

**LA GÉNESIS INSTRUMENTAL CON TIC PARA LA ENSEÑANZA DE LAS RAZONES
DE CAMBIO**

**ALEJANDRA PAOLA MONTOYA RESTREPO
MÓNICA MARÍA SALAZAR CARDONA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
MEDELLÍN
2013**

**LA GÉNESIS INSTRUMENTAL CON TIC PARA LA ENSEÑANZA DE LAS RAZONES
DE CAMBIO**

**ALEJANDRA PAOLA MONTOYA RESTREPO
MÓNICA MARÍA SALAZAR CARDONA**

**Trabajo de grado para optar por el título de
Licenciado en Matemáticas y Física**

**Asesor
ALEXANDER JIMENEZ GUZMÁN**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
MEDELLÍN
2013**

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es el fruto de nuestra formación como docentes durante los cinco años que hemos estado en la Universidad de Antioquia en el programa de Licenciatura en Matemáticas y Física, tiempo en el cual nos hemos enriquecido desde los aportes del saber pedagógico, didáctico y disciplinar, así como desde diversas experiencias en el aula.

Este proceso no solo es resultado de nuestros esfuerzos, en este también participaron personas que nos brindaron su apoyo incondicional, sus experiencias y valioso tiempo. A todos ellos les queremos dar gracias. Entre ellos está el profesor de Introducción al cálculo Rodrigo Rendón por habernos brindado el espacio para llevar a cabo este trabajo, además de su incondicional apoyo respecto a las actividades desarrolladas en la práctica. Gracias también a los estudiantes que participaron en la práctica, por habernos entregado parte de su tiempo libre y estar dispuestos a desarrollar las actividades propuestas.

A nuestro asesor Alexander Jiménez por haber estado orientando y brindarnos los medios necesarios para la elaboración de este trabajo, así como a todos los docentes que estuvieron presentes durante el desarrollo de nuestra carrera les expresamos nuestro mayor sentido de gratitud.

Mónica María Salazar Cardona
Alejandra Paola Montoya Restrepo

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN.....	14
INTRODUCCIÓN	15
1. ANTECEDENTES.....	17
1.1. Categoría 1: Las TIC en la educación, una lectura desde la normativa colombiana	23
1.2. Categoría 2: Una lectura de las TIC desde la teoría de la actividad instrumentada (TAI).....	24
1.3. Categoría 3: El uso de las TIC para la enseñanza de conceptos matemáticos	25
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	28
2.1. Objetivos.....	31
2.1.1. Objetivo general	31

2.1.2. Objetivos específicos.....	31
3. MARCO TEÓRICO	33
3.1. Referentes teóricos	33
3.2. Referente Legal	37
3.3. Referente conceptual	41
3.3.1. Interpretación uno: Los problemas de razones de cambio para el autor	43
3.3.2. Interpretación dos: Las razones de cambio para los estudiantes	45
4. DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN	47
4.1. Estudio de caso	47
4.1.1. Muestra poblacional.....	47
4.1.2. Delimitación espacial	48
4.1.3. Fuentes de información	49
4.1.4. Instrumentos de recolección	49

4.2. Categorización	51
4.3. Orientaciones metodológicas	56
4.3.1. Momento 1: Preparación.....	56
4.3.2. Momento 2: Implementación	65
4.3.3. Momento 3: Análisis.....	85
5. TRIANGULACIÓN DE LA INFORMACIÓN	119
6. CONCLUSIONES	127
BIBLIOGRAFÍA	128
ANEXOS	132

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Tangentes en una esquina de la curva.....	29
Figura 2. Triada sujeto – objeto – instrumento	36
Figura 3. Incrementos en el cuadrado	43
Figura 4. La derivada como una proporción	46
Figura 5. Applet del cohete	69
Figura 6. Applet de la escalera	72
Figura 7. WebQuest	74
Figura 8. Aprendizaje colaborativo.....	74
Figura 9. Prisma triangular.....	75

Figura 10. Applet situación del cono.....	78
Figura 11. Ejercicio 1.....	79
Figura 12. Ejercicio 2.....	79
Figura 13. Aprendizaje colaborativo.....	80
Figura 14. Derivada.....	81

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Diario de campo	132
Anexo 2. Diagnostico socioeconómico	133
Anexo 3. Diagnóstico de conocimientos previos	137
Anexo 4. Tercera y cuarta clase: Un video con Geogebra	139
Anexo 5. Rúbrica para las tareas.....	143
Anexo 6. Entrevista	148
Anexo 7. Análisis del diagnostico.....	152
Anexo 8. Diagnostico conceptual.....	158
Anexo 9. Diagnóstico conceptual.....	160

Anexo 10. Diagnostico conceptual.....	162
Anexo 11. Taller escalera	163
Anexo 12. Taller escalera	164
Anexo 13. Taller escalera	165
Anexo 14. Situación del cono.....	166
Anexo 15. Diarios de campo	167
Anexo 16. Taller 1: Razones de cambio	175
Anexo 17. Situación del cono.....	176
Anexo 18. Situación del cono.....	176
Anexo 19. Situación del cono.....	177
Anexo 20. Situación del cono.....	178

Anexo 21. Situación del cono.....	179
Anexo 22. Taller: Uso de la derivada	180
Anexo 23. Máximo global y máximo local.....	181
Anexo 24. Derivada de una función.....	181
Anexo 25. Máximo global y máximo local.....	182
Anexo 26. Derivada de una función	182
Anexo 27. Máximo global y máximo local.....	183
Anexo 28. Derivada de una función	183
Anexo 29. Derivada de una función	184
Anexo 30. Máximo global y máximo local.....	184
Anexo 31. Derivada de una función	185

Anexo 32. Máximo global y máximo local.....	185
---	-----

RESUMEN

En relación con el papel de las Tecnologías de la Información y Comunicación en la enseñanza de las matemáticas, su carácter tras-disciplinar, el papel activo que toma el sujeto durante su proceso de aprendizaje y las nuevas relaciones que se generan en el aula de clases, este trabajo propone abordar la enseñanza de las razones de cambio desde un proceso de génesis instrumental con TIC, teniendo en cuenta discursos normativos, disciplinares y didácticos.

En este sentido, autores como Artigue, Rabardel y Verillon permiten hacer lectura de las relaciones presentes entre el sujeto, su objeto de aprendizaje y el uso de las TIC, esto desde sus planteamientos en la teoría de la génesis instrumental, así como el modelo de la actividad instrumentada. Otros referentes trabajados para el desarrollo de esta propuesta son Ritchie y Tall, los cuales abordan las razones de cambio desde su sentido histórico-epistemológico y proponen actividades para su comprensión

Palabras Claves: Enseñanza de las matemáticas, TIC, génesis instrumental, razones de cambio, actividad instrumentada.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo aborda la enseñanza de las matemáticas con TIC a partir del discurso de la génesis instrumental y el modelo de la actividad instrumentada, interés que surge como la intersección de los siguientes eventos observados durante los inicios de esta investigación:

- Las TIC como elemento presente en la normativa de educación colombiana: En documentos rectores como el Plan Decenal de Educación 2006-2016, los lineamientos curriculares y la ley general de educación, se habla del papel transversal que cumplen las TIC, así como de los nuevos roles por asumir tanto a docentes como alumnos debido a su presencia.
- Las TIC están presentes en las experiencias de aula de los docentes: Hasta el momento estas tecnologías han sido acogidas en las aulas de clase, lo cual ha dado paso a experiencias que se comparten, piensan y analizan en trabajos como: La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis desde la teoría de Pirie y Kieren, Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: El caso de Geogebra, entre otros.
- El uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas y los discursos que lo sustentan: Teorías como la génesis instrumental y el modelo de la actividad instrumentada son ejemplo de discursos que además de generar una articulación coherente entre saber pedagógico, didáctico, disciplinar y psicológico; interpreta al estudiante como sujeto activo, el cual construye su propio conocimiento y se forma a través del papel mediador que asigna a los diferentes elementos de su proceso de aprendizaje.

Teniendo en cuenta los anteriores elementos el propósito de este trabajo cobra sentido en tanto se hace de los discursos normativos, disciplinares, pedagógicos, didácticos, psicológicos, un conjunto que converja en una nueva mirada del proceso de enseñanza-aprendizaje, mirada en la cual se atiende la necesidad de dar a los estudiantes una opción para que se motiven y apropien del saber en los contextos de su vida cotidiana.

Los elementos que componen esta investigación son inicialmente los antecedentes y el planteamiento del problema, estos dan cuenta de un proceso de búsqueda de preguntas sobre la enseñanza de las matemáticas, las cuales al ser ubicadas en un contexto particular adquieren posteriormente, una estructura de planteamiento del problema. Otro de los componentes de este trabajo es el marco teórico, un texto en el cual se retoman los aportes de autores como Artigue, Verillón, Rabardel y Vygotsky con el fin de presentar el discurso con el cual se sustenta la planeación de las clases, la elaboración del material para la recolección de la información, las observaciones, recolección, categorización y análisis de la información. Finalmente el diseño metodológico, la categorización y análisis de la información se presenta al lector las características del enfoque investigativo abordado, así como los datos recolectados y su posterior análisis que trae consigo una consecuente conclusión al respecto de la propuesta de investigación.

Este trabajo se considera importante en tanto aborda una forma de enseñar las matemáticas con TIC, atendiendo la diversidad de discursos y contextos que se interceptan en el aula: los discursos normativo, disciplinare, didáctico, pedagógico entre otros. A su vez, se hace un conjunto de preguntas abiertas para a quien le interesa contribuya al fortalecimiento de esta propuesta, así como a la investigación en torno al uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas.

1. ANTECEDENTES

En la última década la enseñanza del cálculo ha sido abordada desde diferentes enfoques, uno de estos es con el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). Este tipo de enseñanza se caracteriza por ser innovadora, al tiempo que permite abordar dificultades conceptuales de los estudiantes, de una forma dinámica y motivadora.

Otro de los aspectos relevantes de este enfoque es su coherencia con la normativa y políticas de desarrollo de la educación colombiana. En documentos como: Plan Nacional de Desarrollo 2007-2010, Plan Sectorial de Educación 2007-2010, Plan Nacional de TIC – Ministerio de Comunicaciones y Programa Estratégico para la Competitividad en uso de TIC 2002-2006 y 2007-2010; se sustenta el uso de TIC en la educación como un instrumento para el crecimiento y desarrollo del país.

Además de su carácter innovador, dinámico y legal, la enseñanza del cálculo con las TIC también permite pensar y reflexionar la forma de abordar los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes. Ejemplos de estas reflexiones pueden encontrarse en publicaciones como: La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada, Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: El caso de Geogebra, Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. En estos textos las TIC se abordan como instrumento para la representación, la comprensión y la coordinación de conceptos matemáticos.

Teniendo en cuenta el interés de este trabajo por abordar la enseñanza de la derivada como razón de cambio desde un enfoque innovador, dinámico y sustentado en

la norma, se retoman las características del uso de las TIC en la educación ya mencionadas en los anteriores párrafos y se hace una revisión de literatura con el fin de rastrear: aspecto detallados del uso de las TIC en la enseñanza del cálculo, la normativa establecida por el Ministerio de Educación Nacional en torno al uso de las TIC en la educación y experiencias de enseñanza de las matemáticas con tecnología. En la tabla 1 se presenta un cuadro con información recopilada durante dicha revisión.

Tabla 1. Revisión de literatura

Revisión de literatura

La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis desde la teoría de Pirie y Kieren.	
Año	2010
Fuente	Tesis de doctorado.
Autores	Villa, J.
Objetivos	Analizar el papel del software: Geogebra y Modellus durante la comprensión de la tasa de variación.
Marco teórico	Uso del software para la enseñanza de las matemáticas.
Fundamentación Metodológica	Investigación cualitativa.
Población	4 estudiantes de un curso de Matemáticas Operativas (pre-cálculo) de primer año de universidad.
Conclusiones	Geogebra y Modellus son medios para la comprensión de la función tasa de variación. Geogebra es una herramienta para la coordinación entre las diferentes representaciones de un mismo concepto.

Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: El caso de Geogebra.	
Año	2010
Fuente	Tesis de maestría.
Autores	Ruiz, M.
Objetivos	Analizar el proceso de génesis instrumental con Geogebra.
Marco teórico	Génesis instrumental con Geogebra.
Fundamentación Metodológica	Investigación cualitativa.
Población	Estudiantes de último grado de bachillerato.
Conclusiones	En el proceso de génesis instrumental con Geogebra hay dos tipos de interacciones: el acercamiento entre ... y las funcionalidades para ...
Pensamiento variacional: seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de noción variacional.	
Año	2010
Fuente	Revista Educação Matemática Pesquisa, do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 12(3), pp. 514-528.
Autores	Villa, J. y Ruiz, M.
Objetivos	Analizar una propuesta del uso de Geogebra como herramienta para la comprensión de la tasa de variación.
Marco teórico	Uso del software para la enseñanza de las matemáticas.
Fundamentación Metodológica	Investigación cualitativa
Conclusiones	Con el uso de Geogebra, el estudiante elabora una representación matemática caracterizada por su unidad entre diferentes registros.
Chords, Tangents and the Leibniz Notation.	
Año	1985

Fuente	Journal Mathematic Teaching, Vol. 11, pp. 48-52.
Autores	Tall, D.
Objetivos	Abordar el concepto de $\frac{dy}{dx}$ Desde una interpretación histórico-epistemológica.
Marco teórico	Interpretación histórico –epistemológica de $\frac{dy}{dx}$.
Población	Estudiantes de un curso de cálculo.
Conclusiones	Se propone abordar el concepto de $\frac{dy}{dx}$ Desde el concepto de vector tangente en lugar de la razón de cambio como cociente.
Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos.	
Año	2007
Fuente	Cuadernos de investigación y formación en educación matemática., número 4, pp. 125-137.
Autores	Ballesteros, E.
Objetivos	Presentar la teoría de los instrumentos psicológicos de Vygotsky y la teoría de la instrumentación desarrollada por Verillon y Rabardel como marco teórico de referencia para la reflexión sobre el uso de la tecnología en la educación.
Marco teórico	Fundamentación teórica del uso de las tecnologías en la educación.
Conclusiones	Para hacer un uso crítico, responsable y creativo de las tecnologías en la educación es necesario fundamentarse en un discurso reflexivo y analítico más que comercial. Un ejemplo de estos discursos son la teoría de los instrumentos psicológicos de Vygotsky y la teoría de la instrumentación desarrollada por Verillon y Rabardel. Además, es importante que el uso de estos recursos esté acompañado de un proceso de evaluación continua.

El razonamiento algebraico y la modelación matemática.

Año	2006
Fuente	Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico Didáctica de las matemáticas. (pp. 127-163). Medellín: Gobernación de Antioquia.
Autores	Posada, F. y Villa, J.
Objetivos	Entender el proceso de modelación matemática como herramienta didáctica.
Marco teórico	La función como modelo matemático desde una perspectiva variacional.
Conclusiones	La función derivada puede trabajarse con los estudiantes desde una integración de diferentes lenguajes y sistemas simbólicos.

Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity.
European Journal in education and psicology.

Año	1995
Fuente	European journal of Psychology of education. 1995, Vol X, nº1, 77-101.
Autores	Rabardel, P., & verillon, P
Objetivos	Relación entre cognición y artefactos naturales
Marco teórico	La cognición evoluciona a través de la interacción con el entorno se espera entonces que en el curso de esta génesis, tener que acomodar a la características funcionales y estructurales, que caracterizan los artefactos. ¿Tiene esto un efecto en el desarrollo cognitivo, en la construcción y procesamiento del conocimiento y en la naturaleza misma de generar el conocimiento? Si es así ¿A través de que procesos macro y microgenéticos pueden estos sub-procesos ser pensados para ser llevados a cabo?
Conclusiones	El proceso de construcción de conocimientos está trasversalizado por la construcción de significados del artefacto que se utiliza en el proceso.

Plan Nacional Decenal de Educación.	
Año	2006
Fuente	Página del Ministerio de educación.
Autores	Gobierno Nacional.
Objetivos	Planear las líneas del sentido de la educación, propuestas, acciones y metas “generar un acuerdo nacional que comprometa al gobierno, los diferentes sectores de la sociedad y la ciudadanía en general para avanzar en las transformaciones que la educación necesita.”
Conclusiones	<p>Las líneas del sentido de la educación son:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ciencia y tecnología integradas a la educación Renovación pedagógica desde las TIC y el estudiante como sujeto activo Desarrollo profesional, dignificación y formación de los docentes · Más y mejor inversión en educación Educación en y para la paz, la convivencia y la ciudadanía Equidad: acceso, permanencia y calidad Otros actores en y más allá del sistema educativo Desarrollo infantil y educación inicial. Liderazgo, gestión, transparencia y rendición de cuentas en el sistema educativo Fines y calidad de la educación en el siglo XXI (globalización y autonomía)

Luego de la búsqueda, se establecen tres categorías con el fin de organizar y coordinar la información recolectada en un discurso, desde el cual se sustenta la relevancia de las preguntas que serán base de una investigación en torno a la enseñanza de la derivada como razón de cambio con TIC. A continuación se presenta cada una de estas categorías así como una breve descripción de cada una de ellas.

