



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

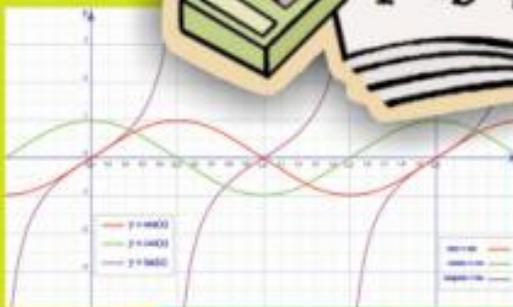
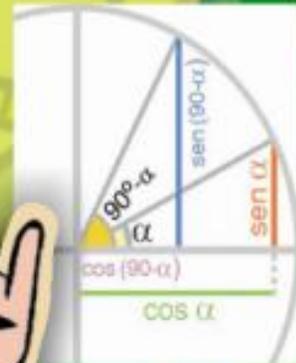
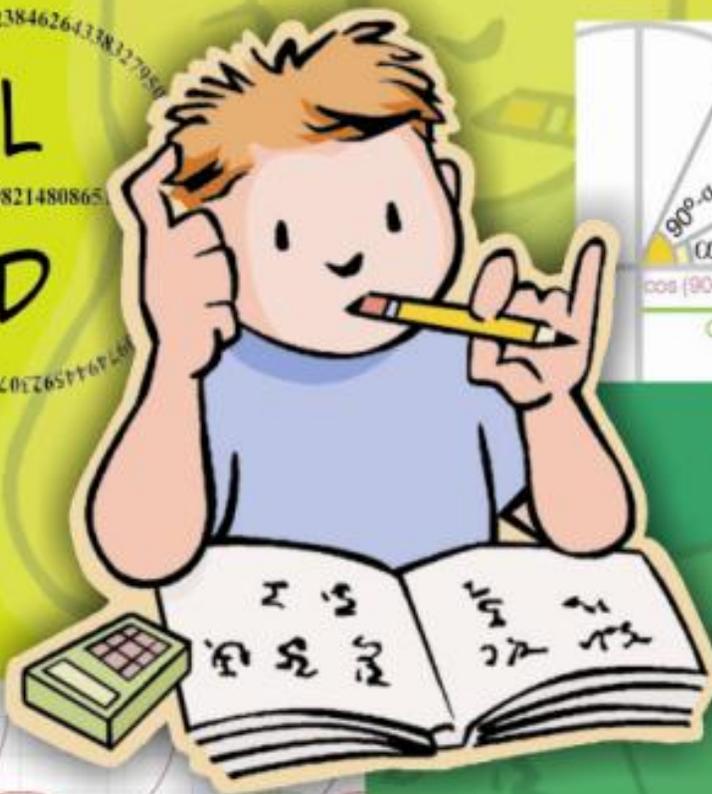
LA EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA
ARGUMENTATIVA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS:

DISEÑO DE UNA PROPUESTA TEÓRICA
EN LA UNIDAD DE TRIGONOMETRÍA.

TE=3.14159265358979323846264338327950
253421170679821480865

L

D



$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$$

$$\text{cot}^2\alpha + 1 = \text{csc}^2\alpha$$

$$\text{tan}^2\alpha + 1 = \text{sec}^2\alpha$$

OSCAR FAVIAN PAVAS RÍOS

**LA EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA
EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS:**

**DISEÑO DE UNA PROPUESTA TEÓRICA
EN LA UNIDAD DE TRIGONOMETRÍA**

AUTOR

OSCAR FAVIAN PAVAS RÍOS

**Monografía para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas y Física**

ASESOR

RUBÉN DARÍO HENAO CIRO

MASTER EN DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO PARA LA ENSEÑANZA DE CIENCIAS Y ARTES**



2008

Dedicado a mi familia,
ustedes son los directos forjadores
de mis conocimientos, habilidades y triunfos.

Favian Pava.

AGRADECIMIENTOS

Un profundo y sincero agradecimiento a la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín por permitirme desarrollar la propuesta evaluativa; a los autores y docentes mencionados en este documento, a aquellas personas que estuvieron en constante apoyo porque con sus valiosos aportes y comentarios se hizo posible alcanzar las metas deseadas.

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	8
INTRODUCCIÓN	9
1. DISEÑO TEÓRICO	11
1.1 ANTECEDENTES	11
1.2 JUSTIFICACIÓN	13
1.3 PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA	15
1.4 OBJETIVOS	15
1.4.1 General	15
1.4.2 Específicos	15
1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	16
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	17
2.1 MARCO CONTEXTUAL	17
2.2 MARCO TEÓRICO	18
2.2.1 La evaluación por competencias	18
2.2.2 La argumentación en matemáticas	23
2.2.3 La resolución de ejercicios y problemas	30

2.2.4 Las pruebas escritas	36
2.2.5 Estructura interna de la unidad de trigonometría	40
2.2.6 Criterios de evaluación	41
2.3 MARCO LEGAL	45
3. PROPUESTA EVALUATIVA	49
3.1 TEMÁTICA: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS	49
3.2 TEMÁTICA: IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS	51
3.3 TEMÁTICA: ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS	54
3.4 TEMÁTICA: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	56
4. DISEÑO METODOLÓGICO	58
4.1 POBLACIÓN	58
4.2 ENCUESTA	60
5. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	63
5.1 INFORME DE LA ENCUESTA	63
5.2 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA	69
6. CONCLUSIONES	70
7. RECOMENDACIONES	72
BIBLIOGRAFÍA	73
ANEXOS	75
ANEXO A: EVIDENCIA ANTECEDENTES	75
ANEXO B: PRUEBAS ESCRITAS	82

RESUMEN

Este proyecto de grado es una investigación teórico-descriptiva que tiene como objetivo general proponer los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría; el objetivo se verifica aplicando una encuesta a los docentes de matemáticas de dicha institución con el fin de valorar los criterios de evaluación y las pruebas escritas que se han construido, para luego realizar su proceso de mejoramiento a partir de los análisis de la encuesta realizada, para posteriormente ser aplicadas en la medida que los docentes lo consideren necesario.

INTRODUCCIÓN

El ser humano es un ser especialmente sociable, no nace ni crece aislado, sino bajo el influjo de lo que se desarrolla a su alrededor y está en constante reacción a esa influencia, por ende, nuestra sociedad está en continua evolución, cambiando en gran medida los aspectos políticos, económicos, sociales, culturales y científicos; dadas estas características, se hace sumamente extenso y complicado el tema de la educación en nuestro país y en el resto del mundo.

La evaluación como proceso fundamental en la educación también ha sufrido grandes transformaciones con el paso del tiempo, por eso, veo que se presenta la oportunidad para investigar en este campo, donde el sistema evaluativo colombiano aún presenta deficiencias, donde los docentes no poseen un acuerdo en común, haciendo su trabajo desde lo que saben, desde su subjetivación, todo esto, por la gran diversidad de culturas, contextos y procesos de enseñanza-aprendizaje que se evidencian en el país.

Con el presente proyecto de investigación, lo que se pretende es proponer los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría, todo esto se realiza con el fin de mejorar el proceso evaluativo de dicha competencia en la unidad temática mencionada.

Los métodos teóricos que se utilizaron en esta investigación fueron:

☉ **Indagación bibliográfica:** el propósito de dicha exploración no es discutir o cuestionar los pensamientos o teorías de los autores referenciados en este trabajo, sino, utilizar tales planteamientos como soportes teóricos para sustentar o respaldar lo que se plantea en dicha investigación.

☉ **Análisis-Síntesis:** lo que se pretende es analizar los diferentes documentos para extraer las ideas fundamentales que permitan orientar la investigación.

☉ **Métodos empíricos:** realizar una encuesta para recolectar la información que permita determinar la validez de los criterios de evaluación y las pruebas escritas.

La investigación contiene tres componentes esenciales:

1. La ubicación teórica del problema
2. La fundamentación teórica para la construcción de las pruebas escritas y los criterios de evaluación.
3. Los instrumentos para la recolección de información

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones pertinentes para la aplicación de dichas pruebas escritas. Espero que el esfuerzo realizado sirva de ayuda y sea punto de partida para aquellos que estén interesados en esta misma línea de trabajo. El mejor camino para lograr una educación de calidad es el de tener muy claro los objetivos que se desean alcanzar, evaluar lo que estamos haciendo con respecto a esos objetivos y realizar los correctivos necesarios para avanzar en el proceso docente educativo, preservar y mejorar este proceso nos permitirá lograr que la educación colombiana llene las expectativas y se coloque a la vanguardia de la transformación social y tecnológica que el país requiere.

1. DISEÑO TEÓRICO

1.1 ANTECEDENTES

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín realiza constantemente diversas pruebas escritas al finalizar cada periodo académico, en ellas hay ciertos aspectos relacionados con la evaluación de la competencia argumentativa que no se tienen en cuenta (la evidencia de esto se presenta en el anexo A), con la intención de mejorar en estos aspectos se ha planteado un objetivo general que consiste en proponer los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes del grado décimo de dicha institución en el área de matemáticas en la unidad de trigonometría, para ello se ha profundizado en temáticas como la evaluación por competencias, la argumentación en matemáticas, la resolución de problemas, las pruebas escritas y la trigonometría.

Con relación a lo anterior, la señora Julia Victoria Escobar Londoño en su libro titulado Evaluación de aprendizajes en el área de Matemáticas: Un acercamiento desde la función formativa de la evaluación plantea que: *“El modelo de evaluación hasta ahora imperante en Matemáticas ha estado centrado en pruebas escritas o de lápiz y papel y en talleres repetitivos según lo explicado por el docente en el tablero, en las que los estudiantes deben demostrar su dominio sobre hechos, destrezas y definiciones, que constituyen los aspectos más elementales y simples del conocimiento matemático. Muy raras veces se propone a los estudiantes actividades creativas o se evalúa su competencia para enfrentarse a tareas no ensayadas previamente y en las que tenga que poner a prueba conocimientos de uno o varios campos, es decir, pocas veces se les proponen a los estudiantes tareas que les exijan ampliar sus horizontes de comprensión, explorar sus capacidad de asombro y el uso de otros lenguajes para expresar sus ideas y niveles de apropiación conceptual para solucionar problemas”*.

Es indudable que el planteamiento realizado por la señora Julia Victoria Escobar se cumple en diversos procesos evaluativos que se realizan en el país, estoy totalmente de acuerdo con ella; pero hay que reconocer que ésta técnica de evaluación va a perdurar por mucho tiempo ya que permite evidenciar de manera individual los conocimientos y habilidades de los estudiantes; además, eso depende de la intencionalidad específica y de la forma como estén diseñadas las pruebas escritas por las personas encargadas; con relación a esto, la señora plantea en su libro diversos aspectos que se deben tener en cuenta para el diseño y construcción de las pruebas escritas, permitiendo resaltar el carácter formativo de la evaluación.

Por otro lado, en otras investigaciones también actualmente realizadas, la señora Lourdes Valverde Ramírez en su libro titulado “La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza-aprendizaje” plantea una propuesta para contribuir al desarrollo de la competencia argumentativa y la construcción de ejercicios de argumentación utilizando contenidos matemáticos; esta investigación se ha convertido en el eje orientador para la construcción de los ejercicios en la unidad de trigonometría.

Posteriormente, los licenciados Yuri Elena García y Diego Fernando Herrera en su monografía titulada “la evaluación de la competencia argumentativa: una propuesta aplicada a la geometría analítica” realizan una propuesta para evaluar la competencia argumentativa en geometría analítica, buscando hacer claridad sobre los tipos de ejercicios pertinentes para evaluar dicha competencia en la unidad de geometría analítica y determinando las acciones que los estudiantes realizan en el momento de argumentar.

1.2 JUSTIFICACIÓN

Es evidente que el proceso evaluativo en educación ha sufrido grandes transformaciones con el paso del tiempo; en los años sesenta se pretendía en los programas antiguos la evaluación por contenidos, más tarde en la década de los setenta se resolvió cambiar este tipo de evaluación y se adoptó la evaluación por objetivos continuando con este proceso durante la década de los años ochenta; en ese momento había comenzado una renovación tecnológica y educativa en Colombia. Cuando se estaba consolidando la evaluación por objetivos, vino la crítica al análisis experimental de la conducta y a los procesos docentes educativos, dando lugar en los años noventa a la evaluación por procesos donde se evidencia la evaluación por logros e indicadores de logros.

Hoy en día, con la implementación de la evaluación por indicadores y el proceso de enseñanza-aprendizaje orientado a contribuir a desarrollar una serie de competencias en los estudiantes, se ha pretendido mejorar la educación en Colombia en los últimos años. Estos indicadores de logro o de desempeño varían de acuerdo con el contexto y con la situación. Por tanto, los métodos para valorar cada una de las competencias disponen de una considerable diversidad de posibles contextos en los que puede tener lugar su ejecución.

Lo anterior lleva a reconocer que las diferencias entre individuos no se explican por la ausencia o presencia de tal habilidad, competencia, desempeño, sino por la puesta en escena de procedimientos y estrategias en un contexto particular. Por esto, la evaluación por competencias se ha convertido en el eje fundamental de esta investigación, en particular la evaluación de la competencia argumentativa; esta competencia permite que el estudiante justifique sus razonamientos matemáticos, lo que obliga al estudiante a tener un dominio conceptual y procedimental para establecer relaciones dentro del contexto matemático.

La competencia argumentativa induce de una manera directa el desarrollo de otras competencias como la propositiva, interpretativa y comunicativa, por lo que la argumentación, se constituye en uno de los ejes fundamentales en la construcción del conocimiento matemático y la evolución de las habilidades en el estudiante.

Con este proyecto de investigación lo que se pretende es proponer los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría, que permita determinar si un estudiante es competente en su proceso argumentativo; es decir, hasta qué punto ha integrado el conocimiento matemático y lo emplea en situaciones diversas que exigen desempeños propios de la actividad matemática. Teniendo en cuenta el propósito anteriormente planteado, la ejecución del proyecto posibilitará a:

🌀 **Los docentes:** Poseer una herramienta para evaluar la competencia argumentativa en el área de matemáticas en la unidad de trigonometría, donde se evidencien una serie de procesos como el razonamiento, la comunicación efectiva de ideas, la solución de problemas, la representación de las ideas matemáticas y las conexiones entre las matemáticas y el entorno del estudiante; juzgar y valorar el estado de desarrollo en que se encuentra cada uno de sus alumnos en el área de matemáticas, además, adquirir nuevas formas para la evaluación de la competencia argumentativa en dicha área.

🌀 **Los estudiantes:** Poseer un instrumento que permita evidenciar sus conocimientos y habilidades en la unidad de trigonometría, donde se manifiesta la comunicación efectiva de ideas y la habilidad para argumentar una serie de ejercicios y problemas relacionados con la temática en cuestión; además, les permitirá concebir la evaluación de una manera agradable, práctica, vivencial y significativa.

En correspondencia con lo anterior, planteamos el siguiente problema:

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La necesidad de los docentes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín, de construir los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría. El cual podemos formular mediante el siguiente interrogante: ¿Cuáles son los criterios de evaluación y las pruebas escritas que se deben tener en cuenta para evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría?

Para dar respuesta a este problema de investigación, planteamos los siguientes objetivos:

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 General

Proponer los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín del grado décimo, en el área de matemáticas, en la unidad de trigonometría.

1.4.2 Específicos

📍 Analizar el concepto de argumentación y evaluación por competencias para orientar los criterios y las pruebas escritas en la evaluación de la competencia argumentativa.

- ☉ Identificar las acciones que permitan realizar una argumentación en matemáticas.

- ☉ Diseñar y aplicar una encuesta con el fin de valorar los criterios de evaluación y el contenido de las pruebas escritas.

- ☉ Realizar el procesamiento de información de la encuesta realizada para mejorar los criterios de evaluación y las pruebas escritas.

Pretendemos alcanzar estos objetivos respondiendo las siguientes preguntas:

1.5 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

1.5.1 ¿Qué significa argumentar y por qué es importante argumentar en matemáticas?

1.5.2 ¿Qué significa evaluar por competencias?

1.5.3 ¿Cuáles son los tipos de acciones más adecuados para evaluar la competencia argumentativa?

