



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

**Facultad de Educación**

**FACTORIZACIÓN Y PROBABILIDAD.**

**UNA REFLEXIÓN AUTOBIOGRÁFICA BASADA EN LA LÚDICA COMO  
ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA.**

**CARLOS MAURICIO TEJADA RESTREPO**

**MARÍA TERESA LLANO PATIÑO**

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**MEDELLÍN - ANTIOQUIA**

**2018**



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

FACTORIZACIÓN Y PROBABILIDAD.

UNA REFLEXIÓN AUTOBIOGRÁFICA BASADA EN LA LÚDICA COMO  
ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

CARLOS MAURICIO TEJADA RESTREPO

MARÍA TERESA LLANO PATIÑO

Trabajo de grado para optar por el título de licenciados en Matemática y Física

ASESORA:

ÉRIKA TOBÓN CARDONA

MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2018



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
COMITÉ DE PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

Acta de Aprobación de Trabajo de Grado - Pregrado

En la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia se reunieron la profesora **Erika Tobón** y el profesor **María Camila Ocampo Arenas**, en calidad de Jurados del Trabajo de Grado: *Factorización y probabilidad. Una reflexión autobiográfica basada en la lúdica como estrategia de enseñanza*, presentado por los estudiantes **Carlos Mauricio Tejada Restrepo** y **María Teresa Llano Patiño**, del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física, quienes realizaron una presentación pública de su Trabajo de grado debidamente aprobado (artículo 25 del Acuerdo 284 de 2012). Una vez terminada la presentación se firmó el acta con la calificación de **APROBADO**, por unanimidad, luego el coordinador de práctica del programa dio a conocer el resultado.

Medellín, 11 de julio de 2018

Erika Tobón

Jurado

María Camila Ocampo

Jurado

Jhony Alexander Villa Ochoa

Coordinador de Práctica Programa Licenciatura en Matemáticas y Física



## Tabla de contenido

Resumen.....	6
<b>1. Planteamiento del Problema.....</b>	<b>9</b>
<b>2. Objetivos.....</b>	<b>13</b>
2.1 Objetivo General.....	13
2.2 Objetivos Específicos.....	13
<b>3. Referentes Teóricos.....</b>	<b>14</b>
3.1 Concepción de Matemática y su Enseñanza.....	16
3.1.1 ¿Qué es la Matemática?.....	16
3.1.2 La enseñanza de la Matemática y su carácter lúdico.....	20
3.2 Algunos apuntes sobre Factorización y Estadística descriptiva.....	30
3.2.1 La factorización como producto aritmético y algebraico.....	31
3.2.2 Los experimentos aleatorios y su descripción estadística.....	60
<b>4. Metodología de Investigación.....</b>	<b>66</b>
4.1 Enfoque y tipo de estudio.....	66
4.2 Contexto de la investigación.....	69
4.3 Propuesta de intervención y elaboración de registros.....	70
4.3.1 Talleres y actividades de clase.....	71
4.3.2 Otras técnicas de producción de datos.....	82
4.4 Análisis e Interpretación.....	83
4.4.1 Criterios de selección de unidades y clasificación de enunciados.....	84



4.4.2 Interpretación y triangulación .....	90
4.4.3 Convenciones de sistematización .....	93
5. Hallazgos.....	95
6. Conclusiones .....	138
7. Contribuciones del trabajo y la propuesta pedagógica .....	141
Referencias Bibliográficas.....	143
Anexos .....	147

### Listado de Figuras

<b>Figura 1</b> Línea de tiempo de la investigación y construcción de datos .....	93
<b>Figura 2</b> Transcripción al cuaderno del material entregado BP.....	96
<b>Figura 3</b> Planeación G45.....	98
<b>Figura 4</b> Planeación G3.....	102
<b>Figura 5</b> Planeación BP.....	108
<b>Figura 6</b> Material entregado BP.....	109
<b>Figura 7</b> planeación G3.....	110
<b>Figura 8</b> Cálculo de áreas y perímetros G3.....	111
<b>Figura 9</b> Trabajo en equipo con el material concreto BP .....	112
<b>Figura 10</b> Suma de áreas con diferentes asociaciones BP .....	114
<b>Figura 11</b> Definición de Matemática CM .....	117
<b>Figura 12</b> Opinión de la práctica por Mauricio Echavarría Pulgarin G8.....	122
<b>Figura 13</b> Opinión de la práctica por Ana cristina Ramírez Londoño G8.....	122
<b>Figura 14</b> Opinión de la práctica por Ana cristina Ramírez Londoño G8.....	122
<b>Figura 15</b> Opinión de la práctica por Luisa María Hoyos Cuartas G8 .....	123



<b>Figura 16</b>	Opinión de la práctica por Valentina Ramírez G8 .....	123
<b>Figura 17</b>	Examen de Factorización geométrica G8.....	125
<b>Figura 18</b>	Definición de factorización dada por Ailyn Andrea Ruiz Cifuentes.....	126
<b>Figura 19</b>	Definición de factorización dada por Sara saldarriaga G8.....	126
<b>Figura 20</b>	Definición de factorización dada por Sahina Nicol Rivera Londoño G8....	126
<b>Figura 21</b>	Definición de factorización dada por Daniel Andrés Osorio G8 .....	126
<b>Figura 22</b>	Definición de factorización dada por María Paulina Higueta Jimenez G8..	126
<b>Figura 23</b>	Factorización geométrica por Meriyarat Cano G8.....	127
<b>Figura 24</b>	Factorización geométrica por Valentina Ramírez G8 .....	128
<b>Figura 25</b>	Factorización geométrica por Meriyarat Cano G8 .....	128
<b>Figura 26</b>	Registro de datos obtenidos en el taller de juegos de Azares con el dado G8131	
<b>Figura 27</b>	frecuencia de datos obtenidos en el taller de juegos de Azares con el dado G8131	
<b>Figura 28</b>	Frecuencia de los datos obtenidos del examen de Factorización, Melisa G8132	
<b>Figura 29</b>	Punto 1 Examen de factorización.....	133
<b>Figura 30</b>	Punto 2: Examen de factorización.....	133
<b>Figura 31</b>	Punto 3:Examen de factorización.....	134
<b>Figura 32</b>	Punto 4: Examen de factorización.....	134
<b>Figura 33</b>	Aportes de Nicole Berrio Molina G8 .....	135
<b>Figura 34</b>	Aportes de Karol Liseth Giraldo Arango G8 .....	136
<b>Figura 35</b>	Aportes de Nicole Berrio Molina G8 .....	136

### Listado de Tablas

<b>Tabla 1</b>	Relación del número de clases y tema de Factorización G8.....	72
<b>Tabla 2</b>	Relación del número de clases y tema de Probabilidad G8 .....	76
<b>Tabla 3</b>	Relación del número de clases y tema de Factorización aritmética G3.....	79
<b>Tabla 4</b>	Relación del número de clases y tema de Factorización aritmética G45.....	80



<b>Tabla 5</b> Categoría de análisis .....	84
<b>Tabla 6</b> Ejemplo de cuadro de análisis G8.....	88
<b>Tabla 7</b> Ejemplo de cuadro de análisis BP.....	89

**LISTADO DE ANEXOS**

- Anexo A: Figuras geométricas.
- Anexo B: Diapositiva Algebra Geométrica
- Anexo C: Reflexión culpable o inocente
- Anexo D: Figuras negativas
- Anexo E: Examen factorización de algebra geométrica
- Anexo F: Factor común algebra geométrica
- Anexo G: Guía probabilidad
- Anexo H: Dibujo algebra geométrica
- Anexo I: Examen de probabilidad y tablas de frecuencia
- Anexo J: Taller descomposición factorial aritmética G 45
- Anexo K: Concepción matemática MT
- Anexo L: Concepción matemática CM
- Anexo M: Protocolo ético MT
- Anexo N: Protocolo ético CM



### Resumen

Se presenta el desarrollo del trabajo de investigación asociado a la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemática y Física realizado entre 2017 y 2018. Inicialmente se postula el problema de investigación asociado a las condiciones de enseñanza bajo la jornada única. Se muestra como estas condiciones son desfavorables para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

En el siguiente capítulo se elaboran los referentes teóricos que se divide en dos partes principales. La primera: concepción de la matemática y su enseñanza, donde se describen formas tradicionales y alternativas de significar las Matemáticas, se postula un significado de la misma como construcción social y se muestra la Lúdica como una estrategia de enseñanza. En la segunda parte se abordan algunos apuntes sobre factorización y probabilidad en donde por medio de una metodología se construye la descomposición en factores de forma secuencial y se justifica la importancia de introducir la probabilidad en los temas escolares desde temprana edad a través de problemas contextualizados.

Luego se desarrolla el capítulo de la metodología de investigación que contiene el enfoque y el tipo de estudio en donde se justifica el desarrollo autobiográfico de la investigación. Se explica cómo se desarrollaron las actividades, se proponen talleres y actividades de clase que configuran la propuesta pedagógica y se muestran técnicas de producción de datos junto con la interpretación





Finalmente aparecen el capítulo de análisis e interpretación de la información en donde se presentan los hallazgos con una mirada autobiográfica, entre los cuales están la concepción de matemática, la lúdica y la enseñanza de la factorización y el carácter lúdico de la matemática; se termina con las conclusiones y se presentan las contribuciones de la investigación.

**Palabras claves:** *Concepción Matemática, lúdica, factorización, Probabilidad, autobiografía*

### Abstract

The traditional education in Mathematics should be accompanied by a playful tool that strengthens the teaching work and facilitates the learning of students in such a way that an approach is generated between the students and this area of knowledge. This project begins with the general aspects that contain an approach to the problem where the current situation is described, the problem is formulated, the need to undertake this study is justified and the conceptual, spatial and temporal delimitation of the subject under study is carried out.

In the next chapter the objectives are stated and then the theoretical referents are elaborated and divided into two main parts, which are the conception of mathematics and its teaching, where traditional and alternative ways of meaning mathematics are described, a meaning is postulated of the same as social construction and the Ludic is postulated as a teaching strategy, and a second part about some notes on factoring and statistics where by means of a methodology the factor decomposition is built sequentially and the importance is



justified of introducing statistics in school subjects from an early age through contextualized problems.

Then the chapter of the research methodology that contains the approach and the type of study where the autobiographical development of the research is justified, is explained because the activities were developed in two educational institutions; class workshops and activities are proposed that shape the pedagogical proposal and other data production techniques are proposed.

Finally, the chapters of analysis and interpretation of the information appear, where the findings that result from the study of all the collected information are presented, among which are, *mathematic* conception, playful and the factorize teaching, but with a purely autobiographical view and some conclusions are constructed and the contributions of the research are presented.

**Keywords:** *Mathematics Conception, Mathematics playful, factorize, autobiography.*



### 1. Planteamiento del Problema

Hay muchas variables que intervienen de forma negativa en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, para mencionar algunas podemos decir que la implementación en las instituciones educativas de una jornada única, en donde los estudiantes están desde las 7: 00 de la mañana hasta las 3:00 de la tarde en un aula de clase durante cinco días en la semana, recibiendo información nueva todos los días, la cual debe ser entendida y aprendida. Además atender grupos numerosos que pueden alcanzar los 45 estudiantes con aulas de clase que no tienen la capacidad para alojarlos y el docente no tiene el tiempo suficiente para participar a todos de la clase y atender sus dudas, adicionalmente cuando llegan las horas de la tarde en donde se incrementa la temperatura, los estudiantes se sienten sofocados con el agravante de que algunos de ellos están sin almorzar y con hambre; estos elementos que provocan desconcentración en el estudiante para atender la clase.

De otro lado están los docentes que tienen el conocimiento de la matemática porque lo aprendieron cuando hicieron sus estudios en el pregrado pero resulta que sus carreras no tienen un componente didáctico y pedagógico porque su formación puede ser en la ingeniería civil y no tienen una formación en el campo de la enseñanza. Esto genera dudas en relación con la capacidad que tienen estos docentes para transmitir la información a los estudiantes.

Hay que tener presente que la matemática es como un edificio que requiere contar con unas bases sólidas y que cada elemento que se va construyendo sobre esas bases debe ser bien elaborado, los temas de matemática que se le enseñan a los estudiantes también deben ser igual de sólidos, no pueden ser aprendidos de forma temporal y aislada, los estudiantes están



aprendiendo de forma temporal y rápidamente se les olvidan los temas estudiados, por tanto se requieren implementar actividades para la enseñanza de la matemática que logren que el estudiante además de entender la temática la interiorice con solidez.

También está la enseñanza tradicional en donde los estudiantes son actores pasivos que los limitan a ver y escuchar la clase con disciplina y en silencio, sin participar en la construcción del conocimiento, cuando por el contrario, son los estudiantes los que deben ser protagonistas de esa construcción, para que sean más activos, para que se atrevan a hacer una actividad o un ejercicio, que les generen dudas y se atrevan a aclarar.

Particularmente si hablamos de la factorización y la probabilidad que se enseña como una matemática abstracta, compleja y descontextualizada, porque son temas enseñados como una serie de reglas memorísticas y monótonas a las que los estudiantes no le encuentran ninguna aplicabilidad.

El contexto de la enseñanza de la factorización en si misma trae consigo elementos que la hacen compleja porque las expresiones algebraicas implican la utilización de números, letras, signos y la aplicación de las propiedades de la aritmética. Adicionalmente hay que tener presente que no es un tema sencillo porque además de que son 10 casos, muchos de ellos tienen casos especiales y también hay combinaciones de casos y cada uno de ellos requiere de un estudio detallado.

En la probabilidad también hay que tener presente que existen fórmulas y conceptos que son muy abstractos y por tanto requieren ser abordados y enseñados mediante actividades con



la utilización de ciertos materiales de forma tal que el estudiante puede construir el concepto a través de la práctica; el problema está en que las fórmulas que se enseñan en esta temática no permite al estudiante visualizar la realidad del fenómeno estudiado.

Existe una clara necesidad de implementar metodologías de enseñanza que involucren a los estudiantes en el proceso de construcción de los temas de factorización y probabilidad, que los saquen de esa monotonía, que los haga participes para erradicar esa idea negativa que tienen de que la factorización y la probabilidad es abstracta y compleja; se debe implementar metodologías que hagan sentir a los estudiantes estas temáticas pueden ser divertidas y asequibles.

No se debe esperar hasta el grado octavo para introducir los concepto de factorización y probabilidad, es saludable que desde la primaria los estudiantes vayan construyendo este concepto para que se les haga más familiar cuando lleguen a la secundaria y se encuentren con este tema. Cuando el estudiante está en el nivel escolar aprende a realizar descomposición factorial cuando necesita hallar el mínimo como un múltiplo o el máximo común divisor, y cuando está en la secundaria grado octavo hace también una descomposición factorial pero algebraica; en las dos situaciones hay que hallar los factores que al multiplicarlos arrojen como resultado el valor inicial. El estudiante no relaciona estas dos operaciones o no es capaz de conectarlas; si lo hiciera podría realizar la descomposición factorial algebraica con más naturalidad, no se le haría tan abstracta porque al fin y al cabo lo que hace el estudiante es aplicar a un polinomio unas reglas que aprende de memoria, pero la expresión algebraica y sus factores no representan nada para él.



Todos los problemas hasta aquí mencionados hacen referencia a la complejidad que trae consigo el estudio y la enseñanza de los temas referentes a la matemática y en particular a la factorización y la probabilidad; obteniendo como consecuencia la desmotivación por parte de los estudiantes. Sabemos que dichos problemas de enseñanza son complejos de afrontar.

Es por esto que con el presente trabajo pretendemos proponer algunas características de nuestras actividades de enseñanza que mejoren las condiciones de la práctica pedagógica y que permitan facilitar el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Dicha pretensión conectada con la complejidad de los contextos de enseñanza da origen a la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué características deben tener las actividades de enseñanza de la factorización y la probabilidad que permitan promover el dinamismo y el amor por la Matemática? Esta pregunta se resuelve en dos contextos de enseñanza. El primero, en el marco de la enseñanza de la Factorización y la probabilidad en grado octavo porque estos temas corresponden a las actividades de práctica desarrolladas en la Institución Educativa Normal Superior de Medellín en el semestre 2017-2 y vinculadas a este trabajo de investigación. El segundo, en el marco de la enseñanza de la factorización aritmética en los grados tercero, cuarto y quinto de la básica primaria en la Institución Alfonso Londoño Martínez implementada en el primer trimestre de este año.



## 2. Objetivos

### 2.1 Objetivo General

Diseñar e implementar una propuesta para la enseñanza de la factorización en los grados tercero, cuarto y quinto y; la factorización y probabilidad en el grado octavo que permita identificar algunas características de las actividades de enseñanza.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Construir desde la lúdica elementos teóricos sobre factorización y probabilidad que permitan definirlos como objetos de enseñanza a la luz de una concepción alternativa de la matemática.
- Diseñar una propuesta de enseñanza de la factorización y la probabilidad desde la lúdica con los elementos teóricos construidos.
- Analizar los aportes de algunos estudiantes de primaria y secundaria al momento de participar en la propuesta de enseñanza de factorización y probabilidad.



### 3. Referentes Teóricos

En la cotidianidad el ser humano aplica de diversas formas muchos campos de estudio de la Matemática; la aplicación de esta área es tan recurrente que inclusive existen autores como como Sánchez (2013) y Qualding (1999) que afirman que la Matemática encuentra aplicación en todo lo que realizamos. Lo anterior nos genera la siguiente pregunta ¿será que estas personas tienen los argumentos suficientes para justificar esas afirmaciones? Inclusive nos resulta interesante que muchas veces hablamos de Matemática, pero no poseemos una concepción clara de su significado; aunque en nuestro sistema educativo se le da cierta relevancia a la Matemática. Desde esta perspectiva consideramos que es fundamental para nosotros como docentes cuestionar nuestra propia concepción de Matemática y modificarla en caso de ser necesario; ya que la concepción que nosotros poseamos de la Matemática será la misma que enseñaremos a los estudiantes.

Para ejemplificar lo aquí plasmado, tenemos que aquel profesor que tenga la visión de matemática mostrada por Ayer (como se citó en Ruiz, Alfaro y Gamboa, 2004) en donde se afirma que las matemáticas se pueden ver como un lenguaje desprovisto de contacto con el mundo empírico, como en el Neopositivismo. Seguramente centrará su enseñanza en la creación de algoritmos y en su solución. Pero si el punto de vista es similar al mostrado por Ruiz, A. (como se citó en Ruiz, Alfaro y Gamboa, 2004) en donde se concibe la matemática de una forma logicista en donde se enfatiza la deducción, al margen de conceptos contextualizados o relaciones con el entorno. Posiblemente este docente priorizará en su





enseñanza las demostraciones y la comprensión de teoremas dejando en un segundo plano los procesos algorítmicos que esta área tiene. Estas dos perspectivas de concebir la Matemática definirán no solo la forma de enseñarla, sino también los objetivos que se deseen alcanzar al enseñarlas.

En la cotidianidad se puede considerar que algún individuo es bueno para Matemática dependiendo del contexto en que este se encuentre y el tipo de enfoque educativo en el que ha adquirido sus habilidades. Puede que para este individuo su profesor esté satisfecho pues algunos de sus estudiantes en sus exámenes escritos han dado cuenta de su conocimiento matemático resolviendo diversos tipos de ejercicios. Es probable también que estas personas a la hora de enfrentarse a diferentes situaciones reales conectadas con la Matemática sientan pérdidas porque los conocimientos que han adquirido no los saben aplicar. ¿Acaso esta persona no comprobó con sus exámenes que sabe Matemática? Este hecho ocurre a diario y en parte puede atribuirse al enfoque matemático que él ha aprendido y que con seguridad su docente le ha enseñado.

Por lo anterior, queremos por medio del presente trabajo construir una definición de Matemática, porque como acabamos de ver, la forma en que un docente conciba esta disciplina será determinante en la forma como este la enseñe. Por tanto, determinar una concepción formal de matemática, es un paso fundamental para alcanzar los objetivos planteados. En esta medida reflexionamos sobre concepciones alternativas de la matemática y



su conexión con algunos contextos de enseñanza mostrando la lúdica como una posibilidad de enriquecer las actividades de la enseñanza.

### 3.1 Concepción de Matemática y su Enseñanza

A continuación, se describen dos ejes teóricos. En el primero “¿Qué es la Matemática?” se describen formas tradicionales y alternativas de significar la Matemática y se postula un significado de la misma como construcción social. En la segunda parte “La enseñanza de la Matemática y su carácter lúdico” se postula la Lúdica como una estrategia de enseñanza que para el caso de la Matemática se desarrolla a través del uso de material tangible y dinámicas de aula taller.

#### 3.1.1 ¿Qué es la Matemática?

Como punto de partida consultamos la definición de “Matemática” que se encuentra en un diccionario, ya que dicho texto es la primera fuente de consulta a la que los estudiantes suelen acudir en el momento de indagar por una definición. Nos remitimos al diccionario de la Real academia Española (DRAE), por ser la autoridad en la materia. Según el DRAE, la Matemática es una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones (Real Academia Española, 2014, 23° ed.). Podemos apreciar que, en este primer acercamiento en la construcción del concepto de la matemática, se concibe a ésta como una ciencia abstracta, ajena a nuestra realidad. Desde esta perspectiva encontramos un primer obstáculo que se presenta en el campo educativo, pues no es de sorprender que la mayoría de los estudiantes que han adquirido esta



concepción se sienten ajenos a este campo y pierden el interés por esta. Este fenómeno se puede presentar precisamente por la visión educativa presente en esta definición; pues al enfocar su atención en lo abstracto se aleja dicho conocimiento del contexto que rodea a los estudiantes, docentes y sus posibles intereses. En esta medida se pierde el sentido de su estudio porque es posible que no encuentren una aplicación para esta disciplina. Aunque también es cierto que en dicha definición se alude a elementos geométricos y estos están asociados a lo cotidiano, ocurre el fenómeno antes mencionado porque las relaciones o propiedades de dichos elementos son consideradas solo desde un enfoque abstracto.

Vilanova (como se citó en Ruiz, Alfaro y Gamboa, 2004 y Thompson, 1992) se apoya en éstos para dar su opinión sobre esta forma de concebir la matemática:

Señala que existe una visión de la matemática como una disciplina caracterizada por resultados precisos y procedimientos infalibles cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, los procedimientos algebraicos y los términos geométricos y teoremas; saber matemática es equivalente a ser hábil en desarrollar procedimientos e identificar los conceptos básicos de la disciplina. La concepción de enseñanza de la Matemática que se desprende de esta visión conduce a una educación que pone el énfasis en la manipulación de símbolos cuyo significado raramente es comprendido.

Concordamos con lo expresado por Vilanova a través de Thompson, ya que es de conocimiento general que una de las grandes críticas que los educandos les hacen a los profesores de matemática, es que no le encuentran un sentido aplicativo, no comprenden para



que les va a servir saber las reglas generales que me permiten encontrar la respuesta a un ejercicio.

No obstante, encontramos una visión muy diferente apoyada en la historia para definir el concepto tratado. Según Anacona (2003):

“La matemática es, ante todo, una actividad humana; una construcción social compleja edificada durante miles de años en arduos procesos de interrelación cultural. Esto significa que la matemática se encuentran ineludiblemente ligadas a su historia; una historia que da cuenta de su desarrollo conceptual, sobre la base de que tal desarrollo tiene lugar en medio de complejas dinámicas sociales”. (pág. 32).

Es digno de resaltar que la Matemática es ante todo una actividad humana y como tal están presentes en el día a día de las comunidades. Sin lugar a duda toda invención del ser humano ha sido creada con un determinado fin, por lo tanto, la matemática ha sido y será respuesta a una necesidad para el hombre en el transcurso de su historia. ¿Qué sería de esta humanidad sin algún tipo de desarrollo matemático? Sencillamente no estaríamos escribiendo este trabajo; ya que en el mismo acto de razonar, de solucionar un problema, de encontrar un orden se involucra una competencia matemática.

Esta nueva visión de la Matemática es similar a la reflejada desde una postura constructivista. Desde esta se considera según Confrey (1991):

La Matemática como una creación humana desafilada en el contexto cultural que busca la multiplicidad de significados a través de las disciplinas, culturas, tratamientos



históricos y aplicaciones. Suponen que a través de las actividades de reflexión, de comunicación y negociación de significados; la persona construye los conceptos matemáticos, los cuales le permiten estructurar la experiencia y resolver problemas. Así, se supone que la Matemática contiene más que definiciones, teoremas, demostraciones y sus relaciones lógicas, incluyendo sus formas de representación, evolución de problemas y sus métodos de demostración y estándares de evidencia. (p. 114)

Ineludiblemente según las experiencias de vida que posea el sujeto se irán formando y afianzando sus saberes; saberes que aunque subjetivos, serán semejantes a los de aquellas personas que interactúen en un contexto similar. Es así como en el campo educativo surge una multiplicidad de significados y de perspectivas para abordar el mundo con los conocimientos diferenciados que las personas poseen. Es por esto que existen diversas formas de concebir la matemática y diversos campos de estudio. Es así como podemos concluir que la Matemática en general podría no tomarse como exacta, pues en ella se abordan aspectos sociales del pensamiento que ofrecen diversas soluciones lógicas a un problema determinado y a su vez, dichas soluciones pueden ser contrarias las unas a las otras.

Así pues, consideramos que la Matemática es una construcción social que permite no solo solucionar los problemas que se presenten cotidianamente, sino que también permite entender y dar una explicación racional al entorno que nos rodea. Esta área del conocimiento es aplicada a otros campos conceptuales para construir nuevo conocimiento, estudiar el ya existente e inclusive mejorarlo. La Matemática puede trabajarse conjuntamente con la Física



en su afán de dar una explicación a los fenómenos del mundo. Esta construcción social es tan versátil que se trabaja conjuntamente con las ciencias sociales en su análisis del hombre, de los grupos sociales, en el estudio de su forma de actuar y en cómo las personas utilizan el razonamiento lógico para decidir sobre su vida. Se trabajan en el lenguaje pues cada lenguaje tiene consigo una estructura lógica que la dota de sentido y nos permite comunicarnos (Mormann, 2012).

Desde esta concepción regresamos al principio de este marco teórico donde abordamos la afirmación popular de que “la Matemática están en todas partes”. En el solo hecho de pensar o razonar ante cualquier situación está presente algún tipo de análisis matemático. Nosotros concordamos con esto precisamente porque la Matemática está ligada por naturaleza al ser humano por ser una construcción social que ha evolucionado simultánea y recíprocamente con el hombre.

### **3.1.2 La enseñanza de la Matemática y su carácter lúdico**

Ahora bien, ¿Qué implicaciones tiene para la enseñanza de la Matemática establecer una definición alternativa de la misma? Deseamos mostrar una última concepción de Matemática para enlazar su nuevo significado con las consecuencias de su enseñanza. Diversos autores como Imre Lakatos, recientemente Philip Kitcher, Paul Ernest; (como se citó en Ruiz, 2003) nos acercan al constructivismo filosófico y al cuasi-empirismo. Es presentada nuevamente por Ruiz, Alfaro y Gamboa (como se citó en Vilanova et al, 2001) afirmando que:



Una visión alternativa acerca del significado y la naturaleza de la matemática consiste en considerarla como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación al ambiente social y cultural. La idea que subyace a esta visión es que "saber matemática" es "hacer matemática". Lo que caracteriza a la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación. (p.287)

En este sentido, la construcción del conocimiento en el aula va más allá de la interacción del profesor y sus estudiantes, el conocimiento construido vincula la interacción entre ellos mismos con el entorno social y cultural de la clase. Una alternativa para otorgar "sentido" a las actividades de enseñanza la encontramos en la *lúdica*. Si las situaciones de enseñanza requieren de un pensamiento creativo, la lúdica como característica de lo humano y lo recreativo (y que se desarrolla principalmente en la niñez y la juventud) puede prestarse para este servicio.

De aquí surge la opción que entre la formación pedagógica y didáctica que requiere tener el docente esté presente la lúdica como herramienta que acompañe gran parte de las



estrategias de enseñanza. Esta estrategia es inherente al ser humano, pues todos nosotros sin excepción, estamos abiertos a la diversión; es una actividad universal que desde pequeños nos ha permitido aprender y mejorar nuestras habilidades. Desafortunadamente cuando las personas crecemos nos olvidamos cada vez más de la importancia que tiene el juego en nuestras vidas, y nos sumergimos en un mundo donde existen ¡obligaciones! que tenemos que afrontar. Aquella persona que disfruta lo que hace, va a realizarlo mejor y de una forma más eficiente y creativa. Pero, existe un problema inmerso en esta estrategia didáctica, y es que el ser humano es muy complejo y se divierte de múltiples maneras. Aquello que puede ser divertido para uno, puede que no lo sea para el otro.

El reto se encuentra en hacer de la enseñanza de la Matemática una actividad recreativa y esto implica necesariamente hacer de la Matemática un acto de disfrute. Hacemos énfasis en la preparación que posea el docente, pues dependerá de este encontrar diversas estrategias lúdicas para aplicar según el momento, los recursos, el contexto y los sujetos. El docente debe tratar de implementar técnicas novedosas que ayuden a dar surgimiento al deseo de aprender, por ende como dice Jiménez (como se citó en Ramirezparis, 2009) es muy útil considerar la actividad lúdica como algo que forma y potencia los diversos planos que conforman la personalidad del niño o niña o adolescente; más aún el desarrollo psicosocial, la obtención de conocimientos, la formación de la personalidad son características que se pueden obtener a través del juego y por medio del juego.





Se debe tener en cuenta lo que permite la lúdica para así sacarle provecho y la utilidad que esta representa. Posada (2014) afirma: “la lúdica se toma entonces como una forma de ser, una manera de interactuar con diversas facetas, para hacerlas más manejables en la incertidumbre de la realidad, característica esencial de la vida, del juego y del accionar lúdico” (p.14).

Se puede considerar la lúdica como una experiencia cultural, como una dimensión transversal que atraviesa toda la vida, no son prácticas, no son actividades, no es una ciencia, ni una disciplina, ni mucho menos una nueva moda, es más bien un proceso inherente al desarrollo humano en toda su dimensionalidad psíquica, social, cultural y biológica. Desde esta perspectiva, la lúdica está ligada a la cotidianidad, en especial a la búsqueda del sentido de la vida y a la creatividad humana (Jiménez, 1998).

Del mismo modo la lúdica como una experiencia cultural constituye un potenciador de variadas facetas que fundamenta la personalidad del niño y la ganancia de saberes, características que el niño va adquiriendo o de las cuales se va apropiando a través del juego y en el juego (Echeverri y Gómez, 2009).

Por lo anterior podemos ver la lúdica como una herramienta que podemos utilizar en la construcción de conocimiento, y aprovecharla al mismo tiempo para que los estudiantes se desarrollen como personas sociables aprendiendo a interactuar con sus compañeros a través del trabajo en grupo, igualmente sirve para generar espacios en los cuales los estudiantes



expresen lo que piensan y para que compartan costumbres y prácticas que son propias del círculo social al cual pertenece cada uno.

Finalmente, Shaw (como se citó en Echeverri y Gómez, 2009) entiende la lúdica como una dimensión del desarrollo humano, siendo parte constitutiva del ser humano, como factor decisivo para lograr enriquecer los procesos. La lúdica se refiere a la necesidad del ser humano, de comunicarse, sentir, expresarse y producir emociones orientadas hacia el entretenimiento, la diversión, el esparcimiento, que pueden llevarnos a gozar, reír, gritar o inclusive llorar en una verdadera manifestación de emociones, que deben ser canalizadas adecuadamente por el facilitador del proceso.

Es en este punto donde desarrollan la idea del elemento más interesante que nos puede aportar la lúdica; es natural en los seres humanos sentir emociones, estar en comunicación, disfrutar de espacios en los que se sienten libres y creativos, pero siempre en búsqueda de diversión, de tal forma que puedan ser felices que es lo que finalmente permite la realización del ser humano.

La Lúdica en el proceso de enseñanza propone repensar la pedagogía actual, y descubrir así lo que la lúdica puede aportar para encontrar mejores respuestas en un mundo moderno que exige cambios veloces (Zúñiga, 1998). Así mismo la Lúdica en la enseñanza de la Matemática es un elemento necesario que contribuye a superar ese rechazo que se viene dando de generación en generación y que ha causado que el estudiante del colegio y de los primeros



semestres de cualquier programa, se encuentre desmotivado con solo saber que va a cursar algo relacionado con Matemática (Ramirezparis, 2009).

Son diversas las formas en que se puede usar a Lúdica a la hora de enseñar, lo importante es no diseñar estrategias alejadas de la parte conceptual. En lo que respecta a la Lúdica en la enseñanza de la Matemática, tenemos en el Aula Taller de Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia (sede Medellín) un espacio para reflexionar sobre el uso de esta estrategia en nuestro departamento.

El aula taller es un espacio donde el estudiante interactúa con material concreto, generado para la asimilación de conceptos básicos de matemática mediante el uso de material didáctico, este material permite la exploración de situaciones concretas que ayudan al desarrollo de un pensamiento matemático y crítico, en donde la estrategia educativa consiste en realizar talleres que propicien la construcción conocimiento mediante una dinámica colectiva y participativa en donde la clave del aprendizaje es aprender haciendo, a través de la experimentación que hace el alumno con los objetos que lo rodean y mediante la simulación de situaciones dinámicas que propician el desarrollo de habilidades y destrezas. (C.Sánchez, comunicación personal, 8 de febrero de 2018).

Al realizar la entrevista a Carmen Sánchez pudimos observar que el material que maneja el aula taller es llamativo, colorido y de diversas formas, lo mejor es que en el aula taller se reúnen docentes y estudiantes para manipular los materiales por medio de talleres como:



clasificación de cuerpos geométricos donde se facilita la caja de cuerpos geométricos de madera, teselaciones con origami donde se construyen diversas figuras, jugando con cubos, triángulo de pascal donde se enseñan a manipular el material y se enseña la temática de una manera lúdica. También hay ábacos, regletas, rompecabezas, entre otros; hay que reconocer que este tipo de espacios ayuda a que los docentes que son tradicionales en su enseñanza se abran a realizar actividades que sean divertidas sin dejar de lado la parte teórica, también sirve para que los estudiante manipulen, aprendan y se diviertan de una forma diferente.

En el AulaTaller Arquímedes asistieron aproximadamente 2187 personas en el 2017, entre los cuales habían estudiantes y docentes de colegios y universidades, explica Carmen Sánchez Auxiliar Académica y Administrativa del aula. Según ella:

La experiencia de los asistentes en el espacio, al interactuar con el material concreto hace más amenas las actividades; en los trabajos en equipos se ve más socialización entre ellos, se escuchan unos a otros, se respetan los tiempos y espacios para expresar alternativas de solución para determinada actividad, logrando de cierta manera la creación de un vínculo entre los compañeros. A diferencia de la enseñanza tradicional en donde es el docente el que participa activamente y no permite interacción entre los estudiantes. (C.Sánchez, comunicación personal, 8 de febrero de 2018).

