



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Un camino hacia la resignificación del *currículo* de matemáticas, en relación con la
multiplicación y la división

Trabajo presentado para optar al título de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en
Matemáticas

JUAN DAVID BEDOYA TORRES

DANIEL STIVEN ROJAS ZULETA

Asesores:

Gilberto de Jesús Obando Zapata

Norma Lorena Vásquez Lasprilla

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2018

Agradecimientos

Queremos expresar nuestros sinceros agradecimientos:

A nuestros asesores Gilberto de Jesús Obando y Norma Lorena Vásquez por el tiempo, la buena disposición y el constante acompañamiento en los seminarios de las prácticas y de la escritura del presente trabajo.

A la Institución Educativa la Asunción por abrirnos las puertas para realizar el proceso de acompañamiento con los estudiantes y los docentes.

A las docentes Yuli Ramírez Muñoz y María Carlota Arias Giraldo por su apoyo, su comprensión y sus conocimientos pedagógicos que, a partir de sus experiencias educativas, se convirtieron en aprendizajes invaluable para nosotros.

A nuestras familias que creyeron en nosotros y nos apoyaron fraternalmente desde el momento en que iniciamos a recorrer el camino de esta hermosa profesión.

A nuestros amigos más cercanos quienes, durante el proceso en la academia, construyeron diversos conocimientos junto a nosotros.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Resumen

El presente trabajo se fundamenta en el análisis de las prácticas matemáticas institucionales en la Institución Educativa la Asunción. Para ello se realizó un estudio del plan de área de matemáticas, y se realizó la observación y análisis de las prácticas de enseñanza de los docentes de grado tercero. El lente teórico para el análisis se localiza en la mirada curricular de Sacristán (1995) y en la teoría de la actividad (Davidov, 1988; Kozulin, 1998; Daniels, 2003), centrando una especial atención en las estructuras multiplicativas (Ministerio de Educación Nacional, 1998 y 2006; Rico, Castro y Castro, 1995; Obando, Vásquez y Vanegas, 2006; y Botero, 2006). El trabajo se realiza con la intención de posibilitar la resignificación del *currículo* de matemáticas de la institución y de proponer herramientas curriculares (reestructuración de la malla curricular de matemáticas del grado tercero y la sistematización de tareas en fichas) que favorezcan dicha resignificación y, a su vez, las prácticas de aula de los docentes del área.

La metodología empleada para el desarrollo de este trabajo da cuenta de tres ejes. El primero, la lectura crítica del plan de área de matemáticas de la institución, en particular de la malla curricular de grado tercero. El segundo, la observación y el análisis de las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de este grado. Y el tercero, la planificación, la ejecución y el análisis de tareas matemáticas.

La reestructuración de la malla curricular de matemáticas y la sistematización de las tareas, fueron los resultados que dejó el proceso de acompañamiento realizado por los maestros en formación. Estos resultados son herramientas curriculares que permiten fortalecer las prácticas matemáticas institucionales, relacionadas con las estructuras multiplicativas y con los Referentes Básicos de Calidad en Colombia.

Palabras claves: *Currículo*, prácticas matemáticas, teoría de la actividad, estructuras multiplicativas, proporcionalidad directa simple, tareas.

Abstract

The present work is based on the analysis of institutional mathematical practices in the Educational Institution Asunción. To this end, a study of the mathematics area plan was carried out, and the observation and analysis of the teaching practices of third grade teachers was carried out. The theoretical lens for the analysis is located in the curriculum of Sacristán (1995) and in the theory of activity (Davidov, 1988, Kozulin, 1998, Daniels, 2003), focusing specially on multiplicative structures (Ministry of Education National, 1998 and 2006, Rico, Castro and Castro, 1995, Obando, Vásquez and Vanegas, 2006, and Botero, 2006). The work is carried out with the intention of enabling the resignification of the institution's mathematics curriculum and proposing curricular tools (restructuring of the mathematics curriculum of the third grade and the systematization of tasks in cards) that favor that resignification and, at the same time, the classroom practices of teachers in the area.

The methodology used for the development of this work has three axes. The first one, the critical reading of the mathematics area plan of the institution, in particular of the third grade curricular mesh. The second, the observation and analysis of the mathematical practices of teachers and students of that grade. And the third, the planning, execution and analysis of mathematical tasks.

The restructuring of the curricular mesh of mathematics and the systematization of the tasks were the result of the accompaniment process carried out by the teachers in training. These

results offer curricular tools that allow to strengthen the institutional mathematical practices related to multiplicative structures and the Basic Quality Referents in Colombia.

Keywords: Curriculum, mathematical practices, multiplicative structures, simple direct proportionality, activity theory, tasks.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

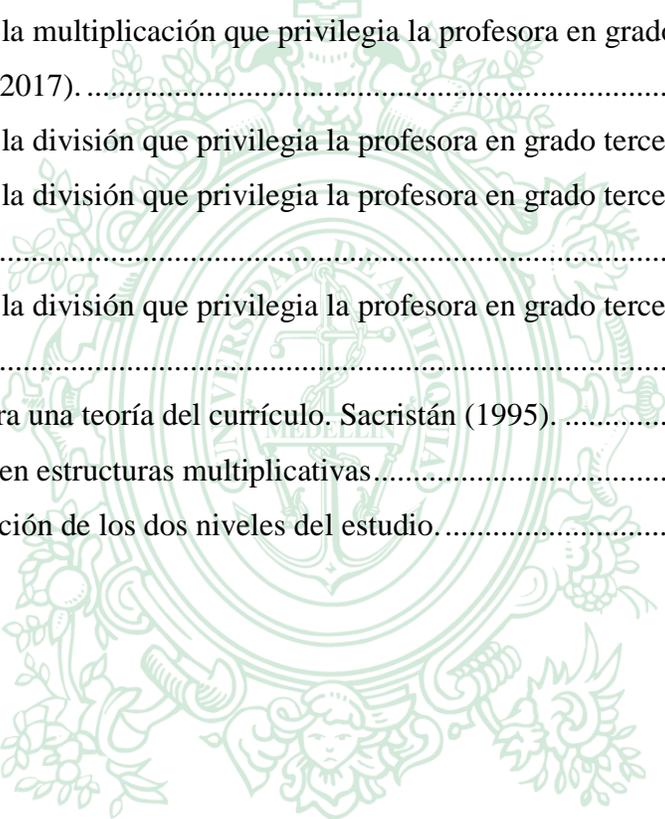
Tabla de contenido

1. Introducción.....	1
2. Contextualización.....	3
3. Justificación.....	5
3.1 Análisis del Plan de Área de Matemáticas.....	6
3.1.1 Sobre la noción <i>Ser matemáticamente competente</i>	9
3.1.2 Malla curricular de grado tercero.....	10
3.2 Resultados de las Pruebas Saber (2016 y 2017).....	15
3.3 Prácticas de enseñanza de la docente (año 2017).....	18
4. Formulación del eje problémico.....	27
5. Objetivos.....	29
5.1 General.....	29
5.2 Específicos.....	29
6. Fundamentos conceptuales.....	30
6.1 Currículo.....	30
6.1.1 Planes de estudios.....	33
6.1.2 Tareas.....	34
6.2 Teoría de la actividad.....	36
6.2.1 Mediación.....	37
6.2.2 Elementos constitutivos de la actividad.....	39
6.2.3 El juego.....	40
6.3 Estructuras multiplicativas.....	41
6.3.1 Las situaciones multiplicativas y la proporcionalidad directa simple.....	45
7. Fundamentos metodológicos.....	49
7.1 Especificación del estudio.....	50

7.1.1 Primer eje: Análisis del plan de área de matemáticas	52
7.1.2 Segundo eje: Prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de grado tercero	53
7.1.3 Tercer eje: Planificación, ejecución y análisis de tareas matemáticas por parte de los maestros en formación.....	54
7.2 El papel desempeñado por los maestros en formación	55
7.3 Alcances y limitaciones del proceso de acompañamiento	57
7.4 Reuniones con las docentes.....	58
7.5 Consideraciones éticas	60
8. Resultados y análisis de resultados.....	61
8.1 Malla curricular de matemáticas grado tercero	61
8.2 Fichas de sistematización de las tareas	77
8.2.1 Ficha 1: <i>La subasta</i>	77
8.2.2 Ficha 2: <i>El juego de bolos</i>	86
8.2.3 Ficha 3: <i>Tiro al blanco</i>	99
8.2.4 Ficha 4: <i>Midiendo y comparando medidas</i>	110
8.2.4 Ficha 5: <i>El juego de las equivalencias</i>	120
8.3 A modo de cierre.....	132
9. Consideraciones finales	133
9.1 Conclusiones sobre la reestructuración de la malla curricular	133
9.2 Conclusiones sobre las tareas.....	134
9.3 Posición personal de los maestros en formación.....	134
9.4 Posibles líneas de investigación	136
10. Referencias bibliográficas.....	137
11. Anexos	140

Lista de figuras

<i>Figura 1.</i> Resultados por componentes del grado tercero en el área de matemáticas (año 2016).	17
<i>Figura 2.</i> Resultados por componentes del grado tercero en el área de matemáticas (año 2017).	18
<i>Figura 3.</i> Prácticas de la multiplicación que privilegia la profesora en grado tercero: Algoritmo (año 2017).	20
<i>Figura 4.</i> Prácticas de la multiplicación que privilegia la profesora en grado tercero: Términos de la multiplicación (año 2017).	21
<i>Figura 5.</i> Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero (año 2017).	22
<i>Figura 6.</i> Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero: Términos de la división (año 2017).	22
<i>Figura 7.</i> Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero: Problemas (año 2017).	23
<i>Figura 8.</i> Esquema para una teoría del currículo. Sacristán (1995).	32
<i>Figura 9.</i> Mapa resumen estructuras multiplicativas.	46
<i>Figura 10.</i> Representación de los dos niveles del estudio.	50



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Lista de Anexos

<i>Anexo 1.</i> Situación Período 1	140
<i>Anexo 2.</i> Situación Período 2	141
<i>Anexo 3.</i> Situación Período 3	142
<i>Anexo 4.</i> Ficha sistematización de la tarea.....	143
<i>Anexo 5.</i> Malla curricular de grado tercero reestructurada	148
<i>Anexo 6.</i> La subasta: Artículos para subastar.....	168
<i>Anexo 7.</i> La subasta: Hoja de registro.....	169
<i>Anexo 8.</i> La subasta: Letra de cambio.	170
<i>Anexo 9.</i> El juego de bolos: Tabla Convención de puntos.....	170
<i>Anexo 10.</i> El juego de bolos: Hoja de registro.....	171
<i>Anexo 11.</i> El juego de bolos: Hojas de registro número de envases derribados-puntos obtenidos	173
<i>Anexo 12.</i> El juego de bolos: Hoja de registro parcialmente diligenciada.....	174
<i>Anexo 13.</i> Tiro al blanco: Hoja de registro	175
<i>Anexo 14.</i> Tiro al blanco: Hoja de registro parcialmente diligenciada	177
<i>Anexo 15.</i> Midiendo y comparando medidas: Guía de figuras para medir	178
<i>Anexo 16.</i> El juego de las equivalencias: Hoja de registro (medios, cuartos y octavos)	180
<i>Anexo 17.</i> El juego de las equivalencias: Hoja de registro (tercios, sextos y novenos).....	181

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Lista de diálogos

<i>Diálogo 1.</i> Sobre los significados de la multiplicación y la división.....	19
<i>Diálogo 2.</i> Sobre las tareas y los juegos desarrollados.....	23
<i>Diálogo 3.</i> Sobre las dificultades que presentan los estudiantes.	24
<i>Diálogo 4.</i> Sobre las potencialidades y debilidades del plan de área de matemáticas.....	25



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de tablas

<i>Tabla 1.</i> Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Primer período	63
<i>Tabla 2.</i> Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Segundo período	68
<i>Tabla 3.</i> Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Tercer período	73

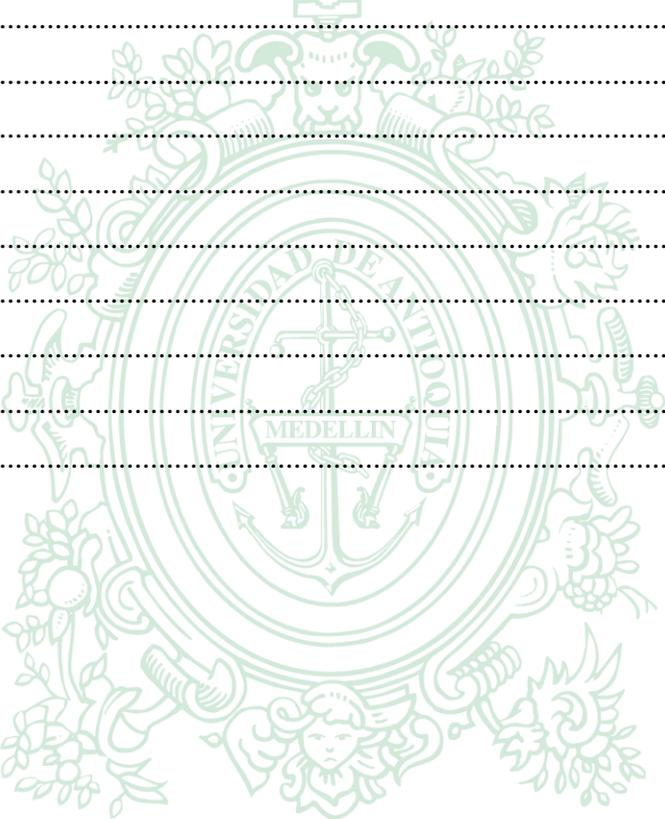


**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Lista de registros

<i>Registro 1</i>	98
<i>Registro 2</i>	98
<i>Registro 3</i>	99
<i>Registro 4</i>	109
<i>Registro 5</i>	118
<i>Registro 6</i>	118
<i>Registro 7</i>	119
<i>Registro 8</i>	120
<i>Registro 9</i>	130
<i>Registro 10</i>	130
<i>Registro 11</i>	131
<i>Registro 12</i>	131
<i>Registro 13</i>	132



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1. Introducción

El presente trabajo se encuentra enmarcado en el análisis curricular de las prácticas matemáticas institucionales de la Institución Educativa la Asunción, en relación con el concepto de las estructuras multiplicativas. Este estudio se realiza a partir de una reflexión sistemática sobre los documentos institucionales (en especial el plan de área de matemáticas), sobre las prácticas de enseñanza de los docentes y sobre los contextos que permean el quehacer institucional, para así formular posibles líneas de acción que resignifiquen cada uno de estos elementos y, a su vez, que estén en coherencia con los Referentes Básicos de Calidad en Colombia.

Los maestros en formación¹ realizaron un proceso de acompañamiento de las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de grado tercero, así como también realizaron la lectura crítica del plan de área de matemáticas de la institución. De ese proceso, evidenciaron que era necesario: Primero, una reestructuración de la malla curricular en dicho grado y, segundo, planificar y ejecutar otro tipo de tareas en relación con las operaciones de multiplicación y división (para más detalle, ver Justificación).

Las herramientas curriculares (malla curricular de matemáticas de grado tercero reestructurada y tareas sistematizadas en fichas), se proponen con el objetivo de resignificar el *currículo* de la institución y, a su vez, que los docentes transformen sus prácticas matemáticas relacionadas con las estructuras multiplicativas, a partir de las siguientes miradas teóricas (para más detalle, ver Fundamentos conceptuales): La de Sacristán sobre el *currículo* (1995); la de Davidov (1988), Kozulin (1998) y Daniels (2003) acerca de la teoría de la actividad; la del

¹ Esta expresión se usará para referirse a los autores del trabajo, quienes realizaron su práctica pedagógica en la Institución Educativa la Asunción.

Ministerio de Educación Nacional (1998; 2006); Rico, Castro, y Castro (1995); Obando, Vásquez y Vanegas, 2006; y Botero (2006) sobre las estructuras multiplicativas.

La metodología que se utiliza para abordar la problemática evidenciada se organiza en tres ejes: El primero da cuenta de la lectura crítica del plan de área de matemáticas y, en particular, de la malla curricular del grado tercero. El segundo está enfocado en la observación y el análisis de las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes en los años 2017 y 2018. Y el tercero, se aborda a partir de la planeación, el desarrollo y el análisis de tareas matemáticas, aplicadas con los estudiantes del grado en ambos años por parte de los maestros en formación (para más detalle ver Fundamentos metodológicos).

Con la intención de alcanzar los objetivos del trabajo y luego de realizado el proceso de acompañamiento de los maestros en formación, se realizó la propuesta de reestructuración a la malla curricular de matemáticas de grado tercero y se sistematizaron en fichas algunas de las tareas desarrolladas (para más detalle ver Resultados y análisis de resultados).

Finalmente, el proceso realizado permitió concluir que, las herramientas curriculares propuestas a la Institución Educativa la Asunción, son una base para continuar con el proceso de resignificación de las prácticas matemáticas institucionales, relacionadas con las operaciones multiplicación y división, tomando como referentes el plan de área de matemáticas y los Referentes Básicos de Calidad en Colombia (para más detalle, ver Consideraciones finales).

2. Contextualización

La Institución Educativa la Asunción es de carácter público y se encuentra ubicada en la zona nororiental de la ciudad de Medellín. Atiende población de estrato socio-económico bajo: 1, 2 y 3, fundamentalmente. En la jornada de la mañana se atienden los estudiantes de Básica Secundaria y la Media, desde sexto hasta once, siendo la población exclusivamente femenina. En la tarde, se atiende el Preescolar y la Básica Primaria, de primero hasta quinto, y la población estudiantil es de ambos sexos. Para la jornada de la tarde, en particular, se destaca el hecho que ningún docente está formado en el área de matemáticas.

En la Básica Primaria, cada grado está dividido en dos grupos: En el grado primero hay dos profesoras, que son las encargadas de enseñar todas las áreas en un grupo cada una, mientras que, desde el grado segundo hasta el grado quinto, los profesores son responsables de enseñar una o varias áreas en distintos grupos y grados.

El horario asignado por la institución no sigue el calendario regular (lunes, ..., viernes) sino que está elaborado por días (*día 1*, ..., *día 5*), lo cual permite que no se vean afectadas ciertas materias por los días festivos, actos culturales o recreativos que realiza la escuela, entre otros posibles eventos que afecten la normalidad académica. Por ejemplo, si el *día 1* fuera lunes festivo se posterga para el martes, siendo el miércoles correspondiente al *día 2*....

En el año 2017, eran los profesores quienes rotaban por los salones en cada cambio de clase. Para inicios de 2018 se modificó esta dinámica, y dio paso a otra, en la cual cada docente tiene un salón asignado, y son los estudiantes quienes se desplazan en cada cambio de clase (cinco clases y un descanso conforman la jornada escolar en Básica Primaria).

Cabe resaltar, el sentido de pertenencia que tienen los estudiantes por los recursos materiales (espacios comunes, implementos deportivos, implementos como ábacos, geoplanos,

entre otros) y simbólicos (himno, oraciones) que hacen parte de la institución, mostrándola como un lugar aseado, organizado y agradable.

Se resalta la influencia de la religión católica en la escuela, que se puede evidenciar en algunas de sus docentes monjas, las imágenes e íconos católicos que adornan algunos espacios de la institución, las oraciones que se realizan colectivamente al inicio de las jornadas y también en la presencia de un espacio exclusivo que alude una capilla.

Los maestros en formación realizaron el proceso de acompañamiento con docentes y estudiantes de grado tercero, en los años 2017 y 2018. En promedio, en el primer año en mención, fueron 38 estudiantes por grupo, mientras que, en 2018, fueron 40 estudiantes.



3. Justificación

Para iniciar el proceso reflexivo sobre las prácticas matemáticas que se privilegian en la Institución Educativa la Asunción, era necesario un análisis curricular de la mirada institucional del conocimiento matemático. Este análisis se realiza a dos niveles: Uno interno, y otro externo. El interno considera la coherencia entre tres aspectos que intervienen y determinan el quehacer en la institución: El plan de área de matemáticas y las prácticas de enseñanza de la docente. El externo, en relación con los resultados de las Pruebas Saber (2016 y 2017) y los Referentes Básicos de Calidad propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), Derechos Básicos de Aprendizaje (2016)). Además, este análisis posibilitaría reconocer puntos de articulación entre ambos niveles y formular posibles líneas de acción sobre las formas de hacer matemáticas en la institución.

Como lo expresa el Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006),

La educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (p.46).

De acuerdo con esta perspectiva de trabajo, las prácticas matemáticas escolares deberían estar enfocadas en formar personas críticas y competentes que estén en la capacidad de responder a las demandas de cada sociedad.

3.1 Análisis del Plan de Área de Matemáticas

El plan de área de matemáticas es elaborado por los docentes de la institución, y tiene el objetivo de promover el desarrollo cognitivo de los estudiantes, y el logro de sujetos matemáticamente competentes (Institución Educativa la Asunción, 2016). Se encuentra organizado de la siguiente manera:

- *Presentación:* Da cuenta de la visión general del plan de área de matemáticas y su relación con los Referentes Básicos de Calidad.
- *Objetivos generales del área:* Enfocados desde una perspectiva de formación integral de las matemáticas, articuladas con los aspectos social, económico y científico que las rodean.
- *Metodología:* Presentada como una ruta a seguir, en pro de alcanzar los objetivos generales propuestos, a partir de la planeación, aplicación y evaluación de las mallas curriculares.
- *Recursos físicos, humanos, financieros y didácticos:* Los cuales actúan como mediadores y facilitadores de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- *Evaluación:* Declarada como un proceso flexible, integral, continuo y participativo que valora los avances que consiguen los estudiantes en los diferentes ámbitos (cognitivo, procedimental y actitudinal).
- *Actividades y planes de apoyo:* Se presentan con la intención de acompañar el proceso de aprendizaje de los estudiantes para desarrollar competencias matemáticas en ellos y hacer de esta área algo más significativo.
- *Mallas curriculares:* Organizadas por grados, cada uno de los cuales se subdivide en tres períodos académicos. Para cada grado se presentan los objetivos y competencias

generales, una situación problematizadora por período, los ejes y contenidos que orientan los procesos de enseñanza, y los subsecuentes indicadores de desempeño.

- *Anexos y bibliografía básica:* Quienes recogen y sustentan los elementos que componen el plan de área.

Desde el punto de vista del ¿qué enseñar?, el plan de área expresa la importancia de desarrollar conocimientos matemáticos que permitan al estudiante manejar procedimientos y operaciones matemáticas en diferentes situaciones (Institución Educativa la Asunción, 2016). Esta idea está en consonancia con lo expresado por el Ministerio de Educación Nacional (2006) sobre el conocimiento conceptual, el cual se concibe como "... más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos..." (p.50).

Así, por lo expresado en ambos documentos, se evidencia una relación entre ellos, en el sentido de consolidar procesos con fundamentos teórico-matemáticos para favorecer el desarrollo de capacidades cognitivas. Por ejemplo, cuando se tiene como indicador de desempeño que el estudiante "reconoce qué operación (adición, sustracción, multiplicación) debe aplicar en las diferentes situaciones problema" (Institución Educativa la Asunción, 2016, p.39), se entiende que este sujeto (el estudiante) debe identificar la operación antes de realizar la acción en la solución de un problema. Para ello, se requiere que el alumno haya construido significados en torno a las operaciones, y con base en ello, pueda determinar cómo proceder con los cálculos numéricos requeridos para hallar una respuesta.

Por otro lado, en respuesta a la pregunta ¿cómo enseñar?, el plan de área propone fortalecer la actividad matemática a partir de los pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) y de procesos generales como:

- Formular y resolver problemas.
- Modelar procesos y fenómenos de la realidad.
- Comunicar y razonar.
- Formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

Además, busca dar respuesta a dicha pregunta a partir de la propuesta de situaciones matemáticas que los estudiantes “puedan vivir, que provoquen la emergencia de genuinos problemas matemáticos y en los cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas” (Institución Educativa la Asunción, 2016, p.8).

Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional (2006) propone que

La situación problema apunta siempre a distintos contenidos y hacia diversas estructuras matemáticas, pero éstos no son evidentes en sí mismos, sino que tienen que ser interpretados activamente por los estudiantes. En esta interpretación intervienen tanto factores sociales y culturales propios de la clase de matemáticas, como los que median a través del ambiente de aprendizaje y el clima institucional y los que provienen del contexto extraescolar (p.72).

Si bien, la institución intenta plasmar en el plan de área situaciones problema que sean coherentes con la propuesta del Ministerio de Educación Nacional, en el sentido de que sean de la cotidianidad de los estudiantes, estas se pueden enriquecer para que diversos contenidos matemáticos sean abordados a partir de una misma situación, como se mostrará más adelante.

Además de dar respuesta al qué enseñar y al cómo enseñar, en el plan de área se presentan los planes y actividades de apoyo, los cuales

Se realizan con ánimo de crear un sentido mucho mayor de los números, del espacio que nos rodea, de la utilidad de los números, de las formas que se encuentran en nuestra

realidad, de la importancia de la matemática en la vida del hombre, de la necesidad de comprender nuestro espacio y entorno, de mejorar estructuras conceptuales y destrezas numéricas (p.9).

Esto responde de manera significativa a las preguntas ¿por qué enseñar? y ¿para qué enseñar las matemáticas?, pero da a entender que solo se presentan a partir de los planes de apoyo, es decir, cuando un estudiante tiene dificultades en el área y no desde la continuidad del proceso formativo propuesto en el plan de área.

3.1.1 Sobre la noción *Ser matemáticamente competente*

Del contraste que se viene realizando entre los Referentes Básicos de Calidad y el plan de área de matemáticas, se pudo observar que la institución, dando respuesta a las preguntas mencionadas en los párrafos anteriores, privilegia el qué y el cómo enseñar, en cambio, tanto el por qué como el para qué aparecen de manera parcial.

En ese sentido, se puede considerar que el *ser matemáticamente competente*,² a partir del plan de área de matemáticas de la institución, es restringido a que el docente cumpla con el abordaje de los contenidos expresados en las mallas curriculares. Por esta razón, dicha noción se encuentra parcialmente desarrollada en ese documento.

El Ministerio de Educación Nacional (2006) expone que el *ser matemáticamente competente* abarca elementos tales como: La noción de competencia,³ los fines de la educación

² Esta noción es entendida como la disposición que tiene un sujeto para tomar decisiones asertivas, desde contextos matemáticos, de otras ciencias y de la vida en general, en cualquier ámbito y momento que lo rodee, lo cual le permite estar preparado para la justificación de las acciones realizadas.

³ En este caso, competencia se entiende como el “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2016, p.49).

En cuanto a la concepción de competencias matemáticas, se asume que estas “no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (MEN, 2006, p.49).

matemática y la adopción de un modelo epistemológico de las matemáticas. Además, el conocimiento matemático es de dos tipos:

- Conceptual: Este es “más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos” (p.50). Además, responde al qué y porqué del conocimiento matemático.
- Procedimental: El cual es “más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente” (p.50). Además, da respuesta al cómo del conocimiento matemático.

3.1.2 Malla curricular de grado tercero

Como se mencionó anteriormente, cada grado presenta una malla curricular de matemáticas. El objetivo general de la malla de grado tercero es “utilizar los algoritmos básicos en la solución de situaciones problemas provenientes de la vida cotidiana, apropiándose de argumentos matemáticos y no matemáticos en interpretación de los resultados” (Institución Educativa la Asunción, 2016, p.35). Para lograr este objetivo, la institución espera que los estudiantes de este grado desarrollen competencias matemáticas,⁴ se apropien de los contenidos (organizados en componentes: Aritmética, Geometría y Estadística) y alcancen los indicadores de desempeño (cognitivos, procedimentales y actitudinales) estipulados en la malla, a través del desarrollo de una o dos situaciones problematizadoras por período. A continuación, se detallan algunos aspectos evidenciados en cada una de las situaciones de la malla del grado tercero.

⁴ Estas competencias a las que la institución hace alusión, se corresponden a los cinco procesos definidos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), a saber: La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas; la modelación; la comunicación; el razonamiento; y la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

3.1.1.1 Situaciones primer período: “De compras al supermercado” y “trueque de semillas” (Ver Anexo 1)

Son dos situaciones de la cotidianidad, que proponen el trabajo con diferentes contenidos numéricos (como la composición y descomposición de números, suma, resta, relaciones de orden y de equivalencia, entre otros), a partir del acercamiento al sistema monetario colombiano y del contexto de compra y venta de productos (Institución Educativa la Asunción, 2016).

- En general, cumple con los requerimientos del pensamiento numérico expuestos en los Referentes Básicos de Calidad (por ejemplo, reconocer significados del número en diferentes contextos, usar representaciones pictográficas para realizar equivalencias de un número en el sistema decimal). Además, se destaca la importancia que se le da a las estructuras aditivas en la situación.
- No se evidencia el pensamiento espacial, debido a que las preguntas orientadoras no se enfocan en procesos espaciales, a pesar de que si se explicita en los contenidos del período (clases de líneas, polígonos, entre otros).
- Se pueden trabajar diferentes aspectos del pensamiento métrico. Por ejemplo, la situación permite abordar patrones de medida, factores de conversión, medidas estandarizadas, entre otros. Sin embargo, este tipo de temáticas no se proponen en los contenidos.
- Al analizar los indicadores de desempeño, se observa que los procesos esperados en los estudiantes son de razonamiento y repetición de algoritmos, dejando de lado la comunicación y la modelación que involucran elementos contextuales significativos para la acción y la construcción de significados.

3.1.1.2 Situación segundo período: “Mini-museo de animales” (Ver Anexo 2)

Esta situación propone a los estudiantes la organización de un *mini-museo* de animales en el aula, que será simulado en un lugar del colegio, para que pueda ser visitado por los demás grupos de la institución.

- La situación se muestra coherente con el pensamiento numérico, en particular con la estimación de cantidades (material requerido y costo). Cabe anotar que las tablas de multiplicar y la relación entre la multiplicación y la división, expresada en los contenidos, no se privilegian a partir de la situación.
- Se resalta la pertinencia del proceso de modelación, gestado a partir de preguntas orientadoras por el *costo, cantidad del material requerido y medidas del salón*.
- Las nociones de área y perímetro se abordan en la situación. De igual forma, estas nociones se mencionan en uno de los indicadores de desempeño, aunque no se explicitan como un contenido del período.
- El pensamiento métrico aparece coherentemente a partir de las preguntas orientadoras que indagan por las *medidas del salón, la elaboración de maquetas, la cantidad de tela*, pero en los contenidos no se encuentra estipulado dicho pensamiento.
- Los aspectos del pensamiento variacional se evidencian en la situación con elementos de la optimización de superficies y de costos, en aspectos como *escala de maquetas, dimensiones del aula, costos*, pero, no se plasma en los contenidos.
- En relación con uno de los indicadores de desempeño cognitivos, que trata sobre el uso de expresiones como: Posible, imposible, muy posible y poco posible, no es claro en dónde es que se deben usar, esto es, si en la situación, en el aula de clase, etc.

- Lo procedimental evidencia el algoritmo de las operaciones y se hace alusión a la medición y a la estimación de la magnitud de capacidad, que no se enuncia en los contenidos del período.

3.1.1.3 Situación tercer periodo: “Construyamos empaques” (Ver Anexo 3)

Propia de la época de fiestas de fin de año, la situación plantea a los estudiantes la posibilidad de empaclar regalos. En este proceso, los estudiantes desarman, miden, grafican en hojas de papel y comparan cajas.

- Con respecto al pensamiento numérico, en la malla hay contenidos enunciados que no se les evidencia coherencia con la situación: Las fracciones a partir de conjuntos, las fracciones simbólicas y las conversiones entre unidades de tiempo.
- Con respecto a lo geométrico, no es clara la concepción que se tiene entre figura y cuerpo. ¿Lo ven diferente? ¿Cómo se trabajan? Igualmente, tampoco es claro cómo abordar en la situación la ubicación en mapas y la descripción de trayectos, que se encuentran explícitos en los contenidos. Se evidencian relaciones entre algunas magnitudes (área, volumen), pero no aparecen explícitas ni en los contenidos ni en los indicadores de desempeño.
- El pensamiento métrico es abordado en la situación a partir de algunas preguntas ligadas a la cantidad de material para forrar cajas o la medición de longitudes, áreas superficiales y volúmenes de cajas. Las nociones de este pensamiento no son abordadas en los contenidos y tampoco en los indicadores de desempeño del período.
- En cuanto al pensamiento aleatorio se evidencia la coherencia de su desarrollo en la situación y en los contenidos propuestos, los cuales están relacionados con la ocurrencia de eventos y la interpretación de datos, tablas y gráficos estadísticos.

- El pensamiento variacional se considera coherente y pertinente con respecto a lo propuesto en la situación, pues los estudiantes deben manipular el tipo de materiales utilizados (especialmente las cajas) y analizar las transformaciones que estos sufren. Las acciones de los estudiantes permitirán también que visualicen patrones de comportamiento en las variaciones de tamaño y forma.
- Se generan dos inquietudes: Primero, en cuanto al porqué se reduce el trabajo de simetría, rotación y translación sólo al plano, expresados en uno de los indicadores de desempeño cognitivos, y, segundo, cómo los estudiantes deben deducir los algoritmos de las operaciones para solucionar problemas con números naturales y fracciones homogéneas, así como lo expresa otro de los indicadores de desempeño cognitivos.

Finalmente, después de realizar el estudio de la malla curricular de matemáticas, se identificaron elementos generales, como:

- La situación del supermercado y la del empaque de regalos aluden a contextos propios de los estudiantes. No ocurre igual con la situación del mini-museo.
- Se destaca que la malla curricular, especialmente en sus contenidos e indicadores de desempeños, da prioridad a procesos como el de formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, pero en cada una de las situaciones (e incluso en los propios contenidos e indicadores) se pueden proponer otro tipo de acciones que permitan abordar otros procesos (modelación, comunicación, razonamiento).
- Las situaciones declaran contenidos no referidos en la malla y, viceversa, hay contenidos en la malla no abordados en las situaciones.
- Las situaciones no cubren la totalidad de los pensamientos, ni de los procesos.

- En la malla, existe poca relación entre los pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional).
- Hay un intento en la malla de hacer corresponder a algunos contenidos un indicador de desempeño (ya sea cognitivo o procedimental).
- En ocasiones, se evidenció la falta de coherencia entre la situación, los contenidos y los indicadores de desempeño propuestos para cada período.

3.2 Resultados de las Pruebas Saber (2016 y 2017)

En este aspecto, se describe el análisis realizado de los resultados de las pruebas externas en el área de matemáticas, correspondientes al grado tercero en los años 2016 y 2017. Este análisis se realizó para identificar relaciones entre lo que propone evaluar el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), plasmado en la Matriz de referencia de matemáticas (2015), y lo que propone evaluar la institución en su plan de área de matemáticas.

A través de la Matriz de referencia de matemáticas (ICFES, 2015), se presentan para cada grado evaluado (3°, 5° y 9°) los aprendizajes, las competencias y las evidencias que se espera sean alcanzadas por los estudiantes colombianos en el área de matemáticas. Según el ICFES (2015), la matriz es un elemento que posibilita orientar procesos de planeación, desarrollo y evaluación formativa.

Las categorías conceptuales sobre las cuales se justifican los aprendizajes, las competencias y las evidencias que se espera alcancen los estudiantes, son tres, que el ICFES nombra como componentes, a saber: Numérico-variacional, Geométrico-métrico y Aleatorio.

Del componente Numérico-variacional, en la Matriz de referencia (ICFES, 2015) se destacan algunos aprendizajes que se espera alcancen los estudiantes de grado tercero, entre

ellos: Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa, usar fracciones comunes para describir situaciones continuas y discretas, usar operaciones y propiedades de los números naturales para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas.

La Matriz de Referencia (ICFES, 2015), en el componente Numérico-variacional, habla de las estructuras multiplicativas en relación con las competencias de Razonamiento y Resolución. En la competencia de Razonamiento expresa:

- Generar equivalencias entre expresiones numéricas.
- Usar operaciones y propiedades de los números naturales para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas.

Para la competencia de Resolución, dice:

- Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida.
- Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa.

En contraste con la propuesta de evaluación planteada por el ICFES, el plan de área de la institución propone el aprendizaje de las estructuras multiplicativas en los estudiantes de grado tercero, a partir de indicadores de desempeño como:

- Reconoce qué operación (adición, sustracción, multiplicación) debe aplicar en las diferentes situaciones problema.
- Representa la adición, la sustracción, multiplicación y división, en forma concreta y simbólica, utilizando cantidades hasta de seis cifras y comprobando sus resultados.

Esto muestra que las prácticas matemáticas institucionales relacionadas con las estructuras multiplicativas están siendo tratadas desde una mirada diferente a la propuesta evaluativa del ICFES. Mientras la institución privilegia los aprendizajes algorítmicos de la

multiplicación y la división, el ICFES propone hacerlo a partir de la resolución y planteamiento de problemas ligados a la proporcionalidad directa.

La Figura 1 y la Figura 2 muestran los resultados de los estudiantes de grado tercero de la institución en los años 2016 y 2017.

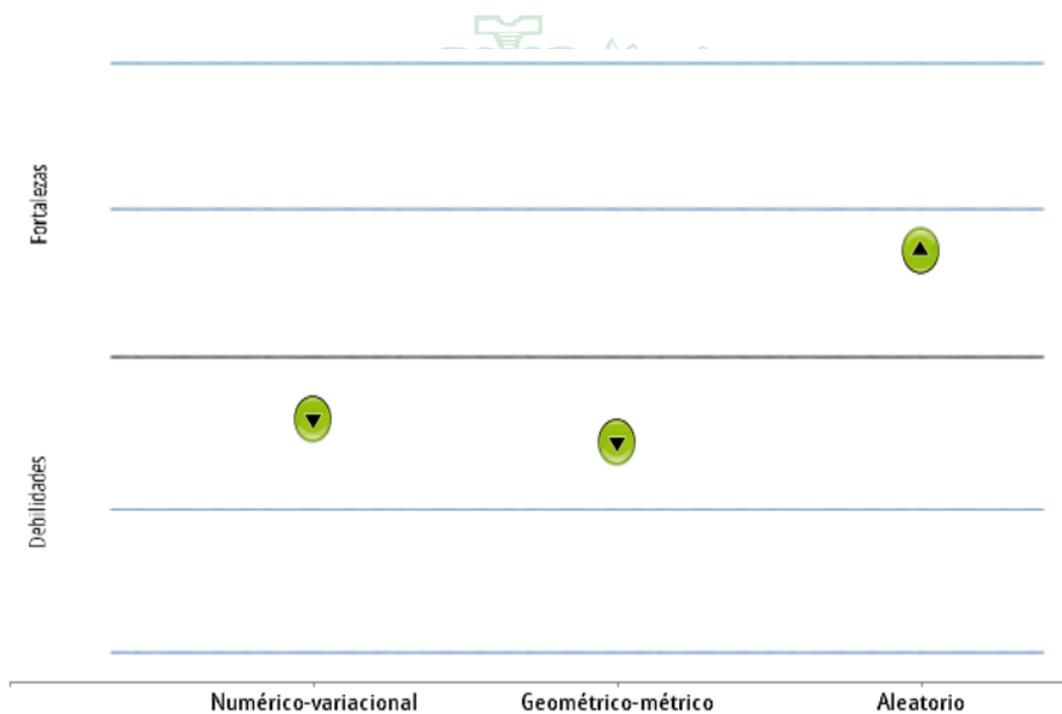


Figura 1. Resultados por componentes del grado tercero en el área de matemáticas (año 2016). ICFES (2017). Recuperado en febrero de 2018.

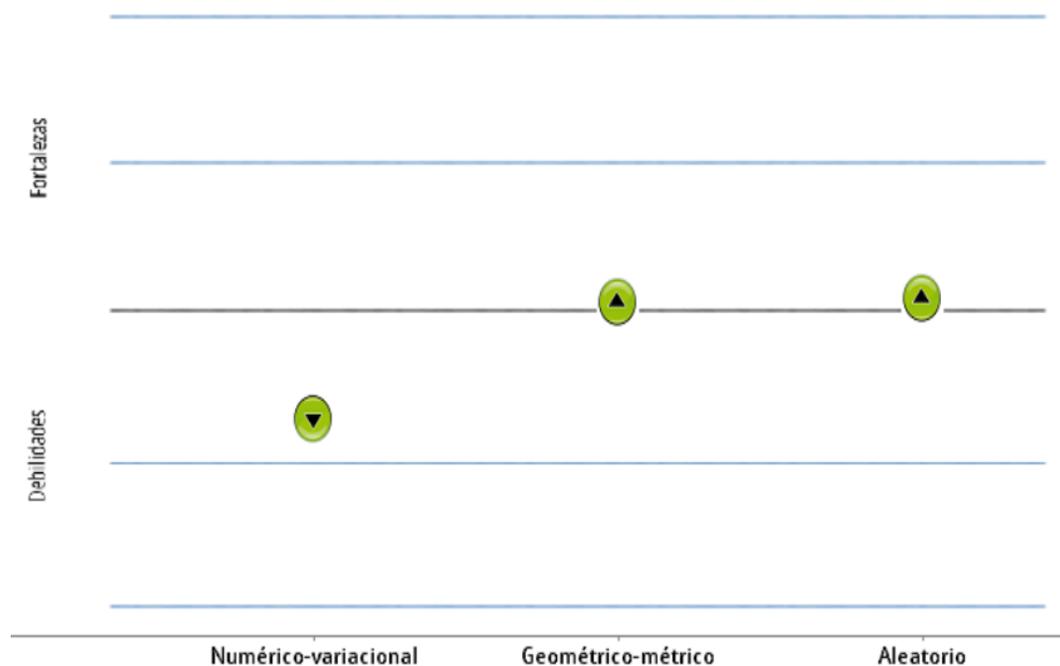


Figura 2. Resultados por componentes del grado tercero en el área de matemáticas (año 2017). ICFES (2018). Recuperado en febrero de 2018.

De esta mirada global de los resultados, se puede observar que el componente Numérico-variacional se presentó como una debilidad⁵ en ambos años y, de hecho, disminuyó en el año 2017 en comparación con el resultado obtenido al año anterior, aspecto que también sucedió con el componente Aleatorio, pero este se mantuvo en el calificativo fuerte.