1.1. Categoría 1: Las TIC en la educación, una lectura desde la normativa colombiana

En Colombia la educación se piensa y se estructura en proyectos como el plan decenal de educación (2006-2016), el cual es un marco de referencia para todos los actores implicados en la formación de los futuros colombianos. Dentro de sus macro-objetivos se incluye: dotación, capacitación y transversalidad curricular de las TIC; además que se hace mención a la articulación de la tecnología en la educación como una forma de fomentar una cultura de ciencia, tecnología e innovación. Este marco fue construido por todos los colombianos, ya que se desarrollaron mesas de planeación por cada departamento del país. Desde allí, las TIC en la educación además de ser parte de la normativa en Colombia, también forman parte del ideal colectivo sobre la educación que queremos para un mejor futuro.

En adición a la normativa nacional, también se han desarrollado normativas institucionales, respecto al uso y objeto de las TIC en la educación. Un ejemplo de esto el Plan de Desarrollo 2006-2016 de la Universidad de Antioquia, en este las TIC son consideradas parte del contexto institucional, así como herramientas para la proyección nacional e internacional de la universidad. Dentro de este Plan de Desarrollo se presentan objetivos como: actualizar la infraestructura tecnológica para el soporte de la investigación y articular los sistemas nacionales y regionales a través de las TIC.

En general, hablar de las TIC en la educación tanto a nivel nacional como local, implica reflexionar la relación existente entre ciencia, tecnología y sociedad; relación que por su carácter dinámico, ubicamos como pertinente en una educación para la transformación social. Esto nos lleva a considerar la normativa en este trabajo con poco más de profundidad, tarea que será desarrollada en un capítulo posterior (Referentes Teóricos).

1.2. Categoría 2: Una lectura de las TIC desde la teoría de la actividad instrumentada (TAI)

En la TAI hay tres elementos fundamentales: sujeto, instrumento y objeto; entender el significado y uso de estos tres elementos ha permitido hacer una lectura de las TIC como herramienta para el aprendizaje de los sujetos activos*.

Dentro de los autores que han aportado al desarrollo de esta teoría, Verillon & Rabardel (1995) proponen el modelo IAS, el cual está formado por tres elementos fundamentales: sujeto, instrumento y objeto, y por las relaciones existentes entre ellos. En este modelo, el sujeto es la persona que desarrolla la acción, el instrumento es la herramienta, el producto, la maquinaria y el objeto es la acción a la que el instrumento es dirigido. Para los autores más que existir la doble relación sujeto-objeto, hablan de las relaciones sujeto-interacción instrumentada, instrumento-interacción del objeto, sujeto-objeto; argumentando que el sujeto también adquiere un conocimiento debido a la interacción mediadora del instrumento.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones hechas sobre la TAI, en este trabajo las TIC son consideradas como instrumento para el estudiante, el cual a su vez asume el papel de relacionarse con los objetos y otros instrumentos del proceso enseñanza-aprendizaje. Es desde lo anterior que esta categoría se reconoce en este trabajo como base fundamental para el desarrollo de esta propuesta y por esto, esta será retomada durante la construcción de los referentes teóricos para este trabajo.

* En el plan decenal de educación en lo referente a las TIC se hace mención a centrar la labor de la enseñanza en el estudiante como sujeto activo.

1.3. Categoría 3: El uso de las TIC para la enseñanza de conceptos matemáticos

Entre las propuestas de enseñanza de las matemáticas con TIC, se destacan dos autores, Villa-Ochoa (2010) y Ruiz (2010). Villa trabaja la enseñanza de la tasa de variación con programas como Geogebra y Modellus, los cuales considera como medios para la comprensión de la función tasa de variación y la coordinación entre las diferentes representaciones que existen en los estudiantes de un mismo concepto. Tal “comprensión coordinada” de la función tasa de variación es presentada por Villa, como una forma de abordar “la necesidad de coordinar representaciones a través de ambientes computacionales superando la dicotomía entre algunas de ellas” (p.168).

Otro trabajo que habla de una comprensión coordinada de los conceptos matemáticos es el presentado por Villa-Ochoa y Ruiz. Estos autores hablan de una representación matemática proporcionada por el software como una “unidad en la cual los registros están armonizados, es decir, dinámicamente relacionados, promoviendo la coordinación y la comprensión de los objetos matemáticos” (p.). Para llegar a esta representación, los autores desarrollan una propuesta de enseñanza caracterizada por el uso del software Geogebra, el cual es interpretado como herramienta para el diálogo entre la visualización y los procedimientos algebraicos con papel y lápiz y la “interacción de un colectivo pensante de seres-humanos-con-Medios” (p.). Dicha interacción es situada por Ruiz (2010) en un proceso de génesis instrumental con Geogebra, la cual a su vez es descrita por dos sub-categorías:

- El acercamiento entre... hace referencia a las relaciones observadas en el proceso de instrumentalización**, relaciones entre estudiantes, de los estudiantes con su profesor y de los estudiantes con las herramientas***.

** Este proceso es la primera parte del macro proceso génesis instrumental

*** En este caso la herramienta Geogebra.

- Las funcionalidades... son para Ruiz, el uso que el estudiante asigna al software, el cual se va adaptando y delimitando según las necesidades mismas del estudiante, al punto que este se vuelve para él en una herramienta con la cual explicar la solución a un problema.

Los anteriores trabajos son una muestra de cómo pensar las TIC siendo instrumentos para la comprensión de los estudiantes e instrumentos para la transformación de las relaciones en el contexto. Sin embargo en estos trabajos las TIC no son abordadas como instrumento para la enseñanza de la derivada como razón de cambio. Es por esto que a continuación se presenta otros textos que tienen como objetivo presentar: una experiencia de la enseñanza de la derivada con TIC y la comprensión de la derivada como razón de cambio.

Tall, es otro autor que hace uso de las tecnologías durante la enseñanza de las matemáticas. Éste, en su programa para graficar curvas expone la interpretación que sus estudiantes han elaborado respecto al concepto de pendiente durante actividades con el software SuperZomm. Para superar las dificultades encontradas en los estudiantes, el autor (siguiendo el trabajo de Leibnitz) decide dar un trato más riguroso al concepto de pendiente y define $\frac{dy}{dx}$ como la pendiente de una curva.

Posteriormente revisa la interpretación que los estudiantes dan al concepto $\frac{dy}{dx}$, haciendo un registro de las observaciones hechas por otros autores, la cual encuentra como una comprensión de fracción y no como un “inseparable todo”. Para superar tal comprensión de fracción dada por los estudiantes al concepto $\frac{dy}{dx}$, Tall propone trabajar este como vector tangente, sustentando que “The tangent vector is the best linear approximation to the curve” (p.14).

El carácter de inseparable todo del objeto $\frac{dy}{dx}$, también es abordado por Ritchie (1837), para quien $\frac{dy}{dx}$ es el incremento uniforme y constante de la función. En su trabajo aborda los problemas de razones de cambio con como una herramienta para hacer más accesible el cálculo de Newton y Leibnitz que era de difícil comprensión para sus estudiantes, el cual era considerado como “a science of symbols and mere algebraic formulae, with scarcely any illustration or practical application”. Para Ritchie el cálculo diferencial tiene por objeto determinar la tasa de cambio $\frac{dy}{dx}$.

Teniendo en cuenta la descripción de las anteriores tres categorías que engloban aspectos relevantes entorno a la enseñanza del cálculo con TIC, se hace a continuación un conjunto de preguntas que orientarán el proceso de investigación a saber:

- ¿Cómo interpretar las TIC desde la teoría de la génesis instrumental para integrar la propuesta del Ministerio de Educación a la enseñanza del objeto $\frac{dy}{dx}$?
- ¿Cómo abordar la comprensión del inseparable todo del objeto $\frac{dy}{dx}$ con las TIC?
¿Cómo promover una comprensión coordinada del objeto $\frac{dy}{dx}$ con las TIC?

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En Colombia la educación con TIC ha traído cambios para la enseñanza, estos incluyen normativas y propuestas curriculares, así como también nuevas interacciones entre docentes y estudiantes****. A continuación se presenta un contexto particular de enseñanza en el cual los cambios mencionados convergen con los referentes teóricos en el planteamiento del problema de esta investigación.

Con el fin de reconocer las particularidades en un contexto para la enseñanza de las matemáticas, se elabora e implementa un diagnóstico***** con el grupo de introducción al cálculo del programa Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia. Este indaga por información relacionada con el desempeño de los estudiantes al resolver problemas operativos asociados a las derivadas, a lo cual se identificaron dificultades durante el planteamiento e interpretación de ecuaciones para la solución de problemas de razones de cambio. Es desde este contexto, que se piensa el uso de las TIC como instrumento para la construcción de significados en torno a la comprensión y solución de estos problemas.

Pero antes de desarrollar una propuesta de enseñanza con TIC, se hace necesario tener en cuenta los documentos rectores (plan decenal de educación, estándares y lineamientos curriculares, etc.), la normativa Colombiana y más puntualmente en la normativa de la Universidad. Al respecto, el Plan Decenal de Educación 2006-2016, presenta las tecnologías como eje transversal al currículo, así como herramienta de motivación al estudiante para su trabajo en clase. Otro documento

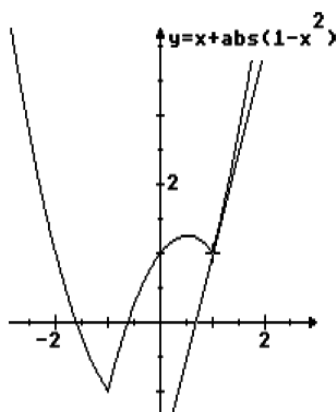
**** Como por ejemplo la enseñanza con tablets, el programa Descartes en España y la elaboración y uso de programas como Geogebra y Modellus.

***** Diagnóstico compuesto por actividades respecto del uso de TIC, estas fueron aplicados durante clases anteriores a esta investigación y su objetivo fue abordar la comprensión de los estudiantes respecto a la derivada como razón de cambio. Entre estas se destacan talleres, ejercicios operativos y charlas para la socialización de sus trabajos.

relevante para este trabajo es el Plan de Desarrollo de la Universidad de Antioquia 2006-2016, el cual expone la necesidad de una actualización institucional a través del cambio y modernización de equipos en la institución, con el fin de fortalecer los procesos de investigación de la universidad.

En adición a los documentos rectores y normativa a la cual se hizo referencia, también diversas experiencias de enseñanza de las matemáticas desarrolladas con tecnología han sido consideradas; entre estas, se destaca: el uso de un graficador de funciones para el aprendizaje del concepto tangente, experiencia registrada en el texto Chords, tangents and the Leibnitz notation (Tall, 1985, pp.1-15). Esta experiencia da cuenta de la comprensión hecha por estudiantes a medida que grafican tangentes en el software SuperZomm*****, el cual les permite trazar por un pico de la función una o más rectas tangentes a la curva como se muestra en la figura 1.

Figura 1. Tangentes en una esquina de la curva



Fuente: Tall, D. (1985). Chords, Tangents and the Leibniz Notation. Journal Mathematic Teaching, (Vol. 11). pp. 48-52.

**** Super Zoom es un software para graficar funciones. Cuando en este el estudiante traza rectas tangentes a una curva en este, el software grafica una recta secante con una distancia de 0.0001 entre los dos puntos de la curva, distancia que no es perceptible a la visión humana (Tall, 1985).

Al respecto, Tall retoma los apuntes de otros autores, quienes señalan que los estudiantes por lo general comprenden la pendiente $\frac{dy}{dx}$ como una fracción, y se pregunta por si es posible mantener esta comprensión de la pendiente. Luego de hacer una revisión del uso del objeto $\frac{dy}{dx}$ en el trabajo de Leibnitz y desarrollar conceptos del cálculo vectorial tales como el vector tangente y la regla de la cadena, el autor propone trabajar el concepto de pendiente como el vector tangente, en lugar del cociente $\frac{dy}{dx}$.

Es desde la propuesta de Tall que surge el interés por abordar las razones de cambio como componente disciplinar de la propuesta de enseñanza con TIC que se pretende desarrollar en este trabajo, sin embargo en lugar de reemplazar el objeto $\frac{dy}{dx}$ por el vector tangente se retoman la interpretación que Ritchi hace de este como razones de cambio o derivadas en su texto Principles of the Differential and Integral Calculus. Según el autor, los problemas de razones de cambio pueden considerarse como una herramienta didáctica para la comprensión de la derivada. Este planteamiento nos permite la interpretación de la derivada como razón de cambio y se espera que, los estudiantes puedan superar las dificultades que presentan durante la elaboración de estos problemas.

Ahora bien, luego de saber cuáles son los elementos a tener en cuenta para el diseño de la propuesta de intervención, se presenta la Teoría de la Actividad Instrumentada (TAI) como marco articulador de las TIC, los estudiantes y el objeto de conocimiento en nuestro caso: “la derivada como razón de cambio”; estos tres elementos presentados en la TAI como: el instrumento, el sujeto y el objeto respectivamente. Así pues, en este trabajo entender la relación entre ellos y su interacción en el ambiente de aprendizaje*, es un objetivo fundamental en tanto se asumen los cambios que acontecen en la educación de nuestro país, mas desde sus posibles sentidos, que desde su carácter legal.

* Al nombrar el término ambiente de aprendizaje se hace alusión a la propuesta de Jackeline Duarte.

La descripción hecha en los anteriores párrafos muestra entonces la necesidad de enseñar la derivada como razón de cambio haciendo uso de las TIC, necesidad en la cual estas últimas son pensadas como parte de las interacciones que tienen lugar en los ambientes de aprendizajes. Es desde esta perspectiva que se formula la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo caracterizar el proceso de génesis instrumental con TIC en la enseñanza de las razones de cambio en el curso de Introducción al Cálculo de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación en la Universidad de Antioquia?

2.1. Objetivos

2.1.1. Objetivo general

Caracterizar el proceso génesis instrumental con TIC en la enseñanza de las razones de cambio en estudiantes de introducción al cálculo de la Universidad de Antioquia.

2.1.2. Objetivos específicos

- Analizar los procesos de instrumentalización e instrumentación con TIC en la enseñanza de las razones de cambio.

- Identificar esquemas de uso en estudiantes durante el proceso génesis instrumental de las razones de cambio.

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Referentes teóricos

La enseñanza de las matemáticas mediada por las Tecnologías de la Información y Comunicación nos permiten asumir los cambios de roles que desde los documentos rectores (plan decenal de educación, estándares y lineamientos curriculares etc.) y la normativa Colombiana se proponen en la educación. Al respecto el MEN señala:

“La puesta en escena de lineamientos tal como están pensados, así como el espíritu de la Ley General de Educación, implican que las relaciones entre el maestro, los alumnos, la matemática escolar y la institución sean replanteadas (...) Este replanteamiento exige nuevos roles tanto de la institución como de maestros y alumnos.” (Lineamiento curriculares, p. 98)

No obstante, para llevar a cabo dichos cambios se hace necesario elaborar un discurso coherente con las disciplinas y didácticas, en este texto tal coherencia se aborda desde el concepto génesis instrumental (GI), el cual articula TIC y otros elementos que convergen en el aula de clases. A continuación se presenta lo que al respecto de la GI se habla en las teorías de autores como Artigue, Rabardel y Vygotski, los cuales son considerados referentes teóricos para entender en un sentido más amplio este concepto.

La génesis instrumental es el proceso por el cual el sujeto se apropia de esquemas presentes en la transformación del artefacto en instrumento (Artigue 2001). En esta definición la autora presenta una distinción entre artefacto e instrumento, e incluso hace alusión a dos direcciones presentes en este proceso: hacia el artefacto

(instrumentación) y hacia el sujeto (instrumentalización); siendo el primero el proceso en el cual se da una acumulación de usos específicos del artefacto y el segundo el proceso donde el sujeto adquiere esquemas de acción, los cuales posteriormente llegan a ser lo que en su discurso denominan “techniques”^{**}.

La separación de la génesis instrumental entre dos sub-procesos (instrumentación, instrumentalización), se explicará con detalle, pero no sin antes remontarnos a su origen. En este sentido, Vigotsky estudia el desarrollo del lenguaje en el niño y desde allí habla del papel que juegan los instrumentos y los signos durante su adquisición. Para el autor estos dos conceptos son diferentes, sin embargo ambos son parte constituyente de lo que denomina actividad mediada. En su teoría se hace una distinción explícita entre el concepto signo y tool^{***}, el signo es un medio de actividad interna que genera un dominio (mastering) de uno mismo, es decir, el signo es “internamente orientado” hacia la estructura cognitiva del individuo. Por otro lado el tool es un medio con el cual la actividad externa del sujeto permite un “mastering” de la naturaleza, este permite controlar los cambios en el objeto, es decir, es “externamente orientado”. Ambos, signo y tool orientan el comportamiento humano de una forma indirecta y por tanto juegan un papel de mediación. Vigotsky apunta que para que se dé la actividad mediada es necesaria la existencia de ambos, en una unidad que permite al niño su desarrollo cultural. Cuando en una actividad (psicológica, según Vigotsky), se presenta la combinación de signo y tool, se dice entonces que hay allí unas funciones psicológicas superiores^{****}.

