

**EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA: UNA PROPUESTA
APLICADA A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA**

**YURY ELENA GARCÍA PUERTA
DIEGO FERNADO HERRERA SEPÚLVEDA**

**Trabajo de grado para obtener el título de licenciados en
matemáticas y física**

ASESORES:

**Lourdes Valverde Ramírez
Dra. En Ciencias Pedagógicas**

**Rubén Dario Henao Ciro
Magíster en Didáctica de las Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
MEDELLÍN
2007**

AGRADECIMIENTOS

A nuestros asesores, el magíster Rubén Darío Henao Ciro y a la doctora Lourdes Valverde por sus valiosos aportes, la confianza y la disposición permanente para ayudarnos en nuestro proceso de formación profesional.

A los educadores que muy cordialmente nos colaboraron en la solución de las encuestas.

A los profesores, Oscar Meneses, Luz Stella Mejía, Luz América Fernández Zea y Orlando Monsalve por sus valiosos aportes y porque sin ningún tipo de remuneración accedieron a revisar nuestra propuesta permitiéndonos contar con su experiencia y conocimiento.

A nuestra familia por ser pilares fundamentales en nuestra formación, por su apoyo incondicional, por creer en nosotros y por compartir a nuestro lado todos los logros y sinsabores que nuestro desempeño como estudiantes y practicantes dejaron en nuestros corazones.

RESUMEN

Esta monografía constituye una propuesta teórico descriptiva, que busca dar a conocer una propuesta para evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica, en ella se busca hacer claridad sobre los tipos de ejercicios pertinentes para evaluar dicha competencia, además de las acciones que un estudiante realiza en el momento de argumentar, para el desarrollo de ésta se vivieron las siguientes etapas:

Etapa inicial: un planteamiento de un posible problema y la realización de una encuesta a los docentes que nos permitiera evidenciar que muchos de ellos desconocen la forma cómo se deben evaluar las competencias, en especial la argumentativa.

Etapa intermedia: en ella se realizó una indagación bibliográfica que sustentara nuestra propuesta y a partir de allí se hizo una propuesta para evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica. Esta propuesta fue puesta en consideración por siete docentes de la universidad de Antioquia.

Etapa final: luego de conocer las opiniones de los docentes y sus recomendaciones se corrigió la propuesta, especificando la forma en como se deben seleccionar los ejercicios de argumentación y la forma en cómo se deben evaluar.

TABLA DE CONTENIDOS

1. DISEÑO TEÓRICO	6
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1.2 CAMPO DE ACCIÓN	9
1.3 OBJETO DE ESTUDIO	9
1.4 OBJETIVO	10
1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	11
1.6 TAREAS DE INVESTIGACIÓN	12
2. MARCO TEÓRICO	13
2.1 EL CONCEPTO DE EVALUACIÓN	13
2.2 TIPOS DE EVALUACIÓN	16
2.2.1 Según el momento en que se realiza	16
- Evaluación Diagnóstica	16
- Evaluación Formativa	16
- Evaluación Sumativa	16
2.2.2 Según lo que se evalúa	17
- Evaluación Por Competencias	17
2.3 INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN	20
2.3.1 Observación	22
2.3.2 Entrevista	23
2.3.3 Encuesta	24
2.3.4 Cuestionario	25
2.4 TIPOS DE PRUEBAS ESCRITAS	25
2.4.1 Pruebas de opción o selección múltiple.	26
- Pruebas que requieren algún tipo de respuesta o complemento.	26
- Pruebas que requieren la selección de algún tipo de respuesta	26

- Pruebas dicotómicas	26
- Pruebas de selección múltiple.	26
2.4.2 Pruebas de respuestas por pares o pareadas.	27
2.4.3 Las pruebas de ensayo	28
2.4.4 Tests	28
2.5 ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS	29
2.5.1 Formas en que se puede presentar una argumentación.	31
2.5.2 Elementos de una argumentación.	34
2.5.3 Acciones que debe realizar un estudiante cuando argumenta.	38
3. PROPUESTA METODOLÓGICA	45
3.1 ACCIONES QUE UN ESTUDIANTE REALIZA CUANDO ARGUMENTA POR ESCRITO.	46
3.2 EJERCICIOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN GEOMETRÍA ANALÍTICA.	49
3.3 PROPUESTA PARA EVALUAR LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA.	57
4.DISEÑO METODOLÓGICO	64
4.1 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN	65
4.2 POBLACIÓN	65
4.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	66
4.4 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA	66
5. CONCLUSIONES	76
6. BIBLIOGRAFIA	77
7. ANEXOS	79

1. DISEÑO TEÓRICO

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la última década el sistema educativo colombiano ha sufrido transformaciones, entre ellas, la evaluación como eje fundamental en este proceso viene siendo replanteada, todo esto, de acuerdo con los nuevos diseños curriculares que se proponen para la enseñanza de las Matemáticas en el país.

Esta perspectiva ha promovido un replanteamiento significativo en cuanto a la función de la educación Matemática, los contenidos y la evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En torno a la evaluación, sus criterios se enfocan a determinar si un estudiante es competente, es decir, hasta que punto ha integrado el conocimiento matemático y lo emplea en la solución de situaciones diversas y complejas que exigen desempeños propios de la actividad matemática.

Por su parte el ICFES plantea una evaluación educativa que cumpla con altos estándares técnicos internacionales y nacionales; una evaluación en la cual la comunidad académica del país participa activamente liderando propuestas de evaluación que parten de las necesidades de la escuela y que arrojan fuertes indicadores sobre el estado de la educación.

El ICFES acompañado de un grupo de docentes e investigadores universitarios, con trayectoria en el campo de la evaluación educativa y profesionales del MEN, lideran un trabajo académico en evaluación que denominan Colegiaturas, las cuales están comprometidas en construir una evaluación coherente con los estándares básicos de competencias, una evaluación que integre procesos a través de pruebas conjuntas y articule otras formas de evaluación como la

producción de textos argumentativos por medio de la escritura en pruebas como el Examen de Estado.

También en la normatividad educativa se observan cambios en la manera de concebir la evaluación: desde la evaluación por contenidos de la reforma curricular de 1984 hasta la propuesta de los estándares básicos en competencias publicados por el Ministerio de Educación Nacional en matemática, lenguaje, competencias ciudadanas y ciencias, entre los años 2002 y 2004, hay una propuesta de evaluación que se enmarca en la Ley General de Educación y en su posterior reglamentación. Esta propuesta que cuestiona la evaluación memorística de contenidos y propende por evaluación de habilidades, competencias y desarrollo de pensamiento científico tiene coherencia con las pruebas que diseña y aplica el ICFES.

Debido a esto el examen de estado es una prueba que centra la evaluación en competencias antes que en rastrear información y datos que pueda almacenar un estudiante en su memoria.

Tales concepciones permearon inicialmente la propuesta de evaluación de la educación básica primaria y secundaria, pero en el hoy por hoy han venido planteando una directriz importante en la evaluación de la Educación Superior.

Por su parte las profesoras Olga Lucía León y Dora Inés Calderón¹ han expresado la importancia de la argumentación en matemáticas debido a un estado

¹ CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía. La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. p59

generalizado de incompetencia comunicativa y matemática, tanto en estudiantes como en profesores, cuando unos y otros se enfrentan a situaciones de interpretación y producción de discursos argumentativos y a soluciones de problemas matemáticos que exigen formas de razonamiento elaboradas.

Es por esto “que la evaluación por competencias se constituirá en el norte de los procesos educativos, en tanto herramienta que ayuda en la formación de ciudadanos libres de pensamiento, de acción y gestores de su propia educación”².

Cabe anotar que la competencia argumentativa induce de una manera directa el desarrollo de otras competencias tales como la propositiva, interpretativa y comunicativa, por lo que la argumentación, se constituye en uno de los ejes fundamentales en la construcción del conocimiento matemático y la evolución de las habilidades en el estudiante.

Por lo tanto, se presenta la oportunidad para investigar en el campo de la evaluación, la cual ha sufrido grandes transformaciones con el paso del tiempo, donde los docentes no tienen un acuerdo en común y algunos desconocen las herramientas adecuadas para abordar la evaluación por competencias lo que evidencia una dificultad en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior, se hace necesario evaluar por competencias de manera eficaz en el área de matemáticas, y es allí donde radica nuestra investigación, la cual tiene como objeto de estudio la evaluación de la competencia argumentativa en matemáticas y su finalidad será la de proponer diversos criterios

² FERNÁNDEZ Tobón, José Leonidas y QUIROZ Posada, Ruth Elena. Evaluación por Competencias en el proceso de Formación Integral.
http://72.14.205.104/search?q=cache:Qnpf3u0awWAJ:www.pucpr.edu/vpaa/oficina_revision_curricular/pdf/evaluacion_por_competencias.pdf+evaluacion+por+competencias&hl=es&ct=clnk&cd=4. Consultada septiembre 18 de 2006. Hora 10: 30 PM

y estrategias que permitan mejorar la evaluación de la competencia argumentativa en la Institución Educativa Javiera Londoño.

Este trabajo estará orientado a identificar cuales ejemplos son convenientes para el desarrollo de la competencia argumentativa, determinar los pasos para realizar una argumentación en matemáticas y analizar el concepto de evaluación en torno a la competencia argumentativa, de manera que posibilite el diseño de los criterios de evaluación enfocados a determinar si un estudiante es competente, es decir, hasta que punto ha integrado el conocimiento matemático y lo emplea en situaciones diversas que exigen desempeños propios de la actividad matemática.

En consecuencia planteamos el siguiente problema de investigación:

¿Cómo evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica en la Institución Educativa Javiera Londoño a partir de pruebas escritas?

1.2 CAMPO DE ACCIÓN: Evaluación de la competencia Argumentativa en Geometría analítica

1.3 OBJETO DE ESTUDIO: La Competencia Argumentativa

1.4 OBJETIVO

Diseñar una propuesta para evaluar la competencia argumentativa en Geometría Analítica en el grado décimo de la Institución Educativa Javiera Londoño.

1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

- ◆ ¿De qué forma se puede evaluar la competencia argumentativa en matemáticas?
- ◆ ¿Qué se debe tener en cuenta para la evaluación de la competencia argumentativa en Geometría Analítica por medio de una prueba escrita?
- ◆ ¿Por qué es importante la Argumentación en la enseñanza de la matemática?

1.6 TAREAS DE INVESTIGACIÓN

- ◆ Realizar un rastreo bibliográfico que sustente la propuesta
- ◆ Determinar las acciones que dan cuenta de si un estudiante argumenta o no.
- ◆ Definir los criterios valorativos a tener en cuenta en una prueba escrita
- ◆ Diseñar pruebas escritas para evaluar la competencia argumentativa en Geometría Analítica.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 EL CONCEPTO DE EVALUACIÓN

En la década de los cuarenta el proceso evaluativo tenía como único fin la comprobación de objetivos y resultados, pero a partir de los años sesenta se empieza un proceso de renovación y reconceptualización del término, es por ello que actualmente encontramos una diversidad de significados y apreciaciones acerca de lo que es un proceso evaluativo.

Al realizar un rastreo bibliográfico acerca de lo que es evaluar, hemos encontrado las siguientes definiciones:

- “Evaluar es emitir un juicio de valor fundamentado en información recogida sistemática y científicamente, y con el objeto último de utilizar este juicio o información para actuar sobre el programa, la persona o la actividad”³
- “Evaluar es comparar el resultado obtenido con el resultado esperado, para establecer razonablemente el valor de un proceso o un método, de una hipótesis o teoría, de la acción de una persona o un equipo”⁴.
- Evaluar "es un acto de valorar una realidad, que forma parte de un proceso cuyos momentos previos son los de fijación de características de la realidad a valorar, y de recogida de información sobre las mismas, y cuyas etapas posteriores son la información y la toma de decisiones en función del juicio emitido" ⁵

³ GUTIERREZ Cerda, Hugo. La evaluación como experiencia total. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2000. 41p

⁴ ¿Qué es evaluar? <http://www.geocities.com/Athens/Forum/5661/evaluar.html>. Consultada el día 18 de septiembre de 2006. hora: 8:30 pm

⁵Pérez y García En: CANO Flores Milagros. EVALUACIÓN Y EDUCACIÓN. <http://www.uv.mx/iesca/revista2/mili1.html>. Consultada el 18 de septiembre de 2006. Hora: 8: 30 PM

En ellas se muestran diversas posiciones frente a la evaluación, en las que se enuncia tangencialmente uno o dos aspectos de la evaluación, o al menos de las planteadas por el MEN en los lineamientos curriculares de Matemáticas y en el decreto 0230 de febrero 11 de 2002.

El MEN (Ministerio de Educación Nacional) en los Lineamientos Curriculares plantea la evaluación como “un juicio en donde se comparan los propósitos y deseos con la realidad que ofrecen los procesos, de aquí que la evaluación debe ser más una reflexión que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos”⁶

Además, en el decreto 0230 de febrero 11 de 2002⁷ resalta que los principales objetivos de la evaluación son:

“a) Valorar el alcance y la obtención de logros, competencias y conocimientos por parte de los educandos.

b) Determinar la promoción o no de los educandos en cada grado de la educación básica y media.

c) Diseñar e implementar estrategias para apoyar a los educandos que tengan dificultades en sus estudios.

d) Suministrar información que contribuya a la autoevaluación académica de la institución y a la actualización permanente de su plan de estudios”⁸.

Desde esta perspectiva, se deja ver la evaluación no sólo como la forma de determinar los alcances de un estudiante, sino que va más allá, ella debe permitir que el maestro reflexione y determine si los resultados son los que esperaba; es

⁶ Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Julio de 1998.

⁷ MEN. Finalidades y Alcances del Decreto 230 de febrero de 2002. Bogotá, DC, 2002.

⁸ MEN. Finalidades y Alcances del Decreto 230 de febrero 11 de 2002. Bogotá, DC, 2002.

decir, la evaluación debe permitir que el docente se autoevalúe y evalúe sus estrategias y metodologías.

Se propone la evaluación como un proceso “dinámico y abierto, centrado en el impacto del quehacer pedagógico sobre las diferentes dimensiones del desarrollo integral humano”.⁹

Con el fin de abarcar en la medida de lo posible las propuestas del Ministerio de Educación y el ICFES, asumiremos la evaluación como “un proceso de retroalimentación mediante el cual los estudiantes, los docentes, las instituciones educativas y la sociedad obtienen información cualitativa y cuantitativa sobre el grado de adquisición, construcción y desarrollo de las competencias, teniendo en cuenta tanto los resultados finales como el proceso, con base en unos parámetros y normas consensuados, a partir de lo cual se toman decisiones sobre formación, estrategias docentes, estrategias de aprendizaje, recursos, políticas institucionales y políticas sociales”¹⁰ definición que va de la mano con las propuestas del MEN.

En este sentido, la evaluación deberá ser un proceso permanente y sistemático con el que se busque obtener información acerca del desempeño, avance y rendimiento alcanzado por los estudiantes y la calidad de la metodología o estrategia utilizada por el maestro, permitiendo la reorientación de las mismas en el caso en que no se estén logrando los objetivos que inicialmente se esperaban alcanzar, debe ser flexible en cuanto se adecua a las características y necesidades de las personas y del medio donde se desarrolla, e integral porque debe considerar a todos los agentes que participan en el proceso educativo, es decir; maestros, estudiantes, directivos, entre otros.

⁹ MEN. Resolución número 2343. Santafé de Bogotá, DC, junio de 1996. Pág. 23

¹⁰ Tobón, Sergio. Formación basada en Competencias En: CANO Murillo, Yury Marcela. S et al. Competencias que evalúan algunos docentes de matemáticas en el aula de clases. Universidad de Antioquia. Medellín.

La evaluación no será equivalente a medida, ya que la medida es un dato puntual, es cuantificación, mientras que la evaluación es un proceso que permite dar una valoración de Excelente, Sobresaliente, Aceptable, Insuficiente y Deficiente (según lo estipulado en el decreto 230).

2.2 TIPOS DE EVALUACIÓN

A continuación se presenta la clasificación de la evaluación teniendo en cuenta, en primer lugar, el momento en que se realiza, y segundo, lo que se evalúa.

2.2.1 Según el momento en que se realiza

Evaluación Diagnóstica

Aunque toda evaluación tiene el carácter de diagnóstica, se hace énfasis en considerarla como una clase aparte, porque por medio de ella se determina la situación del educando antes de iniciar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta se emplea, para saber cómo se encuentra un estudiante antes de iniciar un curso, programa o proceso de aprendizaje, mediante sus resultados podemos saber si sabe más de lo que necesitaba saber, o si sabe menos de lo requerido. También tendremos conocimiento de sus capacidades o limitaciones en relación con los contenidos que se desea impartir en la asignatura.

Evaluación Formativa

Como su nombre lo indica, tiene el carácter de formación. Con ella se busca ir acompañando el proceso de aprendizaje del estudiante para orientarlo en sus logros, avances o tropiezos.