3.3 Prácticas de enseñanza de la docente (año 2017)

Para analizar las prácticas de enseñanza, se hace una observación participante de las clases de matemáticas, y una entrevista semiestructurada a la docente cooperadora. Escuchar las voces, visiones y experiencias de la docente, con respecto a las interacciones de clase, permite evidenciar aspectos institucionales y metodológicos que se privilegian en las prácticas de aula.

⁵ Fuerte, similar y débil son los calificativos que utiliza el ICFES para traducir los resultados.

Dado que el interés de trabajo está enfocado en las prácticas matemáticas en torno a las estructuras multiplicativas, el diálogo con la profesora inicia indagando por los significados de la multiplicación y la división que privilegia en sus clases de matemáticas, a la luz de las exigencias del plan de área.

Diálogo 1. Sobre los significados de la multiplicación y la división

Entrevistador: ¿Cuáles son los significados que, como docente, privilegia al momento de planificar y ejecutar tareas matemáticas en el aula, tanto de la multiplicación como de la división?

Docente: Bueno (pausa) la multiplicación es mejor cuando los niños saben sumar... pero a partir de que ya ellos tienen ese concepto sí es mucho mejor cuando todo se les plantea a partir de los problemas, porque ellos se ubican en un contexto o en una situación. Pero con la división, a mí me parece que, si ellos no se saben bien las tablas, ellos no aprenden a dividir fácil, se les dificulta más. Además, porque en la división ya se integra lo de la resta, entonces ellos tienen que tener claro esos dos conceptos antes.

Entrevistador: ¿Qué tipo de problemas les favorece a los estudiantes el aprendizaje de la multiplicación y la división?

Docente: Uno coge un libro y si hay un problema que uno cree que lo puede aplicar en el aula lo aplica, y si no, pues yo miro mucho de internet bases de otros profes que han montado y se adaptan. Porque en una malla a vos te dicen que debes enseñar a dividir y ya, pero no te dicen cómo, entonces usted ya busca el método más apropiado y la bibliografía que cree que es la más apropiada para llevarla al aula.

Entrevistador: ¿Cómo evidencia que un estudiante sabe multiplicar y dividir?

Docente: Le podés poner un algoritmo y que lo resuelva, o también le podés poner un problema, y te da respuesta. Esas son las dos formas que yo creo.

En sus respuestas, se evidencia que la docente privilegia uno de los cuatro significados de la multiplicación (adición repetida)⁶ expuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Esto podría traer implicaciones conceptuales en términos de que los estudiantes no desarrollen otros sentidos y otras formas de representación y conceptualización de la operación, o, como lo expresa el Ministerio de Educación Nacional (1998) “pensar en la multiplicación como adición repetida puede conducir a generalizaciones incorrectas (“la multiplicación siempre hace las cosas más grandes”)” (p.34).

En los cuadernos de los estudiantes se observa que, en lo referente a la multiplicación, prima la enseñanza del algoritmo tradicional (ver Figura 3) y de los términos de esta operación (ver Figura 4).

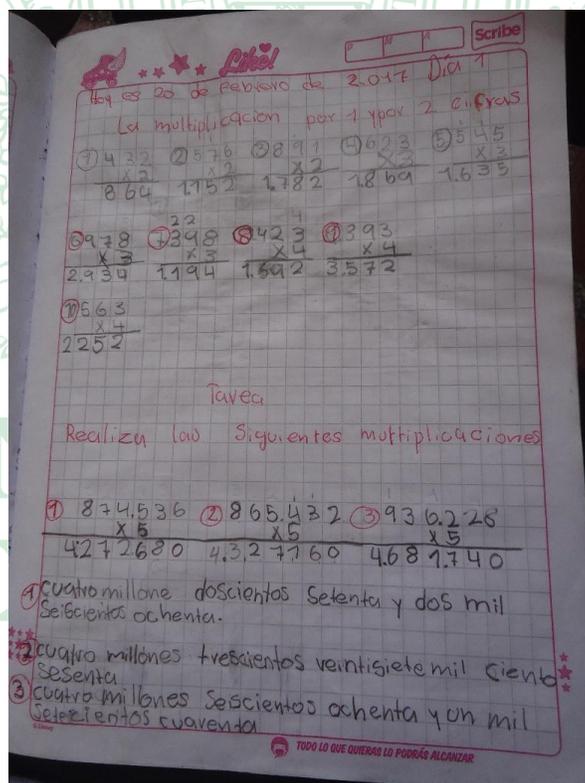


Figura 3. Prácticas de la multiplicación que privilegia la profesora en grado tercero: Algoritmo (año 2017).

⁶ Estos cuatro significados son: Factor multiplicante, adición repetida, razón y producto cartesiano.

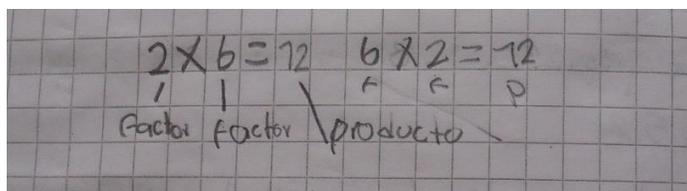


Figura 4. Prácticas de la multiplicación que privilegia la profesora en grado tercero: Términos de la multiplicación (año 2017).

Al comenzar la multiplicación de esta forma, se ve una vez más la necesidad de ampliar las propuestas de trabajo de aula, de tal forma que los estudiantes de grado tercero interactúen con tareas donde intervengan los otros tres significados de la multiplicación, para que tengan la posibilidad de utilizar un significado u otro dependiendo de la situación que se les presente.

En cuanto a la división, la docente señala una relación con la multiplicación, aunque, en su discurso, las considera operaciones separadas puesto que una precede a la otra. También se destaca que refiere a los dos significados de la división (repartición y agrupación) a los cuales alude el Ministerio de Educación Nacional (1998). Se pudo observar en las prácticas de aula que la docente dio tratamiento a los dos significados de la operación, sin embargo, a partir de una definición parcial de lo que es dividir: Se presenta la división como repartición en partes iguales, da un ejemplo de un problema de repartición, y posteriormente se muestra la operación como restas sucesivas (ver Figura 5), para finalizar presentando los términos de la división (ver Figura 6).

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

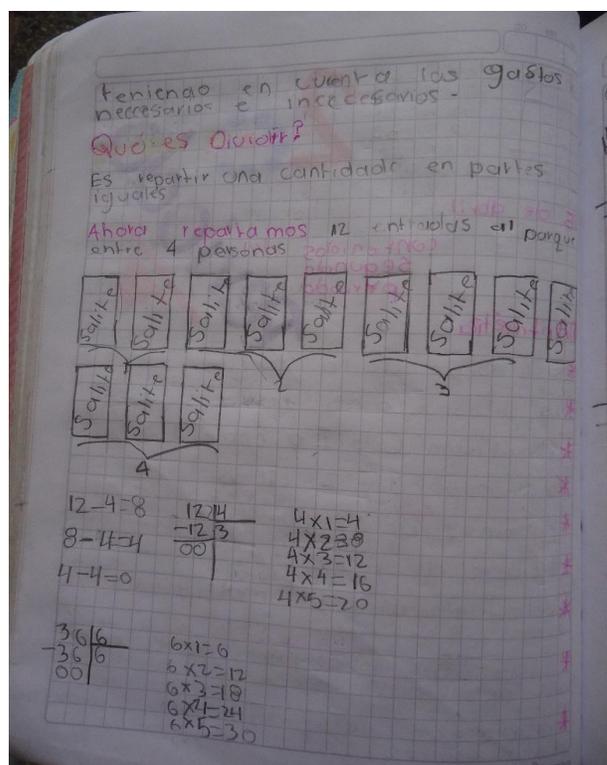


Figura 5. Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero (año 2017).

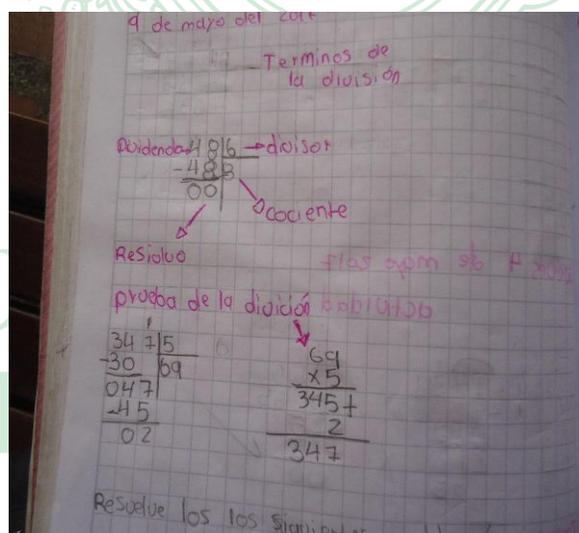


Figura 6. Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero: Términos de la división (año 2017).

Los problemas presentados en una clase de matemáticas (ver Figura 7), muestran cómo se dejan de lado los problemas de agrupación, y para el contexto en el que se desarrollaba la clase,

no son situaciones de la cotidianidad de los estudiantes. Se evidencia una intención de seguir los requerimientos del plan de área, en cuanto a la implementación de situaciones en la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos.

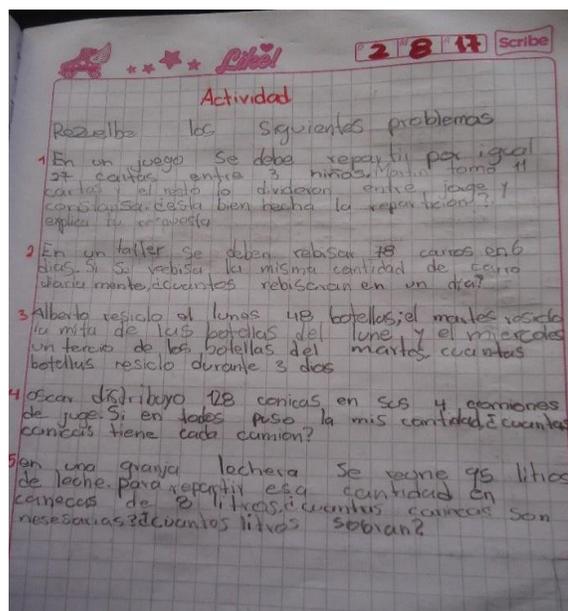


Figura 7. Prácticas de la división que privilegia la profesora en grado tercero: Problemas (año 2017).

Diálogo 2. Sobre las tareas y los juegos desarrollados

Entrevistador: ¿Qué tipo de tareas con referencia a la multiplicación y a la división les ha propuesto a los estudiantes? ¿Qué les ha posibilitado a los estudiantes su realización?

Docente: Yo soy de las que digo que usted aprende a sumar sumando y a multiplicar multiplicando, entonces soy muy partidaria de que lo hagan muchas veces. Tareas como tal hay muchas, pero para multiplicar haga multiplicaciones, resuelva problemas que tengan que ver con multiplicaciones, si son jueguitos, que tengan que ver con multiplicaciones...

Entrevistador: ¿Qué tipo de juegos?

Docente: Pues (pausa) hay un bingo que es de multiplicaciones, también una lotería que tiene que ver con las tablas de multiplicar, pero todo tiene que ser haciendo mucho, porque si no se hace muchas veces, yo creo que no se aprende.

Entrevistador: ¿Pasa algo diferente con el desarrollo de los juegos en términos del aprendizaje de los estudiantes?

Docente: Pues se divierten más, pero pienso que se distraen más, a mí me parece que el juego ayuda es a que ellos le cojan amor al área, y que vean que se puede hacer de otras maneras y también se aprende. Pero en los niños tan pequeños, para que un juego sea el que dé resultado tiene que hacerse muchas veces, y en la institución no hay mucho tiempo para eso, por eso es que a veces se recurre a otras cosas, a que sea mucho más rápida la formalización del concepto, por el tiempo.

Este diálogo muestra que la docente asume que las tareas sobre multiplicación y división presentadas a los estudiantes deben estar estructuradas más en términos de la cantidad de algoritmos que puedan resolver, que en la calidad y diversidad de las situaciones que enriquezcan los significados en torno a dichas operaciones.

En particular, las situaciones que se trabajan a partir del juego son vistas por la docente como alternativas didácticas que orientan el proceso de aprendizaje en el estudiante, pero no son implementadas. Ella aclara que, debido a las exigencias de la institución por cumplir con unos límites de tiempo, los juegos no se alcanzan a realizar con la intencionalidad planificada y se opta por formalizar los contenidos.

Diálogo 3. Sobre las dificultades que presentan los estudiantes

Entrevistador: ¿Qué acciones pedagógicas y didácticas realiza usted en los momentos que aparecen dificultades en la aplicación de las tareas propuestas?

Docente: A mí me parece que sacarlos a ellos (estudiantes) al tablero y enfrentarse con las respuestas malas, a mí me ha dado resultado. Cuando yo los saco al tablero y caen en cuenta que no es así, ayudarle claro, darle pisticas, eso a mí me ha dado resultado. Cuando no me entienden a mí, y otro compañero es el que le explica, también a veces da resultado. Otra forma, fue citar a los papás y explicarles como yo les estaba enseñando a dividir a los niños, para que ellos me colaboraran en la casa, porque yo les enseñaba acá de una forma y los papás de otra, entonces los niños estaban confundidos.

En cuanto a las acciones que la docente ejecuta, se puede notar que la experiencia en la profesión le aporta conocimiento en la diversidad de estrategias que puede abordar, a pesar de no tener formación en el área de matemáticas. Se destaca especialmente la intención de generar un trabajo colaborativo con los padres de familia.

Diálogo 4. Sobre las potencialidades y debilidades del plan de área de matemáticas.

Entrevistador: ¿Qué tipo de dificultades y potencialidades ha encontrado en el plan de área de matemáticas de la institución para poder desarrollar en el aula todo lo referente con la multiplicación y la división?

Docente: (Pausa) Al plan de área sí le critico que al principio es una pregunta problematizadora, y este plan de área tiene cien mil preguntas (sonrisas), si se cumple a cabalidad sería genial, pero yo en ningún período pude abarcar todas las preguntas que tenía. Y tengo entendido que un plan de área debe ser una pregunta que me abarque todo.

Entrevistador: ¿Qué tipo de recursos de la Institución Educativa la Asunción, considera que son útiles para apoyar el trabajo con la multiplicación y división con los estudiantes?

Docente: Aquí hay ábacos (pausa) y para la multiplicación y la división (pausa) hay geoplanos, se tienen computadores en todos los salones, la sala de sistemas tiene acceso con antelación para que el horario no se cruce.

Entrevistador: ¿Cómo considera el sistema de evaluación que propone el plan de área de la Institución Educativa la Asunción (en particular con lo que a la multiplicación y la división se refiere)? y ¿cómo lo aplica en el aula?

Docente: Hay que evaluar cada componente, o sea el saber hacer (pausa). Por ejemplo, en el área como tal uno les hace evaluación escrita, evaluación oral, les hace recuperación de la recuperación, les tiene en cuenta las tareas que se pongan para la casa, que son muy pocas, la participación en clase, la evaluación de período, la autoevaluación, heteroevaluación y la coevaluación. Todo eso se les tiene en cuenta en el área.

Se puede apreciar que la docente conoce los elementos que componen el plan de área de matemáticas, lo cual permite hablar con propiedad de las falencias y bondades que tiene el

mismo. Se coincide con la profesora cuando da su opinión de la situación problematizadora, puesto que no permite abarcar todos los contenidos y desempeños que se pretenden alcancen los estudiantes en un período lectivo.

En lo concerniente a los recursos que posee la institución (sala de informática, biblioteca, ábacos, entre otros), se considera que pueden ser utilizados como mediadores del aprendizaje y de la evaluación del aprendizaje, pero no se observa que se les brinde la suficiente importancia durante las clases de matemáticas. En parte, esto puede estar dado, no por la falta de conocimiento del material en la institución, sino por el poco manejo que tiene la docente de los recursos y del desconocimiento de las potencialidades que brindan en el aprendizaje.



4. Formulación del eje problémico

De acuerdo con el análisis de los tres elementos: Plan de área de matemáticas, resultados de las Pruebas Saber y prácticas de enseñanza de la docente, en tanto componentes en el quehacer de la institución respecto a las prácticas matemáticas, se puede concluir de manera general que:

- En relación con el análisis de la malla curricular de matemáticas de grado tercero, se evidencia que se debe realizar una revisión y ajuste a dicho documento, en términos de que haya coherencia entre las situaciones problematizadoras, los contenidos, las competencias y los indicadores de desempeño. Además, enriquecer los aspectos conceptuales, los cuales se ven relegados a un segundo plano debido al privilegio del aspecto procedimental. Todo esto en aras de mostrar un equilibrio que permita otras posibles lecturas del documento.
- En lo que refiere a los resultados de las pruebas externas, el análisis permitió evidenciar la necesidad de realizar un trabajo coherente que aporte a la institución elementos curriculares que fortalezcan los procesos que se llevan a cabo en los pensamientos numérico y variacional, particularmente en el objeto matemático de estudio: Las estructuras multiplicativas. Esto, en la búsqueda de generar cohesión entre los documentos curriculares de la institución y las acciones a desarrollar por docentes y estudiantes de grado tercero.
- En cuanto a las prácticas de enseñanza de la docente, es necesario generar una reflexión en torno a las acciones que ella lleva a cabo a la hora de presentar tareas a los estudiantes. Para esto, debe establecerse una coherencia entre los documentos curriculares de la institución, las prácticas de enseñanza y la resignificación del objeto matemático de

estudio (las estructuras multiplicativas), a partir de la propuesta de otro tipo de tareas, que transformen las prácticas de aula de la docente.

Así entonces, se plantea un eje problémico que permita la resignificación del *currículo* de matemáticas de la Institución Educativa la Asunción, a partir de elementos propios de la teoría de la actividad. Esto con el fin de posibilitar una reestructuración de la malla curricular de matemáticas de grado tercero, que oriente la actividad docente en la planeación y desarrollo de otro tipo de tareas, y, a su vez, les permitan a los estudiantes acercarse al sentido y significado de las estructuras multiplicativas, a partir de las prácticas asociadas al isomorfismo de medidas (en particular, estas prácticas son orientadas por los conceptos de razón y variación).



5. Objetivos

5.1 General

Analizar las prácticas matemáticas de la Institución Educativa la Asunción relacionadas con las estructuras multiplicativas en grado tercero, para proponer herramientas curriculares que favorezcan las prácticas de enseñanza de las matemáticas, desde una perspectiva de la teoría de la actividad.

5.2 Específicos

- Proponer una reestructuración de la malla curricular de matemáticas de tercer grado de la Institución Educativa la Asunción que articule prácticas de enseñanza enfatizando diferentes significados de la multiplicación.
- Sistematizar tareas matemáticas que enriquezcan las prácticas de enseñanza de los docentes en torno a las estructuras multiplicativas, tomando como referente el plan de área de matemáticas de la Institución Educativa la Asunción y los Referentes Básicos de Calidad en Colombia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

6. Fundamentos conceptuales

6.1 Currículo

Bajo el concepto de *currículo* se presenta una variedad de acepciones. Cada una se comprende desde las diferentes perspectivas de una comunidad educativa y del contexto histórico-cultural que rodea a los actores que convergen en él. En la Ley 115 o Ley General de Educación (MEN, 1994) se define *currículo* como

el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional (p.17).

De la definición anterior, el *currículo* no solo atiende a un listado de contenidos, sino que también lo conforman diferentes elementos que coexisten entre sí en las prácticas educativas institucionales, como la comunidad académica, los documentos institucionales y los contextos (de aula, escolar y extraescolar). Los sujetos que hacen parte de la escuela (profesores, estudiantes, padres de familia, rector, entre muchos otros) son quienes dan coherencia a estos elementos a través de sus prácticas y, constantemente, deben estar reflexionando sobre la realidad escolar para realizar las debidas transformaciones al *currículo*. Es así como Sacristán (1995) propone que, en el desarrollo curricular, se debe prestar atención a las prácticas políticas y administrativas que se expresan en su desarrollo [del *currículo*], a las condiciones estructurales, organizativas, materiales, dotación de profesorado, al bagaje de ideas y significado que le dan forma y que lo modelan en sucesivos pasos de transformación (p.23).

Por este motivo, es importante comprender que, no tener en cuenta las relaciones existentes entre la diversidad de elementos que componen el *currículo* ni los intereses manifestados por el sistema educativo, al momento de planificarlo y ponerlo en práctica en una institución educativa, solo garantiza su comprensión parcial y, de hecho, a partir de las ideas de Sacristán (1995), no se le llamaría *currículo*. Para este autor, los *curricula*⁷ “son la expresión del equilibrio de intereses y fuerzas que gravitan sobre el sistema educativo en un momento dado, en tanto que a través de ellos se realizan los fines de la educación en la enseñanza escolarizada” (p.18).

En esa misma línea, y en particular en Colombia, el *currículo* es un campo de saber imprescindible para entender las dinámicas escolares y orientar las prácticas educativas institucionales de los sujetos, teniendo como foco las finalidades académicas, científicas, morales, culturales, políticas y sociales que establece la Ley 115 (1994). Sacristán (1995), manifiesta que el *currículo*

resulta un concepto esencial para comprender la práctica educativa institucionalizada y las funciones sociales de la escuela. No podemos olvidar que el *curriculum* supone la concreción de los fines sociales y culturales, de socialización que se le asignan a la educación escolarizada o de ayuda al desarrollo, de estímulo y escenario del mismo (p.15).

En Colombia, reconocer cómo son las escuelas, reconocer sus contextos locales y regionales, daría coherencia a su organización curricular porque, “si el *curriculum*, evidentemente, es algo que se construye, sus contenidos y sus formas últimas no pueden ser indiferentes a los contextos en los que se configura” (Sacristán, 1995, p.23). Esto quiere decir

⁷ *Curricula* es la expresión que usa Sacristán (1995) para referirse al plural de *currículo*.

que, si los contextos institucionales cambian de un lugar a otro y de una época a otra, las prácticas institucionales deben ser diferenciadas. Además, los agentes involucrados en dichas prácticas deben apuntar a responder las necesidades que cada cultura requiera.

Para dar mayor claridad sobre algunos de los aspectos que se pueden concebir dentro del *currículo* y de las implicaciones que este tiene en la formación integral de los estudiantes, Sacristán (1995) identifica tres elementos de orden curricular (contenidos culturales, condiciones institucionales y condiciones culturales y sociales) interrelacionados (ver Figura 8). Estos elementos se encuentran enmarcados en la definición general que da dicho autor sobre *currículo*: “El proyecto selectivo de cultura, cultural, social, política y administrativamente condicionado, que rellena la actividad escolar, y que se hace realidad dentro de las condiciones de la escuela tal como se halla configurada” (p.40).

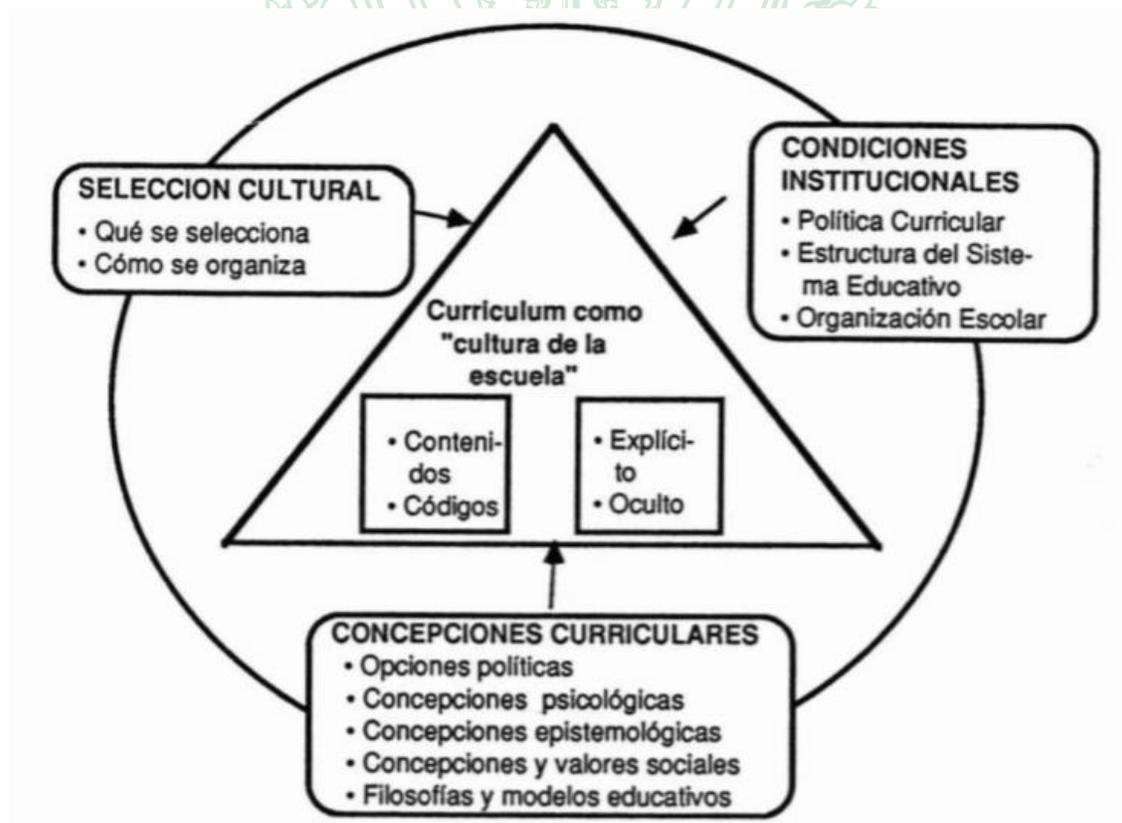


Figura 8. Esquema para una teoría del currículo. Sacristán (1995).

De esta manera, se reconoce que el *currículo* es un proyecto cultural, que interviene considerablemente en las prácticas de enseñanza de los maestros. De hecho, cualquier contenido cultural que se haya plasmado en el *currículo* (si este se encuentra fundamentado en objetivos) condiciona la práctica del maestro, pero, aunque esta dependa de factores curriculares, también depende de condicionamientos institucionales, culturales y sociales, que deben transformar las prácticas de enseñanza.

6.1.1 Planes de estudios

Uno de los elementos que está involucrado en el *currículo* es el plan de estudios. A partir de la Ley General de Educación (1994), se define el plan de estudios como el “esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos” (p.17). Este *esquema estructurado* no debería ser un elemento estático en cada institución educativa, sino estar en constante renovación dados los cambios que ocurren en las condiciones culturales, económicas y políticas de la sociedad y de la escuela.

El Ministerio de Educación Nacional (2008) no es ajeno a las transformaciones que deben presentarse en las prácticas educativas institucionales y, a partir de una guía para el mejoramiento institucional (Guía 34), establece que, el plan de estudio de una institución, que mejora constantemente, debe presentar las siguientes características:

1. Reflejar los objetivos y principios que, en el Proyecto Educativo Institucional (PEI) y en los lineamientos nacionales, se han establecido, en aras de identificar lo que los estudiantes deben saber y saber hacer, en su paso por la institución.
2. Vincular los contenidos de las áreas entre sí, para que los estudiantes desarrollen sus competencias.

3. Ser divulgado, para que los miembros de la comunidad académica conozcan lo que se va a desarrollar.
4. Ser articulado y coherente.
5. Debe contar con “mecanismos de seguimiento y retroalimentación, a partir de los cuales se mantienen su pertinencia, relevancia y calidad” (p.102).

Por otro lado, si bien en el marco de una transformación curricular lo más visible son los cambios en el plan de estudios, no es suficiente solo cambiar ese *esquema estructurado*, para lograr verdaderas transformaciones en las prácticas institucionales, tal como Sacristán (1995) lo expresa

En momentos en que se cobra conciencia de la falta de calidad en el sistema educativo, la atención se dirige a la renovación curricular como uno de los instrumentos para su mejora. Lo que lleva a fijarse inmediatamente en dos aspectos básicos: los contenidos del *currículum* y la metodología en las aulas. Pero la práctica escolar es una práctica institucionalizada, cuyo cambio requiere remover las condiciones que la mediatizan, actuando sobre todos los ámbitos prácticos que la condicionan, que desbordan muy claramente las prácticas de la enseñanza-aprendizaje en las aulas. No basta establecer y difundir un determinado discurso ideológico y técnico-pedagógico para que cambie, aunque se materialice incluso en un plan estructurado, si bien es condición previa necesaria (p.33).

6.1.2 Tareas

El valor del plan de estudio de una institución educativa, se encuentra en la lectura crítica que los profesores realizan de dicho documento y su posterior implementación en el aula de clase. Son estos actores quienes traducen la teoría expuesta en prácticas de aula a partir de la

planeación y desarrollo de tareas que orientan su actividad (enseñanza) y la del estudiante (aprendizaje), teniendo en cuenta los intereses y necesidades de estos últimos.

El concepto *tarea* tiene múltiples interpretaciones y, de hecho, para algunos autores significa lo mismo que el concepto de *actividad*. En este caso, el significado de ambos términos será diferente (el concepto de actividad será detallado en el apartado siguiente). En particular, Obando (2015), expresa que las tareas

son comprendidas en relación con unos sujetos en el acto educativo (estudiantes y maestros) y en función de un tiempo y de un espacio escolar, como una forma de organizar los recursos institucionales (materiales, tiempos, espacios, objetos de conocimiento, etc.); de orientar las acciones intencionadas de tales sujetos (orientación hacia el objeto de estudio); de organizar las formas de mediación para tales acciones intencionadas, y de canalizar las inter-acciones entre estudiantes, y de éstos con los maestros (p.67).

De este modo, se considera que las tareas son elementos mediadores entre la actividad del maestro y la actividad del estudiante, pero, al momento de planificarlas, el maestro debe tener en cuenta las condiciones institucionales (principios, objetivos, materiales, tiempo, espacio, etc.), las condiciones estatales (leyes, decretos, Referentes Básicos de Calidad), las consideraciones teóricas (tendencia en la cual se enmarca el maestro, historia de los objetos de conocimiento, enfoque psicológico) y las condiciones culturales (contexto, intereses de los estudiantes), en aras de generar aprendizaje en los estudiantes. Es así, como las tareas se relacionan con el *currículo*, dado que este último

a través de su formato pedagógico y en la medida en que una determinada elaboración del mismo sugiera o facilite actividades a los profesores y a los alumnos, es un elemento

mediador entre la teoría y la acción, puente entre principios y realidades, pues son las tareas las que modelan la práctica. El profesor, a [al] elegir y modelar tareas, delimita el escenario de la relación teoría-práctica que puede expresarse en ésta última (Sacristán, 1995, p.317).

La planificación y el desarrollo de nuevas tareas es un factor determinante en la reflexión del docente sobre sus prácticas educativas. Esta reflexión le permite resignificar tanto sus acciones como la institución en general.

6.2 Teoría de la actividad

Durante el proceso de enseñanza y el proceso de aprendizaje pueden intervenir diferentes aspectos que no son propios de la educación, donde diversas ciencias humanas aportan para el análisis y comprensión de dichos procesos. Esta multiplicidad de perspectivas ha permitido el desarrollo de teorías del conocimiento que priorizan el desarrollo biológico de los sujetos, otras teorías donde se manifiesta que el conocimiento debe ser construido paulatinamente dependiendo de la edad, así como otras dan mayor importancia a los contextos histórico-culturales y a la influencia que estos tienen en la comprensión del desarrollo psicológico y personal de los sujetos.

El presente trabajo toma la teoría de la actividad como base para explicar los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje. Esta fue desarrollada en la primera mitad del siglo XX por Lev Vygotsky, Alekséi Leontiev, Sergei Rubinstein, entre otros. Años más tarde, autores como Davidov (1988), Kozulin (1998) y Daniels (2003) continuaron desarrollándola. En esta teoría se proponen algunas preguntas como, por ejemplo: ¿De qué manera interviene la psicología en la educación? ¿Cómo la cultura aporta al aprendizaje del niño? ¿Qué tipos de instrumentos median en el proceso de enseñanza y el proceso de aprendizaje?

En la teoría de la actividad “es la actividad misma la que pasa a un primer plano de análisis” (Daniels, 2003, p.16). Además, la actividad se plantea como principio explicativo de la conciencia y, a su vez, responde a la manera en que la cultura influye en los procesos psicológicos de los sujetos, para así permitir el aprendizaje (Kozulin, 1998).

A diferencia de Piaget en la teoría constructivista, Vygotsky no fundamenta la actividad exclusivamente en el niño (Kozulin, 1998), sino que expresa la importancia que tienen actores como el adulto, el niño, los instrumentos y la cultura. Las interacciones que se presenten entre cada uno de esos actores podrán generar lo que es el aprendizaje y el desarrollo de capacidades psicológicas en el niño.

6.2.1 Mediación

Un concepto central en la teoría de la actividad es el de mediación. Esta se debe entender como el proceso mediante el cual “los individuos operan con artefactos (palabras/textos) que, a su vez, están conformados en —y por— actividades donde se refutan valores y se negocian significados” (Daniels, 2003, p.29). Es así como, en los procesos de mediación, lo más importante es el uso de instrumentos⁸ (los cuales adquieren significado mediante la existencia de la actividad humana) que, a través de la actividad de los sujetos, permite alcanzar el aprendizaje y el desarrollo de capacidades psicológicas.

En el proceso de la mediación, tanto los seres humanos como los objetos pueden actuar como instrumentos mediadores. Los objetos como instrumentos pueden ser de dos tipos: *materiales o psicológicos*. Los primeros están dirigidos a procesos de la naturaleza y, a su vez, son de empleo colectivo y adquieren valor cuando los seres humanos intervienen en su

⁸ Vale la pena aclarar que Kozulin (1998) se refiere a instrumentos como aquellos que adquieren valor y significado por medio de la existencia de la actividad humana, mientras que Daniels (2003) utiliza artefacto para referirse a los objetos que adquieren el mismo sentido. El término que se utiliza en este texto es el de Kozulin.

manipulación (esta característica también aplica para los instrumentos psicológicos). Los segundos ocupan un papel más importante que los *materiales* para el desarrollo de capacidades psicológicas y el logro del aprendizaje, dado que “dominan los procesos cognitivos y conductuales naturales del individuo” (Kozulin, 1998, p.29).

Vygotsky menciona que el proceso de aprendizaje puede ser de dos tipos: *Directo*, donde “el niño interacciona con el entorno. Esta interacción puede adoptar la forma de un aprendizaje por observación, por ensayo y error, por condicionamiento o mediante cualquier otra actividad en la que el niño interaccione directamente con ciertos estímulos” (Kozulin, 1998, pp.77-78) y *mediado*, donde un adulto o un objeto actúa como instrumento mediador entre el entorno y el niño, modificando las condiciones de las interacciones. Es así como, en el aprendizaje mediado, se denota la importancia del otro en la interacción con el niño y de este con el entorno, debido a que, el acompañamiento de un adulto, modifica las imágenes que se tienen entre la conducta animal y la humana.

Según Vygotsky, para que se presente un aprendizaje mediado se debe cumplir con tres criterios, a saber:

- 1. Intencionalidad/reciprocidad:** El adulto se presenta como transformador de un evento incidental, convirtiéndolo en intencional para el niño.
- 2. Trascendencia:** El niño puede realizar un proceso sin ser consciente del motivo que está detrás, pero la trascendencia “para que sea eficaz no es necesario que sea consciente ni deliberada” (Kozulin, 1998, p.85). Este criterio permite explorar más allá de lo que la situación presente.

3. Significado: Con claros propósitos, es el adulto quien aporta en la construcción de significados, por parte del niño, en el instante en que dichos sujetos interactúan, aunque no quiere decir que los significados construidos por ambos sean iguales.

6.2.2 Elementos constitutivos de la actividad

Davidov (1988) expresa que los componentes de la actividad son las necesidades, los motivos, las finalidades, las tareas, las acciones y las operaciones. Cada uno de ellos se encuentra interrelacionado el uno con el otro y en constantes transformaciones.

La actividad de un sujeto debe responder a necesidades, expresadas por las carencias que este experimenta, lo cual conlleva a la búsqueda de conseguir satisfacer dichas necesidades. Para ello, el sujeto se plantea objetos/motivo que movilizan su actividad, pero el hecho de tener objetos/motivo no significa que el sujeto alcanzó a satisfacer sus necesidades, es necesario producirlos. De esta manera, el objeto/motivo se convierte en la finalidad de las acciones (Davidov, 1988).

Ahora, para dar respuestas a la finalidad, el sujeto debe definir tareas que organicen sus acciones. Estas últimas no surgen de la nada, son planificadas y desarrolladas y, su vez, se encuentran condicionadas en un espacio, en un tiempo y por otros individuos, por lo cual las acciones no son aisladas de los demás, sino que están permeadas por las necesidades, intereses y posiciones de otros individuos y otras culturas.

En suma, en toda actividad humana se deben tener bien claras la finalidad y las acciones en busca de la satisfacción de las necesidades, puesto que el desarrollo de cada uno de los componentes determina la actividad de un sujeto y las finalidades que de esta se espera.

6.2.3 El juego

El juego es la actividad rectora de los niños. La práctica de este, favorece en esta población el surgimiento de

la imaginación y la función simbólica, la orientación en el sentido general de las relaciones y acciones humanas, la capacidad de separar en ellas los aspectos de subordinación y dirección; también se forman las vivencias generalizadas y la orientación consciente en estas (Davidov, 1988, p.74).

En este sentido, el juego es la actividad realizada por los niños que posibilita la formación de diversas capacidades sensoriales, perceptivas y psicológicas, a partir del establecimiento de relaciones con otros niños. Aquello que los niños buscan hacer mediante el juego, además de divertirse, es actuar como lo hacen los adultos, ya sea porque los vieron o porque les contaron (Davidov, 1988).

En la teoría de la actividad, Davidov (1988) expresa que los objetos/motivo de los niños al jugar, no es alcanzar un resultado. Esto es, en el juego de los niños, no coinciden las acciones con las condiciones, lo que realmente importa es el cumplimiento de la acción y no el logro de una meta. El mismo autor, para dar a entender mejor esta idea, da un ejemplo: “Un palo suplanta al “caballo” y el pequeño “cabalga”, por cuanto lo importante para él es andar y no llegar a algún lado” (p.80). Para concluir, el autor dice que solo a través de ese desacuerdo entre acciones y operaciones es que el niño desarrolla el proceso de la imaginación que, posteriormente, lo conlleva a establecer la simultaneidad entre ambos componentes de la actividad, o lo que sería en el ejemplo anterior, actuar con el palo como se actúa con el caballo.

En el contexto educativo, la práctica del juego tiene finalidades más allá del entretenimiento. El adulto (profesor) presenta el juego con el objeto de que los niños

(estudiantes) aprendan y desarrollen capacidades psicológicas y motoras. Es así como en la escuela, los profesores tienen como una de sus finalidades, al momento de planificar tareas para estudiantes de los primeros grados, articular la actividad lúdica con la actividad de estudio, y es que este proceso resulta siendo fundamental para la formación personal, física y psicológica de los niños:

distintos tipos de actividad reproductiva no pueden formarse en una secuencia arbitraria. Así, la auténtica actividad laboral se puede formar sólo sobre la base de la lúdica y la de estudio; ésta [la actividad reproductiva] únicamente sobre la base de la lúdica, por cuanto el estudio está dirigido, en particular, a la asimilación de abstracciones y generalizaciones que presuponen la presencia en el niño de la imaginación y de la función simbólica las que se constituyen, precisamente, en el juego (Davidov, 1988, p.75).

6.3 Estructuras multiplicativas

El Ministerio de Educación Nacional (1998), manifiesta una tensión en la educación matemática referente al pensamiento numérico y que, a pesar de los años que han transcurrido hasta la actualidad, aún se continúa produciendo:⁹

Toda la importancia que en este momento se está dando al desarrollo del pensamiento numérico en la educación, es una reacción al énfasis tan grande que se le ha dado a los algoritmos para efectuar cálculos, los cuales se tratan a veces de una forma mecánica sin considerar la comprensión de los conceptos que los fundamentan (p.27).

De esta manera, es necesario que los estudiantes comprendan los conceptos que hacen parte del pensamiento numérico y no se simplifique la enseñanza de estos conceptos a la memorización y aplicación de algoritmos. Además, los estudiantes deberían pensar y actuar con

⁹ Cabe mencionar que esta no es una idea nueva del MEN (1998), sino que, desde muchos años atrás, se ha planteado.

los números y las operaciones (que son conceptos fundamentales del pensamiento numérico), y adquirir habilidades y competencias para usarlos como medio en la comunicación, interpretación y argumentación de información proveniente del entorno. La justificación de esta última idea la afirma McIntosh (como se citó en el MEN, 1998), cuando manifiesta que

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (p.26).

El desarrollo del sentido numérico es un elemento fundamental en el marco del pensamiento numérico, especialmente a partir de los primeros grados de estudio, puesto que es necesario que los estudiantes, de acuerdo con sus experiencias vividas y con sus habilidades particulares, reconozcan y dominen los números y sus múltiples relaciones, al igual que las implicaciones de realizar operaciones entre ellos. Además, la comprensión de los números no está aislada de las condiciones históricas y culturales de los estudiantes y de la sociedad, porque las necesidades, motivos e intereses de los estudiantes determinan en gran medida el desarrollo del sentido numérico.¹⁰

De igual forma, el Ministerio de Educación Nacional (1998) expresa que “reflexionar sobre las interacciones entre las operaciones y los números estimula un alto nivel de pensamiento numérico” (p.34). Es así como, al momento de realizar operaciones en la escuela y fuera de ella, este proceso repercute en el aprendizaje del número. Este último aspecto es teorizado en el Ministerio de Educación Nacional (2006) cuando afirma que el estudio de las operaciones genera

¹⁰ Por ejemplo, la comprensión sobre el número difiere entre personas que viven en cierta comunidad indígena y personas que viven en un sector urbano. Los intereses y necesidades de ambas culturas son distintas y ello determina diferentes comprensiones del número.

“una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas” (p.59).

