



**Anexo 1. Ejemplo diario de campo:**

<b>Identificación de tiempo y espacio</b> <b>Institución:</b> Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín <b>Fecha:</b> 3 de Abril del 2017 <b>Horario de la clase o de la observación:</b> 7:00 am – 8:50 am y 9:20 am – 10:15 am <b>Nombre del curso:</b> Matemáticas <b>Número de asistentes:</b> 38 <b>Actividad:</b> complementación y finalización taller anterior, definición de función.	
<b>Descripción de la observación:</b> <p>Al momento de llegar al colegio y entrar al salón de los profesores de Matemáticas me dispuse a repasar un poco el tema a explicar en la clase del día el cual era principalmente funciones, una vez llega el maestro Hader me dispongo a hablar con él acerca de la metodología que íbamos a implementar, momento en el cual nos dimos cuenta que había formación estudiantil, lo cual nos sirvió para reorganizar el orden del día y los tiempos de trabajo, decidimos que íbamos a terminar el taller que se estaba trabajando la clase anterior y para ellos los estudiantes tendrían 20 minutos, luego les entregaría la planeación del segundo periodo, procederíamos a leerla y resolver dudas, acto seguido pensamos en que los estudiantes deberían deducir por términos propios la relación de igualdad que hay entre las funciones trigonométricas para un ángulo positivo y uno negativo, para esto dispondrían de 10 minutos, finalmente comenzaría con una introducción a lo que es el concepto de función, tal introducción sería leve, pues el objetivo es con ella poder llevarlo a conocer las funciones trigonométricas inversas que serán necesarias para la temática siguiente. A las 7:35 am termina la formación y entonces nos dirigimos al salón de clases, cuando entramos la mayoría de los</p>	<b>Conjeturas, hipótesis, reflexiones y puntos de vista personales:</b> <p>Me impactó y me resulto curioso y muy interesante el observar como al momento de llegar al salón los estudiantes estaban en sus respectivos grupos desarrollando la actividad que había quedado pendiente, es decir me parecía que de alguna manera el tener la presión de entregar el taller terminado y así poderse ganar una nota los lleva a controlarse un poco a sí mismos y trabajar de manera juiciosa, sin embargo cabe decir que también genera preocupación, pues es necesario que los estudiante al menos lean lo trabajado en clase en sus casas, pero el observar lo sucedido en clase demuestra claramente que no lo hacen, la pregunta aquí es cómo incentivarlos a que lo hagan?, en cuanto a su disciplina diría que al principio creí que iba a ser difícil llevarlos pues el maestro tuvo que intervenir para que se organizaron, sin embargo tras esta intervención su actitud cambió completamente lo cual me llamó la atención, además de que aunque di la clase yo solo sin intervención de Hader en cuanto a lo académico su actitud fue muy diferente, es decir tratar de aplicar lo aprendido y reflexionado en clases anteriores está sirviendo y espero que más adelante funcione totalmente y los</p>



estudiantes se encontraban sentados en los respectivos equipos de tres desarrollando el taller, les pedí que se organizaran en las filas para explicarles la dinámica del día y además llamar a lista, una vez lo hicieron comencé a llamar a lista y de ahí note que faltaban tres estudiantes a los cuales les puse su respectiva falta, luego les explique lo que íbamos a hacer mientras casi todos escuchaban en silencio y unos poquitos hablaban entre sí, una vez realizado esto volvieron a formar sus respectivos equipos y continuaron con el desarrollo del taller mostrando algunos como aún tenían leves dificultades con algunas cosas, a las cuales tanto el maestro como yo tratamos de dar solución.

A las 8:07 am aproximadamente termina el tiempo para esta actividad, por lo cual se le pidió organizar de nuevo las filas para seguir con lo planeado, sin embargo los alumnos continuaban en sus grupos ya muchos hablando y me decían que no, les pedí organizar las filas tres veces consecutivas y solo unos pocos hicieron caso a lo cual el maestro intervino y de manera casi inmediata todos se organizaron, procedí entregando las copias de la planeación del periodo, le pedí leerlo y en caso de tener preguntas hacerlas, una vez leyeron pregunté si tenían alguna duda y nadie dijo nada, razón por la cual seguí con la siguiente actividad planeada, esta es funciones trigonométricas para ángulos negativos, así dibuje el primer y el cuarto cuadrante del plano cartesiano, trace triángulos rectángulos simétricos entre sí en cada cuadrante y describí un ángulo negativo y uno positivo, les explique que debían sacar de allí las funciones trigonométricas para cada uno y compararlas además de describir qué sucedía allí, hice un ejemplo y luego les di 10 minutos para hacerlo, además como estaban inquietos les dije que los tres primeros en traerlos buenos tenían nota, a lo cual todos comenzaron a trabajar de manera rápida, a los 4 o 5 minutos comenzaron a traer los cuadernos para que se los revisará y en

muchachos cambien totalmente su actitud y comiencen a disfrutar la clase.



RSIDAD  
OQUIA

0 3



caso de tenerlos buenos darles la nota, algunos presentaron uno que otro error con los signos y otros se confundieron con los cuadrantes, pero no solo 3 lo trajeron buenos si no unos pocos más, pero ya había dicho que solo los tres primeros. Pasados los 10 minutos les pedí silencio que iba a comenzar tema, como no hacían silencio seguí el consejo del maestro y comencé a escribir el título y la definición de función, inmediatamente aunque algunos brincaron les tocó hacer silencio y comenzar a escribir, dada la definición se las explique y luego les hice un ejemplo de una función a partir de un diagrama sagital y les hice un segundo el cual no era función, algunos preguntaron acerca de porque este sí y este no y cosas así, dudas que resolví rápidamente y aproveche para decirles que debían tener siempre muy presente la definición pues es muy importante para lo que venía, luego les hice un ejemplo de tipo textual y mientras lo escribía sonó el timbre, de esta manera termine de escribirlo y les recordé que desde la clase anterior les habíamos advertido que para esta debía entregar el cuaderno para revisarle los talleres y además que una vez saliéramos del salón ya no recibimos cuadernos, así todos entregaron los cuadernos y procedimos a retirarnos del salón.

