos deben ser superados por los estudiantes en orden ascendente; *especificidad del lenguaje*, en cada nivel existen expresiones y dominios propios; *paso de un nivel al siguiente*, se representa como el ascenso por una escalera, cada estudiante va adquiriendo los conocimientos del nivel que le permite ascender al siguiente y de esta forma acceder a la propiedad de *globalidad o localidad*, permitiéndole dominar cualquier concepto de geometría en el nivel en el que se encuentre. Para

concluir, estos autores nombran la propiedad de la *instrucción*, la cual articula la comprensión de la geometría al proceso de intervención, en este sentido la edad no implica dominio conceptual, se hace necesario el aprendizaje.

Para el proceso de enseñanza, los docentes deben partir del nivel en el que se encuentra el estudiante para desarrollar estrategias que le permitan avanzar al nivel siguiente. Para progresar en el proceso, se debe contar con el acompañamiento de un experto, que se encuentra en un proceso de razonamiento superior y puede hacer las veces de investigador.

Este modelo se configuró como un referente en la educación matemática, empleado por docentes e investigadores para describir o favorecer la comprensión de diferentes conceptos matemáticos, ampliando de esta forma los procesos de razonamiento que en la actualidad no están focalizados únicamente hacia la geometría.

*1.2.2.2.2 Teoría de Pirie y Kieren.* Por su parte, la teoría de Pirie y Kieren tuvo sus inicios en la observación de cómo se logra la comprensión de las matemáticas a nivel de la educación, desde los conceptos de fracción y funciones cuadráticas.

La evolución de la comprensión, en esta teoría, tiene sus orígenes en la concepción de Glasersfeld (1987), autor que propuso la definición: “el organismo de la experiencia se convierte en un constructor de estructuras comunicativas” (p.23). Desde esta perspectiva, se busca resolver cómo los individuos desde su condición de organismo social construyen las estructuras que los llevan a la comprensión.

Esta teoría describe la evolución del pensamiento en ocho niveles, los cuales comparan el concepto matemático o la relación entre conceptos; estos niveles evidencian la relación existente entre uno de menor complejidad el cual se encuentra dentro de otro de mayor rigor, están organizados en forma ascendente. De esta manera, como afirma Meel (2003), el aprendizaje es organizado en esta teoría en ocho niveles, así: nivel de conocimiento primitivo, nivel de la creación de la imagen, nivel de comprensión de la imagen, nivel de observación de la propiedad, nivel de formalización, nivel de observación y nivel de estructuración; al llegar al último nivel, se tiene la capacidad de cuestionar el conocimiento vigente, fundamentado en las conexiones y relaciones internas de varias observaciones, las cuales le permiten afirmar que los cambios son permanentes.

El Modelo de Pirie y Kieren, según Londoño, Jaramillo y Esteban (2017), se fundamenta en tres aspectos: el primero es el de *Folding Back*, el cual es el proceso dinámico de redoblar,

donde el estudiante al verse enfrentado a problemáticas externas retoma un nivel de comprensión interno para dar respuestas a las exigencias del medio. La segunda característica es la que se denomina falta de necesidad, los niveles presentan entre ellos unos límites, que son el lugar de progreso, un estado más estable, es decir, después de pasar este el estudiante no tiene retrocesos, supera un umbral que le permite seguir avanzando en una comprensión cada vez más elaborada. La tercera es la complementariedad de la acción y expresión de los niveles, en cada nivel existe una acción y luego de interiorizar este proceso, se da la expresión o comunicación como tal.

*1.2.2.2.3 Marco Conceptual de la Enseñanza para la Comprensión (EpC).* En la compilación que realiza Stone (1999) se precisa cómo este marco se desarrolla a partir de un proyecto de investigación (proyecto cero de la Universidad de Harvard) que tuvo el propósito de mejorar la educación dentro y fuera de la escuela. Este busca promover y reconocer los procedimientos básicos que cada docente debe saber al momento de planear en el proceso de enseñanza. Para ello, se parte de la respuesta a preguntas básicas como: “¿Qué tópicos vale la pena comprender?, ¿qué aspectos de estos tópicos deben ser comprendidos?, ¿cómo podemos promover la comprensión?, ¿cómo podemos averiguar lo que comprenden los alumnos?” (p. 95).

Buscando responder estas preguntas, el marco conceptual de la EpC desarrolla una propuesta basada en cuatro elementos y dos cualidades, que desde lo teórico y lo práctico permiten apreciar cómo construyen la comprensión los estudiantes; es decir, “no solo que sepan, sino que piensen a partir de lo que saben” (Perkins, 1999, p. 71). El marco sustenta la propuesta en los desempeños que llevan a los estudiantes a pensar por sí mismos y emplear sus conocimientos para resolver problemas de la vida cotidiana. Además, este marco ha sido empleado en investigaciones que retoman elementos del mismo para proponer cambios con relación a la enseñanza y el aprendizaje en diferentes campos del saber.

La presente investigación considera pertinente la experiencia de otras investigaciones en el mismo campo, pero incorporando el trabajo con estudiantes en el nivel Preescolar. Se considera pertinente el marco conceptual de la EpC, como base para el análisis de la comprensión del concepto de número natural. Tal como afirma Perkins (1999):

La visión del aprendizaje para la comprensión aquí descrita sencillamente tiene un giro constructivista, que desafía la idea de que el aprendizaje sea información concentrada,

replantea el rol del docente, al cual se lo entiende más como un entrenador, y pone como eje central los esfuerzos del estudiante por construir la comprensión. (p. 89)

Por consiguiente, el marco conceptual de la EpC propicia la comprensión al brindar los elementos necesarios que el docente o investigador emplea para el diseño de una propuesta pedagógica de aula, que llevarán al estudiante a pasar por diferentes niveles a partir de lo que saben. En este sentido, el estudiante actúa sobre el material concreto para construir las operaciones lógicas de clasificación y seriación y así, pasar de lo concreto a lo abstracto, es decir, de un nivel a otro superior, en la comprensión del concepto de número natural.

### ***1.2.2.3. Material reutilizable***

Los estudiantes del nivel Preescolar se encuentran en el proceso de simbolización del lenguaje y del conocimiento matemático; expresar lo que piensan y sienten puede hacerse posible a través de las actividades rectoras: arte, juego, literatura y exploración del medio (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017). En este mismo sentido, los Referentes de Calidad Nacional relacionan la exploración del medio con acciones sobre el contexto, la manipulación que el estudiante realiza de los materiales que se encuentran disponibles en su entorno le posibilitan interpretar la realidad para comprenderla.

Al respecto, los Lineamientos Curriculares de Preescolar afirman que

La manipulación y exploración de elementos concretos se convierte en la principal herramienta con la que dispone el niño para apropiarse primero de la concepción de sí mismo, partiendo de su propio cuerpo, para luego entrar en contacto con lo otro y los otros. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998<sup>a</sup>, p. 18)

En el caso específico de esta investigación, el material reutilizable se tiene en cuenta en la metodología como elemento concreto mediador para la solución de situaciones y la comunicación del nivel de comprensión por el que se encuentra transitando el estudiante durante el trabajo de campo, ya que al ser este un recurso didáctico que es construido por ellos, los enfrenta a realizar una serie de procesos desde lo físico y cognoscitivo, para desarrollar operaciones lógicas de clasificación y seriación, fundamentales en la comprensión del concepto de número natural.

Si bien es cierto que “el niño aprende a partir de la acción sobre los objetos” (Piaget y Inhelder, 1997, p. 57), no es la manipulación como tal, la que contribuye al desarrollo del

pensamiento matemático, sino la acción mental sobre estos elementos, la cual se estimula al momento de combinar diversidad de materiales y elementos “para la creación de todo tipo de relaciones” (Kamii, 1995, p. 33). El material reutilizable es un mediador del conocimiento, que facilita la observación del docente, quien infiere a través de las acciones de los estudiantes la forma como actúan sobre los objetos, para el análisis de sus comprensiones.

Considerando lo anterior, esta investigación pretende que los estudiantes en el nivel Preescolar construyan las operaciones lógicas de seriación y clasificación en actividades diseñadas en un proyecto de aula estructurado a partir de los elementos del marco conceptual de la EpC que desafíen sus desempeños y, de esta forma, evidenciar a través de la manipulación del material reutilizable la comprensión del concepto de número natural.

A partir de la elección del marco conceptual en relación con la comprensión, se realizó una indagación de antecedentes investigativos relacionados con los conceptos claves de esta investigación: número natural en estudiantes del nivel Preescolar, marco conceptual de la EpC y material reutilizable, los cuales resaltan la relevancia del problema de investigación.

### **1.2.3. Antecedentes investigativos.**

Con relación al concepto matemático, Velázquez (2013) y Jiménez (2016) realizan un acercamiento al concepto de número natural en el nivel Preescolar desde el análisis de nociones, prácticas e insumos, relacionadas con este objeto matemático, que caracterizan la enseñanza y establecen nuevos caminos de investigación. A continuación, se presentan estos aportes:

#### **1.2.3.1 La resolución de problemas numéricos bajo el enfoque por competencias en niños de Educación Preescolar: desarrollo de un modelo didáctico (Velázquez, 2013).**

En su trabajo de maestría, en Educación Básica, de la Universidad Pedagógica Nacional de México, la autora implementó una investigación acción con diseño cualitativo, con el objetivo de indagar acerca de los conocimientos, habilidades y destrezas que el estudiante de nivel Preescolar desarrolla al momento de resolver problemas numéricos. Para la consecución de este objetivo, se realizó una indagación previa del nivel en el que se encontraban los niños de Preescolar III, en la resolución de problemas matemáticos, encontrando mayor dificultad en la comprensión del problema y la explicación del mismo.

Partiendo de la referencia de los Lineamientos Estatales de México y los Lineamientos Internacionales, la autora diseñó un modelo didáctico que articuló la construcción inicial del número natural con la resolución de problemas en siete intervenciones; para ello, empleó tres herramientas metodológicas: un software interactivo denominado (ODA), material concreto y el juego como tercer elemento.

La anterior investigación señala las posibilidades alrededor del número natural y cómo la implementación de acciones intencionadas en el nivel Preescolar, empleando herramientas metodológicas acordes para la edad, generan respuestas favorables; en este sentido, la presente investigación incluye el uso de material reutilizable que les permita actuar con flexibilidad usando el número natural en contexto.

### **1.2.3.2 Proyecto de aula para fortalecer el Pensamiento Numérico a través de la utilización de material manipulativo en los niños de Preescolar de la I.E.V.S Sede Fidel Antonio Saldarriaga (Jiménez, 2016).**

El trabajo de investigación de maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia, se desarrolló con el objetivo de diseñar un proyecto de aula para fortalecer pensamiento numérico en los niños de nivel Preescolar, a partir de la estructura aditiva y la utilización de materiales manipulativos.

Jiménez (2016) emplea el modelo de Investigación Acción Educativa, destacando dentro de la metodología la socialización, el trabajo en equipo y el empleo de material manipulativo, aspectos que consideró importantes desde la necesidad de comprender el proceso por el que transitan los estudiantes para llegar a la construcción de la estructura aditiva. En este sentido, el proyecto de aula se aplicó y al finalizar se evaluó el impacto de los estudiantes de la muestra inicial.

Dentro de las conclusiones se destaca la referida al proyecto de aula y el material manipulativo, los cuales desde la metodología hicieron posible la movilización o mediación de conocimiento, ya que, a través de ellos, los estudiantes lograron establecer y concretar sus análisis anclados a la vivencia. En este sentido, el diseño de proyectos de aula y la manipulación de material reutilizable propicia el establecimiento de relaciones que lleva a los estudiantes a evidenciar la comprensión del concepto matemático.

En este punto, es pertinente ahondar en el rastreo de antecedentes investigativos, los cuales han fundamentado sus propuestas en el marco conceptual de la EpC como sustento teórico - práctico.

### **1.2.3.3. Desarrollo de Comprensiones en niños de Transición en Ciencias Naturales (Valbuena, 2012).**

La autora desarrolló una investigación para la obtención del título de Máster en Pedagogía en la Universidad de la Sabana, Colombia, con el objetivo de “identificar de qué manera las rutinas de pensamiento desarrollan la comprensión sobre el tópico de las plantas en los estudiantes, utilizando Enseñanza para la Comprensión” (Valbuena, 2012, p. 42). Para ello, diseñó una unidad didáctica para un grupo de transición, teniendo en cuenta el marco conceptual de la EpC. Esta unidad buscó establecer reflexiones en torno al tópico generativo, desde el registro de los desempeños en el diario de campo, modelos mentales, cuadros comparativos, entre otros, los cuales eran diligenciados por los estudiantes. La autora concluyó que el marco le permitió el aprendizaje de conceptos científicos desde acciones pedagógicas y didácticas que visualizaron el proceso flexible de pensamiento de cada estudiante.

Este referente deja un precedente de la articulación del marco conceptual de la EpC, con estudiantes en el nivel Preescolar en el área de Ciencias Naturales y la pertinencia del trabajo de aula con una intencionalidad definida que le permitió describir y caracterizar la comprensión alcanzada por los participantes.

Por otro lado, el Grupo de investigación Educación Matemática e Historia (EDUMATH), ha articulado el marco conceptual de la EpC en varias investigaciones de las cuales se presentan tres, desarrolladas en algunos grados de la Básica Primaria por los siguientes autores: Rivera (2014), González (2014) y Méndez y Vargas (2013) en la Universidad de Antioquia.

### **1.2.3.4. Procesos de razonamiento y comprensión con respecto a la solución de problemas que involucran la estructura multiplicativa (Rivera, 2014).**

Esta autora desarrolló una investigación de maestría, con el objetivo de “interpretar procesos de razonamiento, niveles y dimensiones de comprensión en los estudiantes del grado cuarto de Educación Básica Primaria, al resolver problemas asociados a las estructuras

multiplicativas” (Rivera, 2014, p. 48). Para lograr dicho objetivo consideró el marco conceptual de la EpC y los planteamientos de Balacheff (2000) sobre el razonamiento y la explicación.

Durante el trayecto investigativo se dio prioridad tanto a las voces de los estudiantes como a las manifestaciones de los procesos de razonamiento en la solución de problemas de tipo multiplicativo, observando cómo ellos realizaban diferentes procesos para dar solución a un mismo problema. Se retomaron los diferentes niveles de comprensión y la posibilidad de avanzar en los mismos desde el acompañamiento y análisis de los resultados, a partir de este marco conceptual y de cada uno de los casos estudiados (Rivera, 2014).

Como aporte del trabajo de Rivera (2014), se evidencia la incidencia que tuvo para el análisis de los casos el discurso de los estudiantes, las expresiones, afirmaciones y preguntas que, en el desarrollo de las actividades metodológicas, demostraban el proceso de razonamiento que se fue estructurando, así como las expresiones de los estudiantes y la manipulación del material reutilizable se consideran pertinentes para el análisis de la comprensión del concepto de número natural.

#### **1.2.3.5. Comprensión de los conceptos de Perímetro y Área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café (González, 2014).**

Esta investigación de González (2014), parte de las dificultades que el docente encuentra en el grupo del grado quinto, para la comprensión de los conceptos de área y perímetro y la independencia de sus medidas. A partir de este problema, el autor analizó el proceso de comprensión de dichos conceptos, a través del marco conceptual de la EpC.

Con el propósito de dar respuesta desde el análisis, el investigador estructuró una rúbrica, con descriptores de categoría por nivel en cada una de las dimensiones y diseñó para, posteriormente, aplicar en el trabajo de campo, una unidad curricular en tres fases: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis, desde los elementos del marco conceptual.

El marco propició caracterizar la comprensión de los conceptos de perímetro y área con relación a los niveles para cada una de las dimensiones en los tres casos estudiados. Con relación al concepto de número natural en el nivel Preescolar, los descriptores por nivel permiten identificar los desempeños para llevar a cabo el proceso de análisis.

### **1.2.3.6. Comprensión de Información presentada en tablas y gráficas estadísticas desde la EpC (Méndez y Vargas, 2013).**

Estos autores desarrollaron la investigación con el objetivo de “describir el proceso mediante el cual, estudiantes del grado quinto de Básica Primaria, comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas.” (Méndez & Vargas, 2013, p.33). Para lograr este objetivo, los investigadores construyeron descriptores para cada nivel de comprensión a partir de los parámetros del marco conceptual de la EpC.

Otro elemento que se consideró en esta investigación fue la creación de un organizador de unidad, discriminada por una guía de actividades compuesta por los elementos del marco conceptual de la EpC, que fue desarrollada en el trabajo de campo. Para caracterizar la comprensión de los participantes en esta experiencia, se retomaron las cualidades de comprensión y se detallaron las producciones de los estudiantes y los logros en cada una de las fases de forma individual.

Las conclusiones y análisis de la investigación describen los estudiantes desde los niveles de cada dimensión en todo el trabajo de campo; además, los autores afirman que los estudiantes comprendieron que “el uso de la Estadística no es solo de las matemáticas sino, que es útil en otras ciencias que requieran resumir y presentar información, de forma más comprensible para las personas” (Méndez & Vargas, 2013, p. 133).

Teniendo en cuenta los antecedentes investigativos mencionados, se considera pertinente el marco conceptual de la EpC en la presente investigación, para el análisis de la comprensión del concepto de número natural, reconociendo la importancia de abordarlo en los primeros niveles de la educación formal, como base para la comprensión de las operaciones aritméticas, articulándose de esta manera a cualquier trabajo matemático que se realice dentro y fuera de la escuela. En este sentido, se particularizan dos aspectos: primero, la articulación del marco conceptual de la EpC en el nivel Preescolar para propiciar pensamiento lógico desde los ritmos y estructuras de aprendizajes, lo que genera nuevas perspectivas de análisis con relación a la comprensión en niveles iniciales de la educación formal y, el segundo, el uso del material reutilizable como mediador desde sus características modelables.

A continuación, se explicitan algunos apartados de los referentes de calidad y documentos de apoyo, que fundamentan la Educación Preescolar en Colombia y lo concerniente a la comprensión del concepto de número natural.

#### **1.2.4 Antecedentes legales. Referentes de calidad y documentos de apoyo**

**1.2.4.1 Lineamientos Curriculares de Preescolar** (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998b).

Este documento refiere el sentido y significado de la Educación Preescolar, para la cual contemplan tres principios a partir de los cuales debe girar los currículos en las instituciones para este nivel: la integralidad, la participación y la lúdica; elementos que se materializan a partir de la construcción colectiva de los proyectos pedagógicos de aula, ya que es dinamizador de las experiencias de aprendizaje de los estudiantes, pues a través de este, el niño aprende y construye conocimientos de forma colectiva sobre el contexto que lo rodea, es decir, los Lineamientos Curriculares de Preescolar describen el proyecto pedagógico de aula, como eje articulador de la teoría y práctica, en tanto que es un:

Proceso de construcción colectiva y permanente de relaciones, conocimientos y habilidades que se va estructurando a través de la búsqueda de soluciones a preguntas y problemas que surgen del entorno y la cultura del cual el grupo y el maestro hacen parte - el grupo investiga, explora y plantea hipótesis en busca de diferentes alternativas. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998<sup>a</sup>, p. 14)

En este sentido, el enfoque que desde la Educación Preescolar se ha planteado para este nivel específico, remite al diseño de proyectos de aula como herramienta didáctica que posibilita la participación activa y motivada de los estudiantes, a partir de sus necesidades y encaminarlos a la búsqueda de respuestas en el contexto, donde el estudiante tiene una participación activa, que lo lleva a encontrar caminos de acción individual y grupal para la comprensión del mundo que los rodea.

**1.2.4.2 Lineamientos Curriculares de Matemáticas** (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998b).

Simultáneamente a la publicación de los Lineamientos Curriculares de la Educación Preescolar, aparecen los del área de Matemáticas, a través de los cuales se dan las orientaciones que fundamentan las experiencias de aula de las instituciones educativas del país en esta área del conocimiento. Con relación al desarrollo del pensamiento numérico, se resalta como aspecto fundamental:

El uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no sólo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998b, p. 14)

Al respecto, este proceso investigativo buscó que los estudiantes se acercaran al concepto de número natural en edades tempranas, a partir de acciones pedagógicamente diseñadas al interior de un proyecto de aula, el cual partió de los intereses de los estudiantes y sus necesidades con relación al uso y sentido de acciones, que les permitan actuar en contexto a partir de las operaciones lógicas de clasificación y seriación que hacen parte de la construcción del concepto matemático, y por tanto pertinentes para el desarrollo del mismo.

**1.2.4.3 Estándares Básicos de Competencias Matemáticas** (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006).

El documento establece que ser competente es saber hacer en contexto y comprender el cómo y el porqué de un planteamiento particular. En este caso, “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006, p. 49). El aprendizaje desde esta perspectiva es un elemento flexible, donde el estudiante comprende y establece conexiones mentales desde situaciones cotidianas.

**1.2.4.4 Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) de Transición** (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2016).

En estos se reconocen las interacciones que establecen los niños con el mundo, con los otros y consigo mismos, por medio de experiencias y ambientes pedagógicos en los que están presentes: el juego, las expresiones artísticas, la exploración del medio y la literatura. Estos elementos se hacen visibles en tres grandes propósitos:

Las niñas y los niños construyen su identidad en relación con los otros; se sienten queridos, y valoran positivamente pertenecer a una familia, cultura y mundo.

Las niñas y los niños son comunicadores activos de sus ideas, sentimientos y emociones; expresan, imaginan y representan su realidad.

Las niñas y los niños disfrutan aprender; exploran y se relacionan con el mundo para comprenderlo y construirlo. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2016, p. 5)

La presente investigación se enfoca en el último propósito, en el cual se explicita la necesidad que tienen los estudiantes de comprender y construir el mundo, para responder a situaciones de contexto, a partir de sus conocimientos y el uso de material concreto. El último propósito se amplía en este documento en seis evidencias de aprendizaje, así:

Crea situaciones y propone alternativas de solución a problemas cotidianos a partir de sus conocimientos e imaginación.

Establece relaciones entre las causas y consecuencias de los acontecimientos que le suceden a él o a su alrededor.

Usa diferentes herramientas y objetos con variadas posibilidades.

Construye nociones de espacio, tiempo y medida a través de experiencias cotidianas.

Compara, ordena, clasifica objetos e identifica patrones de acuerdo con diferentes criterios.

Determina la cantidad de objetos que conforman una colección, al establecer relaciones de correspondencia y acciones de juntar y separar. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2016, p. 16)

Es decir, estas acciones que presentan los DBA se evidencian en actividades con las que interactúa el estudiante dentro y fuera del aula escolar, a partir de la exploración del medio en ambientes pedagógicos que propician la comprensión y el empleo de operaciones lógicas de clasificación y seriación para reinterpretar las situaciones de contexto y proponer diversas alternativas de solución mediante el uso de material concreto. Lo cual es ejemplificado en la siguiente cita:

El concepto de número lo construirán los niños y las niñas en medio de diferentes situaciones en las que resuelven problemas, por ejemplo: ¿cuántas sillas se necesitan para que a la hora de las onces todos puedan comer sentados? Las experiencias cotidianas resultan más significativas que contar elementos aislados o hacer correspondencias uno a uno para que la maestra o maestro sepa hasta qué número cuenta un niño o niña. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017, p. 105)

En este sentido, el texto Bases Curriculares para la Educación Inicial y Preescolar (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017), da orientaciones con relación al currículo para la primera infancia, complementando los DBA. Asimismo, brinda orientaciones en el proceso de construcción del concepto de número en el nivel Preescolar, con actividades en las que el niño emplea los números para responder a partir de lo que sabe, dando explicaciones que son evidencias que posibilitan la interiorización y esquematización del conocimiento.

**1.2.4.5 Bases Curriculares para la Educación Inicial y Preescolar** (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017).

Este documento presenta los referentes técnicos que se han expuesto para la atención a la Primera Infancia, la cual va desde los cero hasta los siete años de edad; específicamente para el nivel Preescolar, se incluyen algunos aspectos desde la experiencia vivencial del concepto de número:

Los niños y las niñas hacen comparaciones de lo que observan, saben dónde hay más o menos objetos, basados en su percepción. Este interés se convierte en una oportunidad para que las maestras propongan experiencias donde puedan hacer mediciones. Por ejemplo, al

preparar arepas es necesario medir los ingredientes para lograr la contextura adecuada de la masa, pero algunos le pondrán más agua a la harina y otros menos; estas situaciones dan pie para hacer preguntas como las siguientes: ¿Por qué la masa te quedó tan aguada? ¿Qué necesitas para que puedas amasarla? ¿Cuántas arepas vamos a cocinar para la familia? ¿Con esta masa, para cuántas arepas alcanzará? Así, en medio de una situación de la vida cotidiana, los niños y las niñas clasifican, agrupan, hacen seriaciones y cuentan, lo que les permite establecer relaciones de orden y equivalencia implícitas en la construcción del concepto de número. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017, p. 91)

A través de los elementos anteriormente mencionados, se estructura la forma de organización curricular y las actividades matemáticas en el aula del nivel Preescolar. Es decir, una pedagogía activa que se sustenta en el contexto para propiciar la comprensión de conceptos, lo cual les permite a los estudiantes actuar sobre la realidad y construir conocimientos cada vez más complejos y diversos, y así, poder dar respuesta a situaciones cotidianas de forma novedosa.

### **1.3 Planteamiento del problema**

A partir de la experiencia con las actividades de la prueba diagnóstica, realizada al inicio del año escolar, se reconocen aspectos fundamentales a tener en cuenta en relación con la comprensión. Se observan dificultades en cuanto a las características cognitivas de algunos estudiantes del nivel Preescolar para la construcción del concepto de número natural, explícitamente en el proceso de transición del conocimiento concreto al abstracto, el cual se construye a partir de acciones de ordenación y agrupación de todo tipo de elementos (operaciones lógicas de seriación y clasificación). En este sentido, se reconocen diferencias en los desempeños de algunos estudiantes, los cuales evidencian inconvenientes en la abstracción de los principios de orden e inclusión jerárquica que les permiten realizar procesos de agrupación de colecciones de elementos que tienen semejanzas a partir de criterios de color, forma o tamaño. Asimismo, ocurre al ordenar la secuencia de objetos (en el caso de la prueba estrellas) asignando algunos números, con la simbolización que ellos conocían. De ahí la necesidad de realizar observaciones individuales que describan los desempeños de cada uno y de esta forma analizar la comprensión de las operaciones lógicas de clasificación y seriación que dan como síntesis el número natural.

Además, a partir de los antecedentes investigativos de Velázquez (2013) y Jiménez (2016), se puede apreciar la importancia de desarrollar diferentes experiencias matemáticas en los primeros niveles de escolaridad con relación al concepto de número natural, a partir de acciones intencionadas, empleando herramientas metodológicas que propicien la manipulación de material concreto al interior de un proyecto de aula, de tal manera que les permita a los estudiantes usar con flexibilidad el concepto de número natural en contexto.

Es así como la Enseñanza para la Comprensión se convierte en un marco conceptual propicio para el análisis; en este escenario, la teoría y la práctica guardan una relación íntima, al desarrollar una planeación pensada en los intereses y motivaciones del estudiante, con actividades que involucran la construcción colectiva y la participación activa de los actores del proceso de educación (Stone, 1999). De acuerdo con lo anterior, a partir de los elementos de la comprensión se diseñó un proyecto de aula como insumo para la observación, el cual partió de los intereses y necesidades manipulativas de los estudiantes con relación a la comprensión del concepto de número natural. En este caso, el elemento mediador se definió a partir de las posibilidades de creación e interacción con el mismo, a través de este los participantes comunicaron la interiorización y esquematización del conocimiento.

Asimismo, el marco de la EpC brinda herramientas para el análisis de los desempeños de los estudiantes, a partir de la caracterización de la comprensión, en este caso particular, de las operaciones lógicas de clasificación y seriación que dan como síntesis el concepto matemático. Para este fin, Boix y Gardner (1999) orientan el proceso de evaluación y análisis a partir de las cualidades, las cuales permiten evidenciar progresivamente el logro de la comprensión de forma individual en las cuatro dimensiones y niveles.

Otro aspecto que se resalta en diferentes investigaciones con relación al marco conceptual de la EpC se refiere a la incidencia que tuvo para sus trabajos la articulación con el marco, puesto que motiva, orienta, estructura y posibilita el análisis de la comprensión de conceptos en diferentes áreas del saber; autores como Valbuena (2012), Rivera (2014), González (2014) y Méndez y Vargas (2013), fueron un precedente de las posibilidades pedagógicas y didácticas del mismo. En este sentido, el análisis de la comprensión del concepto de número natural del nivel Preescolar, mediante el uso de material reutilizable, a partir del rastreo realizado, aún no se ha hecho, aportando desde esta perspectiva al campo de la Educación Matemática.

Por último, en los referentes de calidad y documentos de apoyo para la Educación Preescolar y Matemática, se enfatiza en la importancia de propiciar el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de este nivel, a partir de la capacidad de enfrentarse a situaciones matemáticas acordes con su edad y el papel del docente con relación al acompañamiento y la intencionalidad de las acciones desde aspectos curriculares y metodológicos que propicien la comprensión del concepto de número natural. A partir de estas reflexiones desde lo práctico, teórico, investigativo y legal, se genera la pregunta de investigación.

#### **1.4 Pregunta de investigación**

En relación con el objeto de estudio de la investigación, se considera pertinente analizar cómo los estudiantes del nivel Preescolar comprenden el concepto de número natural, en el marco conceptual de la EpC, a través del uso de material reutilizable, elemento concreto de apoyo a la metodología (Villegas, Bedoya, & Ibarra, 2019). De este modo, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo comprenden los estudiantes del nivel Preescolar el concepto de número natural, en el marco conceptual de la EpC, mediante el uso de material reutilizable?

#### **1.5 Objetivos**

El propósito de esta investigación remite a la observación de los desempeños de los estudiantes en el aula, específicamente a las interacciones en contexto del estudiante del nivel Preescolar al interior de un proyecto de aula, que emplea como recurso didáctico elementos construidos a partir del material reutilizable y las entrevistas, para analizar la comprensión del concepto de número natural en el marco conceptual de la EpC; en este sentido, se plantean los siguientes objetivos:

##### **1.5.1 Objetivo general.**

Analizar cómo comprenden los estudiantes del nivel Preescolar el concepto de número natural, en el marco conceptual de la EpC, mediante el uso de material reutilizable.

### **1.5.2 Objetivos específicos.**

- Interpretar cómo comprenden los estudiantes del nivel Preescolar el concepto de número natural, a partir de las explicaciones que ellos dan durante el desarrollo de entrevistas, material del estudiante y la implementación de un proyecto de aula con el uso de material reutilizable.

- Describir los niveles de comprensión que presentan los estudiantes del nivel Preescolar, en el marco de la EpC, a partir del registro de observaciones durante el desarrollo de entrevistas, material del estudiante y la implementación de un proyecto de aula, diseñado para la comprensión del concepto de número natural.

## 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos en relación con el objeto de estudio: la comprensión del concepto de número natural, en coherencia con los planteamientos del marco conceptual de EpC, el cual, a partir del rastreo de los antecedentes realizado en el capítulo anterior, se considera pertinente para el análisis de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar. A continuación, se describe el marco conceptual; se inicia con la conceptualización de la comprensión y se abordan a profundidad los elementos y cualidades de la Enseñanza para la Comprensión.

### 2.1 Comprensión

La comprensión en el marco conceptual de la EpC, es relevante para el proceso educativo; busca acompañar al estudiante de manera progresiva y articulada hacia la comprensión, en el que no solo sea capaz de repetir conceptos y teorías, sino que, también, piense y actúe a partir de lo que sabe. En este sentido, la noción de comprensión que se plantea a partir de esta visión es vinculada con el desempeño, la cual se favorece a partir del aprendizaje gradual, que le exige al estudiante práctica y coordinación de aquello que conoce, para actuar de manera flexible en diferentes contextos o situaciones.

De acuerdo con esto, la comprensión según Perkins (1999) va más allá del aprendizaje de hechos que se repiten de forma memorística, esta noción está basada en una idea constructivista. Sin embargo, difiere del modelo habitual de constructivismo en dos elementos básicos: qué se construye y cómo procede la construcción. En este sentido, la comprensión desde este enfoque se desliga de la representación de algún tipo de esquema o modelo mental, no se trata de construir un conocimiento a partir del descubrimiento sino de desempeñarse siguiendo un plan reflexivo que emplea los conocimientos previos y los nuevos que le otorga el medio en acciones cada vez más complejas y variantes. En efecto, siguiendo a Perkins (1999), “aprender un tópico comprensivamente no es tanto construir representación que se adecue al tópico como desarrollar una capacidad de desempeño flexible alrededor de él” (p. 90).

En términos generales, la comprensión es “la capacidad de desempeño flexible” (Perkins, 1999, p. 70), es decir, pensar y actuar a partir de lo que se sabe, llevar el conocimiento a un

desempeño que no siempre es predecible, pues podría enfrentarse a una situación que sucede de forma inesperada y ante la cual se debe actuar, demostrando con eso que se ha comprendido. En este sentido, los estudiantes deben ser capaces de comprender la naturaleza del concepto y las relaciones profundas del mismo; lo que les permite usar sus conocimientos de forma novedosa al momento de ser desafiados en la búsqueda de respuestas a tópicos con los cuales se sienten involucrados (Stone, 1999).

Por consiguiente, la comprensión desde este marco está relacionada con la habilidad de demostrar que se tiene el conocimiento. Como afirma Blythe (2002), comprender va más allá del hecho de saber que “la comprensión incumbe a la capacidad de hacer con un tópico una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y volver a presentar el tópico de una nueva manera” (p. 39). Las acciones se consideran evidencias de la comprensión, en este sentido, el análisis del concepto de número natural se estructura a partir de las interacciones que establecen los estudiantes, en las cuales se hace posible determinar la apropiación que se tiene del tópico planteado y, por ende, el dominio de las relaciones que se construyen alrededor de las operaciones lógicas de seriación y clasificación.

En definitiva, para comprender un tópico se hace necesario propiciar que el estudiante vaya más allá de lo que sabe, a través de diversas pruebas que de forma progresiva desarrollen cada uno los desempeños, los cuales se convierten en evidencias de comprensión. Bajo esta visión, el docente dispone, apoya y crea una estructura de actividades que desafían los desempeños de los estudiantes, quienes van desarrollando su comprensión en la medida que se complejiza las actividades de forma creciente. Es decir, el docente define “qué vale la pena comprender identificando tópicos o temas generativos y organizando propuestas curriculares alrededor de ellas” (Stone, 1999, p. 95).

En esta investigación, la comprensión del concepto de número natural se entiende como aquella que ocurre al poner en práctica los desempeños de los estudiantes en actividades que les permiten explicar, generalizar y resolver una situación mediante las interacciones que establecen con sus compañeros, docente y con el material construido con elementos reutilizables. Dicha comprensión va más allá de operaciones memorísticas; en este sentido, el análisis de la comprensión implica describir aquello que el estudiante de nivel Preescolar hace a partir de lo que sabe.

En efecto, el marco conceptual de la EpC busca guiar el trabajo de los docentes y considera cuatro elementos: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua, en los cuales se establece una guía de planeación cíclica y reflexiva para verificar lo que el estudiante ha comprendido (Stone, 1999). También se consideraron unas cualidades: niveles (ingenuo, novato, aprendiz y maestría) para cada una de estas dimensiones (contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación), las cuales describen aspectos específicos de cada área del conocimiento en las que el estudiante puede alcanzar un nivel de comprensión determinado (Boix y Gardner, 1999). A continuación, se presentan los cuatro elementos y dos cualidades definidos en la compilación que realiza Stone (1999) para el marco conceptual de la EpC.

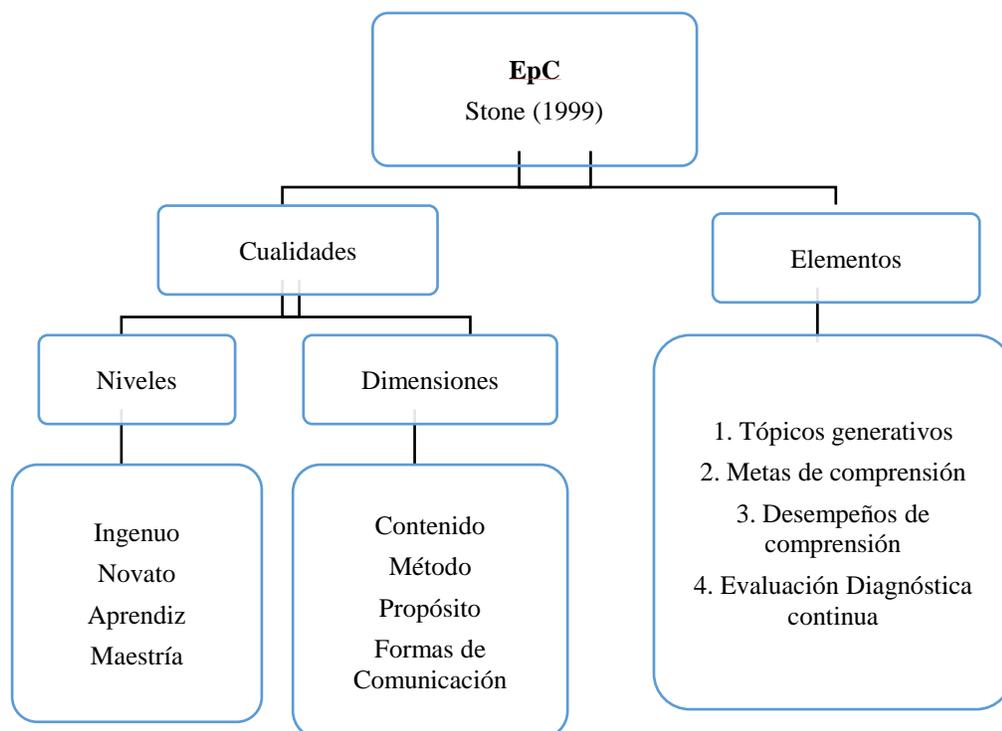


Ilustración 5. Gráfico del marco conceptual de la EpC.

Fuente: elaboración propia basado en (Stone, 1999)

### 2.1.1 Elementos de la comprensión.

Los cuatro elementos de la comprensión se describen a continuación de forma separada, pero se articulan en una misma práctica, ya que “en rigor, cada uno de los elementos invoca

aspectos de los demás” (Stone, 1999, p. 96). En este sentido, el Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006), en los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas, resalta que las competencias matemáticas no se desarrollan de forma estática e independiente, sino que es un elemento flexible que está en constante movimiento, por ello se requiere de ambientes de aprendizaje comprensivos. El marco conceptual de EpC describe un esquema didáctico, presentando a los docentes una ruta a seguir para la adquisición de un propósito o meta, que en todos los casos es la comprensión, buscando de esta forma resignificar la experiencia y transformar las prácticas de enseñanza.

**2.1.1.1 Tópicos generativos.** Estos hacen referencia a los temas o ideas, las cuales deben ser motivantes, interesantes y accesibles a generar conexiones dentro de un área del saber, como afirma Stone (1999):

Es probable que un tópico sea generativo cuando es central para el dominio o la disciplina, es accesible e interesante para los alumnos, excita las pasiones intelectuales del docente y se conecta fácilmente con otros tópicos tanto dentro como fuera del dominio o disciplina particular. (p. 99)

En este sentido, para Stone (1999) un tópico generativo es un tema central de una disciplina, el cual es rico en conexiones posibilitando la indagación alrededor de preguntas abiertas que se vinculan con experiencias del contexto y las posibilidades de aprendizajes a partir de los múltiples puntos de vista y del uso de diferentes materiales. En esta línea, Blythe (2002) afirma que los tópicos tienen unas características claves “son centrales para una o más disciplinas o dominios. Resultan atractivos para los alumnos. Son accesibles. Existen múltiples conexiones, despiertan el interés del docente” (p. 44). Así pues, la elección de este elemento es el inicio de un proceso que incluye el vínculo de lo que se espera que el estudiante aprenda y aquello que a ellos les interesa comprender. No cualquier tema es un tópico generativo, ya que por la condición de ser centrales se convierten en el núcleo del currículo del nivel específico.

**2.1.1.2 Metas de comprensión.** Después de elegir un buen tópico generativo, Stone (1999) plantea que siguen las metas, aquello que se aspira comprendan los estudiantes de forma tácita,

evidente en los desempeños y articulada de forma sistemática al proceso de evaluación continua. En este sentido, Blythe (2002) afirma que, al ser el tópico generativo tan amplio, a partir del cual se desarrollan múltiples comprensiones, se hace pertinente describir “metas específicas de comprensión para cada tópico” (p. 46); las metas dirigen el proceso formativo y delimitan el campo conceptual.

De hecho, buscando dar claridad a los docentes en el diseño de las metas, este marco plantea un elemento transversal, los hilos conductores, los cuales están unidos a un tema fundamental que guían el proceso a lo largo del semestre o año escolar; estos se constituyen en un objetivo amplio que permite pensar en aquello que se aspira comprendan los estudiantes, como un “gran objetivo” que fundamente las metas de comprensión ancladas a un concepto clave.

**2.1.1.3 Desempeños de comprensión.** Como se describió en el primer apartado de este capítulo, los desempeños son el centro del desarrollo de la comprensión. En este sentido “necesitan estar estrechamente vinculados con las metas de comprensión” (Blythe, 2010, p. 46). Para Stone (1999), este elemento permite el desarrollo de toda la propuesta del trabajo de campo, esto es, las actividades que han sido pensadas para alcanzar la comprensión desde las inteligencias múltiples (Gardner, 1995), y la progresión que el estudiante realiza al pasar una a una por las categorías de desempeño para lograr dicha comprensión, la cual se desarrolla desde el principio hasta el final de la secuencia de enseñanza.

Esta se describe en tres etapas que van guiando el progreso de los estudiantes. Se inicia con la exploración de los elementos desde el reconocimiento que realizan los estudiantes a partir de una “investigación inicial todavía no estructurada por métodos y conceptos basados en la disciplina” (Stone, 1999, p. 112), la cual se orienta a la indagación de tópicos generativos los cuales son abiertos y permiten ser abordados desde diversas conexiones entre aquello que saben y se desea aprender. Para pasar, posteriormente, a la investigación guiada, donde el docente centra la discusión en ideas o referentes que son puntuales, el proceso se focaliza en “la investigación cuidadosa, el registro preciso de datos, el uso de un vocabulario rico o la síntesis de notas de fuentes múltiples alrededor de una pregunta específica” (Stone, 1999, p. 11), la cual le permite al docente ayudar a sus estudiantes en la indagación y progreso en cada una de las metas de comprensión, que se articulan al tópico anteriormente seleccionado, para cerrar con el proyecto

final de síntesis, donde el estudiante presenta un trabajo independiente en el que sintetiza la comprensión de la meta inicialmente planteada.