En consecuencia, la evaluación formativa consiste en la apreciación continua y permanente de las características y rendimiento académico del estudiante, a través de un seguimiento durante todo su proceso de formación. Esto permite verificar en el alumno la capacidad de aplicar lo aprendido en el momento de la toma de decisiones y en la solución de problemas propios relacionados con el entorno donde se desenvuelve.

Evaluación Sumativa

Busca la valoración y alcance total de los objetivos planteados para la labor educativa. En otras palabras, este tipo de evaluación no es otra cosa que la verificación o constatación respecto a la obtención o no de lo propuesto inicialmente, y de su valoración depende la toma de decisiones.

No se trata entonces, de sumar objetivos o logros, sino más bien de verificar cómo estos objetivos se integran para contribuir a lograr el perfil deseado.

2.2.2 Según lo que se evalúa

Evaluación Por Competencias

Nos encontramos en una sociedad en la cual la forma de pensar de sus integrantes, sus ideales, necesidades, metas y formas de concebir el mundo se encuentran en constante cambio, de la misma forma y buscando atender las necesidades sociales, los objetivos y fines de la escuela deben cambiar.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional y el ICFES han sugerido nuevas propuestas para la “formación integral”, de los sujetos, dicha formación pretende que el sujeto aprenda a *ser, a hacer, a conocer y a trabajar en equipo*, por lo que

las nuevas propuestas educativas se están enfocando al desarrollo de competencias.

El término competencia adquiere su significado según el contexto en que se esté trabajando, por ejemplo, en el ámbito empresarial, las competencias hacen referencia al conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes, sentimientos y valores que se requieren para desempeñar con éxito una tarea o un conjunto de tareas; mientras que en educación, según el Ministerio de Educación Nacional, el término competencia se entiende como un “sabe hacer en contexto”.

En la formación de los sujetos, no es suficiente con que se de un proceso de enseñanza, sino que como parte fundamental de éste proceso también se encuentra la evaluación; y si hablamos de una enseñanza para potenciar las competencias es necesario también hablar de una evaluación por competencias.

La evaluación por competencias surge en la década de los noventa y tiene su punto de partida en el campo empresarial. En educación se ha querido plasmar a través de los PEI y el afán por cualificar la Educación e insertarla en la realidad en que se desarrolla.¹¹

En Colombia ha sido promovida por el ICFES, quien propone la evaluación desde cuatro competencias básicas: la comunicativa, la interpretativa, la argumentativa y la propositiva.

La evaluación por competencias se entenderá “como un proceso mediante el cual se manifiestan los desempeños y la manera de actuar del estudiante en determinado contexto, por lo que adquiere un carácter diagnóstico y cualitativo que debe comprender las finalidades de enseñanza, un bloque temático, los

¹¹ CERDA Gutierrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2000. P235

objetos de estudio de las temáticas y el proceso de recolección y seguimiento de las evidencias”¹²

Por otra parte, “la **evaluación por competencias en matemáticas** puede pensarse como la valoración de la aplicación de los conocimientos y habilidades matemáticas que posee el estudiante en su entorno social, donde se entiende la matemática como actividad de resolución de problemas, de razonamiento, comunicación, interpretación y argumentación”¹³

En este punto, cuando se ha dicho que las nuevas propuestas giran en torno a las competencias, surgen algunas inquietudes, tales como: ¿De qué manera se enseña o qué estrategias usar para desarrollar las competencias? o ¿Cómo se evalúa por competencias?

Ante la pregunta de cómo debe ser una evaluación por competencias, Quelle¹⁴ propone tres dimensiones para conceptualizar este tipo de evaluación. Ella debe ser formativa, en el sentido de que contribuya a la toma de conciencia de los procesos de pensamiento y aprendizaje; debe explicar con claridad el grado de operacionalización de los objetos de aprendizaje, con la intención de posibilitar la evaluación efectiva de la capacidad de alguien para hacer algo y la evaluación efectiva de lo que se pretende evaluar, además, la evaluación por competencias debe guiar al estudiante en un proceso en el que el conocimiento obtenga sentido en la medida en que permita resolver problemas.

Lo que se propone entonces, es enfocar la evaluación hacia la solución de problemas y no a la repetición, al pie de la letra, de los contenidos enseñados.

¹² MONTOYA Velásquez, Edwin Ferney. Propuesta de Evaluación por Competencias para Estudiantes del curso de Cálculo en una Variable de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación Modalidad Presencialidad concentrada. Universidad de Antioquia. Medellín, 2006. P40

¹³ Ibid. P45

¹⁴ Ibid. P40

¿Cómo es posible evaluar las competencias?

No es posible evaluar la competencia de una manera directa, ya que ésta se muestra a través de la acción, por lo que se acude a los indicadores de logro para dar cuenta de ésta.

Estos indicadores de logro o de desempeño varían de acuerdo con el contexto y la situación; por tanto los métodos para valorar cada una de las competencias disponen de una considerable diversidad de posibles contextos en los que puede tener lugar la ejecución.

Lo anterior conduce a reconocer que las diferencias entre individuos o entre grupos no se explican por la ausencia o presencia de tal o cual habilidad o competencia sino por la puesta en escena de procedimientos y estrategias en un contexto particular.

Es importante tener en cuenta que una competencia no se desarrolla, como se dice popularmente, de la noche a la mañana, sino que es un proceso continuo a lo largo de la vida de cada individuo y el que se desarrolle en un mayor grado o no, depende del contexto en el que se desenvuelva más que de sus propias capacidades.

2.3 INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

La información para la evaluación puede venir de toda una gama diferente de fuentes y se puede recolectar mediante un conjunto ilimitado de instrumentos y técnicas. Por lo general la clasificación de las pruebas e instrumentos que se utilizan en la evaluación educativa se centra en aquellas pruebas que están ligadas al campo cognoscitivo dejando a un lado las que se refieren a aspectos

propios del área social, afectiva, psicomotriz o cultural, o que hacen parte de la evaluación cualitativa.

La clasificación mas difundida es aquella que hace referencia a los paradigmas cuantitativos y cualitativos, o sea donde los instrumentos se les clasifica según el grado de rigor estadístico o matemático y por el grado de preocupación que existe por el control de variables, la medida de los resultados o la importancia que tiene el proceso y por su carácter explicativo o comprensivo.

Según esto, se establecen diferencias entre medir y evaluar, donde evaluar es sinónimo de enjuiciar y valorar a partir de cierta información recogida directa o indirectamente de la realidad evaluada, en cambio medir es el acto propio de cuantificar errores y adjudicar calificaciones mediante pruebas estructuradas y estandarizadas¹⁵

Tradicionalmente se tiende a confundir los términos instrumento, prueba y técnica, y en muchos casos se les acepta como sinónimos. El instrumento es sólo un medio para alcanzar un fin o quizás una ayuda que se utiliza para la recolección de datos a fin de facilitar la medición o evaluación de los mismos; en cambio la técnica es un concepto más amplio; en ella se pueden puede abarcar y utilizar varios instrumentos, y la prueba se refiere tanto a la operación que incluye la recolección de datos que nos ayudarán a describir o representar los aspectos que se miden o evalúan, como el instrumento propiamente dicho que sirve de base para esta operación.

¹⁵ CERDA Gutierrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2000. P60

La prueba, además de ser un proceso sistemático, es un conjunto unificado de elementos (objetivos, procesos, instrumentos, escalas de medición, etc) que participan en el proceso de evaluación o medición¹⁶.

A continuación se presentan algunas técnicas e instrumentos necesarios para la evaluación que posibilitan otras opciones diferentes a las tradicionales pruebas escritas y orales, las pasadas al tablero, los ejercicios adicionales a la clase, etc.

2.3.1 Observación

Consiste en el examen atento y riguroso del alumno para llegar al conocimiento del alcance de un trabajo que se está llevando a cabo. Permite detectar los niveles de aprendizaje, dificultades y posibilidades en el proceso de aprendizaje¹⁷

La observación es una técnica utilizada por investigadores sociales y por personas que les corresponde evaluar actividades o procesos activos, que sólo mediante la observación es posible percibirlos en toda su extensión.

Ha sido severamente cuestionada su objetividad y confiabilidad como instrumento científico, porque a diferencia de otras es una técnica que está sometida a la influencia de la propia concepción del mundo que percibe el evaluador o investigador y que va a influir parcialmente en la selección, análisis y valoración de los fenómenos y cosas observadas.

¹⁶ CERDA Gutierrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2000. P20

¹⁷ Ediciones SEM. Técnicas de evaluación. Bogota: Géminis, 2003. 23 p.

2.3.2 Entrevista

A través de la historia las pruebas orales han hecho parte del sistema educativo, ya que por mucho tiempo los exámenes escritos y orales hicieron parte de los mecanismos de evaluación, calificación y promoción de los estudiantes.

Para muchos estudiantes el interrogatorio oral fue su preferido, debido a que les daba la oportunidad de corregir, fundamentar o aclarar cualquier respuesta incorrecta realizada a su maestro, siendo esta técnica muy apreciada por los alumnos que poseían gran habilidad a la hora de expresarse verbalmente, y que no tenían la misma facilidad para escribir.

La expresión oral es una tradición que se ha ido perdiendo espacios hasta el punto que hoy día en muy pocos colegios se utiliza. De ahí la importancia que posee la comunicación oral para apreciar los conocimientos que han adquirido los estudiantes.

La entrevista se define como una conversación entre dos o mas personas, la cual contiene unos objetivos prefijados y conocidos por todos los participantes, en la cual existe una adopción de roles diferenciados que conllevan el control de la situación por parte del entrevistador, por lo que se establece una relación asimétrica entre los participantes.

La entrevista guarda una similitud muy grande con la encuesta, sólo que la entrevista se responde oralmente. Esta característica es la que permite obtener datos que por escrito nunca se conseguirán, por su carácter confidencial.

De la misma manera toda la información que contenga una carga afectiva significativa es pertinente tratarla desde la entrevista. Para poder realizar adecuadamente la entrevista, el entrevistador debe dominar las temáticas

incluidas en ella para saber cuándo y cómo intervenir sin perder el objetivo de la misma.

2.3.3 Encuesta

La encuesta es una técnica de recogida de información formal y estructurada, que tiene como objetivo el análisis de una población basándonos en los datos obtenidos sobre una muestra representativa de la misma.¹⁸

María Casanova¹⁹ afirma que la encuesta consiste en la obtención de información relativa a un tema, una situación o un problema que es aplicada de forma escrita.

Igualmente presenta lo que ella considera objetivos de la encuesta:

- ◆ Averiguar y describir las condiciones existentes en el desarrollo de la situación evaluada.
- ◆ Descubrir formas de conducta o de funcionamiento que permitan comparar situaciones anteriores.
- ◆ Determinar las relaciones existentes entre diversas situaciones y entre diferentes personas.

Debemos tener en cuenta que los resultados obtenidos mediante una encuesta pueden verse afectados por la influencia social, ya que es frecuente que las personas no contesten con sinceridad las preguntas y respondan lo que se espera socialmente como correcto y no lo que el encuestado verdaderamente cree.

¹⁸ CASTILLO Arredondo, Santiago y CABRERIZO, Diego Jesús. Evaluación educativa y promoción escolar. Madrid: PEARSON-Prentice hall, 2003, Pág. 21

¹⁹ Manual de evaluación educativa. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo/codigo=54443>. Consultada octubre 15 de 2006. hora 7:00pm.

2.3.4 Cuestionario

El cuestionario es el instrumento de recogida de datos utilizado por la encuesta y por otras técnicas de interrogación (la entrevista), que nos permite acceder de forma científica y estructurada a lo que las personas piensan u opinan, permitiendo así un análisis posterior de la información. La recolección sistemática de datos se puede realizar por métodos diferentes: mediante la conversación cara a cara intencionada o a distancia, sirviéndonos del correo o del teléfono²⁰

El cuestionario consiste en un conjunto de preguntas estructuradas acerca de un tema, este instrumento es adecuado para mostrar los resultados obtenidos en la encuesta.

2.4 TIPOS DE PRUEBAS ESCRITAS

Aunque existe toda una variedad de instrumentos para evaluar, no puede negarse que la prueba escrita es la más utilizada, según Cerda Gutiérrez²¹, porque permiten economizar tiempo, mayor libertad en las respuestas, menor riesgo de distorsiones, posibilidad de estandarizarlas y codificarlas.

Sin restarle importancia a los demás instrumentos, nuestra propuesta se centrará en la elaboración de pruebas escritas por lo que se hace necesario conocer un poco más sobre los tipos de pruebas existentes.

²⁰ CASTILLO Arredondo, Santiago y CABRERIZO, Diego Jesús. Evaluación educativa y promoción escolar. Madrid: PEARSON-Prentice hall, 2003, Pág. 21

²¹ CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. Pág. 124

2.4.1 Pruebas de opción o selección múltiple

En este tipo de pruebas los ejercicios y preguntas se encuentran diseñados de tal forma que “la persona evaluada tiene la oportunidad de elegir o seleccionar de un conjunto de ítems aquellas palabras, frases, número o símbolos que considera correctos en cada caso”²² Dentro de este tipo de pruebas encontramos:

- ◆ *Pruebas que requieren algún tipo de respuesta o complemento*

Un ejemplo de este tipo de ejercicios es:

“la solución de la ecuación $3x+5=$ _____”

- ◆ *Pruebas que requieren la selección de algún tipo de respuesta (pruebas dicotómicas)*

Son aquellos en las que se ofrecen dos alternativas excluyentes tales como: falso-verdadero, si – no, correcto – incorrecto, entre otros.

- ◆ *Pruebas de selección múltiple*

Con este tipo de pruebas pueden evaluarse procesos, habilidades y destrezas relacionadas con el campo cognoscitivo, como las capacidades para analizar, relacionar, predecir, entre otras.

Generalmente, junto a una pregunta o afirmación se presentan un conjunto de ítems, en el cual uno o más se encuentran relacionados con el enunciado.

Ej: Seleccione las respuestas que considera responden correctamente a la pregunta

²² CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. Pág. 124

Si el triángulo $\triangle ABC$ es equilátero es correcto afirmar que:

- a) Cada uno de sus ángulos interiores mide 60°
- b) Únicamente tiene dos lados iguales
- c) Su mediana, bisectriz y altura coinciden.
- d) La suma de los ángulos interiores es 160°

2.4.2 Pruebas de respuestas por pares o pareadas

“Consisten en la presentación de dos o más columnas de palabras, símbolos, números, frases, oraciones o definiciones a las que las personas examinadas deberán asociar o relacionar de algún modo, en función de los enunciados o bases.

Los expertos denominan premisa a la primera columna y respuesta a la segunda”²³

Ej: En los paréntesis de cada una de las expresiones matemáticas de la izquierda, anotar la letra que corresponde al nombre que recibe, incluidas en la lista de la derecha:

$(\quad)(a+b)^2$	a) <i>Polinomio</i>
$(\quad)3x+5=0$	b) <i>Producto notable</i>
$(\quad)ax^2+bx+c$	c) <i>Ecuación</i>
$(\quad)y=x^2+3$	e) <i>Función</i>

²³ CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. Pág. 132

2.4.3 Las pruebas de ensayo

“Consisten en formular al estudiante una cuestión, un tema o un problema que deberá desarrollar o resolver con entera libertad”²⁴ .

Aunque este tipo de pruebas presentan mayor dificultad a la hora de ser tabuladas pues carecen de un molde o estructura determinada, permiten que el estudiante elabore y procese sus respuestas con toda libertad y justifique haciendo uso de su propio vocabulario, además puede mostrar sus capacidades para interrelacionar aprendizajes.

Este tipo de pruebas son las que normalmente se realizan.

2.4.4 Tests

Los tests “apuntan hacia la determinación de las diferencias o características individuales de las personas”²⁵ y son usados principalmente en el campo de la psicología y la pedagogía.

Existen tests para determinar la personalidad de una persona, sus inclinaciones laborales e incluso para medir la inteligencia, éste tipo de pruebas han sido muy criticadas ya que se asegura que se encuentran muy lejos de conseguir sus objetivos, que sólo miden lo que las preguntas quieren medir, además, al tratar de determinar la personalidad o la inteligencia de una persona por medio de unas preguntas, se está dejando de lado factores como el desarrollo individual y la influencia de la educación y la formación del sujeto.

²⁴ CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. Pág. 138

²⁵ CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. Pág. 145

Es importante tener presente que en un cuestionario pueden aparecer diferentes tipos de pruebas, de hecho el ICFES hace uso de las de selección múltiple con única y múltiples respuestas, además de las pruebas de ensayo.

2.5 ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICAS

Entre las definiciones existentes de argumentación se optara por entender, en términos generales el argumentar como el uso del lenguaje verbal o escrito “para formar un discurso que dé cuenta de nuestras convicciones acerca de un asunto.

