



Generación de masas de neutrinos de Dirac y Majorana por Mecanismo Seesaw tipo II

Kimy Johanna Agudelo Jaramillo

Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Instituto de Física
Medellín, Colombia
2020

Generación de masas de neutrinos de Dirac y Majorana por Mecanismo Seesaw tipo II

Kimy Johanna Agudelo Jaramillo

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Física

Director:
Ph.D. Diego Alejandro Restrepo Quintero

Línea de Investigación:
Física de altas energías y Partículas

Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Instituto de Física
Medellín, Colombia
2020

Resumen

Desde que los neutrinos fueron propuestos por Pauli, su masa ha sido un tema de intensa investigación experimental y teórica. Estos fueron postulados como partículas sin masa debido a la no existencia de neutrinos de mano derecha. Ahora ya probada la existencia de la masa de los neutrinos, nos vemos motivados a investigar los distintos modos por los cuales está se puede generar.

En este trabajo, se realiza un estudio de la generación de masas de neutrinos a partir del Mecanismo Seesaw tipo II para neutrinos de Dirac y Majorana. Estos mecanismos no solo explican la masa del neutrino si no también su pequeño valor en comparación con los quarks y leptones cargados. El primer mecanismo desarrollado consiste en la expansión del sector escalar mediante la introducción de un triplete, esto trae como consecuencia la existencia de bosones de Higgs (neutros, cargados y doblemente cargados), cuyas masas se consideran también muy pesadas. A este mecanismo se le denomina seesaw tipo II para masas de Majorana. La imposición de que las nuevas partículas producto de la expansión del modelo estándar posean masas muy grandes, es que estas actúan como supresores y como consecuencia obtenemos neutrinos ligeros.

Finalmente, se propone un modelo de Dirac seesaw tipo II para obtener las pequeñas masas de neutrinos extendiendo el contenido visible del modelo estándar (SM) con un sector oculto compuesto por un singlete escalar S y tres neutrinos singletes derechos $(\nu_{R_1}, \nu_{R_2}, \nu_{R_3})$. Estos neutrinos singletes derechos se cargan bajo una nueva simetría $U(1)_{B-L}$. Además es necesario añadir un doblete escalar pesado para desempeñar el rol de mensajero entre el sector visible (SM) y el sector oculto.

Palabras claves

Palabras clave: Masa de neutrinos, Campos escalares, Mecanismo See-saw tipo II

Abstract

Since neutrinos were first proposed by Pauli, their mass has been a subject of intense theoretical and experimental research. These were postulated as massless particles due to the non-existence of right-hand neutrinos. Now that the existence of the mass of neutrinos has been proven, we are motivated to investigate the different ways in which it can be generated.

In this work, a study of the generation of neutrino masses from the Seesaw Type II Mechanism for neutrinos of Dirac and Majorana is carried out. These mechanisms not only explain the mass of the neutrino but also its small value compared to charged quarks and leptons. The first mechanism developed in this report consists of the expansion of the scalar sector by means of the introduction of a triplet, this results in the existence of Higgs bosons (neutral, charged and doubly charged), whose masses are also considered very heavy. This mechanism is called seesaw type II for Majorana masses. The imposition that the new particles as a result of the expansion of the standard model have very large masses, is that they act as suppressors and as a consequence we obtain light neutrinos.

Finally, a Dirac seesaw type II model is proposed to obtain the small masses of neutrinos by extending the visible content of the standard model (SM) with a hidden sector consisting of a scalar singlet S and three neutrinos right singlets $(\nu_{R_1}, \nu_{R_2}, \nu_{R_3})$. These right singlet neutrinos are charged under a new symmetry $U(1)_B - L$. In addition, it is necessary to add two heavy scalar doublets to play the role of messenger between the visible sector (SM) and the invisible sector (neutrinos singlets and singlet).

Keywords

Neutrino mass, Scalar fields, Seesaw type mechanism II

Índice general

Índice	I
Agradecimientos	1
1. Introducción	1
2. Teoría Lagrangiana	4
2.1. Principio variacional y teoría de campos	4
2.1.1. Teorema de Noether	6
2.2. Simetrías y rupturas de simetría	7
2.2.1. Simetrías globales	7
3. El Neutrino en el Modelo Estándar Minimal	9
3.1. El Modelo Estándar Electrodébil	9
3.2. Fenomenología de masas de neutrinos: neutrinos de Weyl, Majorana y Dirac	10
3.3. El sector escalar	11
3.3.1. Rompimiento Espontáneo de la Simetría (R.E.S)	12
3.3.2. Mecanismo de Higgs	12
3.3.3. Condiciones para masas de Fermiones	13
4. Mecanismo See-saw	15
4.0.1. Modelo con el Triplete de Higgs	15
4.1. Mecanismo Seesaw tipo II- Masas de Majorana	17
4.1.1. Lagrangiano de Higgs	17
4.1.2. Lagrangiano de Yukawa	23
4.2. Mecanismo Seesaw tipo II- Masas de Dirac	27
4.2.1. Simetrías $U(1)_{B-L}$	28
4.2.2. Construcción del Modelo	30
4.2.3. Representación de Interacciones	31
4.2.4. Lagrangiano de Yukawa	37
4.2.5. Lagrangiano de Higgs	38
4.3. Conclusiones	47
A. valores esperados de vacío para v_S	51
B. valores esperados de vacío para v_ϕ	54

Agradecimientos

A mis padres, Jorge Agudelo y Maria Eulalia Jaramillo

No solamente les doy gracias por apoyarme en mi proceso de crecimiento personal y profesional, sino también quiero agradecerles por su compañía, el apoyo más incondicional que he conocido, el amor más limpio y puro, la extensión natural de mi cuerpo, mi verdadera herencia, mi gran tesoro, el consuelo perfecto proviene de ustedes; los amo.

A mi hermano, Mario Agudelo Jaramillo

“ Amar no es, en un principio, nada que pueda significar absorberse en otro ser, ni entregarse y unirse a él... Amar es más bien una oportunidad, un motivo sublime, que se ofrece a cada individuo para madurar y llegar a ser algo en sí mismo; para volverse mundo, todo un mundo, por amor a otro. Es una gran exigencia, un reto, una demanda ambiciosa, que se le presenta y le requiere; algo que le elige y le llama para cumplir con un amplio y trascendental cometido.” Cartas a un joven poeta (Rainer Maria Rilke). Infinitas gracias.

Al profesor Diego Alejandro Restrepo Quintero

“Profe”, gracias por su paciencia, por la excelente atención, por su humanidad, calidad y sencillez; por acompañarme durante la finalización de mi primer proyecto profesional, por su apoyo y verdadero respaldo durante todo el proceso por medio del cual se consiguió el desarrollo de estas cortas líneas. Es usted un ejemplo a seguir para mi por su sencillez y por su admirable trabajo como científico.

A mis compañeros

Agradezco a las personas con quienes conviví por largo tiempo, por haberme permitido aprender fuera y dentro de la Universidad y por convertir el espacio académico en mi se-

gundo hogar. Con especial afecto agradezco a Daniel Sucerquia , Maryi Carvajal, Daniela Lopera, Arley Flórez, Valentina Franco, Mario Cadavid (“El Pollo”), Daniel Montenegro, Julio Restrepo y Lina.

A mis amigos

Gracias por ver en mí lo que yo nunca he logrado ver y por recordarme que cuento con su apoyo. Gracias a María José Domínguez, Elizabeth Jiménez, Katerine Chancí, Catalina Montoya, , Melissa Gil, Julián Calle, Diego Olmos, José Luis Londoño y Leidy Sánchez; a ustedes y mis compañeros:

“Tal vez -pensó- no existen los buenos y los malos amigos; tal vez sólo hay amigos, gente que nos apoya cuando sufrimos y que nos ayuda a no sentirnos tan solos. Tal vez siempre vale la pena sentir miedo por ellos, y esperanzas, y vivir por ellos. Tal vez también valga la pena morir por ellos, si así debe ser. No hay buenos amigos ni malos amigos, sólo personas con las que uno quiere estar, necesita estar; gente que ha construido su casa en nuestro corazón.”
It (Stephen King).

A la Universidad de Antioquia

Gracias por abrir un espacio de aprendizaje. Gracias por haberme acogido y por haberme transformado.

A todos, gracias por aguantarme, por tolerarme, por consolarme, por entenderme, por mostrarme el lado bueno de las cosas, por creer en mí y compartir su tiempo.

Capítulo 1

Introducción

La historia de los neutrinos se remonta al año 1896, cuando Henri Becquerel, Pierre y Marie Curie descubrieron las radiaciones provenientes del uranio y radio. En 1899, Ernest Rutherford descubrió las radiaciones alfa y beta, un año más tarde Paul U. Villard descubrió la radiación gamma. Pocos años después, las radiaciones alfa, beta y gamma fueron identificados como núcleos de helio, electrones y fotones respectivamente.

En el año 1914, James Chadwick demostró que el espectro beta es continuo, lo que implica la violación del principio de conservación de la energía^[1]. Dicho descubrimiento fue confirmado por Ellis y Woostee en 1927. En ese entonces, la radiación beta se asumía como la emisión de un solo tipo de partícula (el electrón), por lo tanto, esta debía tener una energía bien definida. Lise Meitner experimentalmente, descubrió que la falta de energía no podía atribuirse a los rayos gamma neutros. Wolfgang Pauli en 1929 postula la existencia de una partícula neutra para sostener el principio de conservación de la energía en el decaimiento beta y la cual Enrico Fermi nombró neutrinos, de espín $\frac{1}{2}$ y con una masa muy por debajo a la del electrón e incluso con la posibilidad de que fuera nula.

En 1934 Fermi formula una teoría que describe el proceso del decaimiento beta^[3]. Los neutrinos y antineutrinos de tipo electrónico se producen en desintegración β^\pm nuclear, a partir de la siguiente interacción: $n = p + e^- + \bar{\nu}_R$.

Por medio de la reacción de un material rico en protones en 1956, F. Reins y C. Cowan confirmaron la existencia del neutrino, en la cuál se producían neutrones y positrones debida

a la emisión de neutrinos electrónicos provenientes de un reactor nuclear.^[1] En el experimento Super Kamiokande se detectan neutrinos mediante dispersión elástica de electrones por neutrinos a partir del efecto Cherenkov. Se determinó la existencia de tres variedades de neutrinos, neutrino electrónico ν_e , muónico ν_μ y tauónico ν_τ , cada neutrino asociado a una familia de leptones cargados.

Ahora se tiene la evidencia de que los neutrinos interactúan muy débilmente a través de la interacción débil, la cual está descrita en el Modelo Estándar (SM). Aunque el Modelo Estándar (SM) ha sido exitoso en la predicción de muchos parámetros experimentales, engloba un conjunto de aspectos, en su mayoría teóricos a los que no responde de manera satisfactoria. Uno de los problemas más interesantes del SM es la ausencia de masa de los neutrinos, lo cual se contradice con la evidencia experimental. Se ha establecido que los neutrinos tienen masa pequeña, pero distinta de cero, por lo tanto se genera la primera prueba experimental de una nueva física más allá del Modelo Estándar.

Este descubrimiento ha revolucionado enormemente la actividad teórica intentando descubrir la naturaleza de esta nueva física. Por lo que se requiere de modelos más allá del SM; como modelos en que se extiende la estructura de simetría del SM a grupos más grandes, por ejemplo en el caso de modelos de unificación y modelos con la misma estructura de grupo del SM, que extienden su contenido de partículas en su sector fermiónico, o escalar.^[5]

Otro interrogante concerniente a los neutrinos masivos es su naturaleza. ¿Los neutrinos son partículas de Dirac o de Majorana?. Los neutrinos pueden ser partículas Dirac, cómo lo son todos los fermiones cargados. Sin embargo existe la posibilidad de que los neutrinos sean sus propias antipartículas ya que estos no poseen carga eléctrica.

