



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**EL APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN A
TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
EN EL GRADO TERCERO, UN APOORTE A LA
ESCUELA DE HOY EN COLOMBIA**

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata

Universidad de Antioquia

Faculta de Educación, Departamento de Ciencias y Artes

Medellín, Colombia

2019



El aprendizaje de la multiplicación a través de la resolución de problemas en el grado tercero, un aporte a la escuela de hoy en Colombia

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Asesora:

Hilduara Velásquez Echavarría

Línea de Investigación en Educación Matemática

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación, Departamento de Ciencias y Artes

Medellín, Colombia

2019

Agradecimientos

Agradecemos a la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa por permitirnos el espacio para la realización de la Práctica Pedagógica. En especial a nuestros estudiantes quienes hicieron posible el desarrollo de la investigación.

A nuestras familias que nos acompañaron, ofreciéndonos su apoyo durante el proceso al incentivar y motivar a través de sus acciones la culminación de este.

Finalmente, a nuestra asesora Hilduara Velásquez Echavarría que siempre estuvo dispuesta a apoyarnos y brindarnos recomendaciones para el desarrollo de las tareas en el aula y el proceso de escritura del trabajo de grado; el producto final de la investigación se debe en gran medida a su disposición y actitud durante los dos años del proceso de práctica.

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Contextualización	1
1.2. Planteamiento del Problema	5
1.3. Objetivos	12
1.3.1 Objetivo General	12
1.3.2 Objetivos Específicos	13
1.4. Justificación	13
2. MARCO TEÓRICO	16
2.1 Enfoque Ontosemiótico (EOS)	17
2.2 La multiplicación	20
2.3 Resolución de problemas	24
3. METODOLOGÍA	27
3.1 Tipo de Investigación	27
3.2. Paradigma de Investigación	28
3.3. Método de Investigación	28
4. RESULTADOS	32
4.1 Modelos de la multiplicación	32
4.2. Significados de la multiplicación	38
Anexo 2: Consentimientos informados de los padres de los estudiantes	40
Anexo3: Tarea diagnóstica	41
4.3. Lenguaje utilizado	48
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	53
6. REFERENCIAS	56
7. ANEXOS	59
Anexo 1: Carta de autorización del rector de la Institución	59
Anexo 2: Consentimientos informados de los padres de los estudiantes	59
Anexo3: Tarea diagnóstica	60
Anexo4: Tarea N° 1 (<i>Regresar a la lectura más atrás</i>)	65
Anexo 5: Tarea N° 2 (<i>Regresar a la lectura más atrás</i>)	69
Anexo 6: Tarea N° 3 (<i>Regresar a la lectura más atrás</i>)	73
Anexo 7: Tarea N° 4	77

Anexo 8: Tarea N° 5 (<i>Regresar a la lectura más atrás</i>).....	79
Anexo 9: Diarios de campo (<i>Regresar a la lectura más atrás</i>)	83

LISTA DE GRÁFICAS

<i>Gráfica 1.</i> Resultados de la Prueba Saber 2015 y 2016 del grado tercero	4
<i>Gráfica 2.</i> Resultados de la Pruebas Saber del grado 3° por competencias	10
<i>Gráfica 3.</i> Resultados de la Prueba Saber del grado 3° por componentes	11

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1.</i> Tareas realizadas y su objetivo	30
-------------------------------------------------------	----

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1</i> Solución de un estudiante. Igualdades numéricas	6
<i>Figura 2</i> Prueba diagnóstica realizada en el grado 3°	7
<i>Figura 3</i> Solución de un estudiante al primer numeral de la situación problema del sobre número 4	8
<i>Figura 4</i> Solución de un estudiante en la representación geométrica del producto de cantidades	8
<i>Figura 5</i> Solución de un estudiante de la división y al modelo de factor multiplicante	9
<i>Figura 6</i> Esquema del marco teórico	16
<i>Figura 7</i> Tipos de significados institucionales y personales (Godino, et al., 2007, p.6)	18
<i>Figura 8</i> Esquema de las entidades primarias asociadas a las tareas realizadas	20
<i>Figura 9</i> Esquema de la multiplicación en el isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1991)	23
<i>Figura 10</i> Solución de un estudiante de la tarea N° 3, modelo de la multiplicación producto cartesiano	33
<i>Figura 11</i> Solución de un estudiante de la tarea N° modelo de la multiplicación factor multiplicante	34
<i>Figura 12</i> Solución de un estudiante al modelo de la multiplicación adición repetida.....	35
<i>Figura 13</i> Solución de un estudiante al modelo de la multiplicación como razón	35
<i>Figura 14</i> Creación de un problema de un estudiante.....	37
<i>Figura 15</i> Creación de un problema de un estudiante.....	37
<i>Figura 16</i> Construcción de un problema de un estudiante.....	38
<i>Figura 17</i> Solución de un problema de la tarea 5	39
<i>Figura 18</i> Solución de un problema de la tarea 5	39
<i>Figura 19</i> Respuestas de estudiantes del grado tercero a la pregunta: ¿Qué es multiplicar?	40
<i>Figura 20</i> Tabla diligenciada por un estudiante del problema presentado en la tarea 1	46
<i>Figura 21</i> Representación geométrica de la multiplicación dada por un estudiante a la expresión 3×3	47
<i>Figura 22</i> Representación geométrica de la multiplicación dada por un estudiante a la expresión 1×9	¡Error! Marcador no definido.
<i>Figura 23</i> Argumentos de un estudiante al problema de la tarea 5.....	49
<i>Figura 24</i> Definición de multiplicación de un estudiante	49
<i>Figura 25</i> Solución de un estudiante a uno de los problemas presentados en la prueba diagnóstica	¡Error! Marcador no definido.
<i>Figura 26</i> Solución de un estudiante a uno de los problemas presentados en la prueba diagnóstica	¡Error! Marcador no definido.
<i>Figura 27</i> Solución de un estudiante a un problema de producto cartesiano en la tarea N° 3	51
<i>Figura 28.</i> Argumentación de un estudiante a una de las preguntas del problema planteado tarea N° 5	49

Figura 29. Argumentación de un estudiante a una de las preguntas del problema planteado
tarea N° 5 49

RESUMEN

La investigación se realizó en el marco de la Práctica Pedagógica en la cual se buscó propiciar el aprendizaje de la multiplicación en los estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa a través de la resolución de problemas. La fundamentación teórica se apoya en el enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino y Font, 2007; Godino, Batanero, Giacomone y Font, 2017), como objeto de estudio, la multiplicación (Vergel 2003; Obando 2015), y la resolución de problemas como proceso de desarrollo del pensamiento matemático (Santos Trigo, 1997; Castro, 2016).

El trabajo de investigación se llevó a cabo bajo el enfoque cualitativo, lo que permite realizar un análisis del contexto, orientado por el paradigma interpretativo, a través del método de la Investigación Acción Educativa la cual permite una transformación de la Práctica Pedagógica (Restrepo, 2004). Lo anterior culmina con el análisis de los resultados del proyecto, a través de tres unidades en las cuales se estudia, cómo los estudiantes resuelven los diferentes modelos de la multiplicación, los significados que ellos adquieren de la operación, y el lenguaje utilizado para resolver diferentes problemas asociados a la multiplicación.

Durante la práctica se desarrollaron tareas, con los estudiantes, referidas a la multiplicación, relacionadas con algunas de las entidades primarias del EOS. A través de la realización de dichas tareas los estudiantes lograron adquirir otros significados de la multiplicación. Además, se evidenció en algunos de ellos, un cambio positivo en la argumentación y obtuvieron un acercamiento a otros modelos de la multiplicación diferentes al modelo de adición repetida.

Palabras clave: Resolución de Problemas, Modelos de la multiplicación, Enfoque Ontosemiótico, Lenguaje, Significados de la multiplicación.

ABSTRACT

This research was made within the frame of a Teaching Internship, which aimed at fostering multiplication learning through problem resolution of El Triunfo Santa Teresa Primary School third-grade students. The theoretical foundation is grounded on the Ontosemiotic approach (EOS, in Spanish) (Godino y Font, 2007; Godino, Batanero, Giacomone y Font, 2017), as object of study; multiplication ((Vergel 2003; Obando 2015), and problem solution as process of mathematical development (Santos Trigo, 1997; Castro, 2016).

A qualitative approach was used, that makes it possible to carry out a contextual analysis guided by the interpretive paradigm, through the Educational Action Research. The latter allows a transformation of the Teaching Internship (Restrepo, 2004). The above is followed by the analysis of the results of the study, by means of three units in which it is studied how students solve the various multiplication models, the meanings that students acquire of the operation, and the language used to solve the various problems associated to multiplication.

During the Internship, students were engaged in tasks associated to multiplication, related to some of the EOS primary entities. By means of these tasks students acquired other meanings of multiplication; in addition, there was, in some of them, a positive change in their argumentation and they had the opportunity of using methods other than the model of repeated addition.

Keywords: problem solution, models of multiplication, ontosemiotic approach, language, meanings of multiplication.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Contextualización

La Práctica Pedagógica se realizó en la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa; ubicada en la comuna 6, al noroccidente de Medellín, específicamente en el barrio Doce de Octubre, institución oficial adscrita a la Secretaría de Educación de Medellín, que acoge parte de la población de los barrios cercanos, el Picacho, el Triunfo y Paris. Es de carácter mixto y ofrece el servicio educativo desde Preescolar hasta grado 11 ° en dos jornadas; en la mañana básica secundaria y media académica, y en la tarde para los grupos de primaria. La Institución tiene una sede anexa, donde solo ofrece los grados desde preescolar hasta 4° en la jornada de la mañana.

Las familias que habitan el barrio pertenecen a los estratos socioeconómicos I y II, gran parte de las viviendas se encuentran en obra gris, y algunas de ellas aún conservan estructuras en madera. Cuentan con los servicios básicos ofrecidos por EPM y con diferentes apoyos estatales como familias en acción y proyectos liderados por el INDER para el fomento del deporte y la recreación. Las familias están conformadas por tíos, abuelos, primos e incluso amigos, y en menor proporción por papá y mamá. La mayoría de los estudiantes son hijos de madres cabeza de familia, las cuales deben trabajar para llevar el sustento a sus hijos, por lo tanto, los niños y niñas se encuentran a cargo de otros familiares o vecinos para su cuidado y acompañamiento.

El sector que rodea la Institución se caracteriza por la presencia de bandas delincuenciales dedicadas al microtráfico de sustancias psicoactivas y el monopolio de los negocios del sector. Estos conflictos sociales se reflejan al interior de las familias, algunos estudiantes viven en ambientes desfavorables, por la violencia y el maltrato familiar, lo cual ha hecho que algunos se encuentran en hogares sustitutos del Bienestar Familiar.

La Institución se fundamenta en la filosofía humanista y con un modelo pedagógico basado en el enfoque socio-crítico, que posibilita el aprendizaje significativo. Así mismo, promueve los valores de la equidad, el respeto, la solidaridad, el amor, la convivencia, la paz y la justicia, los cuales pretenden orientar al estudiante a ser un mediador en conflictos. En la Visión pretende para el año 2020 ser una Institución líder en la formación humana integral e incluyente, para formar personas competentes, emprendedoras, que apoyen al desarrollo de la comunidad, del municipio y del país.

La evaluación del aprendizaje en las diferentes áreas es considerada un proceso continuo e integral, donde se tiene en cuenta lo cognitivo, lo procedimental y lo actitudinal. El Sistema Institucional de Evaluación (SIE) contempla los siguientes criterios de evaluación: las consultas, el trabajo en equipo, exposiciones, desarrollo de talleres y actividades de clase, planteamiento y solución de problemas, realización de experimentos, prácticas de campo y laboratorio, comprensión lectora, producción de textos, resúmenes, ensayos, participación en actividades de investigación, entre otras.

Para el desarrollo de las clases de matemáticas, el aula cuenta con recursos como: televisor, acceso a internet, material didáctico (cubos de soma, regletas, figuras geométricas, geoplanos, entre otros), los cuales son utilizados con frecuencia por las docentes que orientan el área de matemáticas.

En la Institución hay tres grupos de tercero, grado de interés para el desarrollo de la Práctica Pedagógica, con un promedio de 40 estudiantes por grupo, sus edades oscilan entre los siete y nueve años de edad, solo algunos de ellos están en extra-edad (entre 10 y 12 años). Durante las clases de matemáticas, en el grado tercero se observa en los estudiantes interés por comprender las actividades y temas propuestos, constantemente desean ser escuchados, participan activamente en la clase, disfrutan del trabajo en equipo, aunque en ocasiones les cuesta concentrarse y permanecer en su puesto por un tiempo prolongado. En

diálogos informales con los estudiantes, reconocen la importancia de las matemáticas en su vida.

Se observa de manera general que, aquellos niños que cuentan con un acompañamiento familiar, demuestran mayor respeto por la norma, pero requieren que la docente esté más atenta al desarrollo de las tareas y comprensión de las explicaciones. Por el contrario, aquellos que no cuentan con este acompañamiento familiar, se muestran indisciplinados y se les dificulta concentrarse, por ello la maestra debe llamarles la atención de manera reiterada.

Es importante mencionar que existen estudiantes con algunas necesidades educativas especiales como Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDH), discapacidad cognitiva y autismo; aun así, se evidencia en ellos, agilidad para comprender los temas, disfrutan mucho de los retos, en especial si implican algún procedimiento matemático.

Se percibe una relación armoniosa entre docente-estudiantes, lo que posibilita la participación y el interés por el área de matemáticas; en la medida que los niños se sienten con la tranquilidad y seguridad para preguntar cuando no comprenden algo o para expresar sus ideas.

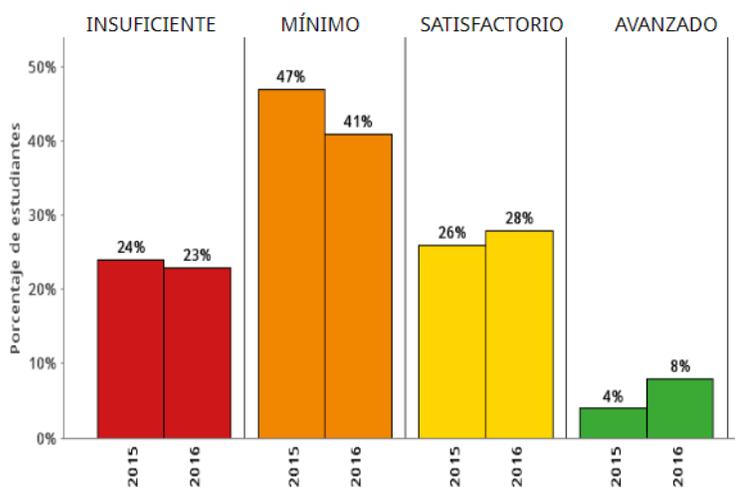
El ambiente de clase es tranquilo, lo cual permite el desarrollo de las diferentes tareas, sin embargo, en ocasiones la falta de comprensión de los estudiantes en algunos temas específicos impide que éstas se desarrollen por completo en una sola clase y deben postergarse para próximos encuentros.

En cuanto al desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas, de acuerdo a lo que aparece en los factores sociales el PEI de la Institución, la mayoría de los estudiantes se

ubica en el nivel básico; situación que obedece principalmente al poco acompañamiento familiar y los bajos niveles de concentración para el desarrollo de algunas tareas y el constante temor sobre lo que no comprenden.

El área de matemáticas en cada grupo tiene una intensidad semanal de cuatro horas, de las cuales, tres de ellas son para aritmética, geometría y estadística, y una para la aplicación del proyecto de lógica matemática. El plan de área de matemáticas está dividido por ciclos, el grado tercero pertenece al ciclo I, acompañado por los grados primero y segundo, en la primera etapa de este ciclo se da respuesta a los estándares de competencia de cada uno de los pensamientos que propone el MEN (Ministerio de Educación Nacional), a partir de ello se evalúa lo procedimental, actitudinal y conceptual, de acuerdo con la distribución de contenidos que hace la Institución para cada grado. Asimismo, se distribuyen los temas, los contenidos y los indicadores de desempeño propuestos para cada grado en los cuatro periodos institucionales; además de la estructura de los planes de apoyo, acompañado por la metodología y la posible bibliografía a utilizar dentro de las clases de matemáticas.

En cuanto a los resultados de las Pruebas Saber del grado tercero en los dos últimos años (2015-2016), se identifica un bajo rendimiento como se evidencia en la gráfica 1:



Gráfica 1. Resultados de la Prueba Saber 2015 y 2016 del grado tercero

De acuerdo con los resultados, los estudiantes se ubican principalmente en los niveles insuficiente y mínimo durante ambos años, aunque se evidencia un avance hacia otros niveles, lo cual indica una leve mejoría en los desempeños de los estudiantes; pero aún se continua con un porcentaje mayor al 50% ubicado en los dos niveles más bajos, lo cual evidencia o alerta sobre una persistencia en las dificultades en el área de matemáticas. Es importante reconocer que la Institución ha implementado algunas estrategias como el uso de las cartillas de las Pruebas Saber de años anteriores en las clases de matemáticas, reuniones de socialización de resultados anuales, buscando algunas estrategias para mejorar los resultados institucionales, probablemente debido a esto, se logra una pequeña mejoría en el año 2016, para así posibilitar que más estudiantes logren ubicarse en los niveles satisfactorio y avanzado.

1.2. Planteamiento del Problema

Una de las dificultades en la enseñanza de las relaciones multiplicativas es la forma en la que se le presentan a los estudiantes. Generalmente, se hace a través de problemas de tipo multiplicativo que contiene una relación de cuatro cantidades y no de tres como se propone en la representación del algoritmo: $a \cdot b = c$ (Vergnaud, 1991), por ello se considera importante hacer una selección asertiva de diferentes problemas para resolverlos en el aula. Específicamente en lo observado en el grado tercero de la Institución, es claro que los estudiantes están relacionados con el algoritmo de la multiplicación, sin embargo, debido a que están acostumbrados a ejercicios operativos donde se les indica cual es la operación que deben realizar, se les dificulta resolver problemas que les exige el análisis de estos y hacer uso de la multiplicación, sin una especificación de cual operación realizar.