**2.1.1.4 Evaluación diagnóstica continua.** Este cuarto elemento, según Stone (1999), evalúa los “desempeños en relación con las metas de comprensión” (p. 115). Cuando la enseñanza es efectiva, el estudiante exhibe de forma progresiva desempeños actuales que se valoran en comparación directa con el anterior. “Cuando los alumnos aprenden con vistas a comprender, necesitan criterios, retroalimentación y oportunidades para reflexionar a lo largo de la secuencia total de la enseñanza” (Blythe, 2002, p. 47).

Esta evaluación, como se afirmó anteriormente, está directamente vinculada con las metas de comprensión, por lo tanto, se establece de forma pública desde el inicio del proceso formativo y van hasta el final del mismo. En este orden de ideas, la evaluación es progresiva y constante, apoyando la reconfiguración de metas personales y grupales, además se da en múltiples direcciones: el docente a los estudiantes, estudiantes con estudiantes, el proceso de autoevaluación y evaluación con expertos.

Cada uno de los elementos de comprensión se retoman en la investigación, para el diseño de un proyecto de aula, el cual es la herramienta pedagógica empleada en la formación de los estudiantes del nivel Preescolar (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998a), y permite la contextualización de la comprensión en el proceso investigativo; este es empleado para la observación y análisis a partir de la articulación con el marco, y así, de forma progresiva, propiciar el desarrollo de los desempeños de cada uno de los participantes, durante el trabajo de campo.

A modo de resumen, se retoma la gráfica construida por Blythe (2002), de los cuatro elementos anteriormente descritos los cuales se convierten el centro de la enseñanza del marco conceptual de EpC.

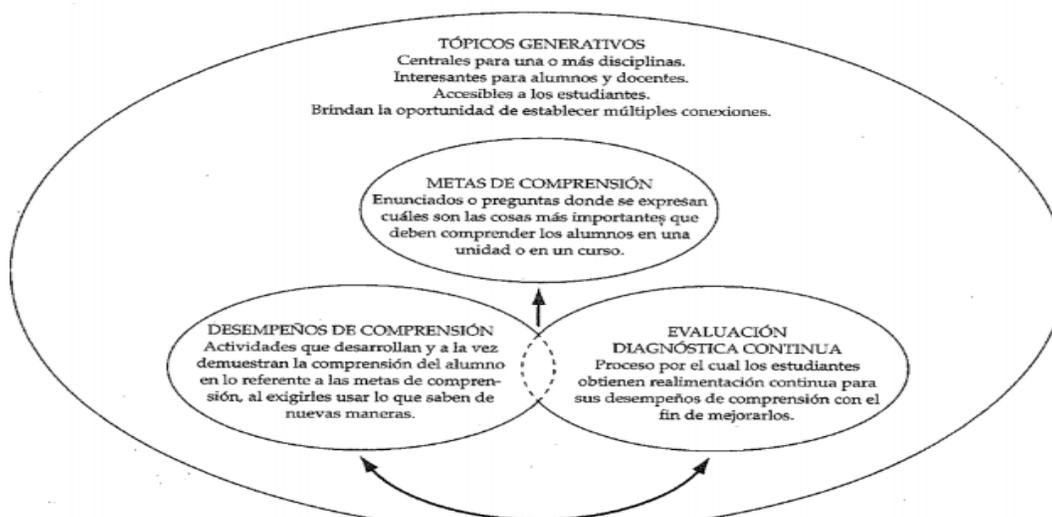


Figura 3.1. Marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión

Ilustración 6. Figura de los elementos de comprensión, tomada del texto: *La enseñanza para la comprensión, guía para el docente.*

Fuente: (Blythe, 2002)

### 2.1.2 Cualidades.

El marco de la EpC, desde su proceso de constitución, define cualidades, para efectos de comprensión en el que se evidencia el proceso por el que transita cada estudiante. Es así como se formulan los niveles y las dimensiones de comprensión. Para superar un nivel, se requiere de un aprendizaje previo, la adquisición de ciertos conceptos matemáticos que le darán el razonamiento necesario para avanzar en su proceso. En este sentido, para esta investigación se construyó una matriz de evaluación para el concepto de número natural, que describe los desempeños de los estudiantes en cada una de las dimensiones y niveles, la cual apoyó el proceso de descripción y análisis de la comprensión de los estudiantes.

Los niveles de comprensión no dependen de la edad, estos están directamente relacionados con las experiencias previas del estudiante en el campo de aprendizaje en el que se encuentre o desee incursionar y, a partir de allí, se inicia la interacción y manipulación intencionada, que los guía a un nivel superior. Los desempeños, así, se convierten en evidencias de comprensión, las cuales se organizan para evaluar a los participantes a partir de rasgos para cada uno de los niveles definidos por Boix y Gardner (1999) los cuales se describen a continuación.

**2.1.2.1 Niveles de comprensión.** En la EpC, los estudiantes van pasando por diferentes niveles, que los llevan del ingenuo al nivel experto o magíster. Cada trabajo de comprensión implica un proceso; por lo tanto, se puede ser novato en cualquier área del saber y contar al mismo tiempo con una comprensión avanzada en otro campo determinado. Boix y Gardner (1999) describen los siguientes niveles:

*I. Nivel de Ingenuo.* En este nivel los desempeños se encuentran en un estado intuitivo, de transferencia social y deductiva. Los estudiantes no muestran dominio de los conceptos desde lo disciplinar, hay poca reflexión en la forma como este conocimiento es expresado o comunicado a otros y sin relacionar el para qué. No existen evidencias de aquello que el estudiante ha comprendido y relacionado con su contexto y sus respuestas no son argumentadas, algunas sin relación con los conceptos explorados.

*II. Nivel de Novato.* Los estudiantes inician la construcción y conexión entre ideas y conceptos disciplinarios. Describen la naturaleza del conocimiento, expresándolos y comunicándolos desde el reconocimiento uno a uno, comparando a partir de lo visual, siguiendo paso a paso, sin relacionar este conocimiento con el contexto y requieren la aprobación de una mirada experta.

*III. Nivel de Aprendiz.* Los estudiantes en este nivel demuestran un uso flexible de conceptos e ideas de la disciplina; la construcción de una tarea se ve como un proceso complejo, pero con ayuda empieza a integrar conocimientos adquiridos con situaciones de contexto, dando validez a sus repuestas las cuales son claras y fluidas.

*IV. Nivel de Maestría.* Los conceptos se encuentran relacionados con diferentes áreas del saber y disciplinas. Estos son sometidos constantemente a discusión, en busca de la consolidación y aprobación grupal. Los estudiantes son capaces de moverse con flexibilidad dando respuestas en las que emplea ejemplos y analogías, lo que le brinda solidez y fluidez verbal. Igualmente, Boix y Gardner (1999) describen para el marco conceptual de la EpC cuatro dimensiones que son validadas para diferentes dominios o disciplinas desde la comprensión de las mismas.

**2.1.2.2 Dimensiones de comprensión.** Se proponen cuatro dimensiones: contenido, métodos, propósitos y formas de comunicación, que definen la comprensión de manera más específica, ya que facilitan el análisis del desarrollo progresivo de cada estudiante. Dentro de cada dimensión, se incluyen los cuatro niveles de comprensión: ingenuo, novato, aprendiz y maestría:

- *Dimensión de contenidos.* Esta dimensión es aquella que evalúa el nivel que los estudiantes han ido alcanzando, desde la conceptualización de un aprendizaje flexible, es decir, qué tanto han traspasado los límites del conocimiento perceptivo y llegan a una comprensión formal de la situación. Los criterios que fundamentan la dimensión de contenido son: creencias intuitivas transformadas, o en qué medida los estudiantes adquieren desempeños que les permiten pasar de un nivel al otro resolviendo situaciones del contexto; y redes conceptuales coherentes y ricas, las cuales les permiten moverse con flexibilidad entre diferentes conceptos que pueden ser ejemplificadas en otros contextos.

- *Dimensión de métodos.* Esta dimensión hace referencia al cúmulo de preguntas en relación con los caminos abordados y los mejores resultados, así como desarrollar ciertos procesos de comprensión desde diferentes miradas, que le permitan al estudiante sustentar el propio aprendizaje. No existe un proceso único para comprender un concepto, las experiencias y las habilidades de cada aprendizaje son distintas, de ahí la importancia de recorrer diversos caminos hacia el conocimiento. Bajo la mirada de esta dimensión se aprecian las estrategias o procedimientos que usa el estudiante para validar coherentemente las afirmaciones que realiza con intención de descartar las percepciones intuitivas y emplear conocimiento racional y lógico.

- *Dimensión de propósitos.* Esta dimensión evalúa la capacidad de los estudiantes para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento; es la interrelación de la teoría y la práctica. Es decir, la información deja de ser memorizada por el estudiante para ser usada de forma autónoma en diferentes situaciones y contextos, evidenciando de esta forma la capacidad de comprometerse con el conocimiento más allá del aula de clase y transformar de esta forma la vida cotidiana.

- *Dimensión de formas de comunicación.* Esta es considerada como la capacidad que demuestran los estudiantes al momento de expresar la comprensión de un concepto o habilidad

específica de diversas formas. En particular, se reconoce el uso de símbolos, que evidencia la manera de representar el conocimiento y la forma en que intenta ser comprendido, al adquirir conciencia del interlocutor y la función social de la comunicación.

De acuerdo con lo anterior, esta investigación se fundamenta en el marco conceptual de la EpC, la cual define la comprensión como la habilidad para pensar y actuar a partir de lo que se sabe, para resolver situaciones cotidianas desde la interacción con el objeto de estudio planteado: comprensión de concepto de número natural. Es así como se retoman los cuatro elementos de la comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua para diseñar un proyecto de aula en el nivel Preescolar, mediante el uso de material reutilizable como elemento mediador para el análisis de la comprensión. Esto se da a partir de cualidades: dimensiones y niveles, con el propósito de analizar los desempeños de comprensión alcanzados por los estudiantes y describir los mismos al interior de una matriz de evaluación.

### 3. METODOLOGÍA

Este capítulo presenta la metodología de la investigación, la cual orientó el trabajo de campo en coherencia con los objetivos y pregunta de investigación, para el análisis de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar mediante el uso de material reutilizable, en el marco de la EpC.

Esta investigación se sustenta en los planteamientos del paradigma cualitativo, con el método de estudio de caso en el contexto escolar. Se emplearon instrumentos para la descripción de las explicaciones escritas y orales de los estudiantes, a través de entrevistas, el material de los estudiantes y las observaciones, que se registraron en el diario de campo, durante el desarrollo de un proyecto de aula, diseñado a partir de los elementos del marco conceptual de la EpC. A continuación, se describen los elementos que forman parte del proceso metodológico.

#### 3.1 Paradigma

La investigación cualitativa, desde los planteamientos de Sandoval (2002), es aquella que “se interesa por lo particular desde una mirada interna” (p. 19); en este tipo de investigación se requiere de la existencia del sujeto, el cual está influido por una cultura determinada a partir de la cual se define, analiza e intenta comprender la forma como piensa actúa o siente, así mismo, se desarrolla en escenarios reales, en este caso, la Institución Educativa de Jesús, sede Camilo González, desde las interacciones que establecen los estudiantes, a nivel familiar, social y escolar.

Además, en la investigación de corte cualitativo, las relaciones entre el investigador y el conocimiento del objeto de estudio se asumen a partir de la interacción y la sumersión en esta realidad para entender su naturaleza. Como afirma Sandoval (2002), “el conocimiento es una creación compartida a partir de la interacción entre el investigador y el investigado, en la cual los valores median o influyen la generación del conocimiento, lo que hace necesario “meterse en la realidad”, objeto de análisis” (p. 29).

Desde esta perspectiva, la indagación para el análisis de la comprensión del concepto de número natural, particularmente, en el nivel Preescolar, se estructura a partir de las vivencias y situaciones reales en el aula de clases “guiado por lo que algunos llaman un *diseño emergente*” (Sandoval, 2002, p. 30). La investigación de corte cualitativo se va construyendo a partir de la

indagación de aquello que emerge sobre la marcha y que implica validar a través del diálogo, la vivencia y la interacción. Al respecto, Sandoval afirma (2002):

Los acercamientos de tipo cualitativo reivindican el abordaje de las realidades subjetiva e intersubjetiva como objetos legítimos de conocimiento científico; el estudio de la vida cotidiana como el escenario básico de construcción, constitución y desarrollo de los distintos planos que configuran e integran las dimensiones específicas del mundo humano. (p.15)

Para alcanzar el objetivo de esta investigación, es preciso tener claridad respecto al diseño metodológico, el cual se encuentra direccionado hacia la comprensión del concepto de número natural, a partir de la observación de los participantes, estudiantes del nivel Preescolar, y la legitimación de la información desde una postura acorde con el fenómeno. Se hace pertinente, entonces, la selección del método de tipo estudio de casos, para hacer procesos de interpretación, con una observación encaminada al análisis del ambiente natural, el aula de clase, en el que se contextualiza la comprensión a través de un proyecto de aula, mediante el uso de material reutilizable. Para esto, es importante escuchar las expresiones de los estudiantes, interactuar con ellos en las actividades que desarrollan y hacer descripciones del proceso de comprensión evidenciado.

### **3.2 Estudio de caso**

La investigación cualitativa admite seleccionar un método de estudio, que responda a los propósitos de la misma; en este sentido, se eligió el estudio de caso, realizando un análisis a profundidad para “lograr una mayor comprensión del caso, apreciando la singularidad y la complejidad, su inserción en los contextos, su interrelación con ellos.” (Stake, 1999, p. 26). Esta investigación se centró en la comprensión de los estudiantes en relación con el concepto de número natural; para ello, se tuvieron en cuenta los saberes previos, expresiones, el proceso de construcción, desempeños y el nivel de comprensión del mismo, mediante la manipulación del material reutilizable.

Por consiguiente, la elección de los casos no se restringió a una muestra específica. Fue considerada de acuerdo con las características de los participantes. “El objetivo primordial del estudio de un caso no es la comprensión de otros. La primera obligación es comprender este caso. En un estudio intrínseco, el caso está preseleccionado” (Stake, 1999, p. 17). En este sentido, un estudio de casos es un método valioso de investigación, cuya fortaleza está centrada en la medición y registro de la conducta de las personas con el fin de dar explicaciones desde múltiples perspectivas, pero teniendo en cuenta las actuaciones individuales de cada estudiante, debido a que cada uno es un caso particular. De esta forma, se obtiene así un conocimiento más amplio del fenómeno, que es la comprensión del concepto de número natural.

A continuación, se describen el contexto, los participantes e instrumentos utilizados en el trabajo de campo.

### **3.3 Contexto**

La Institución Educativa de Jesús se encuentra en el municipio de Concordia, ubicado al suroeste de Antioquia (Colombia). Una de las sedes periurbanas de la Institución, es la sede Camilo González, la cual se encuentra a 1,8 kilómetros del casco urbano. Esta ofrece educación formal desde el nivel Preescolar hasta el grado Noveno, en la modalidad de Escuela Nueva. Es en este contexto donde se desarrolla la presente experiencia investigativa.

**3.3.1 Participantes.** La investigación se llevó a cabo con los estudiantes del nivel Preescolar, los cuales se encuentran entre los cinco y seis años de edad. El trabajo de campo se realizó con el grupo de estudiantes completo y para el estudio de casos se seleccionaron cuatro de ellos, con el propósito de analizar a profundidad la comprensión, ya que, como afirma Stake (1999), “es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p.11).

Para el desarrollo de las actividades, se solicitó por escrito la autorización de los padres o acudientes legales<sup>6</sup> de los estudiantes que integraron el trabajo de campo del proceso investigativo, reconociendo que “es fundamental obtener un permiso especial de los padres

---

<sup>6</sup> El formato diligenciado por cada uno de los padres acudientes del grupo de Preescolar de la Sede Camilo González, es el anexo 1.

cuando se trata de atender personalmente a niños concretos” (Stake, 1999, p. 58). Es así como para el desarrollo de la propuesta de investigación, la elección de los cuatro casos se realizó teniendo en cuenta los conocimientos que, con relación al concepto de número natural, mostraron los participantes, buscando diversidad en sus niveles y dificultades con la comprensión del mismo, y así, obtener diversos desempeños durante el proceso investigativo. Se tuvieron en cuenta, además, las condiciones de disponibilidad de tiempo, autorización familiar y la facilidad para expresar ideas y pensamientos, en relación con el proceso matemático asociado al concepto de número natural y, de esta forma, realizar el análisis a profundidad de cada estudiante.

De igual forma, los nombres reales fueron cambiados por un seudónimo que refiere al texto de *Alicia en el país de las Maravillas*, del autor Carroll (1999), con la intención de proteger su identidad y describir sus características particulares desde la relación con el personaje ficticio. Además, para el desarrollo del proyecto de aula, se articulan los dos primeros capítulos del libro *Malditas matemáticas. Alicia en el país de los números*, del autor Frabetti (2000). Alicia es el personaje que acompaña el desarrollo del proyecto de aula, quien dirige los desafíos y pruebas en el viaje interplanetario a un planeta sin contaminación. A continuación, se presentan las características de cada uno de los actores.

Tabla 1. Descripción de cada uno de los casos.

Caso –Estudiante	Características Encontradas
Mirana	<p>Es una estudiante activa en sus labores escolares, pregunta cuando no comprende algo y busca respuestas con sus pares o referentes de autoridad.</p> <p>Cuando se le solicita algo, ella está atenta y responde de acuerdo a lo que se requiere, empleando un lenguaje fluido y claro.</p> <p>Reconoce algunos símbolos de números que en ocasiones confunde; establece grupos de elementos por una o dos características.</p>

Pat	<p>Es un estudiante con liderazgo, disfruta de actividades que impliquen poner a prueba su capacidad cognitiva.</p> <p>Se expresa con facilidad, contestando con fluidez las preguntas que se le hacen a él y a sus compañeros.</p> <p>Con respecto al concepto de número, agrupa elementos en los que reconoce una característica, ya sea color o forma; reconoce los símbolos numéricos hasta el cinco.</p>
Dodo	<p>Es un estudiante que establece relaciones entre conceptos, recordando aquellos que han sido desarrollados con anterioridad. Es atento y respetuoso con sus compañeros y docente.</p> <p>Con respecto al concepto de número, el estudiante reconoce los símbolos hasta el diez, confundiendo algunos y empleando de manera inversa la lateralidad de la escritura convencional; agrupa elementos por color, nombrando cantidades de muchos y pocos, los cuales discrimina desde la percepción.</p>
Reina	<p>Es una estudiante que se integra a las dinámicas del grupo desde las reglas que ella impone, al momento de entregar materiales para trabajar en las mesas. Reina permanece con estos, sin facilitarlos o compartir con sus compañeros.</p> <p>Con respecto al concepto de número, la estudiante emplea elementos concretos en situaciones de juego, sin establecer correspondencia con las indicaciones.</p>

Fuente: elaboración propia

A continuación, se presenta el conjunto de herramientas que posibilitaron recoger, generar, registrar y analizar la información de los participantes. Son aquellos instrumentos que se particularizaron y se eligieron como pertinentes en el trabajo investigativo. La recolección de los datos se estructuró durante el estudio.

### 3.4 Instrumentos

Para el desarrollo del estudio de los cuatro casos, se tuvieron en cuenta como instrumentos para la recolección de la información: la entrevista, el material del estudiante y la observación, los cuales permitieron una triangulación metodológica para el análisis de la comprensión del concepto de número natural en el nivel Preescolar. A continuación, se describen los instrumentos utilizados.

### **3.4.1 Entrevista Semiestructurada.**

Stake (1999) propone que la entrevista “es el cauce principal para llegar a las realidades múltiples” (p. 63), desde la posibilidad de escuchar diferentes puntos de vista. El entrevistador diseña una lista de preguntas orientadas a los temas, “sobre todo debe escuchar, quizá tomar algunas notas, pocas o muchas, según requiera la ocasión, pero sin dejar de controlar la recogida de datos, pensando qué forma tendrá la narración escrita” (Stake, 1999, p. 64).

Esta investigación se estableció como entrevista semiestructurada. Sandoval (2002) propone que esta “va enriqueciéndose y reorientándose conforme avanza el proceso investigativo” (p. 146). En este sentido, la estructura general de la entrevista responde a particularidades relevantes de las operaciones lógicas de clasificación y seriación, a partir del diseño de preguntas abiertas, que se acompañan de la manipulación del material reutilizable y que fueron enriqueciéndose y reorientándose a medida que avanzaba el proceso investigativo.

En este sentido, la entrevista<sup>7</sup> fue implementada en dos momentos: al inicio del trabajo de campo para realizar una caracterización general de los cuatro estudiantes desde sus procesos cognitivos, de comunicación y de método al momento de resolver situaciones que la entrevista indagó; el segundo momento se realizó al final del proceso de proyecto final de síntesis.

### **3.4.2 Material del estudiante.**

Para el proceso de recolección de información se tuvo en cuenta el material del estudiante, el cual hace referencia a los registros de cada uno de los participantes durante el trabajo de campo. Como afirman Hernández, Fernández y Baptista (2014), “el investigador comienza a aprender por observación y descripciones de los participantes y concibe formas para registrar los datos que se van refinando conforme avanza la investigación” (p. 12). En este sentido, las expresiones durante el proceso de entrevista, las interacciones con los elementos construidos a partir del material reutilizable y las ilustraciones de cada una de sus construcciones al interior de cada prueba del proyecto de aula se configuraron como los datos del material del estudiante.

El material del estudiante se describió en el diario de campo y fue registrado por tomas fotográficas, que permitieron evidenciar cómo se estableció el tránsito de lo físico a lo abstracto, desarrollando operaciones lógicas de clasificación y seriación fundamentales en la construcción del concepto de número natural.

---

<sup>7</sup> La plantilla de las entrevistas completas se encuentra en los anexos 2 y 3, al final del texto.

### **3.4.3 Observación.**

Es aquella que se realiza al interior de un proyecto de investigación, en particular como herramienta de registro continuo en el diario de campo. Sandoval (2002) afirma que este tipo de observación se preocupa por “por realizar su tarea desde adentro de las realidades humanas que pretende abordar, en contraste con la mirada externalista, las de formas de observación no interactivas” (p. 140). La observación sirve de guía para describir paso a paso lo que ocurre durante cada una de las actividades durante el trabajo de campo y para obtener datos relevantes que tengan relación con el objetivo de la investigación.

Asimismo, según Stake (1999), la observación “registra bien los acontecimientos para ofrecer una descripción relativamente incuestionable para posteriores análisis y el informe final. Deja que la ocasión cuente su historia, la situación, el problema, la resolución o la irresolución del problema” (p. 61). Esta debe ser pertinente, focalizada con el objeto de estudio, registrando cada detalle que permita la familiarización con lo que se pretende interpretar. En este sentido, Stake (1999) afirma:

La interpretación es una parte fundamental de cualquier investigación. Se podría discutir con quienes sostienen que en la investigación cualitativa hay más interpretación que en la cuantitativa pero la función del investigador cualitativo en el proceso de recogida de datos es mantener con claridad una interpretación fundamentada. Los investigadores sacan sus conclusiones a partir de las observaciones y de otros datos. (p. 21)

Para esta investigación se tuvo en cuenta el instrumento de la observación durante el desarrollo de las entrevistas y el proyecto de aula mediante el uso del material reutilizable, realizando el registro en el diario de campo para, posteriormente, describir y analizar con detalle los avances conceptuales y procedimentales que adquieren los estudiantes a través del desarrollo de las actividades propias del trabajo de campo.

#### ***3.4.3.1 Proyecto de Aula.***

En este se estructura la experiencia pedagógica en el nivel Preescolar “con miras a potenciar el desarrollo y los aprendizajes de los niños y niñas a partir de las interacciones” (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017, p. 116). En esta investigación el proyecto de aula

se fundamentó en los elementos del marco conceptual de la EpC desde los tópicos generativos, las metas de comprensión, los desempeños de comprensión, con los tres momentos (exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis) y la evaluación continua. El desarrollo del proyecto brindó herramientas de análisis a partir de los descriptores de desempeño, desde cada una de las dimensiones y niveles de comprensión. Además, se tuvieron en cuenta los referentes técnicos que orientan la organización curricular y pedagógica de la Educación Inicial y Preescolar en el país, desde los cuales se afirma:

No existen formas, ni formatos únicos para proyectar la planeación pedagógica, pues esta obedece a la experiencia de cada maestra o maestro, y se articula con el Proyecto Pedagógico -P.P.- o el Proyecto Educativo Institucional -PEI- de su unidad de servicio. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2017), p. 116)

De acuerdo con lo planteado por el Ministerio de Educación Nacional (2017) y, teniendo en cuenta el marco de la EpC, se diseñó el proyecto de aula<sup>8</sup> que se describe a continuación.

**Hilo conductor.** Comprensión del concepto de número natural mediante el uso de material reutilizable.

**Elementos de Comprensión.** El marco conceptual de la EpC considera cuatro elementos de comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, proyecto final de síntesis y evaluación diagnóstica continua; cada uno de estos fue articulado en el proyecto de aula implementado.

**Tópico Generativo.** Los conocimientos que se desean enseñar, así como las preguntas e inquietudes de los estudiantes en relación con el concepto de número natural, fueron articulados con el personaje Alicia, quien nace de la imaginación del autor Carroll (1999) en la obra literaria *Alicia en el país de las maravillas*, con algunas adaptaciones que se recrearon desde la necesidad de llegar a Saturno, su planeta de origen. Desde el proceso de exploración, Alicia llegó al aula de Preescolar después de un viaje interplanetario, buscando compañía para regresar a su planeta y

---

<sup>8</sup> El proyecto de aula completo es el anexo 3, el cual se encuentra al final del documento.

ubicarse en el sistema solar el cual desconoce, desde el principio de orden y secuencia de cada uno de los planetas con relación al sol. El siguiente fue el tópico definido:

**Reconocimiento del número natural para dar solución a situaciones, en el proyecto de aula: viaje interplanetario a un planeta sin contaminación.** Ese tópico pretendió que los estudiantes reconocieran el uso del número natural, mediante la manipulación del material reutilizable, en pruebas al interior de un proyecto de aula que incluyen las operaciones lógicas de clasificación y seriación, en búsqueda del tránsito del pensamiento concreto al abstracto y así simbolizar, representar y comunicar diferentes situaciones numéricas.

A partir de la definición del tópico se estructuran cada una de las metas de comprensión las cuales proponen situaciones que lleven a los estudiantes a comprender el concepto estudiado. Cada una de las metas que se plantearon en el proyecto de aula se enfoca en el alcance del tópico generativo, y de esta forma analizar los desempeños de los participantes para la comprensión del concepto de número natural.

**Metas de comprensión.** A partir de este elemento, se buscó profundizar en el concepto, al emplear operaciones lógicas de seriación y clasificación, para propiciar el orden e inclusión jerárquica en la construcción del número natural. En el proceso de la estructuración del concepto, los estudiantes se enfrentan a situaciones cotidianas en las que ponen a prueba sus desempeños. A continuación, se describen las metas construidas para este trabajo investigativo.

- *Comprende el uso de los números naturales, a través del orden de los planetas y las relaciones que se establecen para la ubicación del ser humano en el espacio.* Con esta meta se pretendió que los estudiantes se acercaran al sistema solar y al orden que los seres humanos han establecido con relación al sol; a partir de este punto se enumeran ocho planetas con el número natural; en este sentido, para viajar a Saturno se hace necesario comprender el uso del concepto matemático y ubicarse en el sistema solar.

- *Establece relaciones de orden, clasificación de objetos e inclusión de estos a partir del uso de material reutilizable.* Esta meta buscó que los estudiantes establecieran relaciones entre los objetos y elementos manipulativos para realizar el tránsito, paso a paso, de lo concreto a lo simbólico, instaurando relaciones mentales que los llevaran a razonar lógicamente.

- *Simboliza los números naturales desde el reconocimiento social de los mismos.* La intención de esta meta fue que el estudiante reconociera que los números naturales se representan

desde el símbolo socialmente construido, a partir del cual se comunica y establece correspondencias entre los elementos de la colección y la palabra usada para contar.

- *Comprende el uso de los números naturales en diferentes situaciones.* Esta meta tuvo como finalidad propiciar el uso del número natural en acciones sencillas del proyecto de aula, con el propósito de desafiar sus desempeños y acompañar a los estudiantes a alcanzar la comprensión de estos. Cada una de las metas anteriormente descritas se materializaron en los momentos y pruebas al interior del proyecto de aula, evidenciando de esta forma la comprensión alcanzada por cada uno de los participantes en sus desempeños.

**Desempeños de Comprensión.** A partir de este elemento se presentan las actividades que los estudiantes desarrollaron para comprender un concepto específico. Tuvo tres fases (exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis). A continuación, se describen los desempeños para cada una de las fases en esta investigación.

Tabla 2. Fases Proyecto de Aula: Viaje Interplanetario a un Planeta sin Contaminación.

Marco conceptual EpC	Concepto de Número Natural en Preescolar
<p><b>En esta etapa se presentan preguntas que se conectan directamente con los tópicos generativos. Se propicia un momento de indagación que parte de la curiosidad y motivación personal para trabajar sobre problemas, habilidades y soluciones permitiéndoles ver la relevancia de las preguntas disciplinarias en problemas reales.</b></p>	<p><b>Fase de exploración</b></p>
	<p>Se inicia el reconocimiento de los saberes previos a través de un carrusel de juegos tradicionales (escondidijo, golosa, gato y ratón, El rey dice) (Portal Hablemos de Cultura, 2017), empleando material reutilizable.</p> <p>El propósito de estas actividades fue observar cómo emplearon los cuatro estudiantes seleccionados para el trabajo de campo, las secuencias numéricas en la relación uno a uno y el reconocimiento de los objetos desde propiedades de color, forma, tamaño y grosor y qué reconocimiento tenían de la misma.</p> <p>Después de este carrusel, se propició un espacio para preguntas que motivaran a los estudiantes a descubrir quién era Alicia, el personaje que dirigió las bases de la actividad anterior.</p> <p>Alicia es un ser Interplanetario, que viene a llevarse a los estudiantes a vivir en un planeta sin contaminación; para este propósito ellos necesitan aprender la relación entre el número y las operaciones lógicas que permiten la construcción del concepto, fundamental para</p>

ubicarse en el espacio y así poder navegar y llegar al planeta de Alicia (viajar a Saturno, representa comprender el número natural).

### Fase de investigación guiada

**Ayuda al estudiante a aumentar su competencia y flexibilidad con conceptos y habilidades. Tiene que ver con guiar a los estudiantes en el desarrollo de sus propias comprensiones. En esta fase las actividades propuestas se enfatizan en el concepto a comprender, en tanto, los estudiantes den respuesta a las problemáticas planteadas, con los materiales y operaciones lógicas.**

**El docente crea desempeños, centrados en el estudiante, para ayudarlo de manera directa a dominar el material. Lo que propone está fundamentado en las metas de comprensión.**

Este momento del proyecto de aula integró en el desarrollo del mismo las Actividades Rectoras (arte, juego, literatura, exploración del medio) y las Dimensiones del Desarrollo (socioafectiva, corporal, cognitiva, comunicativa, estética, espiritual y ética) que están descritas en los Lineamientos Curriculares de Preescolar (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998a).

Además, las metas de comprensión retoman la propuesta hacia el tercer propósito de los (DBA), con relación a los intereses y necesidades de los estudiantes en esta etapa del desarrollo y la mediación que hace el docente para incentivar aprendizajes para la vida.

Los desempeños para esta fase se organizaron en seis momentos y nueve pruebas. En el primer momento se realizó la lectura del primer capítulo del texto *Alicia en el país de los números* (Frabetti, 2000), relacionando a los estudiantes con los personajes y la pregunta por el número natural.

En el segundo momento, se realizaron actividades relacionadas con el concepto matemático y la utilización de material reutilizable: se inició la recolección de estos, y posterior manipulación en cada una de las pruebas que los invitó a realizar operaciones lógicas de clasificación y seriación.

En el tercer momento, se planteó el reconocimiento de los símbolos numéricos. Se leyó el capítulo dos *Alicia en el País de los números* (Frabetti, 2000) para proponer la creación de nuevas representaciones, que los llevaron a identificar los nombres de los números usados socialmente.

En el cuarto momento, se buscó dar respuesta a preguntas que direccionaron la reflexión sobre la necesidad de ubicarse para llegar al planeta de Alicia: ¿a qué planeta nos dirigimos?, ¿cuál es su

ubicación con relación al sol?, a partir de la creación de una maqueta con los planetas del sistema solar.

En el quinto momento, los estudiantes se desafiaron a crear el panel de control de la nave espacial con material reutilizable, por equipo de trabajo se dieron las orientaciones de la actividad, en la que se planteó la necesidad de crear un instrumento de navegación para el funcionamiento de la nave espacial, solicitando materiales que debían estar descritos en una lista de pedidos.

En el sexto momento, se realizaron actividades que pusieron a prueba las operaciones lógicas de clasificación y seriación, así como la representación y simbolización del número natural a través del juego de la escalera espacial.

### Fase de proyecto final de síntesis

**En esta fase se sintetiza la comprensión de la meta inicialmente planteada, a partir de un proyecto liderado por los estudiantes en el que evidencian, a través de sus desempeños, el logro de cada una de las metas.**

Para el proyecto final de síntesis, los estudiantes de preescolar realizaron el viaje interplanetario, partieron de la tierra hacia Saturno, para ello necesitaron construir dos elementos; el primero, fue el cohete individual, el cual contenía siete piezas del tangram, que debían corresponder desde color, tamaño y forma, es decir, a cada uno de los estudiantes observados se le entregó un diseño diferente de cohete, ellos escribieron en una hoja de pedido, cuántos triángulos, cuadrados necesitaban en correspondencia con el color y la forma solicitada.

Los materiales para construir el cohete se encontraban en la bodega, ellos debían pasar una orden de compra, en la cual describían el número de piezas que necesitaban con su tamaño y color. Esto era posible una única vez por estudiante. Con este material, se inició la construcción del mismo; el docente fue quien realizó el chequeo para dar la aprobación o sugerencias de modificación con relación a la simbolización de las piezas y el número empleado en la hoja.

Después de construir el cohete individual, se realizaron algunas preguntas orientadas a describir el proceso hacia el uso del número natural en acciones grupales.

En segundo lugar, se dibujó el mapa espacial, ordenando los planetas para seleccionar el lugar de partida y el de llegada y, así, elaborar de forma individual un mapa con detalles que permitió la ubicación espacial.

Finalmente, con estos dos elementos contruidos, con la ayuda de los compañeros de curso se crearon dos cohetes espaciales, para desplazar el grupo completo a la escalera interplanetaria dibujada en el patio de la sede y realizar de esta forma el juego que, a través de la imaginación, los llevó a Saturno y, con esto, generar la posibilidad de usar el número natural en acciones de la vida cotidiana.

Fuente: elaboración propia basada en (Stone, 1999)

***Evaluación diagnóstica continua.*** Esta fue realizada durante todo el trabajo de campo, a partir de la vivencia en el proyecto de aula y de los avances de los estudiantes observados con relación a la comprensión del concepto de número natural, realizando el registro en el diario de campo.

### **3.5 Análisis de los datos.**

En la investigación cualitativa, la recolección y análisis de la información se dan de forma simultánea. Hernández et al., (2014) afirman que el análisis no es estándar para cada estudio, este se va dando a partir de dinámicas propias. Para este proceso investigativo, la recolección de la información se estructura a partir de tres instrumentos: entrevista semiestructurada, material del estudiante y la observación. Estas fuentes de información aportaron descripciones detalladas del objeto de estudio, por tratarse de un estudio de caso con personas, la descripción consideró “conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, emociones, interacciones, pensamientos, experiencias, procesos y vivencias manifestadas en el lenguaje de los participantes” (p. 409).

En este sentido, se emplea la triangulación, la cual es definida por Hernández et al., (2014) como la “utilización de diferentes fuentes y métodos de recolección” (p. 418). Con el propósito de dar confiabilidad, coherencia y rigurosidad de los resultados presentados, como afirma Stake (1999), “intentamos presentar un cuerpo sustancial de descripción incuestionable. Queremos decir sobre el caso aquello que casi cualquiera que hubiera tenido la misma oportunidad que nosotros de observarlo habría señalado y registrado, en la misma medida en que lo hicimos nosotros” (p. 96).

La recolección de datos resulta fundamental para el análisis y comprensión alrededor del objeto de estudio: comprensión del concepto de número natural en el nivel Preescolar. En este

sentido, es necesario estar atentos a las categorías emergentes de análisis, las cuales se definen a partir de los hallazgos en el transcurso de la investigación.

**3.5.1 Proceso de análisis.** El proceso de análisis se realiza con el propósito de mostrar la comprensión evidenciada por los estudiantes en relación con el concepto del número natural, desde los fundamentos del Marco Conceptual de la EpC. En este sentido, se describen para cada una de las cualidades de comprensión (niveles y desempeños), las expresiones, preguntas y explicaciones que cada uno de los casos expresa de forma oral y la manera como cada uno representa la experiencia de aprendizaje, a través del uso del material reutilizable.

En este sentido, el análisis se realiza a partir del trabajo de campo y la matriz de evaluación. Se presentan descriptores a priori, los cuales se refinan durante la investigación a partir de las cualidades del marco conceptual de la EpC, propuestas por Boix y Gardner (1999), para describir el proceso de comprensión de los participantes en relación con el concepto de número natural. Cabe aclarar que en los descriptores se tienen en cuenta los aportes de Piaget (1991) en aspectos relacionados con el concepto de número natural. A continuación, se describe la manera cómo se desarrolla el proceso de análisis durante la implementación del trabajo de campo:

#### ***Exploración.***

En esta fase se realiza una entrevista inicial y algunos juegos que fueron diseñados con la intención de explorar el nivel de comprensión con el cual inician los participantes esta experiencia investigativa. El proceso llevado a cabo durante esta fase se describe a continuación:

- Se realiza la transcripción de los datos recolectados en los tres instrumentos (entrevista, observación y material del estudiante), en el diario de campo por parte de la investigadora.

- A partir de los registros en el diario de campo, se presenta la narración de las acciones de los estudiantes, las cuales se apoyan en expresiones de estos y los registros fotográficos. Finalmente se realiza la interpretación de los datos.

- Se presenta el análisis de cada caso, a partir de los desempeños de cada uno de los participantes. A partir de este registro se tienen en cuenta las categorías que emergen para refinar la matriz de descriptores propuesta inicialmente. Es importante aclarar que las categorías que

emergen se van refinando y se tienen en cuenta para el análisis de la fase de exploración e investigación guiada, pero solo se presentan de manera explícita en el proyecto final de síntesis, donde se evidencia el proceso de comprensión logrado.

- Se determina el nivel inicial de cada caso, de acuerdo con los descriptores propuestos para cada una de las dimensiones de comprensión y se presenta una tabla resumen de los niveles evidenciados.

### ***Investigación guiada.***

El proceso llevado a cabo durante esta fase se describe a continuación:

- En esta fase se realiza el proceso de acompañamiento práctico y didáctico, mediado por el material reutilizable a través de su manipulación para la elaboración de elementos por parte de los estudiantes.

- A partir de las interacciones entre los estudiantes, la investigadora y la manipulación del material reutilizable, se hace el registro en el diario de campo de los datos, a partir de los dos instrumentos articulados a esta fase: la observación y el material del estudiante, y se realiza la descripción e interpretación de las acciones de los estudiantes.

- Se presenta el análisis de los casos, a través de los cuales emergen categorías y descriptores de nivel para refinar la matriz inicial, evaluando de esta forma los desempeños de los participantes de forma individual.

- Se ubican los estudiantes en los niveles, de acuerdo con sus comprensiones para esta fase y se presenta una tabla resumen para cada caso, con los niveles de comprensión, en coherencia con los desempeños en cada dimensión.

### ***Proyecto final de síntesis.***

En esta fase se realiza el cierre del proyecto de aula y la entrevista final. Se describe el nivel de comprensión alcanzado para cada uno de los casos, al concluir el trabajo de campo, en tanto que los estudiantes ya “pasaron de la experimentación y la construcción de teorías a la síntesis y el desarrollo de un proyecto final de síntesis” (Stone, 1999, p. 182), el cual evidencia la comprensión del estudiante en cuanto al concepto de número natural. Teniendo en cuenta lo anterior, el proceso de análisis de esta fase se realiza de la siguiente manera:

- Se realiza la transcripción de los datos recolectados en los tres instrumentos (entrevista, observación y material del estudiante), en el diario de campo por parte de la investigadora.
- A partir de los registros en el diario de campo se presenta la descripción de las acciones de los estudiantes, las cuales fueron apoyadas en las expresiones de estos y los registros fotográficos.
- Se presenta el análisis de cada caso, mostrando la triangulación de datos a partir de la observación, los aportes de la entrevista y el material del estudiante. Además, se tienen en cuenta la matriz de evaluación refinada con las categorías de análisis resultantes, dos descriptores por nivel para cada dimensión, los cuales están en correspondencia, uno con la operación lógica de clasificación y el otro con la operación lógica de seriación.
- Los desempeños de esta fase se describen y analizan a profundidad en cada una de las dimensiones, ubicando cada caso en el nivel de comprensión que alcanzó en la última fase del proyecto de aula y se presenta la tabla que resumen de dicha ubicación.

A continuación, se describe la forma como se realiza el análisis de la comprensión del concepto de número natural, en el marco de la EpC, de acuerdo con las cualidades de comprensión propuestas en dicho marco; se presenta, a su vez, la descripción de los niveles de comprensión en relación con el concepto y se muestra la matriz de descriptores y categorías para cada dimensión, la cual se tiene en cuenta para la realización del proceso de análisis.

**3.5.1.1 Análisis a partir de las cualidades de comprensión.** Durante el trabajo de campo, emergieron categorías en relación con los descriptores hipotéticos, partiendo de las operaciones lógicas de seriación y clasificación en la construcción del concepto de número natural. Estas fueron refinándose a partir de las acciones e interacciones de los participantes sobre el material reutilizable durante el desarrollo de las experiencias que ponían a prueba su comprensión.