Una alternativa interesante para introducir la masa de los neutrinos al SM son los llamados mecanismos Seesaw, con lo cuál se podría explicar de forma natural el pequeño valor que toman las masas de los neutrinos. Dichos mecanismos se presentan en tres formas diferenciadas^[2]: Tipo I, Tipo II y Tipo III. Cada forma incluye extensiones del Modelo Es-

táandar con una nueva escala de energías más allá de la electrodébil y que dan cuenta de la masa del neutrino.

Capítulo 2

Teoría Lagrangiana

La Teoría Cuántica de Campos (TCC) es el marco teórico utilizado en la descripción cuántica de campos relativistas. Dicha teoría surgió de acoplar la mecánica cuántica con la relatividad especial en un marco consistente. Las teorías cuánticas de campos se describen más convenientemente en el formalismo Lagrangiano. De hecho, los Lagrangianos que describen las partículas elementales y sus interacciones puede ser construidos a partir de principios de simetría.^[5]

A continuación, se hacen presentes los métodos variacionales para obtener la variación de la acción debida a transformaciones de los campos ψ_i . Con el resultado de está variación se obtiene la ecuación de Euler-Lagrange para luego pasar al Teorema de Noether.

2.1. Principio variacional y teoría de campos

Consideremos un conjunto de n campos reales $\psi_i(x)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Un campo es un conjunto de números en cada punto en el espacio-tiempo. La descripción del lagrangiano real viene dada por:

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}(\psi_i(x), \partial_\mu \psi_i(x)) \tag{2.1}$$

El lagrangiano no debería depender explícitamente de las coordenadas espacio-temporales.

Para el estudio de las teorías del campo relativista resulta conveniente utilizar el formalismo del lagrangiano, debido a que es un escalar de Lorentz (además del hecho que estamos interesados en campos fundamentales), mientras que el hamiltoniano representa la energía de los campos y se transforma como la componente temporal de la energía-momento de cuatro vectores.

Se quiere describir éste sistema por una acción, la cual va estar escrita como una integral temporal del lagrangiano. Entonces finalmente podemos escribir la acción en la forma

$$\mathcal{A}(\Omega) \equiv \int_{\Omega} dx^4 \mathcal{L}(\psi_i(x), \partial_{\mu}\psi_i(x)) \quad (2.2)$$

donde, dx^4 representa el elemento de volumen espacio-temporal, Ω es una región arbitraria del espacio-tiempo (región en la cual estamos interesados). Según el principio variacional, los campos deben ser tales que la acción sea estacionaria, por lo tanto:

$$\delta_v \mathcal{A}(\Omega) = 0 \quad (2.3)$$

Para variaciones infinitesimales de los campos que se desvanecen en la hipersuperficie S que rodea la región espacio-temporal Ω . Estas variaciones son del tipo

$$\begin{aligned} \psi_i(x) &\rightarrow \psi_i(x) + \delta_v \psi_i(x) \\ \partial_{\mu}\psi_i(x) &\rightarrow \partial_{\mu}\psi_i(x) + \partial_{\mu}\delta_v \psi_i(x) \end{aligned} \quad (2.4)$$

La variación de la acción bajo la transformación en (2.4) viene dada por:

$$\delta_v \mathcal{A}(\Omega) = \int_{\Omega} dx^4 \sum_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_i} \delta_v \psi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu}\psi_i)} \delta_v (\partial_{\mu}\psi_i) \right] \quad (2.5)$$

Después de desarrollar y utilizar el Teorema de Gauss se obtiene,

$$\delta_v \mathcal{A}(\Omega) = \int_{\Omega} dx^4 \sum_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_i} - \partial_{\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_i)} \right] \delta_v \psi_i = 0 \quad (2.6)$$

Dado que las variaciones $\delta_v \psi_i(x)$ son arbitrarias e independientes para diferentes n , los campos $\psi_i(x)$ deben satisfacer la *Ecuación de Euler-Lagrange*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_i} - \partial_{\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_{\mu} \psi_i)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.7)$$

Está claro que el carácter escalar del lagrangiano es crucial para garantizar la covarianza de Lorentz de las ecuaciones de campo en la ecuación (2.7)

2.1.1. Teorema de Noether

Asociado con cada simetría de un sistema hay una cantidad conservada. Por lo tanto, si conocemos algunas cantidades conservadas de un sistema, podemos trabajar hacia atrás para encontrar las simetrías del sistema y, a partir de ahí, adivinar la forma de un adecuado Lagrangiano. El resultado que relaciona las simetrías con las cantidades conservadas se conoce como teorema de Noether.

Campos complejos

Sí los campos ψ_i son complejos, cada campo tiene dos grados de libertad que pueden ser representados por una parte real y una parte imaginaria, ψ_i y ψ_i^* (o ψ_i^{\dagger} en el caso de campos cuantizados) respectivamente.

2.2. Simetrías y rupturas de simetría

Las simetrías tienen consecuencias importantes en cualquier teoría cuántica de Campos (TCC). Pueden encontrar "masas o energías" de diferentes estados, o dispersión de secciones transversales de diferentes procesos.

2.2.1. Simetrías globales

Según el teorema de Noether, la conservación de la carga es una consecuencia de la invariancia del lagrangiano $\delta\mathcal{L} = 0$ bajo las transformaciones de fase de los campos complejos, dichas transformaciones reciben el nombre de *transformaciones globales*,

$$\boxed{\psi_i(x) \rightarrow e^{i\theta}\psi_i(x)} \quad (2.8)$$

donde, θ es un parámetro arbitrario, Las cargas conservadas más conocidas son la carga eléctrica y los números bariónicos y leptónicos.

La transformación global (donde, *global* nos indica que el parámetro θ no depende del espacio-tiempo) en la ecuación (2.8) implica una variación común de las fases de todos los n campos $\psi_i(x)$. Tal transformación pertenece al grupo abeliano $U(1)$ de transformaciones de fase continua.

Simetrías globales del modelo

El modelo estándar electrodébil está basado en una *simetría local* con el grupo gauge $SU(2) \otimes U(1)$. Evidentemente esto implica la misma simetría global. Pero además, el modelo estándar también tiene algunas otras simetrías globales.

Una de ellas, es la simetría del número bariónico, la cual está definida de la siguiente manera:

$$q \rightarrow e^{-iB\theta}q \quad (2.9)$$

Donde, q son todos los campos quark y \mathcal{B} es el *número bariónico* de los quark, generalmente se toma como $\mathcal{B} = \frac{1}{3}$. Para los antiquarks se tiene el siguiente valor, $\mathcal{B} = -\frac{1}{3}$.

Se asume que todas las otras partículas tienen un número bariónico igual a cero. Lo cual implica que no transforman bajo la operación de simetría mostrada en la ecuación (2.9). Se puede verificar además que ninguna interacción del modelo estándar cambia un quark en un leptón, de ahí esta simetría.

En el sector leptónico también hay simetrías de este tipo. Por ejemplo, considere

$$l \rightarrow e^{-i\mathcal{L}\theta} l \tag{2.10}$$

donde, l es cualquier leptón cargado negativamente o su correspondiente neutrino y \mathcal{L} se conoce como el *número leptónico*, además se toma como -1 para los leptones y $+1$ para las antipartículas.

Se asume que todas las otras partículas tienen un número leptónico igual a cero.

Estas simetrías tienen un carácter muy diferente que las simetrías gauge:

1. Estas son simetrías globales, opuesto a la simetría gauge las cuales son locales.
2. Estas simetrías no son impuestas en el modelo. Desarrollando la teoría con la simetría gauge y con el contenido específico de fermiones, se encontraron estas simetrías adicionales. Las cuales reciben el nombre de *simetrías accidentales*.

Capítulo 3

El Neutrino en el Modelo Estándar Minimal

El modelo estándar de física de partículas es una teoría cuántica de campos relativista que describe la estructura fundamental de la materia y el vacío, las partículas en éste modelo son consideradas como elementos irreducibles cuyo movimiento en el espacio-tiempo (cinemática) se encuentra regida por tres de las cuatro fuerzas fundamentales, la fuerza fuerte, fuerza débil y electromagnética (Se excluye la gravedad, ya que la relatividad general no se acopla con los modelos cuánticos).

3.1. El Modelo Estándar Electro débil

Es una teoría gauge basada en el grupo de simetrías $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ locales la cual describe las interacciones fuertes, débiles y electromagnéticas mediante el intercambio de los correspondientes campos de espín 1 (bosones de gauge): 8 gluones sin masa y 1 fotón sin masa para las interacciones fuertes y electromagnéticas, respectivamente, y 3 bosones masivos (W^\pm, Z) para la interacción débil.

El Modelo Estándar Electro débil (MEE), que corresponde al sector $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ el cual describe el espectro físico de partículas una vez se ha implementado la Ruptura Espontánea de la Simetría (R.E.S) $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$, donde a $U(1)_Q \rightarrow$ se le

asocia la interacción electromagnética, mediada por los fotones carentes de masa. En esta descripción se hace necesaria la presencia de un doblete con cuatro campos escalares, los cuales permitirán la adquisición de masas de los fermiones y bosones de gauge, teniendo una teoría de gauge con masa y renormalizable. Después de la ruptura espontánea de la simetría, tres de los campos del doblete aparecen como partículas no físicas (bosones de Goldstone), mientras que el otro adquiere masa (con valor no determinado por el modelo), apareciendo en el espectro como una partícula física conocida como bosón de Higgs.

3.2. Fenomenología de masas de neutrinos: neutrinos de Weyl, Majorana y Dirac

Un fermión (o un neutrino sin masa) puede ser descrito mediante un campo espinor de Weyl de dos componentes (siendo está la forma mínima para introducir un fermión), componente quiral izquierda ψ_L y la respectiva componente quiral derecha ψ_R ; es decir que siempre es posible dividir un campo espinor de la siguiente manera:

$$\psi = \psi_R + \psi_L \tag{3.1}$$

Siendo ψ_R y ψ_L las autofunciones de la matriz γ^5 con autovalores $+1$ y -1 respectivamente:

$$\gamma^5 \psi_R = +\psi_R \tag{3.2}$$

$$\gamma^5 \psi_L = -\psi_L \tag{3.3}$$

Donde los espinores de Weyl viene dados por:

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \psi = P_R \psi \tag{3.4}$$

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi = P_L \psi \tag{3.5}$$

donde, γ^5 corresponde a la matriz de quiralidad, P_L y P_R a las matrices de proyección de quiralidad respectivamente.

También podemos definir la hipercarga Y , requiriendo que se cumpla la relación de Gell-Mann Nishijima para la carga eléctrica:

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y \quad (3.6)$$

donde, Q es la carga eléctrica, T_3 es la tercera componente de isospín y para que dicha relación sea satisfecha es necesario definir

$$Y_L = -1; Y_R = -2 \quad (3.7)$$

Cuando introducimos un fermión con una sola helicidad, es decir fermión izquierdo o derecho, la teoría cuántica de campos se descompensa, esto debido a que se rompe la simetría gauge de la teoría a un loop, generando anomalías en el modelo.

Sin embargo cuando se introducen fermiones con las dos helicidades (derecha e izquierda) se cancelan las anomalías entre sí, implicado la invarianza del modelo, el cual queda completamente simétrico a un loop y a cualquier otro orden en teoría de perturbaciones.

3.3. El sector escalar

Debido a que el modelo debe contener al MEM, se debe respetar el Rompimiento Espontáneo de la Simetría (R.E.S). Por lo que, se debe implementar un sector escalar adecuado que permita el correcto rompimiento de los generadores primero al MEM y luego a la QED. Además, en las extensiones mas allá del modelo estándar mínimo se debe asegurar que el sector escalar genere masas pesadas a las partículas extras asociadas a nueva física y masas mas livianas a la escala electrodébil del espectro fenomenológico observado a bajas energías y descrito por el modelo estándar minimal.

3.3.1. Rompimiento Espontáneo de la Simetría (R.E.S)

Cuando se tienen modelos que describen interacciones entre partículas, (ya sea un modelo clásico o uno cuántico), surge el problema de la autointeracción, es decir, la interacción del campo producido por una partícula sobre sí misma. Al tratar de solucionar dicho problema, las ecuaciones llevan a resultados divergentes, donde la intensidad de la interacción se hace infinita. Sin embargo, esos infinitos pueden ser eliminados o anulados con la introducción de otros infinitos implementados de forma sistemática a través del mecanismo de renormalización.

