



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**FORMULAR PROBLEMAS: UNA ACTIVIDAD DE LOS ESTUDIANTES PARA
DESARROLLAR SUS CAPACIDADES EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS
MATEMÁTICOS**

Flor Marina Pachón Rodríguez

Asesor:

Dr. Gilberto Obando Zapata

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Maestría en Educación

Medellín, Colombia

2021

Formular problemas: una actividad de los estudiantes para mejorar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos.

Flor Marina Pachón Rodríguez

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Educación

Asesor

Gilberto Obando Zapata

Doctor en Educación

Línea de investigación, Educación Matemática.

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín, Colombia

2021

Cita	(Pachón Rodríguez, 2021)
Referencia	Pachón Rodríguez F. M. (2021). <i>Formular problemas: una actividad de los estudiantes para mejorar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos</i> . [Tesis de maestría]. Universidad de Antioquia, Medellín Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Maestría en Educación, Cohorte III.

Grupo de Investigación Formación e Investigación en Educación Matemática (MATHEMA).



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda.

Decano: Wilson Antonio Bolívar Buriticá.

Jefe departamento: Mauricio Múnera Gómez.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

*A mi familia,
Mi esposo, mi hijo
Mis estudiantes*

Agradecimientos

Tras la culminación de este trabajo expreso mi gratitud a Dios, quien me fortaleció y dio luces en los momentos más difíciles.

A mi esposo, pues gracias a su comprensión y apoyo pude continuar y concluir con mi formación.

A mi hijo que viene en camino y quien fuese mi motivación para crecer profesionalmente.

A los docentes y directivos de la Institución Educativa El Hato, sede la Anocosca. Especialmente, los estudiantes del grado cuarto, pues su curiosidad, energía, alegría y vitalidad me inspiraron para dar lo mejor, tal como ellos diariamente lo hacen.

A la Universidad de Antioquia, docentes y compañeros de la Maestría en Educación, ya que brindaron lo mejor de sí mismos en pro del mejoramiento de la educación.

Al asesor, Gilberto Obando Zapata, pues su valioso acompañamiento y cercanía permitió la construcción de este proceso de formación y cualificación como maestra.

A la Gobernación de Antioquia, pues su apoyo para los docentes favorecerá la calidad y fomentará en las nuevas generaciones, docentes más capacitados que brinden lo mejor.

A cada una de las personas, que quizás no he nombrado anteriormente, pero que fueron vitales para el logro de este ciclo de formación.

Tabla de contenido

Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Tabla de contenido	vi
Lista de figuras	viii
Resumen	xi
Introducción.	1
CAPÍTULO 1:	3
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.1. Justificación y planteamiento del problema	3
1.1.2. Práctica docente en el aula de matemáticas.	3
1.1.3. Pruebas saber y resultados de la institución.....	6
1.1.4. Una mirada a los documentos oficiales.....	10
1.1.5. Lo que dicen algunas investigaciones	16
1.1.6 Contribuciones de la formulación de problemas en la actividad matemática.	17
1.1.7. Formulación del problema de investigación.	18
1.2. Objetivos.....	19
Objetivo general	19
Objetivos específicos	19
CAPÍTULO 2:	20
MARCO TEÓRICO	20
2.1. Problema matemático.....	20
2.1.1. Problemas con estructura aditiva.....	22
Categoría de cambio.....	22
Categoría de combinación.....	22

Categoría de comparación.....	23
Categorías de igualación.	23
2.1.2. Problemas con estructura multiplicativa.	24
2.1.2.1. Isomorfismo de medida.	24
2.2. Formular problemas.	26
2.3. Concepto de Capacidad.....	28
2.4. Capacidades matemáticas.....	29
2.4.1. La comunicación.	30
2.4.2. La matematización.	32
2.4.3. La representación.	33
2.4.4. El uso de un lenguaje simbólico, formal y técnico y de operaciones.....	34
CAPÍTULO 3:	35
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	35
3.1. Fundamentos metodológicos.	35
3.2. Tipo de investigación.....	36
3.3. Consideraciones generales sobre la institución y los participantes	37
3.4. Técnicas de investigación y fuentes documentales.....	37
3.5. Unidades de análisis y proceso de codificación.....	38
3.6. Descripción general de las tareas.	39
3.7. Compromiso de la investigadora.	45
3.8. Consideraciones éticas.	46
CAPITULO 4:	47
ANÁLISIS DE RESULTADOS	47
4.1 Concepciones de problema matemático.....	47
4.2 Tipos de problemas propuestos.....	60

4.3	Comunicación	65
4.4	Matematización.....	76
4.5	Representación.....	85
4.6	Uso del lenguaje formal y de operaciones	89
CONCLUSIONES		95
REFERENCIAS.....		104
ANEXOS		111
1.	Prueba diagnostica.....	111
2.	Tarea 1	113
3.	Tarea 2	124
4.	Tarea 3	137
5.	Consentimientos informados.....	147

Lista de figuras

<i>Figura 1.</i>	Problema resuelto por estudiante de 4°	4
<i>Figura 2.</i>	Problema resuelto por estudiante de 5°	5
<i>Figura 3.</i>	Problema resuelto por estudiantes de grado 4°	5
<i>Figura 4.</i>	Desempeño grado 3° en Pruebas Saber años 2015-2016-2017.	9
<i>Figura 5.</i>	Desempeño 5° en pruebas saber años 2015-2016-2017.	9
<i>Figura 7.</i>	Elementos de la comunicación.....	31
<i>Figura 10.</i>	Esquema del proceso de matematización	33
<i>Figura 11.</i>	Tipos de sistemas de representación.....	34
<i>Figura 12.</i>	Desarrollo de la tarea 1- sesión 1: formulación de cuentos y formulación de problemas.	40
<i>Figura 13.</i>	Desarrollo de la tarea 1- sesión 2: Solución de problemas.	40
<i>Figura 14.</i>	Desarrollo de la tarea 1- sesión 3: Exposición de problemas	41

<i>Figura 15.</i> Desarrollo de la tarea 2- sesión 1: Diseño de cuestionario	41
<i>Figura 16.</i> Desarrollo de la tarea 2- sesión 2: Visita a la granja.....	42
<i>Figura 17.</i> Desarrollo de la tarea 2- sesión 3: Experimento	43
<i>Figura 18.</i> Desarrollo de la tarea 2- sesión 4: Cierre.....	44
<i>Figura 19.</i> Desarrollo de la tarea 3- sesión 1: Lectura de la infografía	45
<i>Figura 20.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	47
<i>Figura 21.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2	48
<i>Figura 22.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	48
<i>Figura 23.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2	49
<i>Figura 24.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	49
<i>Figura 25.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	52
<i>Figura 26.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	52
<i>Figura 27.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3	55
<i>Figura 28.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3	56
<i>Figura 29.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	57
<i>Figura 30.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1	58
<i>Figura 31.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	61
<i>Figura 32.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	61
<i>Figura 33.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1	61
<i>Figura 34.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2	62
<i>Figura 35.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	63
<i>Figura 36.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	63
<i>Figura 37.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	64
<i>Figura 38.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	71
<i>Figura 39.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	72
<i>Figura 40.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 3	77
<i>Figura 41.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 3	78
<i>Figura 42.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 3	79
<i>Figura 43.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	79
<i>Figura 44.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	80
<i>Figura 45.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3	82

<i>Figura 46.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1	83
<i>Figura 47.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2	83
<i>Figura 48.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	84
<i>Figura 49.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 4	85
<i>Figura 50.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	86
<i>Figura 51.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	86
<i>Figura 52.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	86
<i>Figura 53.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	87
<i>Figura 54.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	87
<i>Figura 55.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	88
<i>Figura 56.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2	88
<i>Figura 57.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1	89
<i>Figura 58.</i> Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2	91
<i>Figura 59.</i> Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4	94
<i>Figura 60.</i> Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1	94
<i>Figura 61.</i> Mapa mental, capacidades matematicas.	98

Lista de tablas.

<i>Tabla 1.</i> Matriz de referencia	8
<i>Tabla 2.</i> Planteamiento de los DBA en resolución de problemas.....	16
<i>Tabla 3.</i> Características de los ejercicios y problemas. (Fuente: Echenique 2006).....	21
<i>Tabla 4.</i> Ejemplo de matriz de codificación.	39

Resumen

El propósito de esta investigación es analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos en estudiantes de la Institución Educativa Rural El Hato. Este propósito responde a una necesidad basada en las principales dificultades que tienen los estudiantes para resolver problemas matemáticos. Esta dificultad se manifiesta en que los estudiantes no entienden los problemas que tienen que resolver, los cuales son propuestos por el maestro o están ya formulados en libros de texto.

A partir de un desarrollo metodológico orientado por el diseño de Investigación Acción, se logró caracterizar el desarrollo de las capacidades de los estudiantes al formular problemas matemáticos y examinar las relaciones entre la formulación de problemas y el desarrollo de capacidades para solucionar problemas matemáticos.

Los resultados muestran que en la actividad de formular problemas se desarrollan capacidades de la solución de problemas (comunicar, matematizar, representar y el uso del lenguaje formal y de operaciones) a partir de las interacciones, el trabajo grupal y el trabajo contextualizado al entorno cercano de los estudiantes.

La formulación y solución de problemas está estrechamente ligado porque alrededor de la actividad de formular un problema, los estudiantes comunican, razonan, argumentan, proponen, y usan un lenguaje propio de las matemáticas, con el fin de no solo formular un buen problema sino también de solucionarlo. En este proceso, las capacidades se usan para definir o identificar cantidades, acciones y relaciones sobre las mismas y en general matematizar el problema que será formulado y finalmente solucionado.

Palabras clave: Formulación de problemas, solución de problemas y capacidades en la solución de problemas.

Abstract.

This research aims to analyze the contributions of problem-posing to the development of students' capacities in solving mathematical problems in students of the El Hato Rural Field Educational Institution. This purpose responds to a need based on the main difficulties students have in solving math problems. This difficulty is manifested in that students do not understand the problems they have to solve, which are proposed by the teacher or are already formulated in textbooks. From a methodological development oriented by the design of Research Action, it was possible to characterize students' abilities by formulating mathematical problems and examining the relationships between problem posing and the development of capacities to solve mathematical problems. The results show that problem-posing activity develops problem-solving capabilities (communicating, mathematizing, representing, and using formal language and operations) from interactions, group work, and contextualized work to the student environment. The formulation and solution of problems are closely linked because around the activity of formulating a problem, students communicate, reason, argue, propose, and use a language typical of mathematics to formulate a good problem and solve it. In this process, capabilities are used to define or identify quantities, actions, and relationships about them and generally to math down the problem formulated and finally solved.

Keywords: problem-posing, problem-solving, and problem-solving capabilities.

Introducción.

Las investigaciones en la solución de problemas han tenido varios enfoques. En estas investigaciones se ha indagado cómo los estudiantes solucionan problemas, por las estrategias, errores y dificultades en la solución de problemas, entre otros. En los últimos años se ha venido investigando sobre la formulación de problemas y las ventajas que trae a la actividad matemática de los estudiantes. Las investigaciones en este campo son relativamente nuevas y han dejado líneas abiertas de investigación, como por ejemplo la relación entre formular y solucionar problemas, y las capacidades que se desarrollan en los estudiantes al formular problemas matemáticos.

Esta investigación surge a partir de los planteamientos anteriores, al igual que de la práctica docente y del conocimiento empírico relacionado con la baja capacidad de los estudiantes de la Institución Educativa Rural el Hato para solucionar problemas. Así se propuso como objetivo general analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos.

El documento se estructura cuatro capítulos principales. Un primer capítulo en el que se hace el planteamiento del problema, a partir de cuatro ejes fundamentales; la práctica docente, los resultados de las Pruebas Saber de la institución, los documentos orientadores nacionales y las investigaciones sobre la solución y formulación de problemas.

En el segundo capítulo se encuentran los planteamientos teóricos de la investigación en el que se presentan los conceptos y teorías que fundamentan la investigación y que permitieron trazar una ruta para el análisis de la información y los hallazgos. Los conceptos que se desarrollan en este capítulo están relacionados con la formulación y solución de problemas matemáticos, además de las capacidades de los estudiantes para solucionar problemas.

El tercer capítulo da cuenta del proceso investigativo que se llevó a cabo. En él se describe la metodología, el enfoque, las consideraciones generales del estudio, el enfoque y técnicas de investigación, unidades de análisis, la descripción general de las tareas, compromisos de los investigadores y las consideraciones éticas.

En el cuarto capítulo se desarrolla el análisis de resultados. Allí se presentan los hallazgos a partir la concepción de los estudiantes sobre problema matemático, los tipos de problemas que

formulan y cinco capacidades en la solución de problemas: Comunicación, matematización, representación y uso del lenguaje formal y de operaciones.

Finalmente, se presentan las conclusiones que apuntan a dar respuesta a los objetivos de la investigación. En él se recopilan todas las sugerencias y posibles líneas de investigación en el tema. En general se concluye que la formulación y solución de problemas mantiene una estrecha relación partir las capacidades que los estudiantes aplican para formular problemas y las que usan para su solución. No es recomendable que se estudien por separado estos dos conceptos como si estuvieran desligados uno del otro, debido a que la formulación de los problemas permite a los estudiantes identificar y definir elementos de los problemas matemáticos que son fundamentales para la matematización y posterior solución.

CAPÍTULO 1:

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Justificación y planteamiento del problema

El problema se justifica desde cuatro fuentes de análisis: la primera a partir de la práctica docente, en la que las vivencias diarias en el aula dejan ver las dificultades que tiene los estudiantes para solucionar problemas. La segunda son los resultados de los estudiantes en las Pruebas Saber en el área de matemáticas de los últimos tres años y la lectura que se hace de dichos resultados en la que se relacionan con la solución de problemas. La tercera son los documentos oficiales del currículo en matemáticas colombiano, en los cuales se propone que la solución de problemas se fundamente en la creación de situaciones cercanas a los estudiantes y que haya una constante interacción entre formular y solucionar problemas matemáticos. Finalmente, las investigaciones que se han desarrollado sobre el tema de formular problemas y su relación con la solución de problemas matemáticos.

1.1.2. Práctica docente en el aula de matemáticas.

La experiencia como docente de matemáticas de diferentes grados, me ha permitido identificar dificultades de los estudiantes para solucionar problemas matemáticos. Los estudiantes en su gran mayoría esperan que el docente sea quien proponga los problemas y además sea quien les guíe en el proceso de solución.

Para los estudiantes es común tratar de solucionar problemas formulados por otros, ya sean propuestos por el profesor, tomados de libros de texto o internet, pero es poco usual que sean ellos quienes formulen sus propios problemas para luego solucionarlos.

Lo que se ha identificado en las actuaciones de los estudiantes coincide con los aspectos que se han documentado en la literatura especializada. Las principales dificultades que se presentan en la solución de problemas son la falta de comprensión del texto, no saber el significado de las palabras, no comprender globalmente el texto, errores en operaciones, algoritmos y técnicas, falta de conocimientos de los procesos, de los razonamientos, entre otras (Socas, Hernández y Palarea, 2014).

Socas et al., (2014) expresan que:

Los estudiantes utilizan como estrategia general, la tendencia a operar con los datos del problema, sin mostrar una clara comprensión del mismo y sin

identificar las relaciones operacionales, conceptuales o procesuales que se dan, aportan muchas veces soluciones que no son correctas para las condiciones del problema, lo que evidencia, además de una carencia de estrategias cognitivas, una falta de pensamiento crítico. (p.146)

En busca de identificar elementos específicos de las dificultades de los estudiantes de la institución El Hato Sede La Anocosca, en la solución de problemas, se planteó una tarea preliminar para los grados 3°, 4° y 5 (Anexo A). En ella se presentaron a los estudiantes diversos problemas, desde la perspectiva de la categorización propuesta por Barmby, Thompson y Bolden (2014):

- Problemas verbales de uno o múltiples pasos.
- Encontrar todas las posibilidades.
- Puzzles de lógica.
- La búsqueda de reglas y descripción de los patrones.
- Diagramas y acertijos visuales.

En el desarrollo de la tarea y los procesos registrados por parte de los estudiantes en su hoja de trabajo se encontraron varios procesos en los que se percibe algunas de sus dificultades para solucionar problemas.

A continuación se presentan algunos registros del desarrollo de la tarea propuesta a los estudiantes, ver (Figura 1 y Figura 2).

<p>1. Rosa durante un día de trabajo recolecta 67 kilos de café, Daniel recolecta 35 kilos más que rosa, ¿cuántos kilos de café recolecta Daniel en un día de trabajo?</p>	
<p>Procedimiento:</p> $\begin{array}{r} 67x \\ 35 \\ \hline 335 \\ 2027 \\ \hline 2355 \end{array}$	<p>Explicación</p> <p>no entendí el problema así</p>

Figura 1. Problema resuelto por estudiante de 4°

1. Rosa durante un día de trabajo recolecta 67 kilos de café, Daniel recolecta 35 kilos más que Rosa, ¿cuántos kilos de café recolecta Daniel en un día de trabajo?

Procedimiento:	$\begin{array}{r} 35 \overline{) 67} \\ \underline{05} \\ 12 \\ \underline{10} \\ 20 \\ \underline{15} \\ 5 \end{array}$	Explicación Daniel recolecta en un día de trabajo 35 Kl.
----------------	--	--

Figura 2. Problema resuelto por estudiante de 5°

2. En el hotel donde están de vacaciones mis abuelos hay 73 mesas en el comedor y 34 en el jardín. Para cada una de las mesas hay 8 sillas. ¿Cuántas sillas tienen en total?

Procedimiento:	$\begin{array}{r} 73 \\ 34 \\ \hline 107 \end{array}$	Explicación en total tienen 107 sillas
----------------	---	--

Figura 3. Problema resuelto por estudiantes de grado 4°

En los problemas de la Figura 1 y Figura 2 se esperaba que los estudiantes eligieran hacer una suma por la expresión “más que” usada en el enunciado del problema. Pero, como se puede observar, eligen hacer cualquier operación independientemente de si esta sirve o no para llegar a la solución. Por otra parte, en la Figura 3 operan con los datos que ofrece el problema, pero no tienen en cuenta que hay dos variables, mesas y sillas, que no se pueden sumar como si fueran cantidades de la misma naturaleza.

Se puede ver entonces que:

- Los estudiantes realizan operaciones con los datos del enunciado, sin tener en cuenta que la operación seleccionada para realizar con dichos datos pueda corresponder a la estructura del problema.
- Así mismo, presentan dificultades para transformar el enunciado del problema en forma verbal a una forma matemática, no reconocen las acciones y relaciones entre las cantidades involucradas en la situación.
- La forma en la que comunican sus resultados es limitada, no se evidencia una explicación o justificación del porqué de los resultados.
- Los estudiantes no hacen uso de tablas, gráficos o dibujos en el proceso de representación y solución del problema, sin embargo, si hacen uso de símbolos matemáticos.

1.1.3. Pruebas saber y resultados de la institución.

Las pruebas Saber son pruebas nacionales estandarizadas que se aplican anualmente a todos los estudiantes de los grados 3°, 5° y 9°. La Prueba evalúa matemáticas, lenguaje, ciencias naturales y competencias ciudadanas. Su objetivo es evaluar la educación básica primaria y básica secundaria.¹

Según lo establece la guía para la lectura e interpretación de resultados Pruebas Saber (ICFES, 2011), en la Prueba se toma en cuenta las significaciones que el estudiante ha logrado construir y que pone en evidencia cuando se enfrenta con diferentes situaciones problema. En ella se evalúa el significado de los conceptos matemáticos y la práctica significativa. Esta última se relaciona con la matematización que le exige al estudiante “simbolizar, formular, cuantificar, validar, esquematizar, representar, generalizar, entre otros. Estas actividades le permitirán desarrollar descripciones matemáticas, explicaciones o construcciones” (p.12).

En la matriz de referencia y en la guía de lineamientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN)², para las aplicaciones muestral y censal de las pruebas Saber (ICFES, 2016), se establece lo que cada estudiante debe alcanzar para cada uno de los cuatro niveles de desempeño establecidos³.

¹ Para ampliar información puede consultar en <https://www.icfes.gov.co/>

² Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN)

³ Los niveles de desempeño propuestos por el ICFES son:

Insuficiente: no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.

Mínimo: supera las preguntas de menor complejidad de la prueba.

Sobresaliente: Nivel esperado de la Prueba, muestra un desarrollo adecuado de competencias.

Avanzado: Muestra un desarrollo de competencias evaluadas.

Tercer grado	
Nivel	<i>En formulación y solución de problemas, el estudiante:</i>
Insuficiente	No supera las preguntas de menor complejidad de la Prueba
Mínimo	<ul style="list-style-type: none"> ○ Resuelve problemas aditivos rutinarios que requieren una sola operación. ○ Resuelve problemas de comparación a partir de la representación de datos y su frecuencia en una observación. ○ Soluciona problemas de composición y descomposición de figuras planas utilizando propiedades geométricas.
Satisfactorio	<ul style="list-style-type: none"> ○ Resuelve problemas con dos operaciones que requieren el uso de la adición para la composición o transformación. ○ Resuelve problemas de medición de longitud y de superficie, mediante equivalencias entre unidades de medida. ○ Resuelve problemas que requieren análisis de datos presentados en diferentes formas (listas, tablas, gráficos). ○ Soluciona problemas rutinarios que requieren la multiplicación como adición repetida de una misma cantidad. ○ Construye figuras planas a partir de información parcial sobre ellas. ○ Estima la posibilidad de ocurrencia de eventos simples.
Avanzado	<ul style="list-style-type: none"> ○ Interpreta condiciones necesarias para solucionar un problema que requiere estructuras aditivas para la transformación y la comparación. ○ Determina una medida de superficie con un patrón estandarizado. ○ Identifica condiciones necesarias para que un polígono determinado pueda construirse.

Quinto grado	
Nivel	<i>En formulación y solución de problemas, el estudiante:</i>
Insuficiente	No supera las preguntas de menor complejidad de la Prueba
Mínimo	<ul style="list-style-type: none"> ○ Formula y resuelve problemas que involucran situaciones aditivas de combinación, comparación e igualación. ○ Formula y resuelve problemas que involucran situaciones multiplicativas simples. ○ Hace recubrimientos y descompone una superficie para determinar áreas de figuras planas.
Satisfactorio	<ul style="list-style-type: none"> ○ Formula y resuelve situaciones problema correspondiente a la estructura aditiva y multiplicativa de los números naturales. ○ Resuelve problemas que requieren, para su solución, relacionar diferentes formas de representación de datos. ○ Calcula algunas medidas de tendencia central, en conjuntos discretos, para solucionar de problemas. ○ Estima la probabilidad de un evento para resolver problemas en contextos de juego o eventos cotidianos. ○ Usa representaciones geométricas de números figurados.
Avanzado	<ul style="list-style-type: none"> ○ Da significado y utiliza la fracción como operador. ○ Reconoce algunos procedimientos para calcular la medida de atributos de figuras u objetos de acuerdo con las dimensiones iniciales. ○ Enuncia características de un conjunto de datos a partir de algunas medidas de tendencia central.

Tabla 1. Matriz de referencia

Las siguientes gráficas muestran el desempeño de los estudiantes en la Prueba Saber desde el año 2015 hasta el 2017 (antes de iniciar la investigación).

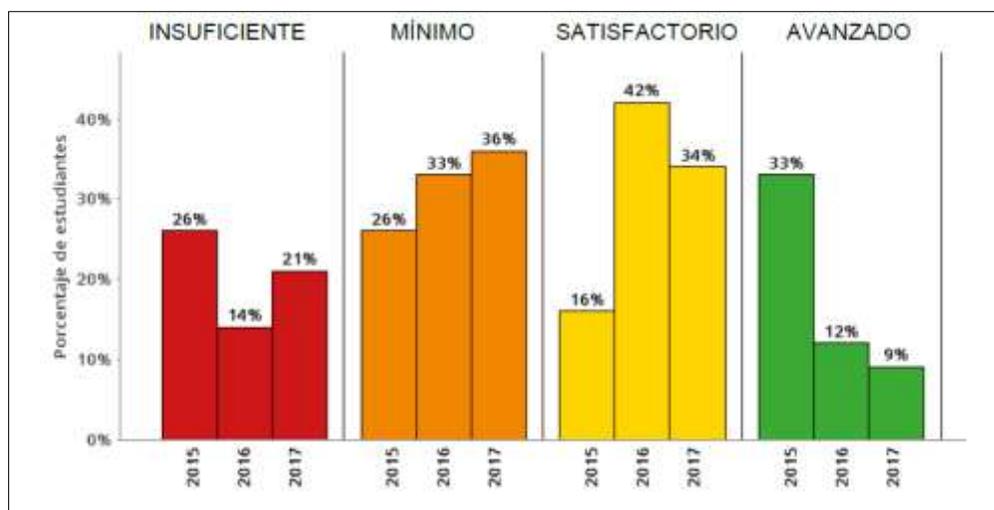


Figura 4. Desempeño grado 3° en Pruebas Saber años 2015-2016-2017.

Fuente: publicación de resultados pruebas Saber (ICFES 2018).

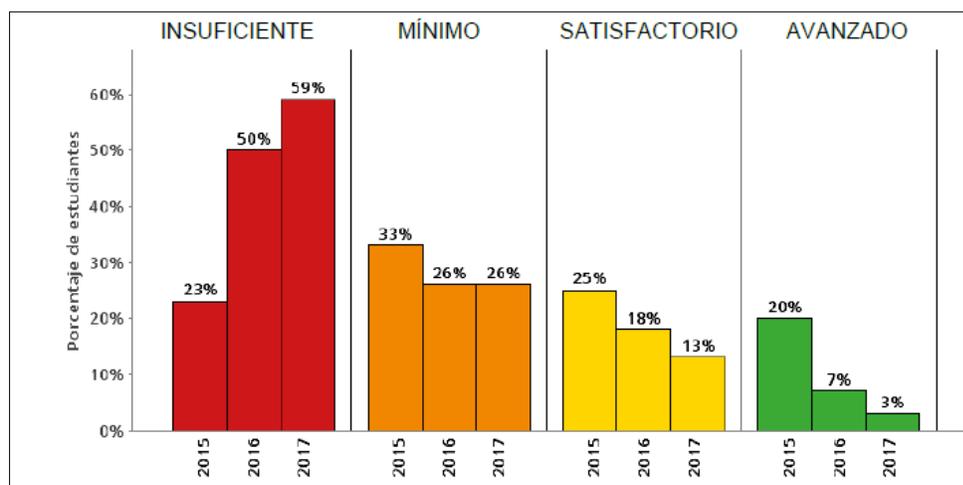


Figura 5. Desempeño 5° en pruebas saber años 2015-2016-2017.

Fuente: publicación de resultados pruebas Saber (ICFES 2018)

Estos resultados muestran que la mayoría de los estudiantes se ubican en insuficiente o mínimo, mientras que un porcentaje bajo de ellos alcanza el nivel satisfactorio o avanzado. Esto implica que, con respecto al planteamiento y solución de problemas, los niños de grado 3° en un amplio porcentaje resuelven problemas aditivos rutinarios que requieren una sola operación. Mientras que los de grado 5°, en su mayoría, no alcanzan a superar las preguntas de menor

complejidad de la prueba, y un bajo porcentaje resuelve problemas que involucran situaciones aditivas de combinación, comparación e igualación, resuelve problemas que involucran situaciones multiplicativas simples. Es entonces que los resultados de la prueba en el área de matemáticas muestran que los estudiantes de la institución tienen dificultades para solucionar problemas matemáticos, algo que ya se había evidenciado en la práctica educativa.

1.1.4. Una mirada a los documentos oficiales.

La solución de problemas ha sido el centro fundamental de las matemáticas, y en esto coinciden: Blanco, Cárdena y Caballero, (2015); Santos (2008); Sigarreta et al., (2006) y (A. Schoenfeld, 1992) entre otros, quienes ponen de manifiesto la solución de problemas como un factor indispensable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La solución de problemas también es un componente importante en los documentos oficiales del Ministerio de Educación Colombiano (MEN); Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (EBC) MEN (2006) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (LC) MEN (1998). Al igual que en los documentos de orientación curricular; Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) del MEN (2016) y la Mallas de Aprendizaje del (MEN (2017) que han incluido la solución y formulación de problemas como un proceso clave en la Educación Matemática.

El MEN (1998) en los LC de Matemáticas proyecta la solución de problemas como un proceso general en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, conectados con el contexto (situaciones problemáticas de la vida diaria, de las mismas matemáticas y de otras ciencias) y los conocimientos matemáticos básicos desarrollados a través de los pensamientos: métrico, espacial, aleatorio, numérico y variacional.⁴

La enseñanza de las matemáticas bajo la conexión entre solución de problemas, contexto y conocimientos matemáticos va a estar condicionada por los conocimientos, experiencias, sentimientos y actitudes de los estudiantes. Es entonces fundamental según el MEN (1998):

⁴ Ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales, en los cuales cada estudiante se clasifica en distintos niveles de competencia. Además de relacionarse con esos cinco procesos, ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.

volver a la historia del desarrollo de los conceptos para reconocer en ella las preguntas que les dieron origen, lo mismo que las dificultades y los errores que tuvieron que superarse antes de ser aceptados y reconocidos como tales por la comunidad científica. Esta búsqueda asumida como actitud del docente y de los estudiantes libera las matemáticas del carácter lineal, rígido y acabado que a veces se les asigna y le devuelve su condición de ciencia eminentemente humana, no lineal en su desarrollo y que, en algunos casos, surgió de problemas provenientes de otras ciencias y en otros de las matemáticas mismas. (p.23).

Son las situaciones problema en su cotidianidad las que proveen a los problemas matemáticos de un sentido y acercan las matemáticas a los estudiantes. El MEN (1998) propone crear situaciones problemáticas en la que los estudiantes puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos, que contribuyan el aprendizaje de las matemáticas formales, abstractas y dejen atrás las matemáticas descontextualizadas.

El MEN (2016) propone los DBA como herramienta dirigida a las entidades territoriales, establecimientos educativos, a los docentes y directivos docentes con el fin mejorar la calidad educativa del país. En ellos se establecen aprendizajes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar en el área de matemáticas para garantizar condiciones de igualdad educativa.

Los DBA se establecen para grado primero hasta grado once y están estructurados de acuerdo con los EBC y a los LC. Así, los DBA definen una ruta de aprendizaje, que deben ser articulados con los enfoques, metodologías y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco del Proyecto Educativo Institucional (PEI) y puesto en práctica en los planes de área y de aula en función de que los estudiantes superen lo planteado en los EBC para cada grupo de grados.

Primero a tercero:

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional

Cuarto y quinto:

- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.

El MEN (2016) propone los Derechos Básicos de Aprendizaje (los cuales se identificarán con la sigla DBA a lo largo del discurso) como herramienta dirigida a las entidades territoriales, establecimientos educativos, a los docentes y directivos docentes con el fin mejorar la calidad educativa del país, en ellos se establecen aprendizajes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar en el área de matemáticas para garantizar condiciones igualdad educativa.

Los DBA se establecen para grado primero hasta grado once y están estructurados de acuerdo con los EBC y a los LC, es así que los DBA definen una ruta de aprendizaje, que deben ser articulados con los enfoques, metodologías y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el marco del Proyecto Educativo Institucional (PEI) y puesto en práctica en los planes de área y de aula en función de que los estudiantes alcancen lo planteado en los EBC para cada grupo de grados.

La siguiente tabla muestra las sugerencias que los DBA consideran en cuanto a solución de problemas de 1° a 5°, en la primera columna está el enunciado que referencia el aprendizaje para el área, en la segunda columna se relacionan las evidencias que son indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado, y por último, en la tercera columna los ejemplos que complementan las evidencias de aprendizaje.

Grado	Enunciado	Evidencia	Ejemplo
1°	Utiliza diferentes estrategias para contar, realizar operaciones (suma y resta) y resolver	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza conteos (de uno en uno, de dos en dos, etc.) iniciando en cualquier número. • Determina la cantidad de elementos de una colección 	Emplea una calculadora simple (o alguna aplicación que la simule) y explora el efecto que tiene el signo = (igual) a medida que se presiona varias veces después de digitar una suma o una resta.

	<p>problemas aditivos.</p>	<p>agrupándolos de 1 en 1, de 2 en 2, de 5 en 5.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser $a + b = ?$, $a + ? = c$, o $? + b = c$. Establece y argumenta conjeturas de los posibles resultados en una secuencia numérica. Utiliza las características del sistema decimal de numeración para crear estrategias de cálculo y estimación de sumas y restas. 	<p>Si se presiona $a + b = ? 5 + 2 = = =$ ¿Cuál sería el resultado?</p> <p>¿Cuál sería el resultado si en la calculadora se presiona $4 + 3 = = = ?$</p> <p>Describe las acciones que hace la calculadora. Si se digita el número 3 y luego se digita +5 y se presiona la tecla igual diez veces, ¿cuáles números aparecerán en la calculadora cada vez que se digita un “igual”?</p>
2°	<p>Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y</p>	<ul style="list-style-type: none"> Interpreta y construye diagramas para representar relaciones aditivas y multiplicativas entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos. <p>Describe y resuelve situaciones variadas con las operaciones de suma y resta en problemas cuya estructura puede ser $a + b = ?$, $a + ? = c$,</p>	 <p>En una sala de videojuegos se requiere tener dinero para pagar el valor de cada hora. Con base en esta situación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone una pregunta que se pueda responder con una multiplicación. Propone una pregunta que se pueda responder con una división. Si hay promoción en la sala y se hace un descuento por cada dos horas de uso del servicio, ¿se podría aplicar

	duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos.	$a + b = c$. <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce en diferentes situaciones relaciones aditivas y multiplicativas y formula problemas a partir de ellas. 	reiteradamente la multiplicación para conocer el valor a pagar?
3°	Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.	<ul style="list-style-type: none"> • Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. • Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo. • Propone estrategias para calcular el número de combinaciones posibles de un conjunto de atributos. • Analiza los resultados ofrecidos por el cálculo matemático e identifica las condiciones bajo las cuales ese resultado es o no plausible. 	<p>En los partidos de baloncesto, una cesta puede tener un valor de tres puntos, de dos puntos o de un punto. Propone el número de cestas que hizo cada equipo.</p>  <p>En la imagen se muestra el marcador al finalizar el primer tiempo de un partido de baloncesto. Si el partido terminó empatado en 80 puntos responde: ¿Cuántas cestas hizo el equipo LOCAL?, ¿Cuántas cestas hizo el equipo VISITANTE? ¿Cómo pudo haberse logrado los puntajes? Si hubo tres tiros libres para LOCAL y cinco tiros libres para VISITANTE, determina el puntaje de cada equipo sabiendo que cada tiro libre vale un solo punto.</p>
4°	Elige instrumentos y unidades estandarizadas y	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma 	La receta de la torta de vainilla para 20 personas es

	<p>no estandarizadas para estimar y medir longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura, y a partir de ellos hace los cálculos necesarios para resolver problemas.</p>	<p>decisiones de la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone diferentes procedimientos para realizar cálculos (suma y resta de medidas, multiplicación y división de una medida y un número) que aparecen al resolver problemas en diferentes contextos. • Emplea las relaciones de proporcionalidad directa e inversa para resolver diversas situaciones. • Propone y explica procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, masa, etc 	<div data-bbox="1003 195 1360 529" data-label="Image"> <p>Ingredientes</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 Taza de azúcar 125g de mantequilla 2 Huevos 2 Cucharadas de esencia de vainilla 1 1/2 Tazas de harina 1/4 Cucharadas de polvo para hornear 1 1/2 Taza de leche <p>Preparación</p> <ul style="list-style-type: none"> • Precalentar el horno a 160°C • Enmanteñar el molde cuadrado de 23 cm de lado. • Batir el azúcar y la mantequilla hasta formar una crema suave. • Incorporar los huevos uno a uno a bajo revuelto. • Agregar la harina, polvo para hornear y la esencia de vainilla. Batir 10 segundos. </div> <p>El azúcar, la harina y la mantequilla se venden por libras. Identifica qué cantidad de azúcar y qué cantidad de mantequilla (en libras) se requiere para hacer la torta. Propone formas más precisas para medir las cantidades de leche, de esencia de vainilla y de otros ingredientes; y establece las cantidades. Determina los grados Fahrenheit a los que se debe programar el horno para hornear la torta y las cantidades de cada ingrediente que se requieren para elaborar la receta con las mismas características de sabor para 30 personas.</p>
5°	<p>Interpreta y utiliza los números naturales y racionales en su representación fraccionaria para formular y resolver problemas aditivos, multiplicativos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Interpreta la relación parte - todo y la representa por medio de fracciones, razones o cocientes. • Interpreta y utiliza números naturales y racionales (fraccionarios) asociados con un contexto para solucionar problemas. • Determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes 	<p>Don Marcos, el dueño de una finca productora de frutas y vegetales, ha decidido distribuir su lote para sembrar los productos que se muestran en la siguiente imagen.</p> <div data-bbox="1031 1518 1344 1822" data-label="Image"> </div>

	y que involucren operaciones de potenciación.	tipos de problemas. • Resuelve problemas que requieran reconocer un patrón de medida asociado a un número natural o a un racional (fraccionario).	Expresa la fracción del total de la finca que representa cada una de las situaciones siguientes y justifica las respuestas y procedimientos empleados: a) La porción de tierra que piensa utilizar Don Marcos para construir su casa. b) La porción de tierra que se utilizará para sembrar bananos. c) La porción de tierra que se utilizará para sembrar. d) La porción de tierra que no se utilizará para sembrar.
--	---	--	---

Tabla 2. Planteamiento de los DBA en resolución de problemas.