Sánchez dice que:

Cuando pasan personas cerca del Aula Taller Arquímedes, y no sólo lo ven lleno, sino además ven a los asistentes jugando e interactuando con los profesores, se



preguntan ¿qué están haciendo? Además, cuenta que un profesor de la universidad Nacional en el área de Matemática dice que ahí no hacemos nada, a lo que le conteste que acá interactuamos con materiales que nos permiten ver un montón de cosas de matemática y física, el profesor no le gusto la respuesta y se marchó enojado, con el tiempo volvió y pidió que le enseñara origami porque a la mamá le estaba dando alzheimer, por eso es importante no rechazar las cosas sin conocerlas. (C.Sánchez, comunicación personal, 8 de febrero de 2018).

Lo anterior nos permite reflexionar sobre la actitud que tienen algunos docentes en cuanto a la forma de enseñar la Matemática, porque ellos la ven tan abstracta y compleja que piensan que mediante actividades diferentes no se puede crear conocimiento por que se pierde la rigurosidad que debe tener, a causa de esto es necesario que los docentes en primera instancia no rechacen lugares como el aula taller, debido a que les proporciona un espacio para adquirir ideas para llevar al aula de clase, en segunda instancia vean en la lúdica una opción para que sus estudiantes disfruten la matemática, todo esto con el fin de permitir que sus estudiantes no sólo aprendan sino que se diviertan y mejoren el trabajo en equipo.

Así pues, en las dinámicas de aula taller encontramos una alternativa para utilizar la Lúdica como estrategia con sentido matemático. Los materiales y talleres de los que dispone un aula taller de Matemática permiten a través de la manipulación y el juego construir conceptos, resolver problemas, interpretar el mundo y transformarlo. En este sentido, Galdames y Cols (como se citó en Marín y Mejía, 2015) dicen que los materiales que se pueden tocar favorecen el aprendizaje de los estudiantes, ya que permiten que



aprendan a relacionarse adecuadamente, desarrollen procesos de pensamiento, ejerciten la observación, interpreten modelos y experimenten.

De esta forma proponemos una enseñanza de la Matemática con la Lúdica como estrategia. Esta estrategia se materializa con el uso de material tangible y con el juego, porque este como estrategia didáctica y como actividad lúdica en el desarrollo integral del niño es pertinente en el aprendizaje de la matemática al actuar como mediador entre un problema concreto y la matemática abstracta dependiendo de la intencionalidad y el tipo de actividad. En esta medida, las dinámicas de aula taller de Matemática se prestan para el logro de los objetivos propuestos en esta investigación.

Cuando utilizamos el juego como medio, como una estrategia de aprendizaje, puede generar en los estudiantes la creación de hábitos de trabajo y de orden, desarrollar el respeto y el trabajo en equipo, logrando una mayor comprensión y convivencia social (Marín y Mejía, 2015). Por eso es importante como menciona Posada (2014)

Realizar un acercamiento entre el juego y las instituciones educativas con la seguridad de que el factor de relajación que se da en este pueda llevar a mejores aprendizajes o por lo menos a mejores desempeños y experiencias vitales en lo educativo. (p.26)

Es el factor relajación el elemento más importante en la utilización del juego como medio para el aprendizaje de la matemática, la estrategia está en lograr que el estudiante no esté prevenido y que con el desarrollo de dinámicas, él mismo llegue a la conclusión de que



la matemática no es compleja o aburrida, y que finalmente pueda transformar esa idea negativa que se tiene de la matemática y que por el contrario entienda que es un área del conocimiento que cualquier persona puede trabajar y entender.

Con el juego se crea un ambiente natural de aprendizaje, que puede servir como una estrategia didáctica, una forma de comunicar, compartir, crear, conceptualizar y potenciar tanto el desarrollo social, emocional y cognitivo en el individuo (Posada, 2014). Además, los juegos se pueden considerar una actividad importante dentro de una clase ya que aportan formas diferentes de aprender, de descansar, de recrear y divertir a los estudiantes (Marín y Mejía, 2015). Así mismo considerando:

El juego como estrategia didáctica y como actividad lúdica en el desarrollo integral del niño es pertinente en el aprendizaje de la matemática, pues puede actuar como mediador entre un problema concreto y la matemática abstracta dependiendo de la intencionalidad y el tipo de actividad. (Aristizábal, Colorado y Álvarez, 2011, p.2)

El juego puede lograr que el estudiante elimine esa carga de ver al aprendizaje como una obligación, que su construcción de conocimiento sea más desprevenida, natural y divertida, por medio del juego el docente puede lograr que el estudiante llegue al punto de no enterarse que está aprendiendo. Todo esto ayudara a que el estudiante sea más activo en su construcción de conocimiento y termine mostrando más disposición en las actividades de clase.



Incluso, el juego es una herramienta que permite adquirir y potenciar capacidades motoras por medio de exploración, ensayo y error, generando a nivel intelectual conocimiento y reflexión (Posada, 2014). Más aún el acto del juego como dice Vygotsky, permite que el niño desarrolle por medio de la experiencia de los objetos que va formando en el momento de la experiencia referenciada en la realidad, ya que el niño se le presenta la posibilidad de construir y conocer con la experiencia que se le presenta mediante el contacto con las cosas a partir de la vida cotidiana, obteniendo así un aprendizaje por descubrimiento (Echeverri y Gómez, 2009). Hay temas o conocimientos en la matemática que se aprenden por repetición, o de alguna forma por ensayo y error, entonces si un estudiante debe aprender algo por repetición, como son las tablas de multiplicar, que no se le haga aburrido, que lo aprenda por repetición o por ensayo y error pero que se le haga divertido.

### **3.2 Algunos apuntes sobre Factorización y Estadística descriptiva**

A continuación, se describen dos ejes teóricos. En el Primero “La Factorización como producto aritmético y algebraico” se implementa una metodología que permite hacer una construcción de la factorización de una forma secuencial, empezando por una introducción al concepto de forma aritmética para luego introducir las variables y finalmente implementar las reglas que se utilizan para descomponer una expresión algebraica en sus factores. En la segunda parte “Los experimentos aleatorios y su descripción estadística” En donde se resalta la importancia de introducir la probabilidad desde temprana edad y de esta forma posibilitar su comprensión desde un aprendizaje por medio de problemas contextualizados que potencien un





desarrollo del pensamiento crítico; no simplemente una memorización de fórmulas y procesos para tabular y graficar.

### **3.2.1 La factorización como producto aritmético y algebraico**

#### ***3.2.1.1 Factorización aritmética***

Al docente no se le puede olvidar que también fue estudiante, y por eso hay que reconocer que los procesos de aprendizaje e interiorización de la información no son siempre sencillos, entonces, un buen ejercicio para el docente es tener claro que si en la actualidad maneja con facilidad un tema, sea porque lo trabajó bien cuando lo estudió o porque la experiencia en la educación lo ha ayudado a pulir los conceptos, es bueno ponerse en los zapatos del estudiante, y mejor aún recordar cuando estaba estudiando el tema que pretende explicar, para visualizar como realizar la construcción de ese conocimiento conjuntamente con sus alumnos. Ahora bien, cuando se habla de factorización hay que tener presente que no es un tema sencillo porque además de que son 10 casos, muchos de ellos tienen casos especiales y también hay combinaciones de casos.

A continuación, se va a desarrollar una teoría que permite hacer una construcción de la temática de la factorización de una forma secuencial, empezando por una introducción al concepto de forma aritmética para luego introducir las variables y finalmente implementar las reglas que se utilizan para descomponer una expresión algebraica en sus factores.

Cuando se explica el tema de factorización hay varios elementos que se deben tener presentes, estos son sencillos y le permitirá a los estudiantes que el proceso de aprendizaje se



les haga más flexible; lo primero es tratar de no usar la palabra factorización y más bien utilizar la expresión *descomposición factorial*, debido a que las palabras nacen con un significado que a veces desconocemos que le da más claridad a lo que queremos expresar, que es precisamente que vamos a descomponer una expresión algebraica en sus factores; de esta forma los estudiantes empiezan a interiorizar que el ejercicio que se va a hacer es descomponer en factores.

Lo segundo es que a los estudiantes se les hace difícil entender el concepto de variable porque por un lado la mayor parte del tiempo han trabajado con números reales y por ejemplo cuando se le asigna un valor real a la longitud de una lado de un rectángulo, ellos tienen un significado para ese valor y son capaces de relacionar ese número con alguna medida real y de otro lado se tiene que la cotidianidad de todos nosotros está representada por valores reales; finalmente, hay que tratar de asignarle un significado o representación a las expresiones algebraicas y los factores que resultan al hacer su descomposición factorial para que los estudiantes puedan crearse una imagen de lo que están trabajando.

Desde que los estudiantes están en la escuela hacen descomposición factorial; cuando el estudiante aprende a hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo aprende a hacer descomposición factorial. Por ejemplo, si queremos hallar los factores primos de 42 lo dividimos por el menor de sus factores primos que es 2, es decir  $\frac{42}{2}$ , y al cociente que es 21 también lo dividimos por el menor de sus factores primos que es 3, es decir,  $\frac{21}{3}$  y así sucesivamente con los demás cocientes (Baldor, 2006). Como se muestra a continuación,



42		2
21		3
7		7
1		

Y decimos que 2, 3 y 7 son factores de 42, porque el producto de todos sus factores es:  $(2)*(3)*(7) = 42$

Ahora bien, si tenemos la siguiente expresión algebraica  $x^3+6x^2+11x+6$  y desarrollamos exactamente el mismo ejercicio que realizamos con el número 42, es decir, hallamos sus factores, obtenemos lo siguiente,

$X^3+6X^2+11X+6$		$(X+1)$
$X^2+5X+6$		$(X+2)$
$X+3$		$(X+3)$
1		

Y decimos que  $(x+1)$ ,  $(x+2)$  y  $(x+3)$  son factores de  $x^3+6x^2+11x+6$ , porque el producto de todos sus factores es:  $(x+1)*(x+2)*(x+3) = x^3+6x^2+11x+6$

Como se puede ver en los dos ejemplos es la misma operación de descomposición factorial, la primera es aritmética y la segunda es algebraica, pero en las dos situaciones había que hallar los factores que al multiplicarlos arrojen como resultado el valor inicial. El estudiante no relaciona estas dos operaciones o no es capaz de conectarlas; si lo hiciera podría realizar la descomposición factorial algebraica con más naturalidad, no se le haría tan abstracta porque al fin y al cabo lo que hace el estudiante es aplicar a un polinomio unas reglas que aprende de memoria, pero la expresión algebraica y sus factores no representan nada para él.



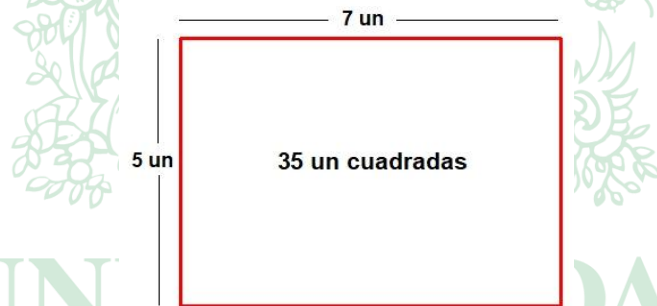
A continuación, y con el objetivo de hacer menos abstracto el ejercicio de descomposición factorial se realizará una asociación entre el área de un rectángulo y el volumen de un paralelepípedo con la descomposición factorial aritmética,

Realicemos la descomposición en factores del número 35;

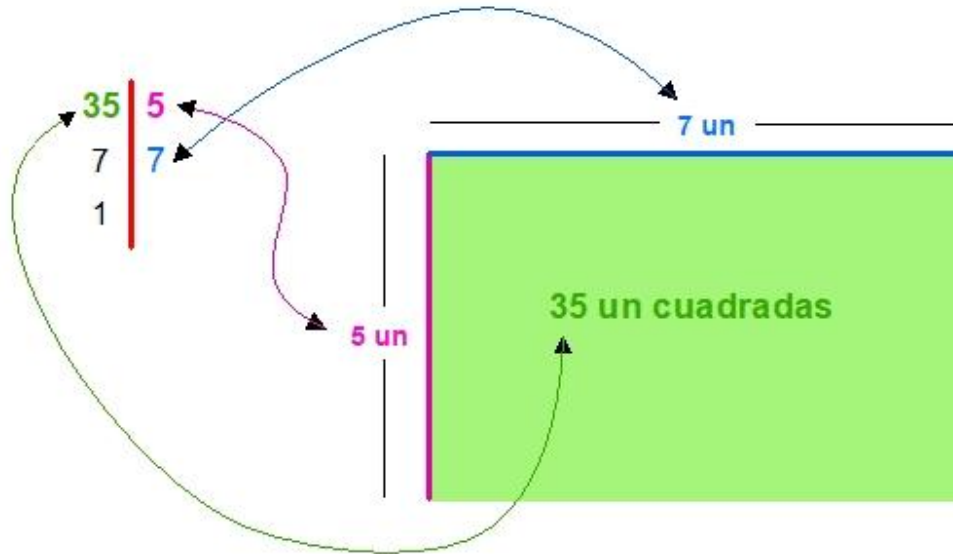
35	5
7	7
1	

Y decimos que 5 y 7 son factores de 35, porque el producto de todos sus factores es:  $(5) \cdot (7) = 35$

Si queremos darle una representación geométrica a estos números podríamos pensar que el número 35 representa el área de un rectángulo y que los números 5 y 7 corresponden a las medidas de sus lados así:



Esto es,

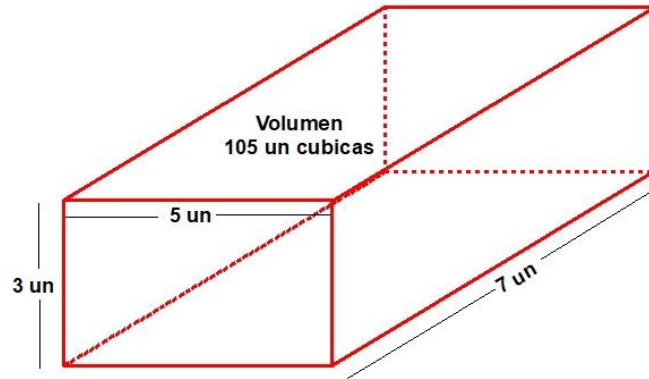


Realicemos la descomposición en factores del número 105

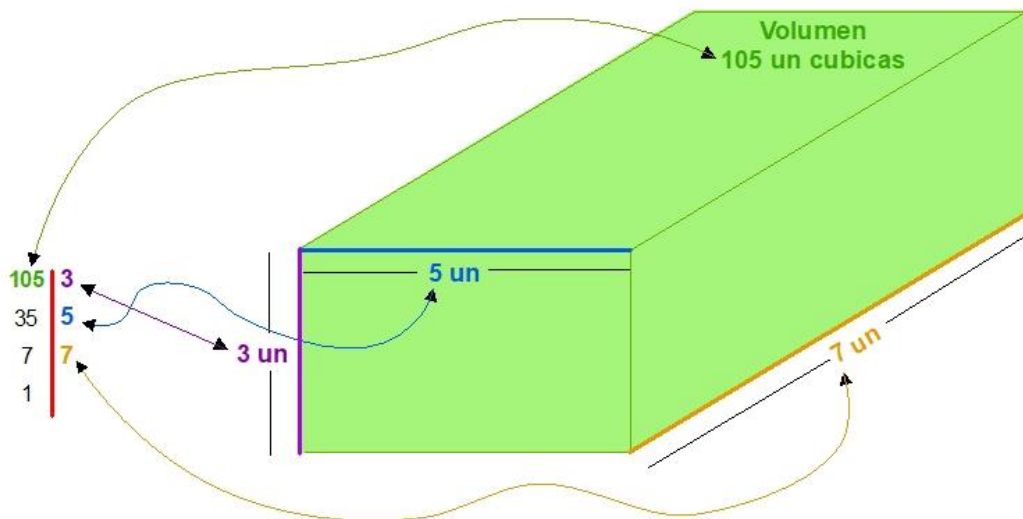


Y decimos que 3, 5 y 7 son factores de 105, porque el producto de todos sus factores es:  $(3)*(5)*(7) = 105$

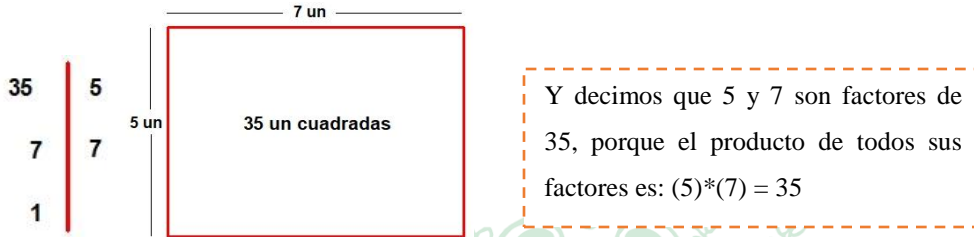
Si queremos darle una representación geométrica a estos números podríamos pensar que el número 105 representa el volumen de un paralelepípedo y que los números 3, 5 y 7 corresponden a las medidas de sus lados así:



Esto es,



Ahora bien, ya realizamos una representación geométrica, en la cual entendemos que los factores del número representan los lados de un cuadrado o de un paralelepípedo y que los respectivos números que resultan de multiplicar esos factores representan el área del cuadrado y el volumen del paralelepípedo, ahora miremos que le puede pasar a los factores de cada número; retomemos la situación inicial, que es la siguiente,



y analicemos la expresión  $(5)*(7) = 35$ ,

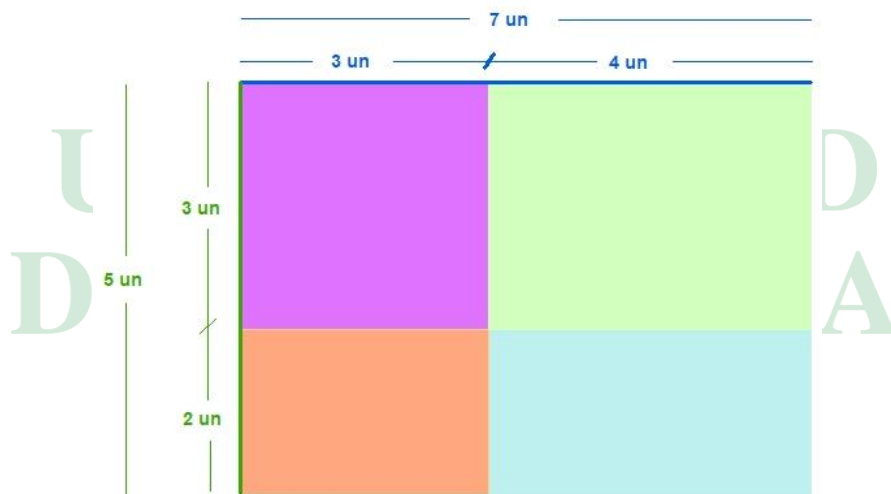
es claro que 5 se puede representar como  $3 + 2$ , es decir  $3 + 2 = 5$ ,

igualmente se puede representar 7 como  $3 + 4$ , es decir  $3 + 4 = 7$ , por tanto tenemos:

$$(5) * (7) = 35$$

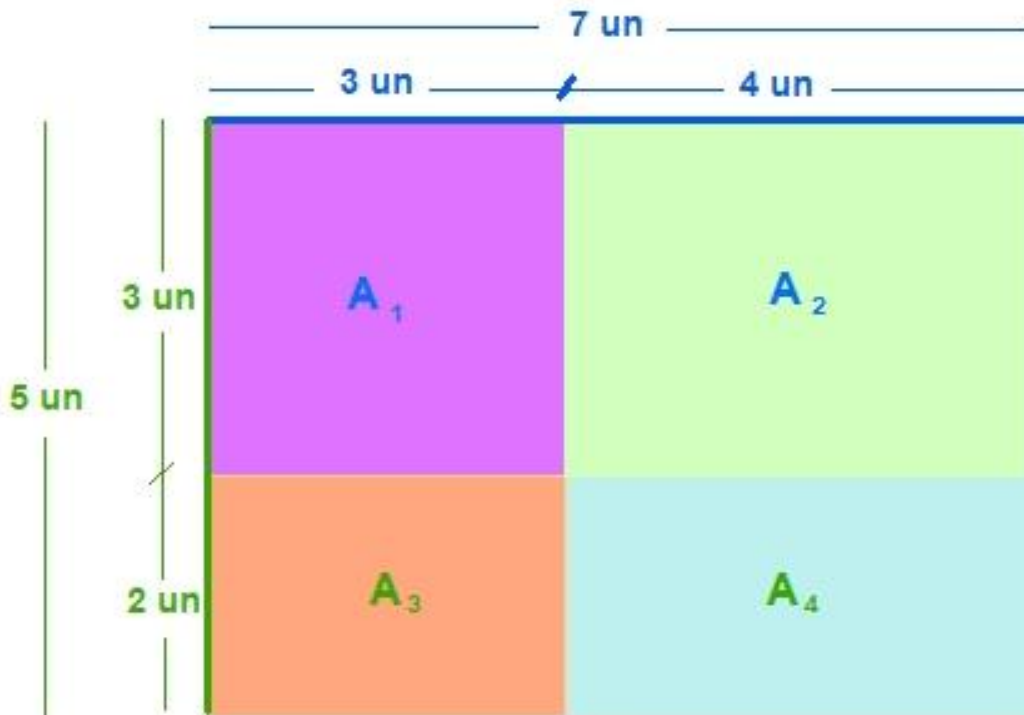
$$(3 + 2) * (3 + 4) = 35$$

ese cambio de escritura del producto representa geoméricamente lo siguiente,





Habíamos dicho que 35 representa el área del rectángulo y que sus factores 5 y 7 representan las medidas de sus lados, ahora hemos realizado una subdivisión de cada uno de sus lados re-escribiendo a 5 como  $2 + 3 = 5$  y a 7 como  $3 + 4 = 7$ . Como se puede ver en la imagen cada una de esas subdivisiones corresponde a las medidas de los lados de unos rectángulos que hay al interior del rectángulo principal, es decir, que la subdivisión de los lados del rectángulo generó nuevas áreas más pequeñas que se denominaran  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  y  $A_4$ , como se muestra a continuación,



De esta grafica se puede realizar el siguiente análisis:





$$(5) * (7) = 35$$

$$(3 + 2) * (3 + 4) = 35$$

$$(3 + 2) * (3 + 4) = 35$$

$$3*3 + 3*4 + 2*3 + 2*4 = 35$$



$$3 * 3 = 9 = A_1$$



3 un

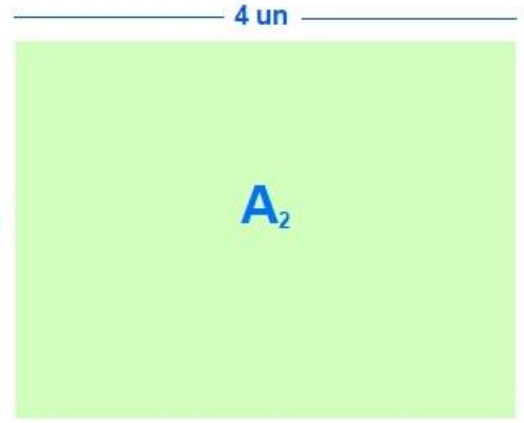




$$3 * 4 = 12 = A_2$$



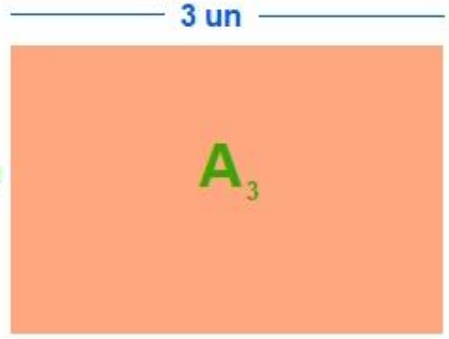
3 un



$$2 * 3 = 6 = A_3$$



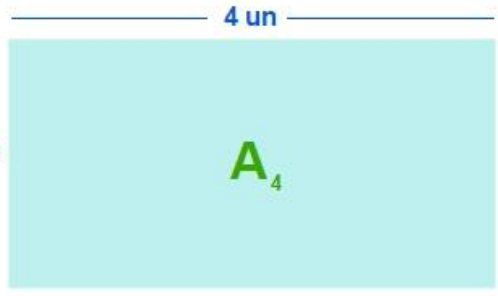
2 un



$$2 * 4 = 8 = A_4$$

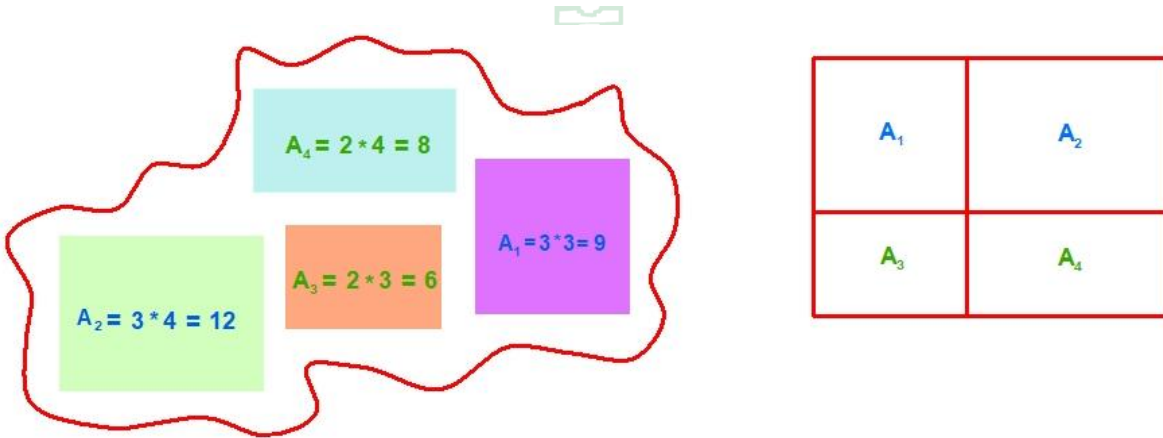


2 un



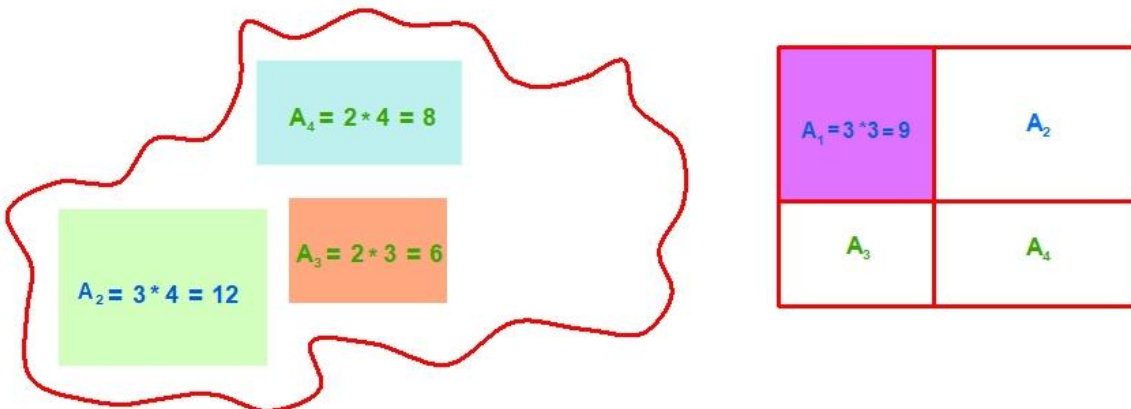


Con cada una de las áreas individualizadas se puede reconstruir el area total del rectángulo principal y llegar a la expresión original, esto es,

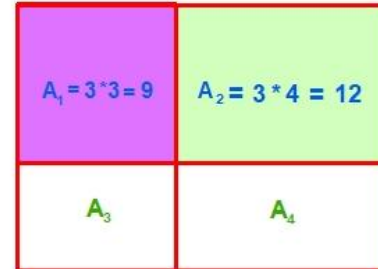
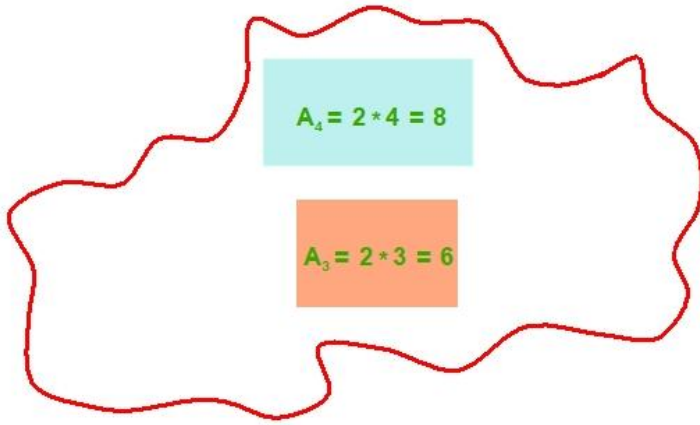


Por cada área calculada del rectángulo se extrae del conjunto de áreas que se tiene y se ubica en la posición que corresponde al área total que esta representada en el rectángulo de la derecha, así:

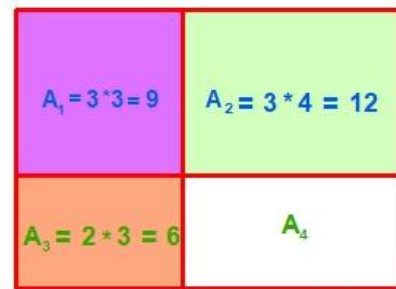
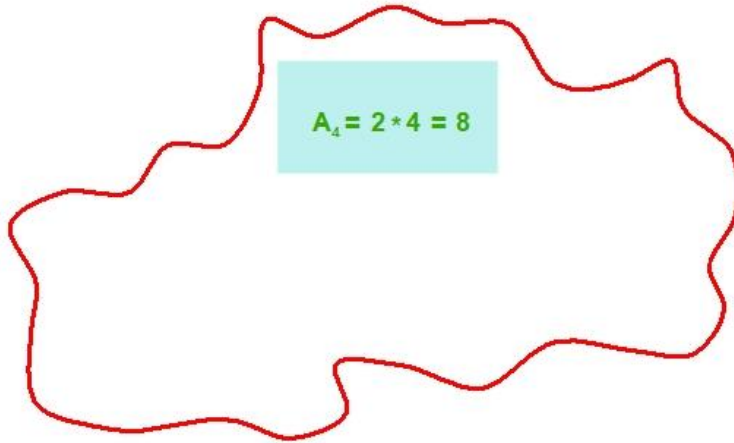
ÁREA 1:  $A_1$



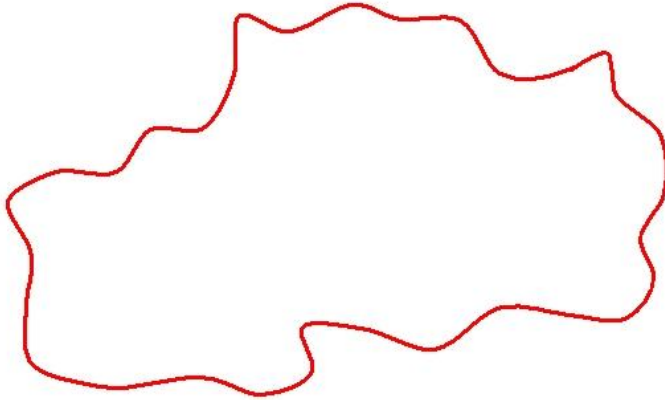
ÁREA 1 + ÁREA 2 :  $A_1 + A_2$



ÁREA 1 + ÁREA 2 + ÁREA 3 :  $A_1 + A_2 + A_3$



ÁREA 1 + ÁREA 2 + ÁREA 3 + ÁREA 4 :  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4$



$A_1 = 3 \cdot 3 = 9$	$A_2 = 3 \cdot 4 = 12$
$A_3 = 2 \cdot 3 = 6$	$A_4 = 2 \cdot 4 = 8$

En resumen tenemos que,

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 35$$

$$9 + 12 + 6 + 8 = 35$$

Con este ejercicio se puede mostrar que al realizar el proceso inverso se llega a la expresión original que era 35, de otra forma decimos que si sumamos cada una de las áreas pequeñas vamos a obtener el área del rectángulo grande, pero debemos recordar que esa área era una representación geométrica del número al que se le está haciendo la descomposición factorial. El área del rectángulo grande, sus lados y las áreas internas relacionan la operación de descomposición factorial y su proceso inverso.

Cuando hacemos la descomposición factorial podemos relacionar el número inicial con el área de un cuadrado y sus factores como las medidas de los lados de dicho rectángulo, o de otra forma, también podemos decir que el área del rectángulo principal es igual a la suma de



las áreas de los rectángulos internos, pero es muy importante tener presente que esas áreas internas son el resultado de realizar el producto entre los factores obtenidos de la descomposición factorial.

Lo que hay que resaltar de esta metodología es la asociación que se hace entre la descomposición factorial y el rectángulo, este elemento les permite a los estudiantes alejarse del componente abstracto que tienen estas operaciones porque ya pueden visualizar geoméricamente que es lo que están haciendo.

### ***3.2.1.2 Factorización geométrica***

En Aritmética es relativamente fácil factorizar un número. Así, para factorizar el 180, que significalo mismo que preguntar "¿qué números multiplicados dan 180?", hasta mentalmente se puede obtener que  $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ; en cambio, para algunas expresiones algebraicas como  $x^2 + 5x - 36$ , ya no resulta tan evidente la factorización, por lo que se requiere de un estudio detallado de como factorizar este y otro tipo de expresiones algebraicas.

Es necesario aclarar que una expresión se puede considerar factorizada, si los factores de esta, son diferentes a la expresión original; así yo puedo considerar que una factorización para el número 6 es la multiplicación entre el 2 y el 3, ya que  $6 = 2 \times 3$ . Pero si deseo factorizar el número 11, encuentro que los factores para este número serian precisamente la multiplicación entre el 1 y el 11, teniendo como factor al mismo número a factorizar.

En la aritmética los números primos no se pueden descomponer en dos o más factores por la condición que se dio anteriormente. De esta manera ocurre con los polinomios



algebraicos, ya que existen expresiones algebraicas que solo pueden ser divididas por el 1 y por ellas mismas, mostrando con esto, que no son el resultado de multiplicar otras expresiones algebraicas. Así  $a + b$  no puede descomponerse en dos factores distintos de sí mismo, ya que dicha expresión solo es divisible por 1 y  $a + b$ .

Sin embargo, en la enseñanza de la matemática al asumir la enseñanza y el estudio de la factorización se encuentran algunas dificultades, tales como el reconocimiento de la expresión algebraica, ya que esta implica la utilización de números, letras y signos para conformarlas, además aun conociendo diferentes herramientas o métodos para dar solución a dichas expresiones no saben cuál usar en determinado momento Morales y Sepúlveda (2006).