La comprensión, desde el marco conceptual de la EpC, es progresiva y pasa por diferentes niveles: ingenuo, novato, aprendiz y maestría, es decir, desde lo intuitivo o simple a procesos de pensamiento flexible y dinámico. Articulando lo planteado por Boix y Gardner (1999), con relación a la herramienta de sistematización para la evaluación de los desempeños con el objeto de estudio, a saber: comprensión del concepto de número natural y los desempeños evidenciados por

los estudiantes en el trabajo de campo; a continuación, se presentan las descripciones para cada uno de los niveles:

### ***Nivel Ingenuo.***

Los estudiantes comprenden que existen palabras desde el conocimiento social para referirse a la acción de contar, como juego de palabras, sin establecer relación de cada una de estas con la relación simbólica y cognitiva de la cantidad; por lo tanto, el estudiante sigue parámetros propios en el orden que establece sin relación con criterios externos de un experto o compañeros que intentan corregirlo. Al preguntarle por los criterios empleados para manipular el material, responde sin tener relación con la acción, las palabras y los procesos de orden desarrollados.

### ***Nivel Novato.***

Usa palabras que se refieren a números dándoles un valor simbólico representativo para etiquetar uno a uno los objetos que va señalando, desde el principio de correspondencia y biunivocidad, pero sin representar la cantidad contada y saltando elementos en el conteo cuando las cantidades superan los diez elementos. Busca autocorregirse y, cuando se le confronta, inicia de nuevo el conteo desde el primer elemento. Expresa con claridad criterios de clasificación y orden establecidos con hasta diez elementos. Al ampliar el margen, empieza a confundir y a asignar desde la percepción cantidades donde la cifra es alta, sin establecer confrontación previa.

### ***Nivel Aprendiz.***

Los números se usan para contar. Se reconoce en los estudiantes la capacidad de iniciar conteos desde cualquier número y dirección, de forma ascendente y descendente. Así mismo, totaliza cantidades y resuelve situaciones donde emplea el número hasta el diez para dar respuestas. Argumenta y al confrontarlo se siente seguro de la respuesta dada.

### ***Nivel Maestría.***

Utiliza los números en diferentes contextos y presenta el principio de abstracción desde las relaciones de orden e inclusión jerárquica. Por ejemplo, es evidente cómo emplea los números para medir u ordenar secuencias de eventos y acciones, en actividades de la vida cotidiana, argumentando por qué se dan esas relaciones y estableciendo ejemplos y analogías con otras áreas del saber.

En coherencia con lo anterior, se elaboró una matriz de evaluación de la comprensión del concepto de número natural. Esta se organizó incluyendo descriptores por nivel, los cuales emergieron del análisis de los desempeños observados de forma individual, teniendo en cuenta los instrumentos para la recolección de la información: la entrevista, el material del estudiante y la observación en el desarrollo del proyecto de aula. A continuación, se presentan cada una de las dimensiones: contenido, método, propósito y comunicación, con los descriptores generados para cada nivel. Estos fueron producto del proceso investigativo y resultado del análisis de los desempeños de comprensión:

*Tabla 3. Dimensiones y Descriptores para el Concepto de Número Natural.*

<b>Dimensión de contenidos</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Agrupación de elementos a partir de criterios fijos.</b>	Reconoce formas, tamaños o colores.	Relaciona los elementos a partir de dos criterios (color y forma o color y tamaño o forma y tamaño).	Establece comparaciones de más, menos e igual cantidad entre colecciones.	Resuelve situaciones en las que necesita clasificar, cuantificar y representar gráficamente elementos de la colección.
<b>Sucesión ordenada de elementos.</b>	Realiza sucesión de elemento uno al lado del otro sin establecer comparaciones entre ellos.	Establece relaciones entre dos elementos concretos, ordenando por parejas sin relacionarlos con el total de la muestra.	Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.	Establece orden con lo cual se asegura de contar una sola vez cada elemento, para dar el cardinal y explicar las acciones sobre los elementos ordenados.

<b>Dimensión de métodos</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>

<b>Construcción de colecciones.</b>	Manipula el material reutilizable desde la percepción, sin tener en cuenta las relaciones que se establecen con el mismo.	Clasifica elementos por imitación formando grupos con material reutilizable.	Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.	Utiliza diferentes criterios de clasificación de material, realizando cuantificaciones y comparaciones.
<b>Procesos de orden.</b>	Ubica los elementos de la colección sin tener en cuenta la cantidad.	Alinea dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.	Ordena algunos elementos concretos por ensayo y error de tal forma que correspondan en cantidad y forma con otro conjunto, sin argumentar sus respuestas.	Selecciona los elementos de forma ascendente o descendente para crear una secuencia de orden en el que asigna a cada elemento el lugar que le corresponde.

Fuente: elaboración propia

<b>Dimensión de propósitos</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Uso de las colecciones en diferentes contextos.</b>	Explora los elementos construyendo torres, castillos, escaleras, entre otros, sin relación alguna entre ellos.	Compara colecciones desde el criterio de más, menos e igual cantidad.	Representa las cantidades de cada colección para dar el cardinal.	Aplica lo comprendido sobre el concepto de número natural para representar gráficamente cantidades de grupos de elementos y establecer conexiones.
<b>Creaciones de orden para establecer diferencias.</b>	Explora los elementos concretos de diferentes tamaños como elementos propios del juego.	Ordena con dificultad algunos elementos concretos contruidos con material reutilizable y establece comparaciones uno	Describe y evalúa el orden de la secuencia reconociendo que cada elemento concreto tiene un lugar en relación con la colección total.	Comprende que existe un orden de la secuencia y se adelanta en las posiciones de los elementos de la muestra.

		a uno por imitación.		
--	--	----------------------	--	--

Fuente: elaboración propia

<b>Dimensión de comunicación</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Nombrar cantidades de elementos.</b>	Responde de forma intuitiva a preguntas con relación a las características de los elementos.	Comunica, a través del material reutilizable, relaciones de color, forma y tamaño del proceso cognitivo que está estructurando.	Razona y usa la operación lógica de clasificación para responder a los requerimientos que en situaciones de la vida cotidiana se le solicita.	Expresa de forma gráfica las relaciones que establece entre la operación lógica de clasificación y seriación de los elementos que lo llevan a representar desde el símbolo numérico la cantidad solicitada.
<b>Interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.</b>	Nombra elementos de diferentes formas geométricas y tamaños confundiendo unos con otros.	Utiliza elementos concretos contruidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.	Expresa con claridad las diferencias de tamaños y formas, identificando el lugar que cada uno ocupa en la secuencia.	Es coherente al utilizar elementos concretos para generar orden e identificar cuando alguno falta.

Fuente: elaboración propia

## 4. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

En este capítulo se describen los resultados obtenidos a partir de la implementación del proyecto de aula, las entrevistas durante el trabajo de campo y material del estudiante. La observación se centró en la descripción de las acciones, expresiones de los actores e interacción con el material reutilizable, lo que posteriormente permitió la interpretación y análisis del proceso de comprensión. En este sentido, “durante la observación, el investigador cualitativo en estudio de casos registra bien los acontecimientos para ofrecer una descripción relativamente incuestionable para posteriores análisis y el informe final” (Stake, 1999, p. 58).

### 4.1 Trabajo de campo.

#### 4.1.1 Entrevistas.

Las entrevistas se desarrollaron a partir de preguntas abiertas en momentos de juego en los que Dodo, Mirana, Pat y Reina se encontraban manipulando el material dispuesto; por las características de los estudiantes, surgieron nuevas preguntas que se detallan en el análisis; al respecto, Sandoval (1999), al definir la entrevista, plantea la posibilidad de enriquecer el instrumento al reconocer las necesidades y adaptarse a ellas. Este instrumento se empleó en dos momentos, al inicio como apoyo a la fase de exploración, para indagar la comprensión que se tenía con relación al concepto de número natural y al finalizar la experiencia, en la fase de proyecto final de síntesis, para detallar expresiones y describir las dimensiones de la comprensión en relación con las respuestas obtenidas por cada uno de los estudiantes observados.

##### 4.1.1.1 Entrevista inicial.

Se realizó en la sede Camilo González, en las sesiones de clase. El material concreto fue dispuesto sobre la mesa, con la intención de propiciar la manipulación al momento de realizar algunas preguntas específicas en relación con la construcción del concepto de número natural.

La entrevista contó con cuatro bloques de preguntas, los cuales se articularon a la teoría de Piaget (1991) con relación al concepto de número natural<sup>9</sup> y por Boix y Gardner (1999) al respecto

---

<sup>9</sup> En el capítulo uno se realizó la fundamentación del concepto matemático a partir de los aportes de Piaget (1991), Piaget e Inhelder (1997) y Kamii (1995), algunos de estos referentes son contextualizados en este apartado.

de las cualidades propuestas por el marco de la EpC, contrastando las respuestas con la matriz de evaluación de las dimensiones por nivel, con el propósito de indagar por los procesos de comprensión que los estudiantes han construido con respecto al concepto, al momento de la aplicación de la misma. En el primer bloque, se hizo un proceso de reconocimiento de los objetos desde características de color, forma, tamaño y grosor; en el segundo y tercero, se indagó por las operaciones lógicas de clasificación y seriación, a partir de criterios propios y, en el cuarto bloque, se realizaron preguntas de correspondencia y comparación de cantidades<sup>10</sup>. A continuación, se presentan los cuatro bloques que estructuran la entrevista.

***Reconocimiento de los objetos.*** Se dispusieron algunas figuras geométricas sobre la mesa; estas cumplían condiciones de color (amarillo, azul y rojo), tamaño (grande, mediano y pequeño) y grosor (delgado y grueso). A cada estudiante se le solicitó tomar una figura específica cumpliendo dos o tres condiciones.

***Clasificación.*** Se solicitó a cada uno de los estudiantes que organizara el material dispuesto sobre la mesa, permitiendo que fuera decisión de cada uno de ellos el establecimiento de patrones de relación.

***Seriación.*** En este punto de la entrevista, se entregaron diez barras<sup>11</sup>, las cuales tenían cada una un tamaño diferente, para solicitarles que las organizaran de menor a mayor incluyéndolas todas, el orden debía ser ascendente.

---

<sup>10</sup> La correspondencia es una actividad inicial, como esquema de acción que el niño emplea previo a las operaciones lógicas de clasificación y seriación. Piaget (1991) plantea que el número es la capacidad que tiene el niño de clasificar y ordenar objetos de su entorno; para llegar a este proceso, el niño inicia estableciendo pequeñas comparaciones de objetos, en dos acciones: colocar uno al frente del otro, sin relación y otro al encontrar semejanzas, logrando de esta forma cierta correspondencia.

<sup>11</sup> Se emplean las regletas de Cuisenaire como elemento concreto para este momento de la entrevista, por contar con este material en la sede y ser empleado para reconocer procesos de seriación, sin desconocer la crítica que realiza Piaget e Inhelder (1997), con relación al uso de este material para propiciar la enseñanza del número, el cual es una cantidad discreta, cada elemento puede ser solo "1", las regletas representan cantidades continuas que pretenden la enseñanza de este concepto desde la longitud. De ahí la necesidad de crear el material reutilizable que les permita a los estudiantes pensar lógicamente coordinando las diferencias entre los objetos con elementos que no estén ya contruidos y fijos.

**Correspondencia.** Empleando dos grupos de diez barras del juego de regletas, se inició una comparación uno a uno de los elementos, se entregó la misma cantidad de material al estudiante y al entrevistador y se realizó la pregunta: “¿quién tiene más?”. Este cuestionamiento se realizó en tres momentos distintos: en el primero, espacialmente las regletas del entrevistador ocupaban más espacio; en el segundo, se ordenaron nuevamente y se comprobó que se tenía la misma cantidad y, en el último intento, las fichas se ordenaron de tal forma que las del estudiante ocuparan más espacio.

#### **4.1.1.2 Entrevista final.**

Durante la entrevista se propusieron situaciones con relación a las operaciones lógicas de clasificación y seriación. La primera consistió en un agrupamiento que posibilitó la inclusión de clase; la segunda, el ordenamiento jerárquico de los elementos, principios de abstracción que, según Piaget (1991), se desarrolla al asignar un lugar y nombre a cada elemento que está en correspondencia con los otros elementos del grupo y al cuantificarlos dan como síntesis el número natural. El proceso de entrevista se organizó en tres momentos designando algunas preguntas que fueron la base del proceso de entrevista. A continuación, se describe cada uno:

**Primer momento.** Sobre la mesa se dispusieron algunas figuras geométricas. Se invitó al estudiante a construir un cohete espacial a partir de la selección de algunas de ellas, así: un triángulo amarillo mediano, dos cuadrados azules medianos, dos triángulos pequeños rojos, dos triángulos grandes azules, un paralelogramo mediano rojo. Luego se preguntó: “¿cuántas piezas tiene tu cohete? ¿Podrías construir otro que tenga las mismas piezas, que sea igual al tuyo en color, forma y tamaño?”.

**Segundo momento.** Se presentó la siguiente situación a los estudiantes: “Como es necesario construir un cohete para los otros capitanes, es decir, cuatro cohetes en total, ¿cuántas piezas de cada color y forma necesitarías?” (Para dar las respectivas respuestas, el material para los dos faltantes no estaba sobre la mesa, solo el de los dos cohetes contruidos, el estudiante debía utilizar una estrategia o método para solucionar este interrogante).

**Tercer momento.** Con las piezas de dos cohetes, se diseñó uno que las incluyera todas, sin que sobrara o faltara alguna. Ahora bien, dado que se podían organizar las piezas por color, se les preguntó a los estudiantes: *¿podrías construir otra orden diferente con este grupo de figuras geométricas? Al establecer un orden por tamaño, ¿cuántos hay?, ¿en dónde hay más?, ¿en dónde hay menos?, ¿cuántas piezas son grandes?, ¿cuántas son pequeñas y cuántas medianas?*

Para finalizar, se invitó a construir secuencias lógicas: por tamaños, por color y por forma. Luego, se respondió la pregunta: *¿cómo se organizan el resto de las figuras geométricas, siguiendo cada patrón?*

#### **4.1.2 Observación del proyecto de aula.**

El proyecto de aula se desarrolló de forma progresiva, inició con la fase de exploración, luego la de investigación guiada y proyecto final de síntesis, como lo propone el marco conceptual de la EpC:

**4.1.2.1 Exploración.** La sesión inició en el patio de la sede, en el cual se le propuso al grupo de estudiantes explicarle a "Alicia" cuáles son las reglas de algunos juegos tradicionales (Escondidijo, Golosa, Gato y Ratón y Rey dice) en el planeta tierra, juegos que desde su elección contenían número natural dentro de las implicaciones constitutivas. El propósito de esta fase consistió en reconocer cómo los estudiantes se relacionaban con el concepto de número natural y sus operaciones lógicas. De acuerdo con Stone (1999), “explorar los elementos también puede ofrecer, tanto al docente como a los alumnos, información acerca de lo que los alumnos ya saben y aquello que están interesados en aprender” (p. 112).

**4.1.2.2 Investigación guiada.** En el desarrollo de esta fase, se tuvo presente que “los desempeños de investigación guiada involucran a los alumnos en la utilización de ideas o modalidades de investigación que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas” (Stone, 1999, p. 112). Para este proyecto de aula, se propusieron nueve pruebas organizadas en seis momentos, en los que Alicia invitó a los estudiantes del nivel Preescolar a desafiar sus desempeños con relación al concepto de número natural. Cada momento estuvo articulado con las metas de comprensión que se describieron en el capítulo anterior y los tres

principios para favorecer el desarrollo del conocimiento lógico matemático que propone Kamii<sup>12</sup> (1995).

**Momento uno.** Se realizó la lectura del primer capítulo del texto “Alicia en el país de los números”, propiciando que los estudiantes, a partir de la fantasía que ofrece la lectura, realizaran un acercamiento al concepto de número natural. Estos personajes mágicos; se apropiaron del aula de clase, desde la ambientación de los espacios y la narración del primer capítulo con el cual se dio inicio al *viaje interplanetario a un planeta sin contaminación*.

**Momento dos.** Se realizaron actividades relacionadas con el concepto de número y el uso del material reutilizable. En este momento se vinculó a la familia en la recolección de los insumos para su manipulación en el proyecto de aula, en particular en las pruebas que les exigían las operaciones lógicas de clasificación y seriación.

En relación con lo antes mencionado, para este momento se consideraron dos aspectos: el primero fue la meta de comprensión: establece relaciones de orden, clasificación de objetos e inclusión de los mismos a partir del uso de material reutilizable. El segundo se enfocó desde los principios de enseñanza que propone Kamii (1995): “animar al niño a que construya conjuntos con objetos móviles” (p. 42). En este sentido, la prueba consistió en construir el material a partir de elementos reutilizables para, posteriormente, propiciar, como afirma Kamii (1995), la abstracción reflexiva, teniendo en cuenta que “los niños no aprenden los conceptos numéricos con dibujos. Tampoco aprenden estos conceptos solo por manipular objetos. Construyen estos conceptos por medio de la abstracción reflexiva cuando actúan (mentalmente) sobre los objetos” (pp. 42-43).

---

<sup>12</sup> Autora que extrae algunas implicaciones pedagógicas, fundamentadas en la teoría de Piaget (1991). Estos principios de enseñanza están agrupados en tres bloques, en los cuales se anima al estudiante a establecer relaciones entre los objetos y sus interacciones en ambientes que favorezcan el desarrollo del pensamiento lógico - matemático.

*Prueba uno y dos.*



*Ilustración 7. Momento dos. Prueba uno y dos. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

El propósito de estas pruebas consistió en la exploración de las figuras geométricas, realizando asociaciones desde el nombre y la creación de estas. El material para utilizar fue cartón (tubos de papel higiénico), con el cual se construyeron algunas formas conocidas para, posteriormente, recortar y decorar con vinilos de colores.

Las indicaciones fueron:

- Triángulo rojo.
- Círculo pequeño amarillo.
- Cuadrado azul grande.
- Rectángulo blanco

*Prueba tres.*



*Ilustración 8. Momento dos. Prueba tres. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

Para este momento, la actividad consistió en llevar hacia un aro la figura geométrica solicitada (triángulo, cuadrado o círculo), la cual debía cumplir con unas características

específicas, desde el color, forma, tamaño y grosor. Se fueron asignando estrellas al equipo ganador una por cada acierto.

**Momento tres.** Con el propósito de que el estudiante reconozca la representación simbólica de los números, se fundamentó este momento en la meta de comprensión: simboliza los números naturales desde el reconocimiento social de los mismos, y en dos principios de Kamii (1995): “Animar al niño a que cuantifique objetos lógicamente y a que compare conjuntos (más que a que cuente) Animar al niño a intercambiar ideas con sus compañeros” (p. 33). Para ello, se leyó el capítulo dos de *Alicia en el País de los Números*, a partir del cual se propuso la creación de nuevos símbolos de representación de cantidades, empleados en los juegos para cuantificar.

#### *Prueba cuatro.*



*Ilustración 9. Momento tres. Prueba cuatro. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

Se realizó la narración de la historia del capítulo dos del libro *Alicia en el País de los Números*, resaltando la importancia de simbolizar el número natural para la representación de cantidades. Después de este momento, los estudiantes debían contar las estrellas fugaces que estaban transitando en el cielo de Saturno. Alicia deseaba cuantificar por día, para ello empleó un medio de representación. Se entregó papel y lápiz, y se solicitó que cada vez que pasara una estrella por el planeta de Alicia, lo representaran, dibujando piedras, rayas o cualquier símbolo.

La asignación se realizó en tres momentos: en el primero, pasó una estrella, luego dos estrellas juntas, posteriormente tres estrellas entrelazadas y, finalmente, una sola, para un total de siete. Después, en el segundo momento, Alicia deseaba volver a cuantificar, pasaron primero dos estrellas juntas, luego una, posteriormente dos más, para cerrar con otras tres entrelazadas, para un total de ocho estrellas. Se finalizó con un tercer momento en el cual se solicitó cuantificar las

estrellas de forma conjunta, para verificar la representación que se tenía en las hojas. Para ello se tomó el material concreto y se comprobó la cantidad de estrellas que pasaron por el cielo de Alicia, estas fueron simbolizadas una a una con rayas en el tablero y representadas con el número correspondiente.

*Prueba cinco.*



*Ilustración 10. Momento tres. Prueba cinco. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

En este momento se elaboraron extraterrestres con material reutilizable, los cuales fueron decorados según las preferencias de los estudiantes asignando características particulares, desde color, número de ojos, brazos de colores, entre otros; en total se construyeron doce. Este material fue utilizado para realizar clasificación a partir de orientaciones que los llevaron a construir nuevas alternativas de agrupamiento e inclusión de clase.

**Momento cuatro.** En este momento se plantearon preguntas que indagaban por la necesidad de llegar al planeta de Alicia: ¿a qué planeta nos dirigimos?, ¿cuál es su ubicación con respecto al sol?, ¿cuántos planetas se encuentran entre la Tierra y Saturno? Para este momento, se consideró la primera meta de comprensión: comprende el uso de los números naturales a través del orden de los planetas y las relaciones que se establecen para la ubicación del ser humano en el espacio, y desde los principios de enseñanza que propone Kamii (1995): “animar al niño a estar atento y a establecer todo tipo de relaciones entre toda clase de objetos, acontecimientos y acciones” (p. 33).

*Prueba seis.*



*Ilustración 11. Momento cuatro. Prueba seis. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

Para esta actividad, Alicia solicitó a los estudiantes que ubicaran el orden que presentan los planetas del sistema solar, para crear un mapa que mostrara punto de despegue y aterrizaje, realizando de esta forma un reconocimiento uno a uno entre los planetas y su lugar con respecto al sol. El propósito fue interiorizar que la tierra es el planeta número tres y que Saturno, el planeta de Alicia, es el número seis. Para ello, se propusieron las siguientes preguntas: ¿cuántos planetas se encuentran en el sistema solar?, ¿cuál es el lugar que ocupa con referencia al sol, el planeta en el que nos encontramos? y ¿cuál es el lugar que ocupa el planeta de Alicia?

En un primer momento, se realizó una explicación y se mostró la relación uno a uno, con una maqueta que presentó la docente con los ocho planetas del sistema solar; en el segundo momento, se entregó a cada estudiante un paquete con el material individual, este contenía un rectángulo en cartón pintado de color negro, el cual se dispuso como base de la maqueta, ocho círculos en cartón que estaban numerados y representaban los planetas, una hoja con las imágenes del sistema solar, tijeras y una tiza para marcar en el rectángulo el orden de los números, partiendo del sol como referencia de punto de inicio.

**Momento cinco:** el desafío de los estudiantes fue crear una parte del cohete con material reutilizable. Se dieron las orientaciones de la actividad en las que se planteó la necesidad de construir un panel de control para el funcionamiento de la nave espacial, a través de una solicitud de materiales que debían estar descritos en una lista de pedidos. En relación con lo antes mencionado, para este momento de la investigación, se consideraron dos aspectos: el primero fue la meta: comprenden el uso de los números naturales en diferentes situaciones, y desde los

principios de enseñanza que propone Kamii (1995): “animar al niño a pensar sobre los números y las cantidades de objetos cuando tienen significado para él” (p. 33).

*Prueba siete.*



*Ilustración 12. Momento cinco. Prueba siete. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

Para esta prueba, se entregó a cada estudiante un esquema de figuras geométricas diferentes, que al ser ensambladas activaban el panel de control. Ellos necesitaban pasar el pedido de las figuras, las cuales debían coincidir en color, forma, tamaño y cantidad, realizando una simbolización en una hoja de pedido.

**Momento seis.** En este momento se realizaron actividades que ponían a prueba las operaciones lógicas de clasificación y seriación. Se propició, además, la simbolización del número natural a través del juego de la escalera espacial, un momento de encuentro de grupo desde una actividad cotidiana. Para este momento se consideró la meta: comprenden el uso de los números naturales en diferentes situaciones, y también los principios de enseñanza que propone Kamii (1995): “animar al niño a intercambiar ideas con sus compañeros” (p. 33).

*Prueba ocho.*



*Ilustración 13. Momento seis. Prueba ocho. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

Con canastas de huevos y palos de paleta, se realizó una secuencia de orden de números hasta el dieciséis. Los números estaban trazados de forma ascendente organizados en zigzag, es decir, empleando las protuberancias de la caja de huevos se enumeró de cuatro en cuatro (del uno a cuatro, luego de cinco al ocho... etc.), siguiendo la estructura del juego de la escalera. En dicha secuencia se correspondió el número dibujado en la canasta de huevos con el palo de paleta que contenía el mismo símbolo.

La actividad consistió en realizar un reconocimiento de los números desde el proceso de simbolización y orden jerárquico; para ello, se propició de forma individual el conteo ascendente señalando uno a uno cada elemento contado y, luego, se permitió desencajar los palos de paleta y colocarlos en el orden de correspondencia como estaban. Para finalizar jugando por turnos, empleando el dado que fue construido con tubos de papel higiénico.

*Prueba nueve:*



*Ilustración 14. Momento seis. Prueba nueve. Fase de Investigación Guiada.*

Fuente: toma propia

La prueba realizada se tuvo en cuenta como una sesión de evaluación continua y de motivación para la fase del proyecto final de síntesis. Se realizó en el patio de la sede Camilo González una escalera, que inició en el número uno y terminó en el dieciséis. La actividad consistió en tirar el dado por turnos, el estudiante debía cuantificar los puntos de cada una de las caras y recorrer las casillas correspondientes en la escalera, con el propósito de llegar a la casilla 16. En cada uno de los turnos se tenía una prueba, si esta no era resuelta correctamente, se devolvía el número de casillas que avanzó.

**4.1.2.3 Proyecto final de síntesis.** En esta fase, según Stone (1999), “su rasgo distintivo en el marco conceptual de la EpC es que demuestran con claridad el dominio que tienen los alumnos de las metas de comprensión establecida” (p. 113). En este sentido, los estudiantes del nivel Preescolar realizaron el viaje interplanetario, partieron de la Tierra hacia Saturno. Esto ocurrió en dos momentos: en el primero se realizó una evaluación de los capitanes (los cuatro casos), ellos tuvieron el desafío de pilotear el cohete espacial, para tal fin necesitaban construir el diseño del cohete y el mapa espacial; el segundo momento, fue el viaje como tal. Con el apoyo de los compañeros de curso, se realizó a través de la imaginación un juego en la escalera interplanetaria, donde vestidos como astronautas, después de cumplir una a una las pruebas de las casillas llegaron a Saturno. A continuación, se describen estos momentos.

**Momento uno.** Los cuatro estudiantes tuvieron el rol de capitanes de cada uno de los cohetes, transportando a los compañeros durante el viaje interplanetario. Para ello, se hizo necesario diseñar el cohete y el mapa espacial. El cohete se elaboró de forma individual. Este contenía siete piezas del tangram, que debían corresponder desde color, tamaño y forma. A cada uno de los estudiantes observados se le entregó un diseño diferente. Ellos escribieron en una hoja de pedido<sup>13</sup> cuántos triángulos, cuadrados y paralelogramos necesitaban en correspondencia con el color y la forma solicitada.

Los cohetes seleccionados para este momento fueron los siguientes:



*Ilustración 15. Cohetes con Piezas de Tangram. Fase Proyecto Final de Síntesis.*

Fuente: toma propia

<sup>13</sup> Hoja de papel tipo carta, en la cual los estudiantes simbolizan la cantidad de figuras que necesitan, al interior de la prueba.

Los materiales para construir el cohete se encontraban en la bodega, ellos debían pasar una orden de compra, en la cual describían el número de piezas que necesitaban con su tamaño y color. Con este material, se inició la construcción de este, el cual fue valorado por el encargado de la bodega, quien realizó el chequeo para dar la aprobación o sugerencias de modificación con relación a la representación de las piezas y el número empleado en la hoja.

El mapa espacial, por su parte, cumplió la función de apoyar el trabajo del capitán para operar el cohete y, por lo tanto, ubicarse espacialmente. Para ello se ordenaron los planetas para seleccionar el lugar de partida y el de llegada. En este momento se cuantificó ¿cuántos planetas conforman el sistema solar?, ¿cuál es el orden con relación al sol, como punto de partida?, y desde estas coordenadas diseñar el instrumento que los orientó para llegar a Saturno. Cada estudiante elaboró de forma individual una maqueta del sistema solar y, posteriormente, un mapa con detalles que permitieron la ubicación espacial.

**Momento dos.** Los estudiantes construyeron dos cohetes empleando cajas de cartón, las cuales correspondieron en color y forma con el diseño construido en el primer momento. Por disposición del material y las implicaciones de construcción a escala mayor, se organizaron dos equipos, uno de niños en el cual los capitanes fueron Dodo y Pat y otro de niñas en el que las capitanas fueron Reina y Mirana.

Estos capitanes expusieron y guiaron a sus compañeros en el juego de la escalera interplanetaria. La dinámica se desarrolló por turnos, las fichas eran los cohetes construidos con cajas de cartón, los cuales eran abordados por los estudiantes. El primer juego fue asumido por Pat y Mirana y el segundo por Reina y Dodo. Cada uno tomó el dado y fue ubicando a los participantes; en un cohete estaban dos niñas y en el otro cohete dos niños.

En general, este último momento representa una conquista del lenguaje sobre el egocentrismo que describe Piaget (1991). El juego de reglas permite reconocer cómo interaccionan los estudiantes sus acciones y palabras, en el reconocimiento del otro y lo otro. Al respecto, este autor menciona:

Resaltemos, finalmente, que los caracteres de este lenguaje entre niños se encuentran de nuevo en los juegos colectivos o en los juegos que poseen determinadas reglas: en una

partida de bolos, por ejemplo, los grandes se someten a las mismas reglas y ajustan exactamente sus juegos individuales los unos a los otros, mientras que los pequeños juegan cada uno para sí, sin ocuparse de las reglas del vecino. (p. 32)

Con la intención de describir los procesos de comprensión con relación a la comunicación, el juego de escalera interplanetaria fue el desafío que asumieron todos los estudiantes del nivel Preescolar. “En los juegos de grupo los niños son mucho más activos y críticos mentalmente, y aprenden a aprender de ellos mismos para saber si su razonamiento es correcto o no” (Kamii, 1995, p. 47).



*Ilustración 16. Segundo Momento. Proyecto Final de Síntesis.*

Fuente: toma propia

## 4.2 Análisis de la implementación de la propuesta

Teniendo en cuenta la triangulación de la información registrada a partir de los tres instrumentos (entrevista semiestructurada, material de los estudiantes y observación), a continuación, se presenta el análisis de la información, el cual describe el proceso de comprensión observado en cada uno de los casos estudiados. El análisis se realiza a la luz del marco conceptual de la EpC, desde las cualidades de la comprensión (dimensiones y niveles). También se tienen en cuenta aportes de la teoría de Piaget (1991) y Kamii (1995), autores que describen y fundamentan la evolución del desarrollo infantil. En particular, se retoman para este trabajo aquellos elementos relacionados con la génesis de las operaciones lógicas que están involucradas en la construcción del concepto del número natural.

El proceso de análisis se presenta en los tres momentos del proyecto de aula; el cual está en coherencia con las tres fases propuestas por el marco conceptual de la EpC: exploración<sup>14</sup>, investigación guiada y proyecto final de síntesis<sup>15</sup>. Además, el análisis de este proceso de comprensión se realiza a partir de la matriz de evaluación de la comprensión del concepto de número natural (tabla 3), la cual se encuentra en el capítulo anterior; esta incluye descriptores y categorías emergentes y se diseñó para cada una de las dimensiones de comprensión: contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación; estas dimensiones se evalúan en cada uno de los niveles: ingenuo, novato, aprendiz y maestría.

#### **4.2.1 Análisis caso 1. Proceso de comprensión de Dodo.**

**4.2.1.1 Fase de exploración.** En el caso de Dodo, con relación a las características de los objetos (entrevista inicial), se observó que, al solicitarle figuras de diferentes colores y tamaños, él las señaló una a una; al momento de pasar al reconocimiento de formas como el cuadrado, rectángulo y triángulo, eligió de acuerdo a las características dadas, pero con el círculo, Dodo seleccionó el rectángulo. En el segundo bloque de la entrevista, al solicitarle que organizara el material, él empezó a buscar parejas que coincidieran en color, forma y tamaño, realizando un orden de dos en dos, tanto para las figuras geométricas, como para las regletas, sin establecer relación con la muestra completa, tal como se evidencia en las ilustraciones:



*Ilustración 17. Clasificación. Entrevista Inicial. Dodo.*

Fuente: toma propia

---

<sup>14</sup> La fase de exploración fue articulada con la entrevista inicial para realizar el proceso de análisis; con el propósito de evidenciar los desempeños con los cuales los estudiantes iniciaban el proceso del proyecto de aula. La plantilla completa se encuentra en el anexo número dos de este informe.

<sup>15</sup> La fase de proyecto final de síntesis se articuló con la entrevista final, con el interés de profundizar la observación. La plantilla completa se encuentra como anexo tres en la parte final de este documento.



*Ilustración 18. Establecimiento de Orden. Entrevista Inicial. Dodo.*

Fuente: toma propia

En el tercer momento de la entrevista, el estudiante seleccionó dos elementos de tamaño diferente y los organizó de forma vertical, de dos en dos, sin relacionar las parejas con la totalidad de los elementos.



*Ilustración 19. Seriación. Entrevista Inicial. Dodo.*

Fuente: toma propia

Para terminar este proceso de entrevista, se le solicitó que observara la distribución de los elementos sobre la mesa, en la cual se distribuyeron dos colecciones de regletas, una de ellas con mayor espacio entre sus elementos, se preguntó al estudiante: “¿quién tiene más?”. Él respondió: “usted”. Para el segundo momento se realizó comparación uno a uno. Afirmó: “son iguales”. Para el último intento en el cual se permitió que la colección que el participante manipulaba ocupara mayor espacio sobre la superficie, él expresó: “yo tengo más”.

En este mismo sentido, al tener dispuestas las regletas de los dos grupos, se le solicitó que determinara a partir del conteo cuál de los dos grupos tenía más elementos. El estudiante contó, señalando uno a uno, y llegó al diez para ambos casos. Al finalizar, se preguntó: “¿quién tiene más?”, Dodo permaneció en silencio observando las fichas y luego afirmó: “no sé”.

Otro aspecto que se tuvo en cuenta para el análisis en la fase de exploración fueron sus desempeños en los juegos exploratorios. En el juego del escondidijo, Dodo realizó una secuencia de palabras que inició en el uno y finalizó en el veinte, conservando el orden. En la golosa tiró al número uno en su primer ensayo, en el siguiente lo hizo igual, permaneciendo en la misma casilla una y otra vez sin intentar avanzar, desde la estructura del juego como tal. Finalmente, en el juego Alicia dice, el participante reconoció algunos colores, formas y material de los objetos. Esto se evidenció en los procesos de clasificación y selección de cada uno de los elementos que se solicitaron desde las formas alargadas y circulares del material reutilizable. Además, al solicitarle

que entregara un número determinado de elementos, el estudiante tomó más o menos de lo solicitado.

Estas acciones con el material en las cuales seleccionó un rectángulo cuando se le solicitó un círculo y al interior de los juegos de la fase de exploración, evidencian que el participante confunde algunas figuras geométricas desde el nombre que se le asigna y la intencionalidad del juego, lo cual se adquieren por el contacto con los demás. De acuerdo con Kamii (1995), “el origen del conocimiento social son las convenciones elaboradas por la gente. La principal característica del conocimiento social es que es enormemente arbitrario por naturaleza” (p. 21), lo cual exige un aprendizaje memorístico que el estudiante en esta etapa del desarrollo está construyendo. En este mismo sentido, Boix y Gardner (1999) afirman que, en el nivel novato, “los alumnos mezclan creencias intuitivas con fragmentos de conocimiento disciplinario” (p. 246). Sus desempeños en los juegos exploratorios y entrevista evidencian que Dodo relaciona los elementos concretos a partir de aquello que conoce y se encuentra en proceso de comprensión.

De igual forma, cuando se solicitó que ordenara el material buscando proceso de clasificación y seriación, se observó que Dodo tenía algunos conocimientos intuitivos, es considerado como la primera adaptación lógica que realizan los niños de primera infancia. Según Piaget (1991), este pensamiento les permite coordinar la experiencia sensorio-motriz y representarla. El estudiante fue asociando las acciones que la manipulación del material le permitió, por ejemplo, buscar parejas que correspondieran en color, forma y tamaño, con las cuales no se evidenció la necesidad de ordenar los elementos incluyendo la totalidad de la colección. Por otro lado, el participante manipuló el material concreto desde la percepción sin tener en cuenta las relaciones que se establecen con el mismo, pero alineó dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.

El participante realizó cuantificaciones verbales que le permitieron comparar los conjuntos, pero la disposición espacial de los mismos fue relacionada con la percepción visual, es decir, el grupo que ocupaba mayor espacio era el que tenía más elementos. Este hecho es explicitado por Kamii (1995) en estos términos: “un niño que no tiene la estructura (mental) del número, utiliza lo mejor que se le ocurre para realizar juicios cuantitativos, a saber, el espacio” (p. 23). Esta ubicación de los elementos se realiza sin convalidar la respuesta y permaneciendo en la misma casilla una y otra vez en el juego de la golosa, lo que se denomina nivel ingenuo para la dimensión de método. Como afirman Boix y Gardner (1999), “las cosas se ven como verdaderas

por propia evidencia” (p. 250); de igual forma, con la afirmación “no sé” en el cuarto momento de la entrevista, la comunicación es intuitiva sin relación con las evidencias presentadas.

Después de finalizar la fase de exploración y retomando el análisis anteriormente descrito, se observa que Dodo tenía algunos conocimientos y usos que le permitieron comparar, ordenar y agrupar elementos, lo que lo ubicó en un nivel novato en las dimensiones de contenidos y de propósitos. Así mismo, el participante no reconoció las relaciones que se establecen entre cada uno de los elementos con la cantidad total y, posterior a la confrontación, no comunicó aquello que se solicitó, situación que permitió ubicarlo en el nivel ingenuo en las dimensiones de métodos y de comunicación. Para especificar el nivel evidenciado por Dodo en la fase de exploración, se presenta en la siguiente tabla los descriptores para cada una de las dimensiones de comprensión.

*Tabla 4 Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Dodo.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	Novato: Relaciona los elementos a partir de dos criterios (color y forma o color y tamaño o forma y tamaño). Novato: Establece relaciones entre dos elementos concretos, ordenando por parejas sin relacionarlos con el total de la muestra.
<b>Métodos</b>	Ingenuo: Manipula el material reutilizable desde la percepción, sin tener en cuenta las relaciones que se establecen con el mismo. Ingenuo: Ubica los elementos de la colección sin tener en cuenta la cantidad.
<b>Propósitos</b>	Novato: Compara colecciones desde el criterio de más, menos e igual cantidad. Novato: Ordena con dificultad algunos elementos concretos construidos con material reutilizable y establece comparaciones uno a uno por imitación.
<b>Formas de comunicación</b>	Ingenuo: Responde de forma intuitiva a preguntas con relación a las características de los elementos. Ingenuo: Nombra elementos de diferentes formas geométricas y tamaños confundiendo unos con otros.

Fuente: elaboración propia

**4.2.1.2 Investigación guiada.** Se inició la fase de investigación guiada, con el **momento uno**, en el cual se presentó el personaje principal, “Alicia”, y se motivó al estudiante para enfrentar una a una las pruebas que lo llevaron a través de la imaginación en un viaje interplanetario para la comprensión del concepto de número natural. Posteriormente, en el **momento dos**, se permitió la manipulación del material reutilizable como mediador en el proceso de abstracción, a partir del cual se reconocen las características físicas para la construcción de las figuras geométricas, desde la interpretación de las indicaciones dadas; además, utilizar este tipo de material le permitió, diseñar, recortar, pintar y, finalmente, asignar un color, para de esta forma estructurar el conocimiento y las relaciones entre los elementos. En el caso particular de Dodo, el participante construyó cada figura con relación al color, forma y tamaño que se solicitó.

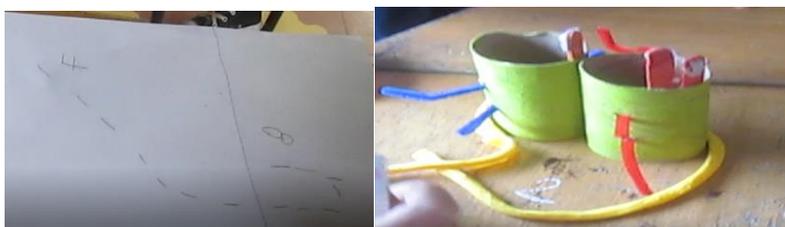
Más adelante, en la prueba dos, se entregó un paquete de figuras geométricas de diferentes tamaños, colores, formas y grosor<sup>16</sup>, se le pidió seleccionar una figura que respondiera a condiciones preseleccionadas: color y forma, el estudiante seleccionó de acuerdo con la indicación; en el segundo turno, cuando se incluyó grosor, al solicitarle un círculo amarillo grueso, eligió un triángulo amarillo grueso. Al respecto, de este desempeño Kamii (1995) afirma que la abstracción reflexiva no puede producirse independientemente de la abstracción empírica; los estudiantes necesitan construir las relaciones de diferente e iguales observando y manipulando objetos, lo que “implica que el niño debe establecer con toda clase de materiales (objetos, acontecimientos y acciones) todo tipo de relaciones si tiene que construir el número” (p. 18). En coherencia con lo anterior, la comprensión en el nivel novato como afirman Boix y Gardner (1999) se orienta a establecer nuevas generalizaciones o marcos de dominio cada vez más amplios.

En el **momento tres**, la meta de comprensión estuvo enfocada en los procesos de simbolización e intercambio de ideas, las dos pruebas permitieron la cuantificación y representación desde el conocimiento social del número natural. En este sentido, la prueba cuatro solicitó que el estudiante trazara en el material entregado, algo que le representara cada una de las estrellas fugaces que atravesaban el cielo (unas pasaban de forma individual, otras unidas para simbolizar grupos de dos o tres estrellas). En el desempeño de Dodo se evidenció un trazo de rayas. Una a una, en correspondencia con las figuras que se fueron presentando, al concluir el primer

---

<sup>16</sup> Bloques lógicos contruidos por los estudiantes en la prueba uno y dos.

ejercicio representó el número siete en escritura espejo<sup>17</sup> (Fischer, 2017). Para el segundo, Dodo realizó una figura que parecía una “U”; el estudiante fue organizando por grupos de estrellas que pasaban juntas, totalizó y trazó el número ocho. Así mismo, fue posible evidenciar en la prueba cinco, a partir de juego con los extraterrestres contruidos con material reutilizable por los estudiantes, mediante los cuales realizó colecciones que compartían el color del cuerpo como característica común, además logró cuantificar y simbolizar la cantidad solicitada. A continuación, se presenta el registro de las acciones de Dodo con el material en las cuales se registra la interacción con los elementos concretos, los cuales después de ser cuantificados se simbolizan asignando el cardinal.



