

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE NÚMEROS ENTEROS BAJO
LA TEORÍA ACODESA EN ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO DEL COLEGIO DE LA
PRESENTACIÓN DE BUCARAMANGA

GUSTAVO ADOLFO CUEVAS MARTÍNEZ

LUDWING JAVIER ORTIZ SANCHEZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

2020

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE NÚMEROS ENTEROS BAJO LA
TEORÍA ACODESA EN ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO DEL COLEGIO DE LA
PRESENTACIÓN DE BUCARAMANGA

GUSTAVO ADOLFO CUEVAS MARTÍNEZ

LUDWING JAVIER ORTIZ SANCHEZ

Asesora

DIANA MILENA ESCOBAR FRANCO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

2020

Agradecimientos

A Dios por brindarnos la salud y la sabiduría para cumplir esta importante meta y crecer profesionalmente.

A nuestros padres y hermanos por el incondicional apoyo durante el tiempo que transcurrió el estudio de la maestría.

A la Hna. Mónica P. Durán y al Colegio de La Presentación de Bucaramanga por su colaboración y consentimiento con el uso de todos sus espacios en el desarrollo de las actividades aplicadas.

A Luis Ernesto Carvajal Vera por su colaboración, apoyo y orientación durante todo este tiempo.

A la magister Diana Milena Escobar, por su disposición, profesionalismo y aportes en la construcción de este proyecto académico.

Al trabajo en equipo construido con mi compañero, por la disponibilidad y el esfuerzo conjunto dedicado.

Resumen

El siguiente proyecto de investigación tiene como objetivo analizar la contribución de una secuencia didáctica diseñada a partir de las fases de la teoría ACODESA, para el aprendizaje del componente numérico. Debido al bajo desempeño de las pruebas Saber, Avancemos y a las dificultades que se presentan con la comprensión de los números enteros en el aula de clase, se tiene la necesidad de diseñar una estrategia didáctica enfocada en el aprendizaje de suma y resta de los números enteros que implemente una serie de juegos que permita superar estas debilidades presentes mediante sus innovadoras aplicaciones, las actividades lúdicas son adaptaciones de juegos que tienen materiales tradicionales para los estudiantes como son: El parques, el lanzamiento de dados, cartas de póker, escaleras y lecturas, cada juego se relaciona con una de las fases de la metodología ACODESA las cuales fortalecen el trabajo colaborativo, la autorreflexión y evidencian un proceso metacognitivo en los estudiantes.

Los resultados de la implementación de esta propuesta se analizaron bajo la metodología de investigación cualitativa fenomenológica, tomando una muestra selectiva de quince estudiantes de sexto grado, está permite describir las experiencias, considerar las reflexiones, así como el identificar las estrategias de solución y los aprendizajes en el componente numérico-variacional, y de esta manera lograr en los estudiantes buenos resultados en las pruebas (externas e internas) y su proceso académico.

Palabras clave: Teoría ACODESA, juego, aprendizaje de los números enteros.

Tabla de contenido

Introducción.....	12
Planteamiento del Problema	14
Justificación	23
Objetivos.....	25
Objetivo General.....	25
Objetivos Específicos	25
Estado del Arte	26
El juego como metodología de enseñanza para la adición y sustracción de números enteros.....	27
Secuencia didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros.....	28
Secuencias didácticas bajo el marco de la teoría ACODESA	29
La enseñanza de los números enteros bajo el marco de la teoría ACODESA	31
Marco Conceptual.....	32
Referentes Legales.....	32
Ley General de la Educación.....	33
Lineamientos Curriculares en Matemáticas	33
Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.....	34
Los Derechos Básicos de Aprendizaje	34
Matriz de referencia de matemáticas	35
Colegio de La Presentación de Bucaramanga	36
Referentes Históricos.....	37
El conjunto de los números enteros	37
Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros.....	39
Referentes disciplinares	40
Los números enteros	41
Construcción de los números enteros	41
Representación de los números enteros en la recta numérica	46
Marco Teórico	46
Metodología ACODESA.....	46
I. Trabajo individual	48
II. Trabajo en equipo:.....	48

III. Debate:	48
IV. Autorreflexión:	48
V. Institucionalización del conocimiento:.....	48
El juego.....	49
El juego en la enseñanza.....	51
El pensamiento numérico-variacional	53
Pensamiento numérico.....	54
Pensamiento variacional	55
Aprendizaje y metacognición	56
El juego, la teoría ACODESA y el aprendizaje.....	60
Diseño Metodológico	61
Ruta metodológica.....	61
La población de estudio.....	63
Aspectos éticos	64
Análisis de datos	65
Instrumento para la recolección de datos.....	66
Actividades de la propuesta didáctica basadas en la metodología ACODESA.....	69
Aprestamiento (prueba diagnóstica).....	73
Guía didáctica N°1.....	74
Contextualización	75
Fase 1. Trabajo Individual	77
Fase 2: Trabajo Grupal	78
Fase 3: Debate	79
Fase 4: Autorreflexión.....	80
Fase 5: Institucionalización	81
Guía didáctica N°2.....	82
Contextualización	82
Fase 1: Trabajo individual	83
Fase 2: Trabajo grupal	85
Fase 3: Debate	86
Fase 4: Autorreflexión.....	87
Fase 5: Institucionalización	88

Revisión y validación de las actividades	89
Recolección y análisis de datos	90
Recolección de datos	90
Descripción del trabajo de campo	92
Prueba diagnóstica y juego “Avanzo o retrocedo”	92
Análisis de datos	99
Trabajo individual.....	99
Trabajo grupal.....	108
Debate	115
Autorreflexión	121
Institucionalización del conocimiento	125
Conclusiones.....	127
Recomendaciones	129
Referencias	131
Anexos	137
Guía didáctica N°1.....	137
Contextualización	137
Fase 1. Trabajo Individual	138
Fase 2: Trabajo Grupal	139
Fase 3: Debate	141
Fase 4: Reflexión.....	142
Fase 5: Institucionalización	143
Actividades para la suma y resta de números enteros	143
Guía didáctica N°2.....	143
Contextualización	143
Fase 1: Trabajo individual	144
Fase 2: Trabajo grupal	146
Fase 3: Debate	148
Fase 4: Reflexión.....	149
Fase 5: Institucionalización	149
Consentimientos	149
Bitácora.....	151

Índice de figuras

Figura 1	<i>Resultados</i>	
<i>Colombia en las pruebas Pisa 2015</i>		14
Figura 2		
<i>Resultados Colombia y Latinoamérica en las pruebas PISA 2015</i>		16
Figura 3	<i>Resultados en</i>	
<i>matemáticas Colegio de La Presentación de Bucaramanga</i>		17
Figura 4		
<i>Resultados en matemáticas Colegio de La Presentación de Bucaramanga por niveles</i>		18
Figura 5	<i>Desempeño</i>	
<i>de cada uno de los componentes de matemáticas en las pruebas SABER 2017 del colegio de La Presentación de Bucaramanga</i>		19
Figura 6		
<i>Desempeño del componente numérico-variacional en las pruebas AVANCEMOS del 2019 en estudiantes del grado sexto</i>		20
Figura 7		
<i>Representación de los conjuntos numéricos por medio de diagramas</i>		41
Figura 8		
<i>Representación de los números enteros en la recta numérica</i>		46
Figura 9		
<i>Metodología de la teoría ACODESA</i>		47
Figura 10	<i>Razones</i>	
<i>para usar el juego como un recurso didáctico en el aula</i>		50
Figura 11		
<i>Relación del aprendizaje, el juego y la teoría ACODESA con la comunicación</i>		61
Figura 12		
<i>El buzo y el mar</i>		73
Figura 13		
<i>Estructura de la guía didáctica para el desarrollo de las clases en el colegio de La Presentación de Bucaramanga</i>		75
Figura 14		
<i>Desarrollo del juego “Avanzo o retrocedo”</i>		92
Figura 15		
<i>Red sistémica general del aprendizaje de la suma y resta de números enteros</i>		94
Figura 16		
<i>Categorías de análisis de la fase del trabajo individual</i>		95
Figura 17		
<i>Categorías de análisis de la fase del trabajo grupal</i>		95
Figura 18		
<i>Categorías de análisis de la fase del debate</i>		96
Figura 19		
<i>Categorías de análisis de la fase de autorreflexión</i>		96
Figura 20		
<i>Categorías de análisis de la fase de institucionalización del conocimiento</i>		97

Figura 21	
<i>Evidencia de la rejilla de reflexión excluida del análisis</i>	98
Figura 22	
<i>Evidencia de la rejilla de reflexión excluida del análisis</i>	98
Figura 23	
<i>Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la actividad validadora</i>	100
Figura 24	
<i>Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora</i>	101
Figura 25	
<i>Evidencia del estudiante E3 del desarrollo de la actividad validadora</i>	102
Figura 26	
<i>Representación de la recta numérica por parte del estudiante E1</i>	102
Figura 27	
<i>Representación de la recta numérica por parte del estudiante E4</i>	103
Figura 28	
<i>Evidencia del estudiante E5 del desarrollo de la actividad validadora</i>	104
Figura 29	
<i>Preguntas de la lectura “El cero”</i>	106
Figura 30	
<i>Tablero del juego ¡STOP!</i>	107
Figura 31	
<i>Evidencia del estudiante E6 del desarrollo de la actividad validadora</i>	108
Figura 32	
<i>Preguntas del juego “Camino hacia la meta”</i>	109
Figura 33	
<i>Evidencia del estudiante E7 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	110
Figura 34	
<i>Evidencia del estudiante E7 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	110
Figura 35	
<i>Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora</i>	111
Figura 36	
<i>Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora</i>	112
Figura 37	
<i>Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	113
Figura 38	
<i>Evidencia del estudiante E9 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	114
Figura 39	
<i>Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	115
Figura 40	
<i>Evidencia del estudiante E10 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	117
Figura 41	
<i>Evidencia del estudiante E11 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	117
Figura 42	
<i>Evidencia del estudiante E12 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	118
Figura 43	
<i>Preguntas de la lectura “El enemigo del enemigo”</i>	119

Figura 44	
<i>Preguntas del juego “Pierde o gana”</i>	119
Figura 45	
<i>Evidencia del estudiante E13 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	122
Figura 46	
<i>Evidencia del estudiante E14 del desarrollo de la rejilla de reflexión</i>	122
Figura 47	
<i>Evidencia del estudiante E4 del desarrollo de la actividad validadora</i>	124
Figura 48	
<i>Evidencia del estudiante E15 del desarrollo de la actividad validadora</i>	124
Figura 49	
<i>Parqués de 6 Jugadores</i>	140
Figura 50	
<i>Camino hacia la meta</i>	144
Figura 51	
<i>Punto gol</i>	148

Índice de tablas

Tabla 1	<i>Formato de</i>
<i>la bitácora</i>	67
Tabla 2	
<i>Rejilla de reflexión</i>	68
Tabla 3	
<i>Cronograma para la aplicación de cada una de las actividades</i>	69
Tabla 4	
<i>Abreviatura de los aprendizajes del componente numérico- variacional de los números enteros</i>	70
Tabla 5	
<i>Abreviaturas de los aprendizajes del juego</i>	71
Tabla 6	
<i>Abreviatura de los obstáculos epistemológicos de la enseñanza y aprendizaje de los números enteros</i>	72
Tabla 7	
<i>Juego avanza o retrocede</i>	76
Tabla 8	
<i>Lectura el cero</i>	77
Tabla 9	
<i>Juego el parqués</i>	78
Tabla 10	
<i>Lectura del Enemigo de mi enemigo</i>	79
Tabla 11	
<i>Fase de Autorreflexión</i>	80
Tabla 12	
<i>Fase de institucionalización</i>	81
Tabla 13	
<i>Juego: camino hacia la meta</i>	82
Tabla 14	
<i>Juego: ¡STOP!</i>	84
Tabla 15	
<i>Juego: Pierde o Gana</i>	85
Tabla 16	
<i>Juego: Pierde o gana</i>	86
Tabla 17	<i>Fase</i>
<i>de autorreflexión</i>	87
Tabla 18	
<i>Fase de institucionalización</i>	88
Tabla 19	
<i>Identificación de los estudiantes para el análisis de datos</i>	99
Tabla 20	
<i>STOP aritmético</i>	145

Introducción

De manera recurrente se ha identificado en el contexto escolar de la educación básica secundaria del Colegio de La Presentación, dificultades u obstáculos en el aprendizaje del componente numérico-variacional. Así mismo, pruebas estandarizadas como las Saber, Pisa y Avancemos, las cuales establecen criterios que analizan el desempeño y nivel de formación en matemáticas, han arrojado que los estudiantes del Colegio de La Presentación presentan un bajo desempeño en la interpretación, operación y aplicación de los números enteros en situaciones relacionadas con estos. También se destaca el desinterés que tienen algunos estudiantes en el aula de clase hacia las matemáticas, lo que conduce a que el rendimiento académico en esta asignatura sea básico y bajo.

Por lo tanto en búsqueda de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, se propone una estrategia didáctica a partir de la metodología ACODESA, enfocada en el componente numérico-variacional y dirigida a los estudiantes del grado sexto del Colegio de La Presentación de Bucaramanga. Con esta pretendemos fortalecer el aprendizaje de la suma y resta de números enteros, a través de las actividades lúdicas compuestas de juegos que favorezcan el interés de los estudiantes permitiendo potenciar la comunicación, la autorreflexión y el trabajo colaborativo en ellos.

El presente trabajo de investigación se encuentra dividido en los siguientes capítulos; el primero está conformado por la contextualización del estudio, pues se menciona, el planteamiento del problema, la pregunta que surgió de este, los antecedentes encontrados y los objetivos que se desean alcanzar en el desarrollo del proyecto. El segundo capítulo es el marco conceptual, en el cual se encuentra los referentes legales, el contexto histórico bajo el cual se desarrolla el estudio y

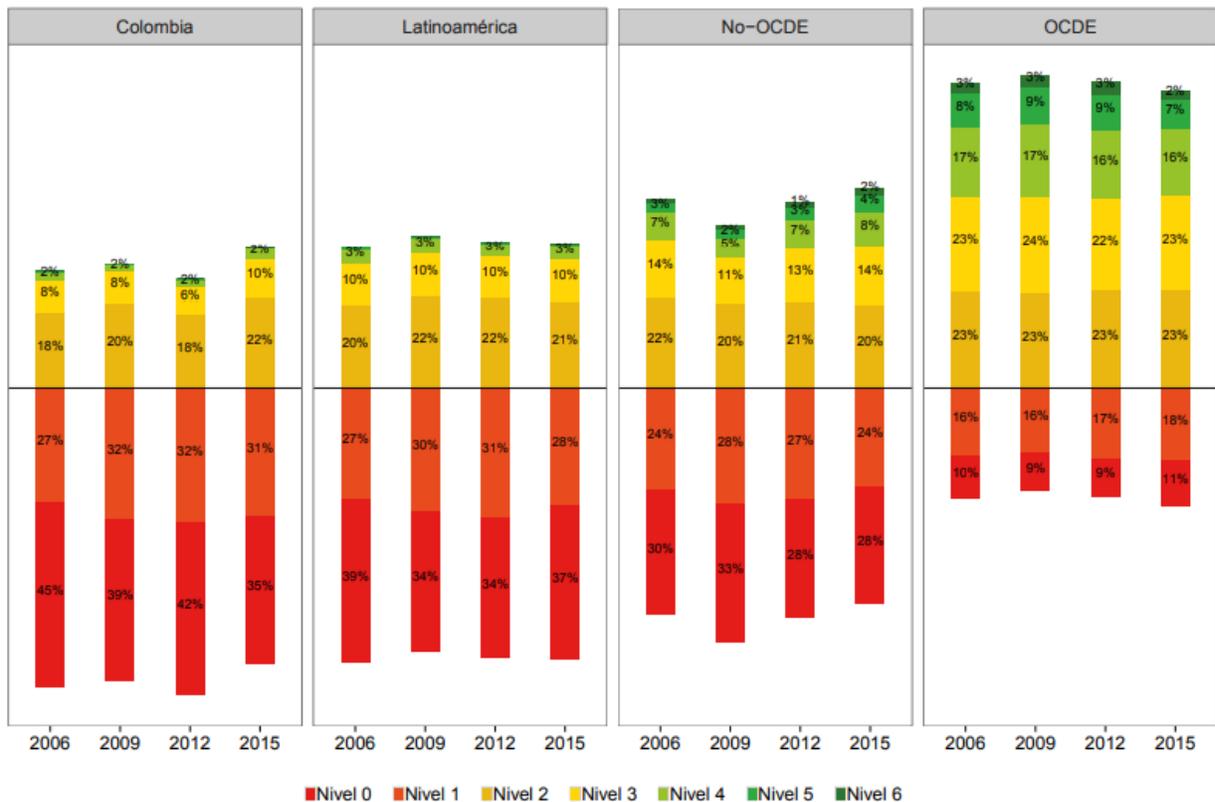
los referentes disciplinares enfocados al componente numérico de las matemáticas. El capítulo tres, el marco teórico, es referente a la teoría ACODESA propuesta por Hit (2014), las relevantes concepciones del juego y el aprendizaje desde la metacognición, además la definición conceptual del componente numérico-variacional. Siguiendo en el capítulo cinco, hace referencia al diseño metodológico, en él se describe cada una de las fases de la fundamentación del estudio, también se precisa la manera de diseñar y aplicar las actividades que componen la secuencia didáctica desde el aprendizaje de la suma y resta de los números enteros enfocada a las fases de la metodología ACODESA. Para el capítulo seis, se especifica el análisis de las evidencias encontradas desde su aplicación y finalmente se presentan las conclusiones, recomendaciones y la lista de referencias usadas en este proyecto de investigación.

Planteamiento del Problema

El análisis documental de las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), las cuales permiten evaluar la calidad educativa en los países miembros de Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y otras naciones, aplicadas en el año 2015 muestran las cifras que se ven en el siguiente gráfico, con respecto a los resultados obtenidos en la prueba de matemáticas.

Figura 1

Resultados Colombia en las pruebas Pisa 2015



A nivel mundial, Colombia presenta un progreso con respecto a las pruebas aplicadas en los años anteriores, sin embargo, los países pertenecientes a la OCDE y los que no pertenecen a esta organización, evidencian un nivel más significativo en los niveles promedio en la prueba de

matemáticas, teniendo en cuenta que el nivel 2 es el mínimo esperado por PISA. Según los resultados de las pruebas en el año 2015, Colombia presenta un 66% del total de los estudiantes en los niveles 0 y 1, mientras que los miembros de la OCDE ubican en promedio el 29% de los estudiantes en estos mismos niveles. Una de las posibles causas de los resultados obtenidos en Colombia, es la amplia brecha que tiene el país con respecto a los países más desarrollados. Según el Índice de Desarrollo Humano (IDH, 2018) el país obtuvo un valor de 0,747, frente a otras naciones miembros de la OCDE como Francia, Singapur, Finlandia o Estados Unidos con un promedio de 0,932.

Esta propuesta de profundización se enfocará en el componente numérico- variacional y aunque a nivel internacional no se conoce específicamente los desempeños para este, si se le ha dado gran importancia en los diferentes currículos de matemáticas. Según Almeida y Perdomo (2014) la caracterización del sentido numérico que más ha influenciado a nivel mundial es el establecido por el NCTM (1989):

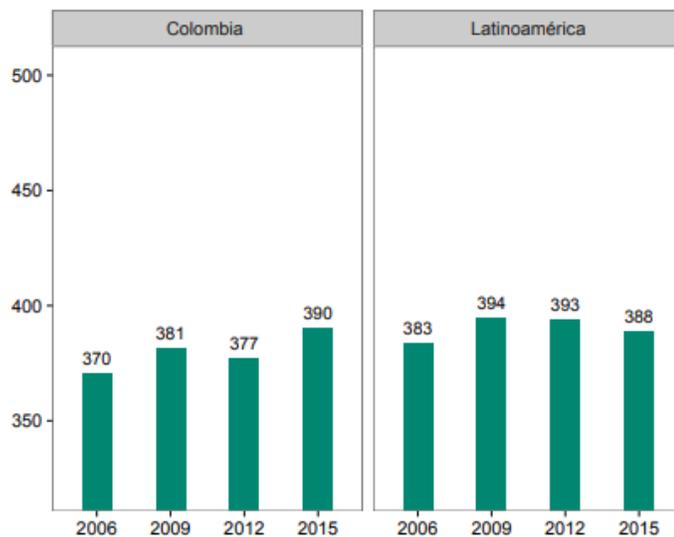
Tener un buen entendimiento del significado de los números; desarrollar múltiples relaciones entre los números; reconocer la magnitud relativa de los números; conocer el efecto relativo de las operaciones en los números, y desarrollar referentes para medir objetos comunes y situaciones de su entorno. (p. 34)

Además, en países como Taiwán y España se han realizado investigaciones en la educación primaria y secundaria para analizar las habilidades que tienen los estudiantes para la comprensión de los conjuntos numéricos en diferentes contextos, a su vez se resaltan dificultades que se han presentado en los estudiantes al estudiar los números, sus relaciones, representaciones y operaciones.

En comparación con los resultados obtenidos de la prueba en matemáticas en Latinoamérica, Colombia mantiene un nivel similar con un promedio de 390 puntos, respecto a 388 de los países de la región.

Figura 2

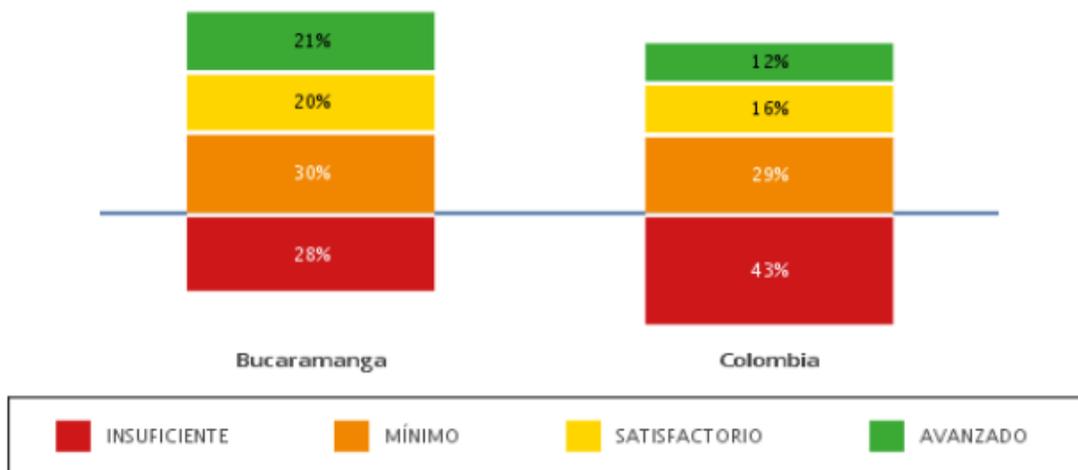
Resultados Colombia y Latinoamérica en las pruebas PISA 2015



En el caso de Colombia, según el reporte de los resultados de las Pruebas Saber 2017 publicados por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) en el 2018, último año que se tiene referencia en el área de matemáticas del grado 5°, se presenta el siguiente gráfico.

Figura 3

Resultados en matemáticas Colegio de La Presentación de Bucaramanga



Nota: Pruebas Saber 2017- Colegio de La Presentación de Bucaramanga. Tomado de ICFES (2017)

Lo anterior refleja que aún hay necesidades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que el 72% de los estudiantes de Colombia se ubican en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo, frente a un 28% que se localizan en los niveles satisfactorio y avanzado. Al realizar la comparación de los datos de los resultados a nivel nacional y en Bucaramanga, se presenta un avance significativo del porcentaje de los estudiantes que se ubican en casi todos los niveles de desempeño, el 58% se encuentran en los niveles mínimo e insuficiente y un 41% se ubican en avanzado y satisfactorio.

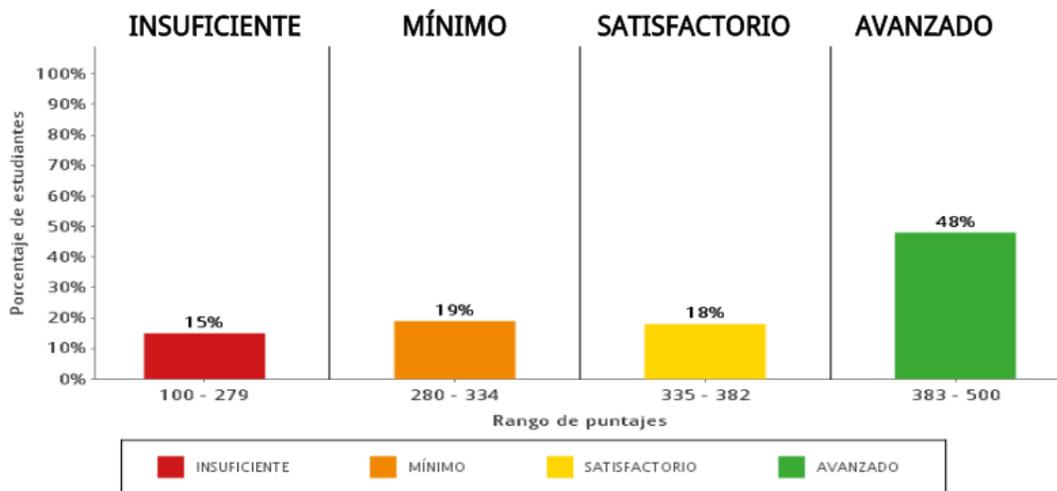
Con respecto al componente numérico, según la edición 21 del Boletín SABER En Breve que analiza los resultados de las pruebas SABER 3°, 5° y 9°, para tres aprendizajes evaluados en estas pruebas para el grado 5°, “Describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones” (competencia Comunicación), “Resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes” (competencia

Resolución) y “Analiza relaciones de dependencia en diferentes situaciones” (competencia Razonamiento) se evidencia que más del 50% de los estudiantes respondieron incorrectamente las preguntas en estos aprendizajes.

En el caso del Colegio de La Presentación, una institución de carácter privado ubicado en la ciudad de Bucaramanga con grados de escolaridad desde prejardín hasta undécimo obtuvo los siguientes resultados en estas pruebas en el área de matemáticas:

Figura 4

Resultados en matemáticas Colegio de La Presentación de Bucaramanga por niveles



Nota: Resultados por niveles de aprendizaje de la asignatura de matemáticas de las Pruebas Saber 2017- Colegio de La Presentación de Bucaramanga. Tomado de ICFEZ (2017)

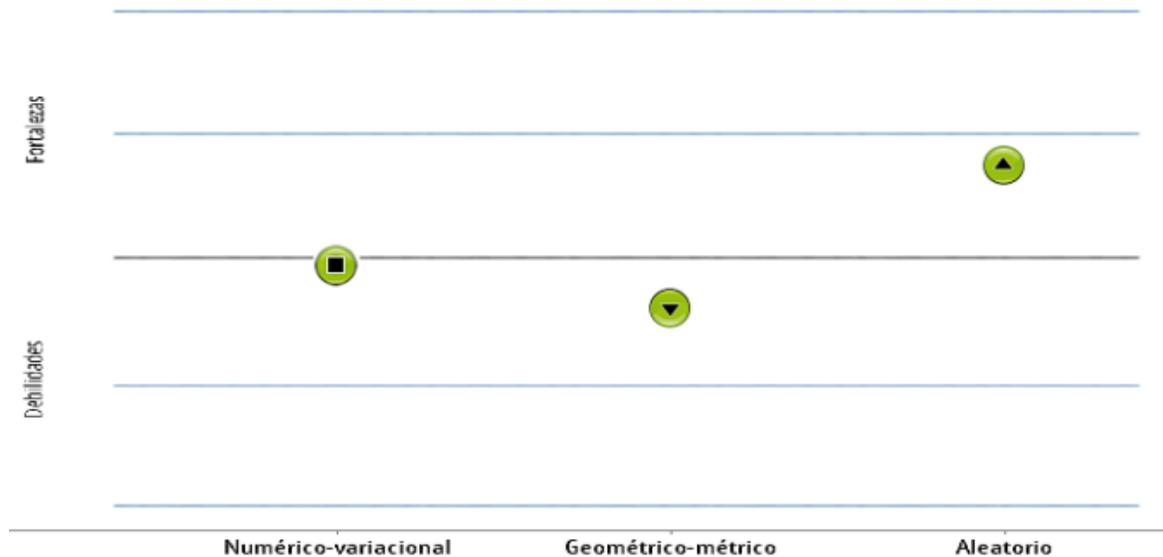
La anterior gráfica permite identificar que más de la mitad de los estudiantes se encuentran en los niveles satisfactorio y avanzado, sin embargo, un porcentaje significativo (34%) se ubican en los niveles insuficiente y mínimo. Teniendo en cuenta que un total de 72 estudiantes del grado quinto fueron evaluados en estas pruebas, 27 estudiantes estuvieron en los niveles inferiores, una cantidad bastante considerable. Así mismo, las Pruebas Saber 3°, 5° y 9° evalúan las diferentes

áreas de conocimiento en tres competencias, razonamiento, comunicación y resolución, además de tres componentes: numérico- variacional, geométrico- métrico y aleatorio.