A las 9:20 que termina el descanso nos dirigimos al salón para la clase de estadística, esta clase sería de tipo taller, una vez llegamos al salón los estudiantes se organizaron en las filas y el maestro les explicó la dinámica, deberían distribuirse en grupos de tres y todo salir para la plazoleta del segundo piso, nadie podría quedar en el salón, deberían todos desarrollar el taller, esto en los respectivos grupos pero al final de manera individual entregarlo, cuando llegamos a la plazoleta observamos como todos comenzaron a trabajar y de manera inmediata a hacer preguntas sobre qué significaban algunos símbolos, los cuales ellos ya debería conocer, tales signos son



RSIDAD  
OQUIA  
0 3



intersección, unión y complemento, pues lo más común fue ver cómo confunden intersección y unión, la clase se desarrolló de manera muy normal, sin problemas pero con muchas dudas, al final se notó que ningún grupo terminó el taller y solo uno pasó del primer punto, razón por la cual el maestro les pidió entregarlo más tardar el jueves, de esta manera cuando termina la clase nos dirigimos al salón de profesores de nuevo y allí planeamos lo de la clase siguiente, decidimos que al ser en la tarde y además como es necesario que se apropien lo más que puedan de la definición que se les dio de función la clase sería una hora para ejemplos y participación de ellos y la hora para taller.

**Anexo 2. Entrevista semiestructurada:**

1. ¿Qué piensas sobre la manera en que se te enseña matemáticas?
2. ¿Qué estrategias o actividades valoras más de cómo te han enseñado matemáticas antes de las experiencias de estas semanas?
3. ¿Qué estrategias o actividades valoras más como hemos trabajado matemáticas en las experiencias de esta semana?
4. ¿Cómo valorarías o qué valorarías de los conocimientos que has adquirido en tus clases de matemáticas previas a estas actividades?
5. ¿qué factores crees que influyen en tu aprendizaje en la clase de matemáticas?
6. Háblanos de la pertinencia que tú crees que tienen las actividades que hemos desarrollado estas semanas.
7. ¿Qué aspectos considera que fueron significativos en las experiencias de aprendizaje mediado?
8. Cuéntanos si le parece que las experiencias de aprendizaje mediado ayudan y aportan a sus procesos de aprendizaje.
9. ¿Qué piensa sobre la afirmación “el pensamiento se puede desarrollar con las matemáticas”?
10. ¿Qué entiende por habilidades del pensamiento?
11. ¿Cómo consideras que se ha procurado desarrollar las habilidades del pensamiento con esas actividades?
12. ¿Qué otras cosas puedes decir frente al trabajo que hemos?
13. ¿Cuál fue tu primera impresión respecto de las actividades cuando las llevamos los primeros días al salón?
14. ¿Cómo ha cambiado esa impresión que tuvo desde el principio?
15. ¿Qué entiendes por diferenciación?



**Facultad de Educación**

16. ¿Qué entiendes por representación mental?
17. ¿Qué entiendes por inferencia lógica?
18. ¿Qué entiendes por el concepto de función?
19. ¿Cómo crees que estas actividades te permiten aprender sobre el concepto de función?
20. ¿Cómo crees que estas actividades te dificultan el aprendizaje del concepto de función?
21. ¿Cómo te sientes mientras desarrollabas las actividades?
22. ¿Qué piensas sobre la manera en que los mediadores se desempeñaron las actividades y te guiaron en tu desarrollo?
23. ¿Consideras que las actividades permiten desarrollar otras habilidades mentales? ¿Por ejemplo cuáles?
24. ¿Qué ventajas percibiste en la implementación de estas actividades para poder aprender el concepto de función y desarrollar el pensamiento?
25. ¿Qué ventajas percibiste en la implementación de estas actividades, tanto en el desarrollo del pensamiento como en el concepto de función?
26. ¿Qué desventajas ves como en las actividades?
27. ¿Qué sugerencias o recomendaciones aportas para mejorar las actividades?

**Anexo 3. Registro fílmico y fotográfico:**

A continuación, presentamos una serie de fotografías que evidencian el trabajo de campo realizado en las actividades de pilotaje en un grupo 10 y de la aplicación de las actividades con otro grupo 10; los registros de video se omiten en estos anexos debido al respeto y confidencialidad de los participantes. Las dinámicas para tal puesta en práctica se dan organizando los grupos en general en parejas en las que los estudiantes fueron libres de escoger a su respectivo compañero. Se puede observar, además, cómo en algunos casos uno de los dos escribe y el otro le habla, sea para dar su opinión respecto a lo escrito o para conversar; también vemos cómo los mediadores interactúan con los estudiantes poniendo en práctica el acto de la mediación, inclusive se muestran imágenes de algunas de las hojas en las que los estudiantes dieron respuesta a alguno de los ejercicios propuestos:



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**





**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**



#### **Anexo 4. Actividades:**

Se diseñaron diferentes actividades que pudieran fortalecer las operaciones mentales en los estudiantes participantes, en el caso de este proyecto, diferenciación, representación mental e inferencia lógica. Las actividades movilizaban a los estudiantes a reconocer y establecer diferencias, observar, interpretar, imaginar, describir, representar, deducir, generar conclusiones, etc. Además, trabajaron los temas de mayor relevancia de funciones lineales, cuadráticas y trigonométricas.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

**Anexo 4.1 Actividad 00:**



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Diferenciación, representación mental e inferencia lógica, funciones 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN  
MATEMÁTICAS GRADO DÉCIMO

Actividad diagnóstico sobre las funciones.

Diferenciación, representación mental e inferencia lógica.