Este discurso tiene como función fundamental convencer o persuadir, en forma razonada, a otro (s) de las creencias personales; exige entonces, realizar, a partir de la premisa que se tiene por cierta, construcciones que expliquen, justifiquen, relacionen y concluyan convincentemente la (s) tesis supuesta (s)”²⁶.

Por otra parte, asumiremos que en matemáticas dicho discurso se encaminará a la justificación “que el estudiante pone de manifiesto ante un problema; la expresión de dichos por qué busca poner en juego las razones o justificaciones expresadas como parte de un razonamiento lógico, esto es, las relaciones de necesidad y suficiencia, las conexiones o encadenamientos que desde su discurso matemático son válidas.”²⁷

Es importante tener en cuenta que dichas justificaciones, razones o por qué “ no deben corresponder a una argumentación desde lo puramente cotidiano, sino que deben ser razones que permitan justificar el planteamiento de una solución o una

²⁶ CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía. La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad. Universidad Externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996.

Pág12

^{27.2} PEDRAZA, LP y CONSTANZA, Luz. Examen de estado para el ingreso a la educación superior. En: VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Medellín, Octubre de 2004. p 21

estrategia particular desde las relaciones o conexiones válidas dentro de la matemática”²⁸

Es importante que se haga dicha aclaración ya que, aunque el significado o la esencia de la argumentación en matemáticas no es diferente a la argumentación en otras áreas, si se tiene que las situaciones argumentativas en matemáticas difieren de otras situaciones puesto que, “lo que se pone en juego en la argumentación son las restricciones propias del problema a resolver y ellas son las que determinan la elección de los argumentos. En matemáticas la fuerza del argumento dependerá principalmente de su adaptación a la situación y no tanto a su resonancia en el universo del interlocutor; se trata de asegurar que la solución funciona o puede funcionar.”²⁹

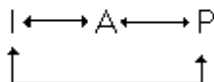
Teniendo en cuenta lo anterior, podríamos decir que el argumentar en matemáticas se hace importante en la medida que fortalece la competencia comunicativa en dicha área, ya que, en la medida que el estudiante se sienta en la necesidad de argumentar se verá en la obligación de manejar de manera adecuada el lenguaje y el discurso matemático, además de utilizar una serie de operaciones discursivas como: Designar objetos y generar proposiciones a partir de otras proposiciones dadas, igualmente “ la actividad argumentativa permite confrontar procesos, representaciones y soluciones; y, junto con ello, concepciones en varios ámbitos: Matemático, social, ideológico, afectivo, entre otros”³⁰

Por otra parte en el ejercicio de la argumentación se desarrollan no sólo ciertas habilidades, sino que es necesario que el estudiante desarrolle otras

²⁹ CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía .*Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria?*. Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas. Universidad del Valle. Bogotá, D.C. Mayo de 2003. Pág. 38

³⁰ CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. Pág. 22

competencias como son la Interpretativa y la comunicativa, pues sería ilógico que un estudiante argumentara una proposición sin entenderla.



Este esquema permite ver que existe una relación de equivalencia entre las tres competencias, así un estudiante argumenta si y sólo si interpreta, y argumenta si y sólo si propone.

2.5.1 Formas en que se puede presentar una argumentación.

Básicamente son dos las formas en que se puede presentar una argumentación, estas son de forma oral y escrita.

En el aula de clase es importante propiciar ambas, pues es conveniente que el estudiante sepa verbalizar y escribir sus ideas; aunque en esta propuesta sólo se está considerando la evaluación de la argumentación a partir de la escritura, es importante no olvidar la parte oral, pues en algunos casos en que los estudiantes no son capaces de organizar y verbalizar sus ideas el docente puede orientarlos a través de preguntas o indicaciones, esto es lo que se conoce como diálogo heurístico.

La palabra heurística procede del griego *heuriskin*, que significa “servir para descubrir”.

El diálogo Heurístico consiste en una serie de indicaciones y preguntas con las que el docente orienta a sus estudiantes en la solución de un problema.

Estas indicaciones no pueden ser confusas y deben permitir que el estudiante “descubra” o encuentre la forma de solucionar el problema por si mismo, es decir que el docente no puede dar de manera explícita la solución.

Es importante tener en cuenta que el diálogo heurístico no sólo se puede presentar de manera oral, también a través de talleres o exámenes escritos el profesor puede presentar una serie de preguntas e instrucciones que orienten al estudiante. El maestro es quien decide como lo quiere realizar, aunque existe una ventaja cuando el diálogo se da de manera oral, puesto que el docente conocerá de una manera inmediata las respuestas de sus estudiantes y podrá enterarse si éste comprende o no lo que se le pregunta y si sus respuestas son acertadas o no lo que le permitiría tener herramientas para realizar la siguiente pregunta, mientras que si se hace de manera escrita, las preguntas serán elaboradas suponiendo una posible respuesta por parte del estudiante.

A continuación se presenta un ejemplo de la forma en que se podría llevar a cabo un diálogo heurístico en geometría analítica.

PROBLEMA:

Utilizando los cálculos necesarios argumente por qué es cierto que los puntos $A(2,5)$ $B(8,-1)$ $C(-2,1)$ son los vértices de un triángulo rectángulo.

El diálogo en el salón de clase puede ser más o menos el siguiente:

Profesor (P) Vamos a leer varias veces el enunciado del problema hasta que identifiquemos cada uno de los elementos que se brindan como información.

P: Qué debe comprobarse

Estudiante (E) Que los puntos A, B y C son vértices de un triángulo rectángulo.

P: ¿Cuál es la característica de un triángulo rectángulo?

E: Que uno de sus ángulo es recto o mide noventa grados.

P: Entonces que debemos probar

E: Que uno de los ángulos mide 90° o que dos de los lados del triángulo son perpendiculares.

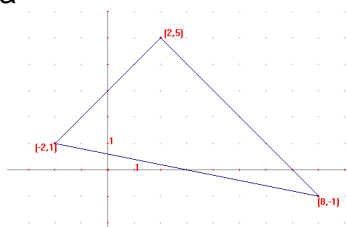
P: ¿Cómo saber cuáles son los dos segmentos que son perpendiculares?

E: Podríamos realizar un dibujo que nos facilite la decisión

P: ¿Podría ser el dibujo de cualquier triángulo?

E: No, es necesario ubicar los puntos que nos dan sobre un plano cartesiano y luego unirlos.

Una vez realizada la gráfica



P: ¿Cuáles son los segmentos perpendiculares según la gráfica?

E: Los segmentos AB y BC

P: ¿Cómo comprobarlo matemáticamente?

E: Analizando las pendientes

P: ¿Y cómo se pueden encontrar los valores de las pendientes?

E: Con la definición de pendiente $m = \frac{x - x_0}{y - y_0}$

P: ¿y luego de conocer la medida de las pendientes qué?

E: Se multiplican, porque si su producto es igual a -1 entonces se podrá garantizar que son perpendiculares.

P: ¿Y es esto suficiente para que el triángulo sea rectángulo?

E: Si porque dos rectas perpendiculares forman un ángulo recto, condición suficiente para que el triángulo sea rectángulo y además se puede ver que los tres puntos no son colineales por lo que si se puede formar un triángulo con ellos.

P: ¿Se podrá solucionar el ejercicio de otra manera?

Este es un ejemplo de cómo podría ser un diálogo heurístico en el aula de clase, es importante tener en cuenta que el diálogo varía de acuerdo con los estudiantes o al docente pues “la técnica de preguntar no es nada fácil, : hay maestros que la manejan con mucho éxito, pero hay otros que en un empeño no planificado de activar el proceso empiezan preguntando por la totalidad y después tienen que ir reorientando hacia las partes, pues sus estudiantes no son capaces de responder.”³¹

Es importante combinar las preguntas con sugerencias, pues no se trata de convertir la clase en un cuestionamiento constante al estudiante, sino en un diálogo agradable y enriquecedor.

2.5.2 Elementos de una argumentación.

De ahora en adelante, hablar de argumentación será equivalente a hablar de argumento, ya que “el argumento es a la argumentación su manifestación, su objeto visible; la posibilidad de reconocer el carácter argumentativo que asume, en un momento dado, la lengua como elemento de la comunicación social, por excelencia”³² por lo que se hace importante conocer su estructura o sus elementos, pues será éste el que en definitiva se analizará y evaluará.

Según Toulman³³ todo argumento debe tener seis elementos, que son:

³¹ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004. Pág. 26

³² CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. Pág 15

³³ Citado por: CALDERÓN, Dora Inés. LEON C, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. p17

1. **Tesis:** Es la conclusión a la que se quiere llegar con la argumentación.
2. **Fundamento:** Base o premisa sobre la que se apoya la tesis.
3. **Garantes:** Enunciados que justifican el paso o conexión entre el fundamento y la tesis (pueden ser leyes de la naturaleza, principios legales, fórmulas de ingeniería, lugares comunes, según el caso).
4. **Un cuerpo general:** De información que presupone el garante utilizado en el argumento (teorías científicas, teorías matemáticas, entre otros). En esta categoría pueden aparecer las presuposiciones o las implicaturas, según la formación del argumento.
5. **Calificadores modales:** Matizan el grado de certidumbre y son formas lingüísticas como probablemente, con frecuencia, descontando accidentes, etc.
6. **Posibles refutadores:** Especifican en qué circunstancias podrían no ser confiable un argumento.

Nota: Algunos argumentos simples sólo poseen los tres primeros elementos, en matemáticas es muy frecuente que un argumento conste sólo de los tres primeros.

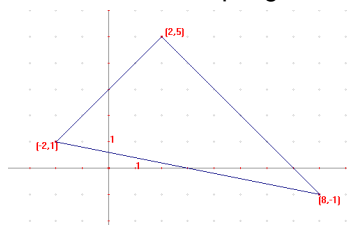
A continuación se presenta un ejemplo en el que se muestran estos tres elementos.

Utilizando los cálculos necesarios argumente por qué es cierto que los puntos $(2,5)$ $(8,-1)$ $(-2,1)$ son los vértices de un triángulo rectángulo.

Solución:

TESIS	El triángulo formado por $(2,5)$ $(8,-1)$ y $(-2,1)$ es rectángulo.
FUNDAMENTOS	Para poder verificar que el enunciado es cierto, es suficiente comprobar que dos de los segmentos son perpendiculares.

GARANTES	<p>Puede observarse que gráficamente el triángulo tiene su ángulo recto en el vértice $A(2, 5)$, pero debemos comprobarlo matemáticamente, así que haciendo uso de la definición de pendiente tenemos que:</p> <p>Para el segmento \overline{AB} determinado por las coordenadas $A(2,5)$ y $B(-2,1)$ $m_1 = \frac{5-1}{2-(-2)} = \frac{4}{4} = 1$ y para el segmento \overline{AC} determinado por las coordenadas $A(2,5)$ y $C(8,-1)$ $m_2 = \frac{5-(-1)}{2-8} = -\frac{6}{6} = -1$ de donde se tiene que los segmentos \overline{AB} y \overline{AC} son perpendiculares ya que $m_1 m_2 = -1$.</p> <p>Como los tres puntos no son colineales y dos de los segmentos determinados por ellos son perpendiculares, entonces los tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo.</p>
-----------------	---



Por otra parte Calderón y León³⁴ proponen que los elementos de tipo comunicativo que constituyen un argumento son:

- 1. El contexto de comunicación argumentativa:** Es decir que toda producción argumentativa está ligada a un espacio social institucionalizado que definirán el tipo de argumentos que se eligen, enfoque para el tema de la argumentación, recursos argumentativos y las estructuras textuales empleadas.

El espacio de la argumentación está definido por un criterio pragmático, uno semántico y por uno textual.

³⁴ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Corredor. Olga Lucía. Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas. Resultado del Proyecto de Investigación Educativo realizado en la vigencia 1999- 2000, auspiciado por IDEP. Pág. 30

En nuestro caso este contexto está estrictamente ligado a la matemática en la que, como se aclaraba en la definición de argumentación en matemáticas, los ejercicios y problemas limitan los argumentos que se deben utilizar.

2. **El objeto de la comunicación argumentativa:** Corresponde al tema, el tópico o al asunto tratado en una situación argumentativa. Permite tener claridad ¿qué o sobre qué asunto se va a argumentar?
3. **Los propósitos de la comunicación argumentativa:** Constituye el para qué de la argumentación, cuál es u objetivo o finalidad, por lo que la trama argumentativa exige un desarrollo claro de los propósitos que orientan su producción.
4. **Construcción discursiva de los interlocutores:** En el contexto de una situación de comunicación, los interlocutores construyen y ponen en escena roles discursivos que permiten el desarrollo de tal situación.
5. **Construcción del texto argumentativo:** El texto argumentativo es el producto de la actividad discursiva de argumentar, su intención es persuadir o convencer a alguien .

Para nuestro caso es necesario centrar lo anterior en el discurso argumentativo en el contexto matemático dentro del aula de clase, para ello se tiene:

El discurso argumentativo en el contexto matemático.

La producción del discurso argumentativo en el aula está determinado por:

- 1) “La necesidad de solucionar un problema o de construir una prueba para una proposición matemática.

- 2) La intencionalidad de generar convicción en un interlocutor.
- 3) Las formas de desarrollo del lenguaje natural: la oralidad y la escritura y
- 4) Las formas de desarrollo del razonamiento de las inferencias discursivas a las inferencias deductivas.”³⁵

En este punto surgen algunas preguntas como son: ¿cómo se logra la argumentación en matemáticas? y ¿qué operaciones o acciones realiza el estudiante para argumentar?, al respecto la doctora Valverde³⁶ propone que la argumentación de una *proposición* en matemáticas está constituida por las siguientes operaciones:

2.5.3 Acciones que debe realizar un estudiante cuando argumenta:

1. Comprender el ejercicio o problema:

En donde el estudiante debe realizar acciones como: leer varias veces, formular con sus propias palabras el ejercicio, reconocer que se trata de un ejercicio de argumentación, determinar la(s) premisa(s) y la(s) tesis de la proposición a argumentar, analizar casos particulares e ilustrar mediante esquemas o figuras el ejercicio.

2. Seleccionar el medio de argumentación adecuado:

El estudiante tiene que realizar acciones que le permitan determinar los conceptos, las proposiciones, los procedimientos y/o las identidades lógicas que se relacionan con el contenido de la proposición que se desea argumentar y además analizar su posible aplicación.

³⁵ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Corredor. Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria?*. Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas. Universidad del Valle. Bogotá, D.C. Mayo de 2003. Pág. 39

³⁶ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. *La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje*. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004. Pág 22

3. Formular un juicio a partir de realizar una o varias de las siguientes operaciones:

a identificación de un concepto: En donde el estudiante realiza acciones como: determinar el concepto que se necesita, recordar su definición, representarlo como una equivalencia entre el definiens y el definiendum, aplicar una de las implicaciones de esa equivalencia para fundamentar la veracidad o falsedad de la proposición dada, representar en forma oral o escrita la fundamentación y controlar su resultado.

La aplicación de una proposición: En donde el estudiante tiene que realizar acciones como: determinar la proposición a utilizar, formularla como implicación (o equivalencia), comprobar que las premisas de la proposición se cumplen o construir las premisas de la proposición a utilizar, inferir la tesis de la proposición que se utiliza, representar la fundamentación en forma oral u escrita y controlar sus resultados.

La realización de un procedimiento: El estudiante tiene que realizar acciones como: determinar el procedimiento (algorítmico o cuasialgorítmico) a utilizar, realizar las operaciones correspondientes del procedimiento, formular una respuesta de acuerdo con los resultados del procedimiento ejecutado y controlar sus resultados.

La utilización de un contraejemplo (En el caso de la refutación de proposiciones universales): El estudiante tiene que realizar acciones como: construir o seleccionar un elemento del dominio básico que cumpla la negación de la proposición, comprobar que dicho elemento no cumple la proposición, formular una respuesta y controlar sus resultados.

Por su parte, Calderón y León³⁷ proponen que la elaboración de una trama argumentativa de tipo geométrico implica:

DISCURSIVAMENTE	COGNITIVA Y DISCURSIVAMENTE	CONTEXTUALMENTE
<ul style="list-style-type: none"> - La asunción de una actitud argumentativa. - La configuración de roles discursivos de tipo argumentativo. - El dominio de criterios gramaticales para la producción de textos argumentativos de tipo geométrico. 	<ul style="list-style-type: none"> - El reconocimiento de sentidos implicados en los textos geométricos. - La contextualización de tales sentidos. - El posicionamiento epistémico y discursivo frente al saber geométrico. - El uso de registros semióticos de tipo geométrico. -La producción de argumentos para la defensa de soluciones a problemas de geometría. - La interpretación activa de los argumentos contrarios. - La elaboración de consensos. 	<ul style="list-style-type: none"> - El reconocimiento de una situación argumentativa. - La internalización y uso de reglas socioculturales, sociomatemáticas y matemáticas, puestas en la escena argumentativa.