La siguiente gráfica señala las fortalezas y debilidades de los componentes en matemáticas de los estudiantes del grado quinto del Colegio de La Presentación.

Figura 5

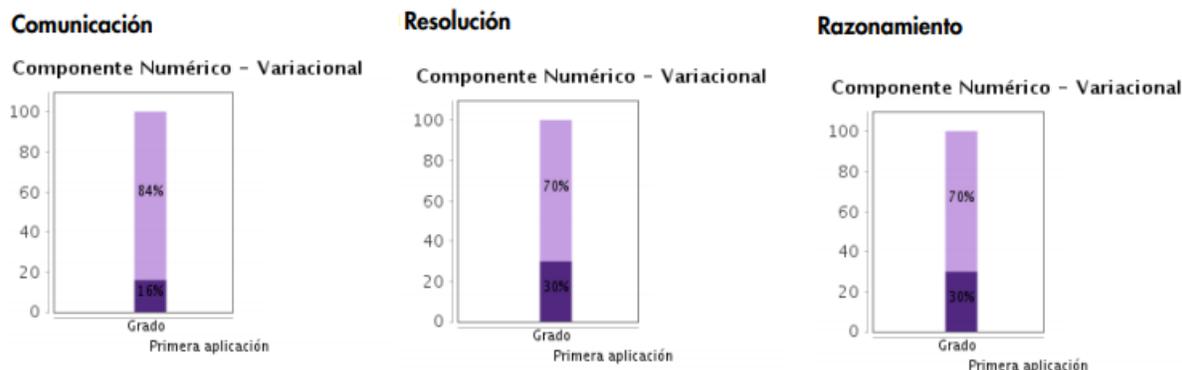
Desempeño de cada uno de los componentes de matemáticas en las pruebas SABER 2017 del colegio de La Presentación de Bucaramanga



Particularmente, el componente numérico-variacional se localiza sobre una media esperada, reflejando una leve tendencia hacia una debilidad. Además, en el año 2019, se aplicó en la institución la Prueba Avancemos para los grados 4°, 6° y 8°, la cual también evaluó a los estudiantes por competencias y componentes, lo que reflejó los resultados con respecto al componente numérico-variacional en el grado 6° en cada de una de las competencias.

Figura 6

Desempeño del componente numérico-variacional en las pruebas AVANCEMOS del 2019 en estudiantes del grado sexto



Según el *Marco de Referencia Avancemos 468*, la prueba evalúa las habilidades que deben desarrollar los estudiantes. Para el componente numérico variacional se tuvo en cuenta:

El significado del número y la estructura del sistema de numeración; el significado de las operaciones, la comprensión de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos, el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos, a la variación inversa y la noción de función. (p. 12)

Además, cada pregunta de la prueba está enfocada en un componente, una competencia y un aprendizaje, de acuerdo con las matrices de referencia de matemáticas. Los aprendizajes comprendidos fueron:

- Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos

- Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (naturales o fracción) y hacer traducciones entre ellas
- Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones
- Reconocer y predecir patrones numéricos
- Justificar propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos
- Justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas
- Analizar relaciones de dependencia en diferentes situaciones
- Usar y justificar propiedades (aditiva y posicional) del sistema de numeración decimal
- Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución
- Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicativo, razón y producto cartesiano
- Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa
- Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón

De los resultados mostrados anteriormente, se deben implementar cambios en los procesos de aprendizaje de los diferentes conjuntos numéricos. Según Flores (2014) uno de los principales problemas en el proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, es el uso de métodos y materiales tradicionales, por lo que se obtiene una apatía por parte de los estudiantes en esta asignatura. En la institución en algunos momentos de reflexión y en diálogos en el aula con los estudiantes, han manifestado un desinterés y poca motivación por participar de las clases de

matemáticas, debido a que las clases se tornan monótonas y aburridas, por lo que su rendimiento académico es bajo.

Por lo tanto, los profesores y formadores en matemáticas de la institución tienen el reto de aplicar estrategias e insumos didácticos que permitan la resolución de dicha problemática. Es por eso, que para esta propuesta se ha pensado en el juego, debido a que es considerado una estrategia que genera en los estudiantes motivación captando su atención, además, debido a la edad que presenta la población este tipo de actividades fortalece el trabajo en equipo, la interacción y la comunicación. Igualmente, la UNICEF (2018) sugiere que el juego es una de las formas más importantes en que los niños adquieren conocimientos y múltiples competencias esenciales que resaltan dos aspectos fundamentales la capacidad de acción y el control de la experiencia, la primera hace referencia a la capacidad de tomar decisiones y la segunda al papel activo que toman ellos donde se reconocen como personas autónomas y agentes de su propio aprendizaje lúdico. También, esta organización caracteriza al juego como provechoso, divertido, iterativo, social y activo. Así mismo, contribuye a que los estudiantes vean que los números no son solo cálculos innecesarios y sin sentido, sino que se debe evidenciar la aplicabilidad en situaciones de la vida cotidiana.

Por otro lado, en el colegio de La Presentación dentro del desarrollo de sus clases se realizan trabajos individuales y grupales, pero en muchas ocasiones los profesores no le dan una verdadera importancia a estas actividades; por eso con ayuda de la teoría ACODESA se pretende reforzar estas actividades, ya que combina estas dos fases con un ambiente de comunicación e interacción social, donde los estudiantes guiados por el profesor dan a conocer sus experiencias, procesos, soluciones e inquietudes en un ambiente tranquilo y de respeto, teniendo en cuenta que la comunicación en las matemáticas ha tomado cada vez más fuerza en los currículos, para la

adquisición de los conocimientos, por ejemplo, en los Lineamientos Curriculares se define como un proceso general y una necesidad común que permite comprender, interpretar y evaluar ideas.

Teniendo en cuenta que la debilidad del componente numérico-variacional aún se mantiene según los resultados de las Pruebas Saber 2017 y la Prueba Avancemos 2019 en los estudiantes del Colegio de La Presentación de Bucaramanga, se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo una secuencia didáctica diseñada a partir de las fases de la teoría ACODESA contribuye al aprendizaje del componente numérico a través de las operaciones de suma y resta de números enteros, mediado por el juego en estudiantes del grado sexto del Colegio de La Presentación de Bucaramanga?

Justificación

A partir de los resultados de las pruebas organizadas por entidades externas (Pruebas Saber 3°, 5° y 9° del año 2017 y Avancemos 4°, 6° y 8° del 2019) e internas (bajo rendimiento académico) es necesario diseñar unas estrategias didácticas enfocadas en el componente numérico-variacional, dirigidas a los estudiantes el grado 6° del Colegio de La Presentación de Bucaramanga, que permitan fortalecer el aprendizaje de los números enteros y así mismo superar las debilidades de este componente en las competencias evaluadas en las pruebas mencionadas anteriormente.

Según Quitián (2018) el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes es muy importante, ya que permite reconocer cantidades, comprender códigos universales, tener el sentido de la estimación y desarrollar el sentido común. El MEN (2006) afirma que:

Así pues, el desarrollo del pensamiento numérico exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los

cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan. (p. 60).

Así mismo, el estudio de los Sistemas Numéricos debe tener un gran énfasis en el pensamiento numérico, ya que estos permiten la comprensión de números, realizar estimaciones y en general, fortalecer las diferentes competencias (Obando y Vásquez, 2008).

Esta propuesta de investigación implementará el juego como estrategia didáctica en busca de superar las debilidades en los estudiantes del grado 6° en el componente numérico-variacional. Según Bustamante (2015) el juego debe ser considerado como una acción que permite potenciar experiencias creativas, aporte en la superación de miedos, incentive la creatividad, el riesgo y la posibilidad del error como una forma de aprender.

También, se empleará las fases de la teoría ACODESA, las cuales fortalecen el trabajo colaborativo y la autorreflexión. Godino (2004) citado por Pérez y Rodríguez (2017) considera que los estudiantes aprenden mejor las matemáticas mediante un trabajo en colaboración, ya que los estudiantes van construyendo el conocimiento e identificando dificultades o errores que se evidencian en la socialización de ideas.

Por tal razón, los resultados evidencian que se debe fortalecer el pensamiento numérico en los estudiantes del grado sexto, los cuales se encuentran en una edad de 10 a 12 años. Lo que nos lleva a implementar el juego como una herramienta de aprendizaje que motiva y estimula a los estudiantes en esta edad temprana, debido a que se aleja de tareas rutinarias, fortalece el trabajo individual, el trabajo en equipo, la comunicación y la interacción social. Estas ventajas del juego se relacionan con el enfoque de la teoría ACODESA, la cual tiene una metodología basada en la

interacción de los estudiantes. Por lo anterior, el juego y la teoría ACODESA permitirá incentivar el gusto por las matemáticas en los estudiantes del colegio de La Presentación de Bucaramanga.

La investigación espera contribuir a la superación de las debilidades en el componente numérico-variacional, y de esta manera lograr en los estudiantes buenos resultados en las pruebas (externas e internas) y su proceso académico. Además, el desarrollo de este componente permite el aprendizaje de los números, el efecto de las operaciones entre ellos y las relaciones de las cantidades y medidas (MEN, 1998).

Objetivos

Objetivo General

Analizar la contribución de una secuencia didáctica diseñada a partir de las fases de la teoría ACODESA, para el aprendizaje del componente numérico a través de las operaciones de suma y resta de números enteros, mediado por el juego en estudiantes del grado sexto del Colegio de La Presentación de Bucaramanga.

Objetivos Específicos

Diseñar una secuencia didáctica mediante las fases de la teoría ACODESA mediada por el juego, para el aprendizaje del componente numérico a través de la suma y resta de números enteros.

Aplicar la secuencia didáctica basada en las fases de la teoría ACODESA mediado por el juego, para el aprendizaje del componente numérico a través de la suma y resta de números enteros.

Describir la incidencia de la propuesta didáctica en el aprendizaje del componente numérico-variacional en los estudiantes del grado 6 del colegio de La Presentación de Bucaramanga.

Establecer las relaciones existentes entre los marcos teóricos de la teoría ACODESA y el juego.

Estado del Arte

Para la realización de este proyecto de investigación, se hizo una revisión bibliográfica de trabajos de grado, artículos de revista y otras producciones académicas, que vincula las temáticas a desarrollar en esta propuesta. Para esta búsqueda bibliográfica se tuvo en cuenta, la base de datos de la Universidad de Antioquia, el repositorio digital de documentos en educación matemática de la Universidad de los Andes, el catálogo bibliográfico de la Universidad Industrial de Santander y la base de datos de la Universidad del Valle.

Considerando lo mencionado anteriormente, el rastreo del material bibliográfico se enfoca en la búsqueda de los vínculos en los temas a tratar en esta investigación: secuencia didáctica, el juego como metodología de enseñanza, la teoría ACODESA y adición y sustracción de números enteros. Para el análisis de los documentos académicos hallados se establecieron las siguientes categorías: el juego como metodología de enseñanza para la adición y sustracción de números enteros, secuencia didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros, secuencias didácticas bajo el marco de la teoría ACODESA y el aprendizaje de los números enteros bajo el marco de la teoría ACODESA.

Por tal razón el objetivo de esta sección es identificar los marcos bibliográficos que sustenten y apoyan nuestra investigación

El juego como metodología de enseñanza para la adición y sustracción de números enteros

Cano, Salazar, Gómez y Delgado (2015) diseñaron y aplicaron una propuesta didáctica basada en el juego, para la comprensión de números enteros a partir del objeto didáctico denominado número relativo; para una sesión de clase con una duración de 80 minutos hecha en 110 estudiantes del grado séptimo. Estas actividades estuvieron enfocadas al contexto social en el que conviven los estudiantes. La metodología aplicada se basó en el análisis de un texto literario relacionado con los términos de los números enteros y una serie de actividades lúdicas con material concreto enfocadas en los desplazamientos de la recta numérica, lo cual generó una gran motivación por partes de los estudiantes, además, la manipulación con el material que permitió una mejor comprensión de las situaciones presentadas, todo esto ayudó a que los estudiantes identificaran y vieran la utilidad de los números enteros en diversos contextos. Por último, resaltan que estas actividades contribuyeron a la construcción de concepciones empíricas por partes de los estudiantes, por ejemplo, ganar es sumar y perder es restar.

También bajo esta misma línea de investigación, Garzón y Jiménez (2015) utilizaron el juego del parkés como una estrategia para la enseñanza-aprendizaje de números enteros, en esta actividad los estudiantes aprendieron con los colores de los dados los números negativos y positivos y luego lanzarlos para observar que operación debían aplicar con un tercer dado antes de hacer cualquier movimiento con las fichas. La metodología que ofreció diversión fue enfocada a desarrollar el aprendizaje significativo de los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa Eben-Ezer del municipio de Fusagasugá. La actividad se inició con un diagnóstico, el cual permitió identificar el pensamiento lógico-matemático que presentaban los estudiantes, generando en ellos un alto grado de interés y atención, logrando también el aprendizaje del tema sin complejidad y sin presión, puesto que de una manera implícita se resolvieron problemas con

ayudas de herramientas que son fáciles y están en el contexto de los estudiantes. Finalmente, se concluye que la secuencia didáctica-lúdica con juegos de mesa como el parqués sí funciona en la solución de operaciones básicas de números enteros, y a su vez actúa en el desarrollo del componente numérico-variacional.

Secuencia didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros

Desde la perspectiva de esta categoría, se logró hallar las siguientes investigaciones.

Pinilla (2016) diseñó una estrategia metodológica con enfoque socio-epistemológico que favoreció el aprendizaje de la adición y sustracción de números enteros, en los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Rafael Uribe Uribe del Municipio de Valparaíso de Antioquia. Esta investigación planteó una estrategia lúdica denominada “El Banco de Tapas”, aprovechando ciertas prácticas sociales del entorno de los estudiantes, como son: el uso de dados y los términos financieros, donde se involucró el uso y manipulación de material concreto, también se seleccionó un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), denominado “Jugando y aprendiendo”, donde los estudiantes desarrollaron varias actividades relacionadas con prácticas de su vida cotidiana como lo es pronóstico del tiempo y puntos de referencia en la ubicación. De modo que esta metodología contribuyó en los estudiantes una mejor comprensión de las operaciones de adición y sustracción de números enteros, considerándola una actividad atractiva por parte de ellos, que permitió romper con el esquema tradicional que se usa para la enseñanza de esta temática. Como conclusión, se pudo evidenciar el desarrollo de habilidades y aptitudes del trabajo colaborativo, además de los obstáculos epistemológicos que son frecuentes en el estudio del objeto matemático analizado.

Por otra parte, Becerra, Buitrago, Calderón y Cañadas (2016) desarrollaron una secuencia didáctica con estudiantes de grado séptimo de educación básica. Inicialmente se aplicó un

diagnostico denominado “Punto gol” en el que se pretende activar y verificar los conocimientos previos de todos los estudiantes, necesarios para el desarrollo de las otras tareas, que se desarrollan en las etapas de, motivación y reconocimiento de la situación a tratar, realización de la tarea, uso del material que contribuya con una solución y socialización de procedimientos y resultados. Por lo que todos estos componentes contribuyeron a que los estudiantes reconozcan y utilicen el vocabulario empleado en un enunciado que involucre adición y sustracción de números enteros, además de interpretar y resolver problemas en diferentes situaciones de la vida real que implique el concepto de número entero. Cada tarea de la secuencia fue abordada de manera individual y grupal en el aula, y comprendía el uso de las distintas representaciones de los números enteros en la recta numérica, situaciones de orden y valor absoluto. Por lo que en virtud de la aplicación de esta secuencia didáctica se espera que los estudiantes activen una sucesión de capacidades en la solución de cada tarea, como lo es la correspondencia de un número entero a un punto en la recta numérica, la traducción de una situación aditiva entre diferentes sistemas de representación y demás competencias relacionadas con la modelación, razonamiento y comunicación. De esta manera finalmente con base a la experiencia de este grupo de investigadores, se concluye que mediante las actividades dinámicas e información del contexto diario de los estudiantes se puede favorecer al aprendizaje de la adición y sustracción de números enteros, como también en la identificación de los posibles errores que pueden incurrir en los estudiantes (Becerra, Buitrago, Calderon, & María Cañadas, 2016).

Secuencias didácticas bajo el marco de la teoría ACODESA

Para esta categoría se encontraron una cantidad considerable de trabajos, por lo que a continuación se nombrarán algunos que resaltan los buenos resultados que se obtuvieron al implementar una secuencia didáctica bajo el marco de la teoría ACODESA.

Cortés, Hitt y Saboya (2014) diseñaron una serie de actividades ligadas a la construcción de los números poligonales en hojas de cálculo, usando herramientas digitales como LOGO o EXCEL. La investigación se centró en analizar los procesos naturales de la creación de expresiones algebraicas, bajo una metodología de construcción social del conocimiento (ACODESA) en estudiantes de diferentes niveles de secundaria de México y Canadá. Los investigadores crearon una concepción del pensamiento aritmético- algebraico y a partir de esta establecieron que la experimentación y el análisis de resultados se realizará bajo el marco teórico de la visualización matemática.

La secuencia didáctica diseñada fortaleció los procesos de visualización, además el uso de herramientas ayudó y permitió una mejor comprensión de las actividades. Por último, hacen referencia a seguir usando este tipo de situaciones, ya que el tiempo fue corto, pero resaltan que las etapas de autorreflexión y el debate científico de la teoría ACODESA fueron primordiales en la construcción del conocimiento.

La teoría ACODESA permite que los estudiantes tengan un rol activo durante el proceso educativo, Larios y Moran (2014) diseñaron e implementaron una secuencia de actividades didácticas bajo esta teoría, donde realizaron un acercamiento intuitivo de correlación lineal en estudiantes de un colegio de bachillerato en México. La secuencia constó de tres actividades que fomentaron el uso de la tecnología, hojas de cálculo y el software educativo Fathom, además para el análisis de datos se realizó teniendo en cuenta las habilidades de los alumnos y se puede clasificar en: generación especulativa de datos, interpretación verbal de gráficas e interpretación numérica de gráficas. Esta propuesta desarrollada bajo la teoría ACODESA, permitió evidenciar algunos avances como: la participación de los estudiantes, el trabajo en equipo, se incorporó la

tecnología para evitar procesos de cálculo tediosos y una buena comunicación de las ideas a los compañeros.

Por otro lado, Bustos y Zubieta (2018) implementaron una actividad de contenido geométrico diseñada bajo los lineamientos de la teoría ACODESA, cuyo fin fue la creación de un ambiente de interacción social y trabajo colaborativo. El objetivo de esta investigación fue analizar como los estudiantes construían de manera colaborativa una conjetura luego de realizarlo de manera individual. En este trabajo no se menciona el número de estudiantes que realizaron la actividad, pero si se mencionan que fue implementado en futuros profesores de matemática, además la investigación fue de corte cualitativo y el reporte muestra el análisis de resultados de un estudio de caso de 4 futuros profesores. Estas evidencias les permitieron concluir que las actividades diseñadas bajo esta metodología ayudaron a crear un ambiente propicio para el aprendizaje, donde inicialmente realizaron el trabajo individual para luego realizar el trabajo grupal y así comparar los diferentes puntos de vista. Bustos y Zubieta afirman que implementar la teoría ACODESA ayudó a mejorar la calidad de los argumentos matemáticos, sobre todo en las etapas de interacción grupal.

La enseñanza de los números enteros bajo el marco de la teoría ACODESA

En la revisión bibliográfica de las bases de datos mencionados anteriormente, sólo se encontró un trabajo realizado que está relacionado con esta categoría.

Parada, Pluinage y Sacristán (2013) crearon un sitio web con una serie de actividades dirigidas a profesores de matemáticas. Esta investigación tenía dos objetivos, el primero era analizar el dominio que tenían los profesores de los números con signos, mientras que el segundo era orientar una secuencia de aprendizaje para aplicarla y realizar una socialización de los resultados. Las actividades propuestas eran situaciones problema que fueron diseñadas mediante la

teoría ACODESA, además, se crearon a partir de las necesidades y aportes de los profesores. Esta investigación fue de carácter cualitativa y para el análisis de datos se hizo un enfoque desde la perspectiva del desarrollo de un repertorio compartido, realizando entrevistas y llevando un diario de campo.

Finalmente, en relación a esta búsqueda bibliográfica de investigaciones y publicaciones académicas que involucren el juego como metodología de aprendizaje para la adición y sustracción de números enteros, secuencia didáctica para la enseñanza de la adición y sustracción de números enteros, secuencias didácticas bajo el marco de la teoría ACODESA y la enseñanza de los números enteros enfocada en la teoría ACODESA, se demuestra que no existen investigaciones que involucren la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros bajo el marco de la teoría ACODESA, en la competencia cognitiva en estudiantes de grado sexto de secundaria.

Esta propuesta tiene la novedad de relacionar el juego, la teoría ACODESA y el aprendizaje de las matemáticas, ya que en las revisiones bibliográficas no se encontraron propuestas de este tipo, además, dentro del proceso de la planeación de la institución educativa no se encuentra contemplado el juego como un recurso didáctico para la enseñanza o aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de secundaria.

Marco Conceptual

Referentes Legales

El componente numérico y los números enteros están estrechamente ligados, además se encuentran en diversos contextos de la vida cotidiana. En el contexto escolar, el componente numérico está presente en la educación básica, mientras que el conjunto de los números enteros se

encuentra en los grados inferiores de la básica secundaria, lo anterior está fundamentado en los siguientes documentos oficiales:

Ley General de la Educación

La Ley 115 de febrero 8 de 1994 decretada por el Congreso de La República de Colombia, señala las normas que regulan el servicio educativo teniendo en cuenta las necesidades e intereses de las personas y establece los niveles escolares de la educación formal. Además, establece las áreas obligatorias y fundamentales que se deben ofrecer en el currículo y en el Proyecto Educativo Institucional.

Por otra parte, el artículo 22 señala los objetivos específicos de la educación básica en secundaria, el literal C menciona que los estudiantes deben desarrollar las capacidades del razonamiento lógico, mediante el dominio de los diferentes sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, todo esto debe ser utilizado para la interpretación y solución de problemas de la vida cotidiana.

Lineamientos Curriculares en Matemáticas

Los Lineamientos Curriculares proponen tres grandes aspectos para poder organizar el currículo en un “todo armonioso”. Uno de esos aspectos son los *conocimientos básicos*, los cuales hacen referencia a los procesos específicos que se desarrollan por medio del pensamiento matemático y los sistemas propios de las matemáticas. Estos procesos específicos están relacionados con los pensamientos matemáticos, uno de ellos es el pensamiento numérico y los sistemas numéricos.

El numeral 2. 4. 2. 1 menciona este conocimiento básico, el cual hace referencia a la comprensión y significado de los números, así como también a sus representaciones e

interpretaciones. Además, es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los Estándares de Competencias Básicas son criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles de calidad en la educación de todos los estudiantes en el país.

En los estándares en matemáticas se hace énfasis que en el conocimiento matemático hay dos tipos conocimientos básicos: el conceptual y el procedimental, el primero está más cercano a una reflexión y un conocimiento teórico, además está asociado con el *saber qué* y *saber por qué*, mientras que el segundo ayuda a la construcción del conocimiento conceptual y a permitir un uso eficaz de conceptos, proposiciones, teorías y modelos matemáticos.

En los Estándares Básicos de Competencias para el grado sexto a séptimo en el cual se realizará este trabajo, se destaca el Pensamiento numérico y Sistemas numéricos:

- Formula y resuelve problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos
- Resuelve problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación

Los Derechos Básicos de Aprendizaje

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) son un conjunto de saberes fundamentales que promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños y niñas del país cuando se

incorporan a los procesos de enseñanza, en otras palabras, son una selección de saberes claves que indican lo que deben aprender los estudiantes desde el grado 1° hasta 11°.

Al hacer una revisión en los DBA Vol. 2 teniendo en cuenta los temas a tratar en este trabajo de investigación, se encontró:

- DBA 1: Interpreta los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. Reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia y las utiliza para argumentar procedimientos).
- DBA 2: Utiliza las propiedades de los números enteros y racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.
- DBA 3: Reconoce y establece diferentes relaciones (orden y equivalencia) entre elementos de diversos dominios numéricos y los utiliza para argumentar procedimientos sencillos.

Matriz de referencia de matemáticas

Son un instrumento de consulta basado en los Estándares Básicos de Competencias, el cuál es bastante útil para que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizaje esperado para los estudiantes. Además, presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con lo que debería hacer o manifestar un estudiante en una competencia específica.

Al hacer una revisión teniendo en cuenta los temas a tratar en este trabajo de investigación, se encontraron los siguientes aprendizajes:

- Reconocer e interpretar números naturales y fracciones en diferentes contextos
- Reconocer diferentes representaciones de un mismo número (naturales o fracción) y hacer traducciones entre ellas
- Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones
- Reconocer y predecir patrones numéricos
- Justificar propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos
- Justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas
- Analizar relaciones de dependencia en diferentes situaciones
- Usar y justificar propiedades (aditiva y posicional) del sistema de numeración decimal
- Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, combinación e igualdad e interpretar condiciones necesarias para su solución
- Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios y no rutinarios de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano
- Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa e inversa
- Resolver y formular problemas que requieren el uso de la fracción como parte de un todo, como cociente y como razón.

Colegio de La Presentación de Bucaramanga

Así mismo las matemáticas intervienen en las en el desarrollo de las operaciones mentales y funciones cognitivas que contribuyen al desarrollo integral de los estudiantes. Acorde con todo con lo que establecen los documentos legales nombrados anteriormente (Ley General de Educación, Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y Derechos Básicos de Aprendizaje) el Colegio de La Presentación de Bucaramanga presenta el

siguiente documento que fundamenta lo entendido desde un enfoque del pensamiento numérico insumo para esta propuesta didáctica.

Referentes Históricos

Al realizar una revisión bibliográfica de la historia de las matemáticas, estas surgen a partir de la creación de los números, los cuales fueron creados teniendo en cuenta la necesidad que tuvo el ser humano en la antigüedad. Para Fedriani y Tenorio (2004) los números son de los objetos matemáticos que han ido apareciendo en todas las culturas de alguna u otra manera, los cuales surgieron en un principio para ordenar los actos en las ceremonias religiosas. Posteriormente, a partir de las necesidades y obligaciones que tuvieron las primeras civilizaciones en sus labores cotidianas se dan nuevos usos como contar y medir.

El concepto de “número” tuvo un desarrollo lento a lo largo de la historia, una de las razones fue la gran cantidad de sistemas de numeración que fueron creadas en las diferentes culturas y la poca comunicación que se tenía, por lo que se tardó mucho tiempo en establecer un sistema de numeración universal (Hernández, 2010).

El primer conjunto numérico que surgió fue el de los números naturales, ya que estaban estrechamente relación con las actividades cotidianas de las personas como contar los animales que se tenían, calcular el tiempo de las lluvias para los cultivos o dividir terrenos. Con el paso del tiempo debido a las dificultades que se tenían con los números naturales al realizar reparticiones en cantidades iguales, surge el conjunto numérico de los números racionales.

El conjunto de los números enteros

Los primeros registros que se tienen de los números negativos datan de los comienzos del primer milenio donde los chinos usaban “varas de recuento” en vez de un ábaco, ellos usaban estas

varas para representar los números, rojo para los números negativos y negro para los números positivos. Los hindúes también encontraron muy útiles estos números para el comercio para representar las deudas, además, le dieron una interpretación en sus actividades financieras pues deberle a alguien era peor que no deber nada, esto fue un acercamiento intuitivo que los números negativos son menores que cero (Stewart, 2007).

Aunque existen registros del uso de los números negativos en China en el siglo V, donde se usaban tablillas o bolas de diferentes colores (rojo y negro), no fue sino hasta el siglo XV que llegaron a occidente debido a las “dificultades de la mente humana” que se tuvieron para la comprensión de estos. Matemáticos como Cardano y S. Steven fueron de los primeros en considerar las soluciones negativas en sus investigaciones, pero estuvieron muy lejos de una correcta interpretación de estas cantidades negativas (Giraldo, 2014).

En el siglo XVI, Nicolas Chuquet matemático francés es considerado como uno de los primeros autores en publicar trabajos usando números negativos y considerar que, si un método conducía a solución negativa esta debía ser considerada como una solución, esto permitió encontrar las respuestas a problemas considerados insolubles. En su obra titulada *Triparty en la science de nombres* usa tanto el cero como los números negativos en ejemplos y explicaciones de los cálculos que van desde la adición, potenciación hasta la solución de ecuaciones de segundo grado (Hernández, 2010).

Varela y Vélez (2014) afirman que el proceso de aceptación de los números negativos fue largo y lento. Matemáticos como Thomas Harriot, Vieta, Giran, Francis Maseres, entre otros, aunque usaban las cantidades negativas en alguna parte de sus problemas, rechazaban totalmente las soluciones negativas, considerándolas absurdas, ficticias, sin sentido, inclusive algunos publicaron manuales con recomendaciones para evitar los usos y las soluciones negativas.