En la Práctica Pedagógica como parte del diagnóstico, se desarrolló con los estudiantes del grado tercero una tarea que contenía varias situaciones que involucraban el uso de la multiplicación. La tarea consistía en que los estudiantes organizados por grupos de 4 recorrían el colegio siguiendo algunas pistas, que los conducía por varias bases donde debían responder preguntas que estaban relacionadas con la multiplicación y la división,

luego de dar respuesta a ellas podían avanzar y obtenían un sobre sellado, el cual debían abrir al finalizar la tarea. En las bases, los estudiantes tenían que resolver algunos problemas, ejercicios de igualdades numéricas y representar geoméricamente la multiplicación. Para dar respuesta a lo anterior, la mayoría de los estudiantes acudieron a las estructuras aditivas, lo cual puede ocurrir, debido a la relación existente entre ambas (Botero, 2006), los estudiantes recurren a ellas cuando deben ejecutar una multiplicación como se indica en la situación propuesta.

En la figura 1 se observa la solución de un estudiante, en uno de los ejercicios de igualdades numéricas donde debían completar el dato que faltaba en cada igualdad. Para encontrar el dato que faltaba se debe recurrir a multiplicaciones y divisiones, pero en lugar de esto, utilizaron la suma y la resta como medio para resolver la tarea. Cuando se les pedía ejecutar una división, acudían a usar una sustracción, caso semejante con la multiplicación, la cual para ellos era asumida como una suma. Esto se observa en la figura 1, cuando al resolver $20 \div \underline{\quad} = 5$, lo que hacen es restar $20 - 15$, para obtener 5, y cuando al resolver $5 \times \underline{\quad} = 4 \times \underline{\quad}$, agregan el uno y el dos respectivamente, asumiendo que en la igualdad el resultado es 6, como si se tratara de una suma.

- $9 \times \underline{1} = \underline{4} + 5$
- $10 \times 10 = 100$
- $5 \times \underline{1} = 4 \times \underline{2}$
- $7 \times \underline{20} = 42$
- $\underline{0} \times 4 = 0$
- $9421456 \times \underline{1} = 9421456$
- $20 + \underline{15} = 5$
- $\underline{20} + 5 = \underline{15}$
- $40 + 10 = \underline{20}$
- $9 + \underline{6} = 3$
- $2437 + 1 = 2437$

Figura 1. Solución de un estudiante. Igualdades numéricas

En otra parte de la prueba diagnóstica, se presentó el problema que se observa en la figura 2, en la cual, los estudiantes debían resolver un problema que estaba asociada al entorno escolar e incluía implementar la multiplicación y la división, a partir de lo encontrado, ellos debían dar respuesta a las preguntas. En ella se pudo evidenciar la dificultad para comprender lo que cada pregunta les demandaba, o la operación que les permitía llegar a una respuesta.

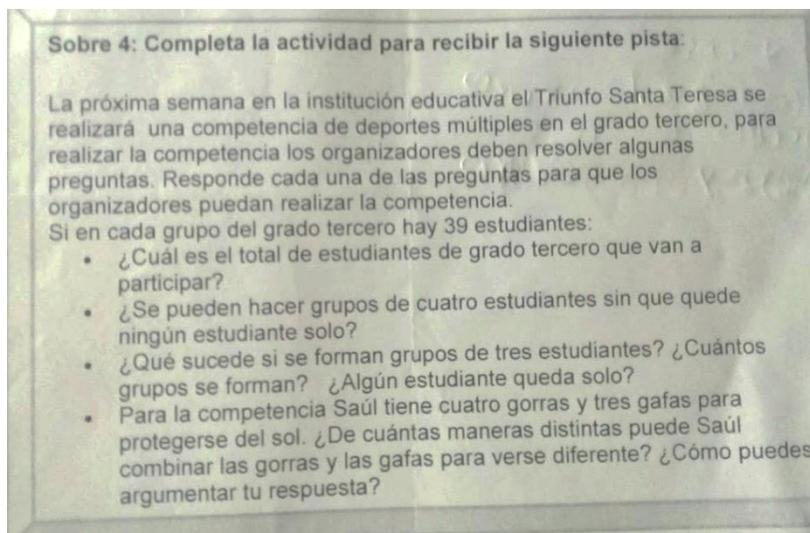


Figura 2. Prueba diagnóstica realizada en el grado 3°

En la generalidad, los estudiantes acuden a las estructuras aditivas para resolver la situación, aunque este es un proceso válido, en realidad se espera que los procesos atiendan a la multiplicación dado que este puede ser considerado como un camino más rápido y seguro (Godino, 2003).

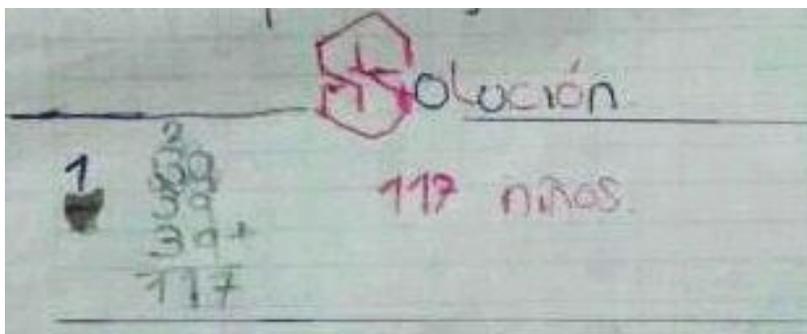


Figura 3. Solución de un estudiante al primer numeral de la situación problema del sobre número 4

En otra de las situaciones se consideraba la representación geométrica de la multiplicación, los estudiantes debían colorear la región que representaba la multiplicación indicada; sin embargo, solo colorearon lo que obtendrían si aplicaran una adición de los números presentados, esto se observa, en dos de las tres situaciones propuestas. En la solución de la tarea se observan algunas dificultades para interpretar y representar geoméricamente las multiplicaciones, expresándolas a través del coloreado de la forma lineal de cada factor. Un ejemplo de ello se evidencia en la multiplicación de 9×16 , donde los estudiantes sombreen linealmente 9 y 16 cuadrados; por lo tanto, presentan dificultad para asociar la multiplicación como el área que representa el producto de dos cantidades.

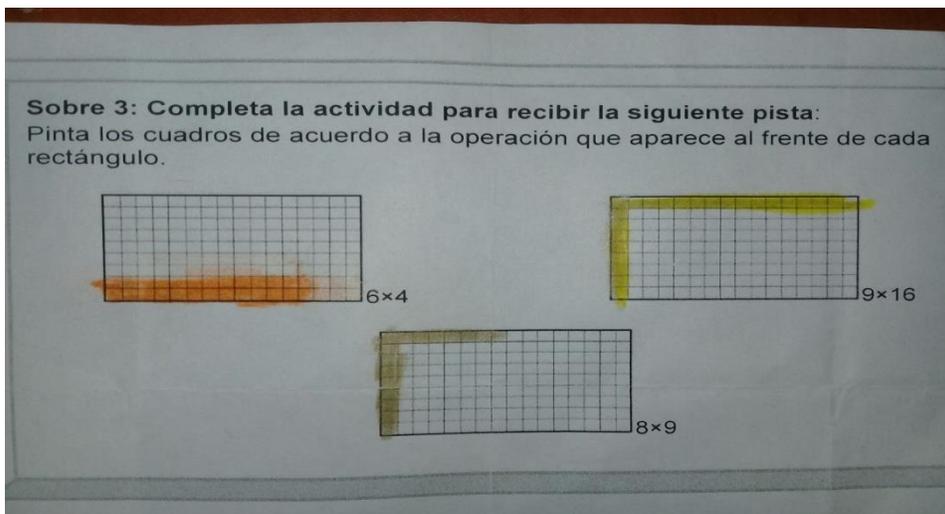


Figura 4. Solución de un estudiante en la representación geométrica del producto de cantidades

Se pudo identificar en lo realizado por los estudiantes que, ellos presentan algunas dificultades para resolver una situación de combinación que se les plantea en el numeral d; algunos de ellos recurren a la organización por representaciones numéricas y otros a

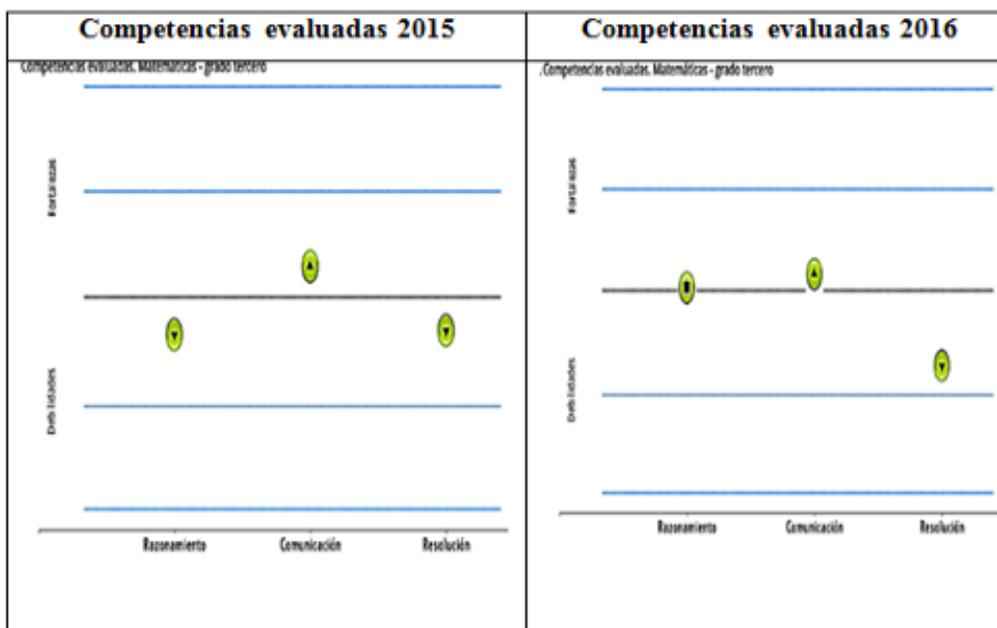
representaciones gráficas sin determinar una respuesta clara, y sin contemplar todas las demás opciones posibles, como se observa en la misma figura 5.



Figura 5. Solución de un estudiante de la división y al modelo de factor multiplicante

La profesora del grupo manifiesta que, aunque durante el año escolar han tenido un acercamiento con el algoritmo de la multiplicación, la mayoría de los estudiantes presentan dificultades para resolver multiplicaciones. De acuerdo con Ospina y Salgado (2010) la enseñanza de la multiplicación puede presentar dificultades en el aula, debido a que en este proceso se debe recurrir a diferentes tipos de modelos y situaciones, que permitan la relación con otros conceptos tales como, proporcionalidad, función lineal, combinación lineal, propiedades de la linealidad y contextos matemáticos de la vida cotidiana.

Por otro lado, en los resultados de las Pruebas Saber del grado tercero en el 2015 y 2016, se identifican debilidades en cuanto a la competencia de razonamiento y resolución de problemas como puede verse en la gráfica 2. Es notable, sin embargo, una mejoría en la competencia de razonamiento en el 2016, ubicándose en el promedio nacional, pero es importante tener en cuenta que para el año 2016 la competencia de resolución problemas se constituye en una debilidad en comparación con el año 2015.

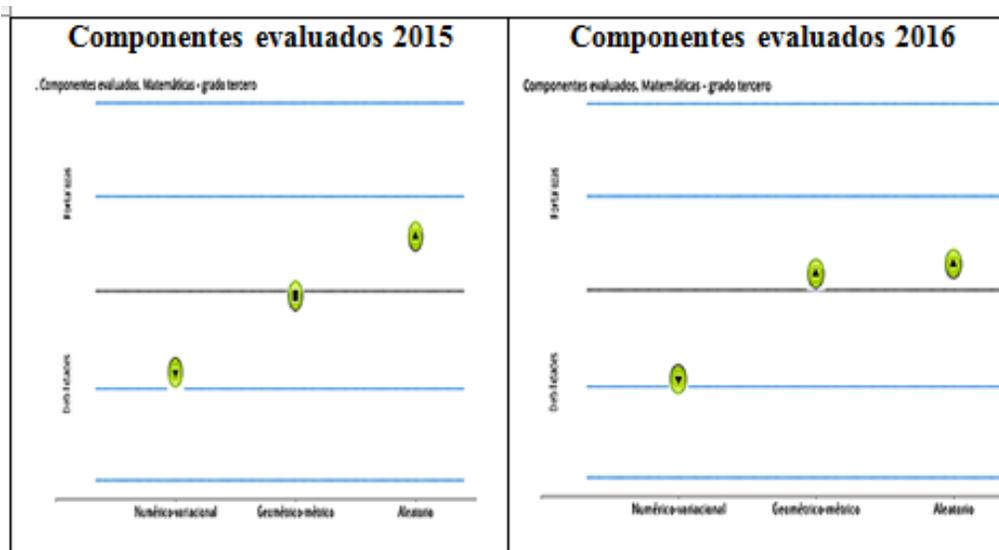


Gráfica 2. Resultados de la Pruebas Saber del grado 3° por competencias

De acuerdo con los resultados, se observa que los estudiantes superaron levemente el promedio nacional en las competencias de comunicación y razonamiento, mientras que en la resolución de problemas se identifican debilidades asociadas a situaciones que requieren estimar grados de ocurrencias de eventos, a usar operaciones y propiedades de los números naturales para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas, resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa, y resolver aquellos problemas aditivos rutinarios de composición y transformación necesarias para la solución.¹

En cuanto a los resultados de los componentes que evalúan las Pruebas Saber, como puede observarse en la gráfica 3, los estudiantes muestran debilidades significativas en ambos años con relación al pensamiento numérico variacional, y cierta estabilidad en los pensamientos geométrico y aleatorio.

¹ Tomado de la caja “Siempre día-E” de la Institución 2017.



Gráfica 3. Resultados de la Prueba Saber del grado 3° por componentes

Durante ambos años se observa un buen desempeño en el pensamiento aleatorio, el cual supera el promedio nacional. Con respecto al geométrico-métrico, se presenta una leve mejoría en el año 2016; y respecto al numérico-variacional (el cual tiene relevancia en el plan de área) se identifican una serie de dificultades. En cuanto a este último pensamiento, cabe señalar que, las pruebas evalúan aspectos que están relacionados con: el reconocimiento de equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números, la resolución y formulación de problemas multiplicativos rutinarios, la resolución y formulación de problemas de proporcionalidad directa, la descripción e interpretación de propiedades y relaciones de los números y sus operaciones, finalmente con la resolución y formulación de problemas multiplicativos de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.

De acuerdo con Godino, Batanero, y Font (2003) estas dificultades pueden obedecer a cuatro obstáculos, el primero de ellos tiene que ver con el vocabulario y los conceptos, donde para los estudiantes los términos utilizados dentro del proceso de aprendizaje como, “cada”, “cada uno”, “para cada uno”, “producto”, tienen un sentido diferente; el segundo está relacionado con el nivel de abstracción de los estudiantes, donde se requiere de cierto tiempo para que ellos puedan asimilar la operación y sus propiedades; el tercero tiene que

ver con las dificultades en las operaciones, debido a que los estudiantes pueden tener algunos problemas con la aplicación de los algoritmos y las reglas específicas que son necesarias para la resolución de alguna situación. Finalmente, el cuarto obstáculo es el de solución de problemas, los estudiantes en su mayoría identifican más fácilmente las situaciones donde deben aplicar la división que la multiplicación, además, es muy común que presenten dificultades para resolver situaciones de comparación. Cuando se les pide, por ejemplo, dar respuesta a situaciones como: *Enrique tiene 15 colores, si Mariana tres veces más que Enrique ¿Cuántos colores tiene Mariana?*

Por otro lado, una dificultad didáctica respecto a la enseñanza de la multiplicación tiene que ver cuando se dice a los estudiantes, que este concepto se define como la suma de sumandos iguales, dado que, se está creando una única referencia de la multiplicación, y todo lo que no sea de este modo, no contará como tal (Bravo, 2007).

Aunque esto puede ser considerado como una ventaja, en tanto que parece mostrar una transición más cómoda entre la suma y la multiplicación, sesgara la mirada amplia bajo la cual se debe construir este concepto, dejando por fuera, aquellos tipos de problemas, donde esto no necesariamente ocurre de la misma forma, como es el caso del cálculo de áreas, o cuando se trabaja con cantidades como fracciones menores a la unidad (Obando, 2015).

Las ideas anteriores permiten establecer la pregunta de investigación del presente trabajo: *¿Cómo la resolución de problemas propicia la exploración de los modelos de la multiplicación en estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa?*

1.3. Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Analizar la exploración de los modelos de la multiplicación, a través de la resolución de problemas en estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Reconocer las potencialidades y dificultades que los estudiantes presentan en la solución de los problemas asociados a los modelos de la multiplicación.
- Identificar el lenguaje utilizado por los estudiantes en el desarrollo de tareas asociadas a la multiplicación.

1.4. Justificación

El proceso de aprendizaje de las diferentes temáticas que están relacionadas con matemáticas en la escuela, es sin duda un asunto que debe preocupar tanto aquellos docentes que se encuentran en ejercicio, como a los que se encuentran en formación. Entendido el aprendizaje como una construcción social, donde se hace necesario que la enseñanza se centre en tareas que incluyan problemas de tal forma que su resolución permita que los estudiantes puedan analizar, descubrir, elaborar hipótesis, confrontar, reflexionar, argumentar y comunicar ideas tal como lo plantea (Coronel y Curotto, 2008).

Es importante reconocer aquellas situaciones que posibilitan el aprendizaje de los diferentes objetos matemáticos, enlazados a los procesos de análisis, descubrimiento, elaboración de hipótesis, confrontación, reflexión, argumentación y comunicación, de esta manera será posible mostrar a los estudiantes las matemáticas, tratando de romper con algunas barreras y dificultades que puedan presentarse en el aula de clase.

De acuerdo con los Estándares Básicos de matemáticas (MEN, 2006) se considera que los estudiantes durante el ciclo de primero a tercero de primaria, alcancen el reconocimiento e implementación de las operaciones básicas, incluida la multiplicación; pero como lo especifican los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), este es un proceso un poco más complejo para los estudiantes, por lo que se hace necesario construir estrategias que permitan un ambiente de aprendizaje más comprensible y ameno para ellos.