Debe tenerse en cuenta que la demostración es el caso más restringido de la argumentación en matemáticas, por ende, toda demostración es un proceso argumentativo, pero no necesariamente toda argumentación en una demostración³⁸

³⁷ CALDERÓN, Dora Inés. LEON C, Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria?*. Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas. Universidad del Valle. Bogotá, D.C. Mayo de 2003. p33

Es importante tener claridad en estos aspectos, ya que facilitan la determinación de los criterios para evaluar el resultado alcanzado por un estudiante en la argumentación matemática.

Sin embargo es preciso definir algunos elementos que serán de utilidad en su elaboración.

La primer pregunta que surge es ¿qué es un criterio? Algunas personas tienden a confundir la evaluación con la calificación, considerando que evaluar es dar un valor, cualitativo o cuantitativo, al resultado final mostrado por un estudiante.

Pero no es así, “calificar supone dar un valor como resultado final”³⁹ mientras que evaluar es algo más que cuantificar un resultado, es contrastar los resultados que se obtienen con lo que se esperaba, es un proceso continuo que permite, además de mirar el alcance de un estudiante, también permite valorar otras dimensiones como son la metodología empleada, el docente, la institución, entre otras, en otras palabras “evaluación es la contrastación de resultados en función de unos criterios preestablecidos.”⁴⁰

Por ello, “el criterio, como elemento constitutivo en toda evaluación, se puede definir como un objetivo establecido previamente en función de lo que razonablemente se puede esperar del estudiante.”⁴¹

En la actualidad se habla de la evaluación por competencias, pero surge la pregunta ¿qué es lo que el estudiante hace que permita determinar si es competente o no? Pues es precisamente en este sentido que los criterios de evaluación son útiles. En esta propuesta se pretende aclarar cuáles son esas acciones que un estudiante debe realizar en el momento de argumentar y que un

³⁸ CALDERÓN, Dora Inés. LEON C, Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria?*. Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas. Universidad del Valle. Bogotá, D.C. Mayo de 2003. p33

³⁹ Educared Herramientas para tu trabajo. Definición de los criterios de evaluación. http://www.educared.edu.pe/docentes/programacion.asp?id_articulo=212. Consultada marzo 20 de 2007, hora 7:0pm

⁴⁰ Ibid.

⁴¹ Ibid

docente debe tener en cuenta, tanto para la elaboración de pruebas como para su calificación.

Es importante entonces definir otros dos conceptos como son problema y ejercicio, pues es claro que un estudiante no realiza las mismas acciones en el momento de solucionar un problema o un ejercicio, por lo que es preciso definir criterios para cada uno y establecer sus diferencias.

Son varias las definiciones y discusiones que se encuentran en torno a lo que es un ejercicio y lo que es un problema, sin embargo para los fines de esta propuesta se entenderá problema como “una cuestión en la que no es posible contestar por aplicación directa de ningún resultado conocido con anterioridad, sino que para resolverlo es preciso poner en juego conocimientos diversos, matemáticos o no, y buscar relaciones nuevas entre ellos”⁴² situación contraria a los ejercicios, pues ejercicio se entenderá como aquella situación “en la que se puede decidir con rapidez si se sabe o no resolver, se trata de aplicar un algoritmo, que el estudiante puede conocer o ignorar”⁴³.

Por otra parte la propuesta de Polya para resolver problemas, es una propuesta que no se puede olvidar, pues será de gran utilidad en el momento de determinar los criterios de evaluación, pues en ella se tienen en cuenta una serie de reglas lógicas plausibles y generalizadas que guían la solución de problemas.

A continuación presentamos los pasos que se deben seguir para la solución de un problema según George Polya.

⁴² RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. http://platea.pntic.mec.es/jescuder/prob_int.htm consultada abril 30 de 2007- hora 5:00p,

⁴³ Ibid

1. ENTENDER EL PROBLEMA

Para ello el estudiante debe realizar acciones como: leer el enunciado despacio, identificar ¿cuáles son los datos?, es decir lo que se conoce; ¿cuáles son las incógnitas?, tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas y si es posible, debe realizar un esquema o dibujo de la situación.

2. TRAZAR UN PLAN PARA RESOLVERLO

Para ello el estudiante puede mirar si el problema es parecido a otro que ya conoce, si el problema se puede plantear de otra forma, imaginar un problema parecido pero más sencillo y suponer que el problema ya está resuelto.

3. PONER EN PRÁCTICA EL PLAN.

Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos, antes de hacer algo se debe pensar ¿qué consigo con esto?, se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.

Cuando se tropieza con una dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

4. COMPROBAR LOS RESULTADOS

Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con el contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

Para ello se debe:

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos mirar si la solución es lógicamente posible
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

3. PROPUESTA METODOLÓGICA

Para llevar a cabo esta propuesta se necesita:

Un conocimiento por parte de los estudiantes, en especial de la geometría analítica, el cual debe ser orientado por el docente.

Un proceso de enseñanza orientado hacia el desarrollo de la competencia argumentativa, es decir que el estudiante debe estar familiarizado con lo que es argumentar haciendo uso de la teoría matemática, de lo contrario será absurdo evaluar la argumentación, puesto que durante todo el proceso de enseñanza no se motivó ni se orientó hacia el desarrollo de ésta.

Una actitud de disposición favorable por parte de quienes aprenden, pues esto favorece el aprendizaje matemático.

Como se mencionó anteriormente, es de suma importancia que para llevar a cabo esta propuesta se haya realizado un proceso de enseñanza orientado al desarrollo de competencias, puesto que ésta no se encuentra orientada al desarrollo de una propuesta metodológica, sino evaluativa. No se puede esperar que los estudiantes obtengan buenos resultados con éste tipo de pruebas si no han tenido una previa orientación por parte del docente.

En primer lugar definiremos cuáles son las acciones que se espera un estudiante realice cuando argumenta de manera escrita y cuáles son los ejercicios que nos permiten evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica.

3.1 ACCIONES QUE UN ESTUDIANTE REALIZA CUANDO ARGUMENTA POR ESCRITO:

Anteriormente se definió criterio como el objetivo que se preestablece previamente en función de lo que razonablemente se espera que un estudiante haga, teniendo en cuenta esto, se presentan a continuación cuáles son aquellos criterios que se deben tener en cuenta para evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica.

A cada uno de estos criterios se le asocian unas acciones que son evidenciadas en el argumento del estudiante y que son en última las que el profesor deberá analizar para determinar si éste sabe argumentar o no.

Es preciso anotar que la determinación de estos criterios está relacionada con las propuestas planteadas por parte de la Dra Valverde, las profesoras Dora Inés Calderón y Olga Lucía León, además de la propuesta de Polya para la resolución de problemas y la experiencia que como estudiantes hemos tenido.

ACCIONES

1. El estudiante comprende el problema.

Este es el primer criterio o indicador (si se quiere llamar así) que se debe tener en cuenta, es importante que el estudiante comprenda el ejercicio o problema, que identifique lo que le preguntan y la información que le proporcionan en el enunciado, de lo contrario no se podrá continuar.

Se debe tener en cuenta que si un estudiante no sabe interpretar los enunciados no los podrá argumentar, sería absurdo que hiciera lo segundo sin saber hacer lo primero, aquí se hace evidente la estrecha relación que existe entre la competencia argumentativa y la interpretativa, sin embargo este criterio se

propone como un nivel de partida que debe estar perfectamente asegurado, sin que esto signifique que si un estudiante interpreta correctamente un ejercicio lo sepa argumentar, puesto que entender el problema es una condición necesaria pero no suficiente para que un estudiante pueda argumentar.

Surge la pregunta ahora de ¿cómo manifiesta un estudiante que entiende el problema? Pues existen algunas acciones que ayudan a determinar esto, ellas son:

- a) *Cuando el estudiante parafrasea, registra o representa el problema.*
- b) *Cuando reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar*
- c) *Cuando los trazos corresponden a las instrucciones presentadas en las construcciones geométricas.*

Sin embargo estas acciones no se verán plasmadas en el papel en tanto el maestro no las exija, por ello en la redacción de los ejercicios y problemas se deben dar algunas indicaciones; por ejemplo, si se quiere que el estudiante parafrasee el enunciado, una de las instrucciones debe ser “lea muy bien el problema y luego escriba con sus palabras lo que entendió” o si se quiere que grafique lo que se presenta en el enunciado se le puede decir “si es posible realice un gráfico que ilustre la situación”.

No se puede suponer que todos los estudiantes escribirán lo que entienden o realizarán gráficas para apoyarse, es preciso entonces ser específicos en el momento de elaborar las pruebas y redactar los ejercicios.

2. Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.

Éste es el cuerpo del ejercicio, es donde se encuentra la mayor cantidad de

acciones y registros que den cuenta de la argumentación.

Los aspectos a tener en cuenta son:

a) *Hace uso adecuado de los conceptos, proposiciones y procedimientos:*

Es decir, que el camino empleado es coherente con el ejercicio presentado; no confunde términos ni realiza procesos ajenos a lo que se le solicita.

b) *La solución se presenta de una manera ordenada y coherente:*

“El texto debe poseer una coherencia global y lineal; es decir que todas sus oraciones y proposiciones desarrollaran el tema y, a la vez, cada proposición tendrá una relación semántica adecuada con la antecedente y con la consecuente en la secuencia proposicional”⁴⁴.

c) *Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos:*

Éste es quizá el núcleo de la argumentación, es donde se deja ver si el estudiante es capaz de dar razones, de decir el por qué de los procedimientos con argumentos matemáticos.

Las teorías de Van Dijk y Lo Cascio,⁴⁵ coinciden en considerar fundamentalmente, como función de la argumentación, la justificación bajo una petición implícita de obtener consenso.

⁴⁴ CALDERÓN, Dora Inés. LEON C, Olga Lucía. *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. Resultado del Proyecto de Investigación Educativo realizado en la vigencia 1999- 2000, auspiciado por IDEP. P. 34

⁴⁵ Citados por: CALDERÓN, Dora Inés. LEON C, Olga Lucía. *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. Resultado del Proyecto de Investigación Educativo realizado en la vigencia 1999- 2000, auspiciado por IDEP. P. 34

Igual que en el anterior criterio, no se puede esperar que un estudiante justifique si no se le ha especificado en el ejercicio que debe hacerlo o se le dado una orientación previa que le indique que debe hacerlo.

Y el último criterio a tener en cuenta es:

3. Concluye correctamente la solución del problema.

Se espera que el estudiante no deje los proceso sueltos, sino que al final de respuesta de manera certera a la pregunta que inicialmente se le plantea.

La acción que un estudiante que se espera que el estudiante realice es :

Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema

3.2 EJERCICIOS PARA EVALUAR LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN GEOMETRÍA ANALÍTICA.

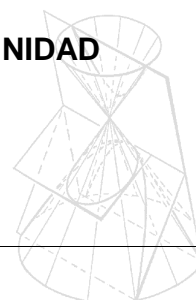
“Si bien los ejercicios han sido un instrumento didáctico para la realización de los objetivos de la enseñanza de la Matemática, ellos por sí mismos no constituyen un elemento dinamizador de la competencia para argumentar; es el docente quien inicialmente, debe orientar al estudiante en la utilización de los recursos heurísticos para su solución”⁴⁶.

Por otra parte, los ejercicios deben ser desarrollados buscando un objetivo, de lo contrario carecerían de sentido, en este caso lo que se busca es que los ejercicios permitan que los estudiantes aprendan poco a poco a argumentar.

⁴⁶ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004. P. 26

Teniendo en cuenta la propuesta de la Dra. Valverde⁴⁷, para desarrollar un conjunto de ejercicios de argumentación resulta de gran utilidad revelar la estructura interna de la unidad; ésta consiste en seleccionar e identificar correctamente los conceptos, las proposiciones y los teoremas que conforman la unidad de estudio. A continuación presentamos la estructura interna de la unidad de geometría analítica.

ESTRUCTURA INTERNA DE LA UNIDAD GEOMETRÍA ANALÍTICA



CONCEPTO	PROPOSICIONES	PROCEDIMIENTOS
Línea recta	Dos rectas l y r son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales.	Hallar las coordenadas del punto medio de un segmento.
Punto medio de un segmento	Dos rectas l y r son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a -1 .	Hallar la pendiente de una recta.
Distancia entre dos puntos	El conjunto de puntos (x,y) que satisface una ecuación de la forma $ax + by + c = 0$	Hallar la ecuación de una recta cuando se conocen:
Distancia de un punto a una recta		<ul style="list-style-type: none"> - Dos puntos - La pendiente y un punto
Distancia entre dos rectas		

⁴⁷ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004.

<p>Pendiente de una recta</p> <p>Rectas paralelas</p> <p>Rectas perpendiculares</p>	<p>constituyen una línea recta</p>	<p>Hallar la distancia de un punto a una recta.</p> <p>Hallar la distancia entre dos rectas.</p>
<p>Circunferencia</p> <p>Radio</p> <p>Centro</p> <p>Círculo</p> <p>Diámetro</p>	<p>Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular a su radio.</p> <p>Un punto pertenece a la circunferencia si y solo si satisface su ecuación</p>	<p>Graficar una circunferencia dada la ecuación</p> <p>Dada una ecuación general determinar mediante procedimientos algorítmicos si es una circunferencia o no.</p> <p>Solucionar ecuaciones para determinar si un punto pertenece o no a la circunferencia</p> <p>Determinar la ecuación de la circunferencia a partir de algunos datos.</p> <p>Construir mediante procedimientos geométricos circunferencias.</p>
<p>Elipse</p> <p>Focos</p> <p>Eje focal</p>		<p>Graficar una elipse dada la ecuación</p> <p>Dada la ecuación canónica, determinar mediante procedimientos algorítmicos si es una elipse o no.</p>

<p>Eje mayor Eje menor Distancia Focal Excentricidad Vértices centro</p>		<p>Determinar la ecuación de una elipse a partir de ciertos datos.</p> <p>Dada la gráfica de una elipse determinar su ecuación.</p> <p>Construir elipses con regla y compás.</p>
<p>Hipérbola Eje transverso Eje conjugado Asíntotas Rectángulo Central Vértices Simetría Focos Distancia focal Eje focal Centro</p>		<p>Graficar la hipérbola dada la ecuación.</p> <p>Determinar la ecuación de la hipérbola dada la gráfica.</p> <p>Dada la ecuación canónica, determinar si es una hipérbola mediante procedimientos algorítmicos.</p> <p>Encontrar la ecuación de la hipérbola dados algunos datos.</p> <p>construir una hipérbola con regla y compás.</p>
<p>Parábola Directriz Eje focal Vértice Simetría Lado recto</p>		<p>Graficar una parábola dada la ecuación.</p> <p>Determinar la ecuación de una parábola dada la gráfica.</p> <p>Encontrar la ecuación de una parábola dados algunos datos.</p>

		<p>Dada la ecuación canónica determinar si es o no una parábola.</p> <p>Encontrar los valores de la directriz y el foco.</p> <p>construir una parábola con regla y compás.</p> <p>Dada la ecuación de una parábola identificar los elementos fundamentales y dibujar su gráfica.</p>
<p>Formular y solucionar problemas que involucren las secciones cónicas.</p>		

Una vez realizada la estructura se prosigue con la elaboración de los ejercicios. existen seis tipos de ejercicios para argumentar en matemáticas de los cuales sólo desarrollaremos cinco, para ello se proponen⁴⁸ cuatro pasos a seguir que son:

1. La elección de un concepto, una proposición o un procedimiento según el tipo de ejercicio que se desee desarrollar.
2. Determinar la situación de partida, esto es las características del concepto, una proposición universal o una proposición P (verdadera) expresada en forma de implicación y una expresión A que usted construye que estará representada mediante un texto, símbolos matemáticos o figuras geométricas, según el caso.
3. Tener presente el objetivo que se persigue en la resolución, y por último
4. La formulación del ejercicio y su solución para comprobar que es del tipo deseado.

⁴⁸ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004. P32

Ejemplos de ejercicios para evaluar la competencia argumentativa:

Para cada uno tenga en cuenta⁴⁹:

La situación de partida:

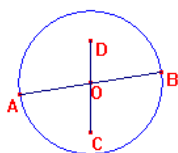
- Si se trata de un concepto se parte de su conjunto de características.
- Si se trata de una proposición será una proposición verdadera representada mediante un texto o símbolos matemáticos.
- Si es un procedimiento será una expresión A que usted propone y el procedimiento algorítmico o casi algorítmico.
- Si es una refutación por contraejemplo, será una proposición verdadera representada mediante un texto o símbolos matemáticos.

los objetivos: Es decir lo que se persigue con el ejercicio. Y por último

la vía de solución posible de argumentación: Es decir el concepto, la proposición o procedimiento que se debe tener en cuenta para poder dar solución al ejercicio. Es importante que realice el ejercicio para verificar que es del tipo que se desea y que no se presenta ningún tipo de ambigüedad.

IDENTIFICACIÓN DE UN CONCEPTO:

Indica cuáles son los errores en el siguiente enunciado y justifica la respuesta.