Según Giraldo (2014), fue Herman Hankel en el año 1867 que legitimó los números negativos abordándolos de una manera formal, considerando que las reglas de la adición y la multiplicación deben ser las mismas para todos los números enteros, además, haciendo la distinción del signo opuesto de un número al signo de sustracción. Hankel no justificó los números negativos en situaciones reales, sino que los justificó por medio de leyes formales.

Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros

Algunos investigadores han reportado obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números enteros, uno de ellos fue Glaeser (1981) citado en Cid (2000). Él los planteó a partir de la evolución histórica de los números negativos, pero antes hace la aclaración de la palabra “obstáculo” equiparándolo con “dificultad” o “síntoma”. Este autor presenta las siguientes dificultades:

- ***Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas.*** Esta dificultad es presentada mediante un ejemplo de un matemático griego, Diofanto, que, aunque llegó a enunciar las reglas de los signos, no aceptó la existencia de las cantidades negativas.

- ***Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.*** Matemáticos como Stevin, Descartes o Carnot cuando encontraban soluciones negativas de ecuaciones las consideraban como “ficticias” o incluso considerando un error en la formulación del problema.

- ***La ambigüedad de los dos ceros.*** Este obstáculo hace referencia a las diferencias entre los matemáticos Stevin, McLaurin, D’Alembert, Carnot, Cauchy, Euler y Laplace, al considerar el paso de un cero absoluto, un cero que indicaba la ausencia de cantidad, a un cero elegido arbitrariamente, además de no aceptar que existían cantidades que representaran “menos que nada”.

• ***Dificultad para unificar la recta real.*** Matemáticos como McLaurin, D'Alembert, Carnot y Cauchy consideraban a los números negativos y positivos en “términos antinómicos”, es decir, en un tipo de contradicción, ya que afirmaban que los números negativos eran opuestos a los positivos, pero la parte negativa era tan real como la positiva, lo que generaba una contradicción y se creó una dificultad para unificar los números en una recta real.

• ***El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas.*** Los anteriores obstáculos se fueron superando con el tiempo y permitió justificar la estructura aditiva de los números negativos, pero no estaba definida para la multiplicación. Sólo hasta el año 1867 cuando Hankel propuso la prolongar las multiplicaciones de los reales positivos a todos los reales, manteniendo la estructura algebraica de los reales positivos.

• ***Deseo de un modelo unificador.*** La comunidad matemática ha mostrado siempre un deseo de encontrar una estructura que permita unificar y justificar la estructura aditiva y multiplicativa, pero aún no ha sido encontrado. En este sentido, Cid (2000) afirma que el modelo de las ganancias y pérdidas permite la comprensión de la estructura aditiva, pero puede generar obstáculos en la comprensión de la estructura multiplicativa. Sin embargo, Hankel en su obra rechazó la búsqueda de un modelo que justificara la estructura de los números enteros.

Referentes disciplinares

En esta sección se realizará una breve construcción de los números enteros y las propiedades para la adición.

Los números enteros

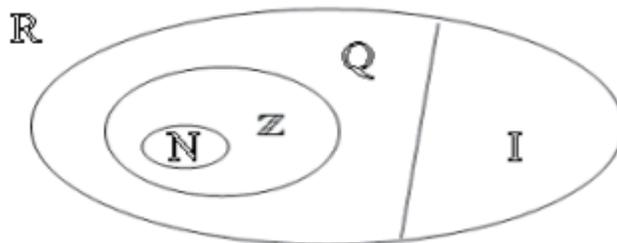
Los números enteros son considerados una extensión de los números naturales, formados por los números propios naturales no nulos (1,2, 3...), el cero (0) y los opuestos a los números naturales (-1,-2,-3...). Este conjunto de números se simboliza con la letra \mathbb{Z} , por ser la primera de la palabra «número», en alemán *zahl*, y se representa por:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \}$$

Los números encierran a los naturales, pero a su vez son subconjuntos de los números racionales. Esteban, Pérez y Valentín (2014) construyeron el siguiente grafico donde se muestra las relaciones de inclusión:

Figura 7

Representación de los conjuntos numéricos por medio de diagramas



Nota: \mathbb{Q} representa los números racionales, \mathbb{I} los irracionales y su combinación forma los números reales \mathbb{R} . Tomada de Pérez y Valentín (2014)

Construcción de los números enteros

A continuación, se realizará una breve reseña sobre la construcción de los números enteros, a partir de los números naturales y sus propiedades descrita por Gómez, A. & Sánchez, A. (2008).

Para la construcción de los números enteros se partirá del conjunto de axiomas que describe el sistema de este conjunto numérico, $\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ y que serán de gran utilidad en la construcción de sistemas más generales como los números reales.

Axiomas fundamentales de los números enteros.

Axioma 0 (A₀): Existen dos funciones s y p , definidas de la siguiente manera:

Tales que $s(a, b) = a + b$ llamada adición y $p(a, b) = ab$ llamada producto. Ahora bien, dichas funciones indican que Z es cerrado respecto a las operaciones de adición y multiplicación, lo cual permite afirmar que estas operaciones están bien definidas. Esto es:

Si $a = b$ y $c = d$ entonces $(a, c) = (b, d)$ y por tanto $a + c = b + d$; es decir, se puede sumar un mismo número entero a ambos lados de la igualdad.

Análogamente se puede hacer con $ac=bd$. Ahora bien, estas dos operaciones se satisfacen para todo $a, b, c \in \mathbf{Z}$.

- s_1 : Si, $a, b, c \in \mathbf{Z}$, entonces $(a + b) + c = a + (b + c)$
- p_1 : Si, $a, b, c \in \mathbf{Z}$, entonces $(ab) c = a (bc)$
- s_2 : Si, $a, b, \in \mathbf{Z}$, entonces $a + b = a + b$
- p_2 : Si, $a, b, \in \mathbf{Z}$, entonces $ab = ba$
- s_3 : Existe un único entero 0 (cero) tal que $a + 0 = a$, para todo $a \in \mathbf{Z}$ (0 se llama el *neutro* para la adición).
- P_3 : Existe un único entero $1 \neq 0$ tal que $a1 = a$, para todo $a \in \mathbf{Z}$ (se llama el *neutro* para la multiplicación).
- s_4 : Si, $a \in \mathbf{Z}$ entonces existe un único $-a \in \mathbf{Z}$ (el opuesto aditivo de a) tal que $a + (-a) = 0$

- p₄: Sean $a, b, c \in \mathbf{Z}$. $a \neq 0$. Si $ab = ac$, entonces $b = c$ (propiedad cancelativa de la multiplicación).
- p₅: Si $a, b, c \in \mathbf{Z}$, entonces $a(b + c) = ab + ac$

Observación: La operación definida como $a - b = a + (-b)$. Luego \mathbf{Z} es cerrado para la sustracción o la diferencia. De acuerdo con la observación anterior, la sustracción dentro del conjunto de los números enteros se puede expresar en términos de la adición, es decir, que al minuendo se le suma el opuesto del sustraendo, como se muestra en el siguiente ejemplo: $7 - 9 = 7 + (-9) = -2$

A continuación, se presentan algunas propiedades de los números enteros entendidas como teoremas los cuales se deducen de los axiomas anteriores.

Teorema 1: Si $a, b, c \in \mathbf{Z}$, entonces $b = c$

Demostración: Según S₄, existe $-a$ tal que $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ (por S₂), entonces a partir de $a + b = a + c$ y el axioma 0, $(-a) + (a + b) = (-a) + (a + c)$ de donde por S₁, $(-a + a) + b$, es decir $0 + b = 0 + c$, por lo tanto $b = c$

Teorema 2: Para todo $a, \in \mathbf{Z}$ $a0 = 0$

Demostración: Según S₃, y P₅ $a0 = a(0+0) = a0 + a0$ y también $a0 + 0 = a0$; por consiguiente, $a0 + a0 = a0 + 0$ y el teorema 1 implica $a0 = 0$

Teorema 3: Si $a, b \in \mathbf{Z}$, entonces

i. $-(-a) = a$

ii. $(-a)b = a(-b) = -(ab)$

iii. $(-a)(-b) = ab$

Demostración:

- i. $(-a) + a = 0$ y $(-a) + [-(-a)] = 0$ (de acuerdo con S_4). Entonces $(-a) + [-(-a)] = (-a) + a$ y por el teorema 1, $-(-a) = a$
- ii. $(-a)b + ab = b(-a) + ba = b(-a+a) = 0$. Igualmente $-(ab) + ab = 0$ y finalmente $(-a)b = a(-b)$.

Axiomas de orden

Existe un subconjunto de \mathbf{Z} , llamado *enteros positivos* \mathbf{Z}^+ , que satisface las siguientes propiedades:

- O_1 : Si $a, b \in \mathbf{Z}^+$ entonces $a + b \in \mathbf{Z}^+$ y $ab \in \mathbf{Z}^+$ (\mathbf{Z}^+ es cerrado para la adición y la multiplicación).
- O_2 : Dado cualquier número $a \in \mathbf{Z}^+$ se cumple que $a \in \mathbf{Z}^+$, ó $a = 0$ ó $-a = 0$ (las disyunciones son exclusivas). Cuando $-a \in \mathbf{Z}^+$ se dice que a es negativo.

Teorema 4: $1 \in \mathbf{Z}^+$

Demostración: $1 \neq 0$ por P_3 , entonces $1 \in \mathbf{Z}^+$ ó $-1 \in \mathbf{Z}^+$ (según O_2); si, $-1 \in \mathbf{Z}^+$ entonces, $(-1)(-1) = 1 \in \mathbf{Z}^+$ lo cual contradice a O_2 .

Definición 1: Sean $a, b \in \mathbf{Z}$. Se dice que a es menor que b , en símbolos $a < b$ equivalente a $b > a$ es decir que b es mayor que a y significan $b - a \in \mathbf{Z}^+$. Además, $a \geq b$ significa $a < b$ ó $a = b$; $a < b < c$ Equivale a, $a < b$ y $b < c$.

Teorema 5: Sean $a, b, c \in \mathbf{Z}$, entonces

- $a \in \mathbf{Z}^+$ si, y sólo si, $a > 0$.
- Si $a > 0$ y $b > 0$ entonces $a + b > 0$ y $ab > 0$
- $a > 0$, ó, $a = 0$, ó $-a > 0$.

- d. $aa = a^2 \geq 0$
- e. Si $a > 0$ y $b < 0$ entonces $ab < 0$
- f. Si $ab > 0$ y $b > 0$ entonces $a > 0$
- g. Si $a > 0$, $ab < ac$ si, y solo si $b < c$

Demostración VI: Supondremos que $a \leq 0$ y llegaremos a una contradicción.

En efecto, si $a=0$ entonces $ab = 0$; si $a < 0$, como $b > 0$ tendremos $ab < 0$, en cualquiera de los dos casos obtendremos una contradicción con la hipótesis.

Definición 2: Sea $a \in \mathbb{Z}$, el valor absoluto de a , $|a|$ se define por:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Geoméricamente el valor absoluto de un número entero es la distancia que hay del número al cero y esta idea se puede extender a distancia entre dos números, el valor absoluto de un número entero es positivo o cero. Esto permite justificar y explicar la razón del porque la suma de dos números enteros negativos es la suma de sus valores absolutos, donde el resultado final de esta operación es otro número entero negativo.

Teorema 6:

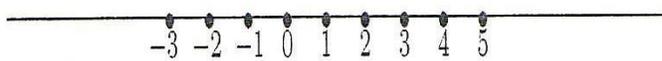
- i. $|-a| = |a|$
- ii. $|ab| = |a| |b|$
- iii. $-|a| \leq a \leq |a|$
- iv. Si $b > 0$, $|a| \leq b$ si y sólo si $-b \leq a \leq b$
- v. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Gómez, A. & Sánchez, A., 2008, pp 27-31)

Representación de los números enteros en la recta numérica

Los números enteros también pueden representarse en la recta numérica, aunque no es un par ordenado como se describió anteriormente, estos son considerados como una representación directa, ya que están distribuidos de la siguiente forma: el número cero, a la derecha de este es los enteros positivos y a la izquierda de del cero los números negativos.

Figura 8

Representación de los números enteros en la recta numérica



Nota: Números enteros en la recta numérica. Tomado de Giraldo (2014)

Marco Teórico

Metodología ACODESA

La teoría ACODESA es un método de enseñanza bien articulado en combinación del aprendizaje colaborativo, el debate científico y la autorreflexión. El termino ACODESA proviene de las siglas en francés que significa “*Aprendizaje colaborativo, Debate científico y Autorreflexión*” diseñado por Fernando Hitt basado en las investigaciones planteadas de Davidson (1998), Alibert y Thomas (1991), F. Hitt, AS González-Martín (2008) y Legrand, (2001).

Para Hitt y González (2014) ACODESA es de gran importancia en la evolución de las representaciones a la hora de resolver situaciones problema, al introducir conceptos matemáticos nuevos en el aula y en el desarrollo del pensamiento “diverso” en los estudiantes. Al momento de resolver situaciones problema, el profesor debe tener un papel de guía y observador, él no debe dar

pistas o proporcionar formas de solución, su rol de observador debe apoyar un rico intercambio de ideas para la comunicación y de esta forma fomentar la autorreflexión en el proceso de aprendizaje.

La metodología ACODESA está estructurada por varias fases o niveles, el trabajo individual, el trabajo grupal, el debate en el aula y la autorreflexión, además, se considera como un acercamiento sociocultural del aprendizaje de las matemáticas (Rodríguez, 2012). Este breve acercamiento permite organizar la práctica en el aula por medio de la siguiente figura.

Figura 9

Metodología de la teoría ACODESA

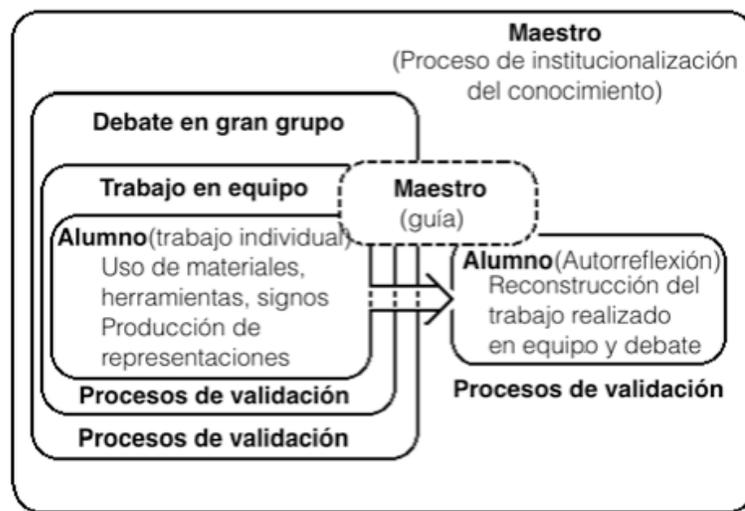


Figura 9: Fases de la teoría ACODESA. Tomado (Hitt y González-Martín 2014)

La figura anterior muestra las cinco fases que constituyen la metodología ACODESA, de esta manera Rodríguez (2012) y Bustos (2015) resume las fases o niveles de la siguiente manera:

I. **Trabajo individual:** En esta etapa el estudiante presenta el primer encuentro con el problema, se espera que mediante un análisis a conciencia el alumno desarrolle ideas coherentes que se puedan representar por medio de gráficos, enunciados y otros esquemas que emergen de manera espontánea y proporciona una motivación en la actividad cognitiva del estudiante.

II. **Trabajo en equipo:** Una vez constituidas las representaciones en el nivel anterior, el estudiante en esta fase mediante una puesta en común mejora y construye grupalmente las estrategias posibles de solución de la situación problema, generando un conocimiento público que establece una visión grupal. Los estudiantes trabajarán en grupos de 3 o 4 personas y cada estudiante presentará la solución a sus compañeros y explicará porque es correcta.

III. **Debate:** Este es el momento que genera un debate científico en el grupo, ya que es un proceso de discusión y validación que tiene como objetivo la elección del sistema más riguroso y coherente, descartando todas las posibles estrategias construidas en los niveles anteriores. Cada equipo presentará la solución a todo el grupo por pasos para un mejor análisis, el profesor actuará en el debate como moderador.

IV. **Autorreflexión:** Esta es una etapa primordial en la teoría ACODESA, ya que permite recordar y reconstruir el trabajo en las dos primeras etapas, llevando al estudiante a reflexionar sobre lo que ha hecho, se espera que esa refinación lo encamine a la solución de una situación problema.

V. **Institucionalización del conocimiento:** En esta etapa el maestro debe resumir los resultados de los equipos, mostrar la evolución de los procesos de solución de las etapas

anteriores y discutir los procesos correctos. Es conveniente que retome discusiones que se dieron anteriormente.

El juego

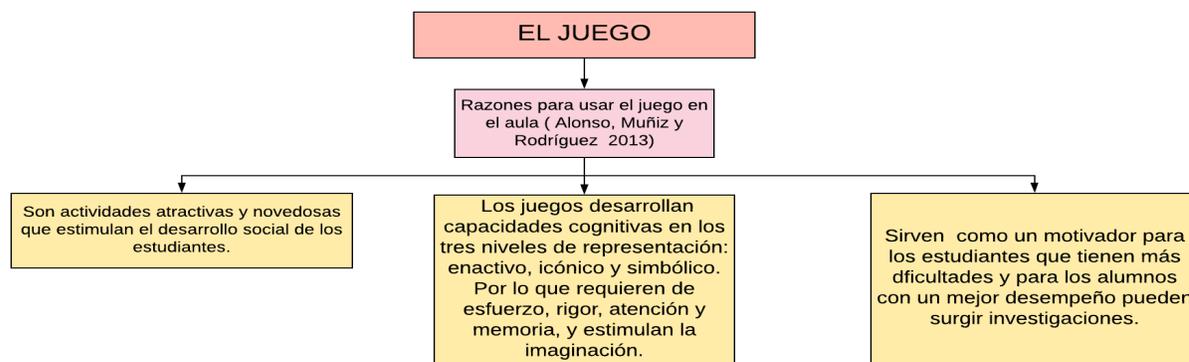
Alonso, Muñiz y Rodríguez (2013) plantean que el juego debe ser considerado como una actividad cuya finalidad es la diversión y entretenimiento de quien la desarrolla. Según Piaget (1985), “los juegos ayudan a construir una amplia red de dispositivos que permiten al niño la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla, comprenderla y compensarla”.

Zapata (1990) citado por Moreno y Sánchez (2019) estableció que el juego es un elemento primordial para la enseñanza en la educación escolar, ya que beneficia al desarrollo integral, emocional y social de las personas.

Alonso, Muñiz y Rodríguez (2013) presentan una serie de razones para usar el juego como un recurso didáctico en el aula:

Figura 10

Razones para usar el juego como un recurso didáctico en el aula



Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, según Moreno y Sánchez (2019) algunas formas de motivar a los estudiantes y mantenerlos activos durante el desarrollo de las clases son un chiste, una paradoja, un trabalenguas o cuales quiera de muchas cosas que generen interés para ellos.

Además, presentan una serie de resultados a la hora de aplicar juegos en el desarrollo de las clases. Moreno y Sánchez (2019) afirman que:

- a. Los estudiantes adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían en otras situaciones de aprendizaje.
- b. La resolución de problemas conlleva el uso de enseñanza de alto nivel taxonómico. La utilización de juegos, junto a otros recursos, proporcionaría de forma satisfactoria una preparación para la resolución de problema.
- c. Los estudiantes estarán motivados a participar en las actividades.

- d. Los juegos producen en los estudiantes una tendencia creciente a asistir regularmente a la escuela.
- e. Los juegos fomentan los procesos de socialización, fomenta la amistad interracial.
- f. Permite al docente observar los aprendizajes en los estudiantes.

El juego en la enseñanza

Aplicar juegos en el aula de clase trae grandes beneficios en el aula, pero no se debe enfocar el proceso de enseñanza-aprendizaje sólo en el juego (Moreno y Sánchez, 2019).

Meneses y Monge (2001) afirman que el profesor debe tener un rol de guía u orientador, brindando espacios y tiempos necesarios. Una de las bases más importantes en un juego es la comunicación entre el profesor y los estudiantes, ya que esta permite una mayor participación del estudiantado y una mejor organización. Estas investigadoras recomiendan una serie principios a la hora de aplicar un juego:

1. Debe conocer muy bien el juego antes de presentarlo a los educandos, tener listo el material por utilizar y delimitar el terreno de juego.
2. Debe motivar a los alumnos antes y después del juego.
3. Debe explicar claramente y en forma sencilla el juego antes de dirigirlo. Además, debe exigir la atención de la clase, para lo cual los alumnos deben estar en un lugar donde todos puedan escuchar. Debe dar la oportunidad de que realicen preguntas para un mejor entendimiento.
4. Después de explicar el juego, se demuestra con un pequeño grupo de alumnos o por el profesor.
5. Si no fue lo suficientemente claro, detenga el juego y corrija el error.

6. Si hay un marcador, deje que los jugadores lo vean, y al final mencione al ganador.
7. Antes de iniciar un juego debe haber enseñado sus fundamentos, para así desarrollar las habilidades y destrezas de los educandos.
8. Cuando el grupo está listo, puede implementar variaciones del juego.
9. Si el juego ya se está volviendo monótono debe cambiarse o terminarse, o que evitará que los niños se cansen o se aburran.
10. El educador debe involucrarse en el juego, mostrando interés en él.
11. Antes de presentar un juego se debe pensar en que todos los alumnos van a participar, y cuando se está practicando si alguno de ellos no lo está haciendo hay que averiguar por qué no lo hace.
12. Cuando se enseña el juego hay que mostrar también sus dificultades y sus peligros.
13. Para mantener el interés del juego y evitar problemas es recomendable que los equipos sean homogéneos y equilibrados en fuerza y habilidad.
14. Se debe tratar de que los jugadores que pierden no salgan del todo del juego.
15. Si el grupo es muy grande, se puede subdividir promoviendo así una mayor participación de todo el grupo.

Las anteriores recomendaciones permiten orientar la organización de un juego, sin que se pierda la finalidad de este, manteniendo la participación dinámica de los estudiantes, la optimización del tiempo y el buen orden.

Según Moreno y Sánchez (2019) el juego es un elemento primordial en la educación escolar, ya que los estudiantes aprenden más mientras están jugando, por lo que invita a todos los docentes a tener como eje central el juego, también, permite el desarrollo cognitivo de la matemática. Además, al citar el Informe COCKCROFT, afirman que el empleo de juegos

matemáticos correctamente diseñados contribuye a desarrollar las ideas matemáticas y el pensamiento lógico.

Para Torres (2002) el juego es considerado por la didáctica como un entretenimiento que ayuda a propiciar el conocimiento, lo que permite a los estudiantes participar y cooperar con los compañeros, docentes y familia en diferentes situaciones. Además, Tirado, Peinado y Cárdenas (2011) afirman que el juego es una buena estrategia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje sobre todo en la educación inicial, por eso deben considerarse como una actividad importante en el aula, ya que contribuyen de una forma diferente a adquirir el aprendizaje, que a su vez aportan descanso y recreación a los estudiantes.

El pensamiento numérico-variacional

A continuación, se presenta en esta propuesta de investigación el concepto de componente numérico-variacional desde el punto de vista legal y de algunos investigadores.

Según los Lineamientos Generales de la Prueba Saber ICFES 5° y 9° se define el componente numérico- variacional como la unión del pensamiento numérico con el variacional:

Indaga por la comprensión de los números y de la numeración, el significado del número, la estructura del sistema de numeración; el significado de las operaciones, la comprensión de sus propiedades, de su efecto y de las relaciones entre ellas; el uso de los números y las operaciones en la resolución de problemas diversos, el reconocimiento de regularidades y patrones, la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; conceptos y procedimientos asociados a la variación directa, a la proporcionalidad, a la variación lineal en contextos aritméticos y geométricos, a la variación inversa y al concepto de función (ICFES, 2009, p.21).

En las pruebas AVANCEMOS, SUPERATE Y SABER organizadas por el ICFES, se evalúa el componente numérico-variacional mediante:

Componente numérico – variacional { *Número en distintos contextos*
Significado de las operaciones
Variación en distintos conjuntos numéricos

Pensamiento numérico

Este pensamiento está centrado en las representaciones y significados de los conjuntos numéricos, sus aplicaciones en diferentes contextos y la forma en como los estudiantes perciben este pensamiento a lo largo de su vida escolar. “El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos” (MEN, 1998. p, 26), los cuales pueden ser relaciones entre números o cantidades, operaciones, propiedades, magnitudes, entre otros (Quitian, 2018).

Por tal razón, el desarrollo del pensamiento numérico es fundamental debido a que permite el estudio de los diferentes conjuntos numéricos, los cuales están muy presentes en procesos de soluciones de situaciones de la vida cotidiana.

Según Borjas (2012) también es importante conocer como los estudiantes escogen y usan diferentes métodos de cálculo, uso de la calculadora, estimaciones y cálculo mental, por lo que este pensamiento es esencial para el estudio de estos métodos.

Castro (1994) define el pensamiento numérico como “el estudio de los diferentes sistemas cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significado utilizando diferentes estructuras numéricas”, lo anterior lo justifica afirmando que los conceptos numéricos básicos, se emplean en el medio escolar y están presentes en la vida cotidiana. También Bocanegra

(2017) este pensamiento está relacionado directamente con los números, usos operaciones, relaciones y propiedades, también se involucra cada vez más el uso profundo de los números tanto en la vida diaria como en las matemáticas.

Pensamiento variacional

Quitian (2018) considera que este pensamiento se ocupa del reconocimiento de la variación y el cambio en diversos eventos o situaciones y en contextos determinados que pueden ser analizados matemáticamente debido a que “Tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p. 21).

“El desarrollo del pensamiento variacional se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas situaciones problemáticas exigirán reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de las matemáticas (MEN, 1998, p. 50)”

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los demás tipos de pensamiento (el numérico, espacial, aleatorio y el métrico) e incluso en situaciones de modelación de otras áreas como las ciencias naturales o ciencias sociales.

Según Bocanegra (2017), el pensamiento variacional implica, además de la comprensión de conceptos, aplicación de procedimientos y algoritmos, y la resolución de problemas, el manejo de relaciones entre variables y el estudio de patrones y regularidades que presentes en múltiples y

variadas relaciones numéricas. Al igual que la modelación de situaciones y su generalización a través del uso del lenguaje matemático.

Aprendizaje y metacognición

En este apartado se describirá algunas concepciones y/o autores que definen el proceso de aprendizaje en matemáticas. Entre ellos, Serrano (1990, p.53), que define el aprendizaje como un proceso activo “en el cual cumplen un papel fundamental la atención, la memoria, la imaginación, el razonamiento que el estudiante realiza para elaborar y asimilar los conocimientos que va construyendo y que debe incorporar en su mente en estructuras definidas y coordinadas”. También Quezada (2006) afirma:

Es el aprendizaje a través del cual los conocimientos, habilidades, destrezas, valores y hábitos adquiridos pueden ser utilizados en las circunstancias en las cuales los alumnos viven en otras situaciones que se presenten en el futuro. Es aquel que, teniendo una relación sustancial entre la nueva información y la información previa, pasa a formar parte de la estructura cognoscitiva del hombre. La misma que comprende el bagaje de conocimientos, información, conceptos, experiencias que una persona ha acumulado durante toda su vida. (p. 26)

De igual importancia, Sarmiento (2007) menciona que el aprendizaje de las matemáticas es el comportamiento humano, las teorías sobre el aprendizaje tratan de explicar los procesos internos cuando se aprende, las habilidades intelectuales, los conceptos, las estrategias cognoscitivas, destrezas motoras o actitudes. También define dos enfoques en el aprendizaje de las matemáticas.

Enfoque conductual { Es un cambio relativamente permanentemente de la conducta que se logra mediante la práctica y con la interacción recíproca de los individuos y su ambiente.

Enfoque cognitivo { Se considera que aprender es alterar las estructuras mentales, y que puede que el aprendizaje no tenga una manifestación externa directa, se interesa en cómo los individuos representan el mundo en que viven y cómo reciben de la información.

Particularmente para el desarrollo de éste trabajo de investigación se usa como referente pedagógico el aprendizaje significativo, debido a que según Ausubel (1997), es el aprendizaje en donde el alumno relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, lo cual involucra la modificación y evolución de la nueva información así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje, de igual manera Serrano (1990, p. 59), afirma que aprender significativamente “consiste en la comprensión, elaboración, asimilación e integración a uno mismo de lo que se aprende”.

- I. Aprendizaje de Representaciones: Es el aprendizaje más elemental, que se da cuando el niño adquiere el vocabulario. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos al igualarlos con sus referentes (objetos, por ejemplo).

- II. Aprendizaje de Conceptos: Los conceptos se definen como objetos, eventos, situaciones o propiedades que se designan mediante algún símbolo o signos (Ausubel y otros, 1997). El niño, a partir de experiencias concretas.
- III. Aprendizaje de Propositiones: Exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones, las cuales se obtienen cuando el alumno forma frases que contienen dos o más conceptos, este nuevo concepto es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Dicha asimilación puede hacerse por: diferenciación progresiva (cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusivos ya conocidos por el alumno), por reconciliación integradora (cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía) y por combinación (cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos).