1.5.4 ¿Qué se entiende por criterios de evaluación y cuáles son dichos criterios?

1.5.5 ¿Qué se debe tener en cuenta para la evaluación de la competencia argumentativa en trigonometría por medio de una prueba escrita?

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 MARCO CONTEXTUAL

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín está ubicada en el barrio Villa Hermosa en la dirección Carrera 34 # 65-02, zona centro oriental de la ciudad de Medellín; su filosofía consiste en formar al Maestro con un conocimiento amplio de la pedagogía, de la enseñanza, del aprendizaje, la cultura y la ciencia.

La misión de dicha institución es la formación de maestros con competencias académicas, pedagógica e investigativa, desde el nivel preescolar hasta el ciclo complementario, mediante la estrategia de núcleos disciplinares que integran la pedagogía y la didáctica con el saber específico.

La Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín tiene como visión para el año 2015, ser una institución educativa reconocida por su calidad en la formación inicial de maestros y maestras para preescolar y básica primaria, con compromiso y responsabilidad social, con visión política, ética y humana, capaces de liderar proyectos pedagógicos que aporten a la transformación social.

El objetivo de dicha institución es brindar educación de calidad que posibilite el desarrollo humano, el reconocimiento del medio y la capacidad para transformar el contexto; además, formar maestros integrales con competencias desde el ser, saber, hacer y convivir para desempeñarse en los niveles de preescolar y básica primaria, como ciudadanos que aporten al desarrollo social.

La institución posee una serie de ventajas que favorecen y contribuyen al desarrollo integral de sus estudiantes, el ambiente es campestre y posee diversas zonas recreativas; en cada uno de los seis grados del bachillerato hay cuatro grupos, cada uno de ellos con una población aproximada de 45 estudiantes.

2.2 MARCO TEÓRICO

2.2.1 La evaluación por competencias

Las discusiones acerca de los vínculos entre las estrategias de enseñanza y de evaluación en el contexto educativo colombiano son realmente recientes, en Colombia, con el fin de atender las exigencias educativas actuales, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) y el ICFES han sugerido nuevas propuestas para la **“formación integral”** de los sujetos, dicha formación pretende que el sujeto aprenda a ser, a hacer, a conocer y a trabajar en equipo, para ello se ha propuesto que se enfatice la educación orientada a contribuir al desarrollo de una serie de competencias en los estudiantes.

Cuando se habla de formación de los sujetos se hace alusión a un conglomerado de situaciones que la hacen posible; no sólo es suficiente con que se de un proceso de enseñanza orientado a contribuir el desarrollo de una serie de competencias, sino también que la evaluación como parte fundamental de este proceso debe ser orientada a identificar ese tipo de competencias en los estudiantes.

La evaluación por competencias surge en la década de los noventa adquiriendo su significado según el contexto en el cual se está trabajando, tiene su punto de partida en el campo empresarial, en este ámbito se hace referencia al conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes, sentimientos y valores que se requieren para desempeñar con éxito una tarea o un conjunto de tareas; mientras que en educación, según el Ministerio de Educación Nacional, el término competencia se entiende como un **“saber hacer en contexto”**.

La evaluación es una categoría didáctica, que permite valorar el hacer de los seres humanos en un contexto sociocultural y disciplinar específico, para ello, el señor

Quellet (citado por Montoya) propone tres dimensiones para conceptualizar la evaluación por competencias:

- ☉ “La evaluación por competencias es formativa en el sentido de que contribuya a la toma de conciencia de los procesos de pensamiento y aprendizaje.
- ☉ La evaluación por competencias debe explicar con claridad el grado de operacionalización de los objetos de aprendizaje, con la intención de posibilitar la evaluación efectiva de la capacidad de alguien para hacer algo.
- ☉ La evaluación por competencias debe guiar al estudiante en un proceso en el que el conocimiento tenga sentido en la medida en que permita resolver problemas”¹.

Por lo tanto, se debe tener muy presente “que la evaluación por competencias no puede seguir insistiendo en que los sujetos sigan repitiendo al pie de la letra las informaciones especializadas de los contenidos, sino que a partir de ellas se puedan realizar acciones cognitivas para la resolución de problemas” (Gallego y Pérez, 2000).

Pero, ¿hasta qué punto es viable la evaluación por competencias?, es preciso tener presente que nada es definitivo, ni se puede asegurar que es perfecto y menos cuando nos referimos a la educación o al trabajo con sujetos, además son muchas las dimensiones que deben tenerse en cuenta en el ámbito educativo y en el intento por mejorar algunos se pueden debilitar otros, por esto, se presentan algunas ventajas y desventajas que se presentan en la evaluación por competencias:

¹ MONTOYA VELÁSQUEZ, Edwin Ferney. *Propuestas de evaluación por competencias para estudiantes del curso de cálculo en una variable de la licenciatura de matemáticas y física de la Facultad de Educación*. Universidad de Antioquia, Medellín: 2006. Pág. 41.

◆ Desventajas:

- Ⓢ Una de las dificultades es la recontextualización del término competencias, ya que es un concepto del mundo empresarial y administrativos donde los procesos de desarrollo son diferentes a los del ámbito académico.
- Ⓢ El concepto de competencia está asociado a una gran cantidad de categorías e indicadores no siempre fáciles de manejar y controlar.
- Ⓢ No habría unas “competencias generales” evaluables, cada institución debería evaluar de acuerdo con sus características propias, lo que causaría dispersión en la educación.

◆ Ventajas:

- Ⓢ Las acciones de tipo interpretativo, argumentativo y propositivo pueden convertirse en un potencial dinamizador del desarrollo intelectual.
- Ⓢ La descripción cualitativa de los resultados combinada con información cuantitativa ofrecería información detallada sobre la actuación del estudiante.

En las competencias matemáticas, es importante tener en cuenta los 3 niveles que esta posee, los cuales enfatizan en que el grado de dominio y dificultad sean cada vez mayores de nivel a nivel; a continuación se ilustran los niveles y algunos desempeños:

- Ⓢ “Reconocimiento de elementos conceptuales y procedimentales: este nivel está asociado fundamentalmente con la identificación y descripción de objetos y conceptos matemáticos, de atributos, de relaciones, de propiedades, de representaciones y de operaciones.

🌀 Interpretación y uso de elementos conceptuales y procedimentales: Este nivel está asociado con la competencia para relacionar, clasificar, comparar, conjeturar, estimar, organizar información, verificar resultados matemáticos y dar soluciones y traducir entre diversas representaciones.

🌀 Producción y generalización: Referido a la construcción de modelos y representaciones, la formulación de problemas, la argumentación, las transformaciones analíticas y algebraicas, la inferencia y la generalización”².

La evaluación por competencias en matemáticas puede pensarse como la valoración de la aplicación de los conocimientos y habilidades matemáticas que posee el estudiante en su entorno social, donde se entiende la matemática como actividad de resolución de problemas, de razonamiento, de comunicación efectiva de ideas, de interpretación y argumentación.

El uso de los conocimientos, la aplicación de conceptos y procedimientos en matemáticas están relacionados al uso de habilidades tales como comparar, clasificar, interpretar, representar, observar entre otras.

Pero, ¿Cómo es posible evaluar las competencias?, no es posible evaluar la competencia de una manera directa, ya que esta se muestra a través de la acción, por lo que se acude a los indicadores de logro para dar cuenta de ésta.

Estos indicadores de logro o de desempeño varían de acuerdo con el contexto y la situación; por tanto los métodos para valorar cada una de las competencias disponen de una considerable diversidad de posibles contextos en los que puede tener lugar la ejecución.

² BOGOYA MALDONADO, Daniel et al. *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia, Medellín: Unibiblos, 2000.

Lo anterior conduce a reconocer que las diferencias entre individuos o entre grupos no se explican por la ausencia o presencia de tal o cual habilidad o competencia sino por la puesta en escena de procedimientos y estrategias en un contexto particular.

Es importante tener en cuenta que una competencia se adquiere y no se desarrolla como se dice popularmente, de la noche a la mañana, sino que es un proceso continuo a lo largo de la vida de cada individuo y el que se desarrolle en un mayor grado o no, depende del contexto en el que se desenvuelva más que de sus propias capacidades.

Además, es importante que para que los maestros puedan emitir sus juicios de valor ante los resultados obtenidos o las evidencias que muestran hasta que punto los estudiantes cumplen con los requisitos exigidos tengan en cuenta:

- ② Establecer los criterios de evaluación. Estos deben detallarse suficientemente y ser familiares a los estudiantes para que ellos puedan juzgar hasta dónde dichos criterios han sido satisfechos.
- ② Decidir la evaluación con base en la comparación entre los logros esperados y las evidencias detectadas.
- ② Registrar los resultados.
- ② Revisar los procedimientos usados en la evaluación.

2.2.2 La argumentación en matemáticas

Son muchas las definiciones que existen sobre argumentación, pero no difieren mucho unas de otras, así que se entenderá, en términos generales el argumentar como el uso del lenguaje verbal o escrito “para formar un discurso que dé cuenta de nuestras convicciones acerca de un asunto. Este discurso tiene como función fundamental convencer o persuadir, en forma razonada, a otro (s) de las creencias personales; exige entonces, realizar, a partir de la premisa que se tiene por cierta, construcciones que expliquen, justifiquen, relacionen y concluyan convincentemente la (s) tesis supuesta (s)”³.

En matemáticas dicho discurso se encaminará a la justificación “que el estudiante pone de manifiesto ante un problema; la expresión de dichos porqué busca poner en juego las razones o justificaciones expresadas como parte de un razonamiento lógico, esto es, las relaciones de necesidad y suficiencia, las conexiones o encadenamientos que desde su discurso matemático son válidas”⁴.

Es importante que se haga dicha aclaración ya que, aunque el significado o la esencia de la argumentación en matemáticas no es diferente a la argumentación en otras áreas, si se tiene que las situaciones argumentativas en matemáticas difieren de otras situaciones ya que, “lo que se pone en juego en la argumentación son las restricciones propias del problema a resolver y ellas son las que determinan la elección de los argumentos. En matemáticas la fuerza del argumento dependerá principalmente de su adaptación a la situación y no tanto a

³ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996. Pág. 12.

⁴ PEDRAZA, LP y CONSTANZA, Luz. *Examen de estado para el ingreso a la educación superior*. En: VALVERDE, RAMÍREZ, Lourdes. *La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje*. Medellín: 2004. Pág. 21.

su resonancia en el universo del interlocutor; se trata de asegurar que la solución funciona o puede funcionar”⁵.

Teniendo en cuenta lo anterior, podríamos decir que el argumentar en matemáticas se hace importante en la medida en que fortalece la competencia comunicativa en dicha área, puesto que, en la medida en que el estudiante se sienta en la necesidad de argumentar se verá en la obligación de manejar de manera adecuada el lenguaje y el discurso matemático, además de utilizar una serie de operaciones discursivas como: designar objetos y generar proposiciones a partir de otras proposiciones dadas, igualmente “la actividad argumentativa permite confrontar procesos, representaciones y soluciones; y, junto con ello, concepciones en varios ámbitos: matemático, social, ideológico, afectivo, entre otros”.

Por otra parte, en el ejercicio de la argumentación se desarrollan no sólo ciertas habilidades, sino que es necesario que el estudiante desarrolle otras competencias como son la interpretativa y la propositiva, pues sería ilógico que un estudiante argumentara una proposición sin entenderla e interpretarla y mucho menos que sea capaz de argumentar sino puede proponer.



Este esquema permite evidenciar que existe una relación entre las tres competencias, así un estudiante argumenta si interpreta y propone.

⁵ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad Externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio Colciencias – BID, 1996. Pág. 29.

Un aspecto importante dentro de la argumentación es el argumento, ya que “el argumento es a la argumentación su manifestación, su objeto visible; la posibilidad de reconocer el carácter argumentativo que asume, en un momento dado, la lengua como elemento de la comunicación social, por excelencia”⁶, por lo que se hace importante conocer su estructura o sus elementos, pues será éste el que en definitiva se analizará y evaluará. Según Toulman (citado por Calderón) todo argumento debe tener seis elementos:

“1. Tesis: Es la conclusión a la que se quiere llegar con la argumentación.

2. Fundamento: Base o premisa sobre la que se apoya la tesis.

3. Garantes: Enunciados que justifican el paso o conexión entre el fundamento y la tesis (pueden ser leyes de la naturaleza, principios legales, fórmulas de ingeniería, lugares comunes, según el caso.

4. Un cuerpo general: De información que presupone el garante utilizado en el argumento (teorías científicas, teorías matemáticas, entre otros). En esta categoría pueden aparecer las presuposiciones o las implicaturas, según la formación del argumento.

5. Calificadores modales: Matizan el grado de certidumbre y son formas lingüísticas como probablemente, con frecuencia, descontando accidentes, etc.

6. Posibles refutadores: Especifican en qué circunstancias podría no ser confiable un argumento”⁷.

⁶ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad Externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio Colciencias – BID, 1996. Pág. 15.

⁷ *Ibíd.* Pág. 17.

Se debe tener en cuenta que algunos argumentos simples sólo poseen los tres primeros elementos.

El discurso argumentativo en el contexto matemático esta determinado por cuatro factores fundamentales los cuales son:

- “1) La necesidad de solucionar un problema o de construir una prueba para una proposición matemática.
- 2) La intencionalidad de generar convicción en un interlocutor.
- 3) Las formas de desarrollo del lenguaje natural: la oralidad y la escritura.
- 4) Las formas de desarrollo del razonamiento de las inferencias discursivas a las inferencias deductivas”⁸.

En este punto surgen algunas preguntas: ¿cómo se logra la argumentación en matemáticas? y ¿qué operaciones o acciones realiza el estudiante para argumentar?, al respecto, la señora Lourdes Valverde propone que la argumentación de una proposición en matemáticas está constituida por las siguientes operaciones:

🌀 **“Comprender el ejercicio o problema:** En donde el estudiante debe realizar acciones como: leer varias veces, formular con sus propias palabras el ejercicio, reconocer que se trata de un ejercicio de argumentación, determinar la (s) premisa (s) y la (s) tesis de la proposición a argumentar, analizar casos particulares e ilustrar mediante esquemas o figuras el ejercicio.

⁸ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria? Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas*. Universidad del Valle, Bogotá: 2003. Pág. 39.

🕒 **Seleccionar el medio de argumentación adecuado:** El estudiante tiene que realizar acciones que le permitan determinar los conceptos, las proposiciones, los procedimientos y/o las identidades lógicas que se relacionan con el contenido de la proposición que se desea argumentar y además analizar su posible aplicación.

🕒 **Formular un juicio a partir de realizar una o varias de las siguientes acciones:**

◆ **La identificación de un concepto:** En donde el estudiante realiza acciones como: determinar el concepto que se necesita, recordar su definición, representarlo como una equivalencia entre el definiens y el definiendum, aplicar una de las implicaciones de esa equivalencia para fundamentar la veracidad o falsedad de la proposición dada, representar en forma oral o escrita la fundamentación y controlar su resultado.

◆ **La aplicación de una proposición:** En donde el estudiante tiene que realizar acciones como: determinar la proposición a utilizar, formularla como implicación (o equivalencia), comprobar que las premisas de la proposición se cumplen o construir las premisas de la proposición a utilizar, inferir la tesis de la proposición que se utiliza, representar la fundamentación en forma oral u escrita y controlar sus resultados.

◆ **La realización de un procedimiento:** El estudiante tiene que realizar acciones como: determinar el procedimiento (algorítmico o cuasialgorítmico) a utilizar, realizar las operaciones correspondientes del procedimiento, formular una respuesta de acuerdo con los resultados del procedimiento ejecutado y controlar sus resultados.

◆ **La utilización de un contraejemplo (En el caso de la refutación de proposiciones universales):** El estudiante tiene que realizar acciones como: construir o seleccionar un elemento del dominio básico que cumpla la negación de la proposición, comprobar que dicho elemento no cumple la proposición, formular una respuesta y controlar sus resultados.

◆ **La aplicación de una identidad lógica:** El estudiante tiene que realizar acciones como: seleccionar la identidad lógica a utilizar, comprobar que las premisas para su aplicación se cumplen, inferir a la tesis de la identidad, formular una respuesta y controlar sus resultados”⁹.

Es importante tener en cuenta que “la demostración es el caso más restringido de la argumentación en matemáticas, por ende, toda demostración es un proceso argumentativo, pero no necesariamente toda argumentación es una demostración”¹⁰.

Se hace fundamental tener claridad en estos aspectos, ya que facilitan la determinación de los criterios para evaluar el resultado alcanzado por un estudiante en la argumentación matemática.

El interés particular de este trabajo es diseñar los criterios de evaluación y las pruebas escritas en las que se evalúe la competencia argumentativa en la unidad de trigonometría, para tal fin, es preciso determinar los tipos de ejercicios que deben contenerse en dichas pruebas y para ello es necesario tener en cuenta las acciones que el estudiante debe realizar para argumentar; teniendo en cuenta éstas acciones, la señora Lourdes Valverde también propone la manera como

⁹ VALVERDE RAMÍREZ, Lourdes. *La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje*. Medellín: colciencias, 2004. Pág. 36.

¹⁰ CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria? Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas*. Universidad del Valle, Bogotá: 2003. Pág. 33.

deben realizarse dichos ejercicios, en primer lugar, se propone revelar la “**estructura interna de la unidad**”, la cual consiste en, una vez determinada la unidad a desarrollar o evaluar, identificar cuáles son los conceptos, las proposiciones y los procedimientos, una vez realizada dicha identificación se puede seguir a la elaboración de los ejercicios, para ello la señora Lourdes Valverde propone cuatro pasos a seguir:

“1. La selección de un concepto, una proposición o un procedimiento según el tipo de ejercicio que se desee desarrollar.

2. Determinar la situación de partida, esto es las características del concepto, una proposición universal o una proposición P (verdadera) expresada en forma de implicación y una expresión A que usted construye que estará representada mediante un texto, símbolos matemáticos o figuras geométricas, según el caso.

3. Tener presente el objetivo que se persigue en la resolución, y por último

4. La formulación del ejercicio y su solución para comprobar que es del tipo deseado”¹¹.

Teniendo en cuenta estas recomendaciones y las formas de argumentar en matemáticas se diseñarán las pruebas escritas.

¹¹ VALVERDE RAMÍREZ, Lourdes. *La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje*. Medellín: colciencias, 2004. Pág. 31.

2.2.3 La resolución de ejercicios y problemas

Con relación a la resolución de ejercicios y problemas el señor Gustavo Gallego presenta algunas estrategias metodológicas en su libro titulado “Dificultades de aprendizaje en las matemáticas”, en el cual propone tres etapas fundamentales para plantear los procesos que un alumno debe seguir cuando se enfrenta a determinada situación problema así:

1. Saber qué dice y qué pregunta el problema.
2. Investigar formas de cómo se puede solucionar y actuar sobre la más adecuada.
3. Revisar la respuesta obtenida y el camino escogido.

También, el señor Gustavo Gallego cita a George Polya quien plantea su estrategia en cuatro pasos (Contribuir a generar un campo de problematizaciones), los cuales en general son:

1. Entender el problema: ¿entiende todo lo que dice?, ¿puede replantear el problema en sus propias palabras?, ¿distingue cuáles son los datos?, ¿sabe a que quiere llegar?, ¿hay suficiente información?, ¿hay información extraña?, ¿es este problema similar a alguno que haya resuelto antes?

2. Configurar un plan: ensayo error (conjeturar y probar la conjetura), usar una variable, buscar un patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamientos directos, usar razonamientos indirectos, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, usar casos, resolver una ecuación, buscar una fórmula, usar un modelo, usar análisis dimensional, identificar submetas, usar coordenadas, usar simetría.

3. Ejecutar el plan: implementar la o las estrategias que escogieron hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso.

4. Mirar hacia atrás: ¿es la solución correcta?, ¿su respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿advierte una solución más sencilla?, ¿puede ver como extender tu solución a un caso general?

Además, cita al señor José Joaquín García quien muestra una secuencia de pasos a seguir en la resolución de un problema, ideas que éste las manifiesta de una manera heurística y en resumen son las siguientes:

1. Representación y replanteamiento del problema: en esta etapa el individuo elabora un modelo del problema; traduce la información escrita del problema a un sistema sobre el cual se pueda operar a través de las siguientes herramientas:

- ⊗ Leer minuciosamente el problema.
- ⊗ Construir un esquema a manera de gráfica para crear una imagen clara de la situación física a la cual corresponde el problema.
- ⊗ Tratar de definir cual es el objetivo del problema, preguntando ¿qué es lo que el problema pide?
- ⊗ Hacer una lista de los datos y de las incógnitas que presenta el problema.
- ⊗ Coloca los datos en el esquema y debajo de cada uno colocar sus respectivos símbolos y unidades.

- Ⓢ Buscar alguna relación entre las incógnitas y los datos, tratando de relacionar las cantidades conocidas con los valores desconocidos.

- Ⓢ Escribir en el lenguaje propio las relaciones claves que se hallen.

2. Presolución: consiste en allegar la información necesaria para la resolución del problema y hacer una estimación del procedimiento a seguir y de los posibles resultados, las herramientas que se manejan son:

- Ⓢ Seleccionar y escribir la información que considere importante para la resolución del problema.

- Ⓢ Enumerar los principios físicos y las ecuaciones relacionadas con las cantidades que se relacionan en el problema.

- Ⓢ Hacer una estimación de la respuesta, ordenando las magnitudes y usando las ecuaciones probables y asignarle valores aproximados con el fin de obtener un número aproximado como respuesta.

- Ⓢ Si el problema esta muy complicado o demasiado largo, dividirlo en subproblemas mas pequeños, para luego solucionarlo por partes.

3. Resolución: en esta fase se llevan a cabo los procesos de transformación de los datos y de las incógnitas, además incluye la ejecución de cálculos pertinentes para obtener las respuestas requeridas, se utiliza la siguiente herramienta:

Una vez que se han transformado los datos y han obtenido las relaciones completas expresadas en lenguaje algebraico, se procede a utilizar las fórmulas y ecuaciones que permitan establecer el valor de las incógnitas y efectuar los cálculos necesarios.

4. Fase de revisión: en esta fase se comprueba la validez o invalidez del procedimiento y la respuesta obtenida en el problema; los pasos a seguir para efectuar dicha revisión son:

- Ⓜ Escribir en forma ordenada cada una de las operaciones que se efectuaron y las respuestas que se obtuvieron y se revisan una a una.
- Ⓜ Verificar si las respuestas son razonables y corresponden a las magnitudes y medidas esperadas.
- Ⓜ Comprobar que la respuesta cumpla con las condiciones impuestas en el enunciado del problema.
- Ⓜ Determinar si el valor de la respuesta es razonable o posible, es decir si tiene o no tiene sentido.
- Ⓜ Preguntar si existen otros caminos de resolución que lleven a la misma respuesta.
- Ⓜ Tratar de comprobar si la respuesta obtenida puede tener aplicación en otra situación problema.

Además de plantear esto, el señor Joaquín García trabaja la evaluación de los procesos de enseñanza por resolución de situaciones en cuatro campos:

1. Campo de evaluación correspondiente a la asimilación de conocimientos: se tienen en cuenta los siguientes indicadores:

☉ La capacidad de transferencia para la aplicación de los conceptos, principios y teorías en situaciones y contextos diferentes al contexto en el cual fueron aprendidos.

☉ La capacidad para explicar y predecir el comportamiento de los sistemas naturales, sociales o culturales, haciendo uso de los conceptos científicos enseñados.

2. Campo de evaluación correspondiente al desarrollo de la capacidad creadora: presenta los siguientes indicadores de evaluación:

☉ La sensibilidad hacia los problemas: se define como la capacidad de encontrar problemas dentro de los contextos naturales, sociales o culturales que no se encuentran explícitos o definidos en el.

☉ Flexibilidad: esta constituido por la capacidad de cambiar de enfoque o punto de vista con respecto a una situación o problema.

☉ Fluidez ideacional: consiste en la capacidad de generar ideas en tiempos limitados para resolver un problema o situación.

☉ Originalidad: es la capacidad del individuo para la generación ya no de una gran cantidad de ideas sino, de ideas diferentes a las generadas por otros.

3. Campo de evaluación correspondiente al desarrollo de la independencia cognitiva: Es evaluado a través de los siguientes indicadores:

☉ Capacidad para discriminar los elementos esenciales y secundarios en los problemas, objetos, fenómenos y procesos.

- ☉ Capacidad de organizar de forma sistemática los materiales de estudio.
- ☉ Actitud para la polemización y defensa de argumentaciones en términos de formulación de preguntas, interrogantes, contra argumentaciones, proposición y estructuración de nuevos problemas.
- ☉ Capacidad de crítica con fundamentos en términos científicos, el hallazgo de vacíos, inconsistencias y fallas en los discursos y procesos.

4. Campo de evaluación correspondiente al desarrollo de habilidades propias del desarrollo de resolución de problemas: El incremento de la capacidad de los estudiantes para resolver problemas, puede ser evaluado de acuerdo con los siguientes indicadores:

- ☉ Capacidad para identificar el problema dentro de un contexto.
- ☉ Capacidad para formular lingüísticamente y en forma delimitada el problema a resolver.
- ☉ Capacidad de representación icónica, formal, convencional, gráfica u observacional de los contextos y las situaciones problemáticas.
- ☉ Capacidad de modelización definida como la producción de modelos o diseños de carácter descriptivo o comportamental, referidos a situaciones o procesos.
- ☉ Capacidad de traductividad y comunicación de resultados obtenidos a partir de la resolución de un problema.

2.2.4 Las pruebas escritas

Las pruebas escritas son un conjunto esencial de preguntas las cuales son claras y precisas, con una intencionalidad específica, exigiendo al estudiante unas respuestas igualmente claras y con la mayor brevedad posible; las pruebas escritas deben ser objetivas, este término hace referencia a las condiciones de aplicación de la prueba y al análisis e interpretación de los datos obtenidos.

A continuación, se realiza una breve descripción de los aspectos que se deben tener en cuenta para construir una prueba escrita planteada por el Ministerio de Educación en el libro “Una nueva perspectiva integradora para evaluar aprendizajes significativos”:

- Ⓢ Seleccionar todos aquellos contenidos que se consideran relevantes respecto de la capacidad que se va a evaluar y son conocidos por los alumnos.
- Ⓢ Determinar el nivel en que se evaluarán y establecer la importancia que cada contenido ha de tener en el conjunto de la prueba.
- Ⓢ Las preguntas deben abarcar sólo los puntos importantes del conjunto de contenidos seleccionados. El número de preguntas o ítems para cada eje y/o bloque de contenidos deberá ser proporcional a la importancia de los contenidos que se van a evaluar.
- Ⓢ Las preguntas de la prueba han de estar colocadas de manera que encierren una dificultad progresiva. Suelen colocarse primero las más sencillas, e ir incrementando la dificultad hasta llegar al máximo, para finalizar con unas pocas cuestiones de menor dificultad.

Por otro lado, plantean las condiciones que se deben tener en cuenta según las características y los tipos de preguntas que se desean realizar:

- Ⓢ El ítem no se limita a enunciarse únicamente en forma interrogativa, sino que puede adoptar la forma de una afirmación, una indicación que se da al alumno, una orden para realizar una tarea, etc.

- Ⓢ El ítem consta de una base que presenta una situación-problema y una serie de alternativas de respuestas. Una o varias de estas alternativas deben ser correctas. Las alternativas que son respuestas plausibles pero incorrectas se denominan “distractores”

- Ⓢ La respuesta correcta debe colocarse aleatoriamente entre las alternativas, cuyo número ideal se sitúa entre cuatro o cinco, y nunca deben ser menos de tres, de esta forma, se puede controlar aceptablemente los efectos del azar.

- Ⓢ Los ítems y las respuestas, pueden presentarse integradas en un mismo formato o por separado. Es evidente que en el primer caso, al presentar unidos ambos aspectos, se favorece la realización.

- Ⓢ Entre sus tipos existe una gran variedad de ítems, pero los más usados en la práctica docente son los de: selección múltiple, de selección de la mejor respuesta, de selección de la respuesta incorrecta, de ordenamiento, de identificación de gráficos y localización en mapas, de verdadero o falso, de emparejamiento, etc.

Las ventajas y desventajas más relevantes que se presentan en la construcción de pruebas escritas con los anteriores elementos son las siguientes:

◆ **Ventajas**

- Ⓢ La prueba es de fácil aplicación y corrección.
- Ⓢ Tiene la posibilidad de abarcar amplios bloques de aprendizajes.
- Ⓢ Admite la posibilidad de múltiples análisis estadísticos de los resultados.
- Ⓢ Posibilita la identificación y cuantificación del nivel de logro de los objetivos propuestos y permite a los alumnos o grupos de alumnos trabajar confrontando su esfuerzo, afianzando y/o ampliando sus conocimientos.

◆ **Desventajas**

- Ⓢ Este tipo de pruebas favorece la memorización.
- Ⓢ La elección de la mejor alternativa, refuerza más el pensamiento selectivo que los procesos mentales dirigidos a la construcción del conocimiento.
- Ⓢ La brevedad y la estereotipificación de las respuestas puede facilitar la copia entre los alumnos.

Para la construcción de pruebas escritas se deben tener en cuenta los principios para la selección de ejercicios tomado de Ballester, S. y Otros (1992, p. 163-164):

- Ⓢ Hay que lograr variedad en el planteamiento de los ejercicios.
- Ⓢ Debe tomar por lo menos un ejercicio que provenga de un grado anterior.

- ☉ Por lo menos en un ejercicio los alumnos deben reconocer el núcleo matemático de una situación dada.
- ☉ Debe estar contenida la exigencia de una demostración, de una fundamentación o de una sistematización (generalización).
- ☉ En la fijación del valor de las preguntas tiene que dar suficiente peso a los conocimientos y habilidades principales.
- ☉ Deben estar contenidos ejercicios que posibilitan considerar los diferentes estilos de aprendizajes, intereses y motivaciones de los estudiantes.
- ☉ Deben estar contenidos ejercicios en los que los estudiantes de mayor potencial puedan mostrar que dominan la materia amplia y profundamente.

El tipo de pruebas escritas que se utilizarán en este trabajo son las pruebas de ensayo que “consisten en formular al estudiante una cuestión, un tema o un problema que deberá desarrollar o resolver con entera libertad” (CERDA, 2000) y las pruebas de opción o selección múltiple en las cuales los ejercicios y preguntas se encuentran diseñados de tal forma que “la persona evaluada tiene la oportunidad de elegir o seleccionar de un conjunto de ítems, aquellas palabras, frases, número o símbolos que considera correctos en cada caso” (CERDA, 2000).

Las pruebas de ensayo presentan mayor dificultad a la hora de ser tabuladas pues carecen de un molde o estructura determinada, permiten que el estudiante elabore y procese sus respuestas con toda libertad y justificar haciendo uso de su propio vocabulario, además puede mostrar sus capacidades para interrelacionar aprendizajes.

2.2.5 Estructura interna de la unidad de trigonometría

A continuación, se plantean los conceptos y procedimientos que se pretenden evaluar en la unidad de trigonometría:

TEMÁTICA	CONCEPTOS	TEOREMAS	PROCEDIMIENTOS
RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Razones trigonométricas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Teorema del seno ➤ Teorema del coseno 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Calcular el seno, coseno o tangente de un ángulo interior en un triángulo rectángulo. ➤ Calcular un ángulo interior de un triángulo cualquiera o uno de sus lados. ➤ Calcular el lado de un triángulo cualquiera.
IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Identidad trigonométrica 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Las identidades trigonométricas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Demostración de las identidades trigonométricas.
ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Ecuación trigonométrica ➤ Conjunto solución de una ecuación 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ $a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Procedimiento para la resolución de ecuaciones trigonométricas.
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Función trigonométrica ➤ Dominio de una función ➤ Rango de una función ➤ Periodicidad de una función trigonométrica 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ a es cero de $y = f(x)$ si $f(a) = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Procedimiento para evaluar la función en un valor determinado.

2.2.6 Criterios de evaluación

Es indudable que si se pretende evaluar por competencias, el proceso de enseñanza-aprendizaje debe ser orientado a contribuir al desarrollo de esa serie de competencias en los estudiantes, es por ello que hoy en día se pretende redimensionar y ampliar los criterios de evaluación enfocados a establecer ciertos indicadores que permitirán evidenciar esas determinadas habilidades en los estudiantes, por esto, “los criterios de evaluación proponen valorar, por ejemplo, hasta qué grado el estudiante ha integrado a su hacer el conocimiento matemático y le ha dado sentido y significado a poder aplicarlo en situaciones que requieren para su solución, razonamiento y modelación matemática, particularmente anotan que debe valorarse la capacidad para aplicar lo que saben a la resolución de problemas dentro de la matemática y en las otras disciplinas; la capacidad de utilizar el lenguaje matemático para comunicar ideas y la capacidad de razonamiento y análisis” (BOGOYA, 2000).

Los criterios de evaluación y las pruebas escritas permitirán determinar cómo los estudiantes interpretan la situación, como representan las condiciones, relaciones o preguntas planteadas en el ejercicio o problema; como usan, interpretan y relacionan datos, que tipo de estrategias y modelos emplean, si seleccionan y aplican procedimientos matemáticos adecuados o no, y como argumentan desde el lenguaje formal y/o matemático los procedimientos realizados para obtener las respuestas deseadas.

Desde esta perspectiva, la evaluación de la competencia argumentativa ligada a los criterios de evaluación y las pruebas escritas se centraría entonces en los procesos y no sólo en los resultados, constituyendo la evaluación realmente en un proceso que contribuye a mejorar los niveles de aprendizaje en los estudiantes y el desarrollo profesional de los docentes.

Para este trabajo, se han planteado los indicadores de logro teniendo en cuenta la temática a evaluar, los cuales se mencionarán en el siguiente cuadro:

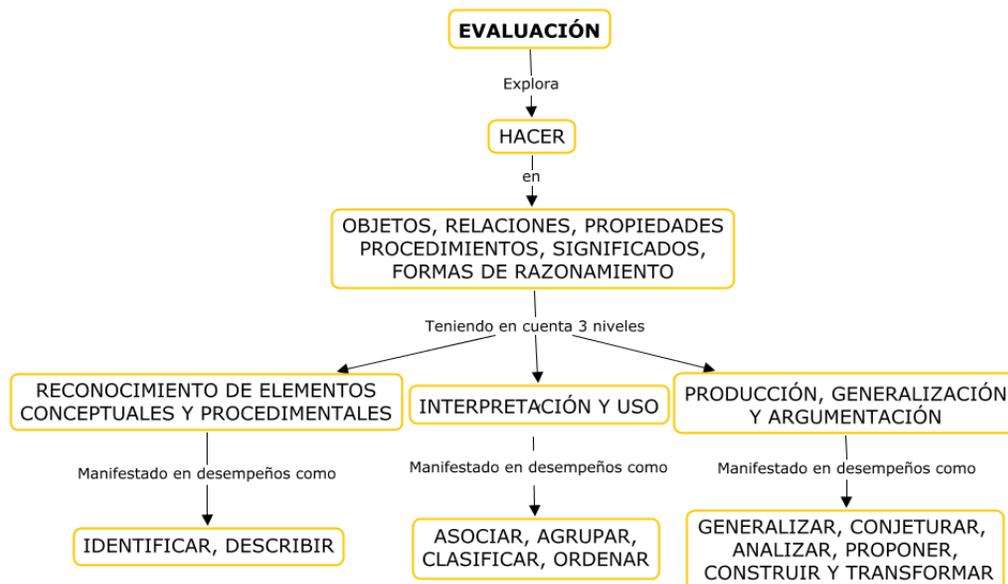
TEMÁTICA	INDICADORES
Resolución de triángulos	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Resuelve ejercicios y problemas que necesitan de la aplicación de las diferentes razones trigonométricas. ➤ Aplica correctamente el teorema del seno y/o del coseno en la solución de ejercicios y problemas. ➤ Argumenta matemáticamente la solución de ejercicios y problemas. ➤ Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ejercicios y problemas.
Identidades trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Describe las características de una identidad trigonométrica. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Justifica el valor de verdad de una proposición. ➤ Argumenta matemáticamente la solución de identidades trigonométricas. ➤ Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de identidades trigonométricas.
Ecuaciones trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Describe las características de una ecuación trigonométrica. <ul style="list-style-type: none"> ➤ Justifica el valor de verdad de una proposición. ➤ Argumenta matemáticamente la solución de ecuaciones trigonométricas. ➤ Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ecuaciones trigonométricas.
Funciones trigonométricas	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Argumenta las relaciones que existen entre las funciones trigonométricas y sus propiedades. ➤ Describe propiedades sobre las funciones trigonométricas, sus ecuaciones y diferentes elementos. ➤ Establece el dominio, rango, periodo, amplitud de funciones trigonométricas.

Las señoras Ana Teresa López y Consuelo Gallego en su tesis de especialización “Propuesta metodológica para contribuir a desarrollar la habilidad fundamental–argumentar” proponen los siguientes parámetros para el diseño de los ejercicios:

- 📍 La situación de partida
- 📍 Los objetivos
- 📍 La vía de realización

Para el diseño y evaluación de los ejercicios se tendrán en cuenta estos parámetros; en el primer caso, la situación de partida, se pretende que el estudiante identifique y utilice las condiciones iniciales del ejercicio o problema, establezca cuáles son los datos conocidos y desconocidos; en el segundo caso, los objetivos, se pretende que se llegue a la solución correspondiente, que se evidencie una coherencia con la pregunta realizada en el ejercicio; y en el tercer caso, en la vía de realización, se debe evidenciar la parte argumentativa desde el lenguaje matemático y lenguaje formal escrito.

En el siguiente mapa conceptual se evidencia lo que se pretende realizar con el proceso evaluativo:



La palabra estrategia hace alusión a la planeación que se realiza para ejecutar una determinada acción, en este caso, la estrategia para evaluar la competencia argumentativa será por medio de una prueba escrita, para la cual se tendrán en cuenta los cinco tipos básicos de acciones propuestos por la señora Lourdes Valverde, quien hace alusión a que “los maestros de matemáticas deberíamos ser capaces de construir ejercicios con una intencionalidad específica, sobre todo, en aquellos casos en que la bibliografía existente no los propone”. La valoración de cada prueba escrita se determinará por medio de lo que se plantea en el siguiente recuadro:

NIVEL	PORCENTAJE	VALORACIÓN	CRITERIOS
Alto	91 – 100%	Excelente	Cuando el estudiante obtiene un alto nivel en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio alto	76 – 90%	Sobresaliente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio alto en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio	60 – 75%	Aceptable	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio bajo	30 – 59%	Insuficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Bajo	0 – 29%	Deficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.

2.3 MARCO LEGAL

El Ministerio de Educación Nacional, en los Lineamientos Curriculares plantea la evaluación como “un juicio en donde se comparan los propósitos y deseos con la realidad que ofrecen los procesos; de aquí que la evaluación debe ser más una reflexión que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos”¹².

Además, el decreto 0230 resalta que los principales objetivos de la evaluación son:

- a)** Valorar el alcance y la obtención de logros, competencias y conocimientos por parte de los educandos.

- b)** Determinar la promoción o no de los educandos en cada grado de la Educación Básica y Media.

- c)** Diseñar e implementar estrategias para apoyar a los educandos que tengan dificultades en sus estudios.

- d)** Suministrar información que contribuya a la autoevaluación académica de la Institución y a la actualización permanente de su plan de estudios”¹³.

Desde esta perspectiva se deja ver la evaluación no sólo como la forma de determinar los alcances de un estudiante, sino que va más allá, la evaluación debe permitir que el maestro reflexione y determine si los resultados son los que esperaba, es decir la evaluación debe permitir que el docente se autoevalúe y evalúe sus estrategias y metodologías.

¹² MEN. *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. Julio de 1998.

¹³ MEN. *Finalidades y Alcances del Decreto 0230*. Bogotá: 2002.

Además, el Ministerio de Educación Nacional propone la evaluación como un proceso “dinámico y abierto, centrado en el impacto del quehacer pedagógico sobre las diferentes dimensiones del desarrollo integral humano”¹⁴.

Con el fin de abarcar en la medida de lo posible las propuestas del Ministerio de Educación y el ICFES, se asumirá la evaluación como “un proceso de retroalimentación mediante el cual los estudiantes, los docentes, las instituciones educativas y la sociedad obtienen información cualitativa y cuantitativa sobre el grado de adquisición, construcción y desarrollo de las competencias, teniendo en cuenta tanto los resultados finales como el proceso, con base en unos parámetros y normas consensuados, a partir de lo cual se toman decisiones sobre formación, estrategias docentes, estrategias de aprendizaje, recursos, políticas institucionales y políticas sociales”¹⁵, definición que va de la mano con las propuestas del Ministerio de Educación. La evaluación no será equivalente a medida, ya que la medida es un dato puntual, es cuantificación, mientras que la evaluación es un proceso que permite dar una valoración de Excelente, Sobresaliente, Aceptable, Insuficiente y Deficiente (según lo estipulado en el decreto 0230).

Como parte esencial de la evaluación están los indicadores de desempeño, la Resolución 2343 de 1996 habla sobre ello en el tercer capítulo, en el cual se hace alusión a la formulación y empleo de indicadores de logros curriculares como medios para constatar, estimar, valorar, autorregular y controlar los resultados del proceso educativo, para que a partir de ellos y teniendo en cuenta las particularidades de su proyecto educativo, la institución formule y reformule los logros esperados. La naturaleza y el carácter de estos indicadores es la de ser indicios, señales, rasgos o conjuntos de rasgos, datos e informaciones

¹⁴ MEN. Resolución número 2343. Santa Fe de Bogotá, junio de 1996. P 23.

¹⁵ TOBÓN, Sergio. *Formación basada en Competencias* En: CANO Murillo, Yury Marcela et al. *Competencias que evalúan algunos docentes de matemáticas en el aula de clases*. Universidad de Antioquia, Medellín.

perceptibles que al ser confrontados con lo esperado e interpretados de acuerdo con una fundamentación teórica, pueden considerarse como evidencias significativas de la evolución, estado y nivel que en un momento determinado presenta el desarrollo humano.

Además de los indicadores formulados para todos los grados de la educación formal por parte del Ministerio de Educación Nacional, según lo dispuesto en el **artículo 78 de la Ley 115 de 1994**, en el quehacer pedagógico, los educadores, estudiantes y padres de familia, captan e interpretan permanentemente otros indicios y evidencias de las formas como evolucionan los procesos de desarrollo humano impulsados por la educación. Estos indicadores son igualmente importantes y suministran una información que puede contribuir a entender cómo el currículo está afectando al estudiante. Los procesos evaluativos que realizan los diversos actores tienen sentido en la medida en que permiten observar y comprender tanto lo que se está obteniendo, como aquello que no se alcanza a obtener o que presenta dificultades, de este balance es posible inferir el nivel de desarrollo de los procesos y tomar decisiones.

Los indicadores de logros suministran información que debe ser ordenada y procesada de acuerdo con criterios, procedimientos e instrumentos diseñados para tal fin. Sin embargo, obtener y procesar dicha información no constituye por sí sólo la evaluación del rendimiento escolar de un educando, pues ésta requiere, además, de una actividad que compromete al educador como orientador y a los educandos como partícipes activos de su propia formación integral.

Es necesario que la comunidad educativa se apropie del tema de los indicadores de logros curriculares, que construya socialmente un sentido para esa expresión, que explicita su forma de pensar acerca del desarrollo humano, acerca de la evaluación y acerca del papel de la educación.

Este enfoque trae consigo un conjunto de requerimientos y compromisos:

- ◆ **Por parte del educador**, un dominio de los aspectos esenciales del desarrollo humano y una efectiva intervención en el proceso curricular, pues no basta el conocimiento especializado en un área del saber.

- ◆ **Por parte de los estudiantes y padres de familia**, su participación efectiva en el proceso curricular y su compromiso con el proyecto formativo de la institución que los compromete a crear y aprovechar oportunidades para el ejercicio de la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación.

- ◆ **Por parte de la institución educativa**, la definición de criterios, pautas, instrumentos y estrategias de evaluación, especialmente a través del Consejo Académico, y la creación de condiciones de participación y compromiso de la comunidad educativa en dicho proceso.

- ◆ **Por parte de las autoridades educativas**, liderar una dinámica de estudio y análisis de los cambios y avances de la educación, realizar una retroalimentación permanente de las prácticas evaluativas, difundir ampliamente y de manera continua las experiencias exitosas y promover y realizar actividades investigativas sobre los factores y las variables determinantes en el desarrollo pedagógico.

La evaluación del rendimiento escolar como elemento que permite diagnosticar y pronosticar la validez y pertinencia del currículo que se viene construyendo y perfeccionando en el proyecto educativo institucional, constituye un insumo imprescindible para la evaluación permanente del proceso curricular que se adelanta en la institución educativa.

3. PROPUESTA EVALUATIVA

3.1 TEMÁTICA: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS



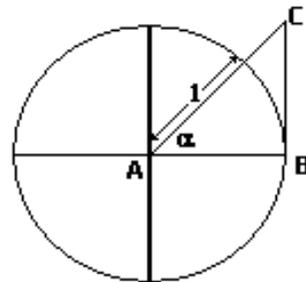
NOMBRE - GRUPO			
TEMÁTICA	RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS		
FECHA - DURACIÓN	DÍA	MES	AÑO
			2 HORA/CLASE
INDICADORES	<ul style="list-style-type: none"> > Resuelve ejercicios y problemas que necesitan de la aplicación de las diferentes razones trigonométricas. > Aplica correctamente el teorema del seno y/o del coseno en la solución de ejercicios y problemas. > Argumenta matemáticamente la solución de ejercicios y problemas. > Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ejercicios y problemas. 		

1. ¿Por qué el número de razones trigonométricas no puede ser superior a seis? Argumente: _____

2. En la siguiente figura: ¿El segmento \overline{BC} es equivalente a $Tan\alpha$?

SI _____ NO _____

PORQUE _____



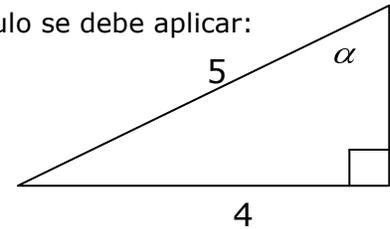
3. Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: "cualquier razón trigonométrica de un ángulo positivo agudo es igual a la razón complementaria de su ángulo complementario", escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. Explique si es posible hallar la medida de los lados de un triángulo rectángulo si solamente se conoce el valor del seno de uno de sus ángulos.

5. Para hallar el valor del ángulo α en el siguiente triángulo se debe aplicar:

- a. La definición de la función Tangente
- b. La ley de los Cosenos
- c. La definición de la razón trigonométrica Seno
- d. La definición de la razón trigonométrica Secante



Porque: _____

6. Para que se utiliza el Teorema del Seno, descríballo con palabras: _____

7. ¿Será posible hallar los lados y ángulos interiores de un triángulo rectángulo utilizando la Ley de los Senos? Argumente: _____

8. ¿Será posible hallar los lados y ángulos interiores de un triángulo rectángulo utilizando la ley de los cosenos? Argumente: _____

9. La expresión $a^2 - b^2 = c^2 - 2bc \cos \alpha$ es equivalente a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
a. $c^2 - b^2 = a^2 + 2ac \cos \alpha$		
b. $b^2 + c^2 - a^2 = +2bc \cos \alpha$		
c. $a^2 - c^2 - b^2 = 2bc \cos \alpha$		
d. $c^2 - a^2 = b^2 + 2ab \cos \alpha$		

10. El área de un triángulo equilátero de lado l y ángulo α es:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
a. $l^2 \cos \alpha$		
b. $l^2 \sin \alpha$		
c. $\frac{l^2 \cos \alpha}{2}$		
d. $\frac{l^2 \sin \alpha}{2}$		

3.2 TEMÁTICA: IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS


INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN

NOMBRE - GRUPO				
TEMÁTICA	IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS			
FECHA - DURACIÓN	DÍA	MES	AÑO	2 HORA/CLASE
INDICADORES	<ul style="list-style-type: none"> > Describe las características de una identidad trigonométrica. > Justifica el valor de verdad de una proposición. > Argumenta matemáticamente la solución de identidades trigonométricas. > Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de identidades trigonométricas. 			

1. Escriba las características de una identidad trigonométrica: _____

2. Explique si la igualdad $x^2 + y^2 = 1$ es una identidad trigonométrica:

3. Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: " $\text{Sen}2\alpha = 2\text{Sen}\alpha\text{Cos}\alpha$ ", escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. Argumente cada uno de los procedimientos para probar que $\text{Sec}x - \text{Sen}^2x = \text{Cos}x$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
$\text{Sec}x - \text{Sen}^2x = \text{Sec}x \cdot \text{Cos}^2x$	
$\text{Sec}x - \text{Sen}^2x = \left(\frac{1}{\text{Cos}x}\right) \text{Cos}^2x$	
$\text{Sec}x - \text{Sen}^2x = \text{Cos}x$	

5. Realice el procedimiento correspondiente para probar que $\frac{\text{Sen}x + \text{Cos}x \cdot \text{Tan}x}{\text{Cos}x} = 2\text{Tan}x$

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
	Expreso la fracción dada en dos fracciones homogéneas.
	Luego se realiza la simplificación de términos semejantes.
	Se hace la sustitución por la identidad trigonométrica.
	Adición de términos semejantes.

6. La expresión $\cos \theta \cdot \tan \theta$ es equivalente a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $\sec \theta$</p> <p>b. $\text{sen} \alpha$</p> <p>c. $\text{sen} \theta$</p> <p>d. $\cos \theta$</p>		

7. Encontrar el valor de k para $\text{Sen}x \cdot \text{Tan}x = k + \text{Sec}x$ de manera que se establezca una identidad.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN

8. La expresión $\text{Sen}^3\alpha + \text{Sen}\alpha\text{Cos}^2\alpha$ es idéntica a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $\text{Cot}\alpha$</p> <p>b. $\text{Sen}\alpha$</p> <p>c. $\text{Cos}\alpha$</p> <p>d. $\text{Csc}\alpha$</p>		

9. Solo una de las siguientes igualdades es una identidad:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $\text{sen}x + \cos x = 1$</p> <p>b. $\text{sen}^4x + \cos^4 x = 1$</p> <p>c. $2\text{sen}^2x + 2\cos^2 x = 1$</p> <p>d. $4\text{sen}^2x + 4\cos^2 x = 4$</p>		

10. Si escribimos $\text{Sen}\theta$ en términos de $\text{Cos}\theta$ obtenemos:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $1 - \text{Cos}^2\theta$</p> <p>b. $\sqrt{\text{Cos}^2\theta - 1}$</p> <p>c. $\sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta}$</p> <p>d. $\pm\sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta}$</p>		

3.3 TEMÁTICA: ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS



NOMBRE - GRUPO				
TEMÁTICA	ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS			
FECHA - DURACIÓN	DÍA	MES	AÑO	2 HORA/CLASE
INDICADORES	<ul style="list-style-type: none"> > Describe las características de una ecuación trigonométrica. > Justifica el valor de verdad de una proposición. > Argumenta matemáticamente la solución de ecuaciones trigonométricas. > Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ecuaciones trigonométricas. 			

1. Escriba las características de una ecuación trigonométrica: _____

2. Explique si la igualdad $x^2 + 4x - 5 = 0$ es una ecuación trigonométrica:

3. Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: " $\cos \alpha = -2$ no tiene solución".
 FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. Justifique matemáticamente cada uno de los procedimientos para encontrar el conjunto solución de la ecuación trigonométrica $\tan^2 x = 1$ en el intervalo $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
Igualar la ecuación dada a cero.	
Factorizar la expresión.	
Igualar cada factor a cero.	
Hallar la solución correspondiente para cada factor.	
Establecer el conjunto solución.	

5. El conjunto solución de la ecuación $1 - 2\text{Sen}\alpha = 0$ es:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
a. $S = 60^\circ, 180^\circ$		
b. $S = 30^\circ, 60^\circ$		
c. $S = 150^\circ, 60^\circ$		
d. $S = 30^\circ, 150^\circ$		

6. En la ecuación trigonométrica $\frac{\text{Sen}\theta}{1 + \text{Cos}\theta} = 0$ el conjunto solución es:

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN

7. La ecuación $\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha}$ no se cumple cuando $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ porque $\underline{\hspace{2cm}}$

8. Justificar cada uno de los procedimientos matemáticos realizados en la solución de la ecuación trigonométrica $\text{Cos}x - \frac{1}{4} = 0$ en el intervalo $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
$\text{Cos}^2x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \text{Cos}^2x = \frac{1}{4}$	
$\sqrt{\text{Cos}^2x} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \text{Cos}x = \pm \frac{1}{2}$	
$\text{Cos}x = \frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 60^\circ, 300^\circ$	
$\text{Cos}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = 120^\circ, 240^\circ$	
$S = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$	

9. ¿Cuáles son las diferencias entre $x^2 - 1 = 0$ y $\text{Sen}^2\alpha - 1 = 0$?
Argumente: $\underline{\hspace{2cm}}$

10. Justificar si la expresión $\text{Sen}\lambda \cdot \text{Csc}\lambda = \text{Tan}\lambda$ corresponde a una identidad o a una ecuación trigonométrica: $\underline{\hspace{2cm}}$

3.4 TEMÁTICA: FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

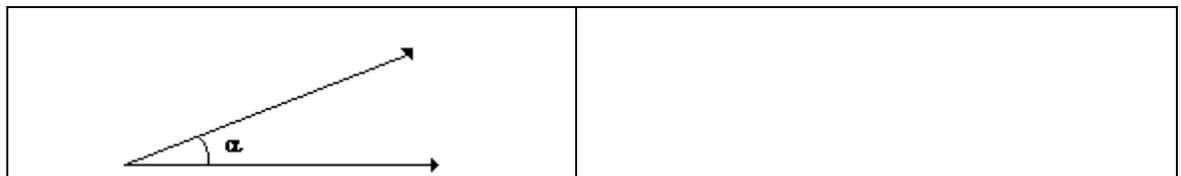

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN

NOMBRE - GRUPO				
TEMÁTICA	FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS			
FECHA - DURACIÓN	DÍA	MES	AÑO	2 HORA/CLASE
INDICADORES	<ul style="list-style-type: none"> > Argumenta las relaciones que existen entre las funciones trigonométricas. > Justifica el valor de verdad de una proposición. > Describe propiedades sobre las funciones trigonométricas, sus ecuaciones y diferentes elementos. > Establece el dominio, rango, periodo y amplitud de funciones trigonométricas. 			

1. Que diferencias y semejanzas hay entre las expresiones $f(x) = x^2$ y $f(x) = \text{Sen}x$

DIFERENCIAS	SEMEJANZAS

2. Explique por qué el ángulo $\alpha = 30^\circ$ no es un ángulo en posición normal, represente dicho ángulo en posición normal y dibuje su ángulo de referencia.



3. Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: "cualquier función trigonométrica de un ángulo positivo agudo es igual a la cofunción de su ángulo complementario", escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. ¿Para cualquier ángulo α es cierto que $\text{Sen}^2 -\alpha = \text{Sen}^2 \alpha$?

Argumente: _____

5. Argumente y realice un ejemplo de la relación que existe entre:

$-\text{Sen}\alpha$ y $\text{Sen } -\alpha$	$\text{Cos}\alpha$ y $\text{Cos } -\alpha$	$-\text{Tan}\alpha$ y $\text{Tan } -\alpha$
EJEMPLO	EJEMPLO	EJEMPLO

6. Si $y = \text{Sen}\theta$ entonces el valor de $\text{Sen}2\theta$ es _____ porque _____

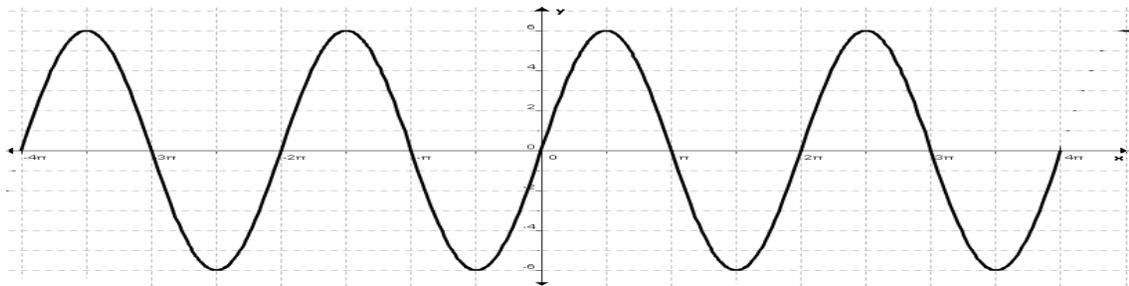
7. Halle un ángulo agudo α que satisfaga la ecuación $\text{Sen}2\alpha = \text{Cos}3\alpha$

Argumente: _____

8. A partir de la siguiente gráfica determine:

Dominio: _____ **Rango:** _____ **Periodo:** _____ **Amplitud:** _____

$f(x) =$ _____



9. ¿Cómo afecta a las gráficas de las funciones Tangente y Cotangente el hecho de que además de ser cofunciones entre sí, sean recíprocas?

Argumente: _____

10. ¿Cuáles son los ceros de la función $y = \text{Sen}x$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?

Argumente: _____

4. DISEÑO METODOLÓGICO

4.1 POBLACIÓN

La encuesta pretende evaluar el diseño y contenido de las pruebas escritas, en este caso, la población esta conformada por los 5 docentes de matemáticas de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín.

Una breve caracterización de los docentes encuestados se presenta a continuación:

📍 **Docente A:**

Experiencia: 40 años

Títulos obtenidos: Licenciado en matemáticas, Master en didáctica de las matemáticas.

📍 **Docente B:**

Experiencia: 32 años

Títulos obtenidos: Maestro Superior, Licenciado en matemáticas y Física, Master en didáctica de las matemáticas.

📍 **Docente C:**

Experiencia: 20 años

Títulos obtenidos: Licenciado en matemáticas y Física, Especialista en sistemas.

Docente D:

Experiencia: 17 años

Títulos obtenidos: Licenciado en matemáticas, Especialista en didáctica universitaria, Master en Educación.

Docente E:

Experiencia: 15 años

Títulos obtenidos: Licenciado en matemáticas y Física, Especialista en matemáticas, Ingeniero Electricista.

A partir del rastreo bibliográfico que se realizó se construyeron las pruebas escritas, y los docentes encuestados con su experiencia, determinaran qué tan pertinentes son dichas pruebas para evaluar la competencia argumentativa.

En este proceso se trabaja desde dos metodologías, una de ellas es la metodología cuantitativa, ya que hace alusión a la cuantificación de los datos obtenidos en la encuesta. El segundo método es el cualitativo, ya que basado en la recolección de datos se podrán obtener conclusiones haciendo inferencias a partir de los mismos.

Se pretende también, a partir de la recolección de datos y las inferencias que se realicen de ellos, rediseñar las pruebas escritas con el fin de mejorarlas, según las sugerencias realizadas por los docentes encuestados.

A continuación se presenta la encuesta realizada a los docentes:

4.2 ENCUESTA



ENCUESTA

La evaluación de la competencia argumentativa en el área de matemáticas:

Diseño de una propuesta teórica en la unidad de trigonometría

La presente encuesta fue realizada por Oscar Favian Pavas Ríos, estudiante de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, con ésta se pretende evaluar el diseño y contenido de varias pruebas escritas. Para ello se solicita su colaboración contestando las siguientes preguntas con la mayor sinceridad posible. Esta información es de carácter anónimo y será utilizada sólo con fines académicos.

Marque con una "X" la respuesta que considere correcta en cada una de las preguntas y/o complete el espacio en blanco en los casos que lo requiera.

1. La presentación estética de la prueba escrita es:

___ Excelente ___ Buena ___ Aceptable ___ Regular ___ Mala

2. Los indicadores propuestos si corresponden con la temática planteada:

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____

Si su respuesta a la pregunta anterior es no, escriba los indicadores que usted considera pertinentes:

3. El tiempo estimado para realizar la prueba escrita es:

___ Suficiente ___ Insuficiente

Si su respuesta a la pregunta anterior es insuficiente responda la pregunta número cuatro, de lo contrario responda la pregunta número cinco.

4. Indique el tiempo promedio en horas que usted considera pertinente para el desarrollo de esta prueba escrita:

5. Los ejercicios propuestos hacen alusión a la temática en cuestión (realice una sugerencia si lo considera necesario):

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____

6. ¿Considera que la realización de dicha prueba escrita permite evaluar la competencia argumentativa?

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____

7. Los criterios valorativos que se exponen en la siguiente tabla son:

___Muy apropiados ___Apropiados ___Poco apropiados

___Casi inapropiados ___Inapropiados

NIVEL	PORCENTAJE	VALORACIÓN	CRITERIOS
Alto	91 – 100%	Excelente	Cuando el estudiante obtiene un alto nivel en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio alto	76 – 90%	Sobresaliente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio alto en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio	60 – 75%	Aceptable	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio bajo	30 – 59%	Insuficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Bajo	0 – 29%	Deficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.

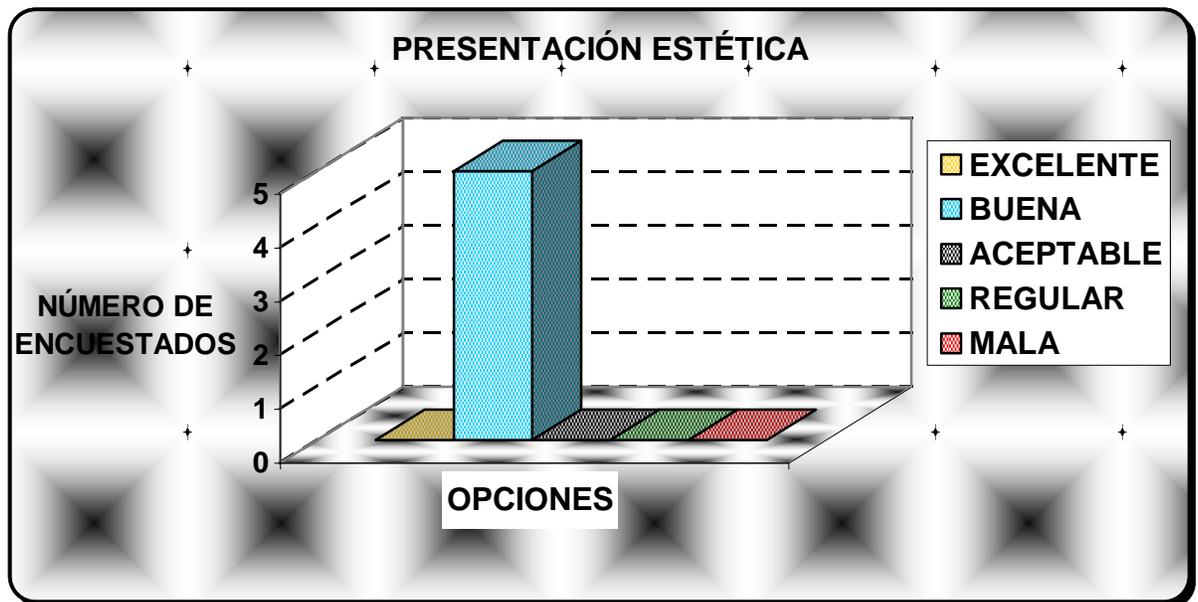
8. Escriba algunas recomendaciones que se le puedan hacer a estas pruebas escritas:

5. PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

5.1 INFORME DE LA ENCUESTA

1. La presentación estética de la prueba escrita es:

___Excelente ___Buena ___Aceptable___Regular ___Mala

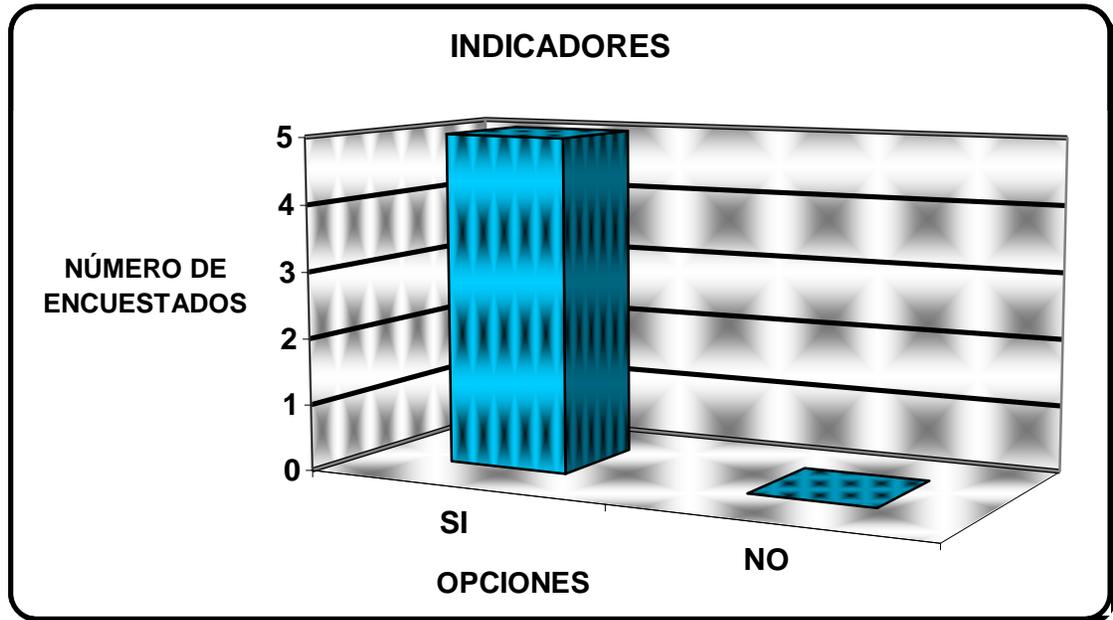


El total de los docentes encuestados considera que la presentación estética de las pruebas escritas es buena, se debe tratar de mejorar el diseño y redacción de algunos ejercicios planteados y definir el valor porcentual para cada uno de ellos, estas son las sugerencias más relevantes que se realizan para las pruebas escritas.

Por otro lado, se resalta la construcción de los indicadores propuestos y los criterios valorativos para dichas pruebas escritas.

2. Los indicadores propuestos si corresponden con la temática planteada:

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____



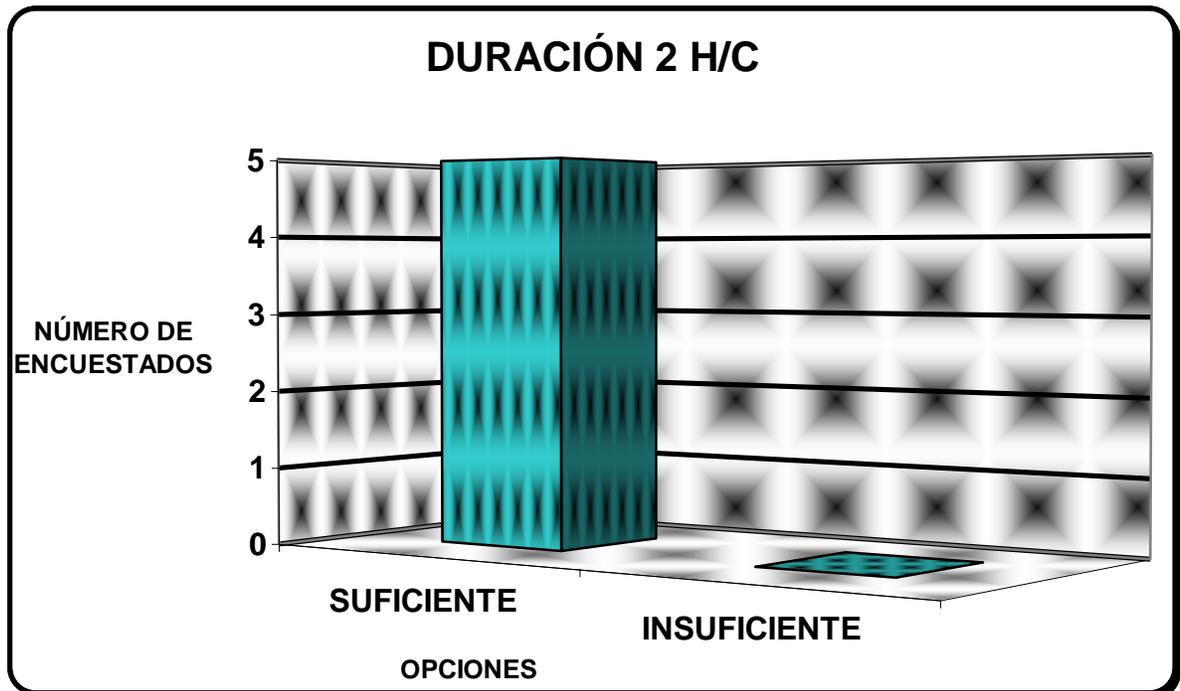
Los cinco docentes encuestados consideran que los indicadores propuestos son pertinentes para evaluar los conocimientos y habilidades de los estudiantes enfocados hacia la competencia argumentativa.

Para evidenciar las justificaciones que los docentes han realizado frente a la pregunta anterior se ha efectuado la siguiente categorización:

OPCIONES DE RESPUESTA	CATEGORÍAS	NÚMERO DE PERSONAS
SÍ	C₁ : HACEN ALUSIÓN A LA TEMÁTICA EN CUESTIÓN	3
	C₂ : SON EVIDENCIAS REPRESENTATIVAS FRENTE A UNA INTENCIÓN ESPECÍFICA	2

3. El tiempo estimado para realizar la prueba escrita es:

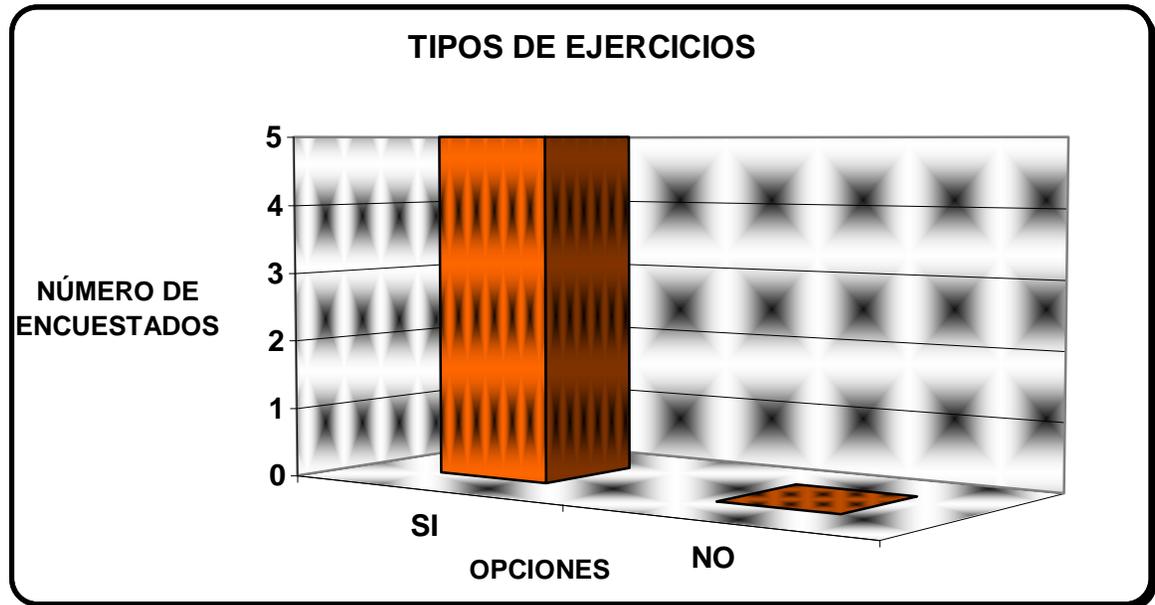
___ Suficiente ___ Insuficiente



Los docentes encuestados confirman que el tiempo estimado para realizar la prueba escrita es suficiente, recordemos que el tiempo establecido para realizar una prueba escrita con diez ítems es de dos horas de clase.

5. Los ejercicios propuestos hacen alusión a la temática en cuestión (realice una sugerencia si lo considera necesario):

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____



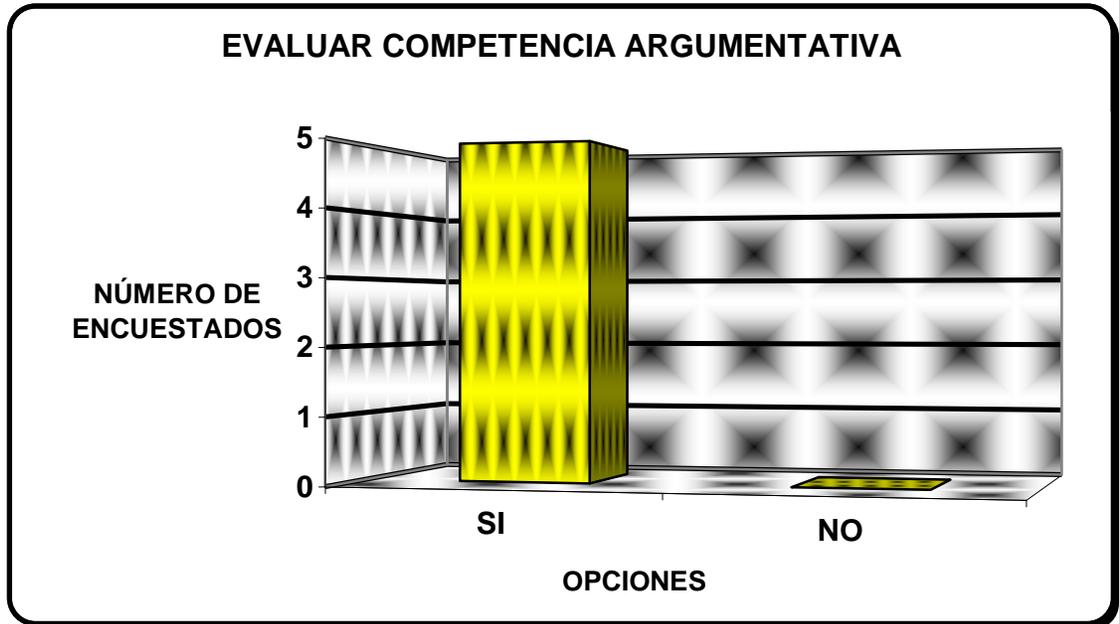
Los docentes encuestados consideran que los ejercicios propuestos si hacen alusión a la temática en cuestión, en algunos casos plantean cambiar algunos ejercicios por otros que son considerados más relevantes según la temática.

Para evidenciar las justificaciones que los docentes han realizado frente a la pregunta anterior se ha efectuado la siguiente categorización:

OPCIONES DE RESPUESTA	CATEGORÍAS	NÚMERO DE PERSONAS
SÍ	C ₁ : HACEN REFERENCIA A DIVERSAS ACCIONES PARA ARGUMENTAR	3
	C ₂ : NO JUSTIFICAN SU RESPUESTA	2

6. ¿Considera que la realización de dicha prueba escrita permite evaluar la competencia argumentativa?

___ Sí ___ No ¿Por qué? _____



El total de los docentes encuestados expresan que la realización de dichas pruebas escritas si permiten evaluar la competencia argumentativa en los estudiantes. Para evidenciar las justificaciones que los docentes han realizado frente a la pregunta anterior se ha efectuado la siguiente categorización:

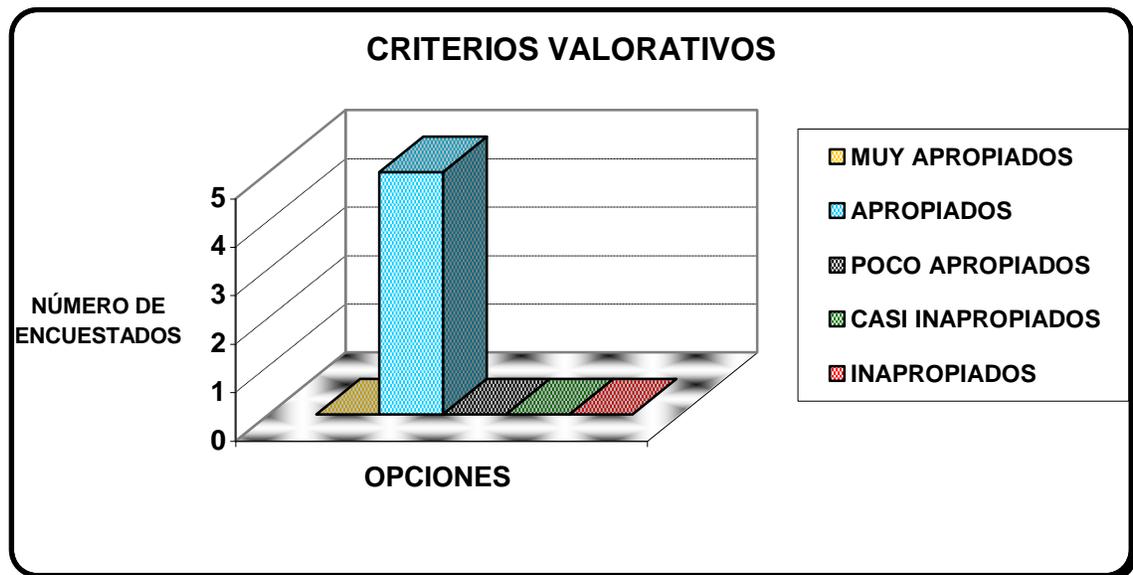
OPCIONES DE RESPUESTA	CATEGORÍAS	NÚMERO DE PERSONAS
SÍ	C1: HACEN REFERENCIA A DIVERSAS ACCIONES PARA ARGUMENTAR	4
	C2: SE EVIDENCIA LA ARGUMENTACIÓN EN LA SOLUCIÓN	1

7. Los criterios valorativos que se exponen en la siguiente tabla son:

NIVEL	PORCENTAJE	VALORACIÓN	CRITERIOS
Alto	91 – 100%	Excelente	Cuando el estudiante obtiene un alto nivel en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio alto	76 – 90%	Sobresaliente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio alto en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio	60 – 75%	Aceptable	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Medio bajo	30 – 59%	Insuficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel medio bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.
Bajo	0 – 29%	Deficiente	Cuando el estudiante obtiene un nivel bajo en el cumplimiento de los indicadores propuestos para cada prueba escrita.

___Muy apropiados ___Apropiados ___Poco apropiados

___Casi inapropiados ___Inapropiados



El total de los docentes encuestados consideran que los criterios valorativos expresados en la tabla anterior son apropiados para realizar la calificación de las pruebas escritas.

5.2 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA

Considerando el informe de la encuesta previamente realizado se puede concluir que la ejecución de dicha prueba escrita permitirá evaluar eficientemente la competencia argumentativa de los estudiantes en la unidad de trigonometría; además, se destaca la construcción de los indicadores de logro y los criterios de evaluación establecidos para valorar el trabajo realizado por los estudiantes que presenten dichas pruebas escritas.

Lo anterior se debe en gran medida a los tipos de acciones y ejercicios que se han planteado con el fin de que los estudiantes manifiesten utilizando el lenguaje formal escrito sus conocimientos, habilidades, procesos de pensamiento y argumente los razonamientos que ha efectuado para dar solución a los ejercicios y problemas establecidos en las pruebas escritas.

Sin embargo, se debe tener en cuenta ciertos aspectos que se deben corregir según las sugerencias realizadas por los docentes encuestados, con el fin de proporcionarle mayor viabilidad a las pruebas escritas construidas, las sugerencias consisten en mejorar el diseño y la presentación estética de las pruebas escritas en torno al escudo y las especificaciones generales de la institución, corregir la redacción de algunos ejercicios y problemas planteados; además definir el valor porcentual de cada uno de los ejercicios y problemas para determinar la calificación de los estudiantes.

La encuesta realizada a los docentes de la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Medellín permite determinar que realizando los ajustes pertinentes a partir de las sugerencias planteadas, las pruebas escritas podrán ser aplicadas a los estudiantes, permitiendo evaluar efectivamente la competencia argumentativa en el área de matemáticas en la unidad de trigonometría; las pruebas escritas con su proceso de mejoramiento se presentan en el ANEXO B.

6. CONCLUSIONES

Dada la importancia de esta propuesta evaluativa no se hace fácil concluir un proceso como el que se ha iniciado con este proyecto, el cual necesita de tiempo y perseverancia para que se puedan observar y analizar sus resultados, por lo anterior, se presentan a continuación algunas conclusiones las cuales pueden variar o no en la medida que se vaya avanzando en la implementación de la propuesta:

- ☉ En el tema de la evaluación hay que mejorar y profundizar para la implementación de nuevas estrategias evaluativas; es decir, innovar en el proceso evaluativo de las matemáticas exige un trabajo responsable por parte del educador.

- ☉ Las matemáticas además de construir conocimientos básicos, tienen el valor pedagógico de desarrollar la habilidad lógica para realizar procesos de argumentación.

- ☉ La evaluación por competencias es una categoría didáctica que permite explorar el hacer de los estudiantes, en un contexto sociocultural y un saber específico.

☉ La evaluación de la competencia argumentativa en matemáticas es adaptable en cualquier grado y temática, además, permite identificar las fortalezas y debilidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

☉ Para evaluar la competencia argumentativa eficientemente, se deben tener presente los siguientes tipos de acciones que permiten realizar el proceso de argumentación en el área de matemáticas:

- ◆ La identificación de un concepto
- ◆ La aplicación de una proposición
- ◆ La realización de un procedimiento
- ◆ La utilización de un contraejemplo
- ◆ La aplicación de una identidad lógica
- ◆ La aplicación del contrarrecíproco de una proposición

☉ La evaluación de la competencia argumentativa es formativa, integradora y variada, es un proceso sistemático con el objetivo de establecer el desempeño de los estudiantes, permite satisfacer las necesidades del proceso docente educativo.

☉ Los criterios de evaluación y las pruebas escritas establecidos satisfacen las necesidades de los docentes de la Institución, para que puedan cumplir su función es preciso situar puntos de referencia que puedan ser utilizados desde el comienzo del proceso enseñanza-aprendizaje para identificar posibles dificultades.

☉ Para finalizar, existe la probabilidad de que las demás escuelas normales no posean los criterios de evaluación y las pruebas escritas que permitan evaluar la competencia argumentativa de los estudiantes en todos grados.

7. RECOMENDACIONES

Las recomendaciones se hacen para aquellos docentes que desean implementar la propuesta evaluativa y continuar en esta misma línea de trabajo:

- ☉ Si se desea aplicar las pruebas escritas, el proceso docente educativo debe ser orientado a contribuir el desarrollo de la competencia argumentativa en los estudiantes, para ello se deben tener en cuenta los diversos tipos de acciones para argumentar en matemáticas.

- ☉ Para realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje se recomienda tener en cuenta todos los pensamientos y enfoques sistémicos que se plantean en los lineamientos curriculares.

- ☉ La evaluación de la competencia argumentativa por medio de una prueba escrita se convierte en un trabajo tedioso para el docente, se recomienda realizarlo con la mayor sinceridad y responsabilidad posible.

- ☉ En el proceso evaluativo de las matemáticas siempre habrá nuevas ideas para implementar, no le nieguen a los estudiantes la oportunidad de experimentarlas.

- ☉ Se debe tener en cuenta el tiempo disponible para el desarrollo de una propuesta evaluativa como ésta, puesto que requiere de tiempo y perseverancia para evidenciar sus resultados.

BIBLIOGRAFÍA

BOGOYA MALDONADO, Daniel et al. *Competencias y proyecto pedagógico*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín: Unibiblos, 2000.

CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *La argumentación en matemáticas en el aula: Una oportunidad para la diversidad*. Universidad externado de Colombia. Facultad de ciencias de la educación. Convenio colciencias – BID, 1996.

CALDERÓN, Dora Inés y LEON, Olga Lucía. *Argumentar y validar en matemáticas: ¿Una relación necesaria? Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas*. Bogotá: 2003.

CERDA GUTIÉRREZ, Hugo. *La evaluación como experiencia total*. Bogotá: Nomos, 2000.

DÌAZ, Faberth et al. *Nuevo pensamiento matemático 10º*. Bogotá: Libros & Libros, 2004.

ESCOBAR LONDOÑO, Julia Victoria. *Evaluación de aprendizajes en el área de matemáticas: Un acercamiento desde la función formativa de la evaluación*. Medellín: Universidad de Antioquia, 2007.

GALLEGO, Gustavo. *Dificultades de aprendizaje en las matemáticas*. Cali: Poemia, 2005.

Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1998.

Ministerio de Educación Nacional. *Resolución número 2343*. Santa Fe de Bogotá, junio de 1996.

MONTOYA VELÁSQUEZ, Edwin Ferney. *Propuestas de evaluación por competencias para estudiantes del curso de calculo en una variable de la licenciatura de matemáticas y física de la Facultad de Educación*. Universidad de Antioquia, Medellín, 2006.

MORENO, Vladimir y RESTREPO, Mauricio. *Nuevo alfa 10º*. Bogotá: Norma, 2001.

PINO GUERRA, Carlos. *Trigonometría y geometría analítica*. Medellín: ediciones Geil, 2000.

QUINTERO, Duver Alonso. *Guía de Trigonometría*. Grupo ABACO: Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2005.

TOBÓN, Sergio. *Formación basada en Competencias*. En: CANO MURILLO, Yury Marcela et al. *Competencias que evalúan algunos docentes de matemáticas en el aula de clases*. Universidad de Antioquia. Medellín.

URIBE, Julio Alberto. *Matemáticas experimental 10º*. Medellín: Uros, 2001.

VALVERDE RAMÍREZ. Lourdes. *La competencia argumentativa en matemática y su evaluación en el proceso de enseñanza – aprendizaje*. Medellín: Sofer, 2004.

ANEXOS

ANEXO A: EVIDENCIA ANTECEDENTES



INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN
 Carrera 34 No 65-02 Teléfonos 2 840245 Telefax 2911026
 EVALUACIÓN DE PRIMER PERÍODO ACADÉMICO 2007
 MATEMATICAS GRADO 10°

NOMBRE: _____ GRUPO: _____ FECHA: _____

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ÚNICA RESPUESTA

Para cada una de las preguntas hay una sola respuesta, marque con una **X** la letra con la respuesta que considere correcta.

1. De las siguientes expresiones, solo una corresponde a una ecuación de segundo grado:

a) $y = 3x - 5$ b) $y = 5x^2 + 10x^3$ c) $y = x - 2x^2$ d) $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ e) $y = 3$

2. En la ecuación $k^2 - 4x^2 + kx - 5 = 0$, el valor de "k" para que la ecuación sea de segundo grado debe ser:

- a) Igual a 2 ó -2 b) Diferente de 1 y -1 c) Diferente de 0 y -2
 d) Diferente de 2 y -2 e) Diferente de 0 y 2

3. De las siguientes ecuaciones, sólo una representa la parábola abierta hacia abajo:

a) $y = x^2 - 4$ b) $y = 4x^2 + 3x$ c) $y = -2x - 3 + 2x^2$
 d) $y = -6x + 2$ e) $y = x - x^2$

4. Las soluciones de la ecuación $4x^2 = 36$ son:

- a) 2 y -2 b) 8 y -8 c) 6 y -6 d) 3 y -3 e) 4 y -4

5. La gráfica de la ecuación $y = x^2 + 2x - 35$, corta al eje **X** en los puntos:

- a) 7 y 5 b) -5 y 7 c) -5 y -7 d) -7 y 5 e) 5 y -5

6. La ecuación de segundo grado cuyas soluciones son 7 y -9 es:

- a) $x^2 - 2x + 63 = 0$ b) $x^2 + 2x + 63 = 0$ c) $x^2 + 2x - 63 = 0$
 d) $x^2 + x - 63$ e) Ninguna de las anteriores

7. Una solución de la ecuación $3x^2 - 5x + m = 0$ es 2. La otra solución es:

- a) -4 b) 4 c) 1/3 d) -2 e) Ninguna de las anteriores

APAREAMIENTO

8. Escribir dentro del paréntesis la letra de la columna A cuyas soluciones están en la columna B.

COLUMNA A	COLUMNA B
a. $x^2 + 7x - 18 = 0$	() $\frac{1}{2}$ y -4
b. $x^2 + 3x - 108 = 0$	() 0 y -6
c. $2x^2 + 7x - 4 = 0$	() 3 y -3
d. $x^2 + 6x = 0$	() -9 y 2
e. $m^2 - 4m - 21 = 0$	() 4 y -1
f. $b^2 + 3b - 4 = 0$	() -7 y 3
g. $y^2 - 9 = 0$	() -12 y 9

ARGUMENTACIÓN

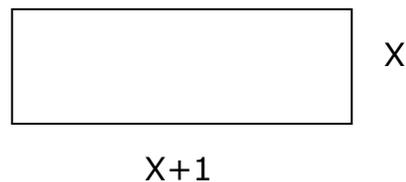
9. Realizar el procedimiento correspondiente para resolver algebraicamente la ecuación $ax^2 - c = 0$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
	Ecuación dada
	Despejamos ax^2
	Despejamos x^2
	Despejamos x

10. Argumentar cada uno de los procedimientos para resolver algebraicamente la ecuación $ax^2 + bx = 0$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
$ax^2 + bx = 0$	
$x \cdot ax + b$	
$x = 0$ ó $ax + b = 0$	
$x = 0$ ó $x = -\frac{b}{a}$	

11. El área del rectángulo es 12m^2 . Hallar los lados del rectángulo.



PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN



INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN
 Carrera 34 No 65-02 Teléfonos 2 840245 Telefax 2911026
 EVALUACIÓN DE SEGUNDO PERÍODO ACADÉMICO 2007
 MATEMATICAS GRADO 10°

NOMBRE: _____ **GRUPO:** _____ **FECHA:** _____

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE CON ÚNICA RESPUESTA

Con la siguiente información debes responder los puntos del 1 al 3. “Recuerda que para convertir un ángulo de grados a radianes o viceversa, se utiliza la siguiente fórmula $\frac{\theta}{180^\circ} = \frac{a}{\pi}$ o una regla de tres simple.

1. al convertir 420° se obtiene:

- a) $\frac{7\pi}{3}$ b) $\frac{21\pi}{9}$ c) 7π d) 3π

2. El lado terminal del ángulo del punto anterior, queda en el cuadrante:

- a) I b) II c) III d) IV

3. Tres atletas A, B y C, participaron en una carrera de atletismo realizada en una pista de forma circular, el atleta A recorrió $\frac{3\pi}{2}$ de la pista, el B recorrió $\frac{5\pi}{4}$ y el C $\frac{4\pi}{3}$. El atleta que menos espacio recorrió fue:

- a) El atleta A b) El atleta B c) El atleta C d) El atleta A y C

Utiliza la siguiente información para responder las preguntas de la 4 a la 6: “Las funciones trigonométricas se definen así $\text{Sen}\alpha = y$, $\text{Cos}\alpha = x$ y $\text{Tan}\alpha = \frac{y}{x}$ con $x \neq 0$.

4. El $\text{Sen}90^\circ$ es igual a:

- a) $\text{Sen}270^\circ$ b) $\text{Cos}180^\circ$ c) $\text{Tan}0^\circ$ d) $\text{Cos}360^\circ$

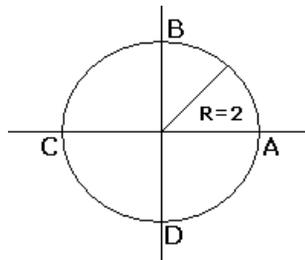
5. El valor de $3\text{Sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 5\text{Cos}2\pi - 2\text{Tan}\pi$ es:

- a) 2 b) -2 c) 5 d) -5

6. La $\text{Tan}\alpha$ no está definida si α es igual a:

- a) 3π b) -2π c) $\frac{5\pi}{2}$ d) -5π

De acuerdo al siguiente gráfico responda las preguntas 7 y 8.



7. Las coordenadas del punto A y B respectivamente son:

- a) 0,2 y 2,0 b) 2,0 y 0,2 c) 0,-2 y -2,0 d) 2,0 y 0,-2

8. Las coordenadas de los puntos sobre el eje x son:

- a) 2,0 y 0,2 b) 2,0 y 0,-2 c) 2,0 y -2,0 d) -2,0 y 0,-2

Recuerda que la función circular toma un ángulo y lo asocia con un par ordenado de un punto de la circunferencia unitaria $F \alpha = x, y$. Con esta información responde las preguntas 9 y 10.

9. $F 180^\circ$ es igual a:

- a) $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ b) $F 3\pi$ c) $F 2\pi$ d) $F -6\pi$

10. Las coordenadas de $F -270^\circ$ son:

- a) 1,0 b) -1,0 c) 0,1 d) 0,-1

Responda las preguntas 11, 12 y 13 utilizando las tablas de las funciones trigonométricas.

11. El $\text{Sen } 80^\circ$ es igual al:

- a) $\text{Cos}10^\circ$ b) $\text{Tan}10^\circ$ c) $\text{Cos}20^\circ$ d) $\text{Tan}20^\circ$

12. El valor de $2\text{Sen } 30^\circ + 3\text{Cos } 60^\circ$ es:

- a) 2 b) 2.5 c) -2 d) -2.5

13. El valor de $\text{Tan } 69^\circ - \text{Cos } 37^\circ + \text{Sen } 45^\circ$ es:

- a) 2.51 b) 4.09 c) 3.71 d) 4

PREGUNTAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE CON MÚLTIPLE RESPUESTA

Estas preguntas constan de un enunciado y cuatro opciones de respuesta relacionadas con él; una combinación de estas opciones la responden correctamente. En este tipo de preguntas se utiliza el siguiente cuadro de alternativas de respuesta:

Si 1 y 2 son ciertas marque la letra	A
Si 2 y 3 son ciertas marque la letra	B
Si 3 y 4 son ciertas marque la letra	C
Si 1 y 4 son ciertas marque la letra	D

14. Si $\text{sen } 30^\circ = 0.5$ entonces:

1) $\text{Sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5$

2) $\text{Sen } 30^\circ$ es menor que $\text{Sen } 360^\circ$

3) $\text{Sen } 30^\circ$ es mayor que $\text{Sen } 90^\circ$

4) $\text{Sen } 30^\circ$ es mayor que $\text{Cos } 180^\circ$

A B C D

15. De los siguientes enunciados, sólo dos son verdaderos:

- 1) Las funciones trigonométricas son tres.
- 2) Los ángulos se pueden medir en grados solamente.
- 3) Los valores de las funciones trigonométricas Seno y Coseno oscilan entre 1 y -1
- 4) El dominio de las funciones trigonométricas es el conjunto formado por ángulos.

A B C D

16. ¿Para qué valores del ángulo α se cumple que: $-3\text{Sen}\alpha = -3$?

- 1) Para $\alpha = 270^\circ$
- 2) Para $\alpha = 90^\circ$
- 3) Para $\alpha = -270^\circ$
- 4) Para $\alpha = -90^\circ$

A B C D

17. Si $\text{Sen}45^\circ = 0.7$; $\text{Cos}60^\circ = 0.5$ y $\text{Tan}30^\circ = 0.57$ entonces:

- 1) $\frac{\text{Sen}45^\circ}{\text{Cos}60^\circ} = 1.4$
- 2) $2\text{Cos}60^\circ < 3\text{Tan}30^\circ$
- 3) $\text{Tan}30^\circ < \text{Sen}45^\circ$
- 4) $\text{Tan}30^\circ + \text{Cos}60^\circ = 0.62$

A B C D

ANEXO B: PRUEBAS ESCRITAS



INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN

CARRERA 34 # 65-02 TELÉFONO 284-02-45 TELEFAX 291-10-26

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO 10º

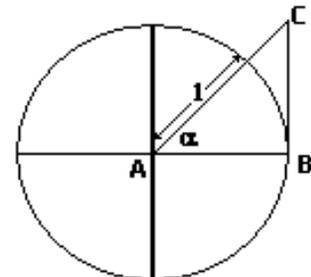
NOMBRE - GRUPO	
TEMÁTICA	RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS
FECHA - DURACIÓN	DÍA MES AÑO 2 HORA/CLASE
INDICADORES	<ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve ejercicios y problemas que necesitan de la aplicación de las diferentes razones trigonométricas. 2. Aplica correctamente el teorema del seno y/o del coseno en la solución de ejercicios y problemas. 3. Argumenta matemáticamente la solución de ejercicios y problemas. 4. Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ejercicios y problemas.
VALORACIÓN	<p>E: 91-100% S: 76-90% A: 60-75% I: 30-59% D: 0-29%</p> <p>CALIFICACIÓN: _____%</p>

1. (10%) ¿Por qué el número de razones trigonométricas no puede ser superior a seis?

2. (10%) En la siguiente figura: ¿La medida del segmento \overline{BC} es equivalente a $Tan\alpha$?

SI _____ NO _____

PORQUE _____



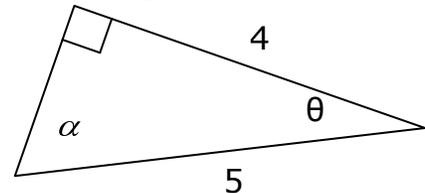
3. (10%) Teniendo en cuenta que los ángulos complementarios son aquellos cuya suma de sus medidas es 90° , determine el valor de verdad de la siguiente proposición: “cualquier razón trigonométrica de un ángulo positivo agudo es igual a la cofunción de su ángulo complementario”, escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. (10%) Explique si es posible hallar la medida de los lados de un triángulo rectángulo si solamente se conoce el valor del seno de uno de sus ángulos.

5. (10%) Para hallar el valor del ángulo α en el siguiente triángulo se debe aplicar:

- a. La definición de la razón Tangente
- b. La ley de los Cosenos
- c. La definición de la razón trigonométrica Seno
- d. La definición de la razón trigonométrica Secante



Porque: _____

6. (5%) ¿Explique para qué se utiliza el Teorema del Seno?:

7. (5%) Si en un triángulo rectángulo se conoce la medida de dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos, ¿será posible hallar los lados y ángulos interiores de este triángulo rectángulo utilizando la Ley de los Senos? :

SI _____ NO _____ PORQUE _____

8. (10%) En un triángulo rectángulo en C, se tiene que $\text{sen}A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, dibujar el triángulo y hallar las siguientes razones trigonometricas para el ángulo B.

Triángulo	$\text{sen}B =$	$\text{Cos}B =$	$\text{Tan}B =$

9. (10%) La expresión $a^2 - b^2 = c^2 - 2bc \cos \alpha$ es equivalente a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $c^2 - b^2 = a^2 + 2ac \cos \alpha$</p> <p>b. $b^2 + c^2 - a^2 = +2bc \cos \alpha$</p> <p>c. $a^2 - c^2 - b^2 = 2bc \cos \alpha$</p> <p>d. $c^2 - a^2 = b^2 + 2ab \cos \alpha$</p>		

10. (20%) El área de un triángulo equilátero de lado l y ángulo α es:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $l^2 \text{Cos} \alpha$</p> <p>b. $l^2 \text{Sen} \alpha$</p> <p>c. $\frac{l^2 \text{Cos} \alpha}{2}$</p> <p>d. $\frac{l^2 \text{Sen} \alpha}{2}$</p>		



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN**

CARRERA 34 # 65-02 TELÉFONO 284-02-45 TELEFAX 291-10-26

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO 10º

NOMBRE - GRUPO	
TEMÁTICA	IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS
FECHA - DURACIÓN	DÍA MES AÑO 2 HORA/CLASE
INDICADORES	1. Describe las características de una identidad trigonométrica. 2. Justifica el valor de verdad de una proposición. 3. Argumenta matemáticamente la solución de identidades trigonométricas. 4. Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de identidades trigonométricas.
VALORACIÓN	E: 91-100% S: 76-90% A: 60-75% I: 30-59% D: 0-29% CALIFICACIÓN: _____%

1. (10%) Escriba las características de una identidad trigonométrica:

2. (10%) Explique si la igualdad $x^2 + y^2 = 1$ es una identidad trigonométrica:

3. (10%) Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: " $\text{Sen}2\alpha = 2\text{Sen}\alpha\text{Cos}\alpha$ ", escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. (10%) Argumente cada uno de los pasos utilizados para probar que:

$$\text{Sec}x \cdot 1 - \text{Sen}^2x = \text{Cos}x$$

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
$\text{Sec}x \cdot 1 - \text{Sen}^2x = \text{Sec}x \cdot \text{Cos}^2x$	
$\text{Sec}x \cdot 1 - \text{Sen}^2x = \left(\frac{1}{\text{Cos}x}\right) \text{Cos}^2x$	
$\text{Sec}x \cdot 1 - \text{Sen}^2x = \text{Cos}x$	

5. (10%) Realice cada uno de los pasos necesarios para probar que:

$$\frac{\text{Sen}x + \text{Cos}x \cdot \text{Tan}x}{\text{Cos}x} = 2\text{Tan}x$$

De acuerdo a la justificación dada.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
	Expreso la fracción dada en dos fracciones homogéneas.
	Luego se realiza la simplificación de términos semejantes.
	Se hace la sustitución por la identidad trigonométrica.
	Adición de términos semejantes.

6. (10%) La expresión $\cos\theta \cdot \tan\theta$ es equivalente a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
a. $\sec\theta$ b. $\operatorname{sen}\alpha$ c. $\operatorname{sen}\theta$ d. $\cos\theta$		

7. (10%) Encontrar el valor de k para $\operatorname{Sen}x \cdot \operatorname{Tan}x = k + \operatorname{Sec}x$ de manera que se establezca una identidad.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN

8. (10%) La expresión $\operatorname{Sen}^3\alpha + \operatorname{Sen}\alpha \operatorname{Cos}^2\alpha$ es idéntica a:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
a. $\operatorname{Cot}\alpha$ b. $\operatorname{Sen}\alpha$ c. $\operatorname{Cos}\alpha$ d. $\operatorname{Csc}\alpha$		

9. (10%) Solo una de las siguientes igualdades es una identidad:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $\text{sen}x + \cos x = 1$</p> <p>b. $\text{sen}^4x + \cos^4 x = 1$</p> <p>c. $2\text{sen}^2x + 2\cos^2 x = 1$</p> <p>d. $4\text{sen}^2x + 4\cos^2 x = 4$</p>		

10. (10%) Si escribimos $\text{Sen}\theta$ en términos de $\text{Cos}\theta$ obtenemos:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $1 - \text{Cos}^2\theta$</p> <p>b. $\sqrt{\text{Cos}^2\theta - 1}$</p> <p>c. $\sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta}$</p> <p>d. $\pm\sqrt{1 - \text{Cos}^2\theta}$</p>		



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN**

CARRERA 34 # 65-02 TELÉFONO 284-02-45 TELEFAX 291-10-26

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO 10º

NOMBRE - GRUPO	
TEMÁTICA	ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS
FECHA - DURACIÓN	DÍA MES AÑO 2 HORA/CLASE
INDICADORES	1. Describe las características de una ecuación trigonométrica. 2. Justifica el valor de verdad de una proposición. 3. Argumenta matemáticamente la solución de ecuaciones trigonométricas. 4. Justifica utilizando el lenguaje formal la solución de ecuaciones trigonométricas.
VALORACIÓN	E: 91-100% S: 76-90% A: 60-75% I: 30-59% D: 0-29% CALIFICACIÓN: _____%

1. (5%) Escriba las características de una ecuación trigonométrica:

2. (5%) Explique si la igualdad $x^2 + 4x - 5 = 0$ es una ecuación trigonométrica:

3. (10%) Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: " $\cos \alpha = -2$ no tiene solución".

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. (15%) Justifique matemáticamente cada uno de los procedimientos para encontrar el conjunto solución de la ecuación trigonométrica $\tan^2 x = 1$ en el intervalo $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
Igualar la ecuación dada a cero.	
Factorizar la expresión.	
Igualar cada factor a cero.	
Hallar la solución correspondiente para cada factor.	
Establecer el conjunto solución.	

5. (10%) El conjunto solución de la ecuación $1 - 2\text{Sen}\alpha = 0$ es:

OPCIONES	PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p>a. $S = 60^\circ, 180^\circ$</p> <p>b. $S = 30^\circ, 60^\circ$</p> <p>c. $S = 150^\circ, 60^\circ$</p> <p>d. $S = 30^\circ, 150^\circ$</p>		

6. (10%) Justificar si la expresión $\text{Sen}\lambda \cdot \text{Csc}\lambda = \text{Tan}\lambda$ corresponde a una identidad o a una ecuación trigonométrica: _____

7. (10%) En la ecuación trigonométrica $\frac{\text{Sen}\theta}{1 + \text{Cos}\theta} = 0$ el conjunto solución es:

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN

8. (10%) La ecuación $\text{Tan}\alpha = \frac{\text{Sen}\alpha}{\text{Cos}\alpha}$ no se cumple cuando $\alpha =$ _____
 Porque _____

9. (15%) Justificar cada uno de los procedimientos matemáticos realizados en la solución de la ecuación trigonométrica $\text{Cos}x - \frac{1}{4} = 0$ en el intervalo $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN
$\text{Cos}^2x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \text{Cos}^2x = \frac{1}{4}$	
$\sqrt{\text{Cos}^2x} = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \text{Cos}x = \pm \frac{1}{2}$	
$\text{Cos}x = \frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = 60^\circ, 300^\circ$	
$\text{Cos}x = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_2 = 120^\circ, 240^\circ$	
$S = 60^\circ, 120^\circ, 240^\circ, 300^\circ$	

10. (10%) ¿Cuáles son las diferencias entre $x^2 - 1 = 0$ y $\text{Sen}^2\alpha - 1 = 0$?



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA
ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN**

CARRERA 34 # 65-02 TELÉFONO 284-02-45 TELEFAX 291-10-26

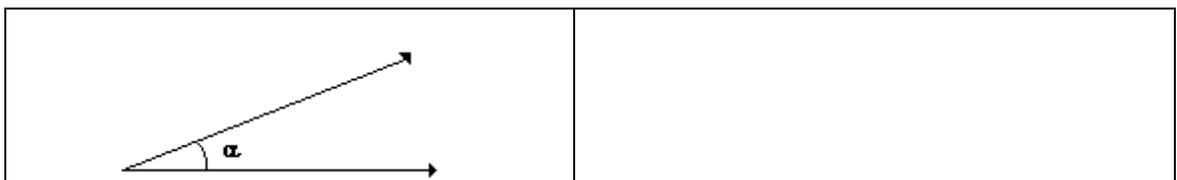
EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS GRADO 10º

NOMBRE - GRUPO	
TEMÁTICA	FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS
FECHA - DURACIÓN	DÍA MES AÑO 2 HORA/CLASE
INDICADORES	1. Argumenta las relaciones que existen entre las funciones trigonométricas. 2. Justifica el valor de verdad de una proposición. 3. Describe propiedades sobre las funciones trigonométricas, sus ecuaciones y diferentes elementos. 4. Establece el dominio, rango, periodo y amplitud de funciones trigonométricas.
VALORACIÓN	E: 91-100% S: 76-90% A: 60-75% I: 30-59% D: 0-29% CALIFICACIÓN: _____%

1. (10%) Que diferencias y semejanzas hay entre las expresiones $f(x) = x^2$ y $f(x) = \sin x$

DIFERENCIAS	SEMEJANZAS

2. (10%) Explique por qué el ángulo $\alpha = 30^\circ$ no es un ángulo en posición normal, represente dicho ángulo en posición normal y dibuje su ángulo de referencia.



3. (10%) Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: “cualquier función trigonométrica de un ángulo positivo agudo es igual a la cofunción de su ángulo complementario”, escriba un ejemplo que corrobore su respuesta.

FALSA _____ VERDADERA _____ PORQUE _____

4. (10%) ¿Para cualquier ángulo α es cierto que $\text{Sen}^2 -\alpha = \text{Sen}^2 \alpha$?

5. (10%) Argumente y realice un ejemplo de la relación que existe entre:

$-\text{Sen}\alpha$ y $\text{Sen} -\alpha$	$\text{Cos}\alpha$ y $\text{Cos} -\alpha$	$-\text{Tan}\alpha$ y $\text{Tan} -\alpha$
EJEMPLO	EJEMPLO	EJEMPLO

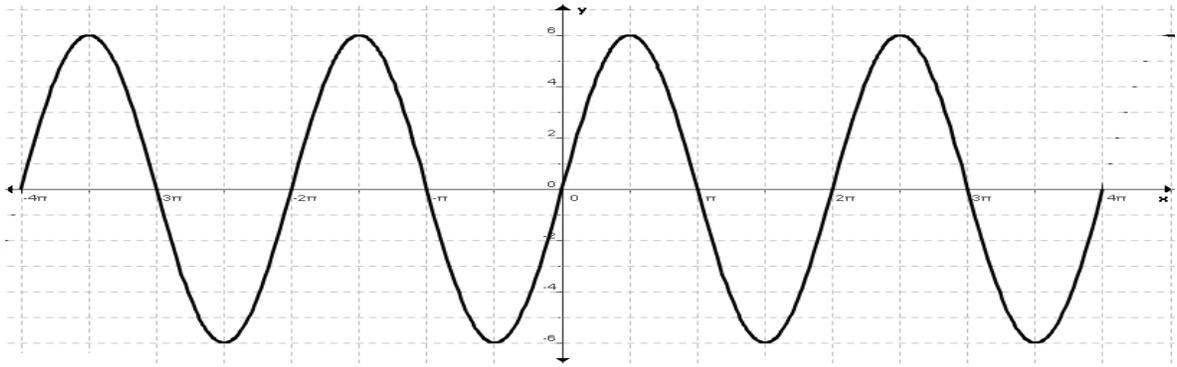
6. (10%) Si $y = \text{Sen}\theta$ entonces el valor de $\text{Sen}2\theta$ es _____ porque _____

7. (10%) Halle un ángulo agudo α que satisfaga la ecuación $\text{Sen}2\alpha = \text{Cos}3\alpha$

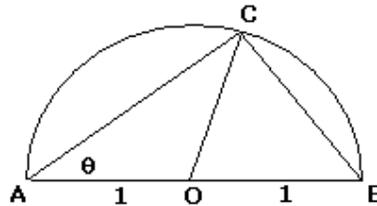
8. (10%) A partir de la siguiente gráfica determine:

Dominio: _____ **Rango:** _____ **Periodo:** _____ **Amplitud:** _____

$f(x) =$ _____



9. (10%) Utilice la siguiente figura para demostrar que $\text{Sen}2\theta = 2\text{Sen}\theta\text{Cos}\theta$; determine el área del triángulo ABC de dos formas diferentes y utilice el siguiente teorema de geometría: Todo triángulo inscrito en una semicircunferencia es rectángulo.



PROCEDIMIENTO	JUSTIFICACIÓN

10. (10%) ¿Cuáles son los ceros de la función $y = \text{Sen}x$ en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$?

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE MEDELLÍN.



MISIÓN

La Escuela Normal Superior de Medellín, formará maestros con competencias académicas, pedagógica e investigativa, desde el nivel preescolar hasta el ciclo complementario, mediante la estrategia de núcleos disciplinares que integran la pedagogía y la didáctica con el saber específico.

¡ COMPROMETIDOS CON LA FORMACIÓN DE MAESTROS !

VISIÓN

En el año 2015, la Escuela Normal Superior de Medellín, será una Institución Educativa reconocida por su calidad en la formación inicial de maestros y maestras para preescolar y básica primaria, con compromiso y responsabilidad social, con visión política, ética y humana, capaces de liderar proyectos pedagógicos que aporten a la transformación social.



Diseño e impresión: Hernán Tangarife

Teléfono: 231 63 23

Dirección: calle 53 # 53-74 Edificio Aristizabal-oficina 205

E-mail: hetangar1@hotmail.com

Marzo de 2008

Medellín-Colombia