Por lo tanto, una condición importante en cualquier modelo de partículas elementales que describa interacciones, es que pueda renormalizarse^[7]. Dicho requerimiento de renormalización debe mantenerse a todos los órdenes de corrección si se aplica teoría de perturbaciones en el modelo. Otra condición para mantener la renormalización, es evitar la introducción directa de términos de masa en el lagrangiano (términos de la forma $m\psi\bar{\psi}$ para fermiones), los cuales además dañan la invarianza gauge de la teoría. Sin embargo hay una forma indirecta de introducir ese tipo de términos, los cuales son necesarios en el modelo, ya que es evidente que la mayoría de partículas son masivas. El procedimiento es un mecanismo que rompe la simetría del vacío (no del lagrangiano) preservando aun los efectos de la invarianza, y que se implementa de tal forma que la renormalización se mantenga^[8].

3.3.2. Mecanismo de Higgs

Consiste en introducir un campo escalar Φ que interactúa con los Bosones de Gauge y Fermiones, cuyo estado de mínima energía (estado de vacío) puede presentar dos casos de simetría:

Antes del Rompimiento Espontáneo de la Simetría: El vacío tiene la misma invarianza de Gauge que el Lagrangiano y todas las partículas aparecen sin masa.

Después del Rompimiento Espontáneo de la Simetría: El vacío se degenera y los fermiones y algunos bosones de Gauge adquieren valores de masa que se ajustan de acuerdo con los datos experimentales.

De esta manera surge una relación entre la obtención de masa de una partícula y el rompimiento espontáneo de alguna simetría.

En el rompimiento de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow^{\Phi} U(1)_Q$ el vacío deja de ser invariante bajo los tres generadores: \hat{T}_1, \hat{T}_2 y una combinación ortogonal $\hat{Q} = \hat{T}_3 + \hat{Y}$. Esto puede expresarse de la siguiente manera,

$$[T_{1,2}^{SU(2)}, \langle \Phi \rangle_0] \neq 0 \quad (3.8)$$

$$[T_3^{SU(2)} - \hat{Y}, \langle \Phi \rangle_0] \neq 0 \quad (3.9)$$

$$[\hat{Q}, \langle \Phi \rangle_0] = 0 \quad (3.10)$$

donde, \hat{T} está dado por los generadores de un grupo especial unitario $SU(2)_L$, \hat{Q} corresponde al generador de carga eléctrica y $\langle \Phi \rangle_0$ corresponde al valor esperado en el vacío del campo.

De las ecuaciones (3.8) y (3.9) se obtienen 3 generadores rotos, por lo tanto hay 3 Bosones de Gauge que adquieren masa. De la ecuación (3.10) queda un bosón de Gauge sin masa (Fotón), el cual se considera como un generador no roto.

3.3.3. Condiciones para masas de Fermiones

El mecanismo Higgs no implementa directamente las masas de los fermiones. Para dotar de masa a estas partículas se introducen términos de interacción entre fermiones ψ y campos escalares ϕ . A este tipo de interacción se le denomina **interacción de Yukawa**. Los términos

de interacción de Yukawa que son invariantes Lorentz, hermíticos, renormalizables y que guardan simetría bajo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Y pueden ser expresados de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}\psi\Phi + \bar{\psi}(\psi)^c\Phi + \bar{\psi}^c(\psi)\Phi^\dagger + \bar{\psi}^c(\psi)^c\Phi^\dagger = \\ & \bar{L}L^c\Phi + \bar{L}(\psi_R)\Phi + \bar{\psi}_R(\psi_R)^c\Phi + \overline{(\psi_R)^c}(L)^c\Phi + \text{h.c} \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde h.c son los hermíticos conjugados.

Los términos de Yukawa deben garantizar la invarianza $SU(2)_L$, los cuales deben formar singletes, siguiendo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} & \bar{L}^i\psi_R\Phi : 2^* \otimes 1 \otimes n \rightarrow \boxed{n = 2} \\ & \bar{L}^i(L^j)^c\Phi : 2^* \otimes 2^* \otimes n \rightarrow \boxed{n = 2 \otimes 2} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} & \bar{\psi}_R(\psi_R)^c\Phi : 1 \otimes 1 \otimes n \rightarrow \boxed{n = 1} \\ & \overline{(L^i)^C}\psi_R\Phi : 2 \otimes 1 \otimes n \rightarrow \boxed{n = 2^*} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Es muy importante tener en cuenta que las representaciones que se elijan para las soluciones dadas en la ecuación (3.13) deben garantizar las siguientes condiciones:

1. El valor esperado en el vacío, $\langle\Phi\rangle_0$ debe ser invariante bajo los tres generadores. Es decir, debe cumplir con (3.8), (3.9) y (3.10)
2. El número de componentes de Φ debe ser ajustable al número de Bosones de Goldstone.
3. El valor esperado en el vacío, $\langle\Phi\rangle_0$ cuando se reemplaza en los términos de Yukawa debe conllevar al número correcto de fermiones, los cuales adquieren masa, esto de acuerdo a la transición que se realiza en el rompimiento espontáneo de la simetría (R.E.S).

Capítulo 4

Mecanismo See-saw

Los mecanismos Seesaw proporcionan una explicación natural e interesante a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados.

Por lo tanto, permiten entender la diferencia de las masas de los neutrinos observadas (orden de eV) con los fermiones cargados como lo son los quarks y leptones cargados, los cuales tienen masas ordenes de magnitud mayores, siendo éste un aspecto importante para la física más allá del Modelo Estándar.

El primer mecanismo desarrollado consiste en la expansión del sector escalar mediante la introducción de un triplete, esto trae como consecuencia la existencia de bosones de Higgs (neutros, cargados y doblemente cargados), cuyas masas se consideran también muy pesadas. A este mecanismo se le denomina seesaw tipo II para masas de Majorana. La imposición de que las nuevas partículas producto de la expansión del modelo estándar posean masas muy grandes, es que estas actúan como supresores y como consecuencia obtenemos neutrinos ligeros.

4.0.1. Modelo con el Triplete de Higgs

Uno de los mecanismos para generar masas de neutrinos consiste en expandir el sector escalar mediante la introducción de un triplete de Higgs. Este modelo proporciona masas de Majorana para los neutrinos sin necesidad de postular neutrinos derechos vía la interacción de Yukawa. El Lagrangiano de Yukawa con el triplete de Higgs toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n,m=1}^3 Y^{nm} \bar{L}^{ni} \tau \cdot \Delta' (L^{mj})^c + \text{h.c} \quad (4.1)$$

El modelo incorpora nuevas partículas en el Modelo Estándar: un bosón de Higgs doblemente cargado Δ^{++} , un bosón simplemente cargados, Δ^+ y un bosón de Higgs neutro Δ^0 .

A continuación se muestra el espectro del Modelo con las correspondientes partículas:

1. Fermiones:

Cuando se añade un doblete de Higgs al Modelo Estándar se permite que algunos fermiones y bosones electrodébiles adquieran masa, sin embargo esto no permite que los neutrinos adquieran masa, por lo tanto se hace necesario que se añada el triplete de Higgs.

▪ Fermiones izquierdos:

$$L_1 = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}; \quad L_2 = \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}; \quad L_3 = \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} : (\mathbf{2}, -1/2) \quad (4.2)$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}; \quad Q_2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}; \quad Q_3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} : (\mathbf{2}, 1/6) \quad (4.3)$$

▪ Fermiones derechos:

$$e_R^{(n)} = e_R, \mu_R, \tau_R : (\mathbf{1}, -1) \quad (4.4)$$

$$Q_R^{(n)} = u_R, c_R, t_R, d_R, s_R, b_R : (\mathbf{1}, Y_q) \quad (4.5)$$

2. Bosones Escalares:

Mediante la interacción de Yukawa se permite que los neutrinos adquieran masa; a continuación se muestra el espectro para los Bosones escalares, donde se muestra el doblete y triplete de Higgs respectivamente.

▪ Doblete:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\phi + iI_\phi) \end{pmatrix} : (\mathbf{2}, -1/2); \langle \phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\phi \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

▪ Triplete:

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^+ \\ \Delta^0 \end{pmatrix} : (\mathbf{3}, -1) \quad (4.7)$$

3. Bosones Vectoriales:

$$W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu \quad (4.8)$$

4.1. Mecanismo Seesaw tipo II- Masas de Majorana

El mecanismo Seesaw tipo II para masas de Majorana es una extensión del Modelo Estándar electrodébil en el que solamente el sector escalar es aumentado con un triplete de Higgs.

El siguiente paso es describir la dinámica de tales partículas teniendo en cuenta las contribuciones dadas por el triplete de Higgs.

4.1.1. Lagrangiano de Higgs

El Lagrangiano de Higgs toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \frac{1}{2} (D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta) - V(\Phi, \Delta) \quad (4.9)$$

donde $V(\Phi, \Delta)$ proporciona las interacciones de los bosones Φ y Δ . Se debe tener en cuenta que en este trabajo se considera el caso de representaciones de dobletes y tripletes.

Es muy importante tener presente que la derivada covariante permite escribir el acople de los bosones de gauge con los escalares ϕ y Δ .

Teniendo en cuenta que el potencial de Higgs puede ser escrito de la siguiente manera:

$$V(\Phi, \Delta) = \mu_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi + M_\Delta^2 \Delta^\dagger \Delta + \frac{1}{2} \lambda_\Phi (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{1}{2} \lambda_\Delta (\Delta^\dagger \Delta)^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} (\Phi^\dagger \Phi) (\Delta^\dagger \Delta) + \rho \Phi^\dagger \Delta^\dagger \Phi + \text{h.c} \quad (4.10)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (4.7) y la definición del doblete escalar de Higgs podemos desarrollar el potencial como sigue:

$$V(\Phi, \Delta) = \mu_\Phi^2 \Phi^\dagger \Phi + M_\Delta^2 \Delta^\dagger \Delta + \frac{1}{2} \lambda_\Phi (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{1}{2} \lambda_\Delta (\Delta^\dagger \Delta)^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} (\Phi^\dagger \Phi) (\Delta^\dagger \Delta) + \rho ((\Delta^0)^* \phi^0 \phi^0 + \sqrt{2} \Delta^- \phi^+ \phi^0 + \Delta^{--} \phi^+ \phi^+) + \text{h.c} \quad (4.11)$$

Ahora, considerando el signo del factor μ_Φ^2 , tenemos los siguientes casos:

- Si $\mu_\Phi^2 < 0$: El valor del potencial toma infinitos valores degenerados, es decir que el valor esperado del campo en el vacío es diferente de cero; por lo tanto se obtiene lo siguiente:

$$\Phi = \langle \Phi \rangle_0 + \hat{\Phi}$$

- $\langle \Phi \rangle_0 \rightarrow$ Da cuenta del estado mínimo de energía de Φ

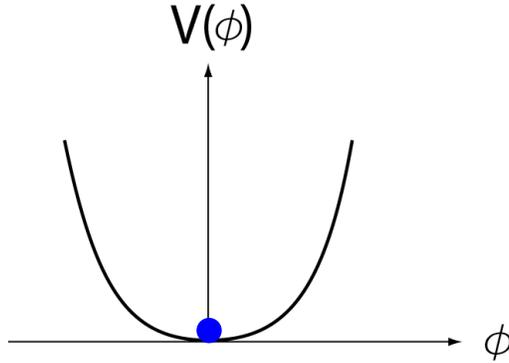


Figura 4.1:
Forma del potencial para $\mu_{\hat{\Phi}}^2 > 0$

- $\hat{\Phi} \rightarrow$ Partículas en estados excitados. ($\langle \hat{\Phi} \rangle_0 = 0$)
- Si $\mu_{\hat{\Phi}}^2 > 0$: El valor del potencial es cero, en teoría cuántica de campos es un valor esperado del campo en el vacío nulo, el cual es simétrico bajo el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_X$ y se expresa de la siguiente manera:

$$\langle \phi \rangle_0 = \langle \Delta \rangle_0 = 0$$

De esta manera, se puede expresar el potencial en términos de campos con el valor esperado en el vacío igual a cero (vacío de partículas), es decir que los campos pueden ser escritos como:

$$\Phi = \hat{\Phi} + \langle \hat{\Phi} \rangle_0 = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + H + i\zeta) \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Con un valor esperado de vacío

$$\langle \hat{\Phi} \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\phi \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

y para el triplete escalar:

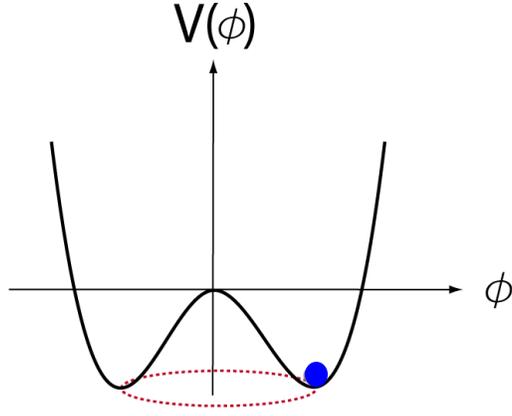


Figura 4.2:
Forma del potencial para $\mu_{\Phi}^2 < 0$

$$\Delta = \hat{\Delta} + \langle \hat{\Delta} \rangle_0 = \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^+ \\ v_{\Delta} + \Delta^0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Con un respectivo valor esperado de vacío dado por:

$$\langle \hat{\Delta} \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_{\Delta} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Donde, se ha tenido en cuenta que el escalar neutro se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\Delta^0}^2 + iI_{\Delta^0}^2)$$

Con su respectiva componente Δ^{0*} :

$$\Delta^{0*} = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_{\Delta^0}^2 - iI_{\Delta^0}^2)$$

Para hallar los valores que toman los coeficientes μ_{Φ}^2 y M_{Δ}^2 en los potenciales $V(\Phi, \Delta)$, del triplete añadido y del doblete escalar de Higgs del modelo estándar se aplica la condición del mínimo:

$$\frac{\partial \langle V(\Phi, \Delta) \rangle}{\partial v_{\Delta}} = \frac{\partial \langle V(\Phi, \Delta) \rangle}{\partial v_{\phi}} = 0 \quad (4.16)$$

Como se puede observar, se analiza el potencial como una función del escalar VEVs (Valor esperado de vacío). Con $v_{\phi} \equiv \langle \Phi \rangle$, $v_{\Delta} \equiv \langle \Delta \rangle$. Por lo tanto, podemos reescribir el potencial mostrado en la ecuación (4.11) en términos de los VEVs

$$\langle V(\Phi, \Delta) \rangle \subseteq \mu_{\Phi}^2 v_{\phi}^2 + M_{\Delta}^2 v_{\Delta}^2 + \lambda_{\Phi} \frac{v_{\phi}^4}{2} + \lambda_{\Delta} \frac{v_{\Delta}^4}{2} + \lambda_{\Phi-\Delta} v_{\Delta}^2 v_{\phi}^2 + \rho(v_{\Delta} v_{\phi}^2) + \text{h.c} \quad (4.17)$$

Esto implica directamente que:

- $v_{\phi}^2 \equiv \langle \Phi^{\dagger} \Phi \rangle$
- $v_{\Delta}^2 \equiv \langle \Delta^{\dagger} \Delta \rangle$

Por lo tanto, aplicando las condiciones del mínimo llegamos a:

$$\frac{\partial \langle V(\Phi, \Delta) \rangle}{\partial v_{\phi}} = 2\mu_{\Phi}^2 v_{\phi} + 2\lambda_{\Phi} v_{\phi}^3 + 2\lambda_{\Phi-\Delta} v_{\phi} v_{\Delta}^2 + 2\rho v_{\phi} v_{\Delta} = 0 \quad (4.18)$$

$$v_{\phi}(\mu_{\Phi}^2 + \lambda_{\Phi} v_{\phi}^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} v_{\Delta}^2 + \rho v_{\Delta}) = 0 \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \langle V(\Phi, \Delta) \rangle}{\partial v_\Delta} = 2M_\Delta^2 v_\Delta + 2\lambda_\Delta v_\Delta^3 + 2v_\Delta \lambda_{\Phi-\Delta} v_\Phi^2 + \rho v_\Phi^2 = 0 \quad (4.20)$$

$$v_\Delta (M_\Delta^2 + \lambda_\Delta v_\Delta^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} v_\Phi^2) + \frac{1}{2} \rho v_\Phi^2 = 0 \quad (4.21)$$

De las condiciones (4.19) y (4.21) se obtiene directamente las dos soluciones para los parámetros μ_Δ^2 y M_Φ^2 con $v_\phi \neq 0$:

$$\begin{aligned} \mu_\Phi^2 &= \lambda_\Phi v_\phi^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} v_\Delta^2 + \rho v_\Delta \\ M_\Delta^2 &= -(\lambda_\Delta v_\Delta^2 + \lambda_{\Phi-\Delta} v_\Phi^2) - \frac{\rho v_\Phi^2}{v_\Delta} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Donde se ha asumido que $M_\Delta^2 > 0$, $\mu_\Phi^2 < 0$ y $\lambda_\Delta, \lambda_\Phi, \lambda_{\Phi-\Delta} > 0$.

Por lo tanto,

$$M_\Delta^2 \gg v_\Phi^2 \quad (4.23)$$

Además teniendo en cuenta que:

$$v_\Phi \gg v_\Delta \quad (4.24)$$

Reemplazando la relación (4.24) y teniendo en cuenta que $M_\Delta^2 > 0$ en las ecuaciones (4.22) se obtiene:

$$\mu_\Phi^2 \approx \lambda_\Phi v_\Phi^2 \quad (4.25)$$

Teniendo en cuenta la relación (4.23) en la ecuación (4.21) tenemos:

$$v_{\Delta} M_{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \rho v_{\Phi}^2 = 0 \quad (4.26)$$

Por lo tanto, el valor esperado de vacío del triplete escalar pesado de Higgs se puede expresar como:

$$v_{\Delta} = -\frac{\rho v_{\Phi}^2}{M_{\Delta}^2} \quad (4.27)$$

4.1.2. Lagrangiano de Yukawa

Describe el acoplamiento entre el campo de Higgs y los fermiones. Por medio de una ruptura espontánea de la simetría, los fermiones adquieren una masa proporcional al valor esperado en el vacío del campo de Higgs.

Según la ecuación (3.12) el lagrangiano de Yukawa tiene términos bilineales, donde no se toma en consideración la tercera ecuación de (3.12), debido a que se descarta la forma de singlete, así el lagrangiano más general tiene la siguiente muy forma:

$$\mathcal{L}_Y = \sum_{n,m=1}^3 [h^{nm} \bar{L}^{ni} (\psi_R^m) \phi^i + \frac{1}{\sqrt{2}} Y^{nm} \bar{L}^{ni} (L^{mj})^c \Delta^{ij}] + h.c \quad (4.28)$$

Donde,

- Y^{nm} y $h^{nm} \rightarrow$ constantes de acoplamiento.

Luego, del Lagrangiano expresado en la ecuación (4.28) se obtiene que:

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{n,m=1}^3 Y^{nm} \bar{L}^{ni} (L^{mj})^c \Delta^{ij} + h.c \quad (4.29)$$

Considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón. Observamos que como consecuencia de la introducción del triplete escalar, es decir del triplete del bosón de Higgs los neutrinos adquieren masa, lo cual puede ser expresado como:

$$\mathcal{L}_{l-l}^{\Delta} = \frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} [Y^{11} \bar{\nu}_{e_L} (\nu_{e_L})^c + 2Y^{12} \bar{\nu}_{e_L} (\nu_{\mu_L})^c + 2Y^{13} \bar{\nu}_{e_L} (\nu_{\tau_L})^c + Y^{22} \bar{\nu}_{\mu_L} (\nu_{\mu_L})^c + 2Y^{23} \bar{\nu}_{\mu_L} (\nu_{\tau_L})^c + Y^{33} \bar{\nu}_{\tau_L} (\nu_{\tau_L})^c] \quad (4.30)$$

En este caso sólo se considera el acoplamiento ente leptones y no se tiene en cuenta los términos de interacción leptón-leptón- Δ .

De la ecuación (4.30) se genera la siguiente estructura general del lagrangiano de masa para los neutrinos

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{\nu} = \frac{v_{\Delta}}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{e_L} \quad \bar{\nu}_{\mu_L} \quad \bar{\nu}_{\tau_L}) \begin{pmatrix} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} \\ Y^{21} & Y^{22} & Y^{23} \\ Y^{31} & Y^{32} & Y^{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_{e_L})^c \\ (\nu_{\mu_L})^c \\ (\nu_{\tau_L})^c \end{pmatrix}$$

Observamos consecuentemente que como consecuencia de la introducción del triplete escalar, los neutrinos adquieren masa, es decir el lagrangiano anterior puede ser expresado como:

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^{\nu} = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_{e_L} \quad \bar{\nu}_{\mu_L} \quad \bar{\nu}_{\tau_L}) M_{mn} \begin{pmatrix} (\nu_{e_L})^c \\ (\nu_{\mu_L})^c \\ (\nu_{\tau_L})^c \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Donde, la matriz de masa M_{mn} está definida de la siguiente manera:

$$M_{mn} = \sqrt{2} v_{\Delta} Y^{mn}$$

Las masas de los neutrinos que hemos obtenido con este mecanismo es proporcional al valor esperado de vacío del triplete escalar pesado de Higgs v_{Δ} , en forma similar a co-

mo se generan las masas de los quarks y leptones cargados. Sin embargo, es conocido que las masas de los neutrinos son mucho más pequeñas que la de los quarks y leptones cargados.

$$M_{mn} = \sqrt{2}v_{\Delta} \begin{pmatrix} Y^{11} & Y^{12} & Y^{13} \\ Y^{21} & Y^{22} & Y^{23} \\ Y^{31} & Y^{32} & Y^{33} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

- $v_{\Delta} \rightarrow$ toma valores muy pequeños en comparación con el valor esperado de vacío del doblete escalar v_{ϕ} debido a que la masas del triplete de Higgs es grande

$$v_{\Delta} \ll v_{\phi}$$

Teniendo en cuenta que el valor esperado de vacío del triplete escalar de Higgs añadido puede expresarse como

$$v_{\Delta} = -\frac{\rho v_{\phi}^2}{M_{\Delta}^2} \quad (4.33)$$

De está manera, podemos escribir la ecuación (4.32) de la siguiente manera:

$$M_{mn} = -\frac{\sqrt{2}\rho v_{\phi}^2 Y^{mn}}{M_{\Delta}^2} \quad (4.34)$$

Introduciendo un valor de masa grande para el término de M_{Δ}^2 se obtiene un valor liviano para las masas de los neutrinos M_{mn} ; por lo tanto se concluye que el **mecanismo Seesaw tipo II** genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados.

Pasamos a los estados de masa mediante la diagonalización de la matriz M_{mn} , esto bajo la ecuación:

$$UM_\nu U^\dagger = M_{mn} \quad (4.35)$$

- $U \rightarrow$ matriz de Pontecorvo-Maki-NakagawaSakata. La cual viene descrita de la siguiente manera:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

- s_{ij} y $c_{ij} \rightarrow \sin \theta_{ij}$ y $\cos \theta_{ij}$ respectivamente.
- $\delta \rightarrow$ son ángulos de mezcla y la fase de Dirac que en principio se pueden caracterizar en experimentos de oscilación de neutrinos.
- φ_1 y φ_2 fases adicionales por la naturaleza de Majorana de los neutrinos.

Obteniendo finalmente que:

$$M_\nu = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

Donde m_1, m_2 y m_3 son las masas físicas para los tres neutrinos.