Actividad realizada por: Alexis Vélez, John Edwin Londoño, Juan José Hernández

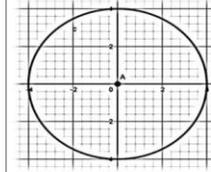
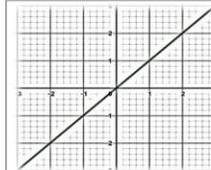
Nombres:

Fecha:

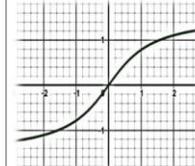
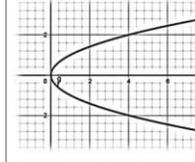
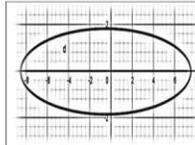
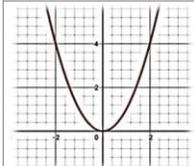
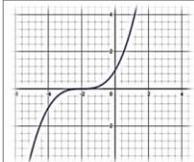
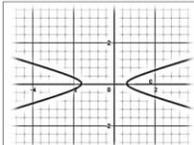
Intencionalidad:

Identificar las fortalezas y las debilidades que se presentan cuando se trabajan las funciones, para luego buscar estrategias que permitan enfrentarse a ellas mientras se trabajan y desarrollan habilidades de pensamiento como la diferenciación, la representación mental y la inferencia lógica.

1. Identificarás y explicarás con tus propias palabras cuáles de las siguientes gráficas representan funciones.



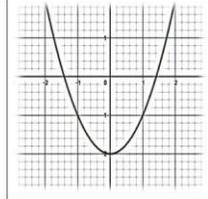
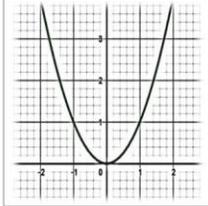
Diferenciación, representación mental e inferencia lógica, funciones 2



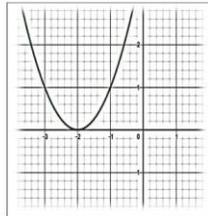
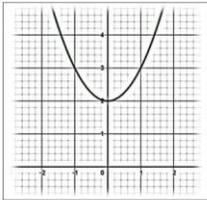


Diferenciación, representación mental e inferencia lógica, funciones 3

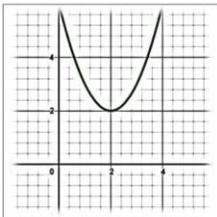
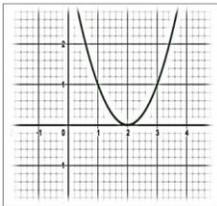
2. Observarás detenidamente la siguiente gráfica



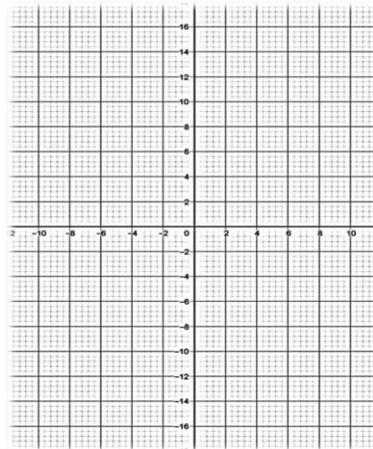
Describirás con tus propias palabras las diferencias que encuentras entre las siguientes gráficas de funciones respecto a la que acabaste de observar



Diferenciación, representación mental e inferencia lógica, funciones 4



3. Graficarás la función  $f(x) = 2x^2 - 1$  teniendo presente todo lo que has trabajado hasta el momento.





**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

Diferenciación, representación mental e inferencia lógica, funciones 5

4. Describirás con tus propias palabras cómo fue el procedimiento utilizado para graficar la función anterior.

5. Con tus propias palabras explicarás qué entiendes por función; enunciarás que características tienen las funciones y finalmente darás algunos ejemplos.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Representación Mental, Funciones y relaciones 1

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE  
MEDELLÍN**

**MATEMÁTICAS GRADO DECIMO**

**Representación mental, Funciones y relaciones**

**Actividad realizada por: Alexis Vélez, John Edwin Londoño, Juan  
José Hernández**

**Nombres:**

**Fecha:**

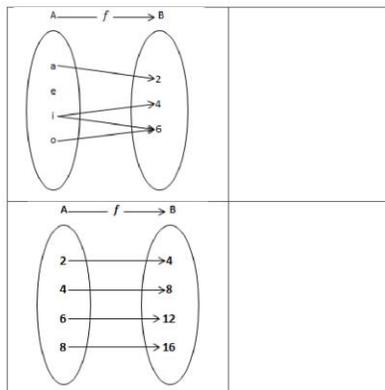
**Intencionalidad:**

*Extraer información que le permita al estudiante hacer una representación de los rasgos fundamentales de la gráfica de una función, trabajando así el desarrollo de la habilidad de pensamiento representación mental.*

*Diferenciar las características de una relación y una función; además incitar al estudiante a realizar y reconocer un proceso de representación mental.*

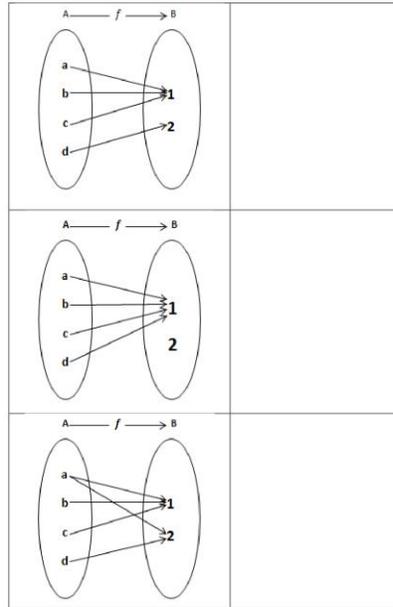
**1- Observarás y extraerás información.**

*En la columna de la derecha escribirás las características que logras encontrar en cada uno de los diagramas sagitales (columna de la izquierda) y explicarás con tus propias palabras ¿Cuáles de los diagramas sagitales representan una función?*



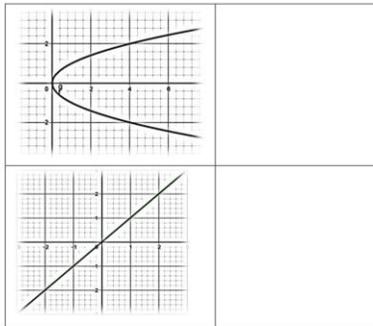


Representación Mental, Funciones y relaciones 2



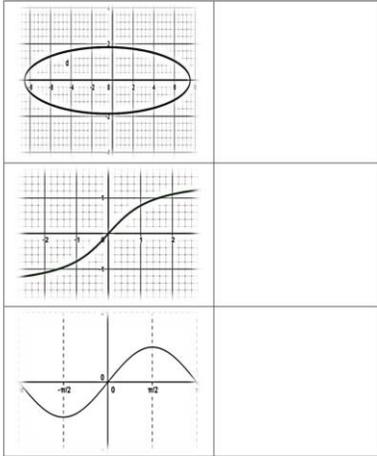
*Ayuda:* recordemos que si se traza una línea recta vertical en una gráfica y esta intercepta la gráfica dada en exactamente un solo punto entonces la gráfica representa una función.