Es necesario destacar que el proceso de aprendizaje de la multiplicación, se ha centrado en los mismos modelos, dejando de lado otros significados que este trae consigo (razón, proporción, análisis racional, análisis escalar). Debido a esto, es necesario que se planteen investigaciones y reflexiones en torno a su proceso, que permitan identificar los métodos implementados por los estudiantes para comprender y aplicar la multiplicación a situaciones cotidianas (Torres y Obando, 2013). Esta idea se sustenta también en Ospina y Salgado (2010), quienes consideran que el concepto de multiplicación, solo cobra sentido en la medida en que se brinden una serie de situaciones que interrelacionen diversos contextos matemáticos con la cotidianidad.

Una de las estrategias que puede ser utilizada dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación, es la resolución de problemas; dado que: “la resolución de problemas es un contenido escolar, que contribuye a la formación intelectual y científica de los estudiantes” (Martínez, 2008, p.2). A través de la implementación de algunas tareas, se busca contrarrestar los principales obstáculos que se presentan para el aprendizaje de la multiplicación, éstos entendidos como los conceptos que han sido útiles para resolver algún tipo de problema pero que no es útil cuando se aplica a otro (Godino, 1991).

El proyecto de la Práctica Pedagógica pretende específicamente abordar la resolución de problemas asociada con los cuatro modelos de la multiplicación: factor multiplicante, razón, adición repetida y producto cartesiano, los cuales son propuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, para permitir que los estudiantes puedan ver la multiplicación en una variedad de contextos y modelos, y encontrar tanto las ventajas de un modelo como sus limitaciones (MEN, 1998). De este modo, estudiar la multiplicación a través de problemas que vinculen los cuatro modelos, posibilitará no solo que los estudiantes amplíen el contexto de aplicación de la multiplicación, sino que, además, puedan tener un aprendizaje de la multiplicación, entendiendo el aprendizaje como el acto de comprender, ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos (Godino et al., 2003).

En Godino et al. (2003) se plantea la necesidad de presentar a los estudiantes situaciones multiplicativas concretas que permitan establecer un significado de aquello que resuelve, que posibilite las justificaciones respecto a los cálculos realizados, y de situaciones formales que permitan consolidar el aprendizaje del algoritmo.

Los estudiantes pueden llegar a establecer un significado, si tienen en cuenta que existen diferentes formas de llegar a un resultado correcto, pero esto solo ocurre si ellos comprenden lo que hacen, por ello es posible distinguir diferentes formas de multiplicar, que tendrán como fundamento las propiedades y las relaciones matemáticas. El algoritmo, debe ser visto siempre como un punto de llegada y solo se debe percibir como una forma de recortar (abreviar) el tiempo, para llegar al resultado (Fernández, 2005).

2. MARCO TEÓRICO

El marco teórico de este proyecto se apoya en tres conceptualizaciones que dan cuenta del objetivo propuesto; como enfoque didáctico se retoma el Enfoque Ontosemiótico (EOS) (Godino y Font, 2007; Godino, Batanero, Giacomone y Font, 2017) sobre el cual se fundamenta el objeto matemático referido a las estructuras multiplicativas y a las entidades primarias propuestas por Godino, tomando de manera específica la multiplicación (Vergel 2003; Obando 2015), y como proceso matemático, la resolución de problemas (Santos Trigo, 1997; Castro, 2016).

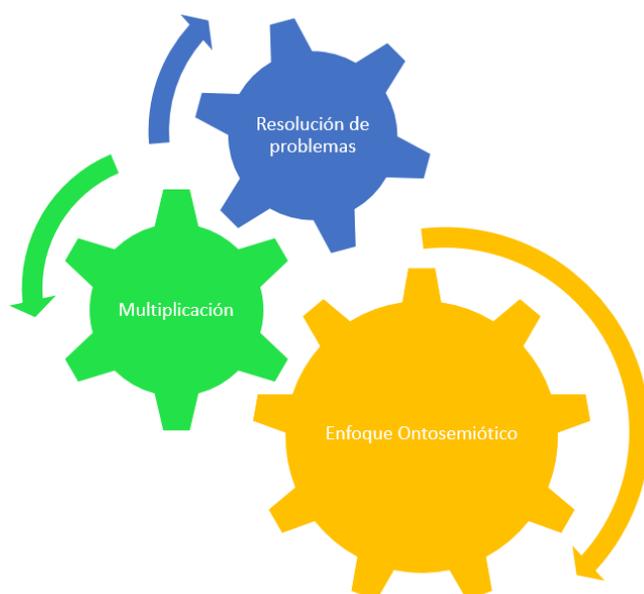


Figura 6. Esquema del marco teórico

La multiplicación como objeto matemático debe ser enseñada en las escuelas durante la primaria, pero como lo exponen Ospina y Salgado (2010) este no es un proceso simple, debido a la diversidad de metodologías y modelos de problemas que existen para abordar su instrucción en las aulas de clase. Por ello, la multiplicación y sus propiedades deben ser presentadas desde distintas situaciones, que permitan relacionarla con la proporcionalidad, la función lineal, la combinación lineal, algunos contextos matemáticos, con otras ciencias y la cotidianidad.

En este proyecto se busca la vinculación de la resolución de problemas a la enseñanza de la multiplicación, asumiendo la resolución de problemas como un proceso de pensamiento mediante el cual el estudiante está en la capacidad de sacar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos y resultados matemáticos conocidos, al tiempo que desarrolla otros nuevos (MEN, 1998). Así, los estudiantes pueden tener un aprendizaje de la multiplicación, no de forma mecánica y repetitiva, sino que estén en la capacidad de aplicarla en la solución de un problema (Calvo, 2008).

Lo anterior teniendo en cuenta que “...las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos” (MEN, 2006, p.52).

Desde el Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática se toman las entidades primarias como eje central para analizar cómo los estudiantes resuelven problemas asociados con la multiplicación, con el propósito de generar estrategias que integren la multiplicación, con la resolución de problemas como proceso de pensamiento matemático para posibilitar el aprendizaje de dicha operación.

2.1 Enfoque Ontosemiótico (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico de la Instrucción Matemática es entendido como “sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática” (Godino, et al., 2017, p.93). En este enfoque cobra relevancia el significado que se adquiere de los objetos matemáticos, entendiendo el significado como un sistema de prácticas, “el estudio de las matemáticas, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa considerar los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) puestas de manifiesto por las personas en su actuación ante tipos de situaciones problemáticas” (Godino, et al., 2007, p.5).

Lo anterior tiene trascendencia en el análisis didáctico, y por lo tanto lleva a implantar las características básicas de los significados, los cuales (Godino, et al., 2007) catalogan como personales e institucionales, además los presenta a través del siguiente esquema



Figura 7. Tipos de significados institucionales y personales (Godino, et al., 2007, p.6)

En el esquema anterior, se describen los tipos de significados personales (evaluado, implementado, pretendido y referencial) y significados institucionales (global, declarado y logrado), los cuales se enlazan a través de una relación coherente entre enseñanza y aprendizaje. De esta forma, para el proceso de enseñanza es necesaria la participación del estudiante en lo ya denominado “comunidad de prácticas” donde se favorecerá la apropiación de los significados institucionales, y el aprendizaje será la evidencia de una apropiación de dichos significados (Godino, et al., 2007).

Desde el enfoque Ontosemiótico, se conciben la construcción de una ontología de los objetos matemáticos, donde es indispensable tener en cuenta el triple aspecto de la matemática, como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como

lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado, donde las situaciones problemáticas, tomaran sentido (Godino, et al., 2007).

En el EOS se concibe el objeto matemático como “un sistema de prácticas que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones-problemas en los cuales se requiere encontrar un representante de un conjunto de datos” (Godino, 2014, p.12).

En este enfoque, se proponen algunas entidades primarias, las cuales “amplían la tradicional distinción entre entidades conceptuales y procedimentales, al considerarlas insuficientes para describir los objetos intervinientes y emergentes de la actividad matemática” (Godino, et al., 2007, p.7). Las entidades mencionadas se dividen en seis categorías:

- Elementos lingüísticos: referidos a los términos, expresiones, notaciones y gráficos, presentados en sus diversos registros: escrito, oral, gestual, entre otros.
- Situaciones: problemas, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios.
- Conceptos: introducidos mediante definiciones o descripciones.
- Propositiones: enunciados sobre conceptos.
- Procedimientos: vinculados a los algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo.
- Argumentaciones: enunciados que se utilizan para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo.

A continuación, se muestra un esquema que explica de qué manera son aplicadas tales entidades dentro del proceso de resolución de problemas con los estudiantes vinculados al proyecto:

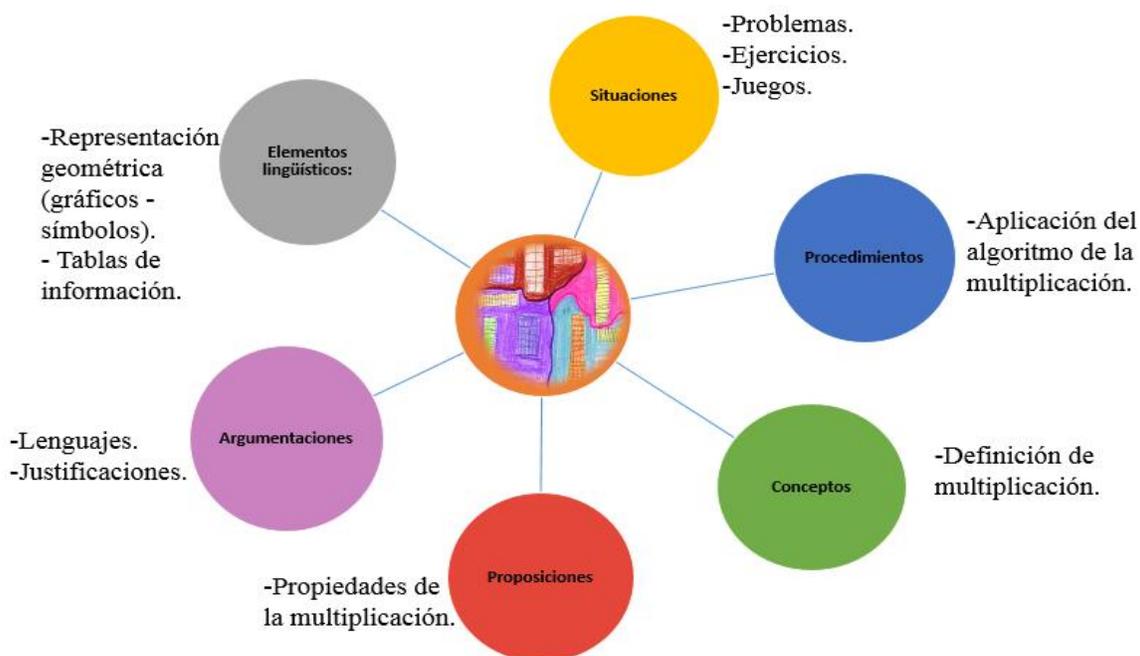


Figura 8. Esquema de las entidades primarias asociadas a las tareas realizadas

La concepción de “práctica matemática”, se reconoce como las diferentes actuaciones realizadas para dar solución a una situación problema, estas pueden ser de forma verbal, escrita, gráfica, etc. Esto incluirá también la expresión verbal a la solución, indicando la manera en la que se llegó a ella, vinculándola, además, con otros contextos o problemas (Godino y Batanero, 1994).

2.2 La multiplicación

La multiplicación está asociada a procedimientos de variación entre cantidades, lo que permitirá reconocerla desde las nociones de razón, proporción y proporcionalidad; “multiplicar es encontrar un número que es a uno de los factores, como el otro factor es a la unidad” (Obando, 2017)².

² Conferencia: ¿Qué es multiplicar? por el Doctor Gilberto Obando Zapata. Facultad de Educación Universidad de Antioquia, 16 de mayo de 2018.

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se propone presentar la multiplicación por medio de diferentes situaciones, lo cual permitirá que los estudiantes logren reconocer sus diversos significados, además, de otorgarle a dicha operación variadas interpretaciones.

De acuerdo con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) existen diferentes modelos de situaciones de aplicación de la multiplicación, algunos de ellos son:

- ✓ Como Factor multiplicante: Para este tipo de problemas, uno de los factores será escalar, el cual le indicará la cantidad de veces que aumentará uno respecto al otro factor (Botero, 2006). Un ejemplo de este tipo de problemas sería *Luis tiene 2 chocolates, pero Cristian tiene 6 veces más. ¿Cuántos chocolates tiene Cristian?*
 - ✓ Como Adición repetida: En estos problemas, se conciben dos conjuntos, donde regularmente sus respectivas magnitudes tienen una relación de correspondencia (a una magnitud de un conjunto le corresponde, una del otro conjunto), pero en este caso, se observará la “acumulación sucesiva” del conjunto de llegada (Botero, 2006). Un problema correspondiente a este tipo puede ser: *Luis compra 2 chocolates diarios, durante 6 días. ¿Cuántos chocolates tendrá al final de este tiempo?*
 - ✓ Como Razón: Se crea una relación lineal de dos magnitudes diferentes, donde una magnitud estará empacada, distribuida, contenida, a razón de un valor específico, lo cual constituirá una “relación de covariación” entre las variables tratadas (Botero, 2006), un ejemplo puede ser: *Una empresa de dulces, vende 2 chocolate por paquete, si Luis compra 6 paquetes ¿Cuántos chocolates tendrá en total?*
 - ✓ Como Producto cartesiano: es la relación multiplicativa que se forma a partir de dos medidas conocidas, y que dará como resultado una tercera, producto de estas dos (Ivars y Fernández, 2016). Este modelo es el menos sencillo para los estudiantes en relación con los otros modelos (MEN, 1998). Un problema de este modelo podría
-

ser: Una empresa fabrica 2 tipos de chocolates (blanco y oscuro), de 6 sabores diferentes. ¿Cuántos tipos de chocolates puede fabricar la empresa?

Por otro lado, los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) asocia la multiplicación en el contexto de la resolución de problemas, para dar sentido a diversos objetos matemáticos como: la combinatoria, razones, fracciones, cálculo de áreas y perímetros e interpretación de variaciones. La multiplicación como objeto matemático está relacionada con otros objetos, los cuales cobran sentido en su aplicación en la vida diaria, debido a esto es importante enfatizar en su correcto aprendizaje (Vergel, 2003).

La multiplicación como objeto matemático, a su vez es reconocida como unidad cultural, que convive diariamente con los seres humanos, hace parte de su actividad cotidiana, por lo tanto, se va transformando en la medida que las exigencias actuales lo requieran (Vergel, 2003). Son procesos que no se separan de las actividades diarias, por lo tanto, la mejor manera de aproximar el concepto a los estudiantes es a través de la exploración de los diferentes modelos de problemas, para que de esta forma ellos tengan la oportunidad de analizar e identificar las diversas formas de solución.

Se propone entonces, reconocer la multiplicación a partir de los problemas de tipo multiplicativo, donde existen por lo menos dos cantidades variables, de las cuales, se espera que la variación de una de ellas condicione la variación de la otra. Esto permite concebir el proceso de manera amplia, sin sesgar la aplicación de estos conceptos a una simple suma sucesiva del mismo número (Obando, 2017).

Para Vergnaud (1991) la multiplicación se debe explorar a partir de tres tipos de problemas: único espacio de medidas, producto de medidas e isomorfismo de medidas. En los problemas denominados de un único espacio de medidas existen dos cantidades con una única magnitud que se ven alteradas por un escalar, este tipo de problemas pueden ser identificados debido a que en su estructura se encuentra la palabra “veces”. Además, se evidencia que generalmente una de las cantidades opera como referente y la otra como

comparado; esta comparación entre ambas se establece a través de un escalar (Ivars y Fernández, 2015).

La categoría denominada producto de medidas, está conformada por la relación multiplicativa entre dos medidas, lo cual dará como resultado el principio de una nueva llamada producto. En este tipo de problemas de multiplicación existe una relación ternaria en la cual se conocen dos medidas iniciales y a través de ellas se busca la medida producto, la cual será el resultado de operar las ya conocidas (Vergnaud, 1991).

Por último propone el isomorfismo de medidas, en el cual se comprende la multiplicación desde cuatro cantidades, entre las cuales se considera que una de ellas será igual a uno, y otra será la incógnita, para expresar esta relación Vergnaud (1991) propone la siguiente representación:

Multiplicación

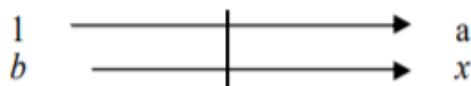


Figura 9. Esquema de la multiplicación en el isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1991)

Los problemas de isomorfismo han demostrado ser los más próximos a los estudiantes y por lo tanto se resuelven con mayor agilidad, caso contrario ocurre con los problemas de producto de medidas (o producto cartesiano), donde se han evidenciado mayores dificultades para indicar o construir respuestas acertadas (Ivars y Fernández, 2015).

¿Con cuál categorización se van a quedar para el análisis? Si bien lo propuesto por el MEN y Vergnaud no son contradictorios, si existen pequeñas diferenciaciones que dan lugar a cierto tipo de análisis.

2.3 Resolución de problemas

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas por medio de la resolución de problemas de la vida diaria y de las matemáticas, es el contexto más favorable para el aprendizaje, de manera que ocurra una inmersión de las matemáticas en la cultura, un desarrollo de procesos de pensamiento, donde se contribuya tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas (MEN, 1998).

La resolución de problemas debe ser entendida no sólo como una actividad científica, sino también como una tarea educativa que contribuye a la formación intelectual de los estudiantes (Castro, 2016). La resolución de problemas como proceso, es una preocupación didáctica, donde se plantea una enseñanza que busca centrar las tareas en problemas cuya resolución requiera del análisis, el descubrimiento, la elaboración de hipótesis, la confrontación, la reflexión, la argumentación y comunicación de ideas por parte de los estudiantes (Coronel y Curotto, 2008).

Es común que, en la enseñanza de las matemáticas, la resolución de problemas se confunda con el desarrollo de ejercicios, por ello cabe destacar que:

...Son considerados problemas aquellos que intentan desde su redacción la presentación de dificultades cognitivas mayores, reservándose la concepción de ejercicio para algo más trivial, de cálculo inmediato, los primeros de ellos no distan de ser un ejercicio avanzado que sólo suele implicar varios conceptos teóricos y su simple traducción numérica (Coronel y Curotto, 2008, p.467).