*Ilustración 20. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Dodo.*

Fuente: toma propia

En el **momento cuatro**, prueba seis, se propuso la creación de una maqueta en la cual se representaron los planetas del sistema solar en orden ascendente, teniendo como referencia el ejemplo expuesto por la investigadora, en el cual se explica la secuencia y se invita a desarrollar el mismo ejercicio de forma individual, resolviendo de esta forma un problema práctico: llegar a Saturno, el planeta en el cual habita Alicia. Dodo, en esta prueba, reconoció los elementos simbólicos del número, empezó con la tiza y escribió los números del uno al ocho, iniciando la escritura de derecha a izquierda, nombrando uno a uno en orden ascendente. Estableció correspondencia por imitación con el número que se encontraba al reverso de cada planeta. El sol fue ubicado en otro lugar en un momento del ejercicio, sin interiorizar la secuencia de jerarquía en relación con el punto de referencia o de partida. Como el espacio que ocupaba en la maqueta cada planeta era mayor al del número trazado por el estudiante, Dodo empezó a correr el material, puso uno cerca del otro, pero, finalmente, la correspondencia con los números que estaban escritos se

<sup>17</sup> “Término que se designa a la escritura de letra o números como si se reflejaran en un espejo, en niños de cinco a siete años suele ser normal ya que se encuentran iniciando el proceso de simbolización” (Fischer, 2017, párr. 1).

dio solamente en los primeros planetas, como se evidencia en el siguiente registro, en el cual se visualiza un orden a pesar de no contar con la asignación del número correspondiente.



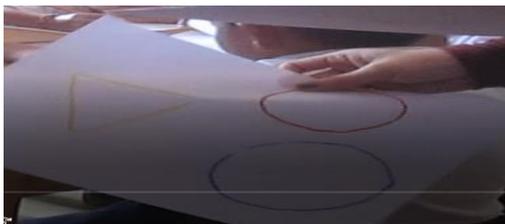
*Ilustración 21. Orden de los Planetas del Sistema Solar. Fase de Investigación Guiada. Dodo.*

Fuente: Toma propia

Los desempeños del participante evidenciaron que algunos de los esquemas se articularon en relación con la operación lógica de seriación, como fue la escritura de los números de forma ascendente y la correspondencia uno a uno, “se inicia un proceso de aplicación mecánica de los procedimientos” (Boix & Gardner, 1999, p. 249). Es decir, empieza a utilizar un esquema de orden para ubicar los elementos.

En el **momento cinco**, prueba siete, se hizo entrega de un esquema de panel de control el cual se activaba al sobreponer las figuras geométricas construidas con material reutilizable en correspondencia de color, forma y tamaño. La prueba consistió en desafiar los desempeños de los participantes en el uso de sus conocimientos, en este caso la posibilidad de adquirir estas figuras geométricas necesarias para la activación, las cuales se encontraban almacenadas en una bodega<sup>18</sup>. Una persona fue la encargada de la entrega, la cual se hizo de forma individual a partir de la descripción que el participante organizaba en su orden de pedido, es decir, utilizar un método que le permitiera completar el esquema de panel de control preelaborado. A partir de esta indicación, Dodo permaneció unos minutos observando el trabajo de sus compañeros de mesa; posteriormente, imitó las acciones de Pat con su orden de pedido, al observar cómo el compañero finalizó su prueba, es decir, empleó el mismo método, el cual consistió en poner las dos hojas juntas, una encima de la otra, para replicar el panel en la hoja de pedido y concluir de esta forma con la solicitud de esta prueba, como se evidencia en la siguiente ilustración.

<sup>18</sup> La bodega hace referencia a un lugar cerrado, el cual fue administrado por un adulto, responsable de confirmar la solicitud y entregar solo el material que se encontraba registrado



*Ilustración 22. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Dodo.*

Fuente: toma propia

Este ejercicio evidencia la necesidad de articular el número natural en diferentes situaciones. El estudiante empleó métodos de razonamiento lógico al momento de comparar cantidades. En este sentido, Kamii (1995) precisa que “antes de hacer matemáticas porque el maestro dice que es el momento de las matemáticas, se debe animar a los niños a razonar sobre las cantidades cuando sientan la necesidad y están interesados” (pp. 36-37). El participante esperó y de dio validez el método de Pat, al observar el resultado en la prueba del compañero, utilizó el mismo confiando en el resultado obtenido, a partir de un proceso de convalidación de la información, que Boix y Gardner (1999) explican para el nivel ingenuo como el reconocimiento que se le da al saber, en este nivel en alguien externo, sea un compañero o docente.

En el **momento seis**, prueba ocho, se ordenó una secuencia de palos de paleta los cuales tenían escrito cada uno los números del uno al dieciséis, en correspondencia uno a uno con una canasta de huevos que en la parte inferior contenía los mismos símbolos. El participante ordenó la secuencia de izquierda a derecha, señalando cada número con su correspondiente. Tomó uno a uno los palos de paleta y los distribuyó coordinadamente en la caja de huevo, como se evidencia en la siguiente imagen.



*Ilustración 23. Correspondencia con Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Dodo.*

Fuente: toma propia

De igual forma, en la prueba nueve, Dodo relacionó uno a uno los números del uno al dieciséis en la escalera que se trazó en el patio de la sede Educativa, correspondiendo el símbolo que estaba escrito en el piso con el número de puntos que de forma aleatoria le salió en el dado. El orden del conteo para esta actividad fue relevante. El estudiante evidenció desde sus desempeños el orden que se había estructurado, con relación a los números desde la posición de ir de izquierda a derecha y la asignación de cantidad. Dodo respondió en concordancia con cada uno de los desafíos que las casillas le solicitaron, desempeños que comunicó a partir del uso del material reutilizable, elemento pertinente debido a la poca expresión oral del participante, es decir, a las acciones que evidenciaron “un domino flexible y fácil de un sistema de símbolos” (Boix & Gardner, 1999, p. 255).

Con lo expuesto anteriormente, los desempeños en cada uno de los momentos y pruebas de la fase de investigación guiada y, por ende, las categorías de análisis que fueron emergiendo en el proceso, el participante se ubicó en la siguiente tabla que es contrastada con la matriz de evaluación de la comprensión del concepto de número natural.

*Tabla 5. Caracterización parcial Dodo. Fase de Investigación Guiada.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Aprendiz: Establece comparaciones de más, menos e igual cantidad entre colecciones.</p> <p>Aprendiz: Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Aprendiz: Ordena algunos elementos concretos por ensayo y error de tal forma que correspondan en cantidad y forma con otro conjunto, sin argumentar sus respuestas.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Aprendiz: Representa las cantidades de cada colección para dar el cardinal.</p>

	Aprendiz: Describe y evalúa el orden de la secuencia reconociendo que cada elemento concreto tiene un lugar en relación con la colección total.
<b>Formas de comunicación</b>	Novato: Comunica, a través del material reutilizable, relaciones de color, forma y tamaño del proceso cognitivo que está estructurando Novato: Utiliza elementos concretos construidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.

Fuente: elaboración propia

**4.2.1.3 Proyecto final de síntesis.** En esta fase del proyecto de aula, se tiene en cuenta para el análisis la entrevista final y el material del estudiante, para realizar el proceso de triangulación de la información de forma articulada, a partir de la descripción del desempeño de Dodo al interior del proyecto final de síntesis. Después de entregarle a Dodo el diseño del cohete que debía construir con las siete piezas del tangram, las cuales eran solicitadas en la bodega, debía diseñar una orden de pedido en la que especificaba cantidad, forma y tamaño de la figura que necesitaba. Dodo empezó a comparar el cohete con los de sus compañeros, luego tomó el marcador rojo y dibujó el triángulo mediano y el paralelogramo que era de este color. Posteriormente, tomó el marcador amarillo, dibujó el cuadrado y los dos triángulos grandes. Finalmente, tomó el marcador azul y dibujó dos triángulos pequeños. Concluyó dirigiéndose a la bodega y armó el cohete como se evidencia en la siguiente ilustración, la cual muestra la concordancia de cada uno de sus trazos con el material concreto, extrayendo características de color, tamaño, forma y cantidad.



Ilustración 24. Orden de Pedido del Cohete. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Dodo.

Fuente: elaboración propia

De la misma forma, para diseñar el mapa espacial, se le entregaron las piezas para armar una maqueta del sistema solar, a partir de la cual se ubicó con la intención de trazar el camino, las coordenadas que lo llevaron a Saturno. Es así como al recibir el material, el participante lo distribuyó sobre la mesa. Luego, fue eligiendo una a una las láminas que representaban los planetas y les asignó un orden. Posteriormente, buscó el sol y determinó el lugar correspondiente. Finalmente, trazó en orden ascendente los números. Partiendo de la maqueta realizada, inició la representación gráfica de los planetas por los cuales debía pasar para llegar a Saturno. Sus trazos los representó uno a uno en correspondencia con el orden y aspectos como tamaño y nombre. Al preguntar por el recorrido, el estudiante señaló con el lápiz cada dibujo y al tiempo expresó: *“salimos de la tierra, pasamos a Marte, Júpiter y Saturno”* (Comunicación personal, 2020).



*Ilustración 25. Orden de los Planetas para Diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Dodo.*

Fuente: elaboración propia

A partir de los desempeños de Dodo, se evidencia que en el esquema (material del estudiante) de su sistema solar, a cada planeta le asignó un espacio en la maqueta. Al designar un lugar, el estudiante reconoció cuál planeta iba antes y cuál después; es decir, se aplica el principio de inclusión jerárquica, en el cual “establece un método sistemático, consistente en buscar por comparaciones dos a dos” (Piaget & Inhelder, 1997, p. 104), realizando correspondencia de cada planeta con el número que se le asignó, de igual forma el sol ocupó su lugar en el sistema construido. En este sentido, es evidente el avance que realizó el participante al momento de presentar la información para esta fase, esto en comparación con la prueba seis, material del estudiante (Ilustración 22) en la cual ordenó los planetas en la maqueta del sistema solar, en la fase de investigación guiada en la cual la correspondencia se dio solo con los primeros planetas en

orden ascendente, sin ubicar el sol como punto de partida, como afirman Boix y Gardner (1999) en el nivel de maestría “los alumnos vas más allá de anteriores relativismos” (p. 250). En la construcción del mapa espacial, se evidenció a partir de sus interacciones con la maqueta, la comprensión del principio de orden de la operación lógica de seriación al establecer correspondencia espacial y de biunivocidad entre el número y el planeta que fue ubicado en su posición al interior del sistema solar.

Después de construir el cohete individual, se realizaron algunas preguntas orientadas a describir la experiencia individual y orientar el proceso hacia el uso del número natural en acciones grupales. Para este momento, se solicitó que, observando los cohetes de los compañeros y las piezas utilizadas, respondieran a partir de la manipulación del material algunas preguntas.

A continuación, se describe el diálogo con las preguntas y respuestas que cada estudiante socializó en el conversatorio grupal. Es importante aclarar que, por tratarse de una actividad realizada de manera grupal por los cuatro casos, esta información se retoma en el análisis de los cuatro casos, pero se describe en este participante.

**Primera pregunta:** observando los cuatro cohetes, ¿cuál fue la ficha que más se utilizó para la construcción de estos? Mirana afirmó que ella utilizó las amarillas. “¿Cuántas amarillas se utilizaron para los cohetes de todos?”. Luego, empezó a cuantificar los triángulos grandes amarillos y dio como respuesta final el número ocho. Por su parte, Reina se acercó donde Mirana y le señaló las tres figuras amarillas de su cohete y afirmó: “son tres”.

**Segunda pregunta:** ¿cuál fue la figura que menos se utilizó? En este caso, Pat señaló el triángulo rojo y dijo: “yo el triángulo mediano rojo”. Mirana señaló el paralelogramo; Dodo, el triángulo azul y expresó: “el mediano”. Reina afirmó que el mediano, esta respuesta permitió otra pregunta para ella: “¿cuál figura mediana?”. Ella se quedó callada, pensativa; Pat susurrando le dijo: “el triángulo”, ella afirmó: “el triángulo”. En este punto, se les solicitó que organizaran las figuras por el criterio que ellos eligieron. Mirana tomó el liderazgo y armó torres con cada color.

**Tercera pregunta:** ¿De qué color son las figuras que usaron más? Dodo, Pat y Mirana respondieron: “amarillo”. Reina permaneció en silencio. ¿Cuáles usaron menos? Dodo y Pat afirmaron que las rojas y Mirana señaló las azules. Frente a la discusión, Pat empezó a cuantificar los triángulos azules y afirmó: “ocho”. Dodo tomó las rojas y dio como resultado el número ocho. Frente a estas respuestas afirmaron: “son los mismos”.

Por último, se solicitó que organizaran las piezas por color, tamaños y forma, para establecer preguntas y cuantificar colecciones. En un momento, al ser asignadas diferentes colecciones a cada estudiante, Pat dijo que su grupo tenía ocho. Mirana, también contó ocho y Reina dijo: “*siete*”, frente a esta respuesta Dodo le dijo: “*usted se pasó*”, y él reinició el conteo expresando: “*doce*”. En este momento de discusión, se le solicitó a Reina que realizara una cuantificación de verificación, contó otra vez: “*uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, doce, doce, catorce, quince, dieciocho, diecinueve*”. Reina señaló una a una las figuras asignando un nombre.

El trabajo en equipo propició la cooperación y el liderazgo. Mirana asumió en cada caso la dirección del ejercicio, de igual forma se corrigieron entre ellos. Reina a Mirana, al contar sus fichas amarillas dijo: “*son tres*”, centrando el ejercicio a su cohete y Dodo con Reina al evidenciar que el conteo no era el adecuado expresó: “*usted se pasó*”. Los cuatro estudiantes reconocieron elementos propios del concepto de número natural, la clasificación, cuantificación y asignación de un cardinal a cada subconjunto, el uso del número para representar y la secuencia de orden en cada momento.

En este mismo sentido, el contrastar cantidades les permitió dar explicaciones. Pat y Dodo tuvieron un punto de diferencia, ellos recurrieron a la cuantificación la cual les permitió afirmar con argumentos: “*son iguales*”. La simbolización hasta el número diez fue realizada de acuerdo con la convención para los casos de Dodo, Pat y Mirana. Reina no había interiorizado alguna representación simbólica de números, sin embargo, diferenció letras de números, asignando un referente numérico en cada caso y un nombre a cada elemento contado.

Por otra parte, en el segundo momento de la fase de investigación guiada, Dodo, vestido de astronauta, apoyó a sus compañeros de curso a jugar en la escalera interplanetaria, cumpliendo una a una las pruebas de las casillas. Durante la actividad, se pudo observar cómo emprendió un acompañamiento silencioso. Él tomó a dos integrantes del grupo de Preescolar de la mano para indicarles el lugar de partida y el número de casillas que debían avanzar en cada turno después de ser tirado el dado. Los desafíos relacionados con acciones propias de comprensión del concepto de número natural, como saltar siete veces, indicar con los dedos de las manos el número seis, fueron desempeñados con flexibilidad y agilidad, a partir de las ideas organizadas y claras, evidencias de un nivel de maestría para la dimensión de contenido, como afirman Boix y Gardner (1999). Al preguntarle: *¿cómo se sintió acompañando a los compañeros*, expresó: “*llegar a Saturno es muy fácil, yo lo hice*”. Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, se puede afirmar

que Dodo expresó su comprensión a través de acciones y el uso de material reutilizable, pero ante un público se limita y la expresión oral es escasa, evidencia del desempeño novedoso al interior de la prueba. Como afirman Boix y Gardner (1999), existió un cambio en la forma de expresarse y así, terminar según lo esperado la prueba.

**4.2.1.4 Entrevista final.** Esta contó con tres momentos. A continuación, se describe el desempeño del participante en cada uno de ellos. En el primero se invitó a seleccionar cada una de las figuras desde algunos criterios de color, forma y tamaño para armar dos cohetes, para luego comparar las dos colecciones y cuantificar con ayuda del material. Dodo organizó en un grupo cada una de las figuras en correspondencia con los criterios establecidos. Después de cuantificar y nombrar como “ocho” el número de piezas construyó el cohete de forma descendente, seleccionando el triángulo amarillo como la parte superior. Luego, con los dos triángulos azules formó un cuadrado, seguidamente tomó dos cuadrados pequeños y ordenó uno debajo del otro. Finalizó con el paralelogramo y los dos triángulos rojos pequeños a los lados. Para el segundo cohete, tomó dos triángulos amarillos grandes y armó el cuadrado, después el triángulo amarillo, los dos cuadrados, los triángulos rojos pequeños y el paralelogramo, en correspondencia con lo solicitado. Como se evidencia en la ilustración del material del estudiante, el estudiante presentó organizadas las figuras en concordancia con la solicitud dada, demostrando un dominio del conocimiento con relación a la creación de dos conjuntos iguales.



Ilustración 26. Construcción Cohete. Entrevista Final. Dodo.

Fuente: toma propia

En el segundo, se consideró la cuantificación de objetos lógicamente, desde la representación mental de la cantidad de figuras que se necesitan para construir dos cohetes más. Dodo trazó su pedido en una hoja, al tiempo que en voz alta nombraba las figuras geométricas que iba dibujando: “necesito tres triángulos, dos cuadrados, dos triángulos para hacer un cuadrado

y un paralelogramo”. Al finalizar, afirmó: “y ya”. Se le preguntó: “¿la cantidad de piezas representadas son las necesarias para dos cohetes más?”. El estudiante expresó: “es para un cohete, me falta este”, señaló al otro lado, en donde se encontraba el cohete construido por correspondencia.

En consecuencia, empezó a dibujar otras figuras que representaban al cohete faltante, con la mirada en el segundo dibujó las piezas en forma descendente, trazando y nombrando en voz alta: “un triángulo mediano, dos triángulos para hacer un cuadrado, otros dos triángulos, dos cuadrados y otro paralelogramo. Ya dos”. Dodo tomó como referencia los cohetes construidos. Primero el que fue la base, representó en la hoja una a una las piezas y para el segundo la mirada siempre estuvo dirigida al otro; se evidenció una necesidad de manipulación y representación concreta de las figuras geométricas. Nombró el grupo de piezas identificando cantidades por cada cohete, y así finalizó e hizo la entrega.

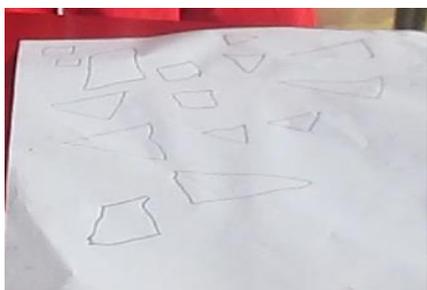
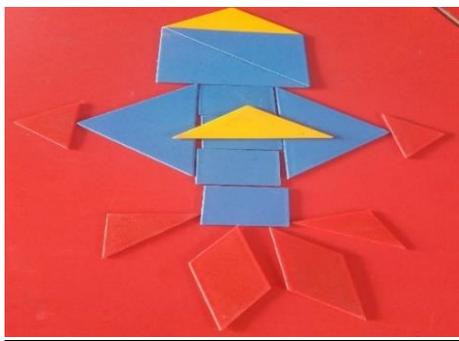


Ilustración 27. Representación de las Figuras Faltantes. Entrevista Final. Dodo.

Fuente: toma propia

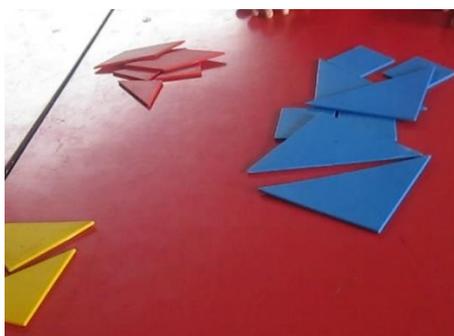
Posteriormente, se solicitó que diseñara un cohete con las piezas de los dos que estaban sobre la mesa. Él las agrupó para tomar dos triángulos azules grandes mientras expresó en voz alta: “dos triángulos azules, para hacer un cuadrado”. Posteriormente, tomó los dos amarillos, asignó uno a la parte superior, luego seleccionó los cuadrados y en la parte inferior colocó los paralelogramos. Así continuó nombrando cada acción, para finalizar sobreponiendo el triángulo amarillo mediano en el centro de la estructura. En la siguiente ilustración se evidencia la asignación de cada una de las figuras en un reconocimiento de la colección general y subgrupos al interior de la misma. Dodo clasificó al tiempo que agrupó las partes en el todo.



*Ilustración 28. Diseño del Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Dodo.*

Fuente: toma propia

En el tercer momento, se revisó el proceso de clasificación del total de figuras geométricas en subgrupos, los cuales son cuantificados y, finalmente, ordenados desde una secuencia lógica. Se orientó al estudiante para que organizara las piezas por color. Él comunicó cada acción al tiempo que ordenó así *“todos los rojos van a ir con rojos, todos los azules con azules y amarillos con amarillos”*. Al tener las piezas organizadas de esta forma, se preguntó: *“¿cuál tiene más?, ¿cuál tiene menos?, ¿cuántos elementos hay en cada subgrupo?”*. Dodo realizó conteos uno a uno, asignó el cardinal y lo representó con el número correspondiente; después de escribir cada cifra reafirmó: *“este tiene más”*, señalando las figuras azules, tal como se representa en la ilustración.



*Ilustración 29. Clasificación. Entrevista Final. Dodo.*

Fuente: toma propia

Finalmente, se motivó al estudiante a realizar otras formas de clasificación. Él respondió *“no me acuerdo”*, pero luego se realizó un ejercicio práctico de grupos, por forma y tamaño. El

proceso de entrevista se concluyó con ejercicios de secuencia lógica; primero por tamaño y luego por color, estableciendo en cada caso la asignación correspondiente.

**4.2.1.5 Análisis a partir de las dimensiones de comprensión.** A continuación, se presenta el análisis de Dodo para cada una de las dimensiones, a partir del material del estudiante, las observaciones registradas con respecto al proyecto final de síntesis y entrevista final, en tanto que los estudiantes ya “pasaron de la experimentación y la construcción de teorías a la síntesis y el desarrollo de un proyecto final de síntesis” (Stone, 1999, p. 182), el cual evidencia la comprensión alcanzada producto del trabajo realizado de forma progresiva al interior del proyecto de aula, articulado con cada uno de los elementos de comprensión que propone el marco conceptual de EpC, como apoyo práctico para la enseñanza y que se materializa en las tres fases de comprensión: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis. A continuación, se realiza el análisis y caracterización de la comprensión alcanzada por Dodo del concepto de número natural.

**4.2.1.6 Análisis a partir de las dimensiones de contenido.** El propósito estuvo orientado a reconocer las perspectivas intuitivas que el estudiante de Preescolar logró trascender y el nivel hasta el cual pudo moverse con flexibilidad a partir de las operaciones lógicas, que le permitieron construir, mediante la manipulación del material reutilizable, la comprensión del concepto de número natural. Las categorías que emergieron fueron:

- **Categoría: agrupación de elementos a partir de criterios fijos.**

Dodo, en el proyecto final de síntesis, específicamente en la creación de la orden de compra para adquirir las piezas del cohete (material del estudiante, ilustración 25), relacionó dos aspectos de las figuras: forma y cantidad, y las fue dibujando con el marcador del color al que pertenecían. Relacionó tres elementos y los representó gráficamente en la hoja, con lo cual dio respuesta a la situación planteada. De igual forma, en el tercer momento de la entrevista, Dodo construyó el cohete incluyendo todas las piezas (material del estudiante, ilustración 29). Fue del todo a las partes, lo que evidenció la comprensión de la operación lógica de clasificación, desde la reversibilidad de las acciones y la abstracción de las características físicas de los objetos como lo afirma Piaget (1991). En este caso, el estudiante logró cuantificar los subgrupos y dar el cardinal representando de forma simbólica. Al respecto, este autor menciona:

El número entero no es ni un simple sistema de inclusiones, ni una simple serie, sino una síntesis indisociable de la inclusión y de la serie, proveniente de la abstracción hecha de las cualidades y de que estos dos sistemas (clasificación y seriación), que son distintos, cuando se conservan las cualidades, se fusionan en uno sólo a partir del momento en que se hace abstracción. (p. 105)

En Dodo se evidenció abstracción para representar simbólicamente la cantidad de elementos de una colección. Por ello, es posible determinar que en esta categoría se ubicó en el nivel de maestría según lo expuesto en la EpC por Boix y Gardner (1999), quienes afirman que “los alumnos muestran redes altamente organizadas” (p. 247), puesto que el participante resolvió situaciones en las que necesitaba clasificar, cuantificar y representar la cantidad en correspondencia con la solicitud de la prueba.

- **Categoría: sucesión ordenada de elementos.**

Dodo, en el proyecto final de síntesis, material del estudiante y entrevista, reconoció un criterio de orden, desde el establecimiento de un lugar para cada planeta o figura geométrica ubicando de forma ascendente y descendente para asignar un cardinal (material del estudiante, ilustración 26), hasta establecer la cantidad de elementos de cada subgrupo y grupo en general, es decir, de las partes al todo. En este aspecto, Piaget e Inhelder (1997) afirman que “un buen ejemplo de ese proceso constructivo es el de la seriación, que consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes” (p. 104).

En este sentido, en la descripción e interpretación del proyecto final de síntesis, fue posible evidenciar en dos actividades concretas, el proceso de seriación que de forma ordenada y clara desempeñó el participante. Por ejemplo, la forma en la cual ubicó cada uno de los planetas del sistema solar y sus acciones ágiles al atravesar la escalera interplanetaria transitando una a una las casillas de forma ascendente, desempeños que demostraron el reconocimiento de un punto de partida y de llegada, lo cual permite ubicar al estudiante en el nivel de maestría, debido a que “demuestra movimientos fluidos entre una rica variedad de ejemplos específicos y generalizaciones disciplinarias amplias” (Boix & Gardner, 1999, p. 247). En este sentido, Dodo dominó el conocimiento necesario para realizar operaciones de seriación en situaciones de contexto (juego de la escalera interplanetaria, segundo momento del proyecto final de síntesis).

**4.2.1.7 Análisis de la dimensión de método.** El propósito de esta dimensión es observar los métodos que usan los estudiantes del nivel Preescolar que les permiten validar la información para solucionar situaciones; de este proceso investigativo emergieron dos categorías para esta dimensión:

- **Categoría: construcción de colecciones.**

Dodo, en el tercer momento de la entrevista final, realizó una clasificación a partir de la categoría de color, de igual forma, en este mismo escenario, para construir un cohete empleando las figuras de otros dos (material del estudiante, ilustración 29), realizó un proceso de clasificación en el cual seleccionó las figuras por semejanzas, de las partes al todo. En este sentido, la manipulación del material facilitó representar gráficamente los dos cohetes faltantes (material del estudiante, ilustración 28) para la orden de pedido, en la cual creó dos subgrupos en correspondencia con los dos cohetes que ya se encontraban armados sobre la mesa.

En el momento tres de la entrevista, como en el primer momento del proyecto final de síntesis, con la orden de pedido para construir un diseño de cohete para viajar a Saturno (material del estudiante, ilustración 25), organizó los subgrupos, los cuantificó y les asignó el cardinal de las piezas para cada uno. Esta estrategia le permitió “construir conocimiento dentro del dominio” (Boix & Gardner, 1999, p. 234). Las descripciones anteriores permitieron establecer que Dodo, con relación a esta categoría, empleó el método de clasificación por el criterio de color; al solicitarle otro criterio, en el tercer momento de la entrevista final, él afirmó: “*no me acuerdo*”, en este sentido sus acciones con el material concreto se establecen a partir de un único criterio, lo que lo ubicó en el nivel de aprendiz.

- **Categoría: procesos de orden.**

Dodo, en el proyecto final de síntesis, a partir de la construcción de la maqueta del sistema solar (material del estudiante, ilustración 26), creó un método que le permitió asignar el lugar de los planetas a partir de la secuencia ascendente en correspondencia uno a uno de dos colecciones, en la cual el participante evidenció por sus acciones que reconocía cuál iba antes y cuál después. Esta acción es descrita como método sistemático por Piaget e Inhelder (1997), lo que le permitió “validar el conocimiento en el dominio” (Boix y Gardner, 1999, p. 234), y actuar con flexibilidad y confianza durante la fase.

Otro aspecto relevante se evidenció en el momento dos de la entrevista, en la cual Dodo debía diseñar una orden de pedido para solicitar las piezas de dos cohetes más, él empezó a trazar a partir de un referente concreto; sus expresiones fueron acompañadas de acciones, trazando y nombrando en voz alta: *“un triángulo mediano, dos triángulos para hacer un cuadrado, otros dos triángulos, dos cuadrados y otro paralelogramo. Ya dos”*. Lo que se contrastó en el material (ilustración 28), en la cual el estudiante seleccionó los elementos de forma coordinada para crear una secuencia de orden en el que asignó a cada elemento el lugar que le correspondió en la construcción de los dos cohetes. Evidencias que permitieron ubicar al participante en el nivel de maestría, para esta categoría.

**4.2.1.8 Análisis de la dimensión de propósito.** Desde esta dimensión, el trabajo de campo evaluó la capacidad de los estudiantes para comprender los propósitos que orientan el conocimiento del concepto de número natural y la puesta en práctica de estos, es decir, cómo se transformaron las respuestas intuitivas en soluciones que apuntan a las pruebas del proyecto de aula, pero al mismo tiempo en los diferentes ámbitos de la vida cotidiana. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: uso de las colecciones en diferentes contextos.**

Dodo realizó clasificaciones desde el criterio de color y, al tener contruidos los subgrupos, inició la cuantificación que le permitió cumplir con las pruebas; estas habilidades de cuantificación se articularon a acciones cotidianas, como se evidenció en el proyecto final de síntesis. En el momento de las preguntas, después de construir los cohetes con las piezas del tangram: *“¿cuál fue el color de las figuras geométricas que usaron menos?”*, Dodo cuantificó para llegar a la conclusión que en dos subgrupos la cantidad era igual; de igual forma en el tercer momento de la entrevista final, al solicitarle que tomara las piezas constituyentes del cohete general, para agrupar, el participante describió cada acción así: *“todos los rojos van a ir con rojos, todos los azules con azules y amarillos con amarillos”*. Al tener el material clasificado, se preguntó: *“¿cuál tiene más o menos”* y señaló el grupo con mayor cantidad; para este caso los azules, como se evidencia en el material del estudiante (ilustración 30).

Dodo realizó conteos uno a uno y asignó el cardinal. El uso del número natural le permitió interpretar la situación vivida tal y como lo afirman Boix y Gardner (1999), “los alumnos

espontáneamente usan el conocimiento de maneras nuevas y múltiples” (p. 252). Sus desempeños evidencian un uso del número que lo lleva a jugar a la escalera interplanetaria y guiar a sus compañeros con dominio del campo, es decir, una variedad de usos posibles de lo que aprende. Con respecto a la dimensión de propósitos, en esta categoría el estudiante presentó características del nivel maestría, ya que aplicó lo comprendido sobre el concepto de número natural para representar gráficamente cantidades de grupos de elementos y establecer conexiones e interpretar situaciones numéricas en contexto, es decir, usó el conocimiento que tiene para de forma fluida resolver aquello que se solicita.

- **Categoría: creaciones de orden para establecer diferencias.**

Dodo, para crear el mapa espacial en el primer momento del proyecto final de síntesis, construyó la maqueta del sistema solar para ubicar el lugar de salida (Tierra) y llegada (Saturno). Este momento fue realizado por el estudiante ubicando las imágenes de los planetas en forma ascendente (material del estudiante, ilustración 26), identificando que cada planeta ocupaba un lugar, el cual fue numerado, de igual forma actuó para diseñar la orden de pedido de los dos cohetes faltantes (material del estudiante, ilustración 28). En los trazos es evidente el contraste una a una de las piezas en relación con cada cohete que estaba sobre la mesa construido con material físico. Dodo trascendió de lo empírico a lo abstracto en la representación que se encuentra en su material.

Al respecto, Boix y Gardner (1999) afirman que “cuando la comprensión deja de ser información acumulada en la mente de los alumnos y se convierte en un permiso para la acción, deben ser tomados en cuenta nuevos aspectos de la comprensión” (p. 236). En este sentido, al evaluar las construcciones de Dodo, se evidenciaron secuencias lógicas que respondían a criterios de color, forma y tamaño, alternando las fichas con las que se armó el cohete, en los que se evidenció el uso del conocimiento. Con respecto a esta categoría, se puede concluir que Dodo logró el nivel de maestría, pues diseñó y usó el material reutilizable en las acciones solicitadas y, con base en los resultados de sus acciones previas, diseñó el mapa interplanetario, ubicando el lugar de salida y de llegada, es decir, reinterpretó una experiencia para construir otra a través de la manipulación e interacción de sus conocimientos con el elemento concreto.

**4.2.1.9 Análisis de la dimensión de formas de comunicación.** En esta dimensión se evaluó el uso de la comunicación por parte de los estudiantes, a través de la cual se evidenciaron las

formas de expresión que les permitieron explicar con claridad las ideas y hacerse entender en cada uno de los momentos del proyecto de aula, de las entrevistas y las interacciones con el material, compañeros e investigadora. Las categorías emergentes fueron:

- **Categoría: nombrar cantidades de elementos.**

Dodo nombró elementos concretos teniendo en cuenta la cantidad de objetos y el tamaño; concluyó este proceso integrando las palabras con las acciones y usó el material para realizar representaciones gráficas como, por ejemplo, en la orden de pedido de las piezas para otros dos cohetes en el momento dos de la entrevista, Dodo empleó expresiones como *“necesito tres triángulos... dos triángulos para hacer un cuadrado”*. Al finalizar la representación, se le preguntó: *“¿la cantidad de piezas representadas son las necesarias para dos cohetes más?”* Dodo señaló el material concreto que representa uno de los cohetes construidos y afirmó: *“es para un cohete, me falta este”*, iniciando a partir de este momento la representación de las piezas para el segundo cohete, dando, de esta forma, respuestas orales y gráficas desde la indicación (material del estudiante, ilustración 28).

Partiendo de la descripción anterior y de las afirmaciones de Boix y Gardner (1999), se concluye que Dodo alcanzó el nivel de maestría, en el que “los alumnos emprenden ricos desempeños de comprensión y se mueven con flexibilidad y expresividad dentro del género o tipo de desempeño en cuestión” (p. 254). En este caso, Dodo representó de forma gráfica las piezas para otros dos cohetes en el segundo momento de la entrevista, al agrupar las figuras en un cohete que las incluyera todas, para clasificar e identificar y, posteriormente, contar y asignar el cardinal, para de esta forma afirmar cuál colección tenía más elementos; las relaciones establecidas entre la operación lógica de clasificación y seriación de los elementos, lo llevaron a representar desde el símbolo numérico la cantidad solicitada.

- **Categoría: interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.**

Dodo realizó secuencias de elementos en los cuales le dio un nombre a cada acción; un ejemplo de ello fue la elaboración del esquema de los planetas, en el que estos permanecían en un lugar y, a partir de esta referencia, asignó otro planeta, antes o después del ya dispuesto sobre el espacio de la maqueta. Sus desempeños fueron flexibles y le permitieron comunicar en el juego de

la escalera interplanetaria: “llegar a Saturno es muy fácil, yo lo hice”. Al respecto, Boix y Gardner (1999) afirman que “los alumnos demuestran un fácil acceso y un dominio flexible o ágil en diferentes formas de representación de lo que saben o una elevada maestría en un sistema de símbolos específicos” (p. 255).

Con respecto a esta categoría, Dodo se ubicó en el nivel de maestría, pues utilizó los elementos concretos para generar orden e identificar cuándo faltaba alguno; así mismo, expresó cuál elemento faltaba y en qué posición iba, además, empleó más de un sistema de representación y símbolos. Lo anteriormente descrito, es decir, los niveles alcanzados por Dodo durante el trabajo de campo, a partir de la descripción de cada una de las dimensiones y las categorías que emergieron, se resumen en la siguiente tabla.

*Tabla 6. Caracterización Final. Proyecto Final de Síntesis. Dodo.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Maestría: Resuelve situaciones en las que necesita clasificar, cuantificar y representar gráficamente elementos de la colección.</p> <p>Maestría: Establece orden con lo cual se asegura de contar una sola vez cada elemento, para dar el cardinal y explicar las acciones sobre los elementos ordenados.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Maestría: Selecciona los elementos de forma ascendente o descendente para crear una secuencia de orden en el que asigna a cada elemento el lugar que le corresponde.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Maestría: Aplica lo comprendido sobre el concepto de número natural para representar gráficamente cantidades de grupos de elementos y establecer conexiones.</p> <p>Maestría: Comprende que existe un orden de la secuencia y se adelanta en las posiciones de los elementos de la muestra.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Maestría: Expresa de forma gráfica las relaciones que establece entre la operación lógica de clasificación y seriación de los elementos que lo llevan a representar desde el símbolo numérico la cantidad solicitada.</p>

Maestría: Es coherente al utilizar elementos concretos para generar orden e identificar cuando alguno falta.

Fuente: elaboración propia

#### 4.2.2 Análisis Caso dos. Proceso de comprensión de Mirana.

**4.2.2.1 Fase de exploración.** En la entrevista Mirana tomó cada objeto según la indicación de color dada, también eligió el cuadrado, triángulo, círculo y rectángulo y los tamaños desde la referencia de pequeño y grande. Posteriormente, se solicitó organizar todos los elementos que se encontraban sobre la mesa, desde un criterio propio. Mirana seleccionó las fichas de la colección y las dispuso una al lado de la otra, en forma de línea horizontal separándolas por color.



Ilustración 30. Clasificación. Entrevista Inicial. Mirana.

Fuente: Toma propia

Luego, al ser entregado un grupo de regletas, ella empezó a tomar una a una las barras, y por ensayo-error, comparó los elementos dejándolos de forma horizontal sobre la mesa, en concordancia con el orden ascendente solicitado.



Ilustración 31. Seriación. Entrevista Inicial. Mirana.

Fuente: toma propia

A partir de la distribución de dos colecciones de regletas con la misma cantidad sobre la mesa en la cual una de ellas tenía más espacio entre los elementos, se preguntó: *¿quién tiene más?* La estudiante respondió: *“las suyas”*. Posteriormente, se ordenaron comparando una a una, para

que Mirana reconociera la igualdad, al confirmar que son equivalentes, se separó un poco las del grupo de ella y se le preguntó: “¿quién tiene más?”. Mirana respondió: “*las mías, porque vea se le pasó a la suya*”.

En este punto, se propició un diálogo con preguntas y manipulación del material: “¿cuántas fichas tienes tú?”. Ella empezó a cuantificar uno a uno y dijo: “diez”. Para lo cual se le preguntó: “¿cuántas tengo yo?”. Ella realizó un conteo y afirmó: “diez”; entonces, “¿quién tiene más?”, Mirana respondió: “*son iguales*” y, “¿por qué tú tienes más aquí?”, se le señaló el grupo de fichas: “*No sé*”. Se quedó en silencio y luego afirmó: “*porque están separados*”.

Otro elemento de este proceso de exploración fueron las acciones de Mirana en los juegos. Se inició con el escondidijo, en su turno: “*uno, dos, tres, cuatro, cinco...*”. Así realizó el conteo la estudiante que finalizó en el diez, para salir a buscar a los otros participantes. Más adelante, en el juego de la golosa, siguió la secuencia tanto desde la coordinación motriz como desde el orden numérico, reconoció los números que se encontraban dibujados en el piso y tiró la roca (a la que se designa en el juego, turra). Finalmente, en el juego del Rey dice, la participante reconoció colores, formas y material de los objetos. Esto se evidenció en los procesos de clasificación y selección de cada uno de los elementos que se solicitaron. Además, al pedirle que entregara un número determinado de elementos, la estudiante toma más o menos de lo solicitado.

En el caso de Mirana se observa que, en el proceso de reconocimiento de los objetos, y en los momentos dos y tres de la entrevista, estableció orden y clasificación a partir de las acciones de comparar y separar, para construir conjuntos partiendo del criterio de color. Además, al solicitarle que organizara las barras empezó a tomar una a una por ensayo-error, ordenando toda la colección en forma ascendente. Boix y Gardner (1999) afirman que en el nivel aprendiz se emplean métodos que parten de los conocimientos intuitivos, y con apoyo “pueden dudar y ser autocríticos” (p. 248), convalidando de esta forma sus respuestas.

En este mismo sentido, la estudiante en el cuarto momento de la entrevista escuchó las orientaciones que se le dieron y empezó a manipular el material desde la percepción global de los elementos en el espacio físico; asignó respuestas intuitivas; luego, al solicitarle que realizara un proceso de conteo de los dos grupos de regletas, concluyó que tenían la misma cantidad. Esta asignación de cardinal la hizo dudar y al pensar con detenimiento afirmó: “*porque están separados*”, característica de pensamiento operatorio, en el que “los niños conservan la igualdad de dos grupos de elementos cuando dan respuestas correctas, para explicar por qué creen que las

dos filas tienen la misma cantidad” (Kamii, 1997, p. 13). Esta fue una respuesta por compensación, razonamiento que le permitió regresar al momento en el que se compararon las dos colecciones para establecer la igualdad y desprenderse de la percepción visual.

A partir del proceso de análisis, en coherencia con Boix y Gardner (1999), de la fase de exploración anteriormente descrita, se puede afirmar que Mirana, en relación con la comprensión del concepto de número natural, se encuentra en un nivel de aprendiz, para las dimensiones de contenidos y métodos. Se apreció cómo la estudiante establecía relaciones entre los objetos a partir de sus esquemas de acción e intuición inicial, pero con relación a la dimensión de propósito la estudiante se encuentra en el nivel novato, debido a que las impresiones intuitivas la hacen dudar al momento de argumentar sus respuestas o tomar la cantidad de elementos solicitados, esta asignación la realizó agrupando más o menos, como en el juego de Alicia dice. Y en la dimensión de comunicación en una categoría se ubicó en aprendiz y en la otra en novato en consideración que la estudiante nombró secuencias numéricas sin establecer representaciones de la cantidad, y de esta forma entregar el total de elementos solicitados. En la siguiente tabla se describe el nivel que tiene la estudiante en cada dimensión a partir de esta fase de exploración inicial.