2. Explicar en la columna de la izquierda cuáles de las siguientes gráficas representa una función y cuáles crees que no representa una función.





Representación Mental, Funciones y relaciones 3



3. Lo que se acaba de realizar describe un proceso de representación mental, ahora escribirás con tus palabras que entiendes por representación mental, luego, explique cómo hizo para realizar el apartado anterior.





Representación mental e inferencia lógica . Funciones 3.1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN  
MATEMÁTICAS GRADO DÉCIMO

Actividad realizada por: Alexis Vélez, John Edwin Londoño, Juan José Hernández

Nombres:

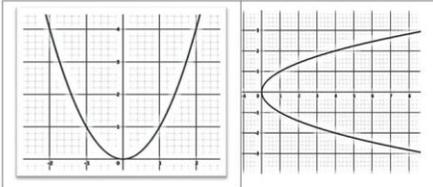
Fecha:

**Intencionalidad**

Trabajar la orientación espacial cartesiana, para así desarrollar habilidades como la representación mental y la inferencia lógica.

**Actividad:** A partir de la observación, identificar funciones y reconocer el tipo de gráfica que me genera.

1. Observar detenidamente las siguientes gráficas:



- ¿Qué características puedo identificar de las dos gráficas anteriores?

- Teniendo en cuenta todo lo observado hasta el momento, diga si las gráficas anteriores son o no funciones y justifique.





Representación mental e inferencia lógica . Funciones 3.2

**Función Cuadrática**  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$       Discriminante:  $\Delta = b^2 - 4ac$

The figure shows four coordinate planes illustrating different cases of quadratic functions:

- Top-left:  $a > 0$ . A parabola opening upwards with its vertex on the y-axis.
- Top-right:  $a < 0$ . A parabola opening downwards with its vertex on the y-axis.
- Bottom-left: A parabola opening upwards with its vertex at  $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ .
- Bottom-right:  $\Delta > 0$ . A parabola opening upwards intersecting the x-axis at two points,  $x_1$  and  $x_2$ .

2. De la siguiente función  $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ . Respondo:

- Explicaras cómo ubicar el vértice de la parábola (punto cartesiano)
- ¿Para donde abre la parábola?
- ¿En qué tramos la función es creciente y decreciente?
- Qué otras conclusiones logro identificar de las gráficas anteriores de esta actividad



Representación mental e inferencia lógica . Funciones 3.3

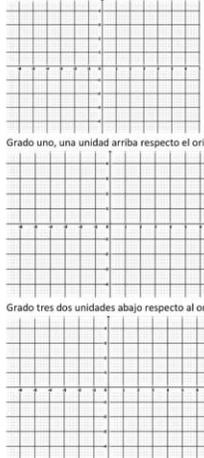
3. Observo las siguientes gráficas.

The figure shows three coordinate planes with the following labels:

- A. Función grado 1 desplazada una unidad a la derecha
- B. Función grado 2
- C. Función grado 3 desplazada 2 unidades a la izquierda.

Graficaras las siguiente funciones, con las particularidades que se mencionan .

- Grado dos, dos unidades a la izquierda, cóncava hacia abajo
- Grado uno, una unidad arriba respecto el origen
- Grado tres dos unidades abajo respecto al origen y una unidad a la derecha





Esta actividad se plantea con el fin de desarrollar las habilidades de pensamiento relacionadas con la diferenciación, representación mental e inferencia lógica, mediante procesos en los cuales es necesario identificar características que diferencian las gráficas, además de que les permite identificarlas, imaginarlas y describirlas. Al mismo tiempo, logran identificar las diferencias en las funciones trigonométricas y comprender cómo estas son transformaciones dadas a partir de la introducción de otros datos en sus ecuaciones. La actividad está planteada en 2 momentos: en el primero se trabajará con el estudiante las dos habilidades mencionadas más arriba, se le muestran estudiante dos gráficas de funciones trigonométricas, se le pide mencionar las características o aspectos más relevantes (tales como dominio, rango, periodo, etc.). Posteriormente se le plantean otra serie de gráficas (todas relacionadas con las dos primeras, pero con algunas variaciones) y se le solicita realizar lo mismo con cada gráfica, es decir, mencionar sus características o aspectos más relevantes.

Para el segundo momento se trabajan las tres operaciones mentales pidiéndole que, con apoyo en todo lo realizado en el momento anterior, elabore conclusiones y abstracciones de todo el proceso llevado a cabo.



Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 111

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN  
MATEMÁTICAS GRADO DECIMO

Funciones Trigonométricas  $f(x) = \cos(x)$ ,  $f(x) = \tan(x)$  y  $f(x) = \csc(x)$

Inferencia lógica.

Actividad realizada por: Alexis Vélez, John Edwin Londoño, Juan José Hernández

Nombres: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Intencionalidad:**

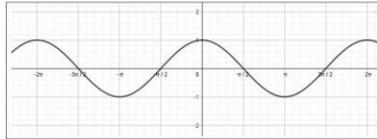
A partir de las gráficas o de las ecuaciones de las funciones trigonométricas  $f(x) = \cos(x)$ ,  $f(x) = \tan(x)$  y  $f(x) = \csc(x)$  transformadas, deducir las características principales de estas y con ello describir cómo han cambiado respecto a las ecuaciones más simples.

**Enunciados:**

1. A continuación se presentan las gráficas de algunas funciones trigonométricas, a partir de ellas obtendrás toda la información que consideres las describe a partir de sus ecuaciones, escribirás tales ecuaciones, y establecerás la relación que hay entre ecuaciones y gráficas.