Según Santos Trigo (1997) se ha considerado internacionalmente la importancia de aprender matemáticas a través de la resolución de problemas, teniendo en cuenta que los profesores tienen diversas posiciones frente a ello. Algunos por ejemplo, consideran que la esencia para esta enseñanza, son los cuatro pasos sugeridos por Polya (entendimiento, diseño, implantación y visión retrospectiva) mientras que otros se enfocan en una propuesta a partir de métodos heurísticos, los cuales consisten en que durante todo el proceso de resolución,

los estudiantes reflexionen de acuerdo con las distintas estrategias y subestrategias que se presenten.

En cuanto a lo anterior, es importante que los maestros tomen posición frente a la importancia y utilidad que tiene la resolución de problemas dentro del proceso de aprendizaje de las matemáticas, aún si no existe información respecto a una propuesta clara de enseñanza a través de dicha resolución (Santos Trigo, 1997).

La resolución de problemas puede aparecer dentro de las aulas como un enfoque que puede ser tomado o no, como una serie de actividades o como una unidad al finalizar determinado tema (Santos Trigo, 1997). En tanto que los problemas pueden ser utilizados como un contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje, y no considerarse solamente después de que este proceso haya ocurrido (MEN, 1998).

De cualquier manera, se puede considerar que la aplicación de los problemas dentro del proceso de enseñanza resulta ser un medio, antes que un fin, y es por ello que se limita a la aplicación de un contenido conceptual específico a una situación determinada, en donde dicho contenido sólo requiere la identificación del algoritmo que se debe utilizar, y es así como el estudiante no habrá enfrentado un problema, sino un ejercicio de aplicación, (Coronel y Curotto, 2008).

Reconsiderando las ideas anteriores, es evidente que tradicionalmente a los estudiantes se les propone resolver situaciones donde el objetivo principal es el cálculo de una operación, y no la aplicación de ésta a problemas prácticos, los cuales permiten que los estudiantes tengan la posibilidad de construir sus propios algoritmos y estrategias de acuerdo con las características que posean los problemas que se les presenten (MEN, 1998).

Por otro lado, el fracaso de los estudiantes en la resolución de problemas.

...se atribuye generalmente a carencias en estrategias y habilidades de resolución, pero también a la ausencia de conocimientos necesarios para abordar este proceso. El modelo de

enseñanza y aprendizaje, donde el profesor plantea los problemas, desarrolla la solución como modelo y los alumnos repiten la solución que presentó el profesor y la aplican a problemas similares, provoca la aparición de dificultades inherentes al proceso resolutivo (Coronel y Curotto, 2008, p.474).

Los estudiantes al resolver diferentes tipos de problemas utilizan diversas estrategias para llegar a la solución; dichas estrategias se pueden clasificar en tres categorías propuestas por Mulligan (1992), a saber:

- Modelización con conteo: representación de la relación descrita en el problema con algún tipo de material concreto o con los dedos.
- Conteo: formación de grupos equivalentes para simbolizar cantidades del problema; incluidos los conteos donde se sigue un patrón, o conteo a saltos.
- Aplicación de hechos numéricos conocidos, derivados de la adición y la multiplicación.

Teniendo en cuenta la importancia que los estudiantes puedan utilizar varias estrategias, las cuales se mencionaba en el párrafo anterior, se puede considerar la idea de plantear problemas donde exista la combinación de operaciones matemáticas, dado que los vínculos entre operaciones permiten diferentes formas de pensar y resolver problemas (MEN, 1998).

3. METODOLOGÍA

3.1 Tipo de Investigación

El proyecto se enfoca en una investigación de corte cualitativo, centra su interés en generar diferentes cuestionamientos de la realidad humana y social para realizar una construcción conceptual, que estará guiada por un propósito teórico y una postura epistemológica. En ella se perfeccionan procesos descriptivos y se explican las acciones, los lenguajes, los hechos pragmáticamente relevantes, situándolos en correspondencia con el contexto social (Martínez, 2011). El proyecto busca a través de las tareas realizadas, describir y explicar las formas en las que los estudiantes se relacionan con la multiplicación, y cómo por medio de la resolución de problemas asociados a su contexto se pueden acercar a un aprendizaje de la operación señalada.

La investigación cualitativa se ocupa principalmente del análisis del contexto de ciertos acontecimientos, de tal manera que focalizan su búsqueda en espacios donde las personas se involucran; para el caso del proyecto, es la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa, donde participan estudiantes del grado tercero, quienes aportan sus propios significados de la multiplicación, y a partir de ellos se diseñan algunas tareas que permitirán a los estudiantes construir otros significados a través de la resolución de problemas; dado que en este tipo de investigación se examina la realidad y la manera en que es percibida por otros, en particular desde la interpretación de significados propios, sentimientos, creencias y valores (Martínez, 2011).

La investigación cualitativa tiene dos “centros básicos de actividad” que orientan el estudio, los cuales consisten en: recolectar la información que se necesite para lograr los objetivos que se plantearon, y para dar una solución al problema propuesto; y organizar dicha información de forma coherente y lógica, a través de la elaboración de un modelo que la integre (Marínez, 2006). Lo anterior se puede ver reflejado en el proyecto en las fases del

método de la Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2004), las cuales serán mencionadas más adelante.

3.2. Paradigma de Investigación

La investigación está orientada a partir del paradigma interpretativo, el cual plantea “una realidad dependiente de los significados que las personas le atribuyen” (Krause, 1995, p.24). En este paradigma el quehacer como investigadoras es interpretar lo que los sujetos otorgan a su realidad, lo cual requiere estudiarlo reconociendo las diferentes posturas de ellos y de nosotras mismas, esto debido a que como investigadoras estamos como observadoras participantes, inmersas en la realidad que se investiga (Krause, 1995).

Es importante mencionar que una de las investigadoras del proyecto es la docente titular del grupo, por lo tanto, la interpretación que se haga de la realidad vivida en el aula es un aporte a la resignificación y transformación de su propia práctica pedagógica.

El proceso de enseñabilidad se desarrolla conjuntamente con el proceso de investigación, método que corresponde a la Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2004). Este método presenta unas particularidades que lo diferencian de otros dentro de la investigación cualitativa; entre ellas se puede identificar la manera como se aborda el objeto de estudio, las intencionalidades, el actuar de los sujetos que se encuentran involucrados en la investigación, los diversos procedimientos que se ejecutan y los logros alcanzados (Colmenares, 2012).

3.3. Método de Investigación

Para (Restrepo, 2004) la Investigación Acción Educativa consiste en establecer un método acertado para establecer un saber pedagógico por parte del docente, con el fin de que él realice un proceso de reflexión y transformación de la práctica pedagógica. Dicha

investigación se desarrolla a través de tres fases denominadas: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

- Deconstrucción: Esta fase requiere un reconocimiento pleno de la práctica, para comprender las razones por las cuales se presentan tensiones en los procesos que se desarrollan en ella, lo cual deberá culminar en un reconocimiento profundo de la organización de la práctica, identificando sus elementos teóricos, las características que la fortifican y la debilitan, por lo tanto, esta etapa es precisa para derivar su evolución (Restrepo, 2004).

En el proyecto ésta fase se desarrolló en el semestre 2017-2, en este periodo se hizo un reconocimiento institucional, se revisaron algunos documentos institucionales, se hicieron observaciones de clase, a través de las cuales se identificó que los estudiantes presentaban dificultades para resolver tareas relacionadas con la multiplicación, además, se realizó un rastreo de los resultados de las pruebas Saber de los años 2015 y 2016 de dicho grado, se realizó una prueba diagnóstica con la cual se identificó la problemática y se inició el rastreo bibliográfico que apoyara el proyecto.

Este proceso se realizó a través de la técnica de observación participante, dado que quienes observan los estudiantes, participan de manera activa dentro del grupo que es objeto de estudio (Aranda & Araújo, 2009). Para llevar el registro de aquellas situaciones que se presentan en la observación y que darán lugar a la siguiente etapa se hace uso del Anexo 9: Diarios de campo, que es un instrumento que permite describir la información de lo observado, además, de medios audiovisuales como fotografías de algunos aspectos relevantes de la observación (Martínez, 2011)

- Reconstrucción: En esta segunda fase se da paso a una práctica diferente, debido a que ya se han identificado las dificultades de ella. La reconstrucción requiere de una
-

indagación sobre conceptos pedagógicos con reconocimiento en el medio académico, se da la posibilidad de poner en dialogo la teoría y la práctica. De este proceso surge un conocimiento pedagógico personal, característico, eficaz, un saber coherente para el educador que lo construye a partir de su experiencia (Restrepo, 2004). Esta fase se llevó a cabo durante el año 2018, en ella se diseñaron y aplicaron cinco tareas, las cuales se describen en la tabla 1.

Tabla 1. Tareas realizadas y su objetivo

Tarea	Objetivo
Las multifichas y la resolución de problemas.	Reconocer la representación geométrica de la multiplicación, a través del uso de las multifichas.
La multiplicación y su representación geométrica.	Explorar el uso de la multiplicación, a través de su representación geométrica y las tablas de multiplicar, en la solución de problemas.
La multiplicación y sus principales modelos de problemas	Identificar algunos de los diferentes modelos de problemas de tipo multiplicativo.
Otros algoritmos alternativos de la multiplicación.	Emplear algunas formas diferentes de multiplicar y argumentar los procedimientos de las mismas.
Resolución de problemas con diferentes operaciones.	Resolver problemas que contengan la multiplicación y otras operaciones básicas.

Para decidir cuáles son las tareas que se van a implementar se hace uso de la técnica de grupo nominal, la cual consiste en la generación de ideas y el análisis de problemas dentro de un grupo, para posibilitar que se combinen las opiniones individuales y tomar decisiones grupales (Aranda y Araújo, 2009). Allí, se registran los diálogos con los estudiantes y la toma de nota de ellos, como los instrumentos que permiten la elaboración de las tareas y la interpretación de las mismas.

- **Evaluación:** Esta última fase corresponde a la revalidación de la eficacia alcanzada con las transformaciones realizadas a la práctica, identificando la efectividad de las mismas. En esta labor de evaluar la práctica, el docente reconsidera su agrado personal respecto al cambio efectuado, identificando (evaluando) el proceder de los estudiantes con respecto a las nuevas estrategias pedagógicas; observa los cambios bajo metodologías medibles como: el rendimiento académico de los estudiantes, mejoramiento en los procesos de comprensión y participación, teniendo como referencia lo vivenciado antes de los cambios ejecutados (Restrepo, 2004). Cabe destacar que el proceso reflexivo hizo parte de todo el proceso de la práctica pedagógica, y en especial de esta fase donde se destacan aspectos relevantes de lo encontrado en el desarrollo y la interpretación de las diferentes tareas.

Esta etapa se desarrolló durante el semestre 2019-1, de acuerdo con la información obtenida y las evidencias del proceso se identifican tres unidades de análisis: los significados que los estudiantes adquieren de la operación multiplicación, el lenguaje utilizado por ellos al resolver diferentes problemas asociados a la multiplicación y a los diferentes modelos de la operación. Estas unidades de análisis están vinculadas a algunas de las entidades primarias propuestas en el EOS, a través de ellas se buscó analizar los datos y la información recolectada de las tareas realizadas por los estudiantes.

Como estrategia para el análisis de la información, se utiliza la triangulación, específicamente, con el marco teórico; entendida como la reunión y el cruce de la información relacionada con el objeto de estudio que surge en la investigación a través de los instrumentos pertinentes, y que constituye los resultados de dicho proceso (Cisterna, 2005). En el proyecto las investigadoras desde su postura como docentes investigadoras buscan a través del marco teórico, analizar las evidencias recolectadas durante la práctica pedagógica.

4. RESULTADOS

Durante la Práctica Pedagógica se realizaron diferentes tareas, para dar respuesta a los temas previstos del plan de área de la Institución, incluido allí el objeto de estudio del proyecto; sin embargo, para el presente informe, solo se referencian 6 tareas, incluida la tarea diagnóstica realizada en el proceso de observación al inicio de la práctica. Se eligieron estas tareas por su relevancia en las evidencias y la pertinencia de acuerdo con el marco teórico que apoya el proyecto.

Se ha tomado entonces, como referencia, algunas de las entidades primarias propuestas en el EOS, y de esta manera se identifican tres unidades de análisis: cómo resuelven los estudiantes los diferentes modelos de la multiplicación, los significados que ellos adquieren de la operación y el lenguaje utilizado por los mismos al resolver diferentes problemas asociados a la multiplicación.

A continuación, se presentan algunos de los análisis de las unidades haciendo énfasis en las soluciones dadas por los estudiantes a las diferentes tareas, allí se pueden evidenciar los avances y dificultades en el proceso, con respecto al aprendizaje de la multiplicación a través de la resolución de problemas.

4.1 Modelos de la multiplicación

La

Anexo 6: Tarea N° 3 permite analizar los modelos de la multiplicación, la cual tiene como propósito identificar cómo los estudiantes afrontan los problemas que están asociados a los diferentes modelos multiplicativos (MEN, 1998). Para dar respuesta a lo anterior, se propone la conformación de equipos de trabajo, ello para realizar un carrusel con bases, en

las cuales los estudiantes se encontrarían con diversas situaciones problemas de las cuales debían dialogar y proponer la manera (procedimiento) para dar una solución. En las diferentes bases se encontraban distribuidos problemas de adición repetida, factor multiplicante, razón y producto cartesiano.

De lo observado en la tarea N°3 se puede concluir que la mayoría de los estudiantes presentan dificultad en el modelo de producto cartesiano y en el factor multiplicante. Con respecto al producto cartesiano, los estudiantes generalmente recurren al uso de gráficos para dar respuesta a un problema que contenga este tipo de modelo como puede verse en la figura 10.

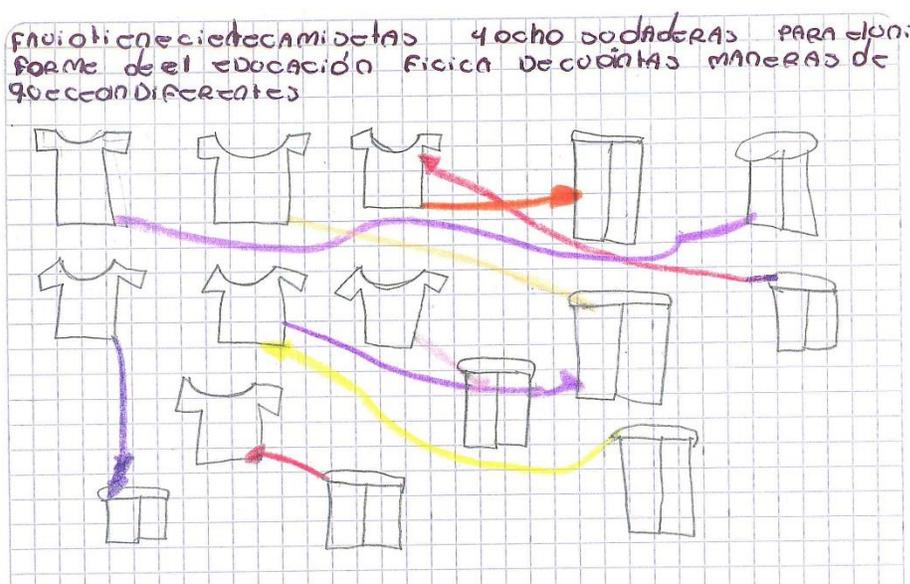


Figura 10. Solución de un estudiante a tarea de modelo de la multiplicación producto cartesiano

Los estudiantes requieren de tiempo para la asimilación de una operación en diferentes contextos Godino et al. (2003), dado el nivel de abstracción que ellos poseen, lo cual los induce a realizar una representación con gráficos para dar una respuesta, y no al uso de algoritmos. Los estudiantes a través de los gráficos elaborados muestran que comprenden el problema, tienen claridad sobre él, no realizan la operación de multiplicación, pero

buscan otros esquemas de representación y de solución para hacer la combinación. No abstraen la relación entre la combinación y la multiplicación.

Por otro lado, en los problemas que representan un modelo de factor multiplicante, los estudiantes generalmente dan respuesta a través de una suma como aparece en la figura 11, recurren a esta operación según lo manifestado por ellos debido a que en el problema aparece la palabra “más”.

<p>El equipo del grado 3-4 tiene 6 jugadores, si el equipo de 4-5 tiene 2 veces más jugadores que el equipo de 3-4. ¿Cuántos jugadores tiene el equipo de 4-5?</p>	<p>Argumenta tu respuesta: El equipo de 4-5 tienen 12 jugadores porque si suman $2+6$ da 8 más porque nos pregunta 2 veces ↑</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 11. Solución de un estudiante a tarea de modelo de la multiplicación factor multiplicante

Podría decirse que los estudiantes presentan dificultad en estos dos modelos debido al significado que adquiere el lenguaje utilizado, por ejemplo, el uso del término “más” en el enunciado de un problema, los induce a realizar una suma sin tener en cuenta el contexto presentado en el problema, lo que para Godino (2002) se constituye en un obstáculo para resolver problemas de comparación, los cuales están vinculados con el modelo de factor multiplicante. Además, se puede decir que otra de las razones, es el poco uso que tienen estos dos modelos en las tareas que realizan dentro del aula y en las tareas cotidianas efectuadas por los escolares, particularmente para el modelo de producto cartesiano, este puede ser aplicado por ellos con pequeñas cantidades y por tanto ejecutan una estimación mental o gráfica sin requerir directamente el algoritmo de la multiplicación.

Cabe destacar que los estudiantes resuelven con facilidad los problemas relacionados con los modelos de razón y adición repetida, como se observa en las figuras 12 y 13. Los estudiantes recurren al uso de la multiplicación para dar respuesta al problema.

Esteban recibe todos los domingos 6.500 \$ para gastar en la semana. ¿Cuánto dinero recibe Esteban en un mes que tenga 4 domingos, 5 domingos?

$$\begin{array}{r} 6.500 \times \\ \underline{\quad 4} \\ 26.000 \end{array}$$

R/= Esteban recibe 26.000 en cuatro domingos

$$\begin{array}{r} 6.500 \times \\ \underline{\quad 5} \\ 32.500 \end{array}$$

R/= Esteban recibe 32.500 en 5 semanas

Figura 12. Solución de un estudiante al modelo de la multiplicación adición repetida

Los problemas que pertenecen a los modelos de razón y adición repetida, son considerados los más cercanos a los estudiantes dentro del contexto escolar, y por lo tanto son los que resuelven fácilmente, caso contrario ocurre con los problemas de producto cartesiano, donde se evidencian mayores dificultades para indicar o construir respuestas acertadas (Ivars y Fernández, 2015).