En síntesis, El MEN en los documentos oficiales, se pone de manifiesto que la solución de problemas debe ser un aspecto central en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los problemas deben fundamentarse en la creación de situaciones cercanas a los estudiantes en donde exista una constante interacción entre formular y solucionar problemas matemáticos. Es decir que se propone la solución y formulación de problemas como un proceso fundamental presente a lo largo de toda actividad matemática, en donde los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos como clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas.

1.1.5. Lo que dicen algunas investigaciones

En el campo de la Educación Matemática hay estudios que han contribuido a la investigación en la solución de problemas, entre los que se encuentran Polya (1989); Kilpatrick, Gómez, y Rico (1998); Schoenfeld (1985); Socas et al.,(2014); Barmby et al., (2014); Blanco et al.,(2015); Liljedahl et al.,(2016); Pérez y Ramírez (2011) entre otros. En conjunto, sus aportes han permitido avances en el estudio de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a partir de estas investigaciones.

Las tendencias en enseñanza e investigación en solución de problemas se han desplazado del uso de las heurísticas, a la investigación en problemas situados. Esto ha favorecido que los estudiantes puedan mejorar en la resolución de problemas porque tienen un

significado para ellos. Según Kilpatrick et al., (1998) los problemas que se le proponen a los estudiantes deben ser más reales para que despierten su interés.

Por otro lado, las investigaciones centran su atención en la invención o formulación de problemas y la relación con la solución de problemas. Además, de las contribuciones de la formulación de problemas a la actividad matemática, en especial a la solución de problemas.

1.1.6 Contribuciones de la formulación de problemas en la actividad matemática.

Las actividades en las que hay formulación de problemas matemáticos se ha identificado como campo de estudio que favorece varios aspectos de la actividad matemática y no matemática de profesores y estudiantes. Entre los principales aspectos positivos que la formulación de problemas favorece se encuentra la creatividad, el pensamiento matemático de orden superior, la conexión con la realidad y el contexto, el pensamiento crítico, la capacidad de razonar y comunicarse matemáticamente. Otros de los aspectos que se favorecen son la comprensión de situaciones de problemas, el desarrollo de estrategias más avanzadas de resolución de problemas, superación de errores matemáticos, creación de textos, la reflexión sobre la práctica operativa y como modelo de evaluación entre otros.

Para Malaspina (2016) la creación de problemas a partir de situaciones dadas, o por requerimientos específicos didácticos o matemáticos es un reto que se vincula directamente con la creatividad, que debe ponerse en juego para establecer requerimientos a partir de la información que se seleccione o se modifique de la situación dada.

Existe una gran demanda cognitiva en tareas que exijan al alumno proponer sus propios problemas. Dichas actividades pueden generar contextos ricos para el desarrollo matemático de los estudiantes y promover la comprensión conceptual, la capacidad de razonar, el comunicarse matemáticamente, además de captar su interés y curiosidad (Cai et al., 2012). Uno de los propósitos de los profesores es que sus estudiantes adquieran conocimiento matemático y desarrollen el razonamiento. Ayllón y Gómez (2014) afirma que el trabajo con problemas es clave para alcanzar este propósito, en especial la formulación de problemas que contribuye a la construcción del conocimiento lógico-matemático e incrementa el desarrollo del razonamiento en el estudiante. Cuando un individuo formula un problema alcanza niveles de reflexión complejos, por tanto, llega a una etapa de razonamiento donde es posible construir el conocimiento matemático.

Involucrar y animar al estudiante a formular sus propios problemas, no solo es probable que favorezca en ellos la comprensión de situaciones problemas, el razonamiento, sino que, además, fomente el desarrollo de estrategias más avanzadas en la solución de problemas (Cai et al., 2012). Si los estudiantes intentan solucionar los problemas creados por sus compañeros, los estudiantes se vuelven capaces de analizar de una manera más objetiva y crítica la estructura y elementos del enunciado del problema. Ellos reflexionan sobre qué información era realmente importante y lo que no, descubren que la información numérica contenida en el texto no siempre es la información más importante (Bonotto, 2012)

Este tipo de actividades en la que los estudiantes formulen sus propios problemas favorece el desarrollo del pensamiento matemático, además, de ser una fuente importante como actividad matemática dentro del salón de clase y como campo de investigación en Educación Matemática (Espinoza et al., 2014). La creación de problemas, en especial la variación de problemas dados, está ligada a la solución de problemas y favorece la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esto en tanto, contribuye a desarrollar el pensamiento matemático de quien lo crea, amplía su horizonte matemático y lo inicia en la investigación y en el hacer matemáticas. Esta misma relación la encuentran Cai y Jiang (2016) quienes manifiestan que hay una fuerte conexión entre la habilidad de los estudiantes para resolver un problema y su capacidad para plantear problemas válidos dentro del mismo contexto matemático. Por lo general, el estudiante que inventa problemas sabe cómo resolverlos, así como el que es un buen resolutor de problemas es capaz de inventar problemas (Ayllón y Gómez, 2014). Afirma Bonotto (2012) que la formulación de problema es de central importancia en la disciplina de las matemáticas y en la naturaleza del pensamiento matemático, y es un compañero importante para la resolución de problemas.

1.1.7. Formulación del problema de investigación.

La práctica docente en clase de matemáticas y la lectura de los resultados de las Pruebas Saber relacionados con la solución de problemas, han visibilizado las dificultades de los estudiantes de la institución para solucionar problemas matemáticos.

Los documentos orientadores del MEN proponen la solución y formulación de problemas como dos componentes presentes en el currículo y que deben ser abordados de forma paralela, además de proponer la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes, la historia y evolución de los conceptos matemáticos.

Las investigaciones en el campo de las matemáticas han mostrado la estrecha relación que existe entre a la formulación y solución de problemas. Muestran la actividad de formular problemas como una gran aliada para superar algunas de las dificultades que tiene los niños en este campo. Estas investigaciones han permitido visibilizar la gran riqueza que ofrece la actividad de formular problemas para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente para conocer, caracterizar la comprensión matemática que tienen los estudiantes, las habilidades, la creatividad, el significado de los conceptos aprendidos y sus experiencias matemáticas escolares.

Sin embargo, hacen falta estudios sobre la relación entre la solución de problemas y las capacidades en la solución de problemas, de manera que se pueda diseñar y orientar estrategias pedagógicas y didácticas encaminadas a desarrollar la comunicación, la matematización, el razonamiento, la creación de estrategias, el uso de lenguaje matemático y de operaciones y uso de herramientas matemáticas, con el objetivo de formar ciudadanos capaces de analizar, explorar, proponer soluciones, cuestionar, entre otros.

Atendiendo a las necesidades de los estudiantes en cuanto a mejorar sus capacidades en la solución de problemas, articular la solución y formulación de problemas en la enseñanza de las matemáticas y contribuir al campo de investigación en educación matemática surge la pregunta de investigación:

¿Cómo aporta la actividad de formulación de problemas al desarrollo de las capacidades para solucionar problemas de los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Rural El Hato?

1.2.Objetivos

Objetivo general

Analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos.

Objetivos específicos

- Caracterizar el desarrollo de las capacidades de los estudiantes al formular problemas matemáticos.
- Examinar las relaciones entre la formulación de problemas y el desarrollo de capacidades para solucionar problemas matemáticos.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1. Problema matemático.

Según Lester (como se citó en Rico, Castro y Castro 1995) un problema es visto como una tarea en la que:

- El individuo o grupo que se enfrenta a ella quiere o necesita encontrar una solución.
- No hay un procedimiento fácilmente accesible que garantice o determine completamente solución.
- Y el individuo o grupo debe de hacer un intento para encontrar la solución.

Rico et al., (1995) define problema matemático así:

Se considera un problema matemático a toda situación que entrañe una meta a lograr y en donde casi siempre existirá un obstáculo para alcanzar dicha meta. La situación es normalmente cuantitativa y casi siempre se requieren técnicas matemáticas para su resolución, pero es posible a veces resolverlos por una deliberación caso de no conocer el algoritmo necesario para tal ocasión. (p.36)

Para Pino (como se citó en Blanco et al., 2015), una actividad matemática, para ser asumida como un problema, es aquella que tiene un objetivo al que no se puede llegar fácilmente con un proceso inmediato, lo que se convierte en un desafío personal que lleva a usar conceptos y procedimientos matemáticos que ayuden a encontrar el método adecuado para la solución

Teniendo en cuenta los planteamientos anteriores, definiremos ‘problema matemático’ como una situación a la que el individuo se enfrenta, en la que debe hallar una solución y para ello debe superar algunas dificultades y obstáculos con el uso de conceptos y procedimientos matemáticos.

Según Mayer (como se citó en Poggioli, 2009) los problemas tienen los siguientes componentes: “1) Las Metas, 2) Los Datos, 3) Las Restricciones, 4) Los métodos u operaciones”. (p. 9). Las Metas son lo que se desea lograr en una situación determinada. Los Datos son los elementos numéricos o la información que necesita el estudiante para analizar y resolver la situación problema que pueden estar explícitos o implícitos en el enunciado de un problema. Las Restricciones son los factores que limitan el camino para lograr solucionar el problema y los

Métodos se refieren a las operaciones o procedimientos que deben aplicarse para alcanzar la solución.

Ahora bien, los problemas matemáticos tienden a confundirse con ejercicios matemáticos, y son dos actividades diferentes. Para Echenique (2006) un ejercicio “generalmente tienen una sola solución, son actividades de entrenamiento, de aplicación mecánica de contenidos o algoritmos aprendidos o memorizados” (p.20), son repetitivos y pueden generar aburrimiento, se conoce a priori las operaciones y algoritmos útiles que le sirven para su solución. Por el contrario, la solución de un problema implica que el individuo retome los conceptos y procedimientos aprendidos para seleccionar de allí los que le ayuden a llegar a su meta. Además de que les genera cierto grado de satisfacción el poder encontrar el camino correcto que le conduce al resultado final.

Algunas características de los ejercicios y problemas se resumen en la siguiente tabla:

Características de los ejercicios	Características de los problemas
Se ve claramente qué hay que hacer.	Suponen un reto.
La finalidad es la aplicación mecánica de algoritmos.	La finalidad es ahondar en los conocimientos y experiencias que se poseen, para rescatar aquellos que son útiles para llegar a la solución esperada.
Se resuelven en un tiempo relativamente corto.	Requieren más tiempo para su resolución.
No se establecen lazos especiales entre el ejercicio y la persona que lo resuelve.	La persona que se implica en la resolución lo hace emocionalmente. El bloqueo inicial, debido a que la situación le desconcierta, dará paso a la voluntariedad y perseverancia por encontrar la solución y, por último, al grado de satisfacción una vez que esta se ha conseguido
Generalmente tienen una sola solución.	Pueden tener una o más soluciones y las vías para llegar a ellas pueden ser variadas.
Son muy numerosos en los libros de texto.	Suelen ser escasos en los libros de texto.

Tabla 3. Características de los ejercicios y problemas. (Fuente: Echenique 2006).

2.1.1. Problemas con estructura aditiva.

Los problemas con estructura aditiva son los que se pueden solucionar con las operaciones de suma o resta. En los problemas verbales de este tipo se consideran cuatro categorías; categoría de cambio, categoría de combinación, categoría de comparación, categoría de igualación (Rico et al., 1995).

Categoría de cambio.

En los problemas de esta categoría intervienen tres cantidades y una acción. Cantidad inicial, cantidad de cambio y cantidad final. Esta categoría implica un aumento o disminución de la cantidad inicial. La cantidad desconocida puede ser cualquiera de ellas, lo que da lugar a tres tipos de problemas. El cambio en la cantidad inicial puede ser de aumento (cambio - unión) o de disminución (cambio - separación) lo que hace que haya un total de 12 formas posibles de formular problemas de esta categoría. Un ejemplo de problema que se enmarca en esta categoría es “Ana tenía 5 cromos y compra 3 cromos más, ¿cuántos cromos tiene ahora?”. (p.38). Para este caso, la cantidad inicial y la magnitud de cambio son conocidas. Otro ejemplo donde no se conoce la cantidad inicial, pero si la cantidad de cambio y la final es “Pepe tenía algunos lápices, dio 3 a su hermano y le han quedado 4, ¿cuántos lápices tenía Pepe?”. (p.39).

Categoría de combinación.

En esta categoría se ubican los problemas que hacen referencia a la relación que existe entre una colección y dos colecciones disyuntas de la misma. La combinación no implica acción. En los problemas de esta categoría se relacionan tres cantidades, que dan lugar a tres tipos de problemas. Ejemplos:

Conocer la colección total y una de las subcolecciones y desconocer la otra subcolección. Luis tiene 10 bloques, de ellos 3 son azules y el resto son amarillos, ¿cuántos bloques amarillos tiene Luis?

Conocer las dos subcolecciones y desconocer la colección total. Irene tiene 4 bloques rojos y 5 azules, ¿cuántos bloques tiene Irene? (Rico et al., 1995, p.39).

Categoría de comparación.

En esta categoría se encuentran los problemas para los cuales hay una comparación entre dos colecciones. La relación entre las cantidades se establece utilizando la expresión “más que” “menos que”. Las expresiones relacionadas en este tipo de problema son tres; la cantidad de referencia, cantidad comparativa y cantidad de diferencia. En esta categoría hay seis tipos de problemas. La cantidad desconocida puede ser la de referencia, la comparada o la de diferencia y para cada caso una puede ser mayor o menos que la otra. Ejemplo:

Referente y referido conocidos, se desconoce la comparación. Antonio tiene 6 galletas y Jaime 4 galletas, ¿cuántas galletas tiene Antonio más que Jaime? Javier tiene 9 galletas y Carlos tiene 3, ¿cuántas galletas tiene Carlos menos que Jaime?

Referente y comparación conocidos, se desconoce el referido. Ignacio tiene 5 caramelos y María tiene 3 caramelos más que él, ¿cuántos caramelos tiene María? Nuria tiene 8 caramelos y Alberto tiene 4 caramelos menos que ella, ¿cuántos caramelos tiene Alberto.

Referido y comparación conocidos, referente desconocido. Pilar tiene 3 galletas, ella tiene 2 galletas más que Pedro, ¿cuántas galletas tiene Pedro? Lola tiene 4 galletas y Jesús tiene 3 galletas menos que ella, ¿cuántas galletas tiene Jesús? (Rico et al., 1995, p.39).

Categorías de igualación.

En esta categoría se presenta una acción con relación a la comparación entre dos colecciones disjuntas. Se indaga por lo que se le debe hacer a una colección para llegar a ser igual o tener el mismo número de elementos que la otra. Ejemplo:

La acción hay que realizarla sobre el mayor de las colecciones en cuyo caso se tiene una separación-igualación. Carmen tiene 8 globos y Cesar tiene 6, para tener tantos globos como Cesar, ¿cuántos globos ha de romper Carmen? La acción hay que realizarla sobre el mayor de las colecciones en cuyo caso se tiene una separación-igualación. Carmen tiene 8 globos y Cesar tiene 6, para tener tantos globos como Cesar, ¿cuántos globos ha de romper Carmen? Andrés tiene 5 globos y Tomás tiene unos cuantos, si Tomás rompe 3 globos

tendrá tantos como Andrés, ¿cuántos globos tiene Tomás? Lucía tiene 8 globos y Miguel tiene unos cuantos, si Lucía rompe 4 globos tendrá el mismo número que Miguel, ¿cuántos globos tiene Miguel?

La acción se realiza sobre la menor de las colecciones en este caso se tiene una unión-igualación. Inés tiene 7 cromos y Pablo tiene 4 cromos, ¿cuántos cromos tiene que ganar Pablo para tener tantos como Inés? Enrique tiene 5 cromos y Elena tiene unos cuantos, si Elena gana 2 cromos tendrá el mismo número que Enrique, ¿cuántos cromos tiene Elena? Margarita tiene 6 cromos y Julián tiene unos cuantos, si Margarita gana dos cromos tendrá tantos como Julián, ¿cuántos cromos tiene Margarita? (Rico et al., 1995, p.40).

2.1.2. Problemas con estructura multiplicativa.

Vergnaud, en la teoría de los campos conceptuales, trata los campos de la estructura aditiva y la estructura multiplicativa. Los problemas con estructura multiplicativa son aquellos en que la multiplicativa no se puede reducir a la aditiva. Define el campo conceptual de la estructura multiplicativa como el conjunto de situaciones problema cuya solución se puede hallar por medio de la multiplicación y la división y las clasifica en tres categorías: proporción simple, producto de medidas, y proporción múltiple (Rico et al., 1995).

Los problemas simples que conllevan a multiplicación o división según Vergnaud (como se citó en (Rico et al., 1995) se ubican en dos categorías:

- Categoría isomorfismo de medida.
- Categoría producto de medida.

2.1.2.1. Isomorfismo de medida.

En esta estructura se encuentran los problemas en los que subyace una proporcionalidad directa entre las dos magnitudes involucradas. En esta se ubican los problemas clásicos de “repartos iguales (personas y objetos), precios constantes (bienes y costos), movimiento uniforme (espacio y velocidad), densidades constantes a lo largo de una línea (árboles y distancias), en una superficie o en un volumen” (p.55).

De esta categoría se desprenden cuatro tipos de problemas: Multiplicación, división primer tipo, división segundo tipo y regla de tres casos generales.

Vergnaud (como se citó en Rico et al., 1995) usa el siguiente esquema para representarla.

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{x \leftrightarrow y = f(x)}$$

$$\dots$$

$$x' \leftrightarrow y' = f(x')$$

En las que la función $f: M_1 \dots M_2$ es una proporcionalidad simple directa entre dos magnitudes M_1 y M_2

Multiplicación.

En este tipo de problema se clasifican en los que se establece una regla de tres simple y directa.

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{1 \leftrightarrow a}$$

$$\dots$$

$$b \leftrightarrow x$$

$$a = 1.200, \quad b = 6, \quad M_1 = [\text{Número de chocolates}], \quad M_2 = [\text{pesos}]$$

La función $f: M_1 \dots M_2$ es una proporcionalidad simple directa entre dos magnitudes M_1 y M_2 . Ejemplo: Juan compra 6 chocolates al precio de 1200 pesos cada uno, ¿cuánto tiene que pagar?

División: primer tipo.

Este tipo de problemas se ajusta al esquema:

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{1 \leftrightarrow a = f(1)}$$

$$\dots$$

$$x \leftrightarrow b = f(x)$$

Para el cual se conoce el valor de “a” y $f(x)$ y se busca conocer a $f(1)$. Ejemplo: Elena quiere repartir sus chocolates con María y Carmen en partes iguales. Su madre le da 12 chocolates, ¿cuántos chocolates recibirán cada una?

$$a = 3, \quad b = 12, \quad M_1 = [n^\circ \text{ de niñas}], \quad M_2 = [\text{Número de chocolates}]$$

División: segundo tipo.

Para el segundo tipo de problema de división se representa en el siguiente esquema.

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{1a = f(1)}$$

...

$$x \leftrightarrow b = f(x)$$

En este caso se quiere conocer el valor de x conociendo a $f(x)$ y $f(1)$. Ejemplo:
 Juan tiene 15.000 pesos y quiere comprar juegos de ordenador. Cada uno de ellos cuesta 3.000 pesos, ¿cuántos juegos puede comprar?

$$a = 3.000, \quad b = 15.000, \quad M_1 = [n^\circ \text{ de juegos}], M_2 = [\text{costo}]$$

Regla de tres casos generales.

El esquema que representa este tipo de problemas es el siguiente:

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{a \leftrightarrow b}$$

...

$$c \leftrightarrow x$$

Aunque este caso no corresponden a problemas simples de estructura multiplicativa porque intervienen tres magnitudes, se usan para visibilizar que los problemas de multiplicación y división son un caso simples de regla de tres, en el que uno de los cuatro términos es igual a 1 (Rico et al., 1995).

2.2. Formular problemas.

Ayllon y Gómez (2014) afirman que cuando un sujeto inventa un problema logra alcanzar elevados niveles de razonamiento que, a su vez, aumenta su conocimiento matemático. Además, la formulación de problemas posibilita las conexiones entre los distintos conocimientos que el alumno tenga. Es entonces entendida la formulación de problemas como la actividad propia del estudiante que inventa problemas.

La formulación de problemas tiene varios aspectos positivos, entre ellos que el profesor reconozca en su alumno las capacidades propias de desarrollo conceptual y la forma en que este razona. Además, el estudiante mejora la actitud hacia la matemática en cuanto le permite un aprendizaje autónomo. Según Ayllon y Gómez (2014) la mayoría de los estudiantes formulan o inventan problemas a partir de sus experiencias personales, lo que proporciona mayor comprensión

de su entorno y contribuye a aumentar su conocimiento matemático. El estudiante se apropia de las matemáticas y se implica en ellas. Para Ellerton (2013) cuando el estudiante formula sus problemas, se abre a un papel activo dentro de la clase y sale de la tradicional clase donde solo es receptor.

En el proceso de formular problemas, el estudiante se puede apoyar en la comprensión de la estructura de un problema ya resuelto y formular un problema análogo. Al explorar esa estructura, se puede llegar a ese problema análogo y les exige a los niños una alta demanda cognitiva (Cai, et al., 2013). Por su parte Malaspina (2016) propuso que una de las mejores formas de iniciarse en la formulación de problemas es haciéndolo a través de la variación de problemas dados, es decir hacer cambios en los enunciados de los problemas, ya sea de los datos, las relaciones entre las cantidades o las acciones sobre las cantidades. Blanco et al., (2015) consideran importante formular problemas similares y reformular un problema cambiando su estructura, propone que los estudiantes formulen sus propios problemas es decir que inventen problemas similares a los resueltos, bien con otros datos y/o en otras situaciones o bien que sigan un procedimiento similar.

Felmer et al., (2016) identificaron cinco tipos de tareas que invitan a los estudiantes a formular sus propios problemas:

1. Formular un problema que coincida con las operaciones aritméticas dadas.
2. Formular variaciones en una pregunta con la misma relación matemática o estructura.
3. Formular preguntas adicionales basadas en la información dada y una pregunta de muestra.
4. Formular preguntas basadas en la información dada.
5. Formular problemas sin restricciones

Malaspina (2016) también propone cinco fases de desarrollo en la formulación de problemas, Fase 1: Información básica. Fase 2: Un episodio en clase. Fase 3: “Problemas Pre” y “Problemas Pos” Fase 4: Trabajos individuales y grupales sobre creación de problemas. Fase 5: Socialización con todos los participantes.

La formulación de problemas a partir de las cinco tareas se acompaña de las cinco fases de desarrollo, es decir que el inventar problemas se desarrolle no solo de forma individual sino que también a partir de un trabajo grupal en el que los niños socialicen, expongan y compartan los problemas que han formulado.

2.3. Concepto de Capacidad.

El concepto de capacidad según Escrich, Lozano y García (2013) hace parte del enfoque de Desarrollo Humano o enfoque de las capacidades, que como mayor representante tiene a Amartya Sen y quien se refiere al concepto de capacidad como las oportunidades reales que una persona tiene para tomar decisiones informadas, con el fin de garantizarse una vida digna y de calidad. Este concepto se ha trasladado al ámbito educativo y una de sus mayores representantes es Marta Nussbaum.

Nussbaum (2012) propone la capacidad en función de las oportunidades que cada persona tiene en varias áreas de su vida, entre las que se encuentran la salud, la integridad corporal, la libertad política, la participación política y la educación. El enfoque de capacidades “concibe cada persona como un fin en sí misma y no se pregunta solamente por el bienestar o medio, sino también por las oportunidades disponibles para cada ser humano” (p.38). El concepto de capacidad propuesto por Marta Nussbaum se centra en el ser, reconoce su individualidad como ser único y con valor en sí mismo, en su esencia y su autenticidad. Este enfoque deja atrás el concepto de capacidad como indicador comparativo y lo ubica en la sociedad en función del bienestar del individuo y de las oportunidades. En palabras de Nussbaum (2011) “no son simples habilidades residentes en el interior de una persona, sino que incluyen también las libertades o las oportunidades creadas por la combinación entre esas facultades personales y el entorno político, social y económico” (p.40). Estas oportunidades deben ser proporcionadas o promovidas por las sociedades, el estado y sus políticas públicas.

Para Nussbaum (2011) existen dos tipos de capacidades; capacidades internas y capacidades combinadas. Las capacidades internas corresponden a las características de una persona (los rasgos de su personalidad, sus capacidades intelectuales y emocionales, su estado de salud y de forma física, su aprendizaje interiorizado o sus habilidades de percepción y movimiento), mientras que las capacidades combinadas son las oportunidades en las que ese individuo pueda elegir y actuar en una situación política social y económica concreta, en la que ponga en práctica estas capacidades internas.

Para el desarrollo y formación de las capacidades internas la autora propone las facultades innatas o capacidades básicas: vida, salud física, integridad física, sentido imaginación y pensamiento, emociones, razón práctica, afiliación, otras especies, juego y control sobre el propio entorno (político y material). Los razonamientos, los procesos lógicos y la alfabetización

matemática estaría entonces relacionados con las capacidades básicas de los sentidos, la imaginación, pensamiento y el razonamiento. Así lo expresa Nussbaum (2011) quien afirma que la capacidad relacionada con la cognición se caracteriza por:

Poder utilizar los sentidos, la imaginación, el pensamiento y el razonamiento, y hacerlo de un modo «verdaderamente humano», un modo formado y cultivado por una educación adecuada que incluya (...) la alfabetización y la formación matemática y científica básica (p.54).

2.4. Capacidades matemáticas.

La OCDE en la propuesta para la prueba PISA 2021 plantea la alfabetización matemática como:

La capacidad de un individuo para razonar matemáticamente, formular, emplear e interpretar las matemáticas para resolver problemas en una variedad de contextos del mundo real. Incluye conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a conocer el papel que juegan las matemáticas en el mundo y a emitir los juicios y decisiones bien fundados que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos del siglo XXI. (OECD, 2018a, p.7)

Es así que el concepto de capacidad de Nussbaum y el de la OCDE se relacionan, debido a que estos dos enfoques a pesar de sus diferencias reconocen al sujeto como un ser dotado de características o facultades que les permite desenvolverse en un entorno social y cultural, ser personas críticas, participativas y transformadoras.

Para la OECD (2018b), el estudiante que domine las matemáticas debe contar con la comprensión de conceptos básicos matemáticos, reconocer e identificar gráficos, procedimientos, herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Por ello, delimita el dominio de las matemáticas en siete capacidades fundamentales: “comunicación, representación, elaboración de estrategias, matematización, razonamiento, argumentación, uso del lenguaje y símbolos, el uso de herramientas matemáticas” (p.51).

Dado que hay una estrecha relación entre la capacidad básica de sentido imaginación y pensamiento con la alfabetización, la formación matemática y científica, se puede establecer que

las capacidades matemáticas que propone la OCDE en el marco de las pruebas PISA no son ajenas al enfoque de las capacidades propuesto por Nussbaum.

2.4.1. La comunicación.

La comunicación se da por medio del discurso, es decir, por medio de enunciados que se construyen en él y en los que se dan a conocer deseos, necesidades, intereses, exigencias y saberes. El acto enunciativo tiene lugar en una práctica social concreta, por ejemplo, madre-hijo, la conversación cotidiana con amigos o vecinos, el discurso pedagógico e instruccional de la escuela, entre otros. El léxico, las formas sintácticas que tome el enunciado estará sujeto a la práctica social enunciativa en el cual se enmarca la interacción.

Para Martínez (2007) los actos discursivos están vinculados con el tipo de interrelación social enunciativa (jerárquica o intimista) entre los participantes. Los actos de habla, llamados de discurso, se dan también sin que haya una producción lingüística verbal (el saludo, por ejemplo), están relacionados también con las tonalidades, con la entonación social enunciativa que se establece entre los participantes que se muestran en el discurso. (p.12)

Es decir que el acto de enunciación está marcado por elementos lingüísticos de diversa naturaleza, y el sentido del enunciado no se puede interpretar al margen de los elementos contextuales (en el acto enunciativo, el contexto de la conversación pone elementos de significado, que cuando dicho enunciado se pone en otro contexto, pierde todo sentido), y de los elementos no verbales ligados al gesto (el movimiento de manos, cuerpo, ojos etc.).

En la Figura 6 se muestran los elementos del discurso comunicativo como interacción social, todos en función del discurso. En este proceso discursivo tiene protagonismo el locutor (Enunciador) y el interlocutor (Enunciatario) quienes a través del intercambio de enunciados de un tema específico (Voz Ajena o el Tercero), se forman como sujetos discursivos.



Figura 6. Elementos de la comunicación
Fuente: creación propia

El enunciador, en una práctica de enunciación puede realizar simultáneamente varias acciones:

- I. Al mismo tiempo que expresa su punto de vista se construye una imagen de sí mismo (Ethos).
- II. Evalúa y responde enunciados anteriores objetándolos y apoyándolos (Tiers).
- III. Se anticipa a los posibles enunciados de su interlocutor buscando acuerdos o desacuerdos y construyendo en el enunciado una imagen de este (phatos).
(Martínez, 2002, p.16)

El enunciado es el resultado de la interacción de por lo menos dos sujetos socialmente organizados que intervienen en su construcción. No es solo el contexto y la palabra dicha, el gesto, la comunicación no verbal, forman parte integral del enunciado, sin los cuales no es posible construir sentidos y significados a partir del acto enunciativo.

El Enunciatario por su parte al recibir y entender el Enunciado que emite el Enunciador tiene una actitud activa de respuesta, la cual puede ser: si está o no de acuerdo, es decir lo completa, lo acepta o lo impugna.

Lo enunciado o el Tercero es la voz ajena, el aquel o aquello de lo que se habla, traído de otros momentos de enunciación, de un acontecimiento o de un saber o una opinión que se presenta de una cierta manera (Martínez, 2002).

En el acto enunciativo se muestran tonalidades que dejan ver las relaciones de fuerza social enunciativa, de acercamiento o lejanía que se construyen en el enunciado entre los tres actores del discurso, el Enunciador, el Enunciario y el Tercero. Martínez (2002) propone tres tipos de tonalidades: tonalidad predictiva, tonalidad apreciativa y tonalidad intencional.

- Tonalidad Predictiva – la imagen que se construye del Enunciario en relación con la anticipación de su respuesta (aliado, testigo, oponente).
- Tonalidad Apreciativa o relación valorativa que se hace del Tercero o Discurso Ajeno (de respeto, de sumisión, de crítica), los procedimientos más utilizados son el discurso referido, la ironía, la negación, entre otros.
- La Tonalidad Intencional relativa a la imagen que se quiere construir del Enunciador en relación con su intención o propósito, o punto de vista (quiere convencer, informar, persuadir).

2.4.2. La matematización.

Esta capacidad implica la posibilidad de transformar un problema definido como real a una forma estrictamente matemática. Cabe también en este concepto la posibilidad de interpretar o evaluar un resultado o modelo matemático. El ciclo de matematización lo define la OCDE en 5 pasos (Figura 7):

1. El ciclo se inicia con una situación problemática de la vida cotidiana (Mundo real).
2. El alumno reconoce que conceptos matemáticos son aplicables a la situación.
3. Se producen procesos de abstracción continua en los que progresivamente la realidad va quedando atrás para dar paso a un problema matemático.
4. Se procede a resolver el problema matemático.
5. Las soluciones encontradas en el problema matemático deben de tener sentido en términos de la situación real a la que se enfrenta el alumno. OCDE (como se citó en Bentancor, 2017).

El siguiente esquema representa como funciona el proceso de matematización.

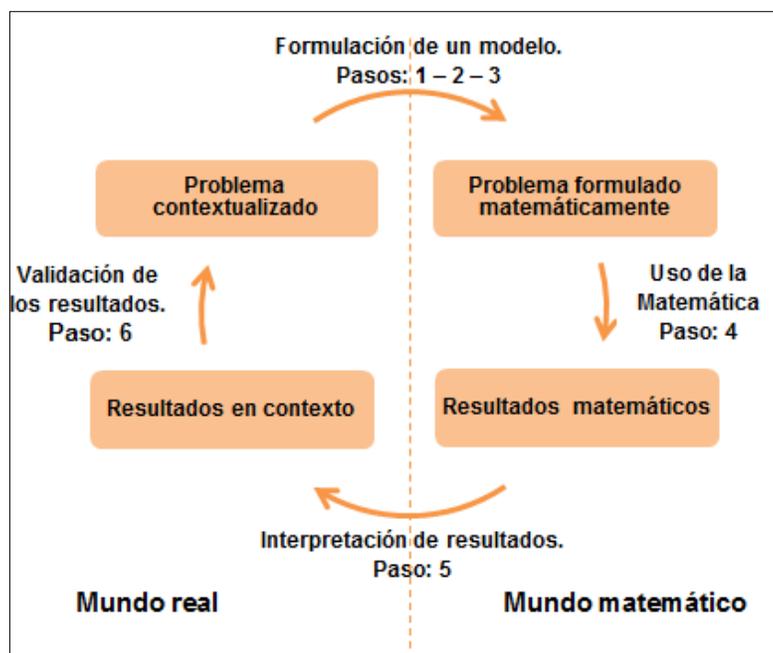


Figura 7. Esquema del proceso de matematización

Fuente: (Bentancor, 2017)

2.4.3. La representación.

Goldin y Kaput (1996) plantean que hay dos tipos de representación; representación interna y representación externa. Entendiéndose la representación interna como las posibles configuraciones mentales de los individuos, que al tener esta condición no son observables, pero que pueden ser inferidas por el observador a partir del comportamiento, de gestos o de lo que dicen los individuos. Este tipo de representación termina siendo subjetiva, dependiendo de quién observa y deduce. Por su parte la representación externa se refiere a las configuraciones físicamente observables, tales como palabras, gráficos, imágenes, ecuaciones, micro mundos informáticos, que finalmente, son una extensión de las representaciones internas del sujeto.

Las representaciones han sido consideradas un elemento fundamental en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas y especialmente en la solución de problemas. Goldin (2018) define las representaciones como " producciones visibles o tangibles, como diagramas, rectas numéricas, gráficos, arreglos de objetos concretos o manipulativos, modelos físicos, palabras escritas, expresiones matemáticas, fórmulas y ecuaciones" (p 1).

Hernández y Socas (1994) plantean la importancia del uso de representaciones en la etapa inicial de la solución de problemas, específicamente en la etapa de comprensión del problema donde se sugiere que el niño intente hacer un dibujo que represente la situación y lo

lleve a una representación más esquemática en la que se centre en los datos fundamentales del problema.

Villegas, Castro y Gutiérrez (2009) proponen tres sistemas de representación más frecuentes en la solución de problemas, además de las traducciones entre ellas (Figura 8).

1. Representación verbal del enunciado del problema: consiste fundamentalmente en el enunciado del problema, que puede ser escrito o hablado.
2. Representación pictórica: aquella que se hace a través de dibujos, diagramas o gráficos, así como cualquier tipo de acción relacionada con estos.
3. Representación simbólica: se refiere a la que se forma de números, signos de operación y de relación; símbolos algebraicos, además de cualquier tipo de acción referida a estos. (p. 288)

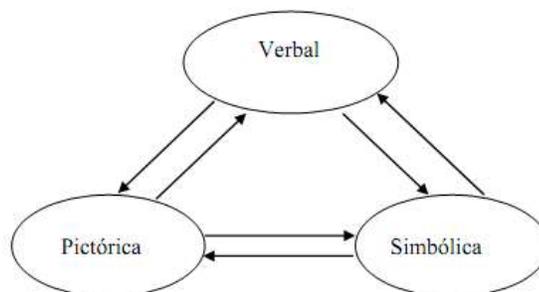


Figura 8. Tipos de sistemas de representación.