Adicionalmente y de acuerdo con Castellanos y Obando (2010, p.12) en los procesos algebraicos los educandos cometen los siguientes errores a menudo:

-  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

-  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

-  $(3x+b)^2 = 3x^2 + b^2 + 6xb$

-  $(3+b)^2 = 9 + b^2 + 2*3+2$

Considerando así una incorrecta generalización de las propiedades aritméticas, dificultando así el aprendizaje del álgebra y de otros conceptos que se deriven de esta, tales como la factorización, que requiere de una buena claridad de estos conceptos previos.



Los docentes somos conscientes de la relevancia que tiene el tema de factorización en la matemática, pero a su vez tenemos presente el desagrado y las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de aprenderlo, debido a diversas situaciones: La falta de comprensión del concepto de factorización por parte de los estudiantes, la presentación del proceso de factorización como una serie de reglas memorísticas y monótonas que debe aprender el estudiante para dar solución los ejercicios que se le puedan presentar, Esto a su vez va estrechamente ligado a la falta de implementación por parte del docente de una estrategia adecuada que permita interiorizar los diversos tipos de factorización que existen (Winnicott, 1994).

Aunque la definición de factorización sea tomada como dice (Baldor, 1996, p. 143): “factores o divisores de una expresión algebraica a las expresiones algebraicas que multiplicadas entre si dan como producto la primera expresión” y sea una definición correcta está fuera de contexto con el lenguaje que pueden tener los jóvenes, resultando para ellos abstracta y por ende poco entendible. Desde este primer acercamiento a la factorización se crean serios vacíos que dificultaran el aprendizaje del tema tratado. Es por esto que siguiendo con la ruta que se nos presenta en el Algebra de Baldor buscamos otras definiciones de factor y de factorización. Esto no quiere decir que esta otra definición sea mejor que la anterior, pero sin duda puede complementarla.

Lo anterior nos lleva a reflexionar si estamos teniendo en cuenta las dificultades de los estudiantes respecto a la factorización; no sería tan positivo comenzar su enseñanza de una “manera elemental”, sino que debe tomarse como lo plantea Vallejo (2009, p.515),





“desarrollando la posibilidad de un trabajo simultáneo en dos marcos, geométrico y algebraico, e incorporando el modelo de área bajo distintas representaciones”. Sabemos que la modelización de la matemática resulta interesante para que los mismos alumnos las descubran y reconozcan la potencialidad del lenguaje del álgebra para sortearlas.

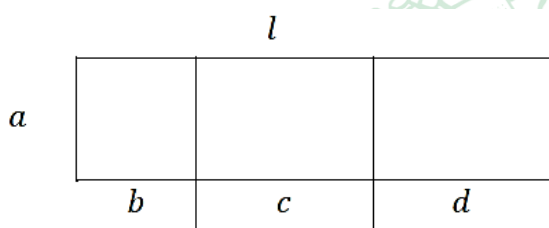
### **Factorización y el álgebra geométrica**

La estrecha relación entre la factorización y el álgebra geométrica no es tan actual, desde los Babilonios (2500 a.C), quienes dejaron plasmada en tablillas de arcilla la relación de cuadrados, cubos y algunos números a los que no les habían dado suficiente utilidad, pero con dichas anotaciones aportaron a la solución de algunos problemas tales como el método para “completar cuadrados” Torres ( sf, p.177) y que hoy se conoce también como “trinomio cuadrado perfecto” García (1997), aunque no estaba presente el uso del álgebra como lo conocemos hoy, observamos aproximaciones como la anterior.

Más adelante los Griegos, basándose en los estudios de los babilónicos y los egipcios agregaron una matemática más abstracta, la cual se basa en definiciones, axiomas, entre otros, para este periodo filósofos y matemáticos como Tales de Mileto, Pitágoras, Demócrito, Hipócrates, Eratóstenes y Eudoxo, finalmente con Euclides S III a.C. “se establece por primera vez un método riguroso de demostración basado en la geometría” (Baldor, A. 2006, p.97), utilizando así la geometría para resolver algunos problemas de operaciones aritméticas, las cuales fueron reemplazadas por rectas, cuadrados y cubos; especialmente con el estudio de las áreas se dio solución a las ecuaciones cuadráticas encontradas en el libro II de los



Elementos de Euclides donde se afirma que “Si hay dos rectas y , y una de ellas se corta en un número cualquiera de segmentos, el rectángulo comprendido por las dos rectas es igual a los rectángulos comprendidos por la recta no cortada y cada uno de los segmentos” Torres (sf, p.178) Esta proposición sería representada por medio de áreas así:



Cuya área en la actualidad se considera como  $al = a(b + c + d) = ab + ac + ad$

Posteriormente, en el siglo III de nuestra era, Diofanto utilizó símbolos para representar las incógnitas, los cuales llamó “Arithmo” Robaina et al. (1989, p. 42), con Diofanto podría decirse que se dio inicio a una matemática más abstracta, donde los símbolos fueron necesarios para representar cantidades incógnitas y las elevadas a una potencia.

Descartes por su parte modifica su modelo para incluir en él las últimas letras del abecedario para las incógnitas y las primeras para los coeficientes. En el libro de su autoría “La Geometrie” plantea la primera formulación del teorema fundamental del álgebra Pérez (2008).

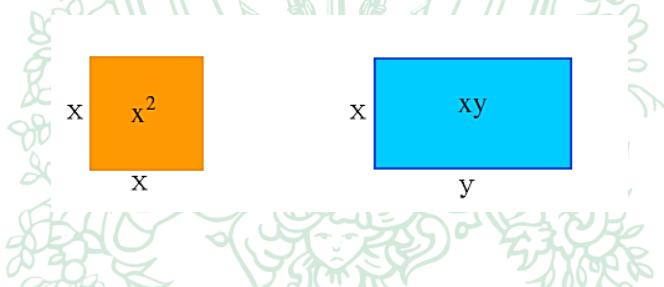
El matemático H. Gzeuthen fue el primero en utilizar el término de álgebra geométrica, al observar en las obras “secciones Cónicas” del geómetra griego Apolonio y “Los Elementos” de Euclides que las operaciones geométricas podían ser definidas sobre segmentos



de rectas o áreas planas, dichas operaciones tienen las mismas propiedades de la adición y la multiplicación de números reales; segmentos de recta se adicionan o se restan.

Teniendo como base estos antecedentes podemos enseñar la factorización por medio del álgebra geométrica, para ello debemos tener presente cómo se operan las áreas respecto a la suma, la resta y la multiplicación ya que el cálculo de áreas es un soporte significativo en la factorización algebraica.

Inicialmente, podemos partir de la representación algebraica de las áreas tomando principalmente rectángulos y cuadrados, en forma general, que corresponden al producto del valor de sus lados:



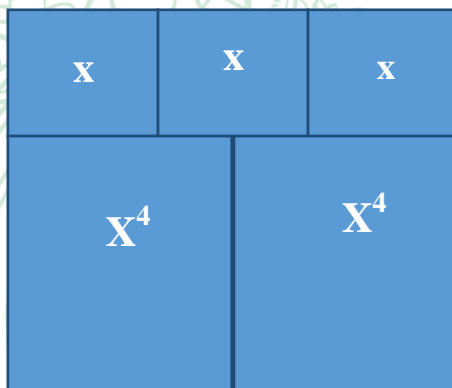
Para la adición de expresiones algebraicas se debe inicialmente hacer un reconocimiento de términos semejantes, es decir, en la adición de expresiones algebraicas se realiza una reducción de términos semejantes teniendo en cuenta el signo que los acompañan.

Cuando hacemos uso de la palabra “términos” hacemos referencia a cada una de las superficies, aunque sean semejantes no implica que representen la misma área.

Para sumar dos o más expresiones algebraicas se pone una contigua a la otra con sus propios signos y se reducen los términos semejantes si los hay, por ejemplo:



$$3x + 2x^4$$



Para la sustracción haremos uso de la recta numérica, es decir el lado derecho corresponden a las cantidades positivas y al lado izquierdo se ubican las cantidades negativas, es decir se hace una relación entre la suma y la resta de las áreas así



$(2x-3)(3x+4)$   
Producto de sus lados

$6x^2-x-12$   
suma y resta de sus áreas

1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
X	X	X	$X^2$	$X^2$
X	X	X	$X^2$	$X^2$
X	X	X	$X^2$	$X^2$

Respecto a la factorización usamos las reglas antes descritas, donde puedan verificarse sus casos formando áreas geométricas, así

### Factor común

En esta utilizamos la propiedad asociativa de la multiplicación respecto a la suma para construir un cuadrado de lado  $x$ , es decir que su área es igual a  $x^2$

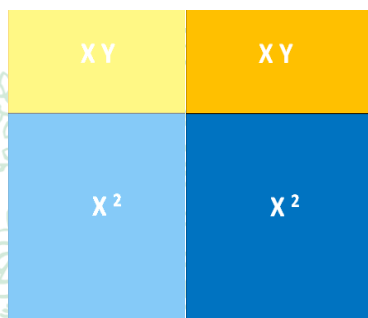


De la misma manera lo tomamos para un rectángulo de lados  $x$  e  $y$ , cuya área sería  $x*y$



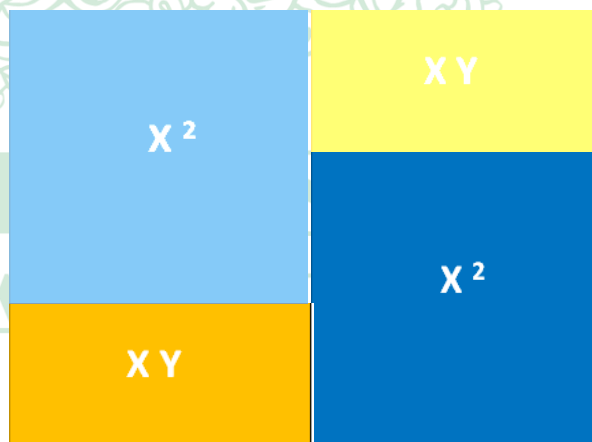


Si sumamos las áreas anteriores tendríamos  $x^2+x*y$  y la representamos de la siguiente manera



Cuya área es  $x(x+y)$ , es decir la factorización de la expresión  $x^2+xy$

Veamos ahora un ejemplo con la sustracción, tomemos nuevamente un cuadrado de lado  $x$ , con área  $x^2$  y el rectángulo de lados  $x$  e  $y$  con área igual a  $x*y$ , pero en lugar de sumarlos los restaremos, es decir obtendremos la siguiente figura



Obteniendo así el rectángulo cuya área es  $x(x-y)$ , factorización de la expresión  $x^2-xy$

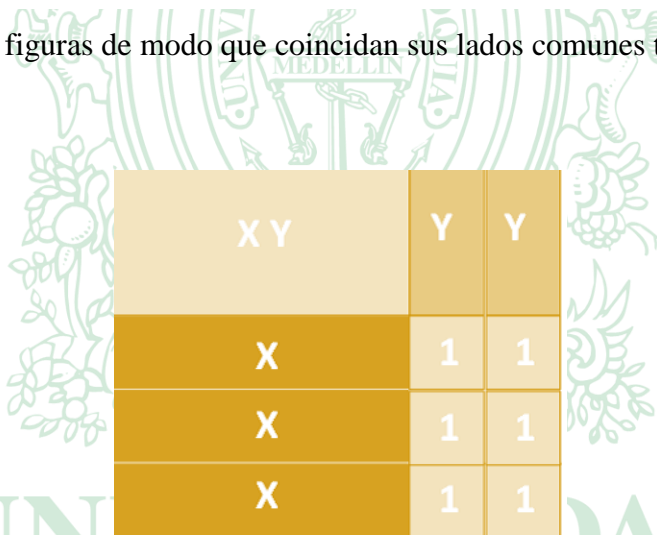


### Factor común por agrupación

Representemos geoméricamente cada uno de sus términos: Factoricemos geoméricamente la expresión  $x \cdot y + 3x + 2y + 6$



Agrupando las figuras de modo que coincidan sus lados comunes tenemos que



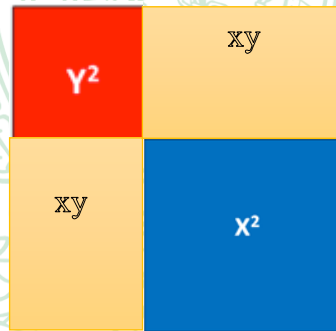
El área del rectángulo resultante sería  $(x+2)(y+3)$ , quien es la factorización de la expresión inicial  $x \cdot y + 3x + 2y + 6$

### Diferencia de cuadrados

Para este caso, debemos construir dos cuadrados, uno de lado  $x$  y otro de lado  $y$ , cuya área es  $x^2$  y  $y^2$  respectivamente



En la figura anterior, podemos identificar qué es  $x$  por lo que la diferencia de cuadrados nos quedaría así



Es decir, en la gráfica si se quita el cuadrado de lado  $y$  y se forman dos rectángulos, si sumamos sus áreas obtenemos la siguiente expresión  $(x+y)(x-y)$ , lo cual equivale a la expresión  $x^2 - y^2$

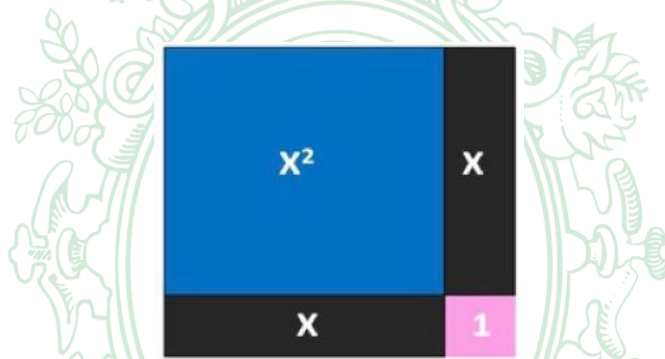
### Trinomios cuadrados perfectos

Tenemos la expresión  $x^2 + 2x + 1$ , cuya representación término a término es





Posteriormente organizamos las figuras hasta obtener el siguiente cuadrado



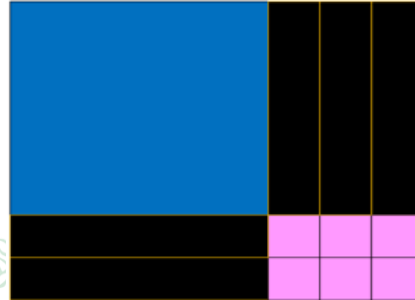
Cuyo lado es  $(x+1)$  y su área es igual a  $(x+1)^2$ , es decir la factorización de la expresión  $x^2 + 2x + 1$

### Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Para factorizar un trinomio de esta forma es necesario ejemplificarlo, tomemos el trinomio  $x^2 + 5x + 6$  representamos inicialmente cada término así



Ordenamos cada término según corresponde obteniendo la siguiente figura



Finalmente, prolongando los lados de los rectángulos adicionados horizontal y verticalmente, obtenemos los seis cuadrados de lado 1 que también deben ser adicionados.

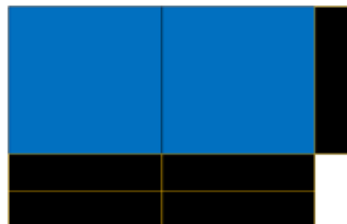
El área sombreada que hemos obtenido es igual a  $(x + 3).(x + 2)$  . Luego, tenemos lo siguiente:  $x^2 + 5x + 6 = (x + 3).(x + 2)$

**Trinomio de la forma:**  $ax^2 + bx + c$

Si tomamos como ejemplo la expresión  $2x^2 + 5x + 2$  representemos gráficamente sus términos tenemos

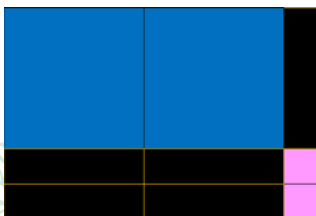


Representemos ahora el trinomio  $2x^2 + 5x + 2$ . Inicialmente al rectángulo le sumamos 2 cuadrados de área  $x^2$  y los cinco rectángulos de lado 1 y x.





Y finalmente, a la figura anterior le adicionamos los dos cuadrados de lado 1



Obteniendo así un rectángulo de lados  $(2x + 1)$  y  $(x + 2)$ , con área igual a  $(2x + 1) \cdot (x + 2)$  la cual es la factorización de  $2x^2 + 5x + 2$ .

Los casos antes expuestos son una recopilación de reglas que se determinaron después de un análisis riguroso de las expresiones algebraicas. Estas reglas guardan una relación directa con el tema conocido en matemática como productos notables; de esta forma tenemos que los factores que se encuentran al factorizar una expresión algebraica son precisamente los productos notables de dicha expresión; pero a su vez tenemos que la solución de un producto notable es la expresión algebraica sin factorizar.

Esta relación ha propiciado que en el campo educativo se limite la enseñanza de la factorización a un proceso memorístico de reglas (como se mostró anteriormente) en donde se procede según el caso de factorización que nos presente la expresión matemática. Esto nos ha traído como consecuencia la problemática que se mencionó al principio de este capítulo; y es que los estudiantes presentan serias dificultades a la hora de aprender este tema, ya que no solo deben aprender a reconocer ante qué expresión algebraica están presente, sino que también deben aprender muchos casos para poder factorizarla.



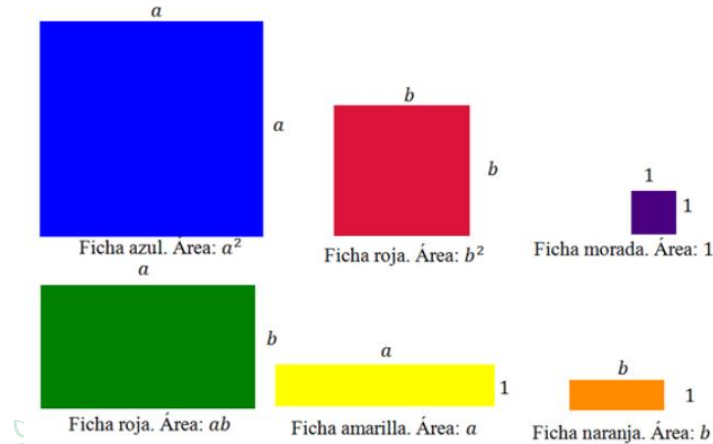
Esta problemática ha creado la necesidad de crear múltiples estrategias por parte de diversos pedagogos, para facilitar el aprendizaje de esta temática en los estudiantes. Una de estas estrategias relaciona la geometría y el álgebra para la enseñanza del proceso de factorización. La génesis de esta propuesta didáctica no la conocemos en realidad, pero sabemos que el grupo Abaco de la mano del profesor Carlos Julio Echavarría Hincapié fue uno de los precursores de esta metodología en Colombia.

El presente trabajo tomó como referencia teórica un taller presentado en el congreso de educación matemática de América central y el Caribe en el año 2013 en la ciudad de Santo Domingo, República Dominicana. Dicho taller fue presentado por: Viviana Paola Salazar Fino, Sandra Milena Jiménez Ardila, Lyda Constanza Mora Mendieta, licenciadas en matemática de la Universidad Pedagógica de Colombia.

El Álgebra Geométrica es un material manipulativo conformado por un juego de fichas rectangulares dividido en seis modelos básicos, un cuadrado de lado  $a$ , otro de lado  $b$ , otro de lado 1 (unidad), un rectángulo de lados  $a$  y  $b$ , otro de lados  $a$  y 1, un tercer rectángulo de lados  $b$  y 1, como puede verse enseguida:

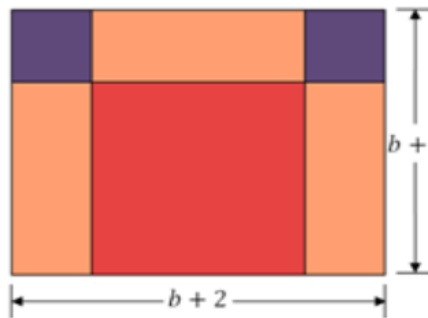
UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Esta asignación de valores algebraicos a las medidas de los lados (pues se desconoce cuánto mide cada lado) permite deducir cuál es el área total de cada figura, ya que dicha área corresponde al producto de lo que mida la base del cuadrilátero, por la medida de su altura. Esta relación permite representar expresiones polinomiales geoméricamente, ya que la suma o resta de cada área de los cuadriláteros es equivalente con la suma o resta de cada expresión algebraica; de forma similar, el producto de las medidas de cada lado que conforma el cuadrilátero es equivalente al producto de factores que factoriza una expresión algebraica.

Para ejemplificar mejor esta relación geométrica-Algebraica tenemos la siguiente figura:





En esta construcción geométrica muestra la unión de 6 fichas, que representarían un polinomio de área  $b^2+3b+2$ . Como vemos dicha área es igual al producto de los lados del cuadrilátero resultante  $(b+2)(b+1)$ , resultado que corresponde precisamente a la factorización de la expresión algebraica  $b^2+3b+2$ .

Duval (1999) plantea una teoría en la cual afirma que el libre tránsito entre las diferentes representaciones de un objeto matemático le permite al estudiante tener una mayor comprensión del mismo, además, “las representaciones semióticas son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento” (Jiménez, Guantiva y Sánchez, 2011, p.2).

De acuerdo con Duval (1999), esta forma de abordar la enseñanza de la factorización de expresiones algebraicas permite una mayor comprensión del tema, ya que estamos dejando lo abstracto, dando un sentido lógico basado en la construcción de un cuadrilátero que satisfaga la expresión que se desee factorizar. Ahora bien, este método de enseñanza de ninguna forma reemplaza toda la teoría existente que hay sobre el tema; por el contrario, esta estrategia didáctica es un complemento para que el estudiante adquiera una noción de qué es la factorización, en qué consiste y qué normas se deben seguir para factorizar una expresión.

### **3.2.2 Los experimentos aleatorios y su descripción estadística**

En la actualidad, múltiples investigaciones muestran las dificultades que tienen los educandos con la comprensión del concepto de probabilidad y los diferentes significados que ha adquirido el concepto, adicionalmente hay que sumarle la visión determinista del mundo, lo cual impide dar el paso de lo intuitivo a lo formal (Batanero, 2005), por otro lado, en el



proceso de enseñanza se encuentran algunas propuestas tales como las de Díaz (2005), las cuáles consisten en trabajar por proyectos como estrategia para el desarrollo de las temáticas de clase, se propone también el desarrollo de software para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje del razonamiento probabilístico.

En Colombia los estándares básicos que propone el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) plantea una propuesta que busca potenciar la reflexión y discusión en el estudiante sobre los conceptos asociados a la probabilidad, tales como el azar, los espacios muestrales, etc. Por lo anterior, es imprescindible que el estudio de la probabilidad posibilite la mejora del razonamiento estadístico y de esa manera el educando tenga un mejor proceso en la toma de decisiones, ya que la probabilidad le permitirá una mayor precisión para realizar estimaciones razonables, usar dicha información para apoyar sus argumentos (Holmes, 1986), la temprana introducción en la probabilidad en la escolaridad desarrolla la confianza de los educandos Batanero y Moreno (2007).

A pesar de la insistencia sobre la importancia de comprender los conceptos de la probabilidad y en especial de la probabilidad, en el ámbito educativo no se le ha dado el espacio ni el valor que merece, ello se evidencia cuando en la clase de matemática se le asigna una hora de estudio en el mejor de los casos ya que muchas veces no se logra abarcar, bien sea por dinámicas institucionales, falta de interés o desconocimiento por parte de los educadores. (Educación Estadística en la Matemática Escolar, 2006). Generalmente, cuando se aborda la probabilidad en el aula, se enseña a tabular información, construir gráficos, calcular medidas y



probabilidades, pero no se tiene en cuenta su importancia en la investigación de las ciencias, el desarrollo del pensamiento crítico, la resolución de problemas contextualizados.

Por tanto, el proceso de enseñanza de la probabilidad debe orientarse a la comprensión de los conceptos y no a su mecanización y reproducción, de esta manera, tendrán más sentido las construcciones realizadas por los estudiantes en canto al cálculo, las gráficas, etc. Adicionalmente se le da al educando herramientas para comparar, interpretar, inferir, analizar y tomar decisiones en distintas situaciones. Ello implica que la enseñanza de la probabilidad se debe fundamentar en el análisis de datos reales y cercanos a los estudiantes, de tal manera que éste sea participe de la construcción de su conocimiento. (Fernández, 2001).

### ***3.2.2.1 Probabilidad y lúdica***

Tomando como punto de partida la historia de la probabilidad, notamos que su nacimiento se encuentra en los juegos de azar, entre los más antiguos se encuentran los dados, los cuales eran usados para predecir el futuro ya que los resultados dependían de la voluntad de los dioses. En los siglos XVI y XVII aparecieron las leyes de azar y a partir de allí fueron constituidos con perfecta forma de cubo, es decir, dados regulares.

A partir de 1650 surgió la probabilidad con los juegos de cartas, lanzamiento de monedas, dados, entre otros; el determinar la probabilidad de ganar fue esquematizada por primera vez por Blas Pascal y Pierre de Fermat, de allí nació una de las primeras definiciones de probabilidad, la cual es considerada en este caso como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles Basulto y Camúñez (2007).





Tomando la forma en la que surgió la probabilidad, algunos autores como Góngora (2011) proponen que para trabajar la probabilidad en el aula debe hacerse por medio de juegos de azar, dándole así un enfoque lúdico y pedagógico, de esa manera los educandos no solo tendrán un acercamiento con la probabilidad de manera divertida sino también significativa.

Así mismo, Díaz et al. (1996) presentan como proceso de enseñanza de la probabilidad el uso de materiales manipulativos y la resolución de problemas de Bruní y Silverman, la metodología de esta propuesta consiste en cuatro pasos: introducir el modelo, establecer un registro, reflexionar sobre la experiencia y generar nuevas experiencias, aspectos que implican la manipulación de objetos.

Por su parte, Olecka basa el proceso de enseñanza de las nociones de probabilidad en ciertas etapas de aprendizaje en matemática, las cuales son, interacción inicial, descubrimiento de regularidades, búsqueda de isomorfismos, representación, propiedades de la representación y formalización del sistema Van de Walle et al (2013).

Teniendo en cuenta lo anterior, tanto la probabilidad como las tablas de frecuencia pueden trabajarse en el aula a partir de tres aspectos, inicialmente hacer un intercambio de información entre los educandos, es decir, que puedan partir desde los conocimientos adquiridos en grados anteriores respecto a ambos temas, de esta forma podrán sugerir desde sus contextos algún material manipulativo con el cual se puede experimentar, lo que podríamos llamar interacción inicial; a medida que los educandos interactúan con dicho



material concreto se va generando el descubrimiento de algunos patrones o regularidades que finalmente plasmarán en una representación, bien sea matemática o gráfica.

Estas tres etapas les permitirá aproximarse intuitivamente en las ideas básicas de la probabilidad y las tablas de frecuencia, ya que las herramientas con las que se abordan dichos temas provienen de su contexto familiar, social, educativo, etc, si en el aula de clase los conceptos nombrados anteriormente parten de situaciones poco familiares o muy abstractas sería más difícil su aprendizaje Ortiz (2001).

Tal como plantean Parcerisa y Rodríguez (2010), debe aprovecharse el entorno del educando para crear situaciones que lo lleven a comprender el mundo del azar, para que el material de trabajo en aula se centre en la experimentación con material concreto como dados, monedas, cartas, pelotas, etc. En esta misma línea, Van de Walle et al (2013) afirma que la utilización de datos como edad, estatura, peso, entre otros, ayuda al estudiante a trabajar el tema de tablas de frecuencia; en resumidas cuentas, para introducir estos temas es necesario el uso de la lúdica, de esta manera los educandos van adquiriendo la capacidad de analizar lógicamente, de hacer predicciones sobre lo que puede o no ocurrir, de tal manera se vayan forjando las concepciones realizadas por los alumnos sobre esos conceptos.

Tomando como base las consideraciones anteriores y lo que plantean los estándares básicos de matemática propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, donde se plantea que los conceptos asociados con la probabilidad, el azar, los experimentos aleatorios y todos los temas relacionados con estos, deben partir de diferentes aspectos relacionados con el



entorno MEN (2006), para esta investigación, se tomará el lanzamiento de dados y monedas para enseñar el tema de probabilidad, para que a través de la lúdica puedan aproximarse de forma intuitiva a algunas ideas básicas de probabilidad, permitiendo un mejor entendimiento de los temas estudiados y así poder hacer uso de las técnicas estadísticas en otras situaciones reales Bález et al (2007).

Por otra parte, para abordar las tablas de frecuencia se toma como base lo estudiado anteriormente, teniendo en cuenta lo que plantea Sáenz (1995), quien dice que no solo basta con dinamizar la enseñanza con lúdica sino que se debe lograr una experiencia de aprendizaje que permita al educando participar activamente de su proceso de formación, por tanto, para este tema se usarán algunas notas obtenidas en la clase de matemáticas, la edad de los estudiantes, entre otros aspectos, los cuales puedan facilitar la familiarización con este tema.



### 4. Metodología de Investigación

#### 4.1 Enfoque y tipo de estudio

Antes de llevar a cabo la Práctica Pedagógica (concerniente a los espacios de práctica de la Licenciatura en Matemática y Física) había ciertos supuestos sobre la enseñanza de la Matemática y la forma como se concebía. Estos supuestos determinaron nuestra labor docente en un principio, pero se vieron drásticamente permeados por otro tipo de reflexiones sobre las condiciones físicas en que se encuentra el estudiante, si tiene hambre, si está cansado porque su jornada es muy extensa, si tiene sueño, calor, si está triste; es decir si está en condiciones de participar o de ayudar a construir su conocimiento. Todas estas reflexiones hacen parte de este trabajo de investigación. El objetivo es diseñar actividades de enseñanza de la Matemática que pueda ser útil en contextos con condiciones desfavorables como las mencionadas y en esta medida el choque entre lo que creíamos y lo que encontramos es objeto de análisis. Como lo argumentamos en el marco conceptual la concepción de Matemática de un docente determina su forma de enseñar. Así mismo la Lúdica como estrategia queda supeditada al interés y amor que el docente tenga por su práctica. Como este trabajo ha implicado principalmente una transformación en nuestra concepción de Matemática y Enseñanza de la Matemática, consideramos pertinente se desarrolle desde una perspectiva autobiográfica.

Por lo anterior y por la interacción, el contexto y las condiciones del estudiante; es que contrastaron los supuestos que teníamos antes y que efectivamente se dan en los contextos de enseñanza. Esta confrontación se da exclusivamente en el profesor, por tal motivo la



autobiografía resulta ser una herramienta que permite narrar ese contraste, ese cambio de perspectivas y experiencias vividas que ayudan a que se cambien las relaciones que el sujeto tiene consigo mismo. Así la investigación con enfoque autobiográfico valida este tipo de estudio ya que de algún modo indaga sobre problemáticas de enseñanza y plantea soluciones desde la historia de vida del maestro.

La autobiografía que vamos a utilizar en este trabajo es sobre nosotros, sobre los cambios que hemos tenido a lo largo de nuestras vidas en relación a nuestra percepción de Matemática. Se trata de una narración y construcción que transforme nuestra vida, y quizás las de los lectores a los que les puedan ser útil, adicionalmente se pretende entrelazar la experiencia y la reflexión sobre el aprendizaje y enseñanza de la Matemática de una forma lúdica.

De acuerdo con López (2007) “se debe decidir si su autobiografía la construye sola, contrastándola con la persona que la acompaña o si la construye desde la interacción colectiva de un grupo, cuyos miembros desarrollan también sus autobiografías personales o colectivas” (p.16). En la propuesta de análisis de este trabajo se van a realizar autobiografías de manera individual, también se van a construir desde la interacción colectiva de ambos investigadores, donde se puedan identificar los cambios de perspectivas y las reflexiones del desarrollo de las diversas actividades.

Estas autobiografías dan cuenta de nuestras reflexiones y cambios de percepción, evidencian nuestras falencias y fortaleces en la labor docente. Estas pueden convertirse en un



soporte importante para la reconstrucción de la memoria pedagógica y educativa que podría servir de ayuda a las actuales y futuras generaciones de maestros, al mismo tiempo podría tomarse como un recurso de formación que supone una toma de conciencia de unos hechos, de experiencias que nos permitan reflexionar, buscar vías de explicación ante nuestra manera de enseñar y ante nuestro papel como maestros (Páez, Gómez y García, 2008). La autobiografía es una herramienta en la enseñanza que los docentes deberían adoptar porque permite mejorar deficiencias en sus formas de construir conocimiento, adicionalmente pondrían a disposición del gremio información que ayuda al mejoramiento y renovación de la educación.

El enfoque de este trabajo se encuentra inmerso en la investigación cualitativa porque por medio del desarrollo de esta estrategia se quiere mirar los cambios de percepción que tenemos frente a la concepción de matemática y su relación con la enseñanza. El enfoque cualitativo puede pensarse como un conjunto de prácticas interpretativas que permiten que se visibilice al mundo, convirtiéndolo y cambiándolo en una cadena de representaciones realizadas en forma de análisis, anotaciones, grabaciones y escritos, por lo que las investigaciones cualitativas permiten que se vincule la reflexión tanto del investigador como de los participantes (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2006). Aunque el trabajo no contiene análisis y reflexiones de los estudiantes, las actividades desarrolladas con ellos sirven para reestructurar nuestra concepción de la Matemática en el contexto de la enseñanza.



### 4.2 Contexto de la investigación

La presente investigación tiene lugar en dos contextos educativos. La Institución Educativa Normal Superior de Medellín y la institución educativa Alfonso Londoño Martínez.

La Institución Educativa Normal Superior de Medellín está situada en la zona centro oriental de la ciudad, en la comuna 8, Villa Hermosa. Esta institución atiende las necesidades educativas de este sector y los barrios aledaños a éste (Manrique, la candelaria y buenos aires). Pese a que este sector de la ciudad ha sufrido múltiples problemáticas sociales relacionadas con el conflicto armado; en general los estudiantes que frecuentan la institución se les evidencian una amplia formación en valores, lo cual favorece la misión educativa de esta institución. “Formadora de maestros y maestras con competencias académicas, pedagógicas e investigativa, desde el nivel preescolar hasta el programa de formación complementaria, mediante la estrategia de núcleos disciplinares que integran la pedagogía y la didáctica con el saber específico” (Inst. Edu. Normal superior de medellin, 2018)

Tomaremos como muestra al grado octavo, porque es allí donde se está realizando la respectiva practica pedagógica. Actualmente la Normal Superior es una de las pocas instituciones de Medellín en la cual se está implementando la jornada única, jornada que se extiende desde las 7 am hasta las 4 pm. Con respecto a la forma de trabajo tenemos que debe existir una congruencia en la temática trabajada por todos los profesores en el periodo académico; además como fuente de apoyo existe un libro guía que deberá ser utilizado por los docentes de cada área.



La institución Alfonso Londoño Martínez está situada en el noroccidente del municipio de Copacabana, Vereda Zarzal Curazao. Esta institución atiende estudiantes de todo el sector occidental por ser la única ubicada en esta área.