^{**} Las “techniques” o técnicas comprenden tanto formas de solucionar una tarea como complejos razonamientos y rutinas de tareas menores a la asignada para el uso del instrumento. En adición, tienen un valor pragmático en tanto producen un resultado y un valor epistemológico, es decir, un valor relacionado con la comprensión del objeto, el cual se caracteriza por no estar presente inicialmente en el artefacto.

^{***} Tool puede traducirse como herramienta. Sin embargo esta traducción no se hace ya que en este texto se hace explícita la definición de tool presentada por Vigotsky en su texto *Mind and Society*.

^{****} Otro concepto desarrollado por Vigotsky es la internalización, o el proceso por el cual una reconstrucción interna llega a ser una operación externa debido a una serie de “eventos desarrolladores”.

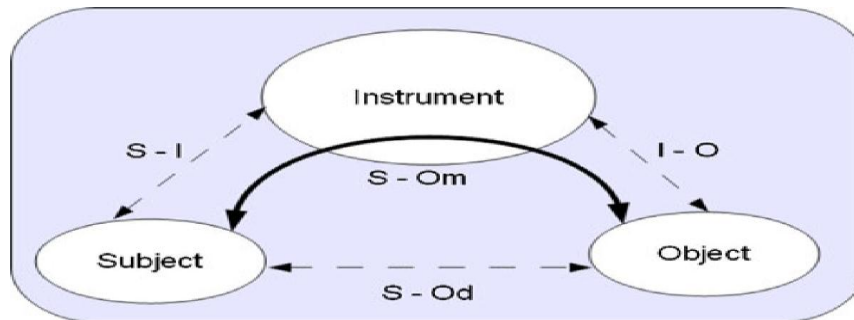
Otros autores como Rabardel y Verillon (1995) hacen un aporte al discurso de la mediación con el modelo situaciones de actividad instrumentada****, en el cual se explica la relación entre sujeto y tool a través de la triada sujeto-instrumento-objeto. Para su desarrollo, definen y diferencian el artefacto u objeto material o simbólico del instrumento o constructo psicológico que el sujeto asocia a la acción para el desarrollo de la tarea asignada, apuntando que en el momento en el cual el sujeto establece una relación instrumental con el artefacto, este último toma el carácter de instrumento. La triada también está compuesta por las relaciones entre:

- Sujeto – objeto
- El sujeto – instrumento
- El instrumento - uso para el cual fue pensado
- Sujeto - objeto –instrumento

**** Conocido como modelo IAS por sus siglas en inglés: Instrumental Activity Situation.

Gráficamente estas relaciones pueden observarse en la figura 2.

Figura 2. Triada sujeto – objeto – instrumento



Fuente: Rabardell, P. (2002). Designin for instrument-mediate activity. Scandinavian Journal of Information Systems, 2000, 12: p. 173

La relación sujeto-objeto mediada por el instrumento, es abordada por Rabardel con mayor profundidad. El autor propone los componentes artefacto y esquemas asociados como unidad con la cual el instrumento adquiere un carácter de mediación, la cual se compone de una dimensión práctica para la producción del sujeto, epistémica para el análisis de lo producido y heurística para la modificación de lo que anteriormente se produjo. Esta relación sujeto-objeto, tiene lugar en el proceso de la instrumentación, o el proceso en el cual emergen esquemas y se incorporan esquemas existentes a nuevos artefactos. En sentido estricto, Rabardel no define lo que es un esquema, en su lugar desarrolla el concepto uso de esquema, el cual hace referencia a las experiencias pasadas que el sujeto utiliza para la interpretación de nuevos datos o situaciones. Este uso de esquema tiene un carácter social en tanto es compartido o resulta del trabajo de un grupo de personas, así como individual en tanto depende del significado asignado por cada sujeto. En adición Rabardel apunta que los esquemas pasan por un proceso

de asimilación y acomodación^{*****}, formándose para el sujeto como unidad durante el desarrollo de la actividad instrumentada.

A modo de cierre, se resalta el papel articulador de la génesis instrumental entre la normativa colombiana, las TIC y otros discursos presentes en el aula; en tanto que este nos abre paso a pensar nuevas preguntas respecto de a procesos enseñanza-aprendizaje, tales como: ¿el papel mediador que el maestro puede asignarle a las TIC durante la enseñanza?, ¿las génesis instrumentales que los estudiantes llevan a cabo durante la apropiación de objetos de la clase? y ¿las relaciones que surgen de una consideración instrumental de la actividad?, definida por la triada presentada en el modelo de la Actividad Instrumentada.

3.2. Referente Legal

- En educación los avances tecnológicos han permitido la interconexión con diferentes contextos, lo cual ha tenido grandes impactos en el proceso de enseñanza y aprendizaje y supone un reto tanto para docentes como para estudiantes. Por ello, es necesario que el sistema educativo esté en constante evolución y acorde con las exigencias que la sociedad plantea; pues tal como lo menciona Octavio Paz “Las masas humanas más peligrosas son aquellas en cuyas venas ha sido inyectado el veneno del miedo (...) del miedo al cambio” (p.). Entonces, se deben formar ciudadanos con la incorporación de las TIC y fortalecer el desarrollo de competencias necesarias en los profesionales que hoy por hoy requiere la sociedad. De acuerdo a ello, se hace necesario conocer las metas y los riesgos que se plantean en la sociedad a partir de documentos que legislan la educación para orientar los procesos de enseñanza aprendizaje:

^{*****} La asimilación del esquema se debe a su posibilidad de ser aplicado en diferentes tipos de artefactos y la acomodación del esquema se relaciona con su característica de ser modificable en una situación diferente para la que inicialmente fue pensado.

- **Ley 30 de 1992**, en la que se expresan las normas que regulan la organización del servicio público de la educación superior. Entre sus objetivos se encuentra el de contar con tecnologías que permitan atender las necesidades que se presentan en la sociedad; además, en el capítulo VII, respecto del control, el fomento y la vigilancia se alude a promover el dominio de la tecnología y a la creación de incentivos a las instituciones que lo desarrollen.

- **El Acuerdo Superior 1 de 1994 (Estatuto General de la Universidad de Antioquia)**. Uno de los objetivos de la Universidad de Antioquia se centra en difundir la información de las diferentes áreas del conocimiento a través de la utilización de los medios de comunicación; además, en el ámbito de su autonomía la universidad tiene en cuenta a nivel municipal, departamental y nacional las políticas de ciencia y tecnología.

- **Ministerio de las TIC** que entre sus objetivos se encuentra “promover el uso y apropiación de las Tecnologías de la Información y de las Comunicaciones entre los ciudadanos, las empresas, el gobierno y demás instancias nacionales como soporte del desarrollo social y económico y político de la Nación”, es por esto que en las instituciones independientemente de que sean de carácter público o privado se debe suscitar a utilizar estos elementos como parte integradora en la educación y del proceso de enseñanza-aprendizaje, siendo a la vez la esto la integración del contexto socio-cultural con la escuela.

- **Ley 1286 del 2009**, su objetivo general es fortalecer el Sistema Nacional de Ciencia y Tecnología. A través de esta ley se reglamenta los deberes del Estado en cuanto al desarrollo científico y tecnológico como ejes transversales del país; el de definir los entes económicos para la destinación de recursos públicos y privados; el

de promover la investigación científica, el desarrollo tecnológico, la innovación y el diseñar modelos contemporáneos y visionarios en los procesos de enseñanza.

- **Plan decenal de educación 2006-2016** entre sus propósitos se encuentra:

“La educación como política de Estado debe materializarse en políticas, planes, programas, proyectos y acciones que promuevan la cultura, la investigación, la innovación, el conocimiento, la ciencia, la tecnología y la técnica, que contribuyan al desarrollo humano integral, sostenible y sustentable, a través de la ampliación de las oportunidades de progreso de los individuos, las comunidades, las regiones y la nación” (p.4).

- En cuanto a los fines y a la calidad de la educación en el siglo XXI entre las metas para el 2016 está la flexibilidad curricular articulada a todas las dimensiones del ser humano (aprender a: ser, hacer, aprender) y además se encuentran las dimensiones científicas y tecnológicas contextualizadas privilegiando la apropiación de las TIC.
- En lo concerniente a renovación pedagógica desde y uso de las TIC en educación, entre sus macro objetivos se encuentra; la dotación de instituciones en infraestructura tecnológica e informática con calidad para mejorar procesos pedagógicos y realizar una transversalidad, como promover investigaciones para darle sentido a las TIC. Además, el fortalecimiento de los proyectos educativos continuamente para perfeccionar los currículos y propiciar el uso ético y pedagógico de las TIC y desarrollar inteligencias cognitivas, sociales y prácticas. Por ello, se busca brindar una formación inicial en TIC en las facultades de educación y en las normales, de esta forma generar una transformación pedagógica para direccionar el

quehacer educativo y centrar la labor de enseñanza en el estudiante como sujeto activo, como estrategia pedagógica; para un aprendizaje significativo pertinente.

- En el capítulo IV ciencia y tecnología integradas a la educación, se menciona la articulación de la educación y el trabajo con la tecnología, el fortalecimiento de una cultura de la ciencia, la tecnología y la innovación de manera articulada al desarrollo humano. El fomento del “conocimiento científico y el desarrollo tecnológico, que permita generar, adaptar, transferir e innovar tecnologías que impacten significativamente sobre el desarrollo social y económico, como medio para el mejoramiento de la calidad de vida y desarrollo sostenible de las comunidades” (p.15).

- **Plan de desarrollo 2006-2016 Universidad de Antioquia**, donde se menciona que se debe profundizar en aspectos formativos referentes a la consolidación de las relaciones que existen entre la sociedad, la ciencia y la tecnología. La Universidad se plantea esfuerzos para estar a la par con los avances tecnológicos que se presentan en el contexto, para articularse de una forma objetiva con los conocimientos que se generan a nivel mundial; siendo por esto que, esta institución concibe las TIC como una forma de posibilitar nuevos “ambientes y entornos de aprendizaje”, a través de su uso se logra un mayor acceso a la educación. Como se menciona es este documento, “las funciones misionales de investigación, docencia y extensión, impone como reto para la Universidad asimilar, desarrollar e incorporar el potencial que brindan estas tecnologías” (p. 83), esto especialmente en los diferentes espacios de aprendizaje y se sustenta en su objetivo estratégico cuatro referente a fortalecer el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones —TIC— en los procesos de formación; debido a que se hace énfasis a desarrollar cursos utilizando las tecnologías de la información y las comunicaciones.

- **Lineamientos curriculares de matemáticas**, que agrupan el pensamiento matemático en cinco tipos que corresponden al pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico, pensamiento variacional y pensamiento aleatorio. Desde el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, se hace énfasis en la variación, para definir la forma en que el cambio de una cantidad produce un cambio en la otra, a partir de esto se definen las variables independientes y las variables dependientes. Este pensamiento está ligado a los demás pensamientos matemáticos, característica que lo sitúa en involucrar diferentes sistemas como los numéricos, los geométricos, los de medidas y los de datos. Se promueve la utilización de un lenguaje propio de la matemática, la reconsideración de los conceptos aprendidos, el uso práctico en diferentes situaciones. Por tanto, “este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana” (p.66).

Estos lineamientos tienen en cuenta los avances tecnológicos, se plantea que deben surgir nuevas visiones en cuanto a la matemática escolar y reconocer sus diferentes impactos, por ello los docentes deben prepararse y replantear nuevas formas de enseñar el cálculo con la ayuda de las TIC.

3.3. Referente conceptual

Las razones de cambio hacen parte de las mayas curriculares de la escuela, así como de los cursos de cálculo de primeros años de la universidad. A continuación se presentarán algunas reflexiones hechas en torno a este objeto matemático, así como su interpretación mostrada en libros y estudiantes de cálculo.

En los libros de cálculo uno de los temas trabajados en el capítulo de la derivada son los problemas de razones de cambio. Por lo general, en estos se presenta una definición y ejemplos con razones de cambio como: $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d\theta}{dt}$; en donde x, y, z, r son medidas de distancia, v de velocidad y θ es una magnitud angular. En general se destaca que en estos textos el tiempo siempre es la variable independiente, en adición esta característica es reforzada con la definición presentada de estos problemas:

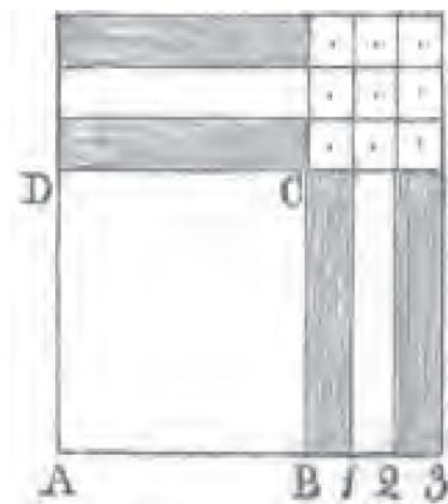
- Las tasas de variables relacionadas en el mundo real (...) las variables tienen una relación específica para valores de t (Leithold, 7ma edición).
- Si una variable y depende del tiempo t , entonces su derivada $\frac{dy}{dt}$ se denomina razón de cambio con respecto al tiempo o solo razón de cambio (Purcell, 9na edición).
- Estos problemas son presentados como una aplicación de la regla de la cadena a problemas físicos. En todos sus ejemplos el tiempo es la variable independiente (Apóstol, 2da edición).
- En un problema de razones de cambio relacionadas (...). El procedimiento consiste en hallar una ecuación que relacione las dos cantidades y luego, aplicar la regla de la cadena para ambos miembros con respecto al tiempo (Stewart, 3ra edición).

Teniendo en cuenta lo anterior, se plantean las siguientes preguntas: ¿Qué son los problemas de razones de cambio? ¿Cómo y por qué se originaron? Y ¿Qué papel juega el tiempo en los problemas de razones de cambio? Con el fin de dar respuesta a estas preguntas se hace una revisión literaria de la cual se siguen las siguientes interpretaciones de estos problemas.

3.3.1. Interpretación uno: Los problemas de razones de cambio para el autor

El texto *Principles of the differential and integral calculus* escrito por Ritchie presenta por primera vez lo que hoy conocemos como problemas de razones de cambio, este se destaca por sus gráficos y explicaciones geométricas de los conceptos del cálculo. Un ejemplo de esto es el problema del incremento uniforme del lado de un cuadrado, el cual es descrito por el autor con ayuda de la fig3.

Figura 3. Incrementos en el cuadrado



Fuente: Ritchie, W. (1836). *Differential and Integral Calculus*. (p.10). Londres.

En la imagen, AB representa el lado de un cuadrado y la distancia B1, el incremento en una unidad al lado del cuadrado. Si se observa en este caso el incremento del área del nuevo cuadrado, esta es de dos rectángulos y un cuadrado. Si hacemos un nuevo incremento de una unidad al lado del cuadrado que ahora tenemos, se puede observar que ahora el incremento del área es de dos rectángulos y tres cuadrados. En la figura la distancia 23 es la unidad que se agrega al nuevo lado del cuadrado y para este caso se observa que el área incrementa por dos triángulos y cinco cuadrados.

Con este ejemplo el autor expone los incrementos no uniformes de la función en relación con incrementos uniformes en la variable independiente como la razón por la cual se creó el cálculo de las derivadas. Posteriormente, se introduce la definición de la derivada como la tasa a la que la variable independiente aumenta, así como también la tasa que una cantidad varía uniformemente, en tanto se citan las palabras de Newton y Leibnitz, en sus respectivos trabajos.

Otro problema propuesto y solucionado por el autor es la tasa de variación del volumen de un cono si se sabe que el lado de este varía uniformemente. Es decir que si el lado del cubo es inicialmente x^3 y el incremento de este será h , entonces la nueva área será $(x + h)^3 = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3$, de donde se deduce que el incremento del volumen está dado por $3x^2h + 3xh^2 + h^3$. Para que este incremento fuera proporcional al incremento del lado del cubo, se debería cumplir la relación $h : 3x^2h + 3xh^2 + h^3$ o lo que es lo mismo $1 : 3x^2 + 3xh + h^2$, lo cual no es cierto hasta que $h \approx$ pequeño y se tiene la siguiente proporción $1 : 3x^2$, que en términos de derivadas puede expresarse como $dx : du :: 1 : 3x^2$ o $du = 3x^2dx$, tomando a u como el volumen del cubo.