Por otro lado, la metacognición se considera como la cognición sobre la cognición, es decir, es el conocimiento del propio conocimiento (Chirinos, 2013). También, Swanson (1990) afirma que es el conocimiento que cada persona tiene de sus propias actividades de pensamiento y aprendizaje, y el control que puede ejercer sobre ellas. Según Flórez (2000) en los últimos años investigadores y psicopedagogos no sólo han estudiado el conocimiento, sino también el aprendizaje como un proceso cognitivo, donde además resalta dos aspectos importantes planteados por Brown (1987): el primero es un conocimiento “declarativo” que el aprendiz obtiene mediante un proceso cognitivo consciente sobre lo que sabe mejor y lo que no, mientras que el segundo es una “regulación” consciente sobre los procedimientos y estrategias que permitan faciliten su aprendizaje y desarrollar una tarea.

Asimismo, Flórez (2000) manifiesta que en las actividades que se realizan para la enseñanza y aprendizaje intervienen de manera simultánea dos procesos, uno de interiorización y otro de exteriorización de las actividades de regulación. Además, las actividades metacognitivas generan una serie de consecuencias en la enseñanza y evaluación del rendimiento académico de los estudiantes, permitiendo resolver de manera eficaz y consciente diferentes problemas y concluye que un estudiante eficiente, es capaz de ajustar su aprendizaje.

Por otro lado, Luque y Ontoria (2000) citados por Chirinos (2013) afirman que los procesos metacognitivos, los cuales son un proceso consciente de su propio pensamiento, están relacionados con la autoconciencia reflexiva, y esta a su vez es una referencia fundamental de la metacognición basada en la actividad autorreguladora.

Según Sanz (2010) la autorregulación es proceso activo y práctico, que se puede realizar en las siguientes fases de una actividad:

Primera fase: es el momento donde el estudiante logra establecer un plan estratégico, valorando las dificultades o inconvenientes que conoce o presume que pueden surgir. Es capaz de seleccionar estrategias para superar las dificultades que suelen surgirle durante su proceso de aprendizaje. (Chirinos, 2013, p. 63)

Segunda fase: Es el proceso en el que el estudiante valora su propio aprendizaje, confirma si está usando lo establecido y si realmente comprende y logra la solución de la situación (Crespo, 2004).

Tercera fase: es el momento donde se realiza un análisis de los rendimientos, la reflexión sobre el propio pensamiento, el descubrimiento de los errores cometidos, la valoración del nivel de

satisfacción personal y la especificación de las relaciones existentes entre la actividad desarrollada. (Chirinos, 2013, p. 64)

El juego, la teoría ACODESA y el aprendizaje

La metodología ACODESA combina el aprendizaje en colaboración con el debate científico y la autorreflexión. Las etapas del debate, autorreflexión y la institucionalización del conocimiento fomentan la comunicación y la interacción social que promueve en los estudiantes la búsqueda de diferentes maneras de solución a una situación, ya que emplean un pensamiento diversificado, el cual es un pensamiento que emerge de la reflexión (Cortés, Hitt y Saboya, 2014).

De la misma manera, el juego toma un papel significativo en el proceso escolar, según Moreano (2016) representa en los estudiantes un medio práctico de comunicación, expresión, consolidación y construcción del aprendizaje nato, ya que las estrategias que se fomentan ayudan a mejorar los procesos del aprendizaje de los estudiantes. De la misma manera, el juego permite desarrollar destrezas en la resolución de problemas, la toma de decisiones y la reacción.

La comunicación en el aula de clase ha tomado un papel importante, documentos oficiales como los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, la conciben como una actividad fundamental en el aprendizaje; la teoría ACODESA dentro de sus fases de socialización de respuestas favorece la creación de ambientes de discusiones de tipo científicas, lo que facilita un aprendizaje equitativo. En el caso del juego, cuando se usa como un recurso en el aula, los estudiantes desarrollan destrezas y cualidades que contribuyen a fortalecer la comunicación para alcanzar objetivos de aprendizaje específico (Cepeda, 2017). Por medio de la comunicación, se espera que los estudiantes construyan conceptos, analicen e intercambien interpretaciones, elaboren conjeturas, entre otras.

Figura 11

Relación del aprendizaje, el juego y la teoría ACODESA con la comunicación



La socialización de la solución de un problema frente a los demás compañeros contribuye a la comprensión del asunto matemático implicado, ya que se tienen en cuenta las opiniones de los demás compañeros y las propias (Jiménez, Suarez y Galindo, 2010).

Cepeda (2017) afirma que la combinación de las dinámicas del juego y los espacios del aprendizaje transforman los ambientes, los cuales brindan beneficios a los profesores y a los estudiantes durante el desarrollo de las clases, además, los juegos obligan a los estudiantes a pensar, crear y recrear con actividades que contribuyen la atención y la escucha.

Diseño Metodológico

Ruta metodológica

Nuestra propuesta de profundización es de tipo cualitativo, debido a que se busca analizar el aprendizaje que los estudiantes de sexto grado desarrollan en el componente numérico, enfocado en el conjunto de los números enteros mediado por el juego y el marco de la teoría ACODESA, con el fin de conocer cuáles son los principales obstáculos epistemológicos y las fortalezas que se evidenciaran los estudiantes en el desarrollo de la propuesta didáctica.

Con relación a la investigación cualitativa, Hernández, Fernández y Baptista (2014)

consideran que:

Se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto y se selecciona cuando el propósito es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados. (p. 358)

El estudio utilizado fue el fenomenológico, según Hernández, Fernández y Baptista (2014) “este tipo de enfoque se explora, describe y comprende lo que los individuos tienen en común de acuerdo con sus experiencias con un determinado fenómeno, los cuales pueden ser sentimientos, emociones, razonamientos, visiones, percepciones, entre otras” (p. 493). Además, en la fenomenología los investigadores trabajan directamente en las declaraciones de los participantes y sus vivencias.

Hernández, Fernández y Baptista (2014) definen las siguientes premisas en los estudios fenomenológicos:

- El estudio, pretende describir y entender los fenómenos desde el punto de vista de cada participante.
- El diseño fenomenológico se base en el análisis de discursos y temas específicos, así como en la búsqueda de sus posibles significados.
- Los microrrelatos de cada uno de los estudiantes focalizados.
- Las entrevistas, grupos de enfoque, recolección de documentos y materiales e historias de vida se dirigen a encontrar temas sobre experiencias cotidianas y excepcionales.

- En la recolección enfocada se obtiene información de personas que han experimentado el fenómeno de estudio.

La población de estudio

La prueba diagnóstica, las guías didácticas y las fases de la metodología ACODESA serán aplicadas a los estudiantes del grado sexto del Colegio de La Presentación de Bucaramanga, en el primer periodo académico del año 2020. La institución educativa está ubicada en la Calle 56 #33-38 en el barrio Cabecera del Llano fundada en el año 1891 por la Comunidad de Hermanas de la Caridad Dominicanas de La Presentación de La Santísima Virgen. Cuenta con jornada única de 6 a.m. a 2 p.m. para los grados de secundaria (6° a 11°). La institución cuenta con una población cercana a los 1000 estudiantes desde pre-jardín hasta undécimo grado. Los estudiantes del grado sexto están entre una edad de 10 a 12 años, los cuales se encuentran dentro de un estrato socioeconómico 4, 5 o 6 y todos viven dentro de la zona urbana de la ciudad de Bucaramanga.

Para la recolección y análisis de datos de este trabajo de investigación, se realizará una muestra selectiva, la cual estará conformada por un grupo de quince estudiantes del grado sexto y se seleccionarán teniendo en cuenta las siguientes características:

- La edad de los estudiantes debe estar entre los 10 y 12 años
- Deben tener un buen manejo en la comunicación, ya que nuestro trabajo tendrá un enfoque hacia la interacción social.
- Los estudiantes no deben estar repitiendo el año, porque tendrían un conocimiento previo de la temática.

- Los estudiantes deben tener mínimo dos años de antigüedad en la institución, debido a que la muestra debe tener una igualdad en los conocimientos vistos en los anteriores grados.

Asimismo, la muestra seleccionada se considera representativa y variada, debido a que conformará de estudiantes con buenos desempeños en matemáticas y con dificultades académicas.

Las actividades se aplicarán en los horarios de clase de la asignatura de aritmética, las cuales están distribuidas en dos bloques semanales, cada bloque con dos horas para un total de 4 horas semanales de aritmética, además los estudiantes cuentan con un bloque sólo para geometría y estadística.

Aspectos éticos

Esta propuesta plantea una intervención académica que busca potenciar en los estudiantes el aprendizaje del componente numérico-variacional y ofrecer a los docente de matemáticas metodologías y herramientas didactas, por lo que garantiza que la escogencia de los participantes no está relacionada con intereses particulares y para salvaguardar su identidad no se utilizará su nombre real en el análisis de datos, debido a que se utilizará la abreviatura con la letra E y el número del estudiante, por ejemplo, estudiante E1. Asimismo, se han realizado las citas correspondientes a los trabajos en los que se consultó la información respetando de este modo los derechos de autor. Finalmente, para la aplicación de las actividades se contó con la autorización de los padres de familia de los estudiantes y la autorización de las directivas del Colegio de La Presentación de Bucaramanga.

Análisis de datos

Para el análisis de datos se usará el método de investigación cualitativo estudio de casos. El método del estudio de casos es una herramienta que toma una gran importancia en la investigación, ya que puede registrar y describir la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado (Arbeláez, 2018). Eisenhardt (1989) citado por Martínez (2006) concibe un estudio de caso contemporáneo como “una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares” (p. 174), el cual podría tratarse de un estudio de caso único o múltiples casos.

Chetty (1996) afirma que este tipo de estudio es una metodología rigurosa porque:

- Es adecuada para investigar fenómenos en los que se busca dar respuesta a cómo y por qué ocurren.
- Permite estudiar un tema determinado.
- Es ideal para el estudio de temas de investigación en los que las teorías existentes son inadecuadas.
- Permite estudiar los fenómenos desde múltiples perspectivas y no desde la influencia de una sola variable.
- Permite explorar en forma más profunda y obtener un conocimiento más amplio sobre cada fenómeno, lo cual permite la aparición de nuevas señales sobre los temas que emergen
- Juega un papel importante en la investigación, por lo que no debería ser utilizado meramente como la exploración inicial de un fenómeno determinado.

Aunque el estudio de casos no es relevante e incluso es irrelevante para muchos investigadores, para Rodríguez y Valdeoriola (2014) este tipo de estudios sirve como punto inicial para la realización de estudios más generalizados e incluso para proyectos de investigación más complejos y ambiciosos que permitan la construcción de teorías.

Instrumento para la recolección de datos

Los instrumentos utilizados para la recolección de datos en esta investigación serán una prueba diagnóstica, guías didácticas, evidencia fotográfica, diario de campo y notas de audio. A continuación, se muestran algunas características:

- Prueba diagnóstica: de acuerdo con la planeación institucional, esta actividad se incluirá en la guía de aprestamiento, la cual se realiza al iniciar el año escolar y se llevará a cabo individualmente. Esta prueba tiene como objetivo identificar los pre-saberes en el componente numérico-variacional y los posibles obstáculos epistemológicos planteados por Glaeser (1981) y citados en Cid (2000), con el fin de diseñar la secuencia didáctica que permita evitar los aprendizajes de los números enteros.
- Guías didácticas: siguiendo la organización institucional estas guías didácticas estarán conformadas de acuerdo con la estructura del colegio, aquí se incluirán las actividades basadas en las fases de la metodología ACODESA (Trabajo individual, trabajo grupal, debate, reflexión e institucionalización del conocimiento), cada una de estas fases estarán mediadas a través del juego. Estas guías estarán compuestas por las actividades de la secuencia didáctica diseñada, la cual permite el aprendizaje del componente numérico y el juego, de igual manera superar (si se llegan a presentar) los obstáculos epistemológicos para el aprendizaje de los números enteros.

- **Rejilla de reflexión:** es una pequeña tabla compuesta por una serie de preguntas, que permitirán conocer las experiencias como: los aportes que beneficiaron los juegos, sugerencias, opiniones de cada grupo al participar de cada uno de los juegos. Este instrumento tiene como propósito mostrar los enfoques cognitivo y conductual que se pueden llegar a encontrar en el aprendizaje de las matemáticas, el primero hace referencia al aprendizaje del componente numérico-variacional y la reflexión de los errores que se presenten y la manera en que se corrijan, mientras que el segundo se refiere al ambiente de aula, la interacción social y el trabajo individual y en equipo. Esta rejilla se le entregará a cada grupo al finalizar cada una de las actividades.

Tabla 2

Rejilla de reflexión

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	
¿Qué fue lo que más o menos te gusto?	
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego?	

Para la aplicación de las actividades se tendrá en cuenta el siguiente cronograma:

Tabla 3*Cronograma para la aplicación de cada una de las actividades*

Actividades	Semana 1	Semana 2	Semana 3
P. diagnóstica Guía 1	X		
T. Individual Guía 1	X		
T. Grupal Guía 1	X		
Debate, Reflexión Ins. Conoc. Guía 1		X	
T. Individual Guía 2		X	
T. Grupal Guía 2			X
Debate, Reflexión Ins. Conoc. Guía 2			X

Actividades de la propuesta didáctica basadas en la metodología ACODESA

En este apartado se darán a conocer las actividades que hacen parte del insumo didáctico, el cual contiene una serie de juegos creados y/o recopilados según las fases de la teoría ACODESA, para fortalecer el componente numérico-variacional usando el conjunto de los números enteros. Estos juegos harán parte de tres guías didácticas (Aprestamiento, guías didácticas N°1 y N°2) según la planeación institucional del Colegio de La Presentación de Bucaramanga.

En los juegos se usarán algunas herramientas didácticas como cartas, tableros, dados, entre otros, que se mencionarán en las instrucciones de cada una de las actividades. También, cada estudiante recibirá su propia guía con las instrucciones y preguntas para que sean resueltas en los momentos indicados.

Cada juego de este insumo didáctico contribuye al desarrollo de alguno de los aprendizajes del componente numérico- variacional, según la Matriz de Referencia de Matemáticas Siempre día E. Los aprendizajes presentados en el documento mencionado están dirigidos para el grado quinto, sin embargo, para este trabajo se realizó una adaptación para el grado sexto con el conjunto de los números enteros. Se espera que los estudiantes determinen una serie de aprendizajes en el proceso de solución de cada actividad propuesta. Un ejemplo, es para la recta numérica según el juego o la actividad, se alcancen aprendizajes como “reconocer diferentes representaciones de un mismo número y hacer traducciones entre ellas y reconocer equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números”. Los aprendizajes se denotan con la letra “A” acompañada de un número, como se muestra a continuación (ver tabla 4).

Tabla 4

Abreviatura de los aprendizajes del componente numérico- variacional de los números enteros

Abreviatura	Aprendizajes
A1	Reconocer el uso de números enteros en diferentes contextos.
A2	Reconocer diferentes representaciones de un mismo número y hacer traducciones entre ellas.
A3	Reconocer equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números.
A4	Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.

A5	Traducir relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente.
A6	Justificar propiedades y relaciones numéricas usando ejemplos y contraejemplos.
A7	Justificar y generar equivalencias entre expresiones numéricas.
A8	Resolver problemas aditivos rutinarios y no rutinarios de transformación, comparación, igualación e interpretar condiciones necesarias para su solución.

También, “el juego contribuye a incentivar los ámbitos del desarrollo, incluyendo las competencias motoras, cognitivas, sociales y emocionales” (UNICEF, 2018, p. 18). Por lo que, con los juegos y actividades planeadas, se busca que los estudiantes potencien los siguientes aprendizajes mencionados por la organización UNICEF en el artículo “Aprendizaje a través del juego”. Los aprendizajes del juego se denotan con la letra “J” acompañada de un número, como se muestra a continuación (ver tabla 5).

Tabla 5

Abreviaturas de los aprendizajes del juego

Abreviatura	Aprendizajes del juego
J1	Establecer un plan y seguirlo
J2	Aprender mediante ensayo y error, utilizando las competencias de resolución de problemas
J3	Aplicar conceptos de cantidad y movimiento a la vida real

J4	Razonar de una manera lógica y analítica manipulando objetos
J5	Comunicarse con los compañeros de clase y dirimir las diferencias de opinión

En el transcurso de las fases es posible que en los estudiantes se presenten las dificultades que se mencionan en la tabla de obstáculos epistemológicos (ver tabla 6), sin embargo, se espera que con la aplicación de estas actividades los alumnos los superen si se llegan a presentar. Los obstáculos se denotan con la letra “O” acompañada de un número, como se muestra a continuación.

Tabla 6

Abreviatura de los obstáculos epistemológicos de la enseñanza y aprendizaje de los números enteros

Abreviatura	Obstáculos epistemológicos
O1	Falta de aptitud para manipular cantidades negativas aisladas
O2	Dificultad para dar sentido a las cantidades negativas aisladas.
O3	La ambigüedad de los dos ceros.
O4	Dificultad para unificar la recta real.
O5	El estancamiento en el estadio de las operaciones concretas.
O6	Deseo de un modelo unificador.

Aprestamiento (prueba diagnóstica)

Dentro del proceso de planeación de la institución, el primer juego se incluirá dentro de la guía didáctica “*Aprestamiento*”, la cual se implementa al iniciar el año escolar en cada una de las asignaturas como una actividad motivante y una prueba para conocer los presaberes de los estudiantes.

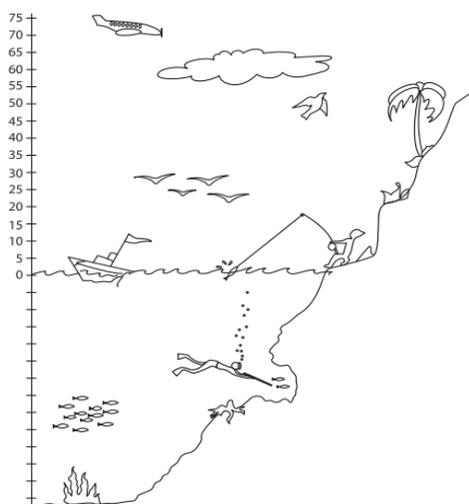
Como actividad inicial se realizará una prueba diagnóstica que permitirá identificar los conocimientos previos como representación en la recta numérica, distancias, puntos de referencia y propiedades de los números, a cada estudiante se le entregará una copia de la guía para que sea resuelta. Esta actividad fue tomada de la cartilla didáctica *Adición y sustracción de números enteros* del año 2016.

El buzo y el mar

1. Observa la imagen y responde las preguntas.

Figura 12

El buzo y el mar



Nota: Representación “El buzo y el mar”. Tomado de, Calderón y Cañadas (2016)

- ✓ ¿A qué altura aproximada está cada uno de los elementos que se encuentran situados sobre el nivel del mar?
 - ✓ ¿A cuántos metros está el nivel del mar?
 - ✓ ¿Cómo marcarías las alturas dentro del agua?
 - ✓ ¿Cómo ordenarías según la altura en que se encuentran, a cada uno de los elementos que ves dibujados?
 - ✓ Si el buceador quiere pescar el pulpo, ¿cuántos metros tendrá que recorrer?
 - ✓ Si las gaviotas quieren beber agua, ¿cómo y cuánto se desplazarán?
 - ✓ ¿A qué altura está el avión respecto a la nube? y ¿a qué altura el pájaro?
 - ✓ Si el buceador quiere ir a ver si hay algún pez detrás de las algas ¿qué tendrá que hacer?
 - ✓ Si después quiere salir a respirar y descansar bajo la palmera, ¿qué distancia recorrerá?
2. Socialización de las respuestas.

Guía didáctica N°1

A continuación, se presentan las actividades basadas en el marco de la teoría ACODESA, el juego y los números enteros. Estas actividades estarán en la “Guía Didáctica” que está establecida en la institución, la cual se le entrega a cada estudiante. Esta guía consta de 9 momentos: Indicador de desempeño, criterios de evaluación, contextualización, trabajo individual, trabajo grupal, puesta en común, autoevaluación, profundización y bibliografía. A continuación, se muestra un ejemplo de la organización de la guía.

Figura 13

Estructura de la guía didáctica para el desarrollo de las clases en el colegio de La Presentación de Bucaramanga



ÁREA:	DOCENTE: _____
ASIGNATURA:	ESTUDIANTE: _____
GRADO:	TIEMPO ESTIMADO: _____
PERIODO/GUÍA:	FECHA: _____ 2020

- I. INDICADOR DE DESEMPEÑO
- II. CRITERIOS DE EVALUACIÓN
- III. CONTEXTUALIZACIÓN
- IV. TRABAJO INDIVIDUAL
- V. TRABAJO EN EQUIPO
- VI. PUESTA EN COMÚN
- VII. AUTDEVALUACION
- VIII. PROFUNDIZACION
- IX. BIBLIOGRAFÍA

Los juegos y las fases de la teoría ACODESA se aplicarán en los momentos de la contextualización, trabajo individual, trabajo grupal y puesta en común.

Contextualización

Juego: Avanzo o retrocedo

Consideraciones: En este momento se presenta una actividad donde los estudiantes podrán identificar de una forma implícita el concepto de número positivo y negativo, además, se espera que los estudiantes comprendan la ubicación de los números enteros a lo largo de una recta. También por medio de esta actividad se podrá analizar si los estudiantes tienen algunas dificultades en operaciones básicas como sumas o restas. Los estudiantes desarrollarán los aprendizajes A1, A2 y A4, además, en ellos se podrán presentar los obstáculos O1, O3 y O4.

El papel del profesor y las preguntas contenidas en la actividad permitirán que los estudiantes alcancen los aprendizajes y evadan los obstáculos mencionados.

Tabla 7

Juego avanza o retrocede

Para el desarrollo de la actividad se debe tener en cuenta las siguientes indicaciones:

- La actividad se desarrollará en el patinódromo.
- Se conformarán grupos de máximos 4 personas
- Cada grupo tendrá dos dados de diferente color (uno negro y uno rojo), el negro te permitirá avanzar y el rojo te hará retroceder
- Cada grupo deberá lanzar los dos dados para saber en total cuántos pasos debe avanzar o retroceder (todos los integrantes del grupo se desplazan la misma cantidad)
- Gana el primer grupo que logró llegar a la meta
- Para cada lanzamiento de los dados cada grupo deberá elegir un integrante diferente

Una vez terminada la actividad respondo las siguientes preguntas

- ❖ ¿Qué relación encuentras entre la línea de inicio y la recta numérica?
- ❖ ¿Qué puedes decir de las cuadrículas que están antes y después de la línea de inicio?
- ❖ ¿Tendrá sentido que si gano puntos retroceda y si pierdo puntos avanzo?
- ❖ ¿Qué pasa si el valor del dado negro es mayor que el valor del dado rojo? ¿y viceversa?
- ❖ ¿Qué pasa si el valor de los dos dados es igual?
- ❖ ¿Qué pasa si sacabas en el dado rojo 6 y en el dado negro 2? ¿avanzas o retrocedes?
- ❖ ¿Qué necesito obtener en los dados para llegar más rápido a la meta?
- ❖ Elabora una recta numérica donde se encuentren las distancias para avanzar, retroceder y la línea de inicio.
- ❖ ¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana podemos encontrar avanzar o retroceder y ganancias o pérdidas?
- ❖ ¿Cómo podrías definir este conjunto de números?

Obstáculos: O1, O3 y O4

Aprendizajes: A1, A2 y A4

ACODESA: Fase. trabajo grupal

El juego: J1, J2, J3, J4

En este momento se presenta una actividad donde los estudiantes podrán identificar de una forma implícita el concepto de número positivo y negativo, además, se espera que los estudiantes comprendan la ubicación de los números enteros a lo largo de una recta. Esta actividad dinámica fomentara procesos de socialización y estrategias de solución que ayudaran a superar las dificultades.

Fase 1. Trabajo Individual

Consideraciones: En esta actividad los estudiantes conocerán la importancia y la función del cero, la representación en la recta numérica y la igualdad de las distancias que presentan los números en la recta numérica. Los materiales usados son: guía didáctica y video beam para hacer la socialización de las preguntas.

En esta fase los estudiantes desarrollarán los aprendizajes A1, A3, A4 y A5. También es posible que se presenten los obstáculos O3 y O4. Esta actividad cuenta con una situación problema, la cual permitirá alcanzar al estudiante una estrategia de solución particular para su respectiva socialización.

Tabla 8

Lectura el cero

-
1. Leo la lectura “El cero” y respondo las preguntas que se encuentran al final
Preguntas:
 - ❖ ¿Por qué Robert afirma que falta el 0 entre el 1 y el -1?
 - ❖ Siguiendo el planteamiento del anciano, ¿cuál es la diferencia entre el -1 y el -2?
 - ❖ ¿Crees que es necesario que exista el número 0? Si no existiera, ¿cómo escribirías que no hay nada? ¿Y el número 10?
 - ❖ ¿Cuándo crees que es necesario poner un signo negativo delante de un número? ¿Qué representa?
 - ❖ Plantea una situación de tu vida cotidiana donde sea importante el cero.
 2. La temperatura medida en el aeropuerto a las 7 a. m. es de 5°C sobre cero; de 7a m. a 9 a. m., la temperatura aumentó 3°C; de 9 a. m. a 1 p. m. disminuyó en 6°C; de la 1 p. m. a las 3 p. m. no varió; de las 3 p. m. a las 6 p. m. bajó 2°C; de las 6 p. m. a las 9 p. m. descendió 4°C; y de las 9 p. m. a las 12 a.m. descendió 8°C. Con respecto a la temperatura de las 12 m.
 - ✓ ¿Cuál fue la temperatura a la 1 p.m. y a la media noche?
 - ✓ Realiza una representación que permita ubicar las temperaturas

Obstáculos: O3 y O4

Aprendizajes: A1, A3, A4 y A5

ACODESA: Fase: trabajo individual

El juego: J3, J5

En esta actividad los estudiantes conocerán la importancia y la función del cero, la representación en la recta numérica y la igualdad de las distancias que presentan los números en la recta numérica. Este momento comprende dos lecturas, las cuales no tienen relación con el juego, sin embargo, permitirán al docente tener una observación más rigurosa de los aprendizajes que los estudiantes desarrollen.

Fase 2: Trabajo Grupal

Juego: El Parqués

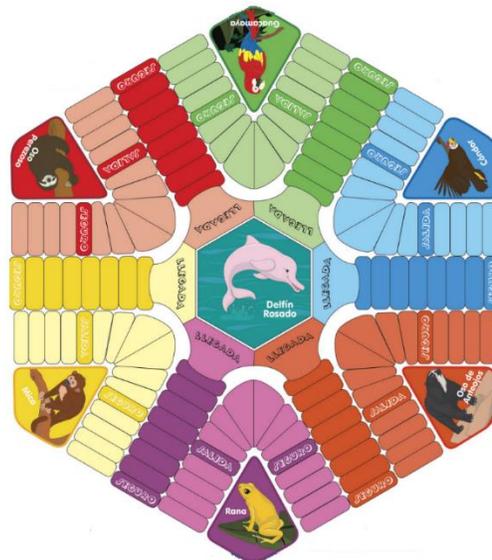
Consideraciones: Por medio de este juego se espera que los estudiantes empiecen abordar situaciones aditivas y propiedades de los números enteros que lo lleven a potenciar los aprendizajes A1 y A4. Es posible que se presenten los obstáculos O1, O2 y O6.

Tabla 9

Juego el parqués

Para esta actividad se llevará a cabo el juego del **parqués** con las siguientes reglas:

- Participaran 6 jugadores, cada jugador escoge un color para su base, llamada también cárcel y jugará con 1 ficha ubicada dentro de su base identificada con el mismo color.
- El juego tendrá 3 dados, dos de ellos serán dados comunes y un tercero de dos colores (negro y rojo). Se lanzan los 3 dados, se hallará el valor total de los puntos obtenidos y el color indicará si avanza o retrocede (rojo retrocede y negro avanza).
- Para sacar la ficha de la cárcel se lanzarán los dos dados comunes y se debe obtener par de números.
- Cada jugador solo puede retroceder hasta su correspondiente salida o permanecer en ella si obtiene como resultado una distancia roja.
- Gana el participante que lleve su ficha al delfín



Obstáculos: O1, O2 y O6

Aprendizajes: A1 y A4

ACODESA: Trabajo grupal

El juego: J2, J3, J4

En este juego se espera que los estudiantes empiecen abordar situaciones aditivas y propiedades de los números enteros mediante la interacción y el entretenimiento que genera esta actividad.

Fase 3: Debate

Consideraciones: Para esta fase se le entregará a cada estudiante la siguiente lectura, la cual se llevará a cabo en la puesta común de la guía, también se analizará los diferentes puntos de vista de los estudiantes con respecto a las propiedades y representación de los números enteros.

En el desarrollo de esta actividad los estudiantes lograran activar los aprendizajes A1, A2, A4, A5 y A7. Por tanto, en el momento de abordar la lectura y socializarla en el debate, los estudiantes pueden incurrir en los obstáculos O1, O2 y O4, sin embargo, la importante intervención del profesor (moderador) y el proceso de discusión y/o validación de las preguntas que soluciono cada estudiante, llevará a mejorar los obstáculos y adquirir los aprendizajes mencionados.