Fuente: (Villegas et al., 2009)

2.4.4. El uso de un lenguaje simbólico, formal y técnico y de operaciones.

Esta capacidad se fundamenta en el uso de un lenguaje formal, es decir, usar el lenguaje matemático en un contexto matemático, (esto incluye expresiones aritméticas y operaciones) regido por las reglas matemáticas, a la vez que, realiza construcciones formales sobre las definiciones, las normas, etc.(OECD, 2018b)

Rico (2003) propone que esta capacidad también incluye:

- Decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal, entender sus relaciones con el lenguaje natural.
- Traducir del lenguaje natural al simbólico y formal.
- Manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y formulas.
- Utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Fundamentos metodológicos.

Este proyecto tiene como objetivo principal analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos. La investigación se desarrolló en el ambiente natural al interior del aula de clase de matemáticas, en ella, los estudiantes participantes tienen una intensa interacción en función de la formulación de problemas, a partir de un conjunto de situaciones contextualizadas a diferentes tipos de realidades. Los diálogos, las formas de actuar, las interacciones y la actividad matemática de los individuos fueron analizados, interpretados y descritos con fundamentos teóricos de forma objetiva por la investigadora. Es en este sentido que las características de la investigación y dada su naturaleza se hace pertinente el enfoque cualitativo. En tanto, este brinda herramientas para el análisis y la interpretación de las experiencias de maestros y estudiantes. Este tipo de enfoque se caracteriza por la comprensión mediante la experiencia y la interpretación (Stake, 1999). De esta manera se esperan, establecer generalizaciones que pueden ser aplicables a diversas situaciones, a partir de la representación de los acontecimientos con la propia interpretación directa para alcanzar una comprensión del caso investigado.

Este método justifica una intensa interacción del investigador con las personas, con el objeto de estudio y una búsqueda de conocimiento a partir de las orientaciones teóricas propuestas. Para esta investigación la docente cumple dos funciones, docente e investigadora, lo que propicia la “interacción intensa” entre investigador y participantes, además de que considera su intencionalidad ante los participantes y su subjetividad en lo descriptivo, dando una visión personal sustentada en el registro escrito de la investigación.

En el aula los participantes tienen cualidades y ritmos de aprendizaje diferentes entre sí, es por esto que la subjetividad en este caso no es asunto fácil, ya que los participantes manejan diferentes realidades, lo que invita al investigador a no pretender trazar un mapa, ni conquistar el mundo, sino más bien a describir su contemplación a partir de su experiencia y de descripciones “abiertas” a realidades múltiples (Stake, 1999).

3.2. Tipo de investigación.

El doble rol que tiene la docente, genera una interacción e intervención con los participantes de la investigación, se reflexiona sobre la actividad de formular problemas, esto conlleva a un constante ir y venir entre la teoría y la práctica en pro de caracterizar y analizar las capacidades de los estudiantes para solucionar problemas matemáticos a partir de una serie de tareas que son puestas en práctica. La docente investigadora, no solamente tiene la posibilidad de interactuar permanente con los participantes, sino que también tiene la posibilidad de ser una observadora directa de las acciones, intervenciones, procesos y procedimientos de sus estudiantes. Se convierte en una investigadora participativa en tanto vive inmersa en los problemas que investiga. La investigación no tuvo como objetivo principal el mejoramiento o transformación de las prácticas educativas, pero implícitamente ofrece herramientas que pueden ser acogidas para este fin.

En la investigación se destaca como un aspecto relevante la observación, en ella se estableció un nivel de estructuración puntual, el cual consistió en elegir previamente categorías de análisis, con el fin de expresar los resultados de la observación y sobre esos resultados se construyeron reflexiones e interpretaciones. Dadas entonces las características del estudio, se hace pertinente el método de Investigación Acción Educativa (IAE).

El método IAE contiene la acción y la práctica, este es un método de investigación que permite el diálogo entre el conocimiento y la acción transformadora, no necesariamente relaciona sus elementos de manera lineal, tampoco separa la teoría y la reflexión de la práctica, es decir, teoría y práctica se retroalimentan e interactúan simultáneamente (Rodríguez, 2005).

Así mismo en la IAE, los talleres son técnicas y estrategias que posibilitan espacios de discusión y concertación entre los diferentes actores, en este caso, educadores y estudiantes. Dicho espacio facilitó el mejoramiento de prácticas educativas y propuestas de intervención, ya que, con estos talleres, como cita Rodríguez (2005), se alcanza un conocimiento real, integral y desde adentro.

En este caso a los talleres se le nombraron tareas. Las tareas favorecen: habituar al estudiante a adoptar sus decisiones sobre el proceso de solución, concediéndole cierta autonomía, fomentando la cooperación, incentivando la discusión y los puntos de vista diversos que obliguen a explorar el espacio del problema. De manera que los estudiantes puedan, además de, potencializar sus capacidades para entregar información de apoyo precisa, dirigirse a plantear

preguntas más que a dar respuestas. Así mismo, el docente investigador, dentro del proceso de análisis, logre evaluar más que corregir, valorar más los procesos que la rapidez con que son logrados los resultados (Pozo, 1994).

3.3. Consideraciones generales sobre la institución y los participantes

La siguiente investigación se llevó a cabo en la Institución educativa Rural El Hato del municipio de Caicedo (Antioquia). Contó con la participación de ocho estudiantes del grado cuarto cuyas edades oscilaban entre 9 a 11 años. Es una comunidad que ha sufrido violencia por la presencia de grupos al margen de la ley que ha dejado grandes atrasos en el desarrollo social de la comunidad. Los habitantes de esta zona, en su gran mayoría, no tuvieron la oportunidad de terminar la primaria. La institución trabaja con el modelo escuela nueva, metodología constructivista, cuenta con preescolar, primaria y secundaria.

3.4. Técnicas de investigación y fuentes documentales

En el proceso de recolección de información, la observación directa de clase, las tareas y las entrevistas no estructuradas sirvieron como técnicas de investigación, mientras que las fuentes documentales fueron las grabaciones de audio y video de cada una de las sesiones de clase, las producciones escritas de los estudiantes alrededor de cada tarea y las notas de campo de la docente investigadora.

Para el estudio de la actividad matemática de los estudiantes se dispuso de varias fuentes documentales. En primer lugar, están los textos escritos en donde los estudiantes consignaban lo trabajado en cada una de la tarea que se proponían. En estos textos se encuentran incluidas las hojas de trabajo de cada estudiante, el cuaderno de notas en los que se muestran los procedimientos matemáticos que ellos realizaban. En Segundo lugar, se encuentran las grabaciones de audio y video en donde se registraban los periodos de interacción entre los estudiantes o de estos con la docente investigadora durante el desarrollo de cada tarea. Estas grabaciones permitieron complementar el sentido que los estudiantes dan a la actividad matemática realizada. El gesto, las expresiones orales y la actividad matemática enunciada de forma verbal se capturaron por medio de estas grabaciones. Aspectos que son importantes para entender cómo se fundamenta la actividad matemática del estudiante, el sentido y significado propio de su experiencia.

3.5. Unidades de análisis y proceso de codificación

Las tareas propuestas son consideradas como unidades de análisis. Alrededor de cada tarea se analizan tanto las producciones escritas de los estudiantes, como los vídeos o audios registrados, al igual que las notas tomadas por la investigadora, todo ese conjunto forma una unidad de análisis. Esto significa que se tuvieron entonces tres unidades de análisis, correspondientes a las tres tareas propuestas.

Por otro lado, las categorías de análisis corresponden a las capacidades en la solución de problemas, delimitadas en el marco teórico. Estas se definieron como una codificación a priori, teniendo en cuenta la teoría. A partir de un primer análisis de la información, emergieron dos categorías: la concepción que los estudiantes tienen de problema matemático y los tipos de problemas que ellos formularon. Estas dos categorías jugaron un papel importante en el análisis, en la medida que permitieron identificar aspectos relevantes sobre lo que los niños estaban entendiendo como problema matemático, además de los elementos y estructura presentes en los problemas formulados.

Bajo las categorías de análisis definidas se organizó y analizó la información recogida. Se escanearon las producciones escritas de los estudiantes y se identificaron todos los fragmentos que pudieran dar cuenta de estas categorías de análisis. Una búsqueda similar se hizo con los audios y videos, marcando y transcribiendo los segmentos que pudieran aportar a cada categoría. A medida que se hacía el proceso de digitalización de la información se elaboraron comentarios los cuales contenían un análisis preliminar del contenido. Toda la información del proyecto se digitalizó y se codificó con la ayuda del software Atlas Ti. La base de datos se realizó con la versión 7.

La forma de organizar la información se estableció a partir de discusiones con el tutor de la tesis y con compañeros de la línea de investigación. Los documentos escaneados, hojas de trabajo, cuaderno de notas se nombraron con un código que relaciona la letra inicial de: instrumento de recolección: audio (A) video (V), tarea número: (1, 2, 3, 4...), sesión (número: 1, 2, 3, 4...), participantes (E₁, E₂, E₃, E₄, E₅,...) y fecha (2019).

A continuación, se muestra el proceso de codificación:

INSTRUMENTO	TAREA	SESIÓN	PARTICIPANTE(S)	FECHA	CÓDIGO
A	1	1	E ₁ – E ₂	2019	A1-1(E ₁ – E ₂) 2019
V	1	2	E ₃ – E ₄	2019	V1-2(E ₃ – E ₄) 2019
T	1	3	E ₅	2019	T1-3 E ₅ 2019

Tabla 4. Ejemplo de matriz de codificación.

Para el análisis de resultados además de usar la codificación anterior para citar segmentos de documentos, también se adicionó a los diálogos el minuto y segundo en el que se da la intervención (A 1-2 (1:11: 30)-2019). Para diferenciar las intervenciones de los estudiantes y la docente, en cada dialogo se asignaron siglas. Las siglas asignadas a los estudiantes son: E₁, E₂, E₃, E₄, E₅, E₆, E₇ E₈. Para la docente la sigla con la que se identifica es: P. Para el desarrollo del análisis y presentación de resultados, los estudiantes y la docente se nombran con las siglas definidas anteriormente.

La presentación de los resultados se realizó a partir las 6 categorías de análisis, dado que la unidad de análisis era cada tarea. Esta decisión se tomó con el fin de dar continuidad al análisis con respecto a cada categoría.

3.6. Descripción general de las tareas.

Para el diseño de las tareas se tuvo en cuenta el entorno inmediato del estudiante, ya que estos escenarios cotidianos se hacen más significativos para ellos. Para el caso de los participantes de la investigación su entorno es una zona rural y la vida campesina rodeada de animales que les proveen de alimento. Se pensó en el cuento como forma de invitación para representar sus ideas y emplear su imaginación en torno a la vida de campo y la formulación de problemas matemáticos.

Se diseñaron 3 tareas, la primera con 3 sesiones, la segunda con 4 y la tercera con 3. (Ver anexos B, C y D).

Tarea1: Formular problemas a partir de creación de cuentos.

Esta tarea tuvo como objetivo que los estudiantes formularan problemas libres, de acuerdo con sus intereses y compartieran su trabajo con los compañeros. El desarrollo de la tarea se propuso en torno al cuento, por ser familiar y cercano al estudiante.

Sesión 1: Formulación de cuentos y formulación de problemas. En esta primera sesión se desarrolló en parejas. Se pidió a los estudiantes que formularan un cuento teniendo en cuenta

el contenido del material visual (fichas con imágenes de acciones cotidianas) y a partir de allí, formular 4 problemas matemáticos. Al terminar la escritura del cuento se solicitó a los estudiantes que solucionaran sus propios problemas en una hoja aparte.



Figura 9. Desarrollo de la tarea 1- sesión 1: formulación de cuentos y formulación de problemas.

Archivo de imagen T1-1 2019

Sesión 2: Solución de problemas de los compañeros. Al terminar la escritura del cuento, las parejas de estudiantes intercambiaron las historias que habían escrito reservándose la solución propuesta. Cada pareja identificó los problemas formulados por sus compañeros y los solucionaron.



Figura 10. Desarrollo de la tarea 1- sesión 2: Solución de problemas.

Archivo de imagen T1-2 2019

Sesión 3: Exposición de problemas solucionados. Para esta sesión cada pareja compartió su solución y la comparó con la propuesta por los autores de la historia. Esta sesión se hizo de forma grupal, cada pareja compartió lo trabajado ante el grupo completo. En este momento de la sesión los estudiantes plantearon preguntas a los expositores, relacionadas con la estructura de los

problemas propuestos, además de hacer sugerencias para modificar los enunciados de los problemas.



Figura 11. Desarrollo de la tarea 1- sesión 3: Exposición de problemas

Archivo de imagen T1-3 2019

Tarea 2: Formulación de problemas a partir de una experiencia en la granja.

Esta tarea tuvo como propósito integrar a los estudiantes en contextos cercanos que dieran lugar a reconocer e interpretar situaciones reales que posibilitaran la formulación y solución de problemas.

Sesión 1: Diseño de cuestionario. En esta primera sesión de la tarea, los estudiantes propusieron preguntas para hacer al dueño de la granja el día de la visita. Se les dio la posibilidad de indagar sobre el cultivo de aguacate, la parte ganadera y lechera que allí se trabaja. A partir de las preguntas planteadas por los estudiantes se unificó un cuestionario con las preguntas más reiterativas que los estudiantes propusieron y se implementó el día de la visita a la granja.



Figura 12. Desarrollo de la tarea 2- sesión 1: Diseño de cuestionario

Archivo de imagen T2-1 2019

Sesión 2: Visita a la granja. En esta sesión de la tarea los estudiantes recibieron el cuestionario. Por turnos, pero de manera colectiva, realizaron las preguntas al entrevistado, que

para el caso es el dueño de la granja. Cada estudiante registró las respuestas del entrevistado en su hoja de trabajo. El objetivo de esta sesión fue recolectar información relacionada con la producción del aguacate y la actividad ganadera y lechera de la granja, en especial la relacionada con el procesamiento de la leche para la producción de queso. Las preguntas se enfocaron en insumos, costos, tiempos y demás factores que se relacionan con estas actividades y que fueron de interés para los estudiantes. Es de aclarar que durante la entrevista los estudiantes tuvieron la oportunidad de vivenciar el proceso de ordeño y procesamiento de la leche a partir del momento en el que se empiezan a ordeñar las vacas hasta que se transforma la leche en queso.



Figura 13. Desarrollo de la tarea 2- sesión 2: Visita a la granja

Archivo de imagen T2-2 2019

Sesión 3: Experimento. En esta sesión se buscó que los estudiantes recrearan el proceso de producción de queso aprendido en la finca. El experimento tuvo tres momentos: Antes, durante y después. En el primer momento se les solicitó a los estudiantes que, a partir de la experiencia de la visita a la granja, recrearan el proceso de producción de queso aprendido allí y procesaran 2 kilogramos de queso. Para ello debían hacer una lista de los ingredientes y

cantidades que necesitaban, teniendo en cuenta que los insumos debían ser costeados por ellos mismos. Los aspectos que se tuvieron en cuenta fueron: la cantidad de leche, el costo del litro de leche, el dinero que debían aportar para comprar la leche, la cantidad de cuajo que se necesitaba, la temperatura a la que se debía cuajar y la cantidad de estudiantes en los que se debía repartir los gastos. Toda esta información fue registrada en la hoja de trabajo antes de iniciar el experimento y a partir de esta información formularon algunos problemas, en su mayoría lo hicieron de forma verbal.

Durante el experimento participaron del proceso de producción de queso, formularon preguntas y se plantearon situaciones que dieron paso a la formulación de algunos problemas. Se apropiaron del proceso, hicieron estimaciones de cuanto queso podía salir, del tiempo que demorarían en sacar el queso y del suero que obtendrían al final. Al finalizar el experimento pesaron el queso, lo dispusieron en un lugar seco para luego decidir qué harían con él.



Figura 14. Desarrollo de la tarea 2- sesión 3: Experimento

Archivo de imagen T2-2 2019

Después de haber culminado el experimento, se pidió a los estudiantes que propusieran que se podía hacer con el queso obtenido. Dentro de las propuestas de los estudiantes estuvo que se repartiera en partes iguales entre los 8 integrantes del grupo o que se vendiera con bocadillo para recuperar la inversión. A partir de estas propuestas se generó una discusión entre todos los compañeros que dio paso a la formulación de algunos problemas relacionados con la repartición del producto obtenido y la venta del mismo.

Sesión 4: Cierre. Finalmente, la cuarta sesión de esta tarea consistió en que los estudiantes a partir de la información recolectada en la visita a la finca y la experiencia de producir queso, se pusieran en el lugar del dueño de la finca y establecieran las condiciones para que este negocio fuera rentable. Para ello debían tener en cuenta todos los factores de sostenimiento de la finca el ganado y la producción de leche. En esta sesión los estudiantes

tomaron el rol del dueño de la granja y propusieron diferentes situaciones que les permitieron formular problemas matemáticos emergentes del escenario propuesto.



Figura 15. Desarrollo de la tarea 2- sesión 4: Cierre.

Archivo de imagen T2-4 2019

Tarea 3: Formular problemas a partir de infografías.

La tarea tuvo como propósito que los estudiantes formularan problemas matemáticos con datos extraídos de la lectura de una infografía relacionada con su contexto.

Sesión 1: Lectura de la infografía: Se hizo entrega de la infografía relacionada con la producción y comercialización de café en Colombia. De forma grupal se realizó la lectura de la misma y se analizó la información allí contenida. De acuerdo con la lectura se pidió a los estudiantes que propusieran preguntas relacionadas con la información que mostraba la infografía. Se propusieron algunas preguntas a los estudiantes, pensando en la capacidad que tiene dicha información para predecir lo que efectivamente pasa en la región. Se hizo la lectura de la noticia relacionada con la infografía y se problematizaron los datos que allí aparecían. A partir de esto los estudiantes plantearon algunas preguntas, o incluso formularon problemas, al intentar poner los datos en el contexto cercano. Por ejemplo, ¿Cuál es el costo del café en estos momentos en el municipio? ¿O cuál es el área del municipio dedicada al cultivo de café?



Figura 16. Desarrollo de la tarea 3- sesión 1: Lectura de la infografía

Archivo de imagen T3-1 2019

Sesión 2: Escritura de la noticia. Con base en la infografía que se analizó en la primera sesión, los estudiantes hicieron un análisis y escribieron una noticia que creyeron correspondía a dicha infografía, en donde incluyeron los interrogantes y los análisis que surgieron de la observación de la información de la infografía. Cada pareja de estudiantes compartió con sus compañeros la noticia que escribieron y luego leyeron la noticia real. Compararon su noticia con la real y, en plenaria, presentaron la noticia escrita por cada pareja de estudiantes, y las conclusiones de la comparación con la noticia publicada.

Sesión 3: Formular problemas: Se pidió a los niños que no solo formularan problemas a partir de las noticias escritas por ellos y los solucionaran, sino que formularan preguntas para que las compartieran en casa e intentaran dar solución con la ayuda de sus padres. Algunas de las preguntas son: ¿Cuánto le está costando a mi papá la producción de café? ¿A cómo le están pagando la carga de café a mi papá y cuánto le está quedando de ganancia?

3.7. Compromiso de la investigadora.

El compromiso es ser una docente investigadora reflexiva sobre las prácticas educativas, contribuir al desarrollo de la investigación y buscar avances en la educación matemática. Ser reflexiva e investigativa, aportar a la problematización y comprensión de la práctica pedagógica que constituye al maestro como un sujeto de conocimiento. Es decir, que continuamente construye, produce y resignifica conocimientos, a partir de su propia práctica profesional y de la interlocución con otros sujetos, conocimientos no apenas para sí mismo y sus alumnos, sino también para sus colegas y para la comunidad de educadores matemáticos de la cual hace parte. Ser protagonista de su práctica pedagógica y productora de saberes dirigidos a su profesión.

3.8. Consideraciones éticas.

Galeano (2004) plantea que se debe considerar la ética como modo de vida, no entenderla simplemente como norma o asunto formal. Lo que sustenta que un proceso de investigación debe concebirse con una actitud de respeto, honestidad y reconocimiento de la alteridad; considerando y teniendo en cuenta el punto de vista de las personas investigadas y del investigador. Por ende, se considera que, no sólo las técnicas de recolección de datos y el informe final deben tener criterios éticos en una investigación; estos deben vivirse a lo largo de toda ella mediante unas consideraciones mínimas, según Galeano (2004) son: el consentimiento informado, confidencialidad y el anonimato, este puede ser relativo por decisión del investigado; retorno social de la información, es decir, el derecho del participante de conocer los avances y resultados publicados y su acceso.

Por lo mismo, para el desarrollo de la investigación se informó a los padres de familia o acudientes sobre el objetivo de la investigación y se solicitó un permiso informado para realizar las grabaciones, entrevistas y análisis de los trabajos de los estudiantes participantes en la investigación, además del consentimiento del rector de la institución para el desarrollo de la investigación en el plantel. Detalle de consentimientos informados (Anexo E).

CAPITULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Concepciones de problema matemático.

En el desarrollo de las tareas los estudiantes formulan problemas que dejan ver algunas particularidades de lo que ellos están entendiendo como problema matemático y el tratamiento que les dan para encontrar la solución.

La pareja 1(E₁-E₂) propone como problema matemático una situación en la que se intenta dejar explícita una pregunta en el enunciado (Figura 20)

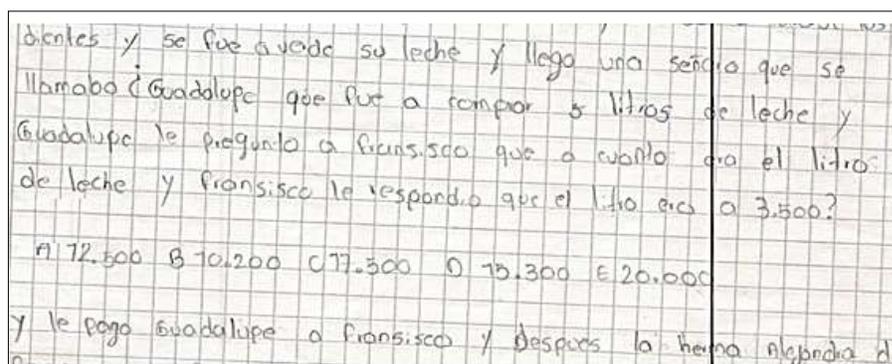


Figura 17. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₁- E₂-2019

En este caso, los niños ponen en la formulación del problema signos de interrogación indiscriminadamente, esto deja ver que ellos buscan hacer una pregunta, dando a entender que un problema matemático existe si, el enunciado contiene una pregunta. El enunciado entre los signos de interrogación deja implícita una pregunta, la cual se puede inferir a partir de la información que se suministra. La pareja ofrece opciones de respuesta que posiblemente permite deducir que se está preguntando por el precio de los 5 litros de leche, y deja abierta esta posibilidad para quienes solucionen el problema.

La aparente intencionalidad que tiene la pareja 1 con el problema anterior, fue entendida por la pareja 2 (E₃-E₄), a quienes les correspondió solucionarlo en la sesión 2 de esta misma tarea. Ellos indagaron por el costo de los 5 litros de leche, pregunta que no estaba explícita pero que ellos asumieron que era por lo que se indagaba en el problema (Ver Figura 18).

	Los Litros de Leche
1	
3,500	valieron 10.500.
3,500	
<u>3,500</u>	
10,500	

Figura 18. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2

Archivo de imagen T1-2 E₃-E₄ 2019

En este caso la pareja 2 para dar solución al problema que supusieron, infirieron la incógnita que debían hallar, y además, la relacionaron con la información del costo de un litro de leche (explícito en el enunciado). La solución que propusieron no es la correcta, posiblemente porque en el texto el número 5 se percibía como un 3.

La pareja 4(E₇-E₈) formuló otro problema que está ligado con situaciones cotidianas en donde se identifica una dificultad (algo que se debe hacer, buscar, indagar, etc.) pero que no necesariamente involucra situaciones matemáticas y por ende, no se requiere resolver un problema matemático (Aunque sí se requiere enfrentar y resolver una situación problemática) (Ver Figura 19).

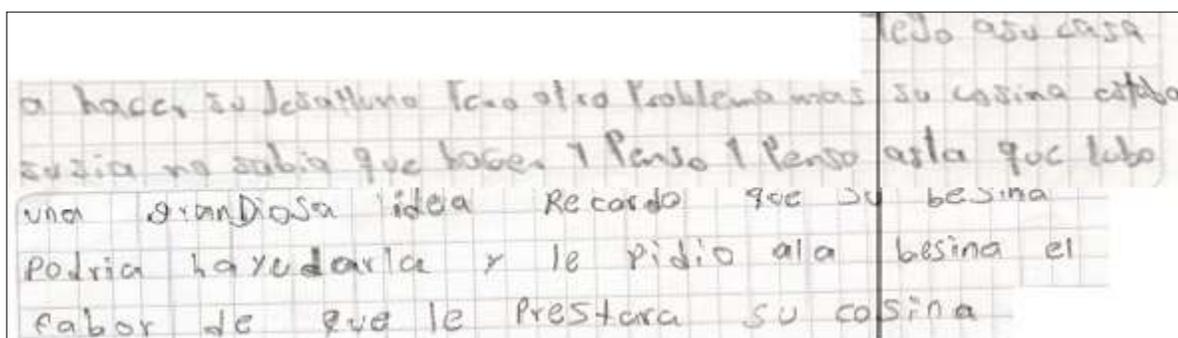


Figura 19. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₇-E₈ 2019

La pareja 3 (E₅-E₆) a quienes les correspondió identificar el problema formulado por sus compañeros identifican como problema matemático al igual que la pareja 4 la misma situación difícil, y le dieron solución (Ver Figura 20).

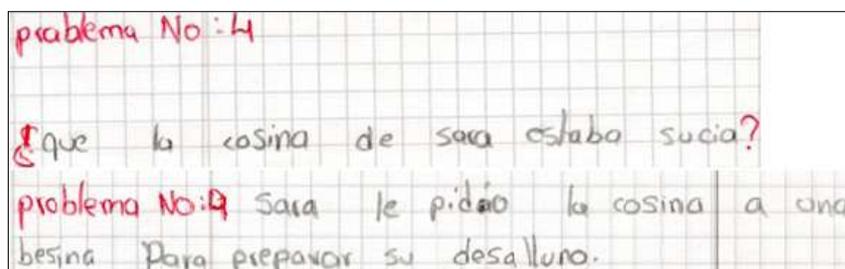


Figura 20. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2

Archivo de imagen T1-2 E₅- E₆ 2019

De la situación anterior se percibe que la pareja 3 y 4 comparten la misma idea de problema matemático, debido a que sin ningún reparo identificaron la situación y le dieron solución, teniendo en cuenta que la instrucción era identificar del cuento de los compañeros los problemas matemáticos allí presentes y solucionarlos.

La pareja 3 formula en su cuento el siguiente problema y con este se confirma que la concepción que comparten la pareja 3 y 4 es muy similar, dada la estructura gramatical de sus problemas y por la forma en la que le dan solución. (Ver Figura 21.)

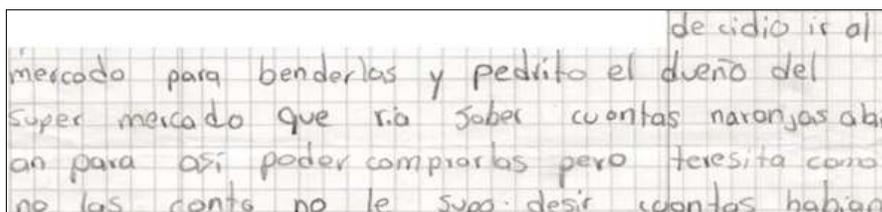


Figura 21. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 2019

Para este caso, la pareja 1 dio solución al problema que formuló la pareja 3, pero antes surge entre ellos una discusión sobre si el enunciado es realmente o no un problema matemático. La pareja 1 después de haber leído esta situación empiezan una discusión con algunas intervenciones de la profesora (P), sobre el problema que allí se propone. En la discusión se evidencia que los estudiantes tienen ciertas preocupaciones por no encontrar un signo de pregunta en el enunciado del problema y porque además no hay cantidades con las que se pueda hacer algún cálculo matemático (Ver . *Diálogo 1* y *Diálogo 2*).

Diálogo 1 Fragmento tomado del archivo de audio A1-2 (0:21:08)

1-E₁: ¡profe!, -estamos pegados, porque no hay signo de pregunta ni nada.

2- PR: pero identifiquen a ver ustedes que creen dónde está el problema, ¿que pusieron ellos como problema?

3- E₂: El problema es que Teresita quería saber cuántas avispas había.

4- E₂: ni un numero para saber si hay que multiplicarlo o sumarlo, solo hay 10 y 12 por acá y ya.

5- E₁: Ana, Ana, ustedes no pusieron ningún problema ahí. (Pregunta a la compañera que originalmente formuló el problema)

Diálogo 2. Fragmento tomado del archivo de audio A1-2 (0:38:00)

1- E₁: Ahí no hay ni un bendito signo de pregunta.

2- E₂: ¡para saber que pregunta es!

3- P: pero ¿no parece una pregunta alguna expresión de ahí?

4- E₁: no

5- E₂: para mí, que Teresita quería saber cuántas abejas había disque para que le diera... les iba a dar naranja, que le iba a dar 6- naranjas. ¿Sí o no E₁?

7- E₁: o de pronto el dueño del mercado quería saber cuántas naranjas o unidades tenía Teresa.

Buscan en el cuento algún otro dato que les permita hacer una operación, es decir que sienten la necesidad de hacer un cálculo matemático para dar solución al problema, pero por la falta de información deciden que no es un problema. (.)

Diálogo 1, entrada 4 y 5)

Para la pareja 1 es muy importante que haya una pregunta en el enunciado del problema y que por lo menos éste contenga dos datos numéricos que les permita aplicar una operación para dar solución.

Con base en esta idea que tienen de problema matemático, reformulan los problemas planteados por sus compañeros para que finalmente tenga un significado para ellos y poder dar solución.)

Diálogo 3, entrada 8)

Diálogo 3. Fragmento tomado del archivo de audio A 1-2(1:11: 30)

1-P: ¿esto sería un problema, según lo que plantearon sus compañeros? El problema dice que los hermanos llevaban cuatro naranjas, para comer en el camino y se encontraron a dos ancianos que tenían mucha sed, entonces los hermanos les regalaron 2 naranjas. ¿Ese problema ya estaría completo?

2- E₂: no.

3-P: ¿qué le faltaría a este problema?

4- E₇: solucionarlo.

5-P: ¿y qué va a solucionar E₇?

6- E₇: ¿llevaban 4 naranjas?

7-P: si, llevaban 4 naranjas y regalaron 2 naranjas a unos ancianitos que tenían mucha sed. ¿Qué le hace falta al problema?

8- E₂: yo creo que le falta decir ¿Cuántas naranjas quedaron? Para que el problema quede completo.

Si bien para la pareja 1 son importantes las preguntas en el enunciado de un problema matemático, no es lo único necesario. Consideran igual de importante encontrar cantidades en el enunciado para identificar un problema matemático que se deba resolver. Así lo expresan en el desarrollo de la tarea 3 (Ver Diálogo 4, entrada 3 y 4) en el que se asocia un problema con una situación en la que interviene por lo menos dos cantidades y se hace explícita una pregunta que relacione las cantidades.

Diálogo 4 .Fragmento tomado del archivo de audio A3-2 E₁-E₂ (01:15:29)

1-P: E₅ les va compartir un problema.

2- E₅: ¿cuántos sacos de café exporto Brasil en el año 2018 y cuántos sacos de café consumió?

3- E₁. Pero ahí no está la información.

4- E₂: Ahí no dice los números para saber si hay que sumar, restar o multiplicar.

5-P: y entonces ¿qué hicieron?

6-E₆: Una pregunta, pero no hay problema.

7-E₂: le faltó la información.

8-E₁: eran dos problemas no dos preguntas

Por otro lado, la pareja 3 (E₅- E₆) en la tarea 1, como problema matemático propone dos preguntas ¿cuánto es una docena de naranjas? y ¿cuánto es media docena de galletas? Para esta pareja una pregunta es reconocida como problema, en ellas se indaga por el concepto de docena, y, por ende, sobre la equivalencia de una docena en unidades (Figura 22).

y al tiempo teresita fue al super mercado a comprar una docena de naranjas, entonces ella le dijo a pedrito que si por favor le daba una docena de naranjas entonces pedrito le pregunta que cuanto era una docena entonces teresita le digo más bien dame doce naranjas, entonces teresita fue a su casa y le dijo a su mamá que si por favor le hacia media docena de galletas de naranja teresita que es media docena de galletas más bien hasme seis galletas y su mamá Rosa le dijo que si

Figura 22. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E5- E6 2019

Esta misma pareja propone como solución al problema formulado, la equivalencia de una docena, y media docena como se puede ver en la Figura 26. (Figura 23).

3. ¿Cuanto es una docena de naranjas?
 Rta: una docena de naranjas son 12 naranjas
 pro: 4
 4. ¿Cuanto es media docena de galletas de naranja le pregunta Rosa a teresita?
 Rta: media docena de galletas de naranja son seis galletas

Figura 23. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E5- E6 2019

La pareja 1 y 2 tienen una concepción de problema matemático fundamentado en las experiencias previas, proponen problemas en la que aparecen datos numéricos y en la que se indaga por alguna variable implícita o explícitamente. Es decir que, para ellos, los datos numéricos y las preguntas en el enunciado son relevantes para interpretar una situación como problema matemático.

Para la pareja 4, la concepción que tienen está relacionada con una situación que les refiera una dificultad de la cotidianidad. Es decir, que ellos proponen situaciones reales que representan una situación problemática y es considerada por ellos y por algunos compañeros como un problema que hay que resolver y que no necesariamente lo hacen por medio de cálculos matemáticos, sino con soluciones que hacen referencia a su cotidianidad.

En la tarea 2 fase 3, antes de iniciar el experimento, los niños formulan problemas matemáticos de forma verbal, relacionados con los insumos que necesitan para el procesamiento de los dos kilos de queso. La formulación y solución de problemas de forma grupal, motivó a los niños a participar y a manifestar espontáneamente sus ideas, propició la interacción y contribución al desarrollo del pensamiento (

Diálogo 5).

Diálogo 5. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(001) (00:08:53)

- 1- P: bueno, dijimos que vamos a sacar 2 kilos queso y vamos a comprar 10 litros de leche. ¿Y entonces?
- 2- E₅: ¿y el dinero?
- 3- P: ¿bueno y entonces cómo hacemos?
- 4- E₅: ¿a cómo vale el litro de leche?
- 5- P: ¿a cómo dijo José que vendía el litro de leche?
- 6- E₄: a 1.500
- 7- E₈: y el terrado es a 4.500
- 8- P: ¿y cuántos litros hace?
- 9- E₈: 3 litros
- 10- P: ¿entonces cuánto cuesta la leche que necesitamos comprar?
- 11- E₆: profe, vale 15.000
- 12- P: listo E₆, muéstreme las operaciones que hizo.
- 13- E₆: yo no hice operaciones
- 14- P: y entonces ¿cómo lo saco?
- 15- E₆: profesora, yo hice la cuenta en la cabeza.

Con ayuda de la profesora, los estudiantes proponen una situación inicial en la que se tiene varias variables en juego (entrada 1), establecen las relaciones entre ellas y formulan preguntas (entradas 2, 4 y 5) además reconocen la necesidad de conocer alguna información (entradas 5 y 6) y realizan operaciones mentalmente para poder solucionar la situación (entradas 11 a la 15).

En el siguiente diálogo se muestran las intervenciones de los niños y las preguntas que hacen y las situaciones que proponen para el desarrollo del experimento que se desarrolló de manera grupal (Diálogo 6). E₅ pregunta si los utensilios también deben ser costeados por ellos

(estradas 1 y 2). E₃ se cuestiona sobre cómo se va a conseguir el dinero, E₆ y E₅ proponen que cada estudiante aporte una cuota para recolectar el dinero (entrada 6 y 7), y saben lo que se está indagando: Reconocen que para solucionar el problema se deben conocer algunos datos en el enunciado, e identificar una operación. Esta situación también les permite hacer estimaciones (entrada 14) de cuánto debe aportar cada uno.

Diálogo 6. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(001) (00:18:14)

- 1- E₅: profe, yo tengo una inquietud, entonces ¿nosotros también tenemos que comprar el cuajo, la sal, el fogón y el gas?
- 2- P: el fogón lo tenemos aquí, si de pronto tuviéramos que alquilar eso tendríamos que...
- 3- E₅: que pagar. Y el cuajo también hay que comprarlo.
- 4- P: bueno, ya sabemos cuánto nos valen los 10 litros de leche, y ¿ese dinero que?
- 5- E₃: ¿de dónde lo vamos sacar?
- 6- E₆: del bolsillo de nosotros.
- 7- E₅: hay que mirar si entre todos 8 lo repartimos para que cada quien traiga su partecita.
- 8- P: bueno, son 8
- 9- E₁: cuánta plata debemos traer entre los 8.
- 10-P: sabemos que necesitamos recoger ¿cuánto?
- 11-E₅: 15.000
- 12- P: pero lo que necesitamos saber es ¿qué?
- 13- E₇: cuánta plata tiene que traer cada uno.
- 14- E₃: yo creo que cada uno debe traer por ahí 2.000 pesos.
- 15- P: y ¿cómo hacemos para saber cuánta plata tiene que traer cada uno?
- 16- E₇: una operación.
- 17- E₁: una división.

Al problema anterior de la compra de leche para desarrollar el experimento se agrega otra variable que refiere a la cantidad de cuajo que se va a necesitar para la producción de queso. Con la propuesta de comprar 1.000 pesos de cuajo (entrada 4), los niños reformulan el problema (entrada 5) y dan algunas posibles soluciones a la pregunta ¿cuánto dinero le corresponde a cada niño aportar? (entradas 7, 8,9, 12). E₁y E₂, por su parte, dan una solución fundamentada en una operación. (Diálogo 7, entrada 16).

Diálogo 7. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(001) (00:23:50)

- 1- P: ¿Y el cuajo y la sal?
- 2- E₇: yo traigo el cuajo.
- 3- E₁: yo traigo la sal.
- 4- F: lo vamos a comprar. Vamos a comprar 1.000 de cuajo.
- 5- E₅: entonces son 16.000
- 6- P: ¿de a cuánto nos toca?
- 7- E₆: a unos les toca traer de a 1.200 y a otros de a 1.000
- 8- E₃: de a 1.500 nos toca traer.
- 9- E₅: a cada uno le toca traer de 14.800.
- 10- P: ¿a cada uno le tocaría traer de a 14.800?
- 11- E₁: no
- 12- E₃: no. 1500
- 13- E₆: si
- 14- P: sumemos, ¿cuánto recogeríamos?
- 15- E₅: Recogemos 12.000. No alcanzaría, entonces sería de a 2.000
- 16- E₁: sería de a 2.000 porque 8 por 2 da 16.
- 17- P: entonces ¿de a cuanto nos toca?
- 18- E₁: de a 2.000
- 19- E₂: de a 2.000 porque yo ya hice esto y me dio 2.000
- 20- P: cada uno debe traer 2.000 para comprar el cuajo y comprar la leche.

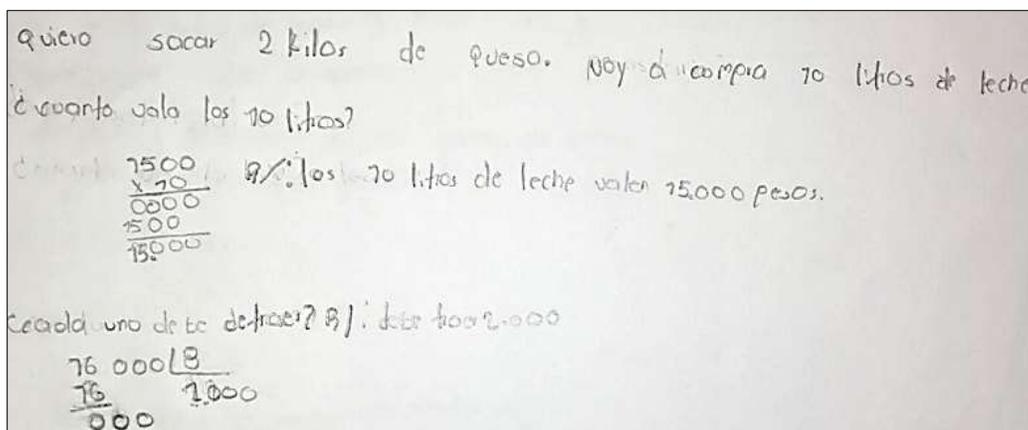


Figura 24. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3

Archivo de imagen T2-3 E₁ 2019

En la Figura 24 se muestra como E₁ formula el problema, ya propuesto de forma grupal, pero que él escribe para dar solución. En el enunciado del problema omite el valor de cada litro de leche debido a que él ya lo conoce y no considera la necesidad de explicitarlo. Usa el valor que halló en el problema anterior, le suma los mil pesos de cuajo que van a comprar y finalmente hace una división para calcular la cuota que le corresponde aportar.

En el enunciado de este problema se identifican varios elementos importantes que dejan reconocer la concepción de problema del estudiante: primero, las cantidades que se asignan a las variables del enunciado del problema, y segundo, la pregunta que se hace explícita, en la que se relacionan las variables. Para E₁ la concepción de problema en relación con la tarea 1 se ha consolidado: aparecen a lo menos dos datos y una pregunta que indague por algo relacionado con las dos variables. Aplica correctamente los algoritmos y da la solución correcta al problema formulado.

Por otra parte, E₇, después de haber discutido la situación con sus compañeros (Diálogo 7) formula el problema de la siguiente manera:

Antes del experimento: quiero sacar 3 kilos de queso
necesito sal, cuajo, leche, olla, jagón, y gas.

$$\begin{array}{r} 1.500 \\ \times 10 \\ \hline 1500 \\ 2.5110 \\ \hline 2.6610 \end{array}$$

cada uno debe traer 2.000

$$\begin{array}{r} 16.000 \\ \times 2.000 \\ \hline 16000 \\ 160000 \\ 1600000 \\ 4.28800 \\ \hline 0.22880 \end{array}$$

Figura 25. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3

Archivo de imagen T2-3 E₇ 2019

El enunciado del problema evidencia un asunto problemático, y para resolverlo se hace necesario tener completos todos los ingredientes y utensilios. E₇, guiado por la discusión, y los aportes de los compañeros, realiza algunos cálculos con los datos que fueron aportados, sin embargo, esos cálculos no se hacen de forma correcta y llevan a una solución incorrecta del problema. Finalmente E₇ da una solución pero no fundamentada en los cálculos anteriores sino por lo que sus compañeros han dicho (Diálogo 6 y Diálogo 7).

De la forma en la que E_7 formula el problema (figura 28), se evidencia que su concepción de problema sigue centrada en la idea de una dificultad de la cotidianidad, en la que no hay un interrogante ni valores que se relacionen en el enunciado del problema. A medida que se desarrolla la tarea E_7 tiene la oportunidad de formular nuevos problemas en los que se evidencia como cambia la concepción que tiene sobre problema matemático (Figura 26).

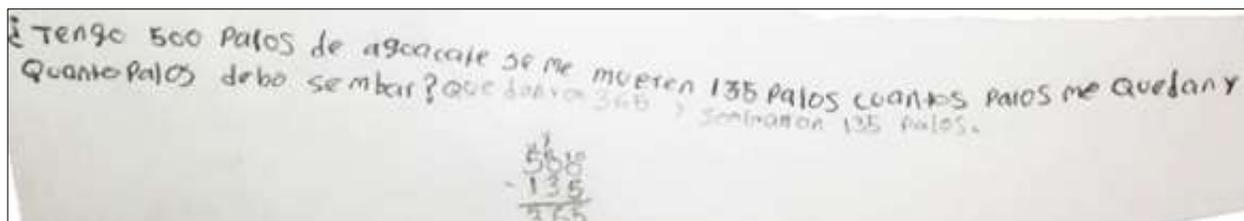


Figura 26. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E_7 2019

En este caso E_7 cambia la estructura gramatical de los problemas que formula (Figura 26), hace una pregunta explícita, involucra dos cantidades, y, además, define acciones sobre las cantidades, para finalmente realizar un cálculo aritmético que le sirve para dar respuesta a su problema.

En la tarea 3, los niños continúan proponiendo situaciones en donde se pone en juego diferentes variables, situaciones problema y relaciones entre las variables identificadas. Reconocen y establecen estas relaciones por la contextualización que tienen la situación, dado que, si es algo cercano para ellos, le otorga un significado a la actividad matemática que desarrollan. Ayllon y Gómez (2014) afirman que la mayoría de estudiantes formulan o inventan sus problemas a partir de sus experiencias personales, lo que proporciona mayor comprensión de su entorno y contribuye a aumentar conocimiento matemático.

Al finalizar la tarea 3, los estudiantes formulan problemas relacionados con la información recolectada en la visita a la granja y la experiencia vivida en el desarrollo de experimento. E_4 formula algunos problemas relacionados con el tema, sin embargo, en una de sus conversaciones con E_2 (diálogo 8) asegura que cada operación que él hace corresponde a un problema (entrada 6 y 7). E_2 intenta que cambie su concepción diciéndole que una operación no es lo mismo que un problema matemático (entradas 9 a 11). E_4 sigue insistiendo que operación y problema es lo mismo e intenta apoyar su idea con la opinión de la profesora.

Diálogo 8. Fragmento tomado del archivo de audio A2- 4 (01:04:54)

- 1- P: listo, otro problema.
- 2- E₂: el del tomate de aliño.
- 3- P: bueno, listo.
- 4- E₄: ahh yo solamente puse el de las vacas. Más no, porque me tocaba hacer mucho.
- 5- E₂: pero tiene que hacer dos problemas
- 6- E₄: ¡Yo ya! Vea, uno, dos, tres y más el de sumar y todo
- 7- E₂: Ah yo también he hecho tres operaciones. Vea, una, dos, tres, cuatro
- 8- E₄: yo tres más la otra cuatro.
- 9- E₂: pero problemas, problemas, problemas.
- 10- E₄: por eso. Eso es lo mismo que esto.
- 11- E₂: no. No es lo mismo hacer operaciones que problemas.
- 12- E₄: ¡Ah! eso es lo mismo.
- 13- E₂: profesora, ¿cierto que problemas es no es lo mismo que esto?
- 14- F: una cosa son las operaciones que tiene que hacer para solucionar un problema y otra son los problemas.

A medida que se fue avanzando en el desarrollo de las tareas, los niños tuvieron la oportunidad de formular nuevos problemas. Esta vez relacionados con la información que les proporcionó la infografía, que tenía como tema central el café. Para los niños el tema no fue desconocido por ser la producción y comercialización de este producto uno de las principales actividades económicas de las familias del municipio. La pareja 2 (E₃- E₄) a partir de la lectura de la infografía y de la información que conocían a partir de su experiencia, formularon un problema en donde incluyeron el precio del café en la cooperativa de caficultores del municipio (Figura 27).

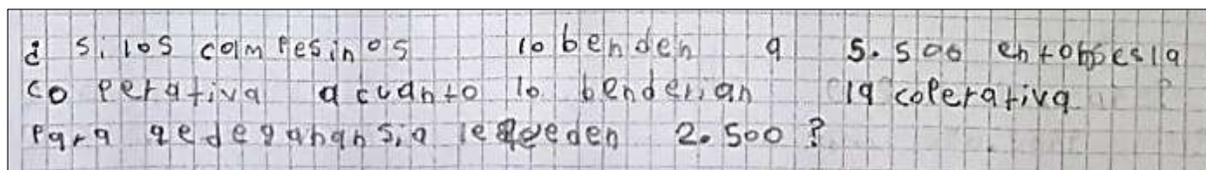


Figura 27. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1

Archivo de imagen T3-1 E₄- E₃ 2019

Lo particular de la situación es la forma como los estudiantes llevan a su contexto la información que encontraron en la infografía, se apropian y la relacionan con información ya conocida para luego, y a partir de allí formular nuevos problemas. Esa conexión y apropiación que realizan de la información los lleva a mejorar su capacidad para comprender, formular y solucionar un problema.

Dichas manifestaciones de los estudiantes son evidencia de la forma en que su actividad intelectual es influenciada desde los marcos socioculturales en los que se despliega su vida cotidiana. Según Vygotsky el ser humano, se desarrolla en una cultura en un contexto y en un tiempo determinado (Daniels, 2003).

El contexto y la cultura en el que los estudiantes se desenvuelven influyen en cómo ven el mundo, como se acercan a él y lo comprenden. Es así como la actividad matemática no puede ser ajena a estas condiciones sociales y culturales que dan significado a los procesos, razonamientos y concepciones que se tienen de las mismas matemáticas.

Es así que a partir de estas situaciones contextualizadas no solamente mejoran su capacidad de formular y solucionar problemas, sino que la concepción de problema matemático se moviliza. Es el caso de E_4 quien consideraba como problema matemático una operación, pero que en el desarrollo de esta tarea formula problemas con enunciados contextualizados y con características especiales: poseen al menos dos cantidades y una pregunta que las relacione (Figura 27).

Por otro lado, E_3 reconoce durante un diálogo entre la docente y los estudiantes una situación que cataloga como problema matemático (Diálogo 9, entrada 7 y 8). Reconoce dos cantidades que se relaciona entre sí, además de que se pregunta por algo que se puede contestar con una operación matemática.

Diálogo 9. Fragmento tomado del archivo de audio A3-1 (00:25:27)

- 1- P: Ustedes saben ¿a cómo están vendiendo la carga de café en la cooperativa?
- 2- E_6 : está 850.000 la carga de café.
- 3- P: a mí alguien me pasó el dato. La carga de café estaba a \$860.000
- 4- E_6 : subió 10.000
- 5- P: ¿Cuánto trae una carga de café?
- 6- E_6 : 125 kilos de café.

7-P: 125 kilos de café, entonces aquí me dijeron que el kilo lo estaban pagando a 5.500. Hagamos el cálculo a ver si sí nos da. 5.500 por 125. A ver si nos da lo que habíamos hablado ahorita.

8- E₃: eso puede ser un problema matemático.

Hasta este momento y según las discusiones que han tenido los estudiantes, ellos llegan a la conclusión que hay algo fundamental que debe poseer un problema matemático y es que exista una pregunta. Así lo manifiesta E₄ (Diálogo 10, entrada 10). Por su parte E₇ busca dar un ejemplo de lo que dice E₄ y formula de forma oral un problema con la característica que sugiere E₄ (entrada 11).

Diálogo 10. Fragmento tomado del archivo de audio A3-1 (00:31:10)

1- P: miremos, aquí estaban pagando 3987 la libra. ¿Cuántas libras tiene un kilo?

2- E₄: dos

3- E₂: tres.

4-P: un kilo tiene dos libras. Una libra más otra libra hace un kilo. ¿A cómo estaban pagando un kilo?

5- E₄: profe yo sé. 7.795,20 pesos

6-P: con esa información ¿qué preguntas nos surgen a partir de la información que tenemos?

7- E₃: ¿no podríamos hacer un problema matemático con los resultados de las dos multiplicaciones?

8- P: claro lo podríamos hacer E₃

9- P: para que exista un problema...

10- E₄: tiene que haber una pregunta.

11-E₇: Si tengo 480 dólares y lo multiplicamos por 20 dólares, ¿Cuántos dólares en total tendríamos?

12- P: si, podría ser un problema.

4.2 Tipos de problemas propuestos

El trabajo de los estudiantes con las diferentes tareas les permitió formular diferentes tipos de problemas, algunos de ellos de tipo aditivo, y otros de tipo multiplicativo.

La pareja 2 propone un problema de tipo aditivo (Figura 28). Es un problema de cambio, en donde la cantidad inicial y la magnitud de cambio son conocidas: la cantidad inicial (4 naranjas) es modificada por la acción de “perder” y posteriormente se indaga por la cantidad final (¿Cuántas naranjas les quedan?).

llevan 4 naranjas para el camino y tomar el jugo de naranjas
 Para el regreso y se le volvio la canasta y encontraron dos
 naranjas y se les perdieron la otras dos naranjas y entonces cuantas
 naranjas les quedaron

Figura 28. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₃- E₄ 2019.

E₇ formula un problema de tipo aditivo, que se clasifica como problema de cambio: se tienen 20 vacas, el hecho o mejor los hechos que originan el cambio son “ordeñar” e “inyectar”, y se indaga por cuantas vacas le quedan para ordeñar. El hecho de que haya dos acciones que modifiquen la situación inicial, hace que la estudiante tenga que plantear dos operaciones. En la primera operación representa la situación con la primera acción que es la de ordeñar 5 vacas, mientras que en la segunda representa las dos acciones juntas sobre la cantidad inicial (Figura 29).

¿tengo 20 vacas inyecte 5 vacas cuantas vacas me quedan para
 ordeñar y hiba ordeñado 3 vacas cuantas vacas tengo que ordeñar
 y las 5 vacas que inyecte no las pueda ordeñar?

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ - 3 \\ \hline 17 \end{array}$$

Figura 29. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E₇ 2019

El siguiente problema fue planteado por la pareja 2 (Figura 30), es un problema con estructura aditiva. En él se reconocen varios componentes, la situación de partida (Brasil produjo 62.500 sacos de café), hecho que origina el cambio (exportó 21.286 sacos de café) y la situación final (¿cuántos sacos de café le quedaron a Brasil?). La acción sobre esta cantidad produce un cambio, ya sea de aumento o disminución sobre la cantidad inicial, lo que permite clasificarlo como problema de cambio.

¿ Si Brasil produjo 62.500 sacos de café y exporto
 21.286 sacos de café le quedaron a Brasil?

$$\begin{array}{r} 62.500 \\ - 21.286 \\ \hline 41.214 \end{array}$$

se quedaron con 41.214 sacos de café

Figura 30. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1

Archivo de imagen T3-1 E₃- E₄ 2019

El problema formulado por la pareja 3 (Figura 31), tiene una estructura aditiva de comparación, que tiene varios componentes en su estructura. En él se identifica una cantidad de referencia (en el año 2009 se sembraron 887.660 hectáreas de café) una diferencia (cuánto aumento del 2009 al 2010) y una cantidad comparada (en el año 2009 se sembraron 914.410 hectáreas de café).

La estructura del problema y el lenguaje que se empleó revelan dominio sobre las relaciones que se querían establecer en el problema, además de una muy buena matematización del problema, pues en este caso la palabra “aumentó” hubiera podido producir un error en la asociación de la operación matemática, debido a que la acción de aumentar se refiere a que hay más hectáreas de café al final de la acción. Sin embargo, no se conoce de cuanto fue dicho aumento: lo que se aumentó es la incógnita. Por eso, una situación de aumento (al pasar de una cantidad inicial menor a una cantidad final mayor) se resuelve con una operación de restar, en tanto la pregunta se refiere a dicha incógnita.

En el año 2009, en Colombia se sembraron 887.660 hectáreas y en el 2010 se sembraron 914.410. Cuánto aumento del año 2009 al 2010 en hectáreas de café?

Rta: De el 2009 al 2010 las hectáreas de café subieron 26.750 hectáreas.

$$\begin{array}{r} 914.410 \\ - 887.660 \\ \hline 26.750 \end{array}$$

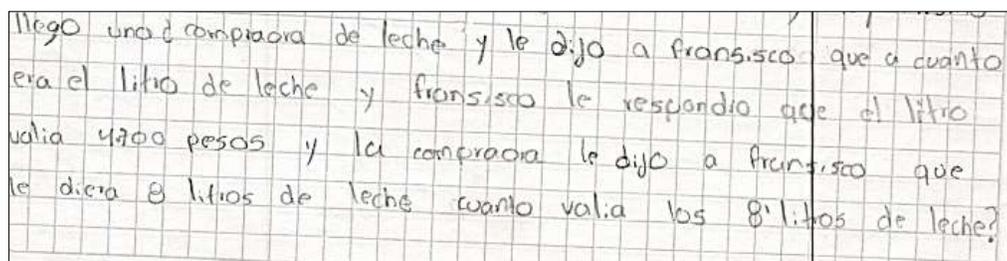
Figura 31. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2

Archivo de imagen T3-2 E5- E7 2019

La pareja 1 formuló un problema con estructura multiplicativa. Éste se clasifica en la categoría de isomorfismo de medida, en la subclase de multiplicación: se indaga por el valor de 8 litros de leche si un litro cuesta \$4.700 (Figura 32). Las dos magnitudes en el enunciado del problema son litros y precio. Es decir que siguiendo la estructura propuesta por Vergnaud:

$$\begin{array}{l} M_1 \leftrightarrow M_2 \\ \hline 1 \leftrightarrow a \\ \dots \\ b \leftrightarrow x \end{array}$$

Se tiene que $a = 4.700$, $b = 8$, $M_1 = [\text{litros}]$, $M_2 = [\text{pesos}]$ La función entre las dos magnitudes es una proporcionalidad simple y directa.



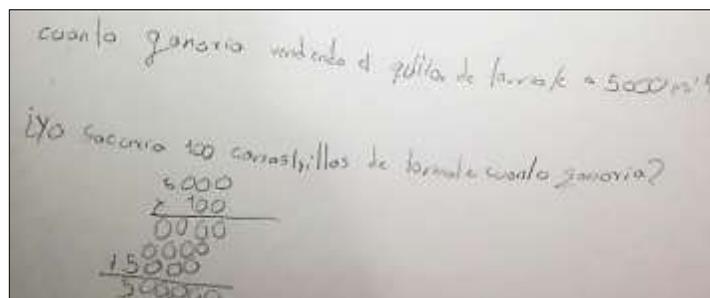
llego una compradora de leche y le dijo a Francisco que a cuanto era el litro de leche y Francisco le respondió que el litro valia 4700 pesos y la compradora le dijo a Francisco que le diera 8 litros de leche cuanto valia los 8 litros de leche?

Figura 32. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₁-E₂ 2019

E₂, por su parte formula un problema de tipo multiplicativo, en el que retoma el negocio de su papá quien se dedica al cultivo de tomate de aliño, es decir que él se siente muy cercano a este contexto y decide formular su problema a partir de esta situación (Figura 33).

En este problema aparecen dos magnitudes (kilos, precio) y una cantidad adicional (100 canastillas). Este se puede clasificar como problema de isomorfismo de medida, en la subcategoría de multiplicación. Con la inclusión de la tercera cantidad, se requiere conocer cuántos kilos hay en una canastilla, sin embargo el niño no toma en consideración esta distinción entre canastillas y kilos y realiza una multiplicación en la que se relacionan las dos magnitudes (precio / kilogramo)



cuanto ganaria vendiendo el quintal de tomate a 50000 pesos?

¿Yo sacaria 100 canastillas de tomate cuanto ganaria?

$$\begin{array}{r} 6000 \\ + 900 \\ \hline 6900 \\ + 8000 \\ \hline 14900 \\ + 35000 \\ \hline 50000 \end{array}$$

Figura 33. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E₂ 2019

E₁, propone problemas de tipo aditivo y multiplicativo, usa los datos que recolectó en la visita a la finca (Figura 34).

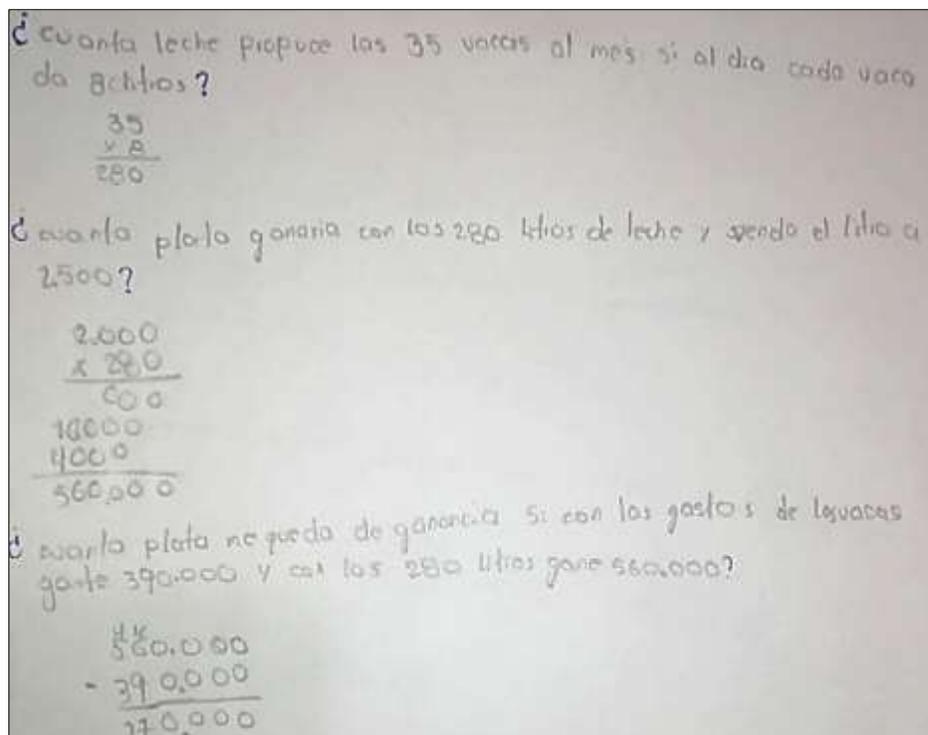


Figura 34. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E₁ 2019

El problema 1 (Figura 34), es un problema con una estructura multiplicativa de proporción múltiple, es decir que es un problema compuesto, en el que aparecen por lo menos tres magnitudes y hay que hacer más de una operación. En el enunciado del problema se encuentran tres magnitudes (litros, vacas y días) y se indaga por la cantidad de leche que producen las 8 vacas por mes (30 días). Para solucionar el problema se establece primero la función entre dos de estas magnitudes (litros –Vacas) y que corresponde a una proporcionalidad directa entre estas. Ajustando el problema al esquema de Vergnaud se tiene que:

$$\frac{M_1 \leftrightarrow M_2}{1 \leftrightarrow a}$$

...

$$b \leftrightarrow x$$

$$a = 8, b = 35, M_1 = [\text{vacas}], M_2 = [\text{litros}]$$

Al conocer la cantidad de litros de leche que producen las 35 vacas, en un día (280 litros), se ajusta nuevamente al esquema y se tiene que $a = 280, b = 30, M_1 = [\text{n}^\circ \text{ de días}], M_2 = [\text{litros}]$. La forma en la que el estudiante relaciona

las cantidades en la representación simbólica del problema deja ver que calcula la cantidad de leche que producen las 35 vacas en un día y no en un mes. Aunque la solución que el estudiante proporciona no es la correcta, si hace una buena formulación del problema y usa esa respuesta para formular el siguiente.

El problema 2 (Figura 34), que se conecta con el resultado del problema 1, tiene una estructura multiplicativa de isomorfismo de medida, de la subclase de multiplicación. En el enunciado se distinguen dos magnitudes (precio- litro). Aplicando el esquema de la regla de tres simple, se tiene que $a = 2.500, b = 280, M_1 = [litros], M_2 = [precio]$. El estudiante realiza una multiplicación entre las magnitudes que le permite conocer el valor que busca y que le es útil en la formulación del tercer problema.

Finalmente el problema 3 (Figura 34), tiene una estructura aditiva que se clasifica como problema de cambio, es decir que la situación de partida (ganancia de \$560.000) es modificada por un hecho (gastar \$390.000) y se indaga por la situación final (¿Cuánto queda de ganancia?). La manera en la que el niño formula sus problemas y mantiene un hilo conductor entre estos, muestra un dominio sobre la actividad matemática que está desarrollando. Los problemas son interesantes por la secuencia que mantienen, además dejan ver una comprensión y reconocimiento por parte del estudiante de las cantidades, relaciones y acciones sobre las cantidades que se ven reflejadas en los procesos matemáticos y la representación simbólica de los problemas.

4.3 Comunicación

El desarrollo de las diferentes tareas posibilitó y fomentó en los estudiantes el acto comunicativo y enunciativo con relación a la formulación y solución de problemas matemáticos. Los niños fueron actores activos del acto enunciativo y tomaron diferentes roles en el proceso de enunciación. Esto nos permite identificar a través de su actividad de formular y solucionar de problema los roles, tonalidades y las orientaciones sociales del discurso.

El siguiente diálogo muestra una interacción entre la pareja 2 (E₃- E₄). Ellos discuten acerca de cuáles fichas deben escoger y cuáles de éstas les proporcionan más elementos que ayude en la formulación de sus problemas y cómo las pueden incluir en su historia (Diálogo 11).

Sus interacciones se dan alrededor de la información útil para poder formular los problemas. E₃ toma el papel de Enunciador, mientras que E₄ es el Enunciario. La voz ajena, el Tercero son los elementos que son útiles para formular los problemas (entrada 1 y 2). La

tonalidad del discurso es predicativa, E₃ se dirige a E₄, (del Yo hacia el Tu). La orientación en el discurso es de acercamiento, de cómplice debido a que E₃ propone a E₄ situaciones que sirven de base para formular los problemas (entradas 1, 3, 9, 13 y 15), mientras que E₄ se convierte en aliado de E₃, acogiendo sus ideas.

En el diálogo entre el enunciador y el enunciatario se identifican dos asuntos puntuales que ellos tienen en cuenta para la formulación de los problemas, dado que sus actos discursivos están enmarcados al desarrollo de esta actividad. Estos asuntos son: Tema sobre el cual van a formular los problemas (entradas 1, 2, 4, 5, 9, 13, 14) y acciones sobre las cantidades “vender” (entrada 3) “tener” (entrada 6) “sacar (entrada 9).

Diálogo 11. Fragmento tomado del archivo de audio A 1-1(0:08: 27)

- 1- E₃: Mira aquí hay una de la granja.
- 2- E₄: si aquí hay una vendiendo frutas.
- 3- E₃: ahh esta nos puede servir para un problema, manzanas. Digamos que ella está vendiendo manzanas.
- 4- E₄: mire esta.
- 5- E₃: ¿Tiene algo como para un problema? Muéstrela. Ah o podemos usar esta.
- 6- E₄: ahh esta tiene arena. Cuantos kilos de arena se imagina que uno tiene.
- 7- E₃: eso es trigo.
- 8- E₄: mira abejitas.
- 9- E₃: aquí hay otra de abejitas. Y por acá había otra de un niño sacando miel de un panal.
- 10- E₄: busquémosla.
- 11- E₃: por aquí debe de estar.
- 12- E₄: sí.
- 13- E₃: busquemos la que tiene la miel del panal y de ahí nos inventamos la historia.
- 14- E₄: ahh véala aquí. Tenemos cuatro. ¿Cuál más? Ahh vea aquí las naranjas. La miel.
- 15- E₃: ya sé, nos inventamos: Pepito fue a su casa a... jum
- 16- E₄: yo acá tengo cuatro. Hey E₃, ¿cuál va ser el problema?
- 17- E₃: no sé. ¿Qué hacemos?

El siguiente dialogo se da en el marco de la tarea 1, entre la pareja 1 (E₁- E₂), (Diálogo 12). En éste, quien toma el papel de Enunciador es E₂, de enunciatario E₁ y de Voz ajena es la

formulación de un problema. El acto discursivo del enunciador tiene varias tonalidades, la primera que se evidencia es la intencional, pues afirma y propone (entradas 1,3), luego pasa a una tonalidad predictiva, ordena al enunciatario seguir unas instrucciones (entradas 5, 7, 11), en ambas tonalidades se mantiene una orientación de acercamiento entre los componentes relacionados.

Por su parte el acto discursivo del enunciatario tiene una tonalidad predictiva, es solidario con el discurso del enunciador, es decir que en su acto discursivo el enunciatario sugiere, le propone, recomienda y autoriza (entradas 4, 6,8 y 10). A medida que se va dando el discurso, su tonalidad se transforma en apreciativa con una orientación de lejanía, entre enunciatario y el tercero, debido a que manifiesta ironía en sus expresiones (entrada 12).

En el diálogo se identifican elementos de los problemas que están formulando: magnitudes “horas”, “litros”, “precio” (entradas 1,2,3,13,16,18,20), cantidades (entradas 1,2,3,14,15), incógnitas (entradas 21, 24), acciones sobre las cantidades “vender” (entrada 13), relaciones sobre las cantidades y el proceso en la solución de problemas (entrada 24). A través del discurso y de los roles que cada uno asume, ellos logran acordar y definir estos elementos, que son fundamentales en su actividad de formular problemas.

Diálogo 12. Fragmento tomado del archivo de audio A1-1(1:04:18)

- 1- E₂: entonces Alejandra, fue a donde Francisco y llego dentro de una hora.
- 2- E₁: dentro de una hora y media.
- 3- E₂: no, tres horas, como si viviera en Medellín.
- 4- E₁: y ¿el problema?
- 5- E₂: pues es que así es el problema, usted va copiando y yo le voy dictando el problema.
- 6- E₁: bueno yo confío en usted.
- 7- E₂: sigamos, Alejandra llego donde Francisco para ver como...
- 8- E₁: iba el negocio
- 9- E₂: de leche. Ahí mismo llegó Alejandra
- 10- E₁: vea, llegó, vea.
- 11- E₂: sígale, sígale, y ahí mismo llegó una compradora de... leche.
- 12- E₁: ni modo que de huevos.
- 13- E₂: y le dijo que le vendiera 10 litro de leche.
- 14- E₁: ¿diez?

- 15- E₂: bueno, ocho.
- 16- E₁: le pregunto a Francisco que ¿a cómo era un litro de leche?
- 17- E₂: ¿Cuánto es que valía?
- 18- E₁: \$4.700
- 19- E₁: y Francisco le respondió...
- 20- E₂: si, Francisco le respondió que era a \$4.700.
- 21- E₁: ah, falta el signo de pregunta.
- 22- E₂: entonces que si le podía dar 8 litros de leche.
- 23- P: ¿qué estás haciendo ahí?
- 24- E₂: estoy haciendo una operación para saber cuánto valen 8 litros de leche cada uno a 4.500.
- 25- E₂: profesora cuanto es 16 y 16.
- 26- E₁: 32. Y 32 más 5, da 37 nos da 37.600

En el Diálogo 13, los niños comunican sus opiniones libremente, reflexionan y argumentan sus ideas matemáticas fundamentadas en sus conocimientos. Los niños hablan, y componen su discurso a partir de cuántos litros de leche se necesitan para poder obtener 2 kilos de queso. E₅ toma el papel de enunciador, propone hacer una resta entre dos cantidades dadas (entrada 1). El acto discursivo de E₅ se resalta una tonalidad intencional con una orientación de cercanía, pues propone una acción para poder solucionar un problema. La maestra (P) es en este caso es enunciatario, al igual que los otros participantes de la discusión (E₃, E₇, E₁, E₂, E₄), quienes toman un papel en la construcción del enunciado, a partir de sus actos discursivos, tonalidades y relaciones. Cada uno de los enunciatarios mantiene una tonalidad; E₃ complementa (entrada 2), E₂ se opone (entrada 3), P pregunta, se opone y afirma (entradas 4, 10) E₇ y E₁ afirman, se oponen (entradas 5, 6 y 9), E₄ se opone y afirma (entrada 8). La tonalidad del discurso es predictiva, el enunciador se hace una imagen del enunciatario en relación con la anticipación de su respuesta, el enunciador mantiene una orientación de cercanía con el acto discursivo del enunciatario. Tanto enunciador como enunciatario son actores activos en la creación del discurso referido a la formulación de problemas.

Diálogo 13. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(001) (00:07:47)

- 1- E₅ yo propongo que, a cuarenta litros de leche, le quito seis kilos de queso.
- 2- E₃: serian 32.

- 3- E₂: no. ¿O sí?
- 4- P ¿a litros le puedo quitar kilos?
- 5- E₇: no
- 6- E₁: no
- 7- E₃: serían 34 kilos.
- 8- E₄: no le pude quitar porque tiene que también ser litros.
- 9- E₇: E₄, pero no da.
- 10- P: a los litros le tengo que quitar litros, no le puedo quitar kilos, porque son magnitudes diferentes.

El siguiente diálogo se da en el marco de la tarea 3, sesión 2 (

Diálogo **14**). Los integrantes de la pareja 1 hablan y discuten acerca de la información debe tener el problema que quieren formular, además de acordar la redacción más adecuada del enunciado y de la pregunta del problema. En esta interacción, E₁ toma el papel de enunciador y E₂ el de enunciatario.

E₁ propone a E₂ analizar una gráfica para poder extraer de allí información que les ayude a formular un problema, E₁ aprueba y complementa el enunciado de E₂ pues plantea una pregunta que puede servir para la construcción del problema (entradas 1 y 2). En las intervenciones siguientes el enunciador pregunta, propone, recomienda y sugiere, anticipándose a la respuesta del enunciatario, mientras que el enunciatario se convierte en cómplice, tiene una orientación de cercanía con los actos enunciativos del locutor.

Diálogo 14. Fragmento tomado del archivo de audio A3-2 E₁- E₂ (00:18:25)

- 1- E₁: analicemos esta y esta (señala graficas de la infografía)
- 2- E₂: si ¿a cuánto le están pagando el kilo?
- 3- E₂: si ¿por cuánta producción de café Brasil le ganó a Colombia?
- 5- E₁: por cuantos sacos, no por cuanta producción.
- 6- E₂: por cuantos sacos de Café India... eso sería como igual a la de arriba.
- 7- E₁: no importa, pero eso no queda bien así.
- 8- E₂: ¿cuántos sacos de café produce más Vietnam que Colombia?

En el diálogo 15 que se dio en el marco de la tarea 3 sesión 2, la pareja 1 intercambian ideas y proponen expresiones que favorezcan la buena formulación de un problema. Agregan, quitan, y cambian palabras para mejorar la redacción de sus escritos, pero además involucran

información numérica que necesitan para su propósito. E_2 es en este caso permite a E_1 que sea el enunciador y E_2 el enunciatario, la tonalidad del enunciado es predictiva y la orientación social de los actos discursivos del enunciatario y enunciador están entre cercanía y lejanía. La imagen que se crea en el discurso del interlocutor es de aliado, pero también de oponente, es decir que en algunos actos discursivos se propone, aconseja (entradas 3, 5), mientras que en otros se regaña, se refuta o se critica (entrada 6).

A través de los diferentes actos enunciativos y el posicionamiento que cada actor asume, se toman decisiones relacionados con la formulación de los problemas. E_2 y E_1 en sus actos enunciativos tratan acerca de los elementos que tendrán en cuenta para formular sus problemas. Proponen, refutan y acuerdan asuntos claves en los enunciados de los mismos: tema sobre el que van a formular los problemas (entrada 2), incógnita (entradas 3, 4 y 5), cantidades o datos importantes (entrada 5 y 6), las relaciones que hay entre las cantidades, las acciones sobre las cantidades (entrada 3 y 5) y las posibles formas de solucionar el problema formulado (entrada 6).

Diálogo 15. *Fragmento tomado del archivo de audio A3-2 E_1 - E_2 (00:41:20)*

1- E_2 : empiece usted y yo sigo, así se me viene las ideas.

2- E_1 : vea, usemos este de hectáreas.

3- E_2 : si, cuántas hectáreas... de Antioquia, bueno de Café. Bueno cuántas hectáreas de café se sembró en... ¿Colombia o Antioquia?

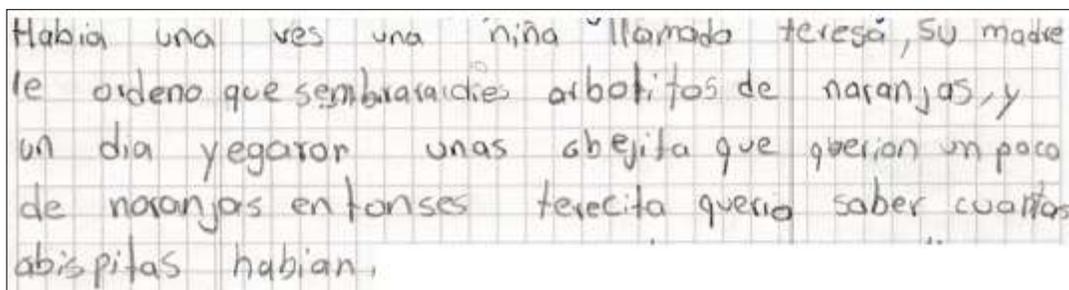
4- E_1 : cuántas hectáreas de café hay... no

5- E_2 . ¿Cuántas hectáreas de café hay sembradas en el 2009?

6- E_1 : en el 2008. Bueno, hay que comparar estos dos, para saber cuántas hectáreas. Si en el 2009 hay 887.660 hectáreas... ¡piense!

7- E_2 : pero yo estaba haciendo una y usted dijo que no.

Las interacciones entre los estudiantes, estudiantes y profesor, también propician argumentación y razonamiento en sus discursos. Los estudiantes al momento de formular y solucionar sus propios problemas usan algún tipo de argumento para defender sus opiniones, posturas y razonamientos. La pareja 3 (E_5 - E_6) por ejemplo da cuenta de algunas cosas que les hizo falta en la formulación de sus propios problemas y que consideran son necesarias que se conozcan para dar la solución.



Había una vez una niña llamada Teresa, su madre le ordeno que sembrara árboles de naranjas, y un día llegaron unas abejas que querían un poco de naranjas entonces Teresa quería saber cuántas abispidas habían.

Figura 35. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1
 Archivo de imagen T1-1 E₅- E₆ 2019

Cuando los integrantes de la pareja 3 buscaron la solución al problema, se dieron cuenta que había algo que faltaba en el enunciado y buscaron modificarlo. En el (

Diálogo 16) que se da en el marco de la tarea 1, sesión 1: solución de los problemas ellos mismos formulan dentro del cuento. Se puede identificar como E₅ argumenta por qué ha modificado el problema.

Diálogo 16. Fragmento tomado del archivo de audio A 1-1 (1:07:20)

1-P: ¿qué está haciendo?

2- E₅: organizando algo en el cuento.

3-P: no puede modificar nada. ¿Por qué estaba modificando el cuento?

4- E₅: porque tenía una inquietud.

5-P: ¿qué inquietud?

6- E₅: sino que ella sembró un árbol de naranjas y en ese arbolito no sé cuántas avispa había.

7-P: ¿y cómo se dio cuenta que le faltaba ese dato?

8- E₅: porque no era capaz de solucionarlo.

E₅ explica porque está modificando el enunciado del problema y alude al hecho de que el enunciado está incompleto y por eso no pudo solucionar el problema. Es decir que para E₅, si un problema de los formulados no se puede solucionar entonces hay que modificar el enunciado.

Esta explicación se plasmó en su hoja de trabajo (Figura 36), donde afirma que el problema que formuló inicialmente en su historia no pudo ser solucionado porque su enunciado no estaba completo.

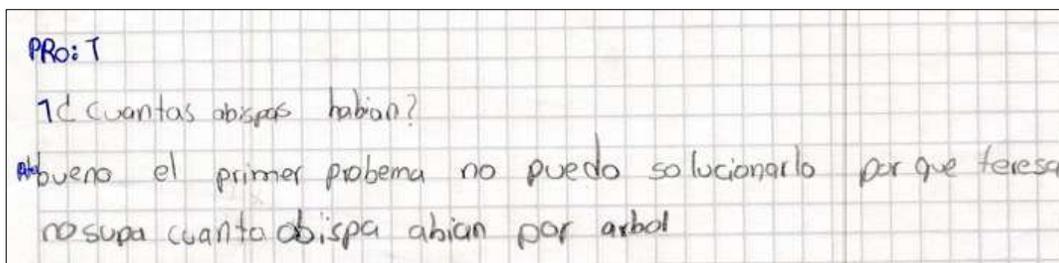


Figura 36. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₅- E₆ 2019

La pareja 1y 4 en el Diálogo 17, en el marco del desarrollo de la tarea 1 sesión 3: socialización de la solución de los problemas formulados por los compañeros. Explican que no identificaron esa situación como problema porque no tiene información suficiente el enunciado, (entrada 3 y 6).

Diálogo 17. Fragmento tomado del archivo de audio A 1-3 (1:02:00)

- 1- E₅: Teresita quería saber cuántas avispias había, pero no podían porque ellas eran muy rápidas.
- 2- P: ¿Ustedes que opinan? E₁ y E₂ ustedes ¿identificaron eso como un problema?
- 3- E₂: no, porque falta información.
- 4-P: E₅ ustedes como solucionaron ese problema.
- 5-P: ¿para ustedes esto es un problema?
- 6- E₇: no, porque no tiene información.
- 7-P: ¿qué podemos hacer para que realmente sea un problema?
- 8- E₅: yo no pude solucionar el primer problema porque Teresita no pudo contar las avispias.
- 9- E₂: yo diría que Teresita había visto 5 avispias.
- 10- E₂: y empezaron a llegar más, entonces ¿cuántas avispias llegaron?
- 11-P: escriban el problema. Yo les doy e tiempo. Cuando esté listo me avisan.

La reformulación de problemas ha dado la posibilidad de que los niños comuniquen, pero también para que expliquen sus ideas. En el *Diálogo 18*, que se da en el desarrollo de la tarea 3, sesión 2 en la que se socializan algunos problemas que se han formulado. E₃ manifiesta que para que un problema este completo se debe solucionar y dar la respuesta explicita. En sus interacciones E₃ plantea que al problema le falta algo importante y es dar la respuesta del problema de forma explícita (entradas 5, 6 y 7). La solución de problemas es inherente a su

formulación, así que, si se piensa en formular un problema matemático, se piensa inmediatamente en buscar la solución.

Durante el desarrollo de la tarea los niños formulan de forma verbal los problemas, proponen, refutan y complementan algunas de las posibles soluciones de estos.

Diálogo 18. Fragmento tomado del archivo de audio A3-2 E₁- E₂ (01:09:08)

1-P: cada uno va a compartir uno de los problemas que formularon. ¡Listo! vamos a empezar con la pareja 1.

2- E₂: Brasil produjo 62.600 sacos de café, pero Brasil exporto a Honduras 21.286 sacos de café. ¿Cuántos sacos de café le quedaron a Brasil?

3- E₂: hicimos una resta, a 62.600 le quitamos 21.286 y nos dio 41.224

4-P: ¿qué piensan los compañeros?

5- E₃: yo creo que les faltó decir: a Brasil le quedaron tantos sacos.

6-P: ah le faltó la respuesta.

7- E₁: la colocamos. Aquí la escribimos.

8- E₂: Brasil se quedó con 41.224 sacos de café.

9- E₅: ah así quedo bien redactado y bien solucionado.

La comunicación e interacción entre estudiantes da la posibilidad de que se compartan conocimientos matemáticos, se funden razonamientos y argumentos que luego son compartidos en sus discusiones. Es el caso de E₅ (diálogo 19) quien argumenta que la operación que utilizaron para solucionar un problema no es la correcta (entrada 4), su razonamiento se fundamenta en el argumento de que, si necesitan repartir una cantidad de queso entre ocho personas, no puede ser posible que a cada uno le corresponda más queso del que tenían inicialmente (entrada 6). Este tipo de argumentación se da en el razonamiento deductivo, con un argumento acerca de las causas.

Diálogo 19. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(007) (00:13:19)

1- P: listo E₆, ¿ya sabe cuánto queso le corresponde a cada uno?

2- E₆: si profesora.

3- P. ¿Cuánto?

4- E₅: no da profesora, el hizo una multiplicación, pero no sirve.

5- P: ¿y por qué?

6- E₅: porque da más del queso que tenemos.

Después de haber obtenido el queso surge la propuesta de venderlo (diálogo 20), a partir de esta propuesta surgen algunas preguntas (entrada 2) que son contestadas, pero también refutadas, dando argumentos de por qué no son viables (entrada 3,4 y 5). Para soportar sus argumentos y razonamientos los niños hacen cálculos matemáticos mentalmente y que son expresados de forma verbal (entrada 6) y comparten sus ideas a los compañeros (entrada 21 a 26).

Estos mismos razonamientos y argumentos que usan los niños durante el diálogo, dejan ver cómo se desarrollan elementos claves en la formulación y solución de problemas: identifican cantidades (entrada 3), relaciones entre las cantidades (entrada 6, 12 al 20), y las acciones que se deben realizar sobre las cantidades (entradas 21, 23,24, 34, 35) y por ende la matematización de la situación.

Diálogo 20. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(007) (00:28:09)

1- P: bueno y que nos tendríamos que preguntar nosotros.

2- E₂: ¿a cómo vendemos el queso?

3- E₅: yo sugiero que lo vendamos a como lo vende José. A 11.000

4- E₁: perderíamos.

5- P: ¿a cómo lo vende José? ¿Cuánto fue que invertimos?

6- E₁invertimos16.000 Él lo vende a 11.000, perderíamos 5.000

7- P: ¿A cómo vendemos el queso para que nos quede ganancia?

8- E₆: a 12.000

9- E₅: no

10- E₈: a 11.500

11- E₂: no, o ¿sí?

12- P: ¿por qué a 11500 E₈?

13- E₈: para que nos quede ganancia.

14- P: ¿cuánto nos quedaría de ganancia? ¿Cuánto fue que invertimos?

15- E₁: 16.000

16- P: y ¿cuánto ganaríamos?

17- E₄: 12.500

18- P: ¿eso ganaríamos?

19- E₂: no

- 20- E₁: no, perderíamos
- 21- E₂: porque no lo vendemos de a 8.000 el kilo para que nos repartamos la plata y nos toque de a 1.000
- 22- E₅: no. Perderíamos mucha plata.
- 23- E₆: perderíamos 8.000
- 24- E₃: vendámoslo a 10.000
- 25- E₁: perderíamos 6.000
- 26- E₂: ah para que no perdamos vendámoslo a 16.000
- 27-P: Bueno entonces ¿a cómo lo vendemos para que nos quede 4.000?
- 28- E₅: a 15.500
- 29- E₁: a 20.000
- 30- E₂: a 20.000 para que nos quede 4 más de ganancia.
- 31- E₆: Todo el queso que tenemos allá lo podemos vender en 18.000 pesos.
- 32- E₁: lo vendemos en 20.000 y nos quedan 500 pesos de ganancia.
- 33- P: ¿por qué dice que 500 pesos de ganancia?
- 34- E₁: porque si invertimos 16.000, lo vendemos a 20.000¿Cuánto nos quedaría?
- 35- E₂: 4.000
- 36- E₁: ¿a cada uno?
- 37- E₂: No.

En la socialización de los problemas formulados surgen argumentos y contra argumentos de si fueron o no bien formulados, además de si la solución al problema es la correcta o no. La pareja uno en la socialización de la tarea 3 sesión 2, intentan defender el porqué de la escogencia del algoritmo que usaron para hallar la respuesta al problema. De allí surgen contra argumentos por parte de los compañeros que hacen ver que están en un error (Diálogo 21)

Diálogo 21. Fragmento tomado del archivo de audio A3-2 E₁- E₂ (01:10:52)

- 1- E₅: sí en el 2018 en total todos los departamentos tuvieron una producción 88,74 de café y en el 2019 en total tuvieron 88,92 ¿cuál fue la producción en los dos años? Nosotros hicimos una multiplicación.
- 2- E₂: yo creo que era mejor una suma.
- 3-P: ¿por qué?
- 4- E₅: porque era más corta.

5-P: pero eso no significa que sea la correcta.

6- E₇: Yo le dije que hiciéramos una suma o mejor que hiciéramos las dos.

7- E₁: pero le hubiera dado lo mismo.

8- E₇: no porque hacíamos las dos para ver cual estaba buena.

9- E₃: ¿cómo iba a saber cuál de las dos estaba buena? quedaban como al principio.

10- E₂. Si hacía las dos, tendría que poner dos respuestas y al decir la respuesta no sabría cuál de las dos decir.

4.4 Matemización

Para este apartado retomaremos el problema formulado por la pareja 3 en la tarea 1- sesión 1 y el proceso de solución. E₅ y E₆ formularon el problema de las abejas, pero en él hacen falta las cantidades. La respuesta que ellos dieron cuando se les pidió solucionar el problema fue que no podían porque no se había suficiente información (Figura 36).

Esta misma pareja busca transformar el problema expresado en forma verbal a una forma matemática, para ello hacen una lectura del problema para identificar cantidades, acciones sobre estas y palabras en el enunciado que puedan ayudar a simbolizar matemáticamente la situación. En esa búsqueda centran su atención en la parte del enunciado que dice “llegaron unas abejas” a lo que aluden que no se sabe cuántas y que así no hay forma de saber el número de abejas que hay en total. Así lo expresan en su hoja de trabajo (figura 39). Es decir que reconocen la ausencia de la cantidad sobre la cual se ejerce la acción y los lleva a concluir que el problema no tiene solución.

Durante el desarrollo de la tarea 1 sesión 3: socialización de los problemas. La pareja 4 se ven en la necesidad de reformular el problema de las abejas porque consideran hace falta información en el enunciado, ver (

Diálogo **16**) El nuevo problema incluye las cantidades numéricas y además la frase “en cada naranja” que es la que permite que los niños relacionen las cantidades de las naranjas con las cantidades de avispa por medio de una multiplicación y así finalmente hallar la solución ver (figura 40)

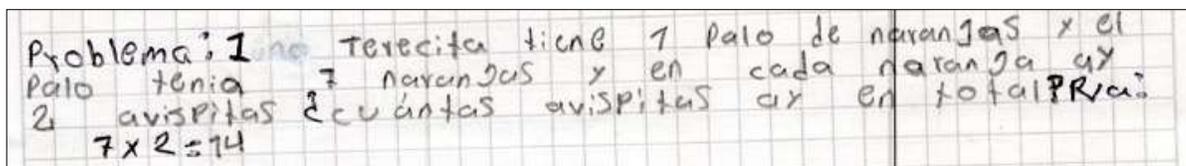


Figura 37. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 3

Archivo de imagen T1-3 E₈- E₇ 2019

Durante la socialización del problema formulado por la pareja 3, surgen otras dos propuestas que reformulan el problema de las abejas (diálogo 22). La primera es la de E₂, quien expresa de forma verbal el enunciado del nuevo problema (entrada 2), en él incluye cantidades (5 avispidas y 2 naranjas) y una incógnita (¿cómo repartimos las naranjas?). La segunda la es la de E₄ (entrada 7), quien incluye en su enunciado una cantidad (5 avispidas) y una incógnita (¿Cuántas avispidas hay en total en el jardín de Teresita?). E₇ y E₁ analizan esta propuesta y concluyen que no tiene solución (entradas 8 y 9). E₇ justifica su afirmación haciendo énfasis en que si no se sabe cuántas abejas más llegaron como se conocerá el total de ellas (entrada 10). En el diálogo, se notan varios asuntos importantes que son fundamentales en el proceso de matematización. Uno es la identificación de cantidades: los niños al reformular los problemas incluyen cantidades que inicialmente estaban ausentes y que debían ser definidas. Dos, son las acciones que se ejercen sobre esas cantidades, E₇ reparte las 2 naranjas entre as 5 avispidas que querían naranja. Y tres, las relaciones entre cantidades: cuando E₇ afirma que no se sabe cuántas son el total sino se sabe cuántas más llegaron.

Diálogo 22. Fragmento tomado del archivo de audio A1-3 (01:10:52)

1-P: ¡Muy bien! ¿Alguien más reformuló el problema?

2- E₂: sí. Teresita había visto 5 avispidas que querían naranjas, y solamente había 2 naranjas ¿cómo repartiríamos las naranjas?

3- E₇: las naranjas las repartiríamos en 5 casquitos. Claro, una naranja se puede repartir en más de 5 casquitos.

4- E₄: profe, yo también había hecho el problema.

5- E₂: E₄ quería decir que él también había hecho el problema de E₅

6-P: ¿cómo lo cambio E₄?

7- E₄: si Teresita vio dos avispidas y empezaron a llegar más avispidas, entonces ¿cuántas avispidas hay en total en el jardín de Teresita?

8- E₇: no tiene respuesta.

9- E₁: no tiene respuesta.

10- E₇: No tiene respuesta porque dice que había 2 avispidas y llegaron más, pero no sabe cuántas avispidas, entonces como va tener respuesta si no se sabe cuántas avispidas llegaron.

Después de la discusión que se dio en el dialogo 22, E₇ y E₈ proponen una solución al problema propuesto por E₂ en el dialogo anterior (entrada 2). Hacen un reparto de las naranjas de acuerdo con el número de avispidas. En este caso el número de naranjas es menor que el de avispidas, proponen partir cada naranja en partes iguales y distribuirla a cada avispa, si sobran un pedazo nuevamente lo parten en partes iguales y lo entregan a cada avispa (Figura 38).

En este caso los niños usan dos cantidades (5 avispidas, 2 naranjas) y emplean la palabra “querían” para relacionar dichas cantidades, la acción que se ejerce sobre esas dos las cantidades hace alusión a un reparto, en este caso de 2 naranjas entre 5 avispidas. A partir de la reformulación del problema, E₇ y E₈ llevan este al contexto matemático y dan una solución en la que implementan un lenguaje natural, con el uso de algunos símbolos, pero no con el uso de algoritmos (Figura 38)

Rosalita había visto 5 avispidas que querían naranjas.
 Solo mente habían 2 naranjas.
 ¿cómo repartiríamos las naranjas? Pues las 2 naranjas
 las parto en 4 y el casquito que sobre lo
 repartiremos en 5 y a cada avispidita le toca de a
 unadito pequeño.

Figura 38. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 3

Archivo de imagen T1-3 E₈- E₇ 2019.

Por su parte la pareja 1 cambia los datos del problema para que el reparto no sea 2 naranjas entre 5 avispidas, sino que fuera 16 naranjas entre 8 avispidas. El cambio que propone la pareja 1 en la reformulación de este problema es posiblemente con el fin de que la división sea exacta o que los cálculos matemáticos fueran menos complejos. Ver (Figura 39)

la adición, llevan la información nuevamente al contexto del cual partieron y dan respuesta a la pregunta del problema.



Figura 41. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₁- E₂ 2019

Durante el desarrollo de la tarea 2 sesión 3: experimento. Los niños llevan algunas situaciones de la vida real al contexto matemático (

Diálogo 23). E₁ hace algunos cálculos matemáticos de forma mental para conocer cuántos litros de suero se obtienen después de haber usado 10 litros de leche. Este proceso lo hace usando la información que se recolectó en la visita a la finca: de 40 litros de leche se obtienen 20 de suero. Es precisamente esta información la que E₁ usó para relacionar las variables y las cantidades que tenía en juego en el momento: $\frac{40 \text{ litros de leche}}{20 \text{ litros de suero}} = \frac{10 \text{ litros de leche}}{5 \text{ litros de suero}}$, y a partir de la relación que halló, hizo los cálculos necesarios para poder contestar la pregunta. A pesar de que E₁ no hace una representación, simbólica o pictórica de la situación si lo hace de forma verbal y deja ver cómo está procesando la información (entrada 3).

Diálogo 23. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(003) (00:04:59)

1- P: ¿cuánto suero nos dijo él que quedaba de 40 litros de leche?

2- E₇: cómo 15 o 20.

3- E₁: si son veinte entonces aquí serian 5. Si de 40 litros quedan 20 de suero, entonces de 10 quedan 5.

E₅ y E₇ proponen una situación relacionada con el total de queso que se obtiene después del experimento (diálogo 24). Sabiendo que se obtuvieron 1.630 gramos de queso, E₆ y E₇ hacen una conversión de unidades de peso de forma mental y concluyen que 1.630 gramos corresponden a 1 kilo y 630 gramos (entrada 2 a la 4). E₂ afirma que ese no es el total de queso que se obtiene, porque hay que tener en cuenta el peso del balde (entrada 6 a 8) y E₁ hace unos cálculos matemáticos para poder hallar el peso real del queso.

Los niños en el proceso de formular sus propios problemas, usan conocimientos matemáticos previos para poder abordarlos, llevarlos a una forma matemática y dar soluciones éstos. Aunque no representan los problemas formulados de forma escrita, si lo hacen de forma verbal, hacen cálculos y dan respuestas contextualizadas.

Diálogo 24. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(003) (00:25:13)

1-P: vamos a pesar el queso.

2- E₁: 1630 gramos.

3- E₆: o sea hay un kilo y ...

4- E₇: 630 gramos

5- P: ¿hay un kilo y 630 gramos de queso?

6- E₂: no. Por el balde que pesaba... ¿cuánto?

7- E₄: 320 gramos.

8- P: el balde peso 320 gramos y el queso 1630 gramos. ¿Entonces cuanto queso tendríamos o qué?

9- E₁: 1310 gramos.

Después del experimento, los niños del grupo formulan algunos problemas motivados por la experiencia que acaban de vivir (Diálogo 25). Una de las inquietudes de los estudiantes es ¿Qué se va hacer con el queso que resulte? Ellos proponen que el queso que se obtuvo después de haberle filtrado el suero (1.310 gm) sea repartido entre los 8 estudiantes, y hacen la aclaración de que debe ser en partes iguales, además de preguntarse por ¿Qué porción le corresponde a cada uno?

Vemos, que las cantidades que reconocen en el problema son los “1.310 gramos de queso” y “8 estudiantes”, y la acción que establecen es la de “repartir” la cual relacionan con una división (entrada 2). Realizan la operación (entrada 6, 7,8 y9), E₁ finalmente hallan el valor de la incógnita que habían establecido y comunica su resultado, llevando éste al contexto del problema (entrada 10) y (Figura 42).

Diálogo 25. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(007) (00:10:16)

1- P: bueno, entonces ¿qué más necesitamos hacer?

2- E₁: una división para repartir el queso igualmente.

3- P: ¿qué más tenemos que saber?

4- E₇: ¿de a cuanta porción nos toca a cada uno?

5- P: ¿Entonces la pregunta sería de a cuánto queso nos corresponde a cada uno?

6- E₇ ahh entonces 1.130 dividido entre...

7- E₂: 8

8- E₇: dividido 8, ocho por una.

9- E₂: 8, en la tabla del 8 que me dé 11 o menos.

10- E₁: ya terminé. Nos toca de a 141 g y sobran dos gramos.

de cuanto queso te corresponde a cada uno

$$\begin{array}{r} 2,130 \text{ LA} \\ - 8 \quad 141 \\ \hline 33 \\ 32 \\ \hline 010 \\ \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

9/ : le corresponde a cada uno 141g de queso

Figura 42. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 3

Archivo de imagen T2-3 E₁ 2019

El siguiente fragmento se retoma de la tarea 3, sesión 3: Formulación de problemas a partir de la información de la infografía y la noticia. La pareja 4 formuló una situación (entrada 1) y en este caso los compañeros hacen algunas observaciones y sugerencias para que quede realmente como un problema matemático (entrada 4 a la 6) y puedan solucionarlo.

Diálogo 26. Fragmento tomado del archivo de audio A3-3 E₁- E₂ (01:21:42)

1- E₆: en la cooperativa compran el café y después lo venden más caro y les quedan 2.500 de ganancia.

2-P: ¿hay problema ahí?

3- E₇. No.

4- E₃: ellos pudieron haber puesto otra cosa porque solamente hay un número para hacer la operación.

4- E₂: faltó poner la pregunta.

5- E₃: faltó otro número.

6- E₁: la redacción.

7-P: bueno entonces reformulemos el problema con la información que dio E₆.

Después de la conversación, la pareja 2 reformula el problema anterior para que éste pueda ser solucionado (Figura 43). En este caso los estudiantes involucran otra cantidad en el problema con el fin de poder realizar una operación con los datos involucrados. Como no hay registro de la solución no hay claridad de la operación matemática que asocian con la acción de vender.

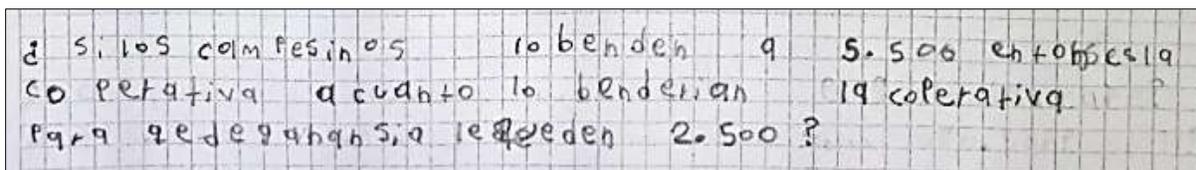


Figura 43. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1

Archivo de imagen T3-1 E₃- E₄ 2019

El siguiente problema es formulado por la pareja 3 en el marco de la tarea 3 sesión 1: formulación de problemas a partir de la información suministrada en la infografía (Figura 47).

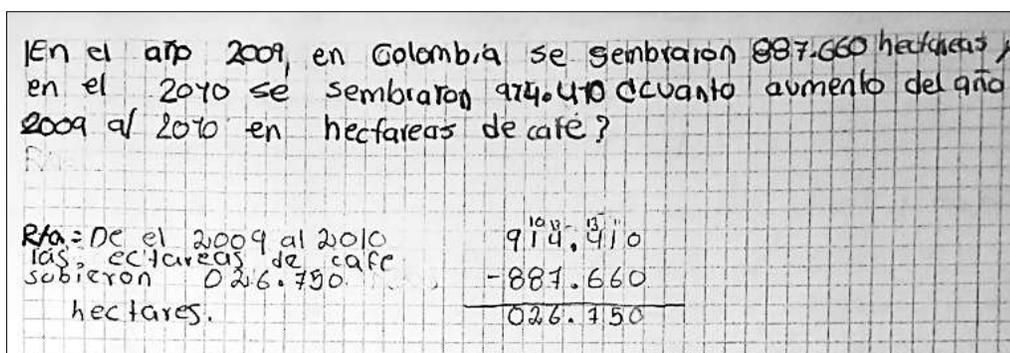


Figura 44. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2

Archivo de imagen T3-2 E₅- E₇ 2019.

Esta pareja hace uso de los datos que les proporciona la infografía para formular un problema y luego solucionarlo. En su enunciado se evidencia la inclusión de varias cantidades, una acción sobre estas cantidades y un interrogante que las relaciona. Los niños al formular matemáticamente el problema, se apoyan de la frase “cuánto aumentó” para relacionarlo con una resta, debido a que se están comprando las dos cantidades de un año al otro, realizan la operación matemática y dan respuesta a la pregunta que formularon en el enunciado. Además de obtener un valor numérico con la operación de los datos, también lo vuelven al contexto del problema que están solucionando.

Pero veamos otro problema en el que las cantidades, las acciones, las relaciones entre las cantidades y en general el proceso de matematización se hace presente. El problema se da en el

marco de la tarea 2 sesión 4: cierre de la tarea en donde los niños asumen el rol de administradores de la granja. En este caso E₇ formula un problema en el cual se identifican 2 cantidades (20 vacas y 5 vacas), la acción que se ejerce sobre la cantidad de vacas es, la separación de las vacas recién inyectadas; pues no se pueden ordeñar, ya que su leche no es apta para el consumo en ese momento. Esta acción la asocia E₇ con una disminución en el número de vacas que quedan para ordeñar y la relaciona con una resta, escribe matemáticamente la situación y usa el algoritmo de la resta para hallar el resultado matemático que solucione el problema (Figura 45).

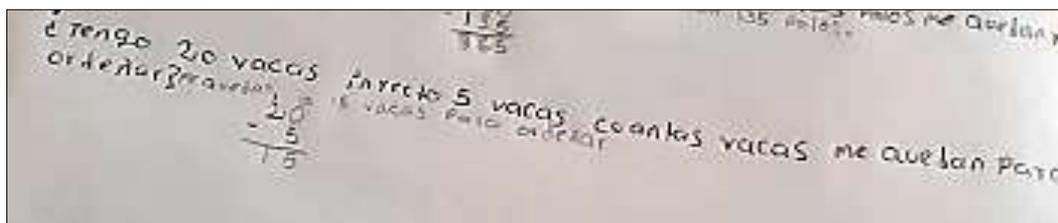


Figura 45. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4.

Archivo de imagen T2-4 E₇ 2019.

Sin embargo, el problema no fue entendido por la docente, quien, por no estar relacionada con el contexto de la estudiante, no comprendía por qué la estudiante quitaba las 5 vacas del total, por lo que pidió que corrigiera el problema.

Diálogo 27. Fragmento tomado del archivo de audio y video V2- 4 (01:01:08)

- 1- E₇: vea profe. Tengo 20 vacas, inyecto 5 vacas, ¿cuántas vacas me quedan para ordeñar?
- 2- P: ¿qué es esto de inyectar?
- 3- E₇: que las vacunaron.
- 4- P: bueno, pero y entonces ¿cuántas había ordeñado?
- 5- E₇: ninguna.
- 6- P: por eso y ¿entonces?
- 7- E₇: ah ya.
- 8- P: corrija entonces y me cuenta.

E₇ reformula el problema tratando de ajustarlo a las recomendaciones de la docente y lo presenta nuevamente (Figura 46). En este caso la estudiante hace una aclaración muy importante y es que las vacas que se vacunaron no pueden ser ordeñadas. Es decir, la docente al ser ajena al contexto no comprendía el impacto de que las vacas fueran vacunadas: si una vaca es inyectada,

no se puede ordeñar porque su leche está contaminada. Por el contrario, E₇ si conocía de esta implicación y la consecuencia era una disminución en las cantidades de vacas que se pueden ordeñar, lo cual está relacionado con una resta: al total de vacas que eran 20 le descontaba las 5 que habían vacunado para poder conocer cuántas le faltaban por ordeñar.

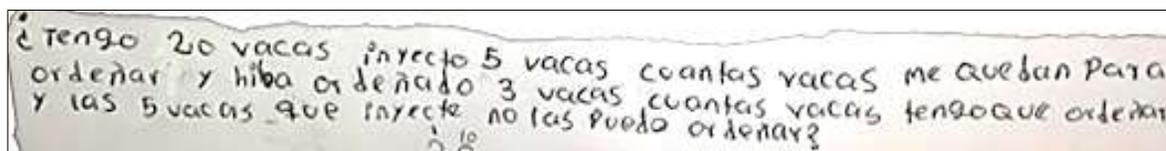


Figura 46. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 4

Archivo de imagen T3-2 E₇ 2019

4.5 Representación

Las representaciones según (Villegas et al. 2009) se muestra en forma verbal, simbólica y pictórica. En la formulación de problemas sin duda se hace uso de estas tres formas de representación, sin embargo, nos enfocaremos en analizar las representaciones simbólicas y la transición de la representación verbal a las representaciones simbólicas.

En el siguiente dialogo que se dan en el marco de la tarea 1, sesión1: Creación de cuentos y formulación de problemas. La pareja 1(E₁- E₂) hacen la formulación de un problema relacionado con huevos (entrada 3), en este caso se habla de unas cantidades (10 y 8 huevos) y la acción que establecen sobre las cantidades es “sacar”, lo que a su compañero esta acción le representa una resta, la cual hace mentalmente y halla la solución al problema (entrada 4). En el dialogo 28 se evidencia una representación del problema de forma verbal y el uso de símbolos para representar cantidades.

Diálogo 28. Fragmento tomado del archivo de audio A 1-1 (0:09:00)

1- E₂: vea esta nos sirve para el problema

2- E₁: ahh sí.

3- E₂: vea este problema. Era una vendedora de huevos, si a una caja de 10 huevos le sacamos ocho huevos ¿cuántos quedan?

4- E₁: dos

5- E₂: si, ja, ja, ja. Vea y esta ficha también nos sirve

6- E₁: ¿cuál?

7- E₂: esta, la de las manzanas. Vea, era... ahh pero no sabemos cuántas manzanas había.

8- E₁: uno, do, tres... ocho.

9- E₂: no, este mejor no.

Para esta misma sesión, la pareja 1 formula otro problema, esta vez relacionado con vacas (Figura 47)

y entonces alegandra le dijo que se le iba muerte las vacas
entonces alegandra le dijo a Frans.sco que le prestara dinero
para comprar 5 vacas que valen 30.000 entonces cuanto dinero
le tenia que dar a alegandra?

Figura 47. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₁- E₂ 2019

Para formular el problema, la pareja 1 usa símbolos para representar las cantidades, cinco vacas (5 vacas) y, treinta mil pesos (30.000) que luego serán utilizados en el proceso de matematización que da lugar a la representación simbólica de problema. La Figura 48 corresponde a la representación simbólica del problema que hizo la pareja 1, mientras que la figura corresponde a la de la pareja 2.

Problema 4
30.000
x 5

150.000
9to. Fransisco le presto 150.000 pesos.

Figura 48. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₁- E₂ 2019.

30.000
30.000
30.000
30.000
+ 30.000

150.000
Fransisco le tiene que dar

Figura 49. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₄- E₃ 2019.

En las dos figuras anteriores se evidencia que la representación simbólica de un problema no es única y está ligada muy estrechamente al proceso de matematización que el estudiante haga de la situación. En el caso de la pareja uno la operación que asocian con el problema es una multiplicación, mientras que la pareja 2 hace la representación por medio de una suma, entiende que si cada vaca cuesta 30.000 pesos deberá sumar esa cantidad 5 veces para poder saber cuánto dinero debe reunir. En ambos casos usan las dos cantidades explícitas en el enunciado para hacer una representación simbólica de éste, solo que la manera como interpretan dichas cantidades es un poco distinta, al menos las llevan a dos operaciones diferentes.

La pareja 4 (E₇ - E₈) en esta misma tarea formuló el siguiente problema (figura 53).

Figura 50. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₇- E₈ 2019

La situación que formuló E₇ y E₈ que fue considerada por ellos como un problema matemático (Figura 50). En el enunciado utilizaron el símbolo (2) para representar una de las cantidades referidas (2 kilos de azúcar), mientras que la otra cantidad la representaron en lenguaje natural (un kilo de azúcar). En el proceso de matematización, los niños hacen uso de los símbolos y operaciones para poder representar la situación, buscan hacer una traducción del lenguaje natural en el que se encuentra el problema a un lenguaje matemático (Figura 51).

Figura 51. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 1

Archivo de imagen T1-1 E₇- E₈ 2019

E₇ por su parte quiere saber cuántos litros de leche producen las 25 vacas que quiere tener en su granja (tarea 3, sesión 4), pero no sabe cómo abordar esta situación y acude a la maestra para poder continuar su proceso. En el diálogo con la maestra E₈ aclara que cada vaca da 12 litros de leche, aunque esta cantidad no está incluida en el enunciado del problema que se formuló por escrito, si la hace explícita de forma verbal (Diálogo 29, entrada 4).

Diálogo 29. Fragmento tomado del archivo de audio A2- 4 (00:53:13)

1- P: ¿listo?

2- E₈: estoy pensando.

3- P: ¿qué paso?

4- E₈: profe, yo estoy pensando cuanto dan las 25 vacas. Una vaca da 12 litros, entonces las veinticinco ¿Cuántos litros dan?

5- P: ¿qué tendría que hacer?

6- E₈: una suma.

El usa una suma para poder representar la situación, en este caso suma 25 veces 12 (Figura 52). Asocia que, si cada vaca produce 12 litros de leche, los pude ir sumando a medida que ordeña cada vaca.

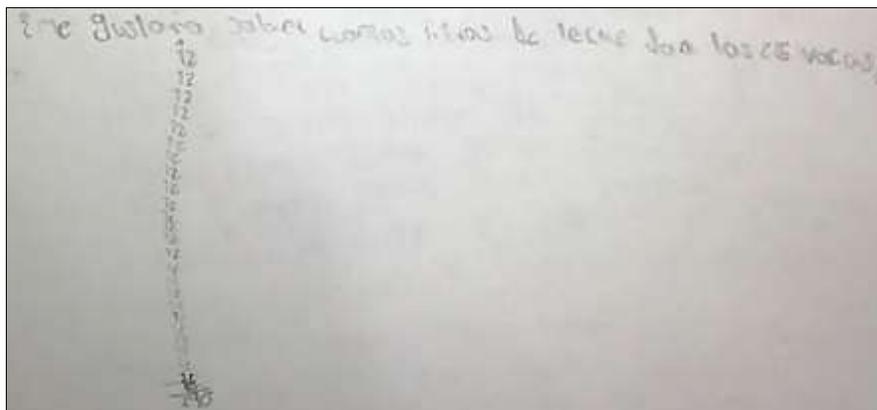


Figura 52. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E₈ 2019

El siguiente problema fue formulado por la pareja 1, en el marco de la tarea 3, sesión 1: formulación de problemas partir de la lectura de la infografía. En él se hacen explícitas dos cantidades que son representadas de forma simbólica, la actividad de exportar que se asocia con la acción de disminución sobre la cantidad, que para los estudiantes es relacionado con una resta y así lo representan (Figura 53). Esta interpretación es fundamental para que los niños puedan matematizar el problema, además del uso de símbolos que ayudan a representar el problema y la operación matemática que lo soluciona.

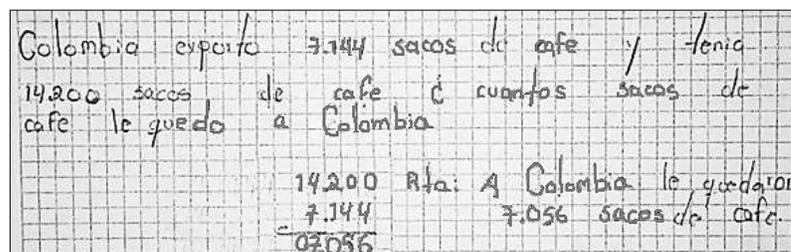


Figura 53. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 2

Archivo de imagen T3-2 E₁ E₂ 2019

4.6 Uso del lenguaje formal y de operaciones

La pareja 1 usa las operaciones, algoritmos y representaciones simbólicas de los problemas para poder validar de cierta forma los problemas formulados. Ellos a medida que van formulando los problemas los van solucionando en una hoja aparte, para poder estar seguros de que el problema que planteaban tuviera solución. En la imagen (Figura 54), se visualizan las operaciones que hacen de los problemas que formulan en la historia.

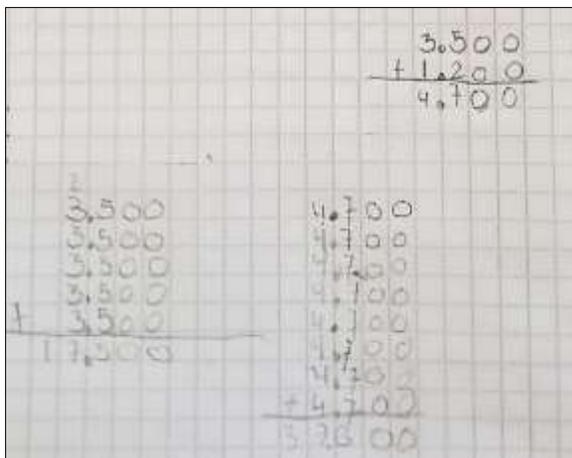


Figura 54. Respuesta situación (tarea) 1 sesión1

Archivo de imagen T1-1 E₂- E₁ 2019.

Estas operaciones están acompañadas de algunas conversaciones en las que se muestra que los estudiantes no dejan solamente formulados los problemas, sino que los solucionan a medida que los van escribiendo (diálogo 30). Los niños formulan el problema relacionado con la venta de 5 litros de leche a 3.500 (entradas de la 1 a la 10), inmediatamente han formulado el problema e identificado las cantidades, las acciones y las relaciones entre estas, proceden a solucionarlo. Como la instrucción fue que solo debían formular los problemas y no solucionarlos, entonces la solución la registran en una hoja aparte (entrada 11).

El diálogo que se da entre los dos, hace alusión a las operaciones que utilizaran para solucionar el problema. E₂ propone una suma, E₁ no está de acuerdo y le propone que hagan una multiplicación, sin embargo E₂ no le pone mucha atención y continúa haciendo la operación que había iniciado (entradas de la 15 a la 19). En el proceso involucra a su compañero, le pide que le ayude con algunos cálculos y finalmente hace una suma para solucionar el problema (entradas de la 19 a la 23) y (Figura 54).

Diálogo 30. Fragmento tomado del archivo de audio A1-1 (00:33:34)

- 1- E₂: y llegó una compradora.
- 2- E₁: y llevo una señora
- 3- E₂: llevo Guadalupe
- 4- E₁: y llevo a su negocio
- 5- E₂: ¿quién?
- 6- E₁: pues Francisco.
- 7- E₂: llevo una compradora que se llamaba Guadalupe.
- 8- E₁: que fue a comprar 5 litros de leche.
- 9- E₂: ¿y cuánto vale un litro?
- 10-E₁: 3.500
- 11-E₂: présteme su cuaderno para hacer las operaciones. ¿Cuántos litros van a comprar? 5 cierto.
- 12-E₁: 5 por 5 es 25
- 13-E₂: no, eso está muy fácil. ¿Cuánto vale el litro?
- 14-E₁: 3.500
- 15-E₂: 3.500 más otros 3.500... ¿qué paso?
- 16-E₁: multiplicar. 3.500 por 5
- 17-E₂: ¿por qué? ¡Es más!
- 18-E₁: 3.500 por 5
- 19- E₂: cero, cero, 5, 10, 15, 20,25 y llevo 2. Ahora 3, 6,12... vea 12 más 3
- 20- E₁: 15
- 21- E₂: 15 más 2
- 22- E₁: 17
- 23- E₂: da 17.500

Los estudiantes además de usar diferentes algoritmos para solucionar los problemas matemáticos que ellos han formulado, también usan un lenguaje acorde al contexto matemático en el que se están desarrollando (Diálogo 31). La pareja 1 en sus discusiones hablan de unidades, decenas centenas, refieren que es regla del algoritmo de la suma organizar la cantidad de las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas y las centenas debajo de las centenas (entrada 11) y (Figura 55). Por último dan el resultado en docenas, es decir que hacen una conversión de unidades a docenas, y calculan mentalmente que 28 unidades son 2 docenas y cuatro naranjas más. (Entrada 13)

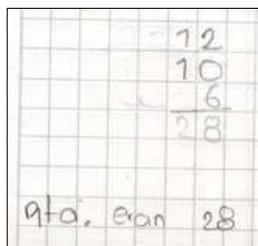


Figura 55. Respuesta situación (tarea) 1 sesión 2

Archivo de imagen T1-2 E₂- E₁ 2019.

Diálogo 31. Fragmento tomado del archivo de audio A1-2 (0:26:34)

- 1- E₁: cero más dos es dos y una más una dos. ¿Veintidós naranjas? Entonces, ay no, no. No nos da.
- 2- E₂: ¿por qué?
- 3- E₁: vea, seis
- 4- E₂: ahh, yo creo que nos hace falta poner el seis acá.
- 5- E₁: um
- 6- E₂: el seis acá.
- 7- E₁: ¿o acá?
- 8- E₂: y ¿cómo vamos a poner un seis ahí?
- 9- E₁: ay no, pero la suma... ¡ya!
- 10- E₂: ¿cómo?
- 11- E₁: diez más doce más seis. Unidades debajo de unidades, decenas debajo de decenas.
- 12- E₂: ahh
- 13- E₁: cero más dos, dos y seis más dos ocho y uno más uno dos. 28 naranjas. O sea dos docenas y cuatro naranjas, o sea tenía 28 naranjas.

La pareja 1 en sus discusiones (Diálogo 32), usan un lenguaje matemático propio del área, se refieren a cantidades, cifras, operaciones y algoritmos. Hacen mención a dos operaciones matemáticas, la multiplicación y división (entrada 1). Usan la expresión “por” para referirse a la multiplicación (entrada 2). Hacen uso de palabras “cifra” para nombrar un dígito en alguna posición, intentan recordar el algoritmo de la división para ejecutarlo y solucionar los problemas que han formulado (entradas 9 y 12).

Hay una indecisión sobre cuál de los dos algoritmos usar para solucionar el problema, hasta que finalmente dan una respuesta, pero no es claro si resultado de los cálculos que estaban haciendo o de alguna otra operación que hizo E₁ (entrada 15).

Diálogo 32 Fragmento tomado del archivo de audio A 1-2(0:54: 48)

- 1- E₁: ocho por ocho, ¿qué da? O dividido o algo.
- 2- E₂: yo creo que es por...
- 3- E₁: espere, puede ser
- 4- E₂: por seis, por seis, multiplicado por seis.
- 5- E₁: yo voy a intentar hacer una división. Espere...
- 6- E₂: ¿cuánto por cuánto? Entonces dividido doce.
- 7- E₁: yo me lo sé. Siete por siete, es...
- 8- E₂: primero E₁.
- 9- E₁: cogemos la primera cifra, el 10 no cabe en el 12. ¡Ay!, ¿Qué es esto? Ah no. Este es su número.
- 10- E₂: 14 dividido 10. ¿Sí o no?
- 11- E₁: seis,
- 12- E₂: cogemos las dos cifras y por dos doce, igual a cero. Doce y cero
- 13- E₁: entonces tenía cero abejas. Ja ja ja ja . No.
- 14- E₂: será sumando los tres números, diez, doce...
- 15- E₁: no, vea, se me ocurrió una idea. Que la respuesta eran 28 abejas.
- 16- E₂: Ahh sí.

El siguiente dialogo se da en el desarrollo de la tarea 2 sesión 3. En él intervienen tres estudiantes E₁, E₂ y E₅, entre ellos socializan las operaciones que realizaron para la solución de un problema (dialogo 33). E₁ revisa el algoritmo de E₂ y le hace ver que hay un error en su operación (entrada 3). En su revisión hace uso de expresiones: “a cero le quito ocho” “le hace falta una cifra” “ocho por una ocho a once tres”. Expresiones en las que usa un lenguaje propio de las matemáticas, para recrear el algoritmo de la división (entrada 8). E₅ se apoya en los conocimientos de su compañero E₁ para que le ayude en la revisión de una operación porque no logra hacerla (entrada 7), E₁ le colabora y encuentra el error de la operación de E₅ (entrada 10), continúa usando un lenguaje técnico para explicar el procedimiento de E₅ (entrada s 8 y 10).

Diálogo 33. Fragmento tomado del archivo de audio A2-3(007) (00:16:32)

- 1- E₁: ya terminé, fui el primerito. A ver la suya.
 2- E₂: a cero le quito ocho...
 3- E₁: le hace falta una cifra.
 4- E₂: ¿cuál?
 5- E₁: el cero.
 6- E₂: a cero le quito ocho.
 7- E₅: E₁ me va ayudar, me quedé aquí. Yo la hago y me sale mala.
 8- E₁: a ver. Ocho por una ocho, a once tres. Treinta y dos, baja el cero entonces, ah es que ustedes la hicieron diferente.
 9- E₅: no mire el 8, 32, 33,
 10- E₁: y aquí porque tiene un cero. Mire 10 menos 8 es 2.
 11- E₅: profe mire.

Ahora nos centraremos en un problema formulado por E₇ en el marco de la tarea 2 sesión, 4 (figura 49). El enunciado del problema dice que tiene 20 vacas de las cuales ha inyectado 5 y ordeñado 3. La pregunta que establece es ¿cuántas vacas le quedan por ordeñar? Las acciones que se definen en el enunciado son “ordeñar” e “inyectar”, estas acciones las asocia con una disminución en la cantidad de vacas y propone una resta para solucionar el problema. En la operación utiliza algunos elementos del algoritmo clásico para hacer las restas, pero lo adapta a lo que está intentando resolver.

El algoritmo clásico solo permite poner dos números uno debajo del otro, y E₇ puso tres. Uno de ellos es 20, y los otros dos son 5 y 3, que deben ser sustraídos de 20. Luego hace la adaptación de la regla del algoritmo clásico para poder realizar la resta. (Diálogo 34) y (Figura 59).

Diálogo 34. Fragmento tomado del archivo de audio V2- 4 (01:06:23)

E₇: A cero le quito 5 no puedo. Le pido prestado una al vecino, el vecino queda convertido en 10, a 10 le quita 5 me quedan 5 y a 5 le quito 3 me quedan 2. Entonces me quedarían 12 vacas.

A handwritten vertical subtraction problem. The number 20 is written at the top. Below it, the number 5 is written, and below that, the number 3 is written. A horizontal line is drawn under the 3. The result, 12, is written at the bottom. The numbers are written vertically, with 20 on the left, 5 and 3 on the right, and 12 at the bottom.

Figura 56. Respuesta situación (tarea) 2 sesión 4

Archivo de imagen T2-4 E7 2019

Como ya se mencionó la formulación de un problema y su solución van estrechamente ligados, y así mismo lo conciben los estudiantes quienes al formular un problema se ven comprometidos a solucionarlo, para lo que hacen uso de diferentes algoritmos.

Estos algoritmos vienen definidos específicamente en la formulación del problema, las acciones sobre las cantidades y las relaciones entre cantidades. Es decir que, al reconocer las acciones sobre estas cantidades, ya se está identificando a priori la operación que se deberá desarrollar.

La pareja 3 formula un problema en el marco de la tarea 3, sesión 1: lectura de infografía. En él hacen una resta para su solución (figura 60). En la ejecución del algoritmo se evidencia que colocan números pequeños que son ubicados en la columna de las decenas, centenas y así sucesivamente para indicar el préstamo que hace cada cifra a la anterior y poder hacer los cálculos más fácilmente (Figura 57).

En el año 2009, en Colombia se sembraron 887.660 hectáreas y en el 2010 se sembraron 914.410. ¿Cuánto aumento del año 2009 al 2010 en hectáreas de café?

Rta: De el 2009 al 2010 las hectáreas de café subieron 026.750 hectáreas.

$$\begin{array}{r}
 914.410 \\
 -887.660 \\
 \hline
 026.750
 \end{array}$$

Figura 57. Respuesta situación (tarea) 3 sesión 1

Archivo de imagen T3-1 E5- E7 2019.

CONCLUSIONES

Esta investigación se preguntó por ¿Cómo aporta la actividad de formulación de problemas al desarrollo de las capacidades para solucionar problemas de los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa Rural El Hato? La investigación tuvo como objetivo principal, analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos y dos objetivos específicos:

- Caracterizar el desarrollo de las capacidades de los estudiantes al formular problemas matemáticos.
- Examinar las relaciones entre la formulación de problemas y el desarrollo de capacidades para solucionar problemas matemáticos.

En la investigación se tomó como base algunos aspectos teóricos como: problema matemático, problemas con estructura aditiva y multiplicativa, formulación de problemas, tareas en la formulación de problemas, capacidad, capacidades matemáticas; comunicación, matematización, representación y uso del lenguaje formal y de operaciones.

La investigación se desarrolló en un ambiente natural en el aula de clase de matemáticas. Se analizaron las producciones orales y escritas de los estudiantes que se dieron en alrededor de la formulación de problemas, para ello se propusieron 3 tareas que tenían como objetivo que los niños formularan problemas; problemas sin restricción, haciendo variación a problemas dados, problemas que atendieran a alguna condición y problemas con información previamente suministrada. Las tareas fueron desarrolladas en varias sesiones, las cuales fueron grabadas en video y en audio. Las discusiones de los participantes fueron transcritas y sistematizadas junto con las hojas de trabajo de los estudiantes, las cuales fueron escaneadas. Según las características de la investigación se optó por el enfoque de investigación cualitativa y con el método Investigación Acción Educativa.

Los resultados de la investigación se organizaron a partir de seis categorías de análisis, cuatro categorías definidas a priori con base en la teoría (comunicación, matematización, representación, uso del lenguaje formal y de operaciones) y dos categorías emergentes que se dieron después de un primer análisis de la información (Concepción de problema matemático y tipos de problemas). A partir del desarrollo de las tareas y análisis de la información en función

de estas categorías, se caracterizó el desarrollo de las capacidades de los estudiantes al formular problemas matemáticos.

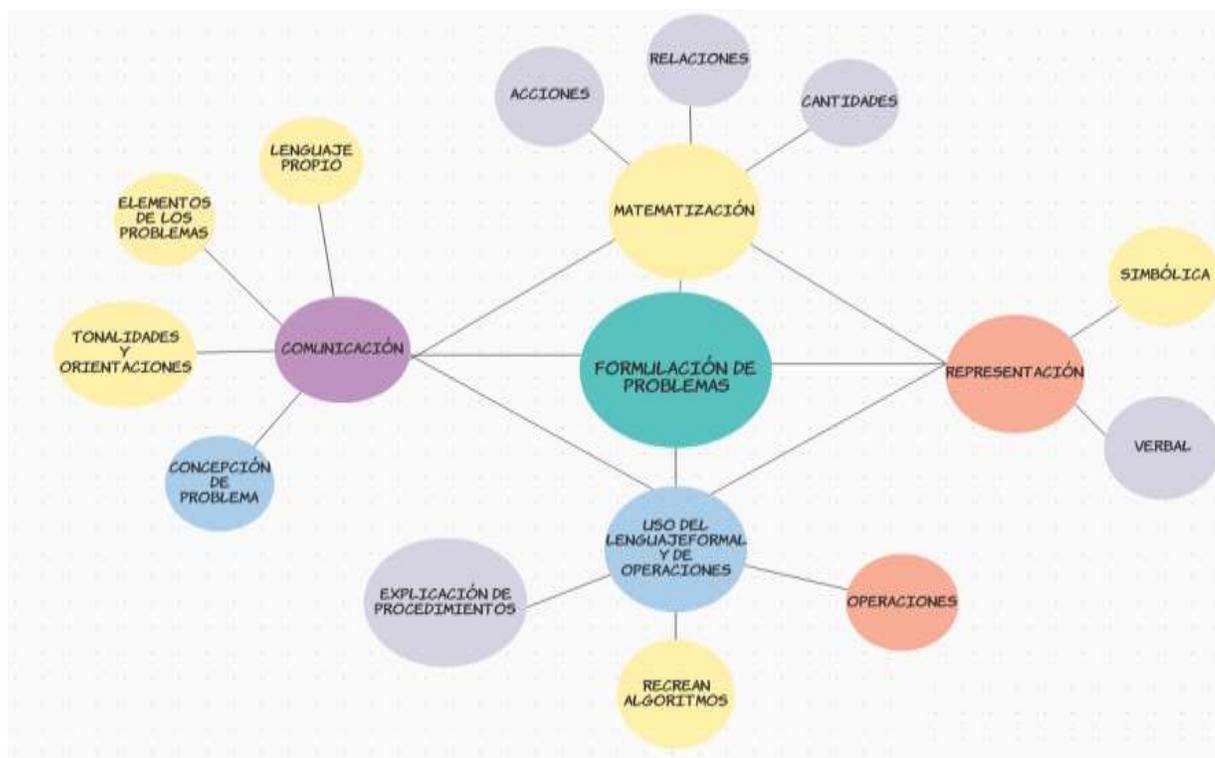


Figura 61. Mapa mental, capacidades matemáticas.
Fuente: creación propia.

Concepción de problema: La formulación de problemas permite movilizar, transformar y definir concepciones que tienen los individuos de lo que es un problema matemático. Las concepciones que tienen los niños y que se identificaron en el desarrollo de la investigación fueron principalmente tres: uno, Identifican como problema cualquier situación independientemente de que involucre cantidades matemáticas, a condición de que plantee alguna dificultad o tarea por realizar. Dos, identifican como problema una situación en un contexto matemático que tenga una pregunta explícita y por lo menos dos datos con los que se pueda operar. Y tres, consideran una operación matemática como problema matemático.

La formulación de problemas al desarrollarse de forma grupal, propicia que los individuos interactúen, compartan, propongan, refuten, comparen, solucionen y expliquen los problemas que han sido formulados por otros o por ellos mismos. En estas interacciones se dan discusiones importantes en función de las características de lo que debe tener o no un problema, lo que es un problema matemático, los elementos que deben estar presentes en sus enunciados y

que contribuyen a que la concepción de problema se mantenga o se modifique, como se evidencio con los niños participantes de la investigación, quienes modificaron la concepción de problema matemático, a partir de acordar entre ellos, los elementos que componen un problema (apartado 4.1).

Al formular problemas los niños definen elementos que componen y caracterizan según Meyer un problema matemático, como son: Las Metas, Los Datos, Las Restricciones, Los métodos u operaciones, además de identificar en los enunciados de los problemas cantidades, relaciones y acciones sobre las cantidades. Los niños al reconocer y definir estos elementos como aspectos importantes y fundamentales en los enunciados de los problemas dan cuenta si en ellos hace falta o les sobra algo, de las relaciones que hay entre las cantidades y de las restricciones en sus enunciados.

Tipos de problema: Los niños en la actividad de formulación de problemas, formulan problemas de tipo aditivo y multiplicativo. Entre los problemas de tipo multiplicativo se destacan los problemas simples en la categoría de isomorfismo de medida, mientras que los de estructura aditiva sobresalen los de cambio y de comparación. Involucran en sus enunciados contextos cercanos, hacen explicito la pregunta del problema, reconocen las cantidades que se involucran en los problemas, las acciones sobre las cantidades (agregar, poner, quitar, perder, sacar, repartir, entre otras) y las relaciones entre cantidades (mas que, menor que, igual que...) (apartado 4.2).

Los individuos que formulan problemas, toman una posición y un papel activo; proponen discuten, refutan, argumentan y validan elementos propios de los problemas matemáticos (cantidades, relaciones, acciones, operaciones) (dialogo 15, apartado 4.3). Estas decisiones que los niños toman frente a los tipos de problemas pueden estar relacionadas con el contexto en el cual se desarrollan las actividades, y por supuesto, con el trabajo escolar que se realiza. Formulan problemas con mucha mayor exigencia cuando lo hacen a partir de situaciones cotidianas o del contexto en el que se desenvuelven (figura 32 y 36). Este mismo contexto les otorga un vocabulario y terminología según el tema al cual hacen referencia sus problemas, que les permite comunicar, exponer, defender sus posturas, construir a partir las matemáticas, comprender y explicar los procesos matemáticos que allí se involucran (Apartado 4.2). Estos hallazgos están en línea con lo reportado en la teoría, dado que Ayllon y Gómez (2014) documentan que la mayoría de estudiantes formulan o inventan problemas a partir de sus

experiencias personales, lo que proporciona mayor comprensión de su entorno y contribuye a aumentar conocimiento matemático.

Comunicación: La formulación de problemas matemáticos da lugar a la práctica enunciativa entre docentes y estudiantes o entre estudiantes, quienes construyen su discurso por medio de actos enunciativos. Según Martínez (2005) se propicia la construcción del discurso, por medio de los actos enunciativos que pueden ser verbales, gestuales lenguajes no verbales. Los niños en sus interacciones discursivas en relación con la formulación de problemas, asumen el rol del enunciador o enunciatario y por medio de sus discursos toman diferentes posturas frente a los actos enunciativos de los compañeros (diálogos 13 y 14, apartado 4.3). La Tonalidad que se resalta en el discurso de los estudiantes durante la formulación de problemas es predictiva, sus enunciaciones buscan anticipar los posibles enunciados de su interlocutor, propiciando acuerdos o desacuerdos.

Martínez (2007) propone dos orientaciones sociales en las tonalidades de los actos enunciativos; de cercanía y lejanía. De cercanía cuando afirma, declara, plantea, recomienda, aconseja, sugiere, solicita, pregunta, respeta, aprecia, acoge. De lejanía cuando critica, advierte, refuta, regaña a, amonesta, fastidia, provoca, rebaja, reclama, Insta, llama la atención, denuncia, Ironiza, burla, rebaja, minimiza. Son estas orientaciones sociales las que durante la formulación de problemas conllevan a que los niños en sus discusiones y el acto comunicativos se dan en función de cómo deben ser formulados los problemas, que características deben tener, además de escoger con cuidado la información que debe contener y algunas posibles soluciones a los problemas (diálogos 1, 2, y 3. Sección 4.1).

La orientación social en los actos discursivos relacionados con la formulación de problemas está dada a ser de cercanía, es decir que los interlocutores en sus enunciaciones recomiendan, aconsejan, sugieren, solicitan, preguntan y proponen, incitando al enunciatario a defender su punto de vista (Dialogo 12, sección 4.3). Esto lleva a que a partir de los actos enunciativos y los diferentes posicionamientos de los actores del discurso se favorezca la concertación y centre la atención sobre los elementos de la formulación y solución de problemas: identificar las cantidades, identificar las relaciones entre las cantidades, definir las acciones sobre las cantidades, y en general, llevar adelante todo el proceso de matematización (Dialogo 11, sección 4.3). Es decir que a partir de las tonalidades del discurso, enunciador y enunciatario (quienes formulan problemas), se centran en proponer que elementos debe llevar el enunciado,

refutar o complementar su contenido, complementar, proponer o sugerir relaciones y acciones sobre las cantidades, además de tener acuerdos y desacuerdos en la estructura del problema, las operaciones y procedimientos usados para su solución (Dialogo 13, sección 4.3).

La capacidad comunicativa de los estudiantes y especialmente el tipo de tonalidad que toma cada actor del discurso juega un papel fundamental durante la actividad de formulación de problemas matemáticos, dado que al explicar, sugerir, complementar, refutar los problemas formulados por otros o por ellos mismos, definen elementos indispensables en los enunciados de los problemas matemáticos; metas, datos, restricciones, métodos u operaciones, además de identificar cantidades, relaciones y acciones sobre las cantidades, que finalmente son fundamentales en el proceso de matematización (diálogos 14,15,20 y 21 apartado 4.3).

Matematización: La formulación de problemas favorece notablemente el proceso de matematización a partir del primer momento de su ciclo. La OCDE define esta capacidad como la posibilidad de transformar un problema definido como real a una forma estrictamente matemática. El ciclo de matematización según Bentancor (2017) se constituye de 5 pasos fundamentales:

1. El ciclo se inicia con una situación problemática de la vida cotidiana (Mundo real).
2. El alumno reconoce que conceptos matemáticos son aplicables a la situación.
3. Se producen procesos de abstracción continua en los que progresivamente la realidad va quedando atrás para dar paso a un problema matemático.
4. Se procede a resolver el problema matemático.
5. Las soluciones encontradas en el problema matemático deben de tener sentido en términos de la situación real a la que se enfrenta el alumno.

Los niños al formular un problema, se sitúan en un contexto cercano, el cual conocen y en el que desarrollan actividades habituales. Es decir que su primer acercamiento para formular problemas se hace a partir de situaciones problemáticas cercanas a su vida cotidiana. Los niños nombran en los enunciados de los problemas cantidades, acciones y relaciones entre cantidades a partir de un lenguaje natural, conocido y contextualizado, el cual les permite pasar del contexto cotidiano al contexto matemático (figuras 43 y 44, sección 4.4).

Cuando formulan un problema los procesos de matematización se evidencian al vincular elementos problemáticos en un contexto específico, al hacer la selección de las cantidades que se ponen en juego en el enunciado y escoger la pregunta que realmente relacione las variables que

intervienen, es decir que hay una pre visualización de la situación en un contexto matemático (figura 42 y 43 sección 4.4)

El lenguaje que los estudiantes usan en los enunciados de los problemas está vinculado con el contexto social y cultural en el que se desarrolla su vida y este les permite definir acciones sobre las cantidades del enunciado. Es decir que a partir de su contexto los niños tienen condiciones de significación que les permite identificar las cantidades involucradas en la situación, las relaciones entre ellas, y las acciones sobre las mismas (sección 4.4). Todo esto es fundamental para la matematización de la situación.

Los niños en el proceso de matematización, identifican las falencias que tienen los problemas que han sido formulados por otros, o por ellos mismos, y determinan que el no nombrar las cantidades, la incógnita, la relación entre cantidades, la acción sobre las cantidades, les impide matematizar la situación. Es decir que cuando llevan esa situación del mundo real al contexto matemático se sienten limitados por la falta de alguno de estos elementos y se ven en la necesidad de volver sobre el enunciado del problema. Identifican lo que hace falta y lo transforman o reformulan para que tenga solución (figura 38,39 y 40, diálogos 16 y 22)

Representación: La representación verbal está presente en los enunciados de los problemas formulados por los estudiantes, pero la forma en la que enuncian el problema, las cantidades que eligen y la acción que definen sobre éstas, son las que permiten una transición de la forma verbal a su forma simbólica. La formulación de problemas por parte de los estudiantes conlleva a que ellos usen los símbolos en el proceso de matematización: representar cantidades, operaciones y solución de los mismos (sección 4.5). Los niños hacen uso de símbolos, algoritmos y representaciones simbólicas para solucionar los problemas formulados, utilizan en la ejecución de los algoritmos estrategias que facilitan su procedimiento. Los niños en la actividad de formulación de problemas usan representaciones verbales y simbólicas, sin embargo no se evidencia el uso de representaciones pictóricas.

Uso del lenguaje formal y de operaciones: La formulación de problemas contribuye a que los estudiantes definan e identifiquen las cantidades, las acciones y relaciones entre cantidades para matematizar la situación: representar simbólicamente y definir el algoritmo que es de utilidad en la solución del problema. Este proceso propició en los estudiantes un uso del lenguaje propio de las matemáticas, en el que expresan sus ideas, recrean algoritmos, y explican sus procedimientos.

En la actividad de formulación de problemas los niños usan operaciones matemáticas para solucionar el problema propuesto, en busca de verificar si el enunciado ha quedado completo, es decir, tenga los datos, las restricciones, las condiciones y la incógnita. Además de esto, en el momento de constatar los resultados y verificar las operaciones hacen uso de algunos términos propios de las matemáticas; cifra, decenas, centenas, unidades. El uso de esta terminología se da porque repasan o verifican los algoritmos usados en las operaciones propuestas para solucionar el problema.

Los niños al emplear un lenguaje propio de las matemáticas durante la formulación de problemas y usar operaciones para constatar si han quedado completos y bien formulados y hacer uso de los conceptos, vocabulario, algoritmos, operaciones que conocen para desarrollar la tarea con éxito da cuenta de la forma y el nivel en que los niños se involucran en la actividad matemática (sección 4.6).

En General la actividad de formulación de problemas desarrolla las capacidades de los estudiantes para solucionar problemas, dado que cuando los individuos formulan problemas se sumergen en una actividad matemática que les exige la capacidad de comunicar, representar, matematizar, usar un lenguaje propio de las matemáticas y hacer operaciones matemáticas en función de ejecutar con éxito la tarea propuesta.

Las capacidades desarrolladas durante el proceso de formulación de problemas tienen conexiones y relaciones muy estrechas, dado que en la puesta en práctica de una, se ven reflejadas las demás capacidades. En el acto comunicativo está presente el lenguaje propio de las matemáticas, en las que se recrean algoritmos, se explican procedimientos, se establecen cantidades, acciones y relaciones entre las mismas. Las orientaciones sociales y tonalidades del discurso dan lugar a identificar los elementos propios de un problema, las cantidades, las relaciones y acciones sobre las cantidades que son fundamentales en el proceso de matematización.

El lenguaje propio que usan los estudiantes les posibilita establecer las acciones y relaciones entre cantidades, dado que conocen el significado de las palabras en su contexto. Adicional a esto, cuando los estudiantes establecen los elementos de un problema y llegan a acuerdos sobre lo que éste es, se desplazan concepciones erradas que pudieran tener de lo que es un problema matemático.

En el acto comunicativo se da también el uso de un lenguaje propio de las matemáticas, que va acompañado de explicaciones, recreación de algoritmos que han sido usados en el proceso de matematización de los problemas, los cuales han sido representados de forma verbal y simbólica en el proceso de matematización.

Es entonces la capacidad de matematizar la que vincula la formulación y la solución de problemas, dado los estudiantes al formular un problema esta partiendo de un contexto real, en el que se han establecido cantidades, relaciones y acciones sobre estas a partir de la capacidad de comunicación, donde se hace uso de un lenguaje propio de las matemáticas. La representación simbólica permite llevar el enunciado del problema a un contexto matemático, operar con las cantidades, calcular un resultado y finalmente llevarlo nuevamente al contexto.

La formulación y solución de problemas mantiene una estrecha relación a partir de las capacidades que los estudiantes emplean para formular problemas y las que usan para su solución. Es importante que se aborde la formulación y solución de problemas a partir de una constante interacción entre ambos, y no como dos conceptos desligados uno del otro, dado que, la formulación de los propios problemas permite a los estudiantes identificar y definir elementos de los mismos que son fundamentales para la matematización y posterior solución. Esto explica el planteamiento de Bonotto (2012) quien afirma que la formulación de problema es de central importancia en la disciplina de las matemáticas y en la naturaleza del pensamiento matemático, y es un compañero importante para la resolución de problemas.

Este trabajo de investigación deja abierta la puerta para futuras investigaciones en las que se pregunte por la formulación de problemas y la capacidad de matematización de los chicos que se enfrentan a esta actividad, dado que esta investigación da pautas y elementos importantes que a criterio propio, son interesantes de investigar a profundidad. Adicional a esto, deja abierta la puerta para que se investigue sobre otras capacidades que no fueron desarrolladas en este trabajo como es el uso de herramientas matemáticas, elaboración de estrategias.

Otra línea futura de investigación que deja abierta este trabajo, es cómo a partir del contexto cercano de los estudiantes se pueden abordar la solución y formulación de problemas. Esto fundamentado en las situaciones y necesidades que dieron origen a los problemas matemáticos, es decir, que se recreen las situaciones que dieron lugar a los problemas, para significar la actividad matemática de los niños. Caracterizar cómo se desarrolla la actividad

matemática de los niños a partir su interacción con su entorno y las actividades económicas de la comunidad en la que viven.

Por último, pero sin querer limitar al lector en cuanto a las líneas de investigación que dejan abiertas este trabajo. Propongo la interdisciplinariedad con las áreas del lenguaje, las ciencias naturales, sociales y por qué no, las artes, a partir de la formulación y solución de problemas. En las que se saque provecho de todas las capacidades que desarrolla esta actividad y que suponen o conforma a un estudiante integral.

REFERENCIAS.

- Ayllón, F., & Gómez, I. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *EA, Escuela abierta: revista de Investigación Educativa.*, 17, 29-40.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4801331>
- Barmby, P., Thompson, L., & Bolden, D. (2014). *Understanding and Enriching Problem Solving in Primary Mathematics*. 144.
- Bentancor, J. (2017). *La matematización: Una mirada a las prácticas de enseñanza y evaluación de los docentes del Ciclo Básico de una zona Metropolitana de Montevideo*. Universidad ORT.
- Blanco, L., Cardenas, J., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Universidad de Extremadura.
- Bonilla, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 117-143.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4974719>
- Bonotto, C. (2012). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 37-55. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9441-7>
- Bueno, V. Á., & Perez, S. L. (2006). Inductive reasoning according to the general and specific domain approach. *Universidad Complutense de Madrid*, 5(1), 73-97.
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., Zhang, L., & Song, N. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.02.004>
- Cai, J., & Jiang, C. (2016). An Analysis of Problem-Posing Tasks in Chinese and US Elementary Mathematics Textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2012). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69. <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>

- Daniels, H. (2003). *Vygotsky y la pedagogía*. Google Docs.
https://drive.google.com/file/u/1/d/0B0n3N14PmngObUNTS1QyeXJObHc/view?usp=drive_open&usp=embed_facebook
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar_ Continuidad o ruptura cognitiva*. (Artículo aparecido en francés en: «petit X»). Iberoamérica.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas en resolución de problemas*. (1.^a ed.). Gobierno de Navarra. Departamento de Educación.
<http://dpto.educacion.navarra.es/publicaciones/pdf/matematicas.pdf>.
- Escrich, T., Lozano, F., & García, A. (2013). *Competencias vs. Capacidades: ¿Enfoques complementarios o excluyentes?* Recuperado de
<https://digital.csic.es/bitstream/10261/132526/1/competenciasvscapacidades.pdf>
- Espinoza, J., Lupiañez, J. L., & Segovia, I. (2014). Caracterización de estudiantes con talento matemático mediante tareas de invención de problemas: Un estudio exploratorio. *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática*, 46-54. <http://funes.uniandes.edu.co/6448/>
- Felmer, P., Erkki, P., & Jeremy, K. (2016). *Posing and solving mathematical problems*. Springer Science+Business Media.
- Ferrater, J. (1965). Diccionario de filosofía-tomo II. En *Diccionario de Filosofía* (Vol. 2). Sudamericana. <https://profesorvargasguillen.files.wordpress.com/2011/10/jose-ferrater-mora-diccionario-de-filosofia-tomo-ii.pdf>
- Galeano, E. (2004). *Diseño de proyectos en la investigación cualitativa*. (1edición). Fondo Editorial Universidad EAFIT.
https://www.academia.edu/28381298/Galeano_Eumelia_Disenio_de_proyectos_en_la_investigacion_cualitativa.
- Gaviria, L. L. (2017). *El proceso de formulación de problemas, un pretexto para movilizar aprendizajes en estudiantes de quinto de primaria*. (Tesis de maestría). Universidad de ICESI, Santiago de Cali, Colombia. Recuperado de
http://repository.icesi.edu.co/biblioteca_digital/handle/10906/82053

- Goldin, G. A. (2018). Mathematical Representations. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 1-6). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_103-4
- Goldin, G. A., & Kaput, J. (1996). *A joint perspective on the idea of representation in learning and doing Mathematics*.
https://www.researchgate.net/publication/269407907_A_joint_perspective_on_the_idea_of_representation_in_learning_and_doing_mathematics
- Hernández, J., & Socas, M. M. (1994). *Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemáticas*.
<http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/082-090.pdf>
- ICFES. (2011). *Guía para lectura e interpretación reportes resultados institucionales aplicación muestral 2011*.
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1325537/Guia%20para%20lectura%20e%20interpretacion%20reportes%20resultados%20institucionales%20aplicacion%20muestral%202011.p>
- ICFES. (2016). *Lineamientos para las aplicaciones muestral y censal 2016.pdf*.
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/176813/Lineamientos+para+las+aplicaciones+muestral+y+censal++saber+5+-+2016.pdf/437217a8-a229-95c3-b452-9298e8456651>
- ICFES. (2017). *Guía de orientación Saber 2017*.
<https://www.icfes.gov.co/documents/20143/1353827/Guia+de+orientacion+saber+5+2017.pdf/844f0d1e-e176-2ae9-6afa-165a1f28677f>
- Jaramillo, D. (2008). *La reflexión y la investigación en la formación del maestro que enseña matemáticas: Un camino*. 21.
- Jiménez, A., & Pineda, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia, 16*, 101-116.
- Jiménez, L., González, J. A., y Martínez, S. (2016). Invención de problemas en Educación Primaria: Un estudio exploratorio sobre problemas aritméticos multiplicativos. *ISSN, 5*(2), 21-25. Recuperado de <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/2>
- Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Educación matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación, historia* (Simposio Internacional de

Educación Matemática, Ed.). Grupo Editorial Iberoamérica. WWW: <http://ued.uniandes.edu.co>

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U., & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Springer Berlin Heidelberg.

Limin, C., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2013). The Relationship between Students' Problem Posing and Problem Solving Abilities and Beliefs: A Small-Scale Study with Chinese Elementary School Children. *Frontiers of Education in China*, 8(1), 147-161. <https://doi.org/10.1007/BF03396966>

Malaspina, U. (2016). *Creación de problemas: Sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas*. 15, 11. <https://core.ac.uk/download/pdf/129741798.pdf>

Malaspina, U. (2015). *El rincón de los problemas Los niños crean problemas de matemáticas*. 42, 235-241. http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/42/42_Problema_12.pdf

Martínez, M. C. (2002). *Estrategias de lectura y escritura de textos: Perspectivas teóricas y talleres*. Universidad del Valle.
file:///C:/Users/FLOR/Desktop/Capacidades/comunicaci%C3%B3n/martinez_estrategiaslecturaescritura.pdf

Martínez, M. C. (2005). *La argumentación en la dinámica enunciativa del discurso*. Universidad del Valle.

Martínez, M. C. (2007). *La orientación social de la argumentación en el discurso: Una propuesta integrativa*. Artes Gráficas, Facultad de Humanidades.
https://www.academia.edu/29469782/La_orientaci%C3%B3n_social_de_la_argumentaci%C3%B3n_en_el_discurso_una_propuesta_integrativa

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas*. <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje • V.2. :*
<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/93226>

Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Mallas de aprendizaje. Documento para la implementación de los DBA*. Ministerio de Educación Nacional.

- Nussbaum, M. C. (2011). *Crear Capacidades, una propuesta para el desarrollo humano*. (1.^a ed.). Paidós.
https://www.academia.edu/39034672/CREAR_CAPACIDADES_MARTHA_NUSSBAUM_Cap
- Nussbaum, M. C. (2012). *Why democracy needs the humanities* (With a New afterword by the author). The public square book series.
<http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=6AC8A44030C407E1B3EDC16F5E732B4C>
- OECD. (2018a). *PISA 2021 Mathematics Framework*.
<https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2021-mathematics-framework.pdf>
- OECD. (2018b). PISA for Development Mathematics Framework. En OECD, *PISA for Development Assessment and Analytical Framework* (pp. 49-70). OECD.
<https://doi.org/10.1787/9789264305274-5-en>
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. *Fundamentos teóricos y metodológicos*. 73, 35, 26.
<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140388008>
- Poggioli, L. (2009). *Estrategias de resolución de problemas*. fundación Empresa Polar.
 file:///C:/Users/FLOR/Zotero/storage/55LI3VPV/serie_ensenando_cap_5.pdf
- Polya, G. (1989). *Como plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Potón, T. (2003). *La argumentación en la movilización de los numeros fraccionarios*. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.
- Pozo, J., Pérez, M., Domínguez, J., Gómez, M. y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid. España: Santillana.
- Rico, L. (2003). *Evaluación de Competencias Matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003*.
- Rico, L., Castro, E., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Rodríguez, S. (2005). *Características de la Investigación Acción Educativa*. Ed. DOXA. Lima, Perú.
- Santos Trigo, M. (2008). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica* 17. 24.
- Schoenfeld, A. (1992). *Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas*. 4, 16.

- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press, INC.
<https://books.google.com.co/books?id=0cbSBQAAQBAJ>
- Scattarética, F. (2017). *Caracterización de las tareas multiplicativas a partir de la investigación de problemas matemáticos*. (Tesis de especialización) Universidad Católica Del Norte, Antofagasta, Chile. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/9296/>
- Sigarreta, J. M., Rodríguez, J. M., & Ruesga, P. (2006). *La resolución de problemas: Una visión histórico-didáctica*. 14.
- Singer, F. M., Ellerton, N., & Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: New questions and directions. *Educational Studies in Mathematics*, 1-7.
<https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-013-9478-2>
- Singer, F. M., & Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 9-26.
<https://doi.org/10.1007/s10649-012-9422-x>
- Socas, M. M., Hernández, J., & Palarea, M. M. (2014). *Dificultades en la resolución de problemas de matemáticas de estudiantes para profesor de educación primaria y secundaria*. 10.
- Soler, T. F. (2012). *Razonamiento abductivo en lógica clásica* (Vol. 2). College Publications.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Thomas, N. (1966). *Modern Logic an introduction*. Barnes & Noble.
https://openlibrary.org/works/OL119927W/Modern_logic
- Trejos, S., & Paz, E. (2017). *Secuencia didáctica para el aprendizaje de la estructura multiplicativa a través de la formulación y resolución de problemas*. (Tesis de maestría) Universidad de ICESI, Santiago de Cali, Colombia. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/10935/1/Trejos2017Secuencias.pdf>
- Villegas, J. L., Castro, E., & Gutiérrez, J. (2009). Representaciones en Resolución de Problemas: Un estudio de caso con problemas de optimización. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(17). <http://www.redalyc.org/resumen.oa?id=293121936015>
- Weston, A. (2006). *Las claves de la argumentación* (11.^a ed.). Ariel.
<http://fundacionmerced.org/bibliotecadigital/wp-content/uploads/2013/05/las-claves-de-la-argumentacion-corregido.pdf>

Ye, X. D., Chang, Y. H., & Lai, C. L. (2018). An interactive problem-posing guiding approach to bridging and facilitating pre- and in-class learning for flipped classrooms. *Interactive Learning Environments*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/10494820.2018.1495651>

ANEXOS

1. Prueba diagnóstica

Nombre: _____ grado: _____ Fecha: _____

Lee atentamente cada problema y responde. Realice dibujos, gráficos, diagramas u otro tipo de representación que le ayuden entender el procedimiento que realizas para resolver cada uno.

1. Rosa durante un día de trabajo recolecta 67 kilos de café, Daniel recolecta 35 kilos más que Rosa, ¿Cuántos kilos de café recolecta Daniel en un día de trabajo?

Procedimiento:	Explicación

2. En el hotel donde están de vacaciones mis abuelos hay 73 mesas en el comedor y 34 en el jardín. Para cada una de las mesas hay 8 sillas. ¿Cuántas sillas tienen en total?

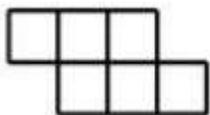
Procedimiento:	Explicación

3. Una de las habitaciones de mi casa es de forma rectangular, mide 12 metros cuadrados de superficie. ¿Qué medidas puede tener la habitación? Dibújala de todas las formas posibles.
4. Existe una actividad muy interesante que consiste en cambiar letras por números para que la operación matemática indicada sea posible. Aquí tienes uno, inténtalo.

$$\begin{array}{r}
 \text{UNO} \\
 + \text{UNO} \\
 \hline
 \text{TRES}
 \end{array}$$

La O representa el 4.

5. Retira 2 de los 18 palillos y has que queden formados 4 cuadrados iguales.

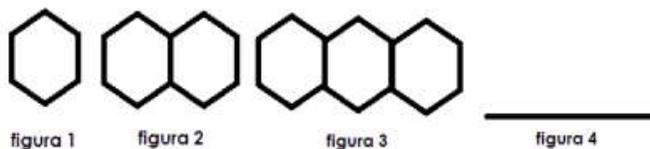


6. Observa la figura de la derecha. ¿Cuántos triángulos hay?

Hay _____ triángulos.



7. Tigresa, valiente, fuerte y leal tenía un poderoso estilo de kung-fu que provocaba temor. Ella haciendo uso de las varas de bambú realizó la siguiente secuencia de figuras, y les hace la siguiente pregunta, ¿Cuántas varas de bambú utilizaré en la figura cuatro?



- a) ¿Cuántas varas de bambú utilizó tigresa en la primera figura? ¿Cuántas en la segunda? Y ¿cuántas en la tercera? _____

- b) ¿Cuántas varas de bambú le agregó tigresa a la primera figura uno para formar la figura dos? ¿Cuántas varas de bambú agregó tigresa a la figura dos para formar la figura tres?

- c) Dibuja la figura cuatro.

- d) ¿cuántas varas de bambú necesitará tigresa para la figura 10?

2. Tarea 1

PLAN DE TAREA MATEMATICA 2019
FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Flor Marina Pachón Rodríguez
Grado(s) donde se aplica la tarea.	Cuarto (4°)
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	Formulación de problemas a partir de la invención de cuentos
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes al resolver problemas en su vida cotidiana?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	¿Elaborar narraciones sobre situaciones cotidianas cómo puede contribuir al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de problemas?

<p>Preguntas orientadoras</p> <p>En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.</p>	<p>¿Qué capacidades de la solución de problemas se privilegian en los estudiantes al formular problemas matemáticos a partir de la invención de cuentos?</p> <p>¿Qué tipo de problemas formulan los estudiantes en clase de matemáticas a partir de la invención de cuentos?</p> <p>¿Qué tratamiento le dan los estudiantes a la solución de los problemas que ellos mismos formulan?</p>
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	<p>¿Qué es problema matemático?</p> <p>¿Cómo formular un problema?</p> <p>¿La situación formulada es o no un problema matemático?</p> <p>¿El problema matemático tiene o no solución?</p> <p>¿Qué relación se definen entre las cantidades del problema y que acciones sobre las cantidades? ¿Qué operación se debe hacer para solucionar el problema?</p> <p>¿La respuesta obtenida es la solución al problema?</p> <p>¿Cómo verificar la solución de problema?</p> <p>¿Cómo comunicar la solución del problema?</p>
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos que se espera sea aprendidos, y una breve</p>	<p>Esta tarea tiene como objetivo que los estudiantes formulen problemas libres, de acuerdo a sus intereses y compartieran su trabajo con los compañeros. El desarrollo de la tarea se propuso en torno al cuento, siendo este algo familiar y cercano al estudiante. La tarea se desarrollará en tres sesiones.</p> <p>En una primera sesión se suministrará a los estudiantes una serie de fichas con imágenes, cada una de las cuales representan momentos de</p>

<p>explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.</p>	<p>un cuento: inicio, desarrollo y cierre. Los estudiantes deben seleccionar algunas de las imágenes con las cuáles puedan inventar un cuento y, a medida que el cuento se desarrolla, deben formular problemas matemáticos que aludan a la historia que se desarrolla a partir del cuento. Después de terminar la escritura del cuento se pedirá a los estudiantes que resuelvan los problemas matemáticos formulados en sus cuentos, y que guarden esa hoja de soluciones para un trabajo posterior.</p> <p>En una segunda sesión del proceso, se pedirá a los estudiantes que intercambien los cuentos inventados con otra pareja para que lean el cuento, identifiquen los problemas matemáticos formulados a lo largo de la historia, los analicen y los resuelvan.</p> <p>Finalmente en una tercera sesión, los estudiantes realizarán una exposición del cuento que inventaron, mostrarán a sus compañeros la solución de los problemas allí formulados, y se compararán con las formas de solución que realizó la pareja de estudiantes que leyó el cuento. En toda la clase analizan las soluciones (pertinencia, dificultad, etc.), e incluso, deciden sobre otras formas posibles de resolver tales problemas.</p>
<p>Materiales y recursos necesarios para la Propuesta Tecnología – Hardware: <i>(Describe los equipos requeridos.)</i></p>	
<p>Tecnología – Software: <i>(Describe el software requerido.)</i></p>	
<p>Material impreso Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.</p>	<p>Fichas con secuencias de imágenes.</p>
<p>Suministros Todo lo que se necesite para implementar la</p>	<p>Hojas, lápiz, borrador, imágenes impresas.</p>

tarea.	
Recursos de Internet Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	
Tiempo aproximado requerido Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.	6 horas

FICHA DEL MAESTRO

Competencias A partir de los documentos Referentes de Calidad del MEN (EBC y DBA), identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.	Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos. (MEN 2016) Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. (MEN 2006)
Desempeños / Resultados de aprendizaje esperados Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar problemas matemáticos. - Formular un problema matemático. - Solucionar problemas matemáticos. - Usar diferentes estrategias en la solución de problemas

<p>tarea.</p>	<p>matemáticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer las cantidades, las acciones sobre las cantidades y el papel que desempeñan las cantidades que intervienen en un problema matemático. - Identificar relaciones entre las cantidades que intervienen en problemas matemáticos. - Identificar correctamente las operaciones para solucionar correctamente el problema. - Comunicar de forma verbal o escrita la solución de un problema.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los Lineamientos Curriculares, y las Mallas de Aprendizaje, que se trabajan a lo largo de la tarea.</p>	<p>Situaciones aditivas de comparación transformación y composición.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p>

<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	<p>Dar a los estudiantes la posibilidad de formular sus propios problemas matemáticos, incentiva en ellos la creatividad y el interés por la actividad matemática, además de dar mayor significado a los problemas formulados y a la solución que ellos plantearán posteriormente, enriqueciendo sus procesos y permitiendo la mayor comprensión de estos. Se espera que los estudiantes formulen diferentes tipos de problemas matemáticos, en situaciones aditivas y multiplicativas al menos de primer orden, además de solucionar los propios problemas formulados de forma correcta, usando un lenguaje formal y de operaciones, en el que se empleen diferentes estrategias y representaciones.</p> <p>En el tercer momento de la tarea en el que las parejas de trabajo intercambian cuentos, da la posibilidad a los estudiantes de identificar, analizar y solucionar los problemas matemáticos formulados por los compañeros, es decir se espera que los estudiantes identifiquen si es o no un problema matemático, los datos que intervienen en el problema, el tipo de datos que se dan, si es variable, incógnita o constante además de proponer una nueva formulación del problema en el caso de que no lo fuese.</p> <p>En el último momento de la actividad se espera que los estudiantes comuniquen a sus compañeros los problemas formulados y el tratamiento que les dieron para solucionarlos además de que comparen su solución con la solución propuesta por la pareja que leyó su cuento. En todo este proceso se espera que los estudiantes implementen las capacidades en la solución de problemas, comunicación, razonamiento y argumentación, representación, matematización, elaboración de estrategias, uso de un lenguaje técnico, formal y de operaciones.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Los estudiantes como habilidades previas tendrán que tener el dominio de la escritura y lectura del lenguaje español, creatividad y buena disposición para el desarrollo de la tarea.</p>

<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Fichas con imágenes e instrucciones del profesor para desarrollar la guía.</p>
---	---

FICHA TÉCNICA

<p>Referencias / Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p> <p>En suma, se realizar una Descripción de los elementos tanto conceptuales (epistemológicos, matemáticos, cognitivos) como metodológicos que fundamentan la tarea.</p>	<p>La formulación de problemas por parte de los estudiantes ha sido una propuesta para que los estudiantes mejoren sus capacidades en la solución de problemas, dado que se desea que los problemas sean más contextualizados y despierten el interés de los estudiantes, (Kilpatrick, Gómez y Rico, 1998), el formular problemas puede generar contextos ricos para el desarrollo matemático de los estudiantes y promover la comprensión conceptual, la capacidad de razonar, el comunicarse matemáticamente, además de captar su interés y la curiosidad, involucrar y animar al estudiante a formular sus propios problemas, no solo es probable que favorezca la comprensión de los estudiantes de situaciones problemas, sino que, además, fomente el desarrollo de estrategias más avanzadas en la solución de problemas (Cai et al., 2012).</p> <p>El cuento y en su propia naturalidad en un ambiente particular trabaja las estructuras de pensamiento que permitan su posterior utilización de manera imperceptible y firme, el trabajo a través de los cuentos evoca a la realidad propia del niño, se adapta a sus principales intereses y dirige su voluntad con el fin de formar estructuras de pensamiento que le permitan interpretar el mundo exterior y, por lo tanto, también abordar la resolución de problemas matemáticos. (Bonilla, 2014)</p>
<p>Acciones / instrumentos / Procedimientos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática</p>	<p>En una primera sesión se dará a los estudiantes las instrucciones para el desarrollo de la tarea y se procederá a entregar el material de apoyo que consiste en una serie de fichas en las que se visualizará actividades de la cotidianidad, en este caso como los estudiantes se encuentran en una zona rural, se muestran algunas imágenes de actividades de campo o de granja, se espera que los estudiantes motivados por la invención de un cuento a</p>

<p>del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Procedimientos: Una síntesis clara del proceso de gestión de la tarea, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje. ✓ Instrumentos: el papel de los mismos, características especiales de los recursos y su gestión (en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento). ✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.) ✓ También debe incluir recomendaciones especiales que se deban tener en cuenta para la gestión de la tarea. <p style="text-align: center;">En suma, en este apartado quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>partir de imágenes que representan situaciones cotidianas, formulen mínimo cuatro problemas matemáticos que involucren situaciones aditivas o multiplicativas. En este momento el estudiante debe analizar y determinar las imágenes que le darán la posibilidad de narrar su historia, pero además de que le den la posibilidad de formular problemas. El desarrollo de este momento de la tarea propicia en los estudiantes el razonamiento, el análisis, la matematización, la comunicación y la argumentación.</p> <p>En esta misma sesión los estudiantes solucionaran los propios problemas formulados. Se espera que los estudiantes usen un lenguaje formal y de operaciones para dar solución a los problemas, que usen diferentes representaciones y hagan una transición de la representación de lenguaje verbal al lenguaje matemático.</p> <p>Para la segunda sesión de la tarea que consiste en intercambiar los cuentos y solucionar los problemas formulados en la narración que les correspondió, se busca que los estudiantes lean y releen los problemas formulados por los compañeros, analicen, interpreten y argumenten si un problema tiene o no solución, en caso de no tener solución que formulen variaciones a los problemas con el fin de que si la tengan. En este proceso se espera que los estudiantes reconozcan en el enunciado del problema las cantidades involucradas, las relaciones matemáticas entre estas cantidades, las acciones de transformación (comer, regalar, perder, ganar, dañar, entregar, etc.) y la cantidad inicial sobre la cual se ejerce la acción transformadora. Por otro lado se espera que usen diferentes representaciones matemáticas además del enunciado verbal, como pueden ser representaciones de estructura icónica, no icónica y representaciones simbólicas que le permitan comprender las relaciones entre las cantidades.</p> <p>La parte final de la tarea, sesión tres, en la que cada pareja expone la narración y la forma en que solucionaron los problemas, busca que los estudiantes comuniquen, razonen y argumenten los procedimientos que siguieron para solucionar sus propios problemas. Además de que comparen su proceso con el de la pareja que solucionó sus problemas.</p>
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares.</p>

Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2. Recuperado de : <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/93226>

Ministerio de educación Nacional. (2016). Matriz de Referencia. Matemáticas. Recuperado de https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

Bonilla, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 117-143. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4974719>

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69. (Inglés Estados Unidos) <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>

Material para el desarrollo de la tarea.





3. Tarea 2

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA 2019

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Flor Marina Pachón Rodríguez
Grado(s) donde se aplica la tarea.	cuarto
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	Formulación de problemas a partir de una experiencia en la granja
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes al resolver problemas en contextos de su vida cotidiana?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos periodos de tiempo.	¿Participar de situaciones cotidianas cómo puede contribuir al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de problemas?

<p>Preguntas orientadoras</p> <p>En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.</p>	<p>¿Qué capacidades de la solución de problemas se privilegian en los estudiantes al formular problemas matemáticos a partir de situaciones del contexto cercano del estudiante?</p> <p>¿Qué tipo de problemas formulan los estudiantes en clase de matemáticas a partir situaciones vividas en un contexto cercano?</p>
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	<p>¿Qué es problema matemático?</p> <p>¿Cómo formular un problema?</p> <p>¿La situación formulada es o no un problema matemático?</p> <p>¿El problema matemático tiene o no solución?</p> <p>¿Qué relación se establece entre las cantidades del problema y que acciones sobre las cantidades?</p> <p>¿Qué operación se debe hacer para solucionar el problema?</p> <p>¿La respuesta obtenida es la solución al problema?</p> <p>¿Cómo verificar la solución de problema?</p> <p>¿Cómo comunicar la solución del problema?</p>
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos que se espera sea aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta Esencial y las Preguntas orientadoras.</p>	<p>La propuesta consiste en una visita a una finca cercana a la escuela, en la que se cultiva aguacate y se tiene ganado de leche con la que producen queso, la finca se encuentra dentro de la misma vereda en la que los estudiantes viven. La visita se hará con el fin de recolectar datos referentes al cultivo de aguacate y la producción de queso en sus diferentes fases, esto con el fin de que los estudiantes tengan información que les permitan formular problemas matemáticos contextualizados y más cercanos a su realidad.</p> <p>La actividad se compone de varias sesiones. La primera sesión consiste en diseñar formulario con preguntas referentes a lo que</p>

les gustaría conocer sobre los diferentes procesos en la producción de queso y la cosecha de aguacate, esta fase de la actividad será anterior a la visita y se desarrollará en el aula de clase.

La segunda sesión es la visita a la finca, en ésta los estudiantes contarán con su cuestionario previamente diseñado acorde con los intereses de los estudiantes y con el cual empezarán a indagar sobre los procesos llevados en la finca en cuanto a la producción de queso y aguacate. El propósito es que ellos recolecten la mayor cantidad de información en cuanto a datos numéricos que estén involucrados en estos procesos, es decir, en la producción de leche y el proceso que se debe hacer para tener como producto final el queso. Algunas de las posibles preguntas son: ¿Cuántas vacas hay en la finca produciendo leche? ¿Cuánta leche se recolecta diariamente en la finca? ¿Cuánto queso se produce con la cantidad de leche producida diariamente? ¿Cómo venden el queso? ¿Cuál es el precio del kilo de queso? ¿Cuál es el proceso para hacer queso? eso con respecto a la producción de queso, en cuanto a al cultivo de aguacate las preguntas pueden ser: ¿Cuántos árboles tiene el cultivo? ¿Cuántas cosechas se producen al año? ¿Qué cantidad de aguacate se produce por cosecha? ¿A cómo se vende el kilo de aguacate? Esta son algunas de las preguntas que estarán incluidas dentro del cuestionario inicial.

La tercera sesión es la fase experimental, en ella los estudiantes hacen el proceso de preparar el queso, para ello, los estudiantes anticipan los utensilios que necesitan, los tiempos de preparación, la cantidad de leche necesaria para producir 2 kilos de queso, entre otras cosas. Esta fase se llevará a cabo dentro de la institución y la idea es que los estudiantes lleven a cabo este proceso de forma vivencial.

1. Adquirir la cantidad de leche necesaria para producir 2 kilos de queso.
2. Medir la cantidad de cuajo que necesitan para esa cantidad de leche.
3. Estimen el tiempo y la temperatura que necesitan para el proceso.
4. Pesarse el queso producido antes y después de que escurra todo el suero.

	<p>5. Venta del queso, haciendo cálculos para no tener pérdidas en la producción de queso.</p> <p>Finalmente, la cuarta sesión consiste en que los estudiantes a partir de la información recolectada en la visita a la finca y la experiencia de producir queso, se pongan en el lugar del dueño de la finca y establezcan las condiciones para que este negocio sea rentable, teniendo en cuenta todos los factores de sostenimiento de la finca el ganado y la producción de leche. Es decir, que los estudiantes tomaran el papel de dueños de la finca y deberán tener en cuenta los gastos en la producción de queso y los precios a como se debe vender el queso y el aguacate para que sea realmente rentable y no quiebre la finca.</p>
<p>Materiales y recursos necesarios para la Propuesta</p> <p>Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)</p>	
<p>Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)</p>	
<p>Material impreso</p> <p>Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.</p>	
<p>Suministros</p> <p>Todo lo que se necesite para implementar la tarea.</p>	<p>Hojas, lápiz, borrador, pesa. Ollas, leche, cuajo, colador, estufa.</p>
<p>Recursos de Internet</p> <p>Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.</p>	
<p>Otros</p> <p>Conferencistas, invitados, mentores, excursiones, etc.</p>	
<p>Tiempo aproximado requerido</p>	<p>5 horas</p>

Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.

FICHA DEL MAESTRO

<p style="text-align: center;">Competencias</p> <p>A partir de los documentos Referentes de Calidad del MEN (EBC y DBA), identificar las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos. (MEN 2016)</p> <p>Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. (MEN 2006)</p>
<p>Desempeños / Resultados de aprendizaje esperados</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar problemas matemáticos. - Formular un problema matemático. - Solucionar problemas matemáticos. - Usar diferentes estrategias en la solución de problemas matemáticos. - Reconocer las cantidades, las acciones sobre las cantidades y el papel que desempeñan las cantidades que intervienen en un problema matemático. - Identificar relaciones entre las cantidades que intervienen en problemas matemáticos. - Identificar correctamente las operaciones para solucionar correctamente el problema. - Comunicar de forma verbal o escrita la solución de un problema.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de</p>	<p>Situaciones aditivas de comparación transformación y composición.</p>

<p>referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los Lineamientos Curriculares, y las Mallas de Aprendizaje, que se trabajan a lo largo de la tarea.</p>	<p>Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p>
<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	<p>El contexto cultural y social es fundamental para dar significado a la actividad matemática de los individuos, es por esto que se busca con esta actividad integrar a los estudiantes en contextos cercanos que den la posibilidad de reconocer e interpretar situaciones reales que den lugar a la formulación y solución de problemas.</p> <p>Dar a los estudiantes la posibilidad de formular sus propios problemas matemáticos, incentiva en ellos la creatividad y el interés por la actividad matemática, además de dar mayor significado a los problemas formulados y a la solución que ellos plantearán posteriormente, enriqueciendo sus procesos y permitiendo la mayor comprensión de estos. Se espera que los estudiantes formulen diferentes tipos de problemas matemáticos, en situaciones aditivas y multiplicativas al menos de primer orden, además de solucionar los propios problemas formulados de forma correcta, usando un lenguaje formal y de operaciones, en el que se empleen diferentes estrategias y representaciones.</p> <p>Con la incorporación de situaciones del contexto cercano de los estudiantes se busca que los estudiantes tengan mayor comprensión de las cantidades que intervienen en los problemas propuestos además de que reconozcan las acciones sobre las cantidades y las operaciones con las cantidades que deben realizar.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán</p>	<p>Los estudiantes como conocimientos previos deberán conocer la unidad de medida de peso, área, longitud, tiempo.</p>

tener los estudiantes para iniciar la tarea.	
Hojas de trabajo del estudiante Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.	-Hoja 1: Diseño de Cuestionario -Hoja 2: Cuestionario - Hoja 3: Experimento -Hoja 4: Cierre

FICHA TÉCNICA

Referencias / Marco teórico Descripción breve de textos, conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura). En suma, se realizar una Descripción de los elementos tanto conceptuales (epistemológicos, matemáticos, cognitivos) como metodológicos que fundamentan la tarea.	La formulación de problemas por parte de los estudiantes ha sido una propuesta para que los estudiantes mejoren sus capacidades en la solución de problemas, dado que se desea que los problemas sean más contextualizados y despierten el interés de los estudiantes, (Kilpatrick, Gómez y Rico, 1998), el formular problemas puede generar contextos ricos para el desarrollo matemático de los estudiantes y promover la comprensión conceptual, la capacidad de razonar, el comunicarse matemáticamente, además de captar su interés y la curiosidad, involucrar y animar al estudiante a formular sus propios problemas, no solo es probable que favorezca la comprensión de los estudiantes de situaciones problemas, sino que, además, fomente el desarrollo de estrategias más avanzadas en la solución de problemas (Cai et al., 2012).
Acciones / instrumentos / Procedimientos Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante: ✓ Procedimientos: Una síntesis clara del proceso de	En la primera fase de la tarea, los estudiantes propondrán las preguntas en que se harán en la visita a la finca, esto quiere decir que se dará la oportunidad a los estudiantes que indaguen el tema a partir de sus intereses, que les importa conocer sobre el funcionamiento de la finca. Las preguntas que los estudiantes deseen realizar y con la información que deseen conocer se unificara un cuestionario para el momento de la visita el cual los estudiantes irán llenando de manera individual. El segundo momento de la tarea los estudiantes recibirán la hoja con el

<p>gestión de la tarea, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje.</p> <p>✓ Instrumentos: el papel de los mismos, características especiales de los recursos y su gestión (en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento).</p> <p>✓ Procedimientos esperados de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.)</p> <p>✓ También debe incluir recomendaciones especiales que se deban tener en cuenta para la gestión de la tarea.</p> <p>En suma, en este apartado quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>cuestionario y que por turnos serán los encargados de realizar las preguntas al entrevistado, que en este caso es el dueño de la finca. El objetivo es recolectar información numérica con relación a la producción del aguacate y de leche en la finca, relacionada con los insumos, costos, tiempos y demás factores que influyen en la producción de estos dos alimentos.</p> <p>En el tercer momento de la tarea que es exploratorio, se busca que los estudiantes experimenten el proceso de la producción de queso, basados en la información que obtuvieron en la finca, se les pedirá que produzcan 2 kilogramos de queso para vender en el descanso. Previamente se solicitará a los estudiantes que anticipen lo que se necesita para producir esa cantidad de queso, es decir, la cantidad de leche, el costo del litro de leche, cuánto dinero se debe aportar cada uno para comprar la leche, la cantidad de cuajo que se necesita, la temperatura a la que se debe cuajar, entre otros, y que será registrado en la hoja de trabajo # 3 antes de iniciar el experimento.</p> <p>Después de hacer el experimento verificar la cantidad de queso que se obtuvo, pedir a los estudiantes que calculen a cómo se debe vender el queso para que no se generen pérdidas, proceso que se deberá registrar en la hoja de trabajo # 3 después de haber realizado el experimento.</p> <p>Finalmente, en la cuarta etapa de la tarea se pedirá a los estudiantes que se pongan en el lugar del dueño de la finca y escriban en la hoja de trabajo # 4 como la administrarían para que fuera rentable. Los estudiantes en este momento deberán usar la información recolectada para poder hacer cálculos de los costos de mantener una finca y lo que debe producir para que no haya pérdidas.</p>
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf</p> <p>Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos en</p>

Competencias en Matemáticas. Recuperado de <http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>

Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2. Recuperado de: <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/93226>

Ministerio de educación Nacional. (2016). Matriz de Referencia. Matemáticas. Recuperado de https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Español (Colombia) Fundamentos teóricos y metodológicos. . . *Vol.*, 35, 26.

Bonilla, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 117-143. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4974719>

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69. (Inglés Estados Unidos) <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>

Hoja de trabajo #1 - Diseño de Cuestionario**Nombre:** _____ **Grado:** _____ **Fecha:** _____

Con el fin de indagar sobre los aspectos que te interesa conocer con relación al cultivo de aguacate y la producción de leche y queso de la finca la Fortuna y la que visitaremos próximamente, hemos diseñado el siguiente cuestionario. Por favor contéstalo con letra clara y legible.

1. Formula 5 preguntas relacionadas con lo que te gustaría indagar sobre el cultivo de aguacate.

2. Formula 5 preguntas relacionadas a la ganadería y producción de leche en la granja.

3. Formula 5 preguntas que estén relacionadas con la producción de queso.

4. En caso de que te interese conocer sobre algún tema diferente a los mencionados, formula tus preguntas.

Hoja de trabajo # 2 - Cuestionario

Nombre: _____ **Grado:** _____ **Fecha:** _____

El siguiente cuestionario consolida las preguntas del grado cuarto que han planteado con relación a los temas de interés. Por favor estar atento a las respuestas del entrevistado para que puedas llenar todo tu cuestionario. Por favor escribe con letra clara y legible.

Nombre del entrevistado: _____ edad: _____

Cultivo de aguacate:

1. ¿Cuántas hectáreas tiene su finca? _____
2. ¿Cuántas hectáreas tiene sembradas en aguacate? _____
3. ¿Cuántos árboles de aguacate tiene sembrados? _____
4. ¿Cuánto tiempo dura un árbol después de sembrado para producir aguacate?

5. ¿Cuántas veces en el año cosecha aguacate? _____
6. ¿Cuánto aguacate se produce en cada cosecha? _____

7. ¿En una canastilla cuanto aguacate envía? _____
8. ¿Cuántas veces en el año se fumiga el aguacate? _____
9. ¿Cuánto cuesta una fumigación del aguacate _____
10. ¿A cómo vende el kilo de aguacate? _____
11. ¿Cuántos trabajadores necesita para recoger la cosecha? _____
12. ¿Cuánto paga por día a cada trabajador? _____
13. ¿Cuántas veces debe abonar en cada cosecha? _____
14. ¿Cuánto abono le eche a cada árbol de aguacate? _____
15. ¿Cuánto gasta en total en la producción de aguacate? _____

Ganadería y producción de leche:

16. ¿Cuántas vacas tiene en la finca? _____
17. ¿Cuántas vacas están produciendo leche? _____
18. ¿Cada cuánto cría una vaca? _____
19. ¿Cuánta leche produce una vaca? _____
20. ¿A cómo vende el litro de leche? _____

21. ¿Cuánto tiempo se demora ordeñando una vaca? _____
 22. ¿Cuánta leche se produce a diario? _____
 23. ¿Cuánto cuesta una vaca? _____
 24. ¿Cuánto le cuesta un bulto de cuido para las vacas? _____
 25. ¿Para cuántos días le alcanza un bulto de cuido? _____
 26. ¿Cuánto le cuesta un bulto de sal para las vacas? _____
 27. ¿Cuánto cuesta el veneno para fumigar las vacas para las garrapatas? _____
 28. ¿Cuánto dinero invierte al mes en medicinas para el ganado? _____
 29. ¿Cuánto pasto consume una vaca al día? _____
 30. ¿Cuantos terneros que tomen suero tiene en la finca?
-

Producción de queso:

31. ¿Cuál es el proceso para preparar el queso? _____

32. ¿A qué temperatura se cuaja la leche? _____
33. ¿Cuánto queso se produce diariamente? _____
34. ¿Qué ingredientes y en qué cantidades necesita para preparar el queso diariamente? _____
35. ¿Cuánto tiempo se demora en preparar el queso? _____
36. ¿Cuánto cuesta un kilo de queso? _____
37. ¿Cuánto cuesta cada uno de los ingredientes que necesita para preparar el queso y en qué cantidad los compra? _____
38. ¿Para cuantos días le alcanza cada uno de los ingredientes? _____
39. ¿Cuántos litros de suero resultan de la producción de queso? _____
40. ¿Cuántos litros de suero toma cada ternero diariamente? _____

Espacio para otras preguntas

4. Tarea 3

PLAN DE TAREA MATEMÁTICA - AÑO 2019

FICHA DE IDENTIFICACIÓN

AUTOR (ES) DE LA TAREA	
Nombre(s) y apellido(s)	Flor Marina Pachón Rodríguez
Grado(s) donde se aplicará la tarea.	cuarto
VISTA GENERAL DE LA TAREA	
Título de la tarea Un nombre descriptivo o creativo para la actividad.	Formular problemas a partir de infografías
Preguntas sobre estructura curricular Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas en el currículo.	¿Cómo contribuir al desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes al resolver problemas en contextos de su vida cotidiana?
Pregunta esencial Una o dos preguntas que respondan a las metas de formación propuestas a partir de la tarea en relación con el currículo propuesto en la institución. Estas preguntas, incluso pueden ser comunes a otras tareas, de la misma área, o de diferentes grados o materias, y por ende se constituyen en ejes orientadores del trabajo a lo largo de extensos	¿Formular problemas a partir de información dada cómo puede contribuir al desarrollo de las capacidades de los estudiantes en la solución de problemas?

<p>periodos de tiempo.</p>	
<p>Preguntas orientadoras</p> <p>En relación con la o las preguntas esenciales presentadas en el ítem anterior, las preguntas que orientarán el trabajo de esta tarea en particular.</p>	<p>¿Qué capacidades de la solución de problemas se privilegian en los estudiantes al formular problemas matemáticos a partir de situaciones del contexto del estudiante?</p> <p>¿Qué tipo de problemas formulan los estudiantes en clase de matemáticas a partir gráficos estadísticos de periódicos locales?</p>
<p>Preguntas de Contenido</p> <p>Preguntas relacionadas con los temas específicos de la tarea.</p>	<p>¿Qué es problema matemático?</p> <p>¿Cómo formular un problema?</p> <p>¿La situación formulada es o no un problema matemático?</p> <p>¿El problema matemático tiene o no solución?</p> <p>¿Qué relación se establece entre las cantidades del problema y que acciones sobre las cantidades?</p> <p>¿Qué operación se debe hacer para solucionar el problema?</p> <p>¿La respuesta obtenida es la solución al problema?</p> <p>¿Cómo verificar la solución de problema?</p> <p>¿Cómo comunicar la solución del problema?</p> <p>¿Qué elementos hacen falta para que la situación planteada sea un problema matemático?</p>
<p>Resumen de la tarea</p> <p>Una síntesis general de la Propuesta, que incluya los temas que se abordarán del área, una descripción de los principales conceptos que se espera sea aprendidos, y una breve explicación acerca de la forma en que las tareas ayudan a los estudiantes a contestar la Pregunta</p>	<p>La tarea tiene como propósito que los estudiantes formulen problemas matemáticos con datos extraídos de la lectura de una infografía relacionada con su contexto.</p> <p>La tarea consiste en entregar una infografía relacionada con una noticia que aparezca en el periódico local “El colombiano” con el fin de que los estudiantes junto con la ayuda del profesor, analicen la información que allí aparece, formulen problemas con la información que allí aparece, los soluciones y escriban una noticia relacionada con la información de la</p>

Esencial y las Preguntas orientadoras.	infografía para luego ser comparada con la noticia real. Por último, lo estudiantes formularan dos problemas que estén relacionados con la noticia que crearon y los solucionen.
Materiales y recursos necesarios para la Propuesta	
Tecnología – Hardware: (Describe los equipos requeridos.)	
Tecnología – Software: (Describe el software requerido.)	
Material impreso	Recorte de infografías y la noticia relacionada y hoja de trabajo.
Libros de textos, libros de cuentos, manuales de laboratorio, material de referencia, etc.	
Suministros	Lápiz, borrador, sacapuntas, calculadora, tablas de multiplicar.
Todo lo que se necesite para implementar la tarea.	
Recursos de Internet	
Direcciones de sitios Web (URLs) que acepten la implementación de la tarea.	
Otros	
Conferencistas invitados, mentores, excursiones, etc.	
Tiempo aproximado requerido	6 horas
Ejemplo: 8 módulos de 45 minutos, 4 horas, 1 año, etc.	

FICHA DEL MAESTRO

Competencias	Interpreta, propone y resuelve problemas aditivos (de composición, transformación y relación) que involucren la cantidad en una colección, la medida de magnitudes (longitud, peso, capacidad y
A partir de los documentos Referentes de Calidad del MEN (EBC y DBA), identificar	

<p>las competencias que se desarrollarán. En lo posible identificar competencias en relación con otras áreas.</p>	<p>duración de eventos) y problemas multiplicativos sencillos. (MEN 2016)</p> <p>Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. (MEN 2006)</p>
<p>Desempeños / Resultados de aprendizaje esperados</p> <p>Actitudes, habilidades, valores y procesos de conceptualización que se espera alcanzar una vez se haya desarrollado la tarea.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar problemas matemáticos. - Formular un problema matemático. - Solucionar problemas matemáticos. - Usar diferentes estrategias en la solución de problemas matemáticos. - Reconocer las cantidades, las acciones sobre las cantidades y el papel que desempeñan las cantidades que intervienen en un problema matemático. - Identificar relaciones entre las cantidades que intervienen en problemas matemáticos. - Identificar correctamente las operaciones para solucionar correctamente el problema. - Comunicar de forma verbal o escrita la solución de un problema.
<p>Ejes Curriculares / Ámbitos conceptuales / Puntos de referencia</p> <p>Referencia a los ejes conceptuales, fundamentalmente a partir de los Lineamientos Curriculares, y las Mallas de Aprendizaje, que se trabajan a lo largo de la tarea.</p>	<p>Situaciones aditivas y multiplicativas de comparación transformación y composición.</p> <p>Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</p> <p>Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</p>

<p>Contenidos procedimentales</p> <p>Descripción de los contenidos procedimentales que dan cuenta del uso de Registros Semióticos, conexiones, estrategias; artefactos: tales como diagramas, gráficas, instrumentos, métodos, etc.</p>	<p>Dar a los estudiantes la posibilidad de formular sus propios problemas matemáticos, incentiva en ellos la creatividad y el interés por la actividad matemática, además de dar mayor significado a los problemas formulados y a la solución que ellos plantearán posteriormente, enriqueciendo sus procesos y permitiendo la mayor comprensión de estos. Se espera que los estudiantes formulen diferentes tipos de problemas matemáticos, en situaciones aditivas y multiplicativas al menos de primer orden, además de solucionar los propios problemas formulados de forma correcta, usando un lenguaje formal y de operaciones, en el que se empleen diferentes estrategias y representaciones.</p> <p>Con la incorporación de situaciones del contexto cercano de los estudiantes se busca que los estudiantes tengan mayor comprensión de las cantidades que intervienen en los problemas propuestos además de que reconozcan las acciones sobre las cantidades y las operaciones con las cantidades que deben realizar.</p>
<p>Habilidades previas</p> <p>Contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y habilidades tecnológicas que deberán tener los estudiantes para iniciar la tarea.</p>	<p>Los estudiantes como conocimientos previos deberán conocer las operaciones básicas.</p>
<p>Hojas de trabajo del estudiante</p> <p>Hojas de trabajo, talleres, guías de trabajo, etc., que serán entregadas a los estudiantes, y que orientarán su trabajo.</p>	<p>Hoja de trabajo y recorte de infografía relacionada con una noticia del periódico local.</p>

FICHA TÉCNICA

<p>Referencias / Marco teórico</p> <p>Descripción breve de textos,</p>	<p>La formulación de problemas por parte de los estudiantes ha sido una propuesta para que mejoren sus capacidades en la solución de problemas, dado que se desea que los problemas sean más contextualizados y despierten el interés de los estudiantes, (Kilpatrick, Gómez y Rico, 1998), el</p>
---	--

<p>conceptos y/o teorías que permitieron fundamentar los argumentos de la tarea. Tanto el argumento global (el marco teórico) como la literatura que lo apoya (la revisión de literatura).</p> <p>En suma, se realizar una Descripción de los elementos tanto conceptuales (epistemológicos, matemáticos, cognitivos) como metodológicos que fundamentan la tarea.</p>	<p>formular problemas puede generar contextos ricos para el desarrollo matemático de los estudiantes y promover la comprensión conceptual, la capacidad de razonar, el comunicarse matemáticamente, además de captar su interés y la curiosidad, involucrar y animar al estudiante a formular sus propios problemas, no solo es probable que favorezca la comprensión de los estudiantes de situaciones problemas, sino que, además, fomente el desarrollo de estrategias más avanzadas en la solución de problemas (Cai et al., 2012).</p>
<p>Acciones / instrumentos / Procedimientos</p> <p>Descripción (explícita) sobre cómo los diferentes momentos que componen la tarea van dando forma a la actividad matemática del estudiante:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Procedimientos: Una síntesis clara del proceso de gestión de la tarea, que incluya una descripción del alcance y las secuencias de las acciones de los estudiantes, y una explicación sobre la forma en que estas lo comprometerán en la planificación de su propio aprendizaje. ✓ Instrumentos: el papel de los mismos, características especiales de los recursos y su gestión (en qué momentos entregar el material, en qué momento hacer socialización e institucionalización del conocimiento). ✓ Procedimientos esperados 	<p>La tarea estará desarrollada en tres sesiones, lectura de la infografía, escritura de la noticia y formular problemas.</p> <p>Lectura de la infografía: Se entregará inicialmente por parejas, la infografía relacionada con la producción y comercialización de café en Colombia, y se analizará lo que dicha infografía dice (y también de lo que no dice); se realizan preguntas con base en ella, sobre todo, pensando en la capacidad que tiene dicha información para predecir lo que efectivamente pasa en nuestra región. Se hace la lectura de la infografía y se problematizan los datos que allí aparecen para plantearse algunas preguntas, o incluso formular problemas, al intentar poner los datos en el contexto cercano. Por ejemplo, ¿Cuál es el costo del café en estos momentos en el municipio? ¿O cuál es el área del municipio dedicada al cultivo de café? ¿Cuál es la diferencia de precio entre el costo del café y el precio internacional?</p> <p>Escritura de la noticia: Con base en la infografía que se analizó en la primera sesión, deben hacer el análisis y escritura de la noticia que crean que corresponda a dicha infografía, en donde incluyan los interrogantes y los análisis que les surgieron de la observación de la información de la infografía. Cada pareja de estudiantes compartirá la noticia que escribieron con sus compañeros y luego se les entrega la noticia real, para que comparen su noticia con la elaborada por el periodista que la escribe.</p> <p>En la plenaria de este momento, se presenta la noticia escrita por cada estudiante, y las conclusiones de la comparación con la noticia publicada.</p> <p>Formular problemas: Se pedirá a los niños que formulen problemas a partir de las noticias escritas por ellos y los solucionen. Se formularán preguntas para que las compartan en casa e intenten dar solución en casa junto con la</p>

<p>de los estudiantes, y posibles formas de intervención según dichos procedimientos (que tipo de conocimiento se espera institucionalizar en cada momento de la situación, etc.)</p> <p>✓ También debe incluir recomendaciones especiales que se deban tener en cuenta para la gestión de la tarea.</p> <p>En suma, en este apartado quedaría plasmado el análisis a priori de la o las situaciones que componen la tarea.</p>	<p>ayuda de sus padres. Algunas de las preguntas son:</p> <p>¿Cuánto le está costando a mi papá la producción de café? ¿A cómo le están pagando la carga de café a mi papá y cuánto le está quedando de ganancia?</p>
<p>Referencias bibliográficas</p>	<p>Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf</p> <p>Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas. Recuperado de http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf</p> <p>Ministerio de Educación Nacional. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2. Recuperado de: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/93226</p> <p>Ministerio de educación Nacional. (2016). Matriz de Referencia. Matemáticas. Recuperado de https://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articulos-352712_matriz_m.pdf</p> <p>Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Español (Colombia) Fundamentos teóricos y metodológicos. . . <i>Vol.</i>, 35, 26.</p> <p>Bonilla, F. J. (2014). El cuento y la creatividad como preparación a la</p>

resolución de problemas matemáticos. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 117-143. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4974719>

Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 57-69. (Inglés Estados Unidos) <https://doi.org/10.1007/s10649-012-9429-3>

Hoja de trabajo #1- Lectura de la infografía

1. ¿Qué preguntas le surgen a partir de la información del gráfico?

2. Formule dos problemas a partir de la información del gráfico y solúcelos.

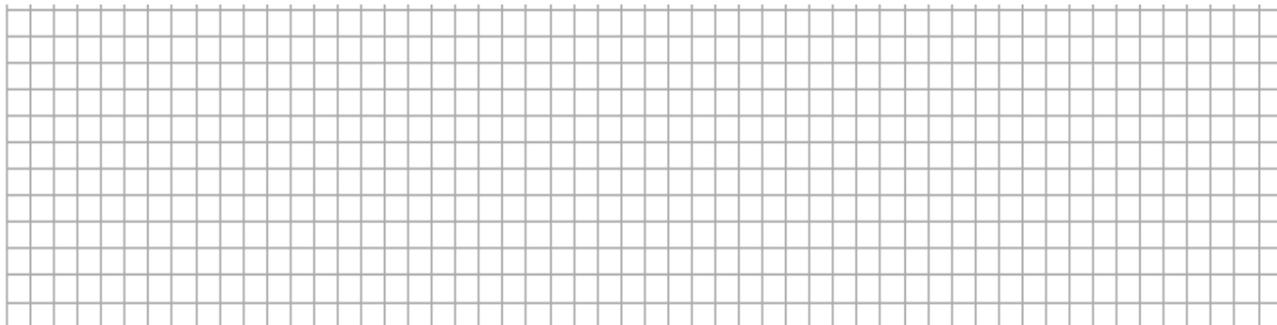
Hoja de trabajo #2 - Escritura de la noticia

Nombres: _____

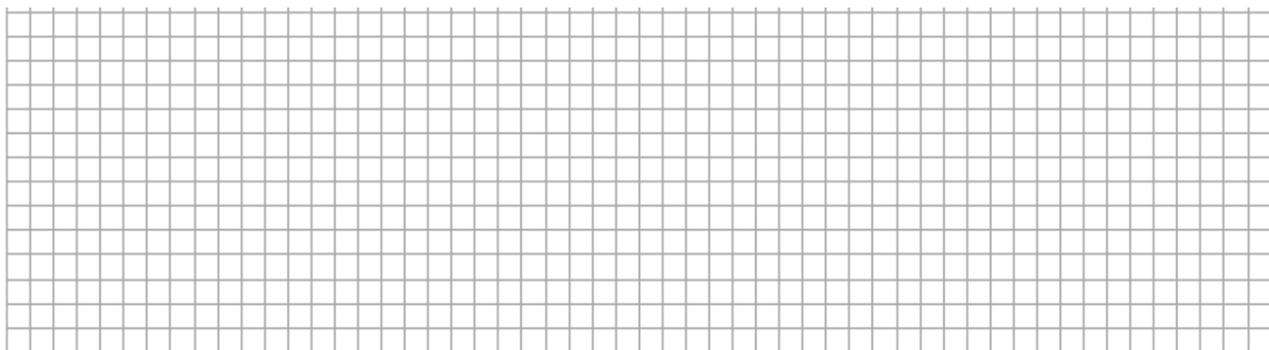
Grado: _____

Fecha: _____

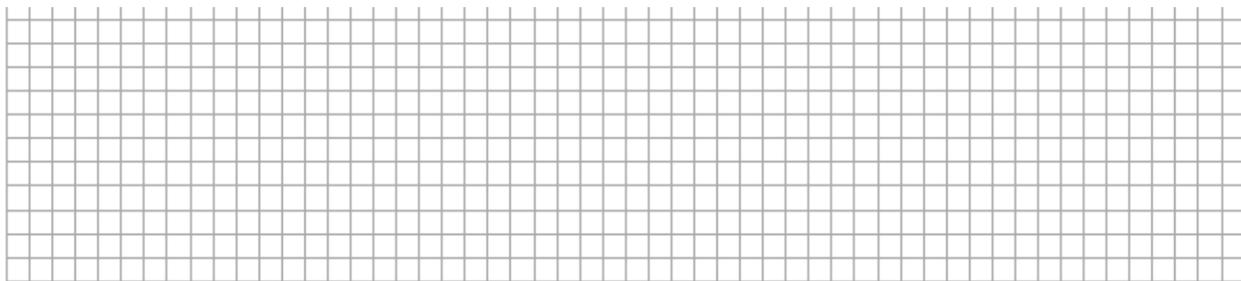
1. A partir del gráfico que recibió, haga un análisis de la información que allí se presenta y escriba una noticia relacionada con el tema.



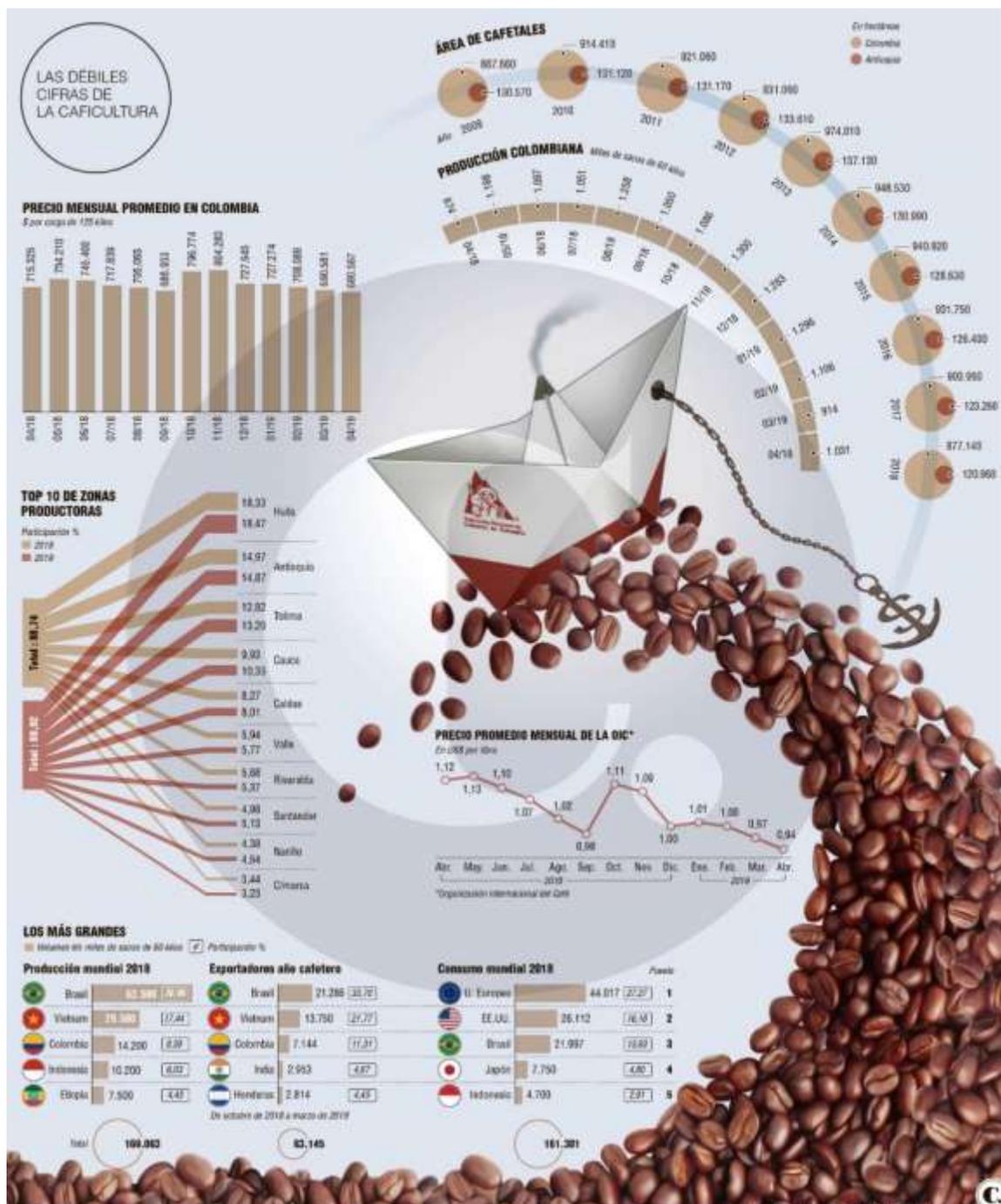
2. Compare la noticia que escribió con la noticia real y escriba las diferencias y semejanzas entre estas.



3. Formule 2 problemas con relación a la noticia que ustedes escribieron, soluciónenlos y compártalo con el resto del grupo.



Infografía relacionada con el café.



5. Consentimientos informados.

INSTITUCIÓN EDUCATIVO RURAL EL HATO UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA FACULTAD DE EDUCACIÓN

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Permiso de padres, madres y/o acudientes para la participación de su hijo o hija en la investigación: "Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos"

Es probable que el presente formulario de consentimiento contenga palabras o conceptos que usted no entienda. Por favor, pídale al investigador que le expliquen todas las palabras, conceptos o información que no comprenda con claridad. Igualmente, puede realizar todas las preguntas que considere sean necesarias para tomar la decisión, tómese el tiempo necesario para pensar y, si es del caso, consulte a familiares, amigos o personas allegadas que le ayuden a comprender mejor las razones para aceptar la inclusión de su hijo(a) en la investigación.

Identificación del investigador. Flor Marina Pachón Rodríguez (principal) Correo electrónico: flor.pachon@udea.edu.co

Lugar de trabajo. Institución educativa Rural El Hato sede la Anocosca. Caicedo-Antioquia. Medellín-Antioquia.

Sitio donde se llevará a cabo el estudio.

El estudio se desarrollará en la Institución educativa Rural El Hato, sede La Anocosca en las clases de matemáticas del grado cuarto.

Entidad que respalda la investigación.

La investigación es ejecutada en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia, con el aval del grupo de Investigación MATHEMA-FIEM.

Información para el participante.

Por este medio deseo solicitar permiso para que su hijo(a), que en adelante llamaré el

estudiante, haga parte de la investigación que adelanto en la Maestría en Educación de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, titulada "*Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos*". Esta investigación forma parte de los requisitos de grado del programa. *solución de problemas matemáticos*".

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar ambientes en los que puedas participar en un espacio en el que se aborden las matemáticas de manera diferente, retomando los desempeños propuestos por la institución en el plan de área y complementándolo con la Formulación y solución de problemas, la cual te permitirá la construcción y consolidación de ideas que surgen de tu contexto próximo, para que a partir de tus ideas puedas por un lado, reflexionar en torno al uso de las matemáticas en tus vivencias diarias, y por el otro aprender sobre temas que aportarán a tu crecimiento no solo intelectual, sino también, personal.

No se divulgará información personal sobre el estudiante a ninguna persona fuera del proceso de la investigación. El nombre del estudiante será reemplazado por un seudónimo. El personal de investigación mantendrá la información confidencial y no se revelará ningún detalle que permita la identificación personal del estudiante (fotos, nombres, imágenes, etc.) en cualquier material o documento que se haga público. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no se incluirá información que puede revelar la identidad del estudiante de ninguna manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

Identificación de los riesgos o molestias y plan para minimizarlos.

La participación en el proyecto no implica ningún riesgo que ponga en peligro la integridad física o psíquica del estudiante. Tampoco se hará ningún tipo de tratamiento, experimentación o manipulación de con sustancias que pongan el riesgo del estudiante, ni se realizarán actividades que impliquen riesgos para la integridad personal del estudiante.

Entre los riesgos potenciales del proyecto por la participación del estudiante se considera lo relacionado *con el tratamiento de la información personal*, pues se hace necesario el cumplimiento de normas relacionadas con la protección de la identidad (personal e institucional), salvaguardar el buen nombre, y el buen uso de los datos y la información utilizada en el proceso. Para minimizar dicho riesgo, se respeta la identidad e integridad personal contenida en videos y fotografías según lo establecido en la normativa colombiana (p. ej. decreto 1377 de 2013). De igual forma, no se publicará contenido ofensivo y se evitará la identificación directa de la identidad personal.

Beneficios para el participante.

El estudiante, al participar del estudio tendrá como principal beneficio el poder relacionar las matemáticas con sus vivencias y su entorno a partir de la creatividad, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la participación y el fomento por el respeto. Además de tener la posibilidad de participar en

clases de matemáticas pensadas para responder a la necesidad de retomar al estudiante como protagonista en su aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio que les permita a los estudiantes formular y solucionar problemas matemáticos relacionados con su contexto cercano.

Procedimientos del estudio.

En consonancia con los planteamientos de lo que entendemos por Actividad Matemática, se observan y caracterizan las acciones propias del estudiante, en la clase de matemáticas. En ese sentido, les solicitamos su colaboración y respaldo en este ejercicio autorizando que su actividad sea registrada a través de los medios que se presentan a continuación, con el fin de que posteriormente sea analizada en función de los objetivos del proyecto:

1. __SI __ NO Audios y Vídeos que registran cada una de las sesiones de clase de matemáticas
2. __SI __ NO Informe de las acciones realizadas y los contenidos dispuestos en el desarrollo de las clases de matemáticas
3. __SI __ NO Diálogos, documentos y demás recursos que se utilice en las clases de matemáticas.
4. __SI __ NO Audios y videograbaciones de entrevistas.
5. __SI __ NO Fotografías.

Participación en el proyecto.

En la investigación participarán 8 estudiantes, todos de grado cuarto de la Institución Educativa Rural El Hato y residentes en el departamento de Antioquia. El estudiante debe cumplir con las actividades previstas en la malla curricular, y la participación en la investigación no tendrá efectos sobre la calificación (notas) de sus desempeños en la asignatura, ni tampoco ofrece riesgos para su salud, su integridad física o mental.

La participación del estudiante en la investigación será valorada y reconocida bajo la óptica del reconocimiento personal, el valor del trabajo socialmente útil y la participación en actividades colectivas de reconocimiento social. Adicionalmente, sobre la participación en el proyecto informamos que:

1. La participación en el proyecto es voluntaria.
2. El estudiante se puede retirar de la investigación en cualquier momento por medio de notificación verbal, sin que eso represente un perjuicio para él.
3. El estudiante no tendrá incentivos económicos o algún cobro por su participación en el proyecto.

Uso de las producciones del estudiante.

Se preservará la identidad del estudiante en el estudio a través de seudónimos y no se realizará ningún tipo de divulgación de la información recolectada que ponga en evidencia su identidad personal.

La información producida será salvaguardada en medios físicos y electrónicos, y en este proceso, se cumplirá la norma colombiana al respecto (decreto 1377 de 2013). Dichas producciones serán usadas solo con fines académicos e investigativos evitando sesgos y juicios de valor que afecten a los participantes. La información recolectada será archivada en formato digital en los computadores del equipo de investigación del presente proyecto o del grupo de investigación MATHEMA-FIEM, y será utilizada para los fines propuestos en esta investigación. Tampoco será vendida o cedida a terceras personas o entidades.

La información recolectada podrá ser utilizada en otras investigaciones en las que participe el equipo de investigación del presente proyecto, u otros miembros del grupo de investigación MATHEMA-FIEM. La información será tratada de la misma forma como se utilizará en el presente proyecto, teniendo en cuenta la normativa vigente, y siempre garantizando la protección del estudiante.

Obligaciones del investigador.

La investigadora orientará pedagógicamente la asignatura de matemáticas a partir de los planteamientos descritos en los planes de área y mallas curriculares complementándola con la solución de problemas, lo cual brinda todas las garantías posibles para el normal desarrollo y cumplimiento de los contenidos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional para este grado de escolaridad.

La información recolectada solo se utilizará para fines académicos. En caso de requerir usar alguna imagen o transcripción para algún informe de investigación se hará salvaguardando la identidad del estudiante. De igual forma, la investigadora se compromete a informar oportunamente cualquier hallazgo que pueda significar problemas o beneficios en la formación del estudiante.

Devolución de la información en la investigación.

El desarrollo de este proceso investigativo se difundirá principalmente por medio del trabajo de grado de la Maestría de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, de igual forma se espera que de esta experiencia surja al menos una participación en un evento académico y/o un artículo de difusión con fines académicos. Además de esto, el equipo de investigación contempla procesos de difusión e interacción con la comunidad nacional en donde se discutan de manera continua el desarrollo del proyecto. También se realizará una puesta en común de los resultados con los directivos de la institución, los estudiantes y padres de familia, con el fin de mencionar aspectos que deben ser tomados en cuenta para la formación de los estudiantes.

Personas de contacto para información.

Flor Marina Pachón Rodríguez (principal), Institución Educativa Rural El Hato Caicedo-Antioquia. Universidad de Antioquia, Medellín – Antioquia. Correo electrónico: flor.pachon@udea.edu.co

Aceptación de la participación.

Manifiesto que no he recibido presiones verbales, escritas y/o mímicas para permitir la participación de mi hijo(a) _____ del grado 4° en el estudio; que dicha decisión la tomé en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarse bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas, consciente y libremente.

He leído y escuchado satisfactoriamente las explicaciones sobre la participación de mi hijo(a) en esta investigación. Manifiesto entender que mi hijo(a) puede elegir el no participar en la investigación incluso después de que haya concedido este permiso. Así mismo, he tenido la oportunidad de hacer preguntas con respecto a la investigación, las cuales se me han respondido satisfactoriamente, por lo que estoy de acuerdo en que mi hijo(a) participe en ella y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

Nombre del padre o del tutor

Firma del padre o del tutor

C.C: _____

Teléfono de contacto: _____

Correo electrónico: _____

Fecha: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA – FACULTAD DE EDUCACIÓN

Permiso de estudiantes para la *participación* en la investigación de Maestría titulada "*Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos*"

Por este medio deseo invitarte para que hagas parte de esta investigación la cual es requisito de grado en la Maestría de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, la cual estoy cursando en el momento. La investigación se titula: "*Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos*".

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar ambientes en los que puedas participar en un espacio en el que se aborden las matemáticas de manera diferente, retomando los desempeños propuestos por la institución en el plan de área y complementándolo con la Formulación y solución de problemas, la cual te permitirá la construcción y consolidación de ideas que surgen de tu contexto próximo, para que a partir de tus ideas puedas por un lado, reflexionar en torno al uso de las matemáticas en tus vivencias diarias, y por el otro aprender sobre temas que aportarán a tu crecimiento no solo intelectual, sino también, personal.

¿Por qué se realiza esta investigación?

Esta investigación se realiza en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia y entre sus objetivos está analizar las contribuciones de la formulación de problemas al desarrollo de capacidades de los estudiantes en la solución de los problemas matemáticos.

El aula de clase como ambiente de aprendizaje en la clase de matemáticas y con el complemento de varios escenarios propicia en el estudiante la formulación y solución de problemas matemáticos relacionados con el contexto cultural y social de los estudiantes. La clase de matemáticas pensada en esta lógica responde a la necesidad de retomar el papel del estudiante como protagonista del aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en la construcción de los conceptos matemáticos desde la actividad matemática propia del estudiante con relación a la formulación y solución de problemas matemáticos desde su contexto cultural.

¿Existen probables riesgos y/o incomodidades para ti?

Los riesgos para ti en esta investigación son bajos. En la clase de matemáticas se procurará que proporciones tus pensamientos en torno al trabajo que realizas. Te realizaré entrevistas enfocadas en tus percepciones y sentires, te tomaré fotos y realizaré grabaciones de audio y video. Si no deseas participar en alguna de las actividades que se propongan estarás en libertad de hacerlo. Si te sientes incómodo con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienes que contestarla.

Igualmente, no tienes que preocuparte de decir algo "equivocado". Además, el proceso del grupo será administrado por la investigadora que se entrena para ayudarte y ayudar a los compañeros a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. La investigadora escuchará con cuidado y se cerciorará de que te sientas cómodo. Se te invitará también a que hables con el entrevistador en privado si no deseas discutir las experiencias delante de otros estudiantes.

¿Qué pasará con tu privacidad?

No se divulgará ninguna información tuya a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Tu nombre será reemplazado por seudónimo. La investigadora mantendrá la información confidencial y no se revelará en ningún material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar tu identidad de ninguna forma. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puedes retirarte del estudio?

Puedes elegir estar en esta investigación o no. Puedes retirarte en cualquier momento sin consecuencia alguna. Puedes también rechazar contestar cualquier pregunta que no desees contestar y todavía permanecer en la investigación. El retiro de la investigación será dejado en evidencia en un acta, y no afectará tu proceso académico en el área de matemáticas.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si tienes preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, te puedes comunicar con la Investigadora principal **Flor Marina Pachón Rodríguez**, Licenciada en Matemáticas, Estudiante de la

Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Avalada por el grupo de investigación MATHEMA-FIEM; a través del correo electrónico: flor.pachon@udea.edu.co La Investigadora estará disponible para discutir cualquier pregunta que desees plantear.

¿Deseas participar de la investigación?

Si deseas participar en la investigación de manera voluntaria y aceptas lo mencionado antes, firma y escribe en letra legible tu nombre en la línea que aparece abajo.

Firma del estudiante. Acuerdo querer participar en esta investigación. Manifiesto entender que puedo elegir el no participar en ella, incluso después de que haya concedido este permiso, y que se me han aclarado las dudas que he manifestado al respecto de la investigación y mi participación en ella.

Nombre del estudiante

Firma del estudiante

D.I.: _____

Fecha: _____



INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL EL HATO

Caicedo - Antioquia NIT: 901042939-9 DANE : 20512500062

Institución Educativa Rural "EL HATO" de municipio Caicedo – Ant. Establecimiento de carácter oficial, identificado ante el DANE con el N° 205125000305, con reconocimiento de carácter oficial de la Secretaría de Educación de Antioquia, de conformidad con la Resolución Departamental N° 132072 del 12 de Noviembre de 2014, la cual autoriza para ofrecer el servicio de Educación Forma en los niveles de Preescolar, Grado Transición; Básica Ciclos Primaria Grados 1° a 5°, Secundaria Grados 6° a 8°; bajo la metodología tradicional y/o los modelos educativos flexibles de Escuela Nueva y Postprimaria o aquellos que se requieran. Así como la resolución N° S2018060224226 del 08 de Mayo de 2018, expedida por el Secretario de Educación de Antioquia, "Por la cual se modifica la Resolución Departamental N° 132072 del 12 de Noviembre de 2014, mediante la cual se reorganizaron unos establecimientos educativos y se concedió reconocimiento de carácter oficial para ofrecer el grado 9° de educación básica y el Nivel de Educación Media Académica grados 10° y 11° y el Nivel de Educación de Adultos CLEI III, IV, V y VI en la Jornada Nocturna y los programas Sabatino – Dominical.

Caicedo, 29 de Julio de 2019

Autorización de la institución Educativa Rural El Hato, para el desarrollo de la investigación de Maestría titulada "Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos"

Por este medio, en respuesta a la solicitud de la docente de la Institución Flor Marina Pachón Rodríguez en la que solicita autorización para realizar un trabajo de investigación con algunos estudiantes de la Institución, titulada **"Formular problemas: una actividad de los estudiantes para desarrollar sus capacidades en la solución de problemas matemáticos"** le comunicamos que cuenta con el aval para el desarrollo de la citada investigación. La investigadora debe comprometerse a:

1. Explicar a la Institución, con anterioridad al inicio de la investigación, los objetivos y las finalidades que se pretenden alcanzar, así como las características y condiciones en las que se desarrollará.
2. Informar a la Institución el estado o evolución de la investigación, a lo largo de las diferentes etapas del proceso investigativo.
3. Entregar las conclusiones a todos los implicados en la investigación para que puedan servir de mejora y favorezcan la calidad de los procesos educativos en la Institución.
4. Solicitar autorización por escrito para el desarrollo de la investigación a los estudiantes y a sus familias.
5. La investigación se llevará a cabo con los estudiantes que con anterioridad hayan manifestado interés en participar.
6. Al final de la investigación se enviará a la rectoría de la Institución una memoria de las conclusiones obtenidas.

Franny Yarley Sánchez Ramírez

Cédula Ciudadanía 98660148

Rector