3.3.2. Interpretación dos: Las razones de cambio para los estudiantes

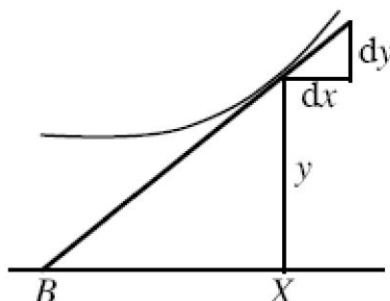
En su texto *Chords, tangents and the Leibnitz notation*, Tall presenta anotaciones de diferentes autores respecto a la interpretación dada por estudiantes de cálculo al objeto $\frac{dy}{dx}$, a lo cual obtiene que:

- Es una notación representando el gradiente de una curva.
- Es un símbolo para una fracción.
- Es un dy dividido por un dx.

En general se dice que los estudiantes conciben este objeto como un cociente y posteriormente lo usan como tal durante la solución de ecuaciones diferenciales por separación de variables.

Al respecto el autor se propone responder a la pregunta por el significado manejable en clases que puede tener este objeto como cociente, resaltando de su búsqueda la definición del trabajo de Leibnitz, sobre dy como la longitud del incremento correspondiente en y tal que el cociente $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{XB}$ en la siguiente figura:

Figura 4. La derivada como una proporción



Fuente: Tall, D. (1985). Chords, Tangents and the Leibniz Notation. *Journal Mathematic Teaching*, (Vol. 11). pp. 48-52.

Es decir, dy es cualquier incremento correspondiente a la tangente. Al finalizar su texto Tall propone centrarse en el concepto de vector tangente en lugar de cociente, este primero es definido por él utilizando las definiciones extraídas del trabajo de Leibnitz. Aunque el autor no lo dice explícitamente, se puede deducir que con esta forma de abordar el objeto $\frac{dy}{dx}$ el estudiante supere la fragmentación que hace a este, imposibilitando su interpretación como un todo.

En consecuencia con las anteriores interpretaciones presentadas en torno a los problemas de razones de cambio, se resalta para este trabajo el carácter didáctico que estos tuvieron en el texto de Ritchie, así como el esfuerzo de este autor por presentar las razones de cambio como objetos matemáticos que describen cambios continuos en la función a cambios continuos en la variable independiente. Es desde esta interpretación que se espera abordar en este texto la comprensión fragmentada en torno a las razones de cambio, así como una comprensión más amplia de la derivada como concepto fundamental del cálculo.

4. DISEÑO METODOLÓGICO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Estudio de caso

La metodología por la que se dirige este trabajo es por el estudio de caso. Yin (2009) alude a un estudio de caso como una indagación empírica que investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto real de existencia, cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes y en los cuales existen múltiples fuentes de evidencia que pueden usarse. Existen diversas clasificaciones de estudio de caso, en esta propuesta nos centraremos en el estudio de caso colectivo donde se estudia un determinado número de casos para analizar un fenómeno en particular, además por sus características es a la vez un estudio de caso instrumental extendido a varios casos.

4.1.1. Muestra poblacional

Las intervenciones realizadas se desarrollaron con seis estudiantes del curso de Introducción al Cálculo de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia.

Los casos se eligieron teniendo en cuenta que se permitiera estudiar las situaciones para la obtención de información necesaria en el estudio, además de que se busca analizarlos desde su carácter holístico, también se quiere realizar una comprensión y teorización del fenómeno como tal. De acuerdo a ello, estos casos, se seleccionaron a partir de tres condiciones iniciales:

- Disposición de los estudiantes a colaborar con la investigación.
- Motivación de los participantes en aprender con las TIC.
- Competencias básicas para el manejo de un computador.

Los casos seleccionados para este proceso son; Julián, Antonio, Mauricio, Jorge, Carlos y Nayareth quienes se encuentran cursando sus primeros semestres de la licenciatura. En una reunión para la selección de los casos los estudiantes han manifestado que Nayareth es la única que viene con bases de su colegio acerca de la derivada, los demás dicen tener los conocimientos impartidos en sus clases de cálculo en la universidad. Carlos por su parte, es repitente en curso de introducción al cálculo.

4.1.2. Delimitación espacial

Esta investigación se realiza en la Universidad de Antioquia, la cual es una institución estatal de Colombia, además es la principal del departamento de Antioquia y tiene convenios con otras universidades a nivel nacional e internacional. Específicamente se desarrollará en la Facultad de Educación en el programa de Licenciatura en Matemáticas y Física en el espacio de formación de Introducción al cálculo para la versión 2 del programa.

4.1.3. Fuentes de información

Para poder llevar a cabo la investigación se contaron con fuentes de información primarias como: el diagnóstico, las entrevistas y los talleres y secundarias como: fotos, vídeos y la observación directa.

4.1.4. Instrumentos de recolección

Se presentan a continuación los instrumentos que ayudaran a obtener la información necesaria para el análisis. Por ser una investigación cualitativa se destaca el rol que juega el investigador puesto que es quien asigna significados y por tanto, busca la comprensión de todo lo que acontece, incluyendo el contexto en el que se desenvuelven las personas. De acuerdo a Stake (1999) “la investigación cualitativa intenta establecer una comprensión empática para el lector, mediante la descripción, a veces la descripción densa, transmitiendo al lector aquello que la experiencia misma transmite”(p.42). Además, se establecen interpretaciones evidenciadas en las observaciones, en los diarios del campo y en el análisis de la información; ante ello, este enfoque le da más solidez a los resultados que se obtengan en la investigación ya que se utilizan diferentes instrumentos y procedimientos para la recolección de la información, los cuales contribuirán en la realización de la triangulación. Sin descuidar posibles acontecimientos que surjan en la construcción, recolección y análisis de la información, esto debido a que en el contexto educativo se pueden presentar variados escenarios de los cuales pueden surgir categorías emerger nuevas categorías.

Los instrumentos seleccionados para obtener la información en coherencia con el enfoque cualitativo, fueron las siguientes:

- **Diagnóstico:** Es realizado a partir de una serie de preguntas a estudiantes del curso de introducción al cálculo, para conocer acerca de su contexto, estados de opinión, la enseñanza del cálculo, los gustos con respecto a las TIC.
- **Diario de campo:** El cual es visto como la reflexión que el docente realiza de la clase realizada. Para Salinas (2000) el diario pedagógico es el “escrito desde la condición de sujetos públicos que reconocen la necesidad e importancia de la observación, la cual trasciende a la reflexión, la investigación y el plan de acción o mejoramiento desde una visión propositiva” (p.6). El diario pedagógico es por tanto la interpretación que el docente hace a partir de las observaciones de cada clase y se apoya a partir de argumentos teóricos para poder establecer reflexiones de esas situaciones vividas. Además, deben ser secuenciales para que se permita vislumbrar la coherencia de los procesos que se desarrollan y adquieran un significado respecto al objeto de estudio.
- **Entrevista:** Se concibe como un diálogo entre dos o más personas, está es realizada de una forma semiestructurada permitiendo que se puedan realizar preguntas que surjan al respecto; mientras el entrevistador realiza las preguntas al entrevistado. Se hará una entrevista al profesor de cálculo a priori de las intervenciones, y fueron entrevistados en diversos momentos los estudiantes que hacían parte del proceso. Al respecto, Yin (2009) afirma que la entrevista no ha de entenderse como una consulta inflexible y estructurada, sino como un diálogo donde el investigador debe tener la claridad de perseguir continua y conscientemente una línea de indagación; de esta manera, las preguntas deben aparecer dentro del diálogo de una forma natural y fluida.
- **Registros fotográficos y de vídeos:** Obtenidos de los procesos y los productos realizados durante la implementación de las clases. Se encuentran diversos vídeos

que muestran lo que efectúan los estudiantes durante las intervenciones, y registros fotográficos.

- **Documentos:** En cuanto a los documentos, Stake (1999) menciona que “hay que tener la mente organizada, aunque abierta a pistas inesperadas” (p. 66); se conciben como todas aquellas creaciones escritas y virtuales, talleres y evidencias de la intervención obtenidas durante las intervenciones.
- **Observación directa:** De todos aquellas realidades que surgen en las actividades propuestas y de las experiencias realizadas en las intervenciones.
- **Observación participante:** En la cual el investigador asume dos roles al mismo tiempo, el primero de una forma interactiva como guía del trabajo y el segundo relacionado con la recolección de la información. De acuerdo a lo realizado en la intervención y buscando analizar los procesos de instrumentación e instrumentalización, se presenta a continuación dos preguntas que se tuvieron en cuenta para realizar la observación: qué observar y cómo orientar la recolección de datos.

4.2. Categorización

La propuesta de categorización se presenta detalladamente en la tabla de categorías apriorísticas, consta de un ámbito temático, el problema de investigación, la pregunta de investigación, objetivos generales, objetivos específicos, categorías y subcategorías. De las subcategorías emergen preguntas de pertenencias al

estamento docentes de aula y preguntas pertenecientes al estamento estudiantes, esto para orientar el proceso de análisis y de triangulación de la información.

Las categorías iniciales fueron a priori, las cuales surgieron del diagnóstico socioeconómico, del diagnóstico conceptual y del marco teórico adoptado para esta investigación.

Tabla 2. Categorías apriorísticas

Ámbito temático	Problema de investigación	Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías
La derivada desde una perspectiva variacional a través de las tic: una propuesta de génesis instrumental	Aunque los estudiantes resuelven operativamente los problemas de razones de cambio, se les dificulta identificar el cociente de diferenciales a utilizar para su solución.	¿Cómo contribuye el proceso de génesis instrumental a la comprensión de la derivada como razón de cambio a través de las TIC en el curso de Introducción al Cálculo de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación en la Universidad de Antioquia?	Caracterizar el papel mediador de las TIC en el proceso génesis instrumental de las razones de cambio en estudiantes de introducción al cálculo de la Universidad de Antioquia.	Analizar la comprensión en los estudiantes durante el proceso de génesis instrumental de las razones de cambio.	Génesis instrumental	-Instrumentalización -Instrumentación

Identificar esquemas de uso en estudiantes durante el proceso génesis instrumental de las razones de cambio.	Esquemas de uso	-Esquemas de uso orientado al sujeto. -Esquemas de uso orientado al objeto.
---	--------------------	--

Tabla 3. Subcategorías apriorísticas

Subcategorías	Preguntas pertenecientes al estamento docentes de aula	Preguntas a sujetos pertenecientes al estamento estudiantes
Instrumentalización	¿Qué herramientas tecnológicas incluye usted en el desarrollo de las clases de cálculo?	¿Ha recibido clases de cálculo en las que se implementen artefactos tecnológicos en el proceso de aprendizaje? ¿cuáles?
Instrumentación	¿Ha desarrollado alguna clase de derivadas en la cual los estudiantes asignen significados a las herramientas tecnológicas utilizadas en el área?	¿Ha desarrollado algún aprendizaje de la derivada mientras utiliza las TIC en el área de cálculo?
Esquemas de uso orientado al sujeto	¿Los estudiantes se apropian del concepto de derivada como cociente de diferenciales?	¿De qué manera ustedes se apropian del concepto de derivada como cociente de diferenciales?

Esquemas de uso
orientado al objeto

¿Ha identificado algunos esquemas de uso
que hayan desarrollado sus estudiantes
durante la enseñanza de la derivada?

¿Qué significados personales ha construido
durante el aprendizaje del concepto de
derivada con las TIC?

4.3. Orientaciones metodológicas

Se presenta a continuación la propuesta de intervención efectuada a partir de tres momentos: preparación, implementación y análisis. En el primer momento dirigido a la preparación se encuentra la exploración, el diseño y la descripción de diagnósticos, entrevistas y la estructura de clases. En el segundo momento se realiza la intervención, el registro de datos y la recolección de la información (diarios de campo y entrevista). Además, también se confronta la información obtenida con los objetivos de la investigación. El tercer momento está orientado al análisis y la sistematización de registros, además se profundiza y se presentan los resultados para con ello realizar la redacción del informe final, la interpretación de los datos, la clasificación de la información, la triangulación y la confrontación de datos con las categorías apriorísticas. A continuación se detallaran cada uno de los momentos antes mencionados.

4.3.1. Momento 1: Preparación

Para llevar a cabo esta investigación se asumió una secuencia lógica con el propósito de que todos los datos empíricos se conecten a la pregunta y a los objetivos asumidos en la investigación. En este primer momento se encuentran los materiales que serán utilizados, entre ellos la estructura del diario de campo, los diagnósticos que se planean realizar, el diseño de las entrevistas, el cronograma de clases, la estructura de las clases y el diseño de materiales. A continuación se presenta cada uno de ellos:

- **Diseño del diario de campo:** La estructura de diario de campo que abordamos está conformada por: el número de la clase, para asignar un orden a las sesiones; el ambiente de aprendizaje, relacionado con el espacio en que se desarrollan las clases, la disposición y organización espacial, los roles de los estudiantes y los docentes y las relaciones establecidas en clase; la fecha y la hora para llevar un registro de los tiempos en que se realizan las clases, el número de estudiantes, el espacio de conceptualización que en este caso es Introducción al Cálculo, el tema, los objetivos que se esperan lograr en las clases, la descripción de la clase que tiene que ver con lo que se hizo y ocurrió en el momento de la intervención y la reflexión, que tiene que ver con un análisis de lo ocurrido en cada clase en torno a las TIC y al concepto de razones de cambio. (Anexo 1).

- **Diseño de diagnósticos:** Se realizaron dos diagnósticos, socioeconómicos y de aspectos conceptuales, con ellos se espera identificar el contexto en el cual se desempeñan los estudiantes, su motivación por aprender a través de las TIC y fortalezas y debilidades en cuanto a conceptos del cálculo.

Diagnóstico socioeconómico: Conformado por veinte preguntas, algunas de ellas dirigidas a conocer el contexto en el cual se desempeñan los sujetos participantes, lo cual es acorde a la metodología asumida en la investigación que es el estudio de caso. También se realizan once preguntas para identificar los intereses que los estudiantes tienen con respecto a las TIC, el uso que se les da y el lugar desde el cual tienen acceso a internet, para evaluar la factibilidad de poder realizar diferentes actividades. Además, se considera importante saber si los casos tienen conocimientos de software educativos especialmente en el área de cálculo. Se finaliza preguntando acerca del aprendizaje del cálculo a partir de las TIC teniendo en cuenta sus ventajas y desventajas (Anexo 2).

Diagnóstico conceptual: Se realizan siete preguntas, teniendo en cuenta conceptos tales como dominio y rango de una función, gráficas de funciones, rectas tangentes, diferenciabilidad y continuidad y derivada implícita. Se considera importante que los estudiantes tengan conocimientos acerca de la derivada, que realicen derivadas implícitas, para poder llevar a cabo nuestra investigación (Anexo 3).

- **Diseño de entrevista:** La entrevista se realiza con el propósito de conocer algunas experiencias y conocimientos que el docente posee acerca de la derivada como razón de cambio y el uso de las TIC en las clases de cálculo. A continuación, se presentan las preguntas para realizar en la entrevista al docente.

1. ¿Cuáles son las mayores dificultades que usted ha identificado en los estudiantes de cálculo diferencial, especialmente en el concepto de razón de cambio instantáneo?, ¿A qué cree que se deben estas dificultades y cómo las ha afrontado?
2. ¿Usted cree que el uso de TIC puede ayudar a los estudiantes en el desarrollo del concepto de razón de cambio?
3. Desde una revisión literaria una de las formas de trabajar la derivada como cociente de diferenciales es a través de la relación de lo simbólico y lo gráfico ¿Cómo lo desarrolla usted?
4. ¿Ha implementado las TIC en las clases de cálculo?, ¿de qué forma? O ¿por qué no?
5. ¿Sabe usted que en la facultad hay más de 40 calculadoras Texas y pizarra virtual?
6. Con respecto al concepto de razones de cambio ¿qué bibliografía y sugerencias tiene para abordar esta temática?

- **Cronograma de clases:** A partir del siguiente cuadro se presenta el cronograma que se planea desarrollar en las clases, teniendo en cuenta la fecha, el número de clases, los propósitos, los responsables y los participantes.

Tabla 4. Cronograma de clases

Fecha	Clases	Descripción	Propósito	Responsables	Participantes
Mayo 31/2013	1-2	Se realizará un diagnóstico socioeconómico “online” y un diagnóstico de conocimientos previos.	Aplicar un diagnóstico pedagógico a los estudiantes de Introducción al cálculo utilizando herramientas tecnológicas.	Docentes en formación	Estudiantes y docentes en formación
Junio 5/2013	3-4	Se presentaran dos vídeos que hemos realizado con los applets, uno acerca de un cohete y el otro relacionado con la luz de un farol. Además, deberán realizar un taller con un applet de una escalera.	Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de vídeos y applets en Geogebra.	Docentes en formación	Estudiantes y docentes en formación
Julio 17/2013	5-6	Los estudiantes interactúan con una WebQuest y se propone un taller relacionado con los applets.	Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de applets.	Docentes en formación	Estudiantes y docentes en formación
Julio 18/2013	7-8	Se utilizará la técnica expositiva, el taller que se entrega se debe resolver a partir de la interacción de los estudiantes con Geogebra.	Conocer las definiciones y teoremas de los puntos críticos, máximos y mínimos de una función.	Docentes en formación	Estudiantes y docentes en formación
Julio	9	Se realizará una actividad	Evaluar el aprendizaje de los	Docentes en	Estudiantes y

19/2013

evaluativa final en la que los
estudiantes deben utilizar las
TIC para poder realizarla.

estudiantes sobre la aplicación formación
del concepto de derivada
durante un proceso de
aprendizaje con las TIC.

docentes en formación

- **Estructura de cada clase:** Es importante que las clases se desarrollen de acuerdo a una estructura lógica que permita planearlas, teniendo en cuenta el objetivo que se quiere lograr en el aprendizaje, los materiales que se van a utilizar, la metodología a desarrollar, la secuencia a seguir, el ambiente de aprendizaje, los productos y la evaluación. Por ello, las clases se realizaron teniendo en cuenta la estructura que se presenta a continuación, a modo de ejemplo está la clase 1 y 2 (Anexo 4).