En las escuelas colombianas, la multiplicación empieza a ser enseñada en grado segundo y la división en grado tercero, mientras que la adición y la sustracción en grados anteriores, lo que implica que los estudiantes deberían llegar al grado segundo con algún nivel de desarrollo del sentido numérico, la cual es una habilidad necesaria en el aprendizaje de la multiplicación y la división. Es decir,

Comenzar a trabajar en el producto y en la división exige que el niño tenga un nivel de uso y dominio de los números, que conozca su simbolización, todo ello en un grado más completo que en el caso de la suma y la resta (Rico, Castro y Castro, 1995, p.45).

La multiplicación y la división son las operaciones base de un campo conceptual conocido como estructuras multiplicativas, que consiste, según Vergnaud (como se citó en Moreira, 2002)

en todas las situaciones que pueden ser analizadas como problemas de proporciones simples y múltiples para los cuales generalmente es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de esas operaciones. Varios tipos de conceptos matemáticos están involucrados en las situaciones que constituyen el campo conceptual de las estructuras multiplicativas y en el pensamiento necesario para dominar tales situaciones. Entre tales conceptos están el de función lineal, función no lineal, espacio vectorial, análisis dimensional, fracción, razón, tasa, número racional, multiplicación y división (p.58).

El dominio de este campo conceptual, no ocurre entonces en un período de tiempo específico, sino que abarca casi toda la escolaridad básica y media, incluso estudios universitarios. Además, no son solo multiplicación y división los conceptos involucrados en las estructuras multiplicativas, también hacen parte una gama de conceptos más extensa y que enriquecen el desarrollo de competencias matemáticas que conllevan a comprender el sentido y significado de ambas operaciones.

Ahora bien, es necesario comprender los significados que se le da tanto a la multiplicación como a la división a partir de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998). Son cuatro los significados que se le dan a la multiplicación y dos a la división. La multiplicación es definida como

- 1. Factor multiplicante:** “Problemas donde uno de los factores corresponde a un escalar que indica la cantidad de veces que una cantidad es mayor que otra” (Botero, 2006, p.21), donde es claro que las variaciones constantes en una cantidad, implican variaciones constantes en la otra.
- 2. Adición repetida:** Aquel significado tradicionalmente privilegiado en el aula de clase, el cual se corresponde con “situaciones donde existen dos magnitudes en las cuales a cada uno de los elementos de un primer conjunto, le corresponde un subconjunto de otro” (Botero, 2006, p.21), lo que es un buen proceso para comprender la operación en un inicio, pero no es el único significado de la operación.
- 3. Razón:** Correspondiente a situaciones donde “se da una razón que permite relacionar de forma lineal las dos magnitudes de carácter discreto, que están presentes en el problema” (Botero, 2006, p.22). En este caso prevalece una covariación entre variables.

4. Producto cartesiano: “Presentan dos magnitudes que al ser combinadas (multiplicativa) producen una magnitud diferente de las otras dos, pero compuesta por cada una de ellas” (Botero, 2006, p.22). Son situaciones poco comunes en las clases de matemáticas.

La división es definida como repartición y como agrupación o sustracción repetida, aunque el más privilegiado en las aulas de clase de matemáticas es el primero.

1. Repartición: Presente en situaciones en las que “se parte del conocimiento del tamaño total de la colección y la cantidad de grupos de igual tamaño que se debe formar con dicha colección, y se busca determinar el tamaño de cada grupo” (Botero, 2006, p.22).

2. Agrupación o sustracción repetida: “Se plantea la cantidad de elementos que deben ir en cada grupo y se pregunta por el número de grupos resultantes” (Botero, 2006, p.22). Esto quiere decir que difiere del primer significado, en tanto el interés en este es la sustracción repetida de un mismo tamaño a partir de una cantidad total.

6.3.1 Las situaciones multiplicativas y la proporcionalidad directa simple

Las situaciones matemáticas que involucran la multiplicación y la división, abarcan elementos propios de la proporcionalidad directa, las proporciones y las razones, para lo cual Vergnaud (como se citó en Botero, 2006) expresa que “la enseñanza de los conceptos no puede hacerse de una manera aislada, ni a partir de una sola situación problema” (p.58). Es decir, el estudio de la multiplicación y la división debe estar en correspondencia a un conjunto de situaciones que incluyan el trabajo con diversos conceptos (especialmente de la proporcionalidad directa) y que permitan visualizar las relaciones entre ambas operaciones y los demás conceptos que están asociados.

Una síntesis que puede aclarar tanto las relaciones que tienen el trabajo con la variación directa al interior de cada una las operaciones, multiplicación y división, como proporcionalidad directa, se muestra a continuación en la Figura 9

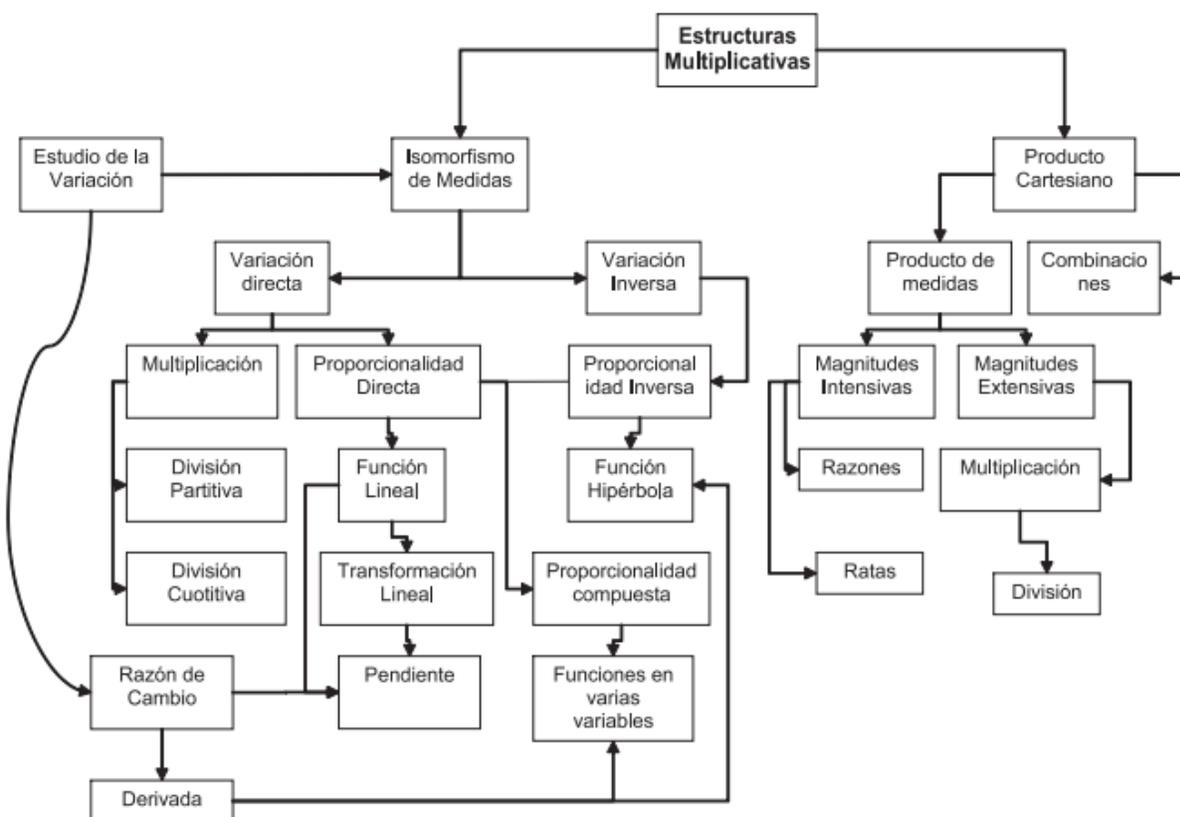


Figura 9. Mapa resumen estructuras multiplicativas. Posada y otros (2005, p.25). Recuperado en febrero de 2018.

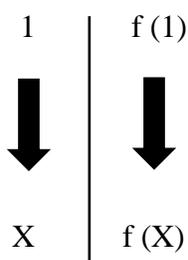
De la figura, se infiere que las cantidades involucradas en situaciones multiplicativas están asociadas, bien sea a través de isomorfismo de medida o de producto cartesiano. Como isomorfismo de medidas, las situaciones multiplicativas¹¹ “se corresponden con aquellas en las

¹¹ Para Vergnaud, en las situaciones multiplicativas asociadas al isomorfismo de medidas, existen una relación entre cuatro cantidades. En esta categoría se distinguen cuatro tipos de problemas: Problemas de multiplicación, problemas de división partitiva, problemas de división cuotitiva y problemas de regla de tres (o cuarta proporcional). Es importante aclarar que los tipos de problemas no serán tenidos en cuenta en este trabajo, sino los procedimientos que se pueden establecer en la resolución de las situaciones multiplicativas.

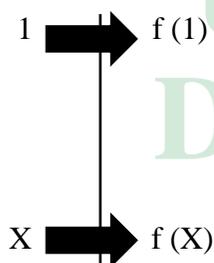
que dos espacios de medida son puestos en correspondencia uno con otro a través de una regla de correspondencia que expresa una relación lineal” (Botero, 2006, p.60).

Bajo el isomorfismo de medidas las situaciones se representan por medio de tablas de correspondencia entre cantidades, que permiten realizar dos tipos de procedimientos: Analíticos y por analogía.

Procedimientos analíticos: Presentan relaciones constantes entre las cantidades, es decir, el cociente entre cada pareja de valores correspondientes es el mismo, o lo que se llama razón o constante de proporcionalidad. A partir de este tipo de procedimientos, el análisis de las situaciones se realiza de manera vertical, como se muestra en el siguiente esquema:



Procedimientos por analogía: Analizan las variaciones producidas por uno de los espacios de medida sobre otro. A partir de este tipo de procedimientos, el análisis de las situaciones se realiza de manera horizontal, como se muestra en el siguiente esquema:



Es así, como ambos procedimientos posibilitan evidenciar dos tipos de análisis que, a su vez, permiten “establecer la noción de multiplicación, división y proporcionalidad directa, al igual que la noción de razón de cambio y la de razón – operador” (Botero, 2006, p.63).

Por otro lado, como producto cartesiano, en las situaciones multiplicativas se relacionan dos magnitudes que, al operarlas, producen una combinación entre ambas o una tercera. Estas relaciones se pueden establecer tanto en el plano cartesiano como en plano tridimensional.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

7. Fundamentos metodológicos

El presente trabajo tiene como base el estudio de las prácticas matemáticas institucionales, en relación con las estructuras multiplicativas. La teoría de la actividad (Davidov, 1988; Kozulin, 1998; Daniels, 2003) es el marco en el que se comprende dicho estudio. Con base en esta propuesta teórica, se realizó un análisis a dos niveles: Uno interno, y otro externo (ver Figura 10). El interno considera la coherencia entre dos aspectos que intervienen y determinan el quehacer en la institución: El plan de área de matemáticas y las prácticas de enseñanza de la docente. El externo se encuentra en relación con los resultados de las Pruebas Saber (2016 y 2017) y los Referentes Básicos de Calidad propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), Derechos Básicos de Aprendizaje (2016)).

La teoría de la actividad se asume como marco teórico y metodológico en este trabajo, debido a que, algunos de sus planteamientos, se constituyen en fuentes importantes para interpretar la planificación y desarrollo del *currículo* de una institución. Según autores como Lompscher (1984), Davidov (1988a) y Karpov y Bransford (1995) “en todo currículo adecuadamente diseñado y aplicado, el desarrollo del pensamiento debería ser un elemento interno e inseparable” (Kozulin, 1998, p.100). En esta medida, se considera que la enseñanza debe recrear en el estudiante sistemas de conceptos matemáticos, apoyándose en el problema psicológico del razonamiento, a partir de objetos-motivo que posibiliten en el estudiante el aprendizaje de los significados de los objetos de estudio (Kozulin, 1998).

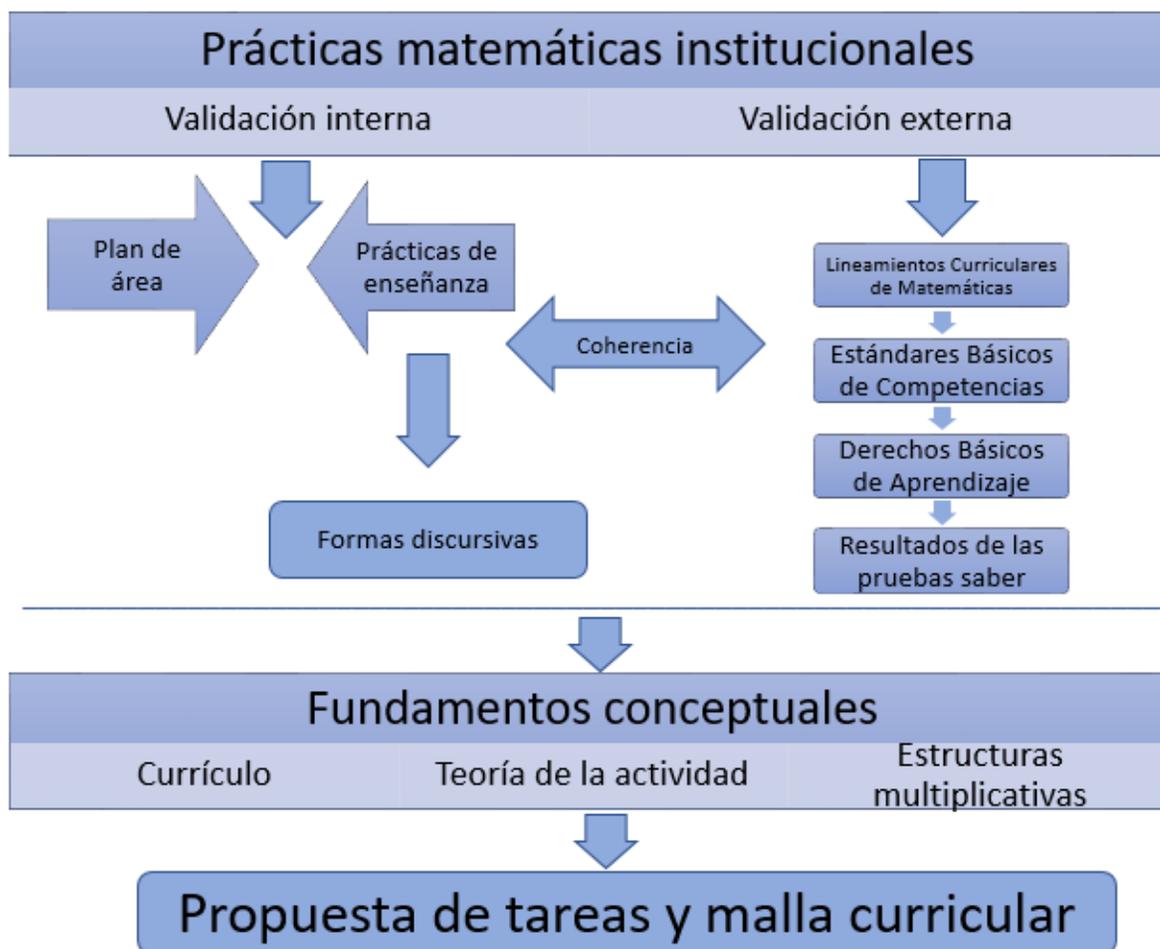


Figura 10. Representación de los dos niveles de estudio.

7.1 Especificación del estudio

En la teoría de la actividad (Davidov, 1988; Kozulin, 1998; Daniels, 2003) es la actividad del individuo la que pasa a un primer plano de análisis. En el sistema educativo, los vínculos que se establezcan entre la actividad del estudiante y la actividad del maestro, son determinantes en el proceso de enseñanza y en el proceso de aprendizaje. Por esta razón, los objetos-motivo del maestro son inseparables de los objetos-motivo del estudiante y esto debe incentivar la búsqueda de diferentes acciones en el aula.

Uno de los actores principales de la teoría de la actividad, en el ámbito escolar, es el maestro, el cual, para desarrollar sus prácticas de enseñanza, debe comprender que el estudiante

pertenece a una cultura, que aprende de ella y, a su vez, la transforma a partir de su propia actividad. Es por esto que, en la actividad del maestro, las tareas que sean planificadas y aplicadas, deben estar en correspondencia con el espacio-tiempo de los estudiantes.¹²

Ahora bien, desde la teoría de la actividad, las tareas son entendidas como formas de reorganizar la actividad del maestro y la actividad del estudiante, de acuerdo con un conjunto de necesidades, posibilidades, objetivos, acciones y operaciones, que, si bien no son los mismos en la actividad de ambos sujetos, convergen en el mismo lugar: El aula de clase (Obando, 2015).

Por otro lado, el juego es la actividad rectora que promueve los aprendizajes, y que media entre la actividad del maestro y la actividad del estudiante (especialmente cuando este último se encuentra en los primeros años de escolaridad). Al ser una actividad lúdica que provee de imaginación al estudiante (Davidov, 1988), permite al profesor adaptar contenidos de matemáticas que posibilitan asumir el juego como estrategia para la organización de algunas tareas, en donde la finalidad no se restrinja a jugar, sino a movilizar la actividad del estudiante.

Los juegos propuestos en este trabajo, para el caso del objeto matemático de estudio (las estructuras multiplicativas), posibilitan a los profesores evidenciar una alternativa de trabajo de aula en cuanto al tratamiento de las operaciones multiplicación y división, en la cual se puedan articular diferentes contenidos de la malla curricular en un solo juego. La actividad lúdica les permite a los estudiantes realizar acciones que transformen el aprendizaje de dicho objeto matemático (Obando, 2015).

La población de estudio (estudiantes de grado tercero) responde a una edad que oscila entre los ocho y nueve años de edad, y, de acuerdo con las miradas teóricas y metodológicas de

¹² La conciencia del sujeto se constituye a través de las diversas construcciones sociales, políticas e históricas que la cultura ha establecido.

la teoría de la actividad, son sujetos que, por medio del juego, pueden encontrar la posibilidad del aprendizaje de los significados matemáticos de las tareas propuestas.

El desarrollo metodológico que posibilitó orientar los objetivos del presente trabajo, involucra tres ejes principales: El primero fue realizar la lectura crítica del plan de área de matemáticas de la institución, en particular de la malla curricular de grado tercero. El segundo, fue observar y analizar las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de este grado. Y el tercero, fue planificar, ejecutar y analizar tareas matemáticas, por parte de los maestros en formación. La lectura crítica de estos tres ejes se realizó en paralelo, pero se clasifican para facilitar la lectura analítica de ellos. Además, fue necesario también estudiar la actividad del estudiante, dado que, esta determina, en gran medida, el desarrollo de la actividad del maestro.

7.1.1 Primer eje: Análisis del plan de área de matemáticas

En este eje se realizó la lectura crítica del plan de área de matemáticas para evidenciar cuáles eran los elementos que lo componen e indagarse sobre aspectos generales de la mirada institucional. En particular, se realizó un análisis a profundidad de la malla curricular de matemáticas de grado tercero. Dentro de la malla se buscaba validar la coherencia (si la había) entre las situaciones propuestas por período, los componentes (o pensamientos), los contenidos y los indicadores de desempeño. Además, se buscaba verificar si la situación era contextualizada para los estudiantes y analizar qué tan pertinentes eran los contenidos e indicadores de desempeño propuestos para cada período.

7.1.2 Segundo eje: Prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de grado tercero

La práctica pedagógica realizada por los maestros en formación en la institución, fue en la segunda parte del año 2017 y en la primera de 2018. En cada etapa, la docente cooperadora fue diferente.¹³

El análisis de las prácticas de enseñanza de las docentes del grado tercero (en particular, en función de las estructuras multiplicativas) se realizó para conocer los métodos y recursos utilizados en sus clases, los conocimientos del objeto matemático y el tipo de tareas que planificaban y ejecutaban en el aula de clase. El análisis de las prácticas de los estudiantes se realizó para saber sus conocimientos del objeto matemático y sus formas de actuar frente a las tareas que las docentes proponían.

Los métodos utilizados para orientar los propósitos anteriores fueron:

- La realización de una entrevista semiestructurada a la docente de matemáticas del año 2017.
- Las observaciones de los maestros en formación de las prácticas matemáticas de ambas docentes y de los estudiantes de grado tercero.
- Los diálogos realizados con las docentes en el aula de clase y en el ámbito extra clase (por ejemplo, en los recesos de la jornada académica, reuniones de profesores).
- La lectura de los cuadernos de los estudiantes de grado tercero en ambos años.

¹³ Este cambio se dio por cuestiones institucionales de necesidad del servicio, y no afectó el proceso del trabajo, debido a que el foco eran las prácticas matemáticas institucionales, y no los individuos.

7.1.3 Tercer eje: Planificación, ejecución y análisis de tareas matemáticas por parte de los maestros en formación

Posterior a la lectura crítica del plan de área y la observación de las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes, se hizo necesario establecer líneas de acción, en relación con la planificación, ejecución y posterior análisis de tareas, que estuvieran en correspondencia con el *currículo* de la institución y con los Referentes Básicos de Calidad en Colombia.

Para recopilar información de algunas de las tareas que planificaron y ejecutaron los maestros en formación, durante su proceso de acompañamiento con las docentes y los estudiantes de grado tercero, se hizo uso de una ficha de sistematización de la tarea (ver Anexo 4).

Las fichas brindan beneficios tales como: Primero, ajustar el *currículo* de la institución a las características del contexto y en relación con las exigencias del Ministerio de Educación Nacional. Segundo, cualificar las prácticas de aula de los docentes al dejar abierta la posibilidad de desarrollar otras formas de enseñanza de las matemáticas. Y tercero, permite evidenciar los aprendizajes que los estudiantes pueden alcanzar con la implementación de las tareas propuestas.

Cada una de las fichas está compuesta por tres categorías:

- Ficha de identificación: En esta primera categoría los docentes encuentran la presentación global en lo que a la tarea refiere. Allí se exponen: El título, una serie de preguntas que dejan en evidencia la relación que tiene la tarea tanto con los requerimientos curriculares de la educación matemática del país, como con las propuestas curriculares de la institución, y algunas preguntas específicas de los contenidos que permite abordar. Además, se presentan el resumen de la tarea, la descripción de los contenidos procedimentales que se esperan abordar y los materiales y recursos requeridos para la implementación de la tarea.

- **Ficha del maestro:** Aquí se da cuenta de las competencias que la tarea busca sean desarrolladas por los estudiantes, así como los desempeños que se esperan alcanzar. También, muestra los ejes conceptuales que se trabajan a partir de los Referentes Básicos de Calidad y una síntesis de los procedimientos de los estudiantes en los diferentes momentos de la tarea. Por último, da cuenta de un estimado del tiempo para el que se proyecta su ejecución y los saberes previos que los estudiantes deben tener antes de enfrentarse a la tarea.

- **Ficha técnica:** En esta parte, se fundamentan teóricamente los conceptos desarrollados y se sustentan los conceptos metodológicos empleados. Además, se da cuenta de los aportes que la tarea generaría en el aprendizaje de los estudiantes y muestra las guías de trabajo asignadas a los mismos. En esta categoría, se analizan los momentos que componen la tarea, se explicitan las experiencias de los docentes con la ejecución de la tarea y se deja abierto un historial que permite realimentarla en ejecuciones posteriores. Al final, se muestran los referentes bibliográficos y los registros respectivos.

7.2 El papel desempeñado por los maestros en formación

El proceso de acompañamiento de los maestros en formación en la institución se presentó en dos ciclos. El primero en la segunda mitad del año 2017, y el segundo en la primera mitad del año 2018. Se catalogan como dos ciclos, debido a que tanto la población estudiantil como la docente cooperadora del grado fueron distintas. Aunque se presentaron aspectos similares en ambos lapsos, también hubo diferencias, dado que, la experiencia y los conocimientos que adquirieron los maestros en formación en el primer ciclo, favorecieron el proceso de acompañamiento en el segundo, en términos del reconocimiento de las dinámicas institucionales y de las prácticas de enseñanza que se llevarían a cabo, bajo la planeación y ejecución de tareas.

En el primer ciclo, el proceso de acompañamiento inició con el reconocimiento de las instalaciones de la institución, y con la presentación de la docente cooperadora y de la población de estudio.

En las sesiones iniciales los maestros en formación realizaron el proceso de observación de las clases de matemáticas. Dicha observación era participante y no pasiva, para poder comprender las clases y aportar elementos metodológicos en las siguientes. Estas sesiones fueron fundamentales para que los maestros en formación se adaptaran paulatinamente a las dinámicas institucionales y, a su vez, para reconocer elementos en el discurso de la docente y de los estudiantes que llegaran a ser fuente de posibles líneas de acción en el aula. De la misma manera, estas sesiones fueron un apoyo para la docente cooperadora, dado que las tareas que planificaba eran consultadas con los maestros en formación, quienes contribuyeron a la posterior ejecución de dichas herramientas en el aula (lo mismo ocurrió en la realización del examen de período).

En sesiones posteriores, los maestros en formación planificaron algunas tareas y, antes de ser ejecutadas, fueron discutidas con la docente cooperadora. El proceso de planificación y ejecución de las tareas no fue fácil: Por un lado, los maestros en formación tenían presente que las tareas debían estar en coherencia con los documentos institucionales y con los Referentes Básicos de Calidad; por otro lado, en la institución se presentaban algunas limitaciones a la hora de ejecutar las tareas (para más detalle ver el apartado siguiente); y, por último, en el aula de clase se presentaron varias situaciones que modificaban parcial o totalmente lo que estaba planificado.

Posteriormente, en el segundo ciclo, los maestros en formación estuvieron a cargo de los grupos de grado tercero a partir de la primera sesión de clase (no la primera sesión de los estudiantes sino de los maestros en formación, aproximadamente febrero de 2018), y tuvieron

completa autonomía en cada clase como, por ejemplo, en la realización de trabajos grupales o individuales, en el cambio de estudiantes de puesto o en la evaluación (incluyendo la realización del examen del primer período). Es importante destacar que, en este ciclo, los maestros en formación acudieron durante tres días de la semana a la institución, en la jornada completa.

De manera que, el tiempo que los maestros en formación estuvieron en la institución, fortaleció los vínculos con los estudiantes y con algunos integrantes de la comunidad académica, y, además, permitió tejer relaciones de empatía y cariño que iban más allá del aula, tanto con los estudiantes que se acompañaron en el primer ciclo como con los estudiantes que se acompañaron en el segundo.

7.3 Alcances y limitaciones del proceso de acompañamiento

En el proceso de acompañamiento que realizaron los maestros en formación en la institución, se presentaron algunos alcances y limitaciones que condicionaron dicho proceso.

Entre ellos se destacan:

- El proceso de acompañamiento estaba previsto realizarse en otra institución e iniciaría, aproximadamente, en el mes de abril de 2017, pero por asuntos de convenio entre las instituciones y el paro de maestros en el mes de mayo, no fue posible realizarse. Fue conveniente entonces que los maestros en formación esperaran hasta agosto del mismo año para iniciar su proceso en la Institución Educativa la Asunción.
- El horario asignado por la institución (*día 1, ..., día 5*) y el horario de las clases de matemáticas en el año 2017, limitaron la asistencia de los maestros en formación a la institución. Esto sucedía cuando había días festivos, actos culturales, actos recreativos o cuando los estudiantes no tenían clases, por lo cual los horarios se modificaban. Eso sí, en ocasiones, la docente cooperadora realizó cambios para que los maestros en formación no

se vieran perjudicados en su proceso de acompañamiento, por ejemplo, intercambiando algunas horas de ética o educación física (que eran las otras materias que enseñaba) por las de matemáticas.

- Caso distinto al anterior ocurrió en el año 2018. Los maestros en formación realizaron la solicitud al coordinador de la institución para que, por día, cada grupo de tercero tuviera una hora de matemáticas (eran cinco horas semanales) y así no se viera perjudicada su asistencia a la institución por motivo de los cambios de horario. Dicha solicitud fue aceptada.
- En el primer ciclo, la docente siguió y apoyó el proceso de acompañamiento de los maestros en formación en las clases de matemáticas, fundamentalmente en lo que refería a la disciplina de los estudiantes. Este apoyo fue imprescindible para la posterior adaptabilidad de los maestros en formación al aula de clase.

7.4 Reuniones con las docentes

En el lapso que los maestros en formación realizaron el proceso de acompañamiento con las docentes y estudiantes de grado tercero, se presentaron algunas reuniones, en las que participaban los maestros en formación (incluyendo los demás compañeros que realizaron su proceso en otros grados), los maestros asesores del presente trabajo, los docentes de Básica Primaria (especialmente los docentes cooperadores), la jefa del área de matemáticas y la rectora de la institución. El objetivo de estas reuniones era realizar el proceso de devolución a la institución de aquello que los maestros en formación habían adelantado en su proceso de acompañamiento y quedaría como insumo para la institución.

En una primera reunión, realizada al final del 2017, los maestros en formación expusieron el primer análisis que realizaron del plan de área de grado tercero y las propuestas iniciales de

reestructuración de la malla curricular. Además, los maestros en formación evaluaron a la docente cooperadora y, viceversa, en relación con el proceso de acompañamiento llevado a cabo en esos meses.

Para una segunda reunión (realizada en abril de 2018), los maestros en formación presentaron el primer período de la malla curricular de matemáticas de grado tercero reestructurado. Además, expusieron la relación que proponían establecer entre la malla y las tareas que hasta entonces se habían planeado y ejecutado, así como las que posteriormente se iban a ejecutar en dicho período y en el siguiente.

De igual forma, en esta reunión, los participantes dialogaron acerca de otras propuestas a la institución, como: Una escuela de padres de familia, en la cual estos comprendieran el modelo de enseñanza que los maestros en formación trabajan con sus hijos; el trabajo en otros espacios con los docentes de matemáticas de Básica Primaria, en aras de que fortalecieran sus conocimientos conceptuales de los pensamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998) y, a su vez, se convencieran de las potencialidades que las tareas aportadas por los maestros en formación generan; y la consolidación de la propuesta de la malla curricular que se le presentaría, una vez terminado el proceso de acompañamiento de los maestros en formación.

En una última reunión (realizada en junio de 2018), los maestros en formación realizaron esquemas de los cinco pensamientos que propone el Ministerio de Educación Nacional (1998), en aras de generar un espacio donde los docentes de Básica Primaria fortalecieran sus conocimientos conceptuales de dichos pensamientos. La dinámica consistió en que los docentes debían construir los esquemas, para que se evidenciaran: Las ideas básicas de cada uno de los pensamientos, la relación que es posible establecer entre los pensamientos y las potencialidades

que las tareas realizadas presentaban. Este ejercicio fue importante para que los docentes fortalecieran sus conocimientos de las matemáticas y encontraran en las tareas que se propusieron una herramienta curricular para tenerla en cuenta en sus clases.

7.5 Consideraciones éticas

La Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia firmó un convenio con la Institución Educativa la Asunción, para que los maestros en formación realizaran su proceso de acompañamiento con las docentes y estudiantes de grado tercero en dicha institución.

A los padres de familia de los estudiantes, se les informó previamente de los maestros en formación y del proceso de acompañamiento que realizarían. Los padres firmaron un consentimiento que da cuenta de su aceptación y respaldo para que sea registrada la actividad de los estudiantes a través de fotografías, de vídeos, de audios o de cualquier otro medio que fuese necesario. Eso sí, los maestros en formación llegaron a un acuerdo entre sí para no divulgar los nombres de los estudiantes.

Adicionalmente, antes de que los maestros en formación iniciaran su proceso de acompañamiento, las docentes cooperadoras fueron informadas y autorizaron el manejo de sus datos, que incluye sus nombres, audios y fotografías.

Los consentimientos informados reposan en un archivo de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

8. Resultados y análisis de resultados

Se presentan a continuación los resultados del trabajo realizado. Esos se organizan de acuerdo con los ejes del trabajo: Análisis del plan de área de matemáticas, análisis de las prácticas matemáticas de las docentes y de los estudiantes de grado tercero, y planificación, ejecución y análisis de tareas matemáticas por parte de los maestros en formación.

En lo referente al plan de área cabe recordar que se analizaron los diferentes campos que lo componen. En particular, se proponen modificaciones en los contenidos, indicadores de desempeño y las preguntas orientadoras de la malla curricular de matemáticas del grado tercero, para que estos elementos tuvieran coherencia con la situación, con las tareas propuestas para el período y con los Referentes Básicos de Calidad.

8.1 Malla curricular de matemáticas grado tercero

En las situaciones se hacen modificaciones de redacción, aunque no se modifican por completo al considerar que tienen potencial para ser trabajadas en el aula. Luego, para los ejes o componentes de los estándares también se proponen algunas modificaciones que consisten en suprimir o agregar estándares, según la coherencia de la validación interna que se hizo. En el Anexo 5 se encuentra la malla curricular reestructurada.

A continuación, se muestra un contraste (para cada uno de los períodos) de los contenidos e indicadores de desempeño de la malla curricular de matemáticas de la institución y la propuesta realizada (ver Tabla 1, Tabla 2 y Tabla 3). Se destacan dos aspectos generales:

- Primero, se modifican los nombres de los componentes Aritmético por *Aritmético-Variacional* y Geométrico por *Geométrico-Métrico*. Esto se hace porque los pensamientos métrico y variacional no estaban siendo privilegiados en los contenidos y, de hecho, en algunas de las situaciones sí se encontraban evidenciados.

- Segundo, los componentes *Geométrico-Métrico* y *Estadístico*, no sufren mayores cambios, debido a que el objeto matemático de estudio del trabajo se encuentra ubicado en el componente *Aritmético-Variacional*.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tabla 1

Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Primer período

Componente	Contenidos	Contenidos (propuesta)	Indicadores de desempeño	Indicadores de desempeño (propuesta)
Aritmético-Variacional	<p>Repaso de la decena, la centena, unidades y decenas de mil.</p> <p>Centena de mil.</p> <p>Valor posicional en números entre el 0 y el 999 999.</p> <p>Operaciones de adición, sustracción (ceros intermedios) y multiplicación (tres cifras).</p> <p>Prueba de la adición y la sustracción.</p> <p>Representación de cantidades hasta de seis cifras.</p> <p>Tablas de multiplicar.</p>	<p>Uso y representación de números de más de tres cifras (verbal y simbólicamente) a partir de la manipulación del ábaco y de los algoritmos convencionales.</p> <p>Resolución de problemas aditivos de composición, transformación y comparación, con el apoyo de diversas representaciones e instrumentos (calculadora, softwares, entre otros), empleando diferentes técnicas de cálculo (mental, escrito) y</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER): Reconoce qué operación (adición, sustracción, multiplicación) debe aplicar en las diferentes situaciones problema.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Resuelve adiciones y sustracciones con cantidades hasta de seis cifras, identificando términos y comprobando respuestas.</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER): Reconoce qué operación (adición, sustracción, multiplicación) debe aplicar en las diferentes situaciones problema.</p> <p>Identifica la variación entre magnitudes, involucradas en situaciones problemas.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación, con cantidades hasta de seis cifras, utilizando diferentes estrategias de cálculo (por ejemplo, cálculo mental, el algoritmo y la estimación) y comprobando respuestas.</p>

	Conjuntos y operaciones entre ellos.	estimación. Problemas de proporcionalidad directa. Relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de, cuádruple de, cuarta parte de...).		Resuelve problemas de proporcionalidad directa en donde se explicita el valor por unidad.
Geométrico-Métrico	Clases de líneas: paralelas, diagonales, perpendiculares, rectas y no rectas. Polígonos hasta de 12 lados. Clasificación y reconocimiento de ángulos con plantilla. (Ángulos: agudo, recto, llano, obtuso). Cuerpos geométricos: cuerpos redondos, prismas y pirámides.	Relaciones entre líneas: paralelas, secantes, perpendiculares y curvas. Polígonos hasta de 12 lados. Clasificación y reconocimiento de ángulos. (Agudo, recto, llano, obtuso). Cuerpos geométricos: cuerpos redondos, prismas y pirámides.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Relaciona el concepto y las clases de líneas con la clasificación de los polígonos hasta de doce lados. PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Realiza construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos. PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Realiza construcciones y diseños utilizando cuerpos geométricos tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.

Estadístico	Pictogramas y diagrama de barras.	Pictogramas y diagrama de barras.	COGNITIVO (SABER CONOCER):	COGNITIVO (SABER CONOCER):
	Clasificación de objetos según sus atributos.	Clasificación de objetos según sus atributos.	PROCEDIMENTAL (SABER HACER):	Reconoce la información que ofrecen las tablas y los gráficos, de acuerdo con el contexto.
	Registro de datos en tablas y gráficos de barras horizontales y verticales.	Registro de datos en tablas y gráficos de barras horizontales y verticales.	Formula y resuelve situaciones que involucra eventos a partir de un conjunto de datos.	PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Formula y resuelve situaciones que involucra eventos a partir de un conjunto de datos.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

En la Tabla 1 se observa que, en el componente *Aritmético-Variacional*, tanto en los contenidos como en los indicadores de desempeño propuestos por la institución en el primer período, no se especifican los significados de la multiplicación que son privilegiados, tampoco cuál es el tratamiento que se da a las tablas de multiplicar y si en esta operación se trabajan situaciones problema. De las prácticas matemáticas de las docentes, se evidenció que la multiplicación es abordada a partir del aprendizaje del algoritmo y de los términos de la operación, como se mostró en la Figura 3 y en la Figura 4.

De esta manera, se propone el trabajo con la multiplicación a partir de la resolución de problemas ligados a la proporcionalidad directa simple y del uso de relaciones multiplicativas (ser doble de, ser mitad de, ser triple de, etc.), dado que, a través de este proceso se desarrollan varios significados de la multiplicación (factor multiplicante, razón y producto cartesiano) y, a su vez, posibilita comprender y memorizar las tablas de multiplicar.

En cuanto a los contenidos, los indicadores de desempeño y la observación realizada de las prácticas de aula de las docentes, se comprende que no hay una especificidad de abordar en el grado tercero las operaciones suma y resta, y el tratamiento que se le da al Sistema de Numeración Decimal, por lo cual se proponen contenidos e indicadores que brinden otras formas de representación y significación del número y de las operaciones en mención. Por ejemplo, es necesario que los estudiantes trabajen la suma y la resta a partir de la solución de distintos tipos de problemas: Composición, transformación y comparación, para el desarrollo de diversos significados y sentidos que adquieren tanto las operaciones como los números.

Por otra parte, en cuanto al componente *Geométrico-Métrico*, se propone la relación entre líneas (paralelas, secantes, perpendiculares), a diferencia de la propuesta de la institución que las asume como clases de líneas. Este cambio se realiza porque conceptualmente se habla de rectas

(paralelas, secantes, perpendiculares) y no de líneas, dado que estas últimas pueden ser rectas o curvas. Además, se propone el trabajo con figuras bidimensionales y cuerpos tridimensionales, a partir de las relaciones que pueda establecer el estudiante en su cotidianidad.

Y finalmente, para el componente *Estadístico*, se propone reconocer las bondades que el uso y la implementación de las tablas de frecuencia pueden brindar en la cotidianidad.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tabla 2

Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Segundo período

Componente	Contenidos	Contenidos (propuesta)	Indicadores de desempeño	Indicadores de desempeño (propuesta)
Aritmético-Variacional	El concepto de la división.	Problemas de proporcionalidad directa simple.	COGNITIVO (SABER CONOCER): PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Representa la adición, la sustracción, multiplicación y división, en forma concreta y simbólica, utilizando cantidades hasta de seis cifras y comprobando sus resultados.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Identifica la variación entre magnitudes, involucradas en situaciones problemas. Reconoce relaciones multiplicativas (multiplicación y división) en contextos matemáticos (numéricos y geométricos) es decir, si un (número, figura, cuerpo geométrico...) dado, es (múltiplo de, divisible por, doble de, mitad de...) de otro (número, figura, cuerpo geométrico...) particular. PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Resuelve problemas de proporcionalidad directa en donde se explicita el valor por unidad.
	La división como restas sucesivas.	Relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de, cuádruple de, cuarta parte de...).		
	Repartición (de “a” y “entre”).	Relaciones ser múltiplo de... y ser divisible por...		
	División por una y dos cifras.	Relación entre la multiplicación y la división.		
	Términos de la división.	Situaciones problema hasta con dos operaciones.		
	Tablas de multiplicar.	La división como		
	Relación entre la multiplicación y la división.			
	Situaciones problema de			

	<p>adición, sustracción o multiplicación y división.</p> <p>Situaciones problema hasta con dos operaciones.</p> <p>Narración de presupuestos y organización de recursos, teniendo en cuenta los gastos necesarios e innecesarios (Educación Económica y Financiera).</p>	<p>restas sucesivas o por agrupación.</p> <p>Narración de presupuestos y organización de recursos, teniendo en cuenta los gastos necesarios e innecesarios (Educación Económica y Financiera).</p>		<p>Representa la adición, la sustracción, multiplicación y división, en forma concreta y simbólica, utilizando cantidades hasta de seis cifras y comprobando sus resultados.</p>
Geométrico-Métrico	<p>Construcción de polígonos a partir de características específicas.</p> <p>Perímetro con el uso de las unidades de longitud y algunas conversiones.</p> <p>Área desde la cuadrícula.</p>	<p>Construcción de polígonos a partir de características específicas (lados, ángulos).</p> <p>Perímetro con el uso de las unidades de longitud y algunas conversiones.</p> <p>Área.</p> <p>Volumen.</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Mide y estima longitud, distancia, área, capacidad, etc., en objetos o eventos.</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER): Reconoce atributos medibles en figuras bidimensionales (longitud, distancia, área) y en cuerpos tridimensionales (capacidad, peso) y su carácter de varianza.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Mide y estima longitudes, distancias y áreas en figuras bidimensionales, y mide y</p>

	Patrones con figuras geométricas.	Patrones con figuras geométricas.		estima capacidades y pesos en cuerpos tridimensionales.
	Volumen.			
Estadístico	Representación y análisis de datos en tablas y gráficos de barras.	Representación y análisis de datos en tablas de frecuencias y gráficos de barras.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Usa correctamente las expresiones posible, imposible, muy posible y poco posible.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Usa las expresiones probable, improbable, muy probable y poco probable, en la ocurrencia de eventos de su contexto.
	Eventos posibles e imposibles.	Eventos probables e improbables.	Interpreta y representa datos de diferentes maneras.	
	Registro de los recursos monetarios que tiene, su origen y la importancia en su vida (Educación Económica y Financiera)	Registro de los recursos monetarios que tiene, su origen y la importancia en su vida (Educación Económica y Financiera).	PROCEDIMENTAL (SABER HACER):	PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Representa datos de diferentes maneras (gráfica barras, tablas de frecuencias).