Tomaremos como muestra a tres grupos de la básica primaria, tercero, cuarto y quinto, porque son grupos a los que se les podría adaptar el tema de factorización aritmética y así poder contribuir al capítulo de hallazgos de una manera reflexiva, complementando la práctica pedagógica realizada en el grado octavo. El colegio Alfonso Londoño Martínez es una institución privada que tiene un horario de 6:50am a 3:00 pm, la forma de trabajo de la institución es por desempeños, los estudiantes no manejan libros, se trabaja de una manera en la que se les permite a ellos explorar, crear y opinar con respecto a su proceso de enseñanza.

### **4.3 Propuesta de intervención y elaboración de registros**

La propuesta de talleres y clases desarrolladas en el contexto de práctica constituyen una técnica de producción de datos porque en la interacción con los estudiantes surgen reflexiones que nutren la biografía del maestro. Esta propuesta tiene como propósito diseñar actividades de enseñanza a partir de un proceso epistémico y lúdico, que ayuden a desarrollar habilidades del pensamiento lógico y creativo para mejorar el rendimiento académico en el área de Matemática. A continuación, se describen las actividades desarrolladas cronológicamente junto con algunas características de su desarrollo.



#### **4.3.1 Talleres y actividades de clase**

##### **Grado octavo**

Para lograr el objetivo planteado en este trabajo se llevarán a cabo una serie de actividades apoyadas principalmente en los siguientes temas seleccionados para el grado octavo: Factorización y probabilidad. Dichos temas fueron seleccionados no solo por la relevancia que tienen en este grado, sino por su amplia importancia en el campo de la matemática en general.

El trabajo en el grado octavo está realizado en dos fases: En la primera fase se abordará las principales reglas que existen para factorizar una expresión aritmética y algebraica; para ello se construirá el concepto de factorización y se deducirán las principales reglas de factorización, con ayuda del algebra geométrica. En la segunda fase se construirá el concepto de probabilidad y se estudiará los fenómenos probabilísticos por medio de la elaboración y el análisis de tablas de frecuencia. Los resultados de esta información serán socializados por los investigadores para sacar conclusiones que sean comunes a las diferentes temáticas.

La propuesta está representada por una serie de actividades aplicadas en diferentes clases que se presentan en las Tablas 1 y 2; estas actividades están enfocadas a la enseñanza de la factorización. Pero este tema es una esquematización como tal, ya que según lo aprendido en el proceso de investigación del presente trabajo, consideramos que dicha propuesta se puede aplicar a cada uno de los temas que se presentan en el grado octavo. Y aunque es lógico



que dependiendo del tema tratado habrá ciertas modificaciones, porque son temas diferentes a enseñar; las características metodológicas de cada clase permanecerán sin variar.

**Tabla 1** Relación del número de clases y tema de Factorización G8

Clase	Característica
<b>I:</b> Construcción de cuadriláteros y deducción de sus áreas, dado unos productos de factores	<p>En esta sección se les presentará el material didáctico explicando qué representa cada ficha geométrica y que valor se le asignaría a cada una. Posteriormente se crearán grupos de trabajo que tengan un tope máximo de cuatro estudiantes (Este número de estudiantes se debe a la alta densidad de alumnos que posee la institución) y se les hará entrega del material geométrico, haciendo énfasis en el sentido de la responsabilidad; por lo cual se debe realizar un inventario de todo lo entregado. (Anexo A)</p> <p>Se especificará en el tablero como se utilizan las fichas geométricas para representar los diversos polinomios con que trabajaremos y cómo haremos para obtener el resultado de la multiplicación de un polinomio por medio de la geometría. Además se les aclarará la fórmula para hallar el área de un cuadrilátero, mostrándoles que los productos de los lados del cuadrilátero, corresponden a la suma de las áreas de cada figura que conforma el cuadrilátero superior. El trabajo que deberán realizar en esta sesión consistirá en empezar a representar geoméricamente el producto entre dos factores algebraicos (producto de los lados del cuadrilátero), determinando con esto qué expresión sería la que representaría el área de dicha figura.</p>



Clase	Característica
<p><b>2:</b> Construcción de cuadriláteros y deducción de sus áreas, dado unos productos de factores</p>	<p>En esta sección se continuará con la actividad anterior en donde deberán representar geoméricamente el producto entre dos monomios y además determinar qué expresión sería la que representaría el área de dicha figura; pero esta vez se les hará énfasis en que la expresión que representa el área es el resultado de multiplicar el producto de dos polinomios algebraicos (esto se podía constatar aplicando la propiedad distributiva entre el producto de factores). Todo este trabajo estará entrelazado con el realizado en la primera sesión, pues consideramos que es necesario retroalimentar lo que se va aprendiendo.</p>
<p><b>3:</b> Dado el cuadrilátero, deducir las áreas y el producto de los lados del cuadrilátero</p>	<p>Se cambiará un poco el objetivo de la actividad, aunque afianzando aspectos similares, ya que es necesario reforzar lo aprendido hasta este instante.</p> <p>Anteriormente se les indicaba en el tablero el producto de polinomios que debían resolver y ellos debían representar geoméricamente dicho polinomio y con este determinar el área que le corresponde al cuadrilátero formado, dando a su vez la solución del producto inicial. En esta sección se les dará el cuadrilátero geométrico ya conformado y ellos deberán hallar el producto de factores correspondiente (producto de los lados del cuadrilátero) y además deberán determinar nuevamente el área del cuadrilátero inicial (esta área es conformada por las sumas de cada figura geométrica).</p>



Clase	Característica
<b>4:</b> Deducción del concepto de factorización y relación de las áreas geométricas con las áreas numéricas	Para esta sección se planeará el uso de las Tics, utilizando diapositivas para recrear de una forma diferente el trabajo realizado en las álgebras geométricas pero esta vez se relacionarán con números, de esta forma se pretende afianzar una vez más el hecho que lo trabajado hasta el momento hace referencia al área y a la forma de factorizar dichas áreas en una expresión equivalente. (AnexoB)
<b>5:</b> Resta de polinomios geométricos y creación geométrica de áreas numéricas	<p>Se iniciará la clase con una reflexión: Culpable o inocente (Anexo C)</p> <p>Hasta el momento se han representado geoméricamente polinomios que poseen todas sus componentes algebraicas positivas. En esta sesión se representará geoméricamente expresiones algebraicas con componente negativas; determinando de esta forma su correspondiente producto factorial. Este tipo de representaciones se realiza con ayuda de una recta que separa las figuras que representan la componente positiva del polinomio y las figuras que representan las componentes negativas del mismo. (Anexo D)</p> <p>Además, se determinará el valor del área de los cuadriláteros, asignándole un valor numérico a la variable X que normalmente se tiene como incógnita. Se realizará el proceso inverso, es decir se les dirá que deben elaborar cuadriláteros que tengan un área específica. De esta forma los estudiantes no sólo afianzan más su conocimiento, sino que potenciarán el razonamiento lógico.</p>



Clase	Característica
<b>6:</b> Examen de factorización de figuras geométricas	(Anexo E)
<b>7:</b> Enseñanza factor común	Esta clase se realizará de forma didáctica mostrando las figuras geométricas, sus áreas y su descomposición factorial, por medio del video beam. Pero esta vez no centraremos nuestra atención en las figuras geométricas, esta vez le daremos prioridad a la descomposición factorial, ya que al mirar varios polinomios factorizados ellos podrán deducir los pasos a seguir para poder factorizar una expresión que posea un factor común. (Anexo F)
<b>8:</b> Enseñanza diferencia de cuadrado y trinomio de la forma (clase concurso)	Se realizará una clase magistral con énfasis en la deducción de los patrones o reglas que se deben seguir para poder factorizar diferencias de cuadrados y trinomios de la forma $x^2+bx+c$ . Lo interesante de esta clase es que se desarrollará con base a concurso de preguntas en donde si las contestan correctamente se estimulará al ganador con algún tipo de dulces o de forma monetaria.
<b>9:</b> Reglas de factorización: Trinomio de la forma $ax^2+bx+c$	Se realizará una clase magistral con énfasis en la deducción de los patrones o reglas que se deben seguir para poder factorizar trinomios de la forma $ax^2+bx+c$ . Lo interesante de esta clase es que se desarrollará con base a concurso de preguntas en donde si las contestan correctamente se estimulará al ganador con algún tipo de dulces o de forma monetaria.



<p><b>10:</b> Diferenciación de casos de factorización</p>	<p>En esta sesión se trabajarán ejercicios centrados en la distinción de los casos de factorización, pues de nada sirve saber cómo se factorizan las expresiones, pero no distinguir qué caso debo aplicar.</p>
<p><b>11:</b> Taller en grupo</p>	<p>Se realizará un trabajo grupal en el cual deberán factorizar varios tipos de expresiones algebraicas. Para factorizar dicha expresión no será necesario el uso de algebra geométrica ya que factorizar de esta forma puede llevar demasiado tiempo. En este taller se hará énfasis en el trabajo de equipo motivando aquellos estudiantes que tengan mayor facilidad en el área de matemática para que sean líderes en un grupo y le expliquen a aquellos compañeros que presenten dificultades con el tema tratado.</p>
<p><b>11:</b> Examen reglas de factorización</p>	<p>Ya que en el primer examen que se realizará (anexo E) se valorará la concepción de factorización que posean los estudiantes hasta ese momento y además se analizará la forma en cómo factorizan geoméricamente. En esta evaluación solo se valorará la capacidad que posean para darle solución a los distintos casos de factorización; y para esto se les pedirá resolver ejercicios comunes de factorización algebraica</p>

**Tabla 2** Relación del número de clases y tema de Probabilidad G8

clase	Característica
<p><b>1y 2:</b> Taller Probabilístico</p>	<p>Para dar una introducción al tema de probabilidad se les dará las siguientes guías que aparece en el anexo G. Con estas guías se pretende que los estudiantes comprueben que tan probable es obtener el número deseado al lanzar un dado, que tan probable es que se saque una pelota del color</p>



clase	Característica
	deseado cuando se introduce la mano en una bolsa oscura, que contiene múltiples pelotas de varios colores o que tan probable es que salga una de las caras de una moneda.
<b>3:</b> Concepto de probabilidad	Construir una concepción de probabilidad y concientizar a los estudiantes sobre la importancia del análisis de un fenómeno para determinar qué tan probable es que suceda. También se analizará la probabilidad de que ocurra un suceso por medio de diversos juegos, uno de ellos consiste en realizar una apuesta en donde nosotros (profesores) les apostamos a los alumnos que somos capaces de tocar el pupitre primero que algún alumno seleccionado. Lo relevante de esto es que el alumno tendrá la mano a mitad de distancia del pupitre de lo que la tendrá el docente.
<b>4:</b> Construcción y Análisis estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia	Analizar los resultados obtenidos en el taller de la primera clase con el fin de determinar qué tan probable es que ocurra el suceso trabajado. Construir tabla de frecuencia con los datos recopilados en el primer taller de clase.
<b>5:</b> Construcción y Análisis estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia	Recopilar datos que permitan hacer un análisis estadístico y probabilístico contextualizado y además se hará un registro de las estaturas y las edades de los estudiantes con el fin de construir una tabla de frecuencia
<b>6:</b> Construcción y Análisis estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia de datos agrupados	Definir que es una tabla de frecuencia de datos agrupados y cuáles son los componentes que la conforman y finalmente se explicará que es una tabla de frecuencia y cuales elementos la determinan, haciendo uso de conceptos como la distancia entre puntos y la división de magnitudes iguales.
<b>7:</b> Construcción y Análisis	Afianzar las habilidades que posean los estudiantes para la elaboración de



clase	Característica
estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia de datos agrupados	una tabla de frecuencia de datos agrupados y elaborar una tabla de frecuencia con los resultados obtenidos en un examen antes realizado
<b>8:</b> Análisis estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia	Afianzar la habilidad de análisis estadístico y probabilístico de los estudiantes por medio de tablas de frecuencia y finalmente se analizará una tabla de frecuencia que muestra el precio de arriendo de algunas viviendas de la ciudad de Medellín, ejemplo de las preguntas que se realizaran son: 1. ¿Cuántas viviendas tienen un arriendo menor a 1368000? 3. ¿Qué probabilidad tienen una persona de conseguir una vivienda con un precio entre 552000 y 824000, entre 552000 y 1096000? 6. Si una familia solo dispone de 250000\$ para pagar arriendo. ¿A qué porcentaje de las viviendas podrá acceder?
<b>9:</b> Construcción y Análisis estadístico y probabilístico de tablas de frecuencia de datos agrupados	Elaborar y analizar una tabla de frecuencia que dé cuenta de un aspecto de nuestra realidad social y luego se utilizará la información presente en el periódico el colombiano para recopilar datos estadísticos que permitan hacer un análisis de nuestro entorno social.
<b>10:</b> Análisis probabilístico de sucesos reales y construcción e interpretación de tablas de frecuencias de datos agrupados	Evidenciar las habilidades adquiridas por los estudiantes en los temas trabajados por medio de un examen. Anexo I





El trabajo en los grados tercero, cuarto y quinto se abordará los temas de factorización aritmética en una serie de clase que se relacionan en las Tablas 3 y 4,

**Tabla 3** Relación del número de clases y temade Factorización aritmética G3

Clase	Característica
1:Identificando rectángulos y tomando medidas en el entorno (03/04/18)	Se realizará un recorrido con los estudiantes por las instalaciones de la institución para identificar diferentes espacios que tengan forma rectangular, luego se les propondrá tomar medidas del aula de clase, la cancha polideportiva y el auditorio, con el fin que de aprender a tomar medidas y adicionalmente introducirlos en el desarrollo de las demás actividades.
2:Hallando perímetros(04/04/18)	Apoyándonos en las medidas obtenidas en el trabajo de campo, se les explicará a los estudiantes el concepto de perímetro para que además de identificar la figura geométrica, sumen las medidas, calculen y comprendan como obtener el perímetro de los espacios medidos.
3: Calculando el área(05/04/18)	Después de que los estudiantes hayan reconocido e identificado las medidas de todos los lados de los diferentes rectángulos, se les explicará el concepto de área del rectángulo y se les pedirá que calculen las áreas de los espacios medidos.
4: Cálculo de área geométrica por	Se conformarán 5 equipos de tres estudiantes cada uno, a



Clase	Característica
<p>adición y diferencia de factores(06/04/18)</p>	<p>los que se les entregará un material concreto que consiste en un cuadrado que esta fraccionado en 5 rectángulos que tienen diferentes medidas, adicionalmente se les entregará los 5 rectángulos que conforman el cuadrado de forma individual, los cuales tienen diferentes colores y las medidas de sus lados.</p> <p>Los estudiantes deberán calcular las áreas de cada uno de los cuadriláteros e irán ubicando cada figura calculada en el cuadrado a modo de rompecabezas, cuando completen la actividad deberán sumar todas las áreas calculadas para así determinar el área del cuadrado, adicionalmente calcularán la longitud de los lados del cuadrado para determinar el área del cuadrado y verificar que esta área coincide con el área calculada por la suma de los factores que componen el cuadrado.</p> <p>Ya calculada el área del cuadrado se les pedirá a los estudiantes que determinen el área sombreada de una figura interna del cuadrado compuesta por dos rectángulos. El procedimiento consiste en determinar dicha área como la diferencia del área del cuadrado y las áreas de los rectángulos no sombreados.</p>

**Tabla 4** Relación del número de clases y tema de Factorización aritmética G45

Clase	Característica
<p>1: Cálculo de área geométrica por</p>	<p>Se conformarán 5 equipos de tres estudiantes cada</p>



Clase	Característica
adición y diferencia de factores(02/04/18), (03/04/18) y (06/04/18)	<p>uno, a los que se les entregará un material concreto que consiste en un cuadrado que esta fraccionado en 5 rectángulos que tienen diferentes medidas, adicionalmente se les entregará los 5 rectángulos que conforman el cuadrado de forma individual, los cuales tienen diferentes colores y las medidas de sus lados.</p> <p>Los estudiantes deberán calcular las áreas de cada uno de los cuadriláteros e irán ubicando cada figura calculada en el cuadrado a modo de rompecabezas, cuando completen la actividad deberán sumar todas las áreas calculadas para así determinar el área del cuadrado, adicionalmente calcularán la longitud de los lados del cuadrado para determinar el área del cuadrado y verificar que esta área coincide con el área calculada por la suma de los factores que componen el cuadrado.</p> <p>Ya calculada el área del cuadrado se les pedirá a los estudiantes que determinen el área sombreada de una figura interna del cuadrado compuesta por dos rectángulos. El procedimiento consiste en determinar dicha área como la diferencia del área del cuadrado y las áreas de los rectángulos no sombreados.</p> <p>Finalmente se realizará un taller final conformado por tres puntos en los que se hace énfasis en la relación que</p>



Clase	Característica
	hay entre los factores de un número y los lados de un rectángulo para fortalecer la idea de representación geométrica.(anexo J)

#### **4.3.2 Otras técnicas de producción de datos**

Aparte de las actividades de la propuesta de enseñanza, haremos uso de diarios pedagógicos en los cuales se registran nuestras actividades de enseñanza, nuestra concepción de Matemática que nos servirá para reflexionar sobre los cambios que hemos tenido y, las entrevistas registradas en audios que sirvieron como elementos para la interpretación del trabajo.

La concepción de matemática la usamos para el análisis de resultados, con el fin de comparar experiencias, ver los cambios en nuestro actuar como docentes, en la manera como diseñamos nuestras actividades y en la forma que nos relacionamos con el contexto de enseñanza.

La entrevista se realizó en los grupos tercero, cuarto y quinto al finalizar la propuesta el día 06 de Abril del 2018, con el objetivo de enriquecer nuestro trabajo y de reflexionar sobre la forma en que estamos realizando nuestro proceso de enseñanza. Se formularon dos preguntas: ¿Qué es para ustedes la Matemática? Y ¿Qué piensan de la experiencia de trabajar con material concreto y de participar activamente en el desarrollo las temáticas de clase? En la realización de la entrevista, se utilizó la grabadora de audio para almacenar la información,



luego se escuchó con el fin de analizar que generaba las respuestas de ellos en nosotros, tanto en nuestra concepción de Matemática, cómo en la forma en que estábamos llevando a cabo la estrategia de enseñanza. Es importante tener presente que para la entrevista, los registros fotográficos que, se solicitó la autorización de los estudiantes y acudientes que participaron en las actividades bajo un documento llamado protocolo ético (Anexos M y N), de todas formas los nombres de los estudiantes fueron cambiados y se utilizaron seudónimos por comodidad y respeto.

En el diario pedagógico realizamos anotaciones y tomamos registros al momento de interactuar con los estudiantes en nuestra práctica y al reflexionar fuera de ella, con el fin de comparar las experiencias al planear las actividades y al implementarlas en relación a nuestros cambios de percepción con relación a la Matemática.

#### **4.4 Análisis e Interpretación**

Los registros obtenidos en el desarrollo de esta propuesta son las planeaciones, diseño de exámenes, diseño de talleres, nuestra concepción de Matemática, audios que contienen los diarios pedagógicos y las entrevistas. Inicialmente, los audios de las entrevistas y los diarios pedagógicos se escucharon y se reagruparon por temas contenidos en los indicios, con el fin de extraer frases, opiniones, reflexiones y conceptos que servían para el desarrollo de nuestro análisis. A continuación, se realizó la selección de las unidades de análisis y la categorización de fotos, párrafos e ideas. Finalizando se realizaron dos escritos autobiográficos, uno para la básica primaria desde la mirada de la profesora María Teresa Llano y otro en el grado octavo desde la mirada del profesor Carlos Mauricio Tejada, en los que se plantean



cuestionamientos, cambios y transformaciones apoyado en el marco conceptual y orientado al proceso de interpretación y triangulación de la información.

**4.4.1 Criterios de selección de unidades y clasificación de enunciados**

Después de tener los registros escritos, las unidades de análisis se desarrollaron como descripciones densas en donde las reflexiones de los investigadores estaban orientadas hacia los beneficios y ventajas de la utilización del material lúdico en el aula de clase, la participación activa de los estudiantes en la construcción de su conocimiento y el aprendizaje e interiorización de los conceptos matemáticos. Todas las actividades en donde hacían presencia estos elementos eran objeto de un análisis autobiográfico por parte de los investigadores. Estas unidades de análisis contienen narraciones independientes de los dos investigadores por estar en contextos diferentes, pero es importante tener presente que se compartieron experiencias de donde se construyeron narraciones que tenían características comunes en los dos contextos.

El criterio para la selección era principalmente que las unidades de análisis tuviesen alguna de las estructuras mencionadas anteriormente y ligadas directamente con el marco teórico. Para esto nos apoyamos en los indicios construidos para cada subcategoría. La tabla con las categorías, subcategorías e indicios que nos permitieron realizar la selección de las unidades de análisis se muestra a continuación:

**Tabla 5** Categoría de análisis

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS
------------	---------------	----------



CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS
Concepción de Matemática y su enseñanza	¿Qué es la Matemática?	Define un significado particular de matemática.
		Describe formas de significar la matemática a partir de la experiencia de otros.
		Transforma concepciones de matemática a partir de sus actividades de enseñanza.
		Evidencia su concepción de matemática en las actividades de enseñanza que propone.
	La enseñanza de las Matemática y su carácter lúdico	Diseña o utiliza material lúdico para sus actividades de enseñanza.
		Identifica percepciones asociadas al uso de material lúdico relacionadas con el contexto de enseñanza.
		Describe las ventajas del uso del material lúdico en contextos particulares.
		Define objetivos de enseñanza para el uso



CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS
		de la lúdica en las actividades de clase.
		Conecta el uso del material lúdico con conocimientos matemáticos específicos.
		Realiza operaciones con el álgebra geométrica que permiten comprender la factorización con el cálculo del área de un rectángulo y sus lados.
		Construye preguntas sobre la factorización como producto aritmético y algebraico.
	La Factorización como producto aritmético y algebraico	Propone formas adicionales de comprender los procesos asociados a la factorización a partir de las respuestas de sus estudiantes.
		Muestra la relación entre el producto aritmético y el producto algebraico.
Algunos apuntes sobre Factorización y estadística descriptiva		Reflexiona sobre alternativas de enseñanza de contenidos conectados con la factorización a partir de la participación de sus estudiantes en las





CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS
		distintas actividades.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Propone y analiza experimentos aleatorios con ayuda de material lúdico.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Asocia la construcción de tablas de frecuencia con el análisis de experimentos aleatorios.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Construye fenómenos probabilísticos con base en su contexto.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Determina la frecuencia o la probabilidad de que ocurra un fenómeno a partir del análisis estadístico.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Reflexiona sobre alternativas de enseñanza de la probabilidad y la probabilidad desde de la participación de sus estudiantes en las distintas actividades.
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Realiza un análisis crítico de su contexto a partir del conocimiento de probabilidad y



CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS
		estadística construido en las actividades de enseñanza.

**Tabla 6** Ejemplo de cuadro de análisis G8

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS	PLANEACIONES
Concepción de Matemática y su enseñanza	¿Qué es la matemática?	Transforma concepciones de matemática a partir de sus actividades de enseñanza.	
		Evidencia su concepción de matemática en las actividades de enseñanza que propone.	
	La enseñanza de la matemática y su carácter lúdico	Describe las ventajas del uso del material lúdico en contextos particulares.	Los estudiantes manifiestan una mayor empatía con la metodología de la clase y las reflexiones realizadas en ella.  Valentina Ramírez: "Las clases me han parecido chéveres ya que no se una la misma metodología de siempre, se está aprendiendo más gracias a eso cubitos y a las buenas explicaciones también me dan gusto las adivinanzas y reflexiones".(audios)
Algunos apuntes sobre Factorización y Estadística Descriptiva	La Factorización como producto aritmético y algebraico	Realiza operaciones con el álgebra geométrica que permiten comprender la factorización con el cálculo del área de un rectángulo y los lados.	En este esquema trabajado en clase se mostró como se deduce las reglas básicas para factorizar una expresión algebraica por medio de la factorización de las áreas geométricas
		Construye preguntas sobre la factorización como producto aritmético y algebraico.	Esta pregunta se elaboró con el objetivo de mostrar la equivalencia que existe en el momento de factorizar una expresión algebraica y una aritmética
	Los experimentos aleatorios y su descripción estadística	Propone y analiza experimentos aleatorios con ayuda de material lúdico.	Taller Dados



CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS	PLANEACIONES
		Determina la frecuencia o la probabilidad de que ocurra un fenómeno a partir del análisis estadístico.	Un desastre afecta a 27000 personas de la ciudad de Medellín y en esta ciudad hay 2500000 ¿Cuál es la probabilidad de que mi amigo y yo salgamos afectados?

**Tabla 7** Ejemplo de cuadro de análisis BP

CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS	PLANEACIONES
Concepción de Matemática y su enseñanza	¿Qué es la matemática?	Transforma concepciones de matemática a partir de sus actividades de enseñanza.	Se realizará un recorrido con los estudiantes por las instalaciones de la institución para identificar diferentes espacios que tengan forma rectangular (Tabla 3, 2018)
		Evidencia su concepción de matemática en las actividades de enseñanza que propone.	
	La enseñanza de las matemática y su carácter lúdico	Describe las ventajas del uso del material lúdico en contextos particulares.	Con las medidas obtenidas en el trabajo de campo, se les explicará a los estudiantes el concepto de perímetro y caminando se realizará el recorrido por el perímetro de todos los espacios medidos. (Tabla 3, 2018)
Algunos apuntes sobre Factorización y Estadística Descriptiva	La Factorización como producto aritmético y algebraico	Realiza operaciones con el álgebra geométrica que permiten comprender la factorización con el cálculo del área de un rectángulo y los lados.	Los estudiantes deberán calcular las áreas de cada uno de los cuadriláteros e irán ubicando cada figura calculada en el cuadrado a modo de



CATEGORÍA	SUBCATEGORÍAS	INDICIOS	PLANEACIONES
			rompecabezas. Cuando completen la actividad deberán sumar todas las áreas calculadas para así determinar el área del cuadrado, adicionalmente calcularán la longitud de los lados del cuadrado para determinar el área del cuadrado y verificar que esta área coincide con el área calculada por la suma de los factores que componen el cuadrado. (tabla 3, 2018)

#### 4.4.2 Interpretación y triangulación

La forma en que se realizó la selección y clasificación de las unidades de análisis presentadas en las tablas 6 y 7, fue construida mediante las categorías diseñadas en el marco teórico y la parte de la metodología mediante la descripción densa.

Para la categoría “Concepción de Matemática y su enseñanza” se interpretaron los enunciados que corresponden a descripciones densas sobre ¿Qué es la Matemática? y la enseñanza de la Matemática y su carácter lúdico. Se desarrollaron las unidades de análisis mediante un estudio de nuestras percepciones de Matemática y nuestra experiencia en cuanto a la enseñanza de la Matemática de una forma lúdica. Se identificaron y organizaron enunciados que permiten describir, transformar y evidenciar nuestra concepción de Matemática mediante talleres, planeaciones, entrevistas y evaluaciones.

Para la categoría “Algunos apuntes sobre factorización y estadística descriptiva” se realizó un ejercicio de análisis acerca de la disposición y participación de los estudiantes en



las actividades implementadas para la construcción del concepto de factorización y probabilidad. Para ello se elaboraron actividades con material lúdico mediante el cual se pretendía que el estudiante manipulara cuadrados y rectángulos con los que se encontraban los factores de una expresión algebraica y experimentara con dados y monedas para la construcción de tablas de frecuencia buscando que el estudiante palpase elementos y objetos que le ayudarían a construir y comprender conceptos básicos.

Aunque elementos como la participación de los estudiantes, sus reacciones y apreciaciones en las actividades fueron los insumos para realizar el análisis, nuestra intención era tomar todas esas manifestaciones y hacerlas propias para modelar y mejorar nuestro actuar como docentes, pensar en las actividades que proponemos a diario, para reestructurar nuestra concepción matemática, mejorar el estilo de las clases e identificar el método de enseñanza más conveniente y práctico para la construcción conjunta de conocimiento con los estudiantes. Es por esto que la interpretación de las unidades de análisis de las respectivas categorías se da desde una posición autobiográfica que cuestiona nuestra labor docente.

Entendiendo por “proceso de triangulación hermenéutica” la acción de reunión y cruce dialéctico de toda la información pertinente al objeto de estudio surgida en una investigación por medio de los instrumentos correspondientes, y que en esencia constituye el corpus de resultados de la investigación. (Cisterna, 2005, p.68)

La triangulación realizada en este trabajo de investigación se relaciona con la triangulación hermenéutica porque busca analizar la información y al mismo tiempo generar reflexión en nosotros. En esta investigación se dieron tres niveles de triangulación:



triangulación con el marco teórico, triangulación de la información entre estamentos y la triangulación entre las diversas fuentes de información.

Es natural utilizar en una investigación cualitativa más de un instrumento con el objetivo de recoger la mayor información posible (Cisterna, 2005). La triangulación entre las diversas fuentes de información se dio porque se establecieron diferentes instrumentos que permitieran la construcción de los registros, en nuestro caso tenemos las planeaciones, los talleres, el diario pedagógico y las entrevistas. La triangulación esta sistematizada en las tablas N° 5 y 6 (cuadro de selección de unidades de análisis)

La triangulación con el marco teórico se desarrolló prácticamente de forma obligatoria porque al ser este un trabajo autobiográfico, habíamos elaborado un desarrollo de las temáticas que nos permitían construir las actividades de clase, y por tanto, las comparaciones entre el trabajo de campo y propuestas contenidas en el marco teórico eran un elemento esencial para la construcción de resultados.

“La triangulación interestamental es la que permite establecer relaciones de comparación entre los sujetos indagados en tanto actores situados, en función de los diversos tópicosinterrogados...” (Cisterna, 2005, p.69). En este trabajo la triangulación entre estamentos se desarrolló a partir de la apropiación por parte de los investigadores de los comportamientos y apreciaciones de los estudiantes en el desarrollo de las actividades para cuestionar el resultado, efectividad del método de enseñanza y para contemplar la posibilidad de implementar cambios y herramientas que permitan incluir de forma satisfactoria la mayor cantidad de estudiantes posibles. No se trataba de analizar el avance intelectual de los

estudiantes sino más bien evaluar si la propuesta docente lograba cautivar al estudiante y lo motivaba a participar de forma alegre, desprevenida y activa en la construcción de su conocimiento.



**Figura 1** Línea de tiempo de la investigación y construcción de datos

#### 4.4.3 Convenciones de sistematización

La sistematización para esta investigación se dio con el análisis de los audios y la organización de los registros escritos de los talleres, concepción de Matemática y planeaciones; a continuación, se presentan las siglas usadas en este trabajo.

- G3 = grado tercero de primaria
- G45 = grado cuarto y quinto de primaria
- BP = básica primaria



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

- G8=grado octavo
- CM= Carlos Mauricio
- MT= María Teresa



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3





### 5. Hallazgos

El análisis aquí plasmado corresponde al proceso de formación que hemos tenido como docentes; este proceso lo enfatizamos principalmente en el trabajo realizado en nuestra práctica pedagógica, pero también tiene en cuenta las experiencias personales que de una u otra forma han contribuido a nuestra formación profesional. Como fuente de análisis tenemos los instrumentos mostrados en la tabla de categorías, aunque cabe mencionar que se resaltaron aquellos datos que fuesen más relevantes para lograr el objetivo de nuestra investigación.

A continuación, aparece un análisis de forma autobiográfica como interpretaciones de la propuesta de intervención desarrollada para esta investigación. Cada una de ellas se desenvuelve desde las categorías esbozadas en el marco teórico. En la primera categoría desarrollamos ideas sobre la conexión entre “concepción de matemática” y enseñanza de las matemáticas. Adicionalmente, discutimos algunos planteamientos sobre la lúdica como estrategia de enseñanza. En la segunda categoría consideramos algunos aspectos disciplinares sobre factorización y probabilidad.

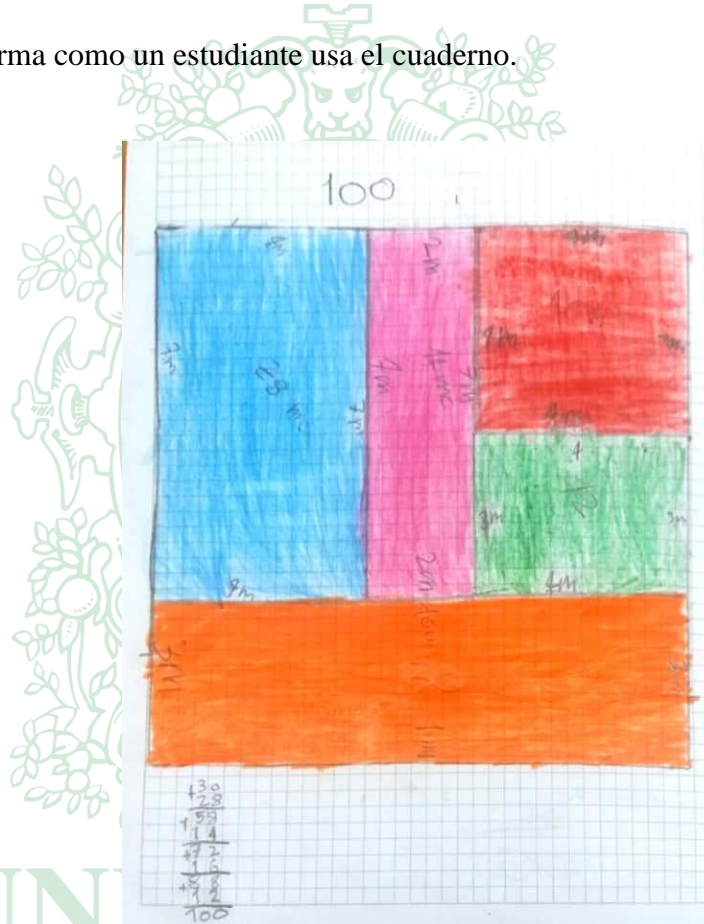
#### 5.1 Ideas sobre la Matemática, la lúdica y el rol docente, *María Teresa Llano*

##### 5.1.1 Mi concepción de Matemáticas

Dentro de la concepción de Matemática y su enseñanza es importante indagar sobre ¿Qué es la Matemática? ¿Cómo esta definición se muestra en mi práctica pedagógica? En el desarrollo de la actividad de suma aritmética de áreas de los cuadriláteros del grado cuarto, en



donde se le entregó material didáctico, el estudiante Juan Esteban siente la necesidad de plasmar en el cuaderno un gráfico que representa las fichas del material lúdico que se le entregó. Esto me hace pensar en la relación entre la concepción de matemática del maestro y su relación con la forma como un estudiante usa el cuaderno.