Tabla 5. Estructura de clase

Primera y segunda clase	¿Cuál es el número de la clase?
Título “Diagnóstico”	¿Cómo se titula la clase?
Objetivo: Aplicar un diagnóstico pedagógico a los estudiantes de Introducción al cálculo a través de herramientas tecnológicas.	¿Qué se planea hacer en la clase y cómo?
Materiales: Tablero, marcadores borrables, borrador. Hojas, lapiceros, lápices, colores, borrador, sacapuntas. Diagnóstico pedagógico*.	¿Qué elementos se requieren para desarrollar la clase?
Metodología: Aprendizaje colaborativo.	¿Cómo se planea desarrollar la clase?
Secuencia: Saludo y presentación del trabajo de práctica. Elaboración del diagnóstico pedagógico.	¿En qué orden se va a desarrollar la clase?

* El diagnóstico pedagógico está se divide en dos partes: un diagnóstico socioeconómico y otro diagnóstico de conocimientos previos, ambos del estudiante.

<p>Ambiente de aprendizaje: Salón con computador por cada estudiante. Organización y disposición espacial: Los estudiantes elaboran el diagnóstico pedagógico individualmente. Roles: El docente soluciona preguntas que permitan al estudiante dar cuenta de sus conocimientos previos. El estudiante utiliza herramientas tecnológicas con el fin de dar a conocer sus condiciones individuales y socio-ambientales. Relaciones: Estudiante-estudiantes, maestro-estudiante, estudiantes-maestro, estudiante con el mismo, estudiante-información, estudiante-medio informático.</p>	<p>¿En qué espacio se desarrollaran las clases? ¿Cuáles serán los roles de los estudiantes y los docentes? ¿Cómo será la organización y disposición espacial? ¿Cuáles serán las relaciones establecidas en la clase?</p>
<p>Productos Los estudiantes entregan el diagnostico pedagógico. (Anexo 1 y 2)</p>	<p>¿Qué deben entregar los estudiantes?</p>
<p>Evaluación: se tuvieron en cuenta rúbricas, para conocer de una forma más precisa los procesos que desarrollan los estudiantes en las diferentes actividades, en nuestro caso en las tareas propuestas, en el trabajo en equipo y en la solución de situaciones problema. Por tanto, a través de las rúbricas se pretende tener un perfil de fortalezas y debilidades de cada estudiante (Anexo 5).</p>	<p>¿Qué procesos desarrolla el estudiante durante la clase? ¿Qué fortalezas y dificultades posee el estudiante? ¿El estudiante realiza las tareas? ¿Cómo es el trabajo en equipo cuando se realizan trabajos en clase?</p>

- Diseño de materiales que servirán de insumo para las clases:** Para el desarrollo de las clases se diseñaron applets, talleres, videotutoriales, webquest y una página web. A continuación se presenta la descripción de cada uno.

Tabla 6. Diseño de materiales

Material	Descripción
Videotutoriales	<p>Se realizaron dos videotutoriales sobre dos situaciones de razones de cambio, una referida a la variación del ángulo de elevación respecto a un cohete y la otra referente a la rapidez de un rayo de luz. En ambas situaciones se inicia con la presentación de la situación a desarrollar y por medio de un applet se hace la ilustración respectiva. En el applet del cohete la situación se resuelve completamente en el videotutorial, mientras que en la situación del rayo de luz se dejan planteadas algunas preguntas para que los estudiantes realicen los procedimientos algorítmicos correspondientes.</p> <p>En ambas situaciones los estudiantes deben identificar los datos que se dan y aquellos que se piden, además diferenciar aquello que varía de lo que permanece constante; luego se formula la ecuación principal y se procede a resolver en cada caso.</p>
Applets	<p>Se presenta un Applet de la escalera para que con base a éste los estudiantes se puedan ayudar para resolver el taller planeado en la tercera y cuarta clase. En este applet los estudiantes pueden visualizar la escalera en movimiento e identificar claramente aquellos datos que son constantes y aquellos que son variables. También se cuenta con los applets que se utilizaron para la realización de los videotutoriales de estas clases. Además se cuenta con los applets de la sombra de Homero y el del cono, los cuales se presentan en la Webquest de la quinta y sexta clase.</p>
Webquest	<p>Consta de una bienvenida, de una introducción, del proceso a desarrollar, de tareas y de una evaluación. El objetivo de esta WebQuest es que los estudiantes establezcan conexiones entre la derivada como razón de cambio y la vida cotidiana, para ello se presentan vídeos resueltos de diferentes situaciones; además, se proponen situaciones a desarrollar por medio de applets. En el siguiente enlace se puede acceder a la Webquest: http://zunal.com/webquest.php?w=183441 (visitada el 6 de Marzo del 2013).</p>
Página Web	<p>Se utiliza como plantilla la página wix. Es la página general, allí se encuentran los enlaces a los diferentes vídeos, applets, Webquest y materiales de ayuda para los estudiantes en su proceso de aprendizaje en el cálculo diferencial; pueden acceder a este sitio cuando ellos quieran o necesiten algún material de ayuda, lo</p>

importante es que este espacio permite que aún a distancia puedan acceder a las actividades y desarrollarlas. En este enlace se puede acceder: <http://alejand654.wix.com/calculo> (Visitada el 30 de Mayo del 2013).

Luego de haber realizado el diseño de materiales que servirán de insumo para las intervenciones y de realizar el cronograma respectivo, a continuación se presenta el segundo momento que tiene que ver con la intervención.

4.3.2. Momento 2: Implementación

Este momento comprende la descripción de la intervención y el proceso de implementación de las clases de acuerdo a la estructura propuesta. A continuación se presenta la forma en que fue desarrollada cada una de las clases en la investigación:

Clase 1. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación, salón 9-314, con todos los estudiantes del curso de introducción al cálculo. El profesor Rodrigo Rendón mostró su interés de que conceptos del cálculo se enseñen a partir de las TIC e hizo la invitación para que participaran de la investigación.

Luego, se realizó la respectiva presentación de la propuesta de investigación, se les mencionó que consistía en desarrollar el concepto de la derivada como razón de cambio a través de las TIC. Se hizo la invitación para que participaran teniendo en cuenta su disponibilidad horaria y el interés por el énfasis de este proyecto. Varios estudiantes manifestaron su disposición para participar en el proyecto, y algunos mencionaron que no tenían disponibilidad horaria.

Después, se les informó acerca del diagnóstico socioeconómico (ver anexo 2) que se les enviaría en una plantilla de gmail al correo y que era considerado como fundamental en la investigación, de lo cual se requería que ingresaran al link que se les enviaría.

En su mayoría se comprometieron a responder este diagnóstico socioeconómico. Cuando se ingresó a revisar las respuestas, en total nueve personas respondieron este diagnóstico de las cuales seis manifestaron poder participar en la investigación.

Luego de la clase, se realizó una entrevista al docente de Introducción al Cálculo de la Licenciatura en Matemáticas y Física; Rodrigo Rendón, quien es Licenciado en Matemáticas y Física, tiene especialización en Matemáticas Avanzada de la Universidad Nacional y realizó una maestría en Educación en la Universidad de Antioquia. Allí el profesor manifestó su interés porque se establezcan relaciones entre las variaciones que se presentan en las razones de cambio a través de las TIC, puesto que se permite una mejor visualización a los estudiantes y ello les permite adquirir una mejor comprensión del fenómeno como tal (Anexo 6)

Por tanto, se cumplió el propósito aunque con pocos estudiantes, de aplicar un diagnóstico socioeconómico a través de herramientas tecnológicas (Anexo 7).

Clase 2. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación en el salón 9-314.

Asistieron seis estudiantes a los que se les mencionó que el objetivo para esa primera sesión era aplicar un diagnóstico conceptual, es decir relacionado con conceptos de derivada implícita, recta tangente e interpretación de gráficos (Anexo 3). A

cada estudiante se les entregó la prueba para que la resolvieran de forma individual, además podían utilizar la calculadora en caso de necesitarla.

Durante la realización del diagnóstico conceptual, en los primeros puntos hasta el cuarto los estudiantes mostraron fortalezas. Estos puntos estaban relacionados con: hallar el dominio, rango y gráfica de una función; hallar la recta tangente a una función en un punto dado, analizar la continuidad y derivabilidad dada una gráfica y en trazar la gráfica posición dada la gráfica velocidad (Anexo 8).

Fue notoria la preocupación de los estudiantes cuando comenzaron a desarrollar los puntos cinco, seis y siete. En el quinto punto se les pedía hallar la derivada implícita de determinadas funciones; y en el sexto y séptimo punto se les pedía encontrar la ecuación de la recta tangente a una curva en determinado punto. Presentaban dudas en cuando debían hallar un dy/dx , no sabían si debían derivar con respecto a x o con respecto a y (Anexo 9).

Sin embargo, entregaron el diagnóstico que habían realizado en un tiempo de dos horas y confrontaron con sus compañeros.

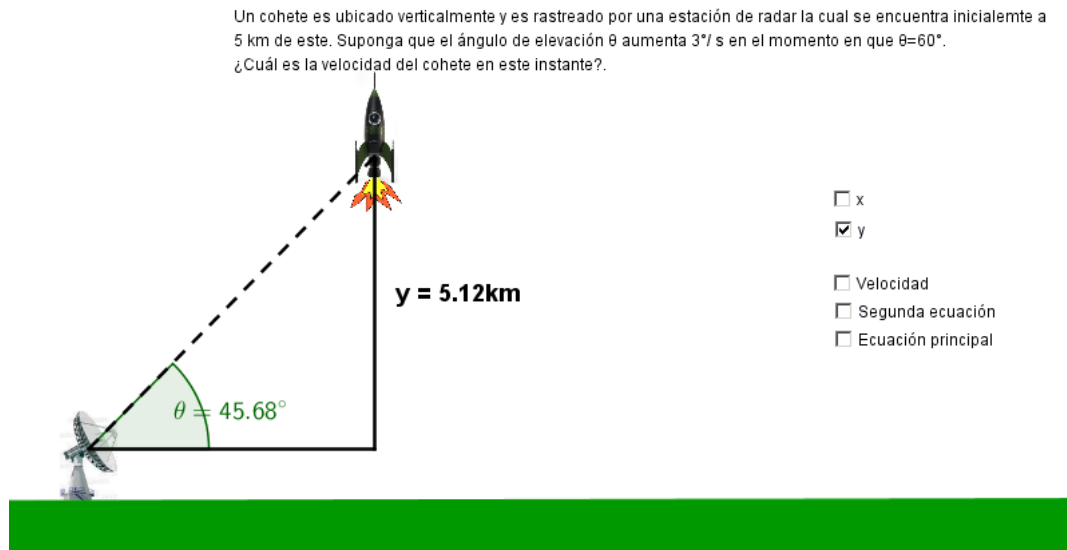
Clases 3 y 4. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación, salón 217A, este espacio se caracteriza por tener una mesa en el centro rodeada por varias sillas, además posee televisor y factibilidad de conexión a internet. Se inició con Carlos, luego con Julián y finalmente con Nayareth, Jorge, Mauricio y Ramón. Se implementaron los videos, applets y talleres propuestos. En cada situación se contó con portátiles en el caso de Nayareth, Jorge, Mauricio y Ramón; estos trabajaron en parejas; y los demás en forma individual. Lo cual, llamo la atención al ver el trabajo en equipo que permitió visualizar una propuesta de aprendizaje colaborativo.

Inicialmente se les mencionó que para alcanzar el objetivo propuesto en la sesión se trabajarían las razones de cambio a través de videotutoriales y applets diseñados en Geogebra. Para lo cual se tienen en cuenta materiales como hojas, lapiceros, lápices, borrador, sacapuntas.

Se inició presentando el vídeo del faro, a medida que se iba presentando se iba explicando y los estudiantes podían realizar sus respectivas preguntas (Ver vídeo 1). Luego de la explicación el estudiante Carlos, quiso volverla a realizar en una hoja y con la ayuda del applet cambiando el ángulo por uno de 30° debido a que no recordaba cómo realizar la conversión a grados (Anexo 10).

Con respecto al vídeo del cohete que se iba a presentar, debido a que no se pudo encontrar el archivo, entonces se mostró el applet correspondiente (Figura 5). Este applet tenía casillas de verificación que permitía que los estudiantes pudieran acceder a información sobre la situación a resolver y algunos datos que podrían utilizar, se les sugirió que fueran desarrollando la situación para identificar las posibles dudas o preguntas que tenían al respecto.

Figura 5. Applet del cohete



En la situación del cohete Carlos establece que se necesita encontrar la velocidad del cohete a los sesenta grados. Carlos identifica cuál es el ángulo que varía a una velocidad de tres grados por segundo a través de la manipulación del applet.

Se le pregunta entonces, cómo se expresaría la variación de theta con respecto al tiempo:

E: Dy/dt ?

D: La variación de theta con respecto al tiempo, cómo se escribe?

E: $d\theta/dt=3$ grados por segundo.

Carlos identifica los datos que dan, como la distancia desde la antena hasta el cohete que es de 5 kilómetros y nombra cada dato conocido y desconocido. Luego se le pregunta cómo expresar ese cambio en y , y la ecuación principal que relacione el cateto opuesto con el cateto adyacente. Carlos ha identificado lo que varía, pero se le dificulta decir que va a variar con respecto al tiempo, dice:

y varía con respecto al ángulo o con respecto a x .

Luego, cuando se menciona el tiempo es capaz de establecer que varía es con respecto al tiempo.

Carlos termina satisfactoriamente el ejercicio planteado ayudándose de esas variaciones que se presentan en el applet.

Cuando se está realizando el problema de la escalera se pregunta a Carlos:

D: ¿Y ese 2m/s cómo se expresaría en forma de diferenciales?, Cómo se expresa esa variación de ese lado al que nombramos z ?

E: Buscando la fórmula original, cómo es qué es?

D: La forma de esto es un triángulo rectángulo, ¿Qué puedes ver que varía acá?

E: Varía la y y la z .

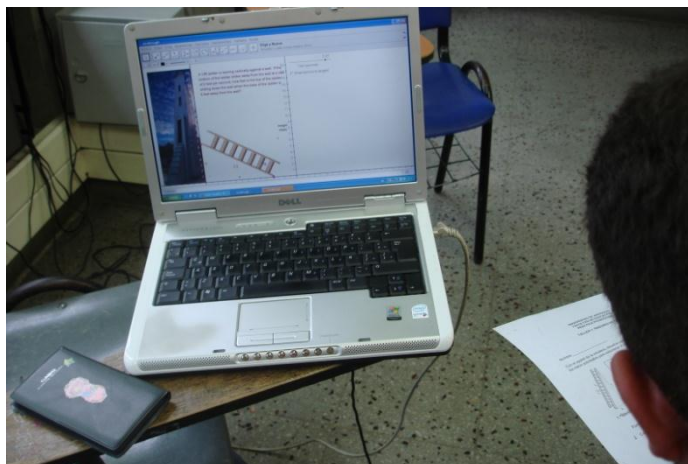
El estudiante identifica aquello que varía y a la vez establece lo que es constante como lo es la longitud de la escalera. Luego, se pide expresar como cociente de diferenciales esas variaciones que se presentan.

Al respecto el estudiante dice que le están pidiendo que derive con respecto al tiempo y y z que son las que presentan una variación. El estudiante presenta la duda de cómo se escriben, y luego realiza una comparación con una derivada implícita que había realizado:

E: Si dy/dx es la variación de y con respecto a x, entonces la variación de z con respecto al tiempo es dz/dt y la variación de y con respecto al tiempo es dy/dt .

Luego, el estudiante reemplaza los datos que son conocidos y se le pide hallar la ecuación principal de acuerdo a la forma del triángulo rectángulo. Allí presenta confusiones con respecto al ángulo de variación, utilizando la función trigonométrica del seno que relaciona el cateto opuesto con la hipotenusa del triángulo rectángulo. Por tanto, no es consciente aún de que se están presentando variaciones y que esas variaciones que se presentan de ninguna forma puede ser algo estático. Se orienta entonces el proceso y utiliza la fórmula del triángulo rectángulo, allí se le pide manipular el applet para que identifique bien qué es lo que varía y qué es lo que va a permanecer constante al realizarse la derivada. Luego cuando empieza a derivar pasa por desapercibido que x es una constante, y se le pregunta: si x es una constante cómo es su derivada; ante lo cual el estudiante reacciona y expresa que cero. Allí empieza a reemplazar los datos (Figura 6).