Tabla 10

Lectura del Enemigo de mi enemigo

Leo la lectura “El enemigo de mi enemigo” y respondo las preguntas que se encuentran al final, luego socializo mis respuestas con mis compañeros.

- A partir de la lectura, ¿en qué situaciones se utilizan los números negativos?
-

-
- ¿Por qué se consideran más abstractos los números negativos que los positivos?
 - ¿Qué significa que un parking subterráneo tenga niveles S1 y S2? ¿Puede existir el nivel S0?
 - Debido a que los años se cuentan antes y después de Cristo, y se identifica el año 0 con su nacimiento, ¿cuántos años transcurrieron, entonces, desde el 27 a. C. hasta el 89 d. C.?
 - ¿Se te ocurre alguna situación más donde se evite usar el signo negativo de un número? ¿Por qué crees que se evita en esos contextos? ¿Tú lo evitarías?
 - ¿Cómo se ubican los números enteros en la recta?
-

Obstáculos: O1, O2 y O4

Aprendizajes: A1, A2, A4, A5 y A7

ACODESA: Fase: Debate

El juego: J3, J5

Para esta actividad se llevará a cabo una socialización de las diferentes estrategias de solución que emplearon los grupos en las situaciones de las anteriores fases. También, se analizará los diferentes puntos de vista de los estudiantes con respecto a las propiedades y representación de los números enteros y se estimulará la participación de los estudiantes en el debate por medio de la lectura.

Fase 4: Autorreflexión

Tabla 11

Fase de Autorreflexión

En esta fase se llevarán una serie de preguntas que permitan a los estudiantes recopilar y analizar todo lo hecho o vivido en las fases anteriores.

¿Son necesarios los números enteros?

¿En qué situaciones de tu vida cotidiana usas los enteros?

¿Qué sucederá si se omite el cero en la recta numérica?

Obstáculos: No aplica

Aprendizajes: En esta fase se llevará a cabo un proceso metacognitivo, ya que los estudiantes realizarán una evaluación interna sobre sus

procesos; por lo tanto, no aplican los aprendizajes de la figura 15

ACODESA: Autorreflexión

El juego: J5

Se realizará un momento de autocrítica consciente sobre los procesos y momentos experimentados en las fases de trabajo individual y grupal, para llevar al estudiante a la solución correcta de un problema.

Fase 5: Institucionalización

Tabla 12

Fase de institucionalización

En esta fase se llevará a cabo un resumen de lo vivido anteriormente en los grupos de trabajo, se compararán procesos y se retomaran discusiones anteriores si es necesario

Obstáculos: No aplica

Aprendizajes: A1, A2, A3, A4, A5 y A7

ACODESA: Institucionalización del conocimiento

El juego: J5

Esta fase es intervenida por el docente, le cual mediante una puesta en común se resaltarán los procesos y momentos experimentados en las fases de trabajo individual y grupal, y así conducir a los estudiantes a la solución correcta de los problemas vivenciados.

Guía didáctica N°2

Contextualización

Juego: Camino hacia la meta (tomado de anagarciaazcarate.wordpress.com)

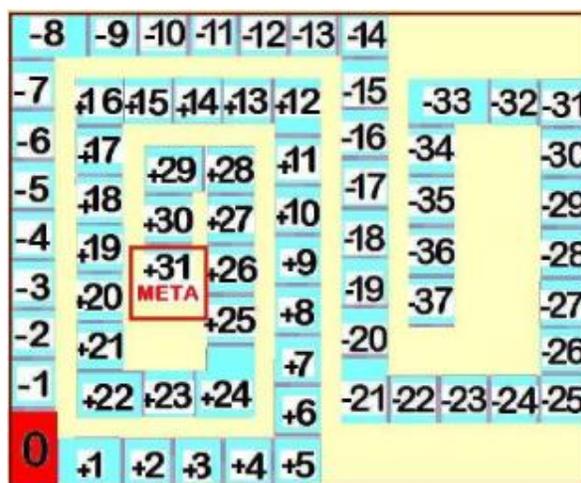
Consideraciones: Este juego tiene como fin ejecutar algoritmos de adición y sustracción en los números enteros. El material que se utilizará son fotocopias del tablero del juego, dados y fichas. En el desarrollo de la actividad es posible que los estudiantes alcancen los aprendizajes A4 y A8. Por otra parte, los obstáculos que pueden llegar a tener son O5 y O6.

La discusión y el trabajo colaborativo en la realización del juego que presentara cada grupo de estudiantes llevara a fortalecer los aprendizajes indicados como también a evadir los obstáculos que surjan.

Tabla 13

Juego: camino hacia la meta

- ¿Qué resultados se necesitan en el dado negro y en el dado rojo para ganar?
- ¿Es posible no avanzar en un turno?
- ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la máxima cantidad de pasos?
- ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la mínima cantidad de pasos?
- Represente en la recta numérica todos los posibles resultados que se pueden obtener al lanzar los dados
- ¿Sumar y restar números naturales es igual que sumar y restar números enteros?



Obstáculos: O5 y O6

Aprendizajes: A4 y A8

ACODESA: Trabajo grupal

El juego: J2, J4, J5

Este juego tiene como fin ejecutar algoritmos de adición y sustracción en los números enteros, además, fomentará la interacción social para analizar las diferentes estrategias de la solución de una operación aditiva.

Fase 1: Trabajo individual

Juego: STOP

Consideraciones: Esta fase está comprendida de dos momentos, el primero es un juego de ejercitación en la que se resuelven expresiones aritméticas mediante la aplicación de las propiedades de adición y sustracción. Como segundo, se presenta una situación problema, que tiene como fin que los estudiantes interpreten y resuelvan problemas de la vida real que impliquen la suma y la resta de números enteros. El material necesario son hojas fotocopiables, video beam y marcadores.

En el desarrollo de la actividad los estudiantes logran activar los aprendizajes A3, A4, A5, A6 y A8, como también se puede aceptar algunos obstáculos como lo son O2, O5 y O6. Por tanto, la aplicación del juego y la ejecución de problemas para que los estudiantes se familiaricen con ellos, permitirán en ellos, un mayor interés y motivación por resolverlos lo cual implique superar los obstáculos surgidos y obtener aprendizajes favorable

Tabla 14

Juego: ¡STOP!

-
- 1- Juego de Stop para ejercitar el cálculo mental
 - 2- Carlos Díaz es un estudiante de séptimo grado que recibe una mesada de \$235000. Al final de cada mes realiza un balance de sus finanzas con ayuda de los comprobantes correspondientes. Quiere comprar un skateboard que tiene un valor de \$350000 y, para ello, ahorra \$95000 mensuales y procura ahorrar al máximo el dinero destinado a onces gastando en ello \$50000 al mes. Va a cine con sus amigos tres veces al mes gastando \$17000 en la primera película, \$15000 en la segunda y \$20000 en la tercera y quiere comprar un video juego para XBOX 360 por valor de \$124000.
 - a. ¿Cómo podemos representar los gastos y el dinero recibido?
 - b. ¿Puede comprar Carlos el videojuego? Justifica tu respuesta.
 - c. ¿Cuánto dinero recibió?
 - d. ¿Cuánto dinero gastó?
 - e. ¿Es posible plantear una expresión aritmética que involucre números enteros mostrando la situación? ¿Cuál sería esta expresión?

Obstáculos: O2, O5 y O6

Aprendizajes: A3, A4, A5, A6 y A8

ACODESA: Trabajo individual

El juego: J1, J2

Esta fase está comprendida de dos momentos, el primero es un juego de ejercitación en la que se resuelven expresiones aritméticas mediante la aplicación de las propiedades de adición y sustracción. Como segundo, se presenta una situación problema, que tiene como fin que los estudiantes interpreten y resuelvan problemas de la vida real que impliquen la suma y la resta de números enteros. La aplicación del juego contribuirá motivación, creatividad y rapidez en la construcción de estrategias de solución.

Fase 2: Trabajo grupal

Juego: PIERDE O GANA

Consideraciones: En estas actividades los estudiantes deberán establecer relaciones de correspondencia y equivalencia entre los términos empleados y el lenguaje numérico que implica métodos de solución por medio de las propiedades de adición y sustracción de los números enteros. Este juego dinámico y situación problema proporcionará a los estudiantes potenciar los aprendizajes A1, A3, A4, A6 y A8, como También es posible que se lleguen a presentar los obstáculos O4, O5 y O6. El papel del profesor será participar del juego con cada grupo y anotar observaciones en la bitácora.

Tabla 15

Juego: Pierde o Gana

-
- 1- Juego *Pierde o Gana*
 - 2- Leo la tabla de *Punto Gol* y respondo las preguntas.

Punto gol

Equipos	Primera ronda		Segunda ronda		Puntajes		Resultado final
	Puntos a favor	Puntos en contra	Puntos a favor	Puntos en contra	Primera ronda	Segunda ronda	
A	1	0	5	0			+6
B	0	4	0	3			-7
C	5	0	2	0			+7
D	0	2	0	4			-6
F	3	0	0	5	+3	-5	-2
G	1	2	2	4	-1	-2	-3
H	4	0	6	1		+5	+9

- ¿Cuáles equipos obtuvieron mayor puntaje en la primera ronda? ¿Por qué?
 - ¿Qué equipos lograron puntos en contra en las dos rondas? ¿Cómo puedo representarlos?
 - ¿En qué ronda se presentaron más puntos a favor? ¿Cuál es el resultado final?
 - Según la tabla, ¿Cuál es equipo campeón y el último equipo del torneo?
 - Realizo una representación de todos los equipos del torneo según los resultados finales mostrados.
-

Obstáculos: O4, O5 y O6

Aprendizajes: A1, A3, A4, A6 y A8

ACODESA: Trabajo grupal

El juego: J1, J2, J3, J4, J5

En estas actividades los estudiantes deberán establecer relaciones de correspondencia y equivalencia entre los términos empleados y el lenguaje numérico que implica métodos de solución por medio de las propiedades de adición y sustracción de los números enteros

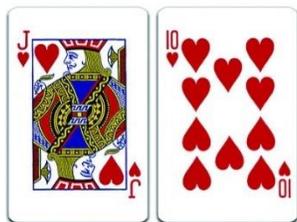
Fase 3: Debate

Consideraciones: En esta fase se realizará una serie de preguntas enfocadas a generar una discusión entre las diferentes estrategias de solución que plantearan los estudiantes en el trabajo individual y grupal anterior. Durante la práctica del debate es probable que los estudiantes desarrollen los aprendizajes A1, A3, A4, A6, A7 y A8. Por otra parte, la discusión y la socialización permitirán refinar los procesos de solución que utilizaron los estudiantes en las fases anteriores. Es posible que surjan o se mantengan los obstáculos O2, O4, O5 y O6.

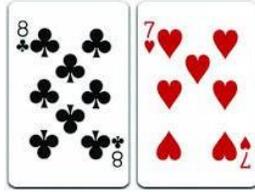
Tabla 16

Juego: Pierde o gana

Del anterior juego Pierde o Gana, respondo las siguientes preguntas.
¿Qué ocurre si yo obtengo dos de igual color gano o pierdo?



- ❖ ¿Qué ocurre si yo obtengo dos cartas de diferente color?
-



- ❖ Es cierto que: *números con signos iguales se suman y permanece el signo, además, números con signo diferente se restan y quedan con el signo del número más grande.*

Obstáculos: O4, O5 y O6

Aprendizajes: A1, A3, A4, A6, A7 y A8

ACODESA: Debate

El juego: J3, J5

En esta fase se realizará una serie de preguntas enfocadas a generar una discusión entre las diferentes estrategias de solución que plantearan los estudiantes en el trabajo individual y grupal anterior. Por otra parte, la discusión y la socialización permitirán refinar los procesos de solución que utilizaron los estudiantes en las fases anteriores.

Fase 4: Autorreflexión

Tabla 17

Fase de autorreflexión

En esta fase los estudiantes contarán las experiencias vividas en los juegos y se propondrán algunas preguntas, por ejemplo:

¿Cómo se relacionan la suma y resta de números enteros con las pérdidas y ganancias?

¿Qué se debe tener en cuenta para sumar y restar números enteros?

Cuando tienes una situación que implica deudas y ganancias ¿cómo la solucionas?

Obstáculos: No aplica	Aprendizajes: En esta fase se llevará a cabo un proceso metacognitivo, ya que los estudiantes realizarán una evaluación interna sobre sus procesos; por lo tanto, no aplican los aprendizajes de la figura 15
ACODESA: Autorreflexión	El juego: J5
Se realizará un momento de autocritica consciente sobre los procesos y momentos experimentados en las fases de trabajo grupal juego “Pierde o Gana”.	

Fase 5: Institucionalización

Tabla 18

Fase de institucionalización

En esta fase se llevará a cabo un resumen de lo vivido anteriormente en los grupos de trabajo, se compararán procesos y se retomaran discusiones anteriores si es necesario	
Obstáculos: No aplica	Aprendizajes: A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7 y A8
ACODESA: institucionalización del conocimiento	El juego: J5
Se socializará mediante una puesta en común los procesos y momentos experimentados en las fases anteriores, provocando así en cada estudiante el identificar su aprendizaje adquirido o utilizado en las actividades desarrolladas.	

Revisión y validación de las actividades

La revisión y validación de las actividades fue hecha en tres diferentes etapas, inicialmente fue realizada durante el curso “Anteproyecto Trabajo de Profundización” dirigido por la profesora Diana Escobar, en este curso los estudiantes y la profesora escucharon las exposiciones por medio de videos y exposiciones las diferentes actividades; ellos revisaron y validaron cada una de ellas para que fueran acordes a los objetivos y al marco teórico planteado.

En la segunda etapa, nuevamente se realizó una revisión de la unidad didáctica en el inicio del curso “Sistematización de la Propuesta” dirigido por la profesora Diana Escobar y los estudiantes matriculados, además, la asesora del proyecto sugerido por la coordinación de la maestría realizó la revisión

Finalmente, en la tercera etapa la revisión y validación fue hecha por los coordinadores académicos del colegio de La Presentación; Luis Ernesto Carvajal Vera licenciado en matemáticas y física que mencionó:

“La Propuesta de los docentes Licenciados en Matemática Ludwing Ortiz y Gustavo Cuevas de programa de maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Antioquia es totalmente compatible con nuestro ideario de formación y desarrollo como es la de incorporar instrumentos lúdicos, para hacer del juego una estrategia generadora de óptimos escenarios de aprendizaje de las matemáticas que pretenden elevar el nivel de competencias de nuestros estudiantes de sexto grado”

También, José Gabriel Rico Méndez licenciado en matemáticas, comentó:

“Iniciar una temática con una actividad lúdica, una actividad contextualizadora; genera en los estudiantes una expectativa de lo que se va a trabajar. Ver la aplicación de los

conceptos matemáticos en la vida cotidiana, es lo que les permite reconocer la importancia de esta área en su diario vivir. El juego: avanza o retrocede estuvo bien organizado y estructurado, permitiendo con esto, confrontar a los estudiantes con sus presaberes y aprendizajes nuevos. Las preguntas orientadas en la actividad y la vinculación de la recta numérica, brinda a los estudiantes un mayor entendimiento de los números enteros”.

Las revisiones mencionadas anteriormente permiten evidenciar la coherencia de cada una de las actividades planteadas en la unidad didáctica con los objetivos, el marco teórico y el objeto de estudio planteado para este proyecto de investigación.

Recolección y análisis de datos

Recolección de datos

La investigación propuesta busca mediante el juego fortalecer la adquisición del componente numérico a estudiantes de sexto grado del Colegio de La Presentación de Bucaramanga a través de las operaciones de suma y resta de números enteros. Por tal razón se diseñó una secuencia didáctica desde el enfoque de la teoría ACODESA compuesta por guías que son mediadas por juegos. En el capítulo del marco teórico, se explica cómo la teoría ACODESA es una metodología basada en la interacción social de los estudiantes y constituye el aprender mejor matemáticas mediante un trabajo colaborativo. Por este motivo cada una de las actividades contempladas en la guía de la secuencia didáctica está dirigida a momentos creativos, lúdicos y dinámicos como son los juegos y otras herramientas que se necesitan desarrollar en un ambiente presencial de manera individual o grupal, como también lo acuerda el modelo a seguir que son las fases de ACODESA.

Además, para lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos, es necesario la aplicación y análisis de la propuesta didáctica, sin embargo, para su aplicación y desarrollo por parte de los estudiantes se origina el inconveniente de la emergencia sanitaria por la que la República de Colombia atraviesa y en la que el Ministerio de Educación Nacional estableció el 20 de marzo del 2020, la Directiva N°3, en la que determina.

La medida para contener el COVID19 es el aislamiento social, con el propósito de preservar la salud de los colombianos y en armonía con el derecho a la educación, ningún colegio privado en el país puede adelantar clases presenciales hasta el 20 de abril de 2020, y teniendo en cuenta la evolución epidemiológica que reporte la autoridad sanitaria del país. (MEN, 2020, p. 1)

Por lo que el Colegio de La Presentación de Bucaramanga se acoge adoptar un calendario diferente, en el cual se tiene en cuenta el trabajo virtual desde casa de cada estudiante para culminar el primer periodo académico, en la fecha del 24 de marzo a 30 de marzo del presente año. Y también el de adelantar el receso de vacaciones desde el 31 de marzo hasta el 20 de abril.

De este modo presentamos el argumento de no llevar a cabo la aplicación, por lo que se optó por realizar como lo especifica nuestro objetivo general, llevar a cabo un análisis hipotético de como contribuye la secuencia didáctica propuesta, y medida que también propone el programa de la Maestría en la Enseñanza de las Matemáticas de la UDEA. Finalmente esperamos contribuir con el análisis de nuestra propuesta y recomendarla como conclusión, para una aplicación a un futuro.

Descripción del trabajo de campo

Prueba diagnóstica y juego “Avanzo o retrocedo”

Antes de decretarse el aislamiento social obligatorio, el día 13 de marzo de 2020 se aplicó la prueba diagnóstica y el juego “Avanzo o retrocedo”, lo que puede considerarse según Hernández, Fernández y Baptista (2014) parte de una inmersión inicial, donde se pudo evidenciar que las actividades y/o juegos podían llegar a responder el planteamiento del problema y además era el adecuado, ya que el juego que se aplicó, generó la atención de los estudiantes al responder la rejilla de reflexión.

Figura 14

Desarrollo del juego “Avanzo o retrocedo”



Mediante la ejecución de las actividades, se desarrolló una interacción social donde se logró la participación de la mayoría de los estudiantes, estimulando un enfoque conductual en el aprendizaje de las matemáticas que señala Serrano (2007). También se manifestaron los conceptos, ideas y respuestas que surgieron en los estudiantes en el desarrollo de estos juegos, como lo indica

el enfoque cognitivo. Así mismo, se envió de manera virtual algunas actividades que sirvieron como agente validador de los aprendizajes. Por tal razón para el análisis conjunto de los datos y las interpretaciones que expresan los estudiantes se realiza una red sistemática a partir de las observaciones y de las actividades validadoras, la cual permite configurar un conjunto estable de categorías de descripción, que permitirán analizar y anunciar lo que los estudiantes expresan en el desarrollo de las guías.

A continuación, la figura 15 señala las categorías de descripción dirigidas a los enfoques del aprendizaje que manifiesta Serrano (2007), uno es el enfoque cognitivo vinculado al aprendizaje del componente numérico, el otro, el enfoque conductual está dirigido a la teoría ACODESA de Hit (2008) mediante la mediación del juego. Para la creación y organización de las categorías se considera pertinente usar la Red Sistémica, el cual según (Bliss y Ogborn, 1983; 1985) es un método que se basa en la organización de las respuestas de preguntas abiertas mediante redes estructurales en las frases de los alumnos, estas redes son posibles significados no tanto de los datos objetivos, sino de la interpretación que tienen los estudiantes.

Una red sistémica puede recoger diferentes ideas que fueron expuestas por alumnos, procedimientos empleados, actitudes y sentimientos, donde no es necesario verificar su calidad, es decir, no es una obligación clasificar y codificar las respuestas en correctas o incorrectas, sino en función del tipo de razonamiento.

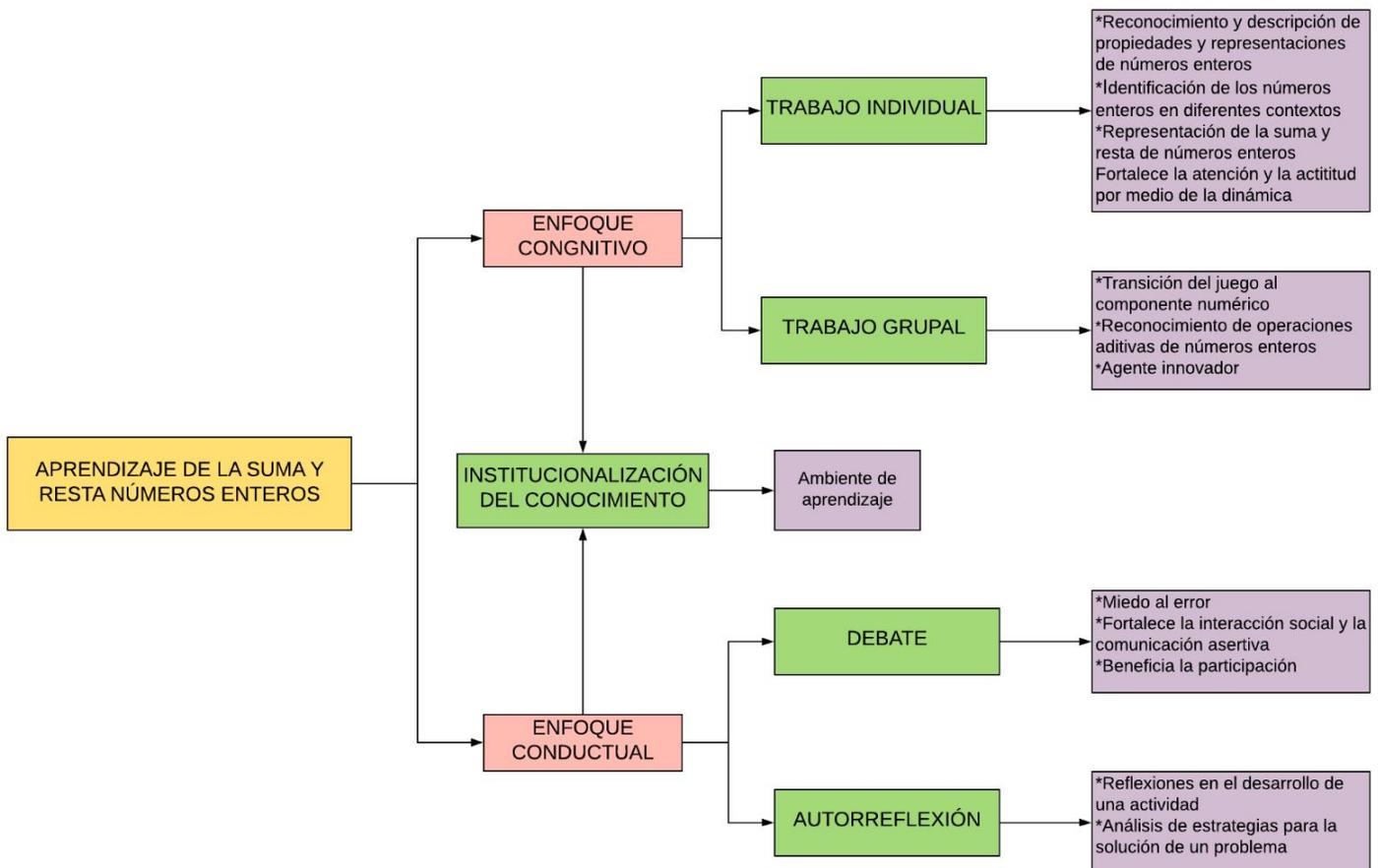
La siguiente red sistémica señala la jerarquización de las categorías del aprendizaje de los números enteros, dirigidas a través de los enfoques conductual y cognitivo planteados por Sarmiento (2007). Igualmente, esta red sistémica fue diseñada para responder la incidencia de la propuesta didáctica en el aprendizaje del componente numérico-variacional, mediante el análisis los datos recopilados de las actividades desarrolladas y la información hipotética que establece una

perspectiva a la contribución del aprendizaje de los números enteros en futuras aplicaciones, también cabe señalar que el análisis de datos hecho en esta investigación, permite establecer la importante relación que se interpreta de la metodología ACODESA y el juego.

Para cada una de las fases de la teoría ACODESA se plantearon categorías de análisis, las categorías de color rosa surgieron a partir del análisis del juego “Avanzo o retrocedo”, las actividades validadoras y la rejilla de reflexión, por otro lado, las categorías de color azul celeste surgieron de manera hipotética teniendo en cuenta el marco teórico.

Figura 15

Red sistémica general del aprendizaje de la suma y resta de números enteros



A partir de ahí se desglosan cuatro fases de la teoría ACODESA, el trabajo individual y el grupal conformando el enfoque cognitivo, ya que en estas fases los estudiantes se enfrentan y desarrollan situaciones o problemas planteados por el profesor.

Figura 16

Categorías de análisis de la fase del trabajo individual

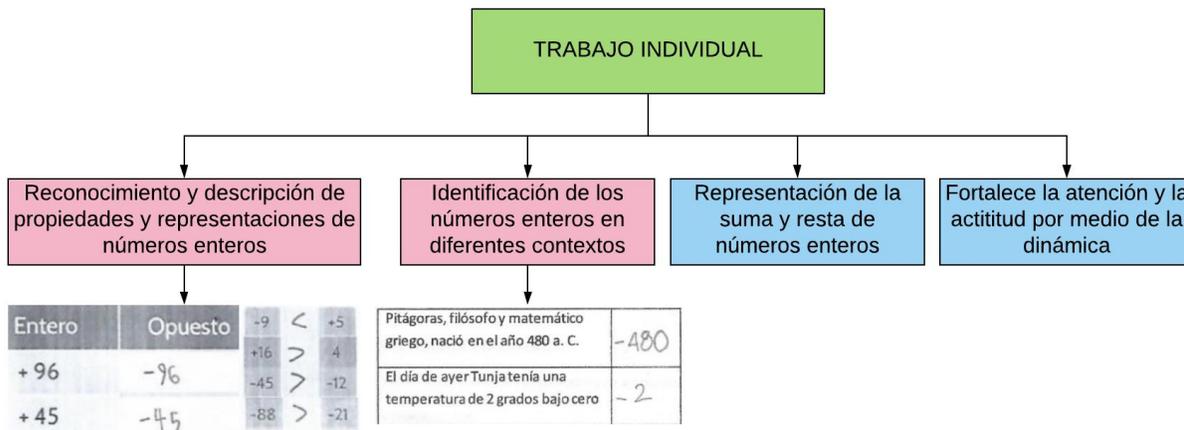


Figura 17

Categorías de análisis de la fase del trabajo grupal



De igual manera las fases debate y autorreflexión constituyen el enfoque conductual, debido a los momentos de interacción social y evaluación que los estudiantes experimentan.