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Se evidenció que, la propuesta de la institución y las prácticas de matemáticas de las docentes en el segundo período, en el componente *Aritmético-Variacional*, se enfatizan en el trabajo con la división inicialmente, a partir del establecimiento de una definición de esta operación (como repartición), luego describir sus términos y proceder a realizar problemas que sean resueltos por medio de la aplicación del algoritmo, como se mostró en la Figura 5, en la Figura 6 y en la Figura 7.

Entre tanto, en la Tabla 2 se dan a conocer las posibilidades que brinda la nueva propuesta, si bien continúa abogando por el trabajo con la división, se busca que esta operación sea abordada a partir de las bondades que tiene el trabajo con la proporcionalidad directa simple y con las relaciones de multiplicidad (ser múltiplo de) y de divisibilidad (ser divisible por). De esta forma, se propone que los estudiantes reconozcan las covariaciones existentes entre dos espacios de medida, a partir de situaciones problemas. Por ejemplo, este proceso les permite comprender y memorizar las tablas de multiplicar y dividir y, además, encontrar patrones numéricos, que son fundamentales en la comprensión de procesos de generalización.

En lo concerniente al componente *Geométrico-Métrico*, se observa en la tabla que no hay indicadores de desempeño cognitivos y, en el procedimental, se entiende que los eventos se miden y, a su vez, que a cualquier objeto se le puede estimar capacidad. Por esta razón, se modifica la redacción del indicador de desempeño procedimental y, además, se añade uno cognitivo y otro procedimental que dan cuenta del reconocimiento, medición y estimación de atributos medibles, tanto en figuras bidimensionales como tridimensionales.

En el componente *Estadístico*, se encuentra una confusión en uno de los indicadores de desempeño cognitivo, dado que se habla de *interpretar* y *representar* cuando el segundo verbo hace alusión a aspectos procedimentales. Se consideró adecuado trasladar dicho indicador a los

procedimentales, con sus respectivas modificaciones. Además, se complementa el otro indicador de desempeño cognitivo, modificando las palabras *posible*, *imposible*... por *probable*, *improbable*... porque matemáticamente estas últimas dos expresiones son más pertinentes.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Tabla 3

Contraste Contenidos e indicadores de desempeño: Tercer período

Componente	Contenidos	Contenidos (propuesta)	Indicadores de desempeño	Indicadores de desempeño (propuesta)
Aritmético-Variacional	<p>Las fracciones:</p> <p>Fracciones a partir de conjuntos.</p> <p>Representación gráfica y simbólica de fracciones.</p> <p>Los elementos de las fracciones (numerador, denominador).</p> <p>Equivalencia entre fracciones.</p> <p>El signo de igualada (=).</p> <p>Conversión con unidades de tiempo (de mayores a menores).</p>	<p>Comparación del todo con sus partes.</p> <p>La fracción como medida.</p> <p>Representación gráfica y simbólica de fracciones.</p> <p>Ubicación de fracciones en la recta numérica.</p> <p>Relaciones de equivalencia entre fracciones.</p> <p>Situaciones problema con el uso de las cuatro operaciones básicas entre fracciones (especialmente homogéneas).</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER): Deduce cuáles son los algoritmos pertinentes para solucionar problemas con los números naturales y las fracciones homogéneas.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Resuelve y formula problemas en los que intervienen las operaciones de números naturales y los números fraccionarios homogéneos para solucionar situaciones de su entorno social y escolar.</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER): Interpreta los fraccionarios como puntos o como segmentos en la recta numérica, teniendo en cuenta que el número no es el punto ni el segmento, sino una relación cuantitativa desde la distancia del punto al cero, o la longitud de dicho segmento y la longitud del segmento unidad.</p> <p>Interpreta cuántas veces está contenida una fracción en otra, realizando procesos de medición, como una estrategia para el acercamiento a la conceptualización de la equivalencia de fracciones.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER):</p>

	<p>Situaciones problema con las cuatro operaciones básicas.</p> <p>Patrones con números.</p>	<p>Conversión entre unidades de tiempo.</p> <p>Patrones con números.</p>		<p>Representa gráfica (recta numérica) y simbólicamente en diferentes contextos las fracciones a partir de procesos de medición.</p> <p>Realiza procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y el todo y, por consiguiente, establece la relación cuantitativa entre ambos.</p> <p>Resuelve y formula problemas en los que intervienen las operaciones básicas entre fraccionarios para solucionar situaciones de su entorno social y escolar.</p>
Geométrico-Métrico	<p>Ampliación y reducción de figuras.</p> <p>Simetrías.</p> <p>Ubicar lugares en mapas y describir trayectos.</p> <p>Estimación de longitudes, áreas, capacidad, peso,</p>	<p>Procesos de ampliación y reducción de figuras bidimensionales.</p> <p>Comparación de unidades de medida no convencionales.</p> <p>Simetría, congruencia, semejanza, rotación y traslación.</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>Diferencia los conceptos básicos de simetría, congruencia, semejanza, rotación, traslación, ampliación y reducción de figuras en el plano.</p> <p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER):</p>	<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>Reconoce y diferencia las principales características entre simetría, congruencia, semejanza, rotación, traslación, ampliación y reducción de figuras en el plano.</p> <p>Argumenta cuáles atributos de figuras pueden ser medidos mediante la</p>

	duración de eventos y objetos.	Ubicación de lugares en mapas y descripción de trayectos. Estimación de longitudes, áreas, capacidad, peso, duración de eventos y objetos.		comparación directa con una unidad no convencional. PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Utiliza una unidad de medida no convencional y sus variaciones para medir figuras.
Estadístico	Interpretación de diagramas, pictogramas y gráficos. Descripción de variaciones en las características de eventos y objetos.	Interpretación de diagramas, pictogramas y gráficos estadísticos. Descripción de variaciones en las características de eventos y objetos.	COGNITIVO (SABER CONOCER): PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Soluciona y plantea problemas aritméticos, geométricos y estadísticos, aplicando algoritmos matemáticos y análisis e interpretación de datos.	COGNITIVO (SABER CONOCER): Interpreta la información de las diversas representaciones de datos, en diferentes contextos. PROCEDIMENTAL (SABER HACER): Realiza diferentes representaciones de datos y las utiliza en los diferentes contextos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

La propuesta de la institución en el tercer período, en cuanto al componente *Aritmético-Variacional*, está fundamentada especialmente en el trabajo con los fraccionarios. La nueva propuesta busca modificar los métodos utilizados para abordar dichos números: Presentación de la definición de fracción y definir sus términos, como se evidenció en las prácticas de enseñanza de las docentes cooperadoras. Es así como, en los indicadores de desempeño, se quiere que los estudiantes desarrollen la capacidad de comprender los diferentes significados (Parte-todo, medida, razón), relaciones (equivalencia y orden) y representaciones (gráfica, recta numérica) de las fracciones en sus contextos cotidianos, especialmente a través de procesos de medición. Este camino posibilita en grados posteriores la comprensión y manejo del conjunto de los números racionales, los cuales se presentan tanto en el contexto escolar como en el extraescolar.

En lo que corresponde al componente *Geométrico-Métrico*, la nueva propuesta busca promover procesos de medición a partir de unidades no convencionales, que permita al estudiante encontrar el sentido de dichos procesos en las diferentes situaciones que los privilegien.

En cuanto al componente *Estadístico*, en la Tabla 3 se evidencia que la institución no presenta ningún indicador de desempeño cognitivo, por lo cual se propone la inclusión de uno de ese tipo y otro procedimental, que dan cuenta del tratamiento de datos estadísticos y sus respectivas representaciones (tablas y gráficas) en diferentes contextos.

Finalmente, se consideró que no era suficiente realizar las modificaciones anteriormente expuestas, y que, para dar mayor fuerza a la nueva propuesta, en términos de coherencia entre los componentes e indicadores de desempeño, era necesario adicionar una serie de tareas para cada período, que fueran complementarias a las tareas sistematizadas en las fichas (estas se encuentran en el apartado siguiente). Por esta razón, al finalizar cada período, se propone un nuevo campo

en la malla, en el cual se realiza un breve resumen de las tareas que pueden ser implementadas, que enriquezcan las prácticas de enseñanza de las matemáticas por parte de los docentes.

8.2 Fichas de sistematización de las tareas

Luego de realizado el proceso de acompañamiento con docentes y estudiantes de grado tercero, los maestros en formación, sistematizaron algunas de las tareas que fueron llevadas a cabo en el proceso, las cuales quedan como recursos metodológicos para la institución, en aras de seguir enriqueciendo su *currículo* y las prácticas de enseñanza de los docentes del área. Las tareas sistematizadas se muestran a continuación, organizadas en orden de implementación de acuerdo con los contenidos de las mallas:

8.2.1 Ficha 1: *La subasta*

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA AÑO 2018

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Daniel Stiven Rojas Zuleta y Juan David Bedoya Torres
Grado(s) donde se aplicará la tarea	Grado tercero
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	La subasta
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿De qué manera el trabajo con situaciones de la cotidianidad, de las matemáticas o de otras ciencias favorecen el desarrollo de procesos de estimación, representación y comunicación de cantidades?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las	¿Cómo acercar a los estudiantes al reconocimiento del sentido y significado de las operaciones aritméticas en diferentes situaciones de su vida, de otras ciencias o de

<p>metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.</p>	<p>las matemáticas?</p>
<p>Preguntas orientadoras</p> <p>En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.</p>	<p>¿Cómo las dinámicas de una subasta favorecen el aprendizaje de las relaciones de orden con números de hasta seis cifras?</p> <p>A partir del manejo de billetes didácticos, ¿cómo favorecer en los estudiantes la utilización de métodos de estimación para realizar cálculos mentales y tomar decisiones?</p>
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	<p>¿100.000 es mayor o menor que 80.000?</p> <p>¿Cómo se escribe en símbolos numéricos trescientos veinte mil cuatro?</p> <p>¿Cuánto es 541.000 menos 235.000?</p>
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.</p>	<p>La tarea propuesta brinda a los estudiantes la posibilidad de encontrar una relación entre las matemáticas y una actividad de la cotidianidad como la subasta.</p> <p>La subasta es adaptada con artículos que sean del interés o la cotidianidad de los estudiantes (ver Anexo 6). Se debe tener presente que la intención es que cada estudiante adquiera un cierto número de artículos para que tenga sentido el diligenciamiento de la hoja de registro que se les entregará. Por esta razón se deben presentar artículos que satisfagan dichas condiciones (interés y cotidianidad) para todos los estudiantes.</p> <p>En la presentación y posterior ejecución de la subasta, esta es asumida como un juego. En esta, los estudiantes evidencian diferentes elementos propios de las matemáticas tales como: las relaciones de orden, el reconocimiento del sentido y significado de las operaciones, la escritura de números de hasta seis cifras y el cálculo mental.</p> <p>Las relaciones de orden aparecen en los momentos en que los estudiantes deben realizar una oferta por cualquier artículo ofrecido, tomando como referencia las ofertas realizadas por los demás compañeros.</p> <p>Otro elemento matemático que se destaca es el reconocimiento del sentido que adquieren las operaciones dependiendo de la situación que se presente. Por ejemplo, cuando un estudiante necesita saber cuánto dinero le queda luego de haber comprado un artículo puede enfrentarse a dos posibles alternativas: Realizar una suma a partir de la cantidad de dinero que tengan en los billetes o recurrir a la aplicación del algoritmo de la resta.</p> <p>Con la subasta también se fortalece la escritura de números de hasta seis cifras, donde se realiza el paso de lo numérico a lo verbal, y viceversa.</p> <p>Por último, el proceso de estimación se presenta como un vínculo con el cálculo mental, entendiendo que el primero es un camino hacia el segundo. Este vínculo procede en tres momentos: primero, tomar decisiones que conlleven a una reflexión crítica sobre la acción a ejecutar, es decir, sobre qué tan favorable resulta la compra o no de un artículo por cierta cantidad de dinero. Segundo, los estudiantes ofrecen una cierta cantidad de dinero por el artículo de su interés. Tercero, los estudiantes deben cancelar el valor del artículo comprado utilizando los billetes didácticos.</p>

<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc</p>	<p>Los procedimientos ideales para esta tarea se presentan de acuerdo con cada momento en que se lleva a cabo.</p> <p>Inicialmente, los estudiantes llevan a cabo un reconocimiento de los billetes didácticos, los cuales tienen diferentes denominaciones. Para ello, calculan la cantidad exacta que se les entrega (el mismo monto para todos, aunque en billetes de diferentes denominaciones). En el conteo, existen diversas estrategias para realizar el cálculo total del monto. Por ejemplo, algunos pueden recurrir a sumar, en orden descendente, de las denominaciones más altas a las más bajas. Así como otros podrían combinar las denominaciones en montones (de 50000\$ o 100000\$, por ejemplo).</p> <p>Luego de dada una breve explicación de la hoja de registro y de dar paso a presentar los artículos uno por uno, se espera que los estudiantes reconozcan la cantidad de dinero que tienen luego de haber gastado en la compra de artículos. Además, que tengan la posibilidad de reconocer qué tipo de operación realizar con la ayuda de los diferentes billetes que tienen, realizar el cálculo mental o apoyarse en otro tipo de recursos (algoritmos tradicionales tanto se la suma como de la resta).</p> <p>Se puede presentar que, en un inicio, los estudiantes tal vez no tengan claridad de cuánto dinero cuesta cierto artículo y ofrezcan cifras que desborden la cantidad de dinero que tienen. Por tal motivo, es posible que los estudiantes busquen comprar los artículos solo por competencia (es decir, como si el objetivo fuera comprar más que los demás).</p> <p>Es así, como una variante para esa dificultad, es que el profesor conozca previamente el precio de los artículos, pero no se los da a conocer a los estudiantes. Se espera que ellos tengan la capacidad de establecer relaciones de orden entre las cantidades que ofrezcan y el valor asignado al artículo. Por ejemplo, si se ofrece un artículo que cueste 185.000\$, los estudiantes harán diferentes ofertas, entre ellas un estudiante (que tenga el dinero), puede ofertar 220.000\$, si el profesor manifiesta que el artículo cuesta menos, su oferta debe ser inferior a dicha cantidad, así las siguientes ofertas ya tendrán una condición: deben ser menores de ese valor.</p> <p>Al momento de acertar el precio y, por lo tanto, comprar el artículo, el profesor le recibe la cantidad de dinero al estudiante. Se espera que el estudiante cuente el dinero y proceda a diligenciar su hoja de registro. Idéntico proceso con los demás artículos adquiridos.</p> <p>Finalmente, los estudiantes responden a las preguntas que se encuentran después de la hoja de registro. Allí, notarán que para solucionar una de las preguntas, donde se les pide hallar cuánto dinero se gastaron, deben sumar los valores de cada uno de los artículos comprados. Se espera que los estudiantes, al finalizar la subasta, reconozcan que al gastar el dinero en la compra de artículos y al totalizar el dinero que se gastaron (o con el que quedaron), lo que estaba matemáticamente allí implícito era la necesidad de diferenciar las operaciones suma y resta.</p>
<p>Materiales y recursos necesarios para la Propuesta</p> <p>Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)</p>	
<p> </p>	
<p>Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)</p>	
<p> </p>	
<p>Material impreso</p> <p>Libros de textos, libros de cuentos,</p>	<p>Fotocopias.</p>

manuales de laboratorio, material de referencia, etc.	
Suministros Todo lo que se necesite para implementar la tarea.	Billetes didácticos, hojas de registro, vale de cambio, imágenes de diversos artículos de interés de los estudiantes, video beam, computador.
Recursos de Internet Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	

FICHA DEL MAESTRO

<p>Competencias</p> <p>A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS.</p> <p>Pensamiento numérico:</p> <p>Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos: La subasta permite que los estudiantes establezcan (mentalmente y por escrito) relaciones de orden entre números hasta de seis cifras, reconociendo cuándo un número es mayor o menor que otro.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas: Los estudiantes se apoyan en la hoja de registro y los billetes didácticos para estimar cuánto dinero tienen y cuánto les puede sobrar después de comprar sus respectivos artículos.</p> <p>Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables: Los estudiantes identifican que, si ofrecen una cantidad de dinero por algún artículo, les alcanzará para comprarlo, lo cual implica ir desarrollando un sentido de la relación entre el dinero que tiene y el dinero que puede gastar para adquirir un artículo.</p> <p>Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas: Los estudiantes ejecutan acciones para realizar sumas y restas lo cual genera su participación en la subasta.</p>
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<p>El estudiante:</p> <p>1 8 0 3</p> <ul style="list-style-type: none"> - Establece relaciones de orden entre números hasta de seis cifras. - Realiza sumas y restas utilizando los algoritmos y el cálculo mental, con números hasta de seis cifras. - Toma decisiones frente a una situación que implica analizar las condiciones necesarias y suficientes bajo la cual se rige.

<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas.</p>	<p>Pensamiento numérico</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relaciones de orden entre números. - Sentido y significado de las operaciones (suma y resta). - Escritura de números hasta de seis cifras.
<p>Acciones/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	<p>La subasta es una actividad que se ha desarrollado a lo largo de la historia, aproximadamente, desde 1674 con fines económicos (ver https://es.wikipedia.org/wiki/Subasta).</p> <p>Con el pretexto de poder innovar con alternativas cercanas a la cotidianidad de los estudiantes en el aula, se propone la dramatización de una subasta con una intención de potenciar elementos de índole matemática, expresados en el ítem anterior.</p> <p>Materiales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Billetes didácticos - Hoja de registro (ver Anexo 7). - Hoja de letra de cambio (ver Anexo 8). - Imágenes de los artículos a subastar (pueden estar proyectados en el video beam, utilizar carteleras, entre otras alternativas). <p>Reglas del juego</p> <ul style="list-style-type: none"> - El trabajo se realiza de forma individual. - Cada estudiante debe tener la misma cantidad de dinero. - Las ofertas deben hacerse de acuerdo con la cantidad de dinero que tiene cada estudiante. - Cada estudiante tiene que comprar mínimo tres artículos de los ofertados durante la subasta. - No se realizan devoluciones de dinero luego de adquirido un producto. - Se debe respetar la palabra del moderador, y solo ofertar si el moderador le da la palabra. <p>Momentos de la subasta</p> <p>La tarea se desarrolla en tres momentos:</p> <p>El primero obedece a la entrega de una misma cantidad de dinero para todos los participantes (aunque puede ocurrir que tengan diferente cantidad de billetes por sus respectivas denominaciones). En este momento, se busca el reconocimiento de los billetes que circulan en el medio y que los estudiantes cuenten la cantidad de dinero (de la manera que ellos consideren adecuada) ya sea con el algoritmo de la suma, o con el conteo de las cantidades de los billetes que tienen u otras alternativas que encuentren.</p>

	<p>En un segundo momento, los estudiantes conocen la hoja de registro y solucionan inquietudes sobre su diligenciamiento. Luego, el profesor hace una breve explicación sobre lo que es una subasta (de ser necesario) y da inicio a la misma con el primer artículo. Es importante que desde un comienzo el estudiante reconozca la importancia de hacer ofertas asertivas, tanto para alcanzar a comprar varios artículos, como para evidenciar qué límite de oferta puede hacer por un producto ofertado. Cuando los estudiantes realicen las ofertas, estas deben ser coherentes con el dinero que tienen, y comprender que la oferta que sigue a la de un compañero debe ser mayor para que tenga validez.</p> <p>En el tercer momento, el estudiante que haga la mejor oferta y adquiera un producto, debe cancelar la cantidad exacta de dinero al profesor (en el caso en que, por las denominaciones de los billetes, no pueda ser exacta, el profesor le dará la respectiva devuelta) el cual le hará entrega de una letra de cambio (para que el estudiante diligencie) que valida la compra realizada. En la hoja de registro, los estudiantes deben escribir correctamente tanto el precio que pagarán por el artículo, así como el dinero con el que quedarán.</p> <p>La subasta continua hasta que la totalidad de los estudiantes hayan comprado los artículos propuestos.</p>
<p>Tiempo aproximado requerido</p> <p>Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.</p>	<p>El tiempo de duración depende de la cantidad de artículos que se desea subastar, y de la cantidad de compras que debe realizar cada estudiante, pero se espera que se pueda realizar en dos horas de clase.</p> <p>Otra variante que puede modificar el tiempo es realizar la subasta de manera grupal.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Para realizar la tarea el estudiante deberá:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Establecer una correspondencia entre lo numérico y lo verbal. - Reconocer qué operación (suma o resta) realizar cuando se presenta cierta situación. - Tener un acercamiento con la moneda colombiana y el conteo de esta.

FICHA TÉCNICA

<p>Referencias /Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p>	<p>La tarea de la subasta permite el desarrollo de competencias matemáticas, tales como las expresadas en el apartado de <i>Competencias</i> de la presente ficha, para los estudiantes en su diario vivir. En particular, la estimación posibilita la toma de decisiones acertadas y coherentes con el desarrollo de la situación. Para el MEN (1998),</p> <p>La estimación es una actividad matemática muy poderosa para usar tanto en la resolución de problemas como en la comprobación de lo razonable de los resultados. Incluye tomar decisiones sobre si la respuesta del cálculo es razonable o no, si un número dado es mayor o menor que la respuesta exacta, si la respuesta es mayor o menor que un número dado como referencia y si una estimación está en el correcto orden de magnitud (p.35).</p>
--	--

	<p>Otro aspecto conceptual que se favorece en la tarea es el cálculo mental, ya que, en conjunto con la estimación brindan “oportunidad a los alumnos para hacer más dinámicas las operaciones y para desarrollar ideas sobre relaciones numéricas. Conciérne estimularlos para que exploren e inventen estrategias alternativas para el cálculo mental” (MEN, 1998, p.35).</p> <p>Adicionalmente, la tarea de la subasta permite el trabajo relacionado con las matemáticas financieras. En particular, los aspectos referidos a la oferta y demanda son un modelo económico presente en la actual sociedad, el cual se implementa en las instituciones educativas (por ejemplo, en la Institución Educativa la Asunción).</p> <p>En ese sentido, la subasta también permite acercar a los estudiantes al mercado y al modelo económico, dado que “todo bien demandable es subastable y la subasta es el medio perfecto para casar ambos intereses (oferta y demanda)” (Vico, 2008, p.3).</p>
<p>Elementos conceptuales y metodológicos</p> <p>Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea. (Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea)</p>	<p>Al presentarse la dramatización de la subasta, se busca que los estudiantes tengan claridad en cuanto al paso de la escritura de un número de forma verbal a la numérica y, viceversa. Además, fortalecer la apropiación de las relaciones de orden y afianzar los procesos de cálculo numérico.</p> <p>En lo referente a la escritura de los números, se debe destacar la importancia que este aspecto tiene en la cotidianidad para los estudiantes, tanto en los contextos matemáticos como en otros contextos cotidianos. Por esta razón, es importante destacar que los valores utilizados durante la subasta responden a la necesidad de posibilitar a los estudiantes el reconocimiento de una cantidad escrita previamente (de manera intencional). Luego, se busca “permitir que en la medida que aumente la comprensión conceptual del número, también mejore la forma como este se representa por escrito, y viceversa” (Obando, Vásquez y Vanegas, 2006, p.21).</p> <p>En cuanto a las relaciones de orden, los estudiantes deben identificar cuando el valor de una cantidad (escrita de forma verbal o numérica) es mayor o menor que otro propuesto. Los billetes didácticos aquí posibilitan a los estudiantes establecer dichas relaciones, las cuales al intentar ser establecidas por el algoritmo de la resta presenta dificultades (¿cómo le quito cinco a cero?) que con el manejo de los billetes no se presentan. Esto quiere decir, que es fundamental que evidencien las relaciones de orden, debido a que, en este caso, “la noción de cantidad es el referente básico para definir el orden de aquello que se quiere organizar” (Obando, Vásquez y Vanegas, 2006, p.11).</p> <p>Finalmente, en cuanto al cálculo numérico, los estudiantes deben afianzar los diferentes métodos de cálculo conocidos previamente. Durante la subasta se presentan momentos en los que estudiantes se deben cuestionar si el dinero que poseen es suficiente para ofertar por otro artículo, o pueden identificar con cuánto dinero quedarían si en la próxima oferta se gastaran un cierto valor. Es importante entonces destacar que, “es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos” (MEN, 1998, p.26).</p> <p>Es importante destacar que los elementos antes mencionados se dejan</p>

	evidenciar a lo largo de los diferentes momentos de la subasta.
<p>Descripción de momentos cognitivos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Variables didácticas. ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos. ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.). 	<p>Para el primer momento de la tarea (reconocimiento de los billetes y contar una cantidad “x” de dinero) es posible que algunos estudiantes no cuenten el dinero correctamente. Con el fin de garantizar un espacio de validación en dónde cada uno pueda determinar si contó bien o no, se debe brindar un espacio colectivo de trabajo donde a partir de contar el dinero entre todos, proyectar un camino para ganar autonomía al contar por sí solos.</p> <p>El segundo momento puede presentar diversas modificaciones dependiendo de las habilidades de los estudiantes en el cálculo, la estimación y la comprensión de la numeración (verbal y escrita). Al presentarse alguna dificultad referente a los aspectos mencionados (cálculo, estimación y comprensión de la numeración) se debe considerar la posibilidad de no iniciar la subasta con un precio establecido previamente por el profesor, sino que el precio surja después de algunas ofertas hechas por los estudiantes, y dejar abierta la posibilidad al profesor de encontrar las variaciones que mejor se adecuen al grupo con el que se vaya a llevar a cabo la tarea.</p> <p>Finalmente, en el tercer momento (pago y diligenciamiento de las fichas de registro) es posible que se presenten dificultades, debido que, para algunos estudiantes, si bien contar el dinero y pagar puede ser una tarea fácil, escribir las cantidades en la hoja de registro puede ser una tarea compleja.</p>
<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Archivo anexo 7.</p>
<p>Actas de experimentación</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de que grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados. En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>La tarea se aplicó con estudiantes de grado tercero en el año 2018. La propuesta surge como un diagnóstico para verificar los elementos en los cuales los estudiantes presentan dificultades en la apropiación de las estructuras aditivas, para un próximo paso a las estructuras multiplicativas. Algunos resultados obtenidos a destacar son:</p> <ul style="list-style-type: none"> - La mayoría de los estudiantes habían tenido un acercamiento a la moneda colombiana. Los billetes didácticos incentivaron una buena disposición para la posterior realización de la subasta. - Un elemento común para tener en cuenta es que algunos estudiantes no tienen claridad sobre el paso de números de forma verbal a escrita, y viceversa. por ejemplo, para escribir el número doscientos treinta mil seis, escriben 200300006. - Cuando los estudiantes han efectuado la compra de varios artículos y deben proceder a diligenciar su hoja de registro encuentran apoyo en los billetes didácticos, pero cuando pretenden realizar el algoritmo (de suma o resta) al escribir los valores respectivos no hacen corresponder los números con sus unidades, decenas, centenas, unidades de mil, y esto les presenta una dificultad debido a que al realizarlo (el algoritmo) no encuentran coherencia en el resultado. - En el momento que los estudiantes ofertan por un artículo, algunos de ellos hacen ofertas que no respetan las relaciones de orden implícitas en la subasta,

	<p>esto es, ofertan menos o más del valor en el que se encuentra ofertado el artículo.</p> <ul style="list-style-type: none"> - La subasta se realizó inicialmente de la forma tradicional, es decir, se mostraba el artículo y se daba un valor inicial para que los participantes fueran haciendo mejores ofertas. Pero ocurrió que los estudiantes ofertaban una cantidad de dinero superior a la que se les asignó inicialmente con sus billetes didácticos, y esto no permitía la correcta realización de la hoja de registro. Se propuso como solución alternativa ofertar el artículo sin un valor inicial (para que los estudiantes propusieran los valores) pero esto no alcanzó las expectativas, debido a que algunos de ellos aún no encontraban el sentido de la tarea. Finalmente, se optó por no dar el valor inicial, y expresar (después de una oferta realizada por los estudiantes) las nociones de más que y menos que, en relación con los valores ofertados. - A pesar de las recomendaciones iniciales y la previa solución de inquietudes, algunos estudiantes, presentan problemas al diligenciar la hoja de registro, esto debido a que tienen predeterminado, en sus formas de enfrentarse a las operaciones, realizar una específica, esto lleva a que en ocasiones no reconozcan el sentido y significado de las mismas y realicen, por ejemplo, una suma en lugar de una resta. - A pesar de tener (en algunos casos) la hoja de registro bien diligenciada, los estudiantes presentan dificultad porque no comprenden que operación está implícita, así para responder las preguntas se sugiere remitirse a una situación donde los billetes permitan asociar gasto e inversión con una resta o una suma, respectivamente. - Se evidencia mayor afinidad por ciertos artículos, lo cual genera una amplia oferta por parte de los estudiantes. - Algunos estudiantes no ofertaban por ningún artículo, esto por el temor a errar en el valor propuesto y no dar coherencia a las relaciones de orden implícitas. - Al finalizar la subasta, se realiza una realimentación, ejemplificando en el tablero la forma de diligenciar correctamente la hoja de registro, la forma correcta de pasar los números de lo verbal a lo simbólico y la ubicación en el sistema numérico decimal para el posterior uso de los algoritmos (suma y resta) de manera adecuada. - Se concluye con la importancia que tiene encontrar la relación existente entre las matemáticas y las actividades cotidianas.
<p>Huellas de la experimentación</p> <p>Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.</p>	<p>Luego de la aplicación de la tarea, es importante tener en cuenta el tiempo y la cantidad de artículos a vender. Pensamos que se puede realizar en parejas para que los estudiantes puedan comprar más de dos artículos, debido a que los grupos son muy grandes y hacerlo de forma individual conlleva mucho tiempo o no se ofertan suficientes artículos, o ambas.</p> <p>Por otro lado, como los estudiantes no tienen ese “sentido de compra y demanda” al comienzo, es decir, no estiman los valores reales de los artículos, es importante que el profesor tenga un valor fijo y que los estudiantes lo “adivinen” estableciendo las relaciones de orden adecuadas, esto permitirá que no se genere competencia entre los alumnos, incluso discusiones, ni que haya una total descontextualización del valor real de los precios. Igualmente se puede establecer un precio mínimo cuando se oferta, pero no un precio máximo porque,</p>

	lo más probable, es que por este valor lo compren.
<p>Histórico del proceso</p> <p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>MEN (1998). <i>Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas</i>. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.</p> <p>MEN (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas</i>. Bogotá, Colombia.</p> <p>MEN (2016). <i>Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2</i>. Panamericana Formas e Impresos S.A. Colombia.</p> <p>Obando, G., Vásquez, N. y Vanegas, M. (2006). <i>Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>. Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín, Colombia. Recuperado de http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%201%20PENSAAMIENTO%20NUM%C3%89RICO.pdf</p> <p>Vico, A. (2008). <i>El mercado de las subastas en el arte y el coleccionismo: desde sus orígenes a la actualidad</i>. La inversión de bienes de colección: Madrid, España, pp. 1-23.</p>

8.2.2 Ficha 2: *El juego de bolos*

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA AÑO 2018

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Daniel Stiven Rojas Zuleta y Juan David Bedoya Torres
Grado(s) donde se aplicará la tarea.	Grado tercero

VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	El juego de bolos
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Cómo pueden los contextos escolares aprovechar situaciones de carácter social, cultural, lúdico y deportivo para la implementación de tareas que involucren relaciones de dependencia entre cantidades?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	¿Cómo presentar las relaciones de proporcionalidad directa mediante un juego que movilice el pensamiento multiplicativo de los estudiantes?
Preguntas orientadoras En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.	A partir del diligenciamiento de las diferentes tablas propuestas en el juego de bolos, ¿Cómo establecer las relaciones mitad de, tercera parte de, cuarta parte de...doble de, triple de, cuádruple de...? ¿De qué manera acercar a los estudiantes a los significados de tipo, ser el múltiplo de y ser divisible por?
Preguntas de Contenido Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.	¿Qué tipo de relaciones multiplicativas se pueden establecer entre los números 2, 4 y 8? ¿Quién es el doble de 12? ¿Cuál es la mitad de 32?
Resumen de la tarea Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.	<p>La tarea presentada es un juego de bolos. Los valores iniciales de los pines utilizados son 2 (4 pines), 4 (3 pines) y 8 (3 pines). Este favorece procesos de comunicación entre los estudiantes, puesto que deben coordinarse para jugar y, finalmente, encontrar un ganador. Es importante destacar, cómo un juego conocido por la cultura puede aportar en los estudiantes diversos aspectos matemáticos los cuales se consolidarán con la profundización de otras tareas que los potencialicen.</p> <p>Dado que, los puntajes iniciales entre el número de bolos derribados y los puntos obtenidos, son de dos, cuatro y ocho puntos (posteriormente se realiza con tres, seis y nueve), esta familia de números permite formar sucesiones aritméticas y visualizar "fácilmente" quién es el doble de y quién la mitad de.</p> <p>De esta manera, el juego de bolos permite acercar a los estudiantes a las relaciones ser el doble de, ser la mitad de, el triple de, la tercera parte de, etc. La abstracción de estas relaciones, se va presentando a medida que los estudiantes diligencian las respectivas tablas, dando cuenta de la influencia que tiene el juego en la construcción de las relaciones de tipo numérico. Además, la tarea permite potenciar el reconocimiento de patrones numéricos encontrados en sucesiones aritméticas, construidas con los puntajes obtenidos durante el juego.</p>

	<p>Otro aspecto que el juego de bolos permite explorar, es el de los elementos de la proporcionalidad directa, como por ejemplo las relaciones de covariación entre el número de bolos derribados y número de puntos obtenidos, y la razón (constante de proporcionalidad) que se encuentra implícita entre las familias de números respectivas que se pueden emplear, entre otros.</p> <p>Finalmente, se abre la puerta a las estructuras multiplicativas (con los diversos significados de la multiplicación y la división) sin el uso memorístico de las relaciones que se han venido mencionando. Esto es, al ser el estudiante quien tiene la posibilidad de establecer relaciones de tipo doble de, el triple de, la mitad de, la tercera parte de, entre otros, y las bondades que le brinda el encontrar un patrón numérico, se logra un aprendizaje de las tablas de multiplicar a partir de un conjunto de acciones que le dan sentido al proceso realizado, lo cual garantiza un soporte conceptual para lo aprendido. Este proceso (establecer relaciones multiplicativas) brinda estrategias diferentes a las del aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar, lo cual es una apuesta que permite a los estudiantes la abstracción y apropiación de lo que matemáticamente esto les representa.</p>
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc</p>	<p>Los procedimientos ideales para esta tarea se presentan de acuerdo con cada momento en que se lleva a cabo.</p> <p>Inicialmente, los procedimientos esperados de los estudiantes, al momento de diligenciar la primera hoja de registro (ver Anexo 10), vienen dados por el establecimiento de las respectivas correspondencias entre las cantidades (cantidad de bolos derribados genera cantidad de puntos obtenidos), siguiendo las indicaciones que brinda la tabla de convención de puntos (ver Anexo 9). Ya sea que realicen conteos múltiples o que multipliquen para dar cuenta de los puntos obtenidos y, finalmente, sumar los resultados para obtener el puntaje total por ronda y del juego.</p> <p>Después de diligenciar la hoja de registro, se espera que los estudiantes respondan a las preguntas que aparecen posterior a la tabla. En algunas de estas preguntas se debe operar con cantidades mayores, por lo cual usar conteos múltiples como procedimiento puede ser engorroso, por ende, se espera que los estudiantes multipliquen para hallar los resultados.</p> <p>Luego, con el apoyo del profesor, los estudiantes deberán diligenciar las hojas de registro que dan cuenta de las covariaciones entre la cantidad de bolos derribados y la cantidad de puntos obtenidos (ver Anexo 11). En este punto, se espera que sean los estudiantes quienes lleguen a establecer relaciones multiplicativas como, por ejemplo, ser la mitad de y el doble de, al momento de establecer las correspondencias entre las cantidades grandes. Por ejemplo, en la hoja de registro número de bolos sin tapa derribados y puntos obtenidos, los estudiantes realizan las respectivas correspondencias 1-2, 2-4, 3-6, ..., 10-20, pero la intención no es que continúe el 11, sino el 12, 14, 16, 32 (aunque estos valores pueden variar, lo importante es que den para establecer las relaciones multiplicativas), para que sus valores correspondientes (24, 28, 32, 64) sean calculados por medio de mitad de y doble de. Es decir que, si se necesita hallar la cantidad de puntos para 14 bolos</p>

	<p>derrribados, se analice que 14 es el doble de 7 (o 7 es la mitad de 14, es importante que se vea en ambos sentidos), por lo cual la cantidad de puntos obtenidos será el doble de 14.</p> <p>Proceso similar se espera con el diligenciamiento de las otras dos hojas de registro, pero es importante que se identifiquen también las relaciones ser triple de, ser tercera parte de, etc.</p> <p>Finalmente, al realizar la tabla parcialmente diligenciada (ver Anexo 12) los estudiantes reconocen que deben operar a partir de restas sucesivas o realizar agrupaciones para solucionar apartados que piden encontrar cantidad de bolos derrribados, dados los puntos obtenidos. Así mismo, la fila de la cuarta ronda, representa que los estudiantes ideen un procedimiento solución para que el puntaje total en dicha ronda sea 24 (fila que puede tener diferentes soluciones).</p>
<p>Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)</p>	
<p>Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)</p>	
<p>Material impreso Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.</p>	
<p>Suministros Todo lo que se necesite para implementar la tarea.</p>	<p>Diez envases plásticos (en lo posible de similar tamaño), una pelota proporcional a los envases, hoja de registro, hoja con los valores de los bolos convención de puntos, hojas de formato número de bolos derrribados-puntos obtenidos, hoja de formato presentada parcialmente diligenciada.</p>
<p>Recursos de Internet Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.</p>	
<p>Otros Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.</p>	

FICHA DEL MAESTRO

<p>Competencias</p> <p>A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS.</p> <p>Pensamiento numérico:</p> <p>Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos: los estudiantes desarrollan procesos como ser múltiplo de y ser divisible por, al establecer los puntajes según la cantidad de bolos derrribados (dos, cuatro y ocho puntos).</p> <p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional: Cuando el estudiante se hace la pregunta: si derribo un bolo ¿cuántos puntos tengo? Ahora, ¿si derribo dos? ¿Si derribo cuatro? y así, sucesivamente, puede dar un primer paso al desarrollo de procesos asociados a los procedimientos por</p>
---	--

	<p>analogía, y, por ende, un inicio en la comprensión de la proporcionalidad directa.</p> <p>Pensamiento variacional:</p> <p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros): Cuando los estudiantes están diligenciando las hojas de registro del juego de bolos (número de envases derribados-puntos obtenidos) para dos, cuatro y ocho puntos pueden encontrar la relación existente con ser el doble de, como constante de proporcionalidad.</p> <p>Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas: A partir de las relaciones establecidas previamente, cada estudiante puede proponer secuencias diferentes a las de dos en dos, cuatro en cuatro y ocho en ocho, vistas con los números de puntos obtenidos en el juego, como, por ejemplo, de tres en tres.</p> <p>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE.</p> <p>Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas: El estudiante establece comparaciones entre cantidades y asimila los cambios proporcionales que están inmersos allí.</p>
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<p>El estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Establece relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de, entre otros) entre números. - Utiliza patrones numéricos en secuencias aritméticas (procedentes de la cantidad de bolos derribados y de puntos obtenidos). - Compara cantidades y reconoce la covariación que se presenta entre ellas. - Infiere resultados a partir de secuencias establecidas.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas</p>	<p>Pensamiento numérico-variacional</p> <ul style="list-style-type: none"> - Proporcionalidad directa. - Secuencias aritméticas. - Patrones aritméticos. - Múltiplos y divisores de.
<p>Actividades/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las actividades de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	<p>La tarea se realiza en tres momentos principales. La intención del juego de bolos es acercar a los estudiantes a diferentes aspectos matemáticos como: La multiplicación como razón, factor multiplicante y sumas iteradas, y las tablas de multiplicar (del 2, 3, 4, 6, 8 y 9). Estos aspectos serán estudiados a partir del uso de la proporcionalidad directa simple.</p> <p>Materiales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Diez envases plásticos (en lo posible de similar tamaño)

- Una pelota que no exceda en tamaño a los envases.
- Hoja de convención de puntos.
- Hoja de registro del juego de bolos.
- Hojas de registro número de envases derribados-puntos obtenidos.
- Hoja de registro presentada parcialmente diligenciada.

Reglas del juego

- La decisión de quien comienza el juego la tendrá los integrantes del equipo. En el caso que no haya un acuerdo, será el docente el que decida.
- Cada jugador debe realizar un lanzamiento por ronda.
- Cada jugador debe cumplir con cuatro rondas, por lo tanto, debe realizar cuatro lanzamientos.
- Cada jugador debe respetar el turno correspondiente.
- El estudiante debe respetar la convención de puntos establecida previamente.
- El bolo que sea derribado por algún factor externo al lanzamiento de la pelota, no cuenta como válido.
- Gana el juego quien, finalizadas las tres rondas, haya totalizado mayor cantidad de puntos.

Es importante destacar que el juego se propone inicialmente con los valores de dos, cuatro y ocho puntos por bolos derribados, pero dependiendo de los avances de los estudiantes se puede proceder con los valores de tres, seis y nueve.

Momentos del juego de bolos

Antes de iniciar el primer momento, se lleva a cabo un diálogo con el grupo sobre la dinámica del juego de bolos, dando respuesta a preguntas como: ¿Quién ha jugado? ¿En qué consiste el juego? ¿Cuáles son las reglas? Esto para dar una visión general del juego de bolos a los estudiantes, de modo que, antes de comenzar a jugar, lleven unas bases del desarrollo del juego.

Primer momento:

Inicialmente, el grupo está dividido en equipos de cuatro jugadores. Cada equipo recibe una pelota y 10 envases plásticos (que representarán los bolos) que se distribuyen espacialmente en forma triangular, de manera que la distribución no afecte el juego de los demás equipos.