**Figura 2** Transcripción al cuaderno del material entregado BP

Aunque podría pensarse que la imagen no se conecta directamente con lo que es la matemática, esta actividad generó muchísimos cuestionamientos sobre mi forma de definirla. Ese deseo de Juan Esteban en esta situación me hizo pensar que los docentes vemos la Matemática como un conocimiento que se construye a través de un tablero. Es decir, el



docente lleva sus temáticas al aula de clase, las explica, escribe en el tablero definiciones, conceptos, ejemplos y ejercicios para que los estudiantes lleven esa información a sus cuadernos. Cuando Juan Esteban desea dibujar las fichas me hace pensar que normalmente los docentes pensamos que todos los objetos de enseñanza deben transcribirse en el cuaderno con detalle y paso a paso.

Más aun, en el texto que construí sobre mi concepción de matemáticas pude evidenciar una forma de pensar conectada con la anterior afirmación.

*“Las Matemáticas exigen un paso a paso para la solución de ejercicios, te exige ser ordenado, te ayuda a manejar secuencias lógicas y a enlazar resultados.”* [...] (Concepción de Matemáticas, María Teresa Llano).

Esta era la definición que les daba a las Matemáticas cuando era estudiante de secundaria. Este tipo de pensamiento hacía que sintiera temor al trabajar con material lúdico. Al respecto tuve una experiencia negativa cuando en una actividad había la necesidad de trabajar con sólidos geométricos, esa clase para mí fue aburrida y compleja, ya que esta actividad se apartaba de la forma mecánica en la que siempre había trabajado.

En la misma línea de pensamiento, en mi diario pedagógico registre una discusión conceptual que se presentó entre dos estudiantes del grado quinto en la actividad de suma de áreas geométricas, que es la siguiente:

Oscar le decía a Eugenia que el área de un cuadrado era  $100 \text{ m}^2$  y Eugenia decía que el área del cuadrado era  $40 \text{ m}^2$  porque cada lado del cuadrado tenía como medida 10 m. De donde identifique que se existía una confusión de dos conceptos que son propiedades geométricas del



rectángulo, figura que estábamos desarrollando en clase. Esto lo pude confirmar cuando observé en la siguiente parte de mi planeación.

### Grado cuarto y quinto

PRIMERA SESIÓN: 19/03/2018 (2 HORAS)

#### Actividad 1: Cálculo de área geométrica por adición y diferencia de factores

**Propósito de la actividad:** Se conformarán 5 equipos de tres estudiantes cada uno, a los que se les entregará un material concreto que consiste en un cuadrado que está fraccionado en 5 rectángulos que tienen diferentes medidas, adicionalmente se les entregará los 5 rectángulos que conforman el cuadrado de forma individual, los cuales tienen diferentes colores y las medidas de sus lados.

Los estudiantes deberán calcular las áreas de cada uno de los cuadriláteros e irán ubicando cada figura calculada en el cuadrado a modo de rompecabezas, cuando completen la actividad deberán sumar todas las áreas calculadas para así determinar el área del cuadrado, adicionalmente calcularán la longitud de los lados del cuadrado para determinar el área del cuadrado y verificar que esta área coincide con el área calculada por la suma de los factores que componen el cuadrado.

Ya calculada el área del cuadrado se les pedirá a los estudiantes que determinen el área sombreada de una figura interna del cuadrado compuesta por dos rectángulos. El procedimiento consiste en determinar dicha área como la diferencia del área del cuadrado y las áreas de los rectángulos no sombreados.

### Figura 3 Planeación G45

Porque note que mi planeación del grado cuarto y quinto solo estaba enfocada en el tema de área, dejando de lado las conexiones y relaciones que existen entre las medidas, el perímetro y las áreas. Lo anterior me hace reflexionar como docente en relación a las temáticas, y es precisamente que estas no las puedo preparar de forma aislada porque debo tener muy claro cuál es el propósito de la actividad, sin desvincular conceptos que están



relacionados y que les permitirán tener más claridad y orden del conocimiento que se está construyendo.

Lo anterior está relacionado con un apartado de mi concepción de matemática que dice:

*“Cuando un estudiante queda con vacíos en uno o varios temas de Matemáticas va a tener problemas con el aprendizaje de futuras temáticas”* [...] (Concepción de Matemáticas, María Teresa Llano)

Porque me hace considerar que no es suficiente con que prepare con juicio y dedicación mi clase, no es suficiente con que yo desarrolle un tema sin tener presente otras temáticas que están relacionadas con el tema que se va a trabajar en clase y que pueden ser prerrequisito para el entendimiento del mismo, es mi responsabilidad como docente identificar si mis estudiantes manejan con claridad esos temas que son prerrequisitos y de ser necesario implementar un plan de trabajo para nivelarlos.

Adicionalmente como docente reconozco que debo adquirir la habilidad para sortear una situación como esta, que puede presentarse en clase y comúnmente es difícil predecirla en una planeación, porque de no ser así, podría suceder que el estudiante no comprenda la clase y además quede con vacíos que más adelante van a dificultar su proceso de aprendizaje; ahora bien, cuando de forma irresponsable se permite que un estudiante continúe avanzando en la construcción de su conocimiento pero este empieza a acumular vacíos en diferentes temas, el estudiante pierde el gusto por seguir aprendiendo porque se le hace más difícil entender.

Considero que las matemáticas son como un edificio que se construye poco a poco y en el cual todos sus componentes deben estar bien contruidos para que no haya problemas en un



futuro. De otro lado, como docente reconozco mis debilidades y siempre estoy en disposición de fortalecerme y mejorar día a día, pero tengo claro que en la enseñanza de las Matemáticas debe existir una participación activa de los estudiantes; es importante tener presente que es responsabilidad del docente cautivar al estudiante o por lo menos evitar que los estudiantes pierdan la motivación, el entusiasmo o la capacidad de asombro. El profesor puede exigirse y darlo todo de sí, planear muy bien sus clases y hacer uso de todas las herramientas posibles para motivar a los estudiantes, pero si ellos no participan activamente, no se esfuerzan, se hace muy difícil el proceso de aprendizaje. Para ello los primeros que debemos esforzarnos somos nosotros los docentes.

A continuación, muestro algunas de las respuestas a la entrevista realizada a los estudiantes, en particular las siguientes respuestas de estudiantes del grado tercero:

*“La matemática tiene que ver con la geometría porque si vas a calcular un perímetro necesitas de una figura geométrica para poder saber cuánto mide. Si tu vez muy bien un círculo es una figura geométrica, la geometría está en todas partes, entonces como puedes ver no todo es número, un objeto es matemático y no es un número. Lo que más he visto en el mundo es geometría, los techos son geométricos, los cuadernos son geométricos, el pupitre es geométrico”* **Luisa**

*“Hay profesoras que te dice que hay que hacer esto y ya, y así se lo memorizan, entonces en la casa haciendo eso y mirándolo y mirándolo uno no se lo memoriza por qué le parece aburrido. Yo me acuerdo de las clases divertidas, se me quedan grabadas en la mente, que me parecen mucho más importantes y se pueden aprender más fácil. Por ejemplo, en la*



*actividad de las fichas, lo miramos y lo hacemos en nuestra casa con un tablero, con un cuadro se nos hace mucho más fácil aprenderlo y practicarlo"* Clara

Mis estudiantes me llaman a reflexionar sobre asuntos como: ¿qué tan conveniente es seguir en esa vieja escuela donde uno dice que los buenos estudiantes son los que hacen el trabajo sin cuestionarse, y aquellos que realizan una tarea para cumplirle al profesor y obtener una nota? Otro asunto es, ¿qué tan egoísta soy como docente cuando limito a mis estudiantes a que presten atención a la clase que estoy dictando sin considerar que es lo que está pasando por sus mentes? Cuando hice las preguntas a los estudiantes solo quería complementar los elementos de análisis de mi tesis, pero con esas respuestas entiendo que los estudiantes están en capacidad de ayudarme a reorientar mis actividades de enseñanza, por tanto, es importante como docente tratar de hacer una retroalimentación que me permita identificar y analizar que tanto están aprendiendo, que es lo que ellos perciben de la clase, como piensan y visualizan las clases y las matemáticas.

Del mismo modo las respuestas de los siguientes estudiantes del grado tercero de primaria, me permitían cuestionar aún más lo que normalmente es la matemática que les enseño.

*"Para mi matemática es un buen aprendizaje que nos enseña muchas cosas para la universidad y para la vida, por ejemplo, presentar un examen en la universidad y ya uno sepa todo"* Luis



*"La matemática es la forma de restar algo, sumar algo y multiplicar algo. Es hacer operaciones, tiene que ver con los números, me sirve para saber cuánto pago y cuanto me devuelven"* Lucas

*"La matemática es donde aprendemos a suma para poder tener un buen trabajo en la vida y no complicarnos a la hora de tener que hacer una suma"* Juan

Estas respuestas me hacen pensar que definitivamente los estudiantes encuentran en las Matemáticas alguna utilidad, pero mediante esa retroalimentación que uno debe realizar como docente, se pueden encontrar elementos o herramientas que ayudaran al docente a reorientar la enseñanza de forma tal que el estudiante se vuelva más observador, creativo y crítico, a buscar la forma de incluir más estudiantes para que participen y disfruten de ese aprendizaje, para comenzar un proceso que ayude a reducir el gran número de estudiantes que no disfrutan la matemática porque lo ven como una necesidad o una responsabilidad, una obligación que solo los lleva a cumplirle al profesor y a sus padres.

En la etapa de planeación del grupo tercero registré la siguiente actividad:

### **Actividad 1: Identificando rectángulos y tomando medidas en el entorno**

**Propósito:** Se realizará un recorrido con los estudiantes por las instalaciones de la institución para identificar diferentes espacios que tengan forma rectangular, luego se les propondrá tomar medidas del aula de clase, la cancha polideportiva y el auditorio, con el fin de aprender a tomar medidas y adicionalmente introducirlos en el desarrollo de las demás actividades.

1 8 0 3  
**Figura 4** Planeación G3

Dicha actividad me hizo sentir emociones encontradas porque mientras planeaba la actividad, de un lado recordaba las anécdotas relacionadas con la Escuela Peripatética. En





estas historias el filósofo Aristóteles salía acompañado de sus discípulos a dar paseos por el jardín mientras reflexionaban sobre la vida y construían conocimiento. Estos recuerdos que me hacían sentir orgullosa porque de alguna forma estaba imitando al gran filósofo griego y porque sacar a los estudiantes del aula de clase permitiría que se sintieran más cómodos en su proceso de aprendizaje. Tengo que reconocer que de otro lado siento temor cuando me atrevo a realizar actividades que se apartan de la cotidianidad en los procesos de construcción de conocimiento. Pero es un temor que me ayuda a tomar fuerzas para dar ese paso; paso que consiste en romper el hielo y en atreverse a hacer el cambio después de haber estado toda la vida rodeada de un sistema tradicional que fue el único método de la enseñanza en el que he estado inmersa. Entonces atreverse a planear una clase de forma diferente en donde se pretende construir conocimiento de una forma más desprevenida, donde se pretende que los estudiantes aprendan un concepto mientras caminan por el colegio, en donde pueden identificar en el entorno las propiedades de un elemento geométrico; eso debe ser matemáticas. Puedo entender que como docente no contextualizo a mis estudiantes de lo que realmente es la Matemática. Estoy tan sumergida en cumplir con un sistema de educación que me exige lograr en un período de tiempo abarcar y explicar una cantidad de temáticas que me obligan a llegar al aula de clase a llenar un tablero con diferentes temas para que los estudiantes escriban dicha información en sus cuadernos. Pero con esta propuesta de trabajo creo que se puede erradicar de los estudiantes la idea de que las matemáticas son números, sumas y multiplicaciones. Se puede lograr que entiendan que la matemática hace parte de nuestras vidas, que siempre están en nuestro entorno y que cuando se aprende matemáticas



adquieres herramientas que te son útiles para la vida diaria y pueden ser muy útiles en tu vida profesional dependiendo del área del conocimiento que escojas. Por ejemplo, las matemáticas podrían ser más útiles para un ingeniero que para un abogado o un psicólogo; pero independientemente de que sean o no útiles en tu vida profesional, las matemáticas son un área del conocimiento que te permite adquirir destrezas y capacidad de análisis cuando las trabajas. Cuando un estudiante se enfrenta a ciertas temáticas y cuando se esfuerza por hacer ejercicios que se presentan complejos, se vuelve más hábil para hacer análisis en cualquier situación de la vida.

En las siguientes líneas extraídas de mi concepción de Matemáticas “*Cuando cursaba el pregrado de Matemáticas me sentía segura de manejar los temas con claridad y profundidad*”[...] (Concepción de Matemáticas, María Teresa Llano)

Puedo identificar mis miedos cuando estaba cursando el pregrado de Matemáticas que necesitaba dar clases particulares para solventar mi mantenimiento en la universidad. Entonces me encontraba ante dos tipos de estudiantes; El primero eran los estudiantes universitarios en donde de manera formal les entregaba los conceptos para que ellos aprendieran a resolver ejercicios. El segundo grupo eran estudiantes de secundaria, a estos estudiantes se les hace natural preguntar para qué sirve la Matemática que están estudiando o que aplicación tiene, preguntas que me dejaban en una posición incómoda porque no les tenía una respuesta convincente y sentía que no era suficiente con lo que estaba aprendiendo.

Todo lo anterior me motivó a hacer una reflexión muy profunda, reflexión que me permitió entender que cuando estudiaba *Matemática pura* aprendía definiciones y teoremas



que abren las puertas a otras teorías, pero no les veía ninguna aplicación porque es una formación muy rígida y abstracta. Sentía que no estaba participando en la construcción de mi conocimiento porque cuando me iba bien, apenas lograba aprender la teoría y practicar ejercicios para presentar los exámenes. Yo sentía que con los estudiantes de secundaria era necesario realizar previamente una definición informal de los temas que se iban a estudiar, esta definición previa debía estar orientada al entendimiento del concepto. Se trataba de buscar la forma que el estudiante lograra visualizar lo que representaban esas expresiones matemáticas, por lo menos buscar que entendieran geoméricamente que representaba, relacionarlos con un uso particular de la cotidianidad o que se viera reflejado en la naturaleza, para que de alguna forma se le hiciera más fácil la interiorización de la información.

De manera que veo la necesidad de complementar mis saberes con elementos pedagógicos y didácticos, dichos elementos están contenidos en el plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas y Física. Fue en ese momento que se me presentó la oportunidad de estudiar en el programa de doble titulación de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física donde podía acceder a algunos cursos del componente disciplinar, didáctico y pedagógico. Estos cursos me permitieron cuestionarme la forma en que estaba enseñando, en este nuevo mundo encontré espacios en los cuales podía participar en discusiones donde se proponían formas de cómo llevar un tema determinado al aula, sobre la importancia de identificar los diferentes contextos en los que están inmersos los estudiantes, donde surgían ideas sobre guías didácticas, también aprendía nuevas herramientas que permitían planear evaluaciones de formas diferentes a las tradicionales.



Por esta razón me sentía útil en este nuevo mundo, sentía que podía aportar a la construcción de mi conocimiento y al de los estudiantes. Tomé la acertada decisión de cambiarme definitivamente al programa de Licenciatura en Matemáticas y Física para poder acceder a la mayoría de los cursos de los componentes didácticos y pedagógicos que no contemplaban la doble titulación.

Luego de esto y debido a mi práctica como docente encontré que existía un tercer grupo de estudiantes que corresponde a la básica primaria, a los cuales nunca me atreví a darles clases particulares. Aunque cuando revisaba los temas que debía explicarles encontraba que era temas básicos, no sentía que tenía las capacidades para trabajar con ellos. Por cosas de la vida, la poca experiencia que tengo como docente la he adquirido dando clase en primaria. En la medida que voy ejerciendo encuentro en las situaciones diarias de clase enseñanzas que me exigen estar en constante renovación, a contextualizar de manera adecuada a cada estudiante y a ejemplificar y realizar actividades que les permite relacionar las matemáticas con situaciones de su vida cotidiana y participar en la construcción de su conocimiento.

En los cambios que se están dando en mi concepción de lo que es la Matemática, puedo ver que en la poca experiencia que he tenido como docente he tratado de realizar actividades con más sentido, en las cuales los estudiantes se les permite participar, discutir y buscar relaciones. Clases en las que les facilito material que puedan tocar, manipular y relacionar con el entorno; se hace uso de las regletas y ábacos para las operaciones elementales, crean y construyen conjuntos con elementos que encuentran fuera de las aulas de clase, se les propone un desempeño en el cual los estudiantes tienen la posibilidad de diseñar espacios de su entorno



en los que pueden relacionar los conceptos matemáticos aprendidos en clase. Debo confesar que aún tengo dificultades en contextualizar y realizar conexiones entre diferentes temáticas, por lo que se me hace difícil planear actividades diferentes a las tradicionales.

**5.1.2 Lúdica y enseñanza de la factorización: una oportunidad de conectar temas y favorecer el trabajo en equipo.**

Revisando la propuesta didáctica para la enseñanza de la factorización realizada por el compañero Mauricio Tejada, me sentí cautivada porque no se me había pasado por la cabeza que existiera la posibilidad de trabajar con los estudiantes el tema de factorización de forma diferente a la que aparece en el libro de álgebra del escritor Aurelio Baldor. Por tal motivo decidí buscar la manera de adaptar esta propuesta para los estudiantes de tercero, cuarto y quinto de primaria de la institución Alfonso Londoño Martínez para complementar el trabajo desarrollado por Mauricio con los estudiantes de bachillerato y así tener dos experiencias de la aplicación de la lúdica en la enseñanza, pero con estudiantes de diferentes grados.

Lo primero que debía hacer era seleccionar de los propósitos que estaban establecidos, cuales aplicaban a la actividad que había diseñado, y se seleccionaron los que aparecen en el siguiente bosquejo de la planeación BP.



Propuesta:

Por medio del cálculo de las áreas geométricas de un cuadrilátero (cuadrado o rectángulo) se pretende contextualizar a los estudiantes de las siguientes temáticas:

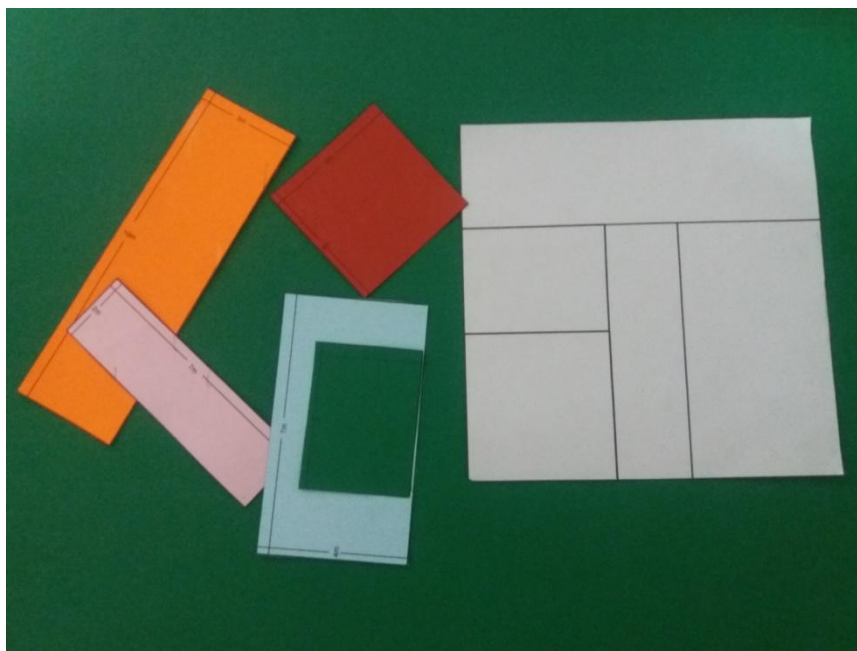
Medidas de longitudes y áreas.

Razonamiento lógico y pensamiento espacial.

Leyes asociativas de la suma y la multiplicación.

### **Figura 5 Planeación BP**

Es importante como docente tener claro lo que se pretende lograr con la implementación de la lúdica en el aula de clase, y definir cuál o cuáles son los objetivos que se quieren lograr con un material concreto. Con este ejercicio estamos haciendo una introducción al tema de cálculo de áreas geométricas. Esta actividad les permite a los estudiantes estar familiarizados con el cálculo de áreas de rectángulos y así, cuando estén en grados más avanzados y se implemente la factorización por medio de áreas geométricas, los estudiantes se les facilitará la comprensión del cálculo del área de un rectángulo empleando variables para las medidas de sus lados y como consecuencia se les hará más sencillo el entendimiento de la factorización. En el caso particular le entregamos el material que se registra en la siguiente fotografía.



**Figura 6** Material entregado BP

Este material tenía diferentes intensiones, una era que cada uno de los estudiantes tuviera la oportunidad de manipular al menos un rectángulo, otra era que el estudiante verificara las medidas de los lados del rectángulo y realizara el cálculo del área. La más interesante era que los estudiantes vieran la actividad como un juego, como un rompecabezas; porque en la medida que iban trabajando cada rectángulo debían colocarlo sobre el cuadrado blanco en donde encajara la ficha, este era el ejercicio clave, que sintieran que estaban jugando.

En el desarrollo de esta propuesta el grado tercero mostró entusiasmo y trabajó en equipo, además se entretenían con el material y relacionaban la temática con elementos del aula de clase. De manera similar en cuarto grado se seguía viendo el trabajo en equipo, aunque no mostraban entusiasmo ni capacidad de asombro y no relacionaban la actividad con los



elementos del entorno. Finalmente, en el grado quinto se cumplió con realizar la actividad, pero la gran mayoría expresó que era mejor trabajar en el tablero porque invertían menos tiempo realizando la actividad. Estos comportamientos en los diferentes grupos me advierten de la necesidad de hacer una planeación diferenciada dependiendo del grado en el que se van a implementar actividades lúdicas. Por ejemplo, los primeros grados de primaria tienen más capacidad de asombro y están en una edad en la que les gusta el juego y las manualidades; en cambio en los grados cuarto y quinto los estudiantes se sienten cómodos trabajando las actividades en el tablero, pero no identifican los beneficios de participar en actividades lúdicas, por lo que se hace necesario en estos grupos que las actividades tengan un plus que logre cautivarlos y que haga ver la actividad interesante.

En el medio de la enseñanza es importante tener presente las ventajas que tiene utilizar la lúdica en contextos particulares; con el desarrollo de la siguiente actividad:

### **Actividad 2: Hallando perímetros**

**Propósito:** Apoyándonos en las medidas obtenidas en el trabajo de campo, se les explicará a los estudiantes el concepto de perímetro y caminando se realizará el recorrido por el perímetro de todas los espacios medidos, para que además de identificar la figura geométrica, sumen las medidas, calculen y comprendan como obtener el perímetro de los espacios medidos.

**Materiales:** Cuaderno, regla, lápiz y borrador.

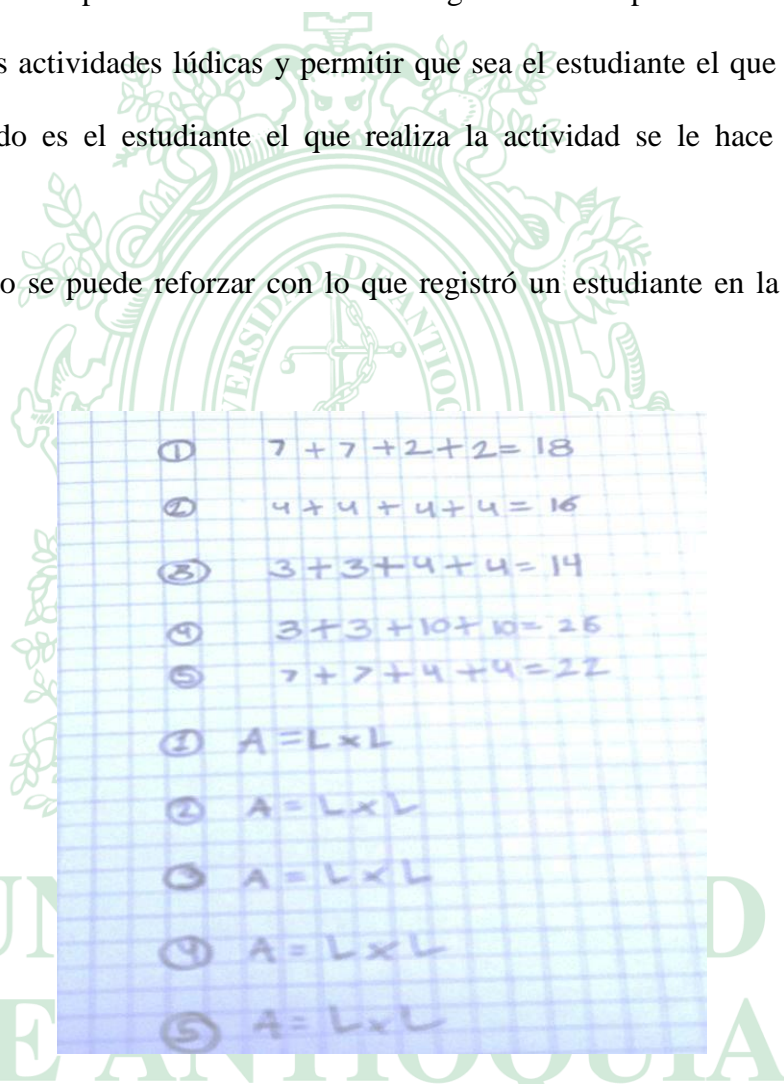
### **Figura 7** planeación G3

Identifiqué que los estudiantes les quedó muy claro el concepto de perímetro. Todos lo manejaban con seguridad y cuando estaban haciendo la actividad de clase se transportaban mentalmente al recorrido que habían realizado en la cancha y decían entre ellos: “recuerden



cuando recorrimos todos los lados de la cancha e íbamos sumando lo que median sus lados”. Entonces se puede ver como ellos tienen una imagen en la mente de concepto de perímetro, que es hacer el recorrido por todos los lados de la figura. Esta es precisamente una de las ventajas de hacer las actividades lúdicas y permitir que sea el estudiante el que construya su conocimiento; cuando es el estudiante el que realiza la actividad se le hace más fácil el aprendizaje.

Este argumento se puede reforzar con lo que registró un estudiante en la actividad de cálculo de áreas.

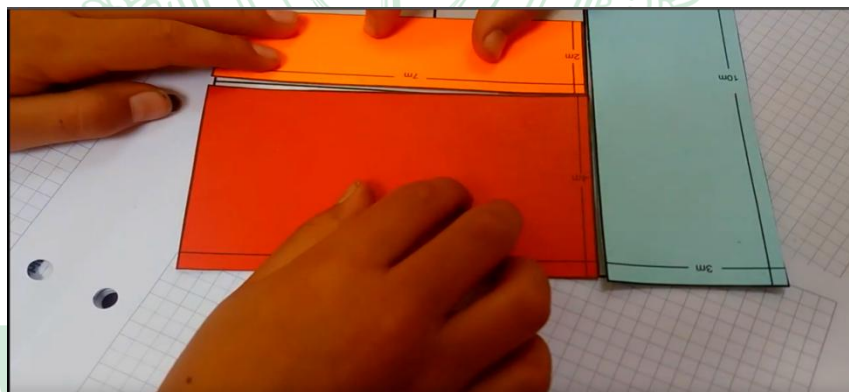


**Figura 8** Cálculo de áreas y perímetros G3

En esta actividad se le entregó al estudiante unos rectángulos y se le pidió que calculara sus áreas, pero como se puede visualizar en la foto, el estudiante tiene claro el concepto de perímetro y además lo diferencia con el concepto de área. Entonces la utilización del material

lúdico le permite al estudiante relacionar conceptos adquiridos en otras actividades, esto es precisamente porque el estudiante participa activamente en la actividad y siendo más extensa en el tiempo es más divertida. Este aprendizaje es un contraste con la actividad tradicional de clase en donde el estudiante solo escucha unas afirmaciones por parte del docente y dibuja en el cuaderno la figura del tablero. Se trata de haber medido y caminado los lados de los rectángulos; adicionalmente la actividad con el material concreto, en el cual podían tocar los rectángulos, verificar las medidas de sus lados lo que le permite a los estudiantes entender con claridad y precisión los conceptos.

Otro elemento que se debe resaltar como ventaja de las actividades lúdicas es el trabajo en equipo como se puede observar en la siguiente imagen.



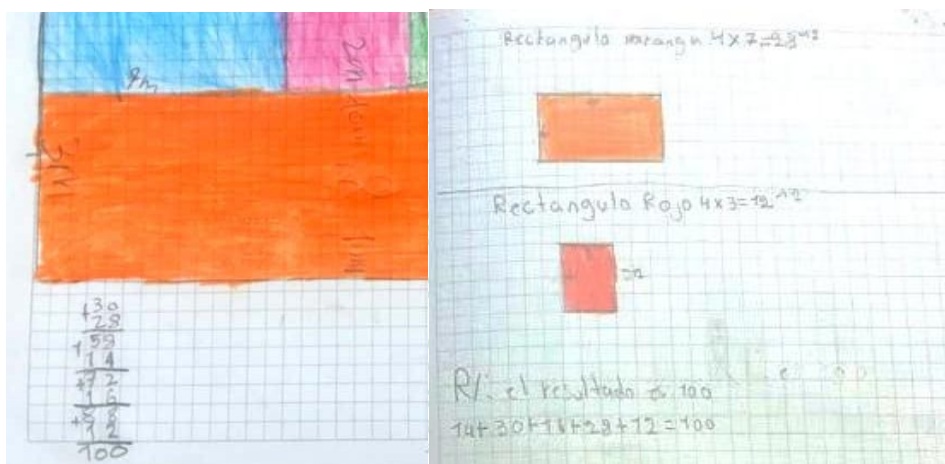
**Figura 9** Trabajo en equipo con el material concreto BP

El registro fotográfico me hace recordar lo divertido que fue la actividad para los estudiantes. Cuando ellos trabajan con material concreto identifico que quieren ser más activos, que todos y cada uno de los miembros del equipo quieren participar de la actividad, desean que se les dé la oportunidad de aportar porque entienden la dinámica y se sienten



capaces de hacerlo. A diferencia de la clase tradicional en donde los estudiantes están distraídos con otras actividades que no están relacionadas con el aprendizaje o tal vez conversando con sus compañeros; en esta oportunidad si conversan, pero lo hacen porque intercambian opiniones sobre cómo darle solución al ejercicio o cómo lograr el trabajo que se propuso, se ponen de acuerdo en cómo va a hacer el procedimiento, cómo se van a respetar los turnos. Entonces, además del aprendizaje de los conceptos matemáticos se puede visualizar que los estudiantes aprenden a trabajar en equipo porque se distribuyen tareas y aprenden a ser coordinados con las actividades que se están ejecutando. Por ejemplo, mientras uno hace los cálculos de las áreas otro compañero registra los datos en un cuaderno y luego se los dicta a los compañeros que no tienen la información. Otro compañero realiza otras actividades manuales en donde ayuda a llenar el cuadrado con las figuras que ya fueron calculadas, aprenden a escucharse y a respetar turnos, aprenden a hacer aportes, colaborar de acuerdo con las habilidades que cada uno posee y esa interacción incrementa los lazos de amistad que hay entre los compañeros. A diferencia de la educación tradicional en donde el docente le pide que estén juiciosos, en silencio, sin hablar con los compañeros; ahí además de no ser estudiantes activos en la construcción del conocimiento no interactúan con sus demás compañeros, no aprenden a ser sociables con las personas. Entre más interactúan con los compañeros están expuestos a diferentes tipos de personalidades; esto les ayuda a ser más tolerantes, a lidiar con diferentes comportamientos y a ser más sociables al interactuar con cualquiera de los compañeros de grupo.

En las siguientes fotografías se registra el resultado de la suma total de las áreas de los rectángulos.



**Figura 10** Suma de áreas con diferentes asociaciones BP

Esta actividad es muy interesante porque los estudiantes están reunidos en grupos de 3 y 4 personas, y todos los grupos están realizando la misma actividad de sumar las áreas calculadas para obtener el mismo valor que es  $100 \text{ m}^2$ . Como cada grupo está trabajando de forma independiente asocian de forma diferente todos los valores de las áreas de los rectángulos. Entonces se le pidió que eligieran un representante de cada grupo para que saliera al tablero a escribir como habían realizado la suma de las áreas, después de tener todos los resultados en el tablero los estudiantes fueron capaces de identificar que todos los grupos habían obtenido el mismo valor pero que las sumas las habían realizado en diferente orden. Es decir, los estudiantes asociaron los números de forma diferente y obtuvieron el mismo resultado de la suma, lo que permitió la explicación de una forma muy sencilla de la propiedad asociativa de la suma.

Lo que puedo rescatar de esta experiencia es que con una sola actividad lúdica pude trabajar muchos temas (el perímetro, área y propiedad asociativa de la suma) y lo mejor de todo es que los estudiantes quedaron con los conceptos muy claros y se divertieron en el proceso... al igual que yo.

## **5.2. Mi concepción de Matemáticas y algunos apuntes investigativos sobre factorización y probabilidad. Por Mauricio Tejada**

### **5.2.1 Concepción de Matemáticas y su enseñanza**

En la presente investigación se ha enfatizado constantemente en la importancia que debe tener para un docente de matemáticas conocer el significado de esta palabra, ya que como hemos visto este significado puede determinar en gran medida la metodología con que generalmente se enseñan las disciplinas del conocimiento. Pero la relevancia de conocer esta concepción surge en nuestro caso por el fortalecimiento formativo que estamos teniendo en este trabajo de investigación. En caso contrario, podría darse que tuviésemos arraigada una concepción de las matemáticas, pero que nunca hubiésemos reflexionado en ello. Partiendo de este hecho, puedo decir que en un comienzo cuando estaba comenzando con mis prácticas educativas no tenía claro dicha concepción; solo sé que en cierta manera compartía el sentimiento que aqueja a tantos jóvenes ¡las matemáticas de que van a servir! Reconozco que a mí como docente me servirían como la herramienta fundamental para ganarme la vida, pero ¿A mis alumnos de que les va a servir? ¿Voy a enseñar algo sin sentido aplicativo? ¿Para qué se enseñan las matemáticas? Para dar respuesta a estos interrogantes debo mencionar para mí que es la matemática y cuál ha sido el proceso para adquirir mi concepción.

Sin poseer una claridad de que era las matemáticas en mis primeros años de escolaridad, pero reflexionando en como las percibía, puedo decir que las primeras concepciones que tuve de ella fueron:



Las matemáticas son una serie de ejercicios que poseen una cierta dificultad, pero que al solucionarlos se obtiene una cierta felicidad. (*Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada*)

Concebía a la matemática como ¡aquella área que entrelaza el campo numérico, con un razonamiento profundo de la realidad! (*Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada*)

La matemática es aquella ciencia sin sentido práctico, escrita en un lenguaje numérico el cual ayuda a desarrollar la racionalidad (*Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada*)

Estas concepciones surgieron al reflexionar sobre mi proceso formativo y están plasmadas en mi diario pedagógico. La primera surge en mis primeros años escolares, pues fue mi madre la que posibilitó que me empezara a gustar este campo, comprendiéndome y teniéndome paciencia en esos primeros años de formación. La segunda concepción tiene lugar en mis años en el bachillerato cuando me daba clase el Profesor Juan Jaime escobar el cual me hizo comprender que yo era bueno para resolver ejercicios numéricos, pero tenía dificultades para resolver problemas de razonamiento lógicos y problemas de nuestra cotidianidad. La tercera concepción surge en mi paso por la facultad de ciencias exactas, en donde pasaba día tras día dándole un sentido lógico a estructuras simbólicas, en donde era consiente que se daba una explicación numérica de la realidad, pero aun así percibía que todo este sistema lógico carecía de campo aplicativo.

Soy un convencido que cuando se afirma que las matemáticas están en todas partes, es una realidad; es solo que no se encuentra de forma numérica como la mayoría cree. El campo numérico es una extensión más de lo que abarca las matemáticas en realidad; pues las matemáticas también se extienden a procesos racionales, como el simple hecho de analizar de forma lógica una situación.

Partiendo de esto y de todo lo adelantado en el marco teórico, actualmente concibo a las matemáticas *como una construcción social que construye y reconstruye conocimiento; por medio de un lenguaje simbólico y racional, que posee reglas y convenciones para explicar y solucionar tanto fenómenos o problemas reales, como fenómenos o problemas correspondientes únicamente a nuestra imaginación.* Para explicar mejor esta definición he construido el siguiente esquema:



**Figura 11** Definición de Matemática CM

Desde esta perspectiva se describe y se define unas matemáticas versátiles, que pueden explicar y solucionar problemas reales por medio de un lenguaje de símbolos o numérico; pero que a su vez también puede hacerlo de una forma racional. Por ejemplo cuando nos enfrentamos a un problema cotidiano y buscamos una forma lógica de resolverlo. Pero como podemos apreciar en el esquema, la matemática no solo tiene interacción con la realidad ya que también tiene la capacidad de interactuar de forma equivalente con la imaginación, obteniendo como resultado todo un lenguaje abstracto “ajeno” a la realidad. También cabe aclarar que por encima de la realidad y de las matemáticas se encuentra nuestra imaginación, ya que el ser humano tiene la capacidad de imaginar fenómenos alejados de la realidad y que no se pueden explicar matemáticamente. Pese a que la imaginación tiene la capacidad de abarcar tanto a la matemática como a la realidad; esta no puede escapar de nuestro pensamiento y de nuestras construcciones sociales, es por ello que la matemática a su vez se puede definir como una construcción social.



En esta parte de la investigación reflexioné sobre los métodos de enseñanza con los que tradicionalmente se transmite el conocimiento y cuál es la influencia que tiene dichos métodos en la formación matemática de los estudiantes. Esta reflexión la realicé en un principio en contextos ajenos a la práctica pedagógica, inclusive ajenos al conocimiento adquirido en mi formación en pregrado; la abordé desde los orígenes de mi educación y desde los personajes que contribuyeron en la misma, pues estos sin duda alguna contribuyeron significativamente en mi formación como docente y en la concepción que tengo de matemática, concepción que define mi forma de enseñar esta área. Posteriormente centré mi atención en los resultados obtenidos en la presente investigación y en la forma como contribuyó y contribuye mi práctica pedagógica en la construcción del docente que soy.

Haciendo un análisis de la forma con que se enseña matemática y el orden designado para transmitir los conceptos, concluyo que pese a que existe cierta coherencia metódica se dejan de lado aspectos fundamentales y determinantes a la hora de aprender y despertar el gusto por las matemáticas. Nunca debemos olvidarnos que estamos enseñando un área que trasciende lo procedimental, retando y construyendo nuestro propio pensamiento.

Para ejemplificar este hecho hago énfasis en el análisis de mi propia formación, ya que dentro de esta investigación no se puede desconocer mi propio proceso formativo. En mi diario pedagógico enmarco un primer hecho que considero como base de mi gusto por las matemáticas

*“Mi primer docente fue mi madre, aquella persona que posiblemente posibilito que hoy yo me encuentre aquí, escribiendo estas letras; ella solía ponerme ejercicios y me motivaba a continuar pese a mi imposibilidad para poderlos realizar. Yo continuaba y los realizaba, ella me felicitaba (...) caso contrario que le ocurrió a mi primo y le ocurre a otros tantos educandos, que ante la dificultad del aprendizaje, reciben reprimendas, castigos y simplemente correcciones de ejercicios tortuosos de realizar” (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*





Este primer hecho es fundamental en el proceso de formación de cada estudiante, ya que es el primer contacto que tiene cada individuo con el conocimiento. Dicho contacto de ser positivo, lo motivará continuar construyendo conocimiento; caso contrario de lo que puede ocurrir si dicho contacto es negativo.

En esta investigación pude reafirmar un hecho que todos los educadores conocemos de alguna forma. Actualmente existe mucha teoría sobre cómo se puede brindar una educación más integra, sobre cómo se puede enseñar de una forma más didáctica; pero pese a esto, se sigue optando por enseñar de una forma tradicionalista o conductista.

*“... Como matemático y pedagogo que soy, fue un poco desalentador seguir presenciando que tanto en la facultad de ciencias exactas, como en la de educación, enseñan las matemáticas de forma similar aunque en esta última con una mayor cercanía Docente-Alumno y un nivel de complejidad teórico diferente. Si mi experiencia matemática solo estuviese permeada por la forma en que me han enseñado matemáticas, pensaría que la matemática solo se puede enseñar de una manera, solo se puede transmitir como una disciplina fría, exacta y carente de un verdadero sentido aplicativo en nuestra realidad”*  
(Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)

El contexto de enseñanza de la matemática no es muy diferente en los colegios, ciencias exactas o en la facultad de educación. Existe el común denominador que se opta por enseñar la matemática de forma tradicionalista y aunque como dije anteriormente, existen muchos trabajos que proponen diversas alternativas para modificar este tradicionalismo. Gran parte de los docentes no lo hacen, no cultivamos constantemente nuestra pedagogía y no optamos por llevar al aula una didáctica diferente.

Esta realidad no es solo culpa del docente y lo más importante, no está solo en el docente transformar este contexto, pues como evidencié en esta práctica pedagógica, existen muchos factores que desmotivan al docente y dificultan su quehacer pedagógico.



*“... pude identificar que otra problemática que dificulta el aprendizaje de los estudiantes es que en este contexto escolar hay exceso de estudiantes para un solo educador (con esto no afirmo que el profesor no maneje bien la situación, pero si aseguro que de haber menos densidad en el aula, el docente podría darle una atención más personalizada a sus alumnos, y de esta forma favorecer su formación), complementario a esto se tiene que en la normal superior actualmente existe una única jornada de estudios (de 7 am a 4 pm) por lo cual los estudiantes al final de la jornada están muy cansados y son más propensos a la distracción” (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*

*“Hoy comprendí que, en muchísimas ocasiones, la falta de comprensión de los estudiantes se debe a su falta de atención, no a la forma cómo explica el profesor” (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*

Estos son solo algunas de las problemáticas que tiene que sopesar el docente, sin contar las problemáticas personales que se le puede presentar, e inclusive constantemente debe sacar de su tiempo libre para realizar obligaciones escolares. Pero aunque suene injusto, aquella persona que se considere docente debe tratar de sopesar estos percances, pues del fruto de su trabajo se podrá determinar buena parte de la formación de los jóvenes. Aunque sin duda alguna, como seres humanos que somos muchas veces es inevitable afligirnos ante nuestra realidad, pero debemos tratar de continuar y de alguna forma con nuestra labor hacer acciones para que cambien esta realidad.

Iniciando este trabajo pretendía encontrar una fórmula mágica que me permitiera alcanzar los objetivos de aprendizaje de cada estudiante en contextos similares a los de la Normal Superior de Medellín; pero en mi práctica, entendí que dicha fórmula es imposible de obtener, ya que por similares que sea un contexto a otro, nunca dejara de ser particular y nunca dejarán de aparecer problemas para los cuales el docente puede no estar preparado.

Como producto de mis clases hice las siguientes apreciaciones registradas en mi diario pedagógico:



*En esta clase note un seria problemática a la hora de transmitir el conocimiento matemático a los estudiantes esté radica en la formalidad de los conceptos, pues según pude apreciar, el lenguaje simbólico o numérico en que se representa una situación de nuestra cotidianidad es demasiado complejo para ellos, e inclusive muchas veces puede ser un poco complejo para nosotros. (...) Note que, pese a que los estudiantes dominaban el tema tratado, la falta de comprensión lectora les dificulta la solución del examen. (...) En esta clase me percaté que me falta mejorar mi habilidad para manejar el grupo, ya que los estudiantes tienden a ser más inquietos conmigo que cuando están con el profesor Alexander. (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*

Aquí vemos un ejemplo de las problemáticas antes mencionadas, es imposible garantizar el aprendizaje de todos pues cada persona tiene proceso de aprendizaje diferente y aunque dentro del trabajo realizado se cambió por ejemplo la forma de expresar el lenguaje matemático por un lenguaje más cotidiano para ellos, aun así, no se pudo y no se puede garantizar el aprendizaje, ni suplir todas las falencias que tengan los estudiantes, como la comprensión lectora en este caso. Además, en este fragmento del diario pedagógico se evidencia que el docente no es aquella persona que posee todo el conocimiento, ni es aquella persona que posee la metodología adecuada para manejar cualquier situación dentro del aula; en este fragmento se evidencia que el docente es aquel profesional de la educación que está en continua formación.

Otro problema que noté que se genera en las aulas de clase se debe a la valoración que nosotros le damos al trabajo de los estudiantes, ya que sin duda alguna dicha valoración puede estar sujeta a nuestro criterio o puede desconocer aspectos relevantes del trabajo realizado por el alumno

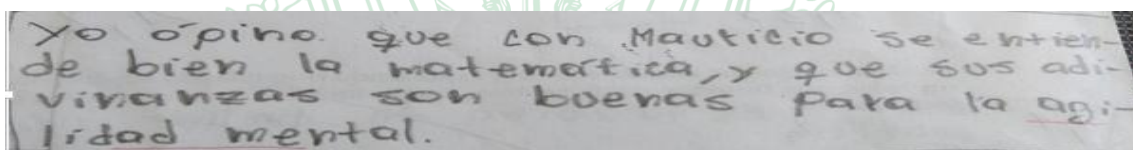
*Es increíble que calificar los exámenes de mis alumnos (pues aunque soy un practicante, también son mis alumnos y por ende yo también soy su profesor) sea algo complejo, pues no solo radica en ponerles una nota. Allí entra en conflicto mi criterio propio y el esfuerzo de ellos. Por una parte, yo debo limitarme en calificar respuestas que están herradas o no, y de acuerdo al número de respuestas acertadas, ponerle una nota al*



estudiante. El problema es que sé que hay estudiantes que se esforzaron y dieron lo mejor, pero que no obtuvieron buenos resultados; hay estudiantes que realizaron los problemas del examen casi perfecto, pero que se equivocaron en detalles, dando con ello una calificación de todo ese punto como negativa. Me parece injusto que la nota final de la evaluación no se tenga en cuenta todo lo anterior, solo importa cuántos puntos sacaste totalmente buenos. ((Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)

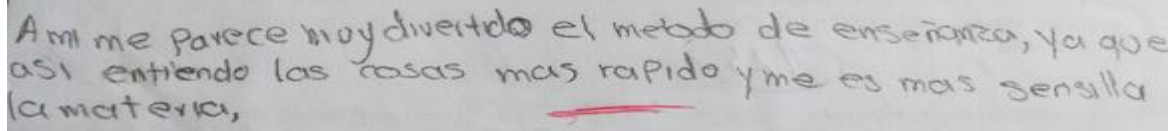
### 5.2.2 Carácter lúdico de las matemáticas

Según evidencié en esta práctica investigación, el trabajo lúdico tiene la capacidad de llamar la atención del estudiante mejorando el ambiente de clase y facilitando el aprendizaje de los estudiantes. Esto se evidencio por la actitud de los alumnos con respecto a la metodología utilizada en la de clase



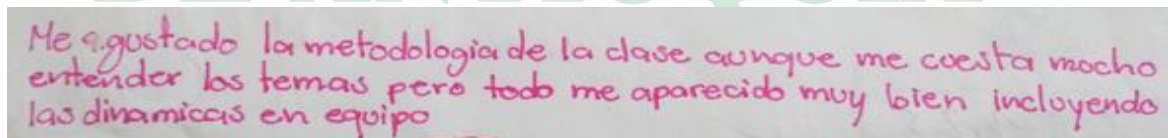
Yo opino que con Mauricio se entiende bien la matemática, y que sus actividades son buenas para la agilidad mental.

**Figura 12** Opinión de la práctica por Mauricio Echavarría Pulgarin G8



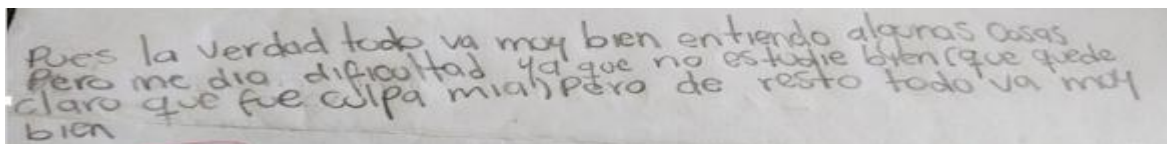
A mí me parece muy divertido el método de enseñanza, ya que así entiendo las cosas más rápido y me es más sencilla la materia,

**Figura 13** Opinión de la práctica por Ana cristina Ramírez Londoño G8

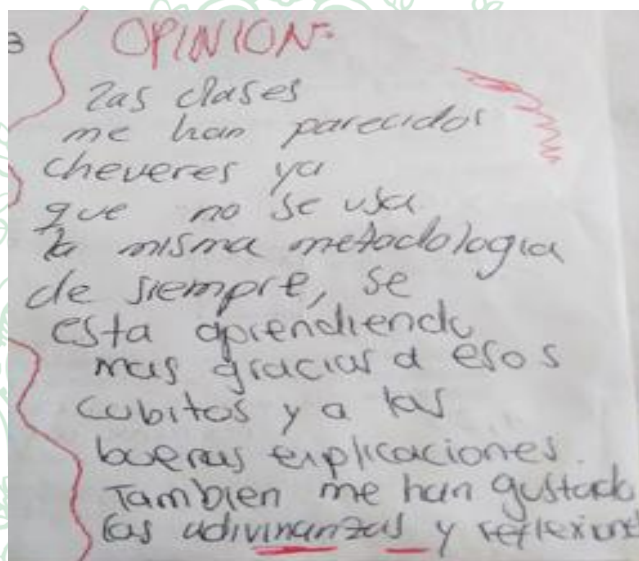


Me gustó la metodología de la clase aunque me cuesta mucho entender los temas pero todo me apareció muy bien incluyendo las dinámicas en equipo

**Figura 14** Opinión de la práctica por Ana cristina Ramírez Londoño G8



**Figura 15** Opinión de la práctica por Luisa María Hoyos Cuartas G8



**Figura 16** Opinión de la práctica por Valentina Ramírez G8

Estos escritos realizados por los estudiantes son de gran relevancia puesto que muestran una empatía con este método de enseñanza. A su vez como se dijo anteriormente, aunque no garantice el aprendizaje de los estudiantes si tiene el potencial de facilitarlo, mejorando a su vez otras problemáticas de clase como el ambiente de apatía por el área, aspectos de disciplina y falta el interés del alumno, entre otros. Un fenómeno a resaltar, aunque no se evidencie de forma escrita o audiovisual; es que el joven Mauricio Echavarría Pulgarin tuvo un proceso formativo muy positivo, ya que en un principio cuando interactuaba con él, mostraba aspereza por la matemática, pero posteriormente se le notaba más interés por el área e inclusive se le evidenció cierta mejoría académica.

Pero hay que tener cierto cuidado al integrar dentro de nuestra didáctica la lúdica, ya que esta debe tener un objetivo y una metodología clara. Dede no ser así se puede perder el horizonte desviando nuestra practica educativa al simple hecho de jugar.



*En una de las secciones de clase ocurrió el siguiente hecho: Los estudiantes deseaban clases más lúdicas, (algunos pretendían jugar), a lo cual el estudiante Juan David Mejía dijo: “dejen de ser desagradecidos, a mi hace poco me cambiaron de salón de clase y en este cambio me tocó cambio de profesor de matemática, y crean la forma en que enseñan Mauricio y José la Matemática es totalmente diferente”. (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*

Al implementar la lúdica dentro de nuestra enseñanza, los estudiantes quieren que en todas se utilice esta estrategia de aprendizaje y aunque sería lo ideal, no siempre se dispone del tiempo, ni del conocimiento para adecuar lúdicamente un tema de matemáticas. También se debe tener claro que la matemática es una ciencia exacta, que posee cierta rigurosidad y que requiere de cierto razonamiento para ser comprendida; es por esto que resulta comprensible que todas las clases en un principio no se puedan transponer de forma lúdica, ya que solo la experiencia me dará las herramientas para construir conocimiento de una forma más atractiva, sin perder el objetivo de enseñanza.

Algo que como docentes siempre debemos tener en cuenta es que existirán varias personas a las cuales se les dificulte su aprendizaje y es ahí donde el docente debe entrar a valorar otros aspectos que complementan la formación del estudiante. Nunca me debo olvidar que estamos formando seres humanos y que como objetivo fundamental debemos procurar que el alumno se convierta en una persona que posea una amplia formación en valores, adquiera un pensamiento crítico y haya adquirido la habilidad de desenvolverse socialmente.

Teniendo en cuenta esta ideología opté por integrar dentro de mi planeación de clase diversos tipos de actividades: *Cuando los noté cansados y dispersos, paré el tema de clase y realicé una reflexión con un billete que ellos mismos me facilitaron “no importa la asignatura que se imparta, nunca nos debemos olvidar que el docente tiene la oportunidad de tocar vidas”. Fue maravilloso el aplauso que me dieron al final de la Reflexión (Diario Pedagógico, Carlos Mauricio Tejada)*

Pero este tipo de actividades no solo lo implementaba en mis clases. Es por esto que en la mayoría de exámenes y talleres planeados procuraba integrar puntos que fortalecieran y

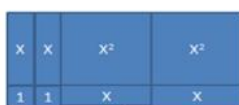


dieran cuenta en cierto modo del razonamiento lógico del estudiante y la agilidad que tuviese para resolver ejercicios. Además, procuraba poner frases reflexivas o motivadoras para el estudiante.

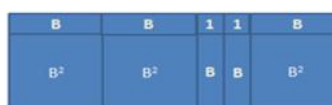
1. Halle el cuadrilátero que representa los siguientes productos y determine cuál es la suma del área resultante:

- a)  $(3x+4)(x+2)$    b)  $(x+1)(x+1)$    c)  $(x+2)(x+4)$

2. Halle el producto y el área que representan los siguientes cuadriláteros:



a)



b)

c) Si  $X=5$  cuál sería el valor del área del primer cuadrilátero

3. Construir 2 cuadriláteros, uno de área 60 y otro de área 40 sabiendo que  $X= 4$ . Factorice el área de cada cuadrilátero como producto de sus lados.

*“Recuerda que eres muy único, eres valioso y estas hecho para grandes cosas. ¡Esfuézate no te dejes nunca vencer! Recuerda que la vida está llena de matemáticas; tiene muchos problemas por resolver que te ayudarán a ser mucho mejor cada vez”*

Figura 17 Examen de Factorización geométrica G8

### 5.2.3 A propósito de la enseñanza de la Factorización y la estadística descriptiva

#### 5.2.3.1 La Factorización como producto aritmético y algebraico

En un principio consideré un problema la enseñanza de la factorización por la metodología memorística que generalmente se opta para enseñar este tema, inclusive no vislumbraba otra forma posible para enseñarlo. Pero los resultados fueron sorprendentes; los muchachos se notaron muy interesados con esta nueva metodología y curiosos por la forma como se podía solucionar el producto de dos expresiones polinómicas. Cabe resaltar que ellos en un principio no sabían que proceso se estaba realizando, pero con base a las indicaciones y a lo que ellos iban evidenciando, se fueron afianzando conceptos antes vistos como lo es el área de un rectángulo y su relación con el producto o multiplicación los lados. Ahora bien, con respecto al concepto de factorización, se optó por no darles una definición formal y permitir que ellos con el trabajo realizado construyan dicha definición



6) La factorización es una forma para simplificar alguna expresión algebraica para hacerla más corta y sencilla de responder.

**Figura 18** Definición de factorización dada por Ailyn Andrea Ruiz Cifuentes

Para mí la factorización es cuando uno quiere que el  $x$  y problema que este haciendo no sea tan largo en la forma de responder a ello.

**Figura 19** Definición de factorización dada por Sara Saldarriaga G8

En clase se dijo que cuando uno está expresando o igualando un área del cuadrilátero como producto de sus lados, esta factorizando dicha área. Según lo anterior y lo visto en clase. Diga para usted que es la factorización. Es la manera de igualar o equilibrar los lados para sacar el valor del área.

**Figura 20** Definición de factorización dada por Sahina Nicol Rivera Londoño G8

En clase se dijo que cuando uno está expresando o igualando un área del cuadrilátero como producto de sus lados, esta factorizando dicha área. Según lo anterior y lo visto en clase. Diga para usted que es la factorización. Transformación de una expresión en producto de factores.

**Figura 21** Definición de factorización dada por Daniel Andrés Osorio G8

6) Cuando uno está expresando o igualando un área de un cuadrilátero como producto de sus lados, y ahí está factorizando el área.

**Figura 22** Definición de factorización dada por María Paulina Higueta Jimenez G8

Estas definiciones construidas por los estudiantes son de suma relevancia, puesto que dan cuenta de la percepción que han tenido del trabajo realizado, percepción que han construido con base a la guía que se le ha dado y a su experiencia sin una imposición de que adquieran esta definición memorísticamente. Es importante aclarar que aunque este es un





punto a responder en el examen de factorización geométrica (Anexo E), no podía ser valorado de forma negativa ya que debe ser respetable el concepto que poseen. También me resulta de interés que las alumnas Ailyn Andrea Ruiz Cifuentes y Sara Saldariaga, conciban la factorización como una forma de simplificar una expresión, ya que antes de profundizar en este tema yo tenía dicha apreciación sobre este concepto. Por su lado Sahina Nicol Rivera Londoño adquirió una concepción que tiene estrecha relación con la metodología tratada. Por último vemos que tanto Daniel Andrés Osorio como María Paulina Higueta Jiménez lograron construir una definición más cercana a la que aparece normalmente en los libros del concepto de Factorización.

Con respecto a la aceptación que los estudiantes han mostrado con esta metodología de clase, donde se pretende enseñar el concepto de factorización y los casos para factorizar un polinomio algebraico de forma geométrica; se nota a los estudiantes más interesados y participativos. Además, según el trabajo realizado en sus cuadernos y en los talleres de clase (Anexo H), se evidencia que con esta metodología son capaces de factorizar una expresión aritmética y algebraica sin conocer de antemano los casos de factorización.

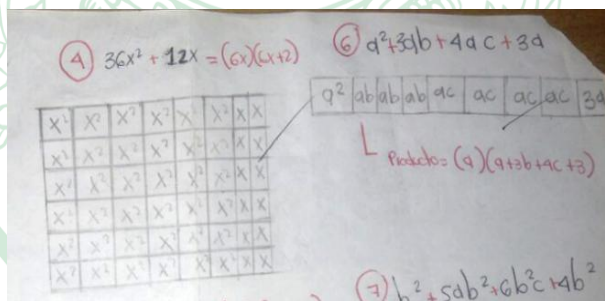


Figura 23 Factorización geométrica por Meriyarat Cano G8

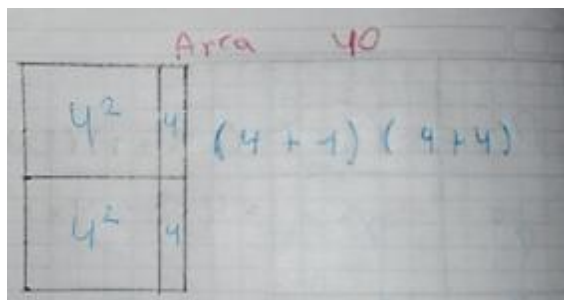


Figura 24 Factorización geométrica por Valentina Ramírez G8

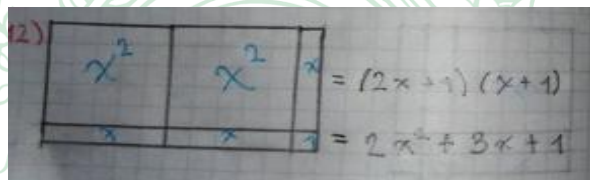


Figura 25 Factorización geométrica por Meriyarat Cano G8

En estos trabajos encontramos una falencia en el trabajo colaborativo, ya que aquellos estudiantes que presentan más facilidad para realizar las actividades tienden a dejar atrás a los mismos integrantes de su grupo. Con respecto a los diferentes casos de factorización encontramos que el álgebra geométrica es una herramienta que puede ser relevante para el aprendizaje de los diversos casos, ya que por medio de la geometría se pueden deducir patrones lógicos que le permitirá interiorizar los diversos casos de factorización.

### 5.2.3.2 Experimentos aleatorios y su descripción estadística

Para trabajar esta temática construimos el concepto de probabilidad a partir del análisis de tablas de frecuencia correspondientes a datos estadísticos que tengan relación con el contexto de clase. A Continuación, se mostrará el análisis que sacamos al planificar las diferentes actividades

En los talleres de probabilidad de un suceso (Anexo G), los estudiantes experimentaron que tan frecuente se obtiene un numero deseado al lanzar un dado. De esta manera podría ocurrir que en uno de los grupos fue necesario arrojar los dados 5 veces para obtener el



número 3 en la cara superior; pero en otro grupo solo se necesitó hacer 2 lanzamientos para obtener este mismo número; De esta manera los estudiantes podrán constatar cuantos lanzamientos hay que realizar en promedio para obtener el número deseado. Este trabajo se realizó con el fin de recopilar los datos obtenidos y elaborar una tabla de frecuencia que me permita analizar fácilmente que tan frecuente se obtiene el número deseado y de esta forma determinar qué tan probable es obtener cualquiera de los números. Para mostrar cómo fue la experiencia en esta actividad se describirá el trabajo realizado por un grupo conformado por los siguientes estudiantes: Sahian Nicol Rivera, Ailyn Andrea Ruiz, Jimena Tamayo, Alejandro Martínez. Este grupo tuvo que realizar en promedio 8 lanzamientos para obtener el número 2 por seis ocasiones. Con base en este resultado predijeron que algo similar debía ocurrir si deseaban obtener el número cuatro por seis ocasiones; pero después de realizar los lanzamientos requeridos, quedaron desconcertados pues evidenciaron que el número 4 se obtuvo con mayor facilidad. De esta forma continuaron realizando hipótesis intentando predecir cuantos lanzamientos eran necesarios para obtener el número requerido; entre las hipótesis que realizaron se registraron las siguientes:

"Depende del punto de vista de cada uno, de sus conocimientos y estrategia en pocas palabras esto si se pudiera decir o aproximar se podría sacar en 5 tiros". (Martínez, Rivera, Ruiz, Tamayo, 2017).

"Ilegamos a la conclusión de que si queremos sacar determinado número debemos analizar muy bien la forma de tirar y el material con que se va a hacer, aunque a veces nos equivocamos". (Martínez, Rivera, Ruiz, Tamayo, 2017).

"todo dependía de la manera de tirar los dados, pues según como se lance se puede determinar con mayor facilidad el resultado deseado; pero también afirmaron que la forma y el material del dado puede influir en el resultado"(Martínez, Rivera, Ruiz, Tamayo, 2017).

Al final de este taller todos los estudiantes del grupo construyeron los siguientes cuestionamientos:

¿Por qué el dado tiene puntos y no números?



¿Alguna vez se llegará a acertar el número de manera inmediata y siempre?

¿La manera en que se tire el dado altera el resultado?

¿Por qué la forma del dado puede alterar el resultado?

¿Por qué los análisis no salen cómo queremos?

¿Por qué son más fácil los números mayores?

¿Por qué el número dos no sale tanto?

¿Al tirar una vez el dado que es lo más probable que salga?

Pese a que algunos estudiantes manifestaron que les pareció muy repetitivo el taller, argumentaron que les pareció interesante porque se tenía que pensar mucho; además resulta interesante que los alumnos ante la incongruencia de sus afirmaciones no se rindieron y construyeran nuevas hipótesis que dieran un poco de coherencia los sucesos evidenciados.

Es necesario mencionar que desafortunadamente por cuestiones de tiempo no se pudo concluir el taller satisfactoriamente, permitiendo debatir los cuestionamientos resultantes, ya que, por cuestiones de tiempo y cumplimiento con los temas establecidos en la planeación, no se podía profundizar más en la actividad. Esto me hace pensar ¿hasta qué punto la exigencia curricular que se debe cumplir por periodo me permite enseñar significativamente o solo se preocupa de depositar información de una forma bancaria en la cabeza del estudiante?

Del trabajo realizado con este taller se obtuvo un resultado muy interesante a la hora de sistematizar toda la información obtenida por cada uno de los grupos que realizó la actividad del dado y es que con base al análisis de la tabla resultante se pudo introducir el concepto de probabilidad.



Resultados de tirar un dado varias veces

2 1 3 2 6 2 1 5 3 2 5 1 1 3 2 1 5 6 1 4 1 3 5 5  
 1 4 1 6 1 4 3 1 2 1 2 1 5 5 3 5 5 2 6 4 6 4 3 5  
 6 6 6 2 6 5 3 3 3 6 1 6 4 2 1 5 4 1 4 5 1 6 2 6 5  
 4 6 4 6 3 4 5 4 5 5 3 2 3 6 5 3 2 4 4 1 3 3 1 5

**Figura 26** Registro de datos obtenidos en el taller de juegos de Azares con el dado G8

Tabla de Frecuencia en que cae un # del dado

Clase X <sub>i</sub>	Frecuencia f	Frecuencia acumu F	Frecuencia relativa fr	Frecuencia relativa Acomulada Fr	%	% Acomulada
1	19	19	19/96	19/96	19,8%	19,8%
2	13	32	13/96	32/96	13,5%	33,3%
3	16	48	16/96	48/96	16,6%	50%
4	14	62	14/96	62/96	14,6%	64,6%
5	19	81	19/96	81/96	19,8%	84,4%
6	15	96	15/96	96/96	15,6%	100%

**Figura 27** frecuencia de datos obtenidos en el taller de juegos de Azares con el dado G8

Con base en esta tabla de frecuencia, se determinó que se necesitaron un promedio de 16 lanzamientos de 96 para obtener el número deseado al lanzar el dado. Este resultado es de suma relevancia pues encontramos que este resultado corresponde precisamente con la probabilidad de obtener el número de un dado de seis caras; ya que si simplificamos 16/96 obtendremos un promedio de 1/6 lanzamientos para obtener el número deseado. Este resultado me sorprendió tanto a mí como a alguno de los estudiantes, inclusive la alumna Valentina Ramírez al ver este resultado dijo “guauuu...”

Gracias a este taller se pudo dar una explicación lógica del porque la fórmula para hallar la probabilidad de un suceso corresponde a los sucesos favorables sobre los sucesos posibles que pueden ocurrir. De esta manera se les explicó que el suceso favorable es el número que



deseo que obtener, del cual solo necesito obtener el número uno sobre el total de posibilidad que corresponde a seis números posibles de obtener en el caso del dado.

Como base fundamental asumida para seguir enseñando todo lo referente a la probabilidad, se procuró que cada actividad estuviese relacionada con el contexto; dicho registro de las siguientes actividades está plasmado en el diario pedagógico. Como ejemplos a mencionar se tiene la clase realizada el 19/10/10 en donde se analizó la probabilidad de diversos juegos planteados en clase (carreras, lanzamientos de dados, competición entre compañeros, competición profesor-alumno, entre otros) en donde se apostaba sobre que suceso era más probable que ocurriera.

De esta serie de actividades se evidenció una vez más la relevancia que puede tener la lúdica dentro del proceso de enseñanza, ya que los alumnos estaban dinámicos, comprometidos con las actividades e interesados en el tema.

De las notas obtenidas del examen de factorización se realizó la siguiente tabla de frecuencia con el fin darle un sentido analítico al trabajo realizado. Esta tabla de frecuencia se integró a su vez en el examen donde se valoraba los conocimientos obtenidos en el tema de probabilidad y tablas de frecuencia (Anexo I)

Tabla de frecuencia.

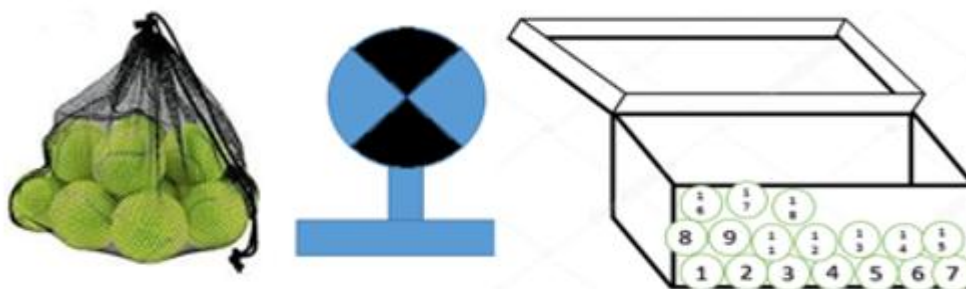
Int	Datos agrupados	f	F	Sr	Fr	f	% Acum
1	0,0 - 0,1	2	2	2/44	2/44	4.57	4.5%
2	0,1 - 0,2	6	8	6/44	8/44	13.6%	18.1%
3	0,2 - 0,3	5	15	2/44	15/44	15.9%	34.0%
4	0,3 - 0,4	13	28	13/44	28/44	29.5%	63.6%
5	0,4 - 0,5	16	44	16/44	44/44	36.5%	100%

**Figura 28** Frecuencia de los datos obtenidos del examen de Factorización, Melisa G8



El examen de probabilidad y tabla de frecuencia fue elaborado de la siguiente forma: En primer lugar, el punto uno de dicho examen se elaboró procurando que tuviese una estructura lúdica, es decir, que visualmente se pudiese hacer un raciocinio de las imágenes y así dar cuenta si el alumno ha comprendido o no el concepto de probabilidad.

### Examen de probabilidad y tablas de frecuencia



1. Decir cuál es la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos
  - a) Girar el disco y obtener el color negro.
  - b) Sacar una pelota verde de la bolsa.
  - c) Sacar una pelota roja de la bolsa.
  - d) Sacar un número par de la caja.
  - e) Sacar un divisor de 15 de la caja.

**Figura 29** Punto 1 Examen de factorización

En punto dos se pretende que el estudiante sea capaz de analizar qué tan probable es que ocurra un suceso en la de la vida real. En general la mayoría de los estudiantes obtuvieron un resultado positivo en la solución de este problema, mostrando así que la mayoría comprendía como se calculaba la probabilidad de un evento.