*Tabla 7. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Mirana.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Aprendiz: Establece comparaciones de más, menos e igual cantidad entre colecciones.</p> <p>Aprendiz: Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Aprendiz: Ordena algunos elementos concretos por ensayo y error de tal forma que correspondan en cantidad y forma con otro conjunto, sin argumentar sus respuestas</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Novato: Compara colecciones desde el criterio de más, menos e igual cantidad.</p>

	Novato: Ordena con dificultad algunos elementos concretos contruidos con material reutilizable y establece comparaciones uno a uno por imitación.
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Aprendiz: Razona y usa la operación lógica de clasificación para responder a los requerimientos que en situaciones de la vida cotidiana se le solicita.</p> <p>Novato: Utiliza elementos concretos contruidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.</p>

Fuente: elaboración propia

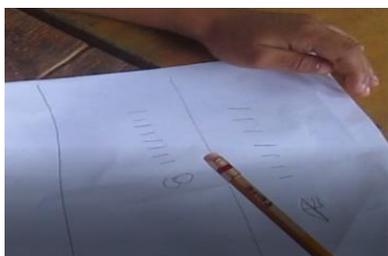
**4.2.2.2 Investigación guiada.** Inició la fase de investigación guiada, con el **momento uno**, presentando a Alicia; el personaje que guía el desarrollo de los desempeños de los estudiantes, a partir de cada uno de los seis momentos y las nueve pruebas. Posteriormente, en el momento dos se permitió la manipulación del material reutilizable como mediador en el proceso de abstracción, a partir del cual se construyó el material que fue empleado en algunas de las pruebas siguientes, para propiciar el reconocimiento de las características físicas: la abstracción empírica y la abstracción reflexionante, a partir de la selección de unas en comparación con las otras (Piaget & Inhelder, 1997). Como ocurrió en la prueba dos y tres en la cual Mirana estableció con el material relaciones de color, tamaño y formas; al solicitarle un triángulo pequeño rojo, eligió la figura; por su parte, en el segundo turno, al solicitarle un cuadrado azul grueso, eligió un cuadrado azul delgado.

El **momento dos**, pruebas tres, juego en el que se seleccionaba de un paquete la figura correspondiente, propició la abstracción reflexionante al asignar atributos a un elemento concreto, el cual, posteriormente, es nombrado, particularizado y seleccionado en situaciones de contexto. La participante construyó cada una de las figuras geométricas en correspondencia con las indicaciones; la elección de las mismas generó algo de confusión en el caso de Mirana al incluir una condición nueva, grosor, pero es solucionado de forma acertada en posteriores acciones.

En el **momento tres**, la meta de comprensión estuvo enfocada en los procesos de simbolización e intercambio de ideas, las dos pruebas permitieron la cuantificación y representación desde el conocimiento social del número natural. En este sentido, la prueba cuatro solicitó que el estudiante trazara en el material de apoyo algo que le representara cada una de las estrellas fugaces que atravesaban el cielo (unas pasaban de forma individual, otras unidas para

simbolizar grupos de dos o tres estrellas). El trabajo fue grupal; a continuación, se describen las interacciones que Mirana tuvo con los otros estudiantes observados.

Inició la representación gráfica con el objeto concreto; dibujó una estrella, al ser orientada por Pat: *"No, tenía que ser una raya"*, empezó a asignar rayas por cada estrella que pasaba, este trazo se realizó de izquierda a derecha. La estudiante instauró a cada símbolo (cada raya) un número de referencia estableció conteos uno a uno y al finalizar dio el cardinal. En el primer ejercicio, después de contar, afirmó que eran siete estrellas, la representación simbólica del número no ha sido interiorizada, ella dijo: *"no sé hacer el siete"*, por ello solicitó que se lo dibujen: *"me lo hace"*; en ese instante, Dodo la orientó para que lo realizara como el número uno: *"es como el uno, ¿cierto?"*. Mirana trazó el uno y Pat finalmente le corrige, trazando una raya horizontal en la mitad del número. Para el segundo ejercicio, continuó con la interpretación y escribió el número ocho como cantidad total al final del grupo de elementos contados, como se evidencia en la siguiente ilustración:



*Ilustración 32. Simbolización. Fase Investigación Guiada. Mirana.*

Fuente: toma propia

Otro elemento que se resalta del trabajo de campo en esta prueba, fueron las interacciones de los estudiantes; desde el intercambio de ideas, Pat le indicó a Mirana que la simbolización se realizaba con *"rayas"*, de igual forma se corrigieron entre ellos, Mirana trazó el número siete como un uno, Pat intervino agregando una raya en el medio para representar la cantidad. *"Por tanto, un principio fundamental de la enseñanza en el campo lógico – matemático consiste en evitar tanto el reforzar la respuesta correcta como la corrección de las respuestas incorrectas, y, en cambio, alentar el intercambio de ideas entre los niños"* (Kamii, 1995, p. 45).

Posteriormente en la prueba cinco, clasificación y simbolización de la cantidad de elementos de la colección, a partir de las características de los extraterrestres construidos con material reutilizable, Mirana tomó el material y empezó a organizar por el color del cuerpo,

estableciendo de esta forma seis grupos. Cada uno contenía dos elementos. Al finalizar, se solicitó que representara la cantidad de elementos. Ella escribió el número dos para cada colección, como se evidencia en el registro del material del estudiante:



*Ilustración 33. Simbolización Extraterrestres. Fase Investigación Guiada. Mirana.*

Fuente: toma propia

En el **momento cuatro**, prueba seis, se propuso la creación de una maqueta del sistema solar. Mirana ordenó los números uno a uno de izquierda a derecha, inició el mismo proceso con los planetas, pero encontró la necesidad de expandir la distribución, esto, porque el espacio que ocupan los números trazados es menos que el de las figuras de los planetas. A partir del razonamiento lógico que empleó en la entrevista inicial para responder a la pregunta: ¿por qué si las regletas tienen la misma cantidad, el espacio que ocupan en la mesa es diferente? (“*porque están separadas*” argumento empleado por Mirana). En este mismo sentido, Mirana intentó reordenar su material, los planetas son más grandes, pero son los mismos ocho que los números trazados con la tiza; es decir, Mirana optó por cambiar de método, organizando de derecha a izquierda aquellos que se encuentran más alejados, en un ejercicio de ensayo y error, en el que intentó incluir cada uno comparando las dos colecciones, como se evidencia en el siguiente registro:



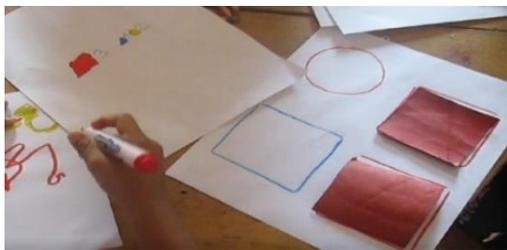
*Ilustración 34. Orden de los Planetas. Fase de Investigación Guiada. Mirana.*

Fuente: toma propia

Los desempeños de la participante evidenciaron que algunos de los esquemas se articularon en relación con la operación lógica de seriación, como fue la escritura de los números de forma ascendente y la correspondencia uno a uno. Por otra parte, el sol, que era un criterio de partida para establecer relaciones de inclusión jerárquica, desapareció en la organización, y en el material de trabajo del estudiante cumplió, en ocasiones, el papel de un planeta más, es decir, sin un punto de partida. La secuencia se perdió debido a la ausencia del orden del conjunto total de elementos.

En el **momento cinco**, prueba siete, se hizo entrega de un esquema de panel de control el cual se activaba al sobreponer las figuras geométricas construidas con material reutilizable que se encontraban en la bodega. La prueba consistió en la posibilidad de adquirir estas figuras geométricas necesarias para la activación a través de una orden de pedido. La entrega se hacía de forma individual a partir de la descripción que el participante organizaba, es decir, utilizar un método que le permitiera completar el esquema de panel de control preelaborado. A partir de esta indicación la participante tuvo los siguientes desempeños.

Mirana representó en la hoja de pedido algunas figuras geométricas a las cuales les asignó el símbolo de un número. En el primer momento, el diseño del cohete contenía cuatro figuras geométricas grandes, un círculo rojo y tres cuadrados, dos rojos y uno azul. Ella después de escuchar las indicaciones, con el lápiz inició el pedido, solicitó tres cuadrados rojos, un triángulo azul y dos círculos amarillos. Se interpreta que la estudiante escribió el número natural como un nombre, el cual no estaba en relación con la representación mental y simbólica desde el principio de inclusión jerárquica de los elementos enumerados. Posteriormente, con apoyo de la investigadora, la cual invitó a la participante a confrontar el ejercicio y manipular el material que solicitó, Mirana lo sobrepuso en su panel de control, para confirmar que le sobraban unas figuras y le faltaban otras. Finalmente, al comprobar que le sobraba un cuadrado rojo, y que necesitaba uno azul, se propuso escribir nuevamente aquello que le hacía falta y organizó una orden nueva en correspondencia con la cantidad que necesitaba. Al respecto, Boix y Gardner (1999), afirman: “con apoyo, algunos alumnos examinan consecuencias prácticas, lógicas, sociales y morales de usar el conocimiento” (p. 252). Teniendo en cuenta lo anterior, en el nivel aprendiz los estudiantes van espontáneamente reinterpretando sus experiencias a partir de lo aprendido, como se observa en la siguiente imagen.



*Ilustración 35. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Mirana.*

Fuente: toma propia

En el **momento seis**, prueba ocho, se ordenó una secuencia de palos de paleta con una canasta de huevos. Mirana señaló uno a uno los palos de paleta, organizando en correspondencia biunívoca sus acciones con el material; se evidenció la coordinación y agilidad con la cual desarrolló el ejercicio. En la siguiente ilustración se registró la entrega final.



*Ilustración 36. Correspondencia Palos de Paleta. Fase Investigación Guiada. Mirana.*

Fuente: toma propia

De igual forma, en la prueba nueve Mirana relacionó uno a uno los números del uno al dieciséis en la escalera que se trazó en el patio de la sede Camilo González, correspondiendo el símbolo que estaba escrito en el piso con el número de puntos que de forma aleatoria le salió en el dado, y los desempeños en los desafíos que implicaron pasar una a una las casillas y llegar a la salida de la escalera interplanetaria.

Con lo expuesto anteriormente, los desempeños de Mirana evidencian la transformación progresiva de su comprensión del concepto de número natural, que, a través de cada una de las interacciones y especialmente a la manipulación de elementos construidos con material reutilizable, van posibilitando la ampliación de redes de conocimiento en variadas situaciones, como la orden de pedido para el panel de control y la asignación de cardinal a cada una de las

colecciones que construyó y que reafirman el nivel de aprendiz evidenciado en la exploración inicial y avanza en la dimensión de propósitos, comunicando con creatividad y liderazgo el dominio de sus razonamientos, durante la fase de investigación guiada (Boix & Gardner, 1999). Lo anterior, se muestra en la siguiente tabla, la cual es contrastada con la matriz de evaluación de la comprensión del concepto de número natural

*Tabla 8. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Mirana.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Aprendiz: Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Aprendiz: Ordena algunos elementos concretos por ensayo y error de tal forma que correspondan en cantidad y forma con otro conjunto, sin argumentar sus respuestas.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Aprendiz: Representa las cantidades de cada colección para dar el cardinal.</p> <p>Aprendiz: Describe y evalúa el orden de la secuencia reconociendo que cada elemento concreto tiene un lugar en relación con la colección total.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Aprendiz: Razona y usa la operación lógica de clasificación para responder a los requerimientos que en situaciones de la vida cotidiana se le solicita.</p> <p>Aprendiz: Expresa con claridad las diferencias de tamaños y formas, identificando el lugar que cada uno ocupa en la secuencia.</p>

Fuente: elaboración propia

**4.2.2.3 Proyecto final de síntesis.** Para cumplir el desafío de pilotear el cohete espacial y llegar a Saturno, el planeta de “Alicia”, Mirana en esta fase necesitó construir el diseño del cohete

y el mapa espacial, para posteriormente realizar el viaje. El cohete se elaboró a partir de las siete piezas del tangram, que debían corresponder desde color, tamaño y forma, a un diseño que fue entregado y que Mirana debía reinterpretar en una hoja de pedido. Es decir: ¿cuántos triángulos, cuadrados y paralelogramos se necesitaban?

Después de escuchar las indicaciones y recibir la hoja en la que debía realizar la orden de pedido, la estudiante en voz alta dijo: “*un triángulo, un triángulo mediano, dos grandes, un cuadrado, un triángulo pequeño azul y este ¿cómo se llama?*” El último que señaló fue el paralelogramo, la investigadora le dijo el nombre de la figura. Después del reconocimiento visual, tomó marcadores, dibujó un triángulo, luego afirmó: “*profe, este es un triángulo mediano*”. Se aclaró que el encargado de la bodega no recibe órdenes de forma oral, solo aquellas que están por escrito y del color que se representen las fichas, serán entregadas. Mirana observó la imagen del cohete para solicitar el marcador rosado y trazó dos triángulos grandes, pidió el marcador amarillo y mientras los coloreó, expresó: “*estos son los dos triángulos grandes*”. Posteriormente, tomó el marcador azul, dibujó dos triángulos y expresó: “*dos triángulos chiquitos*”. Luego dibujó el cuadrado amarillo y para finalizar trazó el faltante y los números, así:



*Ilustración 37. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.*

Fuente: toma propia

Posteriormente, para la construcción del mapa espacial, Mirana tomó el material para elaborar la maqueta. La primera lámina que fijó fue el sol, luego, ordenó uno a uno de forma ascendente cada planeta, finalizó asignando el número natural, iniciando en el uno para terminar en el ocho. Con este material construido, inició el diseño del mapa espacial, en el cual dibujó la Tierra como punto de partida y así, continuar con Marte, Júpiter, para finalizar con Saturno como punto de llegada.



*Ilustración 38. Orden de los Planetas para diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.*

Fuente: toma propia

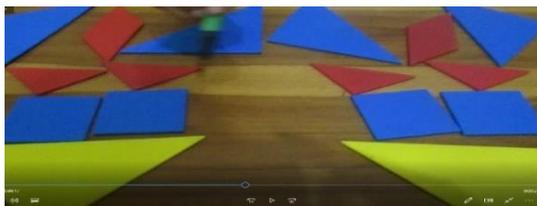
Por lo tanto, a partir del material del estudiante, fue posible analizar que Mirana inició ubicando la lámina del sol, el cual fue el punto de partida. Después tomó las láminas de los planetas y los ordenó de forma ascendente; el que estaba más cerca del sol hasta el último. Para finalizar, trazó los números del uno al ocho de izquierda a derecha.

En este caso, el método es operatorio, ya que un elemento cualquiera E está comprendido de antemano como simultáneamente mayor que los precedentes ( $E > D, C, B, A$ ) y menor que los siguientes ( $E < F, G$ , etcétera), lo que es una forma de reversibilidad por reciprocidad. (Piaget & Inhelder, 1997, p. 104)

Se observa que Mirana comprendió el orden jerárquico y la relación con los números en correspondencia uno a uno.

Ya que Mirana tenía listo el diseño previo, construyó el cohete con cajas de cartón, el cual fue piloteado por ella; la participante guio a sus compañeras de nivel Preescolar en el juego de la escalera interplanetaria. La participante tomó el dado e inició el recorrido, las pruebas le exigieron saltar tres veces, tomar diez fichas, ordenar una secuencia de números que se entregaron en desorden y totalizar elementos, asignando la simbolización del número correspondiente; así, el recorrido fue ágil y sin retrocesos. Los puntos del dado se representaron en cada una de las casillas, evidenciando de esta forma la relación que hacía Mirana entre los desafíos y sus desempeños al momento de cumplir cualquier prueba. Además, en el turno de Reina, se presentaron algunas dificultades para dar las orientaciones del juego. Mirana, de forma autónoma, apoyó a su compañera en el desarrollo de cada una de las pruebas, es decir, el conocimiento trascendió de simples conceptos y contenidos a ser usado para reinterpretar el juego y guiar a sus compañeras a Saturno (Boix & Gardner, 1999).

**4.2.2.4 Entrevista final.** A continuación, se describe el desempeño de Mirana en cada uno de los momentos de la entrevista. En el primero se invitó a la participante a seleccionar las fichas que necesitaba para construir dos cohetes. Mirana eligió una a una las figuras geométricas y las ordenó de forma descendente al tiempo que construyó el cohete en correspondencia con el color y forma solicitada. Únicamente en la primera indicación, eligió un triángulo amarillo grande, en vez del mediano; ella estableció un cambio de tamaño, el cual mantuvo en la construcción del segundo cohete. Al finalizar, realizó cuantificaciones para nombrar como “ocho” el número de piezas de cada cohete y como “dieciséis” el total.

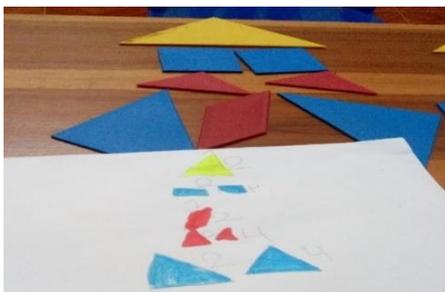


*Ilustración 39. Construcción Cohete. Entrevista Final. Mirana.*

Fuente: toma propia

En el segundo momento de la entrevista, la participante inició la construcción de la orden de pedido con la cual solicitó las figuras geométricas para dos cohetes más. Dibujó cada una de las piezas del cohete, en orden descendente, y finalizó asignando el cardinal de cada grupo de fichas del cohete dibujado.

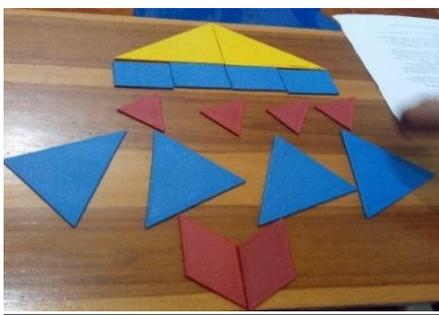
Mirana afirmó haber concluido este momento; entregó la orden del diseño terminado, pero se le hizo una claridad: “*recuerda que se necesita solicitar las figuras geométricas para dos cohetes más*”. Ella observó su hoja y dijo: “*para uno*”. Luego expresó: “*¿cómo estos dos?*” Señaló los cohetes anteriormente construidos por ella y empezó a contar las figuras geométricas que estaban sobre la mesa; para ello, empleó el material concreto y estableció la cuantificación de cada subgrupo señalando una a una, pero sin separarlas de la estructura del cohete. Inició de forma contraria, esta vez de abajo hacia arriba, colocando en la hoja la cantidad total por pieza. Mirana empleó una asociación de la cantidad de cohetes que era necesario construir con los ya diseñados, que se encontraban sobre la mesa, se apoyó en este material concreto y realizó una cuantificación por subgrupos de figuras geométricas para dar el cardinal solicitado. En la ilustración del material del estudiante se evidencia la asignación de cantidad por figura, Mirana creó un proceso de orden e inclusión, el doble de aquella representación gráfica, resultado de contar las figuras concretas.



*Ilustración 40. Representación de Figuras Faltantes. Entrevista Final. Mirana.*

Fuente: toma propia

En el tercer momento se realizó un proceso de clasificación de las fichas que se encontraban sobre la mesa, es decir, los dos cohetes se articularon en uno, la participante tomó un triángulo amarillo y lo puso en la parte superior de la mesa. En segundo lugar, tomó el grupo de los cuadrados para distribuirlos uno al lado del otro, al observar que el espacio que ocupaban era mayor, recurrió al otro triángulo amarillo y, con las dos figuras iguales, armó un triángulo de mayor tamaño. En tercer lugar, seleccionó el grupo de los triángulos pequeños y los ordenó uno al lado del otro; este mismo proceso hizo con el grupo de triángulos grandes, para finalizar con los paralelogramos.



*Ilustración 41. Diseño de Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Mirana.*

Fuente: toma propia

Se solicitó, posteriormente, que clasificara las fichas por color, indicando que utilizara otra manera. Empleó la característica de forma y cuantificó, estableciendo comparaciones y representación simbólica de la cantidad. Luego, se solicitó que usara otra condición de orden, ella respondió “no sé”, y se le planteó la posibilidad de ordenar por tamaños. Realizó la acción y a

partir de allí construyó, con el acompañamiento de la investigadora, secuencias lógicas de seriación a partir de las características de color (rojo, amarillo, azul), de tamaños (grande, mediano, pequeño).

**4.2.2.5 Análisis a partir de las dimensiones de comprensión.** Como se dijo anteriormente, el proceso realizado por Mirana permite presentar un análisis final de su desempeño de comprensión, en esta fase de proyecto final de síntesis, sin embargo, es importante tener presente que dicho nivel está influenciado por su desempeño a lo largo del desarrollo del trabajo de campo. A continuación, se realiza el análisis detallado de su comprensión apoyada en la triangulación de los datos.

**4.2.2.6 Análisis de la dimensión de contenidos.** En esta se analiza el dominio alcanzado por la estudiante, a partir de la construcción progresiva de redes conceptuales cada vez más ricas, lo que le posibilita actuar con dominio en relación con las operaciones lógicas de seriación y clasificación. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: agrupación de elementos a partir de criterios fijos.**

La estudiante reconoció colores, formas y tamaños en las figuras geométricas. Consideró tanto las semejanzas como las diferencias para construir grupos y subgrupos de elementos, los cuales organizó a partir del criterio de color y forma principalmente (momento tres de la entrevista final). En relación con esta condición, en el proyecto final de síntesis inició la representación de su orden de pedido nombrando al tiempo que trazaba la figura en la hoja (material del estudiante, ilustración 38). Describió el proceso en voz alta, asignando características a cada pieza desde cantidad, forma y tamaño: “*un triángulo, un triángulo mediano, dos grandes, un cuadrado, un triángulo pequeño azul...*”. Finalmente, agrupó por color y forma empleando el material que se encontraba sobre dos cohetes, en el momento dos de la entrevista, en la cual se le solicitó representar una orden de pedido para dos cohetes más (material del estudiante, ilustración 41), desafío que implicó cuantificar las cantidades y representar con el número natural desde un proceso de abstracción.

Las actividades desarrolladas por Mirana en la fase de proyecto final de síntesis, así como sus respuestas en la entrevista y los datos aportados desde el material de la estudiante, permiten

determinar que alcanzó el nivel de maestría con respecto a esta categoría, puesto que explicó con argumentos válidos cada una de sus acciones y reconoció las diferencias y semejanzas de los elementos concretos abstrayendo el principio de inclusión jerárquica y de clase; estas relaciones, que se establecen entre los objetos y las inferencias, se asocian con la comprensión de la operación lógica de clasificación (Boix & Gardner, 1999).

- **Categoría: sucesión ordenada de elementos.**

Mirana, en la creación de la maqueta (material del estudiante, ilustración 38), inició con el sol como punto de partida, luego, organizó los planetas uno a uno y los enumeró. Este ejercicio puso en evidencia la interiorización del principio de orden jerárquico en las acciones de la estudiante, así como lo afirma Piaget e Inhelder (1997), en el proceso de ir ordenando cada elemento en forma ascendente. De igual forma, en la entrevista para representar las figuras faltantes en la orden de pedido, contrastado con el material del estudiante (ilustración 41) y a partir de las acciones en el juego de la escalera espacial, se evidenció en la participante el uso de la operación lógica de seriación.

Teniendo en cuenta la descripción anterior, es posible determinar que la estudiante interpretó correctamente situaciones en las que esta operación lógica se encuentra involucrada, es decir, comprendió el orden jerárquico; “a partir de la cual se crearon nuevas asociaciones” (Boix & Gardner 1999, p. 247). Así mismo, orientó a sus compañeros en ejercicios prácticos para contar una sola vez cada casilla; estos desempeños corresponden al nivel de maestría en esta categoría.

**4.2.2.7 Análisis de la dimensión de método.** Con respecto a esta dimensión, durante el desarrollo del proyecto de aula y en particular para esta fase, se buscó determinar en qué medida son usados diferentes métodos y de esta forma confirmar sus acciones. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: construcción de colecciones.**

Mirana, en el proceso, logró agrupar las piezas de los dos cohetes por criterios de color y forma (tercer momento de la entrevista); además, empleó un reconocimiento visual del esquema para representar la cantidad de figuras que necesitaba para construir otros dos cohetes más, el cual revisó paso a paso. De igual manera, representó cada figura a partir de la representación mental y

descripción oral de la misma, lo que le permitió comparar cantidades y acompañar cada acción con su respectivo nombre y número de piezas requeridas, las cuales fueron representadas gráficamente: “*un triángulo, un triángulo mediano...*” (material del estudiante, ilustración 41). Con estos métodos, logró representar gráfica y simbólicamente las cantidades de los subgrupos para, finalmente, totalizar las piezas cuantitativamente. Este desempeño permitió ubicarla en la etapa tres de los procesos de clasificación descrita por Piaget e Inhelder (1997), en la que reconoce las clases y subclases de las colecciones.

Con la descripción e interpretación del proyecto final de síntesis, se pudieron determinar aspectos relevantes en el proceso de comprensión de esta categoría. La participante se ubicó en el nivel de maestría al comprobar, a partir de sus acciones, la utilización de diferentes criterios (color y forma) para clasificar el material y establecer cuantificaciones que le permitieron comparar cantidades; además, “usa una variedad de métodos efectivamente” (Boix & Gardner, 1999, p. 249), con los cuales se convalidan sus acciones para, posteriormente, representar el cardinal.

- **Categoría: procesos de orden.**

Mirana ubicó los planetas del sistema solar incluyendo el punto de partida, el cual, de forma ascendente, la llevó a crear la secuencia para llegar al planeta mayor o, en relación con la prueba, el más alejado del sol. Se observó (material del estudiante, ilustración 39) que comprendió el orden jerárquico y la relación con los números en correspondencia uno a uno; así mismo, fue posible observar en el segundo momento de la entrevista, la representación simbólica del número de piezas faltantes. Mirana construyó un esquema de cuantificación, un orden para asignar cantidades que inició de forma descendente (asegurándose de esta forma de contar una sola vez cada grupo de figuras), que registró en su material (ilustración 41), es decir, construyó un método que consideró varios elementos dentro de un proceso, lo que le permitió validar su acción (Boix & Gardner, 1999). En esta categoría, se puede afirmar que Mirana se ubicó en el nivel de maestría, dado que reconoció los elementos necesarios para crear una secuencia de orden en el que asignó a cada elemento el lugar que le corresponde.

**4.2.2.8 Análisis de la dimensión de propósito.** Para esta dimensión se observó en qué medida los estudiantes comprenden los diferentes usos de número natural a partir de una intención clara. Las categorías que se presentan para esta dimensión son:

- **Categoría: uso de las colecciones en diferentes contextos.**

Mirana, considerando el conocimiento adquirido en pruebas anteriores, se desafiaba a sí misma para interpretar lo que ocurría y dar solución al problema, el cual compartió con sus compañeros. Un ejemplo de esto ocurrió con Pat y Reina durante toda la fase, a los cuales acompañó guiando sus acciones; en este sentido, durante el desarrollo de preguntas en la fase de proyecto final de síntesis en el conversatorio grupal, en cada cuestionamiento, Mirana lideró las acciones y se desempeñó empleando el número natural para confirmar sus respuestas. Frente a la pregunta de cuál figura geométrica se usó más, ella empezó a cuantificar los triángulos amarillos, al final, le asignó la cantidad “ocho”.

En la entrevista durante el segundo momento, fue posible observar su desempeño individual, el cual la llevó a crear colecciones abstractas (sin contar con el material concreto), cuantificó subgrupos, en correspondencia asignó el cardinal y lo representó en el material del estudiante (ilustración 41). Son estos desempeños los que permiten ubicarla en el nivel de maestría, en el cual, de acuerdo con Boix y Gardner (1999), se tiene consciencia del uso del conocimiento y de forma autónoma interactúan con lo otro y los otros, desarrollando posiciones personales de tal manera que “los alumnos demuestran que son dueños de lo que han aprendido, se sienten más poderosos para usar el conocimiento” (p. 253).

- **Categoría: creaciones de orden para establecer diferencias.**

Mirana creó la maqueta del sistema solar, teniendo en cuenta un punto de partida (el sol) y luego organizó una a una las imágenes de los planetas, estableciendo el lugar que le correspondía en el espacio y desde el proceso de simbolización con el número natural (material del estudiante, ilustración 39). En la perspectiva de Boix y Gardner (1999), “esta dimensión evalúa la capacidad de los alumnos para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento, su capacidad para usar el conocimiento en múltiples situaciones” (p. 235). Por lo tanto, el principio de orden fue evidente en diferentes momentos: la estudiante reconoció los turnos en el juego de la escalera interplanetaria y el orden de la secuencia numérica que inició en uno y terminó en dieciséis para este juego; de igual forma, en la entrevista, cuando seleccionó las fichas para armar los otros dos cohetes que hacían falta, creó una relación uno a uno para representar cada pieza. Con respecto a esta categoría, se situó en el nivel de maestría porque actuó de forma

espontánea usando el conocimiento correctamente, frente a diversas situaciones de la vida cotidiana.

**4.2.2.9 Análisis de la dimensión de formas de comunicación.** En esta se focalizó la observación y posterior análisis, alrededor del reconocimiento que presentan los participantes de las relaciones que a nivel de lenguaje se establecen con los otros, qué tanto se hacen comprender. Para esta dimensión surgieron dos categorías:

- **Categoría: nombrar cantidades de elementos.**

Mirana evidenció, desde sus desempeños, el dominio de diferentes formas de representación, que le permitieron articular cada elemento en la creación final, es decir, en el desafío de la construcción de una orden de pedido para solicitar los materiales para dos cohetes más. Ella empleó el material concreto que se encontraba sobre la mesa y, a partir del mismo, relacionó la acción anterior con una nueva (dos cohetes más), agrupando la cantidad de fichas por color y forma que necesitaba cuantificar y dando totales acordes con lo solicitado. De igual forma, durante el desarrollo del juego de la escalera interplanetaria, la estudiante respondió (saltando tres veces, tomando diez fichas, totalizando colecciones, entre otras, desempeños registrados como material del estudiante) a cada prueba empleando las operaciones lógicas de seriación y clasificación. Mirana asignó simbolización del número correspondiente con respecto a la cantidad de objetos y a las acciones para pasar casilla por casilla, en su turno y en el que acompañó a Reina.

Es este sentido, Boix y Gardner (1999) precisan que, en el nivel de maestría, “los alumnos aprenden ricos desempeños de comprensión y se mueven con flexibilidad y expresividad dentro del género o tipo de desempeño en cuestión” (p. 254). Al respecto, la estudiante mostró liderazgo durante el trabajo de campo, evidenciando la seguridad con la cual asumió las pruebas a partir del uso de operaciones lógicas de clasificación y seriación de los elementos, lo que la llevaron a representar, desde el símbolo numérico, la cantidad solicitada, al tiempo que acompañó a sus compañeros en las construcciones individuales, interactuando en conversaciones en las que apoyó los desempeños de los otros, ubicándose en el nivel de maestría.

- **Categoría: interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.**

Mirana empleó el material reutilizable para establecer relaciones de orden, en las cuales reconoció las diferencias de tamaños y las secuencias que le permitieron organizar de forma ascendente los elementos de la maqueta del sistema solar y expresar aquello que ordenó en sus esquemas mentales desde la acción y manipulación de los mismos (material del estudiante, ilustración 39). Por lo tanto, en la fase del proyecto final de síntesis, la estudiante actuó con flexibilidad liderando las pruebas y terminando cada momento con agilidad, lo que en ocasiones conllevó a ser imitada por sus compañeros, quienes le dieron credibilidad a sus trabajos y respuestas, como ocurrió en el cierre del momento dos (juego de la escalera interplanetaria), en el cual acompañó de forma espontánea a Reina. “También se ven como público de otros y son capaces de ofrecer una retroalimentación reflexiva” (Boix & Gardner, 1999, p. 256).

Después de describir e interpretar el proceso de comprensión de Mirana, se observó que fue coherente al utilizar el material para generar orden e identificar cuándo alguno de los planetas faltaba, ubicando uno a uno en la posición correspondiente, por esta razón y lo descrito anteriormente, la participante alcanzó el nivel de maestría, con relación a esta categoría.

Lo anteriormente descrito, es decir, los niveles alcanzados por la participante en este trabajo de campo, a partir de la descripción de cada una de las dimensiones y las categorías que emergieron, se resumen en la siguiente tabla.

*Tabla 9. Categorización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Mirana.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Maestría: Resuelve situaciones en las que necesita clasificar, cuantificar y representar gráficamente elementos de la colección.</p> <p>Maestría: Establece orden con lo cual se asegura de contar una sola vez cada elemento, para dar el cardinal y explicar las acciones sobre los elementos ordenados.</p>
<b>Métodos</b>	Maestría: Utiliza diferentes criterios de clasificación de material, realizando cuantificaciones y comparaciones.

	Maestría: Selecciona los elementos de forma ascendente o descendente para crear una secuencia de orden en el que asigna a cada elemento el lugar que le corresponde.
<b>Propósitos</b>	Maestría: Aplica lo comprendido sobre el concepto de número natural para representar gráficamente cantidades de grupos de elementos y establecer conexiones. Maestría: Comprende que existe un orden de la secuencia y se adelanta en las posiciones de los elementos de la muestra.
<b>Formas de comunicación</b>	Maestría: Expresa de forma gráfica las relaciones que establece entre la operación lógica de clasificación y seriación de los elementos que lo llevan a representar desde el símbolo numérico la cantidad solicitada. Maestría: Es coherente al utilizar elementos concretos para generar orden e identificar cuando alguno falta.

Fuente: elaboración propia

### 4.2.3 Análisis Caso tres. Proceso de comprensión de Pat.

**4.2.3.1 Exploración.** Al iniciar el proceso de entrevista, los objetos fueron elegidos desde el reconocimiento de los colores primarios y dos tamaños: grande y pequeño. Luego se le dio la indicación de organizar las fichas desde criterios propios. “*Organiza como tú crees que van*”, a lo que Pat preguntó: “*¿cuadro con cuadro?*”. Frente al interrogante se le orientó: “como tú crees que van”. El estudiante empezó a tomar una a una las fichas organizando una hilera, que terminó con las piezas grandes puestas una al frente de la otra, conservando el color para formar parejas.



Ilustración 42. Clasificación. Entrevista Inicial Pat.

Fuente: toma propia

Con las barras del paquete de regletas, el estudiante fue seleccionando uno a uno los objetos de la colección, una ficha pequeña con una de mayor tamaño. Al finalizar la secuencia, se le

recordó la indicación: “ordenar del más pequeño al más grande”, Pat afirmó con su cabeza que realizó esta acción.



Ilustración 43. Seriación. Entrevista Inicial. Pat.

Fuente: toma propia

Más adelante, se dispusieron dos colecciones de regletas con la misma cantidad, una de ellas con mayor espacio entre los elementos, frente a la pregunta: *¿quién tiene más?*, en el primer momento, el estudiante afirmó: “usted”. Luego de contrastar a partir de la correspondencia uno a uno, para separar espacialmente uno de los grupos de tal forma que las barras de Pat ocuparan mayor espacio en la superficie, al preguntar: *¿cuál tiene más?*, él afirmó: “la mía, porque yo cogí muchas”.

Al solicitarle a Pat que contara la cantidad de elementos que él tenía, empezó a señalar uno a uno y le asignó un número que inició en el uno y terminó en el diez, luego se le pidió que realizara la misma acción con el otro grupo, dando como resultado el número diez. Se le preguntó: *¿quién tiene más?*, el estudiante afirmó: “los dos”, *¿por qué?*, “porque sí”, concluyó Pat.

En el otro momento de esta fase exploratoria, al iniciar el juego escondidijo, el estudiante giró el cuerpo contra la malla de la arquería e inició un conteo, así: “uno, dos... nueve, diez, once, veinte, catorce, veintiséis, veintisiete, veinte”. Regresó a la posición inicial y corrió a buscar los participantes. En la golosa estableció relaciones de orden en el juego, inició tirando la piedra en el uno, luego al dos y así, sucesivamente, mencionando cada uno con el nombre que tiene asignado de forma convencional. Finalmente, en el juego de Alicia dice, el participante reconoció colores, formas y material de los objetos. Esto se evidenció en los procesos de clasificación y selección de cada uno de los elementos que se solicitaron del material reutilizable. Además, al pedirle diferentes cantidades de un mismo elemento, el estudiante tomó más o menos de lo solicitado.

De este proceso de exploración inicial se observó que Pat, por su parte, en los momentos uno, dos y tres de la entrevista y el juego de Alicia dice, reconoció diferencias de tamaños y colores

entre el material concreto. En el momento de clasificar y ordenar, empleó las figuras geométricas y las regletas una al lado de la otra desde la relación de parejas en las que mantenía el color y la forma sin establecer relaciones con el total de la colección. En este sentido, Boix y Gardner (1999) afirman que en el nivel novato “los alumnos afirman conexiones simples” (p. 247), es decir, hay una relación entre dos elementos, pero aún frágil para establecerlo con el total de los elementos.

Además, las respuestas de Pat son intuitivas; tuvo en cuenta la distribución espacial del material sobre la mesa para verificar sus acciones y realizó cuantificaciones verbales. Como afirma Kamii (1995), “los niños pueden saber cómo recitar números en una secuencia correcta, pero no eligen necesariamente utilizar esto como una herramienta segura” (p. 41). El estudiante asignó un nombre a cada uno de los elementos, lo que le permitió comparar la información, sin ser un medio de confrontación confiable, por ello en un primer momento ante la pregunta: “¿quién tiene más?”, el estudiante afirmó: “iguales”; al indagar: ¿por qué?, él dijo: “porque sí”. De igual forma en el juego de la golosa, el participante nombró uno a uno los números trazados en el piso y siguió la secuencia de forma ascendente. Al respecto Boix y Gardner (1999) relacionan estas acciones en las cuales “los alumnos siguen los cánones de desempeños específicos ritualmente” (p. 254). Seguir ciertas pautas sociales no se convierte en un indicador de que se haya adquirido la capacidad de contar y comprender cantidades de forma lógica, esta comunicación evidencia un desempeño novato.

Al finalizar la fase de exploración y retomando el análisis anteriormente descrito, en el cual se observó que Pat evidenció algunos conocimientos y usos que le permiten comparar, ordenar y agrupar elementos, lo que lo ubicó en un nivel novato en las dimensiones de contenidos y de propósitos. Así mismo, el participante desconoció las relaciones que se establecen entre cada uno de los elementos con la cantidad total y posterior a la confrontación, comunicó de forma aún egocéntrica aquello que se solicitó, situación que permitió ubicarlo en el nivel novato en las dimensiones de métodos y de comunicación. En la fase de exploración los desempeños de Pat se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 10. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Pat.

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Novato: Relaciona los elementos a partir de dos criterios (color y forma o color y tamaño o forma y tamaño).</p> <p>Novato: Establece relaciones entre dos elementos concretos, ordenando por parejas sin relacionarlos con el total de la muestra.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Novato: Clasifica elementos por imitación formando grupos con material reutilizable.</p> <p>Novato: Alinea dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Novato: Compara colecciones desde el criterio de más, menos e igual cantidad.</p> <p>Novato: Ordena con dificultad algunos elementos concretos construidos con material reutilizable y establece comparaciones uno a uno por imitación</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Novato: Comunica, a través del material reutilizable, relaciones de color, forma y tamaño del proceso cognitivo que está estructurando.</p> <p>Novato: Utiliza elementos concretos construidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.</p>

Fuente: elaboración propia

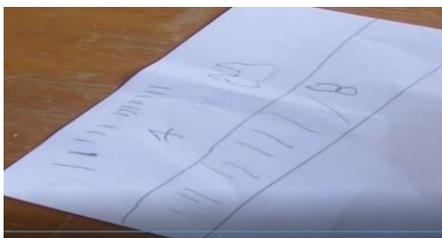
**4.2.3.2 Investigación guiada.** Se inició la fase de investigación guiada, con el **momento uno** en el cual se explicaron las metas de comprensión acompañadas por “Alicia”, personaje guía del proceso. Más adelante, en el **momento dos**, pruebas uno y dos, se propició la manipulación del material reutilizable como mediador en el proceso de abstracción, a partir del cual se reconocen las características físicas para la construcción de las figuras geométricas. Pat realizó la figura solicitada, reconoció nombres y colores; al momento de la investigadora hacer preguntas a sus compañeros, él se adelantó y dio las respuestas, las cuales fueron reafirmadas por aquellos a quienes estaba dirigido el cuestionamiento.

En la prueba tres a partir de un juego por equipo, se le pidió seleccionar de un paquete de figuras geométricas de diferentes tamaños, formas, colores y grosor, una de ellas para atender al

comentario siguiente, que respondiera a condiciones preseleccionadas. En los dos turnos que tuvo Pat, se pudo observar que, en el primero, debía tomar un círculo pequeño azul, el cual seleccionó; en el segundo, se le solicitó un círculo amarillo grueso y eligió un círculo amarillo delgado.

En cuanto a la construcción del concepto de número natural, Piaget (1991) afirma que existen dos tipos de abstracción: la primera es la que se relaciona con lo físico, conceptos que hacen parte de la abstracción empírica, que son de percepción visual y hacen referencia a una sola característica; la segunda se relaciona con procedimientos lógicos. En esta prueba se realizan solicitudes coherentes con la construcción de relaciones entre los objetos, evidenciando un ejercicio de abstracción reflexionante desde las relaciones que se establecen entre estos elementos, es decir, el reconocimiento de dos o tres características y su clasificación para realizar la selección de la figura solicitada, al incluir un nuevo elemento: grosor, particularmente, en el último turno de Pat. En el juego se posibilitó la confrontación inmediata y de esta forma evaluar desde lo práctico y así “refinar, transformar o reemplazar estas intuiciones iniciales” (Boix & Gardner, 1999, p. 231). En este sentido, Pat actuó de acuerdo con los conocimientos que tenía, generando discusiones grupales que apuntaron a comprender a profundidad las características de los objetos.

En el **momento tres**, prueba cuatro, se le solicitó al participante que trazara en el material del estudiante algo que le representara cada una de las estrellas fugaces que atravesaban el cielo. El trabajo lo realizó en correspondencia con el material que se iba presentando uno a uno. Al finalizar el primer ejercicio, empezó a manifestar dudas, escuchó a Mirana, la cual expresó en voz alta la cantidad “*siete*”, él borró sus trazos iniciales y dibujó rápidamente rayas y escribió el número siete afirmando: “*ah, no sabe hacer el siete, tan fácil, yo me lo sé*”; este símbolo no estaba en correspondencia con la cantidad de elementos del conjunto. De igual forma ocurrió en el segundo ejercicio, la representación en rayas que hizo Pat es de nueve, mayor que el cardinal asignado. Él realizó una cuantificación en voz alta con la cual dio como cardinal el número “*ocho*”, por lo que se interpreta que saltó un elemento en el proceso, dando como resultado el cardinal que por consenso se representó en la mesa y estaba en concordancia con lo asignado. Este estudiante expresó de forma espontánea las respuestas; en sus acciones se reconoce el deseo de ser el primero, por ello al momento de contar y trazar las rayas presentó algunos errores de conteo, como se evidencia en el registro de las acciones de Pat con el material.



*Ilustración 44. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Pat.*

Fuente: elaboración propia

Posteriormente en la prueba cinco, la cual requería del uso de los extraterrestres elaborados anteriormente con material reutilizable, para la creación de colecciones, Pat tomó uno a uno y los ordenó por parejas, evidenciando con esta acción que la característica del color del cuerpo fuera la condición para agrupar. Con lo expuesto anteriormente, se buscó realizar la mediación y propiciar otras formas de clasificar los elementos, en la medida que se propició el logro de la meta y se ampliaron “conceptos y métodos disciplinarios, a integrar su creciente cuerpo de conocimientos y a poner en práctica una comprensión cada vez más compleja y sofisticada” (Stone, 1999, p. 113). Pat comenzó a participar y a establecer diferentes formas de clasificar; este momento se cerró con ejercicios de cuantificación y asignación de representación simbólica a las colecciones. Él seleccionó un conjunto de cuatro elementos y los representó con el cardinal y expresó en voz alta “*cuatro*”. En este sentido, en el material del estudiante se registraron las acciones iniciales de agrupación, cuantificación y asignación de cantidad, desempeños que lo ubican en el nivel de aprendiz. Boix y Gardner (1999), con respecto a la dimensión de comunicación para este nivel, afirman: “los alumnos se comprometen con ricos desempeños de comprensión y se mueven con flexibilidad y expresivamente dentro del género” (p. 254). Así se puede observar en la siguiente ilustración.



*Ilustración 45. Simbolizaciones extraterrestres. Fase Investigación Guiada. Pat.*

Fuente: toma propia

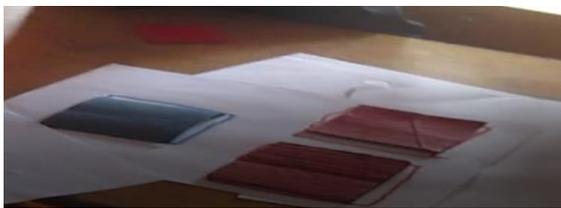
En el **momento cuatro**, prueba seis, con respecto a la representación de la maqueta, Pat escribió los números en orden ascendente y empezó a relacionar los planetas de igual forma. El espacio que ocupaba cada número era menor que el ancho de los círculos de los planetas; en consecuencia, para un planeta quedaron asignados varios números, el estudiante continuó realizando la correspondencia con el siguiente, lo que dejó por fuera del orden algunos elementos. Finalizó el ejercicio y observó que quedaban algunos planetas y el sol sin organizar; en ese instante, intentó incluir aquellos que estaban por fuera a partir de un orden propio sin perder el esquema empleado, es decir, los ubicó a los lados. Como afirman Boix y Gardner (1999), “la convalidación o justificación tiende a centrarse en la experiencia inmediata” (p. 250).



*Ilustración 46. Orden Planetas. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Pat.*

Fuente: toma propia

En este sentido, en el **momento cinco**, prueba siete, se hizo entrega de un esquema de panel de control. El esquema de comando de Pat constaba de tres cuadrados grandes, dos rojos y uno azul; tomó la hoja que debía utilizar para realizar su pedido y la sobrepuso al del panel, imitando las piezas desde color, forma y tamaño. El estudiante no utilizó el número natural en este ejercicio. Para esta prueba, Pat buscó “prevalecer sus creencias intuitivas” (Boix & Gardner, 1999, p. 246), en tanto que no se preocupó por averiguar o contrastar sus respuestas con la de sus compañeros. Al finalizar, cada pieza cumplió con lo solicitado; por lo tanto, fue aprobado. El estudiante estableció correspondencia de color, forma y tamaño, como se evidencia en el siguiente registro:



*Ilustración 47. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Pat.*

Fuente: toma propia

En el **momento seis**, prueba ocho, para ordenar la secuencia, Pat sujetó uno a uno los palos de paleta, nombrando cada número en el orden que se encontraban y estableció correspondencia uno a uno, relacionándolos con cada uno de los números dibujados en la caja de huevos; en la ilustración se puede apreciar cómo terminó su actividad, en la cual se evidencia el reconocimiento visual de los símbolos en concordancia unos con otros.



*Ilustración 48. Correspondencia Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Pat.*

Fuente: toma propia

De igual forma, Pat en la prueba nueve, juego de la escalera planetaria, relacionó uno a uno los números que representaban las casillas del piso, con el dado del juego, realizando conteos simples del uno al diez, correspondiendo el símbolo que estaba escrito con el número de puntos del dado que de forma aleatoria le salió con los pasos en el juego. Partiendo de los desempeños del participante, fue posible observar que, con relación a las colecciones, agrupación y simbolización, como ocurrió en la prueba cinco: los extraterrestres, Pat se ubicó en nivel aprendiz; por otro lado, en las categorías que refiere a lo que se observó con relación al orden, prueba seis, maqueta del sistema solar, intentó relacionar cada número con el correspondiente planeta, alineando dos grupos de elementos en relación uno a uno. Él se perdió, con relación al objetivo

inicial, y ubicó los planetas a partir de la capacidad espacial de la maqueta, es decir, los “objetivos no se vinculan claramente o se hace mecánicamente” (Boix & Gardner, 1999, p, 251).

Se evidenciaron avances con relación a la comprensión del concepto de número natural. Se observó la asignación de pasos en la escalera, los cuales estaban en correspondencia con cada punto del dado. La segunda acción relevante fue el reconocimiento de la escritura simbólica del número, que estaba trazado en el piso, nombró con la palabra socialmente asignada hasta la cantidad diez y, la tercera acción, fue la representación de cantidades con su propio cuerpo y con el material concreto. Lo cual lo ubica en unos descriptores en novato y otros en aprendiz.

*Tabla 11. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Pat.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Aprendiz: Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Novato: Alinea dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Aprendiz: Representa las cantidades de cada colección para dar el cardinal.</p> <p>Novato: Ordena con dificultad algunos elementos concretos construidos con material reutilizable y establece comparaciones uno a uno por imitación.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Aprendiz: Razona y usa la operación lógica de clasificación para responder a los requerimientos que en situaciones de la vida cotidiana se le solicita.</p> <p>Novato: Utiliza elementos concretos construidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.</p>

Fuente: elaboración propia

**4.2.3.3 Proyecto final de síntesis.** El participante tuvo el rol de capitán, al asumir esta responsabilidad se le asignaron dos funciones, una en relación con la construcción del diseño del cohete y el mapa espacial, y la otra de pilotear la nave y llevar a sus compañeros a través del juego de la escalera interplanetaria de la Tierra hasta Saturno. Para el diseño del cohete, se le entregó un diseño con siete piezas del tangram. Al recibirlo, empezó a comparar con el de sus compañeros, luego tomó el marcador y afirmó: “yo voy a hacer un círculo”. Mirana lo miró y expresó: “No, porque no tenemos círculos”. Tomó el diseño que le fue asignado, cuantificó cada una de las piezas y expresó: “profe, necesito siete”, e inició sus trazos. Para finalizar, tomó el marcador azul y coloreó dos triángulos pequeños y dijo: “ya, ya puedo armar mi cohete”. Se dirigió a la bodega y armó el cohete con las piezas adquiridas a través de la orden de pedido como se evidencia en la ilustración de la parte inferior.



Ilustración 49. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Final de Síntesis. Pat.

Fuente: toma propia

Al finalizar la creación del esquema con piezas de tangram para el cohete espacial, Pat inició la construcción de la maqueta del sistema solar, a partir de las piezas de cada uno de los planetas y el sol, como referentes para diseñar el mapa espacial. Pat tomó el material con los círculos enumerados del uno al ocho y las láminas de los planetas y el sol, que se encontraban dentro de un paquete, él lo abrió y los depositó sobre la mesa, eligió una a una las láminas al azar y les asignó el lugar que les correspondía, luego con la tiza escribió los números de forma ascendente. Del mismo modo, inició la representación gráfica del mapa espacial, teniendo como referencia la maqueta. Dibujó la Tierra, posteriormente los dos planetas intermedios y Saturno como lugar de llegada. Finalmente, dibujó el cohete en el cual se transportaría y la línea que indicó el recorrido, como se muestra en la siguiente ilustración.



Ilustración 50. Orden de los Planetas Para Diseñar el Mapa Espacial. Fase de Proyecto Final de Síntesis. Pat.

Fuente: toma propia

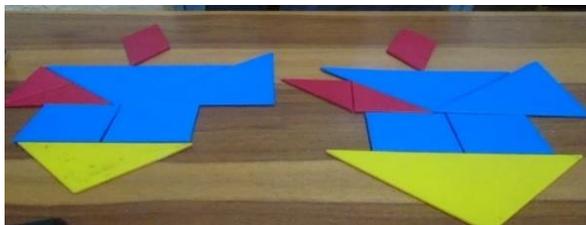
En el esquema de su sistema solar, cada planeta fue ubicado en un espacio en la maqueta, a partir de esta acción fue posible observar el reconocimiento que construyó Pat de la secuencia de orden; cuál planeta iba antes y cuál después, y así, realizar, posteriormente, una correspondencia en la cual a cada figura le asignó un número, de igual forma el sol fue el punto de partida, ocupó su lugar en el sistema construido.

Por otra parte, la segunda función del capitán consistió en apoyar a sus compañeros de nivel Preescolar en el juego de la escalera interplanetaria. Pat inició su turno tirando el dado, realizó la cuantificación y orientó a sus compañeros a realizar en pasos la correspondencia con los puntos; posteriormente, enfrentó una a una las pruebas afirmando: “*fácil, yo sé hacer eso*” y así, uno a uno cada desafío. El participante demostró desde su expresión y comunicación del conocimiento flexible y adecuado (Boix & Gardner, 1999). En este caso, la relación entre la escalera interplanetaria y los desafíos que implicó acompañar a los dos participantes dentro del cohete espacial a Saturno.

**4.2.3.4 Entrevista final.** En el primer momento, Pat eligió una a una las piezas en correspondencia con lo solicitado, y realizó una cuantificación que dio como resultado el número ocho. Posteriormente, construyó el cohete uniéndolo espacialmente desde la coordinación de lados y formas; este era compacto en el ensamble.

Posteriormente, se le solicitaron las piezas necesarias para crear otro cohete, que estuviera en correspondencia con el ubicado en la mesa. En los desempeños de Pat se observó que tomó una a una las figuras geométricas para el segundo cohete, inició la selección de arriba hacia abajo con correspondencia de color, forma y tamaño en todas las piezas, menos en la primera; el triángulo

amarillo era mediano y él eligió uno grande para el segundo. Como se observa en la siguiente ilustración.



*Ilustración 51. Construcción Cohete. Entrevista Final. Pat.*

Fuente: toma propia

En el segundo momento de la entrevista, se le solicitó realizar una orden de pedido de las piezas que hacían falta para construir dos cohetes más, en correspondencia con los dos que ya estaban sobre la mesa. Pat tomó la hoja y empezó a dibujar una a una las figuras geométricas del cohete tal cual fue ensamblado. Inició por el triángulo amarillo de la parte superior y terminó con el paralelogramo, pero dibujando otro cohete. De forma ascendente representó gráficamente correspondiendo cada ficha por el lugar que ocupa en el espacio de la mesa. Finalizó escribiendo el número dos, para designar la cantidad de cohetes que era necesario construir.

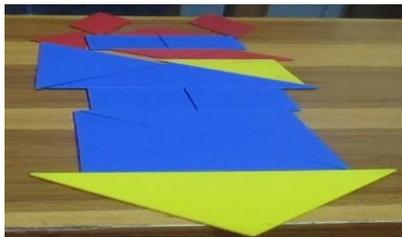


*Ilustración 52. Representación Figuras Faltantes. Entrevista Final. Pat.*

Fuente: toma propia

En el tercer momento, se pidió que uniera las piezas de los dos cohetes para construir uno. Pat escuchó la orientación, eligió el triángulo amarillo grande para la parte delantera, luego dos triángulos azules grandes, unió las piezas buscando coincidir lado con lado y dijo: “*armé un cuadrado*”. Buscó dos cuadrados medianos para asignar la posición en la parte inferior y distribuyó

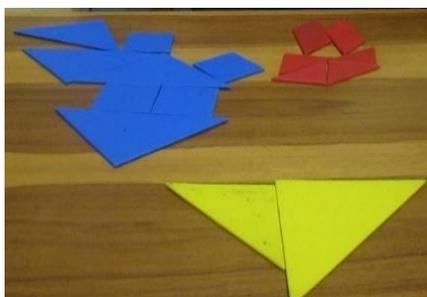
las figuras de arriba hacia abajo, articulando los lados de las figuras en correspondencia con el espacio que ocupaban las otras.



*Ilustración 53. Diseño Cohete Incluyendo Todas las Piezas. Entrevista Final. Pat.*

Fuente: toma propia

Se finalizó con algunas actividades de clasificación y secuencias lógicas, en este sentido se le solicitó a Pat que organizara las piezas por subgrupo de color. Con el grupo de fichas ordenadas como se evidencia en la ilustración 55, se solicitó que las ordenara de otra forma, que generara otras posibilidades de clasificación. Para ello, Pat tomó las fichas de cada color y armó una figura en la que ensambló cada lado con el de otra figura geométrica, construyendo formas compactas que conservaban el color. Al motivar al estudiante para organizar el material por otro criterio, él permaneció en la categoría del color; de ahí en adelante se orientó y acompañó el trabajo hacia los tamaños, estos fueron clasificados y cuantificados para finalizar estableciendo desde las orientaciones de secuencias lógicas.



*Ilustración 54. Clasificación. Entrevista Final. Pat.*

Fuente: toma propia

**4.2.3.5 Análisis a partir de las dimensiones de comprensión.** El análisis de Pat se presenta a continuación, caracterizando el nivel de comprensión del concepto de número natural alcanzado por el participante al finalizar la secuencia del proyecto de aula.

**4.2.3.6 Análisis de la dimensión de contenidos.** Esta pretendió evidenciar los conocimientos desarrollados por los participantes al articular diferentes saberes alrededor del concepto de número natural. A continuación, se describen los desempeños del participante a partir de las dos categorías para esta dimensión.

- **Categoría: agrupación de elementos a partir de criterios fijos.**

Pat reconoció algunas figuras geométricas y las nombró desde las condiciones de color, siendo este el criterio principal con el que realizó clasificaciones y construcciones gráficas (material del estudiante, ilustración 55). Un ejemplo de esto se evidenció en el tercer momento de la entrevista, en el que él seleccionó cada figura para la construcción del cohete y las agrupó partiendo de este criterio. Al finalizar cada momento, el estudiante cuantificó las colecciones y representó la cantidad en correspondencia simbólica. El uso del número le permitió participar en el diálogo grupal en el primer momento del proyecto final de síntesis, específicamente en la tercera pregunta: “¿de qué color son las figuras que usaron más?”, con el propósito de generar diferentes puntos de vista. Pat recurrió a la cuantificación para dar una respuesta dentro del dominio apoyado de la cantidad; afirmó “ocho”, evidencia de ideas organizadas propias del nivel de maestría (Boix & Gardner, 1999).

De acuerdo con la descripción anterior, el estudiante alcanzó el nivel de maestría, debido a que reconoció los elementos necesarios para construir una colección, fue del todo a las partes y de las partes al todo, cuantificando cada subgrupo, para, finalmente, representar la cantidad y nombrarla, es decir, tuvo claridad con respecto a la inclusión de clase e inclusión jerárquica (incluir mentalmente uno en dos, dos en tres...). Al nombrar el número de elementos, representó uno a uno la cantidad; estas acciones sobre el material concreto “pueden reflejar la conciencia crítica de los alumnos acerca de la construcción del conocimiento en el dominio” (Boix & Gardner, 1999, p. 241). Es decir, la capacidad de combinar los dos principios y crear grupos según el criterio solicitado.

- **Categoría: sucesión ordenada de elementos.**

Pat, en la construcción de la maqueta del sistema solar (material del estudiante, ilustración 51) y del cohete con las fichas del tangram (material del estudiante, ilustración 50), reconoció en cada planeta o figura qué lugar ocupaba, cuál iba antes y cuál después, asignando cantidades a

subgrupos y al grupo en general. Pat construyó conjuntos de elementos en los cuales comparó cantidades y creó formas desde la posición de la ficha en el espacio, ejercicio evidenciado en la entrevista final. De igual forma, realizó conteos señalando uno a uno los elementos para asignarles un número, el cual fue representado como la cantidad total de elementos del subgrupo, como ocurrió con la orden de pedido en la que debía representar la cantidad de figuras faltantes. Este proceso le permitió contar una sola vez cada elemento como se evidenció en el material del estudiante (ilustración 53).

Estas acciones sobre los elementos contruidos con material reutilizable evidenciaron la interacción que hizo Pat entre la correspondencia de cada serie de elementos y las acciones sobre los mismos, los cuales le permitieron asignar cualquier elemento al reconocer relaciones ascendentes y descendentes, y contarlo una sola vez. De esta forma, logró avanzar en las casillas del juego de la escalera interplanetaria, es decir, su conocimiento trascendió de simples conceptos y contenidos a ser usado para reinterpretar y actuar en el mundo que lo rodea (Boix & Gardner, 1999). Por ende, el estudiante se ubicó en el nivel de maestría.

**4.2.3.7 Análisis de la dimensión de método.** Las observaciones de esta dimensión permiten identificar qué acciones realizan los estudiantes con el propósito de validar un conocimiento y crear nuevos a partir de la interacción. A continuación, se describen los desempeños del participante a partir de las dos categorías para esta dimensión.

- **Categoría: construcción de colecciones.**

Pat, en el tercer momento de la entrevista, empezó a clasificar los elementos de los dos cohetes empleando el método de orden por el color. Al sugerir otra forma, siguió clasificando por el mismo criterio, a partir del cual creó subgrupos, cuantificaciones y comparaciones desde principios de más, menos o igual cantidad. La descripción anterior permite establecer que el participante, con relación a esta categoría, empleó el método de clasificación por el criterio de color, es decir, usó el material reutilizable para construir colecciones (material del estudiante, ilustración 55), incluyendo unas figuras a partir del reconocimiento lógico de semejanzas y diferencias entre las piezas. De igual forma, en la primera actividad del proyecto final de síntesis al seleccionar las figuras para ser dibujadas en la orden de pedido, Pat expresó en voz alta: “*yo voy a hacer un círculo*”. Mirana respondió, afirmando que en las piezas del gráfico no tenía

ninguna esa forma, lo cual invitó al participante a centrar el trabajo desde otra perspectiva; lo realizó a partir de la condición de color, dibujando una a una con el marcador correspondiente, como se evidencia en el material del estudiante (ilustración 50), selección a partir de una característica de agrupación para el trazo, lo que le permitió obtener las piezas necesarias para ese momento de la prueba. En este sentido, Boix y Gardner (1999) afirman que en el nivel aprendiz, “con apoyo, los alumnos pueden dudar y ser autocríticos o escépticos acerca de lo que piensan” (p. 248). Partiendo de la descripción anterior se ubicó en el nivel de aprendiz para esta categoría.

- **Categoría: procesos de orden.**

Pat, a partir de la construcción de la maqueta del sistema solar (material del estudiante, ilustración 51), en el proyecto final de síntesis, evidenció el uso de un método que le permitió asignar de forma ascendente el lugar de los planetas, a partir de la ubicación del sol como punto de partida, elemento de orden que permitió incluir uno a uno de forma jerárquica. En el segundo momento de la entrevista para realizar la representación de las figuras faltantes para dos cohetes más, Pat tomó la hoja del material del estudiante (ilustración 53) y empezó a dibujar de forma descendente cada una de las figuras geométricas. Empleó el mismo mecanismo de interacción concreta para este proceso de abstracción simbólica. A partir de la afirmación anterior, el estudiante seleccionó los planetas y figuras geométricas, con las cuales creó una secuencia de orden en el cual se incluyen todos y se asigna el número del lugar correspondiente con efectividad, lo que demuestra, como afirman Boix y Gardner (1999), que para el nivel de maestría “usan métodos simples en forma sofisticada” (p. 249).

**4.2.3.8 Análisis de la dimensión de propósito.** En esta dimensión se observaron algunos intereses, metas, objetivos reconocibles, los cuales motivan al participante a la comprensión del concepto de número natural. A continuación, se describen los desempeños del participante a partir de las dos categorías para esta dimensión.

- **Categoría: uso de las colecciones en diferentes contextos.**

Pat clasificó bajo el criterio de color y realizó subgrupos de la colección total, la cual cuantificó y comparó designando cuál tenía más o menos. Estas habilidades de correspondencia con la cantidad de elementos y su total, como referente cognitivo, le permitieron responder con

argumentos en el proyecto final de síntesis cuando al construir el cohete afirmó que necesitaba “*siete*” figuras geométricas del tangram (material del estudiante, ilustración 50). De igual forma, en el momento tres de la entrevista, para el diseño del cohete en el que fueron agrupadas todas las piezas (material del estudiante, ilustración 54), evidenció una articulación de subgrupos a partir del criterio de color, el cual, posteriormente, le facilitó la cuantificación de cada uno de ellos, representando simbólicamente la cantidad. En esta perspectiva, Boix y Gardner (1999) precisan que “los alumnos espontáneamente interpretan las experiencias de la vida cotidiana a través de los lentes aprendidos en la escuela y los usan para interpretar lo que aprenden” (p. 252).

Además, en el juego de la escalera interplanetaria, sus desempeños evidenciaron un reconocimiento de la estructura ascendente del juego y un dominio de las pruebas, las cuales correspondían con desafíos en relación con el número natural. Con respecto a esta categoría, presentó características del nivel de maestría, ya que diseñó y aplicó conceptos aprendidos en diferentes situaciones y usos de la vida cotidiana.

- **Categoría: creaciones de orden para establecer diferencias.**

Pat, para crear el mapa espacial (material del estudiante, ilustración 51), fue ubicando primero los círculos con los planetas de forma ascendente, identificando qué lugar ocupaba cada uno, el cual fue enumerado posteriormente con la tiza. En este sentido, fue posible evidenciar a través de sus acciones un método definido, el cual se articula con el dominio que tiene del principio de orden, no dudó al seleccionar el lugar que debía ocupar cada elemento y fue reafirmado por la asignación del símbolo para cada uno y la creación del mapa espacial, a partir de las condiciones solicitadas, un punto de partida y otro de llegada. Además, en el cuarto momento de la entrevista, se evidenciaron secuencias lógicas que respondían a criterios de color, forma y tamaño. Con respecto a esta categoría en el nivel de maestría, los alumnos, como afirman Boix y Gardner (1999), “claramente perciben al conocimiento como una herramienta para predecir” (p. 252). Se puede concluir que alcanza el nivel de maestría, pues diseñó y usó el material concreto en las acciones solicitadas y, con base en los resultados de la maqueta del sistema solar, diseñó el mapa interplanetario, ubicando el lugar de salida y de llegada.

**4.2.3.9 Análisis de la dimensión de formas de comunicación.** En esta dimensión se observó cómo se usan diferentes formas de expresión ya sea oral, escrita o gráfica, a partir de la consciencia

de la existencia del otro. A continuación, se describen los desempeños del participante a partir de las dos categorías para esta dimensión.

- **Categoría: nombrar cantidades de elementos.**

Durante el trabajo de campo, Pat preguntó y apoyó el proceso de sus compañeros, empleando palabras con las cuales articuló sus construcciones con situaciones o elementos de la vida cotidiana. Para solicitar las piezas y armar el cohete en la fase de proyecto final de síntesis, él afirmó: “*necesito siete*”. Luego, para terminar de colorear y comprobar que tenía dibujado cada elemento, expresó: “*necesito amarillo, ya, ya puedo armar mi cohete...*” (material del estudiante). Este proceso manipulativo y de expresión con relación a la ubicación de las figuras en el espacio, lo llevó a establecer subgrupos en el momento tres de la entrevista, en el cual clasificó por color y forma cada colección, lo que le permitió crear esquemas de comunicación desde lo gráfico en las que integró cada una de las figuras geométricas en un todo, representándolo de forma oral, gráfica y simbólica. Boix y Gardner (1999) afirman que “los alumnos espontáneamente usan más de un sistema de símbolos, integrándose con flexibilidad y sentido estético de formas que sirven al objetivo que tienen en mente” (p. 255). Para esta dimensión, Pat se ubicó en el nivel de maestría, pues expresó de forma gráfica las relaciones que estableció entre los objetos que, finalmente, le permitieron cuantificarlos y nombrar desde la cantidad representada por el símbolo numérico.

- **Categoría: interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.**

Pat, en cada prueba, construyó una forma de expresión que le permitió dar respuestas con una estrategia propia, utilizando el material, teniendo en cuenta el tamaño, color y forma. Lo anterior fue evidente en el proyecto final de síntesis cuando representó y nombró una a una las piezas del cohete (material del estudiante, ilustración 50). Además, al transitar por la escalera interplanetaria como una acción o meta cumplida, él afirmó: “*fácil, yo sé hacer eso*”. En este mismo sentido, el espacio y las formas se convirtieron en un elemento de comunicación con el cual clasificó e identificó la ausencia de alguna y la posición que ocupaba en ese mismo orden (material del estudiante, ilustración 51).

Según lo anterior, Pat evidenció comprensión desde la interacción y el uso de material. En este sentido, Boix y Gardner (1999) precisan que en el nivel de maestría “algunos alumnos también

son conscientes de las diversas exigencias que pueden imponer los contextos a la comunicación y pueden hábilmente usar factores contextuales para reforzar la comunicación” (p. 256). El material concreto fue representado en el espacio desde criterios propios, a partir del cual estableció orden y esquemas de representación.

Los niveles alcanzados con relación a la comprensión del concepto de número natural del participante, en cada una de las dimensiones, se sintetizan en la siguiente tabla.

*Tabla 12. Categorización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Pat.*

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Maestría: Resuelve situaciones en las que necesita clasificar, cuantificar y representar gráficamente elementos de la colección.</p> <p>Maestría: Establece orden con lo cual se asegura de contar una sola vez cada elemento, para dar el cardinal y explicar las acciones sobre los elementos ordenados.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Aprendiz: Forma grupos de elementos con material reutilizable, teniendo en cuenta un criterio de clasificación.</p> <p>Maestría: Selecciona los elementos de forma ascendente o descendente para crear una secuencia de orden en el que asigna a cada elemento el lugar que le corresponde.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Maestría: Aplica lo comprendido sobre el concepto de número natural para representar gráficamente cantidades de grupos de elementos y establecer conexiones.</p> <p>Maestría: Comprende que existe un orden de la secuencia y se adelanta en las posiciones de los elementos de la muestra.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Maestría: Expresa de forma gráfica las relaciones que establece entre la operación lógica de clasificación y seriación de los elementos que lo llevan a representar desde el símbolo numérico la cantidad solicitada.</p> <p>Maestría: Es coherente al utilizar elementos concretos para generar orden e identificar cuando alguno falta.</p>

Fuente: elaboración propia

#### 4.2.4 Análisis caso cuatro. Proceso de comprensión de Reina.

**4.2.4.1 Exploración.** En el proceso de entrevista, la estudiante manipuló el material colocando una figura al lado de la otra, en una fila; en ese instante, se le solicitó señalar alguna que cumpliera condiciones de color y tamaño, Reina se detuvo para seleccionar la figura solicitada. Al pasar a las formas, la estudiante eligió indistintamente cada una de ellas, un cuadrado por un triángulo, un círculo por un rectángulo, entre otros. Posteriormente, la participante tomó los elementos que se encontraban sobre la mesa e inició un orden en el cual puso uno tras otro en línea, cuando la superficie se terminó, concluyó trasponiendo una sobre otra en una torre.



Ilustración 55. Clasificación. Entrevista Inicial. Reina.

Fuente: toma propia

En la actividad con las regletas, al ser entregado el material, de inmediato, Reina empezó a manipularlo, sin esperar indicaciones. Al decirle: “*organiza de menor a mayor tamaño*”, ella continuó con lo que estaba haciendo y al finalizar presentó su construcción como se aprecia en la siguiente imagen:



Ilustración 56. Seriación. Entrevista Inicial. Reina. Fuente propia.

Posteriormente, se emplearon dos colecciones de regletas, las cuales fueron comparadas bajo dos circunstancias; una de ellas estaba con mayor espacio entre los elementos para la investigadora y luego las de Reina. Al preguntar: *¿cuál tiene más?*, ella respondió: “*las mías*”, en ambas ocasiones. Se pasa entonces a organizar los dos grupos de diez regletas cada uno y se le solicitó que contara la cantidad. Inició en “*uno, dos, tres...*” en secuencia hasta terminar en ocho,

omitiendo dos elementos de los que hacían parte de su grupo. Luego se le solicitó que contara el otro. Empezó, “uno, dos tres, cuatro, cinco, seis, cinco”. “¿Cuántas tengo yo?”, preguntó la investigadora. “Cinco”, afirmó Reina, y ¿tú cuántas tienes?, “seis”, y “¿quién tiene más?”, “yo, porque yo cogí más”.

Otro de los momentos de esta exploración se concentró en la observación de la participante en los juegos, por ejemplo, en el del escondidijo. Reina se dispuso contra la malla de la arquera e inició el conteo con un tono de voz alto: “uno, dos... ocho”. Finalizó y de inmediato salió corriendo. En la golosa, la estudiante nombró los números dibujados en el piso, asignando un nombre diferente al que convencionalmente tiene, es así como al dos le dijo diez y al seis lo nombró como dos. Después de explicar la dinámica e ir en acciones ascendentes a partir del orden que inició en el uno y terminó en el diez, Reina, en cada turno, tiró la piedra a una casilla diferente sin relacionar el número que estaba trazado en el piso. Finalmente, en el juego de Alicia dice, la estudiante reconoció colores, formas alargadas y redondas, además logró establecer diferencias de algunos materiales; con relación a la cantidad, Reina tomó elementos al azar desde la posibilidad del tacto sin establecer conteos previos.

Teniendo en cuenta los desempeños de Reina en esta fase de exploración, se observó el proceso de expresión a partir de la interacción con el material concreto. Sus acciones estuvieron influenciadas por el egocentrismo, en el cual “existe una indiferenciación entre el punto de vista propio y el de los demás” (Piaget, 1991, p. 42). Esta comunicación es definida por Boix y Gardner (1999) como un nivel ingenuo, en tanto “los públicos y contextos no se toman en cuenta” (p. 256). No es posible adoptar el punto de vista de los demás; de igual forma, existe una ausencia en la necesidad de buscar la confirmación de sus propios pensamientos “prevaleciendo las creencias intuitivas” (Boix & Gardner, 1999, p. 2), es decir, no existe interacción con los otros, a partir del reconocimiento de otros puntos de vista.

Para Reina, los elementos dispuestos sobre la mesa se convirtieron en instrumentos de juego, los cuales dispuso y usó a partir de ritmos propios, evidencia de la incomunicación y ausencia de método de validación el cual le permite acercarse al conocimiento y de esta forma ir más allá. Reina, a partir de su egocentrismo, considera que “las cosas se ven como verdaderas por propia evidencia” (Boix & Gardner, 1999, p. 250); ejemplo de esto, son algunas de sus respuestas: “las más”, “yo, porque yo cogí más”.

En la entrevista inicial y juegos exploratorios, se evidenció que Reina presentó desempeños desde los diferentes procesos de comprensión del concepto de número natural, en un nivel ingenuo para cada una de las dimensiones. En la siguiente tabla, se establecen las relaciones que fueron contrastadas con la matriz de evaluación.

Tabla 13. Caracterización Parcial. Fase de Exploración. Reina.

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Ingenuo: Reconoce formas, tamaños o colores.</p> <p>Ingenuo: Realiza sucesión de elemento uno al lado del otro sin establecer comparaciones entre ellos.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Ingenuo: Manipula el material reutilizable desde la percepción, sin tener en cuenta las relaciones que se establecen con el mismo</p> <p>Ingenuo: Ubica los elementos de la colección sin tener en cuenta la cantidad.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Ingenuo: Explora los elementos construyendo torres, castillos, escaleras, entre otros, sin relación alguna entre ellos.</p> <p>Ingenuo: Explora los elementos concretos de diferentes tamaños como elementos propios del juego.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Ingenuo: Responde de forma intuitiva a preguntas con relación a las características de los elementos</p> <p>Ingenuo: Nombra elementos de diferentes formas geométricas y tamaños confundiendo unos con otros.</p>

Fuente: elaboración propia

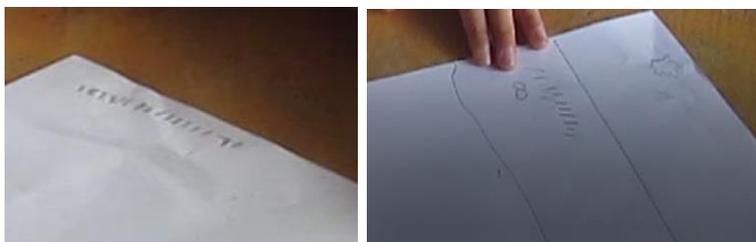
**4.2.4.2 Investigación guiada.** Con el inicio del **momento uno**, se dieron las indicaciones a partir de la introducción del personaje: Alicia, quien motivó a la participante a cumplir cada una de las pruebas. Posteriormente, en el **momento dos** se propició la manipulación del material reutilizable como mediador en el proceso de abstracción, a partir del cual se reconocen las características físicas para la construcción de las figuras geométricas. En este sentido, para la prueba uno y dos, se motivó a Reina a crear cuatro figuras que cumplieran con las siguientes características: un triángulo rojo, un círculo pequeño amarillo, un cuadrado azul grande y un

rectángulo blanco. Reina, para la primera figura, tomó el material y realizó líneas de color rojo, esparciendo el vinilo. Frente a la pregunta: “¿qué hiciste?”, ella miró el papel y permaneció en silencio con una sonrisa. Para la segunda y tercera, la estudiante construyó un círculo grande de cada color solicitado. Por último, la docente la orientó sobre la figura geométrica que se necesitaba elaborar y con el apoyo de sus compañeros ella creó el rectángulo blanco. Esta comunicación es egocéntrica, lo que evidencia un nivel ingenuo, como lo afirma Boix y Gardner (1999) “los públicos y contextos no se toman en cuenta” (p. 256).

Más adelante, en la prueba tres, se solicitó llevar hacia un aro la figura geométrica indicada teniendo en cuenta características específicas. Cada uno de los participantes tuvo dos turnos, en el primero se le solicitó un círculo amarillo pequeño, Reina eligió un cuadrado amarillo pequeño; en el segundo turno, ante la indicación de un triángulo amarillo grueso, la estudiante tomó del paquete de fichas un círculo amarillo delgado. Se pudo observar que Reina tenía clara la característica del color, pero eligió una figura diferente a la solicitada.

En este sentido, las relaciones que estableció Reina responden al pensamiento egocéntrico, ella se concentró en colorear y recortar para, posteriormente, relacionar lo elaborado con cualquier figura geométrica. Al preguntarle por las acciones sobre el material que se estaba construyendo, ella sonrió, debido a esta respuesta fue motivada a vincularse con la dinámica del grupo e interactuar con los compañeros, finalizando con la elaboración de la última figura en correspondencia desde el criterio de color y forma.

En el **momento tres**, prueba cuatro, se retó a Reina hacia el reconocimiento de la representación simbólica de los números. Para ello, Alicia invitó a la estudiante a representar en su material cada una de las estrellas fugaces que atravesaban por el cielo. De este ejercicio se pudo observar que la cantidad de símbolos (rayas) no se encontraban en correspondencia con las indicaciones de la actividad, la cual tenía la intención de establecer relación uno a uno entre las estrellas que transitaban por el cielo de Saturno. Ella realizó el ejercicio a partir de criterios propios, no siguió las indicaciones de mirar el lugar donde estaban pasando las estrellas y así poder graficar cada una. Reina observó el trabajo de sus compañeros de mesa, principalmente la hoja de Mirana, por ello al totalizar escribió el número que ella asignó, pero al preguntarle por la cantidad, varía la respuesta, expresando un nombre diferente a la cantidad dibujada. A continuación, se evidencia el trabajo de la estudiante:



*Ilustración 57. Simbolización. Fase de Investigación Guiada. Reina.*

Fuente: toma propia

En la prueba cinco, se elaboraron extraterrestres con material reutilizable, los cuales fueron decorados según las preferencias de los estudiantes asignando características particulares, desde color, número de ojos, brazos de colores, entre otros. Este material fue utilizado para realizar clasificación a partir de orientaciones que llevaron a los estudiantes a construir nuevas alternativas de agrupamiento e inclusión de clase. Reina apoyó el trabajo grupal de clasificación a partir de la característica de color, para finalizar este momento se motivó a realizar cuantificaciones y representar con el número natural la cantidad de elementos que ya se encontraban en un subconjunto. Reina escribió, en cada intervención, algunas letras. A continuación, se presenta la relación que estableció cuando nombró “uno, dos...” y los simbolizó con letras.



*Ilustración 58. Simbolización Extraterrestres. Fase de Investigación Guiada. Reina.*

Fuente: toma propia

En el **momento cuatro**, prueba seis, se plantearon preguntas que indagaron por la necesidad de llegar al planeta de Alicia. Para cumplir con este reto se entregó material con la exposición previa en la cual la investigadora relacionó cada elemento con el principio de orden, para propiciar el trabajo individual de construir una maqueta del sistema solar. Las observaciones de los desempeños de Reina permiten describir como ella tomó la tiza, inició escribiendo para, posteriormente, imitar un ejercicio de correspondencia en el cual a cada una de las gráficas le asignó

un círculo y a estos una lámina de los planetas y el sol. La estudiante tomó el material y ordenó una secuencia de distribución en el espacio, en la cual imitó el ejercicio realizado por la investigadora. En la fase inicial, colocó el material uno al lado del otro de forma visual, pero utilizó cuidadosamente los límites espaciales. Una de las características del pensamiento preoperatorio con características egocéntricas, que Piaget e Inhelder (1997) describen, es el *centrismo*, en el cual se tiende a fijar la atención en un aspecto del estímulo y se olvidan los otros, es decir, el estudiante no explora todos los aspectos y las relaciones que se establecen entre ellos. A continuación, se presenta la creación final de Reina.



*Ilustración 59. Orden de los Planetas. Fase de Investigación Guiada. Reina.*

Fuente: toma propia

Teniendo en cuenta lo anterior, se resalta el uso del material reutilizable del cual fue posible orientar la reflexión y experiencia individual de las acciones manipulativas de la participante. Los desempeños de la participante evidenciaron su nivel novato a partir del avance con relación a el propósito de emplear un método de imitación el cual le permitió validar sus respuestas, en tanto “la validez está basada en la autoridad externa” (Boix & Gardner, 1999, p. 250). Reina realizó acciones que estuvieron orientadas a repetir la experiencia inmediata desde el acompañamiento que realizó la investigadora y que posibilitó el proceso de alineación de dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.

En el **momento cinco**, prueba siete, el desafío de la estudiante fue crear una parte del cohete con material reutilizable. El esquema de Reina para activar el panel de control estaba conformado por tres figuras grandes, dos cuadrados amarillos y un círculo rojo. Después de dar las indicaciones, ella tomó el lápiz y los marcadores y empezó a llenar la hoja con figuras de los tres colores primarios, buscó llenar el espacio de la hoja con las figuras geométricas. Se observó una relación desde el color y la forma de los elementos manipulados en el transcurso del momento de la investigación guiada, pero el número de elementos solicitados no fue considerado por la estudiante, como se evidencia en el siguiente registro fotográfico:



*Ilustración 60. Orden de Pedido. Fase de Investigación Guiada. Reina.*

Fuente: elaboración propia

Para el **momento seis** se realizaron actividades que ponían a prueba las operaciones lógicas de clasificación y seriación; además, se propició la simbolización del número natural a través del juego de la escalera espacial. Específicamente en la prueba ocho, se pudo observar cómo Reina empezó señalando uno a uno las protuberancias de la caja de huevo, contando en secuencia de palabras hasta el diez en orden, pero sin correspondencia con el símbolo dibujado. Después de esta cantidad recitó: “doce, catorce, diecinueve, quince, cuatro, cinco”, asignando de esta forma a cada elemento final un nombre. Para el momento de la correspondencia de los palos de paleta con la caja de huevos, la estudiante inició con un reconocimiento de los palos, realizando su propio orden sin corresponder los dos elementos, palos de paleta y números de la caja de huevo; los compañeros lograron interactuar y acompañar el proceso de Reina hacia el alcance de la meta, evento que posteriormente permitió insertar en cada espacio un elemento de forma coordinada. En la imagen se puede visualizar cómo quedó su distribución final.



*Ilustración 61. Correspondencia Palos de Paleta. Fase de Investigación Guiada. Reina.*

Fuente: toma propia

Partiendo de la descripción anterior, es posible evidenciar algunas características del nivel novato. Reina, al inicio de la prueba, esperó las indicaciones para la actividad, es decir, la validación a partir de un ente externo, de igual forma, por momentos, permitió que se le orientara y asignó los números en correspondencia de tipo cualitativa a partir de las características físicas perceptibles por los sentidos, además, sus expresiones permitieron evidenciar el acercamiento a otros puntos de vista, como afirman Boix y Gardner (1999), para formas de comunicación de nivel novato: “cuando se los insta, los alumnos pueden seguir con éxito instrucciones para desempeñarse en el nuevo género” (p. 254).

Finalmente, en la prueba nueve, los desempeños de la participante en la escalera interplanetaria la obligaron a regresar una y otra vez, por no cumplir la actividad que la casilla le solicitaba, pero empezó a generar acciones y a socializar experiencias, asignando a cada grupo de puntos del dado un número, de igual forma, sus pasos no estuvieron en correspondencia con la cantidad de puntos del dado, sin embargo, la cuantificación la inició en la palabra uno, construyendo secuencias estables hasta el ocho.

Los desempeños de Reina la ubican en el nivel novato para cada una de las dimensiones, en el cual, según Boix y Gardner (1999), “mezclan creencias intuitivas con fragmentos de conocimiento” (p. 246). Su comunicación aun presenta fallas debido a que tiene en cuenta al otro, pero mantienen una visión egocéntrica del discurso, esperando, como afirman estos autores, que el otro “asuma la carga de entenderla” (Boix & Gardner, 1999, p. 256). En este mismo sentido, Piaget (1991) afirma:

Hasta los siete años el niño sigue siendo prelógico, y suple la lógica por el mecanismo de la intuición, simple interiorización de las percepciones y los movimientos bajo la forma de imágenes representativas y de «experiencias mentales» que prolongan de este modo los esquemas sensorio-motrices sin coordinación propiamente racional. (p. 44)

Los desempeños de Reina se encontraban aún bajo una mirada egocéntrica (Boix & Gardner, 1999), ella empezó a reconocer la importancia de justificar sus acciones a partir de un referente externo, estableciendo de esta forma un método de imitación sin establecer algún tipo de reflexión. En la siguiente tabla se representan los niveles alcanzados para cada una de las dimensiones en contraste con la matriz de evaluación del concepto de número natural.

Tabla 14. Caracterización Parcial. Fase de Investigación Guiada. Reina.

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Novato: Relaciona los elementos a partir de dos criterios (color y forma o color y tamaño o forma y tamaño).</p> <p>Novato: Establece relaciones entre dos elementos concretos, ordenando por parejas sin relacionarlos con el total de la muestra.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Novato: Clasifica elementos por imitación formando grupos con material reutilizable.</p> <p>Novato: Alinea dos grupos de elementos en relación uno a uno, comparando desde el reconocimiento visual.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Novato: Compara colecciones desde el criterio de más, menos e igual cantidad.</p> <p>Novato: Ordena con dificultad algunos elementos concretos construidos con material reutilizable y establece comparaciones uno a uno por imitación</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Novato: Comunica, a través del material reutilizable, relaciones de color, forma y tamaño del proceso cognitivo que está estructurando.</p> <p>Novato: Utiliza elementos concretos construidos con material reutilizable para representar relaciones uno a uno.</p>

Fuente: elaboración propia

**4.2.4.3 Proyecto final de síntesis.** En la última fase del proyecto de aula, se realizó un proceso a través del cual se observaron los niveles de comprensión alcanzados por la participante en cada una de las dimensiones. Este se vivió en dos momentos: en el primero se diseñó el cohete y el mapa para el viaje espacial, y en el segundo se realizaron, a través del juego de la escalera interplanetaria, acciones que evidenciaron el uso del número natural en una actividad cotidiana.

A partir de estas indicaciones en el primer momento, para la elaboración del diseño de cohete, la estudiante permaneció unos instantes en silencio. Con la mirada fija en la actividad, después de recibir el esquema, tomó el marcador morado y observó qué estaba trazando Mirana. Reina comenzó a dibujar y colorear las figuras por imitación en una hoja para pedir las fichas que necesitaba en la bodega. En este mismo sentido, solicitó el marcador “verde”, lo cogió, luego miró

su esquema y dijo: “*no necesitamos verde*”; finalmente dijo: “*no, voy a poner los números*”. Buscó la hoja de pedido de Mirana y empezó a escribir los números que la compañera tenía. Con las piezas que recibió de la bodega armó el cohete que muestra la ilustración de la parte inferior, el cual no estaba en relación con el esquema entregado.



*Ilustración 62. Orden de Pedido del Cohete. Fase Proyecto Fina de Síntesis. Reina.*

Fuente: toma propia

Posteriormente, con intención de crear el mapa espacial, la estudiante recibió el material reutilizable con las piezas necesarias (base, planetas, sol y tiza) para construir una maqueta y expresó: “*profe yo ya me sé los números*”. Inició escribiendo de derecha a izquierda del uno al ocho, luego le asignó al azar las láminas de los planetas y los círculos en cartón, al identificar que le sobraba material para relacionar uno a uno, escribió dos números más repitiendo el siete y el ocho. Posteriormente, inició la representación del mapa; se observaron aspectos en el material del estudiante, como el cohete en el que pretendía viajar y los dos planetas que simbolizaban esta experiencia, la Tierra y Saturno (en orden, primero la tierra y luego saturno, ubicados de izquierda a derecha), con un planeta intermedio, en espacio entre ellos, lo cual puede interpretarse desde el reconocimiento que empieza a construir la estudiante en el nivel aprendiz, de “una red de ideas o puntos de vista dentro de un dominio”(Boix & Gardner, 1999, p. 247).



*Ilustración 63. Orden de los Planetas para Diseñar el Mapa Espacial. Fase Proyecto Final de Síntesis. Reina.*

Fuente: toma propia

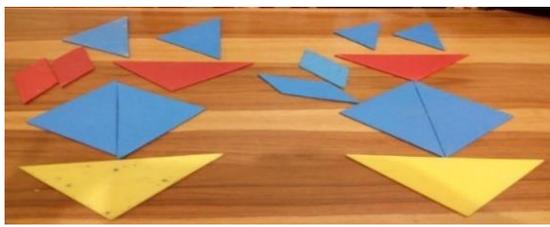
A partir de los desempeños observados, la estudiante le asignó a cada planeta o círculo por correspondencia un número, el cual fue trazado de derecha a izquierda de forma ascendente. Se observa un método, el cual construyó con “las herramientas más válidas con las que cuentan [...] para construir una comprensión que va más allá de la experiencia inmediata” (Boix & Gardner, 1999, p. 232), se evidenció una intención de inclusión de todo el material en correspondencia uno a uno.

Por otra parte, en el segundo momento de esta fase, Reina asumió su rol como capitana, con la intención de guiar a sus compañeros a través de la escalera interplanetaria. Tomó el dado e inició su turno, lo tiró, realizó la cuantificación y acompañó a las compañeras a la casilla correspondiente. Este primer intento la llevó a corresponder con el número cuatro; la prueba de la casilla indicaba dar cuatro saltos, Reina lo hizo. En el segundo turno, tiró y le salió seis puntos, el conteo de los pasos no fue indicado en zigzag, sino que siguió de frente. Mirana tomó el liderazgo y la orientó hacia el lugar que les correspondía a sus compañeras, que se encontraban en el cohete, de ahí en adelante la capitania fue compartida, tirando el dado Reina y cuantificando cada uno de sus turnos. Mirana fue orientando el recorrido y apoyó el desarrollo de las pruebas. En este sentido, se resalta la interacción social, cómo esta permitió intervenir desde lo que el estudiante está haciendo y razonar en doble sentido, el solicitar apoyo, en el caso de Reina y en el de Mirana, de forma autónoma, hacia el acompañamiento en el juego.

**4.2.4.4 Entrevista final.** Reina, en el primer momento, escuchó las indicaciones con relación a las figuras geométricas que necesitaba para construir un cohete. Luego, la estudiante fue tomando una a una las piezas que se solicitaban, realizando cambios en el tamaño y forma, pero

conservando el color y cantidad solicitada. En el orden de cada indicación (un triángulo amarillo mediano, dos cuadrados azules medianos, dos triángulos pequeños rojos, dos triángulos grandes azules, un paralelogramo mediano rojo), ella eligió así: un triángulo grande amarillo, dos triángulos grandes azules, dos paralelogramos medianos rojos, dos triángulos grandes azules, un triángulo grande rojo.

Para la construcción del cohete, la estudiante seleccionó cada una de las piezas y de forma paralela las ordenó de arriba hacia abajo, finalizó realizando un cambio en la parte inferior, incluyendo un triángulo rojo en el centro del cohete. En este mismo sentido, construyó el segundo cohete en correspondencia uno a uno.

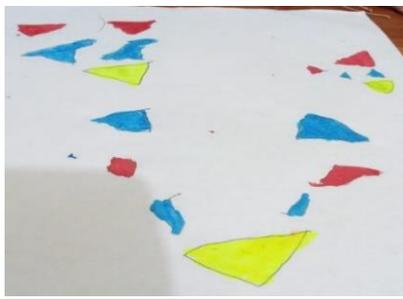


*Ilustración 64. Construcción Cohete. Entrevista Final. Reina.*

Fuente: toma propia

Después, en el segundo momento, la participante debía construir una orden de pedido para indicar el número de piezas que hacían falta para construir otros dos cohetes más. Reina observó el primer cohete que construyó, tomó la hoja y en la parte superior dibujó de forma descendente una a una las piezas, realizando una correspondencia de forma y color con algunas de ellas, omitió un triángulo rojo grande, que se encontraba en el centro de su creación. Para finalizar, dijo: “*aquí hago otro pequeño*”. En este punto de la entrevista se confirmó la indicación inicial: “*solicita las piezas que necesitas para dos cohetes más*”. Ella dibujó otros dos cohetes, los cuales tenían como referencia el que se encontraba representado y coloreado en su hoja.

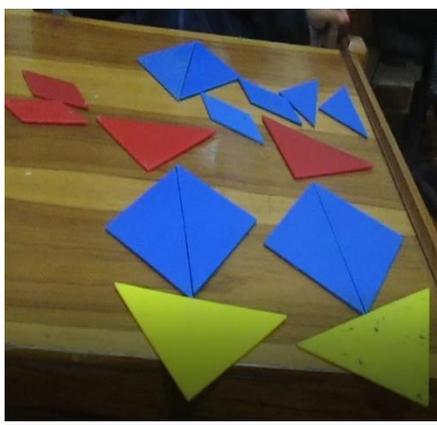
Reina realizó una correspondencia de forma y color del cohete construido inicialmente; aunque las piezas en total eran ocho, la estudiante dibujó siete. Ella finalizó entregando una orden que representaba tres cohetes, un evento que se relacionó con el momento en el cual se repitió la indicación, pues ella centró el pensamiento en esta alusión para representar otros dos cohetes más.



*Ilustración 65. Representación Figuras Faltantes. Entrevista Final. Reina.*

Fuente: toma propia

Asimismo, en el tercer momento de la entrevista, en la cual se motivó a emplear la operación lógica de la clasificación, se solicitó la articulación de las piezas de los dos cohetes para la construcción de uno, es decir, realizó un proceso de agrupación en el cual trasladó de forma descendente las piezas de los dos cohetes anteriores y las fusionó en uno, conservando la estructura inicial.



*Ilustración 66. Diseño del Cohete Incluyendo todas las Piezas. Entrevista Final. Reina.*

Fuente: toma propia

Posteriormente, se pidió que ordenara las piezas por color. Ella observó su cohete y afirmó que estaba listo; por lo tanto, se le indicó cómo sería la construcción de subgrupos por color, para propiciar algunas preguntas en relación con la cuantificación y comparación. Reina realizó un conteo uno a uno, en el que se observaron saltos de algunos elementos no contados en cantidades mayores a cinco; así mismo, ella representó el símbolo del número en correspondencia con cifras pequeñas, el nueve fue representado como un tres. Se finalizó realizando secuencias lógicas en las

cuales ordenó por color y tamaño. Se concluye que Reina respondió con sus acciones a lo solicitado.



*Ilustración 67. Clasificación. Entrevista Final. Reina.*

Fuente: toma propia

Con este momento de la entrevista final, se dio cierre al proceso de interpretación durante el desarrollo del trabajo de campo. En este se pusieron en acción los desempeños de Reina, con el propósito de detallar los avances hacia el logro de cada una de las metas de comprensión descritas en el proyecto de aula, las cuales estaban en concordancia con las dimensiones. A continuación, se describe el análisis de este proceso y el nivel alcanzado por Reina.

**4.2.4.5 Análisis a partir de las dimensiones de comprensión.** A continuación, se analiza de forma detallada los desempeños de la participante para cada una de las cualidades de comprensión y el nivel en el cual quedó caracterizada considerando el avance progresivo durante el desarrollo del proyecto de aula.

**4.2.4.6 Análisis de la dimensión de contenidos.** A partir de esta dimensión, el análisis se presenta con relación a los movimientos y construcciones teóricas alcanzados por la participante alrededor del objeto de estudio. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: agrupación de elementos a partir de criterios fijos.**

Los desempeños de Reina permitieron identificar desde el material de la estudiante y observaciones realizadas en el proyecto final de síntesis y la entrevista, un reconocimiento de las figuras construidas con material reutilizable a partir de dos criterios: color y tamaño. Se observó que realizó comparaciones de más, menos o igual, desde la percepción en el espacio. Así mismo,

después de tener contruidos varios grupos de una colección, logró realizar cuantificaciones hasta el número seis, asignando el cardinal y representando simbólicamente esa cantidad. Como se observó en el tercer momento de la entrevista final, además a partir del material del estudiante (ilustración 68), se evidenció la simbolización para conjuntos mayores a esa cantidad, con otros números (el nueve fue simbolizado como un tres).

Con la descripción anterior, después de desarrollar las actividades propuestas en el proyecto final de síntesis, se evidenció el nivel alcanzado para esta categoría que corresponde al de aprendiz. Reina estableció comparaciones que le permitieron nombrar dónde hay más o menos objetos, pero aún “no demuestra la capacidad de razonar creativamente dentro de estos marcos disciplinarios” (Boix & Gardner, 1999, p. 247).

- **Categoría: sucesión ordenada de elementos.**

En la participante se pudo observar, desde sus desempeños, cómo la asignación de números se realizó de izquierda a derecha, relacionando cada planeta con un número (material del estudiante, ilustración 64). Lo anterior equivale a un ejercicio de correspondencia sin cuantificar la acción. A partir de la relación uno a uno, se observa que emparejó los elementos. De igual forma, Reina estableció secuencias donde relacionó un criterio ya sea color, forma o tamaño con las figuras geométricas, evento que fue evidenciado a partir del primer momento de la entrevista y el material del estudiante (ilustración 65); construyó su cohete tomando la cantidad de piezas solicitadas, estas variaron con relación a color o forma, pero conservó la cantidad y una que otra característica física. De igual forma diseñó los dos cohetes, en relación uno a uno cada pieza.

Con estos resultados, se puede determinar que Reina demostró fortalezas para comparar dos colecciones e interpretar la relación que existía desde sus cualidades, sin comprender aún las relaciones cuantitativas de la secuencia. En este sentido, de acuerdo con Boix y Gardner (1999), “el conocimiento disciplinario sigue considerándose no vinculado con el sentido común” (p. 246). Por ello, se ubicó en el nivel de aprendiz para esta categoría en la dimensión de contenidos.

**4.2.4.7 Análisis de la dimensión de método.** A partir de esta dimensión, el análisis se presenta con relación a cómo la participante usó las estrategias, técnicas y procedimientos para comprender el concepto de número natural. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: construcción de colecciones.**

La estudiante esperó recibir indicaciones del trabajo, luego observó el ejercicio que realizó Mirana para diseñar la orden de pedido del cohete en la fase de proyecto final de síntesis, de esta forma convalidó sus acciones a partir de las figuras que su compañera trazó, asignando un color propio. Por momentos, la imagen de su esquema (material del estudiante, ilustración 63) se encontraba bajo la mesa, elemento que se interpretó como la no asociación de este con el trabajo a desarrollar. Finalmente, con las piezas solicitadas, armó un cohete que respondió al material disponible desde su orden de pedido. Además, en el tercer momento de la entrevista, organizó los elementos por agrupación. Su método consistió en manipular el material reutilizable y comparar sus características con las de un cohete construido con anterioridad, lo que le permitió crear una figura por imitación. Al solicitarle otros métodos para ordenar las piezas, ella afirmó que ya estaba listo, este cohete se convirtió en un conjunto total en el que no se reconocieron subconjuntos y que corresponde a la etapa dos de clasificación propuesta por Piaget e Inhelder (1997).

Finalmente, y teniendo en cuenta la descripción anterior, es posible determinar que la participante usó el material para clasificar grupos de elementos a partir de la aprobación de compañeros o investigadora; por lo tanto, “la validez está basada en la autoridad externa como el libro de texto, expertos o docentes, a quienes se los ve como fuentes de información correcta” (Boix & Gardner, 1999, p. 250). Estos desempeños corresponden al nivel de novato para esta categoría.

- **Categoría: procesos de orden.**

Reina, en la representación de la secuencia de orden, específicamente en la construcción de la maqueta del sistema solar, inició con un esquema en el cual a cada elemento del grupo le asignó un lugar por el método de ensayo y error (material del estudiante, ilustración 64). Ella simbolizó los números del uno al ocho, uno al lado del otro, de izquierda a derecha. De acuerdo con esta referencia numérica, asignó un lugar a cada elemento en relación con la cantidad. El material reutilizable para este momento constaba de nueve círculos y nueve láminas que incluían el sol y los planetas (material que se fusionaba en uno solo). La estudiante estableció una correspondencia entre cada círculo y las láminas por separado, es decir, con el total de las láminas y círculos, las cuales eran mayores a los números trazados con la tiza; por ello, al final, escribió dos números más que le permitieron establecer relación biunívoca con parte del material. Al respecto, Boix y

Gardner (1999) afirman que “los alumnos tienden a usar un solo y simple método o procedimiento para construir conocimiento en el dominio” (p. 249).

Respecto a esta categoría, Reina identificó algunos elementos necesarios para elaborar una secuencia de orden por ensayo y error, de tal forma que correspondían desde lo cualitativo (características físicas), como ocurrió en el primer momento de la entrevista final, relacionó una a una las piezas del primer cohete, para construir el segundo (material del estudiante, ilustración 65), pero ignorando las características cuantitativas de los mismos; estas acciones permiten ubicarla en el nivel de aprendiz.

**4.2.4.8 Análisis de la dimensión de propósito.** A partir de esta dimensión, el análisis se presenta con relación al uso que la participante tiene de sus conocimientos en una variedad de situaciones que implican desafiar la comprensión del concepto de número natural. Las categorías que emergieron para esta dimensión fueron:

- **Categoría: uso de las colecciones en diferentes contextos.**

Reina usó los elementos contruidos con material reutilizable y reconoció las características de algunas figuras geométricas desde el color o tamaño para crear subgrupos. A partir del trabajo grupal y las interacciones, la estudiante empezó a dar prioridad a los desempeños de Mirana y buscó imitar algunos de sus trazos y representaciones numéricas. De igual forma, en el juego de la escalera interplanetaria, permitió que su compañera asumiera una parte de la capitanía y ella realizó acciones que dominaba, como tirar el dado y cuantificar los puntos, expresando la cantidad que designaba, tuvo en cuenta el apoyo de Mirana para comprender y replicar esto en sus trabajos.

De igual forma, en el material del estudiante (ilustración 64), en el diseño del mapa espacial, fue posible evidenciar el uso de lo comprendido en sus expresiones gráficas (se observaron aspectos como el cohete en el que pretendía viajar y los dos planetas que simbolizaban esta experiencia, la Tierra y Saturno, con un planeta intermedio), lo cual se interpretó como un reconocimiento inicial de diferentes puntos de vista o ideas (Boix & Gardner, 1999), alrededor de la comprensión del concepto de número natural. Lo observado permite ubicar a Reina en el nivel de aprendiz, ya que como precisan Boix y Gardner (1999), en el nivel aprendiz “con apoyo, algunos alumnos examinan consecuencias prácticas, lógicas, sociales y morales de usar el conocimiento apoyando” (p. 252).

- **Categoría: creaciones de orden para establecer diferencias.**

Los criterios comenzaron a ampliarse y generaron nuevas estructuras. El propósito del proyecto final de síntesis y de la entrevista estuvo relacionado con las indicaciones y el proceso de imitación que le permitieron a Reina validar sus acciones y afirmar: “*profe, yo ya me sé los números*”, y comenzó a usarlos en sus desafíos, tanto en la construcción de la maqueta del sistema solar (material del estudiante, ilustración 64), como en la cuantificación de pequeños subgrupos los cuales fueron representados desde el cardinal correspondiente (material del estudiante, ilustración 68). De acuerdo con Boix y Gardner (1999), “con apoyo, los alumnos usan lo que aprenden en la escuela de muchas formas originales en la vida cotidiana para resolver problemas prácticos” (p. 252). Los usos del número natural tienen una intencionalidad y es la de representar cantidades, algunas son reconocidas desde lo cualitativo (muchos, pocos) y lo cuantitativo (cuantificación uno a uno) en colecciones de pocos elementos.

A partir de la descripción anterior, Reina, en esta categoría, se ubicó en el nivel de aprendiz, porque utilizó lo aprendido para hacer manipulaciones de elementos construidos con material reutilizable y, con base en las acciones, describió el orden de la secuencia en la entrevista y proyecto final de síntesis, reconociendo que cada elemento concreto tenía un lugar en relación con la colección total.

**4.2.4.9 Análisis de la dimensión de formas de comunicación.** A partir de esta dimensión, el análisis se presenta con relación al uso de las expresiones, representaciones gráficas e interacciones con elementos construidos con material reutilizables y con los otros, para comunicar la comprensión del concepto de número natural. Las categorías emergentes fueron:

- **Categoría: nombrar cantidades de elementos.**

Reina empezó integrando en la escritura letras y números; dibujaba rayas y figuras geométricas plasmando en el papel elementos que no se encontraban articulados con las condiciones que cada prueba solicitaba. De igual forma, al totalizar cantidades, inició el conteo en orden y daba cualquier nombre al cardinal. En la fase de proyecto final de síntesis, entrevista final y material del estudiante, se evidenció cómo Reina siguió las indicaciones: “*el cuadrado azul... profe yo ya me sé los números*”; imitó por momentos las acciones de sus compañeros y solicitó acompañamiento: “*¿me explica cómo es?*”; incluso, Mirana la apoyó en el juego de la escalera

interplanetaria; además, Reina empleó números para realizar la simbolización de las cantidades pequeñas (material del estudiante, ilustración 68).

Es este sentido, Boix y Gardner (1999) afirman que, en el nivel de aprendiz, “con apoyo, los alumnos toman en cuenta al público, es decir, son sensibles a diferencias tales como género, intereses, necesidades, nivel de conocimiento y antecedentes culturales. Sin embargo, todavía no se perciben a sí mismos como público de otros” (p. 256). A partir de la descripción anterior se afirma que, Reina, se ubica en el nivel de aprendiz en esta categoría; la estudiante razonó y usó con mayor compromiso la operación lógica de clasificación, para responder a diferentes situaciones.

- **Categoría: interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.**

Las acciones de la estudiante con respecto a la manipulación del material reutilizable dieron cuenta de sus desempeños, los cuales se vieron enfrentados por situaciones grupales, en las cuales fue apoyada y corregida. Estas situaciones le permitieron a Reina confrontar y realizar procesos de orden y secuencia en los que asignó por momentos a cada elemento un lugar y nombre (material del estudiante, ilustración 63) a partir de correspondencia uno a uno.

El progreso de Reina frente a sus desempeños, se evidenció en el proyecto final de síntesis, en el cual dispuso el material según los criterios dados, correspondió algunos elementos, observó, imitó y creó su cohete y sistema de navegación con el mapa espacial (material del estudiante, ilustración 64), elementos que aún no corresponden con la cuantificación, pero le permitieron crear una secuencia del uno al ocho en orden ascendente y con correspondencia para cada número un elemento concreto y la representación gráfica en la ubicación de la tierra y Saturno. De igual forma, en el juego de la escalera interplanetaria se percibió lo que establecen Boix y Gardner (1999), al “poner en práctica la comprensión ante otros exige que los alumnos tomen en cuenta a su público y a los contextos” (p. 253). Por lo tanto, aceptó el apoyo de Mirana y aportó desde lo que aprendió. Para esta categoría, se ubicó en el nivel de aprendiz, puesto que demostró una conciencia inicial de las diferencias de tamaños y formas, y la intención de ordenar uno a uno los elementos de la secuencia. En la siguiente tabla se detalla el nivel alcanzado para cada dimensión.

Tabla 15. Caracterización Final. Fase Proyecto Final de Síntesis. Reina.

<b>Dimensión</b>	<b>Niveles y descriptores para el concepto de número natural.</b>
<b>Contenido</b>	<p>Aprendiz: Establece comparaciones de más, menos e igual cantidad entre colecciones.</p> <p>Aprendiz: Toma algunos elementos concretos seleccionando cada uno desde sus características particulares y los ordena comparando dos colecciones.</p>
<b>Métodos</b>	<p>Novato: Clasifica elementos por imitación formando grupos con material reutilizable.</p> <p>Aprendiz: Ordena algunos elementos concretos por ensayo y error de tal forma que correspondan en cantidad y forma con otro conjunto, sin argumentar sus respuestas.</p>
<b>Propósitos</b>	<p>Aprendiz: Representa las cantidades de cada colección para dar el cardinal.</p> <p>Aprendiz: Describe y evalúa el orden de la secuencia reconociendo que cada elemento concreto tiene un lugar en relación con la colección total.</p>
<b>Formas de comunicación</b>	<p>Aprendiz: Razona y usa la operación lógica de clasificación para responder a los requerimientos que en situaciones de la vida cotidiana se le solicita.</p> <p>Aprendiz: Expresa con claridad las diferencias de tamaños y formas, identificando el lugar que cada uno ocupa en la secuencia.</p>

Fuente: elaboración propia

Este proceso de análisis de la comprensión del concepto de número natural evidenció en cada caso las conexiones profundas de aquello que se aprende tanto al interior de la escuela como por fuera de ella, esas interacciones con los materiales, compañeros, familiares y docentes propician un escenario de reflexión constante donde cada participante aporta el conocimiento que tiene. Investigar la comprensión de los alumnos, como afirma Blythe (2002), “confirma las necesidades implícitas en la empresa de la enseñanza para la comprensión” (p. 37). Comprender implica ir un poco más allá, ser y hacer de formas variadas con el conocimiento, lo que propicia la formación de estudiantes autónomos, líderes y comprometidos con su proceso y los de los otros.

Se concluye este análisis, así, valorando la riqueza de la triangulación de datos, a través de los tres instrumentos: entrevista, material del estudiante y observación, a partir de los cuales se amplió la visión y se profundizaron desde diferentes puntos de vista los desempeños de los estudiantes. Estas ideas serán ampliadas en el siguiente capítulo.

## 5. CONCLUSIONES

El análisis de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar fue posible a partir de la observación del desempeño de estos durante la implementación de dos entrevistas y el desarrollo de un proyecto de aula enmarcado en la EpC, mediante el uso de material reutilizable, el cual fue diseñado a partir de los elementos: Tópicos generativos, Metas de comprensión, Desempeños de comprensión y Evaluación diagnóstica continua.

La descripción de los desempeños de comprensión para cada caso se realizó teniendo en cuenta las categorías emergentes en coherencia con las dimensiones y niveles, a partir del diseño de una matriz de evaluación que incluyó descriptores que se refinaron durante el trabajo de campo; esta matriz fue clave para determinar el nivel de comprensión alcanzado por cada uno de los participantes.

A continuación, se presentan las conclusiones del proceso investigativo, a partir del alcance de los objetivos, la respuesta a la pregunta de investigación y las contribuciones en el campo de la Educación Matemática y Preescolar. Además, se incluyen recomendaciones para docentes de educación inicial, orientadas a la articulación de conceptos matemáticos que enriquezcan las prácticas educativas en este nivel de educación formal, a partir de la visión integral del Ministerio de Educación Nacional [MEN] (1998a) y la autonomía que tienen las Instituciones Educativas del país con relación a los procesos permanentes de mejoramiento de la calidad de la educación que se promulga en la ley 115 de 1994.

### 5.1 Alcance de los objetivos

Con respecto al objetivo general, orientado al análisis de la comprensión del concepto de número natural en estudiantes del nivel Preescolar en el marco conceptual de la EpC, mediante la manipulación de material reutilizable, es importante precisar los resultados obtenidos a partir de diferentes acciones emprendidas en relación con lo propuesto en los objetivos específicos, los cuales permitieron el alcance del mismo. A continuación, se describe cómo se llevó a cabo este proceso.

Con respecto al cumplimiento de los objetivos específicos, se encuentra que, en primer lugar, se interpretaron las comprensiones de los estudiantes, con apoyo del material reutilizable, como elemento mediador durante la implementación del trabajo de campo (proyecto de aula y entrevistas). Este tipo de material le permitió al estudiante establecer relaciones desde la abstracción empírica y reflexionante, y al docente investigador le permitió registrar las observaciones, para reconocer cómo el estudiante resolvía las situaciones que se presentaron. Sus expresiones, afirmaciones, preguntas y respuestas durante el desarrollo de las actividades propiciaron el análisis de la comprensión del concepto matemático.

En segundo lugar, se describieron los niveles de comprensión evidenciados por los estudiantes, teniendo en cuenta tres instrumentos para el proceso de análisis: las entrevistas, las observaciones del proyecto de aula en el diario de campo y el material del estudiante; estos elementos posibilitaron la triangulación de la información para lo cual se tuvo como apoyo la matriz de evaluación del concepto de número natural, la cual se diseñó y posteriormente consolidó a partir de los descriptores, en coherencia con las categorías que emergieron y en relación con los desempeños de comprensión. Esto permitió ubicar a los estudiantes en diferentes niveles de comprensión en el marco conceptual de la EpC, con respecto al concepto de número natural; lo que posibilitó el alcance del objetivo general de esta investigación.

Cabe precisar que, a partir de la descripción anterior, se resaltan elementos como: el material reutilizable, el proyecto de aula, las entrevistas semiestructuradas y la matriz de evaluación, con los descriptores por nivel para cada una de las dimensiones, los cuales fueron pertinentes y permitieron evaluar el proceso de comprensión de los estudiantes y se amplían a continuación.

**5.1.1 Material reutilizable.** Al analizar la comprensión del concepto de número natural para cada uno de los casos, se puede concluir que, la manipulación de los elementos diseñados a partir del material reutilizable, unos creados por los estudiantes y otros dispuestos por la investigadora para propiciar acciones a través del mismo, como figuras geométricas (de diferentes colores, formas y tamaños), la representación de los planetas en la maqueta del sistema solar, órdenes de pedido y los cohetes que se construyeron con cajas de cartón, para realizar el viaje en el proyecto final de síntesis, como apoyo a la metodología, permitió la adquisición progresiva de la comprensión desde el uso del recurso en relación con las posibilidades del mismo. En este

sentido, el material reutilizable fue transformado; los estudiantes interactuaron desde el proceso de construcción, a partir de las acciones de dibujar, recortar, asignar color y ensamblar, para posteriormente articularlos en actividades que exigían seleccionar, agrupar, ordenar, corresponder.

Como afirma Piaget (1991), los esquemas que van construyendo cada uno de los estudiantes no pueden observarse a simple vista, son las acciones sobre el material las que evidencian este proceso. En el caso de las operaciones lógicas de clasificación y seriación, estas son abstraídas por la manipulación ejercida sobre los elementos, es decir, aquella que surge de la transformación del material reutilizable y el uso personal del mismo, ya que propicia modificaciones a partir de las necesidades de expresión de cada uno de los participantes; el material es flexible, dinámico y cambiante, lo que propició la comprensión.

Con lo expuesto anteriormente, se resaltan las bondades del elemento mediador, el cual permitió desarrollar desempeños en cada una de las dimensiones de comprensión: contenidos, métodos, propósitos y formas de comunicación a partir de su manipulación y uso en cada una de las pruebas al interior del proyecto de aula. En este orden de ideas, Kamii (1995) afirma que es pertinente emplear todo tipo de materiales y establecer diferentes interacciones para el desarrollo de pensamiento lógico - matemático con niños de esta edad:

Cuando pedimos a un niño que juzgue dos conjuntos ya hechos, el motivo que tiene el niño para compararlos estriba en que el adulto desea la respuesta [...] comparar conjuntos ya hechos es una actividad pasiva en la que el niño está limitado [...]. Por el contrario, cuando el niño tiene que formar un conjunto [...] tiene que comenzar de cero y decidir exactamente cuándo parar la acción de “añadir más”. (p. 42)

Teniendo en cuenta lo anterior, fue posible orientar las reflexiones y experiencias a partir de las acciones que realizaron los participantes con cada uno de los elementos diseñados, para apoyar el alcance de las metas de comprensión. Los desempeños de cada participante evidenciaron niveles distintos; como afirman Boix y Gardner (1999), dominios que se sustentan para algunos en la intuición en comparación con otros, los cuales evidencian innovación y autonomía, a partir del uso del mismo material. La interacción con estos posibilita a los estudiantes a establecer relaciones y crear esquemas, mientras el material es transformado, realizando razonamientos a partir de su nivel de comprensión.

Un ejemplo de lo anterior ocurrió en el momento tres (fase de investigación guiada, prueba cinco) y en el momento cuatro (fase de investigación guiada, prueba seis), en el cual los estudiantes diseñaron extraterrestres, desde sus preferencias por color, forma y tamaño, lo cual motivó el establecimiento de correspondencia entre conjuntos y, posteriormente, la cuantificación para representar la cantidad numérica. De igual forma, con la creación de la maqueta del sistema solar, en la cual se interactuó con los elementos elaborados, a partir del material reutilizable, para la creación de una secuencia de orden, se posibilitó el evidenciar los desempeños de cada uno de los estudiantes observados.

Así mismo, el desarrollo de actividades en las tres fases del proyecto de aula, empleando el material reutilizable, favoreció el adecuado uso del lenguaje en relación con el nombre de las figuras geométricas, la representación gráfica y la cantidad de piezas que necesitaban para realizar cada una de las órdenes de pedido. Los desempeños evidenciaron comprensión del concepto de número natural, a partir de las interacciones con los materiales dispuestos para el proyecto final de síntesis. Dodo, Pat y Mirana, para el diseño del cohete, representaron una a una las piezas y las nombraron desde la relación de abstracción reflexionante y el uso de las operaciones lógicas de clasificación y seriación, estableciendo orden e inclusión jerárquica para asignar a las colecciones un cardinal. Así mismo, en la entrevista final, se evidenció reconocimiento de estas.

En este mismo sentido, en la fase final del proyecto de aula, Reina demostró conciencia de las reglas y empezó a manipular el material desde las indicaciones; de esta forma, pudo explorar nuevas alternativas de comunicación con el material y con los compañeros, dejando el egocentrismo para vincularse a las dinámicas grupales.

Además, los estudiantes diseñaron diferentes métodos que les posibilitaron resolver situaciones dentro del contexto, con construcciones más elaboradas (Boix & Gardner 1999), mediante el uso del material reutilizable. Lo anterior ocurrió con la maqueta del sistema solar, donde Dodo, Mirana y Pat, emplearon un método reconocible en cada uno de los casos. En la fase de investigación guiada alinearon los elementos en relación uno a uno, y en la fase de proyecto final de síntesis organizaron los planetas de forma ascendente y descendente para crear una secuencia de orden. Reina, por su parte, en la fase de investigación guiada, se encontraba en un nivel ingenuo, el material reutilizable era empleado como instrumento para el juego, sin conectar los elementos entre sí. Más adelante, en la fase de proyecto final de síntesis, buscó relacionar uno a uno el símbolo del número y los planetas, en una relación biunívoca.

Para realizar el análisis de un proceso como es la comprensión, se tuvieron en cuenta las interacciones que cada uno de los participantes tuvo con el material, como fue anteriormente descrito, comprensiones que se vivieron en acciones de contexto, pruebas grupales en las cuales interactuaban con el material, los compañeros y la investigadora, a partir de un proceso de apoyo articulado al logro de cada una de las metas de comprensión. A partir de las palabras, acciones, gestos de los compañeros se fue favoreciendo la comprensión del grupo de estudiantes en general, en este sentido se resalta lo evidenciado durante el proyecto de aula por la participante Mirana, quien, como afirman Boix y Gardner (1999), se desarrolló como “autoridad”, la cual validaba el desempeño en cada prueba. Ella lideró las actividades grupales, apoyó a sus compañeros y de forma autónoma compartió la capitanía con Reina en la presentación del proyecto final de síntesis, al observar que su compañera la necesitaba.

**5.1.2 Proyecto de aula.** La implementación de las tres fases: exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis desde el marco conceptual de la EpC, permitió el análisis de la comprensión del proceso por el cual pasaron los estudiantes del nivel Preescolar. Sus desempeños permitieron evaluar y orientar sus avances hacia el logro de cada una de las metas de comprensión, las cuales estuvieron articuladas al desarrollo de experiencias lógicas de clasificación (inclusión jerárquica) y seriación (orden) a partir del uso de material reutilizable, para la comprensión de estas dos operaciones lógicas y dar como síntesis la construcción del concepto de número natural.

De esta manera, pudo observarse cómo la implementación de actividades, apoyadas desde el uso de material reutilizable en cada una de las fases, contribuyeron al análisis de la comprensión del concepto de número desde cada una de las dimensiones y niveles. Se pudo evidenciar en el análisis de los cuatro casos (apartado 4.4), una capacidad de razonar en situaciones de contexto, en la cual se movieron con flexibilidad, generalizando conceptos aprendidos que les permitieron dominar la estructura de las pruebas y de los juegos, generando desempeños en los que incorporaron la lógica y autonomía.

En este sentido, como afirma Kamii (1995), el maestro tiene un papel fundamental en la creación del ambiente y la disposición del material que estimule la autonomía y el pensamiento. Desde esta perspectiva, se evidenció cómo el trabajo en equipo desde la interacción con sus compañeros posibilitó el intercambio de ideas; así mismo, la mediación de la investigadora, desde el apoyo hacia la meta que se pretendía lograr, al escuchar sus interlocuciones y uso del material

reutilizable, facilitó la comprensión del proceso cognitivo por el que se encontraba transitando cada uno de los estudiantes observados.

El proyecto de aula tuvo una actividad de cierre: juego en la escalera interplanetaria. Este momento evidencia el paso del pensamiento concreto al lógico, en el cual se evidenció el uso espontáneo del conocimiento para resolver cada una de las pruebas con relación al número natural que las casillas de la escalera les proponían. Según Stone (1999), en la fase de proyecto final de síntesis, en el marco conceptual de la EpC, se “demuestran con claridad el dominio que tienen los alumnos de las metas de comprensión establecidas” (113).

Otro aspecto a resaltar en el diseño del proyecto de aula, Viaje interplanetario a un planeta sin contaminación, fueron sus aportes en cuanto a las siete dimensiones del desarrollo; es decir, la visión integral que el MEN (1998 A) propone con relación a la educación del estudiante de nivel Preescolar. De igual forma, se articularon las cuatro actividades rectoras (arte, juego, literatura y exploración del medio). En cada uno de los momentos se incluyeron elementos que propiciaron la comprensión de las operaciones lógicas de clasificación y seriación, así como el cuidado del medio ambiente a partir del uso de material reutilizable y la vinculación de las familias para la adquisición de este. Además, el grupo de Preescolar se benefició del desarrollo del proyecto de aula, la motivación fue constante y la exploración de temáticas desafiantes como el orden de los planetas en el sistema solar, acompañado de cantos, cuentos e historias espaciales, fueron permeando los trabajos de expresión en juegos de roles, en los cuales actuaban como si fueran astronautas. Así mismo, los dibujos libres en los que se representaban cohetes, planetas y grafías, articularon la fantasía y las conexiones con el símbolo, tanto del número natural, como de las primeras letras.

**5.1.4 Entrevista semiestructurada:** La entrevista fue el instrumento a través del cual se obtuvieron los datos de forma individual y se contrastaron con los de la observación en las tres fases del proyecto de aula y el material del estudiante. Esta se desarrolló en dos momentos, al inicio para explorar los conocimientos previos y al final para confrontar el nivel de comprensión alcanzado. El diseño se construyó con anterioridad a partir de los referentes teóricos del concepto de número según Piaget (1991), y los aportes del marco conceptual de la EpC como marco de la comprensión. En este sentido, la estructura general de la entrevista respondió a las particularidades del proceso de investigación, las interacciones entre la investigadora, el material y el participante se desarrollaron en un ambiente de empatía, juego y espontaneidad, logrando indagar por las

operaciones lógicas de clasificación y seriación en escenarios diferentes al aula de clase y de los desafíos propios del proyecto de aula. Los datos obtenidos con este instrumento dieron confiabilidad al análisis a partir de la triangulación realizada.

**5.1.3 Matriz de evaluación.** Esta se configuró como un elemento fundamental para la consecución del objetivo general y la respuesta a la pregunta de investigación, ya que los descriptores posibilitaron analizar la comprensión y el nivel alcanzado por los participantes en cada una de las dimensiones, en relación con las categorías que emergieron durante el desarrollo de las actividades propuestas, por parte de los estudiantes, tanto en las entrevistas como en el proyecto de aula, a partir de los registros del proceso de observación y el material elaborado por ellos.

Durante el trabajo de campo, se fue consolidando la información y constituyéndose como pertinente el uso de la matriz de evaluación. Los descriptores propuestos al inicio del proceso investigativo fueron hipotéticos y tuvieron en cuenta la teoría de Piaget (1991) con relación al concepto de número natural. Así mismo, se organizaron en coherencia con la guía que Boix y Gardner (1999) proponen para evaluar la comprensión en cada una de las dimensiones y niveles en el marco conceptual de la EpC. Estos se fueron refinando para convertirse en descriptores finales a partir de la observación de los cuatro estudiantes durante el trabajo de campo, en la implementación de las entrevistas y las tres fases del proyecto de aula, en las cuales se describieron los hallazgos en la fase de exploración, posteriormente los avances que se fueron dando de forma progresiva en la fase de investigación guiada y el cierre del proceso en el proyecto final de síntesis.

Durante la implementación del proyecto de aula, fue posible observar los avances individuales a partir de las interacciones con el material reutilizable, con sus compañeros y la investigadora, los cuales permitieron describir los rasgos de la comprensión y de esta forma consolidar los descriptores por nivel para cada una de las dimensiones. En este sentido, el ejercicio investigativo apoyó los procesos de comprensión de cada uno de los participantes, en el cual tres de ellos iniciaron en un nivel concreto e ingenuo dominado por la percepción visual e intuitiva, para alcanzar en algunos casos un nivel de maestría en cuanto a la comprensión del concepto de número natural, con base en la síntesis de las operaciones lógicas de clasificación y seriación.

A continuación, se presenta un resumen de los niveles alcanzados por los cuatro participantes y la ubicación final en la matriz de evaluación con relación a la comprensión del concepto matemático en cada dimensión.

### 5.1.5 Matrices de niveles de comprensión de los participantes.

Tabla 16. Matriz de Evaluación Final.

<b>Matriz de evaluación: Dimensión de contenido</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Agrupación de elementos a partir de criterios fijos.</b>			Reina	Mirana, Pat, Dodo
<b>Sucesión ordenada de elementos</b>			Reina	Mirana, Pat, Dodo

Fuente: elaboración propia

<b>Matriz de evaluación: Dimensión de método</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Construcción de colecciones.</b>		Reina	Dodo, Pat	Mirana
<b>Procesos de Orden.</b>			Reina	Mirana, Pat, Dodo

Fuente: elaboración propia

<b>Matriz de evaluación: Dimensión de propósito</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>

<b>Uso de las colecciones en diferentes contextos</b>	Reina	Mirana, Pat, Dodo
<b>Creaciones de orden para establecer diferencias</b>	Reina	Mirana, Pat, Dodo

Fuente: elaboración propia

<b>Matriz de evaluación: Dimensión de formas de comunicación</b>				
<b>Categoría</b>	<b>Ingenuo</b>	<b>Novato</b>	<b>Aprendiz</b>	<b>Maestría</b>
<b>Nombrar cantidades de elementos.</b>			Reina	Dodo, Pat y Mirana
<b>Interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.</b>			Reina	Dodo, Pat y Mirana.

Fuente: elaboración propia

## 5.2 Respuesta a la pregunta de investigación

Los argumentos presentados anteriormente permiten dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿cómo comprenden los estudiantes del nivel Preescolar el concepto de número natural, en el marco conceptual de la EpC, mediante el uso de material reutilizable? Esta idea se amplía en los siguientes aspectos.

La comprensión del concepto de número natural se dio en situaciones de contexto, ambientadas a partir de la implementación de un proyecto de aula, diseñado en el marco conceptual de la EpC para el análisis de la comprensión; este proyecto se desarrolló en tres fases (exploración, investigación guiada y proyecto final de síntesis), en las cuales se crearon todo tipo de relaciones, interacciones y acciones a partir de la manipulación del material reutilizable, que permitieron a los

estudiantes apropiarse de las operaciones lógicas de clasificación y seriación que dieron como síntesis el concepto matemático.

El proyecto de aula se articuló a cada uno de los elementos de la comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua. El diseño de la propuesta de aprendizaje orientó en cada una de las fases el desarrollo de los desempeños de los estudiantes, de forma progresiva a partir de las metas de comprensión, las cuales están explícitas en las actividades de la fase de investigación guiada. Las metas conllevaron al alcance del tópico generativo, el cual se evaluó de forma continua, a partir de la interacción con el material, los compañeros y la investigadora, posibilitando el análisis de las acciones de los participantes para describir el nivel de comprensión con relación al concepto de número natural. Además, el proyecto de aula se fundamentó en los tres principios para fortalecer el desarrollo del conocimiento lógico-matemático de Kamii (1995). En este caso, se buscó poner en acción para cada uno de los momentos y pruebas los desempeños de los estudiantes, es decir, las expresiones, preguntas, respuestas e interacciones con el material reutilizable y sus compañeros, para evidenciar las categorías emergentes y descriptores de nivel.

En este sentido, el proyecto de aula permitió estructurar la matriz de evaluación a partir de la interpretación y análisis de los desempeños, describiendo la comprensión del objeto de estudio y, de esta forma, establecer el nivel de comprensión alcanzado por cada uno de los estudiantes en las dimensiones propuestas, en relación con la EpC, marco conceptual que apoyó el proceso. Es de anotar que tres de ellos alcanzaron el nivel de maestría en algunos de sus desempeños.

Como se afirmó anteriormente, el marco de la EpC, implementado para desarrollar experiencias de aprendizaje encaminadas a la comprensión, posibilitó el desarrollo de pensamiento autónomo y la construcción de las operaciones lógicas; igualmente, puso en acción los desempeños para, de esta forma, orientar el trabajo individual de los estudiantes y, por tanto, generar la comprensión del concepto. La estructura del número natural no se enseña directamente, se anima al estudiante a pensar y a establecer todo tipo de relaciones entre los objetos. En este sentido, el uso y transformación del material reutilizable, fue pertinente al no estar diseñado desde formas determinadas, sino que se manipuló a partir de las necesidades intrínsecas del estudiante, el uso que a partir de la construcción fue posible articular a cada uno de los momentos y pruebas; principalmente en la fase de investigación guiada, en la cual el material dejó de ser un elemento de desecho, para convertirse, a partir de la interacción, en mediador para la comunicación y

representación del proceso cognitivo por el cual se encontraban transitando y, así, propiciar esta comprensión que partió de la abstracción empírica a la reflexionante.

### **5.3 Aportes a la educación matemática.**

Investigar la comprensión de los alumnos, como afirma Blythe (2002), confirma dificultades con relación a la enseñanza para la comprensión. El análisis realizado en esta investigación brinda herramientas que posibilitan reflexionar alrededor del proceso de enseñanza para el desarrollo de comprensiones más especializadas y fluidas alrededor del concepto de número natural en el nivel Preescolar. En este sentido, el análisis realizado en este proceso investigativo, remite al lector a la génesis del proceso de construcción del concepto matemático, el cual es síntesis de las operaciones lógicas de clasificación y seriación de acuerdo con Piaget (1991); operaciones a partir de las cuales se orientó este proceso investigativo y cuyo reconocimiento es relevante desde la formación disciplinar de los docentes para la enseñanza adecuada de dicho concepto.

En la investigación se obtuvo como uno de los resultados el diseño de una Matriz de evaluación de la comprensión, a partir de las cualidades del marco conceptual de la EpC, la cual permite determinar el nivel de comprensión en el que se encuentra el estudiante de nivel Preescolar y así acompañar de forma intencionada la comprensión del concepto de número natural.

La investigación aporta el diseño de un proyecto de aula para el nivel de Preescolar, este puede ser utilizado en las aulas de clase, con la intención de favorecer la comprensión del concepto de número natural.

La articulación del marco conceptual de la EpC, para el área de las matemáticas en este nivel de educación, propicia el uso de este marco para otros conceptos en el área de las Matemáticas, particularmente en el nivel Preescolar, a partir de la metodología de proyecto de aula y el uso del material reutilizable, favoreciendo de esta forma los procesos de abstracción y comunicación que las interacciones sobre el mismo posibilitan.

### **5.4 Futuras líneas de investigación.**

A partir de la investigación realizada, se abren posibilidades para algunas líneas de investigación, entre las cuales se proponen las siguientes:

- La interacción con elementos didácticos contruidos a partir de la manipulación del material reutilizable, como mediador para el aprendizaje de otros conceptos matemáticos, reconociendo las bondades de este desde las propiedades moldeables, las cuales fueron descritas ampliamente en el documento y otras como la facilidad de adquisición y vinculación con el cuidado y sentido de pertenencia con el medio ambiente.
- Dadas las características del estudiante de nivel Preescolar y el reconocimiento en los referentes de calidad y documentos de apoyo, como un ser integral, el cual estructura sus aprendizajes a partir de las interacciones que establece con el mundo, con los otros y consigo mismo, la presente investigación puede extenderse al desarrollo de la dimensión cognitiva a partir de la comprensión de otros conceptos matemáticos o en otras áreas del saber, desde el diseño de actividades contextualizadas a partir de proyectos de aula que tengan en cuenta los elementos y cualidades del marco de la EpC.
- A partir de los niveles de comprensión identificados para cada una de las dimensiones de comprensión del concepto de número natural en el nivel Preescolar, se pueden orientar investigaciones que propicien el avance en el proceso de comprensión, desde la articulación de actividades específicas para el desarrollo de los desempeños, en coherencia con el marco de la EpC.

## 5.5 Recomendaciones

Comprender el concepto de número natural es fundamental en el desarrollo de la autonomía y del pensamiento matemático, en tanto es un reto que implica integrar las motivaciones de los estudiantes, el desarrollo físico y cognitivo por el que atraviesan. En este sentido, es pertinente establecer líneas de trabajo en las que se integre a los estudiantes de nivel Preescolar, en los procesos de formación matemática, incluyendo la génesis de las operaciones lógicas para este nivel de educación formal. En este sentido, se recomienda:

- El uso de la matriz de evaluación para la realización del diagnóstico inicial de la comprensión del concepto de número natural con los estudiantes del nivel Preescolar, y establecer actividades para apoyar el avance del grupo de estudiantes en general.
- Tener en cuenta los elementos que propone el marco conceptual de EpC para la planeación de diferentes proyectos de aula.

- Implementar el proyecto de aula en el nivel de Preescolar, incluyendo temáticas que partan del interés de los estudiantes, para de esta forma mantener la motivación y participación activa de todo el grupo.
- Propiciar aprendizajes a partir de la manipulación de material reutilizable para la construcción de diferentes conceptos.

Es importante mencionar que el reto que queda para directivos y docentes de educación Inicial y Preescolar, en tanto se hace pertinente fortalecer las mesas de trabajo del municipio y del suroeste con relación a la educación infantil; por lo tanto, se hace necesario articular una línea de investigación desde la primera infancia con énfasis en la dimensión cognitiva que propicie procesos de pensamiento desde la manipulación de materiales que les permita a los estudiantes construir esquemas de pensamiento flexible y rico en experiencias.

## 6. REFERENCIAS

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Blythe, T. (2002). *La enseñanza para la comprensión: guía para el docente*. Buenos Aires: Paidós.
- Boix, V., & Gardner, H. (1999). *¿Cuáles son las cualidades de la comprensión?* Buenos Aires: Paidós.
- Cardoso, E., & Cerecedo, M. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista Iberoamericana de Educación.*, 1681-5.
- Carroll, L. (1865). *Alicia en el país de las maravillas*. Ediciones Siruela.
- Carroll, L. (1999). *Alicia en el País de las Maravillas. Alicia a través del espejo (12° edición)*. Barcelona: Luis Maristany.
- Congreso de la República. (1994). Ley 115 del 8 de febrero de 1994. Diario Oficial No. 41.214. (Por la cual se expide la Ley General de Educación). Bogotá, D.C., Colombia.
- Congreso de la República. (2006). Ley 1098 del 8 de noviembre de 2006. Diario Oficial No. 46.446. (Por la cual se expide el Código de la Infancia y la Adolescencia). Bogota, D.C., Colombia.
- Fischer, J. (2017). *Understanding children's mirror writing*. Obtenido de Portal The Conversation: <https://theconversation.com/understanding-childrens-mirror-writing-87948>
- Frabetti, C. (2000). *Malditas matemáticas. Alicia en el país de los números*. Madrid: Grupo Santillana de Ediciones.
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias Múltiples. La Teoría en la Práctica*. Barcelona: Paidós.
- Glaserfeld, E. (1987). *The Construction of Knowledge. Seaside*. Intersystems Publications.
- González, J. (2014). *La Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas, en el contexto de la agricultura del café*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1995). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: Mc Graw Hill.
- Jiménez, L. (2016). *Proyecto de aula para fortalecer el pensamiento numérico a través de la utilización de material manipulativo en los niños de preescolar de la I.E.V.S. sede Fidel Antonio Saldarriaga*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

- Kamii, C. (1995). *El número en educación preescolar*. Madrid.
- Kamii, C. (1996). *La teoría de Piaget y la enseñanza de la aritmética*. Madrid: Editorial Perspectivas.
- Kamii, C. (2000). *El niño reinventa la aritmética. Implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid.
- Llorens, J. (1994). *Aplicación del Modelo de Van Hiele al concepto de Aproximación Local*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Londoño, R., Jaramillo, C., & Esteban, P. (2017). Estudio comparativo entre el modelo de van-Hiele y la teoría de Pirie y Kieren. Dos alternativas para la comprensión de conceptos matemáticos. *Revista logos ciencia y tecnología*. 9(2), 121-133.
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión de la matemática y la Teoría APOE. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. 6(3), 221-278.
- Méndez, D., & Vargas, L. (2013). *Comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas desde la (EpC)*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Ministerio de Educación. (1997). Decreto 2247 del 11 de septiembre de 1997. (por el cual se establecen normas relativas a la prestación del servicio educativo del nivel preescolar y se dictan otras disposiciones). Bogotá, D.C., Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional [MEN].
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). *DBA Preescolar*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional [MEN].
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2017). *Bases Curriculares. Para la Educación Inicial y Preescolar*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional [MEN].
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998a). *Lineamientos Curriculares Preescolar*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional [MEN].
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998b). *Lineamientos Curriculares Preescolar*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional [MEN].
- Perkins, D. (1999). *Qué es la comprensión?*. Montevideo: Universidad de la República.
- Piaget, J. (1991). *Seis Estudios de Psicología*. Barcelona: Editorial Labor.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1997). *Psicología del niño (14° Ed.)*. Ediciones Morata.

- Portal Hablemos de Cultura. (2017). *Juegos Tradicionales de Colombia: Historia, rondas, por regiones y más*. Obtenido de Portal Hablemos de Cultura: <https://hablemosdeculturas.com/juegos-tradicionales-de-colombia/>
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *Revista PNA*. 4(1), 1-14.
- Rivera, G. (2014). *Procesos de Razonamiento y de Comprensión con Respecto a la Solución de Problemas que Involucran la Estructura Multiplicativa*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*. Bogotá: Círculo de Lectura Alternativa.
- Stake, R. (1999). *Investigación con Estudio de Caso*. Madrid: Ediciones Morata.
- Stone, M. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.
- Valbuena, L. (2012). *Desarrollo de Comprensiones en niños de transición en ciencias naturales*. Chia: Universidad de la Sabana.
- Velázquez, M. (2013). *La resolución de problemas numéricos bajo el enfoque por competencias en niños de educación preescolar: Desarrollo de un modelo didáctico*. México, D.F.: Universidad Pedagógica Nacional.
- Villegas, M., Bedoya, D., & Ibarra, T. (2019). *Comprensión del concepto de número natural en Preescolar*. Medellín: Universidad de Antioquia.

## ANEXOS

### Anexo 1. Consentimiento informado

#### Formato de autorización para uso pedagógico de imágenes, audios, videos y datos personales de estudiantes menores de edad

Yo \_\_\_\_\_ identificado (a) con cédula de ciudadanía N° \_\_\_\_\_ expedido en \_\_\_\_\_, autorizo publicar y divulgar imágenes, datos personales donde se proteja la identidad real, voces, fotos, sonidos y videos, entre otras, a manera de registro en el diario de campo de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las cuales participa mi hijo (a), \_\_\_\_\_, en el marco del proyecto de investigación “*Comprensión del concepto de número natural en preescolar*” desarrollado por la profesora Maribel Gil Villegas de la I. E de Jesús sede Camilo González de Concordia. La investigación está relacionada con propósitos académicos en la dimensión cognitiva, y sus datos serán usados con fines pedagógicos e investigativos, expuestos en medios de comunicación escritos y audiovisuales, textos de divulgación científico- pedagógico y los que pudieran desarrollarse a futuro.

Solidariamente autorizo publicación, copia y divulgación de la información, atendiendo a la protección de la identidad real de mi hijo (a), entendiendo que son accesibles a cualquier persona con posibilidad de ver publicaciones electrónicas y el contenido físico del proyecto.

**Nota:** se insiste en que el material a utilizar solo tiene propósitos de difusión pedagógica y académica; en el momento en que se requiera la modificación o supresión de sus imágenes, bien se puede realizar y estas no volverán a ser utilizadas en futuras publicaciones.

Para constancia,

Lugar: \_\_\_\_\_

Firma acudiente: \_\_\_\_\_

CC: \_\_\_\_\_

## **Anexo 2. Entrevista inicial**

### **Entrevista para estudiantes del nivel Preescolar**

Entrevista realizada a los cuatro estudiantes observados, con los cuales se realizó el consentimiento firmado por parte de los acudientes para este proceso investigativo, con el objetivo de recolectar información desde un encuentro tranquilo de conversación y acción desde la manipulación de material concreto para propiciar que el estudiante exprese de forma espontánea su comprensión sobre las operaciones lógicas que determinan el concepto de número natural.

Contó con cuatro bloques de preguntas, los cuales se articularon a la teoría de Piaget con relación al concepto de número natural y por Boix y Gardner (1999) al respecto de las cualidades propuestas por el marco de la EpC, contrastando las respuestas con la matriz de evaluación de las dimensiones por nivel, con el propósito de indagar por los procesos de comprensión que los estudiantes han construido con respecto al concepto, al momento de la aplicación de la misma. En el primer bloque, se hizo un proceso de reconocimiento de los objetos desde características de color, forma, tamaño y grosor; en el segundo y tercero, se indagó por las operaciones lógicas de clasificación y seriación, a partir de criterios propios y, en el cuarto bloque, se realizaron preguntas de correspondencia y comparación de cantidades. A continuación, se presentan los cuatro bloques de preguntas.

#### **❖ LOS OBJETOS:**

- Tipos de objetos, reconocimiento por preguntas de los tamaños.
- Formas geométricas que conocen de las figuras presentadas.
- Colores de las fichas, cuántos y cuáles nombra el estudiante.
- ¿Qué relaciones establece entre los objetos?

#### **❖ CLASIFICACIÓN**

- Cómo realiza la clasificación, desde un solo criterio, desde dos o más.
- El estudiante crea condiciones propias de clasificación.

#### **❖ SERIACIÓN**

- ¿Cómo ordena las regletas? de forma ascendente, de forma descendente.
- Se sugieren nuevas formas y desde preguntas se busca motivar a la seriación.

#### ❖ **CORRESPONDENCIA**

- El facilitador presenta fichas unas para él y otro para el estudiante. Después de este momento el estudiante define quien tiene más cantidad de fichas.
- El facilitador selecciona un grupo de fichas e invita al estudiante para igualar las cantidades que ha dispuesto e intentar responder ¿quién tiene más?
- Se motiva al estudiante a nombrar cada una de las fichas y designar la cantidad.

### Anexo 3. Entrevista final

#### Entrevista para estudiantes del nivel Preescolar

Entrevista realizada de forma individual a los cuatro estudiantes observados: Dodo, Pat, Mirana y Reina, al finalizar las tres fases del proyecto de aula, con el propósito de detallar algunos procesos, expresiones, acciones y respuestas entregadas durante el desarrollo del mismo. Durante la entrevista se propusieron situaciones con relación a las operaciones lógicas de clasificación y seriación; la primera consistió en un agrupamiento que posibilitó la inclusión de clase; la segunda el ordenamiento jerárquico de los elementos, principios de abstracción que según Piaget (1991) se desarrolla la asignar un lugar y nombre a cada elemento, que está en correspondencia con los otros elementos del grupo y al cuantificarlos dan como síntesis el número natural. El proceso de entrevista se organizó en tres momentos designando algunas preguntas que fueron la base del proceso de entrevista; a continuación, se describe cada uno:

Primer momento:

- Es necesario construir un cohete espacial, selecciona un triángulo amarillo mediano, dos cuadrados azules medianos, dos triángulos pequeños rojos, dos triángulos grandes azules, un paralelogramo mediano rojo. ¿Cuántas piezas tiene tu cohete?
- Construye otro cohete que tenga las mismas piezas, que se igual al tuyo en color, forma y tamaño.

Segundo momento:

- Ya tienes dos cohetes iguales, si necesitas construir un cohete para los otros capitanes, es decir, cuatro cohetes en total incluyendo el tuyo, ¿Cuántas piezas de cada color y forma necesitarías? (el material concreto para los dos faltantes no está sobre la mesa, solo el de los dos cohetes construidos, el estudiante deberá utilizar una estrategia para responder a esta pregunta)

Tercer momento:

- Con las piezas de dos cohetes, ¿se puede construir uno que las contenga todas, sin que sobre o falte alguno?
- Organiza las piezas de dos cohetes por color.
- Intenta darle otro orden a este grupo de figuras geométricas.

- Ordena las piezas del cohete por tamaño. ¿en dónde hay más?, ¿en dónde hay menos?, ¿cuántas piezas son grandes?, ¿cuántas son pequeñas? y ¿cuántas medianas? cuantifica para cada subgrupo.
- Al construir una secuencia lógica de forma, tamaño y color, ¿cómo se organizan el resto de las figuras geométricas, siguiendo cada patrón?

### Anexo 4: Proyecto de aula: Viaje Interplanetario a un Planeta sin Contaminación.

1. IDENTIFICACION							
<b>Institución Educativa</b>	De Jesús	<b>FECHA INICIAL</b>	mayo		<b>FECHA FINAL</b>	junio	
<b>NIVEL</b>	Preescolar	<b>PERIODO</b>	dos	<b>SEDE</b>	Camilo González	<b>HORA S</b>	
<b>DOCENTE</b>	Maribel Gil Villegas						
<b>CONCEPTO</b>	Número natural						
2. ELEMENTOS DE COMPRENSIÓN							
Tópicos Generativos.							
<b>Reconocimiento del número natural para dar solución a situaciones, en el proyecto de aula: viaje interplanetario a un planeta sin contaminación</b>				Ese tópico pretendió que los estudiantes reconocieran el uso del número natural, mediante la manipulación del material reutilizable, en pruebas al interior de un proyecto de aula que incluyeron las operaciones lógicas de clasificación y seriación, en búsqueda del tránsito del pensamiento concreto al abstracto y así simbolizar, representar y comunicar diferentes situaciones numéricas.			
Hilo conductor							
Comprensión del concepto de número natural mediante el uso de material reutilizable.							
Metas de comprensión							
<b>Comprende el uso de los números naturales, a través del orden de los planetas y las relaciones que se establecen para la ubicación del ser humano en el espacio.</b>				Con esta meta se pretendió que los estudiantes se acercaran al sistema solar y al orden que los seres humanos han establecido con relación al sol; a partir de este punto se enumeran ocho planetas con el número natural; en este sentido, para viajar a Saturno se hace necesario comprender el uso del concepto matemático y ubicarse en el sistema solar.			
<b>Establece relaciones de orden, clasificación de objetos e inclusión de los mismos a partir del uso de material reutilizable.</b>				Esta meta buscó que los estudiantes establecieran relaciones entre los objetos y elementos manipulativos para realizar el tránsito, paso a paso, de lo concreto a lo simbólico, instaurando relaciones mentales que los llevaran a razonar lógicamente.			
<b>Simboliza los números naturales desde el reconocimiento social de los mismos.</b>				La intención de esta meta fue que el estudiante reconociera que los números naturales se representan desde el símbolo socialmente construido, a partir del cual se comunica y establece correspondencias entre los elementos de la colección y la palabra usada para contar.			
<b>Comprende el uso de los números naturales en diferentes situaciones</b>				Esta meta tuvo como finalidad propiciar el uso del número natural en acciones sencillas del proyecto de aula, con el propósito de desafiar sus desempeños y acompañar a los estudiantes a alcanzar la comprensión de los mismos.			
Desempeños de comprensión							
Exploración							
<p>Se inicia el reconocimiento de los saberes previos a partir de juegos tradicionales (Portal Hablemos de Cultura, 2017), empleando material reutilizable. El propósito de estas actividades está dirigido a observar cómo emplean las secuencias numéricas en esa relación uno a uno y el reconocimiento de los objetos desde propiedades de color, forma, tamaño y textura los cuatro estudiantes seleccionados para el trabajo de campo y qué reconocimiento tienen de la misma.</p> <p>Para comenzar Alicia desea conocer la cultura de las personas de la tierra, por ello invita a los Estudiantes de Preescolar a jugar, juegos tradicionales.</p> <p>Cada escenario estará ambientado por estaciones que tienen la representación y elementos necesarios para el juego con material reutilizable.</p>							

- Escondidas (nombre del juego en cartón): se dan las siguientes instrucciones; cada uno de los estudiantes deberá esconderse, para no ser encontrado, por turnos uno de ellos será quien busque a los otros. El responsable de ir tras la búsqueda debe realizar un conteo previo el cual será acordado hasta el número 20 (conocimiento social de las palabras usada para contar), eligiendo en un primer momento a los estudiantes que han sido seleccionados para el trabajo de campo.
- Golosa (para jugar se tendrán dibujados en el piso varias golosas con números del uno hasta el diez). El juego estará organizado por pequeños grupos permitiendo la participación y dinámica del mismo, reconociendo conteos y el establecimiento de relaciones de la representación simbólica y las palabras número.
- Gato y ratón: Este juego enfrenta a dos personajes en un reto de velocidad y astucia. Uno es el ratón quien se encuentra dentro de un círculo formado por la unión de las manos de los compañeros del salón de clases y el otro es el gato quien viene a retarlo. Mientras se da el encuentro para la competencia se canta una canción la cual está limitada por el tiempo designado para el evento. La canción es; el reloj de Matusalén da las horas siempre bien, da la una, da las dos, da las tres, da las cuatro da las cinco. Así se continúa hasta la hora pactada, el juego permite reconocer la relación de orden que se establece en el tiempo y la secuencia del reloj con el momento preciso del encuentro pactado.
- Alicia dice: En esta base, la cual cuenta con materiales reutilizables, ella solicita elementos para clasificar, ordenar, seleccionar y traer cantidades que se necesiten como desafío del juego que dará puntos al equipo ganador.

*Nota aclaratoria:* para iniciar esta base se realizará la distribución de integrantes con el juego: Jugo de limón (Jugo de limón, vamos a jugar y el que quede solo, solo quedará, de a cuatro, de a cinco...)

Para este momento se inicia la presentación del personaje que acompañará el desarrollo del proyecto de aula: Alicia, quien se articula a lo planteado por el autor Carroll (1865), con algunas adaptaciones que se recrean en la necesidad de reinventar un planeta sin contaminación o basura.

Alicia llega al aula de Preescolar después de un viaje Interplanetario, buscando compañía para regresar a su planeta. Desea que los estudiantes de Preescolar le ayuden a establecer unas reglas de comportamiento, en el que las basuras sean organizadas y distribuidas de tal forma que al planeta de Alicia no le ocurra lo que pasa con la Tierra actualmente, la cual se encuentra en riesgo por los procesos de contaminación.

### Investigación guiada.

En el desarrollo de esta fase se tiene presente que, “los desempeños de investigación guiada involucran a los alumnos en la utilización de ideas o modalidades de investigación que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas” (Stone, 1999, p. 112). Para este proyecto de aula se proponen seis momentos con nueve pruebas en los que Alicia invita a los estudiantes del nivel Preescolar a desafiar sus desempeños con relación al concepto de número natural, cada momento este articulado con las metas de comprensión y los tres principios para favorecer el desarrollo del conocimiento lógico matemático que propone Kamii (1995).

<b>Primer momento</b>	<b>Tiempo:</b>	
Se realiza la lectura del primer capítulo del texto <i>Alicia en el país de los números</i> propiciando que los estudiantes a partir de la fantasía que ofrece la lectura, realicen acercamientos con el concepto número natural. Estos personajes mágicos, se apropian del aula de clase, desde la ambientación de los espacios y la narración del primer capítulo con el cual se da inicio al viaje interplanetario a un planeta sin contaminación	<b>Recursos o Materiales</b>	Texto adaptado para el proyecto de aula.
<b>Segundo momento</b>	<b>Tiempo:</b>	Tres encuentros de una hora cada una
Se realizan actividades relacionadas con el concepto de número y el uso del material reutilizable. En este momento se vincula a la familia en la recolección de los insumos para su manipulación en el proyecto de aula y las pruebas que les exigen las operaciones lógicas de clasificación y seriación. <b>Prueba 1:</b> Alicia iniciará solicitando la creación de elementos del relato con respecto a la contaminación de mucha-poca y la relación con formas, tamaños y colores. Para este momento el material será manipulado buscando crear formas similares a las que presenta Alicia (figuras geométricas: cuadrado, triángulo, círculos, rectángulos de diferentes tamaños) establecimiento de esquemas desde la relación grande-pequeño, muchos-pocos. <b>Prueba 2:</b> pintar las figuras creadas con colores primarios y establecer conjuntos, donde se motiva a establecer relaciones por color, forma y tamaño.	<b>Evidencia fotográfica</b>	

<p><b>Prueba 3:</b> relaciones uno a uno. Juego de establecer correspondencia y agilidad corporal y de coordinación manual.</p> <p>Se organiza el grupo en dos equipos, Alicia propone el juego de correspondencia y velocidad, aquí gana el equipo que por turnos tome de una caja el material antes construido y pintado, para transportarlo y establecer correspondencia con una ficha que presenta las mismas características de la figura, ésta debe corresponder con el color, la forma y el tamaño.</p>	
<p><b>Tercer momento</b></p>	<p><b>Tiempo:</b></p>
<p>Con el propósito de que el estudiante reconozca la representación simbólica de los números, se fundamenta este momento en la meta de comprensión: “Simboliza los números naturales desde el reconocimiento social de los mismos” (Kamii, 1995, p. 33), y en dos principios de Kamii (1995): “Animar al niño a que cuantifique objetos lógicamente y a que compare conjuntos (más que a que cuente) (...) Animar al niño a intercambiar ideas con sus compañeros” (p. 33). Para ello se lee el capítulo dos “Alicia en el País de los números”, a partir del cual se propone la creación de nuevos símbolos de representación de cantidades, empleados en los juegos para cuantificar.</p> <p><b>Prueba 4:</b> Desde el planeta de Alicia “Saturno” Alicia se encuentra muy aburrida, por ello decide contar estrellas, cada vez que pase una estrella fugaz por el cielo ella la representa con una rayita. De igual forma, les solicita a los estudiantes de preescolar que le ayuden a contar y al final del día contar y posteriormente comparar ¿cuántas estrellas pasaron?</p> <p><b>Prueba 5:</b> Alicia inicia una exploración de los números, desde la relación oral que se presenta en los cantos tradicionales, se indagará a profundidad que significa cada número que es narrado en el juego desde la representación simbólica y a partir del material, para posteriormente construir conjuntos y establecer cantidades.</p> <p>Para este momento se emplea material reutilizable que represente los juegos y rondas con números. Por ejemplo, el canto de los elefantes, será contextualizado al proyecto por diez extraterrestres elaborados con tubos de papel higiénico, los cuales serán pintados y organizados por los estudiantes. Después de cantar y simbolizar con el número correspondiente cada extraterrestre, se motivará a los estudiantes a establecer grupos, en los que se busquen relaciones desde color del cuerpo, de los brazos, número de ojos o antenas, relacionando grupos con cantidades, estas serán escritas con tiza, ¿Cuántos extraterrestres están en cada grupo?</p> <p>De igual forma, se reforzará esta clasificación con las figuras geométricas antes construidas por los estudiantes, para solicitarles grupos que respondan a ciertas características, como color, forma, color y forma, tamaños y grosor, conjuntos que serán cuantificados y simbolizados posteriormente según la cantidad.</p>	<p><b>Evidencia fotográfica</b></p>   
<p><b>Cuarto momento</b></p>	<p><b>Tiempo:</b></p>
	<p><b>Evidencia fotográfica</b></p>

Este momento plantea preguntas que indagaban por la necesidad de llegar al planeta de Alicia ¿A qué planeta nos dirigimos? ¿Cuál es su ubicación con respecto al sol? ¿Cuántos planetas se encuentran entre la Tierra y Saturno?

Para este momento se considera la primera meta de comprensión: “Comprende el uso de los números naturales a través del orden de los planetas y las relaciones que se establecen para la ubicación del ser humano en el espacio” (Kamii, 1995, p. 33), y desde los principios de enseñanza que propone Kamii (1995) “Animar al niño a estar atento y a establecer todo tipo de relaciones entre toda clase de objetos, acontecimientos y acciones” (p. 33).

**Prueba 6:** este será un viaje al espacio, los estudiantes de Preescolar iniciarán la exploración del universo, reconociendo planetas, satélites, espacialidad y ubicación temporal.

A partir de la creación de los planetas del sistema solar, se realizarán maquetas con material reutilizable en los cuales se crearán las coordenadas para llegar a un lugar específico, aquí se cuentan pasos, se establece lateralidad y relaciones de cerca, lejos, al lado, debajo, encima de... serán las palabras claves y la construcción estructural de esta prueba como tal.

Además, se contarán los planetas y se ubicarán en el orden que en el espacio se encuentran en relación con el sol, desde la secuencia y orden jerárquico.

Esta actividad tendrá dos momentos uno de creación grupal y otra de creación individual. En la primera la docente realizará una maqueta en la que relaciona los planetas con el lugar que le corresponde en relación a la cercanía al sol, luego se entregará los planetas del sistema solar y la secuencia numérica para que de forma grupal sean organizados uno a uno cada elemento, en el segundo momento con hojas, cada estudiante diseñará un mapa que los guíe en el viaje que realizarán desde la Tierra hacia Saturno; el planeta de Alicia. Esta actividad permite desarrollar algunas habilidades del pensamiento (ordenar y comparar, ordenar y clasificar, representar, interpretar, inferir y transferir.)

La maqueta que es elaborada por la docente, quedará en el rincón de ambientación al igual que los planetas del sistema solar, creados con bombas y papel.

Cada encuentro de aprendizaje, tendrá de referencia este espacio, el cual representa el número natural con un planeta, asignando de esta forma el tres a la tierra, el seis a Saturno y así, con todos los planetas del sistema solar. Este espacio permite la interacción constante y manipulación del mismo, buscando la interiorización del concepto matemático, aquí se da una representación, que genera relaciones uno a uno y de cantidad constante.



### Quinto momento

El desafío de los estudiantes es crear una parte del cohete con material reutilizable, se dan las orientaciones de la actividad en las que se plantea la necesidad de construir un panel de control para el funcionamiento de la nave espacial, a través de una solicitud de materiales que debe estar descritos en una lista de pedidos.

En relación con lo antes mencionado, para este momento de la investigación se consideran dos aspectos el primero fue la meta: “Comprenden el uso de los números naturales en diferentes situaciones” y desde los principios de enseñanza que propone Kamii (1995) “Animar al niño a pensar sobre los números y las cantidades de objetos cuando tienen significado para él” (p. 33).

**Prueba 7:** Las condiciones establecen que los estudiantes después de tener el modelo (figura representada en una hoja de block), deben solicitar el material en una lista de requerimiento que describa cantidades, formas y tamaños necesarios en bodega. Esto no tendrá cambios y los estudiantes deberán armar el panel como se solicita.

Las condiciones del panel de control, tendrá imágenes de diferentes formas geométricas, con colores y cantidades que se deben encajar para que funcione: establecer relaciones uno a uno ¿cuántos, de que tamaños y formas? encajar y ubicación espacial de los mismos.

Tiempo:

Evidencia fotográfica



### Sexto momento

Tiempo:

Evidencia fotográfica

En este momento se realizan actividades que ponen a prueba las operaciones lógicas de clasificación y seriación, además se propicia la simbolización del número natural a través del juego de la escalera espacial, un momento de encuentro de grupo desde una actividad cotidiana. Para este momento se considera la meta: “Comprenden el uso de los números naturales en diferentes situaciones” y desde los principios de enseñanza que propone Kamii (1995) “Animar al niño a intercambiar ideas con sus compañeros” (p. 33)

**Prueba 8:** Con cajas de huevos se construye una escalera, que inicia en el número uno y termina en el dieciséis, cada espacio de la canasta tendrá el número que le corresponde escrito en la caja y en un palo de paleta, se relacionaran los números encajando en el que le corresponde y nombrándolo.

Posteriormente, se creará un dado, con tubo de papel higiénico, con el cual se realizará en conteo dando pasos, según la cantidad de puntos que aparecen en el dado. Estos pasos serán poco a poco remplazados por espacios que se recorren en la escalera, para llegar a un lugar determinado, primero al número ocho, el cual reconocen por cada uno de los planetas del sistema solar y avanzar paulatinamente hasta el dieciséis, doblando la cantidad inicial, que será la meta en este proyecto de aula.

**Prueba 9:** Sesión de evaluación y motivación para la actividad del proyecto final de síntesis. Se realizará en el patio de la sede Camilo González una escalera con tiza, que inicia en el número uno y termina en el dieciséis. La dinámica consiste en tirar el dado por turnos, cada participante deberá contar los puntos del dado y recorrer esa misma cantidad de casillas, con el objetivo de llegar a la última, en cada una de ellas se tiene una prueba, si esta no es desarrollada correctamente, se deberá devolver el número de casillas que avanzó.

Las preguntas asignadas para cada una de las casillas son las siguientes:

- 1: Después de disponer figuras geométricas elaboradas en material reutilizable, quien coordina la actividad solicita una figura que cumple condiciones de color, forma y grosor.
2. Toma dos elementos del contexto
3. Pregunta: ¿cuál es el planeta número 3 en distancia al sol?
4. Da cuatro saltos
5. Arma una torre con cinco fichas
6. Señala en la maqueta el planeta número 6 en distancia al sol.
7. Representa con los dedos de las manos el número siete.
8. Se presenta una hoja con el dibujo de figuras geométricas ¿cuántas figuras hay en la hoja y cuantas de cada forma?
9. Casilla libre
10. Representa el número diez con los dedos de las manos.
11. Se entregan cinco fichas con números de una secuencia en desorden, ordenar estas fichas será el desafío.
12. Tira de nuevo y avanza
13. Retrocede tres casillas
14. ¿Cuántas letras tiene el nombre de Alicia?
15. Si estas en la tierra, ¿Cuántos planetas debes pasar para llegar a Saturno?
16. Arma una torre de diez elementos y escribe el número diez.



### Proyecto final de síntesis

Para el proyecto final de síntesis, los estudiantes de preescolar realizarán el viaje interplanetario, parten de la tierra hacia Saturno, para ello necesitan construir dos elementos; el cohete y el mapa espacial, el primero, es el cohete individual, el cual contiene siete piezas del tangram, que deben corresponder desde color, tamaño y forma, es decir; a cada uno de los estudiantes observados se le entregará un diseño diferente de cohete, ellos deberán escribir en una hoja de pedido, cuantos triángulos, cuadrados y paralelogramo necesitan en correspondencia con el color y la forma solicitada.



Los materiales para construir el cohete se encuentran en la bodega, ellos deben pasar una orden de compra, en la cual describen el número de piezas que necesitan con su tamaño y color. Esto será posible una única vez por estudiante. Con este material se inicia la construcción del mismo, el cual será valorado por el docente, quien realizará el chequeo para dar la aprobación o sugerencias de modificación con relación a la simbolización de las piezas y el número empleado en la hoja.

Después de construir el cohete individual, se realizan algunas preguntas orientadas a describir la experiencia individual y complejizar el proceso hacia el uso del número natural en acciones grupales, con preguntas como: ¿cuál es la figura geométrica (cuadrado, triángulo o paralelogramo) que se utilizó más para la construcción de los cuatro cohetes? ¿Cuál fue el color que se empleó mayor cantidad de veces, cuántas figuras son amarillas, cuántas son rojas?... y así con cada color utilizado.

En segundo lugar, se dibuja el mapa espacial, ordenando los planetas para seleccionar el lugar de partida y el de llegada, en este momento se contarán cuántos planetas conforman el sistema solar, cuál es el orden con relación al sol (como se realizó en el cuarto momento de la investigación guiada), elaborando de forma individual un mapa con detalles que permitan la ubicación espacial.

Finalmente, con estos dos elementos listos y la ayuda de los compañeros, se construyen dos cohetes empleando cajas de cartón, al tener todo dispuesto, se inicia el viaje interplanetario, en la escalera dibujada en el patio de la sede, el juego a través de la imaginación los llevará a Saturno y con esto a la posibilidad de usar el número natural en diferentes situaciones.

### Evaluación diagnóstica continua.

La evaluación se realiza de forma individual, para cada estudiante se organiza un formato como el que se presenta a continuación, describiendo los avances en cada una de las dimensiones desde los criterios emergentes, con la convención de la inicial que representa el nivel; así: Ingenuo (I), Novato (N), Aprendiz (A), Maestría (M). Este proceso se realiza al final el proyecto de aula.

Dimensión de contenido	Agrupación de elementos a partir de criterios fijos.		Dimensión de método	Construcción de colecciones.	
	Sucesión ordenada de elementos.			Procesos de orden.	
Dimensión de propósito	Uso de las colecciones en diferentes contextos.		Dimensión de comunicación	Nombrar cantidades de elementos.	
	Creación de orden para establecer diferencias.			Interacción con elementos concretos de diferentes tamaños y formas.	

Fuente: elaboración propia

## **Anexo 5: Participación en eventos**

Durante el proceso de investigación se participó en el XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM), evento internacional que tuvo como sede la ciudad de Medellín, del 5 al 10 de mayo de 2019, el cual permitió socializar la propuesta en el campo de la Educación Matemática.

### **Comunicación. Comprensión concepto de número en Preescolar**

#### **Resumen:**

La comprensión del concepto de número en el nivel Preescolar, es quien centra el interés de esta investigación, para lo cual, se retoman tres aspectos fundamentales, el primero es el número natural como concepto matemático, el segundo se refiere a la articulación con el Marco Conceptual Enseñanza para la Comprensión (EpC). Este marco brinda las herramientas para analizar cómo se presenta ésta desde una propuesta pedagógica de aula y el tercero es el uso de material reutilizable, elemento concreto, el cual cumple un doble propósito; permitirle al estudiante establecer relaciones cognitivas que lo lleven al número natural y para el docente investigador ser insumo de las observaciones de campo. La metodología, que plantea esta propuesta se enmarca en la investigación cualitativa, desde el enfoque hermenéutico, de tipo estudio de caso, con el propósito de encontrar explicaciones con relación a la pregunta sobre la comprensión del concepto matemático.

**Palabras clave:** educación, número natural, Preescolar, Enseñanza para la Comprensión, material reutilizable.



Conferencia Interamericana de Educación Matemática  
 Conferência Interamericana de Educação Matemática  
 Inter-American Conference on Mathematics Education



**Universidad  
de Medellín**  
Ciencia y Libertad



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**



## CERTIFIES THAT:

*MARIBEL GIL VILLEGAS*

authored a Communication, Comprensión del concepto de número en Preescolar, that  
 was presented at the

**XV Inter-American Conference on Mathematics Education  
 (XV Conferencia Interamericana de Educación Matemática)**

held in Medellín, Antioquia, Colombia, from May 5 to 10, 2019 (46 hours).

Medellín, Colombia, May 10, 2019

Ángel Ruiz President  
IACME-CIAEM

José Alberto Rúa Vázquez  
Decano Facultad Ciencias Básicas