**AYUDA:** La gráfica uno pertenece a una función coseno, la 2 a una función tangente y la 3 a una cosecante. Las ecuaciones son de la forma  $A \cos(Bx + H) + K$ ,  $A \tan(Bx + H) + K$  y  $A \csc(Bx + H) + K$ .

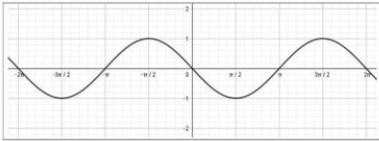
Gráfica 1:



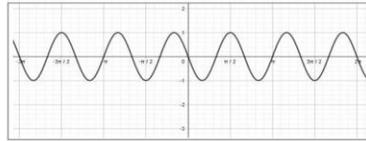
Gráfica 1.1:



Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 211



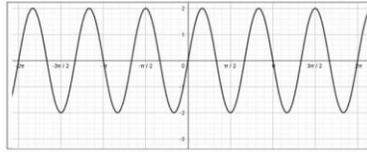
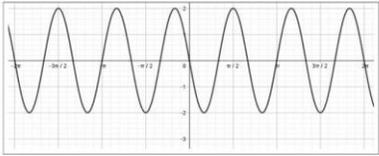
Gráfica 1.2:



Gráfica 1.3:



Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 311

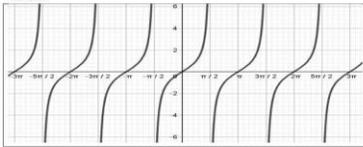


Gráfica 1.4:

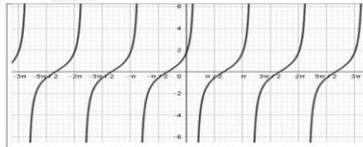


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 511

Gráfica 2:



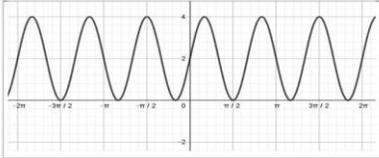
Gráfica 2.1:





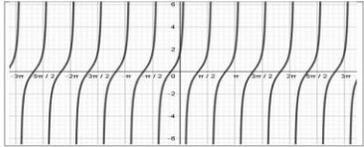
Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 411

Gráfica 1.5:

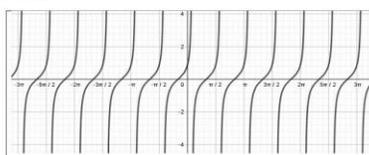


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 611

Gráfica 2.2:



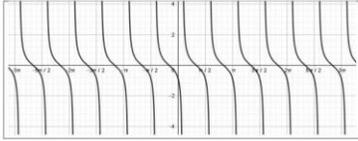
Gráfica 2.3:



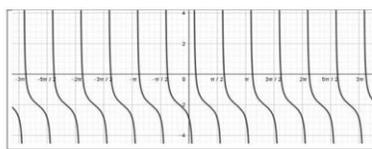


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 711

Gráfica 2.4:

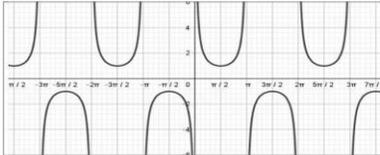


Gráfica 5:

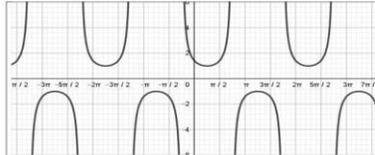


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 811

Gráfica 3:



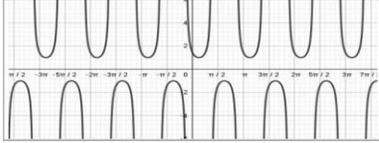
Gráfica 3.1:



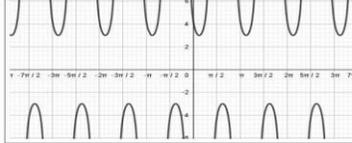


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 911

Gráfica 3.2:

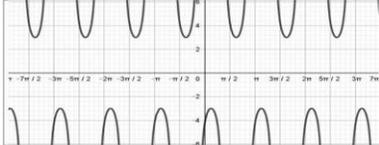


Gráfica 3.3:

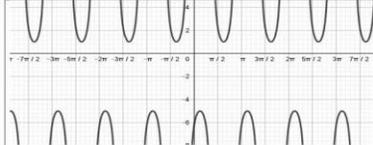


Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 1011

Gráfica 3.4:



Gráfica 3.5:





Inferencia lógica, Funciones trigonométricas 1111

2. A continuación se presentan las ecuaciones de algunas funciones trigonométricas, a partir de ellas obtenga toda la información que considere es necesaria para realizar sus respectivas gráficas y de su interpretación de tal información (Qué me dice en relación a la función y su gráfica). Describa su razonamiento.

Ecuaciones:

1.  $\frac{1}{2} \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$
2.  $3 \tan\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right) + 4$
3.  $\frac{3}{4} \csc\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) - 2$

3. La actividad que acabamos de realizar es un proceso de inferencia lógica a partir de gráficas de funciones trigonométricas. Explica con tus propias palabras en que consiste este proceso.

#### Anexo 4.5 Actividad 04:

Mediante esta actividad se desarrollan las habilidades de pensamiento relacionadas con la representación mental e inferencia lógica; fue planteada en tres momentos, en cada uno de los cuales se trabajaron ambas habilidades de pensamiento, pues en ellos se plantean problemas que conllevan el uso del concepto de función. En el primer momento se le muestra al estudiante un problema con un campo y una cerca (malla), llevándolo a imaginar y plasmar cómo sería el proceso para cercar el campo; en el segundo momento se plantea un problema con una pelota que rebota, se le pide al estudiante que complete una tabla y que elabore, si es posible, una función para calcular la altura de acuerdo al número de rebotes que lleve la pelota; para el tercer momento se le pide al estudiante que elabore conclusiones de la actividad y que mencione todo lo que utilizó para darle solución a los problemas que se le planteaban.