Antes de ser entregada la hoja de registro, se realiza un “simulacro” del juego, para que los jugadores empiecen a entender la dinámica, esto permite la apropiación de las actividades a realizar posteriormente. Luego, cada uno de los integrantes de los equipos recibe su respectiva hoja de registro y una hoja donde se indica el puntaje asignado a cada bolo (convención de puntajes). Para iniciar, la convención indicará los puntajes: dos, cuatro y ocho puntos.

Cada participante de los equipos realiza cuatro rondas para poder diligenciar su

hoja de registro. En ella aparecerán los valores que se asignaron en la hoja de convención con respecto al número de cada bolo derribado. Por ejemplo, puede derribar, un bolo de dos puntos, dos bolos de cuatro puntos y un bolo de ocho puntos, así asignar en cada casilla correspondiente tanto el número de bolos como los puntajes que estos le dan, al igual que el total de puntos por ronda. Pasadas las cuatro rondas, y cuando la tabla de la hoja de registro esté completa, el estudiante procede a contestar las preguntas que de ella se siguen.

Este momento de la tarea, posibilita que los estudiantes realicen conteos múltiples para obtener los puntajes obtenidos en cada ronda. Pero también, es posible que algunos realicen directamente multiplicaciones para obtener los puntajes y, posteriormente, sumarlos para conseguir el puntaje total por turno. De igual forma, responder a las preguntas propuestas, es un modo de analizar los procedimientos que los estudiantes están utilizando.

Segundo momento:

Posteriormente, el profesor presenta las hojas de registro, en las cuales se establecen las correspondencias entre el número de envases derribados y los puntos obtenidos. Serán tres las hojas de registro: En una se analizan las correspondencias entre el número de bolos con tapa derribados y los puntos obtenidos, en otra el número de bolos sin tapa derribados y los puntos, y en la última, el número de bolos con cinta derribados y los puntos obtenidos.

Se inicia con la hoja de registro de los bolos que, al derribarse, daban dos puntos (bolos sin tapa). El profesor da las indicaciones iniciales para incitar a los estudiantes a evidenciar las relaciones ser el doble de, ser la mitad de, ser el triple de, etc. La intencionalidad es que profesor y estudiantes dialoguen sobre las correspondencias entre ambos espacios de medida, para diligenciar toda la tabla.

Similarmente se procede con las otras dos hojas de registro que tienen valores de cuatro y ocho puntos. La diferencia radica en que el estudiante ya ha establecido relaciones multiplicativas y, con base en ello, procederá a usarlas, y esto les facilitará el diligenciamiento de las hojas de registro. Además, los estudiantes también deben brindar ejemplos numéricos donde se establezcan dichas relaciones, luego de diligenciar las tablas.

Este proceso moviliza en los estudiantes significados de la multiplicación como razón (puesto que es una razón la que relaciona las dos magnitudes presentes: número de bolos derribados y puntos obtenidos), como factor multiplicante (en momentos donde escalares como medios, triples, mitades, etc. relacionan una magnitud con otra) y como suma repetida. Además, acercar a los estudiantes a la conceptualización de estos significados, posibilita la memorización y uso de las tablas de multiplicar.

Tercer momento:

Dados los avances en los aprendizajes por parte de los estudiantes de las relaciones multiplicativas generados por sus acciones realizadas en momentos anteriores, ahora deben diligenciar una tabla similar a la propuesta en el momento uno, con la diferencia que esta se encuentra parcialmente diligenciada, con valores predeterminados, ya sea de número de bolos derribados, número de puntos obtenidos o número total de puntos obtenidos por ronda.

La actividad realizada por el estudiante en este momento de la tarea, posibilita el fortalecimiento de la conceptualización de los significados de la multiplicación ya mencionados. Además, esta tarea también permite establecer relaciones entre

	<p>las operaciones multiplicación y división, puesto que, no solo los estudiantes pueden utilizar procedimientos como restas sucesivas o agrupar cantidades de puntos para hallar cantidades de bolos (por ejemplo, para saber cuántos bolos con cinta se derribaron para obtener 24 puntos, el estudiante puede agrupar los 24 puntos en 3 grupos de 8), sino que pueden utilizar la multiplicación como medio y ahorrarse los procedimientos propios de la división que, tal vez, sean de mayor complejidad para los estudiantes (en este punto el estudiante podría preguntarse que, si un bolo con cinta brinda 8 puntos y debe hallar la cantidad de bolos que brinda 24 puntos, ¿qué número multiplicado por 8 da 24?).</p>
<p>Tiempo aproximado requerido</p> <p>Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.</p>	<p>El tiempo que se toma la tarea del juego de los bolos, depende directamente de los avances que los estudiantes realicen con cada uno de los momentos antes explicitados.</p> <p>Es importante aclarar que la idea no es forzar un límite de tiempo, sino alcanzar las metas propuestas que a partir del juego se pueden potenciar.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Para la realización de la tarea el estudiante debería:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocer los números y saber realizar sumas entre ellos. - Leer para aceptar las condiciones que las convenciones de puntos les brinde. - Reconocer la finalidad de un juego de bolos para así poder plantear posibles estrategias a la hora de lanzar la pelota.

FICHA TÉCNICA

<p>Referencias /Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p>	<p>El paso de las estructuras aditivas a las multiplicativas es un verdadero reto para los docentes en formación y en ejercicio en el área de matemáticas y de otras ciencias (que deben enseñar matemáticas), especialmente en Básica Primaria. La forma tradicional de realizar dicho paso es enseñar la multiplicación a partir de sumas repetidas para luego introducir el algoritmo, o directamente la enseñanza de este último. Esta forma de realizarse deja de lado el significado y sentido de la multiplicación y la división.</p> <p>El paso de lo aditivo a lo multiplicativo no se encuentra separado. Por el contrario, existen líneas de continuidad de una estructura a la otra, dado que, a partir de la coordinación de los conteos múltiples aditivos, “se favorecen formas de representar variaciones conjuntas de dos o más espacios de medida, fundamentalmente cuando esta variación conjunta es analizada desde una perspectiva de los operadores escalares” (Botero, 2006, p.126). Lo que significa que, realizando conteos múltiples aditivos, se pueden representar correspondencias entre dos conjuntos medibles (por ejemplo, cantidad de bolos derribados y puntos obtenidos), privilegiando otros significados de la multiplicación y de la división diferentes a los implementados tradicionalmente. Por ejemplo, no solo aprender la multiplicación como sumas repetidas, sino también como razón, lo cual le permite al estudiante “relacionar de forma lineal las dos magnitudes de carácter discreto, que están presentes en el problema” (Botero, 2006, p.22).</p> <p>Lo anterior está estrechamente relacionado con la proporcionalidad directa y el</p>
--	--

pensamiento variacional, y este es el camino que se propone acá para realizar el paso de la estructura aditiva a la multiplicativa y para lograr una aproximación a la conceptualización de las operaciones multiplicación y división en estudiantes de grado tercero. Y es que, como menciona el MEN (1998)

El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas (p.50).

De esta manera, no hay necesidad de introducir de inmediato el algoritmo, sino que a medida que se realizan conteos múltiples y covariaciones, también se está aproximando a la apropiación de las fórmulas como tal.

Elementos conceptuales y metodológicos

Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea. (Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea)

Esta tarea permite establecer relaciones multiplicativas, donde se disponen en correspondencia dos cantidades: La de bolos derribados y los puntos obtenidos. La forma en que se plasma esta correspondencia es por medio de tablas, las cuales permiten dos tipos de procedimientos: Analíticos y por analogía.

Los procedimientos analíticos presentan relaciones constantes entre las cantidades, es decir, el cociente entre cada pareja de valores correspondientes es el mismo, o lo que llamamos razón o constante de proporcionalidad. Para el caso puntual de los bolos, esa constante de proporcionalidad se manifiesta cuando decimos que derribar un bolo (de una característica específica) me brinda “tantos” puntos (x puntos por cada bolo derribado); por lo cual, el estudiante multiplica el valor de cada bolo por la cantidad total de bolos derribados de cierta característica, para así obtener el puntaje.

Los procedimientos por analogía analizan las variaciones producidas por uno de los espacios de medida sobre otro, en este caso, los cambios en la cantidad de puntos dependiendo de la cantidad de bolos derribados y, viceversa. Por ejemplo, para obtener el puntaje en el juego, los estudiantes realizan conteos múltiples aditivos (de 2 en 2, 4 en 4 o 8 en 8), donde repiten el valor que tiene cada bolo dependiendo de la cantidad de bolos derribados.

La correlación entre los dos espacios de medida utilizados (cantidad de bolos derribados y puntaje obtenido) se evidencia en tablas como esta:

Número de bolos con tapa derribados	Puntos obtenidos
1	2
2	4
3	6

	<p>A partir de esta se establecen las relaciones multiplicativas mitad de, doble de, triple de, tercera parte de, etc., lo que también admite un acercamiento a las tablas de multiplicar y de dividir, sin necesidad de ir directamente al algoritmo.</p>
<p>Descripción de momentos cognitivos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la situación que van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Variables didácticas. ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos. ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.). 	<p>Que los estudiantes jueguen primero sin tener que llenar las hojas de registro, es un punto fundamental para que comprendan la dinámica de la tarea y se familiaricen con los materiales. Además, le permite al profesor analizar las acciones que realizan los niños para establecerle a la tarea posibles modificaciones.</p> <p>En el primer momento (jugar bolos y llenar la ficha), los procedimientos esperados por los estudiantes para diligenciar la tabla, vienen dados por el establecimiento de las respectivas correspondencias entre las cantidades (cantidad de bolos derribados genera cantidad de puntos obtenidos). Lo más probable es que comiencen a realizarlo por medio de conteos múltiples aditivos y no por multiplicaciones, esto es, privilegien procedimientos por analogías antes que procedimientos analíticos, pero después, al momento de trabajar con cantidades grandes, realicen multiplicaciones. Por ejemplo, si un estudiante derriba todos los bolos, es probable que comience sumando $2+2+2+2$, $4+4+4$ y $8+8+8$ para obtener el puntaje total en esa ronda, pero como realizar esas sumas devenga mucho tiempo, entonces puede que, en otro turno donde derribe todos los bolos de 8 puntos cada uno, lo que haga es multiplicar 8×3 para obtener el resultado, claro que esto ocurre si el niño ha tenido un acercamiento con el algoritmo de la multiplicación.</p> <p>Eso sí, es importante que el profesor esté en constante acompañamiento y realizar preguntas orientadoras al estudiante para que simplifiquen un poco los procedimientos por medio de multiplicaciones, aunque no decirles directamente que lo hagan. Esto permite un acercamiento a lo que son las tablas de multiplicar, en este caso las del 2, 4 y 8.</p> <p>El segundo momento (diligenciamiento de las tablas de doble entrada) es una parte fundamental de la tarea. Se trata de movilizar en los estudiantes pensamientos que permitan establecer relaciones multiplicativas mitad de y doble de inicialmente, a partir del diligenciamiento de las tablas de doble entrada.</p> <p>La proporcionalidad directa simple entra en juego en este momento de la tarea, analizando las tres o cuatro cantidades (dependiendo del procedimiento a realizar) que se correlacionan. Por ejemplo, si se quiere saber cuántos puntos se obtiene por derribar 8 bolos, donde cada uno brinda dos puntos, para el estudiante podría ser más sencillo saber que 4 es la mitad de 8 y, si por derribar 4 bolos se obtienen 8 puntos, entonces por derribar 8 bolos se obtiene el doble de puntos que se obtuvo por derribar 4, es decir, 16.</p> <p>Otro ejemplo que permite pensar en el establecimiento de las relaciones multiplicativas es: si derribar dos bolos da 16 puntos, entonces derribar cuatro bolos brinda 32 puntos. Allí se analiza que, si 4 es el doble de dos implica que para saber cuántos puntos me dan por derribar cuatro bolos hay que realizar el doble de 16. De igual forma se puede analizar hacia la otra dirección (mitad de) y con distintos valores.</p> <p>Finalmente, para los estudiantes en el tercer momento (terminar de diligenciar una tabla con valores incompletos que simulan un juego de bolos) es más complicado analizar los resultados cuando deben calcular el número de bolos derribados dados los puntos obtenidos, pero es un ejercicio importante para que</p>

	no solamente se evidencie la multiplicación sino también un acercamiento a la división, y la relación entre ambas operaciones.
<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	Archivos anexos 9, 10, 11 y 12.
<p>Actas de experimentación</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de que grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados. En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>La tarea se aplicó con estudiantes de grado tercero en el año 2018. La propuesta surge como alternativa para acercar a los estudiantes a los elementos de proporcionalidad directa y evidenciar las relaciones ser múltiplo de y ser divisor por, lo cual se encuentra en el marco en las estructuras multiplicativas.</p> <p>Algunos resultados obtenidos a destacar son:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Algunos estudiantes se desconcentran desviando su atención solo al juego y dejando de lado el diligenciamiento de las hojas de registro. - Los estudiantes participan con buena disposición durante las diferentes etapas del juego de bolos. - Algunos estudiantes presentan dificultad al momento de diligenciar la hoja de registro del primer momento, esto por no tener claridad a la hora de establecer las relaciones multiplicativas. Por lo cual, el acompañamiento del profesor es indispensable para superar esta dificultad, por ejemplo, proponiéndole a los estudiantes que realicen diagramas que puedan expresar las relaciones entre bolos derribados y puntos obtenidos. - A pesar de tener bien diligenciada la hoja de registro, para algunos estudiantes es complejo responder las preguntas que plantean posterior a dicha tabla. La complejidad en algunos casos radica en los niveles de comprensión de lectura de los estudiantes. - Las estrategias para responder las preguntas planteadas son variadas y los estudiantes tienen poca confianza en sí mismos y dudan que sus procedimientos y resultados estén correctos, y buscan validarlos con el profesor. Por ejemplo, un estudiante sabe que si derriba cinco bolos de cuatro puntos obtendrá veinte puntos, pero si se le hace la pregunta, si tumbara quince bolos, ¿cuántos puntos tendrías? luego de llevar a cabo su estrategia (Contar con los dedos, figuras en el papel, algoritmo de la suma, entre otras) el estudiante aduce que son sesenta puntos, pero no cree en la respuesta obtenida y la busca validar con el profesor. - Algunos estudiantes confunden las relaciones ser mitad de y ser el doble de. Por ejemplo, un estudiante puede plantear que cuatro es la mitad de dos. En este punto es importante que el profesor le muestre al estudiante otro tipo de situaciones (que no tienen que ser propias de las matemáticas) que lo lleven a identificar esas relaciones de orden entre las cantidades y también a reconocer que, si un número es la mitad de otro, entonces es menor, pero que, si un número es el doble de otro, necesariamente es mayor. - Al intentar diligenciar la hoja de registro presentada parcialmente diligenciada, algunos estudiantes recurren a las tablas realizadas en el momento dos, lo cual facilita su realización. - Se pudo observar que muchos estudiantes evidenciaron las relaciones

multiplicativas, a partir del diligenciamiento de las hojas de registro que daban cuenta de las correspondencias entre número de bolos derribados y puntos obtenidos. Incluso, algunos marcaron con flechas alrededor de la tabla dichas relaciones, especialmente ser el doble de y la mitad de (ver **¡Error! El resultado no es válido para una tabla.**).

- Después de haber diligenciado varias tablas de doble entrada y de los profesores pedir que diligenciaran la de los bolos que brindaban seis puntos, algunos estudiantes se percataron que estaba allí implícita la tabla del seis (ver



).
- Algunos estudiantes utilizaron procedimientos analíticos para dar respuesta a las preguntas 3 y 4 (ver **¡Error! El resultado no es válido para una tabla.**), pero para dar respuesta a la pregunta 5 se dedicaron a realizar palitos y no el mismo procedimiento (este aspecto se evidencia borrado en el mismo ejercicio).

Huellas de la experimentación

Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.

Uno de los elementos que se deben tener en cuenta es el espacio donde se llevará a cabo el juego de bolos, este debe ser amplio para poder respetar una distancia en cada uno de los grupos, además las condiciones externas, como el viento pueden afectar ostensiblemente el normal desarrollo de este.

La textura del piso y el tamaño de la pelota y envases, también deben ser elementos a tener en cuenta previo a la implementación del juego.

Los grupos de estudiantes se deben respetar, en aras de potenciar el trabajo grupal y la comunicación entre ellos, lo cual puede tener su explicación en el hecho que es posible que algunos estudiantes manifiesten inconformidad por creerse perdedores e intenten pedir un cambio de grupo.

Es fundamental que los estudiantes primero se familiaricen con el juego para posteriormente diligenciar los formatos. Allí, el acompañamiento del docente por los diversos grupos se torna como un aspecto relevante, debido a las confusiones que algunos estudiantes puedan tener o al mal diligenciamiento por parte de estos con la intención de ganar.

La participación de los estudiantes es vital en cada uno de los momentos presentados en el juego, darles la voz participante, aporta elementos que pueden ser de interés general.

Finalmente, para aquellos estudiantes que avancen rápidamente en los momentos planteados, se debe presentar la alternativa de plantear el juego con los valores de tres, seis y nueve puntos.

<p>Histórico del proceso</p> <p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Botero, O. (2006). <i>Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación</i> (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.</p> <p>MEN (1998). <i>Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas</i>. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.</p> <p>MEN (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas</i>. Bogotá, Colombia.</p> <p>MEN (2016). <i>Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2</i>. Panamericana Formas E Impresos S.A. Colombia.</p>

REGISTROS

Registro 1

Número de bolos con cinta derribados	Número de puntos obtenidos
1	8
2	16
3	24
4	32
5	40
6	48
7	56
8	64
9	72
10	80
11	88
12	96
13	112
14	128

Registro 1. Establecimiento de las relaciones multiplicativas por parte de un alumno.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 2

teniendo en cuenta que, por derribar un bolo sin tapa, obtienes 6

Número de bolos sin tapa derribados	Número de puntos obtenidos
1	6 ✓
2	12 ✓
3 ✓	18 ✓
4 ✓	24 ✓
5	30 ✓
6	36 ✓
7 ✓	42 ✓
8 ✓	48 ✓
9 ✓	54 ✓
10	60 ✓
30	120 ✓
40	240 ✓

de completar la tabla del número 4, realiza 3

Registro 2. Un alumno se percató de la tabla del seis en la tabla.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 3

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Número de ronda	Número de bolos con tapa de color derribados	Número de puntos obtenidos	Número de bolos sin tapa derribados	Número de puntos obtenidos	Número de bolos con cinta derribados	Número de puntos obtenidos	Número de puntos totales por ronda
Primera	0	0	1	2	3	24	26
Segunda	0	0	3	6	1	8	14
Tercera	0	0	1	2	1	8	10
Cuarta	1	4	1	2	3	24	25
Totales	1	4	6	12	8	64	80

Responde:

- ¿Cuántos bolos de tapa de color derribaste en total y cuántos puntos obtuviste por derribarlos todos?
R/ Derribé 0 bolos y de puntos 0
- ¿Cuántos bolos sin tapa derribaste en total y cuántos puntos obtuviste por derribarlos todos?
R/ derribé 6 y me quedé de puntos 12
- Si hubieras derribado 25 bolos de tapa de color, ¿cuántos puntos obtendrías?
R/ hubiera 100 puntos $25 \times 4 = 100$
- Si hubieras derribado 18 bolos con cinta, ¿cuántos puntos obtendrías?
R/ hubiera 144 puntos $18 \times 8 = 144$
- En un juego, pasadas 3 rondas has derribado 8 bolos de tapa de color, 4 bolos sin tapa y 7 bolos con cinta, ¿cuántos puntos en total tienes?
R/ tenía 196 puntos $8 \times 4 + 4 \times 2 + 7 \times 8 = 32 + 8 + 56 = 96$

Registro 3. Uso de procedimientos analíticos.

[Regresar a la lectura del documento](#)

8.2.3 Ficha 3: Tiro al blanco

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA AÑO 2018

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Daniel Stiven Rojas Zuleta y Juan David Bedoya Torres
Grado(s) donde se aplicará la tarea.	Grado tercero

VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	Tiro al blanco
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Cómo pueden los contextos escolares aprovechar situaciones de carácter social, cultural, lúdico y deportivo para la implementación de tareas que involucren relaciones de dependencia entre cantidades?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	¿Cómo presentar las relaciones de proporcionalidad directa mediante un juego que movilice el pensamiento multiplicativo de los estudiantes?
Preguntas orientadoras En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.	A partir del diligenciamiento de las diferentes tablas propuestas para el juego de tiro al blanco. ¿De qué manera acercar a los estudiantes a los significados de tipo, ser el múltiplo de y ser divisible por?
Preguntas de Contenido Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.	¿Qué tipo de relaciones multiplicativas se pueden establecer entre los números 5, 15, 20 y 30? Si caen 4 tapas en la casilla de 20 ¿Cuántos puntos obtendrás? ¿Cuál será el máximo puntaje que puede obtener un jugador al finalizar una ronda?
Resumen de la tarea Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.	<p>La tarea presentada es un juego de tiro al blanco, que consiste en acertar unas fichas (lo que en el deporte serían proyectiles) a unos objetivos (o blancos) que se encuentran en un tablero en el suelo. Los valores de las casillas del tablero del más interno al más externo son 30, 20, 15 y 5, respectivamente (ver Registro 4).</p> <p>El juego de tiro al blanco favorece procesos de comunicación entre los estudiantes, puesto que deben coordinarse para jugar y encontrar un ganador. Es importante destacar, cómo un juego conocido por la cultura puede aportar a los estudiantes diversos aspectos matemáticos los cuales se consolidarán con la profundización de otras tareas que los potencialicen.</p> <p>Algunos elementos matemáticos que se pueden conceptualizar del juego son propios de la proporcionalidad directa: las relaciones de covariación generadas entre el número de puntos que brindan los objetivos y la cantidad de fichas que caen en cada uno, y la razón (constante de proporcionalidad) que se encuentra implícita entre las familias de números respectivas que se pueden emplear.</p> <p>Finalmente, del juego también se pueden abordar las estructuras multiplicativas (con los diversos significados de la multiplicación y la división). Esto es, al ser el estudiante quien tiene la posibilidad de visualizar las bondades que le brinda el encontrar un patrón numérico, el aprendizaje de los hechos numéricos se hace del</p>

	<p>lado de los aspectos conceptuales que le dan sentido y significado al aprendizaje memorístico. Al comparar lo anterior, se puede inferir que este proceso (encontrar patrones numéricos) brinda unas posibilidades diferentes a las del aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar, incluso la abstracción generada posteriormente de llevar a cabo las acciones que los estudiantes realizan sobre las relaciones que explicitan en sus respectivas tablas, da cuenta del impacto que tiene el juego en la construcción de las relaciones de tipo numérico y la apropiación de lo que matemáticamente esto les representa.</p>
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc</p>	<p>La tarea está orientada en diferentes momentos, cada uno de los cuales permite al estudiante apoyarse en los materiales que suministra el juego para darle un sentido matemático a las estrategias que utilice.</p> <p>Los procedimientos ideales para esta tarea se presentan de acuerdo con cada momento en que se lleva a cabo.</p> <p>En un primer el momento, donde se juega y diligencia una hoja de registro (ver</p> <p>Anexo 13) el estudiante realiza el lanzamiento de sus seis fichas y totaliza el valor de puntos obtenidos. En este proceso surgen diferentes procedimientos que los estudiantes pueden utilizar. Algunos pueden sumar en su cuaderno o en una hoja cualquiera los puntos obtenidos de las casillas donde acertó. Otros podrían multiplicar como, por ejemplo, si tres fichas cayeron en un mismo valor, el estudiante puede multiplicar 3 por el número que se encuentra en el objetivo. Otros estudiantes privilegiarían el cálculo mental para obtener los puntajes.</p> <p>Es importante resaltar aquellos procedimientos esperados por los estudiantes, ya sea para realizar los cálculos mentales o en papel. Y es que, para calcular los puntajes totales, los estudiantes realizan composiciones y descomposiciones de algunas cantidades, especialmente en cinco y dieces. Por ejemplo, si un estudiante desea calcular su puntaje total en una ronda, donde acertó una ficha en 25, dos en 30 y una en 15, suma dos veces el 30 y le da 60, el 25 lo descompone en 20+5 y el 15 en 10+5, para luego sumar 20+10+60, obteniendo como resultado 90 , además, compone los cinco del 10 y del 15 para obtener 10 que, sumado finalmente con 90, brinda 100 puntos totales en esa ronda.</p> <p>En el segundo momento, los estudiantes abordan la hoja que se encuentra parcialmente diligenciada (ver</p>



Anexo 14). La pregunta que los estudiantes deben realizarse es ¿cómo asignar un número de fichas a ciertos puntajes totales conocidos, sabiendo que no pueden superar las seis fichas que el juego asigna? Para unos, la estrategia que puede ser utilizada es por tanteo. Otros, lo pueden intentar asignando un número de fichas a los puntajes más grandes y ajustando luego con los pequeños, si es que hace falta. Allí, los procedimientos que se encuentran implícitos son realizados por medio de composiciones y descomposiciones numéricas, pero, además, la división puede evidenciarse. Por ejemplo, si el resultado total dado fue 120 puntos, entonces, para no dar valores por tanteo, puede razonar y decir que 120 es dos veces 60, que a su vez 60 es dos veces 30, por lo cual decir que 4 tapas cayeron en la casilla 30 puntos y ninguna en las demás casillas; o que 120 es 3 veces 40, que a su vez 40 es dos veces 20, por lo cual decir que las seis tapas cayeron en la casilla 20 puntos.

Finalmente, se puede evidenciar que a lo largo de los momentos durante los cuales se desarrolla el juego, los estudiantes pueden inferir la relación entre la multiplicación y la división, dada a su vez, la relación entre el número de fichas acertadas en cierto puntaje y el valor que este concede.

Materiales y recursos necesarios para la Propuesta

Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)

--	--	--	--	--

Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)

Material impreso Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.	
Suministros Todo lo que se necesite para implementar la tarea.	Tableros de tiro al blanco marcados con los respectivos puntajes (De afuera hacia adentro 5, 15, 20 y 30) Tapas rellenas con plastilina que sirvan como fichas para lanzar. Hoja de registro y hoja de formato presentada parcialmente diligenciada.
Recursos de Internet Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	

FICHA DEL MAESTRO

<p>Competencias</p> <p>A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS.</p> <p>Pensamiento numérico:</p> <p>Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos: Los estudiantes desarrollan procesos asociados al establecimiento de relaciones como ser múltiplo de y ser divisible por, al establecer los puntajes según la cantidad de fichas que caen en los valores predeterminados del tablero (cinco, quince, veinte y treinta).</p> <p>Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables: Al momento de resolver la hoja de registro parcialmente diligenciada, los estudiantes deben verificar que las cantidades de aciertos en las casillas no exceda el total de seis fichas y, además, la suma de los puntajes de cada casilla sea equivalente al puntaje total de la ronda.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional: Cuando el estudiante se hace la pregunta: si acierto una ficha en cierta casilla del tablero ¿cuántos puntos tengo? Ahora, ¿si acierto dos? ¿Si acierto cuatro? y así, sucesivamente, puede dar un primer paso al desarrollo de procesos asociados a los procedimientos por analogía.</p> <p>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE:</p> <p>Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas: El estudiante establece comparaciones entre las cantidades de fichas acertadas y los puntajes del tablero al momento de diligenciar las hojas de registro para dar cuenta de los puntajes totales por ronda y, luego, el puntaje total del juego en busca de un ganador.</p>
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p>	<p>El estudiante:</p>

<p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Fortalece la interpretación y manipulación de la descomposición de números en sumandos. - Reconoce relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de..., ser el múltiplo de, ser divisible por) en contextos numéricos. - Identifica, representa y cuantifica la variación entre magnitudes, involucradas en situaciones problemas.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas.</p>	<p>Pensamiento numérico-variacional</p> <ul style="list-style-type: none"> - Proporcionalidad directa. - Descomposición de números en sumandos. - Relación entre multiplicación y división. - Múltiplos y divisores de.
<p>Acciones/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	<p>La tarea se realiza en dos momentos principales, cada uno de los cuales evidencia propósitos claros para los estudiantes, en cada una de sus etapas. La intención del juego de tiro al blanco es acercar a los estudiantes a diferentes aspectos matemáticos que, en su dinámica, el juego permite potenciar.</p> <p>Materiales</p> <ul style="list-style-type: none"> - Seis tapas de gaseosa rellenas de plastilina. - Un tablero de tiro al blanco marcado con los valores 5, 15, 20 y 30 (de la casilla más externa a la más interna, respectivamente). - Hoja de registro. - Hoja de registro presentada parcialmente diligenciada. <p>Reglas del juego</p> <ul style="list-style-type: none"> - La decisión de quien comienza el juego la tendrá los integrantes del equipo. En el caso que no haya un acuerdo, será el docente el que decida. - Cada jugador debe realizar los lanzamientos de las seis fichas por ronda. - Cada jugador debe cumplir con cuatro rondas. - Cada jugador debe respetar el turno correspondiente. - Si, al realizarse un lanzamiento, una ficha cae en medio de dos valores, el valor otorgado será aquel donde la ficha ocupe más espacio. Si ocupa igual espacio, deberá lanzarla de nuevo. - La ficha que caiga por fuera del tablero no cuenta como válida y el jugador que la lanzó no tiene posibilidad de lanzarla de nuevo. - Gana el juego quien, finalizadas las tres rondas, haya totalizado mayor cantidad de puntos.

	<p>Momentos del juego de tiro al blanco</p> <p>Antes de iniciar el primer momento, se lleva a cabo un diálogo con el grupo sobre la dinámica del tiro al blanco, dando respuesta a preguntas como: ¿Quién ha jugado? ¿En qué consiste el juego? ¿Cuáles son las reglas? Esto para dar una visión general del tiro al blanco a los estudiantes, de modo que, antes de comenzar a jugar, lleven unas bases del desarrollo del juego.</p> <p>Primer momento:</p> <p>Inicialmente, los tableros se ubican en el espacio establecido con las condiciones necesarias para su normal desarrollo, esto es, un lugar donde el tablero quede de manera plana sobre el piso, que la distancia entre el lanzador y el tablero y entre los tableros sea la adecuada para el espacio a utilizar. Antes de ser entregada la hoja de registro, se realiza un “simulacro” del juego, para que los estudiantes empiecen a entender la dinámica, esto permite la apropiación de las actividades a realizar posteriormente</p> <p>Luego, el profesor hace entrega de la hoja de registro que los estudiantes deben diligenciar a medida que van cumpliendo con los lanzamientos en los turnos respectivos. La intencionalidad de este momento es que los estudiantes realicen composiciones y descomposiciones en cinco y dieces para calcular los puntajes obtenidos. De la misma manera, algunos estudiantes pueden identificar relaciones como ser la mitad, el doble, el triple o la tercera parte de, esto después de realizadas las composiciones y descomposiciones en sumandos.</p> <p>Cuando la totalidad de participantes de cada grupo haya realizado los tres turnos comparan los puntajes totales y validan el ganador. Paso siguiente, cada estudiante procede a responder una serie de preguntas que se encuentra en la hoja que les fue entregada.</p> <p>Segundo momento:</p> <p>Finalmente, se da paso a entregar la hoja de registro parcialmente diligenciada, donde se encuentren ya sea de número de aciertos en las casillas de 5, 15, 20 y 30, puntos totales por turno o combinación de los dos.</p> <p>Este momento permitirá fortalecer las composiciones y descomposiciones en sumandos, pero también, a partir del establecimiento de las relaciones multiplicativas, poder acercarse a la operación división y a la relación que tiene esta con la multiplicación.</p>
<p>Tiempo aproximado requerido</p> <p>Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.</p>	<p>El tiempo que se toma la tarea del tiro al blanco, depende directamente de los avances que los estudiantes realicen con cada uno de los momentos antes explicitados.</p> <p>Es importante aclarar que la idea no es forzar un límite de tiempo, sino alcanzar las metas propuestas que a partir del juego se pueden potenciar.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Para la realización de la tarea el estudiante debería:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Saber realizar sumas y restas entre números. - Reconocer la finalidad del juego de tiro al blanco para así poder plantear posibles estrategias a la hora de lanzar las fichas.

- Interpreta y manipula la descomposición de números.

FICHA TÉCNICA

Referencias /Marco teórico

Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).

El paso de las estructuras aditivas a las multiplicativas es un verdadero reto para los docentes en formación y en ejercicio en el área de matemáticas y de otras ciencias (que deben enseñar matemáticas), especialmente en Básica Primaria. La forma tradicional de realizar dicho paso es enseñar la multiplicación a partir de sumas repetidas para luego introducir el algoritmo, o directamente la enseñanza de este último. Esta forma de realizarse deja de lado el significado y sentido de la multiplicación y la división.

El paso de lo aditivo a lo multiplicativo no se encuentra separado. Por el contrario, existen líneas de continuidad de una estructura a la otra, dado que, a partir de la coordinación de los conteos múltiples aditivos, “se favorecen formas de representar variaciones conjuntas de dos o más espacios de medida, fundamentalmente cuando esta variación conjunta es analizada desde una perspectiva de los operadores escalares” (Botero, 2006, p. 126). Lo que significa que, realizando conteos múltiples aditivos, se pueden representar correspondencias entre dos conjuntos medibles (por ejemplo, cantidad de bolos derribados y puntos obtenidos), privilegiando otros significados de la multiplicación y de la división diferentes a los implementados tradicionalmente. Por ejemplo, no solo aprender la multiplicación como sumas repetidas, sino también como razón, lo cual le permite al estudiante “relacionar de forma lineal las dos magnitudes de carácter discreto, que están presentes en el problema” (Botero, 2006, p.22).

Lo anterior está estrechamente relacionado con la proporcionalidad directa y el pensamiento variacional, y este es el camino que se propone acá para realizar el paso de la estructura aditiva a la multiplicativa y para lograr una aproximación a la conceptualización de las operaciones multiplicación y división en estudiantes de grado tercero. Y es que, como menciona el MEN (1998)

El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas (p.50).

De esta manera, no hay necesidad de introducir de inmediato el algoritmo, sino que a medida que se realizan conteos múltiples y covariaciones, también se está aproximando a la apropiación de las fórmulas como tal.

Elementos conceptuales y metodológicos

Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea. (Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea).

Esta tarea permite establecer relaciones multiplicativas, donde se disponen en correspondencia dos cantidades: La de fichas acertadas y los puntos obtenidos. La forma en que se plasma esta correspondencia es por medio de tablas, las cuales permiten dos tipos de procedimientos: Analíticos y por analogía.

Los procedimientos analíticos, presentan relaciones constantes entre las

cantidades, es decir, el cociente entre cada pareja de valores tiene el mismo valor, o lo que llamamos razón o constante de proporcionalidad. Para el caso particular de la tarea de tiro al blanco, esa constante de proporcionalidad se manifiesta cuando decimos que acertar una ficha (en una casilla específica) me brinda “tantos” puntos; por lo cual, el estudiante multiplica el valor del puntaje de cada ficha por la cantidad total de fichas acertadas en cierta casilla, para así obtener el puntaje.

Los procedimientos por analogía, se analizan las variaciones que produce uno de los conjuntos medibles sobre el otro. Por ejemplo, en el juego de tiro al blanco, los estudiantes para obtener el puntaje, realizan conteos múltiples aditivos, donde repiten el valor de cada puntaje de las fichas acertadas con la cantidad de fichas acertadas en cierta casilla.

También es importante destacar la descomposición numérica en sumandos que pueden realizar los estudiantes al proponerles que diligencien una tabla como la siguiente:

Número de turno	Número de aciertos en 5	Número de aciertos en 15	Número de aciertos en 20	Número de aciertos en 30	Puntaje total
Turno 1			2		85
Turno 2					120

Por ejemplo, un estudiante puede decir que 85 es igual a $20+20+30+15$, por lo que habría acertado una ficha en 15 puntos, 1 en 30 puntos y las dos restantes (que ya se encuentran registradas) en 20 puntos. Así como otro estudiante decir que la descomposición en sumandos puede realizarse $20+20+15+15+15$, por lo que sería simplemente colocar el 3 en la casilla de 15 puntos.

Finalmente, se puede decir que, a partir de las tablas que en los diferentes momentos los estudiantes diligenciaron (especialmente en la que está parcialmente diligenciada), se puede establecer una relación entre la multiplicación y la división. En este caso, se trata de aplicar multiplicaciones en un problema de división. Por ejemplo, en la imagen se observa que, para hallar el número de aciertos que conlleve a obtener un puntaje total de 120, un estudiante podría pensar así: 120 dividido 2 da 60 y, a su vez, 60 dividido 2 da 30, por lo que se tienen 4 aciertos en 30, verificando que 30×4 da 120. Hasta podría ir más allá y dividir solo un 60 entre 2, mientras en el otro decir que, si 20×3 es 60, entonces son tres los aciertos en 20 y dos en 30. Es esta una manera que llevaría al estudiante a relacionar al 60 a partir de caminos distintos, como 30×2 , 120 dividido 2 y como 20×3 .

Descripción de momentos cognitivos

Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:

- ✓ Variables didácticas.
- ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos.
- ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según

Que los estudiantes jueguen primero sin tener que llenar las hojas de registro, es un punto fundamental para que comprendan la dinámica de la tarea y se familiaricen con los materiales. Además, le permite al profesor analizar las acciones que realizan los niños para establecerle a la tarea posibles modificaciones.

Los procedimientos esperados por los estudiantes en el segundo momento de la tarea (jugar, registrar los datos obtenidos y resolución de las preguntas), vienen dados por el establecimiento de las respectivas correspondencias proporcionales entre las cantidades (número de aciertos y puntos obtenidos). La familia de números utilizada (5, 15, 20 y 30) puede ayudar a realizar los cálculos mentalmente, si es que se realizan por medio de conteos múltiples, aunque los

<p>dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.).</p>	<p>resultados totales son más factibles que los hagan escribiendo en papel; pero si los realizan por medio de multiplicaciones (usando el algoritmo), posiblemente los conlleve a registrar la operación en hojas de papel.</p> <p>Un ejemplo para ilustrar los procedimientos anteriores es: si en una ronda un estudiante alcanza a atinar dos tapas en la casilla 20, 3 en la casilla 5 y 1 en la casilla 30, entonces para agilizar los cálculos el estudiante suma mentalmente $5+5$ y obtiene 10, $20+20$ y obtiene 40, pero para sumar $10+5+40+30$ y saber el resultado total en esa ronda es posible que lo haga en hojas de papel utilizando el algoritmo, para así obtener un valor de 85 puntos. Aunque otra forma y sería lo ideal, es que sume primero los dieces y luego los cincos, en este caso, puede sumar mentalmente $10+30$, luego sumar el resultado con 40 para obtener 80 y, finalmente, sumar 5.</p> <p>Los procedimientos esperados para el segundo momento de la tarea (completar hoja de registro incompleta), acercan a los estudiantes a la conceptualización de la operación división, la cual se puede evidenciar en los apartados donde solamente se le da a conocer la cantidad de puntos totales en una ronda y cada estudiante debe inferir el número de puntos obtenidos y de tapas acertadas en esa ronda sin alterar el resultado total. La división es conceptualizada a partir de las mismas relaciones multiplicativas. Por ejemplo, si el resultado total dado fue 120 puntos, entonces, para no dar valores por tanteo, puede razonar y decir que 120 es dos veces 60, que a su vez 60 es dos veces 30, por lo cual decir que 4 tapas cayeron en la casilla 30 puntos y ninguna en las demás casillas; o que 120 es 3 veces 40, que a su vez 40 es dos veces 20, por lo cual decir que las seis tapas cayeron en la casilla 20 puntos. Esto por nombrar algunas opciones.</p> <p>Es supremamente importante realizar una socialización al finalizar los momentos, para así dar cuenta de la diversidad de soluciones que tenía tarea y encontrar los posibles errores que algunos estudiantes hayan cometido y hacerles dar cuenta de los mismos.</p>
<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Archivos anexo 13 y 14.</p>
<p>Actas de experimentación</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de que grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados. En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>La tarea fue realizada en el año 2018 con estudiantes de grado tercero, los cuales tuvieron un acercamiento a temas como las relaciones multiplicativas y la proporcionalidad directa simple, a partir de la tarea del juego de bolos.</p> <p>Algunos los resultados obtenidos luego de la aplicación fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> - En comparación con el juego de bolos, hubo un avance en términos del entendimiento por parte de los estudiantes que la tarea no era solamente para jugar, sino que en el juego se encontraban implícitos contenidos matemáticos para su aprendizaje. Esto conlleva a que su atención no se desviara constantemente. - Muchos estudiantes tuvieron dificultades para razonar y evidenciar las relaciones multiplicativas presentadas en el juego, aspecto que se vio a partir de las mismas hojas de registro. - Fue muy complejo para la mayoría de los estudiantes realizar la hoja de registro

	<p>parcialmente diligencia, especialmente los apartados donde solamente había como dato el puntaje total de cierta ronda. Esto puede deberse a la gran influencia que tiene aquí el concepto de la división y, al ser introducido de esta manera y no de la tradicional (que era el método enseñando en ese momento), generó un choque racional para ellos y constantemente los profesores tuvieron que intervenir y explicarles varias veces. Especialmente, las intervenciones fueron dirigidas a que los estudiantes realizaran descomposiciones del número que estaba como total. Incluso, algunas veces los estudiantes llenaban las casillas de los aciertos al azar, entonces era importante hacerles notar el puntaje que daba para que así se dieran cuenta que no se correspondía con el exigido.</p> <p>- Las preguntas que se debían responder no tuvieron mayor dificultad para los estudiantes, puesto que algunas eran muy literales y no necesitaban grandes inferencias. Eso sí, la última pregunta (¿cuál será el máximo puntaje que puede tener un jugador?) tuvo constantes preguntas de los estudiantes dado que no entendían si era por ronda o el puntaje total, por lo cual se dejó abierta la respuesta a alguna de esas dos.</p>
<p>Huellas de la experimentación</p> <p>Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.</p>	<p>Luego de realizada la tarea, se puede decir que se cumplió a cabalidad con la misma de forma positiva. Aunque lastimosamente por cuestiones de tiempo no se pudo realizar la socialización al finalizar el último momento referido a la solución de la hoja de registro parcialmente diligenciada, lo cual era muy importante para que los estudiantes analizaran sus respuestas y dieran cuenta de sus errores y que a veces no había una única respuesta.</p> <p>Por otro lado, sería importante realizar las casillas del tiro al blanco en un material distinto a cartulina, dado que es muy factible que se dañe. De igual forma modificar la última pregunta realizada por una que se ligue a cada ronda o en la totalidad del juego.</p>
<p>Histórico del proceso</p> <p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Botero, O. (2006). <i>Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación</i> (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.</p> <p>MEN (1998). <i>Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas</i>. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.</p> <p>MEN (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas</i>. Bogotá, Colombia.</p> <p>MEN (2016). <i>Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2</i>.</p>

	Panamericana Formas e Impresos S.A. Colombia.
--	---

REGISTROS

Registro 4



Registro 4. Valores del tablero de tiro al blanco.