Figura 6. Applet de la escalera



Sin embargo, cuando pasa un número al otro lado de la ecuación comete el error de dejarlo con el mismo signo y entrega el taller resuelto pasando esto por desapercibido (Anexo 11).

En este problema de la escalera Nayareth y Jorge expresan que como va aumentando su base y va disminuyendo su altura entonces el cociente de diferenciales se expresaría como dh/db . Ramón y Mauricio expresan que sería dh/dt . En esta misma situación se le pregunta a Julián cómo escribir los datos que varían en forma de cociente de diferenciales, pero expresa no tener idea alguna, entonces se le pregunta, cómo escribir la variación de x con respecto a t y escribe dx/dt , luego escribe dh/dt para el otro dato

Estos casos presentan dificultades cuando están realizando la derivada de la ecuación principal, pues no logran identificar que aquello que varía presenta una derivada implícita. Luego el proceso se orienta y se les indica nuevamente qué lo que varía debe indicarse con derivada implícita. Nayareth, Mauricio y Julián resuelven

satisfactoriamente la situación (Anexo 12), mientras que Jorge al finalizar se equivoca colocando el dato numérico de la base de la escalera en vez del dato numérico de la altura (h) (Anexo 13).

En esta clase todos llegan a la conclusión de que a medida que va aumentando la base de la escalera, va disminuyendo su altura. Se solucionaron dudas que los estudiantes presentaban respecto a la derivada implícita y a la forma de expresar cocientes de diferenciales de acuerdo a los datos dados, además también se logró un mayor acercamiento en la visualización de los applets y la interpretación de las situaciones, se dejan de ver las variaciones como estáticas que se suelen presentar en un tablero y se pasa a visualizarlas en applets como algo más dinámico. Con los vídeos y los applets en Geogebra se logró el propósito de que los estudiantes identificaran el uso de la derivada en sistemas variables.

Clases 5 y 6. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación, salón 217A. En ese momento se contaban con tres computadores portátiles, inicialmente se les mencionó a los estudiantes que para alcanzar el objetivo propuesto en la sesión trabajaríamos las razones de cambio a través de una Webquest. Para lo cual se tienen en cuenta materiales como hojas, lapiceros, lápices, borrador, sacapuntas.

Para comenzar con las actividades fue necesario que los estudiantes descargaran el programa java y Geogebra, lo cual era algo que no se había planeado.

Luego, se presenta a los estudiantes la actividad a realizar en el primer momento de la clase que es desarrollar el trabajo propuesto en la Webquest: Razones de cambio. Esta Webquest está conformada básicamente por cinco momentos; bienvenida, introducción, tareas, proceso y evaluación (Figura 3).

Figura 7. WebQuest

The screenshot shows a web-based learning interface. At the top, a title bar reads "Razones de cambio". Below this, there are two main columns. The left column contains a vertical menu of buttons: "Welcome", "Introducción", "Tareas", "Proceso", "Evaluación", "Conclusión", "Página del Profesor", "Autor", "Evalúate WebQuest", "Revisiones", "Estadísticas", and "Export WebQuest". The right column features a "Welcome" message with a flower icon, followed by two diagrams of inverted cones. The first diagram shows a full cone with radius r and height h . The second diagram shows a smaller inverted cone inside the larger one, also with radius r and height h , and a small blue water droplet is shown falling from its base. Below the diagrams, there is a text block with the following information: "Welcome: Razones de cambio", "Descripción: En esta Web Quest te invitamos a explorar el concepto de razón de cambio con diversas actividades, las cuales tienen por objeto ayudar al estudiante en la comprensión de este concepto.", "Nivel académico: 9-12", "Currículo: Math", "Palabras claves: Razón de cambio, actividades, TICs.", and "Author(s): Mónica Salazar Y Alejandra Montoya".

Debido a que se contaba con tres equipos de cómputo disponibles, ubicamos los estudiantes en grupos de dos personas cada uno (Figura 4).

Figura 8. Aprendizaje colaborativo

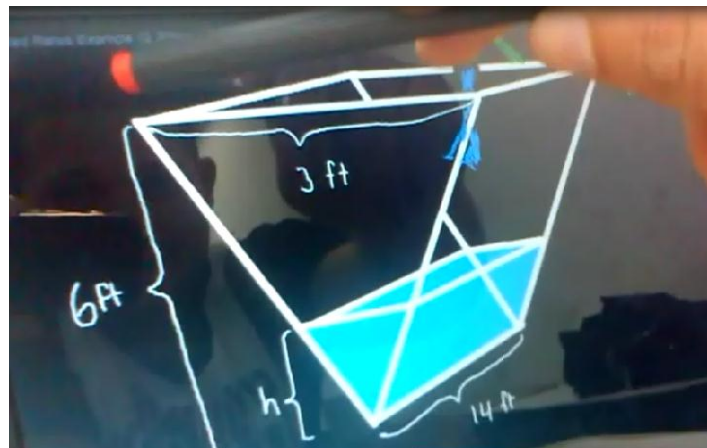


Se les presentó una introducción al tema, la cual a su vez fue una motivación para que relacionaran las razones de cambio con situaciones de la vida cotidiana.

Cuando los estudiantes empiezan la actividad hacen preguntas sobre lo que hay que hacer, luego se dirigen inmediatamente a la pestaña proceso,

Allí estuvieron viendo vídeos en los que se presentaba cada paso de la solución a situaciones de razones de cambio, entre estas situaciones se encontraba una relacionada con un prisma de base triangular (Figura 5).

Figura 9. Prisma triangular



El grupo 1 preguntó acerca de cómo se establecían esas relaciones de proporcionalidad. Luego de que ya habían visto el video, la docente en formación realizó preguntas respecto a la situación para identificar la comprensión al respecto:

D: ¿Qué datos tenemos que hallar?,

E: dh/dt , que es lo que se demora en llenarse la figura

D: bien, es la variación de la altura con respecto al tiempo.

D: y ... ¿qué datos nos dan?

E: nos dan lo que es db/dt que es el ancho de la figura, creo. Nos dan la altura de

la figura y la altura donde está el nivel del agua y nos dan la base que tiene la figura (Vídeo 2).

Luego de esto el estudiante continúa resolviendo la situación a través del establecimiento de relaciones de proporcionalidad (Vídeo 3) y despeja las incógnitas, de acuerdo a los datos que necesita. Con la ecuación principal en este caso el volumen del prisma, explica cómo se han reemplazado estos datos (Vídeo 4).

Cuando muestra la derivada de la ecuación principal, se le pregunta:

D: ¿Qué significa db/dt ?

E: .. es el volumen con respecto al tiempo.

D: ¿Qué del volumen?, ¿Cómo así que el volumen con respecto al tiempo?

E: Osea la canti..., lo que se demora pues el agua, el agua que se demora en llenar. Ay no se expresarlo.

D: Osea la variación del volumen con respecto al tiempo.

El estudiante explica cómo realizó la derivada del volumen con respecto al tiempo, y se realiza una pregunta:

D: ¿Por qué derivaste la h?

E: porque hay que...porque la h qué, es una constante.

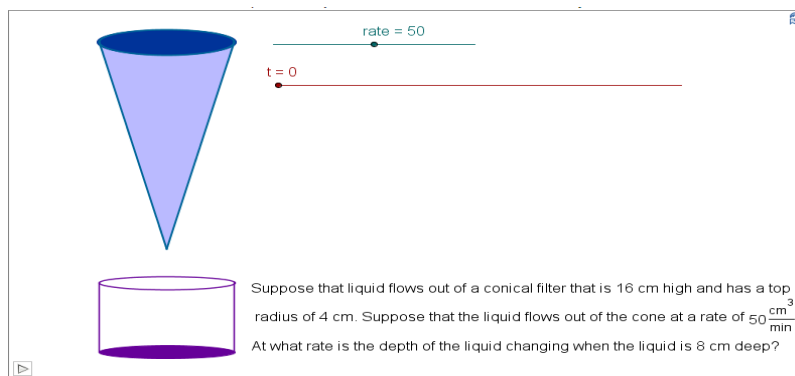
D: ¿La h es una constante?

E: ah no, una variable.

Cuando el estudiante comienza a realizar las operaciones con los datos que ha reemplazado, presenta un error operativo al simplificar (Vídeo 5) además, olvida poner la variable h para hacer la sustitución respectiva, finalmente el estudiante se da cuenta de ello y lo corrige.

En la parte de las tareas se contaba con applets, los cuales tenían situaciones propuestas para que los estudiantes realizaran. En vista de que en el grupo 2 y 3 no pudieron realizar solos los ejercicios propuestos (Anexo 14), se lleva a cabo una explicación de cómo solucionar uno de los ejercicios, en este caso el relacionado con el cono (Figura 6), en esta se hace preguntas a los estudiantes sobre ¿Qué datos se dan en la situación planteada?, ¿Qué dato se debe hallar en la situación?, ¿Qué permanece constante?, ¿Qué varía?, ¿Cómo hallar la ecuación principal de acuerdo a la figura geométrica dada? (lo cual en la clase 3 y 4 se había explicado) y algunos de ellos responden a estas.

Figura 10. Applet situación del cono



Todos dicen entender el procedimiento realizado y tienen como tarea terminar la situación del cono y realizar los ejercicios faltantes (Figura 11 y 12). Se les recuerda que no solo el tema de razones de cambio está presente en estos problemas, también deben de tener en cuenta la geometría y condiciones iniciales de este para poderlo desarrollar. Sin embargo, debíamos hacer entrega del aula en la cual nos encontrábamos, por lo que les quedó como tarea ingresar a la Webquest desde sus casas y realizar las situaciones planteadas, en caso de no entender algo entonces traer preguntas al respecto.

Con la Webquest se logró el objetivo de que los estudiantes identificaran el uso de la derivada en sistemas variables a través de applets.

Figura 11. Ejercicio 1

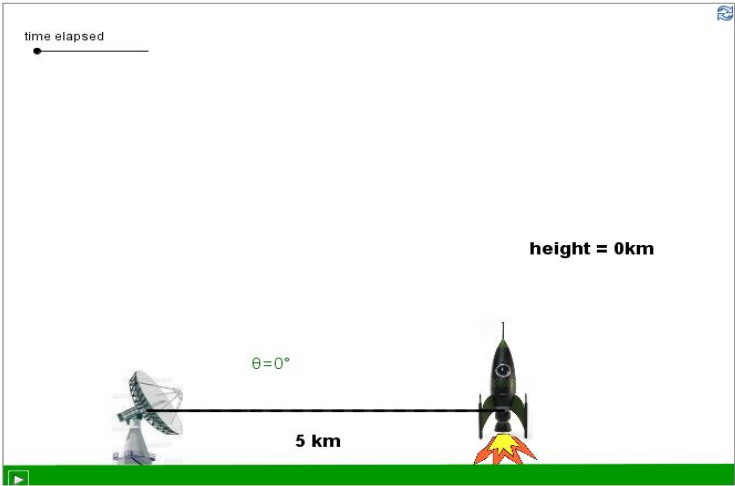
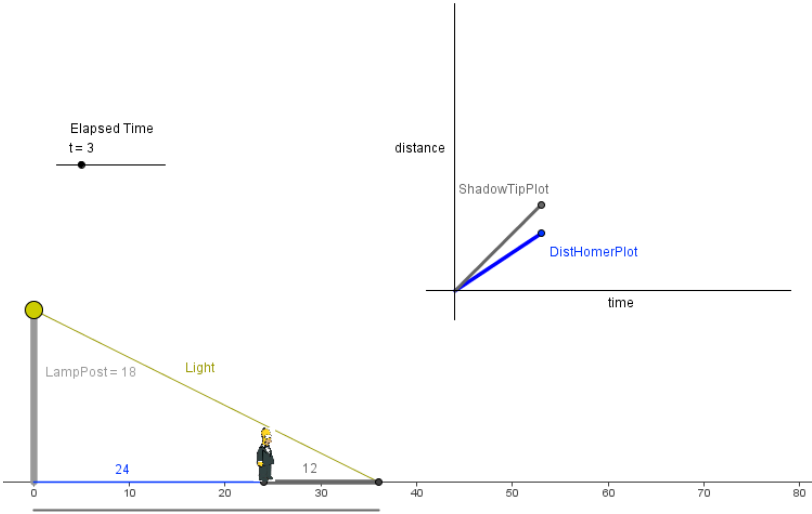


Figura 12. Ejercicio 2



Clases 7 y 8. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación, salón 217A. En ese momento se contaban con dos computadores portátiles, inicialmente se les mencionó a los estudiantes que para alcanzar el objetivo propuesto en la sesión trabajaríamos las definiciones y teoremas de los puntos críticos, máximos y mínimos de una función a través de Geogebra. Para lo cual se tienen en cuenta materiales como hojas, lapiceros, lápices, borrador, sacapuntas.

Como se contaba con dos computadores y asistieron cinco personas, un grupo estuvo conformado por dos y el otro por tres estudiantes (Figura 9).

Figura 13. Aprendizaje colaborativo



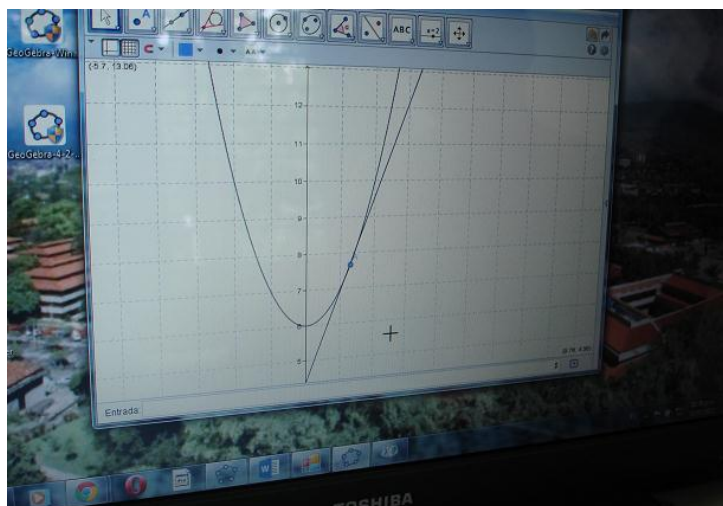
Se inició realizando una inducción acerca de cómo utilizar el programa Geogebra para que pudieran realizar los talleres propuestos. Se presenta entonces la barra principal de Geogebra y las funcionalidades de cada opción (Vídeo 6).

Además, se muestra cómo realizar la derivada una función con Geogebra y se propone a los estudiantes que a partir de una función que sea de grado mayor a dos le realicen la derivada a través de Geogebra (Vídeo 7).

Cuando los estudiantes empiezan a resolver el taller comparan lo que sucede con la gráfica de la función original y con la derivada de la función; observan que la función de grado n , al derivarse pasa a ser de grado $n-1$. La función original la ponen de un color y su derivada de otro.

En el momento en que están hallando la derivada se les pregunta: ¿qué es la derivada?, a lo cual los estudiantes responden que es la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto y esto lo representan en Geogebra (Figura 10).

Figura 14. Derivada



En el instante en que están analizando intervalos de crecimiento y de decrecimiento de una función el grupo 2 le pregunta constantemente a su compañero acerca de los valores en estos intervalos (Video 8). En el grupo 1 los estudiantes llegan a expresar que la función tiene un máximo, además establecen en qué intervalos una función es creciente o decreciente (Video 9).

Al finalizar, el taller se les dificulta establecer los mínimos locales y máximos locales, sin embargo a través de un análisis llegan a definirlos.

En esta clase los estudiantes establecían conclusiones a partir de lo que observaban en las gráficas y además adquirían su conocimiento de una forma no convencional, no repetitiva. La interacción con Geogebra les permitía analizar las gráficas.

Los estudiantes entregaron el taller resuelto y manifestaron su agrado por el programa Geogebra diciendo que en las clases de cálculo el profesor gasta demasiado tiempo realizando gráficas en el tablero, lo cual en un programa se puede hacer más rápidamente y prestando mayor importancia al análisis de cada gráfica en particular.

En esta clase se cumplió el propósito de conocer las definiciones y teoremas de los puntos críticos, máximos y mínimos de una función en nuestro caso, a través de Geogebra.

Clase 9. La clase se desarrolló en la Facultad de Educación, salón 217A. En ese momento se contaban con dos computadores portátiles, inicialmente se les mencionó a los estudiantes que el objetivo de la clase era evaluar el aprendizaje acerca de la

derivada como razón de cambio a través de las TIC. Para lo cual se tienen en cuenta materiales como hojas, lapiceros, lápices, borrador, sacapuntas.