En la gráfica se tiene que AB es igual el radio de la circunferencia, el centro es O, el diámetro está dado por el segmento CD, y, además es indiferente hablar de círculo o circunferencia.

⁴⁹ VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004. P34

Situación de partida:

Expresión 1: El radio es un segmento que va desde el centro de la circunferencia hasta un punto sobre ella.

Expresión 2: El centro es el punto del cual equidistan todos los puntos de la circunferencia

Expresión 3: El diámetro Es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por su centro.

Objetivo: Decidir si las expresiones son correctas o no.

Vía de solución: El estudiante deberá tener conocimiento de cada uno de los conceptos mencionados en las expresiones y a partir de ahí decidir si es correcto o no lo que se afirma justificando sus respuestas a partir de las definiciones correctas.

APLICAR UNA PROPOSICIÓN

¿Las rectas dadas por $3x - y + 6 = 0$ y $2y - 6x + 1 = 0$ son paralelas?

Justifique su respuesta.

Situación de partida:

Expresión 1: $3x - y + 6 = 0$

Expresión 2: $2y - 6x + 1 = 0$

Objetivo: Determinar si las dos rectas son paralelas.

Vía de solución: El estudiante puede despejar la variable y en función de x y luego comparar las pendientes de ambas ecuaciones, en caso de ser iguales se podrá concluir que las rectas son paralelas.

REALIZAR UN PROCEDIMIENTO

Determine si el siguiente enunciado es verdadero o falso. Justifique la respuesta.

Los puntos A(1,1), B(5,3) y C(6,-4) son los vértices de un triángulo isósceles

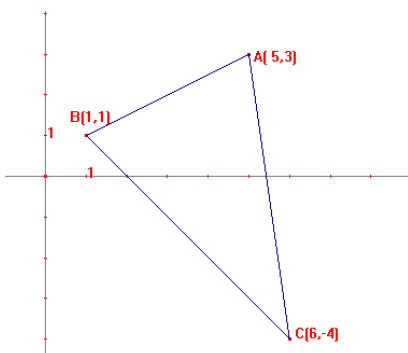
Situación de partida:

Los puntos A(1,1), B(5,3) y C(6,-4) son los vértices de un triángulo.

Procedimiento: calcular la distancia de los lados de los triángulos

Objetivo: Comprobar que el triángulo formado por los tres puntos es isósceles.

Vía de solución: Un procedimiento solucionado, por ejemplo:



Las distancias de los segmentos BC y CA están dadas por:

$$m(\overline{BC}) = \sqrt{(1+4)^2 + (1-6)^2}$$

$$m(\overline{BC}) = \sqrt{25 + 25}$$

$$m(\overline{BC}) = \sqrt{50}$$

$$m(\overline{CA}) = \sqrt{(3+4)^2 + (5-6)^2}$$

$$m(\overline{CA}) = \sqrt{49+1}$$

$$m(\overline{CA}) = \sqrt{50}$$

Como las dos distancias son iguales se puede concluir que el triángulo es isósceles.

REFUTACIÓN DE UNA PROPOSICIÓN UNIVERSAL A TRAVÉS DE UN CONTRAEJEMPLO:

Las parejas ordenadas del conjunto A pertenecen a la circunferencia dada por la ecuación: $x^2 + y^2 = 1$.

$$A = \left\{ (0,1), (1,0), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right), (2,4) \right\}$$

Situación de partida: Las parejas ordenadas del conjunto $A = \left\{ (0,1), (1,0), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right), (2,4) \right\}$ pertenecen a la circunferencia dada por la ecuación:

$$x^2 + y^2 = 1.$$

Objetivo: Seleccionar un elemento del conjunto que cumpla la negación de la proposición.

Vía de solución: Una posible solución es la siguiente:

Dada la ecuación $x^2 + y^2 = 1$ despejamos y y reemplazamos cada una de los valores de x dados en el conjunto A.

$$y = \sqrt{1-x^2} \text{ para la coordenada } (0,1) \text{ se tiene:}$$

$$y = \sqrt{1-0^2} = 1 \text{ luego el punto pertenece a la circunferencia.}$$

$$\text{Para } (1,0) \ y = \sqrt{1-1^2} = 0$$

Para $(2,4)$ $y = \sqrt{1-2^2} = \sqrt{-3}$ luego el punto $(2,4)$ no satisface la ecuación por lo que no todos los puntos del conjunto A pertenecen a la circunferencia determinada por $x^2 + y^2 = 1$.

3.3 PROPUESTA PARA EVALUAR LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

Para la valoración de las pruebas escritas es preciso tener en cuenta las acciones descritas anteriormente.

Se propone dar una puntuación a cada una de estas acciones con 0, 1 y 2, se propone:

Dos para el caso en que la acción fue hecha correctamente, uno para quién la hizo de manera regular o se sobrepasa con las explicaciones y cero para otros casos.

Se recomienda el uso de una tabla que permita registrar los datos o calificaciones del estudiante, a continuación se presentan tres formatos, uno para los problemas, otro para ejercicios y el último para construcciones geométricas pues la interpretación de cada uno se manifiesta de manera diferente.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	Cuando parafrasea, registra o representa el problema.	.	
	Cuando el estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.	.	
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS		
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN
Interpreta correctamente las instrucciones dadas para la construcción, obteniendo la respectiva gráfica.	Con los trazos correspondientes a cada instrucción.	
Ejecuta correctamente un plan	Realizando gráficas, operaciones o usando teoremas según el caso requerido.	
Concluye correctamente .	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la pregunta realizada.	
		Total:

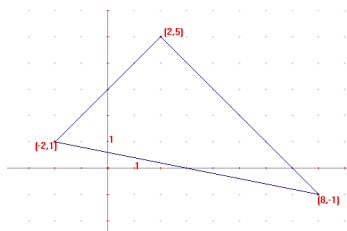
Luego de haber dado una puntuación a cada una de las acciones, es necesario dar una valoración según los resultados obtenidos, para ello se propone la siguiente escala valorativa:

ESCALA VALORATIVA					
PROBLEMAS		EJERCICIOS		CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS	
PUNTOS	VALORACIÓN	PUNTOS	VALORACIÓN	PUNTOS	VALORACIÓN
10-9	Excelente	6	Excelente	6	Excelente
8-6	Sobresaliente	5-4	Sobresaliente	5-4	Sobresaliente
5-3	Aceptable	3	Aceptable	3	Aceptable
2-1	Insuficiente	2-1	Insuficiente	2-1	Insuficiente
0	Deficiente	0	Deficiente	0	Deficiente

Analicemos el siguiente ejemplo:

Lea la solución del ejercicio tratando de identificar cada una de las acciones que se han mencionado anteriormente.

Utilizando los cálculos necesarios argumente por qué es cierto que los puntos $(2,5)$ $(8,-1)$ $(-2,1)$ son los vértices de un triángulo rectángulo



Para poder verificar que el enunciado es cierto, es suficiente comprobar que dos de los segmentos son perpendiculares.

Puede observarse que gráficamente el triángulo tiene su ángulo recto en el vértice

$A(2, 5)$, pero debemos comprobarlo matemáticamente, así que haciendo uso de la definición de pendiente tenemos que:

Para el segmento \overline{AB} determinado por las coordenadas $A(2,5)$ y $B(-2,1)$

$$m_1 = \frac{5-1}{2+(-2)} = \frac{4}{4} = 1 \quad \text{y para el segmento } \overline{AC} \text{ determinado por las coordenadas}$$

$$A(2,5) \text{ y } C(8,-1) \quad m_2 = \frac{5-(-1)}{2-8} = -\frac{6}{6} = -1 \quad \text{de donde se tiene que los segmentos } \overline{AB}$$

y \overline{AC} son perpendiculares ya que $m_1 m_2 = -1$.

Como los tres puntos no son colineales y dos de los segmentos determinados por ellos son perpendiculares, entonces los tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo.

En este caso es fácil ver que se dan cada una de las acciones propuestas en la solución de un problema, así:

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	Cuando parafrasea, registra o representa el problema.	2.	4
	Cuando el estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.	2	
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.	2	4
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.	2	
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.	2	2
			Total: 10

Este estudiante obtendría, según la escala valorativa una calificación de excelente, pero puede ocurrir que un estudiante lo solucione de una manera totalmente diferente, veamos:

Utilizando los cálculos necesarios argumente por qué es cierto que los puntos

$$A(2,5) \ B(8,-1)$$

C(-2, 1) son los vértices de un triángulo rectángulo

SOLUCIÓN

Para el segmento (\overline{AB}) determinado por las coordenadas A(2,5) y B(-2,1) se tiene

$$\text{que } m_1 = \frac{5-1}{2+(-2)} = \frac{4}{4} = 1$$

Para el segmento(\overline{AC}) determinado por las coordenadas A(2,5) y C(8,-1)

$$m_2 = \frac{5 - (-1)}{2 - 8} = -\frac{6}{6} = -1 \text{ y para el segmento } \overline{BC} \text{ de donde se tiene que}$$

$$m_3 = \frac{8 - (-2)}{-1 - 1} = -\frac{10}{2} = -5$$

Si observamos cada una de las pendientes podemos observar que los segmentos \overline{AB} y \overline{AC} son perpendiculares ya que $m_1 m_2 = -1$, así que como los tres puntos no son colineales y dos de los segmentos determinados por ellos son perpendiculares, entonces los tres puntos son los vértices de un triángulo rectángulo.

Podemos ver que en este caso, ni se parafrasea el problema, ni se hace una representación gráfica de él, sin embargo se da una solución correcta y sustentada, lo que deja ver implícitamente que el estudiante entendió el problema sólo que no lo dejó registrado por escrito, luego la nota sería igualmente excelente.

El educador debe tener en cuenta esto en el momento de dar la puntuación o debe ser específico con sus estudiantes en las instrucciones que se den, es decir que si quiere que el estudiante parafrasee o dibuje se le debe solicitar, no se puede dar por sentado que el estudiante siempre manifestará estas acciones.

Se hace alusión a esto ya que la valoración que se propone es teniendo en cuenta que el estudiante dejará ver la interpretación que está haciendo del problema, entonces es importante que el docente tenga en cuenta que puede dar una puntuación a esta acción teniendo en cuenta lo registrado por escrito o asumiendo que se hizo o no una buena interpretación a partir de la solución y conclusión dada por el estudiante.

Sin embargo se recomienda que se dé la instrucción por escrito a los estudiantes que antes de solucionar los problemas parafraseen y grafiquen en los casos que sea posible, para poder así dar un valor a dicha acción sin dejar que la subjetividad tenga participación en la valoración.

4.DISEÑO METODOLÓGICO

Esta propuesta surge como un requerimiento en el desarrollo de las integraciones didácticas VIII; IX y X en las que es necesario detectar un problema en el ámbito educativo y darle solución en el desarrollo de las mismas.

El trabajo se realizó teniendo en cuenta las siguientes etapas:

- Búsqueda del problema de investigación: ésta constituye la primera etapa de investigación y para llevarla a cabo realizamos un rastreo bibliográfico al igual que una observación y análisis de los posibles problemas que sobre argumentación se podrían encontrar en los colegios.
- Determinación y análisis de la existencia del problema: para poder determinar la existencia del problema fue necesario aplicar encuestas a los educadores, diseñadas con el fin de indagar sobre la forma en que evaluaban la competencia argumentativa y la claridad que tenían sobre los tipos de ejercicios con los que se puede evaluar ésta, además se recogieron algunos de los talleres diseñados por los docentes.
- Planteamiento inicial de la propuesta: analizando los resultados obtenidos a través de la encuesta empezamos a realizar un rastreo bibliográfico con el que surge la propuesta de determinar cuáles son los ejercicios y criterios que se necesitan para evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica.
- Desarrollo de la investigación: teniendo en cuenta la bibliografía encontrada se diseño una propuesta que fue puesta en consideración y corregida por algunos docentes de la universidad, los cuales considerábamos se encontraban en la capacidad de juzgar y hacer las correcciones pertinentes al respecto.

- Diseño final de la propuesta: Una vez recibidas las correcciones hechas por los docentes se procedió a realizarlas y complementar lo que inicialmente se había realizado.

4.1 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN:

Una vez realizada la indagación bibliográfica y darnos cuenta que en realidad existe el problema, surgen muchos interrogantes al respecto y para poder darles solución fue necesario emplear los siguientes métodos de investigación:

Método hipotético-deductivo: la motivación inicial de esta investigación nace al suponer que los docentes no tienen mucha claridad con respecto a la forma en que se deben evaluar las competencias, en especial la argumentativa, ya que en todas partes se habla de evaluar por competencias pero nunca se especifica como se debe hacer.

Para confirmar este supuesto se diseñó una encuesta en la que se indagaba sobre la forma en que evaluaban la competencia argumentativa y los ejercicios empleados.

- Método bibliográfico: para soportar esta investigación es necesario hacer un recorrido bibliográfico alrededor de las propuestas que existen de evaluación y la argumentación en matemáticas.
- Método estadístico: para el análisis de los datos encontrados en la investigación usaremos gráficos y análisis estadísticos que nos permitan caracterizar de manera adecuada y lo mas real posible la población estudiada.

4.2 POBLACIÓN: Docentes de secundaria.

4.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN:

El único instrumento empleado para el desarrollo de esta investigación fue el cuestionario y la técnica la encuesta que fue realizada a los docentes.

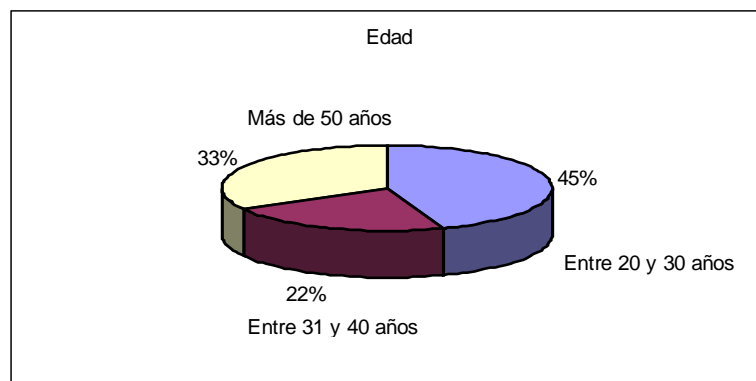
4.4 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA

Esta encuesta fue realizada a los docentes de la Institución Educativa Javiera Londoño que pertenecen al área de matemáticas. De un total de nueve encuestados los resultados fueron los siguientes:

Pregunta 1

Su edad está:

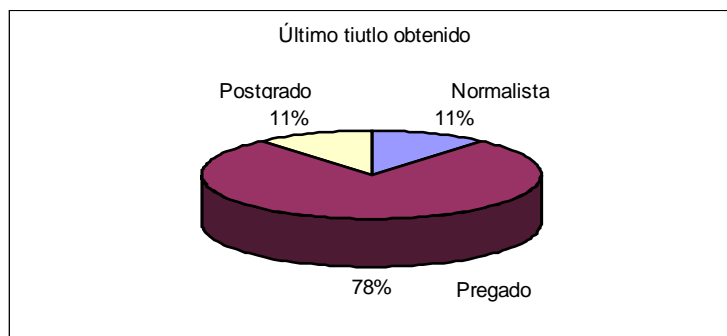
Entre 20 y 30 años	Entre 31 y 40 años	Más de 50 años
4	2	3



Pregunta 2

Último título obtenido:

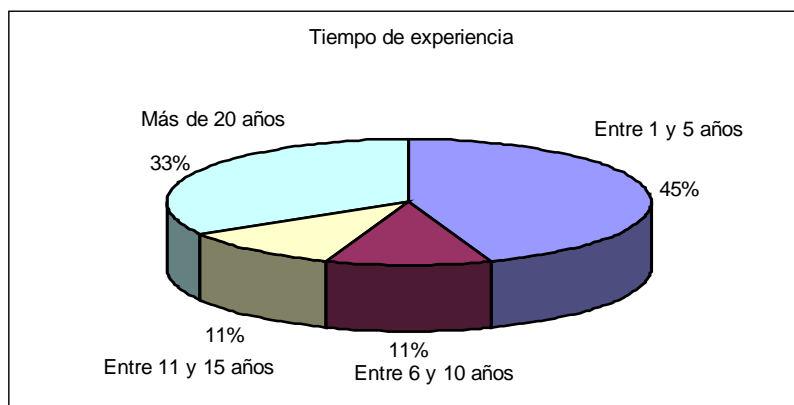
Normalista	Pregrado	Postgrado
1	7	1



Pregunta 3

Su tiempo de experiencia en el ámbito educativo está:

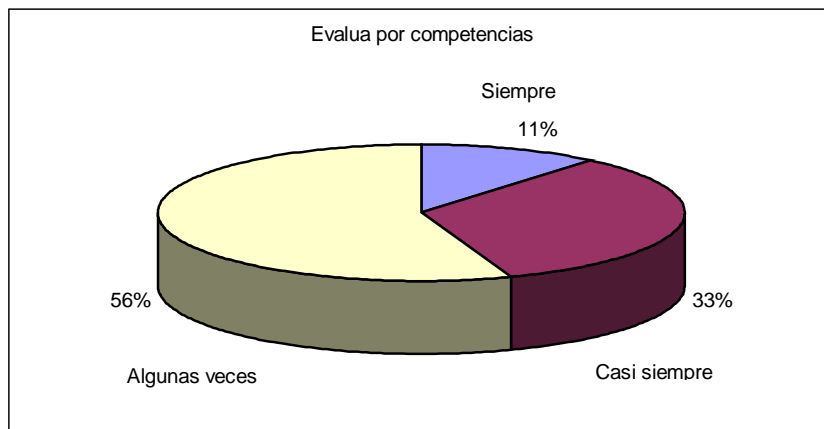
Entre 1 y 5 años	Entre 6 y 10 años	Entre 11 y 15 años	Más de 20 años
4	1	1	3



Pregunta 4

¿Cuándo evalúa lo hace teniendo en cuenta las competencias?