Representación mental e inferencia lógica, problemas que intervienen funciones 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN  
MATEMÁTICAS GRADO DECIMO

Representación mental e inferencia lógica mediante problemas que intervienen funciones

Actividad realizada por: Alexis Vélez, John Edwin Londoño, Juan José Hernández

Nombres: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

### Intencionalidad:

Desarrollar habilidades para formular principios que permitan definir conceptos para el logro de la abstracción mediante situaciones concretas que involucran funciones.

### Enunciados:

- Se quiere cercar con una malla de alambre un terreno para cultivar flores de forma rectangular, con la particularidad de que el largo del terreno rectangular es el doble de su ancho.
  - ¿Cuántos metros de malla son necesarios si el ancho del terreno mide 7 metros? ¿si mide 9 metros? ¿si mide 12 metros?
  - Construirás una tabla con los datos anteriores, y agregarás otros.
  - Realizarás una gráfica con los puntos de la tabla. ¿Cómo quedan los puntos?
  - Si se han utilizado 126 metros de malla. ¿Qué dimensiones tiene el terreno?
  - Escribirás una fórmula que te permita hallar el valor de la malla necesaria para un terreno que tiene de ancho  $x$  metros.

- Explicarás si la fórmula anterior describe una función en el intervalo  $(0, \infty)$  del conjunto de los números reales.



Representación mental e inferencia lógica, problemas que intervienen funciones 2

- Una pelota elástica se deja caer desde una altura de 80 cm. La altura alcanzada por la pelota después de un rebote es el 60% de la altura alcanzada en el rebote anterior.

- Completarás la siguiente tabla:

Número de rebotes	0	1	2	3	4	$n$
Altura alcanzada en (cm)	80					

- Escribirás la fórmula que expresa la altura de la pelota en función del número de rebotes.
- Hallarás la altura que alcanza la pelota después del doceavo rebote.

- A partir de la solución de los enunciados anteriores describirás con tus propias palabras los principios necesarios que te permitieron resolver estas situaciones concretas.



**Anexo 5. Consentimiento informado:**

**5.1 consentimiento informado participantes de las actividades:**

**Consentimiento informado**

Apreciados estudiantes,

Es nuestro deber informarles que actualmente estamos realizando un proyecto de investigación titulado “DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO POR MEDIO DEL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO”, dando así paso a la etapa final de nuestro proceso formativo en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia. La intencionalidad de este proyecto es analizar las implicaciones que tiene la implementación de estrategias de aprendizaje mediado para el desarrollo del pensamiento en el marco de la enseñanza-aprendizaje del concepto de función.

Para el logro de los propósitos en dicho trabajo de grado, es de suma importancia contar con la disposición y participación de cada uno de ustedes; por tal motivo se realizarán algunas experiencias de aprendizaje mediado (actividades), en este caso, varias actividades distribuidas en todo el grupo. Durante el desarrollo de las actividades se realizarán apuntes, ejercicios de observación, registros de video, registros fotográficos, diarios de campo, entrevistas individuales y grupales, entre otros instrumentos; todo enfocado a las interacciones en el aula y a su desarrollo, con el objetivo de recoger insumos y material que servirá para sustentar el análisis de esta investigación, por lo que la información y los resultados obtenidos son y serán para fines únicamente académicos. Sin embargo, estos resultados servirán también como base de reflexiones posteriores para mejorar las prácticas formativas en el área de matemáticas y en otras áreas, el producto del ejercicio investigativo estará a disposición de la Institución Educativa Normal Superior De Medellín y para cualquier interesado, en la biblioteca de la Universidad de Antioquia.

Si se muestra de acuerdo con la participación en este ejercicio investigativo o con la implementación del mismo, agradecemos firmar esta carta, también como muestra del conocimiento



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

y satisfacción con la información brindada. Si requiere resolver alguna duda o realizar algunas sugerencias, estamos dispuestos a atender sus inquietudes, de manera personal o si lo prefiere por medio de correo electrónico.

Atentamente:

Alexis Vélez Orozco  
alexis.velez@udea.edu.co

Juan Jose Hernandez Noreña  
jjose.hernandez@udea.edu.co

John Edwin Londoño Arboleda  
jedwin.londono@udea.edu.co

Nombre	Firma
Carolina Avendaño Echeverri	
Sebastian Gialdo Bian	
Yaqvelin Gredakita Uribe	
Juan Felipe Uzcátegui Texeidy	
Cristian Escobar Gomez Lopez	
Julian Santiago Valencia	
Johan Mateo Valencia	
Miguel Naneegas Carvajal	
Yanitza Valeria Lozano Portilla	
Juan José Vasquez Salazar	
Marveta Bermúdez Ramírez	
Frank Estiven Guzman Garcia	
Laura Galvis Isaza	
Jader Orozco Godoy	
Laura Belivar Garcia	
Mariana Elvira Durque M.	
Kevin Caraveral Vélez	
Luisa María Vélez Uribe	
Carolina Castillon Jimenez	
Juan Diego Correa Cardona	
Juliana Ochoa Acevedo	





# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

### Anexo 5.2 consentimiento informado participantes del pilotaje:

#### Consentimiento informado

Apreciados estudiantes.

Es nuestro deber informarles que actualmente estamos realizando un proyecto de investigación titulado “DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO POR MEDIO DEL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO”, dando así paso a la etapa final de nuestro proceso formativo en la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia. La intencionalidad de este proyecto es analizar las implicaciones que tiene la implementación de estrategias de aprendizaje mediado para el desarrollo del pensamiento en el marco de la enseñanza-aprendizaje del concepto de función.

Para el logro de los propósitos en dicho trabajo de grado, es de suma importancia contar con la disposición y participación de cada uno de ustedes; por tal motivo se realizarán algunas experiencias de aprendizaje mediado (actividades), en este caso, varias actividades distribuidas en todo el grupo, que pasarán por un proceso de pilotaje, para obtener recomendaciones, preguntas, puntos de vista, fortalezas y debilidades, con el fin de hacer posibles mejoras para aplicar en otra población que comparte características semejantes.

Durante el desarrollo de las actividades se realizarán apuntes, ejercicios de observación, registros de video, registros fotográficos, diarios de campo, entrevistas individuales y grupales, entre otros instrumentos; todo enfocado a las interacciones en el aula y a su desarrollo, con el objetivo de recoger insumos y material que servirá para sustentar el análisis de esta investigación, por lo que la información y los resultados obtenidos son y serán para fines únicamente académicos. Sin embargo, estos resultados servirán también como base de reflexiones posteriores para mejorar las prácticas formativas en el área de matemáticas y en otras áreas, el producto del ejercicio



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

investigativo estará a disposición de la Institución Educativa Normal Superior De Medellín y para cualquier interesado, en la biblioteca de la Universidad de Antioquia.

Si se muestra de acuerdo con la participación en este ejercicio investigativo o con la implementación del mismo, agradecemos firmar esta carta, también como muestra del conocimiento y satisfacción con la información brindada. Si requiere resolver alguna duda o realizar algunas sugerencias, estamos dispuestos a atender sus inquietudes, de manera personal o si lo prefiere por medio de correo electrónico.

Atentamente:

**Alexis Vélez Orozco**  
alexis.velez@udea.edu.co

**Juan Jose Hernandez Noreña**  
jjose.hernandez@udea.edu.co

**John Edwin Londoño Arboleda**  
jedwin.londono@udea.edu.co

Nombre	Firma
Maria Fernanda Escobar Medina	Maria Fernanda E.
Luisa Fernanda Vallejo Castano	Luisa Castano.
Saidy Marcela Salas Berrio	Saidy Salas.
Alexandro Giraldo Quiceno	Alexandro Giraldo G.
Esteban Yamilla Ruiz	Esteban
Manuela Rojas Gómez	Manuela R.
Sara Castro López	Sara C.
Maria Jose Rodriguez Jimenez	Maria Jose Rodriguez J.
Ximena Ocampo Restrepo	Ximena Restrepo.
Omar Garcia Lopez	Omar
Mateo Rivera Gonzalez	Mateo R.
Carlos Andres Noreña	Carlos
Ivan Camilo Vasquez Higuita	Ivan
Ivan Carvajal Velasco	Ivan





Categorías e indicadores	Fuentes e instrumentos	Participante	Docente investigador 1	Docente investigador 2	Docente investigador 3	Documentos	Fundamento teórico, páginas
	Entrevistas	Diarios de campo (observación participante) y actividades EAM					
<b>Aspectos relevantes presentes antes de las EAM</b>							
	¿Cuáles son las preguntas más frecuentes de los estudiantes hacen frente actividades de aprendizaje?			X			
	¿Qué estrategias implementaron los profesores cooperadores durante sus clases de matemáticas para enseñar las teorías o para que los estudiantes lograrán solucionar las actividades propuestas?			X			
	¿Qué dificultades presentan los estudiantes con los conocimientos recientes y actuales?			X		X	Jones (2006) Londoño y Aldana, (2012)
	¿Qué dificultades presentan los estudiantes con los conocimientos previos (conceptos, operaciones, etc.)?			X		X	Jones (2006) Londoño y Aldana, (2012)
	¿cómo influye la presencia del profesor cooperador en las dinámicas de la clase de matemáticas?			X			
	¿Cómo es la disposición y comportamiento de los estudiantes antes de las EAM en clases de matemáticas?			X		X	Fernández (2016) Pilonieta (2010)
	¿Cuáles dificultades presentan los estudiantes con las funciones y sus graficas antes de las EAM??			X		X	Londoño y Aldana, (2012) Zúñiga (2007)

Tabla con formato



				Porras (201) Cuesta (2007) Jones (2006)
<b>Implicaciones y aspectos generales en las EAM</b>				
<i>¿Qué piensan los estudiantes con respecto a las EAM?</i>	x	x	x	Pilonieta (2010) Ruffinelli (2002) Morales (2003)
<i>Dificultades con la información (enunciados, ayudas, entre otras)</i>			x	
<i>el estudiante tiene la capacidad para seguir instrucciones o de qué manera sigue instrucciones</i>	x	x		
<i>¿Qué aspectos resaltan los estudiantes sobre las EAM?</i>	x	x	x	Pilonieta (2010) Ruffinelli (2002)
<i>¿Cómo es la disposición y comportamiento de los estudiantes durante las EAM en clases de matemáticas?</i>				Pilonieta (2010) Ruffinelli (2002)
<i>¿Qué estrategias utilizan los estudiantes para desarrollar las actividades durante las EAM??</i>	X	X		
<i>¿Qué estrategias son efectivas para mediar adecuadamente a grupos grandes?</i>	1 X	3 0 3 X	X	Pilonieta (2010) Ruffinelli (2002) Morales (2003)



**Facultad de Educación**

<p><i>¿Qué implicaciones tiene trabajar las EAM en grupos de dos o tres estudiantes?</i></p>		<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p>Ruffinelli (2002) Morales (2003)</p>
<p><i>¿Qué percepción tiene los estudiantes, luego de realizar EAM?</i></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p>Pilonieta (2010) Morales (2003)</p>
<p><i>¿Qué dificultades se presentan al implementar las EAM?</i></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p>Pilonieta (2010) Morales (2003)</p>
<p><i>¿Qué consideraciones tiene a cerca de la eficacia o eficiencia de las EAM para el aprendizaje de las matemáticas o las actividades usuales en el contexto del aula desde la perspectiva de los estudiantes? ¿Desde los resultados?</i></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p>Pilonieta (2010) Ruffinelli (2002) Morales (2003)</p>
<p><i>¿Qué se logra evidenciar frente a los aprendizajes en los contenidos y más aún en los conceptos por parte de los alumnos?</i></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>		
<p><b>Las EAM y las funciones</b></p>				
<p><i>¿Qué piensan los estudiantes sobre las funciones y el concepto de función durante y después de las EAM?</i></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p><b>X</b></p>	<p>Londoño y Aldana, (2012) Zúñiga (2007) Porras (201) Cuesta (2007)</p>



**Facultad de Educación**

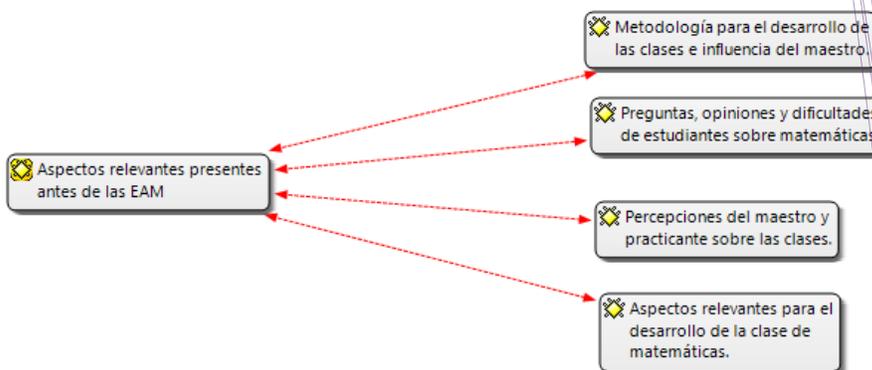
<i>¿Qué dificultades presentan los estudiantes con las funciones y sus gráficas antes de la EAM?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	Londoño y Aldana, (2012) Zúñiga (2007) Porras (201) Cuesta (2007)
<i>¿Qué dificultades presentan los estudiantes con las funciones y sus gráficas durante las EAM?</i>		<b>X</b>	<b>X</b>	Londoño y Aldana, (2012) Zúñiga (2007) Porras (201) Cuesta (2007)
<i>¿Cómo cambia el concepto de función en el transcurso de la aplicación de las EAM?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>		
<b>Operaciones Mentales En Las EAM</b>				
<i>¿según los estudiantes diferenciación es?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	Pilonieta(2010) Gómez, Cruz, Acosta, Martínez (1998)
<i>¿según los estudiantes representación mental es?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	Pilonieta(2010) Gómez, Cruz, Acosta, Martínez (1998)
<i>¿según los estudiantes inferencia lógica es?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	Pilonieta(2010) Gómez, Cruz, Acosta, Martínez (1998)



<i>¿En qué grado estudiantes cumplen con los logros de mediación de cada operación mental?</i>		<b>X</b>	<b>X</b>	Pilonieta(2010) Gómez, Cruz, Acosta, Martínez (1998)
<b>Factores relacionados directamente al desarrollo del pensamiento</b>				
<i>¿Qué garantías se pueden observar en las EAM para establecer que al desarrollar el pensamiento influye al mejoramiento de los procesos de aprendizaje?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>	<b>X</b>	Pilonieta (2010) Araya (2010) Ruffinelli (2002)
<i>¿consideraciones sobre la manera en que los estudiantes creen que las matemáticas ayudan al proceso de desarrollo del pensamiento?</i>	<b>X</b>	<b>X</b>		

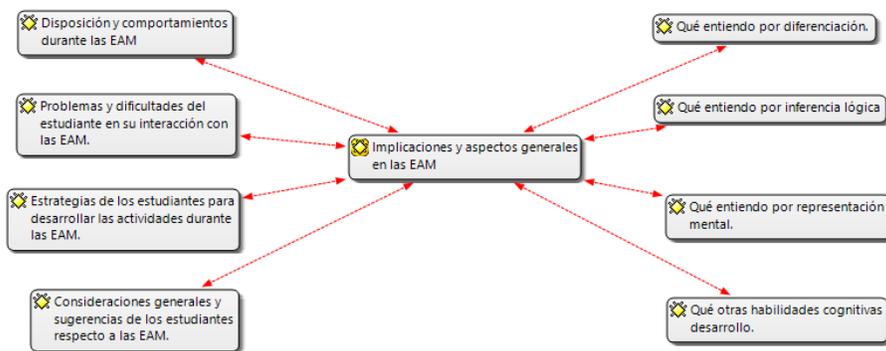
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Cursiva
- Con formato: Interlineado: sencillo
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Negrita, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Negrita
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Negrita, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Negrita
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Negrita, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Cursiva, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Cursiva
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Cursiva
- Con formato: Interlineado: sencillo
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Negrita, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Negrita
- Con formato: Fuente de escritura compleja: Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Negrita, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Negrita
- Con formato: Fuente: (Predeterminada) Times New Roman, 12 pto, Cursiva, Fuente de escritura compleja: Times New Roman, 12 pto, Cursiva

**Anexo 7. Esquema de las categorías sensibilizadoras:  
Anexo 7.1 Aspectos relevantes presentes antes de las EAM**





**Anexo 7.2 Implicaciones y aspectos generales en las EAM**



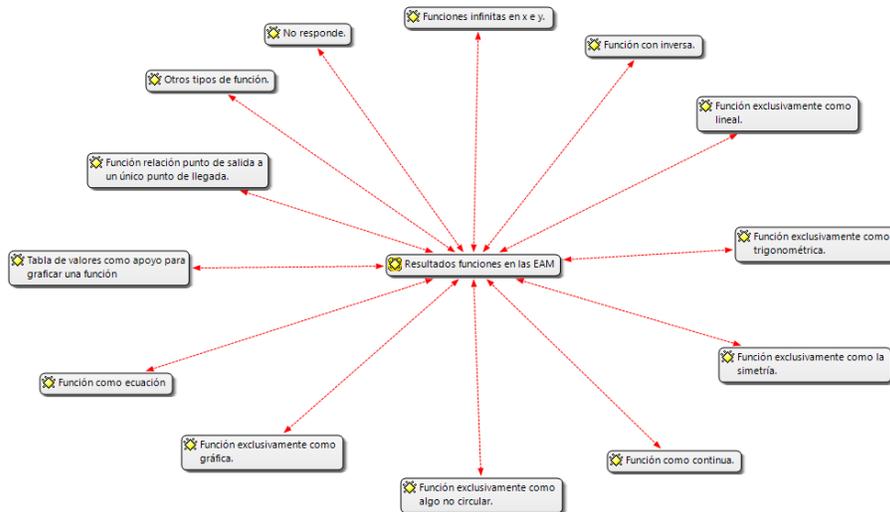
**Anexo 7.3 Factores relacionados directamente al desarrollo del pensamiento**



**Anexo 7.4 Las EAM y las funciones**



**Anexo 7.5 Resultados funciones en las EAM**



**Anexo 7.6 resultados operaciones mentales en las EAM**