De las ecuaciones (4.32) y (4.35) se obtiene la relación que acopla las constantes de Yukawa y los parámetros medidos en experimentos de oscilación de neutrinos.

$$Y^{nm} = \frac{UM_\nu U^T}{\sqrt{2}v_\Delta} \quad (4.38)$$

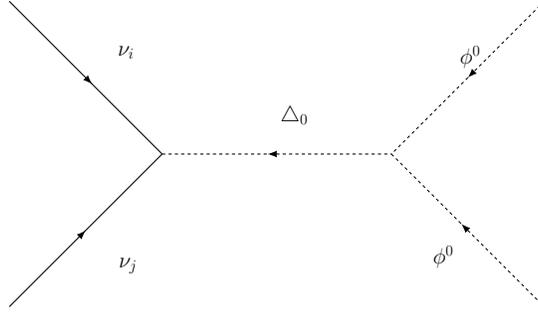


Figura 4.3: *Mecanismo Seesaw tipo II: Interacción de los campos mediante el intercambio de campo escalar.*

En este mecanismo la interacción de campos intercambiando un triplete escalar de Higgs (ver figura 4.3) genera un vértice efectivo, por lo que la constante de acoplamiento efectiva se expresa como:

$$\kappa_{\Delta} = \frac{\rho Y^{nm}}{M_{\Delta}^2} \quad (4.39)$$

Por lo tanto, se puede concluir que a bajas energías se pueden obtener los mecanismos Seesaw tipo I y II mediante operadores efectivos, por lo que no nos permite diferenciar un mecanismo de otro en estas energías.

4.2. Mecanismo Seesaw tipo II- Masas de Dirac

Se propone un modelo de Dirac seesaw tipo II para obtener las pequeñas masas de neutrinos extendiendo el contenido visible del modelo estándar (SM) con un sector oculto compuesto por un singlete escalar S y tres neutrinos singletes derechos ($\nu_{R_1}, \nu_{R_2}, \nu_{R_3}$). Estos neutrinos singletes derechos se cargan bajo una nueva simetría $U(1)_{B-L}$. Además es necesario añadir un doblete escalar pesado para desempeñar el rol de mensajero entre el sector visible (SM) y el sector oculto.

4.2.1. Simetrías $U(1)_{B-L}$

Al extender el contenido visible del modelo estándar con un sector oculto, el cual se prescribe mediante una simetría gauge abeliana local $U(1)_{B-L}$ automáticamente aparecen anomalías en el modelo. Esto implica que las anomalías en las simetrías gauge matan a toda la física por completo: ¡hacen que la teoría sea matemáticamente inconsistente!. Esto se debe a que cuando introducimos un fermión de una sola helicidad (derecha o izquierda) la teoría cuántica de campos se descompensa. Si deseamos construir una teoría consistente, entonces debemos asegurarnos de que todas las anomalías desaparezcan.

El modelo estándar (SM) de quarks y leptones está libre de anomalías gauge. En nuestro caso la simetría gauge local añadida al SM consiste en tres neutrinos singletes derechos ($\nu_{R_1}, \nu_{R_2}, \nu_{R_3}$) y un singlete escalar S , las condiciones para la ausencia de anomalías de gauge imponen restricciones no triviales.

Cancelación de anomalías

Las soluciones a las condiciones de cancelación de anomalías nos permiten escribir las cargas $B - L$ de los campos del modelo estándar de la siguiente manera⁶:

$$X(r, l) = rR - lY \tag{4.40}$$

Donde, R es el generador de $U(1)_R$, Y es la hipercarga, l es la carga X del doblete leptónico, en nuestro caso se considera, $X = B - L$ y r parametriza la contribución a las anomalías gravitacionales.

Al SM se le está añadiendo una simetría nueva abeliana local, que tiene carga nueva

$B - L$. Por lo que todo lo que satisface la hipercarga Y para la simetría $U(1)_Y$ lo debe satisfacer esta nueva carga. Cuando se introduce una simetría arbitraria con carga nueva $B - L$ se debe garantizar que los fermiones de Weyl nuevos que se añadan cumplan las siguientes relaciones⁶:

$$\sum_{\alpha=1}^N n'_{\alpha} = -3 \quad (4.41)$$

$$\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^3 = -3 \quad (4.42)$$

Las ecuaciones (4.41) y (4.42) hacen referencia a la suma de las cargas nuevas de los fermiones de Weyl izquierdos añadidos. Donde, N número de fermiones añadidos.

La cancelación de anomalías implica que se deben agregar al menos tres neutrinos derechos al contenido mínimo de representación del modelo estándar electrodébil. Sin embargo, surgen dos tipos de modelos:

1. Cada uno de los tres neutrinos derechos tienen un número total de leptones

$$\sum_{\alpha=1}^N U(1)_{B-L}^3 = -3 \quad (4.43)$$

2. En este trabajo se considera uno de los casos más simples para las tres familias. Consideremos que $\nu_{R_i} \approx n_i$ bajo $U(1)_{B-L}$. Entonces $n_{1,2,3} = (-4, -4, +5)$. Podemos verificar que:

$$\sum_{\alpha=1}^N n'_{\alpha} = (-4) + (-4) + (+5) = -3 \quad (4.44)$$

Además se cumple,

$$\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^3 = (-4)^3 + (-4)^3 + (+5)^3 = -3 \quad (4.45)$$

4.2.2. Construcción del Modelo

:

Considerando una extensión del modelo estándar (SM) basada en la siguiente simetría gauge:

$$\begin{aligned}
 & SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{Y'} \otimes U(1)_{B-L} \\
 & \quad \downarrow \langle S \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \\
 & \quad \downarrow \langle \phi \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes U(1)_{\text{em}}
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

Donde, Y' es elegido en orden para obtener la hipercarga Y del Modelo Estándar. $\langle S \rangle$ corresponde al valor esperado de vacío del singlete S , el cual rompe la simetría $U(1)_{Y'} \otimes U(1)_{B-L}$ y $\langle \phi \rangle$ el valor esperado de vacío del doblete de Higgs, el cual como es sabido rompe espontáneamente la simetría del modelo estándar electrodébil.

El contenido de campo del modelo $SU(2)_L \otimes U(1)_{Y'} \otimes U(1)_{B-L}$ que proponemos en este trabajo se determina en la Tabla 4.1. Donde L representa un doblete de leptones izquierdos, ϕ el doblete de Higgs, ν_R los neutrinos singlete derechos, S el singlete de Higgs y η el doblete escalar pesado. Debido a que las partículas del SM no se encuentran cargadas bajo la nueva simetría añadida $U(1)_{B-L}$, mientras que los neutrinos derechos sí; se prohíbe el acoplamiento de Yukawa de los dobletes leptónicos L y los neutrinos singletes derechos con el doblete de Higgs ligero ϕ . Es decir que, como se representa en la figura (4.4), el sector invisible que contiene al singlete escalar Higgs S y los neutrinos derechos se encuentra oculto del sector visible del SM compuesto por el doblete de Higgs ϕ y un doblete leptónico L . Esto implica que el doblete escalar pesado η no solo se une al grupo gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ sino también

al nuevo, uno los dos sectores.¹

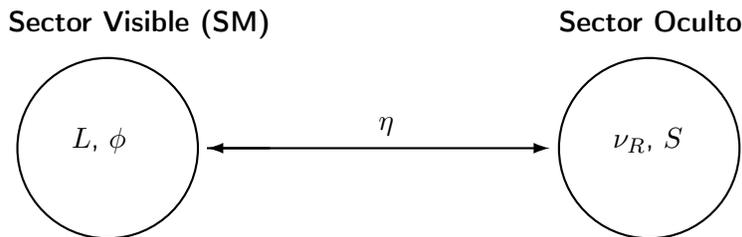


Figura 4.4: El doblete escalar pesado η actúa como mensajero entre los sectores visibles los cuales corresponden al SM y el sector oculto.

4.2.3. Representación de Interacciones

Como los términos en el Lagrangiano respetan todas las cargas conservadas, podemos visualizar los términos de corrientes que fluyen a través¹⁵; en este trabajo se tiene en cuenta el diagrama mostrado en la figura (4.5), donde se tienen en cuenta dos vértices, (a) y (b).

El doblete leptónico L está dotado con una hipercarga correspondiente a $-\frac{1}{2}$. El flujo de hipercarga puede ser visualizado en la figura (4.6). Donde la línea punteada representa a las partículas escalares mientras que la línea continua a los fermiones.

Por lo tanto, escribiendo las ecuaciones para dicho vértice, donde las cargas que entran al vértice azul se deben igualar a las que salen se obtiene que:

Ecuaciones para $U(1)_Y$:

- Vértice (b):

$$\begin{aligned}
 L + \eta &= \nu_R \\
 -\frac{1}{2} + \eta &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.47}$$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{2}}$$

De esta manera, se obtiene que el doblete escalar pesado η tiene una hipercarga correspondiente a $\frac{1}{2}$.

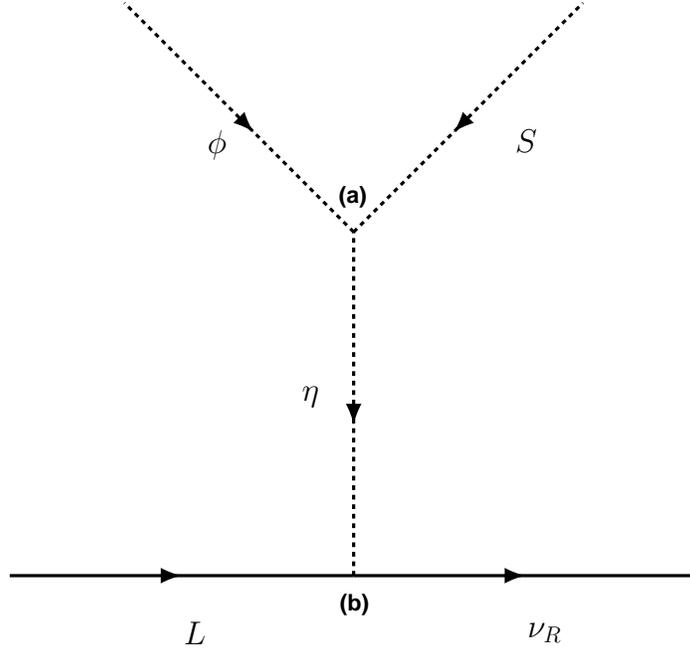


Figura 4.5: *Mecanismo Seesaw tipo II: Interacción de los campos mediante el intercambio de campo escalar.*

Escribiendo el término del lagrangiano con el doblete escalar pesado η , el doblete leptónico L y el neutrino singlete derecho como:

$$\mathcal{L}_{Y_{(b)}} = y(\nu_R)^* L \cdot \eta \quad (4.48)$$

Luego, considerando que el singlete escalar de Higgs puede ser expresado de la siguiente manera:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + R_S + iI_S) : (\mathbf{1}, 0) \quad (4.49)$$

Tenemos entonces que el singlete escalar de Higgs S está dotado con una hipercarga correspondiente a 0. El flujo de hipercarga puede ser visualizado en la figura (4.6). Donde la línea punteada representa a las partículas escalares.

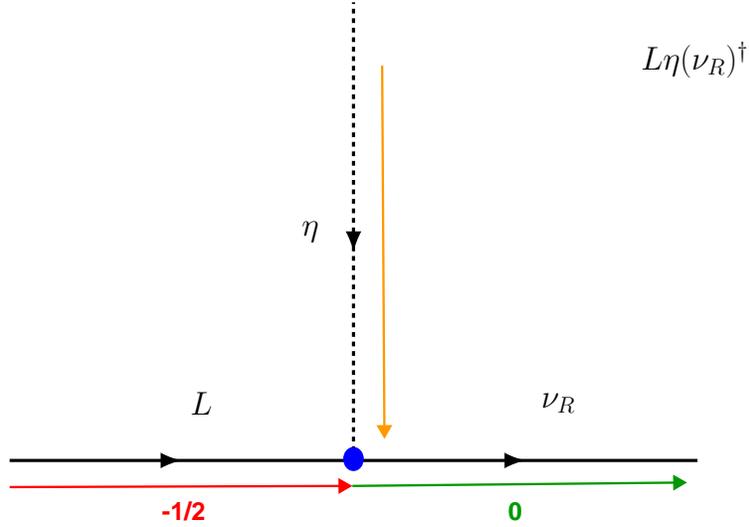


Figura 4.6: *Flujo de hipercarga en el vértice (b):* Al vértice azul entra un doblete leptónico con hipercarga $-\frac{1}{2}$ y sale un neutrino singlete con hipercarga igual a 0, Por lo tanto se concluye que al vértice debe entrar un doblete escalar pesado η con hipercarga igual a $\frac{1}{2}$.