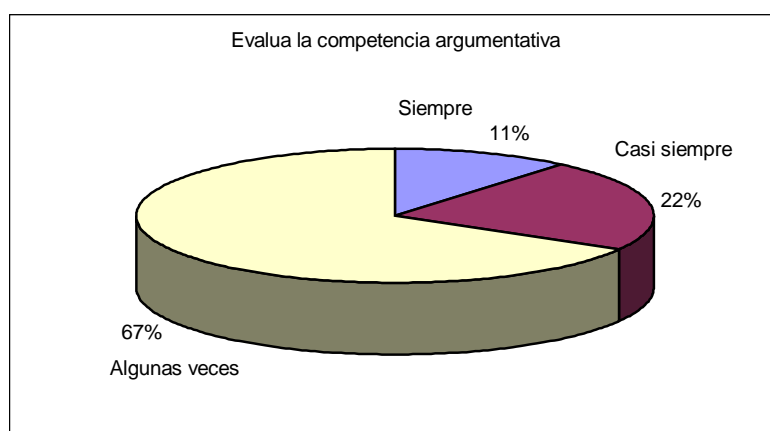
Siempre	Casi Siempre	Algunas Veces
1	3	5



Pregunta 5

¿Dentro de las competencias que evalúa tiene en cuenta la competencia argumentativa?

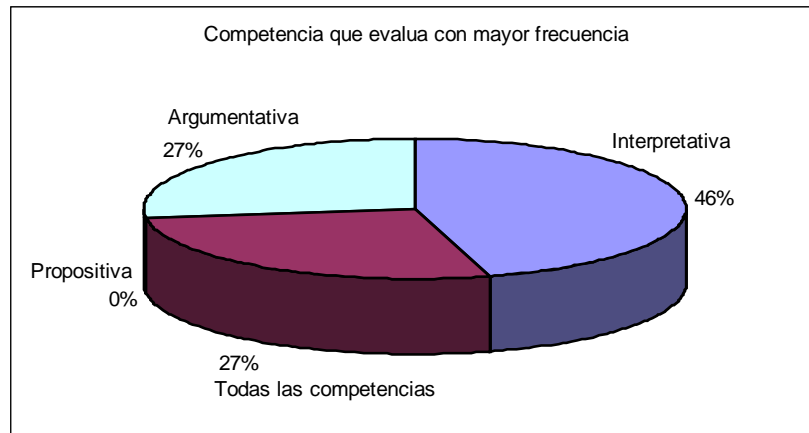
Siempre	Casi siempre	Algunas veces
1	2	6



Pregunta 6

¿Qué competencia evalúa con mayor frecuencia?

Interpretativa	Argumentativa	Propositiva	Todas las anteriores
5	3	0	3



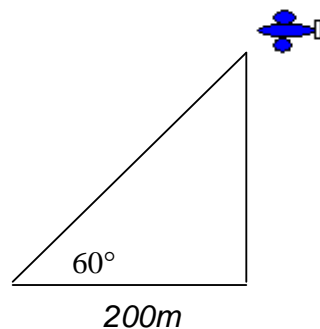
Pregunta 7

Seleccione dos temas de matemáticas y plantee una situación en cada tema con la que evalúa o evaluaría la competencia argumentativa.

Tres de los encuestados no plantearon ninguna situación y los seis restantes propusieron las siguientes:

1.

- *la base y la altura de un triángulo son el triple de otro. Explicar por qué los dos triángulos no son necesariamente semejantes.*
- *De acuerdo con el gráfico, hallar la altura del avión.*



2.

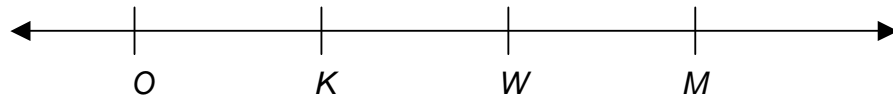
- ¿Qué propiedades de la potenciación son utilizadas para demostrar que

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

- Desde una situación de expresiones algebraicas proponer una serie de planteamientos donde se debe verificar su falsedad o veracidad, justificando que pasa en cada situación.

3.

- En la siguiente representación en la recta numérica decir si W es mayor o menor que M ; ¿Por qué puedes hacer esta afirmación?



- Decir si la siguiente sustracción se puede efectuar en los \mathbb{N} , justifica tu respuesta. $28 - 64$

4.

- Una situación problema que involucre la solución de un triángulo rectángulo, por ejemplo, en donde sería mejor colocar una lámpara para que un parque triangular tenga la mayor luz posible.
- Observar las estructuras de los puentes colgantes y de allí argumentar el por qué de esa forma.

5.

- Para la función $h_{(x)} = \frac{x^2 - 0,25}{x - 0,5}$ hallar el dominio, el rango y dibujar la grafica. Explicar por qué la gráfica no tiene asíntotas.

6.

- $$\int_{-x}^x \sin^2 \theta d\theta = \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\cos 2\theta}{2} \right]_{-x}^x$$

¿la integral planteada tiene la solución

mostrada? ¿por qué?

Pregunta 8

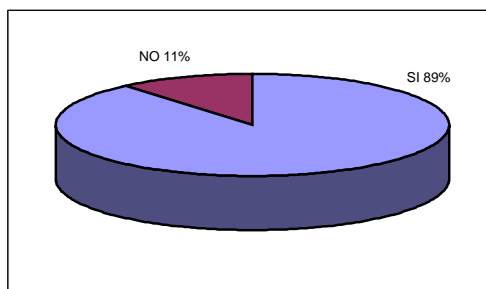
Indique con que frecuencia utiliza cada uno de los siguientes instrumentos para la evaluación de la competencia argumentativa.

INTRUMENTO	FRECUENCIA				
	Siempre	Casi Siempre	A veces	Casi Nunca	Nunca
Observación	6	2	1	0	0
Entrevista	0	2	4	2	1
Cuestionario	1	6	1	0	1
Mapas conceptuales	1	0	2	2	4
El debate	0	1	5	0	3
El cuaderno de clase	0	5	0	3	1
Otro ¿Cuál? _____					

Pregunta 9

Considera que, cuando un estudiante explica con sus palabras la relación entre el resultado y la hipótesis del problema o ejercicio está dando cuenta del desarrollo de la competencia argumentativa?

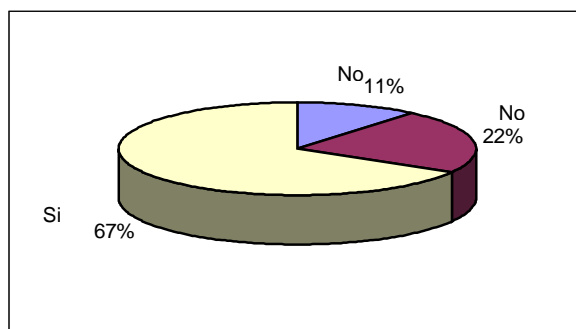
Si	No
8	1



Pregunta 10

¿Considera que es suficiente con que esto se de para asegurar que un estudiante sabe argumentar?

Si	No
6	2



¿Qué otras acciones consideran se deben manifestar por parte del estudiante para hacer esta afirmación?

- *Saber interpretar ó tomar datos de una tabla y argumentar el porque de las cosas, no desarrollando los ejercicios de forma mecánica.*
- *Indagar más allá de lo planteado y buscar otras alternativas.*
- *Desde la matemática debe argumentar con lenguaje matemático que parta de lo adquirido conceptualmente; si lo hace con sus propias palabras utilizando un lenguaje común, esto quiere decir que tiene un desarrollo mínimo de esta competencia, pero que a su vez hace uso de ella.*
- *La observación, el cuestionario y el cuaderno de clase.*
- *Debe explicar cada paso de la solución.*

Pregunta 11

¿Cuáles de los siguientes ejercicios considera son pertinentes para evaluar la competencia argumentativa?

Determina si la siguiente expresión es una identidad trigonométrica, en caso contrario dé un contraejemplo: $\operatorname{sen}\varphi\operatorname{Csc}\varphi = \tan \varphi$

a) *Encontrar el conjunto solución de la inecuación $x^2 + 2x + 1 \geq 0$*

b) Dadas las siguientes expresiones señale cuáles son ecuaciones y cuáles son inecuaciones:

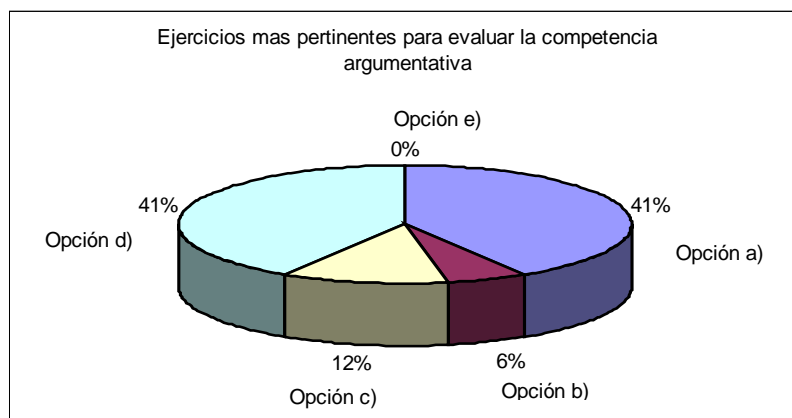
$$\underline{\quad} 3x - 7 > 8y + 2 \quad \underline{\quad} 5x + 9y = 0 \quad \underline{\quad} \frac{1}{3}x - 0.6x < \frac{3}{4}$$

c) ¿Se cumple siempre que si $x \in R$ entonces $|x+3| = x+3$? ¿Por qué?

d) Calcular $3x+8 = 4x+7$

Un encuestado no respondió la pregunta.

a)	b)	c)	d)	e)
7	1	2	7	0



Pregunta 12

Un profesor propone a sus estudiantes el siguiente ejercicio:

“Argumente por qué es cierto que 5 no es solución de la ecuación $3x-2=1$ ”

Las respuestas de dos estudiantes fueron:

Estudiante 1	Estudiante 2
$3(5) - 2 = 1$	$3(5) - 2 = 15 - 2 = 13$
$15 - 2 = 1$	$y \quad 13 \neq 1$
$13 \neq 1$	No es solución porque 5 no satisface la ecuación dada

¿Cómo evaluaría usted estas respuestas?

Estudiante 1 E__ S__ A__ I__ D__ ¿Por qué? _____

Estudiante 2 E__ S__ A__ I__ D__ ¿Por qué? _____

Un encuestado no respondió la pregunta.

Estudiante 1

Excelente	Sobresaliente	Insuficiente
4	3	1

Justificaciones del Excelente para el estudiante 1:

- *lo realiza usando una igualdad.*
- *El signo de ? encima del igual justifica su proceder.*

Dos encuestados no respondieron el porque de la nota.

Justificaciones del Sobresaliente para el estudiante 1:

- *No explica el porque del resultado.*
- *No hizo ninguna explicación.*
- *Llego a la solución pero no explico.*

Justificación del Insuficiente para el estudiante 1:

- *Solo se limito a lo procedimental.*

Estudiante 2

Excelente	Sobresaliente
7	1

Justificaciones del Excelente para el estudiante 2:

- *Desarrolla el lado izquierdo de la supuesta igualdad.*
- *Fue capaz de dar un significado a la respuesta.*
- *Además de llegar a la solución, resuelve por medio de su lenguaje la solución.*

- *Dio una explicación a la respuesta.*
- *Argumento la solución.*
- *Porque al reemplazar el valor correspondiente no da una igualdad.*

Un encuestado no respondió el porque de la nota.

Justificaciones del Sobresaliente para el estudiante 2:

- *le interesa hallar el resultado sin tener en cuenta la igualdad.*

5. CONCLUSIONES

No todos los ejercicios son pertinentes para evaluar cualquiera de las competencias, ni el estudiante realiza las mismas acciones cuando hace uso de alguna de ellas, por ello aclarar cuáles ejercicios son útiles a la hora de evaluar la competencia argumentativa y cuáles son las acciones que un estudiante realiza cuando argumenta, puede resultar útil al docente, en la medida que le permitirá detectar donde se encuentran las mayores dificultades y su valoración podrá ser más objetiva.

Aunque se hable de evaluación por competencias no existe mucha claridad al respecto, por lo que hacer realidad lo que está propuesto en los documentos rectores es difícil mientras no se estipule ni se aclare cómo debe ser una verdadera evaluación y enseñanza por competencias.

Es importante tener en cuenta que algunas de las falencias presentadas por los estudiantes al argumentar, más que por el no saber hacerlo, es porque tienen problemas desde la parte conceptual y el dominio del conocimiento matemático, o porque los docentes no saben enfocar ni el desarrollo ni la evaluación de ésta.

De la encuesta realizada a los docentes, se puede apreciar que tienen un conocimiento general de lo que es la argumentación, sin embargo, en lo que se refiere a su evaluación, presentan confusión a la hora de seleccionar los ejercicios y los criterios que le servirían para tal fin, y algunos ni siquiera la tienen en consideración cuando evalúan.

76

6. BIBLIOGRAFIA

ALVÁREZ De Zayas, Carlos M y GONZÁLEZ Agudelo, Elvia María. Lecciones de Didáctica General. 1998. 130p.

BAEZ, Sánchez Andrés David. Serie de Matemáticas para básica secundaria y media. Grupo editorial Norma. 2006. p.324

BEZ, Sánchez. Andrés David. Espiral 10. Guía para el docente. Serie de matemáticas para básica secundaria y media. Editorial Norma SA. P323

BOGOYA MALDONADO, Danie. S et al. Competencias y proyecto pedagógico. Universidad Nacional de Colombia.

CALDERÓN, Dora Inés y LEON C, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. p59

----- . *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas*. Resultado del Proyecto de Investigación Educativo realizado en la vigencia 1999- 2000, auspiciado por IDEP. p115

----- . *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria?*. Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas. Universidad del Valle. Bogotá, D.C. Mayo de 2003. p160

CANO Flores, Milagros. Evaluación y educación.
<http://www.uv.mx/iiesca/revista2/mili1.html>. Consultada el 18 de septiembre de 2006. Hora: 8: 30 PM

CANO Murillo, Yury Marcela. S et al. Competencias que evalúan algunos docentes de matemáticas en el aula de clases. Universidad de Antioquia. Medellín.

CASTILLO Arredondo, Santiago y CABRERIZO, Diego Jesús. Evaluación educativa y promoción escolar. Madrid: PEARSON-Prentice hall, 2003, 365 p.

CERDA Gutiérrez, Hugo. La evaluación como experiencia total. Nomos, 2000. p308

Ediciones SEM. Técnicas de evaluación. Bogota: Géminis, 2003. 111 p.

Evaluación de los aprendizajes. Universidad Peruana Cayetano Heredia. [Http://www.geocities.com/webeducando/evolu.html](http://www.geocities.com/webeducando/evolu.html). Consultada noviembre 26 de 2006, hora 8:30 pm

FERNÁNDEZ Tobón, José Leonidas y QUIROZ Posada, Ruth Elena. Evaluación por Competencias en el proceso de Formación Integral. http://72.14.205.104/search?q=cache:Qnpf3u0awWAJ:www.pucpr.edu/vpaa/oficina_revision_curricular/pdf/evaluacion_por_competencias.pdf+evaluacion+por+competencias&hl=es&ct=clnk&cd=4. Consultada septiembre 18 de 2006. Hora 10: 30 PM

GUTIERREZ Cerda, Hugo. La evaluación como experiencia total. Santafé de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, 2000. 308p

Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Julio de 1998.

MEN. Finalidades y Alcances del Decreto 230 de febrero de 2002. Bogotá, DC, 2002.

MEN. Resolución número 2343. Santafé de Bogotá, DC, junio de 1996. Pag 23.

MONTOYA Velásquez, Edwin Ferney. Propuesta de Evaluación por Competencias para Estudiantes del curso de Cálculo en una Variable de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación Modalidad Presencialidad concentrada. Universidad de Antioquia. Medellín, 2006.