[Regresar a la lectura del documento](#)

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

8.2.4 Ficha 4: *Midiendo y comparando medidas*

**PLAN DE TAREA MATEMÁTICA
AÑO 2017**

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Daniel Stiven Rojas Zuleta y Juan David Bedoya Torres

Grado(s) donde se aplicará la tarea.	Grado tercero
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la tarea.	Midiendo y comparando medidas
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Qué beneficios tiene para la comunidad académica que sus estudiantes se empoderen de los números racionales y los dinamicen en las demás áreas del conocimiento?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	¿De qué manera se pueden privilegiar los distintos significados de los fraccionarios en contextos de la vida diaria, como por ejemplo en las ciencias sociales?
Preguntas orientadoras En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.	<p>¿Cómo se evidencia la relación parte-todo y las comparaciones que se pueden hacer entre medidas de superficies?</p> <p>¿Cómo puede aportar al desarrollo matemático, la abstracción (apropiación) del concepto de la medida de una superficie?</p> <p>¿Qué significados de los números racionales se privilegian al momento en que los estudiantes miden superficies a partir de medidas indirectas?</p>
Preguntas de Contenido Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.	<p>¿Qué significa medir una superficie?</p> <p>¿Qué significa ser un medio de la superficie?</p> <p>¿Qué significa ser un cuarto de la superficie?</p> <p>¿Cómo se escribe en simbología numérica, siete y un medio?</p>
Resumen de la tarea Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.	<p>La tarea propuesta pretende presentar a los estudiantes una serie de figuras (elegidas previamente), con un par de intenciones: Primero, que identifiquen cómo pueden hacer mediciones de área con unidades de medida establecidas y, segundo, que puedan establecer relaciones multiplicativas entre dichas figuras como, por ejemplo, ser la mitad de, ser el doble de, ser el triple de, etc.</p> <p>Durante la tarea los estudiantes comparan las medidas entre las figuras planas triángulo rectángulo y cuadrado, para establecer relaciones multiplicativas entre estas figuras y, posteriormente, hallar la medida de superficies.</p> <p>Se pretende que, a partir de la comparación de la medida de superficies, los estudiantes puedan desarrollar procesos como: Estimar, realizar y describir</p>

	procesos de medición, generalizar a partir de la superposición de figuras.
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	<p>Para esta tarea, se presenta la posibilidad que los estudiantes midan las superficies tanto directa como indirectamente. En cada caso, se espera que los estudiantes identifiquen que deben realizar transformaciones a las superficies para poder medirlas. Además, deben comprender lo que representa la fracción un medio para poder dar cuenta de las mediciones, como por ejemplo en la medición de la superficie S1 (la llave) (ver Anexo 15), que es siete más un medio de U1 (unidad de medida del cuadrado).</p> <p>También se espera que los estudiantes comprendan que el área de la unidad de medida de una figura se conserva, aunque se presenten rotaciones en la superposición de dichas figuras.</p> <p>En la medición de la superficie S2 (el pájaro), se espera que los estudiantes establezcan la relación que existe entre la unidad de medida del cuadrado (U1) y las unidades de medida del triángulo (U2), para poder encontrar la medida del área de la llave (S1) y del pájaro (S2), en términos de U1 y U2 para cada superficie.</p> <p>Es así como se espera que los estudiantes midan la superficie del pájaro (S2) con la unidad de medida del triángulo (U2) y del cuadrado (U1), siendo esta última cuatro veces la medida de la primera. El proceso de medición de S2 con U2, se puede facilitar midiendo primero por U1 y luego multiplicando por 4. Así mismo, se puede realizar un cambio de unidad para medir el área de la llave con U2 conociendo su medida respecto a U1, simplemente dividiendo la cantidad de U2 encontradas por cuatro.</p> <p>Es indispensable que los estudiantes justifiquen la respuesta, porque esto permite comprender que no se opera simplemente sobre las cantidades, sino también sobre las unidades de medida. Por ejemplo, si resulta que la medida de la superficie del pájaro con la unidad triángulo es 16, entonces responder ¿16 qué? En este caso es 16 triángulos o 16 U2.</p>
<p>Materiales y recursos necesarios para la Propuesta</p> <p>Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)</p>	
<p>Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)</p>	
<p>Material impreso</p> <p>Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.</p>	<p>Obando, G., Vásquez, N. & Vanegas, M. (2006). <i>Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>. Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín, Colombia. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Gilberto_Obando/publication/280233601_Pensamiento_Numerico_y_Sistemas_Numericos/links/55ae4c7208aee0799220a8ee/Pensamiento-Numerico-y-Sistemas-Numericos.pdf</p>
<p>Suministros</p>	<p>Cuaderno, fotocopia de las superficies a medir con sus respectivas</p>

Todo lo que se necesite para implementar la tarea.	preguntas.
Recursos de Internet Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	

FICHA DEL MAESTRO

<p>Competencias</p> <p>A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS</p> <p>Pensamiento numérico</p> <p>Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes: En este caso, los estudiantes deben realizar mediciones teniendo presente la fracción “un medio de...”, pero también la fracción “un cuarto de...” al momento de realizar cambios de unidades.</p> <p>Pensamiento espacial</p> <p>Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura: Esta competencia se evidencia al momento en que los estudiantes realizan transformaciones o traslaciones a ciertas partes de una figura para convertirla en otra con la misma área, pero de distinta forma, con el propósito de hallar de manera más accesible la medida de ella. También se evidencia en los procedimientos de medición directa, en los que los estudiantes rellenan la figura que se desea medir con la unidad de medida.</p> <p>Pensamiento métrico</p> <p>Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración: en este caso, los estudiantes deben reconocer, al momento de pedirle que mida la superficie, que deben medir es su área y no su perímetro.</p> <p>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE</p> <p>Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros): Si bien los estudiantes pueden no tener claridad sobre el concepto de área, el hecho de superponer figuras con una unidad de medida les brinda un camino inicial que puede potenciar su dominio procedimental y conceptual.</p>
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<p>El estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mide superficies con respecto a una unidad asignada. - Realiza transformaciones a figuras, de modo que se modifique su forma, pero no su área. - Realiza transformaciones a figuras, de tal manera que pueda

	<p>compararlas con una unidad de medida.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliza la unidad de medida y la compara con otras. - Mide una superficie con unidades de medida distintas y compara los resultados. - Realiza rotaciones en las unidades de medida para medir una superficie.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas.</p>	<p>La tarea propuesta, da cuenta, en general, de la conceptualización de la unidad de medida y de la equivalencia entre varias figuras, sin importar la forma de las superficies medidas.</p> <p>Pensamiento numérico</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fracciones equivalentes. - Fracción como relación parte-todo. - Fracción como medida. <p>Pensamiento espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conservación del área de una superficie. <p>Pensamiento métrico</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparación de unidades de medida. - Conversión de medidas.
<p>Acciones/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	<p>Esta tarea se realiza a través de una guía que contiene un par de figuras (llave y pájaro) y unas preguntas para que los estudiantes responden de manera individual.</p> <p>Al comenzar la sesión se entrega a cada estudiante una fotocopia de la guía. A medida que realizan la tarea, pueden surgir diversas preguntas, tales como ¿cómo se pueden medir las partes de la figura que no tienen la misma forma de la unidad de medida establecida? ¿Cómo emplear la misma unidad de medida en cada figura propuesta que no modificó su forma? Así, el profesor debe presentarse como un constante apoyo que medie durante este proceso, con preguntas orientadoras e incluso con ejemplos entre otras superficies que les orienten las acciones a realizar.</p> <p>Es importante destacar que la tarea se presenta con figuras planas que tienen como mínimo un ángulo recto, para facilitar un poco la medición de la superficie, debido a que, con figuras curvas, se presentan particularidades que requieren de la apropiación de estos conceptos iniciales.</p> <p>Al final de la clase, se puede abrir un espacio para la discutir sobre los procedimientos utilizados por los estudiantes para enriquecer la tarea propuesta con las ideas que se presenten.</p>

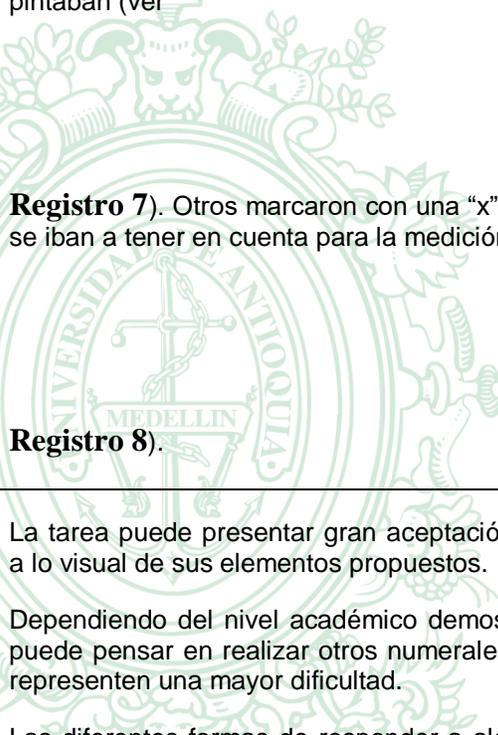
<p>Tiempo aproximado requerido</p> <p>Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.</p>	<p>La tarea está propuesta para una sesión de dos horas, lo cual varía dependiendo de los alcances de los estudiantes.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Para realizar la tarea el estudiante debería:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Haber tenido previamente un acercamiento con las fracciones un medio y un cuarto. - Saber partir una figura en dos o cuatro partes iguales. - Saber realizar comparaciones de mediciones entre figuras planas. - Estar con buena disposición. - Respetar los ritmos de aprendizaje de sus compañeros.

FICHA TÉCNICA

<p>Referencias /Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p>	<p>A partir de los Referentes Básicos de Calidad que rigen la educación de Colombia, se encuentran establecidos diversos aspectos que se deben alcanzar en el área de matemáticas. En particular, del pensamiento numérico se expresa que</p> <p style="padding-left: 40px;">el paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes (MEN, 2006, p.59).</p> <p>Lo cual implica que los docentes tengan presente las diferentes posibilidades que los contextos les presentan, para generar tareas donde se encuentren conexiones entre los distintos pensamientos matemáticos, propiciando en los estudiantes acciones que le impliquen la apropiación de conceptos como área, congruencia, unidad de medida, entre otros.</p> <p>La tarea propuesta tiene como objetivo que los estudiantes puedan acercarse a los números racionales (especialmente a significados de los fraccionarios como parte-todo y medida) a partir de algunos puntos de encuentro entre el pensamiento espacial y el pensamiento métrico. La articulación entre estos pensamientos se presenta porque</p> <p style="padding-left: 40px;">El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras (MEN, 2006, p.62).</p> <p>Finalmente, la tarea es un punto de referencia para entender cómo los</p>
--	---

	<p>estudiantes “realizan mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establecen equivalencias entre ellas” (MEN, 2016, p.23).</p>
<p>Elementos conceptuales y metodológicos</p> <p>Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea. (Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea).</p>	<p>Para esta tarea, los significados de los números fraccionarios que se privilegian son como relación parte-todo y como medida. Aunque cabe aclarar que al momento de abordar este tipo de números se puede incurrir en errores comunes (desconocer las relaciones de orden, como operar dos fracciones) inherentes al tratamiento de la unidad y la magnitud.</p> <p>En ese sentido, cabe resaltar la importancia de tratar con unidades simples en los inicios de la enseñanza de los números racionales (Obando, Vásquez y Vanegas, 2006, p.60), dado que posibilitan el aprendizaje de los estudiantes, mientras al tratar con unidades compuestas posiblemente les presente dificultades.</p> <p>En cuanto a los procesos de medición, tarea posibilita reconocer unidades de medida no convencionales y aproxima a los estudiantes a que encuentren equivalencias entre unidades de medida y superficies a medir. Además, permite que los estudiantes realicen procesos de medición a partir de la comparación entre unidades de medida y se acerquen a la noción de área de una superficie.</p> <p>Es indispensable pensar también que considerar la relación parte-todo implica trabajar la medición, En palabras de Obando et al. (2006), “dos elementos fundamentales que se deben considerar en las distintas situaciones problema que se pueden proponer a partir de la relación Parte-Todo, corresponden a la naturaleza de la unidad y al tipo de magnitud sobre el cual se establece la comparación”. Así, lo que se pretende es establecer la cuantificación de la parte y del todo, para luego compararlas y explicitar la magnitud sobre la cual se desea realizar esta cuantificación.</p>
<p>Descripción de momentos cognitivos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Variables didácticas. ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos. ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.). 	<p>Las estrategias que pueden ser utilizadas por los estudiantes son:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes pueden presentar una dificultad al momento de hallar la medida de la superficie S2 con la unidad de medida U2. Así que, al ser la segunda pregunta un nivel superior, se les puede sugerir que analicen primero la tercera y que, por medio de un cambio de unidad de medida, identifiquen como resolverla. - Es posible que algunos estudiantes midan las superficies con regla, lo cual no es la intención de la tarea. Por lo cual, el profesor hacerles saber que, aunque la medición con dicho instrumento es una posibilidad, no es la única que existe. - Una estrategia que los estudiantes pueden utilizar al resolver la tarea es que recorten las unidades de medida y luego las superpongan en las respectivas superficies para hallar la cantidad de veces que está incluida en la figura propuesta. - Los estudiantes pueden realizar trazos que comuniquen las traslaciones de partes de la figura a medir para formar otro tipo de

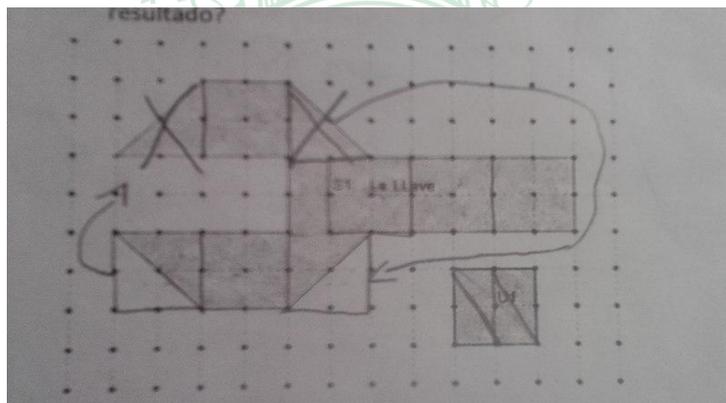
	<p>superficies que facilite su medición. Por ejemplo, unir dos triángulos para formar un cuadrado.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes pueden confundir el triángulo para medir las superficies propuestas, con otro diferente presente en la superficie, y aunque pueden llegar a un resultado equivalente, no se considera adecuado el procedimiento respecto a los conceptos que la tarea plantea, debido a que la intención es identificar las relaciones que entre unidades de medida y superficies se establece. - Es posible que los estudiantes no se percaten de la relación en la que el triángulo es la cuarta parte del cuadrado, y por ende la medición de las figuras las pueden realizar sin hacer la conversión.
<p>Hojas de trabajo del estudiante.</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Archivo anexo 15.</p>
<p>Actas de experimentación.</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de que grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados.</p> <p>En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Algunos estudiantes dividen la unidad de medida cuadrado (U1) en cuatro cuadros de un cuarto de ella, con la intención de hacer la medida de la superficie de la llave con estos, pero encuentra gran dificultad cuando llega a las partes triangulares de la llave, y por tal motivo desisten de esa estrategia. Aquí es importante que el maestro incentive a los estudiantes a buscar otra relación que le permita al estudiante identificar qué figura puede extraer de dicha unidad de medida, para que le sea útil al momento de medir una superficie asignada. - Otro número de estudiantes trasladan unos triángulos y señalan con flechas dicha traslación para evidenciar de qué manera obtendrán la medida de la superficie de la llave (ver Registro 5), lo cual implica que el estudiante ya ha encontrado una relación que le servirá para realizar la medida de la superficie y, más aún, ha descubierto la relación que existe entre dos figuras al interior de la unidad de medida propuesta. Si concibe realizar la tarea rápidamente, se puede proponer otras figuras que le impliquen mayores desafíos. - Otra cantidad de estudiantes recorta la unidad de medida e intenta superponerla en la llave y el pájaro, pero no llegan a un resultado, debido a que solo recortaron una muestra de la unidad. Además, se les presenta dificultad para dar cuenta que algunas partes de las figuras requieren ser trasladadas. Este hecho es una alternativa que no se puede omitir por parte del maestro, se debe proponer al estudiante que si desea realizar dicho proceso tenga en cuenta qué elementos le harían falta para llevarlo a cabo, y orientarlo con preguntas para que sea él (estudiante) quien establezca las condiciones necesarias para continuar, o no, con su propuesta. - Cuando van a medir la llave, y previamente se ha solicitado encontrar la relación entre las unidades de medida (triángulo y cuadrado), unos estudiantes omiten dicha relación existente (un cuarto de) y se disponen a pintar la llave con trazas de los triángulos. En ocasiones, se dan cuenta que, al igual que en los primeros numerales, deben

	<p>hacer traslaciones para obtener la cantidad de la superficie a medir (ver Registro 6).</p> <p>- Al intentar hallar la medida del pájaro con la unidad triángulo, algunos estudiantes se dieron cuenta que dos de estas podían formar un rectángulo, por lo cual, para calcular su medida, realizaron transformaciones a la figura de modo que se pudiera medir a partir de rectángulos. De hecho, algunos marcaban con una “x” ciertas partes de la figura, denotando que esa se había trasladado o simplemente las pintaban (ver</p> <p>Registro 7). Otros marcaron con una “x” o enumeraron las partes que se iban a tener en cuenta para la medición (ver</p> <p>Registro 8).</p>
<p>Huellas de la experimentación.</p> <p>Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.</p>	<p>La tarea puede presentar gran aceptación por los estudiantes gracias a lo visual de sus elementos propuestos.</p> <p>Dependiendo del nivel académico demostrado por los estudiantes se puede pensar en realizar otros numerales posteriores con figuras que representen una mayor dificultad.</p> <p>Las diferentes formas de responder a algunos numerales de la tarea, da cuenta de las potencialidades de los alumnos, y de cuáles se deben intentar profundizar más, para un mayor aprendizaje.</p>
<p>Histórico del proceso</p> <p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	 <p>UNIVERSIDAD ANTIOQUIA 1 8 0 3</p>
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>MEN (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas</i>. Bogotá, Colombia.</p> <p>MEN (2016). <i>Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2</i>. Panamericana Formas E Impresos S.A. Colombia.</p>

Obando, G., Vásquez, N. & Vanegas, M. (2006). *Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín, Colombia. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Gilberto_Obando/publication/280233601_Pensamiento_Numerico_y_Sistemas_Numericos/links/55ae4c7208aee0799220a8ee/Pensamiento-Numerico-y-Sistemas-Numericos.pdf

REGISTROS

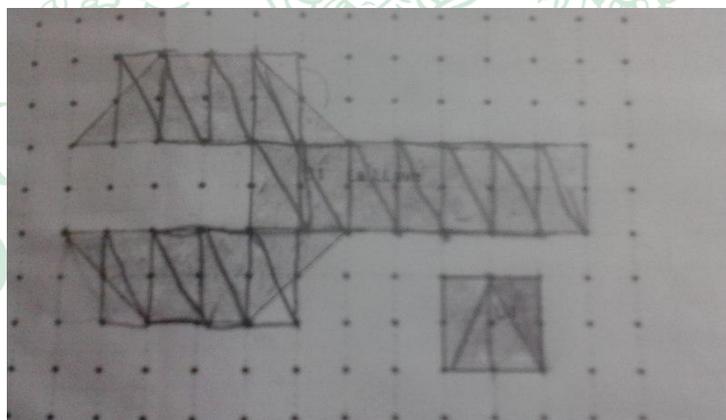
Registro 5



Registro 5. Traslación de triángulos para obtener la medida de la llave.

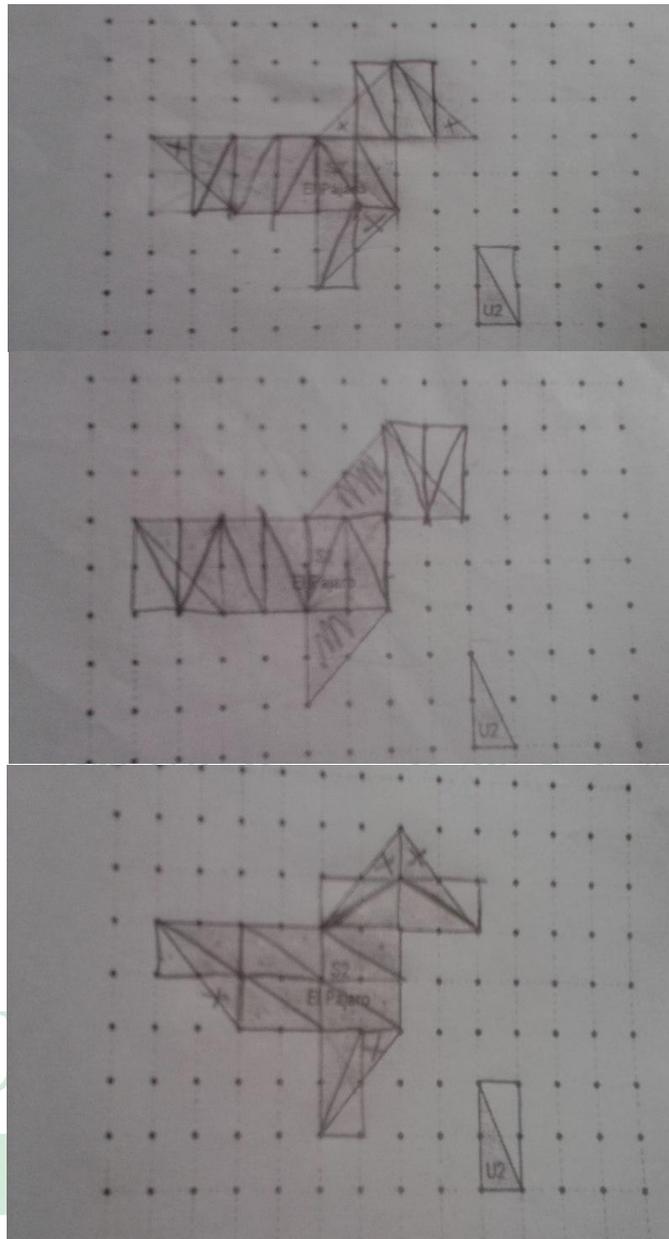
[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 6



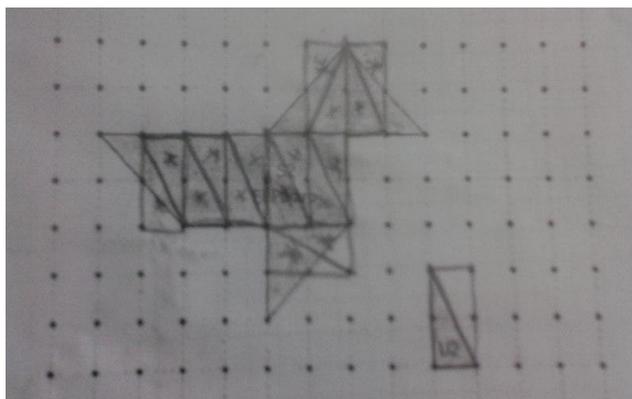
Registro 6. Diseño de triángulos y posterior traslación para obtener la medida de la llave.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 7

Registro 7. Transformación y medida del pájaro.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 8

Registro 8. Elección de partes a tener en cuenta para la medición del pájaro.

[Regresar a la lectura del documento](#)

8.2.4 Ficha 5: El juego de las equivalencias

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA AÑO 2017

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR(ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Daniel Stiven Rojas Zuleta y Juan David Bedoya Torres
Grado(s) donde se aplicará la tarea	Grado Tercero
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la tarea.	El juego de las equivalencias
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Qué beneficios tiene para la comunidad académica que sus estudiantes se empoderen de los números racionales y los dinamicen en las demás áreas del conocimiento?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan	¿De qué manera se pueden privilegiar los distintos significados de los fraccionarios en contextos de la vida diaria, como por ejemplo en las ciencias sociales?

<p>a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.</p>	
<p>Preguntas orientadoras</p> <p>En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.</p>	<p>¿De qué manera acercar a los estudiantes a la conceptualización de la suma de fracciones homogéneas a partir del juego de las equivalencias?</p> <p>¿Qué procesos conceptuales se favorecen cuando se modifican las reglas de este juego?</p>
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	<p>¿Cuánto es dos medios más un medio?</p> <p>¿Cuánto es doce novenos más seis novenos?</p> <p>¿Por qué cuatro sextos es igual a dos tercios?</p> <p>¿Por qué tres medios es igual a doce octavos?</p> <p>¿Qué son las fracciones equivalentes?</p> <p>¿Qué son fracciones homogéneas y cómo se suman?</p>
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.</p>	<p>Esta propuesta de aula pretende acercar a los estudiantes a establecer equivalencias y realizar operaciones entre dos o más fraccionarios, sin la necesidad de que previamente se les brinden las definiciones y los algoritmos. Dichas operaciones se encuentran en el marco de las fracciones equivalentes y las fracciones homogéneas.</p> <p>En el juego, los estudiantes pueden realizar sumas de fracciones homogéneas, a partir del conteo de unidades fraccionarias, con la intencionalidad de ganar. A medida que el juego avanza, el estudiante puede observar (en las diferentes pistas) que existen fracciones con distinto denominador, pero son equivalentes.</p> <p>Por último, este juego le permite al estudiante observar las fracciones como una relación parte-todo y como una relación multiplicativa. En la fracción como relación parte-todo, se pueden abordar procesos de medición donde se cuantifique la parte y el todo, y en la fracción como relación multiplicativa, establecer relaciones de multiplicidad (ser múltiplo de...) y de divisibilidad (ser divisible por...).</p>
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	<p>Los procedimientos ideales para esta tarea se presentan de acuerdo con cada momento en que se lleva a cabo.</p> <p>Inicialmente, cada uno de los integrantes del grupo lanza el dado convencional, donde aquel que obtenga el mayor puntaje, será quien inicie la partida. El jugador que continúa para lanzar será quien esté ubicado a la derecha o izquierda de quien lanzó primero (será este quien elija el sentido para continuar). Todos los participantes inician el juego desde el punto cero.</p> <p>Acto seguido, los estudiantes deben lanzar los dados y, de acuerdo con el resultado obtenido, identificar y analizar la fracción resultante y la pista adecuada en la que van a ubicar las fichas. Luego se ubican las fichas en las respectivas pistas. Simultáneamente, los alumnos registran los datos (de la ubicación de las fichas en las pistas) en la tabla que es entregada a cada uno (ver</p>

Anexo 16 y

Anexo 17), escribiendo de forma numérica o si el profesor lo considera pertinente de forma verbal.

Cuando los estudiantes realizan varios movimientos, es posible que se presenten dificultades al momento de hacer los registros e identificar la posición inicial en la cual se encuentra la ficha, debido a que esta ya se modificó (ya no es cero) por las unidades fraccionarias recorridas. Análogamente, sucede para identificar la posición final, pues en este caso los estudiantes tienen dos posibilidades: contando cada unidad fraccionaria desde el cero hasta llegar a la posición en que se encuentra la ficha o determinar que un proceso que está implícito es que se suman los numeradores y no se modifica el denominador.

Por ejemplo, si un estudiante se encuentra en la pista de los octavos en la posición $\frac{7}{8}$, lanza los dados y le sale $\frac{4}{8}$, entonces en la hoja de registro deberá colocar en posición inicial $\frac{7}{8}$ y en la posición final $\frac{11}{8}$. La situación se puede dificultar si, al lanzar el dado, el valor nuevamente está en términos de octavos, por ejemplo $\frac{3}{8}$, entonces los estudiantes no deberán observar como posición inicial la casilla anterior en la hoja de registro, es decir $\frac{7}{8}$, sino $\frac{11}{8}$.

Los estudiantes infieren las equivalencias entre fracciones al momento de visualizar y analizar las posiciones de las unidades fraccionarias en cada pista y sus correspondientes unidades fraccionarias en las otras dos pistas. Por ejemplo, si, al lanzar los dados, los estudiantes obtienen $\frac{4}{8}$ y se les pide que sean recorridos en la pista de los medios, entonces las correspondencias que establezcan indicarán que la ficha se debe ubicar en $\frac{1}{2}$, allí implícitamente se encuentran las relaciones ser

	múltiplo de y ser divisible por.
Materiales y recursos necesarios para la Propuesta	
Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)	
Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)	
Material impreso. Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.	Obando, G., Vásquez, N. & Vanegas, M. (2006). <i>Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i> . Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín, Colombia. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Gilberto_Obando/publication/280233601_Pensamiento_Numerico_y_Sistemas_Numericos/links/55ae4c7208aee0799220a8ee/Pensamiento-Numerico-y-Sistemas-Numericos.pdf
Suministros. Todo lo que se necesite para implementar la tarea.	Pistas del Juego de las equivalencias, dados diseñados especialmente para el juego, dados comunes, fichas de parques y hojas de registro.
Recursos de Internet. Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros. Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	

FICHA DEL MAESTRO

Competencias A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.	ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS. Pensamiento Numérico: Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones: En este caso, los estudiantes tienen la posibilidad de realizar comparación entre fracciones para encontrar relaciones de equivalencia entre las mismas, al momento de hacer corresponder diferentes unidades fraccionarias en las pistas. Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos: El juego propuesto favorece la comprensión de las relaciones de orden entre los números racionales, debido a que permite evidenciar en el registro y en las pistas cuándo una fracción es mayor, menor o equivalente en comparación con otra.
--	--

	<p>Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual: El juego permite que los estudiantes realicen asociaciones entre fracciones con respecto a las posiciones de las fichas en la pista, y así evidencian que, aunque estén escritas con un símbolo diferente, representan la misma cantidad. Del mismo modo, luego de dicha comprensión, se pueden realizar las asociaciones con las diferentes fracciones que el juego permite.</p>
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<p>El estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Encuentra relaciones de orden entre las fracciones a partir del juego. - Realiza sumas de fracciones homogéneas. - Identifica que fracciones escritas con diferentes números pueden representar fracciones equivalentes.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas.</p>	<p>Pensamiento numérico-variacional</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparación del todo con sus partes. - Relaciones de equivalencia y de orden entre fracciones. - Fracciones equivalentes. - Fracciones homogéneas. - Suma de fracciones homogéneas. - Localización de fracciones en la recta numérica.
<p>Acciones/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	<p>La tarea se realiza en dos momentos (con posibilidad de que haya más de acuerdo con los tiempos y si se presentan grupos o estudiantes que terminan el juego).</p> <p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dos tableros de “El juego de las equivalencias”: uno de medios, cuartos y octavos, y el otro de tercios, sextos y novenos (ver

Registro 9 y Registro 10).

- 3 fichas de un sólo color para cada estudiante.

- Un par de dados: uno de ellos será un dado que tiene en sus caras las palabras o los números: UNO (1), DOS (2), TRES (3), CUATRO (4), CINCO (5) y SEIS (6). Mientras que el otro viene dado por las palabras: MEDIOS, TERCIOS, CUARTOS, SEXTOS, OCTAVOS y NOVENOS.

Reglas del juego:

- Cada jugador toma las tres fichas y las coloca en el punto de partida de las respectivas pistas (depende de las pistas en las cuales se vaya a jugar).

- Inicia el juego quien, al lanzar los dados, obtenga la mayor cantidad.

- Tiran los dados por turno y avanzan de acuerdo con la cantidad marcada en ellos.

- Gana el primer jugador que lleve todas las fichas hasta el final.

- A medida que van jugando, cada jugador registra en su tabla de registro las jugadas que realiza.

Primer momento:

En este momento, solamente el jugador podrá mover la ficha en la pista a la cual pertenece el resultado. Por ejemplo, si al lanzar los dados obtiene un valor de cuatro cuartos, entonces sólo hará el recorrido en la pista de los cuartos. Esto con la intención de favorecer la suma de fracciones homogéneas.

Si la cantidad que obtenga excede al dos, que es el final de la pista, el jugador puede contar la cantidad restante en otra pista o no hacerlo.

Segundo momento:

Para este caso, el jugador deberá mover el valor obtenido en los dados en otra pista diferente a la cual pertenece la fracción. Por ejemplo, si obtiene dos medios, estos deberán contarlos en otra pista diferente a la de los medios, en este caso la de cuartos o la de octavos o en ambas.

En este caso se continúa favoreciendo la suma de fracciones homogéneas (a menos que un estudiante cuente el resultado en dos pistas distintas, dado que se favorecería la suma de fracciones heterogéneas) y, además, el establecimiento de fracciones que son equivalentes.

Si la cantidad que obtenga excede al dos, que es el final de la pista, el

	jugador deberá contar la cantidad restante en otra de las pistas.
Tiempo aproximado requerido Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.	Se propone la tarea para dos sesiones, cada una de dos horas.
Habilidades previas Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.	Para la realizar la tarea el estudiante debería: <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer las fracciones un medio, un cuarto, un octavo, un tercio, un sexto y un noveno. - Representar numéricamente fracciones descritas con palabras. - Saber contar. - Tomar decisiones acertadas para alcanzar un objetivo (ganar el juego).

FICHA TÉCNICA

Referencias /Marco teórico Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).	<p>Es importante el afianzamiento conceptual y operacional de los números racionales porque su trascendencia en la cotidianidad ha de representar en los estudiantes diversas posibilidades de dar respuesta a necesidades de su realidad. Por tal motivo, se presenta la tarea como alternativa mediadora en el aprendizaje de los fraccionarios.</p> <p>Para que los estudiantes encuentren la relación existente entre el juego de las equivalencias y los números racionales es importante que vinculen sus saberes previos, dialoguen con sus pares y razonen sobre las relaciones explícitas en la tarea. Es así como este juego influye en procesos matemáticos tales como la comunicación y el razonamiento.</p> <p>Es importante resaltar que el aprendizaje de los fraccionarios trasciende los procesos mentales y memorísticos, y que se involucran otros que brindan un mayor empoderamiento conceptual de este eje temático. Esto se evidencia a partir del MEN (1998) cuando expresa que “una situación problemática donde se trabaje con los números fraccionarios no se puede restringir a un sólo proceso de aprendizaje como el razonamiento, se involucran otros procesos que están estrechamente relacionados con la actividad matemática, como los de modelación, comunicación” (p.21). Eso sí, no quiere decir que el proceso de razonamiento no sea relevante, sino por el contrario, “debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y por consiguiente, este eje se debe articular con todas sus actividades matemáticas” (p. 54).</p>
---	--

<p>Elementos conceptuales y metodológicos</p> <p>Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea. (Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea).</p>	<p>En la tarea propuesta se pretende acercar a los estudiantes a los fraccionarios a partir de la relación parte-todo y de la relación multiplicativa, como fuente primordial de los números racionales. En la fracción como relación parte-todo, se pueden abordar procesos de medición donde se cuantifique la parte y el todo, y en la fracción como relación multiplicativa, establecer relaciones de multiplicidad (ser múltiplo de...) y de divisibilidad (ser divisible por...).</p> <p>Igualmente se presenta un primer acercamiento a los estudiantes de tercero, quienes tradicionalmente presentan dificultades en grados posteriores, con temas asociados a los números racionales como por ejemplo la localización en la recta numérica.</p> <p>Como relación parte-todo, brinda un camino que puede permitir la conceptualización de algunas propiedades de los fraccionarios, sin la necesidad de recurrir inicialmente a definiciones y algoritmos, como, por ejemplo, a las fracciones propias e impropias. Igualmente, esta relación puede conceptualizar las relaciones de equivalencia y de orden en los fraccionarios, y algunas operaciones, en el caso de la tarea propuesta como la suma de fracciones homogéneas.</p> <p>Como relación multiplicativa, se favorece una interpretación de las fracciones unitarias, permitiendo además superar algunas limitaciones ligadas a la partición y al conteo. A partir de esta relación, “se esperan procedimientos ligados al conteo de fracciones unitarias, pues el desplazamiento de las fichas a lo largo de cada una de las pistas numéricas favorece este tipo de visualización” (Obando, Vásquez y Vanegas, 2006, p. 62).</p> <p>El acercamiento a la recta numérica no pretende expresar que los estudiantes ya deben conocer los números decimales, la relación parte-todo, los cocientes indicados o la fracción como medida en su totalidad, sino que es un punto de partida para que se vayan familiarizando con la misma (recta numérica).</p> <p>En el Juego de las equivalencias, a partir de la recta numérica se pueden ver los fraccionarios como puntos en la misma, aclarando que el número no es el punto en sí, sino que la fracción se interpreta como la distancia que hay entre el cero y el punto al cual que haga alusión.</p>
<p>Descripción de momentos cognitivos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Variables didácticas. ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos. ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.). 	<p>Las estrategias que pueden ser utilizadas son:</p> <p>Debido a que la tarea presentada es un juego, es importante permitir a los estudiantes un acercamiento a este dejando que manipulen las fichas, los dados y las pistas, que dialoguen al interior de cada grupo sobre las reglas descritas y que hagan una primera partida para relacionarse mejor con los materiales.</p> <p>Luego se entrega a los estudiantes la hoja de registro, en donde cada uno debe registrar los resultados y las operaciones a realizar, producto de los lanzamientos de los dados.</p> <p>Es importante que los estudiantes, tanto en las pistas como en las hojas de registro (especialmente en estas), reconozcan cuál es la posición inicial, para así poder realizar las operaciones adecuadas que</p>

	<p>lo lleven a la posición correcta. Esto porque el punto inicial es un cero relativo y no un cero absoluto. Si esta importancia no es identificada, el profesor debe intervenir para que, el o los estudiantes que presentan la dificultad, analicen mejor el conteo de las fracciones unitarias a partir de las pistas y, por ende, realizar de manera correcta el registro.</p> <p>Durante la exploración y posteriores partidas realizadas, los estudiantes pueden identificar que existe una relación de equivalencia entre fracciones en las diferentes pistas (apoyados en los cambios de fracción que favorecen este tipo de visualización en las pistas). Además, también pueden identificar relaciones de orden al interior de las pistas, especialmente comparando las posiciones de las fichas en el tablero, dado que entre más cerca esté una ficha de la meta, entonces mayor va a ser dicha fracción.</p> <p>Luego de realizar diferentes partidas, tener las hojas de registro diligenciadas y un ganador en algunos de los grupos, se abre un espacio en el cual se socializan los procedimientos y los resultados realizados por los estudiantes. Se da la oportunidad de participar y el maestro realiza preguntas orientadoras como ¿qué cambios se notaron cuando se realizaba más de un desplazamiento de la ficha en una misma pista?, si en los dados se obtiene un resultado de $\frac{1}{2}$, ¿qué acciones se realizan para recorrer este resultado en otra pista del tablero?, ¿cómo saber que una fracción es mayor que otra?, entre otras.</p>
<p>Hojas de trabajo del estudiante.</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Archivo anexo 16 y 17.</p>
<p>Actas de experimentación.</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de qué grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados.</p> <p>En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>La tarea se aplicó a estudiantes de grado tercero en el año 2017. Ellos no conocían formalmente la definición de los fraccionarios ni tampoco habían escuchado de las fracciones homogéneas ni equivalentes, pero ya tenían acercamientos a estas últimas en la realización de otras tareas.</p> <p>Algunos resultados obtenidos de esta aplicación fueron:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes presentan dificultades en el momento de diligenciar la hoja de registro, esto en parte por la premura de ganar, lo que se evidencia en una mala escritura de las fracciones o en una inconsistencia con respecto a la cantidad obtenida después de lanzar los dados con respecto a su posición inicial. - Una dificultad general se presenta cuando la posición inicial de la ficha es diferente de cero, debido a que para algunos estudiantes no es claro el proceso que se debe seguir tanto en las pistas como en la hoja de registro. - Algunos estudiantes se apoyan de la pista para poder realizar la operación suma que se encuentra implícita en el juego y que se debe plasmar en la hoja de registro.