Escribiendo las ecuaciones para dicho vértice, donde las cargas que entran al vértice rojo se deben igualar a las que salen se obtiene que:

- Vértice (a):

$$\begin{aligned}
 \phi + S &= \eta \\
 \phi + 0 &= \frac{1}{2} \\
 \boxed{\phi = \frac{1}{2}}
 \end{aligned}
 \tag{4.50}$$

De esta manera, se obtiene que el doblete escalar de Higgs ϕ tiene una hipercarga correspondiente a $\frac{1}{2}$.

Escribiendo el término del lagrangiano con el doblete escalar de Higgs ϕ , el doblete escalar pesado η y el singlete escalar S como:

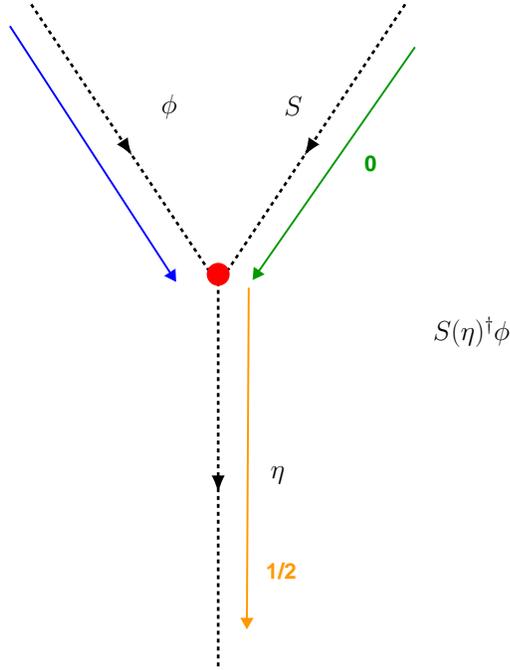


Figura 4.7: Flujo de hipercarga en el vértice (a): Al vértice rojo entra un singlete escalar de Higgs con hipercarga 0 y sale un doblete escalar pesado con hipercarga igual a $\frac{1}{2}$. Por lo tanto, se concluye que entra doblete escalar de Higgs con hipercarga igual a $\frac{1}{2}$.

$$\mathcal{L}_{Y(a)} = \rho S(\eta)^\dagger \phi \quad (4.51)$$

Análogamente, para la nueva carga ($B - L$) se considera el número leptónico como la carga nueva, es decir que el número leptónico se vuelve una carga muy importante en este modelo, esto se debe a que paso de ser una simetría global a una local; por lo tanto, sabiendo que la carga leptónica del doblete leptónico es tomada como -1 y en nuestro modelo se introduce $(\nu_R)_i^\dagger = +4$ donde $i = 1, 2$, y $(\nu_R)_3^\dagger = -5$, además en el vértice azul, el flujo de carga que sale debe ser igual al flujo de carga que entra, por lo tanto se obtienen las siguientes ecuaciones:

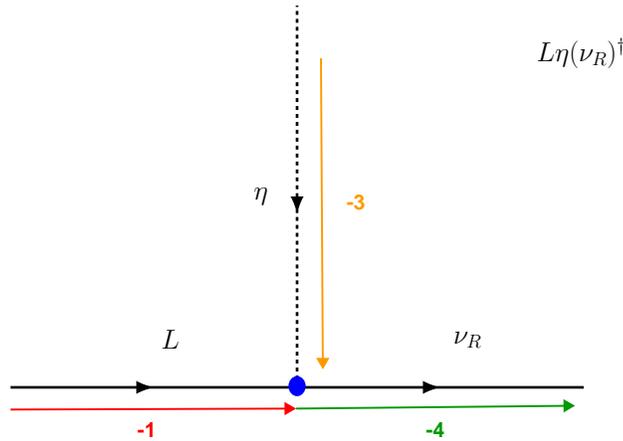


Figura 4.8: *Flujo de carga leptónica en el vértice (b):* Al vértice azul entra un doblete leptónico con carga leptónica igual a -1 y sale un neutrino singlete con carga leptónica de -4 , Por lo tanto se concluye que al vértice debe entrar un doblete escalar pesado η con carga de número leptónico igual a -3 . $(-1$

Ecuaciones para $U(1)_{B-L}$:

- Vértice (b):

$$\begin{aligned}
 L + \eta &= \nu_R \\
 -1 + \eta &= -(\nu_R)^\dagger \\
 \eta &= -4 + 1 \\
 \boxed{\eta = -3}
 \end{aligned}
 \tag{4.52}$$

Por lo tanto, se concluye que el doblete escalar pesado está dotado con una carga del número leptónico $B - L$, correspondiente a -3 . El flujo de carga del número leptónico puede ser visualizado en la figura (4.8). Donde la línea punteada representa a las partículas escalares mientras que la línea continua a los fermiones.

Finalmente, teniendo en cuenta que la carga del número leptónico para el doblete escalar de Higgs es 0 y con el resultado obtenido en la ecuación (4.52) se puede obtener el valor de

la carga del número leptónico para el singlete escalar de Higgs. El flujo de carga del número leptónico para el vértice (a) ó vértice rojo, puede ser visualizado en la figura (4.9)

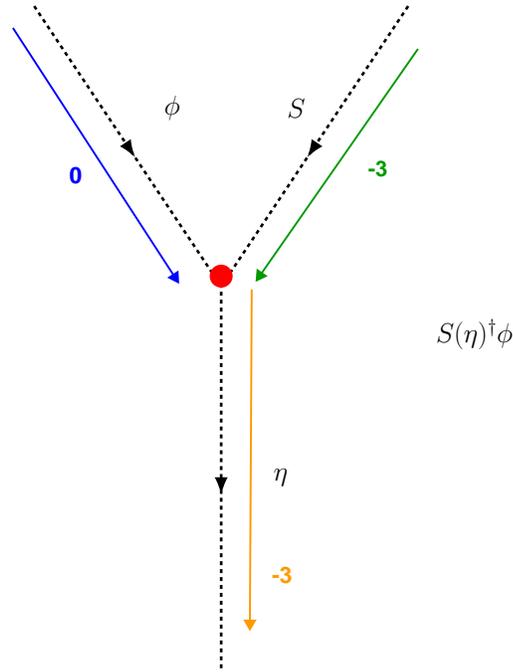


Figura 4.9: *Flujo de carga leptónica en el vértice (a):* Al vértice rojo entra un singlete escalar de Higgs con carga leptónica -3 y un doblete escalar de Higgs con una carga leptónica correspondiente a 0 , por lo tanto, sale un doblete escalar pesado con carga leptónica igual a -3 .

- Vértice (a):

$$\begin{aligned}
 \phi + S &= \eta \\
 0 + S &= -3 \\
 \boxed{S} &= \boxed{-3}
 \end{aligned}
 \tag{4.53}$$

Se concluye que el singlete escalar de Higgs se dota de una carga de número leptónico correspondiente a -3 .

Finalmente, podemos completar el contenido de campo del modelo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_{B-L}$ con las operaciones realizadas en las ecuaciones anteriores. El cual se muestra en la Tabla (4.1).

Modelo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_{B-L}$			
Campos	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U(1)_{B-L}$
$(\nu_R)_i^\dagger$	1	0	+4
$(\nu_R)_3^\dagger$	1	0	-5
$L^{(n)}$	2	-1/2	-1
η	1	1/2	-3
S	2	0	-3
ϕ	2	1/2	0

Cuadro 4.1: El contenido de campo relacionado con la generación de las masas de neutrinos de Dirac, donde $i = 1, 2$ y n representa el índice de familia. Las demás partículas del modelo estándar son singletes bajo $U(1)_{B-L}$

4.2.4. Lagrangiano de Yukawa

Describe el acoplamiento entre los campos escalares de la teoría y los fermiones. En nuestro caso, el acoplamiento involucra un doblete escalar pesado η , el doblete de Higgs, tipo SM ϕ y el escalar singlete S . Por medio de una ruptura espontánea de la simetría, los fermiones adquieren una masa proporcional al valor esperado en el vacío del campo de Higgs.

Considerando los términos del lagrangiano descritas en las ecuaciones (4.48) y (4.51), teniendo en cuenta además el diagrama a nivel árbol que representa la interacción

$$\mathcal{L}_Y \supset - \sum_{n,m=1}^3 y_{nm} (\nu_{nR})^\dagger (L_m) \cdot \eta + \rho S \eta^\dagger \phi + \text{h.c} \quad (4.54)$$

donde,

$$A \cdot B = \epsilon_{ab} A^a B^b = \tilde{A}^\dagger B \quad (4.55)$$

Por lo tanto, podemos escribir el lagrangiano de la ecuación (4.54) como:

$$\mathcal{L}_Y \supset - \sum_{n,m=1}^3 y_{nm} (\nu_{nR})^\dagger \tilde{\eta}^\dagger L_m + \rho S \eta^\dagger \phi + \text{h.c} \quad (4.56)$$

donde, $y_{mj} \rightarrow$ Acoplamiento de Yukawa.

El diagrama a nivel árbol para la generación de masas de neutrinos en **Mecanismo Seesaw Dirac tipo II** se muestra a continuación

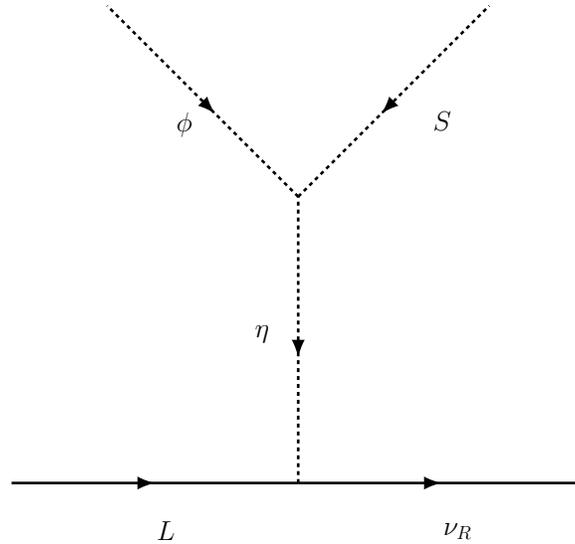


Figura 4.10: *Generación de masa de neutrinos en el mecanismo Seesaw Dirac tipo II.*

4.2.5. Lagrangiano de Higgs

Teniendo en cuenta que la teoría al ser renormalizable, implica que la densidad lagrangiana no posee explícitamente términos de masa para los fermiones, ni para los bosones intermedarios ya que de lo contrario estos romperían explícitamente la simetría y harían a

la teoría no renormalizable.^[6] Por consiguiente, es necesario dotar de masa a las partículas del SM, para lo cual es necesario implementar el mecanismo de ruptura espontánea de la simetría.