Como en esta clase se contaba con dos portátiles se formaron dos grupos, cada uno conformado por tres estudiantes. Se les dice que a cada equipo se le entregará un problema para que resuelvan en equipos y que lo deben entregar resuelto en un vídeo. Se inicia mostrándoles cómo crear el vídeo a través de movie maker y se les aconseja que primero lo realicen en diapositivas para que luego las guarden como imágenes y puedan realizarlo.

Se le entrega a cada equipo la situación a resolver, relacionada con la sombra de Homero. Además, cada equipo tiene el applet disponible de la respectiva situación a resolver.

Inicialmente los estudiantes realizan la lectura de la situación e interactúan con el applet. Luego, comienzan a darle solución en forma escrita.

El grupo dos comienza a resolver la situación de Homero, responden a la primer pregunta relacionada con la cantidad de triángulos que observan; allí ellos mencionan que dos. Luego se pregunta por lo que es constante y lo que es variable. A lo que los estudiantes responden:

E1: La sombra es variable, la distancia y la luz.

E1: Constantes la estatura de homero y la altura de la lámpara.

E2: El rayo de luz, la distancia y el ángulo.

Carlos, asigna nombre cada lado de los triángulos rectángulos a través de una letra. Continúan con la siguiente pregunta acerca de la velocidad con la que crece la sombra de Homero.

Al abrir el applet los estudiantes encuentran que deben instalar un complemento en sus equipos, en este caso Java. Por lo cual, proceden a descargarlo.

Luego de descargar Java, se dirigen a observar el applet y a mover el deslizador para ver el movimiento que se produce. Los estudiantes comienzan a identificar aquellos datos que se dan y aquellos que se piden. Además establecen relaciones de proporcionalidad entre los triángulos e identifican la ecuación principal.

A demás fue primordial el aprendizaje colaborativo, realizaban preguntas a sus compañeros constantemente e intercambiaban puntos de vista.

En esta clase se evidenciaron los avances y los buenos resultados obtenidos por los estudiantes. (Vídeo 10 y 11).

Después del momento de intervención el cual tomó como referente el primer momento, a continuación se presenta el tercer momento que tiene que ver con el análisis.

4.3.3. Momento 3: Análisis

El tercer momento está orientado al análisis, a la profundización y a la presentación de resultados para con ello realizar la redacción del informe final, la interpretación de los datos, la clasificación de la información, la triangulación y la confrontación de datos de acuerdo a las categorías de análisis de nuestra investigación. A continuación se definen las categorías y las subcategorías:

Génesis instrumental (A): Proceso mediante el cual un artefacto se convierte en instrumento. Para que este artefacto pueda llegar a ser un instrumento se requiere de dos aspectos importantes:

- **Instrumentalización (A1):** Es el proceso mediante el cual un sujeto reconoce las potencialidades y limitaciones del artefacto, este artefacto puede ser material (Computador, celular, lápiz) o simbólico (gráfico). Por tanto, sucede cuando el sujeto adquiere una comprensión del objeto.
- **Instrumentación (A2):** Este proceso ocurre después de la instrumentalización, cuando el sujeto se ha adaptado al artefacto y a partir de la interacción con él y de los usos específicos que le dé, se transforma en instrumento.
- **Esquemas de uso (B):** Son estructuras mediante las cuales se integran experiencias anteriores o pasadas para la interpretación de nuevos datos. Por esto los esquemas están condicionados por una historia del sujeto y del objeto, los cuales cambian a medida que surgen nuevas situaciones y nuevos significados que se establecen en el proceso de instrumentación.

- **Esquemas de uso orientados al objeto (B1):** De acuerdo a los artefactos (dispositivos que pueden ser materiales; lápiz, pc o simbólico; figura, gráfico) disponibles, se crean ciertos niveles de incertidumbre en los sujetos, esto es que para utilizar un computador se requiere cierta seguridad para llegar a la comprensión del objeto.

- **Esquemas de uso orientados al sujeto (B2):** P. Beguin & P. Rabardel (2000) señalan que “desde una perspectiva mediacional sólo hay un sistema a la vista: un ser humano que ya está equipado con muchos tipos de órganos funcionales , el desarrollo de un contexto cultural y situado en una historia personal de interacciones con el mundo”; por lo que es posible que las herramientas informáticas puedan transformar esos órganos funcionales del ser humano con el propósito de realizar una tarea a medida que interactúa con el material.

4.3.3.1 Análisis de las categorías a priori

A continuación se realiza el análisis por estamento, de acuerdo a los códigos asignados a las categorías y subcategorías que se plantearon inicialmente:

Diarios de campo

Tabla 7. Análisis de los diarios de campo (Anexo 15) de acuerdo a las subcategorías

REVISIÓN DOCUMENTAL	SUB-CATEGORÍAS			
	A1	A2	B1	B2
1	En el diagnóstico realizado en la primera clase (Anexo 7) los estudiantes manifiestan que utilizan artefactos como el computador en su tiempo libre.	En su proceso de instrumentación, manifiestan que utilizan el computador que todo para buscar información en internet.	Con respecto a los esquemas de uso orientados al objeto, más de la mitad de los estudiantes expresan que han utilizado las TIC para el aprendizaje del cálculo.	
2			En el diagnóstico conceptual que se realizó son evidentes las fortalezas que tienen los estudiantes en cuanto a hallar la recta tangente de una función en un punto dado (Anexo 8), mientras que para hallar la derivada implícita de una función presentaban dificultades, al hallar un dy/dx no	

			sabían si debían derivar con respecto a x o con respecto a y (Anexo 9).	
3-4	Carlos muestra interés por darle solución a la situación presentada en el vídeo del faro (Vídeo 12), por lo cual recurre al applet (Applet 1) reconociendo primero las potencialidades, en este caso un deslizador que le asigna movimiento y casillas de verificación para proceder a reemplazar los datos. En el applet del cohete (Applet 2) identifican cada una de las distancias del faro con respecto a la costa y de la luz del faro, por lo cual están reconociendo las posibilidades que les presenta el	Se utiliza el vídeo y el applet del faro para reconocer las variaciones que se presentan, identificar aquello que es constante de lo que es variable y proceder a formular la ecuación principal, por tanto estos artefactos se transforman en instrumentos. El applet del cohete les sirvió para visualizar ese ángulo de elevación y diferenciar aquello que varía. Por lo cual, se observó que se dio la génesis instrumental.	Carlos no recuerda cómo realizar la conversión a grados, por lo cual procede a asignarle al ángulo un valor de 30 grados. Carlos manifiesta que la variación de theta con respecto al tiempo se expresa como un dy/dt , luego cae en cuenta de su error y dice que es como un $d\theta/dt$. En el applet de la escalera cuando Carlos está expresando un cociente de diferenciales, dice que: "si dy/dx es la variación de y con respecto a x, entonces la variación de z con respecto al tiempo es dz/dt ". Por lo tanto, establece esquemas de uso	Carlos quien es repitente manifiesta que se adquiere una mayor comprensión cuando interactúa con applets especialmente en las razones de cambio. Esto debido a que es repitente y el vio este tema a través de la tiza y el tablero en el semestre anterior como algo estático.

	artefacto.		en los que se integran experiencias pasadas para la interpretación de los nuevos objetos. Por su parte, Nayareth y Jorge expresan que como va aumentando la base de la escalera y disminuyendo su altura entonces el cociente de diferenciales se expresa como un dh/db . Los casos presentan dificultades cuando están realizando la derivada de la ecuación principal, no logran establecer que aquello que varía presenta una derivada implícita.
5-6	Cuando los estudiantes ingresan a la Webquest y reconocen la forma de interactuar con ella, además de	Los estudiantes utilizan los vídeos que encuentran en la Webquest para comprender la solución a los problemas	Para llegar a la comprensión de objetos como la proporcionalidad el estudiante utiliza los diagramas que se presentan en el

	que se dan cuenta que para visualizar los applets requieren de software como Java y Geogebra	razones de cambio.	vídeo de un prisma de base triangular.
7-8	Los estudiantes manipulan el programa Geogebra reconociendo sus funcionalidades.	A través de las gráficas realizan en Geogebra establecen comparaciones entre la gráfica de una función original con la derivada de la función. También, reconocen intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como máximos y mínimos.	Con la interacción en Geogebra los estudiantes establecen esquemas de uso relacionados con los objetos, en este caso dicen que la función de grado n al derivarse pasa a ser de grado $n-1$.
9	Algunos estudiantes no tenían conocimiento alguno acerca de movie maker, por lo cual inician aprendiendo a manejar este programa y a reconocer sus funcionalidades. En el applet de la sombra de Homero	Para poder establecer diferencias entre lo que es constante y lo que es variable, los casos se valen del applet identificando aquello que presenta movimiento y aquello que permanece estático.	

el primer acercamiento es identificando la función del deslizados y del botón play que ocasiona el movimiento.

Tabla 8. Análisis de los diarios de campo de acuerdo a las categorías.

REVISIÓN DOCUMENTAL	CATEGORÍAS	
	A	B
Clases, diarios de campo y vídeos	<p>Los estudiantes tienen acercamientos a applets reconociendo las funciones de los deslizados y de las casillas de verificación. Esto les permite identificar datos y remplazarlos, además a través de esto analizan las variaciones que se presentan, como las diferencias entre aquello que es constante de lo que es variable.</p> <p>En cuanto a la Webquest, los estudiantes la exploran y la conocen detalladamente ingresando a los diferentes links que se presentan; cuando están ingresando a un applet son conscientes que para poder visualizarlo requieren de programas como Geogebra y Java, por lo que proceden a instalarlo. Además, por medio de los vídeos y la constante curiosidad acerca de lo que se está realizando, logran adquirir una comprensión del</p>	<p>Se muestra que los estudiantes utilizan las TIC para un mejor aprendizaje del cálculo, puesto que esto facilita la comprensión de conceptos, esto se ilustra con Carlos quien manifiesta que a través de los applets se logran mejores visualizaciones acerca de las variaciones que se presentan. Inicialmente en cuanto a los esquemas de uso orientados al objeto los estudiantes reflejan debilidades en cuanto al cociente de diferenciales y no identifican que aquello que varía presenta una derivada implícita. Independientemente de que reconocen los objetos matemáticos, cuando no recuerdan cómo transformar una unidad en otra, asignan otra cantidad. También se muestra que establecen asociaciones entre experiencias pasadas para la interpretación de los nuevos objetos, tal es la relación que establece Carlos dy/dx y el dz/dt. En problemas como el relacionado de la</p>

fenómeno como tal. base triangular, se basan mucho en la parte gráfica que se presenta en el video para poder reconocer esas razones de proporcionalidad.

En lo concerniente a la exploración con Geogebra para realizar gráficas es evidente que los estudiantes primero requieren de un proceso de instrumentalización en el cual reconozcan las opciones y las funcionalidades de este programa para poder construir diferentes gráficas acerca de la derivada. Por tanto, las TIC les permitió aclarar dudas y facilitar el proceso de aprendizaje, puesto que en el tablero los objetos matemáticos solo se logran ver de una forma estática, por esto los artefactos utilizados les permitió visualizar las variaciones que se presentaban y comprender mejor el objeto de aprendizaje, en este caso las razones de cambio.

Por tanto, es evidente que la génesis instrumental se desarrolló a través de los procesos de instrumentalización e instrumentación. Los estudiantes se apropiaron de los artefactos e hicieron uso de estos para comprender la derivada como razón de cambio.

Tabla 9. Análisis del video del faro

CASO	A		B	
	A1	A2	B1	B2
C1	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	
C2	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	
C3	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	
C4	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	
C5	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	
C6	Vídeo 1	Vídeo 1	Vídeo 1	

Tabla 10. Análisis de acuerdo a las subcategorías del vídeo del faro

VIDEO DEL APPLET DEL FARO (Vídeo 12) +				
DIÁLOGO CON LOS ESTUDIANTES (Vídeo 1)		SUB-CATEGORÍAS		
Sujeto	Subcategoría A1	Subcategoría A2	Subcategoría B1	Subcategoría B2
C1	El estudiante interactúa con el vídeo (Vídeo 12) identificando a través del applet los datos que le dan y los que necesitan ser encontrados.	Reconoce que las variaciones se presentan con respecto al tiempo y que la distancia del faro a la costa es constante.	Plantea la ecuación primaria y secundaria de la situación.	
C2	A través del vídeo el estudiante observa la situación y establece los datos que se dan. E identifica que el movimiento del deslizador produce el movimiento del faro.	Establece que hay variaciones en la base del triángulo y el ángulo, y por tanto establece que y es una constante.	Identifica la ecuación principal a través del establecimiento de relaciones entre las variables.	
C3	Julián identifica en el vídeo los	Establece que y es una constante y	Determina la derivada como un dato puntual en	

	datos que se dan y aquellos que necesitan ser encontrados.	que se presentan variaciones del tiempo y de la distancia respecto al tiempo.	se un problema y como razón.
C4	Por medio del vídeo el sujeto establece diferencias entre aquello que es variable y aquello que es constante.	Establece que las variaciones del ángulo se producen respecto al tiempo.	Identifica la ecuación principal a través del establecimiento de relaciones entre las variables.
C5	Con el vídeo la estudiante identifica los datos que son variables y aquellos que son constantes.	Describe que hay variaciones en la base del triángulo y el ángulo y que esas variaciones se producen respecto al tiempo.	Establece la función trigonométrica a utilizar que relaciona el ángulo con los lados.
C6	Con los acercamientos que realiza al vídeo se le dificulta hallar los datos que se dan.	Manifiesta que hay variaciones en la base del triángulo y el ángulo, y por tanto establece que y es una constante.	Identifica la ecuación principal a través del establecimiento de relaciones entre las variables.

Tabla 11. Análisis de acuerdo a las categorías del vídeo del faro

CASO	CATEGORIAS	
	A	B
C1	En el proceso de instrumentalización, realiza una interacción con el vídeo identificando los datos que dan y los que necesitan ser encontrados, mientras que en el proceso de instrumentación esos artefactos que tiene se convierten en instrumentos cuando comprende que las variaciones que se presentan se dan con respecto al tiempo.	Se dan los esquemas de uso orientados al objeto, por lo cual establece la ecuación primaria y secundaria de la situación que se plantea.
C2	Se da el proceso de génesis instrumental en el cual el sujeto identifica que el movimiento del deslizador produce el movimiento del faro, además de que identifica los datos que se dan en el planteamiento del problema; para luego reconocer que se presentan variaciones en la base del triángulo y el ángulo. Por lo cual logra diferenciar lo constante de lo variable.	En cuanto a los esquemas de uso orientados al objeto, logra establecer la ecuación principal a través del establecimiento de las relaciones entre variables.
C3	En el proceso de instrumentalización identifica en el vídeo los datos que se dan y aquellos que necesitan ser encontrados, luego en el proceso de instrumentación establece que y es una	En cuanto a los esquemas de uso orientados al objeto, determina la derivada como un dato puntual en un problema y como una razón.

	constante y que las variaciones que se presentan se dan respecto al tiempo.	
C4	Se da el proceso de génesis instrumental, puesto que el sujeto inicialmente interactúa con el vídeo y analiza aquello que es constante y variable, llegando a establecer que la variación del ángulo se produce con respecto al tiempo.	En cuanto a los esquemas de uso orientados al objeto, logra identificar la ecuación principal a través del establecimiento de relaciones entre variables.
C5	Este sujeto realiza el proceso de instrumentalización en el cual inicialmente reconoce en el vídeo los datos variables y constantes que se plantean en la situación y a través de la instrumentación llega a describir que se producen variaciones en la base del triángulo rectángulo y el ángulo, y que esas variaciones se producen con respecto al tiempo. Además, expresa correctamente el cociente de diferenciales.	Los esquemas de uso orientados al objeto están presentes en la medida en que establece una función trigonométrica adecuada para la situación, la cual relaciona el ángulo con los lados.
C6	Aunque en el proceso de instrumentalización se le dificulta identificar los datos que se dan, en el proceso de instrumentación logra establecer que se presentan variaciones que están relacionadas con el tiempo.	En los esquemas de uso orientados al objeto, logra establecer la ecuación principal a través del establecimiento de relaciones entre variables.

Tabla 12. Análisis del taller de la escalera

CASO	A		B	
	A1	A2	B1	B2
C1	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6
C2	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6
C3	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6
C4	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6
C5	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6
C6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P3, P4, P5, P6	P1,P4	P3, P4, P5, P6

Tabla 13. Análisis del taller (Anexo 16) y del applet de la escalera (Applet 2) de acuerdo a las subcategorías

TALLER APPLET ESCALERA		SUB-CATEGORÍAS		
Sujeto	Subcategoría A1	Subcategoría A2	Subcategoría B1	Subcategoría B2
C1	Identifica que el movimiento en la escalera se produce a partir del deslizador y observa los cambios que se producen en la imagen.	Determina la relación entre las variables, establece relaciones respecto al tiempo e identifica las derivadas respecto al tiempo como un dato.	la Diferencia constante de variable, relaciona la ecuación principal con la formula geométrica y realiza un proceso de derivación adecuado; sin embargo, cuando pasa un numero al otro lado de la ecuación comete el error de dejarlo con el mismo signo.	El sujeto comienza a incorporar nuevos esquemas de uso relacionados con la variación en el proceso de visualización que realiza con el applet.
C2	Identifica que el movimiento en la escalera se produce a partir del deslizador y observa los cambios que se producen en la imagen.	Establece la relación entre las variables, relaciones respecto al tiempo e identifica las derivadas respecto al tiempo como un dato.	Reconoce las diferencias entre lo constante y lo variable, relaciona la ecuación principal con la formula geométrica y realiza un proceso de derivación adecuado.	El sujeto comienza a incorporar nuevos esquemas de uso relacionados con la variación en el proceso de visualización que realiza con el applet.