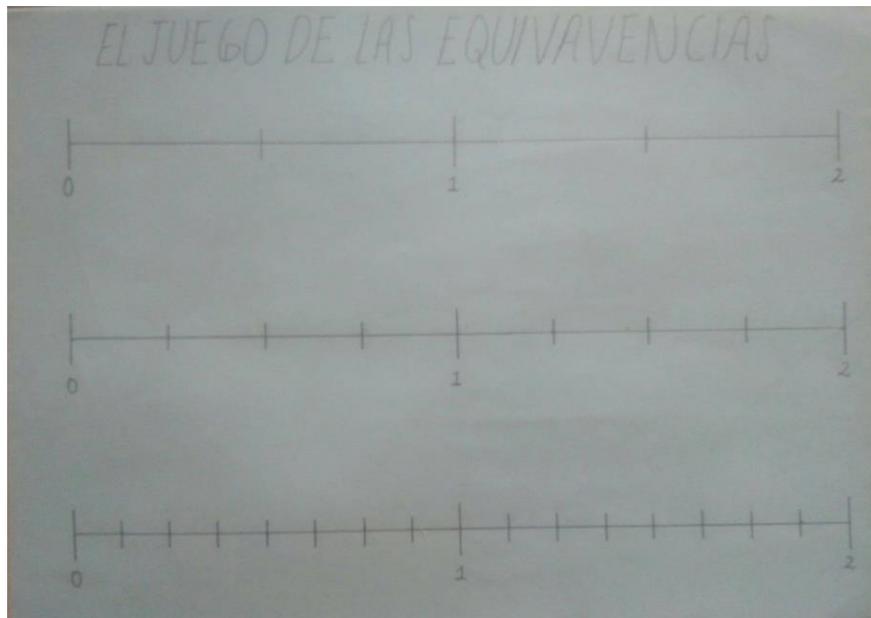
	<ul style="list-style-type: none"> - Los estudiantes manifiestan que una fracción representada por la posición de una ficha cercana a la meta, es mayor que la representada por las fichas que se encuentran alejadas de la meta. - La primera vez se notó que los niños se centraron más en llenar las tablas de registro que en jugar y si ellos no jugaban era muy difícil que las fuesen a llenar bien, así que para una segunda aplicación en el mismo grupo fue importante que ellos jugaran antes de llenar las tablas, así como la invitación a que debían jugar para poder realizarla bien. - La dificultad del cero se presentó, parcialmente, así que fue importante realizar una intervención global para que notaran que se empezaba a contar desde la posición siguiente a la que se encontraba el ficho. - En muchas ocasiones los estudiantes diligenciaron la tabla observando esta misma y no las posiciones de las fichas, así que es importante hacerles notar que es más factible que lo hagan observando las pistas y no los resultados que obtuvieron anteriormente en las tablas. Aunque no quiere decir que está mal hecho que lo hagan de esa forma, sino que para esto deben tener una alta comprensión de la situación y de los elementos que la tabla de registro contiene. - Así como se presentaron dificultades, también hubo estudiantes que interpretaron muy bien la dinámica de la tarea. En el Registro 12 y en el Registro 13 se puede evidenciar que estos estudiantes identificaron las posiciones iniciales de las fichas como un cero relativo y realizaron de manera correcta las sumas de las fracciones homogéneas (sin necesidad de saber que se llamaban así) para llegar al desplazamiento final de las fichas.
<p>Huellas de la experimentación.</p> <p>Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.</p>	<p>Es importante que la tarea se realice en dos horas de clase, para que puedan finalizar el juego con calma. De hecho, un aspecto destacable para que se realice en ese lapso, es que antes que los niños comiencen a diligenciar datos en las tablas de registro, es bueno que ellos se familiaricen con el juego, dejarlos cinco a diez minutos que jueguen luego de haberles dado las indicaciones y reglas que este tiene.</p> <p>Los grupos de estudiantes por grupo de trabajo no deberían ser superiores a tres integrantes, esto para que no se dispersen de la finalidad del juego, y para que haya suficiente espacio en la pista para las fichas lo cual posteriormente les permita establecer visualmente las relaciones de equivalencia explícitas en el juego.</p> <p>Para el óptimo desarrollo del juego es importante que la pista se encuentre ubicada en una superficie plana, para que no se presenten inconvenientes como lisarse los dados (si la pista está en las sillas de los estudiantes) o tumbar algunas fichas, lo cual puede dispersar a los</p>

	estudiantes.
<p>Histórico del proceso</p> <p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>MEN (1998). <i>Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas</i>. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.</p> <p>MEN (2006). <i>Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas</i>. Bogotá, Colombia.</p> <p>MEN (2016). <i>Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2</i>. Panamericana Formas E Impresos S.A. Colombia.</p> <p>Obando, G., Vásquez, N. & Vanegas, M. (2006). <i>Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos</i>. Editorial Artes y Letras Ltda. Medellín, Colombia. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Gilberto_Obando/publication/280233601_Pensamiento_Numerico_y_Sistemas_Numericos/links/55ae4c7208aee0799220a8ee/Pensamiento-Numerico-y-Sistemas-Numericos.pdf</p>

REGISTROS

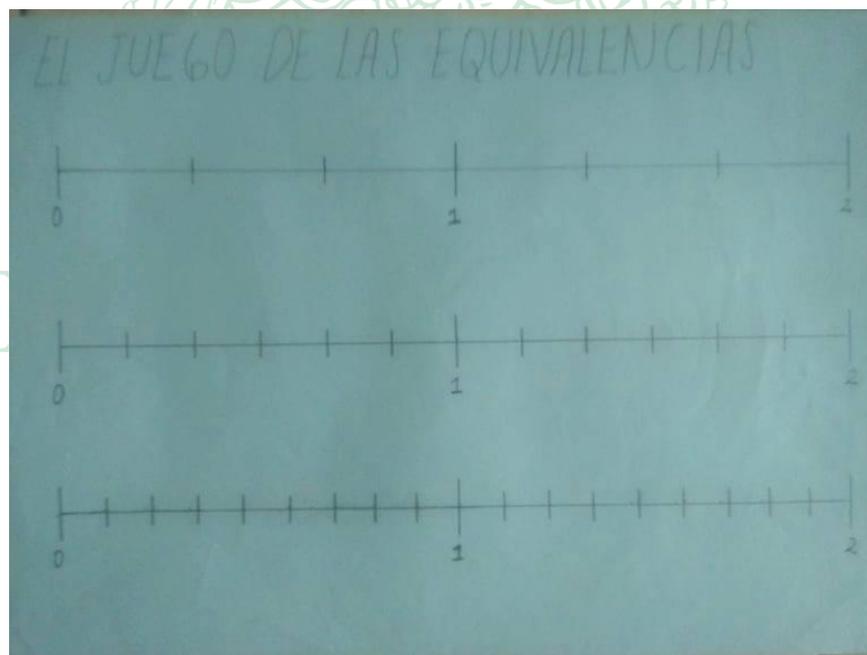
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Registro 9

Registro 9. Tablero de medios, cuartos y octavos.

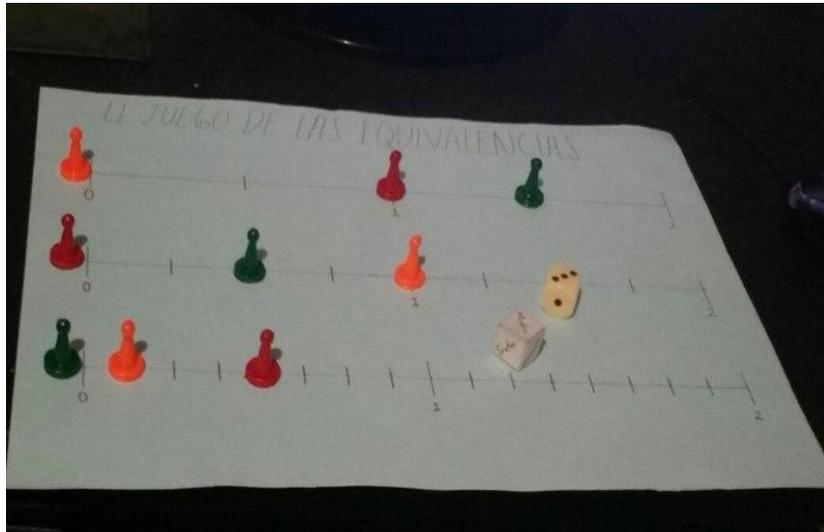
[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 10

Registro 10. Tablero de tercios, sextos y novenos.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 11



Registro 11. Juego de las equivalencias.

Registro 12

Cantidad marcada por los dados	Posición inicial	Cantidad por recorrer	Posición final	Cálculos realizados
$\frac{2}{8}$ ✓	0 ✓	$\frac{2}{8}$ ✓	$\frac{2}{8}$ ✓	$0 + \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$
$\frac{5}{4}$ ✓	0 ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$0 + \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$
$\frac{3}{8}$ ✓	$\frac{2}{8}$ ✓	$\frac{3}{8}$ ✓	$\frac{5}{8}$ ✓	$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
$\frac{3}{8}$ ✓	$\frac{5}{8}$ ✓	$\frac{3}{8}$ ✓	$\frac{8}{8}$ ✓	$\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \frac{8}{8}$
$\frac{1}{2}$ ✓	0 ✓	$\frac{1}{2}$ ✓	$\frac{1}{2}$ ✓	$0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{8}$ ✓	$\frac{8}{8}$ ✓	$\frac{1}{8}$ ✓	$\frac{9}{8}$ ✓	$\frac{8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$
$\frac{3}{2}$ ✓	$\frac{2}{2}$ ✓	$\frac{3}{2}$ ✓	$\frac{4}{2}$ ✓	$\frac{2}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2}$
$\frac{9}{8}$ ✓	$\frac{3}{8}$ ✓	$\frac{9}{8}$ ✓	$\frac{12}{8}$ ✓	$\frac{3}{8} + \frac{9}{8} = \frac{12}{8}$
$\frac{6}{8}$ ✓	$\frac{12}{8}$ ✓	$\frac{6}{8}$ ✓	$\frac{18}{8}$ ✓	$\frac{12}{8} + \frac{6}{8} = \frac{18}{8}$
$\frac{5}{4}$ ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$\frac{6}{4}$ ✓	$\frac{11}{4}$ ✓	$\frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$

Registro 12. Identificación de la posición de las fichas como ceros relativos.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Registro 13

Cantidad marcada por los dados	Posición inicial	Cantidad por recorrer	Posición final	Cálculos realizados
$\frac{2}{2}$ ✓	0 ✓	$\frac{2}{2}$ ✓	$\frac{2}{2}$ ✓	$0 + \frac{2}{2} = \frac{2}{2}$
$\frac{1}{2}$ ✓	$\frac{2}{2}$ ✓	$\frac{1}{2}$ ✓	$\frac{3}{2}$ ✓	$\frac{2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
$\frac{4}{8}$ ✓	0 ✓	$\frac{4}{8}$ ✓	$\frac{4}{8}$ ✓	$0 + \frac{4}{8} = \frac{4}{8}$
$\frac{4}{8}$ ✓	$\frac{4}{8}$ ✓	$\frac{4}{8}$ ✓	$\frac{8}{8}$ ✓	$\frac{4}{8} + \frac{4}{8} = \frac{8}{8}$
$\frac{6}{8}$ ✓	$\frac{8}{8}$ ✓	$\frac{6}{8}$ ✓	$\frac{14}{8}$ ✓	$\frac{8}{8} + \frac{6}{8} = \frac{14}{8}$
$\frac{2}{8}$ ✓	$\frac{14}{8}$ ✓	$\frac{2}{8}$ ✓	$\frac{16}{8}$ ✓	$\frac{14}{8} + \frac{2}{8} = \frac{16}{8}$
$\frac{2}{2}$ ✓	$\frac{3}{2}$ ✓	$\frac{2}{2}$ ✓	$\frac{5}{2}$ ✓	$\frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$
$\frac{5}{4}$ ✓	0 ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$0 + \frac{5}{4} = \frac{5}{4}$
$\frac{6}{4}$ ✓	$\frac{5}{4}$ ✓	$\frac{6}{4}$ ✓	$\frac{11}{4}$ ✓	$\frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$

Registro 13. Identificación de la posición de las fichas como ceros relativos.

[Regresar a la lectura del documento](#)

8.3 A modo de cierre

Después de la planificación, ejecución y análisis de las tareas, expresadas en las fichas de sistematización, cabe destacar que el componente que movilizó cada una de ellas fue el *Aritmético-Variacional*, aunque en tareas como la de *Midiendo y comparando medidas* se transversalizó dicho componente con el componente *Geométrico-Métrico*.

Finalmente, las fichas sirvieron como recursos metodológicos en la organización del *currículo* institucional y en especial de las tareas propuestas, las cuales posibilitaron la

mediación de diversos instrumentos y, a su vez, relacionar diversos conceptos matemáticos, diversas representaciones y competencias en una sola actividad: El juego.

9. Consideraciones finales

En general, se concluye que los resultados expuestos en este trabajo aportan elementos conceptuales y procedimentales diferentes (aunque no en su totalidad) a los que se venían implementando en las prácticas matemáticas en grado tercero de la Institución Educativa la Asunción. Estos resultados son coherentes con la propuesta del Ministerio de Educación Nacional (1998), y presentan otras formas de trabajar las estructuras multiplicativas, específicamente a través de las prácticas asociadas al isomorfismo de medidas.

A continuación, se describen las conclusiones de cada uno de los resultados.

9.1 Conclusiones sobre la reestructuración de la malla curricular

En la reestructuración de la malla curricular de grado tercero se establecieron relaciones entre las competencias, las situaciones problematizadoras, los contenidos y los indicadores de desempeño, estando en coherencia con las condiciones contextuales y los Referentes Básicos de Calidad. Esto permitió fortalecer la malla curricular, aunque no modificarla por completo.

De igual forma, el proceso de reconstrucción de la malla y el proceso de acompañamiento con los estudiantes, posibilitó evidenciar que este documento no puede ser considerado como un instructivo en el que primen los aspectos procedimentales que, si bien son importantes, no deben ser el único núcleo constitutivo, dado que también los aspectos conceptuales lo son.

Es cierto que la malla curricular de matemáticas (y en general el plan de área) debe ser reestructurada constantemente y, por eso, el proceso de acompañamiento en la institución debe continuar, teniendo en cuenta las experiencias de los docentes y el contexto determinado

históricamente por su cultura. Este proceso implica la revisión constante de dicho documento, y posibilita cualificar las prácticas matemáticas de la docente, debido a que le permite: Repensar los diferentes significados que tienen los objetos matemáticos; y establecer relaciones entre las matemáticas, otras ciencias y la cotidianidad, a partir de situaciones contextualizadas para la población de estudio. Adicionalmente, el proceso de reconstrucción constante de la malla curricular se constituye en un factor que aporta a la resignificación del *currículo* de la institución.

9.2 Conclusiones sobre las tareas propuestas

Se concluye que la sistematización de las tareas generó otro tipo de posibilidades, con respecto a las prácticas de enseñanza de los docentes de grado tercero de la institución. Estas posibilidades no son totalmente diferentes a las que las docentes desarrollaban en sus clases, sino que fortalecieron las de ellas, y posibilitaron estudiar otros significados y sentidos de la multiplicación y de la división que a partir de los Lineamientos curriculares de matemáticas se determinaron. Además, estas tareas están relacionadas con la propuesta de la malla curricular, permitiendo orientar las prácticas matemáticas de docentes y estudiantes.

Estas tareas no se agotan aquí. El proceso de acompañamiento debe continuar realizándose. Para ello, se deben reconstruir las mismas tareas y construir otras nuevas, que posibiliten fortalecer aún más la resignificación de las prácticas matemáticas institucionales. Este proceso implica tener en cuenta los diferentes pensamientos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998) y la articulación entre ellos. Del proceso de acompañamiento continuo, se podrá evidenciar si la implementación de las tareas transforma o no las prácticas matemáticas de los docentes y estudiantes.

9.3 Posición personal de los maestros en formación

A los maestros en formación, en su proceso de acompañamiento y de escritura del presente trabajo les quedaron múltiples experiencias gratificantes. Entre las más destacables se encuentran:

- De los espacios culturales y recreativos que se realizaban en la institución y, a su vez, del proceso de acompañamiento con los estudiantes, los maestros en formación reconocieron a los estudiantes como sujetos que tienen una vida y emociones particulares, que influyen considerablemente en el proceso de aprendizaje y en la relación con los diferentes miembros de la comunidad académica. En especial, fueron muchos los estudiantes con los cuales los maestros en formación tejieron relaciones personales y afectivas que trascendían lo académico.
- La reestructuración de la malla curricular y la sistematización de las tareas, fueron experiencias que les permitieron a los maestros en formación reconocer algunas de las características que desempeñan el *currículo* de una institución educativa, y las influencias que este tiene sobre las prácticas matemáticas de los estudiantes y los docentes (como las expuestas a lo largo de este trabajo).
- Durante el proceso de acompañamiento en la institución, los maestros en formación reflexionaron sobre las prácticas de enseñanza de algunos de los docentes y, tal reflexión posibilitó que se reflejaran o refractaran en dichas formas de enseñanza. Algunos de los docentes en ejercicio, aportaron a los maestros en formación diferentes elementos a tener en cuenta tanto en el presente como en el futuro de la profesión, y que permitieron enriquecer sus perspectivas respecto al quehacer en la institución. Esto se dio, gracias a la

experiencia y múltiples vivencias de los docentes en el aula, con sus prácticas de enseñanza y sus formas de enfrentar adversidades inherentes a la escuela.

- El proceso de acompañamiento afianzó el amor que tienen los maestros en formación por la profesión, con la convicción clara de que, es en la educación, donde existe el mayor potencial para influir de manera positiva en muchas vidas.

9.4 Posibles líneas de investigación

- Una línea de investigación que queda abierta, es indagar si los diferentes actores que constantemente reestructuran el *currículo* de matemáticas de la Institución Educativa la Asunción, tuvieron en cuenta la presente propuesta y, además, si los docentes del grado tercero utilizan en sus prácticas de enseñanza, como recursos metodológicos, las tareas que se sistematizaron.
- Otra posible línea de investigación es realizar estudios sobre otros objetos matemáticos pertenecientes a los componentes *Geométrico-Métrico* y *Estadístico*, y analizar si estos resignifican la mirada de las prácticas matemáticas en la Institución Educativa la Asunción.
- Realizar una escuela de padres de familia, en la que se trabajen con los padres las tareas propuestas y se reconstruyan otras en el continuo proceso de acompañamiento, en aras de posibilitar la participación de estos actores en el proceso de resignificación del *currículo* de la institución.

10. Referencias bibliográficas

- Botero, O. (2006). *Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación* (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscú, Rusia: Editorial Progreso.
- Institución Educativa la Asunción (2016). *Plan de área de Matemáticas*. Medellín, Colombia.
- ICFES (2017). *Resultados de grado tercero en el área de matemáticas*. Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>
- ICFES (2018). *Resultados de grado tercero en el área de matemáticas*. Recuperado de <http://www.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>
- Kozulin, A. (1998). *Instrumentos psicológicos*. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Ley 115. *Ley General de Educación*, 1994, 8, febrero.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (2008). *Guía para el mejoramiento institucional de la autoevaluación al plan de mejoramiento*. Bogotá, Colombia: Sanmartín Obregón & Cia.

Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas: Volumen 2*. Bogotá, Colombia: Panamericana Formas E Impresos S.A. Colombia.

Moreira, M. (2002). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>

Obando, G., Vásquez, N. y Vanegas, M. (2006). *Módulo 1 Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín, Colombia: Editorial Artes y Letras Ltda. Recuperado de <http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%201%20PENSAMIENTO%20NUM%C3%89RICO.pdf>

Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3o y 4o de una institución educativa de la Educación Básica* (Tesis de doctorado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Posada y otros (2005). *Interpretación e implementación de los Estándares básicos de Matemáticas*. Medellín, Colombia: Digital Express Ltda. Recuperado de http://cmap.upb.edu.co/servlet/SBReadResourceServlet?rid=1161187088328_488799458_19195

Rico, L., Castro, E. y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Bogotá, Colombia: Iberoamericana.

Sacristán, G. (1995). *El curriculum: una reflexión sobre la práctica*. Madrid, España: Ediciones Morata S.L.

Vico, A. (2008). *El mercado de las subastas en el arte y el coleccionismo: desde sus orígenes a la actualidad*. La inversión de bienes de colección: Madrid, España, pp. 1-23.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

11. Anexos

Anexo 1. Situación Período 1

Situación 1: “De compras en el supermercado”

El supermercado, permite trabajar diferentes contenidos aritméticos desde un contexto diario en que se ven implicados los estudiantes para quienes se diseña.

Para tal propósito se plantea el inicio con el acercamiento de cómo nacen los billetes y el reconocimiento de los billetes y las monedas que nos rigen actualmente, donde se trabajará con todas las denominaciones, buscando promover en los alumnos la composición de una misma cantidad de distintas maneras, a partir de valores fijos, y la familiarización con el uso de nuestro sistema monetario.

La situación puede finalizar con las dramatizaciones de compras y ventas que impliquen trabajar con vueltos y descomposición de los billetes.

Preguntas orientadoras

Si ordenamos los billetes que tenemos:

¿Cuál es el de mayor denominación?

¿Cuál es el de menor denominación?

¿En cuánto excede el de mayor denominación al de menor denominación?

¿De qué forma, empleando las monedas que tienes, podrías representar diferentes cantidades? ¿Cómo podemos distribuir nuestro dinero en las compras en un supermercado?

¿Qué necesitamos saber para ir de compras al supermercado?

Haz todo un plan para ir al supermercado y las necesidades.

Con el dinero que tienen:

¿Qué productos podrían comprar en el supermercado?

¿Cuánto es el valor total de las compras realizadas en el supermercado?

¿De cuánto dinero dispondrían para realizar nuevas compras una vez canceladas las anteriores?

¿Cuál es la denominación de billete más común en nuestra aula?

(Sugerencia: Se plasmará en un diagrama de barras la cantidad de dinero que tienen de cada denominación cada equipo para determinar cuál es el billete más común entre los grupos y el que menos se emplea)

Realicemos el montaje de una sesión del supermercado, por ejemplo aseo, y plateemos las siguientes preguntas:

¿Qué elementos se encuentran allí?

¿Qué medida emplearías para indicar la forma en que está empacado el límpido?

¿Qué medida emplearías para indicar la forma en que está empacado el jabón de barra?

¿Se miden con el mismo patrón de medida?

Situación 2: “Trueque con semillas”

Generar preguntas donde se hagan conversiones de dinero a partir de las semillas que tengan realizar clasificación de productos a partir de intervalos en los precios

Realizo preguntas sobre la canasta familiar, su costo y los comparo con los sueldos de sus padres.

Realizo tablas de frecuencias con la cantidad de productos que corresponden a un precio específico y analizo los datos resultantes

Preguntas orientadoras

¿Qué pasaría si solo los productos de aseo subieran? ¿O los productos de comida?
¿Cuánto se incrementa el mercado?

Clasificación de productos por conjuntos y sus atributos

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 2. Situación Período 2

Situación problema “Organicemos un mini-museo de animales”

Se propone organizar con los estudiantes un museo de animales en el aula.

Preguntas orientadoras

Atendiendo a criterios de accesibilidad, espacio, e iluminación, ¿cuál sería el lugar del aula más adecuado para ubicar el mini-museo?

¿Cuáles colores son los preferidos por los estudiantes para organizar los telones y paredes del salón? Organizar en una tabla

¿Cuáles son los tipos de clasificación que prefieren los estudiantes? (carnívoros, omnívoros, herbívoros; aéreos, terrestres, acuáticos; salvajes, domésticos, etc.)

¿Cuáles son las medidas del salón? Exprésalo en área y perímetro.

Si queremos decorar el salón con telones de dos colores, ¿cuánta cantidad de cada material se requiere para decorar el salón?

¿Cuánto cuesta el material requerido para la decoración del salón?

Como se elaborarán los animales para la exposición en el mini-museo, ¿cuáles son los animales que se requieren? ¿Qué tipo de material y cuánto se necesita para su construcción?

Necesitamos distribuir seis dioramas en el aula. Diseña un plano con la propuesta.

Organiza un cronograma para la visita al mini-museo, de tal manera que cada grupo de la institución tenga por lo menos un espacio para dos visitas al año.

Si al finalizar el año se desea realizar un evento de premiación a las mejores representaciones, ¿cuál será el costo de cada premio? ¿Cuál será el presupuesto que

se requiere para dicho evento? ¿Qué categorías se podrían tener en cuenta para la premiación?

Nota: En esta situación se pueden utilizar los billetes didácticos que se les pide a las niñas y los niños al inicio del año.

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 3. Situación Período 3

Situación problema “Construyamos empaques”

Se acerca el final del año y por ende, la navidad, época de regalos. Sin duda los empaques y regalos muestran el buen gusto y el agrado al regalar, construyamos algunos.

Se propone al estudiante que tome una caja de cartón de forma cúbica, la desarme y reconozca sus elementos y elabore un texto al respecto.

Posteriormente se le invitará a que omita alguna de sus partes y la dibuje como quedaría la caja sin aquella parte.

Para construir una caja necesitamos diferentes materiales.

Preguntas orientadoras

¿Qué elementos tendrías en cuenta para construir una caja?

Si se quiere construir una que fuera el doble de la que tienes, ¿qué tendrías en cuenta para construirla? ¿Por qué?

¿Qué elementos tendrías en cuenta para elaborar una caja tres veces más pequeña? Explica el procedimiento si deseas construir una caja de igual ancho pero diferente altura.

¿Cómo elaborarías un empaque que requiera exactamente la misma cantidad de cartón, pero diferente forma?

¿Cuáles materiales puedo emplear para forrar una caja? ¿Cuál es más ventajoso económicamente? (Consulta precios reales y justifica la respuesta).

¿Cómo puedo calcular la cantidad de material para forrar una caja?

¿Qué material es más fácil de manejar para forrar la caja? ¿Por qué?

¿Cómo puedo calcular el material que requiero para forrar más de una caja?

¿Cuáles son los materiales más utilizados para forrar cajas?

De las cajas que han construido ¿Qué colores son más frecuentes para los empaques? Representa la información en una gráfica.

¿Cuáles colores son los menos en el aula utilizados para empacar?

¿Qué posibilidad existe de que elijas el color morado para forrar tu caja?

Piensa en la plantilla para construir una caja que no sea cúbica, por ejemplo triangular. A medida que se exploren diferentes cajas y por ende, la manera de empacarlas o forrarlas, las niñas y los niños irán construyendo dichos productos como evidencia de su trabajo.

A partir de los diferentes tamaños de las cajas, se proponen problemas, por ejemplo:

María vende chocolates; si a cada caja que tiene le caben $4\frac{1}{4}$ gramos de chocolate y el lunes recibió 4 cajas. ¿Cuántos gramos de chocolate tiene para vender María?

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 4. Ficha sistematización de la tarea

**PLAN DE TAREA MATEMÁTICA
AÑOS 2017-2018**

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	
Grado(s) donde se aplicará la tarea.	
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	
Preguntas orientadoras En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem	

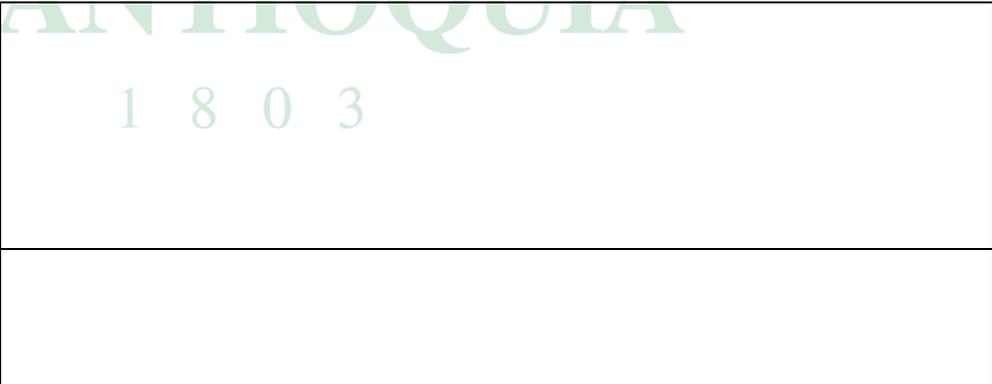
anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.	
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.</p>	
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	
<p>Materiales y recursos necesarios para la Propuesta</p> <p>Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)</p>	
<p>Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)</p>	
<p>Material impreso</p> <p>Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.</p>	
<p>Suministros</p> <p>Todo lo que se necesite para implementar la tarea.</p>	
<p>Recursos de Internet</p> <p>Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.</p>	
<p>Otros</p> <p>Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.</p>	

FICHA DEL MAESTRO

<p>Competencias</p> <p>A partir de los estándares básicos de calidad, identificar las competencias que se desarrollarán.</p>	
---	--

<p>En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	
<p>Desempeños Resultados de aprendizaje</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los estándares y lineamientos, que se trabajan a lo largo de la tarea. En lo posible relacionar ejes conceptuales de otras disciplinas.</p>	
<p>Acciones/ Procedimientos</p> <p>Una síntesis clara del proceso que se adelantará, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p>	
<p>Tiempo aproximado requerido</p> <p>Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.</p>	
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	

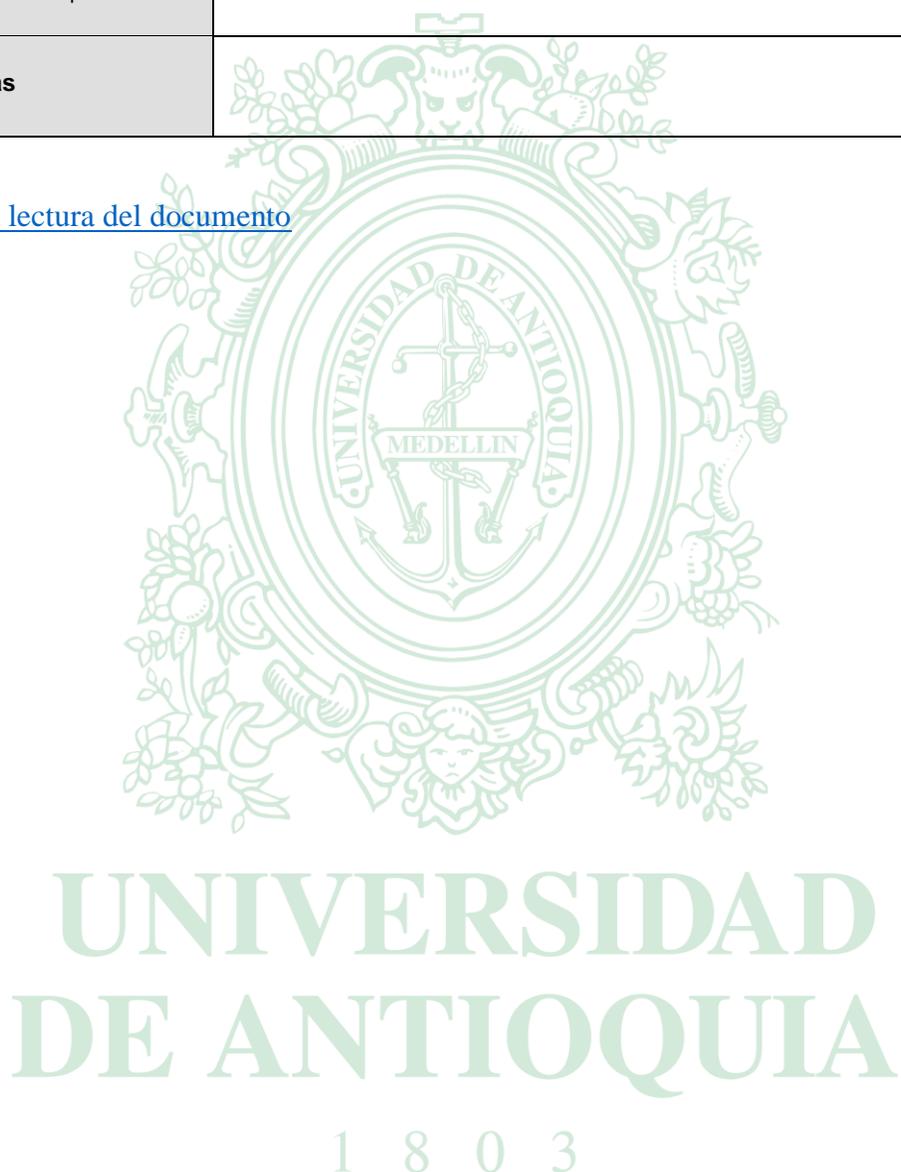
FICHA TÉCNICA

<p>Referencias /Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p>	
<p>Elementos conceptuales y metodológicos</p> <p>Descripción de los elementos tanto conceptuales como metodológicos que fundamentan la tarea.</p>	

<p>(Es en donde quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea).</p>	
<p>Descripción de momentos cognitivos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Variables didácticas. ✓ Instrumentos (características especiales de los recursos y su gestión, en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento), el papel de los mismos. ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.). 	
<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	
<p>Actas de experimentación</p> <p>Se trata de una bitácora que describa las sucesivas aplicaciones de las situaciones de una determinada tarea (es posible que, si una situación se compone de varios momentos, entonces en una aplicación se usen unas situaciones, en otra otras, etc.). Esta bitácora permitirá mostrar cuándo se aplicó (período de aplicación), en qué condiciones (a que estudiantes, de que grado, en qué condiciones, etc.), los resultados obtenidos de la aplicación (preferiblemente acompañado de producciones de los estudiantes), y de manera muy especial, la interpretación que se hace de tales resultados. En cierta forma, esta ficha consigna el análisis a posteriori de las situaciones que componen la tarea.</p>	
<p>Huellas de la experimentación</p> <p>Consignación de las críticas constructivas que los docentes pueden hacer a la tarea en virtud de su experiencia en la aplicación. Estas críticas constructivas serán la base para las revisiones periódicas de la tarea, y con base en ellas, se podrán elaborar las nuevas versiones de la misma.</p>	
<p>Histórico del proceso</p>	

<p>Reconocidas las condiciones del desarrollo como recurso pedagógico viviente, para que una determinada tarea sufra transformaciones importantes, en algunas de sus partes (por ejemplo, las hojas de trabajo de los estudiantes son muy susceptibles al cambio). Es aquí donde se van guardando las versiones anteriores de dichos documentos con el fin de no perder la historia vivida por el recurso pedagógico, y cuando sea pertinente o necesario, recuperar las lecciones que dejan las experiencias pasadas.</p>	
Referencias bibliográficas	

[Regresar a la lectura del documento](#)



Anexo 5. Malla curricular de grado tercero reestructurada

TERCERO

GRADO: 3º	INTENSIDAD HORARIA SEMANAL: 4
OBJETIVOS GENERALES:	
Utilizar los algoritmos básicos en la solución de situaciones problemas provenientes de la vida cotidiana, apropiándose de argumentos matemáticos y no matemáticos en interpretación de los resultados.	
COMPETENCIAS GENERALES:	
La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas.	
La modelación.	
La comunicación.	
El razonamiento.	
La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.	

1 PERIODO 3º	
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA O SITUACIÓN PROBLEMA	<p>Situación 1</p> <p>El supermercado, permite trabajar diferentes contenidos aritméticos a partir de un contexto diario en que se ven implicados los estudiantes para quienes se diseña. Para tal propósito se plantea el inicio con el acercamiento de cómo nacen los billetes y el</p>

reconocimiento de los billetes y las monedas que nos rigen actualmente, donde se trabajará con todas las denominaciones, buscando promover en los alumnos la composición y descomposición de una misma cantidad de distintas maneras, a partir de valores fijos, y la familiarización con el uso de nuestro sistema monetario.

La situación puede finalizar con las dramatizaciones de compras y ventas que impliquen trabajar con vueltos y descomposición de las cantidades de los billetes.

Preguntas orientadoras

Si ordenamos los billetes que tenemos:

¿Cuál es el de mayor denominación?

¿Cuál es el de menor denominación?

¿En cuánto excede el de mayor denominación al de menor denominación?

¿De qué forma, empleando las monedas y los billetes que tienes, podrías representar diferentes cantidades?

¿Cómo podemos distribuir nuestro dinero en las compras en un supermercado?

¿Qué necesitamos saber para ir de compras al supermercado?

Haz todo un plan para ir al supermercado y las necesidades que consideras importantes a la hora de visitarlo.

Con el dinero que tienen:

¿Cuánto es el valor total de las compras realizadas en el supermercado?

¿De cuánto dinero dispondrían para realizar nuevas compras una vez canceladas las anteriores?

¿Cuál es la denominación de billete más común en nuestra aula?

(Sugerencia: Se plasmará en un diagrama de barras la cantidad de dinero que tienen de cada denominación cada equipo para determinar cuál es el billete más común entre los grupos y el que menos se emplea)

Realicemos el montaje de una sesión del supermercado, por ejemplo, aseo, y planteemos las siguientes preguntas:

	<p>¿Qué elementos se encuentran allí?</p> <p>¿Qué unidad de medida puedo emplear para medir la cantidad de líquido que se encuentra dentro del tarro de líquido?</p> <p>¿Qué unidad de medida puedo emplear para medir la cantidad de jabón de barra?</p> <p>¿Se miden con el mismo patrón de medida?</p> <p>Realizo preguntas sobre la canasta familiar, su costo y los comparo con el salario mínimo colombiano. Realizo tablas de frecuencias con la cantidad de productos que corresponden a un precio específico y analizo los datos resultantes.</p> <p><u>Preguntas orientadoras</u></p> <p>¿Qué pasaría si solo los productos de aseo subieran de precio? ¿O los productos de comida? ¿En cuánto se incrementa el mercado?</p>
--	--

EJES DE LOS ESTÁNDARES O LINEAMIENTOS

COMPONENTE 1	COMPONENTE 2	COMPONENTE 3	COMPONENTE 4	COMPONENTE 5
<p>Pensamiento numérico y sistemas numéricos</p> <p>Uso representaciones principalmente concretas y pictográficas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</p> <p>Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).</p>	<p>Pensamiento métrico y sistemas de medidas</p> <p>Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.</p> <p>Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.</p> <p>Realizo y describo procesos de medición</p>	<p>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos</p> <p>Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.</p> <p>Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.</p> <p>Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</p>	<p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos</p> <p>Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.</p> <p>Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.</p>	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</p> <p>Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.</p> <p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico,</p>

<p>Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</p> <p>Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos</p>	<p>con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.</p> <p>Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.</p>	<p>Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.</p> <p>Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.</p> <p>Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</p>	<p>geométrico, musical, entre otros).</p>
---	--	--	---

de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).				
CONTENIDOS		INDICADORES DE DESEMPEÑO		
<p>Aritmético-Variacional</p> <p>Uso y representación de números de más de tres cifras (verbal y simbólicamente) a partir de la manipulación del ábaco y de los algoritmos convencionales.</p> <p>Resolución de problemas aditivos de composición, transformación y comparación, con el apoyo de diversas representaciones e instrumentos (calculadora, softwares, entre otros), empleando diferentes técnicas de cálculo (mental, escrito) y estimación.</p> <p>Problemas de proporcionalidad directa.</p>		<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>Reconoce qué operación (adición, sustracción, multiplicación) debe aplicar en las diferentes situaciones problema.</p> <p>Identifica la variación entre magnitudes, involucradas en situaciones problemas.</p> <p>Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos.</p> <p>Reconoce la información que ofrecen las tablas y los gráficos, de acuerdo con el contexto.</p>		
<p>Relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de, cuádruple de, cuarta parte de...).</p> <p>Geométrico-Métrico</p> <p>Relaciones entre líneas: paralelas, secantes, perpendiculares y curvas.</p> <p>Polígonos hasta de 12 lados.</p> <p>Clasificación y reconocimiento de ángulos. (Agudo, recto, llano,</p>		<p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER):</p> <p>Resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación, con cantidades hasta de seis cifras, utilizando diferentes estrategias de cálculo (por ejemplo, cálculo mental, el algoritmo y la estimación) y comprobando respuestas.</p> <p>Resuelve problemas de proporcionalidad directa en donde se explicita el valor por unidad.</p> <p>Realiza construcciones y diseños utilizando cuerpos geométricos</p>		

<p>obtuso).</p> <p>Cuerpos geométricos: cuerpos redondos, prismas y pirámides.</p> <p>Estadística</p> <p>Pictogramas y diagrama de barras.</p> <p>Clasificación de objetos según sus atributos.</p> <p>Registro de datos en tablas y gráficos de barras horizontales y verticales.</p>	<p>tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.</p> <p>Formula y resuelve situaciones que involucra eventos a partir de un conjunto de datos.</p> <hr/> <p>ACTITUDINAL (SABER SER):</p> <p>Colabora para el logro de metas comunes en su salón y reconoce la importancia que tienen las normas para lograr esas metas.</p>
<p>Tareas propuestas</p> <p><i>-Resolución de problemas aditivos de composición, transformación y comparación:</i></p> <p>Es importante que los estudiantes tengan la posibilidad de acercarse a la resolución de problemas aditivos, que no se encuentren enmarcados bajo un solo significado, por el contrario, que les incentive a hacer más tangible la relación existente entre las situaciones de su cotidianidad y las matemáticas. Por ello se propone que, al reconocer los intereses de los estudiantes, se planteen diferentes tipos de problemas aditivos (composición, transformación y comparación) a los estudiantes.</p> <p>Cabe destacar que se requiere que los estudiantes tengan un nivel de comprensión de lectura básico, lo cual es un factor determinante a la hora de enfrentarse a este tipo de tareas.</p> <p><i>-Lotería:</i></p> <p>Surge como una posibilidad de que los estudiantes fortalezcan los procesos de comunicación. Consiste en conformar pequeños grupos de estudiantes, a los cuales se les hará entrega de unos tableros y unas fichas, las cuales acto seguido, servirán para completar el tablero como en una lotería tradicional. Cabe resaltar que tanto en el tablero, como en las fichas se encontrarán escritos números de manera simbólica y de manera escrita, se pretende que los estudiantes hagan una interpretación adecuada (tanto quien lee como quien llena la tabla).</p> <p>Es importante que se realicen diversos tableros, a su vez con diferentes niveles de complejidad, que permita a los estudiantes</p>	

apropiarse de elementos trascendentales en las matemáticas como lo son la lectura y escritura de números simbólicamente y en lenguaje natural.

-Subasta:

Al ser una actividad propia de la cultura, aunque quizás un poco desconocida por los estudiantes, las dinámicas que permite llevar a cabo convierten la tarea en un pretexto para que los estudiantes puedan darle algún sentido a las operaciones suma y resta, puedan encontrar relaciones de orden implícitas y puedan avanzar en su proceso de cálculo mental.

La tarea consiste en dar a los estudiantes de manera individual una misma cantidad de dinero, con billetes didácticos de diferente denominación y una hoja de registro donde llevarán a cabo un historial de la cantidad de dinero que tiene y la que invierte en los artículos que comprará. Los artículos son imágenes que se proyectan en el video beam, y son en su totalidad del interés de ellos, claramente con variedad para los respectivos géneros (masculino y femenino).

La intención es que todos los estudiantes compren un mínimo de artículos. El pago se hace al profesor, quien entrega una letra de cambio con el nombre del artículo subastado.

-Juego de bolos:

Las potencialidades de un juego como el de los bolos, es entre otros que, permite privilegiar los conteos múltiples como inicio hacia la multiplicación. Lo cual apuesta por un camino diferente al del aprendizaje memorístico que, si bien tiene sus ventajas, posibilita al estudiante otro tipo de acciones, que no siempre favorecerán la resolución de situaciones que demanden unos procesos con niveles de complejidad superiores.