PÉREZ Miranda, Royman, S et al. *Las competencias, interpretar, argumentar y proponer en Química. Un problema pedagógico y didáctico*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá: 2004. p115

POSADA Álvarez, Rodolfo. Formación superior basada en competencias, interdisciplinariedad y trabajo autónomo del estudiante. Revista Iberoamericana de Educación. http://200.14.205.63:8080/portalicfes/home_2/rec/arc_4040.pdf consultada el día 5 de noviembre de 2006.

¿Qué diferencias existen entre un ejercicio y un problema? <http://www2.uah.es/jmc/webens/171.html>. Consultada en abril 30 de 2007. hora 4:00pm

¿Qué es evaluar? <http://www.geocities.com/Athens/Forum/5661/evaluar.html>. Consultada el día 18 de septiembre de 2006. Hora: 8:30 pm.

Resolución de Problemas. <http://www.xtec.es/~jcorder1/problema.htm>. Consultada abril 30 de 2007. hora 4:05 pm

Resolución De Problemas. http://platea.pntic.mec.es/jescuder/prob_int.htm
consultada abril 30 de 2007- hora 5:00p,

Manual de evaluacion educativa.
<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo/codigo=54443>. Consultada octubre 15 de
2006. hora 7:00pm.

SOLANO, Estéven Cayetano. Evaluación Integral por Procesos. Santa Fe de
Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.1996. 132p.

VALVERDE, Ramírez. Lourdes. La Competencia Argumentativa En Matemática Y
Su Evaluación En El Proceso De Enseñanza – Aprendizaje. Colección Bolsillos
Didácticos I. Medellín, Octubre de 2004.

VALVERDE, Ramírez. Lourdes. Los métodos de enseñanza y aprendizaje.
Diplomado en didáctica de la matemática. Universidad de Antioquia.
<http://webapps.udem.edu.co/RenovacionCurricular/Descargas/DiplomadoDidactica/OtroDocumentos/La%20Heuristica.pdf> . Consultada mayo 21 de 2007. hora: 3:00
pm

7. ANEXOS
ANEXO 1: ENCUESTA



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

ENCUESTA

Un grupo de estudiantes de licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia se encuentran realizando un estudio acerca de la evaluación de la competencia argumentativa en el área de Matemáticas. Para ello se solicita su colaboración contestando las siguientes preguntas con la mayor sinceridad posible, esta información es de carácter anónimo y será utilizada solo con fines académicos.

Marque con una "x" la respuesta que considera es la más acertada o complete el espacio en los casos que lo requiera.

1. Su edad está:

- Entre 20 y 30 años
 Entre 31 y 40 años
 Entre 41 y 50 años
 Más de 50 años

2. Último título obtenido:

- Normalista
 Tecnólogo en _____
 Pregrado _____
 Maestría en _____
 Doctorado en _____
 Otro ¿Cuál? _____

3. Su tiempo de experiencia en el ámbito educativo está:

- Entre 1 y 5 años
 Entre 6 y 10 años
 Entre 11 y 15 años
 Entre 16 y 20 años
 Más de 20 años

4. ¿Cuándo evalúa lo hace teniendo en cuenta las competencias?

___ Siempre ___ Casi Siempre ___ Algunas Veces ___ Casi nunca ___ Nunca

5. ¿Dentro de las competencias que evalúa tiene en cuenta la competencia argumentativa?

___ Siempre ___ Casi Siempre ___ Algunas Veces ___ Casi nunca ___ Nunca

6. ¿ Qué competencia evalúa con mayor frecuencia?

___ Interpretativa ___ Argumentativa ___ Propositiva
___ Todas las anteriores

7. Seleccione dos temas de matemáticas y plantee una situación en cada tema con la que evalúa o evaluaría la competencia argumentativa.

8. Indique con que frecuencia utiliza cada uno de los siguientes instrumentos para la evaluación de la competencia argumentativa.

FRECUENCIA	<i>Siempre</i>	<i>Casi Siempre</i>	<i>A veces</i>	<i>Casi nunca</i>	<i>Nunca</i>
INTRUMENTO					
<i>Observación</i>					
<i>Entrevista</i>					
<i>Cuestionario</i>					
<i>Mapas conceptuales</i>					
<i>El debate</i>					
<i>El cuaderno de clase</i>					
<i>Otro ¿Cuál? _____</i>					

9. Considera que, cuando un estudiante explica con sus palabras la relación entre el resultado y la hipótesis del problema o ejercicios está dando cuenta del desarrollo de la competencia argumentativa?

Si ___

No ___

En caso negativo continúe con la pregunta doce:

10. ¿Considera que es suficiente con que esto se de para asegurar que un estudiante sabe argumentar?

Si ___

No ___

¿Qué otras acciones considera se deben manifestar por parte del estudiante para hacer esta afirmación?

11. ¿Cuáles de los siguientes ejercicios considera son pertinentes para evaluar la competencia argumentativa?

- a) Determina si la siguiente expresión es una identidad trigonométrica, en caso contrario dé un contraejemplo: $\operatorname{sen}\varphi \operatorname{Csc}\varphi = \tan \varphi$
- b) Encontrar el conjunto solución de la inecuación $x^2 + 2x + 1 \geq 0$
- c) Dadas las siguientes expresiones señale cuáles son ecuaciones y cuáles son inecuaciones:

$$_ 3x - 7 > 8y + 2 \quad _ 5x + 9y = 0 \quad _ \frac{1}{3}x - 0.6x < \frac{3}{4}$$

- d) ¿Se cumple siempre que si $x \in R$ entonces $|x+3| = x+3$? ¿Por qué?
- e) Calcular $3x+8 = 4x+7$

12. Un profesor propone a sus estudiantes el siguiente ejercicio:

“Argumente por qué es cierto que 5 no es solución de la ecuación $3x-2=1$ ”

Las respuestas de dos estudiantes fueron:

Estudiante 1	Estudiante 2
$3(5) - 2 = 1$ $15 - 2 = 1$ $13 \neq 1$	$3(5) - 2 = 15 - 2 = 13$ y $13 \neq 1$ No es solución porque 5 no satisface la ecuación dada

¿Cómo evaluaría usted estas respuestas?

Estudiante 1 E___ S___ A___ I___ D___ ¿Por qué?_____

Estudiante 2 E___ S___ A___ I___ D___ ¿Por qué?_____

ANEXO 2

UNIDAD GEOMETRÍA ANALÍTICA

Se espera que el estudiante una vez finalizada la unidad solucione problemas geométricos, argumentándolos a partir de los conocimientos adquiridos en geometría analítica.

INDICADORES DE LOGRO

- ✓ Identifica los diferentes elementos como focos, ejes y vértices en cada una de las cónicas.
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una cónica a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos aprendidos sobre cónicas, ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de las cónicas.

TEMAS

- ✓ Línea recta
- ✓ Parábola
- ✓ Elipse
- ✓ Circunferencia
- ✓ Hipérbola



ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA GEOMETRÍA ANALÍTICA

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____
FECHA: _____

Esta actividad se realiza con el ánimo de determinar los conocimientos que tienen los estudiantes acerca de: la solución de sistemas de ecuaciones, completación de trinomios y la resolución de ecuaciones de segundo grado

1. resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones. justifica la respuesta de cada uno de los pasos que realizas procedimientos.

★ $2X - 3Y = 5$
 $X + Y = 2$

★ $4Y - 4X = 2$
 $Y - 2 = 4X$

PROCEDIMIENTO: Solucionar un sistema de ecuaciones.

2. Encuentra el error en la solución de las siguientes ecuaciones y justifica la respuesta.

a) $x^2 + 10x = 0$

$$x^2 = -10x$$

$$x = -10$$

$$\text{Solucion} = \{-10\}$$

b) $2x^2 + 4x - 1 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(2)(1)}}{4}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{4}$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{2}}{4} \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$S/n = \left\{ \frac{-2 + \sqrt{2}}{2}, \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} \right\}$$

3. Completa los siguientes trinomios. Justifica con los respectivos procedimientos.

- a) $2x^2 - x - 1$
- b) $-11x + 6x^2 - 5$
- c) $x^2 - 7x + 8$

PROCEDIMIENTO: Completación de trinomios

4. Aparea cada una de las ecuaciones de la izquierda con los resultados que se presentan a la derecha, Justifica las respuestas realizando los respectivos procedimientos.

ECUACION	SOLUCION
a) $3x + 2 = -x + 3$	$\frac{-26}{5}$
b) $x - 5 = 8 + \frac{7}{2}x$	$\frac{-26}{15}$
c) $\frac{x}{2} + \frac{5}{3} = \frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$

PROCEDIMIENTO: Solución de ecuaciones



ACTIVIDAD EVALUATIVA LINEA RECTA

NOMBRE: _____ GRUPO: _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

- ✓ Reconoce cuando dos rectas son paralelas y cuando son perpendiculares
- ✓ Aplica correctamente el procedimiento para calcular la distancia entre dos puntos en la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Justifica con base en los conocimientos de línea recta la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Grafica líneas rectas en el plano cartesiano.

- 1) Dadas las rectas $3X - Y + 6 = 0$ y $2Y - 6X + 1 = 0$ Demostrar que son paralelas, explica el procedimiento a seguir.

PROPOSICIÓN: Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales

PARA LOS EJERCICIOS 2 Y 3 : Realiza una gráfica que te permita tener una mejor idea de lo que te plantea el problema y ubica sobre él la información que te ofrecen



- 2) Determina si el siguiente enunciado es verdadero o falso. Justifica la respuesta.

Los puntos $A(1,1)$, $B(5,3)$ y $C(6,-4)$ son los vértices de un triángulo isósceles.

PROCEDIMIENTO: Calcular la distancia entre dos puntos.

- 3) Justifica porque es cierto que los puntos $(9,2)$, $(11,6)$, $(3,5)$ y $(1,1)$ son los vértices de un paralelogramo.

PROPOSICIÓN: Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales

- 4) Determine si el procedimiento utilizado para demostrar que las rectas l y r son perpendiculares es correcto o no. Justifique su respuesta.

$$\begin{aligned}\text{Recta } \vec{l} & 3X - 2Y + 6 = 0 \\ \text{Recta } \vec{r} & -4X + 6 = 3Y\end{aligned}$$

Solución:

$$3X + 6 = 2Y$$

$$\frac{3}{2}X + 3 = Y$$

$$m_1 = \frac{3}{2}$$

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{-4}{3} = -2$$

$$-4X + 6 = 3Y$$

$$\frac{-4}{3}X + 2 = Y$$

$$m_2 = \frac{-4}{3}$$

Como el producto de las pendientes es negativo, entonces las rectas son perpendiculares.

PROPOSICIÓN: Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a -1

5) Graficar la recta cuya ecuación es $2X - Y - 1 = 0$. Describe el procedimiento a seguir.

PROCEDIMIENTO: Graficar una recta dada la ecuación.

PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	Cuando parafrasea, registra o representa el problema.		
	Cuando el estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	Cuando parafrasea, registra o representa el problema.		
	Cuando el estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

4.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

5.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:



ACTIVIDAD EVALUATIVA PARÁBOLA

NOMBRE: _____ GRUPO: _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

- ✓ Identifica los diferentes elementos como focos, ejes, directriz y vértice en la parábola
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una parábola a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos de parábola la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de la parábola

1) Hallar la forma canónica de la ecuación de una parábola que tiene su foco en $F(-1, 1)$ y la ecuación de su directriz es $x = -3$. Justifica cada uno de los pasos.

RECOMENDACIÓN: Realiza una gráfica que te permita tener una idea de cómo debe ser la parábola según la información que ofrece el problema.

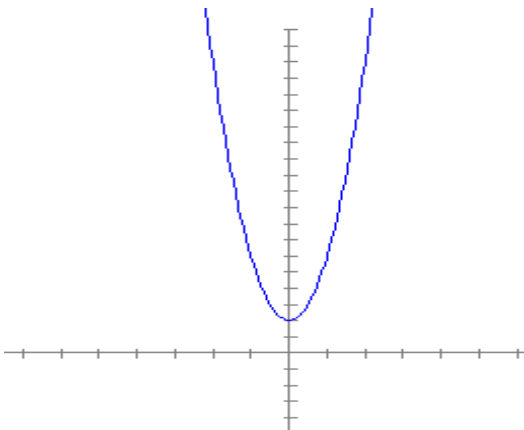
PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de una parábola conocidos algunos datos



2) En un plano coordenado el eje de simetría de una parábola es el eje X y la directriz coincide con el eje Y . Si se sabe que el vértice está en el punto $A(2,0)$. ¿Tienes los elementos necesarios para construir la parábola?. Justifica la respuesta.

PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de una parábola conocidos algunos datos

3) La curva de la figura es una parábola cuyo vértice es $(0,2)$ y la ecuación de su directriz es $Y = -1$. Determina la ecuación correspondiente a la curva.



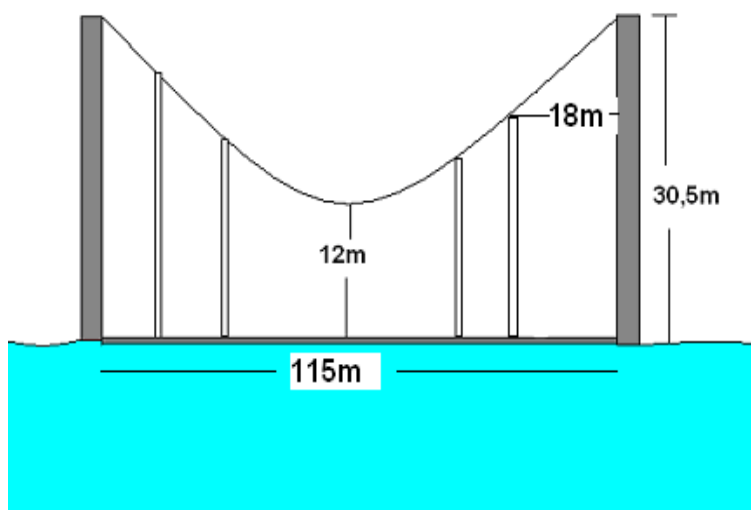
PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de una parábola dada la gráfica.

- 4) Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto que se mueve de tal manera que su distancia a la recta $X + 3 = 0$ es siempre 2 unidades mayor que su distancia al punto $(1,1)$

CONCEPTO: Parábola

- 5) Para resolver el siguiente problema, primero léelo muy bien, y luego escribe con tus palabras qué entiendes, es decir de qué trata el problema, cuál es la información que te dan y qué es lo que debes encontrar. Los puntos más altos de dos torres de un puente colgante están a 30,5 m por encima del agua y separados entre sí 115 m.

Un cable que los une tiene forma de parábola y su punto más bajo está 12 m arriba del agua. ¿A qué altura se encuentra un punto en el cable cuya distancia horizontal a una de las torres es **18 m**?



PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

4

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

5.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.	.	
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.	.	
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:



ACTIVIDAD EVALUATIVA CIRCUNFERENCIA

NOMBRE: _____ GRUPO: _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

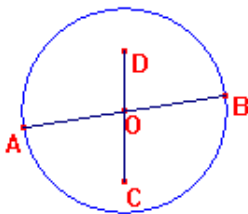
- ✓ Identifica los diferentes elementos como radio, centro y diámetro en la circunferencia.
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una circunferencia a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos de circunferencia la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de la circunferencia

1) Determine si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justifique su respuesta.

- ★ $x^2 + y^2 - 2x - 4y = -5$ es la ecuación de una circunferencia ()
- ★ la circunferencia cuya ecuación es $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 1$ es igual a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$ ()

PROCEDIMIENTO: Dada una ecuación canónica llevarla a la ecuación general de la circunferencia.

2) Indica cuáles son los errores en el siguiente enunciado y justifica la respuesta.



En la gráfica se tiene que AB es igual al radio de la circunferencia, el centro es O el diámetro está dado por el segmento CD, y, además es indiferente hablar de círculo o circunferencia.

CONCEPTO: Círculo, circunferencia, radio, diámetro.

3) Determine si el siguiente enunciado es verdadero o falso. En caso de ser falso encuentre un contraejemplo.

Las parejas ordenadas del conjunto A pertenecen a la circunferencia dada por la ecuación: $x^2 + y^2 = 1$.

$$A = \left\{ (0,1), (1,0), \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} \right), (2,4) \right\}$$

REFUTACIÓN POR CONTRAEJEMPLO:

- 4) Encuentre la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(-3, 4)$, justificando cada paso.

PROPOSICIÓN: Toda recta tangente a una circunferencia es perpendicular a su radio.

 **Construcción con regla y compás:**

- 5) En una hoja de papel marca tres puntos no colineales A, B, y C y siguiendo los pasos que se indican construye la circunferencia que pasa por ellos.
- Traza la mediatriz l del segmento AB y la mediatriz m del segmento BC usando regla y compás
 - sea p el punto de intersección de l y m . traza la circunferencia de centro p que pasa por a, b , y c y tiene radio ap .