2. Un desastre afecta a 27000 personas de la ciudad de Medellín y en esta ciudad hay 2500000 ¿Cuál es la probabilidad de que mi amigo y yo salgamos afectados?

**Figura 30** Punto 2: Examen de factorización



En este punto note que en su mayoría me manifestaba dificultades y al analizarlo me di cuenta que este problema estaba mal planteado y que su solución sobrepasaba lo que hasta el momento había enseñado, así que este punto decidí no valerle en el examen, pero si deje que los estudiantes razonaran su solución.



3. Se fabrican 1000 zapatos entre los que hay zapatos de color rojo, negro y blanco. Si se fabrican 400 zapatos rojos, y se sabe que hay 200 zapatos de color negro más que de color blanco:

- ¿Cuál es la probabilidad de escoger un zapato de color blanco entre todos los que hay?
- ¿Es más probable escoger un zapato de color rojo o negro?
- ¿Cuántos zapatos hay de cada clase?

**Figura 31** Punto 3: Examen de factorización

En el tercer punto se evidencio nuevamente la falta de comprensión lectora que poseen los estudiantes, ya que, aunque la mayoría manifestaba que no entendía muy bien lo que les pedían, pero después de guiarlos y pedirles que leyeran mejor comprendían lo que les pedía el problema. En este problema se potencia una vez más el razonamiento del estudiante.

4. En 8D sacaron las siguientes notas en el examen de factorización:

3.0 - 4.5 - 1.5 - 3.0 - 3.0 - 2.1 - 4.1 - 3.9 - 4.1 - 4.5 - 2.5 - 4.5 - 3.2 - 3.8 - 4.2 - 2.0 - 4.5 - 1.2 - 1.1 - 3.0 - 1.6 - 5.0 - 3.2 - 0.8 - 3.2 - 0.0 - 3.3 - 4.1 - 2.3 - 4.4 - 3.8 - 4.2 - 2.8 - 4.5 - 2.0 - 4.8 - 4.5 - 1.2 - 5.0 - 1.3 - 4.0 - 3.7 - 3.8 (44 datos)

- Construya la tabla de frecuencia para datos agrupados
- Elabore tres preguntas de la tabla que obtenga y respóndalas
- Saque una conclusión de todo lo observado |

**Figura 32** Punto 4: Examen de factorización

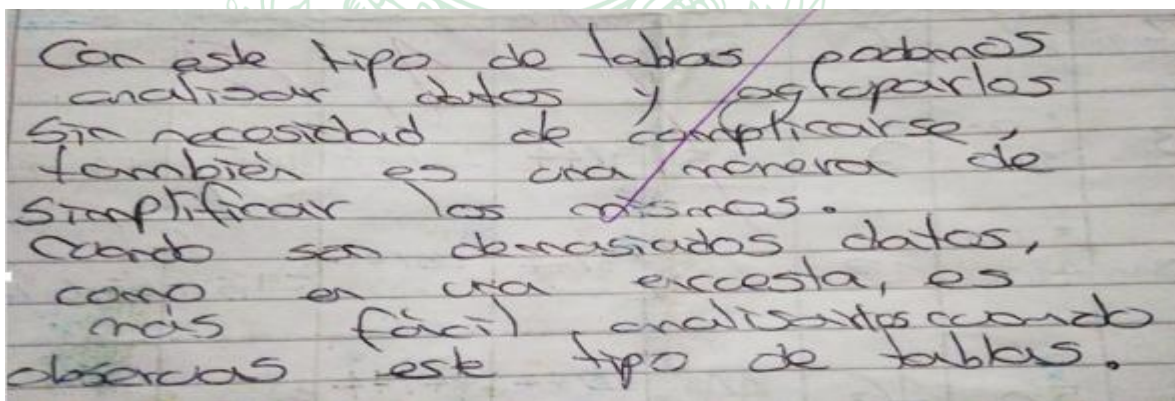




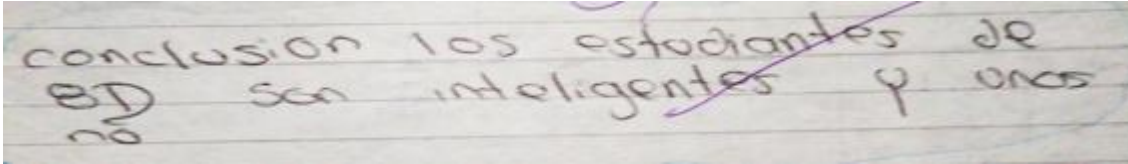
El cuarto punto concierne a los datos que sirven para elaborar la tabla de frecuencia correspondiente al examen de factorización mostrado anteriormente. Este punto no solo da cuenta de la habilidad que ha adquirido el estudiante en la construcción de tablas de frecuencia; también observar su nivel de análisis de las mismas, puesto al elaborar preguntas y sacar conclusiones se evidencia su nivel de comprensión y se da libertad para expresar sus saberes.

Con respecto a los resultados obtenidos de los exámenes se encontró que los estudiantes tienden a solucionar los problemas según se les ha enseñado en el aula de clase. Esto imposibilita la construcción del conocimiento ya que se han convertido y nos hemos convertido en expertos repetidores. EL problema de lo anterior radica en que gran parte del conocimiento adquirido se hace de forma mecánica y no de forma racional, propiciando que cuando nos enfrentamos a una situación diferente a la presentada en el aula, pocas veces se tiene la capacidad de solucionar el problema por medio del razonamiento.

Los estudiantes escribieron los siguientes aportes con respecto al examen y al método de trabajo que se venía implementando:



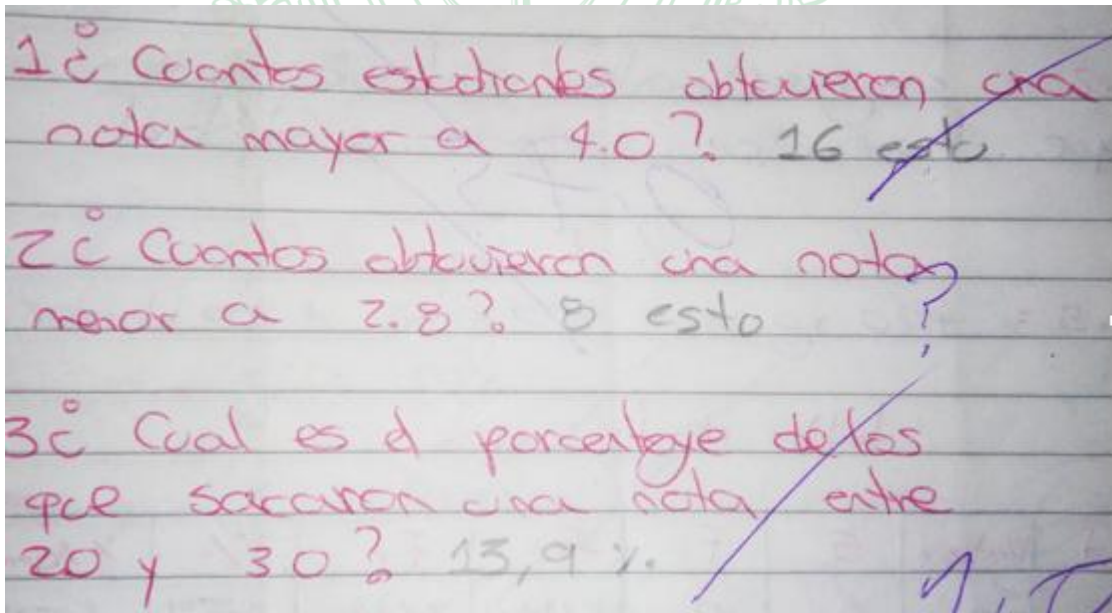
**Figura 33** Aportes de Nicole Berrio Molina G8



**Figura 34** Aportes de Karol Liseth Giraldo Arango G8

Esto nos muestra aquella concepción que tienen muchos docentes y los mismos estudiantes que el estudiante se puede considerar inteligente o no, según una nota cuantitativa que obtenga. Y según mi experiencia en este trabajo, soy un convencido que la nota cuantitativa no define si un estudiante es inteligente o no lo es; ya que existen muchos factores que pueden influir en el resultado final de un examen

“Casi la mitad de estudiantes perdieron el examen pero los que ganaron son más, se puede observar con facilidad todos los datos ya que por la tabla todo se ve más ordenado y es más fácil darse cuenta de todo”. (Sara Camila Serrano Sánchez, 2017)



**Figura 35** Aportes de Nicole Berrío Molina G8

“¿Cuántos estudiantes sacaron una nota menor a 4,0? R/ 28 estudiantes

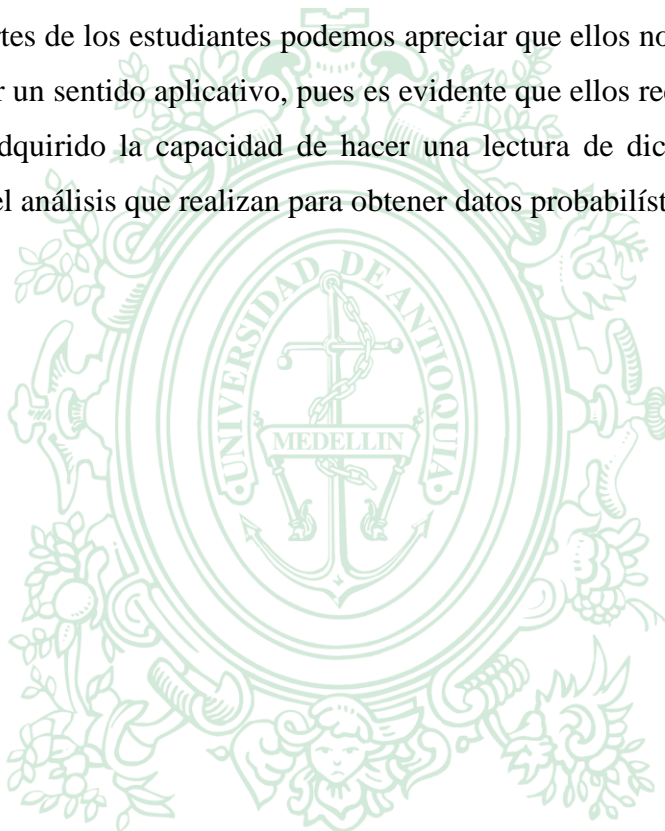


*¿Qué probabilidad hay de escoger un estudiante con una nota mayor a 4,0? R/16/44*

*¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que sacaron una nota de 3,0 en adelante? R/65,8%”*

*(Sara Camila Serrano Sánchez, 2017)*

Con estos aportes de los estudiantes podemos apreciar que ellos no realizan las tablas de frecuencia sin poseer un sentido aplicativo, pues es evidente que ellos reconocen la utilidad de las mismas y han adquirido la capacidad de hacer una lectura de dicha tabla. Además, se muestra evidencia del análisis que realizan para obtener datos probabilísticos y estadísticos.





## **6. Conclusiones**

Es común encontrar entre los estudiantes que un gran porcentaje de ellos le tiene pereza a la Matemática o simplemente no gustan de ella; pensamos que son varias las motivaciones que alejan a los estudiantes de esta bella e importante área del conocimiento, en primer lugar se tiene que la Matemática es como un edificio que se empieza a construir paso a paso, elemento por elemento, y cada uno de esos primeros elementos es necesario o más bien es requisito para construir los siguientes; los estudiantes avanzan en sus grados con falencias, vacíos y con falta de claridad en los conceptos y esto hace que cuando van a empezar un tema nuevo que requiere tener la suficiente claridad de los temas anteriores y no se tiene, no se entienda lo que explican; en segundo lugar, hay que reconocer que aunque la Matemática no es una cosa de otro mundo, si es exigente, y hay temas en los que no es suficiente saber y entender las definiciones, conceptos y teoremas porque además debes aprender a relacionar toda esa información; y en tercer lugar está la forma en que nosotros los docentes estamos enseñando las Matemáticas, y aquí surgen preguntas como ¿será que nuestras clases son aburridas? O ¿será que no tenemos la capacidad de cautivar y motivar al estudiante? Es en este punto donde entran las actividades lúdicas con material didáctico, material concreto que hacen que el estudiante sea activo con la construcción de su conocimiento, que aprenda mientras se juega; estos elementos los puede utilizar el profesor para lograr actividades más dinámicas y para que el estudiante por lo menos entienda conceptos básicos de una forma divertida.

Ahora bien, hay algo que hay que tener claro ¿hasta qué punto llega la aplicación de la lúdica en la construcción del conocimiento de un estudiante? Porque como ya se mencionó el



docente puede utilizar la lúdica como una herramienta que enriquezca la estrategia docente para enseñar conceptos básicos y para quitarle un poco de abstracto a la Matemática pero definitivamente no es suficiente para que el estudiante interiorice el proceso completo, es necesario que el estudiante ponga de su parte y que trabaje de forma independiente, que se ejercite haciendo tareas, trabajos y ejercicios que le permitan interiorizar con fuerza los conocimientos.

La concepción de Matemáticas de un docente puede estar sujeta a cambios cuando este considera reflexivamente su práctica pedagógica y escucha con atención las definiciones de matemáticas de sus estudiantes. Escuchar estas definiciones es un escucharse desde afuera pues ellos le otorgan significado al término Matemáticas, el significado que el docente les ha mostrado a través de las actividades de enseñanza.

Cuando se compara una clase tradicional con una clase que incluye dinámicas, manipulación de material concreto y trabajo en equipo se puede rescatar algo bien interesante y es lo siguiente: en una clase tradicional es docente explica un tema, escribe en el tablero definiciones, teoremas, explica unos ejemplos y finalmente se realizan ejercicios; en este tipo de clases el protagonista es el docente, es él quien habla, el que hace, y se le pide a los estudiantes disciplina, que no conversen, que no se distraigan con sus compañeros, el estudiante no tiene el espacio para hacer la pausa y tratar de entender cosas que no están claras porque la clase es continua, entonces desde ese momento pierde el hilo queda desorientado en lo que sigue de la clase; a diferencia de la clase con componentes lúdicos en donde el docente conjuntamente con los estudiantes construye conocimiento, se le permite a los estudiantes



interactuar con sus compañeros en el trabajo en equipo, se le entrega material concreto que ellos pueden manipular para tener contacto directo con los elementos que le permitirán entender conceptos básicos, cuando el estudiante no entiende algo puede hacer la pausa para analizar y siente más comodidad para expresar sus dudas con los compañeros, participa y aporta.

De los elementos más importantes por rescatar del trabajo con las clases lúdicas es que el estudiante tiene ese espacio en donde puede hacer pausas para razonar, entender y compartir con sus compañeros algo que no tiene muy claro, es un momento que es fundamental para la construcción del conocimiento.

La lúdica favorece el trabajo en equipo porque cuando los estudiantes trabajan con material concreto quieren ser más activos, quieren una oportunidad para aportar porque entienden la dinámica y se sienten que están en capacidad de ser parte del equipo. Intercambian opiniones sobre cómo solucionar el ejercicio o como alcanzar la meta propuesta, se ponen de acuerdo en cómo desarrollar la actividad, se van a respetar los turnos. Se distribuyen tareas y aprenden a ser coordinados con las actividades que se están ejecutando, aprenden a escucharse, a hacer aportes, colaborar de acuerdo con las habilidades que cada uno posee y esa interacción incrementa los lazos de amistad que hay entre los compañeros, el trabajo en equipo desarrolla esa capacidad de ser sociables con las personas. Entre más interactúan con los compañeros están expuestos a diferentes tipos de personalidades; esto les ayuda a ser más tolerantes, a lidiar con diferentes comportamientos y a ser más sociables al interactuar con cualquiera de los compañeros de grupo.



### **7. Contribuciones del trabajo y la propuesta pedagógica**

Aunque el marco teórico fue desarrollado apoyado en referentes bibliográficos, contiene una propuesta didáctica planteada por los investigadores en donde se construye material didáctico que puede ser útil para la básica primaria y la secundaria. Un docente puede utilizar este material para introducir el concepto de descomposición factorial en la escuela, con el cual los niños aprenden a relacionar los factores primos de un número con los lados de un rectángulo y con su área, obteniendo una representación geométrica que le ayuda a entender con más facilidad lo que son los factores de un número. Igualmente, para la descomposición factorial del grado octavo se desarrolló material lúdico con el que se puede explicar cada uno de los 10 casos de factorización de forma geométrica.

En primer lugar, cabe mencionar que la mayor contribución que ha tenido la elaboración de este trabajo investigativo ha sido en pos de nuestra propia formación, pues es gracias a ella que hemos transformado nuestro saber pedagógico y estamos en la capacidad de contribuir al conocimiento por medio de la labor que realizaremos en las aulas de clase. En segundo lugar, cabe aclarar que el conocimiento puede construirse a partir del conocimiento o vivencias de otros, ya que al integrar el conocimiento adquirido de otros, con mis propios conocimientos o experiencias, se podrá generar un cambio en mi razonamiento. Sin duda alguna este trabajo puede servir como punto de apoyo que complemente la experiencia educativa de otro docente; además la propuesta educativa de enseñar la matemática por medio de la lúdica es de gran relevancia para cualquier contexto educativo. Es de resaltar que el trabajo realizado en el campo de la factorización, al complementar su enseñanza con el álgebra geométrica y el



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

trabajo realizado en el campo estadístico, al enseñar conjuntamente probabilidad por medio del análisis de tablas de frecuencia de fenómenos contextualizados; son un aporte relevante para aquel docente que pretenda enseñar estos temas, especialmente si dicho contexto de enseñanza es similar al contexto en que nosotros realizamos esta investigación.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3





Referencias Bibliográficas

- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *EMA*, 8(1), 30-46.
- Aristizábal, J., Colorado T., Gutiérrez, H. (2016). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. *Sophia*, 12(1), 17-125.
- Ayer, A. (1936). *Language, Truth and Logic*. London: Gollancz. Dover
- Asociación de academias de la lengua española. (2018). *Concepto de matemáticas*. Recuperado de <http://dle.rae.es/?id=ObS8ajk>
- Báez, R., Prieto, D., y García, E. (2007). Resolución de Problemas y uso de Técnicas estadísticas en el contexto de la Ingeniería Mecánica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 246 - 252.
- Baldor, A. (1996). *Álgebra*. México: Patria.
- Baldor, A. (2011). *Álgebra*, ed. Grupo editorial Patria, 4º reimpresión, México. 97-111.
- Batanero, M. (2005). Significados de la probabilidad en educación secundaria. *Relime*, 8(3), 247-264. México, D. F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME).
- Batanero, C., Contreras, J. M. y Arteaga, P. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *EM TEIA*, 2(2), 159-178.
- Inst. Edu. Normal superior de Medellín. (2018). *Escuela Normal Superior de Medellín Institución emblemática de Antioquia*. Recuperado de <http://www.ienormalmedellin.edu.co/index.php>
- Basulto, J. y Camúñez, J. (2007). El problema de los dados del caballero de Méré: soluciones públicas en el siglo XVII. *Suma*, 56, 43-54.
- Campos, A. (2004). Laplace: Ensayo filosófico sobre las Probabilidades. *Revista Colombiana de Estadística*. 27 (2), 153 - 177.



- Castellanos, M y Obando, J. (2009). Errores y dificultades en procesos de representación: El caso de la generalización y el razonamiento algebraico. *Memorias del X congreso Encuentro de Matemática Educativa*. 12-13. Pasto: Universidad de Nariño.
- Confrey, J. (1991). Learning to listen: A student's understanding of powers of ten, en E. von Glasersfeld (ed.), *Radical constructivism in mathematics education*, 111-138. Dordrecht, Kluwer Academic Publisher.
- Consejo Superior de la Judicatura. (2016). *Constitución Política de Colombia de 1991*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Díaz, J et al. (1996). *Azar y probabilidad.: Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Díaz, C (2005). Estatística e InvestigaçãO Operacional da Galiza e Norte de Portugal. *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística VII Congreso Galego de Estatística e Investigación de Operaciõs*, Guimarães, Potrugal.
- Echeverri, J., Gómez, J. (2009). *Investigación sobre la dimensión Lúdica del maestro en formación*. Manizales, Caldas
- Fernández, T. (2007). *Apuntes sobre historia de la probabilidad: conceptos y debates epistemológicos*. Inédito. Universidad de la República. Montevideo.
- García, C. (1997). *Evolución Histórica del Pensamiento Científico*. Manizales, Caldas: Universidad de Manizales.
- Góngora, L. (2011). *Alternativas didácticas para enseñar probabilidad*. México: XIII CIAEM-IACME.
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics*. Sloug: Foulsham Educational. 11 -16
- Jiménez, C. (1998). Pedagogía de la Creatividad y de la Lúdica. Colección mesa redonda. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 39-54
- Kasner, E. y Newman, J. (2007). *Matemáticas e imaginación*. México: Qed.
- Marín, A y Mejía, S. (2015). *Estrategias lúdicas para la enseñanza de las matemáticas en el grado quinto de la institución educativa la piedad*. Medellín, Colombia.



- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2002). *Estatuto de profesionalización docente*. Bogotá, Colombia.
- Morales, I y Sepúlveda, A. (2006). Propuesta para la enseñanza de la factorización en el curso de álgebra. *Memorias del XIV Encuentro de Profesores de Matemáticas*. 1-8. Michoacán: UMSNH.
- Ortíz, J. (2001). “Un estudio experimental de las variables en los problemas elementales de probabilidad”. Granada: Universidad de Granada; 164-165
- Parcerisa, A. y Rodríguez, J. (2010). “Materiales y recursos didácticos en contextos comunitarios”. Barcelona: Graó.
- Pérez, J. (2008). *Matemáticas I*, edit. Alfaomega, México.
- Posada, R (2014). *La lúdica como estrategia didáctica*. Universidad Nacional de Colombia Facultad de Ciencias Humanas, Departamento de Educación Bogotá, Colombia.
- Ramirezparis, X. (2009). La lúdica en el aprendizaje de las matemáticas. *Zona Próxima* 10, 138-145. Universidad del Norte Barranquilla, Colombia.
- Robaina et al. (1989). *Iniciación al álgebra*. 40- 53. Madrid. Editorial Síntesis.
- Ruiz, A. (1990). *Matemáticas y filosofía. Estudios logicistas*. San José: EUCR.
- Ruiz, A. (2003). *Historia y filosofía de las Matemáticas*, San José, Costa Rica: UNED.
- Ruiz, A., Alfaro, C., y Gamboa, R. (2003). Aprendizaje de las matemáticas: Conceptos, procedimientos lecciones y resolución de problemas. *UNICIENCIA*, 20(2), 285-296.
- Sáenz, C. (1995). *Intuición y matemática en el razonamiento y aprendizaje probabilístico* (Tesis Doctoral). Madrid: España
- Salazar, V., Jiménez, S. y Mora, L. (2003). *I CEMACYC*. Congreso de educación matemática de américa central y el caribe. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/356-520-1-DR-T.pdf>
- Stewart, I. (2008). *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 años*. Barcelona: Crítica.



- Torres, J. (s.f.). Factorización Algebraica. *Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética*. 177-185. Santafé de Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Torretti, R. (2003). El concepto de probabilidad. *Diálogos*, 38 (81), 407-448.
- Vallejo, F. (2009). Didáctica del álgebra: Área. *Revista Digital de Ciencia y Didáctica*. 22, 141-151.
- Van de Walle, J. et al. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally, Student Value Edition (8th Edition)*. Nueva York: Pearson.
- Winnicott, D. y Mazía, F. (1972). *Realidad y juego*. 93-94. Barcelona: Gedisa.
- Zúñiga, G. (1998). La pedagogía lúdica: una opción para comprender. FUNLIBRE Seccional Nariño. *V Congreso Nacional de Recreación*. Universidad de Caldas, Manizales, Colombia.





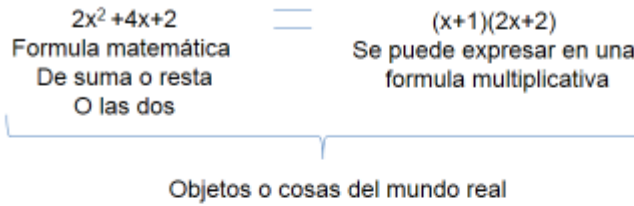
**Anexos**

**Anexo A: Figuras geométricas**





Anexo B: Diapositiva algebra geométrica



Por ejemplo:

x	x	$x^2$	$x^2$
1	1	x	x

=  $2x^2+4x+2$   
Suma de las Áreas

=  $(x+1)(2x+2)$   
Producto de sus lados (multi)

4	4	$4^2$	$4^2$
1	1	4	4

= 50      =  $2(4)^2+4(4)+2$   
Área      Suma de las Áreas

=  $(4+1)(2(4)+2)$   
Producto de sus lados (multi)





### Anexo C: CULPABLE O INOCENTE

Cuenta una antigua leyenda que en la Edad Media un hombre muy virtuoso fue injustamente acusado de haber asesinado a una mujer. En realidad el verdadero autor era una persona muy influyente del reino y por eso desde el primer momento buscaron una víctima para encubrir al verdadero culpable.

El hombre fue llevado a juicio sabiendo de antemano que tendría muy pocas posibilidades de ser declarado inocente. Antes del juicio su destino ya estaba decidido, iba a morir en la horca.

El juez que también estaba confabulado, trató de dar todo el aspecto de un juicio justo e imparcial y por ello dijo al acusado: -Conociendo tu fama de hombre justo y sabiendo que eres un fiel creyente, vamos a dejar tu destino en las manos de Dios, así que vamos a escribir en dos trozos de papel las palabras culpable e inocente. Tú escogerás uno y será la voluntad de Dios la que decida tu destino. Por supuesto el juez había preparado dos papeles con la palabra, culpable.

La pobre víctima aún sin conocer los detalles se daba cuenta que el sistema propuesto era una trampa. No tenía escapatoria.

Cuando el Juez ordenó al hombre que tomara uno de los dos papeles doblados. El acusado se quedó en silencio unos segundos con los ojos cerrados y cuando la sala comenzaba ya a impacientarse, abrió los ojos y con una amplia sonrisa tomó uno de los papeles y llevándolo a su boca se lo tragó.

Sorprendido e indignado el Juez le reprochó airadamente: -¿Pero qué has hecho? ¿Y ahora cómo vamos a saber el veredicto? -Es muy sencillo respondió el hombre, es cuestión de leer el papel que queda y sabremos lo que decía el que me tragué. En medio de un gran bullicio en la sala y ante la evidente desilusión del Juez, no tuvieron más remedio que liberar al acusado.

***“En los momentos de crisis, de injusticia, pídele a Dios una salida y Él te dará la imaginación que muchas veces es más importante que el conocimiento”***

### Anexo D Figuras negativas



$(2x-3)(3x+4)$   
Producto de sus lados

$6x^2-x-12$   
suma y resta de sus áreas

1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
1	1	1	X	X
X	X	X	$X^2$	$X^2$
X	X	X	$X^2$	$X^2$
X	X	X	$X^2$	$X^2$







### Anexo E: Examen Factorización de algebra geométrica

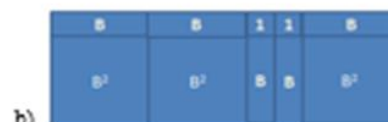
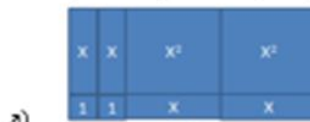
#### Examen de Factorización Geométrica

Nombre: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

1. Halle el cuadrilátero que representa los siguientes productos y determine cuál es la suma del área resultante:

a)  $(3x+4)(x+2)$     b)  $(x+1)(x+1)$     c)  $(x+2)(x+4)$

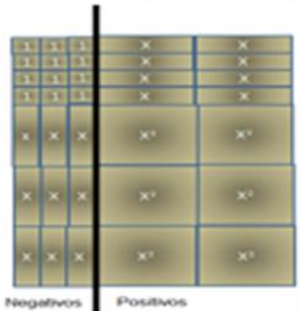
2. Halle el producto y el área que representan los siguientes cuadriláteros:



c) Si  $X=5$  cuál sería el valor del área del primer cuadrilátero

3. Construir 2 cuadriláteros, uno de área 60 y otro de área 40 sabiendo que  $X= 4$ . Factorice el área de cada cuadrilátero como producto de sus lados.

4. Halle el producto y el área que representan los siguientes cuadriláteros:



5. Halle el cuadrilátero que representa los siguientes productos y determine cuál es la suma del área resultante:

a)  $(x-1)(x+1)$



b)  $(2x-2)(x+4)$



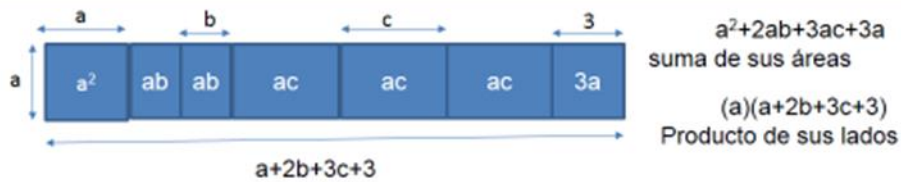
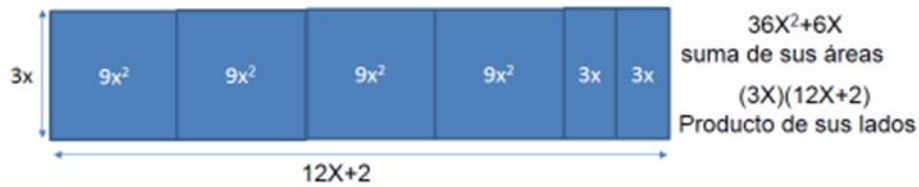
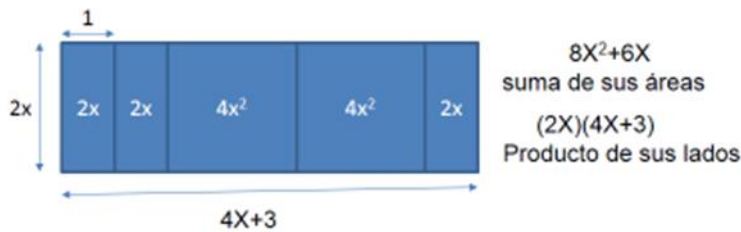
6. En clase se dirá que cuando uno está expresando o igualando un área del cuadrilátero como producto de sus lados, está factorizando dicha área. Según lo anterior y lo visto en clases anteriores se les preguntará ¿para usted que es la factorización?

*"Recuerda que eres muy único, eres valioso y estas hecho para grandes cosas. ¡Esfuézate no te dejes nunca vencer! Recuerda que la vida está llena de matemáticas; tiene muchos problemas por resolver que te ayudarán a ser mucho mejor cada vez"*



**Anexo F: Factor común algebra geométrica**

Factor común





### Anexo G: Guía probabilidad

#### ACTIVIDADES 1: PROBABILIDAD DE UN SUCESO - DADOS

Para esta actividad se deberá hacer uso del cuaderno para registrar los datos y responder las preguntas

##### Objetivo:

- Determinar la probabilidad de que salga un número deseado al lanzar un dado por medio de la experimentación
- Contrastar los datos obtenidos experimentalmente con los datos teóricos probabilísticos, con el fin de concluir el porqué de dichos datos.

**Materiales:** Cuaderno, lápiz, Dados.

1. Indique las características del objeto conque experimentará.
2. Tiren el dado y tomen nota de los números que vayan saliendo, hasta que obtengan el número 2 ¿Cuántas veces tuviste que tirar el dado?
3. Repitan este mismo proceso hasta obtener el 2 cinco veces más.
4. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar el dado para obtener el número deseado?
5. ¿Sucederá lo mismo con el número 4? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
6. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando obtener el número 4.
7. ¿Existe alguna diferencia al obtener el número 2 o 4? Explique.
8. ¿Sucederá lo mismo con el número 5? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar
9. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando que caiga el número 5
10. Teniendo en cuenta la cantidad de lanzamientos promedio que se tuvieron que realizar para obtener los números deseados, ¿Se puede decir cuántas veces debo lanzar el dado para obtener el número deseado? Escriban las diversas opiniones que puedan tener.
11. Comprueben si su respuesta es correcta buscando obtener esta vez el número 1 (recuerden que deben tomar nota de cada resultado obtenido)
12. ¿Qué conclusiones puedo sacar, puedo estar seguro de mis resultados, explique?



13. ¿Cuántas veces debo lanzar un dado para estar seguro que saldrá el número deseado?
14. Si quisiera sacar el número deseado más rápido ¿Que tendría que hacer para lograrlo?
15. Elabora 3 o más preguntas te haya surgido de la actividad

### ACTIVIDADES 1: PROBABILIDAD DE UN SUCESO – PELOTAS

Para realizar esta actividad se meterá las pelotas dentro de la bolsa y se sacara una de ellas, buscando sacar la pelota del color deseado. Es importante después de haber sacado la pelota, volverla a meter dentro de la bolsa hasta sacar la pelota del color deseado. Es fundamental hacer uso del cuaderno para registrar los datos y responder las preguntas.

**Materiales:** Cuaderno, lápiz, bolsa negra, 3 pelotas naranjadas, 2 pelotas azules, 1 pelota verde.

1. Indique las características de los objetos con que experimentará.
2. Retiren una pelota del interior de la bolsa y tomen nota del color de la pelota que vaya sacando, hasta que obtengan una pelota de color verde ¿Cuántas veces tuviste que sacar e introducir una pelota?
3. Repitan el proceso anterior cinco veces más.
4. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que sacar y meter las pelotas hasta obtener el color deseado?
5. ¿Sucederá lo mismo con la pelota de color azul? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
6. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando obtener una pelota de color azul ¿Encuentras alguna diferencia en sacar una pelota de color verde o azul? Explica.
7. ¿Qué sucederá si ahora intento sacar una pelota naranjada? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
8. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando sacar la pelota naranjada ¿Encuentras alguna diferencia en sacar una pelota de color verde, azul o naranja? Explica.
9. Teniendo en cuenta la cantidad de saques que en promedio se debe realizar para obtener las pelotas deseadas ¿Se puede decir cuántas veces debo sacar una pelota



para obtener el color deseado? ¿influye en algo el número de pelotas que haya de un mismo color? Escriban las diversas opiniones que puedan tener.

10. ¿Están seguros de su respuesta?
11. Comprueben si su respuesta es correcta buscando sacar primero 1 pelota de color naranjado, 1 pelota azul y 1 pelota verde. (recuerden que deben tomar nota de cada de cada color obtenido en cada intento)
12. ¿Qué conclusiones puedo sacar, puedo estar seguro de mis resultados, explique?
13. Si quisiera sacar la pelota del color deseado más rápido ¿Que tendría que hacer para lograrlo?
14. Elabora 3 o más preguntas te haya surgido de la actividad

### 15. ACTIVIDADES 1: PROBABILIDAD DE UN SUCESO - MONEDAS

Para esta actividad se deberá hacer uso del cuaderno para registrar los datos y responder las preguntas

**Materiales:** Cuaderno, lápiz, 2 monedas.

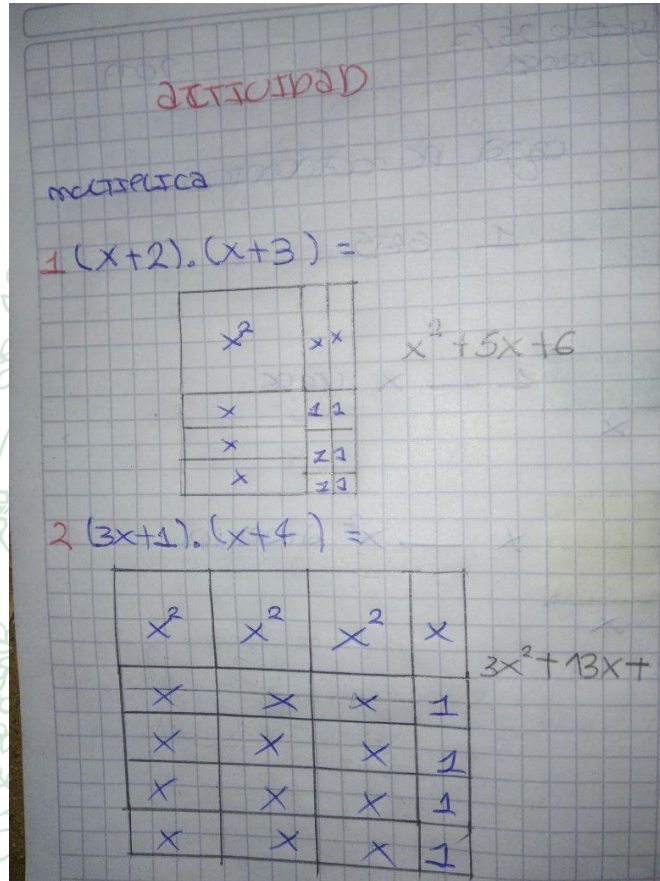
1. Indique las características del objeto conque experimentará.
2. Tiren una moneda y tomen nota de las caras que vayan saliendo, hasta que obtengan cara en una parte de la moneda ¿Cuántas veces tuviste que tirar la moneda?
3. Repitan este mismo proceso hasta obtener cara cinco veces más.
4. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar la moneda para obtener el lado deseado?
5. ¿Sucederá lo mismo con el sello? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
6. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando obtener sello.
7. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar la moneda para obtener el lado deseado?
8. ¿Existe alguna diferencia al obtener cara o sello en la moneda? Expliquen.
9. Coge dos monedas y láncelas hasta obtener cara en las dos monedas a la vez ¿Cuántas veces tuviste que tirar las monedas?
10. Repitan este mismo proceso hasta obtener cara cinco veces más en las dos monedas.
11. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar las monedas para obtener el lado deseado?
12. ¿Sucederá lo mismo al obtener sello en las dos partes? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
13. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando obtener sello en las dos caras.
14. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar la moneda para obtener el lado deseado? (se tuvo que haber tirado seis veces en total)
15. ¿Existe alguna diferencia al obtener a la vez cara o sello en las dos monedas? Expliquen.



16. ¿Sucederá lo mismo al obtener sello en un lado y cara en el otro lado al mismo tiempo? Escriban las diversas opiniones que puedan tener antes de experimentar.
17. Repita todo el proceso anterior, pero esta vez buscando obtener sello en un lado y cara en el otro lado al mismo tiempo
18. ¿Cuántas veces en promedio se tuvo que tirar la moneda para obtener el resultado deseado? (se tuvo que haber tirado seis veces en total)
19. Teniendo en cuenta la cantidad de lanzamientos promedio que se tuvieron que realizar para obtener los resultados deseados ¿Se puede decir cuántas veces debo lanzar las monedas para obtener el resultado deseado? ¿influye en algo el número de monedas lanzados? Escriban las diversas opiniones que puedan tener.
20. Comprueben si su respuesta es correcta buscando obtener esta vez cara en una moneda, después sello, después cara y sello en las dos monedas (recuerden que deben tomar nota de cada resultado obtenido)
21. ¿Qué conclusiones puedo sacar, puedo estar seguro de mis resultados, explique?
22. Si quisiera sacar el lado deseado más rápido ¿Que tendría que hacer para lograrlo?
23. Elabora 3 o más preguntas te haya surgido de la actividad



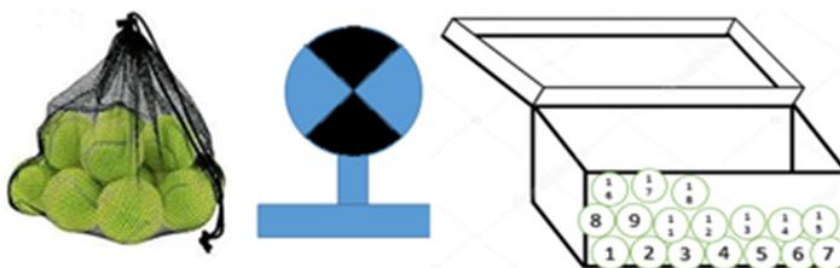
Anexo H: Dibujo Algebra Geométrica





### Anexo I: Examen de probabilidad y tablas de frecuencia

#### Examen de probabilidad y tablas de frecuencia



- Decir cuál es la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos
  - Girar el disco y obtener el color negro.
  - Sacar una pelota verde de la bolsa.
  - Sacar una pelota roja de la bolsa.
  - Sacar un número par de la caja.
  - Sacar un divisor de 15 de la caja.
- Un desastre afecta a 27000 personas de la ciudad de Medellín y en esta ciudad hay 2500000 ¿Cuál es la probabilidad de que mi amigo y yo salgamos afectados?
- Se fabrican 1000 zapatos entre los que hay zapatos de color rojo, negro y blanco. Si se fabrican 400 zapatos rojos, y se sabe que hay 200 zapatos de color negro más que de color blanco:
  - ¿Cuál es la probabilidad de escoger un zapato de color blanco entre todos los que hay?
  - ¿Es más probable escoger un zapato de color rojo o negro?
  - ¿Cuántos zapatos hay de cada clase?
- En 8D sacaron las siguientes notas en el examen de factorización:  
3.0 - 4.5 - 1.5 - 3.0 - 3.0 - 2.1 - 4.1 - 3.9 - 4.1 - 4.5 - 2.5 - 4.5 - 3.2 - 3.8 - 4.2 - 2.0 - 4.5 -  
1.2 - 1.1 - 3.0 - 1.6 - 5.0 - 3.2 - 0.8 - 3.2 - 0.0 - 3.3 - 4.1 - 2.3 - 4.4 - 3.8 - 4.2 - 2.8 -  
4.5 - 2.0 - 4.8 - 4.5 - 1.2 - 5.0 - 1.3 - 4.0 - 3.7 - 3.8 (44 datos)
  - Construya la tabla de frecuencia para datos agrupados
  - Elabore tres preguntas de la tabla que obtenga y respóndalas
  - Saque una conclusión de todo lo observado |





### Anexo J: taller descomposición factorial aritmética g45

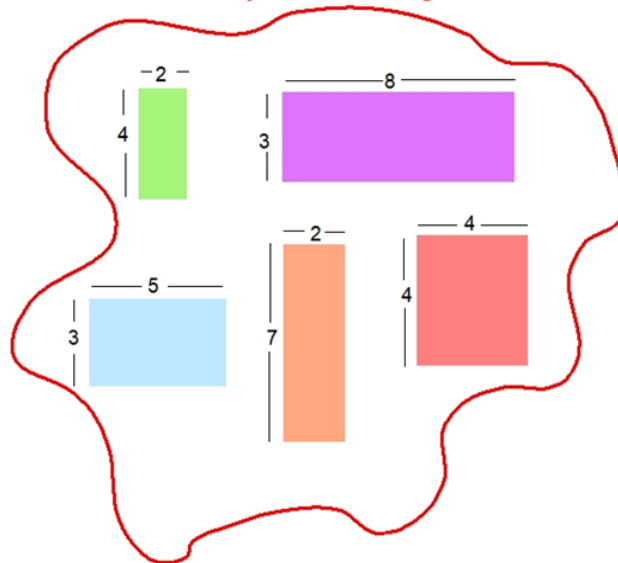
1. Hacer una representación geométrica con la siguiente descomposición factorial.

30	2
15	3
5	5
1	

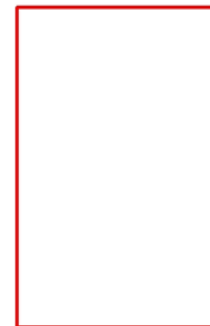
2. Para la siguiente figura:

- a) Calcular las áreas de cada uno de los rectángulos del conjunto.
- b) Ubicarlos en el rectángulo principal.
- c) Determinar las dimensiones de los lados del rectángulo principal.
- d) Obtener la suma del rectángulo principal como producto de sus lados y como la sumatoria de los rectángulos del conjunto.
- e) Representar el área y los lados del rectángulo principal como una descomposición factorial donde el área es el número a descomponer y los lados son los factores.

Conjunto de rectángulos



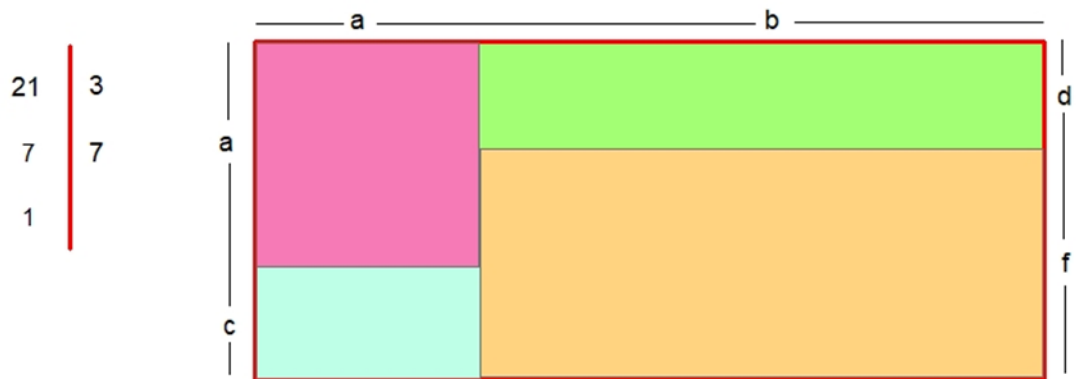
Rectángulo principal





3. Para la siguiente figura:

- Asigna los valores a las letras a, b, c, d y f de tal forma que representen la descomposición factorial.
- Calcula las áreas de los rectángulos inscritos y calcula el area del rectángulo grande.





### Anexo K: Concepción de matemática MT

Los primeros acercamientos con la matemática se dan en la escuela y el colegio, en donde aprendemos a sumar, multiplicar y dividir, y mientras vamos avanzando en los grados y empezamos la secundaria, se nos presentan ejercicios más extensos en donde se da la combinación de estas operaciones y aprendemos a tener un orden y a establecer que operaciones hacer primero. Continuamos avanzando grados y aprendemos que no todas las operaciones tienen que ser numéricas y aparecen las variables y ecuaciones; nos enseñan que hay muchos tipos de ecuaciones con una, dos, tres y más variables, aprendemos a despejar esas variables y a encontrar sus soluciones, en grados más avanzados aparece la factorización, trigonometría, límites y derivadas. Lo interesante de todas estas operaciones matemáticas es que siempre para su solución hay un paso a paso, aprendemos que siempre hay que tener un orden, realizar un primer paso, luego un segundo paso y así sucesivamente para llegar a la solución. Entonces en esos primeros acercamientos con la matemática aprendemos a manejar un orden con las cosas que hacemos, aprendemos a estructurar todo tipo de actividades estableciendo un paso a paso.

En general considero que en todo el proceso de aprendizaje de la básica y la secundaria el docente orienta al estudiante para que conozca los temas más representativos de las matemáticas y aprenda a resolver ejercicios; extrañamente en la secundaria aparecía un docente que quería enderezar el proceso, construyendo conocimiento, iniciaba con una introducción informal al tema, para luego demostrar el resultado que pretendía enseñarnos, pero recuerdo con claridad que mi actitud y la del grupo en general era un desespero por que



el profesor terminara esa parte teórica e iniciara rápidamente con los ejemplos para poder entender el tema. Entonces la predisposición de nosotros los estudiantes no permitía que el profesor lograra su objetivo.

Del colegio pensaba que las matemáticas eran simples operaciones que requieren de un orden, pero cuando llego a la universidad a estudiar matemática pura me entero de que estoy totalmente equivocado, cuando empiezo con los cursos de geometría euclidiana e introducción al cálculo en donde las clases eran netamente teóricas, y yo me preguntaba ¿si estoy en matemáticas donde están los números, cuando vamos a hacer ejercicios, para que toda esta teoría?

Con el tiempo me di cuenta que en el pregrado de matemáticas se construyen las matemáticas desde cero, el trabajo se hace bien hecho, se comienza con axiomas, definiciones y demostraciones, la información se entrega con un orden desde las bases, no se le obliga al estudiante a que acepte nada, todos los teoremas se demuestran, y aunque no es fácil la tarea porque requiere tiempo y dedicación, lo que se logra con este proceso es que el estudiante maneje con mayor profundidad y claridad los conceptos estudiados; entonces si esto se puede hacer con un estudiante de primer semestre que tiene edad entre 16 o 17 años de edad considero que puede hacerlo un estudiante de secundaria.

Finalizando la secundaria y hasta los primeros semestres en la universidad yo al igual que muchas personas pensaba que las matemáticas era una ciencia que estaba desarrollada al 100 por ciento y que además era una ciencia exacta como la gente suele mencionar, pero



cuando tuve la oportunidad de cursar lógica, teoría de conjuntos y teoría de números entendí que las matemáticas es una ciencia como cualquier otra área del conocimiento que tiene altibajos y está en proceso constructivo; proceso en el que podemos ser partícipes porque aportar nuevos conocimientos a una ciencia determinada no es un tema de seres superiores; la matemática es un colectivo de pensamiento en la que han participado personas que tienen las mismas capacidades que nosotros tenemos, lo que hay que resaltar en ellos es que lo hicieron con pasión y mucha disciplina.

Hablando del aprendizaje y de la interiorización de las matemáticas, creo que una buena preparación de la clase por parte del docente es fundamental para el entendimiento de un determinado tema por parte de los estudiantes, pero existe un paso intermedio entre ese entendimiento del estudiante y la interiorización de la información, es una tarea que obligatoriamente tiene que darse y es responsabilidad del estudiante realizarla; se trata de ejercitarse, de hacer ejercicios, de que el estudiante domine el paso a paso, la secuencia que exige un ejercicio de matemáticas para ser resuelto, que al estudiante se le generen dudas en la solución de ejercicios y adquiera la capacidad de resolverlas. Definitivamente no es suficiente con que el estudiante cuente con un docente altamente calificado, es necesario el trabajo independiente por parte del estudiante.

Cuando se aprende matemáticas adquieres herramientas que te son útiles para la vida diaria y pueden ser muy útiles en tu vida profesional dependiendo del área del conocimiento que escojas, por ejemplo las matemáticas son mucho más útiles para un ingeniero que para un abogado o un psicólogo, pero independientemente de que sean o no útiles en tu vida



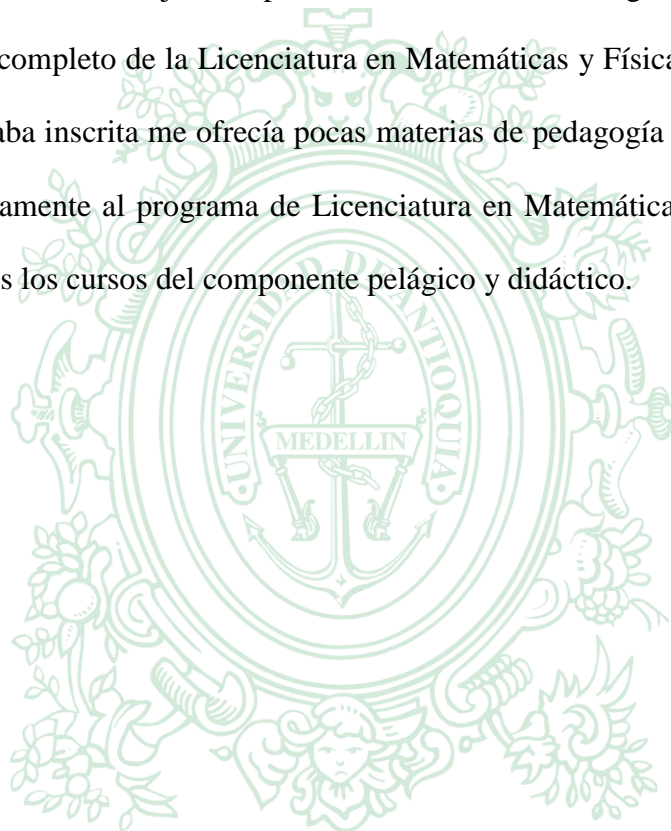
profesional, las matemáticas son un área del conocimiento que te permite adquirir ciertas destrezas y capacidad de análisis cuando las trabajas; cuando un estudiante se enfrenta a ciertas temáticas, cuando se esfuerza por hacer ejercicios que se presentan complejos, se vuelve más hábil para hacer análisis en cualquier situación de la vida diaria

Soy un completo convencido y defensor de que para evaluar o verificar que un estudiante aprendió un tema de matemáticas el examen no tiene que ser complicado. Hay ejercicios que son básicos pero que le permiten al docente cerciorarse de si el estudiante aprendió el concepto y lo sabe aplicar. Obviamente siempre se puede elevar el grado de dificultad en cualquier tema, pero eso es diferente a preparar un examen difícil para el estudiante.

Mientras cursaba el pregrado de matemáticas puras simultáneamente dictaba clases particulares y como me estaba segura de manejar los temas con claridad y profundidad, pensaba que se me iban a ser fáciles las clases que dictaba, pero la realidad era que se hacía difícil transmitir mis conocimientos a los estudiantes por el rigor con el que se enseña en matemáticas; entonces fue ahí cuando comprendí que en el pregrado de matemáticas nos dan una formación muy completa pero es rígida y abstracta, entonces sentí la necesidad de buscar metodologías y estrategias que me permitieran enseñar de una forma diferente a la que había aprendido. El Departamento de Matemáticas de la Universidad de Antioquia presentó la alternativa de hacer una doble titulación en Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas y Física, y decidí ingresar al programa, luego cuando estaba cursando las materias didácticas y pedagógicas me sorprendí al enterarme que las matemáticas se podían enseñar de diferentes



formas entre las cuales está el uso de material didáctico y material concreto, también nos hacíamos cuestionamientos de cómo enseñar una temática a partir de guías didácticas que le permitieran al estudiante una mejor comprensión del tema. Estas asignaturas me motivaron a revisar el programa completo de la Licenciatura en Matemáticas y Física, encontrando que en el programa que estaba inscrita me ofrecía pocas materias de pedagogía y tome la decisión de cambiarme definitivamente al programa de Licenciatura en Matemáticas y Física porque así podía acceder a todos los cursos del componente pedagógico y didáctico.





### Anexo L: Concepción de matemática CM

#### RECORRIDO HISTÓRICO DE MI CONCEPCIÓN DE MATEMÁTICAS

Sin duda alguna nuestra experiencia educativa ha cambiado y cambia día la clase de docente que somos, sin duda alguna la pedagogía que poseo para transmitir mis saberes esta permeada por la forma como mis docentes me transmitieron el suyo. Es por esto que yo como docente de matemática que soy, si pretendo dilucidar el sentido de mi saber propio, la esencia que define mi pedagogía, si pretendo ser cociente de cuál es la concepción de matemáticas que poseo hoy; debo mencionar que concepción epistémica me han otorgado mis educandos.

Mi primer docente fue mi madre, aquella persona que posiblemente posibilito que hoy yo me encuentre aquí, escribiendo estas letras; ella solía ponerme ejercicios y me motivaba a continuar pese a mi imposibilidad para poderlos realizar, yo continuaba y los realizaba, ella me felicitaba. Este simple hecho aunque cotidiano puede ser fundamental en la educación pues ante esa motivación descubría que las matemáticas aunque complejas, me podían brindar felicidad, caso contrario que le ocurrió a mi primo y le ocurre a otros tantos educandos, que ante la dificultad del aprendizaje, reciben reprimendas, castigos y simplemente correcciones de ejercicios tortuosos de realizar; he aquí donde surge una posible primera concepción de matemáticas de muchos ¡La matemáticas son una serie de problemas tortuosos que me darán infelicidad! Por mi parte en estas primeras instancias la concebía como ¡una serie de ejercicios que poseen una cierta dificultad, pero que al solucionarlos se obtiene una cierta felicidad!

En la escuela ocurrió casi igual, pero esta vez dicha concepción era similar, resaltando que ya se trataba de una competición en la que ganaba quien terminaba primero el ejercicio o quien sacaba mejor nota. En el colegio se dio en un primer momento un cambio positivo al conocer al profesor Juan Jaime escobar, pues el llegó con una matemática complicada, diferente, no necesariamente numérica, pues para resolver los problemas que lanzaba era necesario razonar, no simplemente seguir una serie de pasos para solucionar el ejercicio y ya. Esta nueva matemática me marco en cierto modo, me frustraba porque ya tenía cierta imposibilidad para





enfrentarme a ella, ya no podía resolver los problemas planteados, ya no pertenecía a ese grupo de estudiantes que competían por el primer lugar (es interesante saber que aquellos estudiantes que muchas veces le daban una solución al problema, no eran precisamente los más aplicados). Pero no todo fue imposibilidad, pues razono que de ser así, no escribiría las palabras que estás leyendo. Lo verdaderamente relevante de Jaime Escobar es que su método de enseñanza estaba acompañado de un dinamismo poco usual, que pese a nuestra imposibilidad, nos motivaba y nos premiaba, pues nos retaba y nos alentaba; que el problema es que él nos presentaba una matemática más contextualizaba y yo solo había sido formado para resolver ejercicios de los cuales no tenía ni idea cuál era su verdadera utilidad. Para este entonces concebía a la matemática como ¡aquella área entrelaza el campo numérico, con un razonamiento profundo de la realidad!

Los hechos relatados anteriormente acontecen a mis años de escolaridad en el grado sexto y séptimo y resalto precisamente esta época de la consiguiente en el bachillerato, porque después todo fue diferente. El siguiente profesor fue más tradicional, mas dado a la solución de ejercicios numéricos y sin duda alguna en este campo tenía gran agilidad. Posteriormente prosiguió otro, él era demasiado amable, demasiado pasivo, con muy poco carácter y por ende, con muy poca autoridad; este año perdí el interés por la matemática pues me resultaba en ocasiones repetitiva, ya que constantemente se estudiaban temas que se habían trabajado con anterioridad, y cuando trabajaba algún tema nuevo, ya no estaba interesado, así que me dedicaba a jugar (aun así, con esta actitud, fui de los pocos eximido del examen final, y hasta el día de hoy no me explico que sucedió para que esto pudiese pasar). El tiempo trajo consigo a la trigonometría y como yo ya no era un estudiante dedicado a las matemáticas, vinieron también las dificultades, la falta de comprensión, el bajo rendimiento académico; bajo rendimiento que fue afín con asignaturas relacionadas con la matemática, pues no comprendía física y le temía al área de química pues tenía un docente perezoso que simplemente nos exigía aprender de memoria documentos extensos correspondientes al área. Mi bachillerato termino nuevamente con aquel docente pacífico y aunque volvió mi interés por la asignatura



debido a las pruebas que se realizaban para pasar a la universidad, mi respeto por el docente desaparecía, puesto que me percate que no tenía tan buen dominio en el área; así que mi docente de español “Gloria Estela Santamaría” me sirvió como punto de apoyo para encontrarle un sentido al área. Al concluir mi secundaria, termine concibiendo ¡la matemática como aquella ciencia sin sentido práctico, escrita en un lenguaje numérico el cual ayuda a desarrollar la racionalidad!

Al llegar a la universidad no tenía claridad que era lo que quería estudiar, solo sabía que pese a mis altibajos en la época escolar, me consideraba bueno para las matemáticas; por este motivo decidí estudiar matemática pura y aunque estaba la opción de estudiar licenciatura en matemática y física, consideraba que esta carrera algo inferior a la que escogí; esta percepción se debía a la desvalorización del rol docente que existe en la sociedad, a la diferencia de fundamentos matemáticos que existe entre la una y la otra, a que la matemática pura me posibilitaba ser docente si quisiera, pero también un gran científico.

Mucha personas que han estudiado en la facultad de ciencias exactas y en otra facultad aparte de la universidad afirman: “Ciencias exactas es un desierto” (Matemática y física pura). Esto se debe al enorme nivel de exigencia que existe en esta facultad. Pero en realidad el problema central no es tanto la exigencia, ya que uno si se esfuerza muchísimo se puede adaptar; el problema es más bien un asunto de vocación por parte del estudiante y por parte de los docentes, ya que muchos evidencian que les gusta la investigación, pero que al parecer desprecian la educación (en ciencias exactas pareciera que el alumno es de poca relevancia para gran parte de los docentes).

En cierta etapa de la vida muchos seres humanos se arrepienten de varias de las acciones que ha realizado. En mi caso solo me arrepiento del tiempo cronológico que invertí en dicha facultad, pues la experiencia y el aprendizaje que tuve, valió cada segundo la pena. Pero como dije anteriormente, en parte estudiar matemática o física pura es un asunto de vocación y aunque estaba adquiriendo bases muy sólidas y una gran comprensión teórica en este campo; no le encontraba un sentido práctico a mi estudio; no me imaginaba estar día tras día



realizando múltiples cálculos, demostrando miles de teoremas, resolviendo una infinidad de problemas que en cierto modo en este país serían de poca utilidad (Colombia no apoya de una forma significativa la ciencia). En esta época concebía a las matemáticas como aquella ciencia que construye, se reconstruye y a la vez estudia, todo un lenguaje lógico de símbolos, reglas y convenciones; que intentan modelar y explicar tanto los fenómenos que ocurren a nuestro alrededor, como los fenómenos abstractos que se presentan en nuestra imaginación!

Ante el ambiente de estudio que se sentía en ciencias exactas, mis obligaciones laborales y mi sensación de que no estaba estudiando aquello en lo que me quería dedicar toda mi vida. Tome la determinación de cambiar de carrera a Licenciatura en Matemáticas y Física, ya que de esta manera los estudios antes realizados me serían de utilidad para esta nueva profesión y no opte por otra carrera con afinidad al campo numérico, porque no le encontraba sentido a una ingeniería o algún tipo de área social o empresarial como la economía.

Es así como llegué a la facultad de educación y debo decir que fue profesionalmente la mejor decisión que he tomado en mi vida; pero también debo agregar que como matemático y pedagogo que soy, fue un poco desalentador seguir presenciando que tanto en la facultad de ciencias exactas, como en la de educación, enseñan la matemática de forma similar aunque en esta última con una mayor cercanía Docente-Alumno y un nivel de complejidad teórico diferente. Si mi experiencia matemática solo estuviese permeada por la forma en que me han enseñado matemáticas, pensaría que la matemática solo se puede enseñar de una manera, solo se puede transmitir como una disciplina fría, exacta y carente de un verdadero sentido aplicativo en nuestra realidad. Pero afortunadamente las materias pedagógicas que conforman el pensum académico, me han enseñado que un docente no es definido solamente por su saber específico, un docente debe complementar su área de conocimiento con una fuerte vocación por su labor, una gran calidez humana y una amplia formación pedagógica y ética. “El saber específico para un docente es el que le permite acceder a un campo donde puede transformar realidades humanas, transformando a la vez su interior”



En cuanto a la concepción de matemáticas que poseo casi al final de mi carrera y al inicio de mi práctica docente; puedo decir que no tenía ni idea y aunque es cierto que anteriormente di varias definiciones, en esta etapa de mi formación ya era más consciente de la importancia de esta área, de su versatilidad y de lo general que es esta área del conocimiento, pues soy un convencido de que en realidad las matemáticas están en todas partes, pero no en forma numérica como la mayoría cree.

Mi práctica pedagógica fue enriquecedora y afianzo las bases que me están encaminando a ser un gran docente, en esta práctica comprendí lo complejo que es ser docente y considero que la única forma de ser un especialista en este campo es viviendo la experiencia, creo que no hay teoría que te prepare para enfrentar la complejidad y la incertidumbre que puede haber en un aula de clase; tenemos el deber de contribuir en la formación de cientos de jóvenes que viven un contexto socialmente general y familiarmente particular. El docente debe enfrentarse a la realidad de que hoy mucho de los jóvenes no quieren aprender; debe ser capaz de encontrar un equilibrio para socializar e influir positivamente (en lo posible) en sus estudiantes; debe ser mediador en los problemas entre educandos e inclusive en múltiples ocasiones debe mediar en problemas con los mismos padres; debe tomarse el tiempo para preparar su clase, así sus otras obligaciones laborales y personales se lo dificulten; debe soportar la presión social de dar continuidad a su formación sin una base económica que lo posibilite; debe soportar que su profesión este desvalorada, inclusive por los mismos dirigentes de nuestro país. En definitiva ser docente puede ser una de las labores más complejas de este país; es por ello que el docente debe poseer una adecuada formación y una profunda vocación que le den una base y sentido propio a su labor.

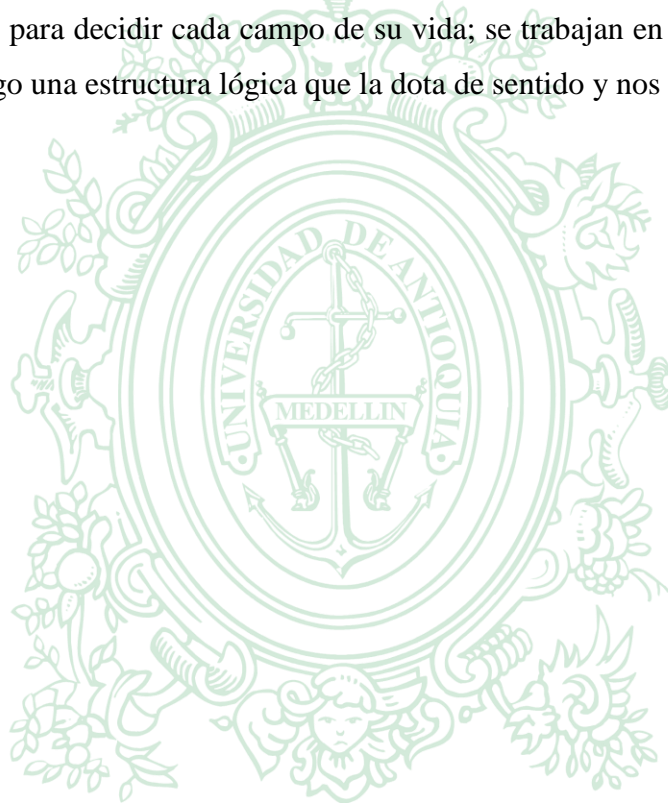
Para terminar este escrito diciendo que las Matemáticas son una construcción social que me permite no solo solucionar los problemas que se me presentan cotidianamente, sino que también permite entender y dar una explicación racional al entorno que nos rodea. Esta área del conocimiento es aplicada a otros campos conceptuales para construir nuevo conocimiento, estudiar el ya existente e inclusive mejorarlo. Las matemáticas pueden trabajarse



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

conjuntamente con la física en su afán de darle una explicación del mundo; Estas pueden ser aplicadas en el campo tecnológico en pos de mejorar la calidad de vida del hombre. Esta construcción social es tan versátil que se trabaja conjuntamente con las ciencias sociales en su análisis del hombre, en el estudio de su forma de actuar y en como las personas utilizan el razonamiento lógico para decidir cada campo de su vida; se trabajan en el lenguaje pues cada lenguaje tiene consigo una estructura lógica que la dota de sentido y nos permite interactuar.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



### Anexo M: Protocolo ético MT

#### PROTOCOLO DE COMPROMISO ÉTICO Y ACEPTACIÓN DE LOS Y LAS PARTICIPANTES EN LA INVESTIGACIÓN

**Nombre de la Investigación:**

**Factorización y probabilidad. Una reflexión autobiográfica basada en la lúdica.**

**Institución Educativa:** Colegio Alfonso Londoño Martínez

**Investigador:** María Teresa Llano Patiño

Presentamos a ustedes nuestro compromiso ético. Entendiendo como imperativo y deber hacer uso adecuado y discrecional de la información recolectada en el desarrollo de este trabajo, con el único fin de lograr los objetivos de estudio y en la perspectiva de contribuir al mejoramiento de la educación de la matemática en la primaria y secundaria, así como aportar en temas teóricos sobre la enseñanza de la factorización.

El uso discrecional y adecuado de la información recogida y de su análisis, implica que la misma solo será utilizada para los propósitos de esta investigación enunciados en el marco de este trabajo, que se evitara la alusión de nombres propios y se valorara con respeto y responsabilidad los aportes de cada uno de los participantes. Los análisis y resultados se pondrán en conocimiento de los participantes.

Desde esta perspectiva, las personas que firman este documento autorizan al investigador para que las fuentes de información, como escritos, audios, entrevistas y observaciones, se constituyan en bases de datos para dicha investigación. Igualmente se le solicita respetuosamente a los firmantes, anotar algunas recomendaciones que consideren pertinentes relacionadas con la autorización que otorgan al investigador.

FIRMA ACUDIENTE

FIRMA DEL ESTUDIANTE



### Anexo N: Protocolo ético CM

#### PROTOCOLO DE COMPROMISO ÉTICO Y ACEPTACIÓN DE LOS Y LAS PARTICIPANTES EN LA INVESTIGACIÓN

**Nombre de la Investigación:**

**Factorización y probabilidad. Una reflexión autobiográfica basada en la lúdica.**

**Institución Educativa:** Colegio Alfonso Londoño Martínez

**Investigador:** María Teresa Llano Patiño

Presentamos a ustedes nuestro compromiso ético. Entendiendo como imperativo y deber hacer uso adecuado y discrecional de la información recolectada en el desarrollo de este trabajo, con el único fin de lograr los objetivos de estudio y en la perspectiva de contribuir al mejoramiento de la educación de la matemática en la primaria y secundaria, así como aportar en temas teóricos sobre la enseñanza de la factorización.

El uso discrecional y adecuado de la información recogida y de su análisis, implica que la misma solo será utilizada para los propósitos de esta investigación enunciados en el marco de este trabajo, que se evitara la alusión de nombres propios y se valorara con respeto y responsabilidad los aportes de cada uno de los participantes. Los análisis y resultados se pondrán en conocimiento de los participantes.

Desde esta perspectiva, las personas que firman este documento autorizan al investigador para que las fuentes de información, como escritos, audios, entrevistas y observaciones, se constituyan en bases de datos para dicha investigación. Igualmente se le solicita respetuosamente a los firmantes, anotar algunas recomendaciones que consideren pertinentes relacionadas con la autorización que otorgan al investigador.

FIRMA ACUDIENTE

FIRMA DEL ESTUDIANTE