El lagrangiano de Higgs con el contenido de campos mostrado anteriormente viene dado por:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + (D_\mu \eta)^\dagger (D^\mu \eta) + (D_\mu S)^\dagger (D^\mu S) - V_H \quad (4.57)$$

La derivada covariante permite escribir el acople de los bosones de gauge con los escalares ϕ , η y S

Por lo tanto, el potencial escalar puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} V_H = V(\phi, S, \eta) \subseteq & \mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \mu_S^2 S^* S + M_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_S (S^* S)^2 + \\ & \lambda_\eta (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_{\phi-S} (\phi^\dagger \phi) (S^* S) + \lambda_{\phi-\eta} (\phi^\dagger \phi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{\eta-S} (S^* S) (\eta^\dagger \eta) + \\ & + \lambda_7 (\phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \phi) + \rho [S \eta^\dagger \phi + h.c] \end{aligned} \quad (4.58)$$

Existen dos posibilidades para los parámetros μ_ϕ^2 y μ_S^2 , que tome valores mayores a cero (rango positivo), o valores menores a cero (valores negativos)

- Si $\mu_i^2 \leq 0$: Para los campos escalares ϕ y S . El potencial toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V(\phi, S, \eta) \subseteq & -\mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi - \mu_S^2 S^* S + M_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_S (S^* S)^2 + \\ & \lambda_\eta (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_{\phi-S} (\phi^\dagger \phi) (S^* S) + \lambda_{\phi-\eta} (\phi^\dagger \phi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{\eta-S} (S^* S) (\eta^\dagger \eta) + \\ & + \lambda_7 (\phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \phi) + \rho [S \eta^\dagger \phi + h.c] \end{aligned} \quad (4.59)$$

Donde se ha considerado que $M_\eta^2 > 0$.

El espectro escalar de los respectivos dobletes pueden ser representados de la siguiente manera:

$$\phi = \hat{\phi} + \langle \hat{\phi} \rangle_0 = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + R_\phi + iI_\phi) \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) \end{pmatrix} \quad (4.61)$$

Además del espectro escalar del singlete,

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + R_S + iI_S) \quad (4.62)$$

Para obtener los valores que toman los coeficientes μ_ϕ^2 y μ_S^2 en el potencial de la ecuación (4.59), es necesario aplicar la condición del mínimo, la cual se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\phi} = \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\eta} = \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_S} = 0 \quad (4.63)$$

Como se puede observar, se analiza el potencial como una función del escalar VEVs (Valor esperado de vacío). Con $v_\phi \equiv \langle \phi \rangle$, $v_\eta \equiv \langle \eta \rangle$, $v_S \equiv \langle S \rangle$. Por lo tanto, podemos reescribir el potencial de la ecuación (4.59):

$$\begin{aligned} V(v_\phi, v_S, v_\eta) \subseteq & -\mu_\phi^2 v_\phi^2 - \mu_S^2 v_S^2 + M_\eta^2 \eta^2 + \lambda_\phi v_\phi^4 + \lambda_S v_S^4 + \lambda_\eta v_\eta^4 + \\ & \lambda_{\phi-S}(v_\phi^2)(v_S^2) + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_\tau](v_\phi^2)(v_\eta^2) + \lambda_{\eta-S}(v_\eta^2)(v_S^2) + \rho[v_S v_\eta v_\phi + h.c] \end{aligned} \quad (4.64)$$

Esto implica directamente que:

- $v_\phi^2 \equiv \langle \phi^\dagger \phi \rangle$
- $v_\eta^2 \equiv \langle \eta^\dagger \eta \rangle$
- $v_S^2 \equiv \langle S^* S \rangle$

Aplicando las condiciones del mínimo llegamos a:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\phi} &= -2\mu_\phi^2 v_\phi + 4\lambda_\phi v_\phi^3 + 2\lambda_{\phi-S} v_\phi v_S^2 + \rho v_S v_\eta + \\ &2[\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] v_\phi (v_\eta^2) = 0 \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\eta} &= -2M_\eta^2 v_\eta + 4\lambda_\eta v_\eta^3 + 2\lambda_{\eta-S} v_\eta v_S^2 + \rho v_S v_\phi + \\ &2[\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] v_\phi^2 (v_\eta) = 0 \end{aligned} \quad (4.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_S} &= -2\mu_S^2 v_S + 4\lambda_S v_S^3 + 2\lambda_{\phi-S} v_S v_\phi^2 + \\ &\rho v_\eta v_\phi + 2\lambda_{\eta-S} v_S v_\eta^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.67)$$

De las condiciones (4.65), (4.66) y (4.67) se obtiene directamente las tres soluciones para los parámetros μ_ϕ^2 , μ_S^2 y M_η^2 :

$$\begin{aligned} \mu_\phi^2 &= 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] (v_\eta^2) + \rho \frac{v_\eta v_S}{2v_\phi} \\ M_\eta^2 &= 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \lambda_{\eta-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] (v_\phi^2) + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \end{aligned} \quad (4.68)$$

$$\mu_S^2 = 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} v_\eta^2 + \rho \frac{v_\eta v_\phi}{2v_S} \quad (4.69)$$

Asumiendo que $M_\eta > 0$, además considerando que la contribución de M^2 es muchísimo mayor a las contribuciones que provienen de los valores esperados de vacío, es decir

$$M_\eta^2 \gg v(\text{VEVs})$$

donde, $v(\text{VEVs}) = v_\phi, v_S$ y v_η .

reemplazando se obtiene:

$$M_\eta^2 \approx 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \quad (4.70)$$

Teniendo en cuenta que el valor esperado de vacío del doblete η pesado es muy pequeño entonces podríamos despreciar términos de segundo orden, por lo tanto se obtiene finalmente:

$$M_\eta^2 \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \quad (4.71)$$

Despejando el valor esperado de vacío del doblete escalar pesado, v_η obtenemos:

$$v_\eta \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \quad (4.72)$$

Reemplazando la ecuación anterior en las soluciones para los parámetros μ_ϕ^2, μ_S^2 y M_η^2 se obtiene el valor esperado de vacío para el singlete escalar de Higgs (el procedimiento minucioso del cálculo puede encontrarse en el **Anexo A.**)

$$v_S^2 = \frac{2\mu_S^2 \lambda_\phi - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_S \lambda_\phi - [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]^2} \quad (4.73)$$

Análogamente, para el valor esperado de vacío del doblete de Higgs, v_ϕ^2 , (el procedimiento minucioso del cálculo puede encontrarse en el **Anexo B.**)

$$v_\phi^2 = \frac{2\mu_\phi^2\lambda_S - \lambda_{\phi-S}\mu_S^2 - \frac{\mu_S^2\rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_\phi\lambda_S - [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]^2} \quad (4.74)$$

Para asegurar que los valores esperados de vacío de ϕ y S no se hagan cero podemos elegir los parámetros μ_ϕ^2 , μ_S^2 , λ_ϕ , λ_S y que α satisfagan las siguientes condiciones,

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \neq 0 \\ 4\lambda_\phi\lambda_S - \alpha^2 > 0 \quad \text{ó} \quad \alpha = 0 \\ \frac{\alpha}{2\lambda_S} < \frac{\mu_\phi^2}{\mu_S^2} < \frac{2\lambda_\phi}{\alpha} \end{array} \right. \quad (4.75)$$

Donde se ha definido el coeficiente α de la siguiente manera:

$$\alpha = [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}] \quad (4.76)$$

Finalmente, teniendo en cuenta el valor esperado de vacío de η , mostrado en la ecuación (4.72) y considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón descritos en la ecuación (4.54) para la generación de las masas de neutrinos de Dirac, podemos considerar lo siguiente:

$$\mathcal{L}_Y \supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{nR})^\dagger(L_m) \cdot \eta + \text{h.c} \quad (4.77)$$

Teniendo en cuenta

$$(L_m) \cdot \eta = \epsilon_{ab}L_m^a\eta^b = (\epsilon_{12}L_m^1\eta^2 + \epsilon_{21}L_m^2\eta^1)$$

con,

$$\epsilon_{ab} = \begin{cases} +1 & \text{si } (a, b) = (1, 2) \\ -1 & \text{si } (a, b) = (2, 1) \\ 0 & \text{si } a = b \end{cases} \quad (4.78)$$

Por lo tanto, podemos expandir para las tres generaciones o sabores de neutrinos de Dirac, sumando sobre las tres familias obtenemos:

$$\mathcal{L}_Y \supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger \epsilon_{ab} L_m^a \eta^b + \text{h.c} \quad (4.79)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger (\epsilon_{12} L_m^1 \eta^2 + \epsilon_{21} L_m^2 \eta^1) + \text{h.c} \\ &\supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger (L_m^1 \eta^2 - L_m^2 \eta^1) + \text{h.c} \end{aligned}$$

Encontramos que el lagrangiano puede ser descrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset -y_{11}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{13}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) \quad (4.80) \\ &\quad -y_{21}(\nu_{R2})^\dagger (\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{22}(\nu_{R2})^\dagger (\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{23}(\nu_{R3})^\dagger (\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) \\ &\quad -y_{31}(\nu_{R3})^\dagger (\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{32}(\nu_{R3})^\dagger (\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{33}(\nu_{R3})^\dagger (\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) + \text{h.c} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la definición del doblete escalar pesado añadido se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -y_{11}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_e (v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L \eta^+) - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_\mu (v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L \eta^+) \quad (4.81) \\ &\quad -y_{13}(\nu_{R1})^\dagger (\nu_\tau (v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L \eta^+) - y_{21}(\nu_{R2})^\dagger (\nu_e (v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L \eta^+) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -y_{22}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_\mu(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L\eta^+) - y_{23}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\tau(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L\eta^+) \\
& -y_{31}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_e(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L\eta^+) - y_{32}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\mu(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L\eta^+) \\
& -y_{33}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\tau(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L\eta^+) \} + \text{h.c}
\end{aligned}$$

Considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón se observa que como consecuencia de la introducción del doblete escalar pesado, los neutrinos adquieren masa

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_Y = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ & -y_{11}(\nu_{eR})^\dagger\nu_{eL}v_\eta - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger\nu_{\mu L}v_\eta \\ & -y_{13}(\nu_{eR})^\dagger\nu_{\tau L}v_\eta - y_{21}(\nu_{\mu R})^\dagger\nu_{eL}v_\eta \\ & -y_{22}(\nu_{\mu R})^\dagger\nu_{\mu L}v_\eta - y_{23}(\nu_{\tau R})^\dagger\nu_{\tau L}v_\eta \\ & -y_{31}(\nu_{\tau R})^\dagger\nu_{eL}v_\eta - y_{32}(\nu_{\tau R})^\dagger\nu_{\mu L}v_\eta \\ & -y_{33}(\nu_{\tau R})^\dagger\nu_{\tau L}v_\eta \} + \text{h.c}
\end{aligned} \tag{4.82}$$

A partir de la ecuación anterior se genera la siguiente estructura general del lagrangiano de masa para los neutrinos

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^\nu = -\frac{v_\eta}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu_{eR}^\dagger & \nu_{\mu R}^\dagger & \nu_{\tau R}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c}$$

Por lo tanto,

$$\mathcal{L}_{\text{masa}}^\nu = (\nu_{eR}^\dagger \quad \nu_{\mu R}^\dagger \quad \nu_{\tau R}^\dagger) M^\nu \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c} \quad (4.83)$$

Se define la matriz de masa de neutrinos de Dirac de la siguiente manera:

$$M_{mn}^\nu = \frac{v_\eta}{\sqrt{2}} y_{mn} \quad (4.84)$$

Reemplazando el valor esperado de vacío del doblete escalar pesado η , podemos concluir que los neutrinos adquieren pequeñas masas de Dirac, la cual puede ser expresada como:

$$M_{mn}^\nu = -y_{mn} \frac{\rho v_\phi v_S}{2\sqrt{2}M_\eta^2} \quad (4.85)$$

Introduciendo un valor de masa grande para el término de M_η^2 en la ecuación (4.85) se obtiene un valor liviano para las masas de los neutrinos M_{mn} ; por lo tanto se concluye que el **mecanismo Seesaw tipo II** genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados.