Base #9

Lina envía a sus amigos 6 mensajes de WhatsApp cada hora si está conectada durante 8 horas al día. ¿Cuántos mensajes envía en un día?

$$\begin{array}{r} 6 \\ \underline{\quad 8} \\ 48 \end{array}$$

R// Lina envía 48 mensajes en un día

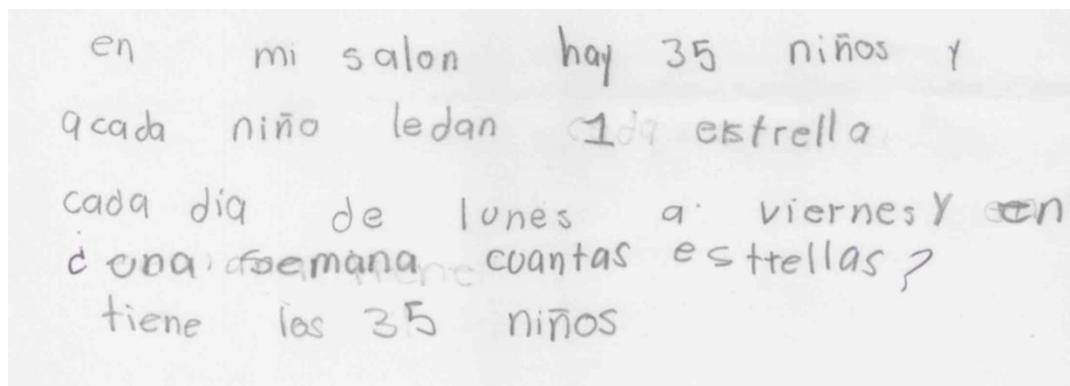
Figura 13. Solución de un estudiante al modelo de la multiplicación como razón

En la

Anexo 5: Tarea N° 2 , en la cual como compromiso para la siguiente sesión se propuso la creación de problemas que estén vinculados a la multiplicación. Esto con la intención de

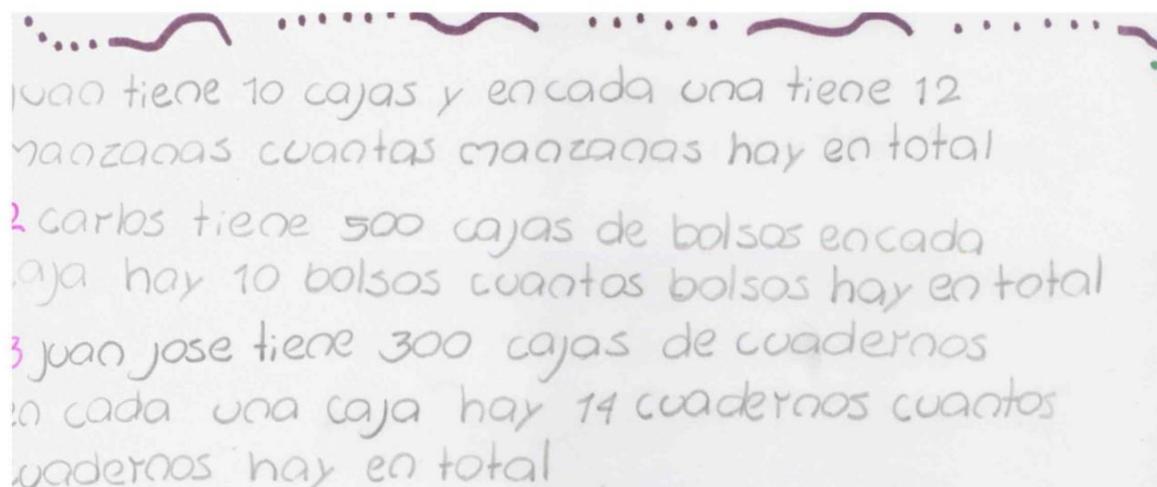
reconocer con cuales de los modelos de la operación están familiarizados los estudiantes, y cuales asocian e identifican en su cotidianidad.

En la construcción realizada por ellos se evidencia, lo planteado por Obando y Torres (2013) respecto a la enseñanza de la multiplicación, la cual se ha basado principalmente en los mismos modelos (razón y adición repetida), lo que hace que los estudiantes los imiten en la construcción de sus propias situaciones. Lo anterior se puede observar en las figuras 14 y 15:



en mi salon hay 35 niños y
 cada niño le dan 10 estrellas
 cada dia de lunes a viernes y en
 una semana cuantas estrellas
 tiene los 35 niños

Figura 14. Creación de un problema de un estudiante



1. Juan tiene 10 cajas y en cada una tiene 12
 manzanas cuantas manzanas hay en total

2. Carlos tiene 500 cajas de bolsos en cada
 caja hay 10 bolsos cuantos bolsos hay en total

3. Juan Jose tiene 300 cajas de cuadernos
 en cada una caja hay 14 cuadernos cuantos
 cuadernos hay en total

Figura 15. Creación de un problema de un estudiante

4.2. Significados de la multiplicación

Teniendo en cuenta las tareas realizadas, se puede afirmar que los estudiantes asocian la multiplicación principalmente con aquellas situaciones de su cotidianidad que están relacionadas con la compra de artículos o con el uso del dinero, dado que cuando se les pide plantear problemas relacionados con la multiplicación los esbozan en su mayoría en estos contextos, como puede verse en la figura 16. Ello, evidenciado en el desarrollo de la práctica, específicamente en la realización de la tarea 2 en la cual se solicitó a los estudiantes diseñar problemas que estuviesen relacionados con la multiplicación. Sin embargo, al realizar las tareas con las multifichas (tarea 1 y 2) fue posible la construcción de la representación geométrica de la multiplicación (asociado al área), como un significado adicional de esta, a pesar de algunas confusiones iniciales que tuvieron con el uso del material.

Mariana era una linda niña que deseaba tener los patines de soy luna, pero su mami no se los compraba, ella decidió ahorrar diariamente los 1.500 que le daban para el algo, hasta recoger 180.000 que le costaban los patines.

• ¿Cuanto recogía Mariana semanalmente?

Figura 16. Construcción de un estudiante

Lo anterior también se puede notar en la [Anexo 8: Tarea N° 5](#) donde los estudiantes debían dar respuesta a un problema que contenía diversas preguntas relacionadas con una

situación ficticia de un torneo de fútbol, de acuerdo a ello, los estudiantes debían llenar dos casillas, en una de ellas indicaban la operación que consideraban pertinente para dar solución al problema, y en la otra, argumentaban sus procedimientos; algunos de los estudiantes como puede verse en la figura 17, argumentan que hacen uso de la multiplicación porque se trata de una situación que está involucrada con dinero.

<p>En la final del torneo se repartirán medallas a todos los participantes del torneo. Si en cada grado son 12 jugadores. ¿Cuántas medallas se deben comprar? ¿Cuánto dinero se debe pagar por las medallas, si cada una cuesta \$2350?</p>	<p>Operación:</p> $\begin{array}{r} 12 \\ \times 110 \\ \hline 120 \\ 1200 \\ \hline 13200 \end{array}$	<p>Argumenta tu respuesta: Usamos una multiplicación porque se trata de dinero y nos dio 132.000</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 17. Solución de un problema de la tarea 5

Por otro lado, es común que los estudiantes consideren la multiplicación como una adición repetida. Lo anterior se identifica cuando los estudiantes proponen una solución a un problema en el cual deben encontrar el doble o el triple de una cantidad, allí generalmente realizan una suma como aparece en la figura 18; esto puede darse debido a que el primer significado que se les muestra es el de la multiplicación a partir de la suma, lo que hace que para ellos sea el principal recurso para resolver una multiplicación (Obando, 2017).

<p>El equipo del grado 3-4 tiene 6 jugadores, si el equipo de 4-5 tiene 2 veces más jugadores que el equipo de 3-4. ¿Cuántos jugadores tiene el equipo de 4-5?</p>	<p>Operación:</p> $\begin{array}{r} 6 \\ 6 + \\ \hline 12 \end{array}$	<p>Argumenta tu respuesta: porque seis más seis es doce entonces nos dio este resultado</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 18. Solución de un problema de la tarea 5

Los significados que se otorgan a un objeto matemático se pueden dividir según Godino, et al. (2007) en institucionales y personales; el primero da cuenta de aquello que se construye en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los personales que son los conocimientos, nociones o conceptos que ya han sido adquiridos por los estudiantes. Al iniciar la práctica pedagógica fue posible evidenciar algunos de los significados personales que los estudiantes tenían de la multiplicación, como puede verse en la figura 19.

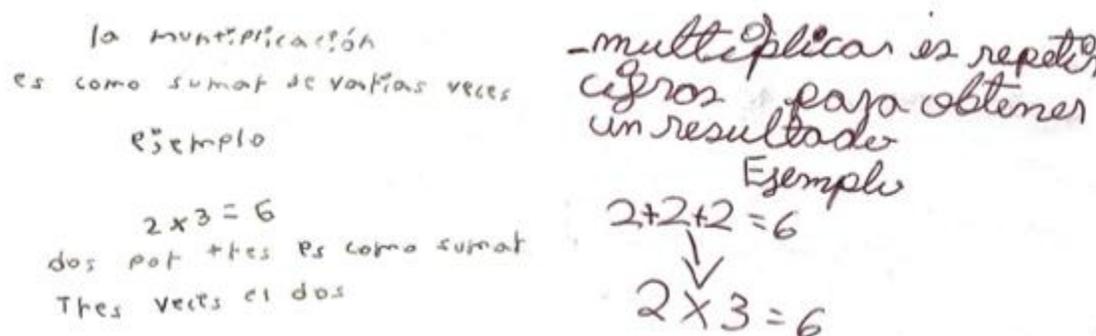


Figura 19. Respuestas de estudiantes del grado tercero a la pregunta: ¿Qué es multiplicar?

Al identificar los significados que los estudiantes otorgaban a la multiplicación, se les propuso interactuar con las multifichas para mostrarles la representación geométrica de la multiplicación, como otro significado de la misma; ello por medio de la Anexo 1: Carta de autorización del rector de la Institución

Anexo 2: Consentimientos informados de los padres de los estudiantes

Anexo3: Tarea diagnóstica**Grado:** 3°**Objetivo:**

- Identificar cómo los estudiantes de grado tercero resuelven situaciones cotidianas utilizando la estructura multiplicativa.

Momentos de la tarea diagnóstica**Momento inicial:**

La tarea inicialmente consiste en que los estudiantes organizados por grupos de 4 van por el colegio siguiendo algunas pistas, que los llevan por varias bases donde deben responder preguntas para continuar avanzando, en cada base recibirán un sobre sellado, el cual no pueden abrir hasta el final de la tarea.

Normas

- Permanecer en orden y sin hacer mucho ruido, de tal manera que no se interrumpan las clases de los demás salones.
- Seguir de manera ordenada cada una de las bases, no se debe pasar a otra sin acabar las tarea propuestas en la anterior.
- Escuchar siempre las indicaciones de quienes dirigen la base.
- Resolver las tareas en grupo, escuchando siempre a todos los miembros del grupo y realizando de manera completa todos los puntos.
- El sobre debe permanecer sellado hasta la última base.

Momento central:

Sobre #1:

Pista 2:

Sobre #2

Pista 3:

Sobre #3:

Pista 4:

Sobre #4:

Pista 5

Tarea Final:

Para terminar el grupo que logre culminar de manera exitosa todas las bases, podrá abrir los sobres recolectados, dentro de ellos hay piezas de un rompecabezas que deben armar, para así descubrir que es un mapa de un tesoro que está escondido en el colegio y que al resolver todas las pistas tienen la oportunidad de ser los primeros en encontrarlo y quedarse con él.

Anexo4: Tarea N° 1 , en la cual además de relacionarse con el material, debían completar una tabla construyendo diferentes formas rectangulares de acuerdo con los números proporcionados.

Durante el desarrollo de la tarea algunos estudiantes manifestaban la facilidad de encontrar las diversas representaciones que tenían ciertos números y lo complejo de otros, así en diálogo con ellos, se propone un problema (tarea del estudiante, tarea 1) que requiere el uso de la multifichas, a través de ello se posibilita comprender la relación de estas con la multiplicación, la cual tiene que ver con la visión de área. Además, el uso del material concreto (multifichas) posibilitó la mostración de la operación multiplicación, como objeto matemático para resolver el problema.

2. Roberto tiene tres amigos (Lucía, Jaime y Darío) que están cumpliendo años, él desea comprar algunos dulces a los tres, haciendo uso de las multifichas, ayuda a Roberto a descubrir la cantidad de dulces que debe comprar, teniendo en cuenta que algunos dulces los comprará para sus tres amigos, y otros sólo para dos de ellos como se muestra en la tabla.

Dulces	Cantidad que comprará por cada amigo	Total que debe comprar
Bombones para Lucía y Jaime	9 bombones	R/ = 18 bombones
Papitas para Lucía, Jaime y Darío	5 papitas	R/ = 15 papitas
Galletas para Jaime y Darío	4 galletas	R/ = 8 galletas
Confites para Lucía y Darío	6 confites	R/ = 12 confites
Gomitas para para Jaime, Darío y Lucía	7 gomitas	R/ = 21 Gomitas

Figura 20. Tabla diligenciada por un estudiante del problema presentado en la tarea 1

Teniendo en cuenta lo realizado por ellos se les presento la tarea 2, allí los estudiantes debían encontrar las diferentes formas rectangulares de representar el número nueve, ello con la intención de que los estudiantes tuvieran la posibilidad de ver la conmutatividad y las diferentes representaciones del número, además, se les pidió observar si encuentran relación con alguna operación matemática. A partir de ello los estudiantes lograron relacionar las formas encontradas con el algoritmo de la multiplicación, nombrándolas como 3×3 (figura 21) y 1×9 (figura 22), incluso al rotar el rectángulo llegan a considerar 9×1 como una representación adicional. De esta manera le otorgan otro significado a la multiplicación, por medio de la representación geométrica.

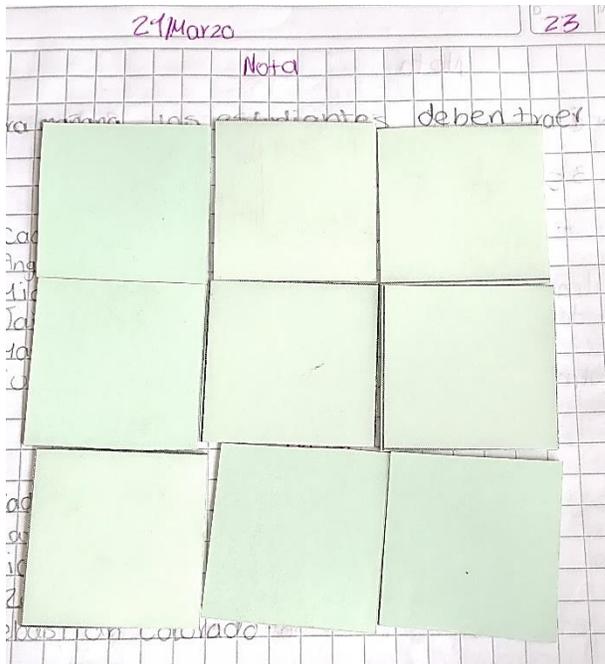


Figura 21. Representación geométrica (3x3) dada por un estudiante



Figura 22. Representación geométrica (1 x 9) dada por un estudiante

Teniendo en cuenta lo anterior, cabe resaltar que el término 'significado' se encuentra ligado al de 'comprensión', por este motivo se considera fundamental que los estudiantes entiendan el significado de los términos, expresiones, representaciones, es decir, aquello que hace alusión al lenguaje matemático, lo cual se puede evidenciar en sus diferentes registros (Godino, 2010); entendiendo la comprensión desde Godino (2002) como la aplicación de los aspectos conceptuales y discursivos del conocimiento.

4.3. Lenguaje utilizado

Durante el desarrollo del proyecto se identificaron diferentes formas del lenguaje utilizado por los estudiantes al resolver las tareas. Algunos de ellos se exponen a continuación:

1. Lenguaje simbólico: las matemáticas posibilitan un lenguaje simbólico mediante el cual se enuncian los problemas y sus respectivas soluciones. Los sistemas de símbolos, que proporcionan la cultura, tienen una función comunicativa y un papel instrumental, que transforman al sujeto que los usa como intermediarios (Godino, 2010).

Durante el desarrollo de las tareas los estudiantes debían justificar sus procedimientos para dar solución y respuesta a los problemas planteados. Específicamente en el cierre de la tarea 5, se les presentó a los estudiantes un problema en el cual ellos debían responder algunas preguntas a través del procedimiento que considerarán necesario para llegar a una solución, además, era necesario expresar un argumento que justificara lo realizado. Algunos estudiantes hicieron uso de símbolos matemáticos para dar cuenta de sus justificaciones, específicamente utilizaron la “X” para sustituir la palabra multiplicación y el “-“ para la resta.

Handwritten text in a box:

Yo ysc enesta
 una \times y una $-$ porque
 son 3 cocobalides por
 32 esto es antes son 93
 cocobalides

Figura 21. Argumentos de un estudiante al problema de la tarea 5

En relación con lo anterior, algunos estudiantes hicieron uso de un lenguaje simbólico no solo para dar soluciones a los diversos problemas que se les plantearon, sino también para dar una definición propia de la multiplicación, lo anterior se puede apreciar en la figura 24.

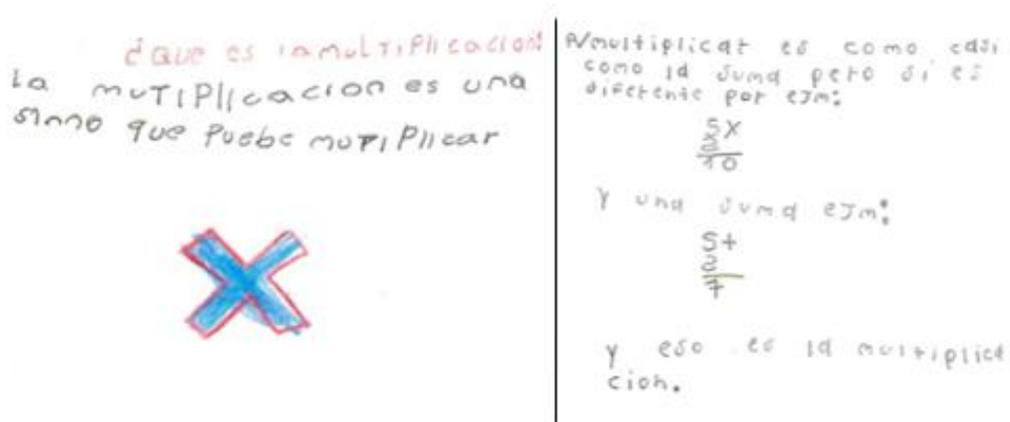


Figura 22. Definición de multiplicación de un estudiante

2. Lenguaje gráfico: describe la representación de una situación a través de imágenes, esquemas, dibujos e iconos que expliquen aquello que se quiere expresar (Mora, 2012).

El uso de los dibujos y gráficos fue tendencia en casi todo el proceso de los estudiantes para llegar a una respuesta de algún problema, lo cual se considera un recurso pertinente para llegar a una respuesta. Sin embargo, fue notorio desde el inicio de la práctica que los estudiantes acudían principalmente al uso de ellos en aquellos problemas que estaban relacionados con el modelo de producto cartesiano, tal como aparece en la figura 25 y 26, la cual corresponde a un problema presentado en la prueba diagnóstica.

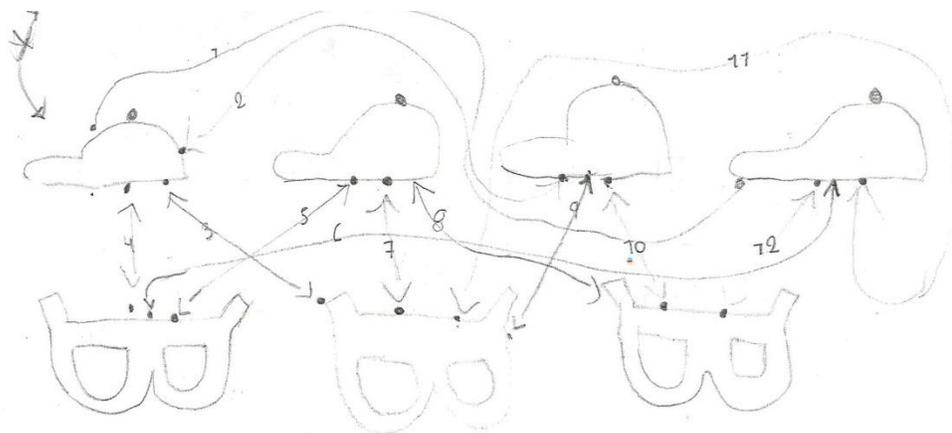


Figura 25.

Solución de un estudiante a problema en la prueba diagnóstica



Figura 26. Solución de un estudiante a problema en la prueba diagnóstica

Las soluciones dadas por los estudiantes permiten ver como algunos de ellos acuden a la representación icónica de los objetos para realizar las combinaciones, además, realizan el conteo de las líneas para llegar a una respuesta (figura 25). Otros estudiantes, en cambio, realizan una representación gráfica que no permite asegurar cual fue el procedimiento realizado por ellos para dar la solución, y cuál fue la función que tuvo dicha representación dentro de la respuesta dada; en la figura 26 se podría inferir que las tres representaciones significan las tres gafas y los palitos representan las cuatro gorras, y las doce formas podrían surgir del conteo de los palitos. En ambas soluciones al problema se acude a las representaciones gráficas e icónicas como estrategia para encontrar la respuesta, sin acudir a procesos algorítmicos.

Durante el proceso algunos de los estudiantes continuaron recurriendo al uso de gráficos para resolver problemas de producto cartesiano, como se puede evidenciar en la figura 27,

esta pertenece a la tarea N°3 en la cual los estudiantes debían resolver algunos problemas de los cuatro modelos de la multiplicación.

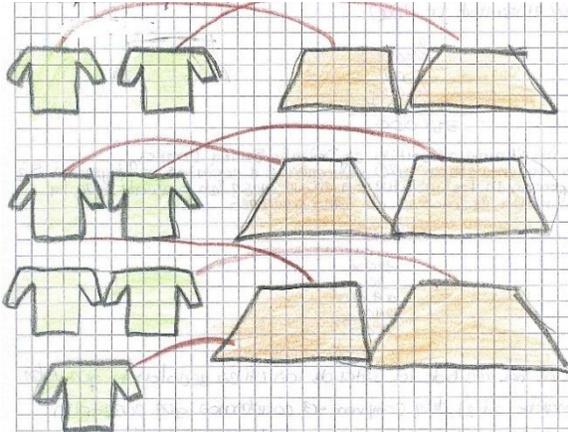


Figura 23. Solución de un estudiante a un problema de producto cartesiano en la tarea N° 3

3. **Lenguaje natural:** se entiende por lenguaje natural, todas aquellas expresiones que hacen parte del uso cotidiano de los estudiantes. Este lenguaje fue utilizado por ellos para justificar y dar explicaciones a algunos de los problemas que se les plantearon, en muchas de sus respuestas se notaba una mezcla de dicho lenguaje natural y el lenguaje matemático. Esto se puede ver reflejado en la solución de un estudiante a una de las preguntas del problema planteado en la tarea N° 5.

Argumenta tu respuesta: R/.
 15mos una suma porque
 era el doble y no una
 Resta porque no era el
 doble nos dio 12 jugadores de 45

Figura 28. Argumentación de un estudiante al resolver un problema de la tarea N° 5

En algunas preguntas los estudiantes acudían a ciertas operaciones matemáticas para dar respuesta a las tareas, al dar argumentos y justificaciones con respecto a su propuesta de solución, acudían al lenguaje natural teniendo en cuenta la operación matemática realizada. Lo cual se puede observar en la figura 29.

<p>Para el equipo del grado 4-4 se presentaron 15 jugadores, si se desea tener dos equipos, uno que será el principal y otro que será el suplente. ¿Cuántos jugadores deberán estar en cada equipo, de tal forma que quede con el mismo número de jugadores? ¿Sobra algún jugador?</p>	<p>Operación:</p> $\begin{array}{r} 75 \\ 7 \overline{) 75} \\ \underline{70} \\ 5 \\ 7 \\ \underline{70} \\ 5 \end{array}$	<p>Argumenta tu respuesta:</p> <p>Cada equipo debe de tener 7 jugadores Y sobra 1 porque 7 mas 7 da 14 sobra 1</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Figura 29. Solución de un estudiante a problema de la tarea N° 5

A modo de cierre, puede decirse que los niños generalmente acuden al lenguaje natural y al gráfico a través de dibujos para dar soluciones a las diferentes situaciones matemáticas que se les presenta, sin embargo, se pudo observar algunos avances en cuanto a las justificaciones y argumentos de sus procedimientos matemáticos para resolver algunos problemas. Lo anterior, teniendo en cuenta que, en las tareas iniciales se observó en los estudiantes, que ellos presentaban dificultades para dar justificaciones y argumentos, pero dada la aplicación de algunos problemas que requerían el uso de la argumentación, se evidenció un avance, puesto que pasaron de considerar las respuestas numéricas como la única explicación, a tratar de dar algunos argumentos a través del lenguaje natural, gráfico y simbólico, aun así, no fue posible promover profundamente en ellos la elaboración de conjeturas o argumentos con mayor elaboración matemática.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A continuación se muestran algunas conclusiones que conciernen al desarrollo de la Práctica Pedagógica y al proyecto de investigación; de manera general se tratará de dar respuesta a la pregunta que fue objeto del proyecto de investigación, el alcance de los objetivos, la revisión de los aciertos y aspectos inconclusos en cuanto a las unidades de análisis, la reflexión de las investigadoras durante el proceso de la práctica y finalmente algunas preguntas que quedan abiertas para próximas investigaciones.

Teniendo en cuenta que el objetivo del presente trabajo consistía en analizar la exploración de los estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa respecto a los modelos de la multiplicación a través de la resolución de problemas; se considera que, durante el desarrollo de las diferentes tareas en las sesiones de clase, se posibilitó un espacio donde los estudiantes pudieron acercarse a otros significados la multiplicación. Se pudo ver que los estudiantes afrontaban dichos problemas y estaban en la capacidad de dar propuestas de soluciones por medio de procedimientos matemáticos, representaciones y algunas justificaciones.

Lo concerniente a la pregunta: ¿Cómo la resolución de problemas propicia la exploración de los modelos de la multiplicación en estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa? Se consideró que una posible forma de hacerlo era a partir de la aplicación de tareas que involucraban problemas que estaban asociados al contexto de los estudiantes, donde ellos pudieron evidenciar la aplicabilidad de la multiplicación en sus actividades cotidianas. Además, fue importante que los problemas que se les presentaban estuvieran relacionados con los cuatro modelos de la multiplicación propuestos por el MEN (1998), lo anterior para que los estudiantes pudieran distinguir otros significados de dicha operación.

Es preciso reconocer, además, cómo por medio de las tareas que se aplicaron en este proyecto, la relevancia que puede tener abordar la multiplicación a través de problemas vinculados a situaciones del contexto de los estudiantes. Así, como maestras en formación pudimos reconocer que se pueden presentar otras alternativas que vayan más allá de la ejercitación de la multiplicación, dado que al proponer problemas que fueran cercanos a los estudiantes se pudo evidenciar en ellos una actitud diferente frente a esta operación, teniendo en cuenta las expresiones y la motivación de los estudiantes para afrontar las tareas.

Respecto a las unidades de análisis, las cuales son: modelos de la multiplicación, significados que los estudiantes otorgan a la multiplicación y el lenguaje utilizado por ellos. En las mencionadas unidades de análisis se pudo evidenciar que la mayoría de los estudiantes presentaban algunas dificultades con respecto al modelo de producto cartesiano de la multiplicación y que, por el contrario, se pudo notar que existía mayor familiaridad con los modelos de razón y adición repetida, por lo tanto, los problemas que se les presentaron bajo los modelos antes mencionados los resolvían con agilidad y tranquilidad. Por otro lado, fue evidente que el uso del material concreto (multifichas) permitió a los estudiantes acercarse a otro significado de la multiplicación asociado al área. Finalmente, el lenguaje más utilizado por los estudiantes para dar solución a un problema fue el lenguaje gráfico, el cual en algunos casos remplazaba el algoritmo; al parecer esta representación les permitía observar de forma real el problema y su posible solución.

Por otro lado, de acuerdo con la experiencia en el aula, como maestra titular del grupo y como investigadora de la propia práctica, podría decir que la experiencia se convirtió en un proceso de reflexión y profundización de la labor que ya se venía realizando, dado que promovió la investigación a partir de una observación de las necesidades identificadas en los estudiantes del grado tercero. Además, se convirtió en el espacio que permitió planear con intencionalidad y disponer de material concreto para la realización de las tareas que se abordaron con los estudiantes. Asimismo, posibilitó un trabajo investigativo que suscitó la

comprensión de los procesos ejecutados por los estudiantes a la luz de diversos referentes teóricos, permitiendo así un diálogo entre la teoría y la práctica.

A partir de la perspectiva de la investigadora que aún se encuentra en formación, relacionar la teoría con la práctica es sin duda un asunto complejo, que requiere de diversos aciertos y desaciertos. Cabe destacar que, el desarrollo de la Práctica Pedagógica permitió establecer dicha relación, la cual fue posible en medio de las diversas reflexiones que se realizaron a través del contacto con los estudiantes y el contexto escolar en particular, para lograr establecer objetivos claros durante el proceso. En este espacio fue posible vincular los diferentes conocimientos adquiridos en el transcurso de la licenciatura y el quehacer práctico en el aula.

A lo largo del proyecto el desarrollo de la competencia comunicativa asociada a la capacidad de argumentación y justificación de ideas y procedimientos no alcanzo los logros esperados, por lo tanto esto puede constituirse en ideas para futuras investigaciones encaminadas a ¿cómo la resolución de problemas en el aula de matemáticas contribuye al desarrollo de la competencia comunicativa, asociada a la argumentación y elaboración de conjeturas?

6. REFERENCIAS

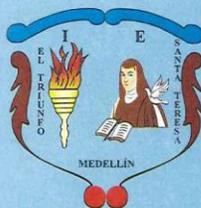
- Aranda, T. J., & Araújo, E. G. (2009). Técnicas e instrumentos cualitativos de recogida de datos. En A. P. Vallejo, *Manual básico para la realización de tesinas, tesis y trabajos de investigación* (págs. 273-300). Editorial EOS.
- Ballesteros, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Revista educación*, 32(1), 123-138.
- Botero, O. (2006). *Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación*. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Bravo, J. A. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 119-130.
- Calvo Ballesteros, M. M. (2008). Enseñanza eficaz de la resolución de problemas en matemáticas. *Educación*, 32(1).
- Castro, E. M. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. In *Investigación en educación matemática XII* (p. 6). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Cisterna, F. C. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14(1), 61-71.
- Colmenares, A. M. (2012). Investigación-acción participativa: una metodología integradora del conocimiento y la acción. *Voces y silencios. Revista Latinoamericana de Educación*, 3(1), 102-115.
- Coronel, M. d., & Curotto, M. M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias*, 7(2), 19-25.
- Fernández, J. A. (2005). Avatares y estereotipos sobre la enseñanza de los algoritmos en matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 31-46.
- Godino, J. D. (1991). Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática. *Didáctica de la Matemática*, 105-148.
- Godino, J. D. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. Granada: Universidad de Granada.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Obtenido de Universidad de granada: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

- Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Revista de didáctica de las matemáticas*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113.
- Ivars, P., & Fernández, C. (2016). Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años. *Educación matemática*, 28(1), 9-38.
- Krause, M. (1995). La investigación cualitativa: un campo de posibilidades y desafíos. *Revista Temas de educación*, 7(7), 19-40.
- Marínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de investigación en psicología*, 9(1), 123-146.
- Martínez, E. C. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. *Investigación en educación matemática XII. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM*, (pág. 34).
- Martínez, J. R. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Silogismos de investigación*, 8(1), 1-43.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de aprendizaje Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Mora, L. (2012). Álgebra en primaria. Bogotá: en el marco del Programa de Transformación de la Calidad Educativa del MEN en convenio con la Universidad Pedagógica Nacional.
- Mulligan, J. (1992). Children's solutions to multiplication and division word problems: a longitudinal study. *Mathematics Education Research Journal*, 4(1), 24-41.
- Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las razones, las proporciones y la proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la educación básica* (Disertación Doctoral, Universidad del Valle).

- Obando, G. (2017). Conferencia. Profesora ¿Qué es multiplicar?. Facultad de Educación. *Universidad de Antioquia*.
- Ospina, M. A., & Salgado, J. (2010). Configuraciones Epistémicas Presentes en los Libros de Tercer. *Encuentro Colombiano Matemática Educativa*, (págs. 482-491). Bogotá.
- Restrepo, B. G. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. *Educación y educadores*, 7(1), 45-56.
- Torres, M. C., & Obando, G. d. (2013). Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en términos del análisis relacional. *Revista científica*, 767-770.
- Santos Trigo, L. (1997). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. En L. S. Trigo, *Capítulo 6* (págs. 58-69). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Vergel, R. C. (2003). Perspectiva sociocultural del aprendizaje de la multiplicación. *Memorias XIV encuentro de geometría y II de aritmética* (págs. 493-505). Bogotá: Corporación Universitaria Republicana.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, la matemática y la realidad: Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria*. Trillas.

7. ANEXOS

Anexo 1: Carta de autorización del rector de la Institución



Nit. 811.016.855-2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
El Triunfo Santa Teresa

Resolución N° 16365 de Noviembre 27 de 2002 para Preescolar Básica Primaria, Básica Secundaria
y Resolución número 09283 de noviembre 19 de 2007 para Media Académica

DANE 305001016542

EL RECTOR DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA EL TRIUNFO SANTA TERESA

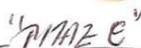
HACE CONSTAR QUE:

En calidad de rector de la I.E.T.S.T autorizó, a partir del 15 de Septiembre del año 2017, el desarrollo del proyecto de investigación *“El aprendizaje de la multiplicación a través de la resolución de problemas en el grado tercero, un aporte a la escuela de hoy en Colombia”*; el cual se desarrolla a través de la modalidad de práctica en el aula, en el grado 3°, en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Básica Matemática de la Universidad de Antioquia, por los maestros en formación: Laura Cardona Restrepo y Carolina Uribe Zapata.

La implementación de este proyecto pretende contribuir al mejoramiento del desempeño de los niños y niñas de dicho grado.

Dada en la ciudad de Medellín, a 1 día del mes de abril de 2019.

Para constancia firma:


Miguel Albeiro Zapata Córdoba
C.C
Rector

Sede Principal
Teléfono: 471 50 17
E-mail: ie.eltriumfosantater@medellin.gov.co
Calle 104D No. 82gg-20

Medellín - Colombia

Sede Alterna
Teléfono: 477 69 54
E-mail: eltriumfo03@hotmail.com
Calle 103A No. 86-35

“Formándonos para vivir en sociedad”

Anexo 2: Consentimientos informados de los padres de los estudiantes

CONSENTIMIENTO INFORMADO




Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, los abajo firmantes mayores de edad, madres, padres, o representantes legales del estudiante: Alvaro Esteban del grado: 3º 2, hemos sido informados acerca de la solicitud de autorización del uso de registros fotográficos o de video de nuestros acudidos para uso exclusivo del proyecto de investigación: El aprendizaje de la multiplicación a través de la R.P. que se desarrolla en la Institución Educativa El Tiempo Santa Teresa en el marco de la Licenciatura en Básica matemática de la Universidad de Antioquia.

El proyecto se lleva a cabo en el año 2018 y las evidencias de las experiencias de aula, serán utilizadas para el informe del proyecto de la práctica pedagógica, con fines académicos y pedagógicos, sin ánimo de lucro.

Luego de haber sido informados sobre las condiciones de la participación de nuestros acudidos en el proyecto de investigación pedagógica y resuelto todas las inquietudes, se entiende que:

- La participación de nuestro acudido en estas acciones no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para nuestros acudidos en caso de no autorizar su participación.
- La identidad de nuestros acudidos no será publicada y se garantiza la protección de las imágenes de nuestros acudidos y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso pedagógico.

Atendiendo a lo anterior, Como padre de familia o representante legal, autorizo la participación de mi acudido en este proceso

Nombre del padre de familia Alvaro Esteban c.c. 1128431180

Firma: Alvaro Esteban

Anexo3: Tarea diagnóstica

Grado: 3°

Objetivo:

- Identificar cómo los estudiantes de grado tercero resuelven situaciones cotidianas utilizando la estructura multiplicativa.

Momentos de la tarea diagnóstica

Momento inicial:

La tarea inicialmente consiste en que los estudiantes organizados por grupos de 4 van por el colegio siguiendo algunas pistas, que los llevan por varias bases donde deben responder preguntas para continuar avanzando, en cada base recibirán un sobre sellado, el cual no pueden abrir hasta el final de la tarea.

Normas

- Permanecer en orden y sin hacer mucho ruido, de tal manera que no se interrumpen las clases de los demás salones.
- Seguir de manera ordenada cada una de las bases, no se debe pasar a otra sin acabar las tareas propuestas en la anterior.
- Escuchar siempre las indicaciones de quienes dirigen la base.
- Resolver las tareas en grupo, escuchando siempre a todos los miembros del grupo y realizando de manera completa todos los puntos.
- El sobre debe permanecer sellado hasta la última base.

Momento central:

Pista para la salida: El primer lugar que debes buscar es donde iniciamos todos al empezar a estudiar. Si aún no lo descubres dirígete al corredor donde está el grado $45378 \times 0 =$

Sobre #1:

Responde las siguientes preguntas para recibir la siguiente pista:

- ¿Si deseo conocer cuánto valen 7 colombinas que cuestan \$400 cada una, como lo harías? ¿Por qué?
- Escribe una situación de la vida real donde debas usar la multiplicación...
- Tenemos una bolsa de 100 confites para repartir entre 38 niños ¿Qué podrías hacer para conocer cuántos dulces le corresponden a cada niño?
- Si tuvieras que dar un sinónimo de la palabra división ¿cuál sería?
- ¿Cómo se obtiene el número 5 que está en el cociente de la división?

$$\begin{array}{r}
 3542 \quad | \quad 6 \\
 - 30 \\
 \hline
 - 54 \\
 \hline
 54 \\
 \hline
 02
 \end{array}$$

Pista 2:

Pista 2: Este salón no tiene grupo ni grado, pero lo conoces ya que a 5 pasos de la coordinación lo has encontrado.

Sobre #2**Completa la tarea para recibir la siguiente pista:**

Observa que números hacen falta y completa los espacios para que se cumpla la igualdad.

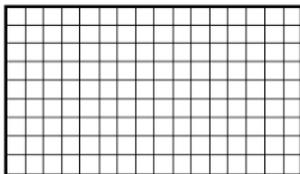
- $9 \times \underline{\quad} = \underline{\quad} + 5$
- $\underline{\quad} \times 10 = 100$
- $5 \times \underline{\quad} = 4 \times \underline{\quad}$
- $7 \times \underline{\quad} = 42$
- $\underline{\quad} \times 4 = 0$
- $9421456 \times \underline{\quad} = 9421456$
- $20 \div \underline{\quad} = 5$
- $\underline{\quad} \div 5 = \underline{\quad}$
- $40 \div 10 = \underline{\quad}$
- $9 \div \underline{\quad} = 3$
- $2437 \div 1 = 2437$
- $56 \div \underline{\quad} = 1$

Pista 3:

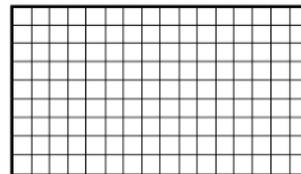
Pista 3: Aquí siempre hay frutas y vegetales para mirar.

Sobre #3:**Completa la tarea para recibir la siguiente pista:**

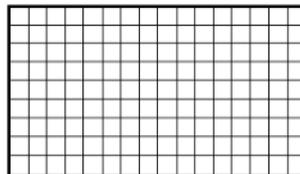
Colorea los cuadros de acuerdo a la operación que aparece al frente de cada rectángulo.



6x4



9x16



8x9

Pista 4:

Pista 4: Si un partido quieres jugar, con los niños de primero o segundo quizás, a este lugar debes llegar.

Sobre #4:**Completa la tarea para recibir la siguiente pista:**

La próxima semana en la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa se realizará una competencia de deportes múltiples en el grado tercero, para realizar la competencia los organizadores deben resolver algunas preguntas. Responde cada una de las preguntas para que los organizadores puedan realizar la competencia.

Si en cada grupo del grado tercero hay 39 estudiantes:

- ¿Cuál es el total de estudiantes de grado tercero que van a participar?
- ¿Se pueden hacer grupos de cuatro estudiantes sin que quede ningún estudiante solo?
- ¿Qué sucede si se forman grupos de tres estudiantes? ¿Cuántos grupos se forman? ¿Algún estudiante queda solo?
- Para la competencia Saúl tiene cuatro gorras y tres gafas para protegerse del sol. ¿De cuántas maneras distintas puede Saúl combinar las gorras y las gafas para verse diferente? ¿Cómo puedes argumentar tu respuesta?

Pista 5

Pista 5: ¡Felicitaciones, has terminado, realizaste un excelente trabajo! Ahora dirígete donde una de las profesoras, para abrir los sobres y descubrir que hay al interior de ellos.

Tarea Final:

Para terminar el grupo que logre culminar de manera exitosa todas las bases, podrá abrir los sobres recolectados, dentro de ellos hay piezas de un rompecabezas que deben armar, para así descubrir que es un mapa de un tesoro que está escondido en el colegio y que al resolver todas las pistas tienen la oportunidad de ser los primeros en encontrarlo y quedarse con él.

Anexo4: Tarea N° 1 (*Regresar a la lectura más atrás*)**MOMENTOS DE LA CLASE****Fecha:** Marzo 13 del 2018

Propósito: Los estudiantes del grado cuarto a través del uso de multifichas podrán reconocer la representación geométrica de la multiplicación, y de esta manera iniciar la construcción del concepto de la operación básica antes mencionada. Además, por medio de los números que se proponen en la tarea a realizar se podrá visualizar la noción de número primo, permitiendo que ellos se relacionen con tal concepto.

Indicador de desempeño: Reconocerán y aplicarán la representación geométrica de la multiplicación.

Recursos:

- Multifichas
- Fichas
- Copias con la tarea a realizar

1. Motivación o inicio de la claseSituación problema de resta

Para que los estudiantes puedan recordar lo visto en sesiones anteriores con relación a la operación de la resta y de la suma se propone una situación donde ellos deben reflexionar y llegar a una solución a través de la resta.

Como sabemos la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa está dividida en dos sedes, la sede uno cuenta con 1.008 estudiantes y la sede dos con 296 estudiantes. El día viernes 9 de marzo se celebran las votaciones en la Institución, cuando se hace el conteo de los votos tanto de la sede uno como de la sede dos, los profesores se dan cuenta que el total de

estudiantes que votaron fueron 1.153. ¿Cuántos estudiantes hay en total en la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa? ¿Cuántos estudiantes faltaron por votar?

2. Presentación del tema nuevo

Multifichas

Para la presentación del tema de la multiplicación se hará uso de las multifichas que permitirán que los estudiantes puedan tener una visualización y manipulación de la representación geométrica de la multiplicación.

Usando las multifichas, los estudiantes representarán geoméricamente los números que se indican en la tabla. Se indaga por las diferentes formas rectangulares para construir los números dados.

Número que se debe representar con las multifichas	Cantidad de formas distintas en las que se puede representar el número
2	
4	
7	
5	
9	
10	
18	

Finalizada esta tarea, se realizará una socialización, de los resultados obtenidos, donde se permita evidenciar las formas construidas por los diferentes grupos y argumentar cómo resolvieron la tarea, además podrán comparar sus resultados con los demás compañeros y explicar por qué su solución es la más acertada o identificar que les falta.

3. Tarea del estudiante

Situación problema

Roberto tiene tres amigos (Lucía, Jaime y Darío) que están cumpliendo años, él desea comprar algunos dulces a los tres, haciendo uso de las multifichas, ayuda a Roberto a descubrir la cantidad de dulces que debe comprar, teniendo en cuenta que algunos dulces los comprará para sus tres amigos, y otros sólo para dos de ellos como se muestra en la tabla.

Dulces	Cantidad que comprará por cada amigo	Total que debe comprar
Bombones para Lucía y Jaime	9 bombones	
Papitas para Lucía, Jaime y Darío	5 papitas	
Galletas para Jaime y Darío	4 galletas	
Confites para Lucía y Darío	6 confites	
Gomitas para para Jaime, Darío y Lucía	7 gomitas	

4. Cierre y formalización de conceptos

Una vez finalizadas las tareas propuestas, los estudiantes darán a conocer lo obtenido en cada de una de ellas, esto para hacer énfasis en la representación geométrica de la multiplicación y en la forma de hacerlo, para ello se les harán preguntas como: ¿En qué se diferencia una representación de otra? ¿Todos los números tienen la misma cantidad de

formas en las que se puede representar? ¿A parte de la representación geométrica con las fichas, existe otra manera de resolver la situación de Roberto?

Compromisos para la próxima clase. Los estudiantes deberán llevar dos situaciones de la vida cotidiana en las que se requiera el uso de la multiplicación.

Anexo 5: Tarea N° 2 (*Regresar a la lectura más atrás*)**MOMENTOS DE LA CLASE****Fecha:** marzo 21 del 2018**Propósito:** Los estudiantes del grado cuarto podrán a través de la solución de una situación problema y del uso de las multifichas reconocer la importancia de, su representación geométrica la multiplicación como otro significado de la misma y las tablas de multiplicar.**Indicador de desempeño:** Reconocer la multiplicación como una operación básica útil para resolver problemas relacionados con la representación gráfica de la multiplicación.**Recursos:**

- Multifichas
- Colores
- Copias con la tarea a realizar

1. Motivación o inicio de la clasePreguntas de clase anterior

Para el inicio de la clase se retomarán con los estudiantes, algunas de las preguntas de la que se realizaron con respecto al uso de las multifichas. Algunas de ellas:

- ¿Todos los números tienen la misma cantidad de formas en las que se puede representar con las multifichas?
- ¿A parte de la representación geométrica con las fichas, existe otra manera de resolver la situación de Roberto?

Se plantean las dos preguntas anteriores para que los estudiantes puedan recordar tanto el uso de las multifichas como el concepto de multiplicación que fue enunciado por algunos de ellos durante la resolución de la última situación propuesta en la clase anterior.

Además, se preguntará a los estudiantes una de las situaciones en las que ellos consideran que hacen uso de la multiplicación.

2. Presentación del tema nuevo

La multiplicación y su representación geométrica

Se entregará a cada estudiante nueve fichas para que cada uno pueda con ellas representar el número nueve. Luego de que cada uno de ellos lo represente de las dos formas posibles, se les preguntará qué significan esas dos formas y con cuál de las operaciones matemáticas se pueden vincular dichas formas.

Cuando se pueda llegar con los estudiantes a la conclusión de que esta representación está asociada con la multiplicación, para el caso específico del nueve como: 9×1 y 3×3 ; se les hará mención del término representación geométrica y como esta se encuentra asociada a todos los números representados en la clase anterior, y en su utilidad para representar cualquier multiplicación que se quiera.

3. Tarea del estudiante

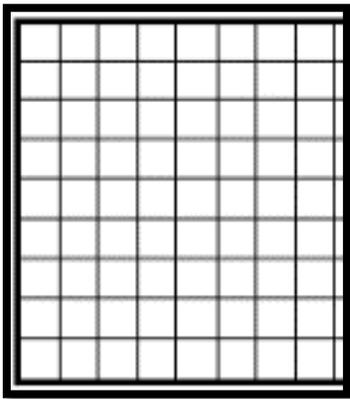
La tarea de los estudiantes está dividida en tres momentos: en el primero ellos deberán colorear en una cuadrícula algunas multiplicaciones para que puedan afianzar la representación geométrica de la multiplicación, en el segundo momento los estudiantes tendrán que realizar una situación problema donde la operación que les permitirá llegar a una solución será una multiplicación, y finalmente los estudiantes por pareja participarán en un juego que les ayudará a recordar las tablas de multiplicar.

Representar geoméricamente

Los estudiantes tendrán cinco rectángulos como el que se muestra más adelante para representar las siguientes multiplicaciones:

- 5×4
- 6×4
- 7×5
- 8×6
- 9×8

Rectángulo:



Problema

Sabemos que el mes de marzo tiene 31 días, supongamos que diariamente a tu Facebook desde el primer día de marzo te llegan 4 invitaciones de solicitud de amistad de acuerdo con esta información resuelve las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas solicitudes de amistad habrás recibido hasta el día de hoy?
- ¿Cuántas solicitudes tendrías en el día 15 del mes de marzo?
- ¿Cuántas invitaciones habrás recibido al finalizar el mes de marzo?

Anexo 6: Tarea N° 3 (*Regresar a la lectura más atrás)***MOMENTOS DE LA CLASE**

Fecha: 15 de agosto de 2018

Propósito: analizar en cuáles de los tipos de problemas multiplicativos los estudiantes presentan mayor dificultad, para enfatizar en ellos.

Indicador de desempeño: Reconocer algunos de los diferentes tipos de problemas de tipo multiplicativo.

Recursos:

- Hoja cuadriculada
- Tabla para completar información de lo sucedido en el juego
- Lápices
- Dos dados por grupo de trabajo
- Copias con los diferentes problemas

1. Motivación o inicio de la clase**Juego de representación geométrica de la multiplicación**

Para el inicio de la clase se retomará con los estudiantes la representación geométrica de la multiplicación, de esta manera los estudiantes podrán recordar lo visto con respecto a este tema y permitirá analizar que tanto los estudiantes recuerdan el tema antes visto.

El juego consiste en lanzar los dados, seguido a esto el jugador debe dibujar en el papel cuadriculado un rectángulo que tenga de dimensiones del producto de los dos valores que ha obtenido en los dados. Ganará quien haya conseguido más rectángulos cuando ya no queden espacios en el tablero.

Cada estudiante deberá completar la siguiente tabla de acuerdo con lo obtenido en cada lanzamiento.

2. Presentación del tema nuevo

La multiplicación y sus principales modelos de problemas multiplicativos

Se mostrará a los estudiantes diferentes tipos de problemas en los cuales pueden verse algunos modelos de la forma de representar la multiplicación, esto es: problemas de adición repetida, factor multiplicante, razón, y producto cartesiano.

3. Tarea del estudiante

Carrusel de la multiplicación

La tarea de los estudiantes consistirá en resolver problemas de algunos de los modelos de la forma de representar la multiplicación, tal como se mencionó en la presentación del nuevo tema. Para ello los estudiantes deberán reunirse en equipo de tres personas, y pasar por algunas estaciones en las cuales se encontrarán problemas que ellos deberán resolver.

Problemas de multiplicación: adición repetida

- Esteban recibe todos los domingos \$6500 para gastar en la semana. ¿Cuánto dinero recibe Esteban en un mes que tenga 4 domingos? ¿Cuánto dinero recibe Esteban en un mes que tenga 5 domingos?
- La Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa diariamente reparte 120 refrigerios ¿Cuántos refrigerios se reparten en la Institución en un mes? Ten presente que la semana escolar es de lunes a viernes.
- Carlos ha recibido la lista de los útiles escolares que debe comprar. Si él debe comprar 13 cuadernos que cuestan \$1300 cada uno ¿cuánto dinero debe llevar Carlos para comprar los 13 cuadernos?

Problemas de multiplicación: factor multiplicante.

- Los estudiantes de grado 4°- 5 han recogido para el día de la madre 35 confites para empacar en sus regalos, los estudiantes de grado 4°- 4 han recogido 3 veces más que los de 4°- 5 ¿Cuántos confites han recogido los estudiantes de 4°- 4?
- En la sede dos de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa hay 150 estudiantes, 95 de tales estudiantes son mujeres si en la sede uno de la Institución la cantidad de mujeres es 3 veces más que la de la sede dos ¿Cuántas mujeres hay en la sede uno?
- Luis ha recibido en el día de su cumpleaños 3 veces más regalos que Lucía. Si Lucía recibió 13 regalos ¿Cuántos regalos recibió Luis?

Problemas de multiplicación: razón

- Lina envía a sus amigos 16 mensajes de WhatsApp cada hora. Si está conectada durante 5 horas al día ¿Cuántos mensajes envía en un día?
- El coordinador de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa visita el colegio 9 horas a la semana ¿Cuántas horas habrá ido en 45 semanas? Ten presente que la semana escolar es de lunes a viernes.

Problemas de multiplicación: producto cartesiano

- En la celebración del cumpleaños de Matías se ha realizado un baile si en el baile hay seis niñas y siete niños ¿Cuántas parejas distintas de niño y niña se pueden formar?
- Fabio tiene siete camisetas y ocho sudaderas para el uniforme de educación física ¿De cuántas maneras distintas puede combinar las camisetas y sudaderas de manera que sean diferentes?

4. Cierre y formalización de conceptos

Para el cierre de la clase se pedirá a algunos estudiantes que expliquen lo realizado por ellos en cada uno de los problemas. De esta manera se podrá evidenciar lo realizado por ellos, y se podrá mostrar a los estudiantes que existen diferentes problemas de multiplicación.

Compromisos para la próxima clase: Observar durante la semana las situaciones que se presentan en su hogar, de las cuales la multiplicación es la mejor herramienta para su solución.

Anexo 7: Tarea N° 4**MOMENTOS DE LA CLASE**

Fecha: 28 de agosto de 2018

Propósito: Identificar diferentes formas de resolver una multiplicación.

Indicador de desempeño: Reconocer algunas formas diferentes de multiplicar y argumentar los procedimientos de las mismas.

Recursos:

- Dominó
- Fichas

1. Motivación o inicio de la clase

Dominó de la multiplicación

Para dar inicio a la clase se propone a los estudiantes un dominó que contiene las tablas de multiplicar del 1 al 9. Esto con el fin de que los estudiantes puedan afianzar las tablas de multiplicar, además, el dominó se constituye en un juego, que genera motivación y participación. El domino es retomado de la página: Estrategias tablas de multiplicar.

Recuperado de: <https://drive.google.com/file/d/0B7ebc-43C99SM3VkMXN0VUgweTQ/view> 20 de agosto del 2018

2. Presentación del tema nuevo

Se realizará con los estudiantes en el tablero una multiplicación de tres cifras de la forma convencional que ellos conocen, se hará claridad en que esta es la forma que se aplica

normalmente para resolver una multiplicación. Seguido de esto se tendrá una conversación con ellos, para preguntarles si consideran que existen otras formas de realizar una multiplicación, luego de escuchar sus argumentos e ideas se procederá a la tarea que ellos deben realizar.

3. Tarea del estudiante

Se entregará a los estudiantes una multiplicación que se encuentran resuelta de tres maneras distintas. Se les pedirá que describan el procedimiento en cada una de las formas presentadas de resolver la multiplicación, y que enuncia cuál de esas formas consideran que es la correcta y por qué. Además, deberán escribir o describir, si consideran que existe otra forma distinta de resolver una multiplicación.

4. Cierre y formalización de conceptos

Para el cierre de la clase se pedirá a algunos estudiantes que cuenten a sus compañeros lo que encontraron en cada una de las formas que se proponían para resolver la multiplicación, y si encontraron una nueva forma de hacerlo.

Compromisos para la próxima clase:

Los estudiantes deberán escribir en sus cuadernos una multiplicación de tres cifras y resolverla de una de las formas distintas que se propusieron en la clase.

Anexo 8: Tarea N° 5 (*Regresar a la lectura más atrás*)**MOMENTOS DE LA CLASE**

Fecha: 20 de septiembre de 2018

Propósito: Reconocer la forma en la que los estudiantes abordan un problema que contenga diferentes operaciones.

Indicador de desempeño: Reconocer algunas formas diferentes de multiplicar y argumentar las razones por las cuales es posible.

Recursos: Lápiz, problema escrito.

1. Motivación o inicio de la clase

En un recipiente se pondrán algunas fichas que contienen diferentes signos de las operaciones básicas. Cada estudiante deberá tomar dos de ellas al azar, e inventarse una operación de cada signo y resolverlas; esto se hará con el fin de que ellos puedan recordar las diferentes operaciones con las que han tenido contacto.

2. Presentación del tema nuevo**Tips para resolver problemas que contienen varias operaciones:**

Para resolver un problema que tiene dos operaciones, es importante seguir algunas sugerencias:

- Leer y entender el problema.
- Analizar los datos que se tienen.
- Comprender qué datos se buscan.
- Hacer las operaciones necesarias.

Para saber qué tipo de operaciones debes realizar es importante leer cuantas veces sea necesario el texto del problema. Una estrategia para que identifiques rápidamente qué operación hacer es relacionar los verbos del texto con la operación: comprar (sumar), vender (restar), regalar (restar), adquirir (sumar), dar (restar), ahorrar (sumar).

Leer por grupos los siguientes problemas y responder verdadero o falso a las afirmaciones presentadas en las tablas

Luis desea comprar un tren eléctrico que cuesta \$ 82.000, tiene ahorrado \$ 24.000, su mamá cooperará con \$ 12.500, su tío Antonio le regalará \$ 17.500, y su papá Rubén le dará la diferencia que le falta. ¿Cuánto dinero le aportará su papá?

Afirmación	Verdadero	Falso
Para resolver este problema es necesario usar la suma y la resta		
Es necesario realizar una división		
Luis tiene dinero de sobra para comprar el tren		
Faltan \$28000 para que Luis pueda tener su tren		

En un avión viajan 156 pasajeros. En la primera escala bajan 53 y suben 92; en la segunda escala, bajan 34 y suben 27. ¿Cuántas personas llegan al final del destino?

Afirmación	Verdadero	Falso
El problema se resuelve realizando una sola operación.		
Es necesario iniciar restándole 53 a 156 y después sumarle 92		
Al final del destino llegan 200 personas		
Este problema se resuelve a través de sumas y la restas		

Un regimiento cuenta con 3 batallones de 368 soldados; la sexta parte del total son mujeres. ¿Cuántos soldados hay en el regimiento y cuántos de ellos son mujeres?

Afirmación	Verdadero	Falso
El regimiento cuenta con 1.104 soldados		
No es posible saber cuántas mujeres hay		
Se requiere realizar una multiplicación y una división		
Se requiere realizar varias multiplicaciones		

3. Tarea del estudiante

Se entregará a los estudiantes un problema que contiene algunas preguntas, que tienen como respuesta diferentes operaciones.

Los estudiantes de la Institución Educativa El Triunfo Santa Teresa sede dos, realizan un torneo de fútbol en los descansos, con los diferentes equipos conformados por los grados tercero y cuarto. Teniendo en cuenta que son dos equipos del grado tercero y dos equipos del grado cuarto, responde las siguientes preguntas:

- El equipo del grado 3-4 tiene 6 jugadores, si el equipo de 4-5 tiene 2 veces más jugadores que el equipo de 3-4. ¿Cuántos jugadores tiene el equipo de 4-5?
- Para el equipo del grado 4-4 se presentaron 15 jugadores, si se desea tener dos equipos, uno que será el principal y otro que será el suplente. ¿Cuántos jugadores deberán estar en cada equipo, de tal forma que quede con el mismo número de jugadores? ¿Sobra algún jugador?
- Se desea hacer un partido de los terceros contra los cuartos, por ello se deben unir los equipos de 3-4 y 3-5, los equipos de 4-4 y 4-5. Si cada equipo de cada grado

tiene siete jugadores, de cuántas formas distintas se puede conformar el nuevo equipo, de tal manera que sea un equipo diferente.

- En la final del torneo se repartirán medallas a todos los participantes del torneo. Si en cada grado son 12 jugadores. ¿Cuántas medallas se deben comprar? ¿Cuánto dinero se debe pagar por las medallas, si cada una cuesta \$2350?
- Si uno de los padres de los jugadores aportará la mitad de lo que cuestan las medallas. ¿Cuánto dinero debe pagar el colegio, para cubrir la totalidad del costo de las medallas?

4. Cierre y formalización de conceptos

Para el cierre de la clase hablará con los estudiantes de cada una de las preguntas. Se hará énfasis de la importancia que tiene la lectura para resolver los problemas, ya que es así como se toman las decisiones con respecto a qué hacer y llegar a una respuesta.

Compromisos para la próxima clase:

Para la próxima clase los estudiantes deberán escribir de acuerdo a lo visto en la clase, que es lo que ellos consideran es lo más complejo a la hora de resolver un problema.

Anexo 9: Diarios de campo (*Regresar a la lectura más atrás*)

Fecha: Marzo 13 del 2018	Tarea: #1
<p>Objetivo: Reconocer la representación geométrica de la multiplicación, a través del uso de las multifichas.</p>	
<p>Reflexión:</p> <p>La clase se desarrolló durante el transcurso de varias sesiones, dados los puntos presentes en la tarea que se presentó. Fue posible en esta primera tarea observar curiosidad por parte de los estudiantes por las tareas que realizaríamos, por eso con la motivación para la clase, se evidencio un alto grado de comodidad, demostraron buenas habilidades para resolver el problema a través del algoritmo, el cual constaba de las estructuras aditivas, allí evidenciamos ya una desventaja en los procesos de comprensión lectora, dado que requerían de nuestra ayuda para descifrar de que se trataba el problema y constantemente se acercaban a preguntar “profe tengo que hacer una suma, resta, multiplicación o división” o simplemente “profe en eso que tenemos que hacer” a pesar de que las indicaciones se encontraban claras y de forma escrita.</p> <p>En la sesión siguiente, se les presentaron las multifichas, reconociendo primero que nunca habían realizado tareas con ellas y por lo tanto no tenían conocimiento de su manipulación y uso. Inicialmente les costó un poco entender cómo construir las figuras algunos incluso decían “profe eso es muy fácil con el número 7 se pueden hacer muchas representaciones”, dado que no hacían las representaciones construyendo cuadrados o rectángulos, sino incluso haciendo dibujos (como corazones, flores...). A pesar de que el comienzo fue lento, alcanzaron el objetivo. Dado que el trabajo se hizo en grupo, se</p>	

vio un apoyo significativo de parte de aquellos estudiantes que comprendieron la tarea con más rapidez.

En las clases siguientes observamos con la “tarea del estudiante”, un mejor dominio de las multifichas para dar respuesta al problema propuesto, pero continuamos observando como obstáculo el proceso de comprensión lectora; en muchos casos incluso no leían, sino que inmediatamente nos buscaban para decirles específicamente que debían hacer. Dada esta situación, los invitamos a leer nuevamente y a tratar de hacer un esfuerzo por contarnos con sus palabras lo que decía en la ficha; ello los llevo a comprender un poco más, y como ya se dijo la aplicación de las multifichas al problema fue mucho más sencilla y ágil de parte de los estudiantes.

Para la tarea de cierre se les propusieron las siguientes preguntas ¿En qué se diferencia una representación de otra? ¿Todos los números tienen la misma cantidad de formas en las que se puede representar? ¿A parte de la representación geométrica con las fichas, existe otra manera de resolver la situación de Roberto? Pocos de ellos se esforzaron por dar respuesta, aun así, a partir de sus apuntes de la primera parte de la tarea, fue posible entablar un dialogo donde reconocimos elementos importantes para la planeación de la siguiente tarea.

Practicantes:

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata

Fecha: marzo 21 del 2018	Tarea: #2
Objetivo: Explorar el uso de la multiplicación, a través de su representación geométrica y las tablas de multiplicar, en la solución de problemas.	
Reflexión: <p>Para iniciar esta clase se realizó un repaso de la anterior, partiendo de dos preguntas ¿Todos los números tienen la misma cantidad de formas en las que se puede representar con las multifichas?, ¿A parte de la representación geométrica con las fichas, existe otra manera de resolver la situación de Roberto? A partir de ellas pudimos identificar los elementos que tenían claros (como el uso de las multifichas) y aquellas que no (reconocimiento del uso de la multiplicación en un problema). Para esta clase se les había pedido reconocer en su contexto diario, algunos problemas que pudieran resolver a través de la multiplicación, pero la solución que ellos otorgaron a esta tarea, demostró nuestra tesis de su poco reconocimiento de esta operación en la vida diaria; la mayoría de los problemas aludían a situaciones de suma y resta.</p> <p>Pasando a la presentación del nuevo tema, se pide nuevamente usar las multifichas, pero en este caso para representar únicamente el número nueve, allí ellos debían tratar de asociar esta figura a la multiplicación. Fue un proceso complicado de alcanzar, dado que no les fue fácil llegar a asociar una representación con una multiplicación, inicialmente en 4°4 llegaron unos pocos estudiantes, los cuales fueron ayudando a los demás a llegar a la misma conclusión, lo cual nos permitió rápidamente explicarles el concepto de representación geométrica de la multiplicación. En el grado 4°5 no paso lo mismo, allí fue necesario modificar de forma más específica la explicación y ayudarlos un poco más para llegar a la misma conclusión.</p>	

En las sesiones siguientes se realizó una ficha que estaría asociada con el concepto de representación geométrica, nuevamente no fue un proceso fácil, surgieron infinidad de dudas, a medida que iban dando cada paso. Leían poco las instrucciones, más bien las preguntaban para evitar pasar por el proceso de comprensión de lo escrito, algunos estudiantes asociaron incluso la representación a través de la cuadrícula con las fracciones.

Para culminar esta tarea, se presentó una situación problema, allí deseábamos identificar las dificultades presentes para abstraer los procedimientos (en especial la multiplicación) de un problema. Nuevamente ocurría lo mismo, las preguntas más frecuentes hechas por los estudiantes eran ¿Tengo que hacer una suma con 31 y 4?, ¿Si tengo tres números entonces que hago con los tres?, o simplemente decían “No soy capaz”.

Al terminar esta tarea, identificamos la necesidad de empezar a abordar los diferentes modelos de la multiplicación, dado que esto les daría una visión más amplia de esta operación, al permitirles identificar por ejemplo palabras claves que pueden aparecer en algunos problemas, además de poder ejercitar y construir otras formas diferentes de multiplicar.

Practicantes:

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata

Fecha: 15 de agosto de 2018	Tarea: #3
Objetivo: Identificar algunos de los diferentes modelos de problemas de tipo multiplicativo.	
Reflexión: <p>Como motivación para la clase y forma de concluir el tema de la representación geométrica de la multiplicación, se les presenta a los estudiantes un juego de mesa, el cual se realizaba en grupos de a tres, además requerían de un dado, una hoja cuadriculada y un color que los identificara para trazar su recorrido en el juego. En la realización de esta propuesta, se evidencio en ellos un mejor reconocimiento de las diferentes representaciones que se pueden hacer a partir de un número y que a su vez se pueden expresar a través de la multiplicación. El juego se llevó a cabo de corrido, no fue una necesidad básica la intervención constante, dado que entendían muy bien la forma en la cual se debía ejecutar todo y entre los mismos grupos se iban indicando las correcciones necesarias.</p> <p>En la sesión siguiente, se les indico que debían trabajar con grupos dado que se ejecutaría un carrusel, a pesar de la libertad otorgada, algunos estudiantes fueron muy conscientes de las necesidades de algunos compañeros y los que presentaban un mejor desempeño y comprensión, los acogieron en el grupo de trabajo para brindarles un mayor apoyo. Observamos que aquellos problemas asociados al modelo de producto cartesiano, eran complicados de entender, por ello muchos de ellos acudían a realizar diagramas y representaciones para así poder ejecutar las diferentes combinaciones.</p> <p>Además, los problemas de adición repetida, se destacaron por ser los que asociaban con la multiplicación con mayor rapidez, los ejecutaban sin hacer muchas preguntas,</p>	

solo las más recurrentes que ya habíamos identificado y eran las que surgían cada clase para evitar leer e interpretar lo que estuviera en los problemas ¿Profe aquí que tenemos que hacer?, “profe no entiendo”.

Se evidencio un buen desarrollo del trabajo en equipo, las distracciones fueron pocas, dada la curiosidad que tenían por saber qué problema los esperaba en la base siguiente. Se esforzaban por desarrollar cada problema en el tiempo estipulado y cuando llegaban a las bases en las cuales se encontraban problemas que se resolvían de manera más fácil, conservaban el orden conversando entre ellos, pero permaneciendo siempre en los lugares que se les indicaron. Debido a lo extenso de la tarea, se requirió de varias clases para ejecutar la tarea de forma completa.

Para el cierre, los estudiantes entablaron un dialogo de comparación de respuestas, allí confrontaron los procedimientos realizados por los diversos grupos y observaron los dibujos elaborados por los otros para resolver los problemas a los que no les encontraron otra alternativa de solución.

Practicantes:

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata

Fecha: 28 de agosto de 2018	Tarea: #4
Objetivo: Emplear algunas formas diferentes de multiplicar y argumentar los procedimientos de las mismas.	
Reflexión: <p>Para el inicio de esta sesión, se realizó un repaso de las tablas de multiplicar, a través del uso de un domino, el juego fue fluido y se observó en ellos apropiación de la propuesta; dado que como ya se ha expresado a partir de los diarios de campos anteriores, el trabajo en equipo se les da con gran facilidad, pocos problemas se presentan en la ejecución de las tareas al implementar dicha tarea.</p> <p>Como “presentación del nuevo tema” se partió del conocimiento que ya existía respecto al algoritmo de la multiplicación, seguidamente se les mostro una expresión que daba el mismo resultado, pero que no se ejecutaba de la misma manera; allí identificamos grandes obstáculos, dado que les costaba mucho dejar de lado el modelo que ya habían construido de la multiplicación para concebir la posibilidad de que pudieran existir otras formas diferentes. Las clases en las cuales se ejecutaron problemas de este tipo, se hicieron largas y tediosas, no se progresó mucho a pesar del fuerte énfasis que se aplicó en ello, incluso a pesar de la gran disposición que mostraban algunos estudiantes.</p> <p>Para concluir la tarea, el dialogo que se desarrollo fue corto y de ideas cortas, puesto que los pocos que construyeron esta nueva idea no podían expresar a través de un lenguaje natural los procedimientos que habían ejecutado.</p>	
Practicantes: Laura Cardona Restrepo Carolina Uribe Zapata	

Fecha: 20 de septiembre de 2018	Tarea: #5
Objetivo: Resolver problemas que contengan la multiplicación y otras operaciones básicas.	
Reflexión: <p>Inicialmente en esta tarea se les presento a los estudiantes una propuesta de cuatro pasos para resolver problemas. A partir de ello se presentó una tarea de verdadero o falso respecto a una serie de problemas, allí además era necesario argumentar las razones de sus respuestas u operaciones, intentando construir conjeturas o argumentos más profundos, con el propósito de superar la consideración de una simple respuesta a partir de la aplicación del algoritmo, dado que en las tareas anteriores habíamos percibido esta situación.</p> <p>En esta tarea se observó un trabajo fuerte por parte de los estudiantes, aun así, los argumentos proporcionados por ellos eran poco elaborados y se les dificultaba expresar sus razones a través del lenguaje. Algunas de sus argumentos eran “porque eso me dio la multiplicación”, “porque es mejor hacer una multiplicación que una división”, “porque el problema dice así”.</p> <p>Dada la confusión presentada por ellos, requirió mucho tiempo de asesorarlos, ayudarles a través de expresiones y explicaciones, para incentivarlos a cambiar un poco su forma de argumentar.</p> <p>Aun así, al finalizar esta primera parte de la tarea, propusimos la segunda, en la cual encontraban un problema particular de algo ocurrido en la Institución y ellos debían buscar alternativas para resolverlo y expresar argumentos que sustenten las razones por las cuales usaron dichas alternativas. Allí continuaron con la dificultad presentada en la</p>	

primera parte de la tarea, sus argumentos aun eran basados únicamente en la respuesta del algoritmo, pero un avance que se logro fue observar en ellos que pensaban o recapacitaban un poco más para poder escribir algo.

En el dialogo efectuado al final de las diferentes clases en la cuales se efectuó esta tarea, fue posible reconocer en ellos un poco de reflexión ante la forma en la cual se argumenta un procedimiento, aunque no podían efectuarlo a través del lenguaje, reconocían que una simple respuesta de lo que se obtenía a partir de un algoritmo, no era un argumento.

Practicantes:

Laura Cardona Restrepo

Carolina Uribe Zapata