Figura 18

Categorías de análisis de la fase del debate

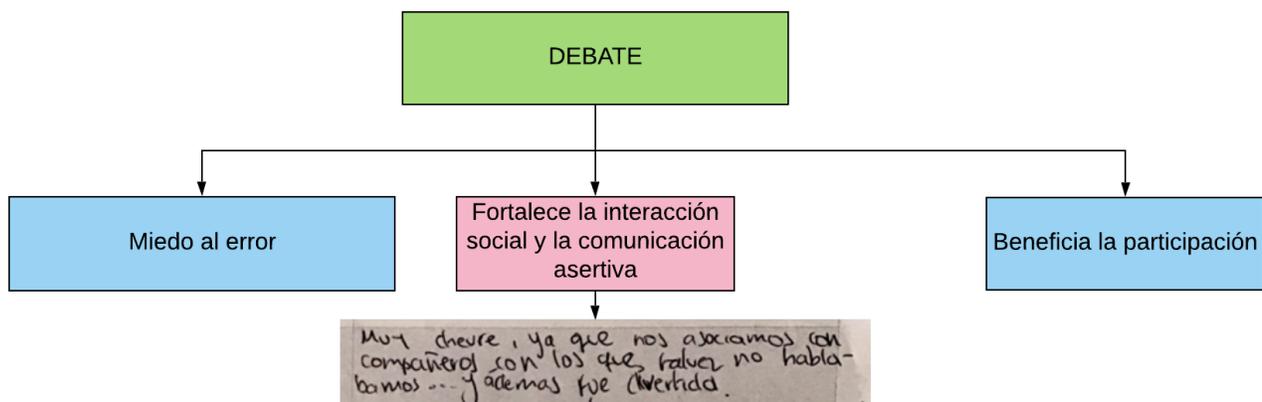
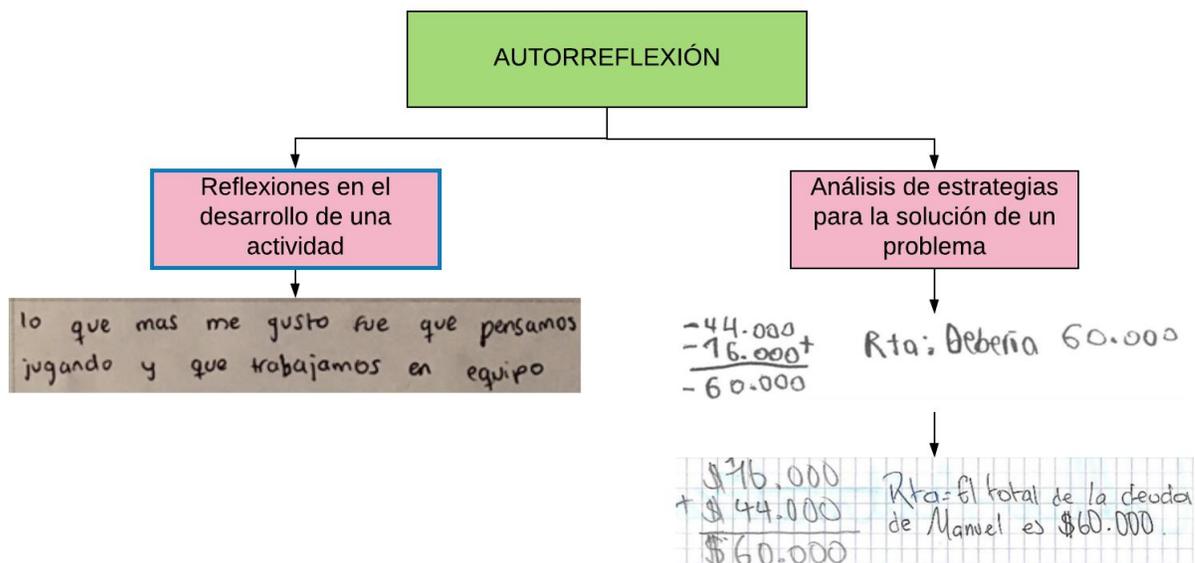


Figura 19

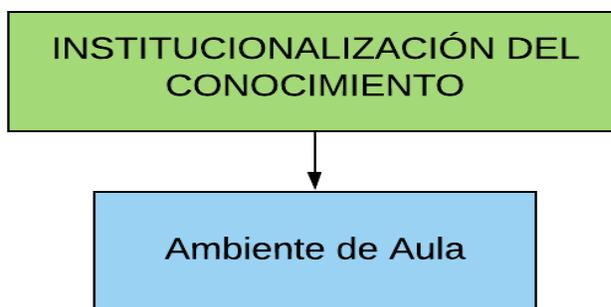
Categorías de análisis de la fase de autorreflexión



Finalmente, para la fase de institucionalización del conocimiento se considera que hace parte de los dos enfoques, porque según Rodríguez (2012) es un resumen que realiza el profesor de todo lo vivido en el ambiente de clase.

Figura 20

Categorías de análisis de la fase de institucionalización del conocimiento



Por otra parte, se conoció que después de la aplicación de las actividades validadoras y el juego *Avanzo o retrocedo* se observó que así los estudiantes de sexto grado mantuvieran su concentración y participación en el juego, algunos no desarrollaron la rejilla de reflexión, debido a que no respondieron ninguna pregunta o lo hicieron de manera concisa. A continuación, señalamos algunas evidencias.

Figura 21

Evidencia de la rejilla de reflexión excluida del análisis

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad? bien	Porque fue divertida
¿Qué fue lo que más o menos te gustó? nada de que quejarme	porque era excelente
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego? ninguna	porque esta bien así como esta

Figura 22

Evidencia de la rejilla de reflexión excluida del análisis

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	buena
¿Qué fue lo que más o menos te gustó?	me gusto la creatividad y didacta
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego?	ninguna esta bien

Por lo tanto, se observa que sus soluciones no acceden a tener los amplios requerimientos que se puede llevar a cabo para un análisis que responda los objetivos de esta investigación, lo que permitió tomar la decisión de realizar una muestra selectiva de quince estudiantes para el análisis y visualización de los resultados. Estos estudiantes se denotan con la letra “E” acompañada de un número, como se muestra a continuación en la tabla 19, ellos son la muestra selectiva.

Tabla 19

Identificación de los estudiantes para el análisis de datos

Estudiantes	Respuesta
E1	SI
E2	SI
E3	SI
E4	SI
E5	SI
E6	SI
E7	SI
E8	SI
E9	SI
E10	SI
E11	SI
E12	SI
E13	SI
E14	SI
E15	SI

Análisis de datos

Trabajo individual

Las siguientes categorías fueron planteadas teniendo en cuenta las actividades: la lectura “*el cero*”, el juego *¡STOP!* y las actividades validadoras desarrolladas por cada uno de los estudiantes del grupo.

Identificación de los números enteros en diferentes contextos

Esta categoría se refiere al reconocimiento de los números enteros en diferentes contextos de la vida cotidiana. Dentro de una actividad validadora el estudiante E1 respondió lo siguiente:

Figura 23

Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la actividad validadora

Pitágoras, filósofo y matemático griego, nació en el año 480 a. C.	-480
El día de ayer Tunja tenía una temperatura de 2 grados bajo cero	-2
El hombre llegó a la Luna, único satélite natural de la tierra, en el año 1969 d. C.	+1969
La empresa tiene una pérdida de \$150.000.000	-150.000.000
La altura del monte Everest es de 8884 m, sobre el nivel mar	+8884

El estudiante identificó aplicaciones de los números enteros en situaciones de temperatura, donde reconoció la temperatura de cero grados centígrados, según él:

“Es un punto de referencia que permite diferenciar las temperaturas positivas de las negativas, es como un termómetro”.

Por otro lado, cuando se le preguntó ¿Por qué las pérdidas las relacionó con un número negativo?, el estudiante E5 respondió:

“Porque las pérdidas me restan dinero de lo que tengo, si yo tengo cierta cantidad de dinero, pero tengo una deuda, la debo pagar y eso hace que me reste dinero por eso es un número negativo, mientras que las ganancias siempre me van a sumar al dinero que tengo”

Por lo anterior, se puede evidenciar que los estudiantes reconocen los números enteros en diferentes contextos a partir de puntos de referencia, por ejemplo, en las temperaturas y en las líneas de tiempo, este significado y uso de los números hacen parte del pensamiento numérico-

variacional según los Lineamientos Generales de la Prueba Saber ICFES 5° y 9°, los cuales lo definen como “la comprensión de los números y de la numeración, el significado del número, el uso de los números...”. Aunque, se podría decir que también reconocen los números enteros a partir de las experiencias personales y en contextos de su vida cotidiana, ya que como se mencionó anteriormente con ayuda de ejemplos asocian los números enteros a las deudas y ganancias. Eso hace ver que los alumnos ven la utilidad y la aplicación de este conjunto de números, tal como lo dice Bocanegra (2017) no sólo se debe estudiar las propiedades y representaciones, sino también se debe analizar las aplicaciones en contextos de la vida cotidiana.

Reconocimiento y descripción de propiedades y representaciones de los números enteros

Es la identificación y la explicación por parte de los estudiantes de las propiedades de los números enteros. El estudiante E2 en una actividad de identificar opuestos de números y establecer relaciones de orden respondió lo siguiente:

Figura 24

Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora

Entero	Opuesto
+ 96	-96
+ 45	-45
- 19	19
- 587	587
+ 1025	-1025

-9	<	+5
+16	>	4
-45	>	-12
+745	>	+714
-88	>	-21
+375	>	+285
-23	<	-156
+95	>	-25
-36	<	+4

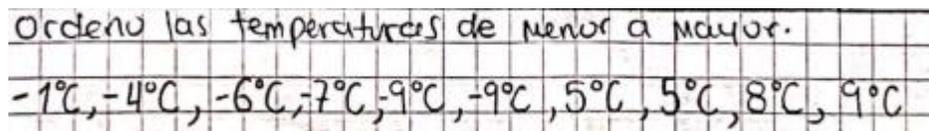
Como se puede observar en la figura 24, aunque el estudiante reconoce los opuestos de los números, tiene dificultades para reconocer el orden de los números enteros, más exactamente de los números negativos, por ejemplo, afirma que:

- *-88 es mayor que -21*
- *-156 es mayor que -23*
- *-45 es mayor que -12*

Por otro lado, cuando se les pidió ordenar temperaturas de menor a mayor, el estudiante E3 respondió:

Figura 25

Evidencia del estudiante E3 del desarrollo de la actividad validadora

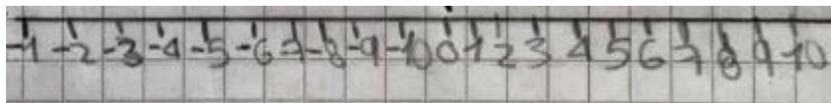


Handwritten student work on grid paper. The first line reads: "Ordenu las temperaturas de menor a mayor." The second line lists the temperatures: $-1^{\circ}\text{C}, -4^{\circ}\text{C}, -6^{\circ}\text{C}, -7^{\circ}\text{C}, -9^{\circ}\text{C}, -9^{\circ}\text{C}, 5^{\circ}\text{C}, 5^{\circ}\text{C}, 8^{\circ}\text{C}, 9^{\circ}\text{C}$.

Se logra observar que el orden de manera ascendente de números enteros generó dificultades en la representación gráfica, ya que cuando se le solicitó al estudiante E1 representarlas en la recta numérica lo hizo de la siguiente manera:

Figura 26

Representación de la recta numérica por parte del estudiante E1

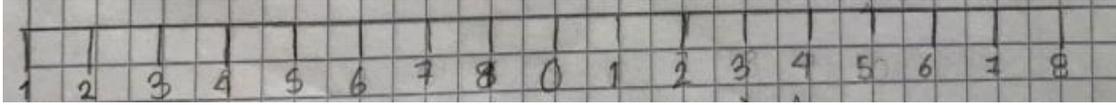


Handwritten student work on grid paper showing a number line from -10 to 10. The numbers are written in the following order: -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, -10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Por otro lado, el estudiante E4 representó en la recta numérica de la siguiente manera:

Figura 27

Representación de la recta numérica por parte del estudiante E4



Por lo anterior, podemos observar que los dos estudiantes están asimilando que los números negativos actúan igual que los positivos, es decir, consideran que el número -1 es el número entero negativo más pequeño, equivalente al número 1 en los positivos. Lo que puede llegar a interpretar mal las propiedades del valor absoluto y las representaciones en la recta numérica.

También, se puede evidenciar el obstáculo O4, el cual según Cid (2000) los estudiantes reconocen que los números positivos son los opuestos a los números negativos, tienen una naturaleza y usos diferentes, pero a la hora de representarlos no asimilan la heterogeneidad que identificaban en los conjuntos numéricos y no la unifican para construir la recta numérica, por lo que pueden representar dos rectas diferentes o una recta sin diferencia alguna.

Sin embargo, se identificó estudiantes que respondieron de manera correcta logrando reconocer números opuestos y estableciendo relaciones de orden, por ejemplo, el estudiante E5 respondió:

Figura 28

Evidencia del estudiante E5 del desarrollo de la actividad validadora

Entero	Opuesto
+ 96	-96
+ 45	-45
- 19	+ 19
- 587	+ 587
+ 1025	- 1.025

-9	+5
+16	4
-45	-12
+745	+714
-88	-21
+375	+285
-23	-156
+95	-25

Lo anterior evidencia el uso del pensamiento numérico, ya que según Bocanegra (2017) este pensamiento está relacionado con los números, usos operaciones, relaciones, propiedades y representaciones.

Representación de la suma y resta de números enteros

El análisis de esta categoría se tendrá en cuenta de manera hipotética y hace referencia a las diferentes formas que los estudiantes pueden usar para representar la adición y sustracción de números enteros. Para Becerra et.al (2012) afirman que los estudiantes pueden llegar a usar cuatro tipo de representaciones, simbólico, verbal, manipulativo y gráfico.

- Simbólico: hace referencia al uso del sistema de numeración arábica, valor absoluto, signos de agrupación, signos de relación y signos de operaciones. Esta representación se puede evidenciar en el juego del ¡STOP!, ya que los estudiantes deben usar sistemas de numeración y operaciones para encontrar los resultados en cada una de las casillas y así ganar el juego.

- Verbal: es el uso de sinónimos en situaciones, por ejemplo, sumar puede decirse como juntar, adherir y para resta, quitar, suprimir, entre otros. En las lecturas “El cero” y “El enemigo de mi enemigo” los estudiantes deben hacer uso de este tipo de representación porque las cantidades que se nombran son mediante un relato.
- Manipulativo: es el uso de material concreto para sumar o restar números. Los estudiantes hacen uso de esta representación durante la realización de los juegos “Avanzo o retrocedo”, “El parqués”, “Camino hacia la meta” y “Pierde o gana”, debido a que usarán material manipulativo como dados y cartas de dos colores diferentes para simbolizar los números negativos y positivos, para la realización de las diferentes sumas y restas y así ganar el juego.
- Gráfico: es el uso de la recta numérica. Esta representación se evidenció dentro de las actividades validadoras que se aplicaron de manera individual, ya que los estudiantes usaron la representación gráfica para solucionar las situaciones como se evidenció en las categorías anteriores.

Estas diferentes representaciones permiten mostrar que las operaciones de suma y resta no sólo se trabajan con números y símbolos, sino que hay varias formas de adquirir estos aprendizajes dejando a un lado los métodos tradicionales y monótonos.

Fortalece la atención y la actitud por medio de la dinámica

El análisis de esta categoría tendrá en cuenta de manera hipotética el desarrollo del juego *STOP* y la lectura *El Cero*, estas actividades permitirán activar de manera rápida la concentración voluntaria y disponer una mejor actitud en los estudiantes, debido a la temprana edad de 10 y 12 años que tienen, provocando un importante interés de integración y desarrollo en los aprendizajes J1, J2 y J4 del juego (ver tabla 5).

Para una futura aplicación de la lectura *El Cero*, se resolverán las siguientes preguntas.

Figura 29

Preguntas de la lectura “El cero”

Leo la lectura “El cero” y respondo las preguntas que se encuentran al final

Preguntas:

- ❖ ¿Por qué Robert afirma que falta el 0 entre el 1 y el -1?
- ❖ Siguiendo el planteamiento del anciano, ¿cuál es la diferencia entre el -1 y el -2?
- ❖ ¿Crees que es necesario que exista el número 0? Si no existiera, ¿cómo escribirías que no hay nada? ¿Y el número 10?
- ❖ ¿Cuándo crees que es necesario poner un signo negativo delante de un número? ¿Qué representa?
- ❖ Plantea una situación de tu vida cotidiana donde sea importante el cero.

Se espera que los estudiantes mediante la contextualización logren una mayor atención hacia la lectura, interpreten el rol del número cero en la recta numérica y permitan identificar algunas propiedades de los números enteros, también las preguntas realizadas los conducirá a construir de manera creativa situaciones reales donde el uso del número cero y los enteros sean esenciales, como lo fue en la lectura aplicada. Pues según Piaget (1985) el juego permite la asimilación total de la realidad, incorporándola para revivirla, dominarla y comprenderla, por lo que lleva a provocar una conducta voluntaria de aprender. De igual manera ante una aplicación del texto *El cero* los estudiantes lograrán conocer diferencias e igualdades que presenta la recta numérica respecto a los números positivos y negativos y su aplicación en la vida cotidiana, pues Serrano (1990) sugiere que el aprendizaje se da cuando el niño adquiere vocabulario y nuevos significados en otros contextos.

También ante la aplicación del juego *Stop*.

Figura 30

Tablero del juego ¡STOP!

NÚMERO	+4	-13	+10	(_-6)+2	(_-4)-6	(_-2))+7	__-15+10

Se tiene la expectativa que los estudiantes al realizar el juego, su atención sea focalizada y centrada sobre el identificar los números positivos y negativos que usaran, y posteriormente operarlos para conocer su resultado como valor numérico en la recta numérica, ratificando lo que sugiere Alonso y Muñiz (2013) pues afirman que el juego desarrolla capacidades cognitivas por lo que requieren de esfuerzo, rigor y atención. La dinámica de este juego permitirá competición, motivación y la concentración necesaria para lograr acertar la solución y así ganar.

Finalmente se busca demostrar que los estudiantes fortalecen la concentración mediante los juegos y actividades de contexto, debido a que se desarrollan la habilidad de centrarse en un objetivo que es adquirir el aprendizaje de suma y resta en números enteros de manera voluntaria y sin esfuerzo, y evitar así posibles distracciones en su proceso de aprendizaje. Afirmando lo que sugiere Tirado, Peinado y Cárdenas (2011) el juego es una buena estrategia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por eso deben considerarse como una actividad importante en el aula, ya que contribuyen de una forma diferente a adquirir el conocimiento.

Trabajo grupal

Esta fase considerará los juegos del *Parqués* y *Pierde gana*, así como las contextualizaciones *Avanzo o retrocedo* y *Camino hacia la meta*, y su análisis se realizará mediante las siguientes categorías.

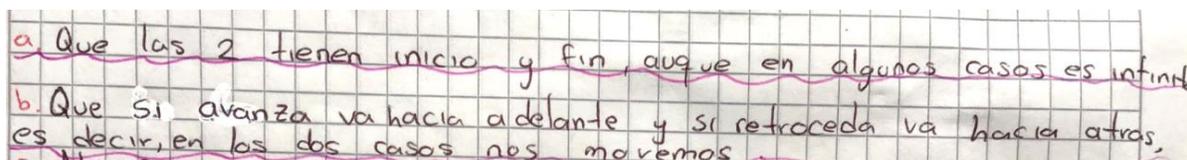
Transición del juego al componente numérico

Se identificó que después de la aplicación de *Avanzo o retrocedo* se presentaron algunas dificultades al momento de representar o describir el método de solución que utilizaron los estudiantes para lograr participar de la actividad, por tal razón esta categoría analizara los posibles obstáculos ocurrientes en el aprendizaje de la suma y resta de números enteros como son O2, O4 y O5 mencionados en la tabla 6. Análisis que se ajusta a la dinámica que presentan el juego *Pierde gana* y el *parqués*, debido a la similitud en su realización.

En la aplicación de la actividad se preguntó ¿Qué relación encuentras entre la línea de inicio y la recta numérica? y ¿Qué pasa si el valor del dado negro es mayor que el valor del dado rojo? ¿y viceversa?, el estudiante E6 respondió:

Figura 31

Evidencia del estudiante E6 del desarrollo de la actividad validadora



a. Que las 2 tienen inicio y fin, aunque en algunos casos es infinito.

b. Que si avanza va hacia adelante y si retroceda va hacia atrás, es decir, en los dos casos nos moveremos.

Figura 32

Preguntas del juego “Camino hacia la meta”

- ¿Qué resultados se necesitan en el dado negro y en el dado rojo para ganar?
- ¿Es posible no avanzar en un turno?
- ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la máxima cantidad de pasos?
- ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la mínima cantidad de pasos?
- Represente en la recta numérica todos los posibles resultados que se pueden obtener al lanzar los dados
- ¿Sumar y restar números naturales es igual que sumar y restar números enteros?

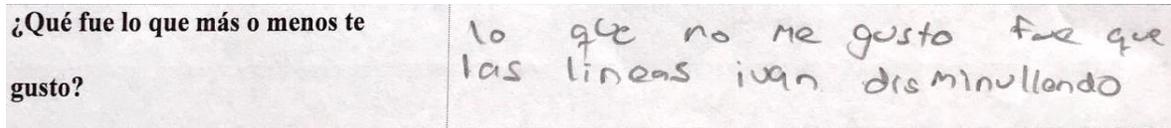
	-8	-9	-10	-11	-12	-13	-14		
-7	+6	+5	+4	+3	+2	-15	-33	-32	-31
-6	+7	+29	+28	+11	-16	-34			-30
-5	+8	+30	+27	+10	-17	-35			-29
-4	+9	+31	+26	+9	-18	-36			-28
-3	+20	META	+25	+8	-19	-37			-27
-2	+21		+25	+8	-20				-26
-1	+22	+23	+24	+6	-21	-22	-23	-24	-25
0	+1	+2	+3	+4	+5				

De lo anterior se interpreta una posible respuesta que el estudiante presentaría ante la aplicación del *Parques y Camino hacia meta*, debido a que estos dos juegos también exigen desplazamiento sobre la recta numérica, lográndose verificar en la evidencia, la dificultad en el identificar los números enteros en la recta numérica, ya que E6 no consideró el punto de partida como el número cero y el error en apreciar que la correspondencia del resultado en la suma, cantidad que debe correr es igual a la casilla de ubicación en la recta numérica. También se asume que se presentara la dificultad en reconocer las propiedades de la adición o sustracción de los números enteros al momento de jugar.

Ante la pregunta ¿Qué fue lo que más o menos te gusto?, se obtuvo:

Figura 33

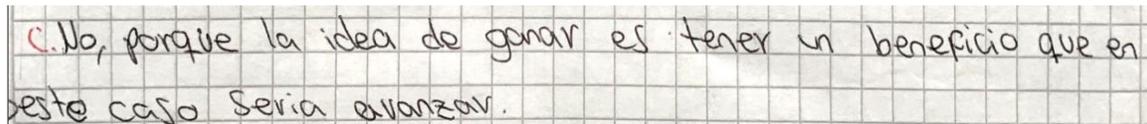
Evidencia del estudiante E7 del desarrollo de la rejilla de reflexión



También en la actividad se preguntó ¿Qué pasa si el valor de los dos dados es igual?

Figura 34

Evidencia del estudiante E7 del desarrollo de la rejilla de reflexión



Se evidencia la respuesta de coincidir aleatoriamente el mismo número en los dados o también en las cartas como sucedería en el juego *Pierde gana*. Debido a que el estudiante en este juego deberá reconocer los números negativos y positivos en una aplicación manipulativa con las cartas de póker y posteriormente realizar su respectiva adición. Ante estas evidencias expuestas y ante las esperadas, suele presentarse el obstáculo en el reconocimiento de la recta numérica, ya que no se tiene presente el conjunto de números enteros y se desconoce que la distancia de cada número entero en la recta es igual.

De lo anterior se demuestra los obstáculos epistemológicos O2, O4 y O5 (ver tabla 6) presentes en algunos estudiantes al momento de comunicar sus soluciones y conjeturas construidas, errores que posiblemente también se considerarán ante la aplicación de los otros juegos similares. Igualmente, Sanz (2010) sugiere que las actividades metacognitivas presentan una autorregulación, que es el momento donde el estudiante logra establecer un plan estratégico,

valorando las dificultades o inconvenientes que conoce o presume. De manera que en el desarrollo del juego aplicado la transición de organizar ideas y estrategias de solución, presentan inestabilidad al momento de tener una representación o expresión que unifique los números enteros en la recta numérica.

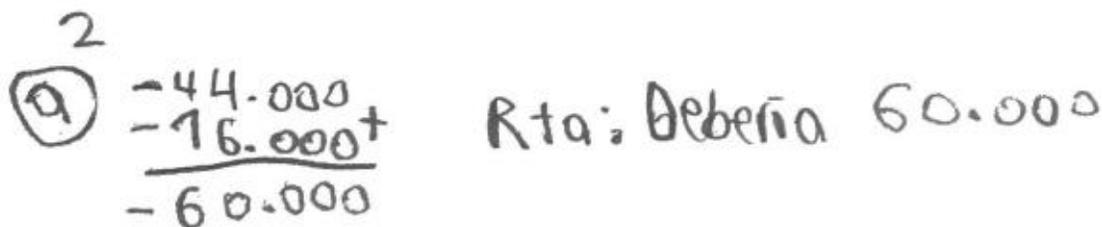
Reconocimiento de las operaciones aditivas de números enteros

Esta categoría hace referencia al reconocimiento de la suma y resta durante el desarrollo de los juegos y durante las actividades validadoras.

En la actividad “Manuel debe a la tienda \$16.000 y en servicios públicos \$44.000, ¿el total de la deuda de Manuel sería?”, el estudiante E2 respondió:

Figura 35

Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora



The image shows handwritten work. On the left, there is a circled number '9' with a '2' written above it. To its right is a subtraction problem:
$$\begin{array}{r} -44.000 \\ -16.000+ \\ \hline -60.000 \end{array}$$
 To the right of this calculation is the text "Rta: Debería 60.000".

En la actividad “Un negocio inicia el día con \$125.000 de capital y en horas de la tarde se sabe que hubo ventas totales por \$700.000 y se pagaron deudas por \$415.000. ¿Cómo queda la empresa financieramente al terminar el día?” el estudiante E2 respondió:

Figura 36

Evidencia del estudiante E2 del desarrollo de la actividad validadora

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there is an addition problem: $700.000 + 125.000 = 825.000$. To its right is a subtraction problem: $825.000 - 415.000 = 410.000$. To the right of these calculations, the student has written the conclusion: "Rta: Quedan con 410.000 de capital".

Nuevamente se puede ver que los estudiantes relacionan las ganancias y el capital con números positivos y las deudas con negativos, y al interpretar la pregunta realiza primero una suma del dinero que según él “*tiene a favor*”, para después realizar una resta con la deuda que el comerciante tiene.

Lo anterior permite evidenciar que los estudiantes identifican las operaciones de adición y sustracción en diferentes contextos a partir de ciertas cantidades dadas, en este caso deudas y ganancias, para realizar cálculos numéricos simples y dar una respuesta a una situación planteada, tal como lo afirma Quitian (2018), el cual considera que el pensamiento numérico se va adquiriendo a medida que los estudiantes lo apliquen en contextos que consideren significativos y en este caso, las deudas y las ganancias son muy comunes en la vida de los estudiantes, ya sea por los padres de familia que tienen negocios o por sus vivencias en los recesos escolares.

Durante el desarrollo del juego “Avanzo o retrocedo” como se explicó en las indicaciones de la actividad, los estudiantes tenían dos dados un dado negro que representaba para los números positivos y otro rojo para los números negativos. Al lanzar los dados, los alumnos identificaban las cantidades y realizaban la operación, en este caso una resta ya que tenían siempre una ganancia y una pérdida.

Así mismo, durante el juego “*El parques*” o “*Camino hacia la meta*” también los estudiantes pueden llegar a identificar las operaciones de suma y resta, pero a través de una representación manipulativa, el cual consiste en manejar objetos para el aprendizaje de un tema matemático específico, (Becerra et.al, 2012). Para Muñoz (2014) sugieren que el uso de material manipulativo en las clases de matemáticas presenta enormes ventajas, como optimizar procesos de enseñanza-aprendizaje ya que al usar diversos materiales se logran espacios significativos, además, potencian representaciones simbólicas que permite fortalecer la resolución de problemas en los estudiantes.

Agente innovador

En esta categoría se analizará la aplicación de los juegos como un instrumento renovador y moderno que promueve el desarrollo de aprendizajes en los estudiantes los cuales son J1, J3 y J4, mencionados en la tabla 5.

Durante el desarrollo de la actividad *Avanzo o retrocedo*, se le pregunto a los estudiantes a través de la rejilla de reflexión, ¿Cómo te pareció la actividad?, los estudiantes E1 y E9 respondieron:

Figura 37

Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la rejilla de reflexión

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	muy divertida ya que aprendemos suma mientras nos divertimos

Figura 38

Evidencia del estudiante E9 del desarrollo de la rejilla de reflexión

¿Cómo te pareció la actividad?	genial porque a medida que voy jugando voy aprendiendo y me gusta más que mis anteriores profesores de aritmética nos realizaban estas actividades.
--------------------------------	---

Por lo que las reflexiones que expresan los estudiantes consideran que la actividad realizada mediante el juego, permitió el reconocimiento de nuevos materiales, momentos y herramientas de aprendizaje, por lo que Moreno y Sánchez (2019) afirman, que adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que las que obtendrían en otras situaciones de aprendizaje; Consideración que se ajusta ante una futura aplicación del juego *Pierde gana*, pues en su realización se espera que los estudiantes establezcan relaciones de correspondencia y equivalencia entre los términos empleados y el lenguaje numérico que implica las cartas del póker, permitiéndoles crear posibles métodos de solución por medio de las propiedades de adición y sustracción de los números enteros, comprobándose de esta manera, que el desarrollo dinámico presentes en las actividades influye en los niños a que estén más cómodos actitudinalmente.

De igual forma Alonso y Muñiz (2013) sugieren que los juegos son actividades novedosas que estimulan el desarrollo social de los estudiantes, provocando la ruptura de todo momento rutinario como es el espacio tradicional en el salón de clase.

Otra pregunta que se realizó a los estudiantes fue, ¿Qué fue lo que más o menos te gusto?, los estudiantes El respondió:

Figura 39

Evidencia del estudiante E1 del desarrollo de la rejilla de reflexión

¿Qué fue lo que más o menos te gusto?	lo que mas me gusto fue que hicimos algo distinto que lo de siempre
---------------------------------------	---

Se evidencia la tendencia que provocó esta dinámica y así mismo visualizar el impacto en los estudiantes de sexto grado que permitirían los otros juegos de trabajo en equipo, pues Moreno y Sánchez (2019) sugieren que el empleo de juegos matemáticos contribuye a desarrollar las ideas matemáticas y el pensamiento lógico. Logrando fortalecer la participación y finalmente alcanzar los objetivos referidos.