Pasamos a los estados de masa mediante la diagonalización de la matriz M^ν , suponiendo que los neutrinos transforman de la representación de interacción, es decir la representación de sabor a la representación de las masas, a través de la siguiente transformación biunitaria

$$M_{\text{diag}}^\nu = U^\dagger M^\nu V, \quad (4.86)$$

tal que

$$\begin{pmatrix} \nu_{L1} \\ \nu_{L2} \\ \nu_{L3} \end{pmatrix} = V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{R1} \\ \nu_{R2} \\ \nu_{R3} \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (4.87)$$

de manera que

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{masa}}^\nu &= \begin{pmatrix} \nu_{eR}^\dagger & \nu_{\mu R}^\dagger & \nu_{\tau R}^\dagger \end{pmatrix} UU^\dagger M^\nu VV^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c} \\
&= \begin{pmatrix} \nu_{R1}^\dagger & \nu_{R3}^\dagger & \nu_{R3}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{L1} \\ \nu_{L2} \\ \nu_{L3} \end{pmatrix} + \text{h.c} \\
&= \sum_i m_i \left(\nu_{Ri}^\dagger \nu_{Li} + \nu_{Li}^\dagger \nu_{Ri} \right) \\
&= \sum_i \begin{pmatrix} \nu_{Li}^\dagger & \nu_{Ri}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ \nu_{Ri} \end{pmatrix}, \tag{4.88}
\end{aligned}$$

Pasando a notación de Dirac

$$\nu_i = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ \nu_{Ri} \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4.89}$$

tenemos que

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{masa}}^\nu &= \sum_i m_i \nu_i^\dagger \gamma^0 \nu_i \\
&= m_1 \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_2 \bar{\nu}_2 \nu_2 + m_3 \bar{\nu}_3 \nu_3. \tag{4.90}
\end{aligned}$$

Las masas de los neutrinos que hemos obtenido con el mecanismo Seesaw tipo II es proporcional al valor esperado de vacío del doblete escalar pesado de Higgs v_η

4.3. Conclusiones

La incorporación de un doblete escalar en el Modelo Estándar Electrodebil (MEE) de partículas elementales permite obtener partículas fundamentales con masas. Sin embargo la

presencia de un solo doblete de Higgs no permite la introducción de masas de los neutrinos al modelo. Fundamentada en el fenómeno de oscilación de neutrinos, en el cual se sugiere la existencia de neutrinos masivos, se hace necesario estudiar las condiciones mínimas para obtener un modelo con neutrinos. En particular, los mecanismos Seesaw, a través de la extensión del espectro, no sólo permiten obtener neutrinos masivos, sino además permiten entender porqué su masa es mucho más pequeña comparada con los leptones y quarks cargados. Para la extensión del modelo a partir de mecanismo Seesaw, resulta de gran interés los de tipo II en el cuál se introducen nuevas partículas escalares, en la primera parte del trabajo se añade un triplete escalar pesado de Higgs al modelo, este mecanismo proporciona términos de masa de Majorana para los neutrinos mediante acoplamiento de Yukawa así como la introducción de nuevos bosones escalares neutros, cargados y doblemente cargado, adicional al del doblete de Higgs del MEM.

En la segunda parte del trabajo, se presenta un nuevo marco para la generación de masas de neutrinos de Dirac a partir del mecanismo Seesaw tipo II. Esto se logra realizando una extensión del contenido visible del Modelo Estándar con un sector oculto que tiene una nueva simetría U_{B-L} y está compuesto por tres neutrinos singlete derechos y un singlete escalar de Higgs, S . El doblete escalar pesado η desempeña el papel de mensajero entre los dos sectores. Consecuentemente, señalamos la solución más simple libre de anomalías para los tres neutrinos singlete derechos, en la cual dos de ellos poseen una carga leptónica correspondiente a $B - L = -4$ y el tercero a $B - L = 5$. Los neutrinos adquieren pequeñas masas de Dirac, las cuales son inversamente proporcionales al cuadrado de su masa, M_η^2 . Por lo tanto se concluye que el **mecanismo Seesaw tipo II** genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados.

Bibliografía

- [1] Pei-Hong Gu, and Hong-Jian He, “Neutrino Mass and Baryon Asymmetry from Dirac Seesaw,” (2007) arXiv:0610275v4 [hep-ph]
- [2] R.N. Mohapatra., and Pal. P.B., Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, World Scientific Lecture Notes in Physics (2004).
- [3] Ernest Ma. Pathways to naturally small neutrino masses. Phys. Rev. Lett., 81:1171–1174, 1998.
- [4] Carlo Giunti and Chung W. Kim. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics. 2007.
- [5] Amithaba Lahiri and Palash. Pal. A first Book of Quantum Field Theory 2004.
- [6] Julian Calle, Diego Restrepo and Óscar Zapata, "Dirac neutrino mass generation from Majorana messenger", (2020), arXiv:1909.09574v3 [hep-ph].
- [7] Pulido, Joao, The Solar neutrino problem and the neutrino magnetic moment, Phys. Rep. 211 (1992) 167-199.
- [8] Ch. Ta- Pei and Li. L.G., Gauge Theory of Elementary Particle Physics, Oxford University Press (1984).
- [9] Ernest Ma “Neutrino Masses and Leptogenesis with Heavy Higgs Triplets”, (1998), arXiv:9802445 [hep-ph].
- [10] J. C. Montero and V. Pleitez, Phys. Lett. B 675, 64 (2009) [arXiv:0706.0473 [hep-ph]]
- [11] Ernest Ma and Rahul Srivastava, “Dirac or inverse seesaw neutrino masses from gauged $B - L$ symmetry”, (2015), arXiv:1504.00111 [hep-ph]

- [12] Palash B. Pal, “Dirac, Majorana and Weyl fermions”, Am. J. Phys. 79 (2011) , arXiv:1006.1718 [hep-ph].
- [13] Sudhanwa Patra, Werner Rodejohann, and Carlos E. Yaguna, “A new $B - L$ model without right-handed neutrinos,” JHEP 09, 076 (2016), arXiv:1607.04029 [hep-ph]
- [14] J. C. Montero, and V. Pleitez “Gauging U(1) symmetries and the number of right-handed neutrinos,” (2009), arXiv:0706.0473v4 [hep-ph]
- [15] Restrepo, Diego, El lagrangiano del Modelo Estándar, p. 231-234
- [16] José W. F. Valle and C. A. Vaquera-Araujo, “Dynamical seesaw mechanism for Dirac neutrinos,” Phys. Lett. B755, 363–366 (2016), arXiv:1601.05237 [hep-ph]

Apéndice A

valores esperados de vacío para v_S

El valor esperado de vacío del doblete escalar pesado η viene dado por:

$$v_\eta \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \quad (\text{A.1})$$

teniendo en cuenta las soluciones para los parámetros μ_ϕ^2 y μ_S^2 :

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7](v_\eta^2) + \rho \frac{v_\eta v_S}{2v_\phi} \quad (\text{A.2})$$

$$\mu_S^2 = 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} v_\eta^2 + \rho \frac{v_\eta v_\phi}{2v_S} \quad (\text{A.3})$$

Reemplazando la ecuación (A.1) en la solución obtenida para el parámetro (A.3)

$$\begin{aligned} \mu_S^2 &= 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right)^2 + \rho \frac{v_\phi}{2v_S} \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right) \\ &= 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} \rho^2 \frac{v_\phi^2 v_S^2}{4M_\eta^4} + \rho^2 \frac{v_\phi^2}{4M_\eta^2} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Por lo que:

$$\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) v_\phi^2 = \mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2 \quad (\text{A.5})$$

por lo tanto, se obtiene que:

$$v_\phi^2 = \frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2}\right)} \quad (\text{A.6})$$

reemplazando en la ecuación (A.2) se obtiene

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi \left(\frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2}\right)} \right) + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] \left(\frac{v_\phi^2 v_S^2}{4M_\eta^4} \right) + \rho^2 \frac{v_S^2}{4M_\eta^2} \quad (\text{A.7})$$

Asumiendo que

$$M_\eta^2 \gg v(\text{vevs})$$

$$\mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = 2\lambda_\phi \left(\frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2}\right)} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = \frac{8\lambda_\phi M_\eta^4 (\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2)}{(4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} + \rho^2 \lambda_{\eta-S} v_S^2 + \rho^2 M_\eta^2)} \quad (\text{A.9})$$

$$(4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} + \rho^2 \lambda_{\eta-S} v_S^2 + \rho^2 M_\eta^2) \mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = 8\lambda_\phi M_\eta^4 (\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2)$$

$$(\rho^2 \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 - 4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S}^2 - M_\eta^2 \rho^2 \lambda_{\phi-S} + 16\lambda_S \lambda_\phi M_\eta^4) v_S^2 = 8\lambda_\phi M_\eta^4 \mu_S^2 - \mu_\phi^2 M_\eta^2 \rho^2 - 4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 \quad (\text{A.10})$$

Sacando factor común en ambos lados y organizando se obtiene

$$4M_\eta^4 \left(2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 \right) = 4M_\eta^4 \left(4\lambda_S \lambda_\phi + \frac{\rho^2 \lambda_{\phi-S}}{4M_\eta^4} - \lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^4}{4M_\eta^4} \right) v_S^2 \quad (\text{A.11})$$

A partir de la ecuación anterior se obtiene el valor esperado de vacío para el singlete escalar de Higgs S , donde $v_S \equiv \langle S^* S \rangle$

$$v_S^2 = \frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \quad (\text{A.12})$$

Apéndice B

valores esperados de vacío para v_ϕ

Teniendo en cuenta la solución para el parámetro μ_ϕ^2 mostrado en la ecuación (A.2) y reemplazando el valor esperado de vacío para el doblete escalar pesado η se obtiene:

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right)^2 + \frac{\rho^2 v_S^2}{4M_\eta^2} \quad (\text{B.1})$$

Asumiendo que

$$M_\eta^2 \gg v(\text{vevs})$$

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + \frac{\rho^2 v_S^2}{4M_\eta^2} \quad (\text{B.2})$$

despejando v_ϕ^2 se llega a

$$2\lambda_\phi v_\phi^2 = \mu_\phi^2 - \left(\lambda_{\phi-S} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) v_S^2 \quad (\text{B.3})$$

reemplazando el valor esperado de vacío del singlete escalar de Higgs S , (A.12) en (B.3) obtenemos:

$$2\lambda_\phi v_\phi^2 = \mu_\phi^2 - \left(\lambda_{\phi-S} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) \left(\frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right) \quad (\text{B.4})$$

$$= \mu_\phi^2 - \left[\frac{\lambda_{\phi-S} 4M_\eta^2 + \rho^2}{4M_\eta^2} \right] \left[\frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right]$$

de esta manera,

$$= \frac{1}{4M_\eta^2} \left[\frac{4M_\eta^2 \mu_\phi^2 \left(4\lambda_S \lambda_\phi - \lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S}^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4}{4M_\eta^4} \right) - (\lambda_{\phi-S} 4M_\eta^2 + \rho^2) \left(2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 \right)}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right]$$

por lo tanto, sacando factor común $4M_\eta^2$ y realizando las respectivas simplificaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2 \right) 2\lambda_\phi v_\phi^2 &= 4\mu_\phi^2 \lambda_S \lambda_\phi - \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2\lambda_\phi \mu_S^2 \lambda_{\phi-S} \\ &\quad + \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} + \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^2 \mu_S^2}{2M_\eta^2 \lambda_\phi} + \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2 \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Dividiendo la ecuación anterior por $2\lambda_\phi$ y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2 \right) 2\lambda_\phi v_\phi^2 &= 4\mu_\phi^2 \lambda_S \lambda_\phi - \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2\lambda_\phi \mu_S^2 \lambda_{\phi-S} \\ &\quad + \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} + \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^2 \mu_S^2}{2M_\eta^2 \lambda_\phi} + \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2 \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

por último, despejamos el valor de v_ϕ^2

$$\left(4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2 \right) v_\phi^2 = 2\mu_\phi^2 \lambda_S - \mu_S^2 \lambda_{\phi-S} - \frac{\mu_S^2 \rho^2}{M_\eta^2 \lambda_\phi} \quad (\text{B.7})$$

Finalmente, se obtiene que el valor esperado de vacío del doblete escalar de Higgs toma la siguiente forma:

$$v_\phi^2 = \frac{2\mu_\phi^2\lambda_S - \lambda_{\phi-S}\mu_S^2 - \frac{\mu_S^2\rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_\phi\lambda_S - [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]^2} \quad (\text{B.8})$$