La tarea consiste en simular un juego de bolos como el tradicional. Se usan botellas de plástico de tamaño similar, se asignan valores a los tres tipos de envases (con tapa, sin tapa, con cinta) que se utilizarán, y se filan como en el juego tradicional. Se reúnen los estudiantes en pequeños grupos y se hace entrega de: las botellas de las tres categorías mencionadas, una pelota, una hoja de convención entre puntos asignados y tipo de botella y un formato de registro. En este último, se llevará el historial de las rondas que corresponde y se diligenciará posterior al terminar el juego de manera individual.

Cuando los estudiantes hayan comprendido las dinámicas del juego, y hayan cumplido con el diligenciamiento de los formatos entregados, se procese con otro momento, el cual consiste en la entrega de formatos parcialmente diligenciados para que los completen, aquí los estudiantes no tienen que jugar.

2 PERIODO 3º

PREGUNTA
PROBLEMATIZADORA O
SITUACIÓN PROBLEMA**Situación 2**

Se propone organizar con los estudiantes una exposición de animales.

Preguntas orientadoras

Atendiendo a criterios de accesibilidad, espacio, e iluminación: ¿cuál sería el lugar del colegio más adecuado para ubicar el mini-zoológico?

¿Cuáles colores son los adecuados para organizar los hábitats y las paredes del lugar elegido?
Organizar en una tabla

¿Cuáles son los tipos de animales que prefieren los estudiantes? (carnívoros, omnívoros, herbívoros; aéreos, terrestres, acuáticos; salvajes, domésticos, etc.)

¿Qué se requiere saber previamente para poder organizar los hábitats y que estos se distribuyan adecuadamente en el espacio elegido?

Con las medidas halladas, ¿se puede encontrar el área?

¿Qué herramientas pueden utilizarse para realizar las mediciones del espacio y de los hábitats?

Necesitamos distribuir los hábitats de acuerdo con el tipo de animales elegidos anteriormente. Diseña un plano con la propuesta.

Si queremos diseñar los hábitats con materiales que correspondan a las características particulares de los animales elegidos para el mini-zoológico y separar estos hábitats con telones de colores, ¿cuánta cantidad de cada material y de los telones se requiere para su distribución estética?

¿Cuánto cuesta el material requerido para la decoración del mini-zoológico?

Si se desean elaborar los animales para la exposición en el mini-zoológico, teniendo en cuenta los tipos de animales elegidos previamente ¿Qué tipo de material y cuánto se necesita para su construcción? (Esta pregunta puede variar si se decide que los animales se adquieran por otros

medios, por ejemplo, comprarlos)

Organiza un cronograma para la visita al mini-zoológico, de tal manera que cada grupo de la institución tenga por lo menos un espacio para dos visitas al año.

Nota: En esta situación se pueden utilizar los billetes didácticos que se les pide a las niñas y los niños al inicio del año.

EJES O COMPONENTES DE LOS ESTÁNDARES O LINEAMIENTOS

COMPONENTE 1	COMPONENTE 2	COMPONENTE 3	COMPONENTE 4	COMPONENTE 5
<p>Pensamiento numérico y sistemas numéricos.</p> <p>Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Identifico, si a la luz de</p>	<p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos.</p> <p>Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.</p> <p>Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.</p> <p>Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.</p>	<p>Pensamiento métrico y sistema de medidas.</p> <p>Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.</p> <p>Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa)</p>	<p>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.</p> <p>Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.</p> <p>Explico desde mi experiencia la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.</p> <p>Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en</p>	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.</p> <p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).</p> <p>Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.</p> <p>Describe y representa</p>

<p>los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.</p> <p>Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).</p> <p>Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas.</p>	<p>Describe y argumenta posibles relaciones entre los valores del área y el perímetro de figuras planas (especialmente cuadriláteros)</p>	<p>y, en los eventos, su duración.</p> <p>Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo con el contexto.</p> <p>Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.</p> <p>Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.</p>	<p>tablas.</p> <p>Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e igual).</p>	<p>los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación.</p>
<p>CONTENIDOS</p>		<p>INDICADORES DE DESEMPEÑO</p>		
<p>Aritmético-Variacional</p> <p>Problemas de proporcionalidad directa simple.</p>		<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>Identifica la variación entre magnitudes, involucradas en situaciones problemas.</p>		

<p>Relaciones multiplicativas (doble de, mitad de, triple de, tercera parte de, cuádruple de, cuarta parte de...).</p> <p>Relaciones ser múltiplo de... y ser divisible por...</p> <p>Relación entre la multiplicación y la división.</p> <p>Situaciones problema hasta con dos operaciones.</p> <p>La división como restas sucesivas o por agrupación.</p> <p>Narración de presupuestos y organización de recursos, teniendo en cuenta los gastos necesarios e innecesarios (Educación Económica y Financiera).</p>	<p>Reconoce relaciones multiplicativas (multiplicación y división) en contextos matemáticos (numéricos y geométricos) es decir, si un (número, figura, cuerpo geométrico...) dado, es (múltiplo de, divisible por, doble de, mitad de...) de otro (número, figura, cuerpo geométrico...) particular.</p> <p>Reconoce atributos medibles en figuras bidimensionales (longitud, distancia, área) y en cuerpos tridimensionales (capacidad, peso) y su carácter de varianza.</p> <p>Usa las expresiones probable, improbable, muy probable y poco probable, en la ocurrencia de eventos de su contexto.</p>
<p>Geométrico-Métrico</p> <p>Construcción de polígonos a partir de características específicas (lados, ángulos).</p> <p>Perímetro con el uso de las unidades de longitud y algunas conversiones.</p> <p>Área.</p> <p>Volumen.</p> <p>Patrones con figuras geométricas.</p> <p>Estadística</p>	<p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER):</p> <p>Resuelve problemas de proporcionalidad directa en donde se explicita el valor por unidad.</p> <p>Representa la adición, la sustracción, multiplicación y división, en forma concreta y simbólica, utilizando cantidades hasta de seis cifras y comprobando sus resultados.</p> <p>Mide y estima longitudes, distancias y áreas en figuras bidimensionales, y mide y estima capacidades y pesos en cuerpos tridimensionales.</p> <p>Representa datos de diferentes maneras (gráfica barras, tablas de frecuencias).</p>

<p>Representación y análisis de datos en tablas de frecuencias y gráficos de barras.</p> <p>Eventos probables e improbables.</p> <p>Registro de los recursos monetarios que tiene, su origen y la importancia en su vida (Educación Económica y Financiera).</p>	<p>ACTITUDINAL (SABER SER):</p> <p>Participa con interés en el desarrollo de las actividades matemáticas con las operaciones y conocimientos ya adquiridos.</p>
--	--

Tareas propuestas

-Tiro al blanco:

Se presenta una tarea que privilegia la descomposición numérica, la relación entre la multiplicación y la división, entre otros elementos matemáticos. Para realizar el juego de tiro al blanco se necesita, un tablero con diferentes círculos concéntricos (a cada uno de los cuales se asigna un valor numérico, en este caso 5, 15, 20 y 30), unas tapas de gaseosa rellenas con plastilina, que son las fichas que los jugadores lanzarán y unas hojas de registro (una para diligenciar durante el juego y otra que se entrega parcialmente diligenciada).

Por grupos de estudiantes pequeños, se hace entrega de los materiales (excepto los formatos que se entregan de forma individual). El juego consiste en que cada jugador lanza las fichas (tendrán 6 fichas cada jugador) al tablero, intentando que la mayoría de estas acierte en los círculos. Así sucesivamente hasta que cumple sus respectivos turnos y procede a realizar su historial de lanzamientos en la hoja de formato que recibió, y finaliza al responder las preguntas que se plantean.

En un momento posterior, los estudiantes deberán completar una hoja de registro del juego de tiro al blanco, que se presenta parcialmente diligenciada. En este momento de la tarea es importante destacar que no existe una única respuesta, debido a que la descomposición numérica que haga cada uno puede diferir, sin impedir que el registro sea correcto. Esta última hoja de registro presenta diversos niveles de dificultad, en los diferentes turnos que se proponen.

-Acercamiento a los ángulos:

Dada la importancia que presenta el reconocimiento de algunos elementos geométricos espaciales como lo son los ángulos, se presenta una tarea que da al estudiante unas primeras ideas que pueden responder a la pregunta, ¿Qué es un ángulo? y ¿dónde

encuentro un ángulo?

La tarea consiste en entregar a cada estudiante, dos circunferencias con igual radio, y de diferente color, previamente realizadas por el docente. A las circunferencias se les hará un corte por alguno de sus radios, y se le hará coincidir por dicha abertura con su homónima de diferente color.

La intención es que los estudiantes giren lentamente las circunferencias y observen los cambios que se presentan cuando los movimientos se realizan en los diferentes sentidos. Posteriormente a la discusión que se presente, se procede a pedir a los estudiantes a realizar giros en términos verbales conocidos para ellos, por ejemplo, un cuarto de vuelta, media vuelta, entre otros. Al finalizar la tarea, los estudiantes estarán en la capacidad de inferir algunas respuestas de las preguntas que se plantearon en un inicio.

-Ángulos en GeoGebra:

Las posibilidades que brindan los softwares académicos deben ser aprovechadas en pro de alcanzar mayores niveles de abstracción de diferentes elementos matemáticos (en este caso espaciales) por parte de los estudiantes. Una alternativa que surge posterior a la familiarización de los conceptos iniciales de ángulos es pedir a los estudiantes que recreen situaciones de su cotidianidad donde el uso de los ángulos esté presente.

Luego de esto, se acude al software GeoGebra, para proyectar en el video beam, una plantilla predeterminada que muestra dos semirrectas, una fija y la otra variable, con ellas se conformarán algunos ángulos cuyos valores no aparecen en la pantalla. Se hacen diferentes movimientos de la semirrecta variable, y se pide a los estudiantes que den un valor aproximado y una justificación del porqué dan ese valor. Las ventajas que brinda el GeoGebra permiten acercar a los estudiantes a los diferentes tipos de ángulos (nulo, agudo, recto, obtuso, entre otros).

-Dos espacios de medida conforman uno:

Es importante que los estudiantes puedan evidenciar como de dos espacios de medidas diferentes, se puede llegar a uno solo. Esto les presentará grandes beneficios en la abstracción conceptual que en diferentes situaciones matemáticas se ve reflejado.

Se propone a los estudiantes realizar una tabla de frecuencia en el tablero sobre el color de camisa/blusa favorita, al igual que otra tabla para el jean/pantalón. Se eligen los seis de cada tabla que mayor frecuencia tengan y se dibujan en el tablero. Se procede a preguntar a los estudiantes, ¿de cuántas formas diferentes se pueden vestir? así la conclusión a la que se pretende llegar es como de dos espacios de medida (camisa/blusa y jean/pantalón) se puede llegar a uno solo, una prenda de vestir.

Finalmente se propone a los estudiantes que realicen algunos ejemplos similares, para que asimilen mejor la relación intrínseca que allí se presenta.

-Construcción de polígonos:

Para esta tarea, se propone un acercamiento a los polígonos por parte de los estudiantes, con un material concreto como lo son los palillos. La intención es que los estudiantes, por parejas, construyan figuras desde tres hasta diez lados con dicho material. Se propone que empiecen a partir de la figura de tres lados, que es la de menor nivel de complejidad, y que vayan avanzando hasta llegar a la de diez lados.

Es importante destacar que se espera que los estudiantes encuentren la relación entre la cantidad de lados (y que todos son del mismo tamaño) y la cantidad de ángulos de cada figura que construyan. El acompañamiento por parte del docente es fundamental, porque es posible que los estudiantes desvíen el objetivo de la tarea (construcción de polígonos) y se dediquen a jugar con el material, o no realicen bien una figura que les presente un mayor nivel de complejidad.

Posterior a la construcción de las figuras propuestas, el docente realiza una retroalimentación, dibujando las figuras en el tablero y concluyendo que las construcciones que hicieron llevan por nombre, polígonos regulares, asignándoles los nombres respectivos a cada una de ellas.

3 PERIODO 3º

**PREGUNTA
PROBLEMATIZADORA O
SITUACIÓN PROBLEMA**

Situación 3

Se acerca el final del año y, por ende, la navidad, época de regalos. Sin duda los empaques y regalos muestran el buen gusto y el agrado al regalar, construyamos algunos.

Se propone a los estudiantes que lleven una caja de cartón de forma cúbica, que se adecue a las condiciones que el espacio brinda, la desarme y reconozca algunos de sus elementos (cantidad de caras, color, forma, aristas, medidas, entre otros) y elabore un texto que dé cuenta de lo que observó. Posteriormente, se le invitará al estudiante que omita alguna de las partes de la caja y dibuje la forma como quedaría la caja sin aquella parte.

Preguntas orientadoras

¿Qué elementos tendrías en cuenta para construir una caja?

Si se quiere construir una caja cuyas aristas sean el doble de la que tienes, ¿qué tendrías en cuenta para construirla? ¿Si las cajas se fueran a llenar con un mismo material, es cierto que la cantidad de material que ocupa la caja que hiciste, es el doble de la caja inicial? ¿Por qué?
 ¿Qué elementos tendrías en cuenta para elaborar una caja cuyas aristas sean tres veces más pequeñas?

Explica el procedimiento que llevarías a cabo si deseas construir una caja de igual ancho pero diferente altura que la primera caja. ¿Qué ocurrirá ahora con la cantidad de material que ocupan estas dos cajas?

¿Cómo puedo calcular la cantidad de material para forrar una caja?

¿Cuáles materiales se pueden emplear para forrar una caja? ¿Cuáles son los más utilizados?

¿Cuáles presentan mayores beneficios económicos? (Consulta precios reales y justifica la respuesta).

¿Cómo obtendrías la cantidad necesaria de material de los empaques para que recubran las diferentes cajas de cartón?

De las cajas que han construido en el aula ¿Qué colores son más frecuentes para los empaques que recubren las cajas? Representa la información en una gráfica.

¿Cuáles colores son los menos utilizados en el aula para empacar?

¿Qué tan probable es que tus compañeros elijan el color morado para forrar su caja?

Piensa en la plantilla para construir una caja que no sea cúbica, por ejemplo, de forma piramidal. A medida que se exploren diferentes formas de las cajas y, por ende, la manera de empacrarlas o forrarlas, los estudiantes irán construyendo dichos productos como evidencia de su trabajo.

A partir de los diferentes tamaños de las cajas, se proponen problemas, por ejemplo:

María vende chocolates; si a cada caja que tiene le caben $4\frac{1}{4}$ gramos de chocolate y el lunes recibió 4 cajas. ¿Cuántos gramos de chocolate tiene para vender María?

EJES O COMPONENTES DE LOS ESTÁNDARES O LINEAMIENTOS

COMPONENTE 1

COMPONENTE 2

COMPONENTE 3

COMPONENTE 4

COMPONENTE 5

<p>Pensamiento numérico y sistemas numéricos.</p> <p>Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.</p> <p>Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.</p> <p>Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</p> <p>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.</p>	<p>Pensamiento espacial y sistemas geométricos.</p> <p>Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir)</p> <p>Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales.</p> <p>Dibujo y describo cuerpos o figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.</p> <p>Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.</p> <p>Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.</p> <p>Represento el espacio circundante para establecer relaciones</p>	<p>Pensamiento métrico y sistema de medidas.</p> <p>Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa).</p> <p>Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.</p> <p>Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.</p> <p>Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas.</p>	<p>Pensamiento aleatorio y sistemas de datos.</p> <p>Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.</p> <p>Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</p> <p>Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.</p> <p>Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.</p>	<p>Pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos</p> <p>Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).</p> <p>Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.</p>
--	---	---	--	--

	espaciales. Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con las propiedades geométricas.			
CONTENIDOS		INDICADORES DE DESEMPEÑO		
<p>Aritmético-Variacional</p> <p>Comparación del todo con sus partes.</p> <p>La fracción como medida.</p> <p>Representación gráfica y simbólica de fracciones.</p> <p>Ubicación de fracciones en la recta numérica.</p> <p>Relaciones de equivalencia entre fracciones.</p> <p>Situaciones problema con el uso de las cuatro operaciones básicas entre fracciones (especialmente homogéneas).</p> <p>Conversión entre unidades de tiempo.</p> <p>Patrones con números.</p> <p>Geométrico-Métrico</p> <p>Procesos de ampliación y reducción de figuras bidimensionales.</p> <p>Comparación de unidades de medida no convencionales.</p>		<p>COGNITIVO (SABER CONOCER):</p> <p>Interpreta los fraccionarios como puntos o como segmentos en la recta numérica, teniendo en cuenta que el número no es el punto ni el segmento, sino una relación cuantitativa desde la distancia del punto al cero, o la longitud de dicho segmento y la longitud del segmento unidad.</p> <p>Interpreta cuántas veces está contenida una fracción en otra, realizando procesos de medición, como una estrategia para el acercamiento a la conceptualización de la equivalencia de fracciones.</p> <p>Reconoce y diferencia las principales características entre simetría, congruencia, semejanza, rotación, traslación, ampliación y reducción de figuras en el plano.</p> <p>Argumenta cuáles atributos de figuras pueden ser medidos mediante la comparación directa con una unidad no convencional.</p> <p>Interpreta la información de las diversas representaciones de datos, en diferentes contextos.</p>		

<p>Simetría, congruencia, semejanza, rotación y traslación.</p> <p>Ubicación de lugares en mapas y descripción de trayectos.</p> <p>Estimación de longitudes, áreas, capacidad, peso, duración de eventos y objetos.</p> <p>Estadística</p> <p>Interpretación de diagramas, pictogramas y gráficos estadísticos.</p> <p>Descripción de variaciones en las características de eventos y objetos.</p>	<p>PROCEDIMENTAL (SABER HACER):</p> <p>Representa gráfica (recta numérica) y simbólicamente en diferentes contextos las fracciones a partir de procesos de medición.</p> <p>Realiza procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y el todo y, por consiguiente, establece la relación cuantitativa entre ambos.</p> <p>Resuelve y formula problemas en los que intervienen las operaciones básicas entre fraccionarios para solucionar situaciones de su entorno social y escolar</p> <p>Utiliza una unidad de medida no convencional y sus variaciones para medir figuras.</p> <p>Realiza diferentes representaciones de datos y las utiliza en los diferentes contextos.</p> <p>ACTITUDINAL (SABER SER):</p> <p>Identifica y respeta las reglas básicas del diálogo, como el uso de la palabra y el respeto por la palabra de la otra persona.</p>
--	--

<p>Tareas propuestas</p> <p>- Ampliando figuras:</p>
--

En esta tarea se le presenta a los estudiantes (puede ser en grupos) una figura, preferiblemente una que sea cuadrilátera para comenzar (cuadrado, rectángulo, rombo, trapecio, paralelogramo), la cual se encuentra dividida en su interior por otras figuras (de igual forma cuadriláteras). La intención es que los alumnos amplíen (dobles, triples...) o reduzcan (mitades, terceras partes...) dicha figura.

Un ejemplo en que se puede realizar esta tarea es que, si cada grupo de trabajo está conformado por tres estudiantes, entonces la figura esté subdividida en tres figuras para que así a cada uno le corresponda realizar dicha ampliación o reducción de una de las figuras internas, para luego de tenerlas todas, unir las y obtener la mayor.

- Midiendo y comparando figuras:

Durante la tarea es necesario que los estudiantes reconozcan la relación que existe entre triángulos y cuadrados, y el significado de “ser un medio de” y “ser un cuarto de”. Se pretende que los estudiantes puedan evidenciar los beneficios que presenta la comparación de superficies, a partir de, por ejemplo, la superposición de figuras, lo anterior se puede llevar a cabo en todos los numerales propuestos, aunque es claro que no es la única forma.

Luego de la realización y posterior comprensión de cómo se puede realizar una medición de una superficie, los estudiantes pueden tener la posibilidad de asociar dichos elementos tanto en otras áreas del conocimiento como en su cotidianidad.

- El juego de las equivalencias:

Pretende acercar a los estudiantes a establecer relaciones operativas entre dos o más números fraccionarios, sin la necesidad que previamente se les brinde la definición y algoritmo de estas relaciones. Dichas relaciones se encuentran en el marco de las fracciones equivalentes, las fracciones homogéneas y la suma de estas últimas.

De esta manera, el juego es el medio por el cual los estudiantes pueden realizar sumas de fracciones homogéneas con la intencionalidad de ganar, pero también que se puedan estos sujetos dar cuenta que dichas sumas se realizan solamente en el numerador de la fracción y que el denominador no se modifica. Cabe hacer la anotación que, a este punto, los niños no conocen la definición formal de fracción (numerador-denominador). De la misma manera, a medida que el juego avanza, el niño podrá observar en las pistas que existen fracciones de distinto denominador que son iguales.

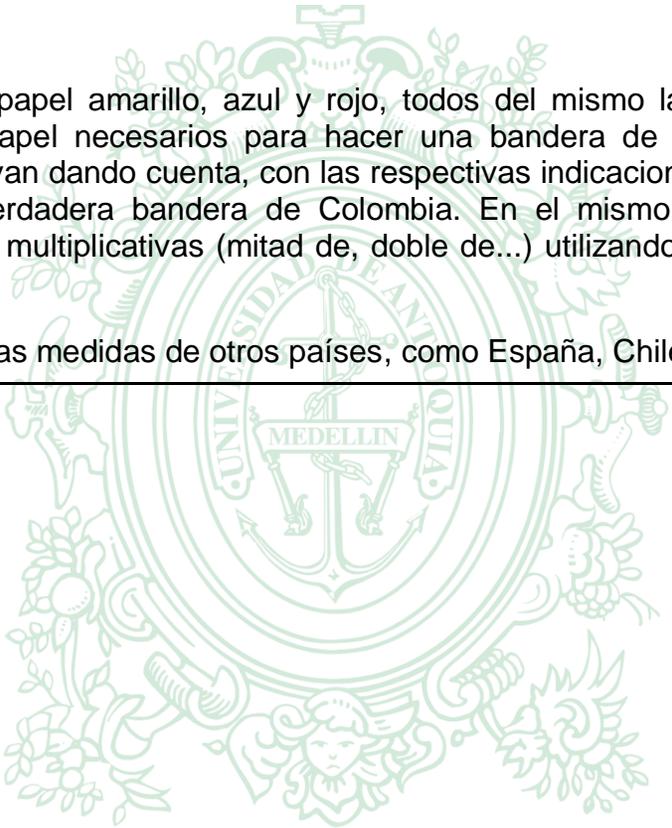
Por último, esta tarea le permitirá al estudiante observar las fracciones como relación parte-todo y como una relación multiplicativa, lo cual, posteriormente en otro tipo de tareas, les permitirá aplicarlos a distintos contextos de la vida cotidiana.

- La bandera de Colombia:

Para esta tarea se utilizan pliegos de papel amarillo, azul y rojo, todos del mismo largo, pero de distintos anchos. La tarea consiste en seleccionar los tipos de papel necesarios para hacer una bandera de Colombia, y realizarla. Es así como, al seleccionar los pliegos, los alumnos se van dando cuenta, con las respectivas indicaciones del docente, que tan parecida o no es la bandera realizada por ellos a la verdadera bandera de Colombia. En el mismo proceso, la intencionalidad es que los estudiantes potencialicen las relaciones multiplicativas (mitad de, doble de...) utilizando números fraccionarios y reconozcan las medidas de nuestro símbolo patrio.

Como complemento, se pueden utilizar las medidas de otros países, como España, Chile, entre otros.

[Regresar a la lectura del documento](#)



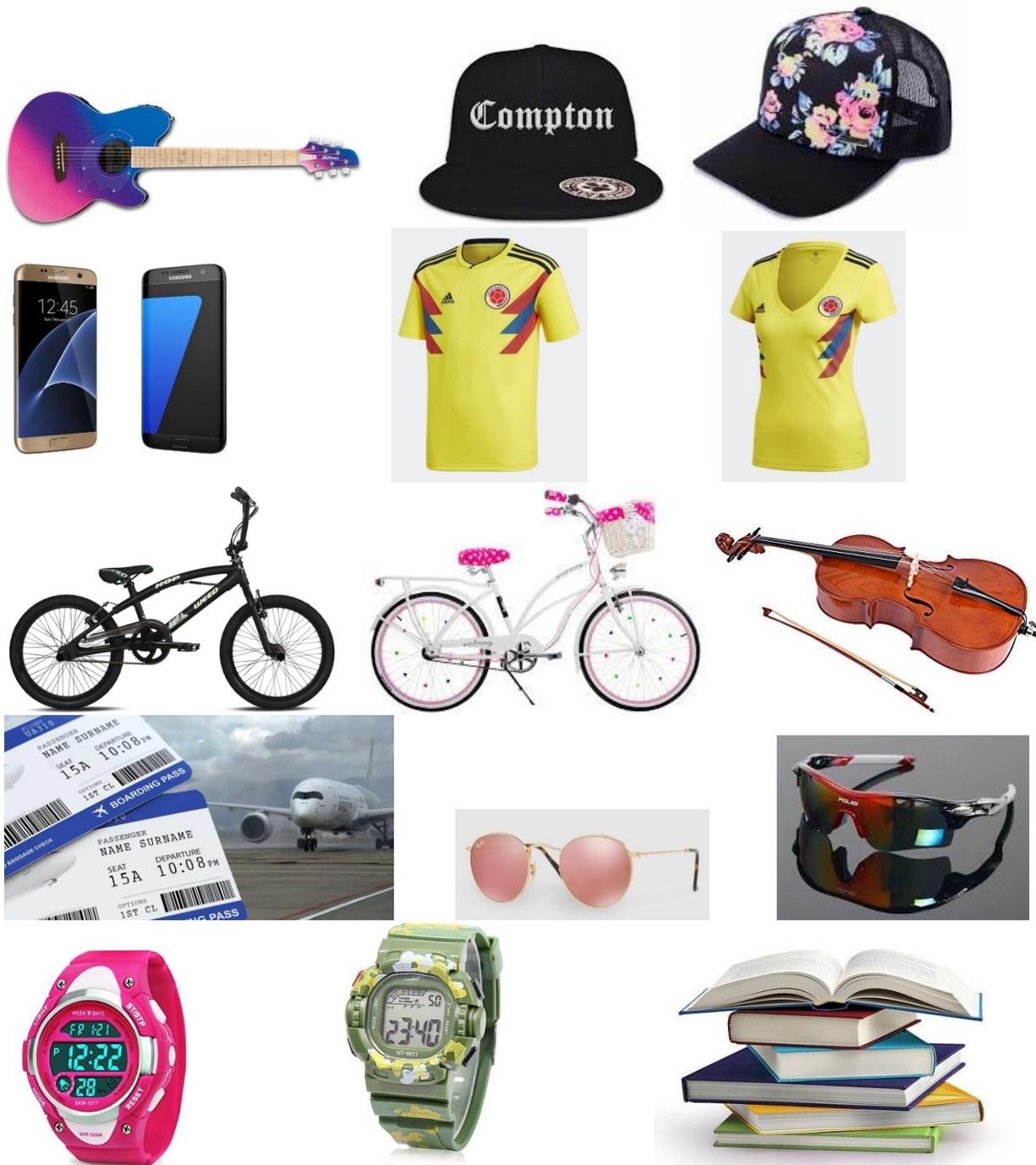
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo 6. La subasta: Artículos para subastar

Debido al conocimiento que se tiene del grupo, se hace una selección previa de algunos artículos que se consideran pueden ser de su interés o cotidianidad.

Entre otras, las categorías en las que se encuentran dichos artículos son: Entretenimiento, deporte, tecnología, actualidad, arte. A continuación, algunos de los artículos seleccionados.



[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 7. La subasta: Hoja de registro

La subasta

Nombre

Grupo

Fecha

Materiales:

- Billetes didácticos.
- Hoja de registro.
- Hoja de letra de cambio.
- Imágenes de los artículos a subastar (pueden estar proyectados en el video beam, utilizar carteleras, entre otras alternativas).

¿Qué hacer?

- El trabajo se realiza de forma individual.
- Cada estudiante debe tener la misma cantidad de dinero.
- Las ofertas deben hacerse de acuerdo con la cantidad de dinero que cada estudiante tiene.
- Cada estudiante tiene que comprar mínimo tres artículos de los ofertados durante la subasta.
- No se realizan devoluciones de dinero luego de adquirido un producto.
- Se debe respetar la palabra del moderador, y solo ofertar si el moderador le da la palabra.
- El estudiante es el encargado de contar el dinero y diligenciar la respectiva letra de cambio del artículo que adquiera.

Tabla Registro

Artículo comprado	¿Cuánto dinero tengo?	¿Cuánto me costó el artículo?	¿Cuánto dinero me queda?
	1	8 0 3	

Después de terminada la subasta, responder:

1. ¿Cuánto dinero gasté en total?
2. ¿Cuál artículo me costó mayor cantidad de dinero? ¿Cuál artículo me costó menos?
3. ¿Con cuánto dinero me quedé?

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 8. La subasta: Letra de cambio

Acabas de
comprar:

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 9. El juego de bolos: Tabla Convención de puntos

Por derribar un bolo con tapa de color obtienes	2 puntos
Por derribar un bolo sin tapa obtienes	4 puntos
Por derribar un bolo con cinta obtienes	8 puntos

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 10. El juego de bolos: Hoja de registro

Juego de bolos

Nombre:

Grado:

Fecha:

Jugadores: 4

Materiales:

- Diez envases plásticos (en lo posible de igual tamaño).
- Una pelota que no exceda en tamaño a los envases.
- Hoja de convención de puntos.

Reglas del juego

- La decisión de quien comienza el juego la tendrá los integrantes del equipo. En el caso que no haya un acuerdo, será el docente el que decida.
- Cada jugador debe realizar un lanzamiento por ronda.
- Cada jugador debe cumplir con cuatro rondas, por lo tanto, debe realizar cuatro lanzamientos.
- Cada jugador debe respetar el turno correspondiente.
- El estudiante debe respetar la convención de puntos establecida previamente.
- El bolo que sea derribado por algún factor externo al lanzamiento de la pelota, no cuenta como válido.
- Gana el juego quien, finalizadas las tres rondas, haya totalizado mayor cantidad de puntos.

¿Qué hacer?

La siguiente hoja de registro se diligencia de manera individual a medida que el juego avanza.

Hojas de registro del Juego de bolos

# de ronda	# de bolos con tapa de color derribados	# de puntos obtenidos	# de bolos sin tapa derribados	# de puntos obtenidos	# de bolos con cinta derribados	# de puntos obtenidos	# de puntos totales por ronda
Primera							
Segunda							
Tercera							
Cuarta							
Totales							

Responder las siguientes preguntas, después de haber jugado y diligenciado la hoja de registro:

1. ¿Cuántos bolos de tapa de color derribaste en total y cuántos puntos obtuviste por derribarlos todos?

2. ¿Cuántos bolos sin tapa derribaste en total y cuántos puntos obtuviste por derribarlos todos?
3. Si hubieras derribado 25 bolos de tapa de color, ¿cuántos puntos obtendrás?
4. Si hubieras derribado 18 bolos con cinta, ¿cuántos puntos obtendrás?
5. En un juego, pasadas 3 rondas has derribado 8 bolos de tapa de color, 4 bolos sin tapa y 7 bolos con cinta, ¿cuántos puntos en total tienes?

[Regresar a la lectura del documento](#)



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo 12. El juego de bolos: Hoja de registro parcialmente diligenciada

Juego de bolos

Nombre:

Grado:

Fecha:

Cantidad de estudiantes: Individual

Materiales:

- Lápiz, borrador, sacapuntas.
- Hoja de convención de puntos.

¿Qué hacer?

Se tiene la siguiente hoja de registro parcialmente diligenciada de un jugador. Lo que debes hacer, es diligenciar los espacios que se encuentran en blanco, con valores que den cuenta de la cantidad de bolos derribados y los puntos obtenidos por este jugador. Debes tener presente las condiciones establecidas en la hoja de conversión de puntos y también que en total son 10 los bolos a derribar (4 sin tapa, 3 con tapa y 3 con cinta).

Hoja de registro parcialmente diligenciada

# de ronda	# de bolos con tapa de color derribados	# de puntos obtenidos	# de bolos sin tapa derribados	# de puntos obtenidos	# de bolos con cinta derribados	# de puntos obtenidos	# de puntos totales por ronda
Primera		8	1				18
Segunda	3			6	2		
Tercera	0		4			24	
Cuarta							24
Totales							

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 13. Tiro al blanco: Hoja de registro

Tiro al blanco

Nombre:

Grado:

Fecha:

Número de jugadores: 4

Materiales:

- Seis tapas de gaseosa rellenas de plastilina.
- Un tablero de tiro al blanco marcado con los valores 5, 15, 20 y 30 (de la casilla más externa a la más interna respectivamente).

Reglas del juego

- La decisión de quien comienza el juego la tendrá los integrantes del equipo. En el caso que no haya un acuerdo, será el docente el que decida.
- Cada jugador debe realizar los lanzamientos de las seis fichas por ronda.
- Cada jugador debe cumplir con cuatro rondas.
- Cada jugador debe respetar el turno correspondiente.
- Si, al realizarse un lanzamiento, una ficha cae en medio de dos valores, el valor otorgado será aquel donde la ficha ocupe más espacio. Si ocupa igual espacio, deberá lanzarla de nuevo.
- La ficha que caiga por fuera del tablero no cuenta como válida y el jugador que la lanzó no tiene posibilidad de lanzarla de nuevo.
- Gana el juego quien, finalizadas las tres rondas, haya totalizado mayor cantidad de puntos.

¿Qué hacer?

La siguiente hoja de registro se diligencia de manera individual a medida que el juego avanza.

Hoja de registro Tiro al blanco

Número de turnos	Número de aciertos en 5	Número de aciertos en 15	Número de aciertos en 20	Número de aciertos en 30	Puntaje total
Turno 1					
Turno 2					
Turno 3					

Responde las siguientes preguntas, luego de haber diligenciado la tabla anterior:

1. ¿Cuántos aciertos obtuviste en el segundo turno en la casilla de 15 puntos?
2. ¿Cuántos puntos obtuviste en el tercer turno por acertar en la casilla de 20 puntos?
3. ¿Cuántos puntos demás obtuviste por acertar en la casilla de 20 puntos que en la casilla de 5 puntos?

4. ¿Cuál fue el total de aciertos obtenidos en el segundo turno? ¿cuál fue el total de puntos obtenidos en el segundo turno?
5. ¿Cuántos puntos obtuviste en total después de los tres turnos?
6. ¿Cuál será el máximo puntaje que puede obtener un jugador?

[Regresar a la lectura del documento](#)



Anexo 14. Tiro al blanco: Hoja de registro parcialmente diligenciada

Tiro al blanco

Nombre:

Grupo:

Fecha:

Cantidad de estudiantes: Individual

Materiales:

- Hoja de formato presentada parcialmente diligenciada.
- Lápiz, borrador, sacapuntas.

¿Qué hacer?

La siguiente es la tabla de registro de un jugador, pero olvidó anotar lo sucedido en algunos turnos. ¿Cuáles crees que sean los valores que faltan?

Nota: Recuerda que cada círculo del tiro al blanco tiene los valores: 30, 20, 15 y 5 respectivamente. También recuerda que la cantidad de aciertos máximos por turno es de seis, debido a que son seis las tapas que se utilizan para lanzar al blanco.

Número de turno	Número de aciertos en 5	Número de aciertos en 15	Número de aciertos en 20	Número de aciertos en 30	Puntaje total
Turno 1	2	1	3	0	
Turno 2	2			1	
Turno 3			2		85
Turno 4					120
Turno 5		4			90
TOTALES					

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 15. Midiendo y comparando medidas: Guía de figuras para medir

Midiendo y comparando medidas

Nombre:

Grupo:

Fecha:

Materiales:

- Hoja con figuras para medir
- Lápiz
- Borrador

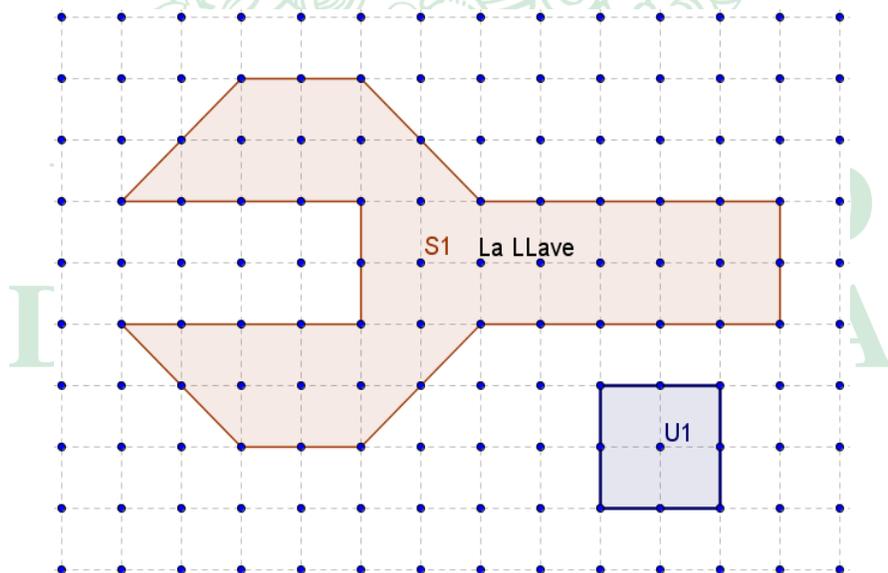
¿Qué hacer?

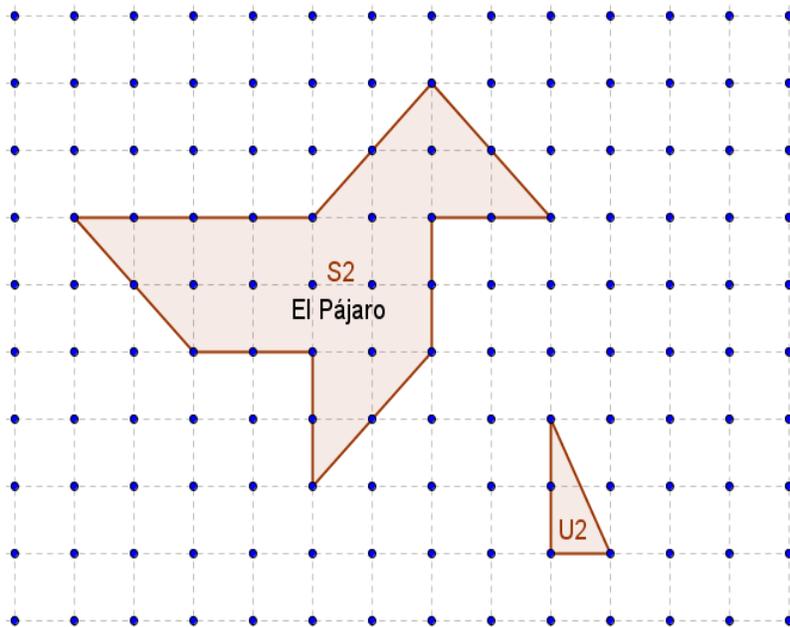
- El trabajo se realiza de forma individual
- Cada estudiante responde a las preguntas propuestas respetando las peticiones respectivas de cada pregunta.
- El método o estrategia para medir las figuras lo elige cada estudiante.

Preguntas:

- 1) Mida la superficie S1 (la llave), utilizando el cuadrado U1 como unidad de medida.
- 2) Mida la superficie S2 (el pájaro), utilizando triángulo U2 como unidad de medida.
- 3) Compara las unidades U1 y U2: ¿Cuánto mide U1, usando U2 como unidad de medida?
- 4) De acuerdo con la comparación anterior. Si se midiera S1, utilizando U2 como unidad de medida, ¿cuál sería el resultado?
- 5) Si se midiera S2, utilizando U1, como unidad de medida, ¿cuál sería el resultado?

Guía de figuras para medir





[Regresar a la lectura del documento](#)



Anexo 16. El juego de las equivalencias: Hoja de registro (medios, cuartos y octavos)

El juego de las equivalencias

Nombre:

Grado:

Fecha:

Número de jugadores: 4

Materiales:

- Tablero de El juego de las equivalencias con pistas de medios, cuartos y octavos.
- 3 fichas de un sólo color para cada jugador.
- Un par de dados: uno de ellos será un dado que tiene en sus caras las palabras o los números: UNO (1), DOS (2), TRES (3), CUATRO (4), CINCO (5) y SEIS (6). Mientras que el otro viene dado por las palabras: MEDIOS, TERCIOS, CUARTOS, SEXTOS, OCTAVOS y NOVENOS.

¿Qué hacer?

- Cada jugador toma las tres fichas y las coloca en el punto de partida de las respectivas pistas.
- Inicia el juego quien, al lanzar los dados, obtenga la mayor cantidad.
- Tiran los dados por turno y avanzan de acuerdo con la cantidad marcada en ellos.
- Gana el primer jugador que lleve todas las fichas hasta el final.
- A medida que van jugando, cada jugador registra en la siguiente tabla de registro las jugadas que realiza.

Tabla de registro

Cantidad marcada por los dados	Posición inicial	Cantidad por recorrer	Posición final	Cálculos realizados

[Regresar a la lectura del documento](#)

Anexo 17. El juego de las equivalencias: Hoja de registro (tercios, sextos y novenos)

El juego de las equivalencias

Nombre:

Grado:

Fecha:

Número de jugadores: 4

Materiales:

- Tablero de El juego de las equivalencias con pistas de tercios, sextos y novenos.
- 3 fichas de un sólo color para cada jugador.
- Un par de dados: uno de ellos será un dado que tiene en sus caras las palabras o los números: UNO (1), DOS (2), TRES (3), CUATRO (4), CINCO (5) y SEIS (6). Mientras que el otro viene dado por las palabras: MEDIOS, TERCIOS, CUARTOS, SEXTOS, OCTAVOS y NOVENOS.

¿Qué hacer?

- Cada jugador toma las tres fichas y las coloca en el punto de partida de las respectivas pistas.
- Inicia el juego quien, al lanzar los dados, obtenga la mayor cantidad.
- Tiran los dados por turno y avanzan de acuerdo con la cantidad marcada en ellos.
- Gana el primer jugador que lleve todas las fichas hasta el final.
- A medida que van jugando, cada jugador registra en la siguiente tabla de registro las jugadas que realiza.

Tabla de registro

Cantidad marcada por los dados	Posición inicial	Cantidad por recorrer	Posición final	Cálculos realizados

[Regresar a la lectura del documento](#)

1 8 0 3