Debate

Esta fase analizara las actividades la lectura *el enemigo de mi enemigo*, las preguntas de aplicación del juego *Pierde gana* y las diferentes estrategias de solución que plantearon los estudiantes en la socialización que expresaron mediante la rejilla de reflexión al culminar el juego de *avanzo o retrocedo*.

Miedo al error

Durante la aplicación de *Avanzo o retrocedo*, se logró evidenciar algunas situaciones del temor que algunos estudiantes sienten en los momentos de socialización, lo que genera miedo a equivocarse y sentirse avergonzados, situación que genera inseguridad intelectualmente frente a otros estudiantes con gran desempeño académico en matemáticas. Pues según Jiménez, Suarez y Galindo (2010) afirman que la socialización contribuye a la comprensión de un asunto matemático, ya que se pueden expresar las ideas propias y las de los demás. Por tal motivo esta categoría analiza de manera hipotética los posibles temores que los estudiantes también pueden

presentar en el desarrollo de las demás actividades. Debido a que algunos estudiantes presentan desinterés y dificultad al momento de expresar sus conjeturas y estrategias que usaron en la actividad, pues, en la socialización de la prueba diagnóstica y las preguntas del juego *Avanzo o retrocedo* algunos estudiantes manifestaron que no estaban seguros de contestar porque no sabían si su respuesta era la correcta porque solo se dedicaron a jugar e incluso a pensar a que otros compañeros posiblemente bromearan con su respuesta.

Sin embargo, en la socialización hecha luego del desarrollo del juego aplicado, todos los estudiantes fueron respetuosos con sus compañeros, se observó también un miedo de algunos estudiantes al momento de aplicar la socialización, tanto que no contestaron la rejilla de reflexión. Fernández (2016) afirma que el miedo en las matemáticas es un problema real y existente, que se puede manifestar en nerviosismo, temor a las pruebas, temor al hablar, rechazo, entre otros, que pueden llegar a perjudicar el aprendizaje de las matemáticas. No obstante, en el momento del debate vivenciado en el salón de clase, la intervención del profesor (moderador) y el proceso de discusión y/o validación de las preguntas que respondió cada estudiante, permitieron mejorar estas dificultades en algunos y así adquirir evidencias significativas de aprendizaje como se analizara a continuación con las siguientes categorías.

Fortalece la interacción social y la comunicación asertiva

Para hacer el análisis de esta categoría se considera el juego *Avanzo o retrocedo* aplicado, así como las demás actividades que enriquecen el vínculo entre las personas, pues su aplicación requirió de organización, liderazgo y cooperación entre los estudiantes, además se permite crear un ambiente en el cual cada estudiante comunica sus ideas de manera directa siguiendo las instrucciones y respetando la de los demás.

En la aplicación de la rejilla de reflexión ante la pregunta ¿Cómo te pareció la actividad?, los estudiantes E10 y E11 respondieron:

Figura 40

Evidencia del estudiante E10 del desarrollo de la rejilla de reflexión

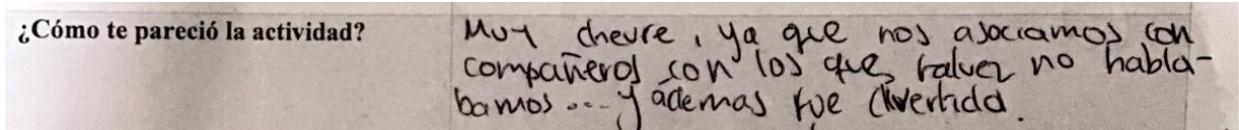
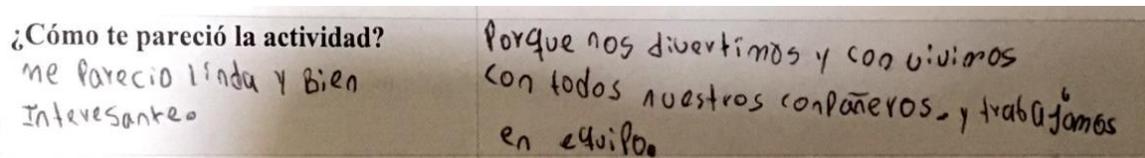


Figura 41

Evidencia del estudiante E11 del desarrollo de la rejilla de reflexión



Se logra apreciar que los estudiantes manifestaron su empatía a través del trabajo compartido con sus compañeros, asimismo Moreno y Sánchez (2019) afirman que el juego fomenta procesos de socialización y amistad. También se puede evidenciar la interacción interpersonal que los estudiantes lograron mantener con sus grupos de juego, mediante la competición y la actitud natural de jugar, puesto que su trabajo de grupo fue reciproco y genero confianza en los participantes del grupo. Situación similar ante la expectativa de aplicar el juego *Pierde gana*, pues su posible desarrollo también se ajusta a construir acuerdos de grupo mediante los conocimientos de cada estudiante y beneficia las interacciones sociales del equipo.

Por tanto, se demuestra y se espera también que los estudiantes participen de la aplicación de los otros juegos, debido a que en el debate que se realizó, se comprueba la comunicación asertiva y el estímulo social producido que se mantuvo en el grupo, ratificándolo con lo que define

Torres (2002), el juego es considerado por la didáctica como un entretenimiento que ayuda a propiciar el conocimiento, lo que permite a los estudiantes participar y cooperar con los compañeros. Por lo tanto, la actividad aplicada provocó comodidad en cada estudiante, pues fue un momento para expresar ideas, hipótesis o respuestas y así construir estrategia de equipo.

Beneficia la participación

Esta categoría describirá también de manera hipotética el aporte que el juego promueve en la participación del estudiante, por lo que la edad que presentan los niños de sexto grado entre 11 y 12 años los conducirá a crear nuevas agrupaciones de compañerismo y a tener situaciones individuales de comodidad entre ellos al momento de jugar.

En el desarrollo del juego *Avanzo o retrocedo*, se vivenció un momento de socialización de las preguntas de la rejilla de reflexión con algunos estudiantes, uno de ellos respondió:

Figura 42

Evidencia del estudiante E12 del desarrollo de la rejilla de reflexión

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	chebre porque pode mas divertirnos y desarrollar nuestra mente
¿Qué fue lo que más o menos te gusto?	lo que mas me gusto fue que lo hicimos en grupo
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego?	ninguna porque la actividad estuvo chibre

De la anterior evidencia de la rejilla de reflexión se interpreta que algunos estudiantes se sienten en ambiente dinámico y cómodo durante y posteriormente al juego. Situación que se adapta a las actividades del *STOP*, *Pierde gana* y *Parques*, pues son juegos que permitirá a cada

estudiante el potenciar la participación voluntaria al momento de desarrollarlas, debido al interés y gusto que presentan los estudiantes por jugar y compartir con otros compañeros, aspecto que se interpretó en las fases anteriores y que de igual manera Moreno y Sánchez (2019) lo definen, ya que el jugar motiva a los estudiantes a participar en las actividades. Así como también permiten corregir los posibles obstáculos presentados.

Figura 43

Preguntas de la lectura “El enemigo del enemigo”

Leo la lectura “El enemigo de mi enemigo” y respondo las preguntas que se encuentran al final, luego socializo mis respuestas con mis compañeros.

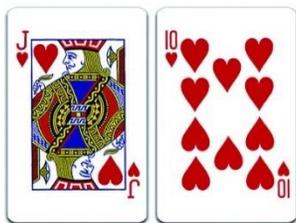
- A partir de la lectura, ¿en qué situaciones se utilizan los números negativos?
 - ¿Por qué se consideran más abstractos los números negativos que los positivos?
 - ¿Qué significa que un parking subterráneo tenga niveles S1 y S2? ¿Puede existir el nivel S0?
 - Debido a que los años se cuentan antes y después de Cristo, y se identifica el año 0 con su nacimiento, ¿cuántos años transcurrieron, entonces, desde el 27 a. C. hasta el 89 d. C.?
 - ¿Se te ocurre alguna situación más donde se evite usar el signo negativo de un número? ¿Por qué crees que se evita en esos contextos? ¿Tú lo evitarías?
- ¿Cómo se ubican los números enteros en la recta?

Figura 44

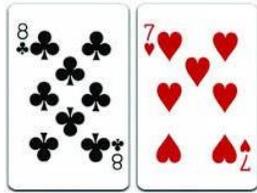
Preguntas del juego “Pierde o gana”

Del anterior juego Pierde o Gana, respondo las siguientes preguntas.

¿Qué ocurre si yo obtengo dos de igual color gano o pierdo?



¿Qué ocurre si yo obtengo dos cartas de diferente color?



Es cierto que: números con signos iguales se suman y permanece el signo, además, números con signo diferente se restan y quedan con el signo del número más grande.

Se tiene la expectativa que en la aplicación del texto *El enemigo de mi enemigo* y el juego *pierde gana* cada estudiante intervendrá en el desarrollo de la actividad con la construcción de ideas, hipótesis y los conocimientos adquiridos de los números enteros, debido al uso contextual que ofrece el juego mediante las cartas de póker y las situaciones de la vida cotidiana en las que se utilizan los números positivos y negativos, como se analiza en la lectura. Ratificando de esta manera lo que Alonso y Muñiz (2013) sugieren, pues el juego es una actividad que desarrolla capacidades cognitivas y estimula la interacción social de los estudiantes, ofreciendo un nivel de seguridad al momento de intervenir individual o grupalmente. También las preguntas que presenta cada actividad promoverán a que los estudiantes comuniquen su experiencia de participación en el juego y los aprendizajes en la suma y resta de los números enteros que se adquirieron, permitiendo así vivir un momento de puesta en común con las diferentes soluciones expuestas. Pues igualmente Sanz (2010) sugiere que la autorregulación de la metacognición es el proceso en el que el estudiante valora su propio aprendizaje, confirma si está usando lo establecido y si realmente comprende y logra la solución de la situación.

Por tanto, se espera evidenciar los momentos de las fases anteriores y del debate que se aplicó, pues según Hit (2014) esta etapa desarrolla las ideas coherentes que se pueden representar a través de hechos y enunciados, los cuales son las consideraciones y la participación que los

estudiantes demostraron en la aplicación de las actividades, generando así un conocimiento público.

Autorreflexión

Para el análisis de esta fase solo se considerará la aplicación de la rejilla de reflexión, debido a que las preguntas del debate presentadas en las guías didácticas están relacionadas con las actividades del trabajo grupal e individual que no fue posible aplicar y experimentar con los estudiantes, sin embargo, el instrumento aplicado permite analizar las evidencias recolectadas y también tener la visión de las posibles respuestas que los estudiantes hubieran manifestado con las actividades no aplicadas.

Reflexiones en el desarrollo de una actividad

Esta categoría está enfocada al análisis de las estrategias de solución que crearon los estudiantes para desarrollar el juego *Avanzo o retrocedo* y también a los aprendizajes que adquirieron de manera individual y socializaron a los demás, las respuestas expresadas en este instrumento permitirán tener una expectativa del como los estudiantes se desenvolverían en una futura aplicación de los otros juegos.

Posteriormente a la actividad *Avanzo o retrocedo* se vivió el momento de autorreflexión a través de la aplicación de algunas preguntas referidas en la rejilla de reflexión, en la que algunos estudiantes respondieron.

Figura 45

Evidencia del estudiante E13 del desarrollo de la rejilla de reflexión

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	Buena, porque me pareció que fue muy necesaria ya que pues pudimos aprender que tema vamos a ver.
¿Qué fue lo que más o menos te gusto?	Que mientras hacíamos la actividad la disfrutamos, ya que era como estar dentro de un juego de mesa.
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego?	Que duren un poco más, que sean mas activas, es decir, que alla mas actividad fisica.

Figura 46

Evidencia del estudiante E14 del desarrollo de la rejilla de reflexión

Preguntas	Justificación
¿Cómo te pareció la actividad?	Muy divertida, porque pudimos aprender un nuevo tema jugando
¿Qué fue lo que más o menos te gusto?	lo que mas me gusto fue que pensamos jugando y que trabajamos en equipo
¿Qué recomendaciones puedo dar una próxima aplicación del juego?	Ninguna

Se logra apreciar que los estudiantes comunicaron libremente sus opiniones sobre lo que experimentaron en todo el desarrollo de la actividad, permitiendo construir ideas, adquirir aprendizajes, estimar hipótesis y corregir errores de suma y resta en los números enteros, pues como lo sugiere Zapata (1990) citado por Moreno y Sánchez (2019) definen que el juego es un

elemento primordial para la enseñanza en la educación, ya que beneficia al desarrollo integral, emocional y social de las personas, permitiendo en los estudiante la capacidad de evaluar su participación. También Sanz (2010) sugiere que el proceso de metacognición en la autorregulación tiene como etapa el análisis de los rendimientos, la reflexión sobre el propio pensamiento, el descubrimiento de los errores cometidos, la valoración del nivel de satisfacción personal y la especificación de las relaciones existentes entre la actividad aplicada. Para este caso el juego de *Avanzo o retrocedo* junto con las actividades similares como son los juegos *Camino hacia la meta*, *Parqués* y *Pierde gana*.

Finalmente se evidenció que los estudiantes lograron razonar e indagar sobre su desempeño en el juego, conduciendo finalmente al proceso de refinación que lo encamine a la solución de una situación o este caso al juego. Confirmando lo que Hit (2014) sugiere, la autorreflexión permite recordar y reconstruir el trabajo anterior, llevando al estudiante a reflexionar sobre lo que ha hecho en las anteriores fases. Por lo que se lleva a tener en cuenta también la evaluación que cada estudiante realizaría con el desarrollo de las actividades pendientes que componen las fases anteriores del debate, trabajo individual y grupal.

Análisis de estrategias para la solución de un problema

En esta categoría analizara las diferentes estrategias de solución que presenta un problema, luego de socializar las actividades del trabajo individual y grupal pendientes por su aplicación. A continuación, se presenta algunas evidencias recolectadas de las actividades validadoras desarrolladas que se ajustan a los juegos de las fases anteriores

En una de las actividades validadoras “Manuel debe a la tienda \$16.000 y en servicios públicos \$44.000, ¿el total de la deuda de Manuel sería?”, el estudiante E4 respondió:

Figura 47

Evidencia del estudiante E4 del desarrollo de la actividad validadora

$$\begin{array}{r} 2 \\ \textcircled{a} \quad -44.000 \\ \quad \quad -16.000+ \\ \hline \quad \quad -60.000 \end{array} \quad \text{Rta: Debeña } 60.000$$

Mientras que el estudiante el estudiante E15

Figura 48

Evidencia del estudiante E15 del desarrollo de la actividad validadora

$$\begin{array}{r} \$16.000 \\ + \$44.000 \\ \hline \$60.000 \end{array} \quad \text{Rta: El total de la deuda de Manuel es } \$60.000.$$

Con esta actividad se evidencia que el estudiante E4 identifica los números negativos en las deudas, al interpretar la pregunta ¿Cuánto es la deuda total?, reconoce la operación y realiza una suma de números negativos, también logra interpretar la propiedad de los signos iguales y lo representa en la respuesta. Igualmente, se observa que el estudiante E15 usa un método diferente de encontrar el resultado, en este caso usa números positivos, pero al dar la respuesta hace énfasis en que es una deuda. Lo anterior permite ratificar que no solo se presenta una única estrategia ante una solución, como consideran los estudiantes pues también lo reafirma Borjas (2012), los estudiantes usan diferentes métodos de cálculos para la solución de un problema, por lo tanto, es necesario y esencial el estudio del componente numérico en las situaciones reales. Interpretación

que se ajusta al desarrollo de las preguntas que presentan las actividades *Pierde gana*, las lecturas *el enemigo de mi enemigo* y *El cero*, pues su contextualización de aplicar los números enteros en situaciones de la vida cotidiana y la dinámica que requieren permitirá a los estudiantes asociar fácilmente su interpretación de los números positivos y negativos a la solución de una situación o desarrollo del juego, como lo confirma Godino et.al (2004) pues definen que el uso del material manipulativo como, por ejemplo, el usado en el trabajo grupal e individual, puede crear un puente entre la realidad y los objetos matemáticos, lo que puede llegar a aplicarse en la resolución de problemas.

De igual manera, Para Gómez (2017) el uso de juegos de estrategia en nuestro caso como “*El parqués*” o “*Camino hacia la meta*”, se consideran como elemento claves para la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas, ya que los estudiantes crean sus propias formas de solucionar problemas. Así mismo, los juegos garantizan una buena interacción social y una toma de decisiones acertada, lo que permite que los estudiantes se den cuenta de sus fortalezas, aciertos y desaciertos, esto lleva a que adquieran aprendizajes por medio de la metacognición.

Institucionalización del conocimiento

Esta fase se analizará a través de los instrumentos de la rejilla de reflexión, la bitácora de observación y las consideraciones o relatos que el docente experimento e interpreto en cada uno de los momentos desarrollados, el que se debe tener para los otros juegos no aplicados.

Ambiente de aula

Esta categoría hace referencia al resumen que el docente realizo de todo lo que se evidencio en el desarrollo del juego *Avanzo o retrocedo*, así como también la planificación que debe hacer ante una posible aplicación de las demás actividades de las fases de la metodología ACODESA.

Inicialmente se reconoce que docente debe construir un ambiente cómodo para el desarrollo de los juegos aplicados, así como para los momentos de reflexión y debate, provocando en los estudiantes el interés y la participación voluntaria de estos, mediante sus pautas de información y el control de la disciplina. Aunque no se pudo aplicar la totalidad de las actividades, lo mencionado anteriormente logró comprobar que durante el desarrollo del juego *Avanzo o retrocedo*. También se debe garantizar el desarrollo natural de las actividades, estimulando la autonomía y liderazgo en los estudiantes al momento de compartir ideas o estrategias de solución, pues según Meneses y Monge (2001) afirman que el profesor debe tener un rol de guía u orientador, brindando espacios y tiempos necesarios. Debido a que una de las bases más importantes en un juego es la comunicación entre el profesor y los estudiantes.

Finalmente, la participación y el seguimiento del docente permitieron promover el aprendizaje por medio de preguntas e indicaciones como se evidenció en las categorías mencionadas anteriormente, así como las observaciones y descripciones significativas que fueron descritas también en la bitácora (ver anexos). Por tal motivo se recopila una serie de evidencias y se interpretan hechos importantes a través de un resumen y explicación final de cada una de las actividades y se comunica el aprendizaje de la suma y resta en los números enteros adquirido.

Conclusiones

Las actividades de las unidades didácticas diseñadas mediante la dinámica del juego y vinculadas a cada una de las fases de la teoría ACODESA, permitirán potenciar un aprendizaje en los conceptos de suma y resta de números enteros que se desarrollaran a través de los conocimientos previos y los momentos de interacción social que compartirán los estudiantes de sexto grado. Asimismo, el uso de material concreto para la realización de las actividades también ayudará que los estudiantes identifiquen el objeto de estudio a trabajar.

La metodología de la teoría ACODESA brindará un mejor aprovechamiento de las fases del trabajo individual y el trabajo grupal, además, el debate y la autorreflexión ayudarán a ver la importancia de la comunicación entre los estudiantes, lo que permitirá que se compartan diferentes ideas y formas de solucionar un problema e identificar las propiedades de los números enteros. También, hay que mencionar que la fase de la autorreflexión se considera una etapa importante para los estudiantes en el afianzamiento de los aprendizajes y la superación de algunos obstáculos (que se posiblemente se presenten), por medio de la metacognición, el apoyo del grupo y el intercambio de conocimientos.

De igual manera, se pudo observar que a través de la aplicación de la actividad “Avanzo y retrocedo” los estudiantes del colegio de La Presentación de Bucaramanga, a través del entretenimiento y la dinámica potenciaron la atención y momentos de reflexión en cada una de las actividades, además, el uso del juego como recurso didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje, aumenta la motivación y el interés hacia las matemáticas, permitiendo una mejor adquisición de conocimientos (Muñiz, L., Alonso, P. y Rodríguez, L., 2014), asimismo se espera que los demás juegos ofrezcan los mismos aportes, debido a que presentan similitud en la estructura con la actividad aplicada. También, dentro de la unidad de análisis se evidenció que la

participación permitió el desarrollo de una estimulación en la concentración y la escucha activa que provocaron la construcción de estrategias de solución en la suma y resta de números enteros mediante las conjeturas comunicadas que fortaleció su aprendizaje y permitió corregir algunos errores.

Aunque la metodología de la teoría ACODESA fue diseñada para la potenciar la resolución de problemas, se evidenció a la luz del marco teórico y la secuencia didáctica diseñada que se puede relacionar con la metodología del juego, pues las dos concepciones tienen como objetivo principal el aprendizaje a través del trabajo colaborativo y la interacción social. Además, es posible crear juegos para cada una de las fases de la teoría ACODESA, debido a que se pueden crear actividades individuales o grupales, también para las fases de interacción social es posible crear juegos autónomos que provoquen atracción en los estudiantes. Asimismo, la comunicación es una de las bases de las dos metodologías implementadas, pues según (Cortés, Hitt y Saboya, 2014), Moreano (2016) y Cepeda (2017) son consideradas como instrumentos esenciales para adquirir el aprendizaje de cualquier objeto de estudio.

Finalmente, la implementación de esta propuesta basada en la teoría ACODESA, ayudará a los docentes de matemáticas a establecer nuevas alternativas y herramientas en los procesos de enseñanza, para potenciar espacios de interacción social y comunicación y así obtener un mejor ambiente de aula. De igual manera, el juego incentivará a los estudiantes a tener una mayor participación en las actividades propuestas por los docentes y evitar espacios tradicionales en el aula de clase.

Recomendaciones

La unidad didáctica diseñada, el juego y la teoría ACODESA permiten la adquisición de aprendizajes de la suma y resta de números enteros, ya que provocan un buen ambiente innovador en el aula, realizar un trabajo colaborativo y potenciar la motivación de los estudiantes, sin embargo, es necesario integrarlas y aplicarlas donde los estudiantes se encuentren de manera presencial, ya que la interacción entre el profesor y los estudiantes debe ser continua. Por otro lado, se recomienda tener alternativas como la modalidad virtual para la aplicación de los juegos, esto haciendo referencia a estar preparados para posibles escenarios de emergencias sanitarias como la del COVID-19, la cual no permitió una continuidad en el desarrollo de las actividades y fases de aprendizaje.

También, es importante resaltar que cada una de los juegos diseñados y las actividades recopiladas cuentan con una estructura que puede adaptarse fácilmente a cualquier malla curricular de una institución, debido a que sus aplicaciones y materiales usados son fáciles de adquirir o implementar. De igual manera, la teoría ACODESA junto con la metodología del juego se recomiendan como estrategias didácticas, para fortalecer el ambiente escolar, el trabajo colaborativo y una comunicación asertiva entre docentes y estudiantes. Además, es necesario promover la aplicación de herramientas lúdicas, divertidas y de reflexión, debido a que estas le permiten al estudiante conocer la estructura determinada de los aprendizajes alcanzados.

Asimismo, se sugiere a los docentes de matemáticas diseñar y preparar actividades que provoquen la atención y potencie la motivación de los estudiantes, por lo que el juego y la lúdica pueden ser los principales protagonistas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pues determinan beneficios en el interés, participación y aprendizaje voluntario al momento de jugar, lo que permite una mejor interacción social y un buen trabajo en equipo. Además, una ventaja del

juego es que puede adaptarse a otras temáticas y ramas de las matemáticas que comprenden un currículo escolar.

Por otra parte, se recomienda diseñar y ajustar nuevos juegos enfocados a las fases de la teoría ACODESA que promueva en los estudiantes un proceso de metacognición en las competencias matemáticas, con el propósito de fortalecer el aprendizaje significativo mediante la diversión, adquirir destrezas y actitudes en las relaciones interpersonales y cautivar el gusto por el área de las matemáticas.

Eventualmente, como la aplicación de la secuencia didáctica no se logró desarrollar por completo, debido a la coyuntura del COVID19, por tanto se conlleva a plantear los siguientes interrogantes, ¿Es posible implementar la teoría ACODESA mediante actividades o juegos diseñados por medio de las TIC?, ¿Cómo es la incidencia de una secuencia didáctica enfocada a la teoría ACODESA medida por el juego que se aplique a través la modalidad virtual? y ¿Qué diseño metodológico virtual diseñado a partir de las fases de la teoría ACODESA contribuye al aprendizaje del componente numérico a través de las operaciones de suma y resta de números enteros?

Referencias

- Almeida, R., Bruno, A., Perdomo-Díaz, J. (2014) Estrategias de sentido numérico en estudiantes del Grado en Matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 32 (2), pp. 9-34.
- Alibert, D. y Thomas, M. (1991). *Investigación sobre pruebas matemáticas*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Alonso, P., Muñoz, L. y Rodríguez, L. (2013). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (39), 21-22.
- Arbeláez, L. (2018). Comprensión de los conjuntos numéricos a través de la historia de los sistemas de numeración antiguos en grado séptimo. (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Ausubel D., Novak J. y Hanesian H. (1997): *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México, Trillas.
- Ayllón, M. (2012). *Invencción- resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada, Granada, España.
- Becerra, O. Buitrago, M. Calderón, S. Cañadas, M & Gómez, P. (2016). *Adición y sustracción de números enteros*. Bogotá: Ediciones SM.
- Bliss, J.; Monk, M. y Ogborn, J. (1983): *Qualitative data analysis for educational research*. London: Croom Helm
- Bocanegra, E. (2017). *Desarrollo del pensamiento numérico – variacional en el aprendizaje de porcentajes aplicado a la educación financiera en estudiantes de grado séptimo de básica secundaria del IETI comuna 17 de la ciudad de Cali*. (Tesis de grado). Universidad Icesi, Santiago de Cali, Colombia.
- Borjas, D. (2009). *Fortalecimiento del componente numérico-variacional a través de la resolución de problemas en grado tercero*. (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, Honduras.
- Brown, A. (1987). *Metacognition, executive control, self-regulation and other mysterious mechanisms*. Erlbaum: Hillsdale.

- Bustamante, E. (2015). El juego como estrategia didáctica en la enseñanza de los números enteros basado en aprendizajes significativos. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Bustos, A. (2015). *Evolución de los tipos de prueba que proporcionan estudiantes al trabajar con la metodología de aprendizaje colaborativo, debate científico y autorreflexión*. Recuperado de www.matedu.cinvestav.mx/~tercercoloquiodoctorado/memorias/art/038.pdf
- Bustos, A. y Zubieta, G. (2018). La validación matemática como proceso de construcción colaborativo. una experiencia con ACODESA. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (31), pp. 1288-1293.
- Cano, M. Salazar, B. Gómez, J & Delgado, L. (2015). Propuesta didáctica para la introducción del concepto de número entero en el aula a través de la idea del número relativo. *EIMEN*, 4.
- Castro, E. (1994). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, España.
- Cepeda, R. (2017, enero). El juego como estrategia lúdica de aprendizaje. *Revista Internacional Magisterio*.
- Chetty, S. (1996). The case study method for research in small- and médium - sized firms. *International small business journal*, vol. 5, octubre – diciembre.
- Chirinos, N. (2013). *Estrategias metacognitivas en el proceso de investigación científica*. [Tesis doctoral, Universidad de Córdoba]. <https://helvia.uco.es/>
- Cortés, J., Hitt, F. y Saboya, M. (2014). De la Aritmética al Álgebra: Números Triangulares, tecnología y ACODESA. *REDIMAT*, (3), pp. 220-252.
- Cid, E. (2000). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*. Recuperado de <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cangas/Negativos.pdf>
- Cockcroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan*. Estudios de educación. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Congreso de la República de Colombia (1994). *Ley 115 de Febrero 8 de 1994*. Bogotá D.C.: Congreso de la República de Colombia.

- Davidson, N. (1998). *Aprendizaje cooperativo y colaborativo. Un intento de unificación [Cooperativa aprendizaje y colaboración. Un intento unificador]*. Quebec: Las ediciones lógicas.
- Eisenhardt, K. M. (1989). Building Theories from Case Study Research, *Academy of Management Review*, 14 (4): 532-550
- Esteban, M., Pérez, I. y Valentín, G. (2014). *Los números enteros y racionales, las magnitudes y la medida en el aula de primaria*. Castellón de la Plana, España: Editorial Universidad Jaume I.
- Fernández, S. (2016). *Evidencias de fobia, miedo o rechazo hacia la Matemática en estudiantes de décimo año del Colegio El Carmen de Alajuela*. (Tesis de pregrado). Universidad Estatal a Distancia. San José, Costa Rica.
- Flórez, R. (2000). Autorregulación, metacognición y evaluación. *Acción pedagógica*, 9 (1), 4-11.
- Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia. (2018) Aprendizaje a través del juego, <https://www.unicef.org/sites/default/files/2019-01/UNICEF-Lego-Foundation-Aprendizaje-a-traves-del-juego.pdf>
- Frediani E. & Tenorio Á. (2004). Los sistemas de numeración maya, azteca e inca. Universidad Pablo de Olavide, Sevilla, España. *Lecturas Matemáticas Volumen 25*, Pp. 159-190.
- Galindo, S., Jiménez, A. y Suárez, N. (2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. *Revista de Investigación y Pedagogía Maestría en Educación UPTC*, 179.
- Garzón, D. y Jiménez C. (2015). El parqués como estrategia para la enseñanza-aprendizaje de números enteros de grado séptimo. *RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 5.
- Giraldo, L. (2014). *Los números enteros negativos en la matemática moderna y la matemática actual*. (Tesis de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para docentes*. Proyecto Edumat–Docentes. Universidad de Granada.
- Gómez, A. & Sánchez, A. (2008). Los conjuntos numéricos: algunas reflexiones desde el marco curricular y conceptual. Trabajo de grado. Universidad del Valle, Cali, Colombia.
- González-Martín, AS, Hitt, F. y Morasse, C. (2008). *La introducción de la representación gráfica de funciones a través del concepto de covarianza y representaciones espontáneas. Un caso de estudio*. Morelia México: Editorial Pymes.

- Hernández, M. (2010). Evolución histórica del concepto de Número. *Autodidacta*, 1(1), 28-47.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación*. Ciudad de México, México D.F.: Editorial McGRAW-HILL / INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Hitt, F. y González, A. (2014). *Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method*. Doi 10.1007/s10649-014-9578-7
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). *Resultados Prueba Saber 3°, 5° y 9° 2017 Colegio de La Presentación de Bucaramanga*. Bogotá D.C: ICFES.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2019). *Reporte de resultados Avancemos curso 6° año 2019*. Bogotá D.C: ICFES
- Larios, I. y Moran, B. (2014). *Diseño de secuencia didáctica para promover un acercamiento intuitivo de la correlación lineal, en estudiantes del bachillerato tecnológico, utilizando metodología ACODESA*. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Legrand, M. (2001). *Debate científico en cursos de matemática*. Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Leyva, A. (2011). *El juego como estrategia didáctica en la educación infantil*. [Tesis de Pregrado, Universidad Pontificia Javeriana] Repositorio Institucional PUJ.
<https://repository.javeriana.edu.co/>
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica de la investigación científica [archivo PDF]. Recuperado de <http://jbposgrado.org/icuali/Estudio%20de%20caso.pdf>
- MEN. (2014). Documento Orientador, Foro Educativo Nacional 2014. Ciudadanos Matemáticamente Competentes. Bogotá Colombia.
- Meneses, M. y Monge, M. (2001). El juego en los niños: enfoque teórico. *Revista Educación*, (25), 115-116.
- Ministerio de Educación Nacional. *Derechos Básicos del Aprendizaje V. 2*. Bogotá D.C., Colombia, 2016.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Informe Nacional de resultados. Colombia en PISA 2015*. Bogotá D.C: ICFES.

- Ministerio de Educación Nacional. *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá D.C., Colombia, 2006.
- Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Bogotá D.C., Colombia, 1998.
- Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos Generales SABER 2009 5°y 9°*. Bogotá D.C: ICFES. 2009
- Moreano, D. (2016). Los beneficios del juego para el desarrollo de los niños. *Revista para el aula IDEA*, 11.
- Moreno, A. y Sánchez, S. (2019). *Situación didáctica con el uso de juegos para el desarrollo de la competencia resolución de problemas con números racionales*. [Tesis de maestría, Universidad de Medellín] Medellín, Colombia.
- Muñiz, L., Alonso, P. y Rodríguez, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *UNIÓN* (39), pp. 19-33.
- Muñoz, C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. [Tesis de pregrado, Universidad de la Rioja]. Repositorio institucional UR. <https://biblioteca.unirioja.es/NCTM> (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Obando, G. y Vásquez, N. (2008). Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. En G. Obando (Presidencia). 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Bogotá D.C. Colombia.
- Parada, S., Pluvinage, F. y Sacristán, A. (2013). Reflexiones en una comunidad de práctica de educadores matemáticos sobre los números negativos. *ResearchGate*. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/263735437>
- Pérez, A. y Rodríguez, R. (2017). *La colaboración como mediación en el aprendizaje de las matemáticas* [Tesis de pregrado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio institucional UD. <http://repository.udistrital.edu.co/>
- Piaget, J. (1985): *Seis estudios de Psicología*. México. Origen/Planeta.

- Pinilla, J. (2016). Estudio del impacto de una propuesta d intervención para la enseñanza de la adición y sustracción de los números enteros desde un enfoque socio epistemológico. Universidad de Medellín, Colombia.
- Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. (2018). *Índices e indicadores de desarrollo humano*. Washington D. C: Communications Development Incorporated.
- Quezada, F. (2006). Didáctica de la física y matemática. Loja, Ecuador: UTPL.
- Quitíán, M. (2018). *Fortalecimiento del componente numérico-variacional a través de la resolución de problemas en grado tercero*. Universidad Externado de Colombia, Bogotá D.C, Colombia.
- Rodríguez, M. (2012). *Actividades didácticas dirigidas a profesores de matemáticas de secundaria diseñadas con la metodología ACODESA*. (Tesis de maestría). Universidad de Sonora, Hermosillo, Sonora, México D.F.
- Sanz, M. (2010) Competencias cognitivas en educación superior. España: Narcea.
- Sarmiento, M. (2007) La Enseñanza de la Matemática y las NTIC. Un Estrategia de Formación Permanente. ISBN: 978-84690-8294/DL: T.625-2007.
- Serrano M. (1990): El proceso de enseñanza aprendizaje. Mérida, Talleres gráficos universitarios ULA.
- Stewart, I. (2012). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona, España: Editorial Crítica.
- Swanson, H. L. (1990). Influence of Metacognitive Knowledge and Aptitude on Problem Solving. *Journal of Educational Psychology*, 82 (2), 306-314.
- Tirado, M., Peinado, B. y Cárdenas, B. (2011). *El juego como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje en educación inicial* [Tesis de pregrado, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional UPN. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/> UNICEF
- Varela, O. y Vélez, D. (2014). *El descubrimiento de los números negativos*. Recuperado de http://tesis.udea.edu.co/bitstream/10495/3121/6/VelezBotero_2014_Descubrimientonumerosnegativos.pdf

Anexos

Guía didáctica N°1

Contextualización

Juego: Avanzo o retrocedo

Para el desarrollo de la actividad se debe tener en cuenta las siguientes indicaciones:

- La actividad se desarrollará en el patinódromo.
- Se conformarán grupos de máximos 4 personas
- Cada grupo tendrá dos dados de diferente color (uno negro y uno rojo), el negro te permitirá avanzar y el rojo te hará retroceder
- Cada grupo deberá lanzar los dos dados para saber en total cuántos pasos debe avanzar o retroceder (todos los integrantes del grupo se desplazan la misma cantidad)
- Gana el primer grupo que logre llegar a la meta
- Para cada lanzamiento de los dados cada grupo deberá elegir un integrante diferente

Una vez terminada la actividad respondo las siguientes preguntas

- ❖ ¿Qué relación encuentras entre la línea de inicio y la recta numérica?
- ❖ ¿Qué puedes decir de las cuadrículas que están antes y después de la línea de inicio?
- ❖ ¿Tendrá sentido que si gano puntos retroceda y si pierdo puntos avanzo?
- ❖ ¿Qué pasa si el valor del dado negro es mayor que el valor del dado rojo? ¿y viceversa?
- ❖ ¿Qué pasa si el valor de los dos dados es igual?
- ❖ ¿Qué pasa si sacabas en el dado rojo 6 y en el dado negro 2? ¿avanzas o retrocedes?
- ❖ ¿Qué necesito obtener en los dados para llegar más rápido a la meta?
- ❖ Elabora una recta numérica donde se encuentren las distancias para avanzar, retroceder y la línea de inicio.

- ❖ ¿En qué otras situaciones de la vida cotidiana podemos encontrar avanzar o retroceder y ganancias o pérdidas?
- ❖ ¿Cómo podrías definir este conjunto de números?

Fase 1. Trabajo Individual

1. Leo la siguiente lectura y respondo las preguntas que se encuentran al final

El cero

El anciano extendió su bastón y tocó uno de los gigantescos unos. Enseguida empezó a encogerse, hasta que estuvo, cómodo y manejable, a la altura de Robert.

–Bien, calcula.

–No sé calcular

–afirmó Robert.

–Absurdo: $1 - 1 =$

–Uno menos uno es cero

–dijo Robert–. Está claro.

–¿Ves? Sin el cero no es posible.

–Pero ¿para qué hemos de escribirlo? Si no queda nada, tampoco hace falta escribir nada. ¿Para qué un número apostado para algo que no existe?

–Entonces calcula: $1 - 2 =$

–Uno menos dos es menos uno.

–Correcto. Solo que... sin el cero, tu serie numérica tiene el siguiente aspecto: ... 4, 3, 2, 1, -1, -2, -3, -4... “La diferencia entre 4 y 3 es uno, entre 3 y 2 otra vez uno, entre 2 y 1 otra vez uno, ¿y entre 1 y -1?”

–Dos –aseguró Robert.

–Así que tienes que haberte comido un número ente 1 y -1.

–¡El maldito cero!

–exclamó Robert.

–Ya te he dicho que sin él las cosas no funcionan.

Hans Magnus Enzensberger
El diablo de los números.
Siruela 1997

Preguntas:

- ❖ ¿Por qué Robert afirma que falta el 0 entre el 1 y el -1?
 - ❖ Siguiendo el planteamiento del anciano, ¿cuál es la diferencia entre el -1 y el -2?
 - ❖ ¿Crees que es necesario que exista el número 0? Si no existiera, ¿cómo escribirías que no hay nada? ¿Y el número 10?
 - ❖ ¿Cuándo crees que es necesario poner un signo negativo delante de un número? ¿Qué representa?
 - ❖ Plantea una situación de tu vida cotidiana donde sea importante el cero.
2. La temperatura medida en el aeropuerto a las 7 a. m. es de 5°C sobre cero; de 7a m. a 9 a. m., la temperatura aumentó 3°C ; de 9 a. m. a 1 p. m. disminuyó en 6°C ; de la 1 p. m. a las 3 p. m. no varió; de las 3 p. m. a las 6 p. m. bajó 2°C ; de las 6 p. m. a las 9 p. m. descendió 4°C ; y de las 9 p. m. a las 12 a.m. descendió 8°C . Con respecto a la temperatura de las 12 m.
- ✓ ¿Cuál fue la temperatura a la 1 p.m. y a la media noche?
 - ✓ Realiza una representación que permita ubicar las temperaturas

Fase 2: Trabajo Grupal

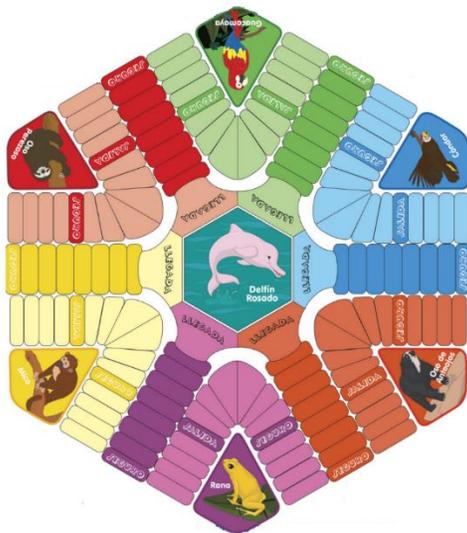
Juego: El Parqués

Para esta actividad se llevará a cabo el juego del parques con las siguientes reglas:

- Participaran 6 jugadores, cada jugador escoge un color para su base, llamada también cárcel y jugará con 1 ficha ubicada dentro de su base identificada con el mismo color.
- El juego tendrá 3 dados, dos de ellos serán dados comunes y un tercero de dos colores (negro y rojo). Se lanzan los 3 dados, se hallará el valor total de los puntos obtenidos y el color indicará si avanza o retrocede (rojo retrocede y negro avanza).
- Para sacar la ficha de la cárcel se lanzarán los dos dados comunes y se debe obtener par de números.
- Cada jugador solo puede retroceder hasta su correspondiente salida o permanecer en ella si obtiene como resultado una distancia roja.
- Gana el participante que lleve su ficha al delfín

Figura 49

Parqués de 6 Jugadores



Las siguientes fases estarán incluidas dentro de la *Puesta En Común*, según la planeación de la institución educativa.

- ❖ ¿Cómo es posible siempre avanzar?
- ❖ ¿Cómo es posible siempre retroceder?
- ❖ ¿Es posible representar el juego en la recta numérica?
- ❖ ¿Cuántos movimientos necesito para no avanzar?

Fase 3: Debate

Leo la siguiente lectura y respondo las preguntas que se encuentran al final, luego socializo mis respuestas con mis compañeros.

El enemigo de mi enemigo

La resta nos fuerza a expandir nuestra concepción de lo que son los números. Los números negativos son mucho más abstractos que los positivos: no podemos ver 4 galletas negativas y, por supuesto, no podemos comérmolas, pero podemos pensar en ellas, y tenemos que pensar en ellas en todos los aspectos de la vida diaria, desde las deudas y sobregiros hasta para combatir temperaturas heladas y parkings subterráneos.

Aun así, muchos no hemos hecho las paces con los números negativos. Como ha señalado mi colega Andy Ruina, la gente ha inventado estrategias de todo tipo para dejar de lado al temido signo negativo. En las declaraciones de fondos colectivos, las pérdidas (números negativos) se imprimen en rojo o se ubican entre paréntesis sin signo negativo alguno. Los libros de historia dicen que Julio César nació en el año 100 a. C., no en el -100. Los niveles subterráneos en los parkings normalmente se conocen como S1 y S2. La temperatura es una de las pocas excepciones: la gente sí dice, especialmente aquí en Ithaca, Nueva York, que afuera hace -5 grados, aunque

incluso en este caso muchos prefieren decir 5 bajo cero. Hay algo en los números negativos que resulta tan desapacible, tan... negativo.

Steven H. Strogatz

El placer de la x: una visita guiada por las matemáticas, del uno al infinito

Taurus, 2013

Preguntas

- A partir de la lectura, ¿en qué situaciones se utilizan los números negativos?
- ¿Por qué se consideran más abstractos los números negativos que los positivos?
- ¿Qué significa que un parking subterráneo tenga niveles S1 y S2? ¿Puede existir el nivel S0?
- Debido a que los años se cuentan antes y después de Cristo, y se identifica el año 0 con su nacimiento, ¿cuántos años transcurrieron, entonces, desde el 27 a. C. hasta el 89 d. C.?
- ¿Se te ocurre alguna situación más donde se evite usar el signo negativo de un número?
¿Por qué crees que se evita en esos contextos? ¿Tú lo evitarías?
- ¿Cómo se ubican los números enteros en la recta?

Fase 4: Reflexión

En esta fase se llevarán una serie de preguntas que permitan a los estudiantes recopilar y analizar todo lo hecho o vivido en las fases anteriores.

- ¿Son necesarios los números enteros?
- ¿En qué situaciones de tu vida cotidiana usas los enteros?
- ¿Qué sucederá si se omite el cero en la recta numérica?

Fase 5: Institucionalización

En esta fase no se presenta ninguna actividad, ya que según Fitt (2013) en esta etapa el profesor hace un resumen de los que hayan realizado los estudiantes, además de revisar diferentes puntos de vista y soluciones de las situaciones trabajadas.

Actividades para la suma y resta de números enteros

En esta segunda parte se aplicará una serie de actividades basadas en las fases de la teoría ACODESA y enfocadas en la sustracción y adición de números enteros.

Guía didáctica N°2

Contextualización

Juego: Camino hacia la meta (tomado de anagarciaazcarate.wordpress.com)

- a. Juego para 4 jugadores.
- b. Los jugadores tiran alternadamente los dos dados (rojo retrocede y negro avanza) y hace con su ficha los dos movimientos indicados por ellos. Por ejemplo, si un jugador ha obtenido un 5 con el dado rojo (es decir +5) y un 6 con el dado negro, avanza 1.
- c. Al final de la jugada su ficha se encontrará en la casilla 1.

Figura 50

Camino hacia la meta



Nota: Figura 50. Tablero para el juego Camino hacia la meta

- ✓ ¿Qué resultados se necesitan en el dado negro y en el dado rojo para ganar?
- ✓ ¿Es posible no avanzar en un turno?
- ✓ ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la máxima cantidad de pasos?
- ✓ ¿Qué resultados debo obtener en los dados para avanzar la mínima cantidad de pasos?
- ✓ Represente en la recta numérica todos los posibles resultados que se pueden obtener al lanzar los dados
- ✓ ¿Sumar y restar números naturales es igual que sumar y restar números enteros?

Fase 1: Trabajo individual

1. Juego: STOP

Instrucciones:

- A continuación, se muestra un cuadro con 8 columnas y 8 filas.

- La primera casilla de la primera fila tiene el nombre de *Número*, en esta columna se escribirán los números que el profesor indique.
- Las otras casillas de la primera fila tienen una condición (operación aritmética) que son: suma y resta.
- El cuadro tendrá los espacios vacíos que el estudiante tendrá que llenar en su respectivo momento.
- El profesor dará el número y los estudiantes completarán la fila haciendo las operaciones indicadas (se llenarán todas las casillas usando el mismo número) y cuando termine gritará **¡STOP!** Y se realizará la corrección. Si el estudiante tiene en su totalidad las respuestas correctas ganará un punto.
- El juego seguirá haciéndose hasta que se completen las casillas.

Tabla 20

STOP aritmético

<i>NÚMERO</i>	+4	-13	+10	(_ -6)+2	(_ -4) -6	(_ -2) +7	__ -15 + 10

2. Leo la siguiente situación y respondo las preguntas

Carlos Díaz es un estudiante de séptimo grado que recibe una mesada de \$235000. Al final de cada mes realiza un balance de sus finanzas con ayuda de los comprobantes correspondientes. Quiere comprar un skateboard que tiene un valor de \$350000 y, para ello, ahorra \$95000 mensuales y procura ahorrar al máximo el dinero destinado a onces gastando en ello \$50000 al mes. Va a cine con sus amigos tres veces al mes gastando \$17000 en la primera película, \$15000 en la segunda y \$20000 en la tercera y quiere comprar un video juego para XBOX 360 por valor de \$124000.

- f. ¿Cómo podemos representar los gastos y el dinero recibido?
- g. ¿Puede comprar Carlos el videojuego? Justifica tu respuesta.
- h. ¿Cuánto dinero recibió?
- i. ¿Cuánto dinero gastó?
- j. ¿Es posible plantear una expresión aritmética que involucre números enteros mostrando la situación? ¿Cuál sería esta expresión?

Fase 2: Trabajo grupal

3. Juego: PIERDE O GANA

Para el siguiente juego es necesario tener en cuenta las siguientes indicaciones:

- Vamos a conformar 6 grupos con la misma cantidad de estudiantes.
- Cada grupo escogerá una persona que será la encargada de repartir las cartas.
- Además, cada grupo escogerá una persona que será la encargada de anotar los puntos.
- Formamos los grupos en el salón de clase y esperamos las indicaciones del docente.
- Cada grupo recibirá un total de 20 cartas de una baraja de póker (10 rojas y 10 negras) y una carta que representará el cero (joker)

- La persona encargada de repartir las cartas deberá revolverlas en su totalidad y repartirá a los estudiantes restantes dos cartas al azar.
- El resultado obtenido en las cartas negras indica la cantidad de puntos que se ganarán.
- El resultado obtenido en las cartas rojas indica la cantidad de puntos que se perderán.
- Después de repartir las dos primeras cartas y anotar el resultado, se deberán recoger las cartas y revolverlas nuevamente.
- Cada vez que se reparten las cartas se contará como una ronda y se le dará un punto a la persona que ganó cada ronda.
- Se repartirán las cartas 5 veces y se anotará el resultado. Gana el jugador que más puntos tenga
- Se realizarán turnos con las personas que reparten y anotan las cartas para que puedan participar todos
- Se repetirá el juego repartiendo 3 o 4 cartas para cada jugador

4. Punto gol (Becerra Buitrago, Calderón y Cañadas (2016))

En la tabla se muestran los puntos a favor y en contra de los equipos participantes en un torneo interno de fútbol para los diferentes cursos de grado sexto.

Figura 51

Punto gol

Equipos	Primera ronda		Segunda ronda		Puntajes		Resultado final
	Puntos a favor	Puntos en contra	Puntos a favor	Puntos en contra	Primera ronda	Segunda ronda	
A	1	0	5	0			+6
B	0	4	0	3			-7
C	5	0	2	0			+7
D	0	2	0	4			-6
F	3	0	0	5	+3	-5	-2
G	1	2	2	4	-1	-2	-3
H	4	0	6	1		+5	+9

Nota: Puntuaciones actividad Punto Gol. Tomado de Adición y sustracción de números enteros (p.13), por Becerra, O. Buitrago, M. Calderón, S. Cañadas, 2016

Preguntas

- ¿Cuáles equipos obtuvieron mayor puntaje en la primera ronda? ¿Por qué?
- ¿Qué equipos lograron puntos en contra en las dos rondas? ¿Cómo puedo representarlos?
- ¿En qué ronda se presentaron más puntos a favor? ¿Cuál es el resultado final?
- Según la tabla, ¿Cuál es equipo campeón y el último equipo del torneo?
- Realizo una representación de todos los equipos del torneo según los resultados finales mostrados.

Fase 3: Debate

- ❖ ¿Qué ocurre si yo obtengo dos de igual color gano o pierdo?
- ❖ ¿Qué ocurre si yo obtengo dos cartas de diferente color?

- ❖ Es cierto que: *números con signos iguales se suman y permanece el signo, además, números con signo diferente se restan y quedan con el signo del número más grande.*

Fase 4: Reflexión

En esta fase los estudiantes contarán las experiencias vividas en los juegos y se propondrán algunas preguntas, por ejemplo:

- ❖ ¿Cómo se relacionan la suma y resta de números enteros con las pérdidas y ganancias?
- ❖ ¿Qué se debe tener en cuenta para sumar y restar números enteros?
- ❖ Cuando tienes una situación que implica deudas y ganancias ¿cómo la solucionas?

Fase 5: Institucionalización

En esta fase no se presenta ninguna actividad, ya que según Fitt (2013) en esta etapa el profesor hace un resumen de los que hayan realizado los estudiantes, además de revisar diferentes puntos de vista y soluciones de las situaciones trabajadas.

Consentimientos

Consentimiento de la Institución Educativa

Consentimiento para hacer uso del nombre de la Institución Educativa, **Colegio de La Presentación de Bucaramanga** en el marco del trabajo de profundización de la Maestría en la enseñanza de las Matemáticas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad de Antioquia.

Yo, H. Mónica Paulina Durán Sánchez, con cédula de ciudadanía No. 37.372.345 de Convención doy mi consentimiento como representante legal, para que se haga uso del nombre de la institución educativa antes mencionada, y de los registros de actividades académicas en el área de matemáticas realizados por algunos estudiantes que han sido seleccionados y solicitado la participación voluntaria y la autorizada por padres de familia y/o acudientes responsables; los datos recolectados solo puedan ser utilizados con propósitos pedagógicos, didácticos y en el desarrollo del trabajo de profundización del docente para la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas; se espera que de este espacio de formación pueda generarse el respectivo informe de investigación.

Procedimiento

Como rectora sé que en este proceso de formación e investigación se tomarán fotografías de las instalaciones y registros escritos y fotográficos de las producciones escritas de los estudiantes seleccionados como parte del proceso de enseñanza que realizan los docentes **Gustavo Adolfo Cuevas Martínez y Ludwing Javier Ortiz Sánchez** en la institución educativa.

Riesgos: No hay riesgos asociados considerando que la Universidad de Antioquia es un ente de educación superior de alto reconocimiento nacional e internacional.

Consentimiento del Representante Legal de la Institución.

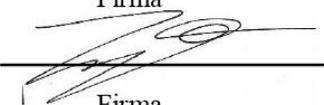
Entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en permitir la difusión de fotografías de las instalaciones e imágenes relacionadas con la producción de los estudiantes.

Nombre y firma del Representante Legal de la Institución Educativa **Colegio de La Presentación de Bucaramanga**.

H. Mónica Paulina Durán Sánchez		V-20-20
	Firma	Fecha

Nombres y firmas de los docentes

Gustavo Adolfo Cuevas Martínez		V-20-20
	Firma	Fecha

Ludwing Javier Ortiz Sánchez		V-20-20
	Firma	Fecha



CONSENTIMIENTO DE PADRES DE FAMILIA Y ACUDIENTES

Consentimiento para la participación en actividades y uso de producción textual de niños y niñas en el marco del trabajo de Profundización de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad de Antioquia.

Yo, Juan Enrique Aguirre Rodríguez con cédula de ciudadanía No. 91472819 de Bucaramanga, doy mi consentimiento como padre de familia y/o acudiente para que los registros de las actividades académicas en el área de matemáticas, obtenidos en los procesos de formación de mi hijo(a) Juan Sebastian Aguirre Granados del **Colegio de La Presentación de Bucaramanga**, puedan ser utilizados sólo con propósitos pedagógicos, didácticos y en el desarrollo del trabajo de profundización de los docentes **Gustavo Adolfo Cuevas Martínez** y **Ludwing Javier Ortiz Sánchez** para la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas, el cual se lleva a cabo en la Institución Educativa antes mencionada; se espera que de este espacio de formación pueda generarse el respectivo informe de investigación y se dé mucho provecho y beneficio.

Entiendo que mi decisión es voluntaria y que, si así lo considero, puedo decidir no permitir que dichos registros sean compartidos por medio alguno en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi familia sea regresada a mí o sea destruida.

Procedimiento:

Como padre de familia entiendo que en este procesos de formación e investigación los registros del proceso formativo de mi hijo(a), en el área de matemáticas y trabajo de investigación de dichos docentes, podrán ser fotografiados o grabados en audio y video como parte del proceso de enseñanza y sólo eso lo realizarán los docentes **Gustavo Adolfo Cuevas Martínez** y **Ludwing Javier Ortiz Sánchez** en la Institución Educativa.

Riesgos: no hay riesgos asociados considerando que la Institución Educativa es de mi confianza, así como la Universidad de Antioquia como ente de Educación Superior de alto reconocimiento nacional.

Consentimiento del participante: Entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en permitir la difusión de imágenes relacionadas con la producción de mi hijo(a) como estudiante que aprende procesos de formación de sus profesores.

Nombre y firma del padre o de la madre

Juan Enrique Aguirre R

[Firma]

Firma

12/03/2020

Fecha

	<p>COLEGIO DE LA PRESENTACIÓN DE BUCARAMANGA</p>
---	--

BITÁCORA DE ACTIVIDADES

Responsables: Ludwig Javier Ortiz Sánchez

Fecha: 13 de marzo

Gustavo Adolfo Cuevas Martínez

Hora: 11.00 am

Con respecto a	¿Qué paso?	¿Qué cosas son importantes? ¿Por qué?	Aprendizaje del componente numérico	¿Se cumplieron los aprendizajes?
<p>Desarrollo del juego de la contextualización de la guía didáctica N° 1 en la fase trabajo en equipo.</p>	<p>Se conformaron siete grupos, cada uno de ellos participó en la actividad lúdica realizada en el patinódromo del colegio. Los grupos se organizaron de a cuatro integrantes donde uno de ellos era el lanzador de los dados y les indicaba a los demás cuanto</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Se reconoce que si se obtiene un número positivo deben avanzar y si la respuesta de la operación es un número negativo retroceden. • Los estudiantes identifican mediante el juego el desplazamiento en la recta numérica, asociando cada casilla del escenario como un número entero. 	<p>A1: Reconocer el uso de números enteros en diferentes contextos.</p> <p>A2: Reconocer diferentes representaciones de un mismo número y hacer traducciones entre ellas.</p> <p>A3: Reconocer equivalencias entre diferentes tipos de representaciones</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes lograron aprender el A1 y A2, debido a que identifican números negativos y números positivos, mediante el color de los dados. • Se establece el aprendizaje A3, por el motivo que reconocen que punto de partida es el cero en la recta numérica, además el desplazamiento de cada casilla los lleva a identificar la ubicación del número

	<p>debían avanzar o retroceder. Todos los grupos partieron en hileras desde la misma línea de inicio, y de dependiendo del resultado obtenido al sumar los valores de los dados rojo y verde, se identificaba la distancia que se debía mover en las casillas marcadas. Se evidenció la participación activa de todos los estudiantes y culminación de la actividad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La dinámica del juego muestra concentración e interés por parte de cada integrante de ejecutar de manera rápida y correcta la operación. • Se presenta desde el inicio hasta la culminación del juego una comunicación asertiva entre todos los integrantes del grupo. 	<p>relacionadas con números</p> <p>A4: Describir e interpretar propiedades y relaciones de los números y sus operaciones.</p>	<p>entero en la recta numérica.</p> <ul style="list-style-type: none"> • El desarrollo del juego permite resolver con fluidez la suma o resta de números enteros, contribuyendo al aprendizaje A4.
--	--	---	---	---