Analiza la construcción que hiciste y responde:

- ¿Por qué no se puede construir una circunferencia que pase por tres puntos colineales?
- ¿Se puede construir una circunferencia que pase por los tres vértices de un triángulo? Justifica
- ¿Qué procedimiento usarías para construir una circunferencia que pasa por dos puntos dados? Descríbelo y justifica.
- ¿Es posible construir siempre una circunferencia que pasa por cuatro puntos? Justifica.

PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

4

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.	.	
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.	.	
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

5.

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS		
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN
Interpreta correctamente las instrucciones dadas para la construcción, obteniendo la respectiva gráfica.	Con los trazos correspondientes a cada instrucción.	
Ejecuta correctamente un plan	Realizando gráficas, operaciones o usando teoremas según el caso requerido.	
Concluye correctamente .	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la pregunta realizada.	
		Total:



ACTIVIDAD EVALUATIVA ELIPSE

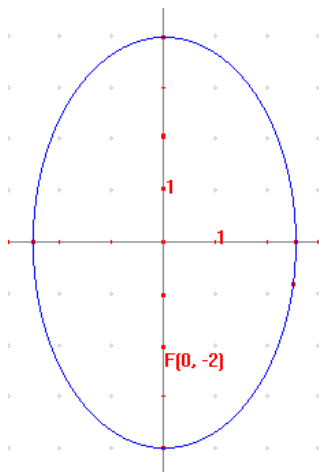
NOMBRE: _____ GRUPO: _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

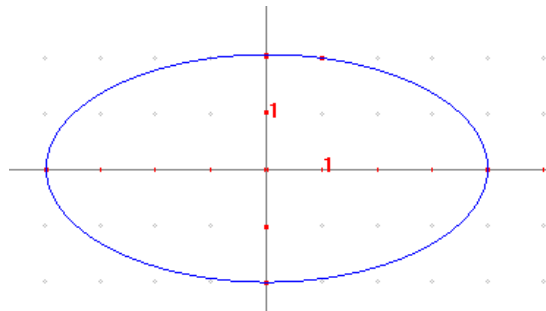
- ✓ Identifica los diferentes elementos como focos, ejes y vértice en una elipse.
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una elipse a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos de elipse la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de una elipse.

1. Encuentre una ecuación para cada una de las elipses cuya gráfica se presenta a continuación.

Justifique su respuesta y verifique la ecuación con los datos que se dan.



PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de una elipse dada la gráfica.



2) El eje mayor de una elipse mide 10cm, el eje focal es paralelo al eje x y pasa por el punto (-5,7) y su centro es (-5, 3). Hallar su ecuación.

RECOMENDACIÓN: Realiza una gráfica que te permita tener una idea de cómo debe ser la elipse según la información que ofrece el problema.



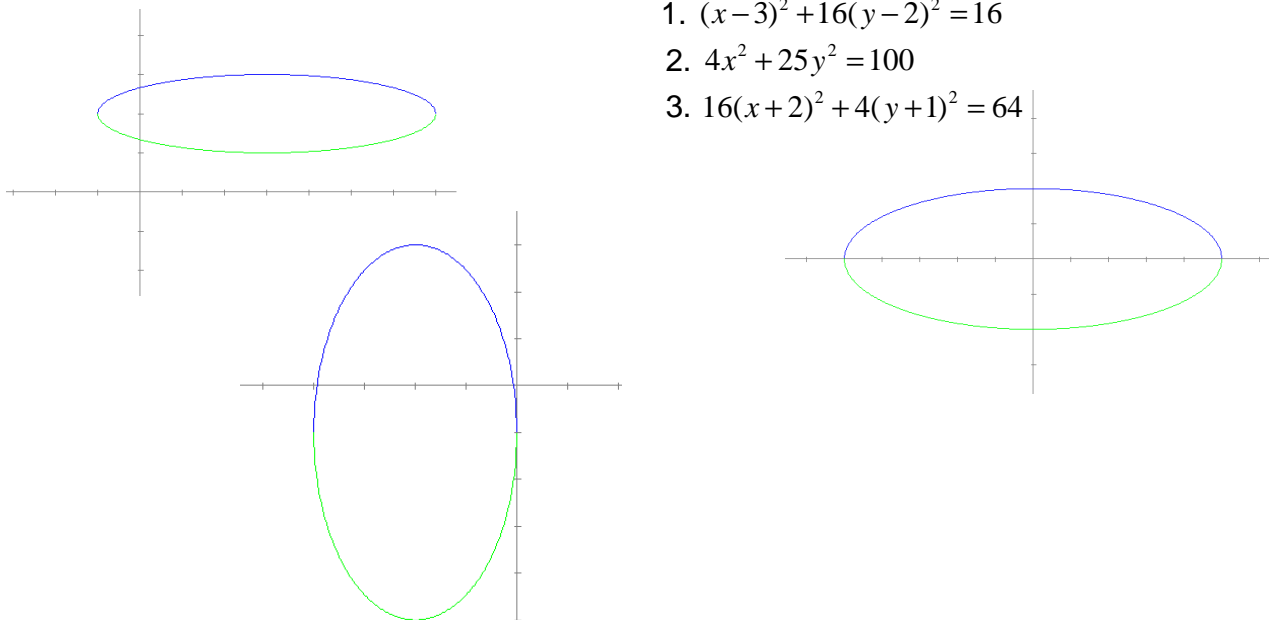
PROCEDIMIENTO: Encontrar la ecuación de una elipse dados algunos datos.

3) Para resolver el siguiente problema, primero léelo muy bien, y luego escribe con tus palabras que entiendes, es decir de qué trata el problema, cuál es la información que te dan y qué es lo que debes encontrar.

La órbita de la tierra es una elipse en uno de cuyos focos está el sol. Sabiendo que el semieje mayor de la elipse es 148,5 millones de kilómetros y que la excentricidad vale 0,017 hallar la máxima y mínima distancia de la tierra al sol.

PROCEDIMIENTO: Solucionar problemas que involucran secciones cónicas.

4) Relaciona cada gráfica con su ecuación explicando el por qué de la elección.



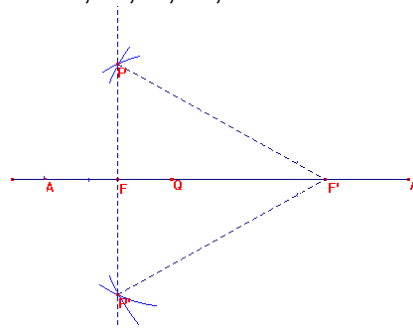
1. $(x-3)^2 + 16(y-2)^2 = 16$

2. $4x^2 + 25y^2 = 100$

3. $16(x+2)^2 + 4(y+1)^2 = 64$

✂ Construcción con regla y compás:

5) Traza sobre una recta los puntos F, F', A, A', como se muestra en la figura.



a) Marca un punto cualquiera Q entre F , F' y con el compás traza un arco con centro en F y radio $d(Q, A)$ y otro con centro en F' y radio $d(Q, A')$. Los puntos P y P' son los cortes de los arcos trazados y pertenecen a una elipse.

Si varías el punto Q , puedes obtener más parejas de puntos y al unirlos obtendrás una elipse.

b) Justifica por qué los puntos obtenidos pertenecen a una elipse cuyos focos son los puntos F y F' . Determina los demás elementos de esta elipse.

PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		Total:

4

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		Total:

5.

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS		
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN
Interpreta correctamente las instrucciones dadas para la construcción, obteniendo la respectiva gráfica.	Con los trazos correspondientes a cada instrucción.	
Ejecuta correctamente un plan	Realizando gráficas, operaciones o usando teoremas según el caso requerido.	
Concluye correctamente .	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la pregunta realizada.	Total:



ACTIVIDAD EVALUATIVA HIPÉRBOLA

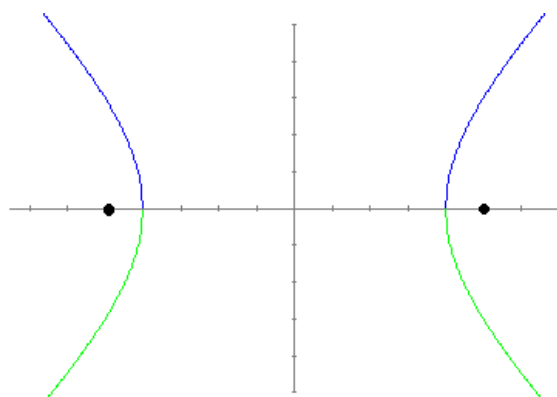
NOMBRE: _____ GRUPO: _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

- ✓ Identifica los diferentes elementos como focos, ejes y vértice en la Hipérbola
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una Hipérbola a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos de Hipérbola la solución de ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de la Hipérbola

1. Argumente si es verdadero o falso que la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (4,6), tiene el eje focal paralelo al eje x y sus asíntotas son las rectas $2x + y - 3 = 0$ y $2x - y - 1 = 0$ es $x^2 - 7y^2 + 2y = 3$

RECOMENDACIÓN: Realiza una gráfica que te permita tener una idea de cómo debe ser la hipérbola según la información que ofrece el problema.



PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de la hipérbola dados algunos datos.

2. Argumente si es verdadero o falso que la Ecuación de la hipérbola representada Gráficamente es $y^2 - 3x - y + x^2 - 1 = 0$.

PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de la hipérbola dada la gráfica.

3. Una propuesta de diseño para una torre de enfriamiento en una planta nuclear es una rama de una hipérbola girada en torno al eje conjugado.

Encuentra la ecuación de esta hipérbola si pasa por el punto (238, 616) con centro en (0,0) y un vértice en (153,0).

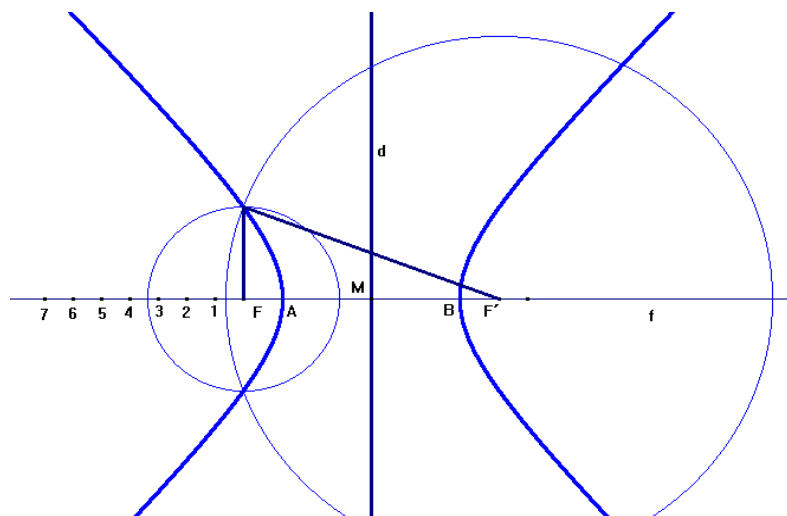
PROCEDIMIENTO: Hallar la ecuación de la hipérbola conociendo algunos datos.

✂ Construcción con regla y compás:

A continuación se presentan los pasos para la construcción de la hipérbola con regla y compás; así como la construcción de la misma.

- B** Trace una recta d .
- B** Marque un punto A exterior a la recta.
- B** Trace una recta f perpendicular a la recta d y que pase por el punto A .
- B** El punto de intersección entre las rectas d y f será M .
- B** Con centro en M y radio AM describimos un arco, el cual cortará a la recta f en el punto B .
- B** En el mismo semiplano en que se encuentra A , marque sobre la recta f y en dirección contraria a los puntos A y M el punto F .
- B** Con centro en M y radio FM describimos un arco, el cual cortará a la recta f en el punto F' .
- B** Desde el punto F y en dirección contraria del punto A , se marcarán sobre la recta f los puntos $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ Tales que las distancias entre F y 1 , entre 1 y 2 , entre 2 y 3 , Sean iguales.
- B** Con radio $A1$ y centro en F y F' se trazaran dos circunferencias. Luego, con radio $B1$ y centro en F y en F' se trazaran nuevas circunferencias las cuales cortarán a las anteriores en cuatro puntos (Marca éstos)
- B** Se repite este mismo proceso con los puntos $2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$

Une los puntos que se encuentran en el semiplano que contiene a F , incluyendo el punto A . De igual manera, une los puntos marcados que se encuentran en el semiplano que contiene a F' incluyendo el punto B . La grafica que se obtiene con este proceso recibe el nombre de hipérbola.



PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.		
	El estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

4

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS		
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN
Interpreta correctamente las instrucciones dadas para la construcción, obteniendo la respectiva gráfica.	Con los trazos correspondientes a cada instrucción.	
Ejecuta correctamente un plan	Realizando gráficas, operaciones o usando teoremas según el caso requerido.	
Concluye correctamente .	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la pregunta realizada.	
		Total:



ACTIVIDAD EVALUATIVA FINAL

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____
FECHA: _____

INDICADORES DE LOGRO

- ✓ Identifica los diferentes elementos como focos, ejes y vértices en cada una de las cónicas.
- ✓ Obtiene la ecuación y/o la gráfica de una cónica a partir de la información dada.
- ✓ Justifica con base en los conceptos aprendidos sobre cónicas, ejercicios y problemas.
- ✓ Dibuja y sigue las instrucciones dadas para la construcción de las cónicas.

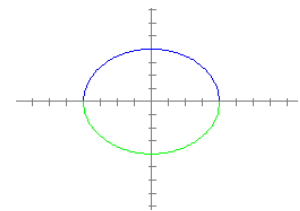
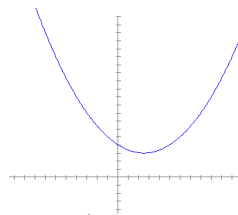
NOTA: Antes de resolver un problema léelo muy bien, y luego escribe con tus palabras que entiendes, es decir de qué trata el problema, cuál es la información que te dan y qué es lo que debes encontrar.

1. Señala las diferencias que encuentres entre la elipse y la parábola, en cuanto a:
 - a. los focos
 - b. El centro
 - c. Los ejes
 - d. Los vértices.

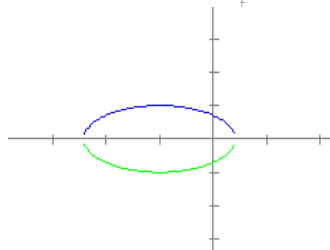
CONCEPTO: focos, ejes, vértice, centro, parábola, elipse

2. Aparea cada gráfica de la derecha con su ecuación. Desarrollando los procedimientos correspondientes

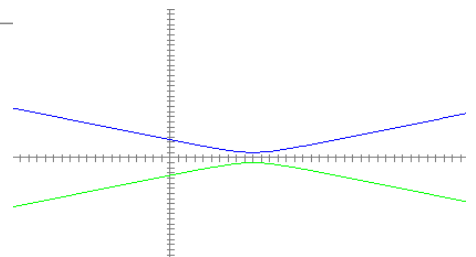
a) $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$



b) $x^2 + y^2 = 16$



c) $9y^2 - x^2 + 20x = 109$



d) $2y^2 + x^2 + 2x = 1$

PROCEDIMIENTO: Graficar una cónica dada la ecuación.

3. Calculando el discriminante de las siguientes ecuaciones determina si la es una parábola, una elipse o una hipérbola, justifica.

a) $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 4 = 0$

b) $2x^2 + 2y^2 - 32 = 0$

c) $x^2 + 6y - 2x + 1 = 0$

CONCEPTO: Hipérbola, elipse, parábola.

4. Utilizando los cálculos necesarios argumente que es cierto lo planteado

los puntos (2,5) (8,-1) (-2,1) son los vértices de un triángulo rectángulo.

PLANTILLAS PARA LA EVALUACIÓN DE CADA ACTIVIDAD

Teniendo en cuenta las especificaciones realizadas anteriormente, llene cada una de las siguientes tablas y de acuerdo con la escala valorativa, determine la calificación de cada punto.

1.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

2.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

3.

EJERCICIOS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado de las propiedades y teoremas matemáticos.		
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total:

PROBLEMAS			
CRITERIO	CÓMO SE EVIDENCIA	VALORACIÓN DE LA ACCIÓN	VALORACIÓN DEL CRITERIO
El estudiante comprende el problema	El estudiante parafrasea, registra o representa el problema.	.	
	EL estudiante reconoce correctamente la información que le proporciona el problema y la conclusión a la que debe llegar.		
Elige adecuadamente el concepto, procedimiento o proposición y ejecuta correctamente un plan para dar solución al problema.	Hace uso adecuado y ordenado de las propiedades y teoremas matemáticos.	.	
	Justifica en los casos requeridos con fundamentos matemáticos.		
Concluye correctamente la solución del problema.	Explica correctamente la relación entre el resultado obtenido y la tesis del problema.		
			Total: