



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**EVALUACIÓN FORMATIVA Y MODELACIÓN
MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE FUTUROS
PROFESORES DE MATEMÁTICAS**

Jonathan Sánchez-Cardona

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2020



Evaluación formativa y modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas

Jonathan Sánchez-Cardona

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de:

Magíster en Educación

Asesores:

Dra. Paula Andrea Rendón-Mesa

Dr. Jhony Alexander Villa-Ochoa

Línea de Investigación:

Educación Matemática

Grupo de Investigación:

MATHEMA-FIEM

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de Educación Avanzada

Medellín, Colombia

2020

Agradecimientos

El desarrollo de la investigación y su consolidación en el presente documento no se habría podido realizar si no fuera por la colaboración y apoyo constante de los profesores *Jhony Alexander Villa-Ochoa* y *Paula Andrea Rendón-Mesa*. De quienes resalto que, más que asesores fueron amigos y compañeros dispuestos a cualificar de la mejor manera el proceso formativo e investigativo. Estuvieron siempre presentes en los momentos donde las circunstancias del proceso formativo implicaron lágrimas y decepciones.

Quiero destacar en igual medida el apoyo incondicional de mi familia, quienes, en los escenarios en donde creía desfallecer, se convirtieron en el motor que me diera fuerza y aliento para continuar con mi proceso formativo.

En especial, quiero resaltar el apoyo del equipo de trabajo ‘proyectos’ por su acompañamiento emocional y académico que siempre estuvo presente. Las reuniones académicas y sociales fortalecieron no solo los procesos académicos, sino también los personales.

Quiero agradecerle, en particular, a *Camila Ocampo* por escucharme y apoyarme en esos momentos donde la angustia y la incertidumbre me invadieron. Ella supo cómo alentarme y mostrarme otros caminos posibles.

En la etapa de consolidación del documento escrito, quiero agradecer los mensajes de aliento que me dieron amigos cercanos, quienes siempre creyeron en mi capacidad. Ello reafirmó que, en definitiva, la vida es más llevadera con amigos.

Quiero, también indicar, el papel formativo del *Seminario Permanente de la Línea en Educación Matemática* fue un espacio en el que me fortalecí académica y emocionalmente. Sin embargo, insisto en que no siempre “la letra con sangre entra”.

Finalmente, quiero agradecer a la Universidad de Antioquia, institución que me formó en mi pregrado y en la cual continúo mi formación en la maestría. Sin su beca para mi estudio de posgrado el sueño de ser magíster se hubiera dificultado.

CONTENIDO

Introducción	10
CAPÍTULO I	13
Planteamiento del problema	14
Problema de investigación.....	14
<i>La modelación matemática situada en la formación profesional.</i>	<i>14</i>
<i>La evaluación de la modelación matemática.</i>	<i>17</i>
Planteamiento del problema.	19
Referente teórico	20
<i>Evaluación formativa.</i>	<i>20</i>
<i>Modelación matemática en la formación de futuros profesores.</i>	<i>23</i>
Metodología de la investigación.....	24
<i>Enfoque de la investigación.</i>	<i>25</i>
<i>Escenario y participantes.</i>	<i>26</i>
<i>Instrumentos.</i>	<i>33</i>
<i>Proceso de análisis</i>	<i>33</i>
<i>Aspectos éticos de la investigación</i>	<i>34</i>
Referencias	36
CAPÍTULO II.....	40
Artículos	41
Primer artículo.....	42
Evaluación en Modelación Matemática: una Revisión Crítica de Literatura	42
Resumen.....	42
Palabras clave:	42

Introducción	43
Método	45
<i>Criterios de selección.....</i>	<i>46</i>
<i>Resultados.....</i>	<i>47</i>
Discusión y conclusiones.....	54
Referencias	58
Segundo artículo	65
Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas	65
Resumen.....	65
Palabras clave.....	65
Introducción	66
Antecedentes Teóricos	67
<i>La evaluación formativa.</i>	<i>67</i>
<i>Conocimientos de la modelación en futuros profesores de matemática.</i>	<i>68</i>
Metodología	69
<i>Los proyectos de modelación.</i>	<i>70</i>
<i>Información para el análisis.....</i>	<i>73</i>
<i>Análisis</i>	<i>74</i>
Resultados.....	77
<i>Proyectos desarrollados por los estudiantes.....</i>	<i>77</i>
<i>Análisis conjunto de los proyectos. ¿Qué aportó la evaluación formativa?</i>	<i>83</i>
Conclusiones	86
Referencias	87
Tercer artículo	91

Evaluación Formativa del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática	91
Resumen	91
Palabras clave	91
Introducción	91
Antecedentes teóricos	92
<i>Conocimiento del profesor sobre la modelación matemática en la Educación</i>	
<i>Matemática</i>	93
Evaluación formativa del conocimiento del profesor	95
Metodología	97
<i>Contexto y participantes</i>	97
<i>Los datos</i>	99
<i>Análisis de los datos</i>	99
Resultados	100
<i>Análisis de los cuatro planes de clase</i>	101
<i>Análisis de la evaluación formativa del conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática</i>	106
Conclusiones	111
Referencias	113
CAPÍTULO III	119
Evaluación formativa y modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas. Consideraciones finales	120
I. Anexo A	127

LISTA DE FIGURAS CAPÍTULO I

Figura 1. Modelación matemática situada, visiones y alcances. 16

LISTA DE FIGURAS CAPÍTULO II

LISTA DE FIGURAS ARTÍCULO 2

Figura 1. Organización de los momentos de los proyectos en las sesiones de clase... **¡Error! Marcador no definido.**

LISTA DE FIGURAS ARTÍCULO 3

Figura 1. Representación de visión del conocimiento del profesor.....**¡Error! Marcador no definido.**

LISTA DE TABLAS CAPÍTULO I

Tabla 1. Actividades evaluativas en coherencia con los principios de evaluación	30
Tabla 2. Categorías para el análisis	34

LISTA DE TABLAS CAPÍTULO II

LISTA DE TABLAS ARTÍCULO 1

Tabla 1. Ecuaciones de búsqueda.	46; Error! Marcador no definido.
Tabla 2. Categorías y preguntas orientadoras para el análisis.	47
Tabla 3. Objetos de investigación en modelación matemática.	50

LISTA DE TABLAS ARTÍCULO 2

Tabla 1. Elementos de los proyectos de modelación y los principios de evaluación formativa.	71; Error! Marcador no definido.
Tabla 2. Resumen de la información en los momentos del desarrollo de los proyectos	74
Tabla 3. Descripción general de los proyectos de modelación.	75
Tabla 4. Síntesis de algunos aprendizajes y disciplinas que estuvieron presentes en el desarrollo de los proyectos	84

LISTA DE TABLAS ARTÍCULO 3

Tabla 1. Aspectos de la evaluación formativa (Black y Wiliam, 2009) adaptado a la presente investigación.	97; Error! Marcador no definido.
Tabla 2. Sistemas de categorías y códigos	100
Tabla 3. Elementos que componen los planes de clase.	107
Tabla 4. Conocimientos evidenciados en los planes de clase diseñados	108

RESUMEN

La presente investigación muestra cómo la evaluación formativa posibilita el uso de estrategias y la configuración de un espacio de formación profesional. La investigación se desarrolló en un curso de modelación matemática dirigido a futuros profesores de matemáticas, en una universidad pública del municipio de Medellín (Colombia). El curso se configuró a partir de la consolidación teórica, práctica y metodológica mediada por los principios de la evaluación formativa y los desarrollos investigativos de la modelación matemática. El escenario de formación contó con el acompañamiento de tres profesores (formadores de profesores) y quince estudiantes (futuros profesores de matemáticas). El desarrollo de la investigación se dio mediante una metodología cualitativa, la cual permitió caracterizar las producciones escritas, verbales y el avance de los futuros profesores e identificar puntos de convergencia y de divergencia en el proceso de análisis. La información se recolectó por medio de videograbaciones, audios, producciones escritas y audiovisuales de los estudiantes.

La investigación evidencia que estrategias como las asesorías, las exposiciones orales, la participación de los estudiantes y el trabajo colaborativo promueven el desarrollo del conocimiento de los futuros profesores. La investigación también sugiere, por un lado, el estudio de estrategias diferentes a los planes de clase y los proyectos de modelación matemática en el desarrollo de dicho conocimiento. Y, por otro lado, nuevos estudios en cuanto al diseño de herramientas de evaluación, como rúbricas, que incluyan la participación de los futuros profesores que, a su vez, atiendan las tensiones que se presentan en términos normativos y formativos.

Palabras clave: evaluación formativa, modelación matemática, formación de profesores de matemáticas, instrumentos de evaluación.

Introducción

El presente documento describe el proceso de investigación que se desarrolló durante la Maestría en Educación, línea Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia. La investigación discute aspectos de la evaluación formativa que posibilitan el uso de estrategias y el diseño de un espacio para la formación de futuros profesores de matemáticas en modelación matemática. En el ámbito internacional es posible identificar desarrollos teóricos y metodológicos que sustentan la importancia de la modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas (Lingefjärd, 2016 y Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu, 2016). En relación con la evaluación formativa, los aportes de Black y Wiliam (1998; 2009) permitieron tener un punto de referencia para la organización del espacio de formación, allí se apostó por una evaluación que permitiera el avance de los estudiantes y la mejora continua en sus procesos. En el desarrollo metodológico de la investigación se enuncia la metodología y el enfoque de la investigación, se describen el escenario y los participantes que hicieron parte de la investigación, así como los instrumentos utilizados para la recolección y el análisis de la información; de igual forma se mencionan los aspectos éticos que tuvieron lugar en la investigación y cómo estos guiaron todo el proceso.

El informe de investigación se reporta en formato *multi-paper* (Duke y Beck, 1999), ello implica que su escritura y presentación tenga variaciones en comparación con los reportes tradicionales de investigación. Texeira (2010) argumenta que el formato *multi-paper* tiene mayor visibilidad, rigor y proporciona mayor contribución a futuras investigaciones relacionadas con la temática. Por su parte, Duke y Beck (1999) argumentan que este formato de presentación permite que el investigador se forme en la escritura y en la divulgación de documentos producto de investigación. También posibilita que los desarrollos y los resultados de la investigación se compartan con mayor facilidad a la comunidad académica. La presente investigación obtuvo como producto el desarrollo de tres artículos independientes entre sí, pero que en conjunto responden a la pregunta de investigación que orientó el estudio, a saber, *¿Cuáles estrategias evalúan, de manera formativa, el conocimiento en modelación matemática del futuro profesor de matemáticas?*

Los tres artículos que comprende la investigación, atendieron a las exigencias académicas e investigativas de revistas nacionales e internacionales. Adicionalmente, los tres capítulos que componen el presente documento, responden a la estructura definida por la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia para el informe de las investigaciones en el marco de la Maestría en Educación.

El capítulo I del documento se compone de tres partes. En la primera de ellas, se presenta el planteamiento del problema de investigación compuesto por asuntos teóricos y metodológicos, en evaluación y en modelación matemática, de la formación de futuros profesores de matemáticas. En la segunda parte, se hace un desarrollo teórico con relación a la modelación matemática y la evaluación formativa en la formación de profesores, el capítulo resalta aspectos que dan claridad al planteamiento del problema. La tercera parte, define los fundamentos metodológicos utilizados, allí se indica el tipo de investigación, la población y el contexto, las técnicas y los instrumentos para la recolección de la información, el método de análisis e interpretación y las consideraciones éticas de la investigación.

El capítulo II, lo componen tres artículos que dan cuenta del problema de investigación. Cada uno de ellos es independiente; sin embargo, juntos describen los aportes y características que dan respuesta a la pregunta de investigación.

El *primer artículo*, presenta una revisión de la literatura. En esta, se concluyen dos aspectos importantes de la evaluación en modelación matemática, el primer aspecto en relación con los propósitos e instrumentos de evaluación y el segundo en coherencia con las fases y procesos de modelación que son evaluados. Además, en este artículo se argumentó acerca de la necesidad de desarrollar ambientes de modelación que tengan en cuenta el futuro perfil profesional de los estudiantes. En este sentido, la revisión de literatura contribuyó a fundamentar aún más el planteamiento del problema de investigación. Este artículo, “*Evaluación en Modelación Matemática: una Revisión Crítica de Literatura*”, fue enviado a la revista *Educación y Humanismo* de Colombia y se encuentra en proceso de evaluación para su publicación.

En el *segundo artículo*, se evidencia el diseño de un ambiente en el que los proyectos de modelación matemática se consolidaron como una estrategia de evaluación formativa en un curso

para futuros profesores de matemáticas. Adicionalmente, se mostró que las asesorías y las presentaciones orales son estrategias que promueven el conocimiento de los futuros profesores. Este artículo, “*Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas*”, se organizó con las orientaciones de la revista *Cadernos Pesquisa* de Brasil. Se espera, una vez finalice el proceso de la tesis, hacer los ajustes correspondientes y enviarlo a la revista. Con base en las orientaciones de esta, el artículo tiene el formato ABNT para las citas y la bibliografía.

El *tercer artículo*, reporta estrategias de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas, allí se indicaron los conocimientos promovidos en modelación matemática y se discutió el papel que juegan la construcción colectiva de rúbricas de evaluación y las asesorías en la consolidación de planes de clase. Este artículo, “*Evaluación Formativa del conocimiento del profesor sobre la modelación*”, una vez finalice el proceso de evaluación de la tesis, se enviará a una revista especializada en el tema para su futura divulgación.

La estructura de los artículos respondió a las exigencias de revistas especializadas en Educación Matemática. Estos artículos comparten aspectos teóricos y metodológicos (contexto) similares, sin embargo, el proceso de redacción, análisis y conclusiones tiene diferencias sustanciales que aportan a la pregunta que orientó este proceso. Los tres artículos se organizaron en coautoría con los dos asesores del proceso de maestría.

El capítulo III del presente documento presenta, en conjunto, los hallazgos de cada uno de los artículos que comprende el capítulo II. Allí se resaltan las conclusiones de cada una de las preguntas auxiliares de la investigación y la pregunta que reúne el problema de investigación. En este sentido, el capítulo determina las estrategias de evaluación formativa que posibilitaron la evaluación del conocimiento en modelación de los futuros profesores de matemáticas. Adicionalmente, propone futuras líneas de investigación con relación a la temática.

CAPÍTULO I

Planteamiento del problema

En este capítulo se describe el problema que dio origen a la investigación. El problema surgió a partir de aspectos teóricos y metodológicos, de la formación de futuros profesores de matemáticas, en cuanto a la evaluación y la modelación matemática. Se presentan las necesidades y los vacíos que posibilitaron constituir la pregunta de investigación en compañía de los objetivos que orientaron todo el proceso.

Problema de investigación

En el presente apartado se realiza una presentación del problema de investigación. Para ello, se articulan aspectos conceptuales, teóricos, prácticos y metodológicos en relación con la evaluación formativa y la modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas. Se presentan algunos antecedentes en la literatura nacional e internacional.

La modelación matemática situada en la formación profesional.

En la literatura internacional es posible identificar diferentes perspectivas y comprensiones respecto a la modelación matemática, tanto en el ámbito escolar como en el campo investigativo (Kaiser, Blomhøj y Sriraman, 2006; Maass, 2010; Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017). La modelación matemática, en el ámbito escolar posibilita identificar al menos dos visiones. La primera, hace referencia a la modelación como herramienta o vehículo para la enseñanza de las matemáticas. La segunda, alude a una comprensión como contenido a aprender, es decir, como objeto de estudio o de aprendizaje (Julie y Mudaly, 2007).

En la visión como vehículo o herramienta, la modelación matemática centra su atención en la enseñanza y en el aprendizaje de un contenido matemático, también en el desarrollo de habilidades y de competencias como la comunicación, el razonamiento y el trabajo en equipo (Julie y Mudaly, 2007). Al respecto, Villa-Ochoa et al. (2017) identificaron tipos de tareas que se presentan en la literatura y con las cuales la modelación matemática toma el rol de herramienta para la formación matemática de los estudiantes. Este tipo de tareas son: i) enunciados verbales, ii) construcción de representaciones, iii) modelación a través de proyectos, y iv) uso y análisis de modelos. En esta clasificación de las tareas se describen los alcances y las limitaciones de cada una al implementarse en el aula de matemáticas.

En la visión de contenido u objeto de aprendizaje, la modelación matemática se vincula con el hecho de que los estudiantes deben aprender a modelar, es decir, reconocer situaciones o fenómenos relevantes y usar o plantear procedimientos para la construcción de modelos, realizar un trabajo matemático con esos modelos con el fin de atender a los aspectos relevantes que le dieron origen en la situación inicial, y, validar y hacer los ajustes respectivos con base en las necesidades atendidas y las comprensiones y las reglas de la disciplina con la cual se relaciona.

En la Educación Matemática se identifican investigaciones que atienden las visiones de la modelación matemática (Rendón-Mesa, 2016; Sepúlveda, 2016; Soares y Borba, 2014). Por ejemplo, la investigación de Rendón-Mesa (2016) se realizó con estudiantes de ingeniería de diseño de producto, y relacionó la modelación matemática para articular los conocimientos matemáticos con los propósitos y los intereses de la formación profesional. En la investigación mencionada, la modelación matemática atendió a las dos visiones demarcadas en párrafos anteriores, pues los estudiantes pudieron aprender matemática a través de la modelación de situaciones de diseño; pero también, debieron aprender a modelar matemáticamente para atender a situaciones de su futuro campo profesional. En este sentido, podría indicarse que la modelación matemática permite vincular las matemáticas con las necesidades profesionales, ya sea las de un ingeniero, un profesor, un administrador, un biólogo o de otra profesión específica. En este conjunto de ideas, la investigación de Rendón-Mesa (2016) introdujo el término modelación matemática situada como una manera de darle sentido y pertinencia al trabajo matemático en el futuro desempeño profesional de los estudiantes. Para la autora, este término puede comprenderse como el conjunto de prácticas matemáticas insertas en un contexto que responden a las necesidades y las particularidades de un campo de formación.

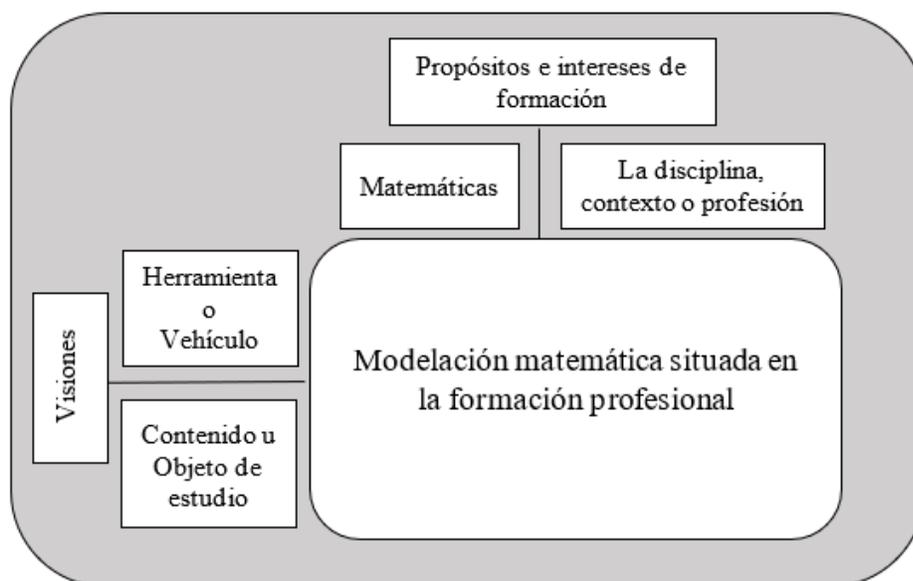
Los aspectos descritos anteriormente, se relacionan con otras investigaciones (Sepúlveda, 2016; Rendón-Mesa, 2016; Soares y Borba, 2014; Villa-Ochoa, 2016) que vinculan situaciones propias de un contexto profesional con el estudio de la matemática. Por ejemplo, en la formación de estudiantes de ingeniería, los modelos y la modelación matemática han mostrado que, además de la matemática, se desarrollan visiones y comprensiones de contextos ingenieriles, como fenómenos alimenticios (Sepúlveda, 2016) y habilidades para el diseño de productos (Rendón-Mesa 2016); en estudiantes de Biología, el análisis de modelos matemáticos permitió prever condiciones para la comprensión y la prevención de la transmisión de la malaria (Soares y Borba,

2014); con estudiantes para profesores, el estudio de modelos matemáticos permitió comprender otros roles de los modelos en la sociedad y construir reflexiones respecto a la enseñanza de las matemáticas (Villa-Ochoa 2016).

Los anteriores ejemplos dan evidencia de las posibilidades que los modelos y la modelación matemática pueden ofrecer en estudiantes de diferentes profesiones cuando los procesos se articulan con los intereses profesionales de los sujetos, asunto que Rendón-Mesa (2016) describe como modelación matemática situada.

Hasta el momento, una comprensión de la modelación matemática situada en la formación profesional involucra al menos dos visiones: vehículo y contenido; como también dos alcances. El primer alcance se asocia con el aprendizaje de las matemáticas articulado a los aprendizajes de los contenidos y, el segundo se relaciona con los procesos propios de las demás disciplinas o profesiones. En la Figura 1 se presenta un diagrama acerca de la modelación en esta perspectiva.

Figura 1. Modelación matemática situada, visiones y alcances.



Fuente: Elaboración propia.

A la luz de los planteamientos anteriores, se espera que en los ambientes escolares se configuren propuestas de formación en matemáticas que atiendan de manera equilibrada a cada uno de los aspectos que componen esta visión de modelación. En este tipo de propuestas el

diseño, la planeación, el desarrollo y la evaluación también deben estar acordes a la visión de la formación. En particular, se esperaría que la evaluación, en esta comprensión de la modelación matemática, se preocupe por los aprendizajes matemáticos, como también por cumplir su rol formativo con los otros conocimientos y aprendizajes que se promueven acerca y a través de ella en las clases de matemáticas.

La evaluación de la modelación matemática.

En la evaluación de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, es posible identificar diferentes acepciones. Por ejemplo, Niss (1993a; 1993b) presenta un análisis crítico de los aspectos generales de la evaluación, específicamente identifica y discute ejemplos que pueden contribuir a los propósitos y los objetivos específicos en la enseñanza de las matemáticas. En *Investigations into Assessment in Mathematics Education*, Niss (1993b) argumenta el incremento internacional de investigaciones que se relacionan con la evaluación en la comunidad de Educación Matemática. El autor resalta que este tema involucra un conflicto de intereses, diversos objetivos y efectos “secundarios” no deseados.

Una de las apuestas que es posible encontrar en la literatura internacional en términos de desarrollar una evaluación que permita mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje es la *evaluación formativa*. Particularmente, Black y Wiliam (2009) argumentan que la evaluación es considerada formativa cuando los profesores y los estudiantes interpretan y utilizan diferentes evidencias de sus desempeños para tomar decisiones en los procesos y en los siguientes pasos de la enseñanza, de tal forma que sus decisiones estén fundamentadas en las experiencias ya vividas.

La evaluación en matemáticas no solo se ha ocupado de investigar por los aprendizajes de contenidos y las competencias, sino también del desarrollo e implementación de procesos. En esta línea, la investigación de Frejd (2013) muestra escenarios diferentes. Dicha investigación centra su atención en los modos de evaluar la modelación matemática. Para tal fin, Frejd (2013) realizó una revisión de la literatura en la cual tuvo en cuenta setenta y seis documentos resultados de investigación. Su revisión identificó que pruebas e informes escritos, presentaciones orales y proyectos son los productos y las herramientas que más se utilizan en la evaluación de los aprendizajes que se dan de las matemáticas cuando involucran la modelación matemática.

Los resultados del estudio desarrollado por Frejd (2013) dan cuenta de que las investigaciones incluidas en su revisión han tenido un enfoque atomístico de la evaluación. Es decir, una visión que centra su atención en ciertos momentos particulares y no en todo el proceso de modelación que desarrollan los estudiantes. La revisión informa que las investigaciones giraron en torno a ¿cómo evaluar? y ¿con qué instrumentos evaluar?

En este sentido, al analizar los resultados que presenta Frejd (2013) es posible afirmar que se ofreció una perspectiva amplia de los enfoques que se utilizan y se sugieren para evaluar competencias de los estudiantes en los modelos y la modelación matemática. Sin embargo, se deja de lado componentes situados de la evaluación que responden a cuestionamientos que se relacionan con el sujeto que se evalúa - ¿A quién se evalúa? -.

En la presente investigación, que reporta este documento, la evaluación en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas se relaciona con una visión situada de estos procesos; ello implica, no solo considerar la pertinencia de reconocer los contenidos a evaluar y los instrumentos para hacerlo (¿qué evaluar? y ¿cómo evaluar?), sino, también, el momento o espacio específico en que se realiza la evaluación (¿cuándo evaluar?), dónde se desarrolla la evaluación y el sujeto que es evaluado (¿dónde se evalúa? y ¿a quién se evalúa?).

Con el fin de identificar y de tener en cuenta los diferentes avances y propuestas que se han desarrollado alrededor de la evaluación en la modelación matemática, esta investigación realizó una revisión crítica de la literatura (Artículo 1, presentado en capítulo II). La revisión llevada a cabo, evidenció vacíos teóricos y metodológicos de la evaluación en la modelación matemática y su relación con la formación profesional de los estudiantes.

Los resultados que se obtuvieron de la revisión, evidenciaron que parte de la investigación acerca de la evaluación en modelación matemática se enfoca en la apropiación que tienen los estudiantes en la solución de un problema que se sustenta en modelos matemáticos. Centran su atención en evaluar la forma en que los estudiantes comunican y utilizan los resultados obtenidos (Aydogan Yenmez, Erbas, Cakiroglu, Alacaci, y Cetinkaya, 2017; Diefes-Dux, Zawojewski, Hjalmarson, y Cardella, 2012). Por su parte, el estudio de Flores, Montoya y Mena (2016) centró su atención en los conceptos y en los procedimientos matemáticos que se utilizan para llegar a una solución y validación de un problema. En general, la revisión de la literatura arrojó dos resultados importantes, el primero de ellos en relación con los propósitos y los instrumentos de

evaluación y el segundo con las fases y los procesos de la modelación matemática que son evaluados.

De manera complementaria, la revisión indica la necesidad de desarrollar mayores estudios referentes a los diseños de espacios de modelación matemática que atiendan a las necesidades e intereses de formación de los estudiantes. Este aspecto es especialmente crítico frente a los alcances de la evaluación en modelación matemática, pues esta no solo es una herramienta para promover aprendizajes y competencias matemáticas, sino que también ayuda a desarrollar conocimientos propios de los contextos y otras áreas que se involucran en el proceso (Rendón-Mesa, Duarte, y Villa-Ochoa, 2016; Villa-Ochoa y Berrío, 2015). Por tanto, la evaluación, al enfocarse en conocimientos y competencias matemáticas y no matemáticas, cumple con un papel formativo integral acorde con los alcances y los propósitos de la modelación matemática.

Teniendo en cuenta la revisión crítica de la literatura antes descrita y el trabajo desarrollado por Frejd (2013), se logra evidenciar que la evaluación, en las investigaciones rastreadas, pone su centro de atención, principalmente, en los conceptos, las competencias y las habilidades matemáticas. Sin embargo, no se logran vincular otros logros y competencias propias de un profesional específico. Dicho asunto permite señalar que en las investigaciones reportadas no se hacen explícitas las necesidades, los usos, ni los contextos propios del campo profesional de los estudiantes.

Planteamiento del problema.

Con base en los hallazgos de la revisión de la literatura, el interés por las características de la evaluación en una comprensión de la modelación matemática situada en la formación profesional es un tema abierto. La presente investigación, centró su atención en los intereses profesionales de los futuros profesores de matemáticas. La decisión de atender a esta población se fundamenta en la necesidad que tienen estos futuros profesionales en aprender elementos de la modelación matemática para luego ser integrados en sus prácticas profesionales. Más adelante, en este documento, se presentan argumentos y desarrollos acerca de la configuración de cursos universitarios que se orientan a la formación de futuros profesores de matemática en modelación matemática, en estos se resaltan los conocimientos que, según la literatura, deben tener los profesionales. En aquellos espacios de formación, los propósitos no se anclan solo al aprendizaje

de la modelación (como herramienta o contenido), sino que, también, se esperaría que proporcionaran acciones para su futuro desempeño profesional. Con base en estos elementos, esta investigación busca dar respuesta a la siguiente pregunta, *¿Cuáles estrategias evalúan, de manera formativa, el conocimiento en modelación matemática del futuro profesor de matemáticas?* En esta misma línea, la investigación se configura a partir de dar respuesta a tres preguntas adicionales, las cuales apoyan el desarrollo de la problemática abordada. Las preguntas son:

- I) ¿Cuáles son los propósitos, las fases, las estrategias y los intereses de formación en los que se enfocan las investigaciones sobre evaluación en modelación matemática?
- II) ¿Cómo los proyectos de modelación matemática se consolidan en una estrategia de evaluación de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación matemática?
- III) ¿Cómo se puede evaluar de manera formativa el conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática?

Estas preguntas orientaron la constitución de tres artículos independientes entre sí, los cuales a su vez componen el segundo capítulo de la presente investigación y, compilados, dan respuesta a la pregunta de investigación.

Referente teórico

A partir de lo descrito en el planteamiento del problema, resulta importante para la investigación ampliar las concepciones acerca de la evaluación y la formación en modelación matemática de profesores. Dado que la evaluación se concibe en un ambiente situado de la modelación, se requiere de una comprensión que va más allá de certificar o reconocer los aprendizajes de los estudiantes, sino como estrategia para promover el aprendizaje de la modelación matemática. Por tanto, se centrará la atención en la evaluación formativa en la modelación matemática, en la formación de futuros profesores de matemáticas. Los siguientes apartados describen con mayor detalle dichos referentes.

Evaluación formativa.

En los últimos años, diferentes investigaciones se han desarrollado a nivel internacional en torno a la evaluación en Educación Matemática. Algunas de estas, centran su atención en las diferentes estrategias y prácticas que se aplican en las aulas, mientras que otras, se han

preocupado por conceptualizar y desarrollar un marco teórico de la evaluación misma (Galbraith, 2007; Niss, 1993b, 1993a, Black y Wiliam, 1998a, 1998b, 2009; Goos, 2014; Wiliam, 2004).

De manera particular, la presente investigación centra su interés en la evaluación para el aprendizaje y reconoce el carácter formativo de ella como una práctica que se orienta a promover la reflexión del profesor y el desarrollo de los aprendizajes. En este sentido, para la evaluación formativa, el desempeño de los profesores se tendría que perfeccionar y los procesos de aprendizaje de los estudiantes también deberían mejorar (Vallés, Ureña y Ruiz, 2011).

El trabajo que desarrollaron Vallés et al. (2011) sustenta que la evaluación formativa posibilita mayor motivación, implicación y autonomía por parte de los estudiantes en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, convirtiendo a los estudiantes en actores de su propio conocimiento. En el mismo sentido, Schoenfeld (2015) describe la evaluación formativa en matemáticas como posibilidad que da cuenta del estado en el que se encuentran los estudiantes, con la intención de mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Así mismo, Black y Wiliam (2009) basados en Black y Wiliam (1998) y en Assessment Reform Group (ARG 2002) reconocen la evaluación formativa como:

[aquella practica] que genera evidencia sobre el rendimiento de los estudiantes, el cual es interpretado y utilizado por el profesor, estudiante y compañeros para tomar decisiones sobre los próximos pasos en la instrucción [enseñanza-aprendizaje] que probablemente sean mejores o más fundamentados que las decisiones que habrían tomado en ausencia de la evidencia obtenida (p. 9- Traducción propia, original en inglés).

A la luz de los planteamientos expuestos, la presente investigación entiende la evaluación formativa como el conjunto de acciones que buscan mejorar el aprendizaje de los estudiantes, pero con un fin que va más allá de medir un conocimiento. Se trata de generar una comprensión tanto de aquello que se sabe como de lo que no, de tal manera que, en conjunto, profesores y estudiantes propongan acciones que permitan mejorar el conocimiento en discusión. En este sentido, la investigación que desarrollaron Vallés et al. (2011) sustenta que la evaluación formativa se concibe como una propuesta que va más allá de una valoración y que posibilita a los estudiantes fortalecer habilidades esenciales para sus futuras actividades laborales o profesionales, tales como “elaborar y exponer información, tomar decisiones y resolver

problemas en situaciones reales de manera autónoma” (Vallés et al., 2011, p. 154). Por su parte Black y Wiliam (1998; 2009) y Wiliam (2004) resaltan que este tipo de evaluación contribuye a que los estudiantes interpreten los resultados evaluativos y por tanto se mejore la calidad del aprendizaje. Declaran que la evaluación formativa posibilita aprendizajes que trascienden el aula en diferentes niveles escolares, áreas del conocimiento y contextos.

Black y Wiliam (2009) basados en la investigación de Wiliam y Thompson (2007) indican que la evaluación formativa consta de cinco principios clave, a saber:

- I. Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.
- II. Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante.
- III. Proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes.
- IV. Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí.
- V. Activar a los estudiantes como dueños de su propio aprendizaje.

En cuanto a estos cinco principios, los autores indican que para alcanzar una evaluación formativa, el profesor, en el proceso de aprendizaje, no debería desarrollar una lista de chequeo sino, por el contrario, empoderar a los estudiantes de su proceso de aprendizaje. Este asunto implica una evolución en las diferentes estrategias de enseñanza, de manera tal que se active a los estudiantes como propietarios de su aprendizaje y, por tanto, se conlleve a la metacognición, la motivación, el interés, la atribución y la autoevaluación.

Respecto a la participación de los profesores y los estudiantes, en la evaluación formativa, se desarrollan cuatro temas principales para la discusión: i) Maestros, alumnos y la disciplina del sujeto; ii) el rol del profesor y la regulación del aprendizaje; iii) la retroalimentación y la interacción entre estudiantes y profesores, se discuten en términos de niveles de retroalimentación; y, finalmente, iv) el rol del estudiante en el aprendizaje.

La consolidación teórica que se presentó anteriormente, permite configurar el espacio de formación de futuros profesores de matemáticas. A la luz de los planteamientos expuestos, se espera promover el aprendizaje de la modelación misma y, a la vez, que se articule con su futuro desempeño profesional.

Modelación matemática en la formación de futuros profesores.

La modelación matemática es considerada como un componente fundamental en los currículos de matemáticas de diferentes países, por su importancia en una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas articulada a usos y contextos. (Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz, y Şahin, 2017; Stillman, Galbraith, Brown, y Edwards, 2007, Cetinkaya et al., 2016).

Los trabajos desarrollados por Blum et al. (2007) y Blum (2011) resaltan que la modelación matemática en Educación Matemática establece relaciones entre las matemáticas y el mundo extramatemático y así vincular conceptos y procesos matemáticos con otros conocimientos y disciplinas, e interpretar fenómenos y situaciones específicas. Por su parte Peña, Soto y Mariño (2017) resaltan que la modelación matemática entendida como estrategia metodológica permite, de manera más efectiva, la comprensión y la solución de problemas en diferentes contextos.

Como propone Lingefjård (2016), modelar fenómenos del mundo real es una forma de mostrarle a los estudiantes la utilidad de las matemáticas. Sin embargo, desarrollar procesos de modelación en el aula de matemáticas no es un proceso trivial (Lingefjård 2016). El ejercicio de modelar una situación del mundo real implica que el estudiante imagine la situación, que consiste en detallar las partes de la situación/fenómeno que el estudiante desea modelar, esto exige que se realice una simplificación tanto de la situación/fenómeno como del modelo matemático.

Lingefjård (2016) resalta que en un curso de modelación matemática para futuros profesores se evidencia el dominio de la geometría, el álgebra, el análisis real y la estadística. Sin embargo, cuando se enfrentan a modelar situaciones/fenómenos, el autor sustenta que no tienen la preparación para determinar fenómenos en sus observaciones y desarrollar el proceso de modelación en relación con la situación estudiada. Un curso de modelación matemática para futuros profesores requiere, entonces, una tarea doble. Por un lado, el futuro profesor debe diseñar y crear problemas que respondan a las experiencias y al nivel de los estudiantes y, adicionalmente, describir el proceso de enseñanza y de evaluación de forma que se vincule el nivel de competencias utilizadas.

Por su parte, la investigación de Paolucci y Wessels (2017) argumenta que los futuros profesores de matemáticas deben estar en la capacidad de seleccionar o crear problemas o tareas de modelación matemática que estén articulados a los contextos, intereses o situaciones de sus

entornos educativos. En este sentido, estos investigadores argumentan que en los procesos evaluativos de estos futuros profesionales se debe tener en cuenta la creación de problemas de modelación matemática.

Cetinkaya y colaboradores (2016) desarrollaron una investigación con futuros profesores de matemáticas (*pre-service teacher*) donde centraron su atención en el previo desarrollo de su desempeño profesional. La investigación evidenció que los profesores tienen dominio con respecto a la naturaleza de los modelos matemáticos, la relación entre ellos y la comprensión y la naturaleza de las tareas de modelación matemática. Sin embargo, los autores resaltan que los profesores en formación deben tener más experiencia en la modelación matemática, dado que en un futuro tendrán que implantarla en su desarrollo profesional y enfrentarse a retos que requieren de mayor apropiación y dominio.

Son diferentes las investigaciones que han indicado los obstáculos y las barreras para implementar la modelación matemática en las aulas (Blum, 2015, Burkhardt, 2006, Oliveira y Barbosa, 2013, Ceolim y Caldeira, 2017). Las investigaciones de Burkhardt (2006) y Kuntze et al. (2013) resaltan que una de las barreras y de las dificultades es la falta de conocimiento profesional por parte de los profesores con respecto a la modelación matemática. Como lo sustentan las investigaciones de Hein (2013) y Kaiser y Maass (2007), se hace necesario fortalecer los procesos de formación en modelación matemática de futuros profesores de matemáticas.

Esta investigación, en relación con la modelación matemática y la evaluación para el aprendizaje, pretendió que los futuros profesores de matemáticas desarrollaran estrategias de formación que posibilitaran mejorar su futuro desempeño profesional. Entre los aprendizajes, se espera que la modelación matemática les aporte un conocimiento, aplicable en su desempeño profesional, respecto a su uso como herramienta y las formas de construir modelos, pero también la posibilidad de integrar tanto la modelación matemática como la evaluación para el aprendizaje en las prácticas escolares.

Metodología de la investigación

El presente apartado describe la ruta metodológica que se relaciona con el problema de investigación y los referentes teóricos antes descritos. En este sentido, se realiza una descripción

del método, de las diferentes técnicas de recolección de la información, de las herramientas de análisis, de las consideraciones éticas, del contexto y los participantes de la investigación.

Enfoque de la investigación.

Esta investigación centró su atención en reconocer las características de una evaluación formativa para el aprendizaje de la modelación matemática. Para alcanzar dicho reconocimiento, se configuró un espacio de formación para futuros profesores de matemáticas, asunto por el cual resultó fundamental trabajar bajo un paradigma cualitativo. Este paradigma permitió estudiar y analizar los diferentes procesos que se presentaron en la enseñanza y el aprendizaje de un conocimiento. Por tanto, la investigación cualitativa permite interpretar los diferentes fenómenos que se presentan en un contexto y lugar específico de acuerdo con los significados que configuran las personas que se involucran en el proceso. Los significados posibilitan identificar la naturaleza de las realidades, su estructura y encontrar las razones referentes a su comportamiento (Hernandez-Sampieri, Fernandez-Collado, y Baptista-Lucio, 2014; Denzin y Lincoln, 2000).

A partir de las ideas descritas en el planteamiento del problema, la investigación se traza como objetivo analizar las estrategias que posibilitan evaluar de manera formativa el conocimiento en modelación matemática del futuro profesor de matemáticas. Por tanto, en este proceso investigativo resulta importante comprender, explorar y describir acciones, procesos, hallazgos y resultados de la evaluación formativa en la modelación matemática. El papel del investigador es clave dado que su intuición, análisis e imaginación son relevantes para comprender las experiencias y producciones de los participantes. Por tal motivo, el diseño metodológico que se ajusta a tales características es el enfoque hermenéutico (Hernandez-Sampieri et al. 2014).

La presente investigación se interesó por determinar y analizar estrategias de evaluación formativa en la formación de futuros profesores de matemáticas, fue pertinente trabajar con un enfoque hermenéutico, dado que este permitió centrar la atención en las experiencias de los sujetos respecto a fenómenos que les permiten reflexionar su formación y práctica profesional. De igual manera, este enfoque de investigación propicia el análisis de la experiencia humana al tener en cuenta la descripción y la interpretación de las acciones y producciones de los sujetos. Con ello se buscó encontrar puntos de convergencia y divergencia en los conocimientos y los

desarrollos de los futuros profesores de matemáticas con el fin de categorizar a partir de múltiples perspectivas (Hernández-Sampieri et al. 2014).

Así, con base en el enfoque fenomenológico hermenéutico, se identificaron los sucesos que constituyen las experiencias de los estudiantes alrededor de la evaluación formativa y la modelación matemática y se interpretaron los significados y los conocimientos que se generaron en las diferentes tareas y situaciones vividas. Encontrar significado, como enuncia Ray (2003), es reconocer en la experiencia aquellas acciones que modifican las condiciones, como por ejemplo, “el creer, el recordar, el anticipar, el juzgar, el intuir, el sentir, el preocuparse, el imaginar y el estar dispuesto” (p. 150). Para esta investigación, las interpretaciones se relacionan con la evaluación formativa de los conocimientos en modelación matemática de los futuros profesores de matemáticas.

Escenario y participantes.

La investigación se desarrolló con quince futuros profesores de matemáticas (estudiantes de Licenciatura en Matemáticas), el curso en el cual se hizo la implementación de la propuesta investigativa estuvo a cargo de tres profesores investigadores expertos en modelación matemática (formadores de profesores).

El escenario en el cual se desarrolló el trabajo de investigación tiene como propósito la formación de futuros profesores de matemáticas. Este espacio de formación reconoce un componente teórico y práctico de la modelación matemática, donde los estudiantes realizaron lecturas previas a las sesiones de trabajo con el fin de generar un espacio de discusión a la luz de temas de interés y posturas de la Educación Matemática. También se desarrollaron actividades donde los participantes entraron en contacto con experiencias de modelación matemática. Durante las actividades que se realizaron, se les propuso a los futuros profesores de matemáticas situaciones de modelación reportadas en la literatura a nivel nacional e internacional. Estas actividades permitieron que los futuros profesores de matemáticas formularan reflexiones acerca de ¿qué es la modelación matemática? y ¿por qué la modelación matemática se considera una alternativa para estudiar las matemáticas?

Los datos y las producciones que se analizaron, se tomaron del semestre 2019-2. Sin embargo, el investigador principal, sus asesores y los profesores del curso analizaron el escenario en los dos semestres previos, con el fin de organizar las temáticas, lecturas y actividades

evaluativas del espacio de formación. Dicha organización respondió a los principios de evaluación formativa descritos por Black y Wiliam (2009). A estos principios se vincularon los conocimientos que debería tener un futuro profesor de matemáticas descritos por Lingefjard (2016) y las necesidades observadas por los profesores que han orientado el curso. La organización y la transformación del escenario de formación fue producto de un proyecto que financió el Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, por medio de la Convocatoria de Innovaciones Didácticas III. En este sentido, algunos elementos metodológicos descritos en la presente investigación se retomaron del informe técnico de dicho proyecto.

En su mayoría, los estudiantes que participaron del espacio formativo se encontraban entre el séptimo y octavo semestre de su carrera profesional. El curso tuvo por objetivo reconocer los principales elementos que en la literatura se han reportado respecto a la modelación matemática como una alternativa investigativa en Educación Matemática y como un recurso para el aula. Para el desarrollo de la presente investigación se ajustó el programa del curso. En este sentido el espacio se organizó a partir de dos fases que se describen a continuación.

Fase 1. Concepción, diseño y construcción del espacio de formación.

En esta primera fase se realizó la construcción de una serie de actividades evaluativas en la modelación matemática, las cuales se construyeron en articulación y diálogo con los referentes teóricos antes descritos (Black y Wiliam, 1998, 2009; Lingefjard, 2016; Cetinkaya et al., 2016). Las actividades que se implementaron para el desarrollo del espacio de formación fueron: tareas de modelación matemática, escritos, esquemas, mapas conceptuales, proyectos de modelación matemática, videos y construcción de planes de clase de modelación matemática. En conjunto, con las estrategias antes señaladas, se realizaron discusiones y presentaciones con los participantes, donde los comentarios de estudiantes, profesores y expertos cualificaron los trabajos que se realizaron.

Con respecto a las tareas de modelación matemática, se pueden entender como aquellos enunciados, situaciones, orientaciones o indicaciones que se dan en el cotidiano escolar con el fin de “dar vida” a la modelación matemática (Villa-Ochoa et al., 2017). Las tareas de modelación consideraron tanto aspectos matemáticos (disciplinares) como didácticos y pedagógicos. En el espacio de formación, se desarrollaron una serie de tareas que buscaron promover el

reconocimiento de diferentes formas de hacer modelación matemática para el aula, con el fin de reconocer los aportes y las limitaciones de estas.

Por su parte, los escritos, esquemas y mapas conceptuales materializaron las apropiaciones conceptuales y teóricas de los estudiantes tanto de manera escrita y verbal como gráfica. Los proyectos de modelación matemática buscaron que los futuros profesores de matemáticas fueran partícipes de un proceso de modelación. El objetivo de esta estrategia se centró en utilizar la matemática para comprender, analizar o resolver una situación/fenómeno/problema de su interés (Aravena, Caamaño, y Giménez, 2008 y Frejd, 2013).

Finalmente, para la construcción de planes de clase de modelación matemática, los estudiantes, por equipos de trabajo, propusieron actividades que proyectan implementar en una clase de matemáticas, estas fueron discutidas con los profesores y compañeros de clase (Paolucci y Wessels, 2017). En relación con los proyectos de modelación matemática y los planes de clase, el primer y segundo artículo, del capítulo dos, de la presente investigación describen con mayor detalle su configuración metodológica y teórica.

Fase 2. Implementación y validación de las estrategias.

En esta fase, se organizaron las estrategias evaluativas descritas anteriormente. Allí el investigador del presente trabajo asumió el rol de observador participante y registró la información mediante diarios de campo. Adicionalmente, todas las sesiones de trabajo fueron registradas en audio y video.

En el marco del espacio formativo, se tuvieron en cuenta las cinco estrategias de la evaluación formativa que reportan Black y Wiliam (2009), basados en la investigación de Wiliam y Thompson (2007). En este sentido, el espacio de formación articuló en las diferentes sesiones de trabajo las cinco estrategias: i) compartir y aclarar intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito; ii) Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión de los estudiantes; iii) Proporcionar realimentación que haga avanzar a los estudiantes; iv) Activar a los estudiantes como recursos instructivos entre sí; v) Activar a los estudiantes como dueños de su propio aprendizaje.

Como se describió en la Fase 1, se diseñaron una serie de actividades evaluativas, las cuales, según Hamodi et al. (2015, p. 155), “son las estrategias que el profesorado utiliza para recoger información acerca de las producciones creadas por el alumnado”. Se utilizaron técnicas de

evaluación que tienen en cuenta las consideraciones y la participación de los estudiantes en el proceso evaluativo. Hamodi et al. (2015) plantean las siguientes: i) *autoevaluación*, esta es realizada por el estudiante, atendiendo a criterios negociados con anterioridad. ii) *Evaluación entre iguales*, los estudiantes evalúan a sus compañeros a luz de criterios convenidos previamente. iii) *Evaluación colaborativa*, en este proceso los profesores dialogan con los estudiantes acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En la Tabla 1 se describen las actividades evaluativas que se implementaron en el curso y su relación con los principios de evaluación formativa de Black y Wiliam, (2009).

Tabla 1. Actividades evaluativas en coherencia con los principios de evaluación

	Principios de evaluación formativa				
	Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.	Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante.	Proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes.	Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí.	Activar a los estudiantes como dueños de su propio aprendizaje
Actividades evaluativas					
Tareas de Modelación Matemática	En la mayoría de los casos se les aclaró a los estudiantes las intenciones de aprendizaje al inicio o al final del proceso.	Se desarrollaron dos momentos de discusión. El primero, en pequeños grupos donde discutieron sus estrategias y posibles soluciones. El segundo momento, se desarrolló de manera conjunta entre estudiantes y profesores, discutiendo las estrategias que se utilizaron. Al final, los estudiantes fueron quienes concluyeron las soluciones que se ajustaron a las situaciones.	La retroalimentación la desarrollaron tanto los profesores como los estudiantes, en las discusiones acerca de cada una de las tareas y en las discusiones que se hicieron al final. Se logró ver evolución en el desempeño de los estudiantes, dado que los errores que cometieron en algunas tareas no se repitieron y lograron aprender de los mismos.	El trabajo en grupo y la discusión permitieron que los estudiantes compararan sus hallazgos y sustentaran las decisiones tomadas en el desarrollo de las tareas. Los espacios de discusión permitieron que en equipo se llegara a conclusiones y posibilitó en la mayoría de las tareas una validación/comprobación de los modelos matemáticos.	No todos los estudiantes lograron empoderarse de las tareas que realizaron. Algunos se interesaron por profundizar en las situaciones, de tal manera que se convirtieran en algo más que una actividad del curso. Otros, por el contrario, se dedicaron a desarrollar las tareas por cumplir con los requerimientos y exigencias del espacio de formación. Es de resaltar que las tareas desarrolladas no siempre son del gusto de los estudiantes.
Proyectos	Se construyó en conjunto con los estudiantes una rúbrica para la valoración del proyecto. La rúbrica contó con dos momentos. En	Los proyectos se desarrollaron en paralelo a las demás actividades del curso. En el semestre se realizaron al menos tres asesorías enfocadas a la organización de los proyectos, de las cuales	Las asesorías realizadas con los grupos de trabajo permitieron evaluar los aciertos y desaciertos encontrados en las indagaciones desarrolladas por los estudiantes. En conjunto, profesores y estudiantes procuraron encontrar el camino	El objetivo con la presentación de los avances de cada uno de los proyectos en el curso, fue permitir que entre pares se encontraran	El trabajo colaborativo permitió que entre pares se lograra desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las situaciones estudiadas en los proyectos fueron

	<p>el primer momento, la rúbrica se enfocó a la divulgación escrita del proyecto, mientras que, en el segundo momento centró su atención en la divulgación oral/verbal del mismo.</p>	<p>dos fueron con los profesores y la otra en conjunto profesores y compañeros, esto permitió que los estudiantes argumentaran el porqué de la elección del proyecto.</p>	<p>que permitiera solucionar la situación o problemática estudiada. En cada una de las asesorías se logró evidenciar avance y claridad en lo que se adelantaba.</p>	<p>maneras de abordar la situación o problema estudiado. En este sentido, se posibilitó un trabajo colaborativo, el cual ayudó a cualificar los proyectos desarrollados, escuchando las experiencias y percepciones tanto de los profesores como de los demás estudiantes del curso.</p>	<p>planteadas por los estudiantes, a partir de sus intereses o necesidades particulares. Con el fin de empoderar a los estudiantes en el proceso de solución o comprensión de la situación.</p>
<p>Escritos, esquemas y mapas conceptuales</p>	<p>Los profesores proporcionaron indicaciones con el fin de aclarar las intenciones de cada una de las actividades desarrolladas. En particular, se mostraron ejemplos de escritos y se precisaron los elementos que debía contener cada actividad, por ejemplo, responder preguntas orientadoras o identificar aspectos clave de un documento.</p>	<p>Los esquemas y mapas conceptuales se discutieron con los profesores y demás compañeros de clase, allí se buscó que los estudiantes argumentaran sus interpretaciones y se generó la posibilidad de ser modificados a la luz de los comentarios y reacciones de los profesores y los compañeros.</p>	<p>Para los escritos, los profesores realizaron comentarios de forma y contenido, con la intención de retroalimentar las posturas y comprensiones expuestas por los estudiantes, donde se identificaran debilidades y errores a corregir. No se logró hacer devoluciones de los documentos, lo que imposibilitó determinar el impacto de dichos comentarios. Sin embargo, a medida que avanzó el curso, los escritos de los estudiantes mejoraron en argumentación y claridad.</p>	<p>Respecto a los esquemas y mapas conceptuales los estudiantes generaron ideas y críticas constructivas frente a lo producción de sus compañeros. Los escritos no se compartieron con los demás estudiantes, lo que imposibilitó un trabajo colaborativo.</p>	<p>En las presentaciones y discusiones de los esquemas y mapas conceptuales, se evidenció empoderamiento de los estudiantes al defender y sustentar sus ideas. Con relación a los escritos, los estudiantes mostraron interés por aplicar normas de estilo (APA) y criterios académicos para divulgación científica.</p>

<p>Creación de planes de clase de modelación matemática.</p>	<p>En conjunto, estudiantes y profesores en las primeras sesiones de trabajo, construyeron una rúbrica de evaluación. Los profesores realizaron una propuesta inicial y a partir de esta se realizaron nuevas propuestas y modificaciones.</p>	<p>Los estudiantes en dos ocasiones presentaron en el curso sus avances. En la primera presentación, mostraron una etapa inicial, allí los compañeros y profesores sugirieron cambios y rutas a seguir con el fin de aportarle aspectos metodológicos y teóricos a los planes. En la segunda presentación, los estudiantes mostraron los planes. En algunos equipos de trabajo se evidenció avance con respecto a la primera presentación, dado que resolvieron comentarios anteriores.</p>	<p>En la última presentación, los estudiantes indicaron la importancia que tuvo en la construcción de sus planes de clase, presentarle a sus compañeros y profesores los avances y primeras ideas. Los comentarios realizados por los compañeros y profesores posibilitaron cambios en el trabajo desarrollado, lo que posibilitó, al final, mayor claridad.</p>	<p>Al momento de realizar la primera presentación del trabajo con los demás compañeros, se logró identificar que los comentarios y sugerencias se enfocan a cualificar las propuestas, las críticas ayudaron a organizar las ideas y pulir las diferentes estrategias que se pensaban utilizar.</p>	<p>Algunos estudiantes se apropiaron de planes de clase creados. Esto se evidenció en la medida en que lo relacionaron con su práctica profesional y no solo se quedó en una tarea del curso. Adicionalmente, en algunos estudiantes se notó que se vincularon sus gustos e intereses.</p>
---	--	---	--	---	--

Fuente: Elaboración propia.

Instrumentos.

Acorde con las características de una investigación en un enfoque fenomenológico hermenéutico, se recolectó la información de cada uno de los eventos ocurridos a lo largo de las sesiones de trabajo del curso; para ello, se contó con los siguientes instrumentos investigativos.

Videograbaciones.

Se hizo grabación en audio y video de cada una de las sesiones de trabajo del curso. Adicionalmente, en las asesorías y en los espacios académicos, en los cuales se discutieron aspectos propios del curso, se realizó, también, el respectivo registro. Posterior a la recolección de estas evidencias, el material se codificó y se organizó de tal manera que solo se hizo transcripción de los momentos que fueron relevantes para el análisis y el alcance de los objetivos de la investigación.

Documentos.

La investigación hizo uso de las diferentes producciones escritas, gráficas y digitales de los estudiantes (futuros profesores de matemáticas), tales como: documentos escritos, informes, videos, proyectos, presentaciones, esquemas, mapas mentales y conceptuales, entre otros.

Proceso de análisis

El proceso de análisis se desarrolló de manera general en dos momentos. El primero fue cuando se hizo la recolección de la información, allí el investigador realizó etiquetas y comentarios en su diario de campo, de tal manera que describió las experiencias observadas y les otorgó sentido para luego hacer unidades de análisis (Hernandez-Sampieri et al. 2014). El segundo proceso de análisis se generó en la escritura de los dos últimos capítulos del presente documento, allí, el investigador, a partir del objetivo y el propósito investigativo, fue a los datos con sus respectivas etiquetas y comentarios y retomó aspectos puntuales que posibilitaron fundamentar su proceso de investigación.

Con base en el formato *multi-paper* de este documento, los tres artículos que se presentan en el capítulo II, se utilizaron diferentes categorías para su análisis, la Tabla 2 muestra dichas categorías.

Tabla 2. Categorías para el análisis

Artículos	Categorías de análisis
1. Evaluación en Modelación Matemática: una Revisión Crítica de Literatura.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Objeto de la evaluación. ✓ Momentos de evaluación. ✓ Instrumentos de evaluación. ✓ Perfil profesional – evaluación.
2. Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Conocimientos sobre modelación matemática. ✓ Conocimientos y principios de evaluación formativa (Oportunidades, reformulaciones, desempeños, acciones).
3. Evaluación Formativa del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática.	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Conocimiento de la modelación como herramienta. ✓ Conocimiento de la modelación como objeto. ✓ Contribuciones de la participación en las rúbricas. ✓ Contribuciones de las asesorías.

Fuente: Elaboración propia.

Con el fin de tener mayor confiabilidad en el proceso de análisis, se realizaron procesos de triangulación entre los referentes teóricos y las producciones de los futuros profesores de matemáticas. El investigador, con la ayuda de las preguntas auxiliares de investigación, reconoció elementos iniciales que luego se pusieron en discusión con los asesores. De allí se construyeron las categorías de análisis temático (Braun y Clarke, 2006 y Tuckett, 2005) y se organizó la información a partir de la identificación de puntos comunes que informaron las apropiaciones y desarrollos de los futuros profesores de matemáticas. Para aumentar la confiabilidad en los resultados, se tuvo una comunicación continua con especialistas en la temática, integrantes del grupo de investigación Mathema-FIEM y de un colectivo de especialistas de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEM).

Aspectos éticos de la investigación

La investigación, que se reporta en el presente documento, retomó aspectos éticos de la investigación cualitativa. En el estudio se tuvieron en cuenta las prácticas y las producciones de futuros profesores de matemáticas, sujetos a los que ante todo se les debe salvaguardar sus derechos y dignidad humana. En este sentido, si bien la investigación tenía como objetivo ahondar en los conocimientos y los aprendizajes en un escenario académico, siempre el bienestar emocional, psicológico y físico de los estudiantes fue un tema que primó sobre los aspectos académicos e investigativos. Galeano (2016) expone que en la investigación cualitativa es vital proteger los derechos, los intereses, los sentimientos y la privacidad de los individuos, las organizaciones o los grupos con los que se investiga. Así, en la presente investigación no se hizo

uso de los nombres reales de los participantes, se crearon seudónimos con el fin de proteger su privacidad.

Los participantes de la investigación tuvieron la oportunidad de conocer el objetivo de la misma y estuvieron de acuerdo con su participación, para ello firmaron y aprobaron el consentimiento informado (Anexo A), el cual fue puesto en consideración por parte del investigador durante la primera sesión del curso.

Cada una de las interacciones que se desarrollaron entre el investigador y los futuros profesores de matemáticas, como resalta Galeano (2016), se mediaron por la consideración de los individuos como sujetos sociales, con responsabilidades, derechos y deberes en la construcción de conocimiento. En este sentido, en la investigación nunca se comprendió a los sujetos como simples portadores de conocimiento o depositarios de información. Por el contrario, se buscó posibilitar siempre una relación horizontal donde todos tienen algo por aportar y esperan también algo del otro.

Confiabilidad y validez de la información.

Cada una de las fases de la investigación, que se desarrollaron al interior del curso, fue grabada y observada por el investigador, aspecto que se indicó en el consentimiento informado que diligenciaron los participantes. Esto con el fin de tener evidencia física de todos los aspectos que se analizaron y presentaron a lo largo del documento, siempre se respetó la producción de los estudiantes, y se realizaron las respectivas citaciones a cada una de las ideas y de las producciones que ellos desarrollaron.

En aras de dar mayor validez y rigurosidad al proceso investigativo, en el primer semestre de la maestría se sostuvieron constantes diálogos y discusiones con los asesores, a raíz de ellas se definieron aspectos metodológicos y teóricos que se pueden ver reflejados en la escritura y organización del presente documento. En la línea de Educación Matemática de la Maestría, se mantuvo una constante participación de un espacio denominado *Seminario Permanente*. En este espacio, se presentaba, por semestre, una o dos veces el avance de la investigación. Allí, profesores, estudiantes de doctorado y de maestría generaban preguntas y recomendaciones que ayudaron a cualificar y validar los procesos que se desarrollaron. Adicionalmente, fue posible presentar avances de la investigación en encuentros y congresos especializados en Educación

Matemática, como fue el caso del CIAEM (CIAEM-2019) y la Relme (Relme 32). Para ambos eventos, se envió avance del trabajo de investigación y se realizó la respectiva presentación.

Referencias

- Aravena, María, Carlos Caamaño, and Joaquín Giménez. 2008. "Modelos Matemáticos a Través de Proyectos." *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa* 11(1):49–92.
- Aydogan Yenmez, Arzu, Ayhan Kursat Erbas, Erdinc Cakiroglu, Cengiz Alacaci, and Bulent Cetinkaya. 2017. "Developing Teachers' Models for Assessing Students' Competence in Mathematical Modelling through Lesson Study." *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 48(6):895–912.
- Black, Paul, and Dylan Wiliam. 1998a. "Assessment and Classroom Learning." *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice* 5(1):7–74.
- Black, Paul, and Dylan Wiliam. 1998b. "Inside the Black Box: Raising Standards Through Classroom Assessment." *Assessment in Education* 5(1):7–74.
- Black, Paul, and Dylan Wiliam. 2009. "Developing the Theory of Formative Assessment." *Educational Assessment, Evaluation and Accountability* 21(1):5–31.
- Blum, W., P. Galbraith, H. Henn, and M. Niss, eds. 2007. *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. Vol. 10. New York: Springer.
- Blum, Werner. 2011. "Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research." Pp. 15–30 in *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. Springer.
- Braun, Virginia, and Clarke, Victoria. 2006. "Using Thematic Analysis in Psychology." *Qualitative Research in Psychology* 3(2):77–101.
- Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C., & Cakiroglu, E. (2016). Pre-service Teachers' Developing Conceptions about the Nature and Pedagogy of Mathematical Modeling in the Context of a Mathematical Modeling Course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287–314. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>

- Diefes-Dux, Heidi A., Judith S. Zawojewski, Margret A. Hjalmarson, and Monica E. Cardella. 2012. "A Framework for Analyzing Feedback in a Formative Assessment System for Mathematical Modeling Problems." *Journal of Engineering Education* 101(2):375–406.
- Duke, N., y Beck, S. (1999). Education should consider alternative forms for the dissertation. *Educational researcher, Washington*, 28(3), 31-36
- Flores, Elvira G. Rincón, María Soledad Ramírez Montoya, and Juanjo Mena. 2016. "Challenge-Based Gamification and Its Impact in Teaching Mathematical Modeling." Pp. 771–76 in *Proceedings of the Fourth International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality - TEEM '16*. New York, New York, USA: ACM Press.
- Frejd, Peter. 2013. "Modes of Modelling Assessment-a Literature Review." *Educational Studies in Mathematics* 84(3):413–38.
- Galeano, M. E. (2016). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa* (Vol. 1). Medellín, Colombia: Fondo editorial Universidad Eafit.
- Hamodi, Carolina, Victor Manuel López Pastor, and Ana Teresa López Pastor. 2015. "Medios, Técnicas e Instrumentos de Evaluación Formativa y Compartida Del Aprendizaje En Educación Superior." *Perfiles Educativos* 37(147):146–61.
- Hernández-Sampieri, Roberto, Carlos Fernández-Collado, and María del Pilar Baptista-Lucio. 2014. *Metodología de La Investigación*. 6th ed. Mexico.
- Hoskinson, Anne-marie. 2010. "How to Build a Course in Mathematical – Biological Modeling : Content and Processes for Knowledge and Skill." 9:333–41.
- Julie, Cyril, and Vimolan Mudaly. 2007. "Mathematical Modelling of Social Issues in School Mathematics in South Africa Chapter." Pp. 503–10 in *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Vol. 10, *New ICMI Study Series*, edited by W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, and M. Niss. Boston, MA: Springer US.
- Kaiser, Gabriele, Morten Blomhøj, and Bharath Sriraman. 2006. "Towards a Didactical Theory for Mathematical Modelling." *ZDM - Mathematics Education* 38(2):82–85.
- Lingefjärd, Thomas. 2016. "Learning Mathematical Modelling." *Far East Journal of Mathematical Education* 16(2):149–67.
- Maass, Katja. 2010. "Classification Scheme for Modelling Tasks." *Journal Für Mathematik-*

Didaktik 31(2):285–311.

- Niss, Mogens. 1993a. *Cases of Assessment in Mathematics Education. An ICMI Study*. Vol. 1. edited by M. Niss. Dordrecht: Springer Netherlands.
- Niss, Mogens. 1993b. *Investigations into Assessment in Mathematics Education An LCMI Study*. Vol. 2. edited by M. Niss. Dordrecht: Springer Netherlands.
- Peña, Lina M., Lyda M. Soto, and Oscar Y. Mariño. 2017. “La Modelación Matemática Como Estrategia Pedagógica Para La Resolución de Problemas de Optimización Para Estudiantes de Ingeniería.” Pp. 359–668 in *Desarrollo e Innovación en Ingeniería*, edited by E. M. Serna. Medellín: Instituto Antioqueño de Investigación.
- Ray, Marilyn. 2003. “La Riqueza de La Fenomenología: Preocupaciones Filosóficas, Teóricas y Metodológicas.” *Asuntos Críticos En Los Métodos de Investigación Cualitativa* 139–157.
- Rendón-Mesa, Paula Andrea. 2016. “Articulación Entre La Matemática y El Campo de Acción de La Ingeniería de Diseño de Producto: Aportes de La Modelación Matemática.” Universidad de Antioquia.
- Rendón-Mesa, Paula Andrea, Pedro Vicente Esteban Duarte, and Jhony Alexander Villa-Ochoa. 2016. “Articulación Entre La Matemática y El Campo de Acción de La Ingeniería de Diseño de Producto: Componentes de Un Proceso de Modelación Matemática.” *Revista de La Facultad de Ingeniería U.C.V.* 31(2):21–36.
- Schoenfeld, Alan H. 2015. “Summative and Formative Assessments in Mathematics Supporting the Goals of the Common Core Standards.” *Theory Into Practice* 54(3):183–94.
- Sepulveda, Edwin Darío. 2016. “Uso y Análisis de Modelos Matemáticos En La Formación de Profesionales En Alimentos.” Universidad de Antioquia.
- Soares, Débora da Silva, and Marcelo C. Borba. 2014. “The Role of Software Modellus in a Teaching Approach Based on Model Analysis.” *ZDM - Mathematics Education* 46(4):575–87.
- Texeira, E. (2010). *Argumentação e abordagem contextual no ensino de física* (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Bahia, Brasil.
- Tuckett, Anthony G. 2005. “Applying Thematic Analysis Theory to Practice: A Researcher’s

Experience.” *Contemporary Nurse : A Journal for the Australian Nursing Profession* 19(1–2):75–87.

- Vallés, Cristina, Nuria Ureña, and Encarnación Ruiz. 2011. “La Evaluación Formativa En Docencia Universitaria . Resultados Globales de 41 Estudios de Caso.” *REDU. Revista de Docencia Universitaria* 9(1):135–58.
- Villa-Ochoa, Jhony Alexander. 2016. “Aspectos de La Modelación Matemática En El Aula de Clase. El Análisis de Modelos Como Ejemplo.” Pp. 109–38 in *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa*, edited by J. Arrieta and L. Diaz. Barcelona: Gedisa.
- Villa-Ochoa, Jhony Alexander, and Mario Jesús Berrío. 2015. “Mathematical Modelling and Culture: An Empirical Study.” Pp. 241–50 in *Mathematical Modelling in Education Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning*, edited by G. A. Stillman, W. Blum, and M. S. Biembengut. Cham: Springer.
- Villa-Ochoa, Jhony Alexander, Alexander Castrillón-Yepes, and Jonathan Sánchez-Cardona. 2017. “Tipos de Tareas de Modelación Para La Clase de Matemáticas.” *Espaço Plural* 18(36):219–51.
- William, Dylan. 2004. “Keeping Learning on Track: Integrating Assessment with Instruction.” *International Association for Educational Assessment* (June).

CAPÍTULO II

Artículos

En el presente capítulo se presentan los tres artículos que componen el trabajo de investigación. Cada uno de los artículos es independiente entre sí y responden a las preguntas complementarias que apoyan el desarrollo de la investigación.

Primer artículo:

Título: Evaluación en Modelación Matemática: una Revisión Crítica de Literatura.

Pregunta: ¿Cuáles son los propósitos, las fases, las estrategias y los intereses de formación en los que se enfocan las investigaciones sobre evaluación en modelación matemática?

Segundo artículo:

Título: Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas

Pregunta: ¿Cómo los proyectos de modelación matemática se consolidan en una estrategia de evaluación de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación matemática?

Tercer artículo:

Título: Evaluación Formativa del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática

Pregunta: ¿Cómo se puede evaluar de manera formativa el conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática?

Primer artículo

Evaluación en Modelación Matemática: una Revisión Crítica de Literatura

Resumen

Los desarrollos investigativos en evaluación y modelación matemática a nivel internacional constituyen focos de interés en las últimas décadas. El presente artículo revisa la literatura sobre evaluación en modelación matemática donde se seleccionaron 19 artículos de revista a través de un proceso de búsqueda y criterios de inclusión. Luego, se prestó atención a los propósitos evaluativos, a la forma como se desarrolla la evaluación, a los instrumentos que se utilizaron y a la relación de la evaluación con el futuro campo profesional de los estudiantes. Se encontró un panorama amplio en cuanto a concepciones y focos de atención de la evaluación. La revisión también evidenció que la evaluación en modelación matemática no solo centra la atención en los conocimientos y procesos matemáticos, sino en los elementos propios de la modelación. Finalmente, la revisión aporta dos resultados importantes, el primero de ellos en relación con los propósitos e instrumentos de evaluación y el segundo en coherencia con las fases y procesos de modelación que son evaluados.

Palabras clave: Modelación matemática, campo profesional, evaluación.

Assessment in Mathematical Modelling: Critical Review of Literature

Abstract

Research achievements in the fields of evaluation and mathematical modelling in the international context constitute a center of attention in recent decades. This article presents a literature review on evaluation in mathematical modelling selecting 19 journal articles through a search process and inclusion criteria. Then, attention was centered on purposes, development and instruments of the assessment and also on the relationship between assessment and future professional training of the students. A broad outlook was found regarding the conceptions and focus of the assessment. This review also showed that attention is not only focused on mathematical knowledge and processes, but on the elements of modelling, when assessing mathematical modelling. Finally, this review provides two important results, one in relation to the purposes and instruments of assessment and another in coherence with the phases and modelling processes that are assessed.

Keywords: Mathematical modelling, professional training, evaluation.

Introducción

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la evaluación ha sido un tema de interés y discusión internacional. Se han desarrollado investigaciones que apuntan a mejorar los procesos evaluativos, tanto en su naturaleza y comprensión como en las herramientas y los instrumentos que se usan para evaluar en matemáticas (Hošpesová, 2018; Iannone y Jones, 2017; Niss, 1993a, 1993b; Suurtamm et al., 2016). Una de las apuestas en la evaluación de los aprendizajes es la evaluación formativa. Esta evaluación permite realizar retroalimentación constante de tal forma que, al mismo tiempo, se refuerza y promueve el aprendizaje (Brown y Pickford, 2013; Hamodi, López y López, 2015).

Para promover el aprendizaje de las matemáticas, la producción científica internacional resalta las oportunidades que ofrece la modelación matemática (Bassanezi, 2002; Niss, Blum, Galbraith, 2007). A través de ella, los estudiantes pueden comprender y producir significados de los objetos matemáticos articulados a los fenómenos reales que se estudian, también posibilita el desarrollo de competencias y de visiones de las matemáticas dado que, al establecer relaciones entre esta área y la realidad, se promueven usos e imágenes de la matemática como una ciencia útil (Blum y Borromeo-Ferri, 2009).

La pregunta por los aportes que la modelación matemática ofrece a la formación matemática de los estudiantes en los distintos grados de escolaridad continúa siendo motor para el desarrollo de investigaciones, entre ellas, existe un interés por la evaluación de los aprendizajes y competencias que se logran a través de la modelación (Anchieta, 2017; Frejd, 2013) y por los instrumentos que se pueden desarrollar para evaluar los aprendizajes que se promueven a través de la modelación. Este interés se agudiza con el reconocimiento de que no existe una comprensión homogénea de la modelación matemática, ni de los tipos de tarea y propósitos con las que se implementa en las matemáticas escolares (Kaiser, Blomhøj y Sriraman, 2006; Maaß, 2010; Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017). En este sentido, es necesario indagar por los diferentes desarrollos investigativos en relación con la evaluación en la modelación matemática.

Al respecto, Frejd (2013) realizó una revisión crítica de literatura. En su estudio, adoptó una definición amplia de evaluación con un enfoque en el proceso y en el aprendizaje de los

alumnos. Con esta definición se ocupó analizar los enfoques (procesos) utilizados o sugeridos para evaluar la competencia de modelación matemática de los estudiantes (resultado del aprendizaje de los estudiantes). En su revisión, el autor identificó que instrumentos como: pruebas, informes escritos, presentaciones orales y proyectos son los productos y herramientas que más se utilizan en la evaluación de la competencia de modelación. Frejd también identificó la presencia de una visión atomística de la evaluación de la modelación matemática; es decir, la valoración no se realiza de forma holística sobre los diferentes subprocesos de la modelación. Antes bien, centra su atención en los aspectos puntuales de los procesos que realizan los estudiantes cuando modelan matemáticamente.

Como resultado, Frejd (2013) ofreció una perspectiva amplia de los enfoques utilizados y sugeridos para evaluar competencias de los estudiantes sobre los modelos y la modelación matemática. Sin embargo, la pregunta por los procesos y estrategias situadas en los contextos e intereses de los sujetos que participan en diferentes ambientes y tareas de modelación matemática sigue abierta. Esta temática es relevante ya que la literatura internacional reconoce la necesidad de desarrollar procesos de modelación matemática articulados a los intereses y los propósitos de los estudiantes (Borba y Villarreal, 2005), así como a sus necesidades de formación profesional (Rendón-Mesa, 2016; Romo-Vázquez, 2014; Romo-Vázquez, Barquero, y Bosch, 2019; Rosa y Orey, 2019).

En coherencia con los trabajos de Rendón-Mesa (Rendón-Mesa, 2016; Rendón-Mesa et al., 2016), Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2016) y Rosa y Orey (2019), en esta revisión, la modelación se comprenderá como un ambiente de aprendizaje. En esta comprensión, un ambiente de modelación matemática debe diseñarse teniendo en cuenta las metas e intereses de formación de los estudiantes, para lo cual se proponen tareas (Villa-Ochoa et al., 2017) que promueven conocimientos matemáticos y del área de formación de los estudiantes (v.g. ingeniería). En coherencia con ello, la modelación puede verse como un medio para promover la formación profesional de los estudiantes. En ese sentido, la evaluación no solo se concentra en las competencias para modelar matemáticamente (evaluación *de* la modelación); sino también, de los demás aprendizajes que se promueven a través de ella (evaluación *en* modelación).

La presente revisión de literatura se centra en la correspondencia antes descrita, es decir, en las visiones y las estrategias que se utilizan para la evaluación en la modelación matemática

acorde con los intereses, propósitos y metas de formación de los sujetos involucrados. Por tanto, se propone responder la pregunta ¿Cuáles son los propósitos, fases, estrategias e intereses de formación en los que se enfocan las investigaciones sobre evaluación en modelación matemática? Con el fin de dar respuesta a esta pregunta se analizaron 19 documentos resultantes de una búsqueda en diferentes bases de datos, así como de un proceso de selección acorde con la pregunta anterior. El siguiente apartado describe el método que se utilizó para la revisión de literatura.

Método

En el marco de la propuesta de Jesson y Lacey (2006), una revisión crítica de literatura implica analizar las diferentes investigaciones reportadas y cruzar datos con el fin dar cuenta del estado investigativo en el que se encuentra determinado tema. En este sentido, el presente documento reporta una revisión crítica de literatura sobre cómo las investigaciones sobre evaluación en modelación matemática han tenido en cuenta los propósitos de formación profesional. En esta revisión se cruza la información encontrada a partir de cuatro categorías de análisis con las cuales se sustentan los resultados y conclusiones.

El ICMI Study 14 (Blum et al., 2007) ofrece un estado del arte sobre los desarrollos en modelación matemática hasta el año 2007; también se incluye el tema de la evaluación en modelación matemática (Houston, 2007; Lingefjärd, 2007). Por esta razón, en la presente revisión se decidió incluir artículos de revista, capítulos de libro y memorias de eventos en el periodo comprendido entre el año 2007 y marzo de 2018.

La revisión se centra en la evaluación en modelación matemática. Por tanto, se incluyeron investigaciones que se desarrollaron sobre este tema en el ámbito de la formación matemática de profesionales, de tal forma que se reportan estrategias, herramientas y conclusiones relacionadas con la evaluación y la modelación matemática. Para la revisión, se realizó una búsqueda en las bases de datos ERIC, Scielo y Scopus. Adicionalmente, se complementó con los hallazgos en buscadores como Google Scholar y se tuvo en cuenta alertas de revistas especializadas en Evaluación y Educación Matemática, en español, inglés y portugués.

En el rastreo que se realizó en las bases de datos se utilizaron cinco ecuaciones de búsqueda (Tabla 1), las cuales fueron necesarias dado que es posible encontrar en la literatura internacional diferentes formas de escritura para referirse a la Modelación. Así mismo, se

incluyeron las palabras *assessment*, *evaluation* y *assessing*, con el fin de abarcar la mayor cantidad posible de investigaciones.

Tabla 1. *Ecuaciones de búsqueda utilizadas en el rastreo de los documentos*

Ecuación de búsqueda	
I	“Mathematical Modelling” AND “Assessment” AND “education”
II	“Mathematical Modeling” AND “Assessment” AND “education”
III	“Mathematical Modelling” AND “evaluation” AND “education”
IV	“Mathematical Modeling” AND “evaluation” AND “education”
V	“Mathematical Modelling” AND “assessing” AND “education”

Fuente: Elaboración propia

Particularmente, en la base de datos Scopus se delimitó la búsqueda con la ayuda de los filtros Engineering, Computer Science, Social Science, Mathematics, Medicine, Chemical Engineering, Economics, Econometrics and Finance. Se utilizaron estos filtros dado que la revisión de literatura centra la atención en la evaluación en los procesos de modelación matemática en correspondencia con los intereses y propósitos de la formación profesional.

La búsqueda arrojó un total de 204 documentos entre capítulos de libro, artículos de revista especializados y memorias de eventos. La información básica de estos documentos (año, autores, título, palabras clave, abstract-resumen-introducción y revista-libro) se organizó en una hoja de cálculo. Posteriormente se delimitaron los criterios de selección que se exponen en el siguiente apartado para constituir el conjunto de documentos a analizar.

Criterios de selección

A partir de la organización de los 204 documentos se procedió a identificar en la información básica el título, abstract-resumen e introducción. Se eliminaron los documentos duplicados. Además de revisó si cumplían con al menos uno de los siguientes criterios de selección:

1. En el documento se reportaba una relación entre la evaluación y la modelación matemática.
2. El propósito del documento se relacionaba con la evaluación en los procesos de modelación matemática.
3. El documento no solo presentaba la aplicación de modelos matemáticos en otros contextos, como la ingeniería y las finanzas; sino que su propósito tenía relación con la formación profesional.

Al realizar una lectura de la información básica se logró definir un total de diecinueve documentos. Estos fueron utilizados en el proceso de lectura y análisis para la presente revisión de literatura.

Posteriormente, se organizaron categorías de análisis con el fin de realizar una aproximación a cómo se evalúa en procesos de modelación matemática que corresponden con los propósitos y los intereses del área de formación de los estudiantes. Cada una de las categorías contó con al menos una pregunta orientadora que buscó dar cuenta de los diferentes procesos de evaluación reportados en las investigaciones. Inicialmente, se tenían cinco categorías, sin embargo, a medida que se realizó la lectura y análisis de los documentos, dos de las categorías confluyeron por lo que se convirtieron en solo cuatro categorías para el análisis de los documentos. En la siguiente tabla (Tabla 2) se enuncian cada una de ellas con sus preguntas orientadoras respectivas.

Tabla 2. *Categorías y preguntas orientadoras para el análisis*

Categorías	Preguntas orientadoras
Objeto de la evaluación	¿Cuáles conceptos/procesos/contenidos se evalúan cuando se desarrolla modelación matemática? ¿Qué y para qué se evalúa en modelación Matemática?
Momentos de evaluación	¿En qué momentos/fases del proceso de modelación matemática se realiza la evaluación?
Instrumentos de evaluación	¿Cuáles instrumentos son utilizados en los procesos evaluativos de la modelación matemática?
Perfil profesional - evaluación	¿A quién se evalúa? ¿Qué relación hay entre el perfil profesional y la evaluación que se desarrolla?

Fuente: Elaboración propia.

Cada uno de los textos se analizó y codificó haciendo uso de herramientas de análisis de contenido; este proceso se desarrolló con apoyo del software Atlas Ti. En cada documento se codificaron los fragmentos que daban respuesta a cada una de las preguntas presentadas en la Tabla 2. De forma posterior, se establecieron relaciones entre los fragmentos asociados a cada código en el interior del texto y con los respectivos códigos de los demás textos. En el siguiente apartado se describen las particularidades encontradas en los diecinueve documentos.

Resultados

Con el fin de dar respuesta a la pregunta que orientó este estudio, los resultados se organizaron a través de las categorías presentadas en la Tabla 2.

Objeto de la evaluación.

En los documentos se identificó que tres de las diecinueve investigaciones centran su atención en evaluar conceptos y procedimientos matemáticos (Flores, Montoya y Mena, 2016; Haines y Crouch, 2010; High y Maase, 2007). Mientras que siete tuvieron como foco de atención evaluar las capacidades, habilidades o competencias para la creación y uso de modelos matemáticos (Aydogan Yenmez, Erbas, Cakiroglu, Alacaci, y Cetinkaya, 2017; Diefes-Dux, Zawojewski, Hjalmarson, y Cardella, 2012; Flores, Montoya, y Mena, 2016; Haines y Crouch, 2010; High y Maase, 2007; Hoskinson, 2010; Paolucci y Wessels, 2017). Los demás reportes no especifican puntualmente los contenidos o los procesos evaluados, pero informan aspectos propios de la modelación matemática, de la formación de profesionales o de la evaluación en general.

Referente a las investigaciones que se preocupan por evaluar conceptos y procedimientos matemáticos (Flores et al., 2016; Haines y Crouch, 2010; High y Maase, 2007), se resalta que no dejan de lado en sus evaluaciones los procesos propios de la modelación, como la matematización, el uso de modelos y la simplificación. Si bien, en las ideas que reportan los documentos se identifica una tendencia por los aspectos propios de las matemáticas, son de su interés evaluativo aspectos como la comunicación o la divulgación.

Las investigaciones incluidas en la revisión de literatura mostraron tendencias respecto a los diferentes focos de atención en la evaluación en la modelación matemática. En su mayoría, se preocupan por evaluar los desarrollos de los estudiantes frente a procesos como la simplificación, el uso de modelos para el estudio de fenómenos, la matematización, la validación y, en particular, la forma cómo los estudiantes interpretaron y comunicaron los resultados a los que llegaron al desarrollar este proceso. En este sentido, la modelación matemática no solo es un medio para el estudio de las matemáticas, sino que también es un fin, es decir, un contenido de aprendizaje y, por tanto, de evaluación. Dicho aspecto se encuentra en correspondencia con la comprensión de modelación de Julie y Mudaly (2007) para quienes la modelación puede comprenderse como un “vehículo para” o como “objeto o contenido”.

Conforme se mencionó antes, existen investigaciones que evalúan los subprocesos que componen la modelación matemática; esta tarea no es un asunto elemental. En los reportes de Aydogan Yenmez et al. (2017) y Hoskinson (2010) es posible identificar que la evaluación centra

su interés en el uso y la aplicación de los modelos construidos en el proceso y no precisamente en los procedimientos o en las maneras de construcción de los modelos matemáticos. Este hecho muestra que el proceso de evaluación se preocupa solo por algunos aspectos de la modelación; como indica Frejd (2013), la evaluación en modelación matemática se da en ocasiones de manera atomística, pues su foco de atención se centra en partes y no de manera holística en todo el proceso. Por otro lado, en Flores et al. (2016) es posible identificar una evaluación que se interesa por los conceptos y los procedimientos matemáticos que se utilizan para llegar a una solución y validación de un problema. También, en la simplificación, la matematización y la construcción de modelos, aspectos que posibilitan una evaluación de todo un proceso y no solo de una parte de este.

En general, es posible identificar investigaciones (Aydogan Yenmez et al., 2017; Diefes-Dux et al., 2012; Flores et al., 2016; Hoskinson, 2010; Paolucci y Wessels, 2017) en las que el trabajo en equipo cobra importancia cuando se desarrollan procesos de modelación matemática. Esto se fundamenta en que los estudiantes trabajan por un mismo propósito y las visiones de los integrantes frente a los fenómenos y los modelos ayudan a la solución y se potencia la comunicación. En particular, la mayoría de las investigaciones prestan atención a la forma en que los estudiantes comunican las soluciones y los resultados de los procesos de modelación. Estos hechos se ponen en evidencia en las investigaciones de Aydogan Yenmez et al. (2017), Diefes-Dux et al. (2012), Flores et al. (2016) y Hoskinson (2010).

Con respecto al propósito de la evaluación, se identificó que algunas investigaciones (Aydogan Yenmez et al., 2017; Diefes-Dux et al., 2012; Flores et al., 2016; Haines y Crouch, 2010; High y Maase, 2007; Hoskinson, 2010; Paolucci y Wessels, 2017) centran su atención en evaluar el proceso de modelación matemática; es decir, en determinar la capacidad de los estudiantes para abstraer, simplificar o ejecutar un ciclo o proceso de modelación en el estudio de un fenómeno, problema o situación (Evaluación *de* la modelación). Mientras que en otras (Flores et al., 2016; Haines y Crouch, 2010; High y Maase, 2007) la atención se centra en los conceptos y procedimientos matemáticos sin dejar de lado aspectos del proceso de modelación, solo que no tan marcados. Por su parte, las demás investigaciones (Borromeo Ferri, 2017; Brocklehurst, Bouchlaghem, Pitfield, Green y Still, 2006; Cole, Linsenmeier, Molina, Glucksberg y McKenna, 2011; Haines y Crouch, 2010; Kaiser y Schwarz, 2010; Lebedev, Krupa y Rezakov, 2016;

Lingefjärd y Meier, 2010; Peng, 2014; Schütze, Rakoczy, Klieme, Besser y Leiss, 2017; Urhan y Dost, 2018; Yongqiang, 2011; Zhao, 2017) tienen por objetivo informar aspectos tales como el estudio de las habilidades matemáticas y la modelación (Lebedev et al., 2016), la idea de desarrollar modelación matemática en la enseñanza de las matemáticas (Peng, 2014) o en describir actividades de modelación matemática en contextos auténticos (Kaiser y Schwarz, 2010), entre otras. La Tabla 3 resume el objeto de evaluación e indica las investigaciones que enfocan su atención en los conceptos y los procedimientos matemáticos o en los procesos de modelación matemática.

Tabla 3. Objetos de investigación en modelación matemática.

Objeto de Evaluación	Investigaciones
Conceptos y procedimientos matemáticos	(Flores et al., 2016)
	(Haines y Crouch, 2010)
	(High & Maase, 2007)
Proceso de modelación matemática	(Aydogan Yenmez et al., 2017)
	(Diefes-Dux et al., 2012)
	(Hoskinson, 2010)
	(Flores et al., 2016)
	(Paolucci y Wessels, 2017)
	(Haines y Crouch, 2010)
(High y Maase, 2007)	

Momentos de evaluación.

Esta categoría de análisis buscó determinar los momentos, las fases o las etapas de la modelación en los cuales se llevó a cabo el proceso de evaluación. Las investigaciones no giraron de forma precisa en torno a determinar los momentos en los que se desarrollaron los procesos de evaluación. Sin embargo, de los diecinueve documentos, cinco de ellos (Aydogan Yenmez et al., 2017; Flores et al., 2016; High y Maase, 2007; Hoskinson, 2010; Paolucci y Wessels, 2017) indican cómo se desarrolló el proceso evaluativo. A continuación, se resaltan los hallazgos.

Las investigaciones de Aydogan Yenmez et al. (2017), Hoskinson (2010) y High y Maase (2007) indican que la evaluación se desarrolló desde el momento en el que los estudiantes identificaron el problema hasta la comunicación y divulgación de los hallazgos y resultados. En este sentido, es posible inferir que se realizó una evaluación que tuvo en cuenta todo el proceso de la modelación matemática.

Por su parte, la investigación de Hoskinson (2010) desarrolló evaluaciones formativas dentro de un curso para estudiantes de biología. Este hecho implica que la apuesta de la evaluación, para este autor, no radica en generar una calificación a los estudiantes, sino que se configura como un instrumento que apoya el proceso aprendizaje, es decir, se apuesta por una mejora de la comprensión y de los procesos y procedimientos que los estudiantes desarrollan. Así mismo, se aplican evaluaciones constantes y procesos de retroalimentación que ayudan avanzar a los estudiantes. Para ello, el autor informa que los estudiantes desarrollaron un proyecto final que luego se presentó a todo el grupo. Adicionalmente, se aplicó una lista de criterios para evaluar los trabajos, retroalimentación a los mismos y a las pruebas, de tal forma que se identificaron debilidades con el fin de mejorar y hacer consistente la propuesta formativa de la evaluación.

Por su parte, en la formación de profesores de matemática de primaria, Paolucci y Wessels (2017) muestran que la evaluación se desarrolló de manera paulatina. Por tanto, su proceso giró en torno a la construcción de tareas de modelación y, a partir de marcos de referencia preestablecidos, se evaluó el avance en los procesos y sugirieron reformulaciones para la consolidación de las tareas. Por ejemplo, a las tareas creadas por los estudiantes (futuros profesores) se les aplicó rúbricas de puntuación con el fin de revisar la coherencia entre los aspectos metodológicos, teóricos y didácticos.

Finalmente, Flores y colaboradores (2016) desarrollaron la evaluación a lo largo de todo el proceso de modelación matemática, en particular, estos investigadores utilizaron el ciclo de modelación planteado por Blum y Leiss (2007) para orientar su proceso de evaluación. Estos investigadores, a través de siete etapas, no lineales, evaluaron la comprensión inicial que desarrollaron los estudiantes frente al problema que presentaron, el proceso de simplificación que utilizaron, la matematización entre el modelo real y el modelo matemático, la interpretación de la solución, la verificación de los resultados y la presentación de la solución.

En general, las cinco investigaciones sustentan que las evaluaciones no se realizaron al final o en un único momento. Su apuesta fue por una evaluación que tuviera en cuenta todos los procesos que intervienen en la modelación matemática, como se indicó en la anterior categoría, unas centradas en aspectos matemáticos y otras en la modelación. Estos aspectos pueden considerarse como características de la evaluación formativa. En términos de Black y Wiliam (2009), en este tipo de evaluación la preocupación se centra en los procesos que desarrollan los

estudiantes y en la retroalimentación que apuesta por una mejora continua. Esta noción es un insumo en la evaluación en modelación matemática cuando se utiliza una herramienta que permita el avance de los estudiantes, la autoevaluación y la retroalimentación en cada uno de los procesos.

Se resalta el hecho de que las investigaciones, a pesar de que enuncian el instrumento de evaluación, no especifican la aplicación o el desarrollo del mismo. En el siguiente apartado se plantean los hallazgos en relación con esta temática.

Instrumentos de evaluación.

Esta categoría se preocupó por indagar los diferentes instrumentos de evaluación implementados. La pregunta *¿Cuáles instrumentos son utilizados en los procesos evaluativos en la modelación matemática?* orientó el análisis de los documentos.

Si bien las investigaciones incluidas en la revisión de la literatura tenían relación con la modelación y la evaluación, sus objetos de estudio no fueron necesariamente sobre los instrumentos. Por ello, no en todos los artículos se indicaron los instrumentos de evaluación utilizados. Sin embargo, los trabajos de Aydogan Yenmez et al. (2017), Diefes-Dux et al. (2012) y Paolucci y Wessels (2017) usaron rúbricas en sus procesos. Por su parte, Hoskinson (2010) utilizó evaluación sumativa y Flores et al. (2016) utilizaron serie de tareas.

A pesar de que las investigaciones no detallan los instrumentos de evaluación, es posible comparar estos hallazgos con los de la revisión que realizó Frejd (2013). El encontró que los instrumentos más utilizados por los investigadores al momento de evaluar la modelación eran: pruebas escritas, pruebas prácticas, proyectos, portafolios y concursos. Se resalta entonces que en las investigaciones sobre evaluación en modelación matemáticas se identifican diferentes instrumentos de evaluación; la pregunta es entonces ¿qué posibilita cada uno de estos instrumentos?

Dentro del trabajo con rúbricas se logran diferenciar aspectos con relación al foco de atención, a continuación, se detallan algunos de ellos. La rúbrica que se utilizó en Aydogan Yenmez et al. (2017) desarrolla una serie de criterios e indicadores para evaluar los elementos que componen la modelación matemática cómo son la simplificación, el uso y la construcción de modelos y la divulgación. Es decir, se preocuparon por el planteamiento de preguntas al inicio de la interpretación de un fenómeno, la forma como simplifican la información y la capacidad de

comunicar el proceso a sus compañeros y profesores. Por su parte, Diefes-Dux et al. (2012) construyeron una rúbrica de evaluación (MEA-rubric) que se basó en la caracterización de cuatro dimensiones (modelo matemático, reutilización, modificabilidad y capacidad de compartir), con el fin de identificar patrones que posibilitaban la retroalimentación en el proceso que desarrollaron. Paolucci y Wessels (2017) utilizaron en su trabajo varias rúbricas construidas a partir de los criterios planteados por Galbraith (2007), los cuales se organizaron para evaluar la creación y la coherencia de acuerdo con las exigencias curriculares de problemas de modelación matemática para estudiantes de los primeros años de escolaridad.

Por su parte, Flores et al. (2016) se centraron en una serie de tareas enmarcadas en los aspectos que componen el ciclo de modelación matemática planteado por Blum y Leiss (2007). En esta lógica, el ciclo de modelación matemática les permitió evaluar el desempeño de los estudiantes no solo en los aspectos matemáticos, sino también en los conocimientos del proceso de modelación mismo.

Con respecto a esta categoría se resalta que los instrumentos de evaluación que se identifican en los reportes de investigación tienen particularidades que se sustentan en los propósitos y objetivos de los autores. Aunque en algunos procederes investigativos se utilicen rúbricas, estas puntualizan y plantean criterios u orientaciones que dan cuenta de la intención de la evaluación. Se resalta también que los instrumentos que utilizaron se sustentan teórica y metodológicamente, dado que en su mayoría acuden a investigaciones que posibilitan claridad y rigor en la evaluación. Adicionalmente, la categoría reporta cinco de los diecinueve documentos, dado que no todas las investigaciones indicaron los instrumentos o las herramientas que utilizaron en los procesos de evaluación.

Perfil profesional – evaluación.

En la mayoría de los reportes de investigación, no fue lo suficientemente explícito la manera en que se incluyó y evaluó el componente profesional. Sin embargo, en algunos de ellos, se pudo observar una reorganización de la modelación y de la evaluación acorde con el tipo de profesional que se espera formar.

La investigación reportada por Paolucci y Wessels (2017) vincula el proceso de evaluación con el perfil y el campo profesional de los estudiantes; los criterios organizados en rúbricas están en estrecha relación con el futuro desempeño profesional que para este caso es la

docencia. El profesor en su quehacer se enfrenta a la creación de estrategias para el aula, como son problemas de modelación matemática y es allí donde se centra la evaluación que desarrolló Paolucci y Wessels (2017). Estos autores se preocuparon por examinar la capacidad que tenían los profesores en formación inicial, para crear problemas de modelación matemática alineados con el currículo y plan de estudio de niños de primero a tercer grado de escolaridad. Este estudio es un ejemplo de que es posible integrar necesidades profesionales y exigencias propias de la práctica o del desarrollo profesional en la evaluación.

Por otro lado, las investigaciones de Aydogan Yenmez et al. (2017), Diefes-Dux et al. (2012), High y Maase (2007) y Hoskinson (2010) relacionan la evaluación y la modelación matemática con campos profesionales. Si bien no se explicita la relación que tuvo la evaluación con el futuro desempeño de los estudiantes, se resaltan aspectos que para la presente categoría son relevantes. Por ejemplo, Diefes-Dux et al. (2012) centraron su atención en mejorar los procesos de retroalimentación que se desarrollaron con estudiantes de primer año de ingeniería. Aydogan Yenmez et al. (2017) se preocuparon por que los futuros profesores desarrollaran criterios de evaluación en relación con la modelación matemática. High y Maase (2007) relacionaron modelos matemáticos con la ingeniería química, aunque no es clara la forma como vinculan la evaluación en su trabajo. Hoskinson (2010) presta atención al desarrollo de modelos matemáticos aplicados a fenómenos biológicos, allí se determinó el dominio que tenían los estudiantes al momento de elegir un tipo de modelo al considerar las características de la población, de manera que se prestó atención a la efectividad y a la validez de los modelos que se utilizaron.

En este sentido, se resalta la poca relación que se logró encontrar entre el perfil profesional de los estudiantes y las estrategias evaluativas que se implementaron en los documentos que hacen parte de esta revisión. Se reconoce que los sujetos que se evalúan son nombrados en la categoría general de estudiantes. Sin embargo, no se reporta una alusión explícita a la evaluación de aspectos clave de su futuro desempeño profesional.

Discusión y conclusiones

En este artículo se encontró que la mayoría de los diecinueve documentos que se seleccionaron para la revisión de literatura se preocuparon por evaluar procesos o contenidos matemáticos y componentes de la modelación misma. También, en su mayoría, expresaban que la

evaluación se desarrollaba en todo el proceso de modelación. Con relación a las estrategias o instrumentos de evaluación, solo fue posible reconocerlas en cinco documentos.

Por otro lado, en cinco documentos se observó una relación entre el perfil profesional y la evaluación. Esta relación se hizo evidente en la evaluación de la capacidad de profesores para el diseño de tareas de modelación; en los otros, se usó la modelación para ilustrar conexiones entre la matemática y la respectiva profesión. Estos hallazgos llaman la atención en cuanto a determinar con mayor precisión los vínculos que construyen entre la evaluación y el desempeño en el futuro campo profesional. En este sentido, se espera que los procesos evaluativos se vinculen y fortalezcan el perfil profesional de los estudiantes. Esto es un llamado a indagar por la relación que debería tener el proceso de evaluación en modelación matemática con el sujeto que se evalúa.

Los resultados de esta revisión sugieren el desarrollo de más investigaciones en las cuales construyan otros vínculos entre la modelación y la formación profesional y, en coherencia con ello, la evaluación no solo se concentre en el aprendizaje matemático, sino también en los otros aprendizajes inherentes a la profesión. En la literatura, se observa que estas relaciones son posibles, por ejemplo, Rendón-Mesa et al (2016) usaron la modelación como una herramienta para integrar la práctica de diseño y las matemáticas. Estas prácticas integradas fueron evaluadas a través de la realización de proyectos conjuntos que eran evaluados tanto por los profesores de matemática como de ingeniería. En la misma dirección, Romo-Vázquez et al (2019) diseñaron e implementaron Unidades de Aprendizaje online y a distancia para profesores de matemáticas. En este estudio, sus diseños se organizaron con el fin de abordar los obstáculos institucionales que plantea la enseñanza de la modelación matemática en relación con conocimientos preestablecidos. En coherencia con el desarrollo profesional de profesores de matemática, se buscó que, además de desarrollar la modelación, también reconocieran la importancia de la modelación y maneras de integrarlas en los contextos escolares.

En esta revisión no se logró rastrear en todas las investigaciones el propósito evaluativo, los momentos de evaluación, los instrumentos de evaluación y la relación entre el perfil profesional y la evaluación. Estos resultados se pueden interpretar, por un lado, como un vacío en la investigación frente al tema; pero, por otro lado, como un aspecto que aun cuando haya sido implementado en los procesos formativos no se ha reportado en los informes de investigación.

Para cada una de las categorías se logró mostrar desarrollos teóricos y prácticos con relación a la evaluación en modelación matemática y se indican las particularidades y generalidades que se hallaron.

En general, las investigaciones que indican en detalle el proceso evaluativo coinciden en la necesidad de evaluar todo el proceso que se involucra en la modelación. Si bien utilizaron diferentes estrategias para lograrlo, coinciden en tener presente la identificación de la situación, la simplificación de variables, la creación de modelos, la validación y su comunicación o divulgación; en otras palabras eso puede interpretarse como una evaluación *de* la modelación. A diferencia de los resultados de Frejd (2013), es estos estudios se observa un esfuerzo por desarrollar una evaluación holística. Este aspecto exige que la evaluación *de* la modelación matemática involucre de forma constante el acompañamiento de los profesores, de forma que se oriente el proceso y se apueste por mejoras constantes.

La literatura internacional informa sobre las oportunidades que ofrece la modelación como objeto y vehículo en el aprendizaje de los estudiantes. Frente a ello, existe una cantidad de investigaciones que se han ocupado de la modelación y sus relaciones con los procesos de evaluación. La revisión de literatura desarrollada por Frejd (2013) es un estudio previo que se preocupó por esta relación; su perspectiva adoptó una comprensión de la modelación como competencia y de la evaluación como proceso que aporta a la formación de los estudiantes. Sin embargo, como se argumentó en el primer apartado de este artículo, los estudios sobre la relación entre modelación y la evaluación que incluyan las metas y los intereses de formación de los estudiantes es una necesidad de investigación.

Al respecto, este estudio aporta dos resultados importantes. El primero de ellos, informa sobre *los objetos e instrumentos de la evaluación*. En relación con los *objetos* se encuentra que las investigaciones centran su atención en los conceptos y en los procedimientos matemáticos o en evaluar como tal el proceso de modelación. Así mismo, se identificó que los proyectos, las rúbricas y las evaluaciones sumativas son los *instrumentos de evaluación* que más utilizan los investigadores, y se identificó cómo la evaluación formativa posibilita desarrollar una evaluación estructurada que se aplica a lo largo del proceso de modelación. Si bien los autores indican que se debe evaluar todo el proceso o que en su estudio se evaluó todo el proceso, no siempre este aspecto es ejemplificado o particularizado. La investigación de Frejd (2013) indica que los

proyectos y las rúbricas son instrumentos más utilizados en la evaluación de la modelación matemática, este aspecto también se evidenció en la presente revisión de literatura. Sin embargo, no se logró determinar, por ejemplo, la participación de los estudiantes en dichos instrumentos, ni se encontró evidencia sobre el uso o desarrollo que se le dio a cada uno de los instrumentos.

Un segundo resultado de esta revisión radica en la cantidad de estudios y los aportes que hacen a una formación de los estudiantes más allá de sus conocimientos y habilidades matemáticas. Al respecto, la perspectiva de modelación adoptada en esta revisión concibe los conocimientos propios del campo profesional, cotidiano o escolar de los estudiantes como un principio en el diseño de los ambientes de aprendizaje y como una meta en su formación. Por tanto, la evaluación también debe ocuparse de valorar y promover los aprendizajes en esas dimensiones. Al respecto, esta revisión encontró que son pocos los estudios que se ocupan de este asunto.

De los 19 documentos que se analizaron, solo el estudio de Paolucci y Wessels (2017) resalta la importancia de la relación de la evaluación con el futuro desempeño profesional de los profesores de matemática en la escuela primaria. Según las autoras, dado que en su quehacer profesional deberán diseñar tareas de modelación matemática, estos estudiantes no solo estudian que es modelación matemática, sino que su tarea también es crear problemas de modelación matemática para niños. En este sentido Lingefjård (2016), en sus desarrollos investigativos, resalta la importancia que tiene la formación del profesor, dado que orientar procesos de modelación no es trivial, pues exige conocimientos y competencias tanto matemáticas como de la modelación misma. En particular Cetinkaya et al. (2016) indican una serie de conocimientos que debe dominar el futuro profesor de matemáticas que integra la modelación en sus clases. Así mismo, en relación con la ingeniería, diferentes investigadores han aportado en su formación profesional, por ejemplo en la Ingeniería de Diseño de producto. Al respecto, Rendón-Mesa (2016) apostó por una articulación entre el saber matemático y el campo de acción de dicha ingeniería.

Finalmente, esta revisión sugiere la necesidad de mayores estudios sobre los diseños y desarrollos de ambientes de modelación que atiendan a las necesidades y a los intereses de formación de los estudiantes. En coherencia, sugiere que se desarrollen procesos de evaluación que informen y promuevan el aprendizaje no solo de la matemática, sino también de las

habilidades, los conocimientos y los procesos extramatemáticos que se involucran en este tipo de ambientes de modelación.

Referencias

- Anchieta, R. J. F. (2017). *Avaliação Formativa De Aprendizagem Em Modelagem Matemática (Tesis doctoral)*. Universidade Federal de Mato Grosso.
- Aydogan Yenmez, A., Erbas, A. K., Cakiroglu, E., Alacaci, C., & Cetinkaya, B. (2017). Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(6), 895–912. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298854>
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Editora Contexto.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74. <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5–31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and *learnt*? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems? In *Mathematical Modelling* (pp. 222–231). <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. <https://doi.org/10.1007/b105001>

- Borromeo Ferri, R. (2017). Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education. In *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Brocklehurst, D., Bouchlaghem, D., Pitfield, D., Green, M., & Still, K. (2006). A new approach for modelling circulation in secondary schools. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings*, 159(1), 3–12.
<https://doi.org/10.1680/stbu.2006.159.1.3>
- Brown, S., & Pickford, R. (2013). *Evaluación de habilidades y competencias en Educación Superior* (Ediciones). Madrid.
- Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C., & Cakiroglu, E. (2016). Pre-service Teachers' Developing Conceptions about the Nature and Pedagogy of Mathematical Modeling in the Context of a Mathematical Modeling Course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287–314. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>
- Cole, J. L., Linsenmeier, R. A., Molina, E., Glucksberg, M. R., & McKenna, A. F. (2011). Assessing engineering students' abilities at generating and using mathematical models in capstone design. *ASEE Annual Conference and Exposition*, (Fall 2010). Retrieved from <http://www.asee.org/public/conferences/1/papers/662/download>
- Diefes-Dux, H. A., Zawojewski, J. S., Hjalmarson, M. A., & Cardella, M. E. (2012). A Framework for Analyzing Feedback in a Formative Assessment System for Mathematical Modeling Problems. *Journal of Engineering Education*, 101(2), 375–406.
<https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2012.tb00054.x>
- Flores, E. G. R., Montoya, M. S. R., & Mena, J. (2016). Challenge-based gamification and its impact in teaching mathematical modeling. *Proceedings of the Fourth International*

- Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality - TEEM '16*, 771–776. <https://doi.org/10.1145/3012430.3012605>
- Frejd, P. (2013). Modes of modelling assessment-a literature review. *Educational Studies in Mathematics*, 84(3), 413–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9491-5>
- Haines, C., & Crouch, R. (2010). Mathematical Modelling and Applications: Ability and Competence Frameworks. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies* (pp. 417–424). https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_12
- Hamodi, C., Pastor, V. M. L., & Pastor, A. T. L. (2015). Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en educación superior. *Perfiles Educativos*, 37(147), 146–161. <https://doi.org/10.1016/j.pe.2015.10.004>
- High, K., & Maase, E. (2007). Active Problem Solving in a Graduate Course on Modeling and Numerical Methods. *Chemical Engineering*.
- Hoskinson, A. (2010). *How to Build a Course in Mathematical – Biological Modeling : Content and Processes for Knowledge and Skill*. 9, 333–341. <https://doi.org/10.1187/cbe.10>
- Hošpesová, A. (2018). Formative Assessment in Inquiry-Based Elementary Mathematics. En G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, & B. Xu (Eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs* (pp. 249–268). https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_15
- Houston, K. (2007). Assessing the “phases” of mathematical modelling. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 249–256). Boston, MA: Springer.

- Julie, C., & Mudaly, V. (2007). Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa. *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study, 2003*, 503–510.
- Kaiser, G., Blomhøj, M., & Sriraman, B. (2006). Towards a didactical theory for mathematical modelling. *ZDM - Mathematics Education*, 38(2), 82–85.
<https://doi.org/10.1007/BF02655882>
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education—Examples and Experiences. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 52–76.
- Lebedev, A., Krupa, T., & Rezakov, M. (2016). Structures of mathematical modeling of metathematic and metacognitive skills and abilities' typology. *International Journal of Environmental and Science Education*, 11(15), 7880–7887.
- Lingefjärd, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education—Necessity or unnecessarily. In *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 333–340). Boston, MA: Springer.
- Lingefjärd, T. (2016). Learning mathematical modelling. *Far East Journal of Mathematical Education*, 16(2), 149–167. <https://doi.org/10.17654/ME016020149>
- Lingefjärd, T., & Meier, S. (2010). Teachers as managers of the modelling process. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 92–107. Retrieved from <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-78649604908&partnerID=40&md5=9c656e6e946447ed7150acc8c759bd9c>
- Maase, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>

- Niss, M. (1993a). Cases of Assessment in Mathematics Education. An ICMI Study. In M. Niss (Ed.), *New ICMI Study Series*. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-0980-4>
- Niss, M. (1993b). *Investigations into Assessment in Mathematics Education An ICMI Study* (M. Niss, Ed.). <https://doi.org/10.1007/978-94-017-1974-2>
- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3–32). https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1
- Paolucci, C., & Wessels, H. (2017). An Examination of Preservice Teachers' Capacity to Create Mathematical Modeling Problems for Children. *Journal of Teacher Education*, 68(3), 330–344. <https://doi.org/10.1177/0022487117697636>
- Peng, S. G. (2014). Research of Bringing Higher Mathematics Education in Mathematical Modeling Idea. *Applied Mechanics and Materials*, 556–562, 6548–6550. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.556-562.6548>
- Rendón-Mesa, P. A. (2016). *Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: aportes de la modelación matemática*. Universidad de Antioquia.
- Rendón-Mesa, P. A., Duarte, P. V. E., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de La Facultad de Ingeniería U.C.V.*, 31(2), 21–36.
- Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática, especial*(25 años), 314–338.

- Romo-Vázquez, A., Barquero, B., & Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. *Uni-Pluriversidad*, *19*(2), 161–183.
<https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.09>
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2019). Mathematical modelling as a virtual learning environment for teacher education programs. *Uni-Pluriversidad*, *19*(2), 80–102.
<https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.04>
- Schütze, B., Rakoczy, K., Klieme, E., Besser, M., & Leiss, D. (2017). Training effects on teachers' feedback practice: the mediating function of feedback knowledge and the moderating role of self-efficacy. *ZDM - Mathematics Education*, *49*(3), 475–489.
<https://doi.org/10.1007/s11858-017-0855-7>
- Suurtamm, C., Thompson, D. R., Kim, R. Y., Moreno, L. D., Sayac, N., Schukajlow, S., ... Vos, P. (2016). Assessment in Mathematics Education. Large-Scale Assessment and Classroom Assessment. In *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-32394-7>
- Urhan, S., & Dost, Ş. (2018). Analysis of Ninth Grade Mathematics Course Book Activities Based on Model-Eliciting Principles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(5), 985–1002. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9808-4>
- Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, *18*(36), 219–251.
- Yongqiang, H. (2011). Study on Students' Comprehensive Evaluation Model. In *Communications in Computer and Information Science: Vol. 233 CCIS* (pp. 413–419).
https://doi.org/10.1007/978-3-642-24010-2_56

Zhao, J. (2017). *A Study on the Framework of College Curriculum Reform through Mathematical Modelling Based on Markov Linear Modelling*. 32, 67–72.

Segundo artículo

Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas

Resumen

Este artículo reporta sobre el uso de proyectos de modelación como una estrategia de evaluación formativa. La investigación se enfocó en los conocimientos de los profesores sobre la modelación matemática y los principios de evaluación formativa. Por tanto, se diseñó un ambiente en un curso de modelación para futuros profesores de matemáticas. Este diseño incluyó presentaciones orales, asesorías, informes escritos y videos. Se analizaron los datos extraídos de cuatro proyectos desarrollados por futuros profesores de matemáticas y los resultados dan cuenta de las contribuciones de las asesorías y de las presentaciones orales como estrategias que promueven el conocimiento de los futuros profesores. También se informa sobre el diseño que permite comprender el desarrollo de proyectos como proceso y estrategia de evaluación formativa.

Palabras clave: Proyectos de modelación, evaluación formativa, estrategia, futuros profesores de matemáticas.

Mathematical modelling projects as a formative assessment strategy in a course for pre-service mathematics teachers

Summary

This article reports on the use of modelling projects as a formative assessment strategy. Research focused on teachers' knowledge about mathematical modelling and formative assessment principles. Hence, an environment was designed in a modelling course for pre-service mathematics teachers. This design included oral presentations, mentoring, written reports, and videos. Data extracted from four projects developed by pre-service mathematics teachers were analyzed and the results evidence the contributions of mentoring and oral presentations as strategies to promote the knowledge of pre-service teachers. This article also reports on the design to understand the development of projects as both a process and a strategy of formative assessment.

Keywords: Modelling projects, formative assessment, strategy, pre-service mathematics teachers.

Introducción

La modelación en la perspectiva de la Educación Matemática puede considerarse como un proceso, una estrategia o un ambiente de aprendizaje en el que se involucra la necesidad de usar, construir y validar modelos para resolver problemas reales. La integración de la modelación en el currículo escolar implica que los profesores tengan conocimiento sobre sus comprensiones, alcances, propósitos y formas en que se integra en la clase de matemáticas, estilos de aprendizaje de los estudiantes, condiciones curriculares y de las instituciones educativas (ROMOVÁZQUEZ; BARQUERO; BOSCH, 2019; Autores, 2017; CETINKAYA *et al.*, 2016).

Frente a tales consideraciones, se deben configurar estrategias y programas que aporten al desarrollo de estos conocimientos en los profesores. Según la literatura, se debe crear oportunidades de formación a través de experiencias, materiales, desarrollo de proyectos, diseño de tareas, así como proyectar, implementar y valorar sus posibilidades en clases reales (CETINKAYA *et al.*, 2016; PARRA-ZAPATA *et al.*, 2018; AUTOR, 2016; VILLARREAL; ESTELEY; SMITH, 2018). Sin embargo, la manera en que se promueven y se evalúan los conocimientos, las estrategias y los instrumentos es un tema vigente para la investigación.

La relación de la modelación matemática y la evaluación en el campo educativo ha llamado la atención de la comunidad internacional (AYDOGAN YENMEZ; ERBAS, CAKIROGLU; ALACACI; CETINKAYA, 2017; FREJD, 2013). Al respecto, a partir de una revisión de literatura, Frejd (2013) informa diferentes modos de evaluar la modelación matemática en las aulas. El investigador indica, entre otras cosas, que las pruebas escritas, los proyectos y los portafolios son los instrumentos que más se utilizan en el proceso formativo. Esta idea fue confirmada por Autores (en prensa), quienes además mostraron la necesidad de desarrollar estudios que trasciendan los alcances de la evaluación en la modelación para la misma matemática y las maneras en que se puede evaluar la modelación matemática cuando se enfoca en el desarrollo de competencias y conocimientos profesionales.

Frejd (2013) indica que el desarrollo de proyectos es una estrategia de evaluación que articula subprocesos al hacer modelación matemática. El autor argumenta que se requiere de más

investigaciones en el campo que den cuenta de una evaluación holística, es decir, de una evaluación formativa que integre todo el proceso de modelación, y no solo etapas o subprocesos.

La importancia de los proyectos de modelación se ha argumentado por las posibilidades y las experiencias de primera mano en las que los estudiantes planean y resuelven problemas a través de modelos y las matemáticas, además, por sus aportes al desarrollo de competencias y a visiones y actitudes críticas sobre el rol de la matemática en la sociedad (VILLA-OCHOA *et al.*, 2017; VILLARREAL *et al.*, 2018). Las interrelaciones entre los roles formativo y evaluativo de los proyectos de modelación han sido poco exploradas. Este artículo indaga cómo los proyectos de modelación constituyen una estrategia de formación y evaluación del conocimiento de los futuros profesores en modelación matemática. Es así como se busca dar respuesta a la pregunta ¿Cómo los proyectos de modelación matemática se consolidan en una estrategia de evaluación de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación matemática?

En los siguientes apartados se ofrecen los antecedentes teóricos de la evaluación formativa y de los principios que la caracterizan. También se realiza un desarrollo conceptual sobre la modelación matemática y el conocimiento del profesor sobre este proceso. De forma posterior, se especifican los detalles del curso en el que se desarrolló la parte empírica y se compiló la información, así como una ruta para el desarrollo de los análisis. En la parte final del artículo se realiza un análisis de los proyectos de modelación que un conjunto de futuros profesores desarrolló y se presentan las conclusiones a través de las cuales se responde la pregunta de investigación.

Antecedentes Teóricos

Para dar respuesta a la pregunta que orientó la investigación se requiere delimitar elementos clave de la evaluación formativa, sobre el carácter situado de los aprendizajes que se espera evaluar. En este caso, la atención se centró en los conocimientos en modelación matemática de futuros profesores de matemáticas.

La evaluación formativa.

La evaluación para el aprendizaje, también denominada evaluación formativa, se reconoce como una práctica que se orienta a la reflexión del profesor y el desarrollo de aprendizajes (VALLÉS; UREÑA; RUIZ, 2011). Black y Wiliam (2009) plantean que la evaluación puede

considerarse formativa cuando los profesores y los estudiantes interpretan y utilizan evidencias sobre sus desempeños para tomar decisiones en los procesos y siguientes pasos de la enseñanza, de tal forma que sus acciones se fundamenten en las experiencias que ya vivieron.

Para Black y Wiliam (1998, 2009), la evaluación formativa es una práctica que da cuenta de los procesos que desarrollan los estudiantes, de forma que las decisiones sobre las acciones se puedan reformular a partir de los resultados que se obtienen. En este sentido se apuesta, de manera permanente, por la mejora constante en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En esta dirección, Bennett (2011) argumenta que una evaluación formativa debería sugerir e incluso modificar la enseñanza, de modo que tanto los profesores como los estudiantes evidencien sus saberes, así como sus potencialidades.

Con base en Wiliam y Thompson (2007), Black y Wiliam (2009) desarrollan cinco principios de diseño para la evaluación formativa, a saber:

- ✓ Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.
- ✓ Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante.
- ✓ Proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes.
- ✓ Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí.
- ✓ Activar a los estudiantes para que se empoderen de su propio aprendizaje.

Para Black y Wiliam (2009), estos principios no son una lista de chequeo o un control sistemático, por el contrario, el objetivo es articular cada una de las tareas, discusiones y estrategias que se utilizan. De esta forma, se busca activar a los estudiantes como actores de su proceso de aprendizaje y que se genere una constante retroalimentación y reflexión del proceso. En particular, la evaluación formativa en el ámbito escolar debe declarar los aprendizajes que se espera promover. En esta investigación, la evaluación se integra a un curso para el desarrollo de conocimientos sobre la modelación en futuros profesores de matemática. Los detalles sobre estos conocimientos se presentan a continuación.

Conocimientos de la modelación en futuros profesores de matemática.

A pesar de las contribuciones de la modelación al ámbito escolar, su integración en la cotidianidad de la escuela sigue siendo una necesidad; este aspecto se ha indicado en

investigaciones tanto nacionales como internacionales (KAISER, 2014; AUTORES, 2015; CETINKAYA *et al.*, 2016; LINGEFJÄRD, 2016). Al respecto, Lingefjärd (2016) argumenta que se requiere preparar a los profesores para que, a través de fenómenos y situaciones, logren desarrollar procesos de modelación matemática. En palabras de Villa-Ochoa y López (2011) se debe proporcionar experiencias que les permitan a los profesores desarrollar una sensibilidad para reconocer situaciones o fenómenos que puedan ser modelados en la clase de matemática.

Un profesor de matemáticas que integra en sus prácticas escolares procesos de modelación matemática debe desarrollar una serie de conocimientos que no solo se centran en el dominio matemático (CETINKAYA *et al.*, 2016). En su revisión, Cetinkaya *et al.* (2016) agrupan en cuatro grandes categorías los conocimientos que debe dominar un profesor de matemáticas cuando integra la modelación matemática en sus prácticas, a saber:

- i) La naturaleza de la modelación matemática.
- ii) Las formas de pensamiento de los estudiantes.
- iii) El uso / integración de tecnología (TIC).
- iv) La gestión de aula en el proceso de enseñanza de las matemáticas a través de la modelación matemática.

La evaluación formativa de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación puede adquirir varios significados. Por un lado, cuando la modelación se asume como un objeto de aprendizaje (JULIE; MUDALY, 2007), la evaluación puede enfocarse a promover y valorar los conocimientos, las habilidades y las capacidades que se hayan alcanzado o requieran alcanzar. Por otro lado, cuando la modelación se concibe como una herramienta para la enseñanza de las matemáticas (JULIE; MUDALY, 2007), la evaluación se puede enfocar en la valoración de los objetivos trazados sobre la comprensión matemática. Así, la modelación puede ser un instrumento de evaluación, es decir, los estudiantes deben poner en juego sus conocimientos, a través de la resolución de situaciones de modelación. En esta última visión, pueden generarse otras formas de evaluación a partir de la diversidad de tareas (de modelación) que puedan formularse (AUTORES; 2017).

Metodología

El presente artículo reporta los hallazgos de una investigación que se desarrolló en un curso de modelación matemática denominado Seminario de Especialización I. Este espacio hace

parte de un programa universitario de formación de futuros profesores de matemáticas de una universidad pública en Colombia; el curso se concibe como un componente obligatorio del Programa. Su importancia radica en ofrecer oportunidades para que los futuros profesores tengan experiencias de modelación como actividad científica y desarrollen conocimientos sobre la modelación como herramienta para la enseñanza de las matemáticas.

Durante el curso, los futuros profesores revisaron artículos de divulgación e investigación en la temática. En estos artículos identificaron tipos de tareas, recursos y alcances de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. Luego se discutieron, comprensiones, perspectivas y aproximaciones a la modelación matemática (AUTORES 2017; KAISER, 2014; STILLMAN; GALBRAITH; BROWN; EDWARDS, 2007), la modelación matemática en primaria (PARRA-ZAPATA; VILLA-OCHOA, 2015; ENGLISH, 2006) y el uso de tecnología en la modelación matemática (MOLINA-TORO; VILLA-OCHOA; SUÁREZ-TÉLLEZ, 2018; AUTORES, 2019, El curso se propone ofrecer oportunidades para desarrollar un conocimiento sobre la modelación en sus dimensiones objeto de aprendizaje y herramienta para la enseñanza (JULIE; MUDALY, 2007).

El diseño de clase incluyó los planteamientos de Black y Wiliam (1998; 2009), Vallés et al. (2011) y Wiliam (2004) sobre evaluación formativa. A continuación, se describen los proyectos de modelación como una de las estrategias de esta evaluación.

Los proyectos de modelación.

Los proyectos de modelación fueron una estrategia en la cual los estudiantes resolvieron problemas que surgieron de sus intereses (BORBA; VILLARREAL, 2005). En la primera sesión del curso, los profesores ofrecieron a los estudiantes (futuros profesores) las indicaciones sobre las estrategias, los objetivos y los espacios de asesoría y seguimiento al proceso. Para promover un acompañamiento permanente se establecieron seis momentos: *i*) creación, *ii*) asesorías, *iii*) discusión teórica, *iv*) construcción de rúbrica de evaluación *v*) desarrollo y sistematización y *vi*) divulgación.

El desarrollo de proyectos de modelación, según Frejd (2013), puede posibilitar una evaluación holística de la modelación. En el curso, desde el momento de creación (*i*) hasta el momento de divulgación (*vi*), la atención de los profesores y de los estudiantes se concentró en la identificación de las estrategias que utilizarían, los argumentos para su uso, el tipo de problema y

su contexto, el uso de conocimientos y de herramientas matemáticas acordes al problema que se planteó, la construcción matemática y la solución o los ajustes que se derivaron durante la marcha. A lo largo del proceso, los profesores y demás estudiantes hicieron críticas y comentarios a los avances de cada proyecto. En la Tabla 1 se ofrece una descripción de cada uno de los momentos diseñados para el desarrollo de los proyectos y su relación con los principios de la evaluación formativa formulados por Black y Wiliam (2009).

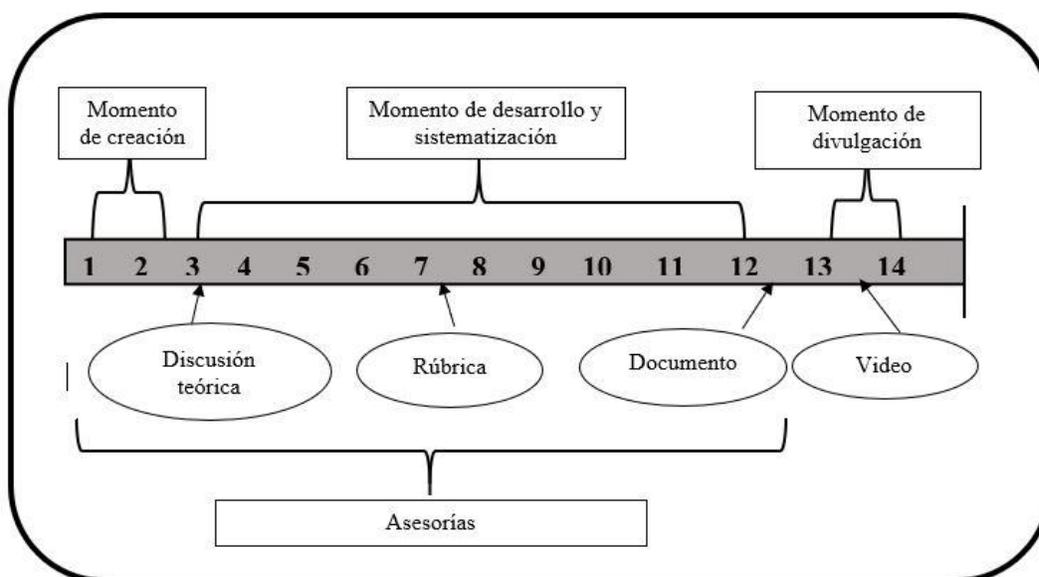
Tabla 1. *Elementos de los proyectos de modelación y los principios de evaluación formativa.*

Denominación /propósito	Descripción	Principios de la Evaluación formativa
<p>I Momento de creación. Propósito: Promover la generación de ideas, contextos y problemas que pudieran generar ideas de modelación.</p>	<p>Se conformaron equipos de trabajo de tres estudiantes quienes, durante las primeras ocho sesiones de dieciséis, trabajaron para identificar posibles temáticas o problemas de interés. En la tercera semana realizaron una presentación en el seminario, tanto a sus compañeros como a los profesores. En esta presentación describieron como mínimo tres situaciones o temas que deseaban estudiar a través de la matemática. Además, indicaron un posible plan de trabajo donde declararon la pertinencia de la situación/fenómeno/problema a modelar, las variables o cantidades que se estudiarían, las maneras como se recolectaría la información y cómo se analizaría.</p>	<p>Promover discusiones efectivas en el aula y de otras tareas de aprendizaje que brinden evidencia de la comprensión del estudiante. Proporcionar retroalimentación que permita el avance de los estudiantes. Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí.</p>
<p>Ii Asesorías Propósito: Orientar y regular el proceso de modelación que desarrollan los estudiantes. Identificar y proponer estrategias que posibiliten el avance.</p>	<p>Los estudiantes contaron con la asesoría de los profesores en cualquier momento a lo largo del curso; sin embargo, se generaron espacios específicos donde cada equipo de trabajo presentó los avances, los cambios y las decisiones que tomaron con respecto a la elección de la situación/fenómeno/problema que determinaron estudiar en el proyecto. Presentaron los datos que se recolectaron y, por supuesto, las dificultades, las inquietudes o los miedos que iban surgiendo durante el desarrollo del proyecto.</p>	<p>Proporcionar retroalimentación que permita el avance de los estudiantes. Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.</p>
<p>Iii Discusión teórica Propósito: Proporcionar a los estudiantes orientaciones metodológicas y teóricas sobre el proceso que desarrollan.</p>	<p>En la cuarta semana se realizó una presentación y discusión teórica-metodológica de los proyectos como estrategia didáctica en la clase de matemáticas. Para ello, se realizó una lectura previa del documento de Aravena et al. (2008) y se analizaron videos sobre los proyectos desarrollados por estudiantes en cohortes anteriores del curso.</p>	<p>Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito. Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante.</p>
<p>Iv Rúbrica de evaluación Propósito: Construir en conjunto (estudiantes/profesores) los criterios de evaluación que se utilizarán.</p>	<p>En la quinta semana, se definió con los estudiantes los criterios de evaluación que tendría la rúbrica de evaluación de los proyectos. En particular, se centró la atención en los momentos de sistematización y de socialización. Los profesores mostraron, como ejemplos, la rúbrica construida por Aydogan Yenmez, Erbas, Alacaci, Cakiroglu, y Cetinkaya (2017) y rúbricas utilizadas en semestres anteriores del seminario.</p>	<p>Activar a los estudiantes para que se empoderen de su propio aprendizaje. Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.</p>
<p>V Desarrollo y Sistematización Propósito: Organizar y sintetizar la información y los desarrollos de los estudiantes. Promover la comunicación escrita y argumentada del desarrollo del proyecto.</p>	<p>Como producto de sus hallazgos, análisis y desarrollos, los estudiantes produjeron un documento escrito en el que informaron: el contexto y problema, la manera cómo recolectaron los datos y los procedimientos que desarrollaron. De manera explícita, indicaron los propósitos, los alcances y los aportes del (los) modelo(s) matemático(s) que se construyeron en la situación. Informaron sobre referentes teóricos que apoyaron la interpretación de la situación que se estudió. Mostraron evidencias de la solución ofrecida por su construcción matemática (modelos) y la situación que le dio origen. Y finalmente, presentaron las reflexiones y las consideraciones finales frente a su propia experiencia modeladora.</p>	<p>Activar a los estudiantes para que se empoderen de su propio aprendizaje. Proporcionar retroalimentación que permita el avance de los estudiantes.</p>
<p>Vi Momento de socialización Propósito: Comunicar el proceso desarrollado y debatir sobre los resultados y soluciones de cada proyecto.</p>	<p>Los equipos de trabajo para este espacio presentaron, ante sus compañeros y profesores, un video de 10 minutos donde sintetizaron el proceso que llevaron a cabo en el desarrollo del proyecto. Resaltaron los principales aspectos de su estudio, los procesos que implementaron para la búsqueda de la información y el análisis, así como las principales reflexiones y conclusiones a las que llegaron.</p>	<p>Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí. Activar a los estudiantes para que se empoderen de su propio aprendizaje. Proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes.</p>

Fuente: elaboración propia

El curso se desarrolló en dieciséis sesiones de trabajo y los proyectos se configuraron a lo largo de dichas sesiones de acuerdo con los propósitos de cada momento. La Figura 1 ilustra de forma cronológica los momentos y actividades que se desarrollaron en los proyectos.

Figura 1. Organización de los momentos de los proyectos en las sesiones de clase.



Fuente: elaboración propia

Información para el análisis.

La información se obtuvo de las 16 sesiones de clase. Se contó con videos de cada sesión y audios adicionales para las asesorías extra-clase, documentos producidos por los estudiantes al finalizar el momento de desarrollo y sistematización (Figura 1). También se contó con videos de cada proyecto que se presentaron en el momento de socialización. Se contó con los archivos en pptx que se elaboraron en varios de los momentos que configuraron la dinámica formativa. La Tabla 2 muestra la distribución de la información en uno de los momentos del desarrollo de proyectos.

Tabla 2. *Resumen de la información en los momentos del desarrollo de los proyectos.*

Momentos de los proyectos de modelación					
Creación	Asesorías	Discusión teórica	Rúbrica de evaluación	Sistematización	Socialización
Cuatro archivos electrónicos con las presentaciones.	Cuatro audios.	Cuatro audios.	Un video de las discusiones y acuerdos de los equipos.	Cuatro documentos escritos.	Cuatro videos realizados por los equipos de trabajo.
Dos grabaciones de audio y video.				Cuatro archivos electrónicos con las presentaciones.	Dos videos de los comentarios y proceso de retroalimentación.

Fuente: elaboración propia

Análisis

Para responder a la pregunta de este estudio se utilizaron herramientas de análisis temático (TUCKETT, 2005; BRAUN; CLARKE, 2006). En este método de análisis, el investigador se involucra en la segmentación y en la comparación de piezas de información para luego agruparlas por temas; se reconocen características comunes que permitan comprender y teorizar acerca del tema a investigar. En ese sentido, el análisis de la información se dividió en dos etapas. La primera buscó recolectar información general sobre el desarrollo de cada proyecto en cada uno de los seis momentos descritos en la Tabla 1. En la segunda etapa se identificó información sobre el tema, procedimientos, coherencia/consistencia entre el planteamiento del problema planteado y el desarrollo de los procedimientos y conclusiones de cada proyecto.

En la primera etapa del análisis no se utilizaron códigos previos, sino que emergieron de dicho análisis. En esta etapa, los investigadores buscaron responder a la pregunta ¿cuáles son los conocimientos que se promueven en los futuros profesores cuando desarrollan proyectos de modelación? Para dar respuesta a esta pregunta, se revisó la información y se prestó atención a los tipos de conocimientos que se enunciaron anteriormente en este artículo, también se buscaron evidencias de las dificultades y las necesidades que manifestaron los estudiantes. La atención se centró en las recomendaciones que emergieron para atender a tales dificultades y necesidades. En esta etapa, cada proyecto se analizó de manera independiente y luego se hizo un análisis conjunto de los cuatro proyectos que se desarrollaron en el seminario, con el fin de profundizar en los

hallazgos y vincular los aspectos de convergencia. En esta revisión transversal se usaron los criterios de recurrencia y repetición de Owen (1984).

Como resultado de este análisis se obtuvo información sobre cada proyecto. En la Tabla 3 se presenta una descripción general de cada uno, se indica el problema que resolvió, las estrategias matemáticas y de otras disciplinas que utilizaron los estudiantes, las dificultades que manifestaron y las conclusiones a las que llegó cada equipo de trabajo.

Tabla 3. Descripción general de los proyectos de modelación.

Proyecto	Problema para resolver	Estrategias usadas	Dificultades manifestadas	Conclusiones de los estudiantes
Relación comparativa entre planes de internet, televisión y telefonía ofertados en Medellín (PM1)	Encontrar los planes con menor costo y mejores cualidades.	Recolectar y organizar los datos en hojas de cálculo.	Particularidad de los planes. Variabilidad en la información y los datos.	El mejor plan depende de las características o necesidades de cada hogar. En particular, el estudio definió el mejor plan para dos hogares considerando las variables, uso, consumo y precio.
Estrategia para aumentar los seguidores en Instagram (PM2)	Diseñar y hacer seguimiento a una estrategia para aumentar el número de seguidores en Instagram.	Asesorías de expertos. Organizar el contenido. Medir el impacto con APP. Análisis estadísticos. Comparaciones.	Poco tiempo. El control del contenido. Dedicación. Particularidad.	Es posible aumentar la cantidad de seguidores en Instagram utilizando un plan estratégico de contenidos a publicar.
Calidad de carne y el rendimiento del ganado bovino (PM3)	Calidad de carne bovina y porcina que compran clientes en un establecimiento anónimo.	Distribución de probabilidad binomial. Análisis estadístico. Seguimiento a establecimiento.	Uso de representaciones. Aproximaciones no claras en la realidad.	Respecto a la calidad de la carne se establecieron hechos mediante los cuales se determinó que un cliente de una carnicería anónima puede ser engañado.

Proyecto	Problema para resolver	Estrategias usadas	Dificultades manifestadas	Conclusiones de los estudiantes
Estudio de compra de vivienda (PM4)	Condiciones para solicitar crédito de vivienda para un profesor recién egresado.	Análisis de modelos y simuladores de créditos de cooperativas financieras.	Cantidad de entidades financieras. Salario de un profesor recién egresado en Colombia.	Determinaron la mejor institución para la solicitud de crédito de vivienda, teniendo en cuenta plazos, intereses y monto.

Fuente: elaboración propia

En la segunda etapa del análisis se realizó una codificación cerrada. Una vez que se identificaron los conocimientos que los estudiantes lograron sobre la modelación, se inició un proceso de interrelación entre esos conocimientos y los principios de la evaluación formativa; se revisó la información con el fin de determinar la manera en que esos conocimientos se promovieron. De esta forma, se buscó dar respuesta a la pregunta ¿De qué manera los principios, las estrategias y los demás aspectos de la evaluación formativa promovieron los conocimientos sobre la modelación matemática? Para ello se usaron los siguientes códigos:

- *C2-1: Oportunidades:* Se promovieron estrategias que posibilitan dar cuenta del rendimiento en el que se encuentran los estudiantes. En correspondencia con ello se generaron acciones para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

- *C2-2: Reformulaciones:* Las reformulaciones que realizaron los estudiantes a partir de los resultados que obtuvieron durante su proceso. Se busca reportar las modificaciones que se generaron a partir del análisis de los estudiantes, tanto por los comentarios de los profesores como de sus compañeros.

- *C2-3: Desempeños:* Evidencias sobre los conocimientos de los estudiantes y la toma de decisiones en los procesos y siguientes pasos de la enseñanza. Los conocimientos identificados son insumos para tomar decisiones con respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

- *C2-4: Acciones:* Acciones de los estudiantes que se fundamenten en las experiencias que ya vivieron, en los comentarios de sus compañeros y de los profesores, así como en el ensayo y error. Además, en la participación propositiva de su proceso de evaluación y el de sus compañeros.

Resultados

Este apartado se divide en dos secciones. En la primera se ofrecerán los resultados de los análisis de cada uno de los cuatro proyectos; en la segunda, se ofrecerán los resultados de los análisis transversales de los cuatro proyectos.

Proyectos desarrollados por los estudiantes.

Proyecto 1 (PM1): Comparación entre planes de internet, televisión y telefonía que se ofertan en Medellín.

Las estudiantes realizaron una comparación entre los diferentes planes de internet, televisión y telefonía que se ofertan en la ciudad de Medellín. Con el proyecto, buscaron determinar el plan con menor costo y mejores cualidades para estratos socioeconómicos bajo, y medio-bajo de la Ciudad. En el momento de creación, las estudiantes enunciaron varios temas como posibilidades para iniciar su proyecto, luego acordaron desarrollarlo en el tema de servicios públicos. Este acuerdo se debió a los beneficios que podría generar tanto a las integrantes del equipo como a otros usuarios en general. En sus palabras: “Este proyecto surgió a partir del interés por generar ahorro en el gasto de nuestros hogares...” (PM1).

Durante el momento de desarrollo y sistematización, las estudiantes tomaron decisiones para la simplificación y la delimitación del fenómeno a modelar. En una de las asesorías, los profesores sugirieron la necesidad de delimitar las variables: primero, porque es una acción natural dentro de los procesos de modelación y, segundo, porque en el caso de las estudiantes, les permitiría comprender mejor el sistema a modelar, delimitar y organizar los datos y construir los modelos. En su reporte final, reconocieron la importancia de esta orientación y la confrontaron con las experiencias revisadas en la literatura discutida en el curso. Acciones de simplificación son parte de la modelación y su conocimiento hace parte de la categoría de conocimiento de la naturaleza de la modelación (CETINKAYA *et al.*, 2016). Además de la delimitación de variables, las asesorías contribuyeron en la búsqueda de estrategias para organizar los datos; en una de las reuniones, el grupo también manifestó sentirse abrumado por la cantidad de datos que obtuvieron. Con base en las orientaciones de los profesores, las estudiantes utilizaron hojas de cálculo (Excel) para organizar sus datos en tablas, realizar sus análisis y construir los modelos. Este aspecto se asocia con el conocimiento y uso de la tecnología en la modelación matemática (CETINKAYA *et al.*, 2016). El equipo evidenció acciones propias de la modelación matemática,

a saber: la recolección de la información y los datos, su organización, su simplificación y la identificación de regularidades y la construcción -uso de modelos-. En este proceso la tecnología jugó un papel importante; de acuerdo con Autores (2019) la tecnología ayudó a los estudiantes en la interpretación del fenómeno y les abrió puertas para su comprensión y análisis.

Como resultados de este proyecto se presentaron dos opciones para contratar el servicio de Internet, televisión y telefonía, acorde con las condiciones y particularidades de dos hogares (en uno de los hogares el uso de Internet era fundamental, mientras que en el otro hogar su interés estaba en tener una TV con variedad de canales premium). Este hecho hizo que las estudiantes reflexionaran sobre los alcances de los modelos y su correspondencia con las particularidades del fenómeno. Para Cetinkaya et al. (2016), este aspecto es considerado un conocimiento sobre la naturaleza de la modelación matemática.

Finalmente, en el momento de socialización, las estudiantes manifestaron que la modelación matemática trascendió la idea de acciones para la construcción y uso de fórmulas y de conceptos matemáticos; más allá de ello, la modelación se observó cómo un proceso que delimitó temáticas o problemas y permitió la sistematización, la comprensión y la toma de postura frente al problema sobre el cual tenía su origen. Estas reflexiones son evidencia de que los estudiantes reconocieron las oportunidades que ofrece la modelación para el tratamiento de temáticas o contenidos y sobre la naturaleza no algorítmica de los mismos. De acuerdo con Cetinkaya et al. (2016) los estudiantes dieron cuenta de sus formas de pensamiento, aspecto que compone el conocimiento de los profesores de matemáticas.

Proyecto 2 (PM2): Estrategia para aumentar los seguidores en Instagram.

Este equipo se interesó por determinar estrategias que ayudaran a aumentar los seguidores de la red social Instagram. Al igual que el equipo anterior (PM1), los estudiantes de este proyecto presentaron tres posibilidades de temas. A partir del diálogo con el grupo, decidieron adoptar el tema relacionado con las redes sociales dado el impacto que tendría sobre una de las integrantes del equipo que se dedica al modelaje. Dado que el trabajo de esta integrante depende del alcance de su red social, el colectivo se trazó la meta de alcanzar en su perfil un total de 5.000 seguidores.

En consecuencia, decidieron realizar un cronograma de actividades para dos semanas. Fue así como surgió la idea de hacer, en palabras del colectivo, de trabajo un “*día a día de contenido a publicar*” en Instagram.

En su estudio se definieron las siguientes variables: i) el número de seguidores en la fecha inicial; ii) las cuentas que el contenido alcanzó, esto significa el número de cuentas que vieron alguna de las publicaciones; iii) el número de visitas al perfil de Instagram; iv) el alcance de las reacciones de las últimas publicaciones, que hace alusión al número de veces que las personas indicaron que les gusta una publicación, la guardaron o la comentaron; y v) la tasa de finalización de las historias, es decir el número total de veces que se vieron todas las publicaciones (PM2). Esta lista de variables fue discutida durante las primeras asesorías con el fin de revisar el control y su pertinencia durante el desarrollo del proyecto. En esta parte de las asesorías había un continuo cuestionamiento sobre ¿Por qué esa variable es importante? ¿Cómo obtendría los datos? ¿Cómo establecería sus relaciones? ¿Qué pasaría en el sistema si se eliminara esa variable? El cuestionamiento conllevó a un proceso de revisión, argumentación y ajuste del conjunto de variables hasta quedar en el estado que se presentó de forma previa.

Previo al desarrollo del proyecto, el equipo identificó que la aplicación Instagram Business sería útil para lograr convertir un perfil personal a perfil empresarial o comercial. Cada día, los estudiantes registraron los datos en tablas, compararon cantidades, calcularon tasas de variación y estimaron probabilidades de impactar a más personas acorde con los contenidos publicados. En el momento de socialización, los estudiantes presentaron sus hallazgos a través de histogramas y tablas de frecuencia y, con base en la interpretación de estas representaciones, argumentaron el impacto de sus publicaciones de manera semanal. En el momento de socialización también señalaron que “esta información fue importante para definir cada semana el tipo de material que debíamos publicar en la cuenta para generar la tendencia y aumentar los seguidores”. También afirmaron que “el modelo matemático a utilizar no fue un asunto claro en el proceso de modelación, pues el proyecto se orientó a una organización y análisis de información proporcionado por un aplicativo móvil y no construimos fórmulas”. Si bien, los estudiantes no construyeron expresiones algebraicas para determinar un modelo de relaciones entre las cantidades, sí desarrollaron un proceso sistemático de resolución de un problema en el que las matemáticas y la estadística jugaron un rol importante para tomar decisiones y validar las acciones que realizaron. En este sentido, aun cuando el proceso no se ajustó a la modelación descrita en la literatura, existen visiones escolares sobre la modelación en las que este tipo de prácticas se defienden y se ajustan a prácticas de modelación matemática escolar (BARBOSA, 2004).

Durante las asesorías se cuestionó al equipo por las herramientas que existen en redes sociales como videos de YouTube, Wikis y Blogs. Los estudiantes desarrollaron búsquedas en estos medios. Como resultado final, el colectivo alcanzó más de los 5.000 seguidores y las interacciones (visitas al perfil, “vistos” en los estados y “me gusta”) también se incrementaron. Ello permite resaltar otro uso de la tecnología en los procesos de modelación, entre ellos, como fuente de datos, aporte de información y de estrategias de solución y como insumo en el contexto sobre el cual se desarrolla el proyecto; estos usos aportan al conocimiento de la tecnología en la modelación (CETINKAYA *et al.*, 2016).

Proyecto 3 (PM3): Compra de carne: una investigación usando modelación matemática para el problema calidad y rendimiento del ganado bovino.

Este equipo se interesó por determinar la calidad de la carne bovina y porcina en un establecimiento comercial de la ciudad de Medellín. Al igual que los demás equipos, en el momento de creación los estudiantes manifestaron interés por otros temas; sin embargo, su elección se fundamentó en que uno de los integrantes del equipo y su familia trabajaba como vendedores de cárnicos en la ciudad.

El equipo se preocupó por determinar dos fenómenos del sector cárnico, a saber: la calidad de la carne en relación con el tipo de corte y el rendimiento económico de acuerdo con la procedencia del ganado bovino. La delimitación de este tema fue motivo de negociación durante varias asesorías con los profesores; en estos espacios de formación, el colectivo de estudiantes manifestó preocupación en relación con la variabilidad de la información y el tipo de datos, dado que semanalmente el comportamiento del sector cárnico es variable. En este sentido, en diálogo con los profesores se delimitaron los alcances de las conclusiones y, con base en estos, se dispusieron a buscar las herramientas matemáticas o estadísticas que se ajustaran a dichos propósitos. Como resultado, usaron datos del sector cárnico en la ciudad y utilizaron la regresión lineal y la distribución binomial para profundizar en el conocimiento del fenómeno. Para la primera parte del proyecto, los estudiantes tomaron medidas empíricas sobre el peso de la carne, la veracidad del corte y su tiempo de maduración. Para la segunda, tuvieron en cuenta la distancia en kilómetros del lugar de producción hasta el lugar de sacrificio, el peso de cada animal y su raza bovina.

En el desarrollo del proyecto, el conocimiento empírico de uno de los integrantes y miembro de su familia jugó un papel fundamental en las decisiones tomadas ya que tenían un

amplio conocimiento del contexto y, por tanto, sus conocimientos fueron determinantes en los análisis y conclusiones de la situación.

En la presentación final, los estudiantes enunciaron que “La modelación permite realizar por medio de objetos matemáticos como la distribución binomial y la regresión lineal simple; representaciones aproximadas de la realidad (...) en este proyecto se trató de utilizar los instrumentos matemáticos con rigurosidad, para que la producción fuese significativa y refinada. Se pueden dilucidar hechos disidentes respecto a los dos fenómenos analizados” (PM3). A pesar de que el colectivo indica el uso de objetos matemáticos y su relación con la situación estudiada, sus reportes no describen el proceso matemático utilizado. Si bien argumentan en su proyecto el uso de los modelos y conceptos matemáticos, no presentan evidencia.

En su video final, frente al primer fenómeno estudiado, el equipo concluyó que hay una alta probabilidad de que un cliente sea engañado, bien sea por el corte o por la maduración. Los estudiantes también expresaron que “el modelo de regresión lineal permite realizar predicciones con alta aproximación a la realidad”. Sin embargo, la interacción con el resto del grupo sugirió revisar esa afirmación con base en el cumplimiento de supuestos de la regresión y el tipo de datos disponibles.

La literatura internacional ha argumentado que la matemática y la estadística son dos ciencias diferentes; pero en el contexto escolar existe íntima relación entre ellas (González, 2016). Los estudiantes vieron en el curso una oportunidad de analizar algunas de las prácticas que desarrollan de forma cotidiana en sus labores; la naturaleza de los datos exige usar matemáticas o estadística para analizarlos o resolverlos. De acuerdo con esta característica de los proyectos de modelación, los estudiantes debieron revisar de nuevo sus conocimientos de la estadística y, en algunos casos, buscar expertos en el área para que aportaran sugerencias sobre los métodos y técnicas a usar. Esta experiencia apoyó la naturaleza de la modelación, las herramientas matemáticas y estadísticas y la solución del problema propuesto. Además, en términos de Parra-Zapata, Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2017), los estudiantes también reconocieron la importancia de los métodos, técnicas y procedimientos con el alcance de los resultados esperados. Este aspecto aportó a la comprensión de otras características para ampliar el conocimiento que los profesores deben tener sobre la naturaleza de la modelación (CETINKAYA *et al.*, 2016).

Proyecto 4 (PM4): Compra de vivienda subsidiada y no subsidiada por el gobierno.

Este proyecto consistió en conocer las condiciones necesarias para solicitar un crédito de vivienda y sobre los criterios para aplicar a subsidios gubernamentales. Este equipo utilizó simuladores de los bancos y de las cooperativas financieras. De forma particular, ellos se preocuparon por si tendrían condiciones para acceder a compra de vivienda, al iniciar próximamente la vida profesional. Aun cuando presentaron tres posibilidades de proyecto en el momento de creación, manifestaron su deseo de estudiar el tema, ya que la compra de vivienda es una de sus proyecciones a corto plazo.

Durante las asesorías, los estudiantes manifestaron “usar el ciclo de la modelación para resolver las preguntas”. Una vez definido su tema, usaron el ciclo de modelación (BLUM; LEISS, 2007) como una herramienta que orientaba las acciones que debían realizar. Sin embargo, en algunas de esas fases se sintieron confundidos debido a que los modelos ya estaban contruidos por las instituciones bancarias y no por ellos. Durante las asesorías, los profesores cuestionaron el alcance y beneficio de los resultados, así como los datos a utilizar, lo que los llevó a delimitar las variables y sus relaciones; particularmente, se enfocaron en los criterios para acceder o no a los subsidios del gobierno. En el informe final, los estudiantes manifestaron que “continuamente estuvimos explorando simuladores, como cambiaban las líneas de crédito, y las condiciones a veces teníamos la respuesta, pero luego teníamos que cambiar porque las condiciones también cambiaban o porque había cosas [variables] que no habíamos considerado”. A diferencia de los anteriores proyectos, este equipo conoció y usó los modelos ya existentes, aspecto que ofrece un conocimiento diferenciado sobre los proyectos en los que se analizan modelos previos. Reconocer las posibilidades pedagógicas del análisis de modelos es un aspecto importante dentro del conocimiento del profesor (Autor, 2016). Otro elemento diferenciador fue el carácter exploratorio del análisis de los modelos; los estudiantes continuamente ingresaban datos, condiciones y elegían opciones en los simuladores, organizaban sus resultados en hojas de cálculo y comparaban para sacar sus conclusiones. Si bien los modelos ya estaban contruidos, las acciones de los estudiantes mostraron cierto carácter de experimentación y sistematización frente a los datos.

En el video final, el equipo menciona la entidad bancaria elegida para el crédito y los argumentos que los llevaron a la elección; sin embargo, reconocen que estos resultados no son generalizables y que, por tanto, cuando deseen hacer compra de vivienda, tendrán que

hacer un análisis parecido para poder tomar la decisión. Sobre la naturaleza de la modelación, este proyecto aporta otros dos elementos clave, por un lado, los procedimientos realizados dieron respuesta a su problema y el procedimiento que podría replicarse en una futura oportunidad. El proyecto aportó información sobre las condiciones para la compra de vivienda, entre ellas, la disponibilidad del dinero de la cuota inicial (30% del valor del inmueble); por tanto, señalaron la importancia de comenzar a ahorrar para obtener ese monto.

Análisis conjunto de los proyectos. ¿Qué aportó la evaluación formativa?

Los cuatro proyectos presentados anteriormente se caracterizan por desarrollar temáticas que surgieron de los propios estudiantes. Aunque en la etapa de creación debía presentar dos o tres temáticas, la elección de una de ellas se dio a partir de una negociación o del impacto para una de las personas del colectivo. La relevancia de este tipo de proyectos ha sido discutida en la literatura (BORBA; VILLARREAL 2005; VILLARREAL *et al.*, 2018); además, se usó como una manera de empoderar a los estudiantes frente al planteamiento y la solución de sus propios problemas. Este empoderamiento también se alinea con uno de los principios de la evaluación formativa en tanto los estudiantes, por ser “beneficiarios” de los resultados de sus proyectos, estuvieron comprometidos con una solución apropiada y argumentada.

Los proyectos de modelación se propusieron como una actividad para desarrollar a lo largo del mismo; como tal, no consistió en una tarea asignada y un producto entregado. Tampoco se concibió una actividad de aplicación, aunque se debía poner en práctica los conocimientos del curso. En su lugar, los momentos establecidos para el acompañamiento sirvieron para que fuera un proceso de construcción a través de la revisión y la colaboración. Esta forma de desarrollar los proyectos también se alinea con los principios de la evaluación formativa en tanto, en los diferentes momentos, se presentaron avances, se recibieron retroalimentaciones por parte de los profesores y los demás estudiantes y, con base en ello, se tomaron decisiones frente al desarrollo del proyecto.

La variedad de estos proyectos posibilitó que los estudiantes tuvieran acceso a un conocimiento sobre la diversidad de características de la modelación matemática, por un lado, como proceso en la construcción de modelos; por otro, en la solución de problemas a través del uso de la matemática, el análisis de un modelo matemático y el desarrollo de modelos con estadística. Por ejemplo, los estudiantes del PM1, señalaron en su video final que “En el principio pensamos que obtener una fórmula o expresión matemática era una condición *sine qua*

non para afirmar que se efectuó un proceso de modelación matemática, pero este proceso nos permitió comprender que también estamos haciendo modelación cuando sistematizamos, comparamos y generamos conclusiones a partir de un conjunto de datos, para tomar una decisión informada en relación con una situación dada”. (PM1) Conforme se evidenció en la sección anterior, en algunos de los grupos existieron preocupaciones por que su proceso no involucró la construcción y la validación de modelos. Las asesorías se convirtieron en una manera de valorar otras formas de relacionarse con la matemática. En ese sentido, el proyecto cumplió un rol formativo para un conocimiento de la naturaleza de la modelación (Cetinkaya et al. 2016). Otros conocimientos que se presentaron en estos proyectos se resumen en la Tabla 4.

Tabla 4. *Síntesis de algunos aprendizajes y disciplinas que estuvieron presentes en el desarrollo de los proyectos.*

Aprendizajes evidenciados	Evidencias
Uso de Tecnología	En la organización de los datos se utilizaron herramientas digitales como Excel. En el uso de simuladores virtuales para créditos en cooperativas financieras y bancos. Se utilizaron aplicaciones para celulares como Instagram.
Comunicación/Divulgación	Los estudiantes en el momento de creación y presentación final (documento escrito y video) mostraron propiedad y capacidad de síntesis. Los documentos escritos tienen formato y muestran claridad en lo expuesto.
Conocimientos matemáticos	Los estudiantes hicieron uso de herramientas matemáticas como regresión lineal, distribución binomial, tablas de frecuencia, tasa de cambio, análisis e interpretación de datos, entre otros, para el análisis y consolidación de los proyectos.
Mercadeo/Finanzas	Planes de TV, internet, telefonía. Impacto de un perfil comercial en Instagram. Calidad y rendimiento del ganado bovino. Créditos en entidades financieras. Tasas de interés.

Fuente: elaboración propia

Estos conocimientos no se presentaron de manera espontánea en el curso; fueron promovidos por estrategias de formación, entre ellas, las asesorías y las exposiciones orales.

Al respecto, las asesorías se convirtieron en un espacio de revisión, problematización y promotor del desarrollo de proyectos. De acuerdo con las evidencias que se presentaron con anterioridad, ofrecieron oportunidades para argumentar sobre las decisiones tomadas e ilustrar

posibles caminos, delimitaron variables y formas para recoger, organizar y analizar los datos e incluso, en algunos casos, apoyaron a los estudiantes en el manejo de sus emociones. También se caracterizaron por un cuestionamiento continuo de los avances de los estudiantes, por ejemplo, la pertinencia de las acciones desarrolladas para la solución del problema que plantearon (C2-1) (C2-3). Estos cuestionamientos se basaron en la literatura revisada durante el curso y en las experiencias vividas en él; en las orientaciones y acuerdos establecidos al comienzo y durante el desarrollo de los proyectos.

Al igual que Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2016), este continuo cuestionamiento sobre los modelos y las situaciones o problemas, también llamado problematización, aporta al avance y consolidación de los proyectos. En este sentido, el momento de asesoría se relaciona estrechamente con el principio de evaluación formativa desarrollado por Black y Wiliam (2009), donde aclara con los estudiantes las intenciones y las metas de aprendizaje y ofrece retroalimentaciones para promover nuevas acciones para el desarrollo de proyectos.

Las presentaciones orales también tuvieron un rol formativo. En el momento de creación contribuyeron para que los estudiantes formularan ideas y las argumentaran. La exposición final también ofreció oportunidades de comunicación y argumentación. Por ejemplo, en el proyecto PM3 el colectivo de estudiantes utilizó la distribución binomial para sustentar una de sus conclusiones que fue el engaño a los clientes en una carnicería de la ciudad de Medellín; los estudiantes presentaron casos y para cada uno definieron unas preguntas en relación con el tipo de corte de carne y su peso. En ambas exposiciones, los demás estudiantes del grupo, además de conocer los avances y desarrollos de los proyectos de sus compañeros, podían reconocer posibilidades de acción, realizar recomendaciones y debatir algunos de los resultados y argumentos. Estas reacciones se pueden valorar en dos direcciones, como una manera para que los estudiantes activen sus conocimientos para aportar y debatir a los demás, y como un *feedback* sobre el proceso de sus compañeros. Este doble rol puede interpretarse como una activación de los estudiantes como un recurso de instrucción en sí (BLACK; WILIAM, 2009).

Además, los proyectos ofrecieron oportunidades para que los futuros profesores de matemáticas pusieran en escena los conocimientos que se desarrollaron en el curso, pero, sobre todo, para la apropiación de nuevos conocimientos sobre la modelación. No solo se aplicaron aspectos teóricos como los ciclos de modelación, las acepciones, la noción y naturaleza de las variables y de los modelos; sino también, vivir cada uno de los momentos y enfrentar la solución

y los usos de estrategias propias de las matemáticas y de otras disciplinas para comprender o solucionar una situación o problema. Esto fue posible por la configuración de los momentos descritos en la Tabla 1, que contribuyeron a los proyectos y al desarrollo de conocimientos alrededor de la modelación matemática, aspecto que se fundamentó en la evaluación formativa (BLACK; WILIAM, 1998; 2009).

Conclusiones

El objetivo de este artículo fue analizar cómo los proyectos de modelación se podrían considerar como una estrategia de evaluación formativa en un curso de modelación para futuros profesores de matemática. Por tanto, se diseñó un ambiente en que los proyectos se desarrollaron a lo largo de todo el curso con estrategias adicionales para el acompañamiento de ese desarrollo.

El análisis de las intervenciones demostró que las asesorías y las exposiciones orales tienen un potencial para promover un conocimiento sobre la naturaleza diversa de la modelación matemática, sus estrategias, subprocesos y en la manera de argumentar y comunicar. En consecuencia, el desarrollo de proyectos de modelación que incluyen este tipo de estrategias se constituye en un medio mismo de evaluación formativa, esto es, una oportunidad para poner en escena los conocimientos estudiados, pero también, para desarrollar nuevos conocimientos durante su ejecución.

Esto pone en evidencia dos características, por un lado, los proyectos que integran estrategias de evaluación formativa, pero también, los proyectos como estrategia de evaluación formativa. Esta última característica puede argumentarse en el hecho de que se diseñaron los ambientes para el desarrollo de proyectos como procesos que involucraran la participación de los estudiantes en la elección del tema, como desarrolladores de proyectos y como coevaluadores de los demás proyectos; es decir, su participación se activa con reacciones, comentarios y sugerencias a los demás y no como simples espectadores.

Se reconocen las limitaciones de este estudio en cuanto al contexto y la disponibilidad de tiempo y espacios para llevar a la práctica los conocimientos alcanzados sobre la modelación. Por tanto, se requiere de otros estudios que indaguen por los diseños de clase y prácticas profesionales de estos profesores. Este tipo de investigaciones permitirán reconocer otras fases del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática que, por su naturaleza, escapa a los propósitos del curso. La realización de estas investigaciones también podría generar un indicador de cómo continuar ajustando el desarrollo de proyectos como estrategia de evaluación

formativa, y sobre cómo se integran otras estrategias de este tipo de evaluación en el interior del proyecto, entre ellas, las asesorías como acompañamiento constante a los estudiantes, las presentaciones a sus compañeros con el fin de promover la coevaluación y la construcción colectiva de criterios de evaluación.

Referencias

Autores, (2017)

Autor, (2016)

Autor, (2015)

Autores, (en prensa)

Autores, (2019)

ARAVENA, María; CAAMAÑO, Carlos; GIMÉNEZ, Joaquín. Modelos matemáticos a través de proyectos. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, vol. 11, no. 1, p. 49–92, 2008.

AYDOGAN YENMEZ, Arzu; ERBAS, Ayhan Kursat; ALACACI, Cengiz; CAKIROGLU, Erdinc; CETINKAYA, Bulent. Evolution of Mathematics Teachers' Pedagogical Knowledge when They are Teaching Through Modeling. **International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology**, vol. 5, no. 4, p. 317–317, 1 Oct. 2017. DOI 10.18404/ijemst.296552. Available at: <http://dergipark.gov.tr/doi/10.18404/ijemst.296552>.

AYDOGAN YENMEZ, Arzu; ERBAS, Ayhan Kursat; CAKIROGLU, Erdinc; ALACACI, Cengiz; CETINKAYA, Bulent. Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, vol. 48, no. 6, p. 895–912, 18 Aug. 2017. DOI 10.1080/0020739X.2017.1298854. Available at: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298854>.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como?. *Veritati*, Salvador, v. 1, n. 4, p.73-80, jun. 2004.

BENNETT, Randy Elliot. Formative assessment: a critical review. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, vol. 18, no. 1, p. 5–25, Feb. 2011. DOI 10.1080/0969594X.2010.513678. Available at: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0969594X.2010.513678>.

BLACK, Paul; WILIAM, Dylan. Assessment and Classroom Learning. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, vol. 5, no. 1, p. 7–74, 28 Mar. 1998. DOI 10.1080/0969595980050102. Available at: <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/0969595980050102>.

- BLACK, Paul; WILLIAM, Dylan. Developing the theory of formative assessment. **Educational Assessment, Evaluation and Accountability**, vol. 21, no. 1, p. 5–31, 23 Feb. 2009. DOI 10.1007/s11092-008-9068-5. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s11092-008-9068-5>.
- BRAUN, Virginia; CLARKE, Victoria. Using thematic analysis in psychology. **Qualitative Research in Psychology**, vol. 3, no. 2, p. 77–101, Jan. 2006. DOI 10.1191/1478088706qp063oa. Available at: <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1191/1478088706qp063oa>.
- ÇAVUŞ ERDEM, Zeynep; DOĞAN, Muhammed Fatih; GÜRBÜZ, Ramazan; ŞAHİN, Seda. The Reflections of Mathematical Modeling in Teaching Tools: Textbook Analysis. **Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi**, vol. 7, no. 1, p. 61–86, 30 Jun. 2017. DOI 10.17984/adyuebd.309793. Available at: <http://dergipark.gov.tr/doi/10.17984/adyuebd.309793>.
- CETINKAYA, Bulent; KERTİL, Mahmut; ERBAS, Ayhan Kursat; KORKMAZ, Himmet; ALACACI, Cengiz; CAKIROGLU, Erdinc. Pre-service Teachers' Developing Conceptions about the Nature and Pedagogy of Mathematical Modeling in the Context of a Mathematical Modeling Course. **Mathematical Thinking and Learning**, vol. 18, no. 4, p. 287–314, 10 Oct. 2016. DOI 10.1080/10986065.2016.1219932. Available at: 10.1080/10986065.2016.1219932.
- ENGLISH, Lyn D. Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 63, no. 3, p. 303–323, 24 Oct. 2006. DOI 10.1007/s10649-005-9013-1. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s10649-005-9013-1>.
- FREJD, Peter. Modes of modelling assessment-a literature review. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 84, no. 3, p. 413–438, 2013. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9491-5>.
- GONZÁLEZ-GÓMEZ, Difariney. **Constitución de la Identidad del profesor que enseña estadística**. 2014. 196 f. Universidad de Antioquia, 2014.
- KAISER, Gabriele. Mathematical Modelling and Applications in Education. *In*: LERMAN, Stephen (ed.). **Encyclopedia of Mathematics Education**. Dordrecht: Springer Netherlands, 2014. p. 396–404. DOI 10.1007/978-94-007-4978-8_101. Available at: http://link.springer.com/10.1007/978-94-007-4978-8_101.
- LINGEFJÄRD, Thomas. Learning mathematical modelling. **Far East Journal of Mathematical Education**, vol. 16, no. 2, p. 149–167, 26 Apr. 2016. DOI 10.17654/ME016020149. Available at: <http://www.pphmj.com/abstract/9768.htm>.
- VILLA-OCHOA, Jhony Alexander; ROSA, Milton; GAVARRETE, María Elena. Aproximaciones socioculturales a la Modelación en Educación Matemática. Aportes de una comunidad latinoamericana. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, vol. 11, no. 1, p. 4–12, 2018.
- PARRA-ZAPATA, Mónica Marcela; RENDÓN-MESA, Paula Andrea; OCAMPO-ARENAS, María

- Camila; SÁNCHEZ-CARDONA, Jonathan; MOLINA-TORO, Juan Fernando; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Participación de profesores en un ambiente de formación online. Un estudio en modelación matemática. **Educación Matemática**, vol. 30, no. 1, p. 185–212, 1 Apr. 2018. DOI 10.24844/EM3001.07. Available at: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol30/1/Zapata-et-al.pdf>.
- PARRA-ZAPATA, Mónica Marcela; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Tendencias en investigación en modelación matemática en educación primaria. **RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa**, vol. 1, no. 1, p. 235–240, 2015.
- RENDÓN-MESA, Paula Andrea; DUARTE, Pedro Vicente Esteban; VILLA-OCHOA, Jhony Alexander. Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. **Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.**, vol. 31, no. 2, p. 21–36, 2016. Available at: https://www.researchgate.net/publication/320540250_Articulacion_entre_la_matematica_y_el_cam po_de_accion_de_un_futuro_ingeniero_de_diseno_de_producto_Componentes_de_un_proceso_de_modelacion_matematica.
- ROMO-VÁZQUEZ, Avenilde; BARQUERO, Berta; BOSCH, Marianna. El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. **Uni-pluriversidad**, vol. 19, no. 2, p. 161–183, 22 Dec. 2019. DOI 10.17533/udea.unipluri.19.2.09. Available at: <https://revistas.udea.edu.co/index.php/unip/article/view/340848>.
- STILLMAN, Gloria; GALBRAITH, Peter; BROWN, Jill P.; EDWARDS, Ian. A Framework for Success in Implementing Mathematical Modelling in the Secondary Classroom. 2007. **Mathematics: Essential research, essential practice. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia** [...]. Adelaide: MERGA, 2007. p. 688–697.
- VALLÉS RAPP, Cristina; UREÑA ORTÍN, Nuria; RUIZ LARA, Encarnación. La Evaluación Formativa en Docencia Universitaria. Resultados globales de 41 estudios de caso. **REDU. Revista de Docencia Universitaria**, vol. 9, no. 1, p. 135, 30 May 2011. DOI 10.4995/redu.2011.6184. Available at: <https://polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/6184>.
- VILLA-OCHOA, Jhony Alexander; LÓPEZ, Carlos Mario Jaramillo. Sense of Reality Through Mathematical Modelling. *In*: KAISER, Gabriele; BLUM, Werner; BORROMEO-FERRI, Rita; STILLMAN, Gloria Ann (eds.). **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 701–711. DOI 10.1007/978-94-007-0910-2_67. Available at: http://www.springerlink.com/index/10.1007/978-94-007-0910-2_67.

VILLARREAL, Mónica E.; ESTELEY, Cristina B.; SMITH, Silvina. Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. **ZDM - Mathematics Education**, vol. 50, no. 1–2, p. 327–341, 17 Apr. 2018. DOI 10.1007/s11858-018-0925-5. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s11858-018-0925-5>.

WILIAM, Dylan. Keeping learning on track: integrating assessment with instruction. 2004. **30th annual conference of the International Association for Educational Assessment (IAEA)** [...]. Philadelphia: [s. n.], 2004. Available at: https://www.dylanwiliam.org/Dylan_Wiliams_website/Papers_files/IAEA_04_paper.pdf.

Tercer artículo

Evaluación Formativa del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática

Resumen

El presente documento reporta cómo estrategias de evaluación formativa promovieron el conocimiento de futuros profesores de matemáticas en modelación, comprendiendo está a partir de dos visiones, como objeto de aprendizaje y como herramienta o vehículo para la enseñanza de las matemáticas. El análisis se reporta a partir de los planes de clase construidos por los futuros profesores de matemáticas, de los cuales se evidenciaron conocimientos de los futuros profesores, como la gestión de clase, la enseñanza de contenidos matemáticos, la resolución de problemas y la enseñanza de la modelación en sí. Finalmente, se resalta la construcción colectiva de rúbricas de evaluación, de las cuales se reportan sus aportes y limitaciones como herramienta de evaluación formativa y el papel que jugaron las asesorías de los formadores de profesores en la retroalimentación y avance de los futuros profesores.

Palabras clave

Evaluación formativa, modelación matemática, formación de profesores, planes de clase.

Introducción

La investigación sobre el conocimiento del profesor de matemática ha venido consolidándose en el ámbito internacional. A partir del trabajo de Shulman (1986) se han refinado diferentes modelos que informan sobre las características, las dimensiones, los componentes y las facetas del conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas. Como una muestra de ello, Pino-Fan, Assis, y Castro (2015) exploraron el uso de algunas dimensiones y herramientas teórico-metodológicas sugeridas por el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (DMK) para el análisis, la caracterización y el desarrollo del conocimiento que los profesores deberían tener para adelantar eficientemente su práctica. Carrillo-Yañez y su equipo (2018) presentaron el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK), los autores proponen un marco que, respetando los principales dominios del **conocimiento** del contenido y el **conocimiento** del contenido pedagógico, considera la especialización del **conocimiento** matemático como una propiedad que es inherente al modelo y se extiende a todos los subdominios. En conjunto, estos modelos constituyen formas de investigar, comprender y analizar el **conocimiento** del profesor de matemáticas. Algunos de estos modelos, han trascendido una dimensión descriptiva y han desarrollado herramientas para la intervención en programas de formación que promuevan el desarrollo de este **conocimiento**. En

estos casos, la evaluación continua sobre los progresos en el desarrollo del **conocimiento** de estos profesores se convierte en un aspecto que permite la evolución de estos modelos.

En una perspectiva complementaria, la evaluación del conocimiento del profesor puede asociarse a la necesidad de reconocer el conocimiento que poseen o han desarrollado los profesores con el fin de acreditar en procesos de certificación bien sea para el ingreso, reconocimiento o promoción en la profesión. Para ello, se han desarrollado investigaciones sobre métodos para medir este conocimiento con el objetivo de producir resultados válidos que sean útiles en la formulación de políticas (Mesa y Leckrone, 2020). Mesa y Leckrone (2020) ofrecen una visión general de seis tipos de procesos, métodos y componentes a evaluar en el conocimiento del profesor de matemáticas.

En una perspectiva diferente, los programas de formación de **profesores** se preocupan no solo determinar el conocimiento que deben desarrollar los **profesores**, sino que también, tiene el rol de promoverlo. Frente a esta mirada, la evaluación del conocimiento del **profesor** puede asociarse a una de tipo sumativa y formativa. Bajo esta línea, se desarrolló un curso que buscó promover el conocimiento de los **profesores** sobre la modelación matemática; en el cual se implementaron estrategias de evaluación formativa de ese **conocimiento**. Con el propósito de analizar los aportes de estas estrategias, se desarrolló un estudio que buscó responder la pregunta **¿cómo se puede evaluar de manera formativa el conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática?**

Para responder a la pregunta, este artículo se organizó en cuatro apartados adicionales; el primero de ellos recoge en la literatura información acerca del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática, además, ofrece una conceptualización de la evaluación formativa situada en una perspectiva del conocimiento del profesor. Seguidamente se presenta en apartado metodológico en el que se describe el diseño de la investigación, los participantes, los métodos y el análisis. Posteriormente, se presentan los resultados en dos categorías, cada una informa sobre las características del conocimiento evaluado y las necesidades que emergen. Finalmente, se presentan conclusiones e implicaciones para futuras investigaciones.

Antecedentes teóricos

Conocimiento del profesor sobre la modelación matemática en la Educación Matemática

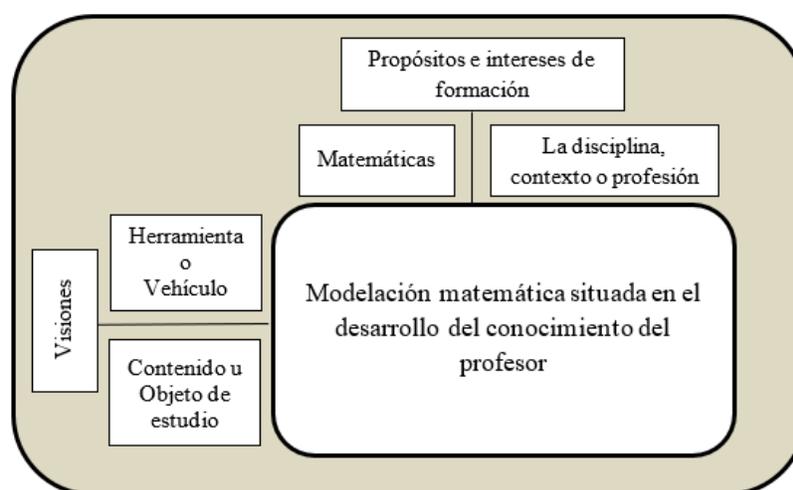
La investigación internacional en modelación, en la perspectiva de la Educación Matemática, ha develado las oportunidades que puede ofrecer para el aprendizaje y el desarrollo de competencias de los estudiantes, las necesidades institucionales y los componentes para la formación docente (colección ICTMA). Blum (2015) puntualizó que la integración de la modelación en el ámbito escolar requiere de un conocimiento que permite tratar con mayor complejidad, lo que implica una enseñanza más abierta y exigente y, por lo tanto, la evaluación también se ve medida por dicha exigencia; para los autores, también se requieren conocimientos matemáticos y extramatemáticos; así como tener apropiación acerca de las tareas de modelación. Por su parte, Villa-Ochoa (2015) informa sobre la necesidad de que los profesores tengan experiencias que les permitan trascender el uso de tareas rutinarias y estereotipadas, para dar lugar a otras que promuevan interacciones y visiones críticas sobre el uso de la matemática en la sociedad. Romo-Vázquez, Barquero y Bosch (2019) desarrollaron una unidad de aprendizaje para promover el conocimiento de profesores en ejercicio, para las autoras, el conocimiento de los profesores sobre la modelación debe permitirles trascender la rigidez del currículo, gestión del tiempo, escasez de dispositivos de evaluación adaptados, control del uso de las TIC, multidisciplinariedad; entre otros aspectos. Por su parte, Rosa y Orey (2019) sugirieron la importancia de que los profesores desarrollen visiones críticas de la realidad y la reflexión sobre como con los estudiantes pueden resolver los problemas que enfrentan en su vida diaria.

La literatura revisada por Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu (2016) indican que los profesores tienen un conocimiento profesional limitado sobre la naturaleza de la modelación matemática y cómo usarla en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y agregan que tales resultados requieren una mayor atención a las oportunidades de aprendizaje que se relacionan con la modelación que ofrecen los programas de formación docente previos al servicio y en servicio. En su revisión, Cetinkaya et al. (2016) agruparon una parte significativa de la investigación sobre el conocimiento de los profesores en las siguientes temáticas: conocimiento de las demandas cognitivas de determinadas tareas de modelado para seleccionar tareas, actividades y otros materiales curriculares apropiados para conceptos específicos e involucrar a los estudiantes con estos materiales; conocimiento sobre cómo organizar el discurso en el aula y cómo administrarla durante las actividades de modelado; conocimiento para

proporcionar intervenciones adaptativas, de preservación de la independencia y estratégicas como una forma de andamiaje y de estar conscientes del principio de la ayuda mínima del profesor; un reconocimiento de las rutas productivas contrastadas con otras menos productivas en el proceso de modelado para ayudar a los estudiantes a diferenciar entre ideas más y menos útiles, así como para hacer conexiones entre ellas; reconocimiento de enfoques de solución inesperados para las tareas de modelado y desarrollar estrategias para hacer frente a las crisis en el proceso de modelado; conocimientos matemáticos y extramatemáticos y capacidad para utilizar las herramientas de Tecnología de la Información y las Comunicaciones (TIC) de manera efectiva.

Además de las anteriores recomendaciones sobre el conocimiento del profesor, este estudio se basó en la perspectiva situada de la modelación de Rendón-Mesa (2016). En palabras de la autora, el conocimiento del profesor sobre la modelación matemática debe incluir al menos dos dimensiones que se entrecruzan, a saber: visiones sobre la naturaleza de la modelación y los propósitos de formación de los estudiantes. En el caso del presente estudio, se consideró que la naturaleza de la modelación involucra una visión de objeto y de herramienta (Julie y Mudaly, 2007). Por su parte, en los propósitos e intereses de los estudiantes, se asume que los futuros **profesor** no solo deben aprender matemáticas, sino también, a usar la modelación en su ejercicio profesional; es decir, promover el desarrollo del pensamiento matemático a través de la modelación y el desarrollo de capacidades y competencias para modelar. En la Figura 1 se presenta una representación de esta visión del conocimiento del profesor.

Figura 1. Representación de visión del conocimiento del profesor.



Fuente: Elaboración propia

En esta comprensión, la intersección entre la visión de herramienta y el propósito de formación en matemáticas implica el diseño de ambientes de aprendizaje para que, a través de la modelación, los futuros profesores conceptualicen, resuelvan problemas, involucren otros procesos de los objetos matemáticos. La intersección entre esta misma visión, y la de la profesión sugiere la necesidad de promover el desarrollo de un conocimiento en el cual el (futuro) profesor utilice la modelación matemática en el diseño de tareas, clases y ambientes para el aprendizaje de las matemáticas y de todos los demás conocimientos que ello implica (estudiantes, currículo, contexto, entre otros.). La intersección entre la visión de objeto y el propósito de matemática implica el diseño de ambientes en los cuales los (futuros) profesores puedan “aprender a hacer modelación”; ello implica el desarrollo de una sensibilidad para identificar y delimitar problemas; selección de variables relevantes, técnicas, procedimientos, formas para construir modelos y usar las matemáticas para resolver los problemas; validar los resultados, etc. Finalmente, en la intersección entre objeto y el ejercicio de la profesión, pueden considerarse los conocimientos sobre la naturaleza de la modelación para la enseñanza, ello incluye, el tipo de tareas, tipos de ambientes acorde con las necesidades contextuales e institucionales, entre otros.

Se espera que en cada uno de los conocimientos que la literatura sugiere para los profesores de matemática puedan encontrarse estas visiones y propósitos; por tanto, encuadrar en alguna(s) de las intersecciones que muestra la Figura 1. Con ello, se informa que no se trata de compartimentos disjuntos en el conocimiento del profesor, sino de categorías analíticas y para el diseño de ambientes de aprendizaje para este tipo de profesionales. Por la naturaleza de la pregunta que motivó este estudio, se utilizarán las intersecciones entre las visiones de Herramienta y Objeto con el propósito de formación para futuros profesores.

Evaluación formativa del conocimiento del profesor

Este estudio se fundamentó en la noción de la evaluación formativa de Black y Wiliam (1998; 2009). Para los autores, la evaluación para el aprendizaje o evaluación formativa demanda de los profesores y los estudiantes una interpretación y uso de evidencias sobre sus desempeños para tomar decisiones en los procesos. La evaluación formativa es una práctica que busca la mejora constante de la enseñanza y el aprendizaje y que da cuenta de los procesos que

desarrollan los estudiantes, con el fin de tomar decisiones sobre las acciones que se puedan reformular a partir de los resultados que se obtienen (Black y Wiliam, 1998; 2009).

Bajo el marco descrito por Black y Wiliam (2009), en este estudio los formadores de profesores y los futuros profesores de matemáticas se consideraron como actores clave dentro proceso evaluación formativa del conocimiento de los futuros profesores sobre la modelación. Según los autores, la evaluación formativa involucra varias etapas, a saber; establecimiento de las metas o propósitos de formación, la recopilación de información sobre el pensamiento o el conocimiento de los estudiantes, y la delimitación de un plan (métodos, estrategias, ambientes) a través de estas etapas, se espera realizar los movimientos entre estos dos estados. En la investigación de la cual se deriva este artículo, se consideró también la participación de los futuros profesores en estas etapas, es decir, además de tener claro dónde están y dónde deben estar ellos participaron de la delimitación de los criterios de valoración y de los procedimientos y estrategias para llegar al cumplimiento de este propósito. Black y Wiliam (2009) se fundamentan en el trabajo Wiliam y Thompson (2007) y argumentan que en el diseño de ambientes para la evaluación formativa puede reconocerse cinco principios, a saber: aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito; diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante; proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes, activar a los estudiantes como recursos de formación entre sí; movilizar a los estudiantes para que se empoderen su propio aprendizaje.

La evaluación formativa como medio para apoyar el desarrollo de un conocimiento de los profesores tiene en consideración aspectos sobre las estrategias, los medios, los ambientes y los roles de los profesores como aprendices y de los formadores de profesores como profesores. En una síntesis de las contribuciones de un número especial sobre evaluación formativa y aprendizaje profesional de los profesores (*Teachers and Teaching*, Vol 19 No 2), Tigelaar y Beijaard (2013) encontraron que en el contexto del aprendizaje profesional, los profesores pueden considerarse como aprendices, ello implica que la evidencia del aprendizaje que se está recolectando durante los procesos de evaluación formativa proporcionan a los docentes una idea de dónde se encuentran en su desempeño, dónde necesitan moverse y qué pueden hacer para llegar allí. Como estrategias, los autores resaltan la presencia de diagramas heurísticos,

autoevaluaciones combinadas con comentarios de coevaluación, retroalimentación formativa, evaluación negociada, entre otros.

Metodología

Contexto y participantes

El presente estudio se llevó a cabo durante el segundo semestre de 2019 en un curso de modelación matemática para futuros profesores que se ofrece en una universidad pública en Medellín, Colombia. A lo largo del curso los futuros profesores debían desarrollar tareas de modelación (Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017) y analizar su propia experiencia con base en construcciones teóricas y empíricas estudiadas durante del proceso. También desarrollaron talleres y conversatorios con profesores en ejercicio que tenían experiencia de modelación en sus prácticas y con investigadores en la temática. Mientras se desarrolló el curso, los estudiantes debían consolidar un proyecto de modelación (Villa-Ochoa, et al., 2017) y el diseño de un plan de clase. Los aportes de los proyectos en la evaluación formativa del conocimiento de los profesores pueden evidenciarse en Sánchez-Cardona, Rendón-Mesa y Villa-Ochoa (artículo 2 de este informe).

En el curso participaron catorce futuros profesores quienes fueron informados de los protocolos éticos y firmaron un consentimiento informado. Los nombres utilizados en este artículo son seudónimos. El curso se distribuyó en 16 sesiones de 4 horas cada una. En la primera sesión se presentaron los objetivos del curso, la metodología y los productos de evaluación; también se discutió sobre el significado de la modelación matemática y sobre las experiencias vividas por ellos en cursos previos en su formación. En las sesiones 3, 8, 15 y 16, se hicieron presentaciones de los avances en los proyectos y de los planes de clase. Allí, tanto los formadores como los demás futuros profesores podían comentar, sugerir y argumentar frente a los avances de sus compañeros. Con base en los planteamientos de Black y Wiliam (2009), el curso incluyó las fases y roles de los formadores de profesores y de los futuros profesores. Los principales aspectos se encuentran en la Tabla 1.

Tabla 1. Aspectos de la evaluación formativa (Black y Wiliam, 2009) adaptado a la presente investigación.

	Propósitos de formación	Dónde está el alumno ahora	Cómo llegar allá
Formador de profesores	<p>1. Clarificar intenciones de aprendizaje para el éxito.</p> <p>Los formadores explicitan al comienzo del curso objetivos, metodologías y las tareas a realizar. Se crea un “clase a clase” donde se especifican los objetivos y propósitos de cada sesión.</p>	<p>2. Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión del estudiante.</p> <p>Los formadores diseñaron ambientes de formación para los futuros profesores. Ello les implicó valoración y selección de la pertinencia de tareas, acciones, interacciones, estrategias en clase y extraclase y gestión de la clase.</p>	<p>3. Proporcionar retroalimentación que haga avanzar a los estudiantes.</p> <p>Los formadores ofrecieron asesoría continua con el objetivo de promover reflexiones y problematizaciones/cuestionamientos continuos, feedback. Ello se hizo tanto en clase como en espacios extraclase.</p>
Pares	<p>Comprender las intenciones y participar de la construcción de criterios de valoración y expectativas de aprendizaje. (Rúbrica colaborativa)</p>	<p>4. Actuación de los estudiantes como recursos de formación para los demás.</p> <p>Los estudiantes participaron del desarrollo de tareas y de reflexiones sobre lo que sabe, para qué lo saben, por qué es útil eso que saben para su futuro ejercicio profesional.</p>	<p>4. Actuación de los estudiantes como recursos de formación para los demás.</p> <p>Los estudiantes participaron activamente en sesiones conjuntas, comentaron, criticaron y sugirieron a los demás compañeros.</p> <p>Participaron de la construcción de criterios incluidos en las rúbricas de los diferentes productos del curso.</p>
Futuros profesores	<p>Comprender las intenciones y participar de la construcción de criterios de valoración y expectativas de aprendizaje, diseñar</p>	<p>5. Empoderar a los estudiantes como responsables de su propio aprendizaje</p> <p>Participaron de lecturas, debates y talleres sobre</p>	<p>5. Empoderar a los estudiantes como responsables de su propio aprendizaje</p> <p>Participaron de asesorías continuas para el desarrollo</p>

caminos y estrategias para atender a estos compromisos de la manera colaborativa (Desarrollo de proyectos, informes y planes de clase)	“qué se debería saber” y por qué es importante saberlo.	de las tareas profesionales propuestas (proyectos, diseño de planes de clase).
--	---	--

Fuente: Elaboración propia. Adaptación de Black y Wiliam (2009).

Los datos

Los futuros profesores se comprometieron con el desarrollo de las tareas de modelación, los proyectos y los planes de clase. La construcción colectiva de las rúbricas se hizo cerca de la séptima sesión de clase, previo a ello, habían estudiado aspectos teóricos de modelación matemática y desarrollado diferentes tareas al respecto. Esta decisión se fundamentó en que se esperaba su participación en que la definición de los criterios de evaluación estuviera argumentada en las experiencias previas obtenidas en el curso. Cada sesión del curso fue videograbada; por tanto, para los planes de clase desarrollados por los estudiantes, se contó con dos videos de las sesiones de discusión y concertación sobre la rúbrica de evaluación.

Cada colectivo de trabajo participó de al menos un espacio de asesoría con los profesores, para cada una de ellas se cuenta con un video que registra la interacción entre los formadores y los futuros profesores. En el curso hubo cuatro equipos de trabajo, cada uno desarrolló un plan de clase que fue reportado en un documento escrito y un video de la presentación realizada ante los compañeros y profesores.

Análisis de los datos

Para analizar los datos (videos y documentos) se desarrolló un sistema de categorías con su respectiva codificación. Estos se desarrollaron en un proceso iterativo ir y venir entre conceptos predefinidos en el segundo apartado de este artículo y los datos. Inicialmente, el primer autor de este artículo organizó los datos y estableció un conjunto de temáticas a priori, con base en ellas, realizó un primer análisis de cada plan de clase por separado; luego, en sesiones de trabajo conjunto con los demás autores se discutió ese sistema de categorías, las evidencias y las interpretaciones a la luz de la teoría. En todo momento se propició el debate y se llegó a consensos.

Luego, con los datos de cada plan de clase se realizó un análisis temático por el primer autor (Braun y Clarke, 2006 y Tuckett, 2005) donde se organizó la información y se buscaron

puntos de convergencia y divergencia, asunto que posibilitó organizar la información por temáticas e identificar categorías de análisis con las que se contrastó la información a la luz de los aspectos teóricos antes descritos. Luego, todo el equipo de investigadores realizó un análisis transversal de los cuatro planes de clase. El sistema final de temáticas y categorías se detalla a continuación en la Tabla 2. En la sección de resultados, se ilustra con mayor detalle el significado de las categorías con fragmentos de conversaciones de los videos y de los documentos con los planes de clase.

Tabla 2. Sistema de categorías y códigos

Temática	Categorías	Códigos
Conocimientos evidenciados en el diseño de planes de clase.	Conocimiento de la modelación como herramienta	Uso. Conceptos matemáticos. Habilidades (otros).
	Conocimiento de la modelación como objeto	Subprocesos. Delimitación de problemas. Simplificación. Experimentación. Abstracción. Contexto. Matematización. Comunicación (otros).
Evaluación formativa del conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática.	Contribuciones la participación en las rúbricas.	Orientaciones. Compartir metas. Limitaciones.
	Contribuciones de las asesorías.	Retroalimentación Cuestionamiento. Reflexión. Limitaciones.

Fuente: Elaboración propia.

Resultados

Los resultados de este estudio se presentan en dos secciones; en la primera de ellas se presentan los resultados del análisis de cada plan de clase. En la segunda sección, se hace un análisis de la evaluación formativa del conocimiento de los futuros profesores a través de una interpretación conjunta los cuatro planes de clase.

Análisis de los cuatro planes de clase

Plan de Clase 1: Clash Royale: experiencia de modelación matemática en el aula.

Este equipo diseñó una clase basada en el uso del videojuego Clash Royale. El objetivo de la clase fue “Registrar e interpretar datos numéricos provenientes del entorno ofrecido por el videojuego Clash Royale” [Documento 1-Plan de clase]. En su informe, los estudiantes argumentaron su diseño en la necesidad que tienen los estudiantes de construir y comprar representaciones además en la solución de problemas aritméticos que involucren estrategias de cálculo y estimación (Colombia, MEN, 2006).

Este equipo encontró, en la necesidad de conocer un juego y de construir estrategias para ganarlo, una oportunidad para que los estudiantes identifiquen un desafío. El diseño de la clase se estructuró en tres momentos, cada uno de una hora. El primer de ellos se fundamentó en el reconocimiento del videojuego, componentes, reglas, jugadores, etc. El segundo en la delimitación, recolección y organización de datos; según el equipo “los estudiantes deberán extraer diferentes datos numéricos del entorno del juego: producción de elixir, costo (en elixir), velocidad de ataque, resistencia y daño producido por los personajes de las cartas. Los datos obtenidos serán registrados a través de tablas...” [Documento 1-Plan de clase]. El tercer momento se organizó a través de preguntas que dieran cuenta de la estrategia construida para jugar de manera eficiente el juego.

Este equipo propuso una evaluación de la clase en la que preparó una puntuación para los siguientes criterios: exploración y sistematización de datos numéricos en el juego (10 puntos), análisis de situaciones de juego (10 puntos), elaboración e implementación de estrategias de juego (20 puntos) y comunicación de propuestas por parte de los estudiantes, durante los espacios de diálogo en cada momento (10 puntos).

Un análisis a este plan de clase permite inferir la comprensión de la modelación matemática como la solución de problemas a través de la matemática. En el contexto del videojuego, la construcción de una estrategia para mejorar el desempeño en el juego, a pesar de ello, aspectos como el trabajo matemático y la validación de los resultados no estuvieron presentes. Dentro de la modelación, los futuros profesores tuvieron en cuenta elementos como la toma de datos, la organización de los mismos, la identificación de variables para llegar a la solución; el razonamiento y la comunicación. En una comprensión amplia de la modelación

matemática, estos procesos están inmersos en el “aprendizaje de la modelación” es decir, modelación como objeto. Por otro lado, de acuerdo con los documentos curriculares colombianos, este equipo se propuso promover en los estudiantes la creación de diferentes representaciones y la solución de problemas; estos aspectos son clave en un uso de la modelación como herramienta para alcanzar parte de las metas curriculares.

En plan de clase incluyó consideraciones sobre la evaluación, las cuales se observan como un aspecto del conocimiento profesional. Para el equipo, la evaluación se consideró a lo largo los tres momentos de la clase. Esta evaluación se fundamentó en criterios para valorar lo que los estudiantes pueden hacer; sin embargo, no se observa correspondencia entre ello y el objetivo propuesto para la clase ni con los estándares declarados. En este caso, el conocimiento sobre la evaluación en/durante la modelación es un aspecto clave dentro de la formación profesional de los futuros profesores y que tiene relación con la intersección entre este componente y la visión de modelación como objeto expuesto en la Figura 1.

Plan de Clase 2. Afectaciones en la esperanza de vida de una persona ocasionado por el consumo de tabaco.

El equipo diseñó una clase en la que buscaron promover reflexiones sobre las consecuencias del consumo de tabaco y promover una comprensión de la función lineal en una perspectiva variacional. En ese caso, los estudiantes usaron como orientación curricular el documento “Derechos Básicos de Aprendizaje-Versión 2” (Colombia-MEN, 2018). De ese documento extrajeron la noción de “evidencias de aprendizaje” las cuales orientaron la propuesta de evaluación.

La clase se estructuró a través de cuatro momentos. En el primero de ellos, buscaron que los estudiantes se familiarizaran con el contexto, identificaran una persona fumadora y la entrevistaran para obtener datos sobre su edad, hábitos y motivaciones para el consumo. En el segundo momento, continuaron con un conocimiento de contexto, para ello propusieron observar un video, a partir del cual los estudiantes debían responder tres preguntas sobre las consecuencias del consumo de tabaco, el concepto de expectativa de vida y la disminución de esta por causa del tabaco. El tercer momento, se propuso para que los estudiantes utilizaran las razones de cambio y porcentajes incluidos en el video (años de vida por cantidad de consumo de tabaco) y, con base en los datos obtenidos en la entrevista, concluyeran sobre la expectativa de

vida de esa persona. El cuarto momento, se organizó para que los estudiantes construyeran tablas de valores y otras representaciones del conjunto de datos. Se afirma que después de construir las gráficas cartesianas, se les pediría a los estudiantes “Demuestra tu modelo a continuación, y explique cómo llegaste a él” [Documento 2-Plan de clase].

A partir del análisis de este plan de clase se puede observar una intención de los futuros profesores de diseñar una tarea de modelación para promover reflexiones sobre el cuidado de la salud. Este tipo de propósito se ubica entre los alcances de la perspectiva sociocrítica de la modelación, la cual fue objeto de trabajo durante el curso. En el plan de clase se puede observar también un interés por delimitar fases y tareas que los estudiantes realizan las cuales están gradualmente pensadas para el desarrollo de la actividad. Se observa un interés en utilizar razones de cambio para identificar comportamiento entre los datos y construir una función lineal. Todos estos aspectos se ubican en un conocimiento de la modelación matemática como herramienta. En este caso particular, herramienta para comprender una situación, matematizarla a través de la función lineal y generar reflexiones sobre la afectación de consumo de tabaco.

Por otro lado, se propició la manipulación de datos, la organización en tablas y la identificación de tendencias en sus gráficos, estos elementos son importantes dentro del aprendizaje de la modelación como objeto. Aspectos como la experimentación, la delimitación de un contexto, la validación y la comunicación de los resultados no se observaron en este plan de clase. Tampoco se observó la delimitación de un espacio para la reflexión sobre los aprendizajes obtenidos por parte de los estudiantes ni para promover acciones o campañas para el cuidado de la salud, aspecto que podía fortalecer los alcances sociocríticos de la modelación.

Plan de Clase 3. Orientarse y hacer recorridos por la Universidad de Antioquia.

Este equipo se fundamentó en los trabajos discutidos en el curso sobre modelación matemática en la escuela primaria; a partir de ello justificó la pertinencia de la modelación como una herramienta para estudiar conceptos de ubicación espacial, entre ellos, dirección, distancia, posición en el espacio y representación del espacio. Estas temáticas se justificaron en los documentos curriculares colombianos (MEN, 2006).

El plan de clase se diseñó a partir de una salida de campo en la que los niños podrían visitar las instalaciones de la universidad, en la que los futuros profesores adelantan sus estudios. Las tareas a realizar se organizaron en cuatro momentos; el primero, consiste en un

desplazamiento por un conjunto de mallas cuadradas 6x6, se deben hacer desplazamientos horizontales y verticales solamente. El segundo momento, parte de un recorrido por diferentes lugares de la Universidad, y luego reunidos en un aula, los estudiantes deben marcar en un mapa los lugares más significativos durante el recorrido. Finalmente, el cuarto momento, se propone una plenaria en la que describen sus aprendizajes, recorridos más significativos, más rápidos y cortos. Para este equipo, la evaluación debe darse en todo momento, como profesores se proponen estar atentos a lo que los niños hacen, dicen; de forma que ellos generarían las recomendaciones de manera oportuna. Señalan que, en el cuarto momento, estarían atentos a la manera en que comunican sus acciones y, recomendaciones que dieran a los demás compañeros de la clase.

En el análisis de este plan de clase se identificó un conocimiento de la modelación como herramienta para promover en los estudiantes habilidades de ubicación espacial. Si bien hubo un contexto para el trabajo matemático, la actividad que fue concebida por los futuros profesores no se encaminó a la construcción de modelos matemáticos como representaciones, sino al uso de nociones de lateralidad y su representación mental. Los estudiantes argumentaron su elección en las lecturas y experiencias en el curso. El asunto descrito posibilitó ver la modelación en primaria de una manera diferente a como se concibe en grados superiores, en términos de Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2016), la comprendieron como “una matematización de la realidad”. Los momentos fueron planeados de manera gradual para que los niños ganaran experiencias y luego las representaran en mapas y comunicaran a sus compañeros. En cuanto a la modelación como objeto se rescata las oportunidades para explorar el entorno y ubicarse y desenvolverse en él.

A diferencia de los dos primeros equipos, en este plan de clase no se identificaron rúbricas para la evaluación, pero sí un esfuerzo por estar atentos de manera continua a las acciones y reflexiones de los estudiantes para ofrecer un feedback correspondiente; ello se relaciona con un conocimiento de la evaluación formativa a lo largo del proceso de modelación.

Plan de Clase 4. Operadores móviles en Colombia.

A diferencia de los anteriores, tuvo como centro la resolución de un problema a través de un contexto auténtico y apoyar a los estudiantes a comprender el fenómeno del consumo de telefonía móvil en el país. Usaron algunos de los referentes teóricos discutidos en el curso para apoyar su decisión. En el diseño, también declararon los contenidos que intervendría en proceso,

a saber: magnitudes directamente proporcionales, conversión de unidades de medida, recolección e interpretación de datos; sin embargo, informaron que ellos podrían emerger como parte de la solución, pero no era el principal interés con el que se diseñó la tarea. Al igual que los demás equipos, estos aspectos se justificaron en las orientaciones curriculares colombianas (ColombiaMEN, 2006). A diferencia de los demás equipos, en este plan de clase los futuros profesores aportaron información sobre lo que consideraban debía ser el ambiente de la clase, para ello, describieron cómo concebían el papel activo de los estudiantes, el rol de facilitador del profesor y cómo promoverían un trabajo colaborativo y uso de recursos en los estudiantes.

El plan de clase se diseñó en cinco sesiones de clase. En la primera sesión crearon un personaje ficticio (Carlos) que tiene una necesidad de consumo de telefonía móvil y desea adquirir un plan. Para ayudar al personaje, los futuros profesores propondrían a los estudiantes indagar por operadores, planes, costos, entre otros, y valorar la necesidad del personaje y cómo el plan que desea el personaje ficticio puede o no satisfacer su necesidad. La segunda sesión propone a los estudiantes diligenciar una tabla que contiene información sobre Gigabytes, precios, vigencia, entre otros. Con base en la tabla, los estudiantes deben generar propuestas para solucionar la necesidad de Carlos. La tercera sesión, se enfoca en otra necesidad del personaje ficticio para el uso de internet en la carga de fotos, los estudiantes deben ofrecer respuestas acordes con la cantidad de archivos para cargar y de mensajes recibidos y enviados. La cuarta sesión se denomina “toma de decisiones”; en ella, propone a los estudiantes determinar los consumos de internet del personaje y con base en ello, ofrecerle recomendaciones para la toma de decisiones.

En el análisis de este plan de clase se pudo inferir que, si bien en la primera sesión los futuros profesores crearon un personaje ficticio, también es cierto que lo hicieron como una forma de delimitar la actividad de tal manera que fuera semiabierta, es decir, estuviera dirigida acorde con una intencionalidad, pero que permitiera un conocimiento del fenómeno, la identificación de variables y la simplificación acorde con la intencionalidad inicial. Se reconoce también el esfuerzo de los futuros profesores por no solo crear una guía de trabajo para los estudiantes, sino también por considerar criterios para consolidar un ambiente de aprendizaje participativo en el que como profesores pudieran regular sus actuaciones apoyando las acciones

de los estudiantes. Este conocimiento se relaciona con lo que Cetinkaya y colaboradores (2016) denominan en su investigación espacios que propician intervenciones adaptativas.

Al igual que en los demás planes de clase, llama la atención el uso de preguntas sobre cada tema como el principal medio para promover el aprendizaje. Todos elementos son consistentes con un conocimiento de la modelación como herramienta para la solución de un problema a través de la matemática. A diferencia de los anteriores equipos, este plan de clase la matemática emerge como una respuesta a la solución del problema y no previamente concebido.

En este plan de clase se valora las oportunidades que ofrece la “experimentación” con el fenómeno, ello se evidencia en el contacto que proponen a los estudiantes con el fin de identificar variables, obtener y organizar datos, hacer inferencia sobre ellos. La construcción de modelos estuvo orientada por un razonamiento de tipo inductivo sobre la identificación de patrones en los datos. Aun así, se observaron pocas oportunidades para promover una comunicación de los resultados como una solución al personaje ficticio y de una manipulación del modelo algebraico como una manera de solucionar no solo el caso específico; sino de otros potenciales usuarios. Todos estos elementos se relacionan con un conocimiento de la modelación como objeto.

Análisis de la evaluación formativa del conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática

Los planes de clase arrojaron información sobre parte de los conocimientos que los futuros profesores desarrollaron sobre la enseñanza de (a través de) la modelación, es decir, de la modelación como herramienta para la enseñanza y de la modelación como objeto de enseñanza (Julie y Mudaly, 2007). Sin embargo, en el contexto de un curso de formación de profesores, no solo interesa identificar los conocimientos producidos sino las maneras en que estos fueron promovidos; en otras palabras, evaluación formativa.

Como se pudo observar en el anterior apartado, los cuatro planes de clase estuvieron orientados por una estructura bastante similar; esta estructura incluye: título, objetivo de la clase, alineación con orientaciones curriculares colombianas, desarrollo de la clase, evaluación y referencias bibliográficas. Adicionalmente, incluyeron guías de trabajo para los estudiantes y una justificación del diseño realizado a la luz de referentes teóricos usados en el curso. Esta

estructura de los cuatro planes de clase incluye una guía para el estudiante. La similitud en la estructura de los planes de clase obedece a los acuerdos a los que se llegó en construcción de la rúbrica.

Conforme se informó en el apartado metodológico, los futuros profesores participaron de la construcción de la rúbrica. En ella se establecieron los componentes de los planes de clase y los criterios para su valoración; a manera de ejemplo, Amelia apuntó que “Una clase debe tener un objetivo claro, que se espera lograr en esa sesión o sesiones, toda clase que hemos tenido se presenta en objetivo, el desarrollo de la clase y la metodología, bueno, y la evaluación” [Video, julio 04 de 2019, negociación de la guía]. También, Carlos, apuntó que “En las tareas que hemos leído, vemos que los autores siempre dicen su propósito y ponen las herramientas para ver los logros de las tareas de modelación” [Video, julio 04 de 2019, negociación de la guía].

Un análisis al video de la sesión de construcción de la rúbrica permitió inferir los principales referentes en los que los estudiantes se apoyaron para consolidar la rúbrica y la estructura de los planes de clase. En la Tabla 3 se presentan estos resultados:

Tabla 3. Elementos que componen los planes de clase

	Elemento del plan de clase	Sustento teórico
I	Declarar teóricamente una aproximación a la forma de hacer modelación que se asume en el plan de clase.	Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona (2017)
II	En el contexto colombiano relacionar o sustentar su plan de clase con los lineamientos teóricos y metodológicos definidos por el Ministerio de Educación Nacional.	MEN (2006, 2018)
III	Definir los materiales, recursos y tiempos necesarios para alcanzar el objetivo trazado en el plan de clase.	Bassanezi (2002), Biembengut y Hein (2004)
IV	Describir la forma como se llevaría a cabo el proceso evaluativo en la planeación del plan de clase.	Aydogan Yenmez et al. (2017), Diefes-Dux et al. (2012)

Fuente: elaboración propia.

Las rúbricas son instrumentos diseñados para ayudar tanto a los evaluadores como a los profesores y estudiantes a juzgar la calidad y la progresión del desempeño de los estudiantes (Panadero y Jonsson, 2020). Estos instrumentos pueden usarse tanto para la evaluación sumativa como para la formativa. La participación de los futuros profesores en el diseño de la rúbrica fue una de las acciones para promover una evaluación formativa del conocimiento sobre la modelación en los futuros profesores. Esta participación arrojó los componentes estructurales de los planes de clase (componentes que se evaluarán) y los criterios más detallados para valorarlos (descripciones del desempeño del estudiante). En el Apéndice A se presenta la rúbrica finalmente consolidada.

La participación de los futuros profesores en la construcción de la estructura de los planes de clase y de la correspondiente rúbrica ofreció oportunidades para que los estudiantes pudieran anticipar cuáles serían las evidencias de su aprendizaje sobre el uso de la modelación en la enseñanza; en palabras de Black y Wiliam (1998; 2009) esta participación contribuyó al principio de “clarificar intenciones de aprendizaje”. Conforme se mostró en el apartado anterior, en los planes de clase se hicieron evidentes conocimientos sobre la gestión de la clase (plan de clase 4); uso de la modelación para la enseñanza de contenidos matemáticos (plan de clase 1, 2, 3) y para la resolución de problemas (plan de clase 4). En menor medida, se evidenciaron conocimientos sobre la enseñanza de la modelación; entre ellos, se rescata el conocimiento del contexto (planes de clase, 1, 2, 3 y 4), exploración de condiciones, variables (planes de clase, 1, 2, 3 y 4), construcción de un modelo (planes de clase 1 y 4) y de uso de información matemática para comprender las implicaciones de una situación (plan de clase 2). A pesar de ello, procesos como razonamiento y la comunicación, que son fundamentales en la modelación, no fueron notorios en todos los planes diseñados. En la Tabla 4 se muestra en síntesis los conocimientos evidenciados en los planes de clase diseñados por los futuros profesores.

Tabla 4. Conocimientos evidenciados en los planes de clase diseñados.

Plan de clase	Gestión de clase	Enseñanza de contenidos matemáticos	Resolución de problemas	Enseñanza de la modelación			
				Contexto	Variables	Construcción modelos	Uso de información
1		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
2		<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		<input checked="" type="checkbox"/>

3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Fuente: Elaboración propia.

De estos resultados se puede interpretar como una característica normativa la participación en la construcción de la rúbrica. En este estudio se observó que la rúbrica ofrece orientaciones sobre lo que será evaluado y cómo será valorado; pero también, parece condicionar la aparición de otros conocimientos que no se declaran de manera directa en las rúbricas y que también pueden valorarse dentro de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación. Este resultado corresponde con la crítica que Panadero y Jonsson (2020) han denominado estandarización y reducción del currículo; según los autores, existen críticas sobre cómo las rúbricas estandarizan las evaluaciones al proporcionar listas simples de criterios para habilidades complejas y crear una tendencia para que los estudiantes y profesores guíen sus acciones hacia esos criterios.

Otro aspecto de la evaluación formativa del conocimiento del futuro profesor es la continua retroalimentación sobre los desarrollos logrados. En el curso, en todas las actividades de clase (talleres, tareas, lecturas, discusiones) estuvo presente la reflexión sobre ¿Qué se aprendió? ¿Por qué es importante eso que se aprendió? y ¿Cómo ello podría integrarse a su futura práctica profesional? Adicional, se crearon espacios de asesoría continua en clase y extraclase. Durante la clase se realizaron presentaciones orales con los avances en los planes de clase; tanto los formadores como los demás estudiantes podrían comentar y hacer críticas a cada equipo. En los espacios extraclase, los futuros profesores podrían dialogar con los formadores sobre sus avances. Los formadores en todo momento cuestionaron a los futuros profesores frente a ¿Por qué hacer lo que se propone? ¿Qué dice la literatura al respecto? etc. Ello permitió una reflexión sobre la naturaleza de la modelación en la enseñanza las matemáticas escolares. A manera de ejemplo, Josefina, integrante del plan de clase 2, indicó,

Josefina: queremos proponer nuestra clase para niños de tercer grado, nos gustó mucho el documento que leímos sobre la geometría y modelación en primaria, entonces quisiéramos hacer algo parecido con los niños.

Formador de profesores: Pero ¿Cómo se concibe la modelación allí [en el documento]? ¿Qué es lo más relevante que hablan los autores? ¿Qué diferencia de otras formas de hacer modelación?

Josefina: Pues lo que más nos llamó la atención es que los autores mostraban que la modelización permite a los alumnos establecer una relación con el espacio, de tal manera que las nociones geométricas intervengan como medios de decisión.

Formador de profesores: Y eso ¿qué significa? ¿Cómo lo propusieron los autores? ¿Es cuestión de poner a los estudiantes a moverse en el espacio o hay algo más que requiera de planeación?

Como respuesta a estos cuestionamientos, en el documento de su plan de clase, el equipo describió con mayor detalle los argumentos que extrajeron de la referencia bibliográfica para diseñar las cuatro fases del plan y la transición entre la parte experiencial del movimiento y la parte de ubicación en el mapa. De manera similar se desarrolló una de las asesorías con el equipo que planteó el plan de clase 3.

Alexander: Profes, no sabemos cómo integrar la parte de evaluación en nuestro plan de clase, no queremos que la evaluación solo se enfoque en los conceptos matemáticos que se utilizan, tampoco queremos que la evaluación asuste a los estudiantes.

Formador de profesores: Alexander, pero dentro de lo que hemos vivido en el curso, ¿cómo crees que se han evaluado los procesos de ustedes? ¿Qué herramientas y formas de evaluación hemos utilizado o estudiado? Lo ideal es que todo lo que hemos desarrollado en el curso aporte a la construcción de sus planes de clase.

Alexander: Profe, es que nos han acompañado con preguntas que nos orientan o preguntas que nos hacen caer en cuenta de los errores o las debilidades que tenemos.

Formador de profesores: En esa lógica, ¿cómo deberían incluir en sus planes de clase los procesos de evaluación?

Alexander: Profe, es que sería entonces como ni siquiera decirles a los estudiantes que están siendo evaluados, pero entonces que los profesores estén muy atentos y vayan valorando lo que hacen los estudiantes y tratando de reorientar lo que quizás no los lleve por buen camino. Pero en esa lógica ¿no tenemos que hacer un examen o una rúbrica o evaluación final?

Formador de profesores: La idea es que sean ustedes quienes tomen la decisión de cómo llevarán a cabo el proceso de evaluación y en general cómo van a construir su plan de clase. Pero lo que es claro es que no tienen que utilizar la rúbrica como instrumento de evaluación, pueden utilizar otros recursos o instrumentos. Lo que se hace necesario es que indiquen cómo se desarrollaría en su plan de clase el proceso evaluativo.

La consolidación del plan de clase del equipo tres mostró como los elementos discutidos en las asesorías dio claridad a los estudiantes (futuros profesores), particularmente este equipo de trabajo integró en sus cuatro momentos del plan de clase, procesos de retroalimentación y acompañamiento a los estudiantes y posibilitó una evaluación que permitiera la orientación y el éxito en el desarrollo de los estudiantes.

La retroalimentación puede considerarse una estrategia clave dentro de la evaluación formativa (Black y Wiliam, 1998; 2009). En el caso del presente estudio, la retroalimentación se concibió como un cuestionamiento continuo sobre lo que los futuros profesores proponen, de ese modo ofreció oportunidades para reflexionar sobre sus propias propuestas; ello, a su vez, proporcionó insumos para mejorar sus argumentos. Estos estuvieron basados en la literatura que se había revisado, pero también en la proyección de otras variables que en el contexto institucional pueden presentarse. De acuerdo con Romo-Vázquez et al. (2019), la formación de profesores no solo se debe basar en el diseño de tareas y la forma en que se implementa en clase, sino también sobre un conocimiento del currículo y otras consideraciones institucionales. A pesar de estas reflexiones, en los planes de clase no se presentaron mayores evidencias de la presencia de este conocimiento. Esto se puede apoyar en el hecho que los futuros profesores aún no habían tenido contacto con el ambiente escolar y, por tanto, desconocían la diversidad de las condiciones institucionales que pueden estar presentes en la cotidianidad escolar.

Conclusiones

En la primera parte de este artículo se presentaron significados sobre la noción de evaluación del conocimiento del profesor que se alinean con la noción de medición y certificación de saberes y capacidades de los profesores. También se argumentó sobre la necesidad de que, en el contexto de cursos y programas de formación, esta noción trascienda hacia una evaluación formativa del conocimiento del profesor.

El presente artículo ofrece evidencia de que, en el contexto de un curso, la noción de evaluación formativa del conocimiento del futuro profesor requiere de una delimitación conceptual sobre los conocimientos que se esperan alcanzar y de las estrategias para lograrlo. Los cursos, por su naturaleza, están delimitados en espacio y tiempo, por tanto, sus propósitos, metodologías y alcances también están condicionados. En el caso de este estudio, se ofreció una conceptualización de dos categorías amplias sobre el conocimiento de la modelación en la enseñanza, ellas fueron, la modelación como herramienta y como objeto de aprendizaje. En este marco, este estudio ofrece evidencia de los conocimientos exhibidos por los futuros profesores, en sus planes de clase y sobre los aportes y limitaciones de las rúbricas y la retroalimentación en la conformación de este conocimiento. Al respecto, de este estudio se resaltan dos resultados importantes.

El primer resultado que se destaca es el carácter local del conocimiento que se logra en un curso para futuros profesores para la enseñanza de (a través de) la modelación. La literatura ha evidenciado la complejidad que implica la integración de la modelación en la cotidianidad escolar y de las altas exigencias que ello tiene para los profesores; frente a este panorama, los alcances de un curso son solo una parte de estos conocimientos, que estarán condicionados por las oportunidades y limitaciones que los futuros profesores tienen con relación al conocimiento en la práctica escolar. También va a depender de los ambientes y estrategias implementadas durante el curso. En este sentido, el segundo resultado importante que se deriva de este estudio radica en las oportunidades y las limitaciones que ofrecen las asesorías continuas y la participación en la construcción de rúbricas. Conforme se argumentó en este estudio, existen investigaciones en favor del uso de rúbricas para el aprendizaje, el rendimiento académico y la autorregulación de los estudiantes; sin embargo, ello requiere de cuidados en sus diseños. En este estudio, la participación en las rúbricas aportó para que los futuros profesores desarrollaran conocimientos sobre “la enseñanza de y a través de la modelación” pero también condicionaron la aparición de otros conocimientos importantes en esta categoría. En cuanto a las asesorías se rescató sus aportes a una retroalimentación continua, pero también, se hizo evidente que estos aportes pueden condicionarse por la existencia o no de otros conocimientos, por ejemplo, del contexto institucional.

La principal limitación de este estudio está en el hecho que se enfocó en análisis de los planes de clase a través del lente de la evaluación formativa. En ese sentido, este estudio sugiere

la necesidad de nuevas investigaciones que den cuenta de los aportes de otras estrategias diferentes a los planes de clase al desarrollo del conocimiento del futuro profesor; además, se sugiere nuevos estudios sobre el diseño de rúbricas en los que se incluya la participación de los futuros profesores y que atienda a la tensión formativa/normativa que se describió en este artículo.

Referencias

- Aydogan Yenmez, Arzu, Ayhan Kursat Erbas, Erdinc Cakiroglu, Cengiz Alacaci, and Bulent Cetinkaya. 2017. “Developing Teachers’ Models for Assessing Students’ Competence in Mathematical Modelling through Lesson Study.” *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 48(6):895–912.
- Bassanezi, RR. 2002. “Modelagem Matemática—Um Método Científico de Pesquisa Ou Uma Estratégia de Ensino e Aprendizagem.” *Ensino—Aprendizagem Com Modelagem Matemática: Uma Nova Estratégia. São Paulo: Contexto.*
- Biembengut, Maria Salett, and Nelson Hein. 2004. “Modelación Matemática y Los Desafíos Para Enseñar Matemática.” *Educación Matemática* 16(2):105–25.
- Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74. <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5–31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- Blömeke, S., & Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: a review of the state of research. *ZDM - Mathematics Education*, 44(3), 223–247. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0429-7>
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In S. J. Cho (Ed.), *The proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education:*

Intellectual and attitudinal challenges (pp. 73–96). New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-3-319-12688-3_9

Braun, Virginia, and Clarke, Victoria. 2006. “Using Thematic Analysis in Psychology.” *Qualitative Research in Psychology* 3(2):77–101.

Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher’s specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>

Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C., & Cakiroglu, E. (2016). Pre-service Teachers’ Developing Conceptions about the Nature and Pedagogy of Mathematical Modeling in the Context of a Mathematical Modeling Course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287–314. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>

Colombia - MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá: MEN.

Colombia-MEN (2018). *Derechos Básicos de Aprendizaje y Matrices de Referencia* (V2). Bogotá: MEN

Diefes-Dux, Heidi A., Judith S. Zawojewski, Margret A. Hjalmarson, and Monica E. Cardella. 2012. “A Framework for Analyzing Feedback in a Formative Assessment System for Mathematical Modeling Problems.” *Journal of Engineering Education* 101(2):375–406.

Julie, C., & Mudaly, V. (2007). Mathematical Modelling of Social Issues in School Mathematics in South Africa Chapter. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 503–510). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>

- Mesa, V., & Leckrone, L. (2020). Assessment of Mathematics Teacher Knowledge. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 66–69). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_13
- Parra-Zapata, M. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Interacciones y contribuciones. Formas de participación de estudiantes de quinto grado en ambientes de modelación matemática. *Actualidades Investigativas en Educación*, 16(3), 1–27. <https://doi.org/10.15517/aie.v16i3.26084>
- Panadero, E., & Jonsson, A. (2020). A critical review of the arguments against the use of rubrics. *Educational Research Review*, 30, 100329. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100329>
- Pino-Fan, L. R., Assis, A., & Castro, W. F. (2015). Towards a Methodology for the Characterization of Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429–1456. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1403a>
- Rendón-Mesa, P. A. (2016). *Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: aportes de la modelación matemática*. Universidad de Antioquia.
- Romo-Vázquez, A., Barquero, B., & Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. *Uni-Pluriversidad*, 19(2), 161–183. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.09>
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2019). Mathematical modelling as a virtual learning environment for teacher education programs. *Uni-Pluriversidad*, 19(2), 80–102.
<https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.04>
- Shulman LS (1986). Those who understand: a conception of teacher knowledge. *Educ Res* 15(2):4–14
- Tigelaar, D. E. H., & Beijaard, D. (2013). Special issue: formative assessment and teacher professional learning. *Teachers and Teaching*, 19(2), 109–114. <https://doi.org/10.1080/13540602.2013.741840>
- Tuckett, Anthony G. 2005. “Applying Thematic Analysis Theory to Practice: A Researcher’s

Experience.” *Contemporary Nurse : A Journal for the Australian Nursing Profession* 19(1–2):75–87.

Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219–251.

Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis, Revista Internacional de Investigación En Educación*, 8(16), 133. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>.

Apéndice A. Rúbrica construida de manera colaborativa con los futuros profesores

Rúbrica para la valoración de experiencia de modelación matemática para el aula de clase

TITULO DE LA EXPERIENCIA:

AUTOR(ES):

ASPECTO EVALUADO	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto	Recomendaciones
MOMENTO DE DIVULGACIÓN (15%)- Exposición de las experiencias de aula					
Propósitos, objetivos o fines de la experiencia de aula	Describe sin mayor detalle los propósitos, objetivos o fines de la experiencia de aula.	Describe los propósitos objetivos o fines de la experiencia de aula.	Presenta la relación entre los momentos de la experiencia de aula con los propósitos objetivos o fines de esta.	Expone al grupo porque los momentos de la experiencia de aula se articulan con los propósitos objetivos o fines de esta.	
Aproximación teórica de la forma de hacer modelación	Describe sin mayor detalle la concepción de modelación matemática que se asume en la experiencia de aula.	Describe claramente la concepción de modelación matemática que se asume en la experiencia de aula.	Presenta la concepción de modelación matemática que se asume en la experiencia de aula.	Explica la concepción de modelación matemática que se asume en la experiencia de aula y reconoce sus alcances y limitaciones.	
Relación de la experiencia de aula con los documentos rectores	La planeación de la experiencia de modelación no declara la relación con los documentos rectores.	Describe en qué grado se espera desarrollar la experiencia de modelación.	Articula la planeación de la experiencia de modelación descrita con los documentos rectores y el grado para el que pretende orientar la actividad.	Explica la articulación de la planeación de la experiencia de modelación descrita con los documentos rectores y el grado para el que pretende orientar la actividad.	
Recursos y estrategias a implementar en la experiencia de modelación	La planeación de la experiencia de modelación describe los recursos necesarios para el desarrollo de esta.	La planeación de la experiencia de modelación presenta los recursos y algunas estrategias a desarrollar.	La planeación de la experiencia de modelación define los recursos y algunas estrategias a desarrollar.	La planeación de la experiencia de modelación define los recursos y precisa las estrategias que se van a implementar durante el desarrollo de la experiencia.	

ASPECTO EVALUADO	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto	Recomendaciones
Proceso evaluativo y de retroalimentación en la experiencia de modelación.	Resalta algunos elementos de la experiencia de modelación que serán evaluados.	Resalta que elementos se tendrán en cuenta en el proceso evaluativo de la experiencia de modelación.	Describe cómo se llevará a cabo el proceso evaluativo y de retroalimentación en la experiencia de modelación.	Presentan un instrumento de evaluación y la descripción de cómo se llevará a cabo el proceso de retroalimentación en la experiencia de modelación.	
Preguntas	Responde preguntas desde la impresión sin sustento teórico o científico.	Responde preguntas distantes de aspectos teóricos.	Responde preguntas con apropiación del tema.	Responde preguntas con profundidad en los análisis, capacidad de síntesis, apropiación del tema, entre otros.	
MOMENTO DE SISTEMATIZACIÓN (5%)- Instrumento para el estudiante					
Instrumento para el estudiante	Elabora un instrumento para el estudiante donde sistematiza la secuencia de actividades. Dicho instrumento no es coherente con los momentos expuestos.	Elabora un instrumento para el estudiante donde sistematiza la secuencia de actividades que se llevarán a cabo en la clase.	Elabora un instrumento para el estudiante donde sistematiza la secuencia de actividades que se llevarán a cabo en la clase y se articula con los momentos de la experiencia de modelación.	Elabora un instrumento para el estudiante donde sistematiza la secuencia de actividades que se llevarán a cabo en la clase y se articula con los momentos de la experiencia de modelación al igual que con la concepción de modelación descrita.	

CAPÍTULO III

Evaluación formativa y modelación matemática en la formación de futuros profesores de matemáticas.

Consideraciones finales

A partir de los elementos descritos en el capítulo I y capítulo II, la presente investigación presenta los hallazgos en torno a estrategias que posibilitan evaluar de manera formativa, el conocimiento en modelación matemática del futuro profesor de matemáticas. Los aportes de los tres artículos producto de la investigación, robustecen aspectos propios de espacios de formación y de estrategias de evaluación formativa de futuros profesores de matemáticas en modelación matemática.

En el capítulo I de este documento, se argumentó en torno a la necesidad de investigar la modelación matemática en una perspectiva de la evaluación formativa. Ello se fundamentó en que la evaluación en una comprensión de la modelación matemática situada, en la formación profesional, es un tema abierto. Además, de la necesidad de configurar cursos para la formación en modelación de profesores de matemáticas, donde se tengan en cuenta sus futuros desempeños profesionales. Fue así como este estudio se enfocó en la pregunta *¿Cuáles estrategias evalúan, de manera formativa, el conocimiento en modelación matemática del futuro profesor de matemáticas?*

Si bien parte de la literatura existente ofrece valiosas investigaciones y recursos que centran la atención en la evaluación del conocimiento del profesor de matemáticas, la presente investigación realizó aportes significativos en términos de la configuración de estrategias de evaluación formativa que potenciaron los conocimientos de los futuros profesores de matemáticas. Con el ánimo de aportar una respuesta a la pregunta que se formuló y extender el campo de conocimiento de la evaluación formativa del conocimiento del profesor de matemáticas, esta investigación definió tres preguntas adicionales que posibilitaron tener mayor énfasis y claridad en los elementos que se analizaron y sistematizaron a lo largo del proceso investigativo.

Las preguntas adicionales fueron:

- I) ¿Cuáles son los propósitos, las fases, las estrategias y los intereses de formación en los que se enfocan las investigaciones sobre evaluación en modelación matemática?
- II) ¿Cómo los proyectos de modelación matemática se consolidan en una estrategia de evaluación de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación matemática?
- III) ¿Cómo se puede evaluar de manera formativa el conocimiento del futuro profesor sobre la modelación matemática?

Las tres preguntas antes descritas estuvieron presentes a lo largo del proceso de investigación y, a medida que se avanzó, se consolidaron en los tres artículos antes presentados (capítulo II).

El primer artículo, informó que en las investigaciones, en su mayoría, se preocupan por evaluar los procesos o los contenidos matemáticos y los elementos propios de la modelación matemática. Identificó, también, que la manera como se desarrolló la evaluación, deja de lado al sujeto que es evaluado, por lo tanto, dichos procesos no tienen en cuenta el futuro campo profesional de los estudiantes. En este orden de ideas, se argumenta que la evaluación en la modelación matemática no solo se debe concentrar en los conocimientos propios de la matemática, sino que debe integrar otros aprendizajes extramatemáticos inherentes al campo profesional de los estudiantes.

La revisión de la literatura (primer artículo) destaca dos resultados importantes. El primero de ellos, en relación con *los objetos e instrumentos de la evaluación*, al respecto, los objetos de evaluación identificados en las investigaciones centraron su atención en los conceptos y procedimientos matemáticos o en evaluar el proceso de modelación en sí. Y, en cuanto a los instrumentos, se identificó que los proyectos, las rúbricas y las evaluaciones sumativas fueron los de mayor uso. El segundo resultado, indica que la evaluación debe ocuparse de valorar y promover los aprendizajes que se relacionan con el campo profesional, cotidiano o escolar de los estudiantes y no solo de las habilidades o los conocimientos matemáticos.

El segundo artículo, mostró los proyectos de modelación como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas. Allí se indicó que los proyectos, por sí solos, no se consolidan en una estrategia formativa de evaluación. La investigación describe que estrategias adicionales como las asesorías, las exposiciones orales, la participación de los estudiantes y el trabajo colaborativo promueven el desarrollo del conocimiento en

modelación matemática de los futuros profesores. En este sentido, los proyectos de modelación que incluyen ese tipo de estrategias se constituyen en un medio mismo de evaluación formativa.

También se describió la consolidación de los proyectos de modelación matemática en el curso a partir de seis elementos, se resalta que dicha configuración se logró a partir de los propósitos de la evaluación formativa y fueron estos los que posibilitaron evidenciar la apropiación en los procesos desarrollados por parte de los estudiantes, y avances en la consolidación de su proceso formativo. Finalmente, la investigación mostró que el desarrollo de proyectos implica tiempo y espacio con los que no siempre se cuenta, en este sentido tiene sus limitaciones de acuerdo con el contexto en que se desea desarrollar.

El tercer artículo, muestra cómo la construcción de planes de clase por parte de los futuros profesores de matemáticas propicia conocimientos en relación con la gestión de clase, la enseñanza de contenidos matemáticos, la resolución de problemas y la enseñanza de la modelación. Dichos conocimientos son propios del futuro desempeño profesional de los estudiantes. Las conclusiones, también argumentan que en un curso para futuros profesores de matemáticas se hace necesario tener claro los conocimientos que se esperan alcanzar, dado que estos están delimitados en espacio y tiempo, y, por lo tanto, también sus propósitos, sus metodologías y sus alcances.

El uso de rúbricas de evaluación se implementó tanto en los proyectos de modelación, como en la construcción de planes de clase. Sin embargo, el tercer artículo discute elementos que se evidenciaron al momento en que se realizó la construcción colectiva por parte de los estudiantes (futuros profesores de matemáticas) de la rúbrica para evaluar los planes de clase. Allí se muestra cómo esta acción aportó para que los futuros profesores desarrollaran conocimientos en torno de “la enseñanza de y a través de la modelación”. Sin embargo, ello también implicó que se condicionaran otros conocimientos importantes en la formación de profesores.

Tanto en el segundo artículo como en el tercero, se destaca que la participación activa de los estudiantes en las diferentes estrategias que se implementaron en el curso, como lo fueron los proyectos de modelación matemática y la construcción de planes de clase de modelación matemática, posibilitaron el desarrollo de los conocimientos en modelación matemática del futuro profesor, integrando esta como herramienta o vehículo para la enseñanza y como objeto de estudio mismo.

La investigación también muestra que el acompañamiento por parte de los profesores (formadores de profesores) por medio de las asesorías, posibilitó procesos de retroalimentación que permitieron el avance en el desarrollo y en la consolidación de conocimientos propios de la modelación matemática y del futuro campo profesional de los estudiantes.

En conjunto, las respuestas ofrecidas a las tres preguntas complementarias fueron insumos para comprender las estrategias de evaluación formativa que se pueden implementar en un curso y, por ende, aportar una respuesta a la pregunta que, de manera global, dirigió esta investigación. En este sentido, la investigación muestra cómo los proyectos de modelación, los planes de clase, las asesorías continuas y la construcción colectiva de rúbricas se convierten en estrategias formativas en el conocimiento del futuro profesor de matemáticas, siempre que se articule a los principios de la evaluación formativa.

Entonces, a partir de los resultados de este estudio, las estrategias de evaluación formativa del conocimiento del profesor fueron:

- i) **Proyectos de modelación:** En la literatura se han defendido como productos para una evaluación sumativa del conocimiento de los estudiantes o como una tarea para hacer modelación matemática. En este estudio, se consideraron como una estrategia de evaluación formativa, ello implicó que el acompañamiento por parte de los profesores se diera a lo largo de todo el curso, lo que generó un diseño a la luz de los principios de evaluación formativa que relacionó otras estrategias como presentaciones orales, construcción colectiva de rúbricas de evaluación y procesos de retroalimentación constante con los proyectos.
- ii) **Construcción de planes de clase:** La literatura resalta la importancia de un dominio, por parte de los futuros profesores de matemáticas, de la creación o selección de problemas de modelación que se articulan con el contexto y las necesidades de los estudiantes. En la presente investigación, los planes de clase se consolidaron como una estrategia de evaluación formativa en la medida en que vincularon los conocimientos de la modelación como herramienta y de la modelación como objeto de aprendizaje, los cuales son propios del futuro campo profesional de un profesor de matemáticas. Alcanzar el desarrollo de dichos conocimientos implicó el desarrollo continuo de asesorías y la construcción colectiva de una rúbrica de evaluación.

- iii) **Asesorías continuas:** Las asesorías en la presente investigación, se convirtieron en herramientas que posibilitaron el desarrollo tanto de los planes de clase, como de los proyectos de modelación matemática. Por medio de estas, se logró desarrollar procesos de retroalimentación en donde los estudiantes se apropiaron de su aprendizaje y el de sus compañeros, asunto que se discute en los desarrollos teóricos de la evaluación formativa.
- iv) **Otras estrategias:** las presentaciones orales, la construcción de rúbricas de evaluación, los documentos escritos y las discusiones se consolidaron como estrategias de evaluación formativa en la medida en que cada una de ellas aportó al desarrollo de los conocimientos de los futuros profesores de matemáticas. Estas estrategias se orientaron a partir de los principios de evaluación formativa, las cuales posibilitaron aclarar y compartir intenciones de aprendizaje, dar evidencia de los avances y estado en la comprensión de un tema, posibilitar la retroalimentación o activar a los estudiantes como propietarios de su aprendizaje.

Estas estrategias se concibieron en un entorno particular de un curso, en ese sentido, aunque en este documento se analizaron de manera independiente, en el contexto del curso se relacionaron continuamente. Esta interrelación se dio dado que el propósito del curso fue que los futuros profesores de matemáticas se vincularan con la modelación matemática como actividad científica y herramienta que posibilita la construcción del conocimiento matemático estableciendo relaciones con el contexto. Ello implica que todos los conocimientos que se evalúan de manera formativa deben aportar al desarrollo de su futuro desempeño profesional. Por tanto, el conocimiento que se alcanzó en las clases, a través de los proyectos y la construcción de planes de clase, aportaron para que los estudiantes se proyecten como profesores de matemáticas que pueden enseñar matemáticas a través de la modelación y pueden promover el desarrollo de habilidades en la modelación. Estos elementos involucran las visiones de modelación como herramienta y como objeto.

Este estudio se enfocó en la construcción de planes de clase y el desarrollo de proyectos de modelación y sus interrelaciones con otras estrategias. Sin embargo, el conocimiento del profesor no solo se promueve con estas estrategias. Por lo cual, el curso tuvo presentes el estudio de situaciones de modelación, lectura de informes de investigaciones, presentaciones de expertos en modelación, la participación del Seminario Repensar las Matemáticas (SRM), entre otras. En ese

sentido, se motiva a nuevas investigaciones que indaguen por el potencial que tienen esas otras estrategias en el desarrollo del conocimiento de los profesores de matemáticas.

Por otro lado, se motiva a nuevos estudios que articulen los desarrollos de este curso y la práctica pedagógica (*practicum*), ya que los planes de clase que construyeron los futuros profesores de matemáticas no se implementaron en el aula. En ese sentido, ¿qué implicaciones puede generar que los profesores implementen sus planes de clase? ¿qué conocimientos se desarrollan en dicha implementación? El estudio, también invita a que se investigue y discuta el papel que tiene la construcción colectiva de rúbricas de evaluación, de manera que se rompa la tensión entre factores normativos y formativos que se presentan.

Anexos

I. Anexo A

Consentimiento informado

Participación en el proyecto de investigación “Evaluación en modelación matemática”

La Universidad de Antioquia y la Facultad de Educación a través de la Maestría en Educación se propone desarrollar el proyecto de investigación “**evaluación en modelación matemática**”. En el marco de este proyecto se busca producir conocimiento sobre las estrategias de evaluación formativa que se pueden implementar en un curso de formación de futuros profesores de matemática. En ese sentido, los datos que serán importantes para el análisis en la investigación son:

- Videos que registran cada una de las sesiones de clase.
- Diálogos, documentos y demás recursos que se utilice en clase.
- Audios y videgrabaciones de entrevistas.

Por lo anterior, les solicitamos su colaboración y respaldo en este ejercicio autorizando la toma de estos datos a través de los medios anteriormente mencionados. Estos datos serán analizados única y exclusivamente con fines académicos. Sobre la participación en el proyecto informamos que:

1. La participación en el proyecto es voluntaria.
2. Los estudiantes se pueden retirar de la investigación en cualquier momento sin que eso represente un perjuicio para ellos.
3. La participación en la investigación no tendrá efectos sobre la calificación (notas) de los desempeños de los estudiantes.
4. Los estudiantes no tendrán incentivos económicos por su participación en el proyecto.
5. Toda la información obtenida será archivada en papel y medio electrónico. El archivo se guardará en la Universidad de Antioquia bajo la responsabilidad del equipo de trabajo.
6. La información recolectada solo se utilizará para fines académicos. En caso de requerir usar alguna imagen o transcripción para algún informe de investigación se hará guardando la identidad de los participantes.

Agradecemos su aporte a la comunidad científica y educativa del país, con certeza permitirán ampliar los desarrollos y comprensiones que se tienen sobre los ambientes que propician un aprendizaje de las matemáticas.

Manifiesto que no he recibido presiones verbales, escritas y/o mímicas para participar en el estudio; que dicha decisión la tomoó en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarme bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas, consciente y libremente.

He leído y escuchado satisfactoriamente las explicaciones sobre la participación en esta investigación; así mismo, se me brindó copia del consentimiento informado y he tenido la oportunidad de hacer preguntas a las cuales se me han respondido satisfactoriamente, por lo que estoy de acuerdo en participar en ella y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

Firma de estudiante

Nombre:

Número de identificación:

Tel:

Fecha:

Firma del Investigador Principal

Facultad de Educación – Universidad de Antioquia