C3	<p>Identifica que el movimiento en la escalera se produce a partir del deslizador y observa los cambios que se producen en la imagen.</p>	<p>Reconoce la relación entre las variables, establece relaciones respecto al tiempo aunque presenta dificultades e identifica las derivadas respecto al tiempo como un dato.</p>	<p>Reconoce las diferencias entre lo constante y lo variable, relaciona la ecuación principal con la formula geométrica y realiza un proceso de derivación adecuado.</p>	<p>El sujeto comienza a incorporar nuevos esquemas de uso relacionados con la variación en el proceso de visualización que realiza con el applet.</p>
C4	<p>Identifica que el movimiento en la escalera se produce a partir del deslizador y observa los cambios que se producen en la imagen.</p>	<p>Reconoce la relación entre las variables, establece relaciones respecto al tiempo e identifica las derivadas respecto al tiempo como un dato.</p>	<p>Reconoce las diferencias entre lo constante y lo variable, relaciona la ecuación principal con la formula geométrica y realiza un proceso de derivación adecuado.</p>	<p>El sujeto comienza a incorporar nuevos esquemas de uso relacionados con la variación en el proceso de visualización que realiza con el applet.</p>

C5	<p>Identifica que el movimiento en la escalera se produce a partir del deslizador y observa los cambios que se producen en la imagen.</p>	<p>Se le dificulta establecer relaciones entre las variables y respecto al tiempo, sin embargo a través de un proceso logra identificar las derivadas respecto al tiempo como un dato.</p>	<p>Logra reconocer las diferencias entre lo constante y lo variable, relaciona la ecuación principal con la fórmula geométrica y realiza un proceso de derivación adecuado.</p>	<p>El sujeto comienza a incorporar nuevos esquemas de uso relacionados con la variación en el proceso de visualización que realiza con el applet.</p>
C6	<p>Interactúa con el applet de la escalera y reconoce que su movimiento produce a partir del deslizador que indica el tiempo.</p>	<p>Establece las variaciones que se presentan en la situación de la altura con respecto al tiempo y de la base de la escalera respecto al tiempo y lo expresa como un dato.</p>	<p>Reconoce las diferencias entre lo constante y lo variable, además identifica la ecuación principal, para con ello realizar un proceso de derivación adecuado. Sin embargo, comete un error al realizar la sustitución del valor de la altura, en vez de 12m escribe 5m.</p>	<p>En esta clase el sujeto incorpora nuevos esquemas de uso relacionados con la variación.</p>

Tabla 14. Análisis del taller y del applet de la escalera de acuerdo a las categorías

CASO	CATEGORIAS	
	A	B
C1	El estudiante realiza ambos procesos, el de instrumentalización y el de instrumentación. Esto se refleja en la medida que interactúa con el applet y reconoce sus funcionalidades a través del movimiento del deslizador y de la escalera, además estos artefactos se convierten en instrumentos cuando logra establecer las relaciones entre las variables e identificar el cociente de diferenciales como un dato puntual.	En los esquemas de uso, el sujeto comienza a familiarizarse con el applet, es decir, incorpora nuevos esquemas relacionados con la variación y establece un proceso de derivación y de sustitución adecuado, a pesar de que comete un error en cuanto a los signos.
C2	Se evidencia el proceso de génesis instrumental en el que inicialmente hay un acercamiento al applet y un reconocimiento de sus potencialidades, ello le permite establecer las relaciones respecto al tiempo y establecer relaciones entre variables; por lo cual los artefactos que tiene a su disposición se convierten en instrumentos.	A través de la visualización del applet el estudiante incorpora nuevos esquemas de uso relacionados con la variación, además de que realiza una comprensión en cuanto a las razones de cambio, esto se evidencia en la medida en que establece diferencias entre lo constante y lo variable, establece la ecuación principal y realiza un proceso de derivación adecuado.
C3	El sujeto reconoce las potencialidades del artefacto a través de la interacción con el applet de la escalera, además, convierte este artefacto en instrumento en la medida en que	Incorpora nuevos esquemas relacionados con la variación cuando realiza una visualización de la situación que se presenta en el applet. Además,

	reconoce la relación entre variables y establece relaciones respecto al tiempo.	comprende el objeto de las razones de cambio a través de las relaciones que establece con la ecuación principal y el proceso de derivación que realiza.
C4	Se da el proceso de génesis instrumental pues convierte ese artefacto que inicialmente se le presenta, en este caso el applet, en instrumento; esto se da en el momento en que a través del movimiento de la escalera logra establecer relaciones entre las variables y respecto al tiempo para luego reconocer las derivadas respecto al tiempo como un dato.	En cuanto a los esquemas de uso, el sujeto incorpora nuevos esquemas relacionados con la variación a través de la visualización del applet; además, adquiere una comprensión del objeto, en este caso de las razones de cambio; a través de las relaciones geométricas que establece para hallar la ecuación principal y del proceso de derivación que realiza adecuadamente.
C5	El sujeto inicialmente reconoce las funcionalidades del applet de la escalera a través de los movimientos que se producen en la situación; además convierte este artefacto en instrumento cuando logra establecer relaciones entre las variables e identifica las derivadas respecto al tiempo como un dato puntual.	En los esquemas de uso logra incorporar la variación que se presenta en la situación a través de la visualización; además, establece la ecuación principal y secundaria a través de un proceso de asociación con la fórmula geométrica y a través de un proceso de derivación.
C6	Se da el proceso de génesis instrumental, pues al inicio el sujeto reconoce las funciones que tiene el applet para que la escalera esté en movimiento, y luego representa esas variaciones que se producen como un	El sujeto incorpora nuevos esquemas de uso relacionados con la variación a través de la visualización que realiza del applet. Además, en cuanto al objeto, identifica adecuadamente

cociente de diferenciales adecuado, lo los datos variables y constantes
cual lo simboliza como un dato. para realizar un proceso de
derivación adecuado.

Tabla 15. Análisis del applet del cono

CASO	A		B	
	A1	A2	B1	B2
C1	P1	P1	P1	P1
C3	P1	P1	P1	P1
C4	P1	P1	P1	P1
C5	P1	P1	P1	P1
C6	P1	P1	P1	P1

Tabla 16. Análisis del applet del cono de acuerdo a las subcategorías

APPLET CONO		SUB-CATEGORÍAS		
Sujeto	Subcategoría A1	Subcategoría A2	Subcategoría B1	Subcategoría B2
C1	No es posible identificar la instrumentalización puesto que Carlos no utilizó el applet que se le proporcionó.	Si no se da el proceso de instrumentalización, no hay un proceso de instrumentación.	Utiliza adecuadamente los datos que se dan en el enunciado, reconoce la ecuación primaria y secundaria, realiza un buen proceso de sustitución y concibe un cociente de diferenciales como un dato, pero olvida colocar adecuadamente las unidades en su respuesta. (Anexo 17)	No se identifican esquemas de uso orientados al sujeto.
C3	Utiliza el applet moviendo los deslizadores para identificar que el líquido del cono fluye hacia el cilindro.	En el proceso de instrumentación, no comprende que el dato que le dan es la variación del volumen con respecto al tiempo y no la variación del radio con	No es consciente de que la fórmula del volumen del cono es con el radio al cuadrado, no al cubo. Deja la situación planteada y no logra resolverla	En cuanto a los esquemas de uso orientados al sujeto, reconoce que las variaciones que se presentan en cuanto a dv/dt

		respecto al tiempo. (Anexo 18)	en el cono también influyen en el llenado del cilindro.	
C4	Hace uso del deslizador que indica el tiempo para ver las variaciones que se presentan con respecto al dv/dt en el cono.	Identifica que se presentan variaciones respecto al tiempo y que en un instante dado el volumen es diferente.	Establece relaciones de proporcionalidad, pero presenta confusiones respecto al dato que le dan dv/dt y lo toma como si fuera un dr/dt . Luego, en el proceso de derivación implícita reemplaza el dv/dt por otro dato. (Anexo 19)	Adquiere esquemas de uso que le permiten reconocer que transcurrido determinado tiempo el volumen presenta variaciones.
C5	En el proceso de instrumentalización, utiliza el applet para mover los deslizadores del tiempo y ver las variaciones que se presentan en el radio, en la altura y en el volumen.	Comprende que las variaciones de la altura y del radio se presentan respecto al tiempo y que esas variaciones influirán en las variaciones que presenta el volumen.	Luego de que establece relaciones de proporcionalidad y despeja r en función de h , cuando va a reemplazar este dato, lo reemplaza por otro, aunque realiza un proceso de derivación adecuado. (Anexo 20)	Utiliza el applet para visualizar las variaciones que se presentan.

C6	En este proceso, el sujeto reconoce las funcionalidades del applet, a través del movimiento del deslizador y del botón play.	Comprende que se presentan variaciones en el volumen del cono al estar vaciando.	Deduca la fórmula A del cono y luego de visualización del applet el sujeto al valor de h, vuelve y puede comprender las variaciones que se presentan. Además, no realiza el proceso para hallar la ecuación secundaria. (Anexo 21)
----	--	--	--

Tabla 17. Análisis de acuerdo a las categorías del applet del cono

CASO	CATEGORIAS	
	A	B
C1	En este sujeto no se da el proceso de instrumental.	En los esquemas de uso orientados al objeto, reconoce la ecuación primaria y secundaria, realiza un proceso de derivación adecuado y concibe el cociente de diferenciales como un dato.
C3	En el proceso de instrumentalización el sujeto reconoce las potencialidades del artefacto, en este caso del applet a través del movimiento de los deslizadores y en el proceso de instrumentación, no llega a comprender que se dan variaciones pero no las asocia adecuadamente a los datos que se dan.	A través de las visualizaciones que el sujeto realiza de la situación llega a comprender las variaciones que se dan en cuanto al volumen, sin embargo en cuanto a los esquemas de uso orientados al objeto no reconoce la fórmula del volumen del cono.
C4	En este sujeto se da el proceso	El applet le permite reconocer

	de génesis instrumental en la medida que reconoce que el movimiento de los deslizadores originan las variaciones, luego comprende que esas variaciones se dan con respecto al tiempo y que el volumen varía dependiendo del instante t.	las variaciones que se presentan en la situación, sin embargo presenta confusiones cuando reemplaza los datos que le dan.
C5	El sujeto desarrolla el proceso de génesis instrumental, inicialmente utiliza el applet para mover el deslizador del tiempo y luego comprende que se presentan variaciones en la altura y en el radio a medida que el tiempo transcurre, lo cual influye en el volumen del cono.	El applet le ayuda al sujeto a visualizar las variaciones que se presentan en la situación, en cuanto al objeto, establece relaciones de proporcionalidad pero comete errores en la sustitución de datos aunque realiza un proceso de derivación adecuado.
C6	Durante el proceso de instrumentalización el sujeto reconoce las potencialidades del applet, luego en el proceso de instrumentación comprende que se presentan variaciones respecto al tiempo en el volumen del cono.	En cuanto a los esquemas de uso orientados al sujeto, el applet le permite visualizar las variaciones que se presentan y en los esquemas de uso orientados al objeto, utiliza adecuadamente la fórmula del volumen del cono, sin embargo reemplaza dos veces el dato de h y no halla la ecuación secundaria.

Tabla 18. Análisis del taller usos de la primera derivada en Geogebra

CASO	A		B	
	A1	A2	B1	B2
C2	P2, P7, D1 (Vídeo 9)	P2, P7, D1 (Vídeo 9)	P5, P10	P2, P7, D1 (Vídeo 9)
C3	P2, P7	P2, P7	P5, P10	P2, P7
C4	P2, P7	P2, P7	P5, P10	P2, P7
C5	P2, P7	P2, P7	P5	P2, P7
C6	P2, P7	P2, P7	P5	P2, P7

Tabla 19. Análisis del taller usos de la primera derivada (Anexo 22) de acuerdo a las subcategorías.

SUB-CATEGORÍAS				
TALLER USOS DE LA PRIMERA DERIVADA+ APLET DE UNA FUNCIÓN+DIÁLOGOS CON ESTUDIANTES				
S u j e t o	Subcategoría A1	Subcategoría A2	Subcategoría B1	Subcategoría B2
C 2 (r a u r o)	El sujeto utiliza el punto A para moverlo sobre la gráfica.	Determina la relación entre la función y la derivada de la función.	El sujeto establece una definición adecuada para el máximo local, mínimo global y máximo global de una función (Anexo 23); además concluye una regla general sobre la relación entre la gráfica de la función original y de su derivada (Anexo 24).	Con la ayuda de Geogebra y la visualizaciones que realiza de la gráfica logra determinar la relación entre la función y la derivada de la función (vídeo 9).
C 3	El estudiante utiliza la gráfica de Geogebra moviendo el punto A sobre la gráfica para identificar aquellos valores en los cuales la	A través de la interacción con el applet	Logra establecer las diferencias	Por medio de las

<p>(función es creciente o decreciente. J u l i á n)</p>	<p>establece la relación entre la función y la derivada de la función.</p>	<p>entre el máximo global y el máximo local de una función (Anexo 25), además de que concluye una regla general de la relación entre la gráfica de la función original y de su derivada (Anexo 26).</p>	<p>visualizaciones que realiza en Geogebra, el sujeto puede establecer relaciones entre la función y la derivada de la función.</p>
<p>C Inicialmente realiza un acercamiento a Geogebra reconociendo sus funcionalidades, además utiliza el punto A que está ubicado (sobre la gráfica para inferir valores de R crecimiento y de decrecimiento. a r ó n)</p>	<p>A través de la interacción con Geogebra es capaz de determinar la relación entre la gráfica de la función original y de su derivada.</p>	<p>Establece las diferencias entre el máximo global y el máximo local de una función (Anexo 27), además de que concluye una regla general de la relación entre la gráfica de la función original y de su derivada (Anexo 28).</p>	<p>Con la ayuda de Geogebra el estudiante puede visualizar aquellos intervalos de decrecimiento y de crecimiento de una función.</p>
<p>C La estudiante inicialmente realiza un 5 acercamiento a Geogebra a través de la (grafica de la curva que inicialmente se pide y</p>	<p>La estudiante logra determinar la</p>	<p>Concluye una regla general acerca de una</p>	<p>Determina la relación entre</p>

N a y a r e t h)	además mueve el punto A que está situado sobre la gráfica para identificar valores en los cuales la gráfica crece	relación entre la función y la derivada de la función, además concluye una regla general de acuerdo a la información obtenida.	gráfica creciente o decreciente de acuerdo a la derivada de la función (Anexo 29). Sin embargo, no establece una definición adecuada para el máximo local, mínimo global y máximo global de una función (Anexo 30).	la función y la derivada de la función a través de la visualización que realiza con la gráfica que se presenta en Geogebra.
C6(JORGE)	La instrumentalización se da cuando el sujeto mueve el punto A que está ubicado sobre la gráfica y a partir de ello identifica valores para los que la gráfica crece.	El estudiante identifica la derivada como un dato puntual en un problema.	Es capaz de establecer la relación de crecimiento o decrecimiento analizando la función original y la derivada de la función (Anexo 31); sin embargo, no establece una definición adecuada para el máximo local, mínimo global y máximo global de una función (Anexo 32).	A través de las visualizaciones que realiza en Geogebra puede establecer relaciones entre la función y la derivada de una función.

Tabla 20. Análisis del applet en Geogebra de acuerdo a las categorías

CASO	CATEGORIAS	
	A	B
C2	El sujeto interactúa con los artefactos que tiene y los convierte en instrumentos cuando es capaz de determinar la relación entre la función y la derivada de la función.	En cuanto a los esquemas de uso orientados al sujeto, a través de las visualizaciones que realiza de la situación es capaz de crear nuevos esquemas en cuanto a la gráfica de una función y su derivada, por lo cual en los esquemas de uso orientados al objeto puede concluir una regla general; además de que logra establecer la diferencia entre máximo global y máximo local.
C3	El estudiante utiliza Geogebra en su proceso de instrumentalización y a través de la interacción que realiza con el applet realiza el proceso de instrumentación cuando establece la relación entre la función y la derivada de la función.	A través de la visualización que realiza el sujeto crea nuevos esquemas de uso orientados al objeto cuando es capaz de concluir una regla general que relaciona la función con la derivada de la función y establece el concepto de máximo global y mínimo local.
C4	Se da el proceso de génesis instrumental en la medida que interactúa con la gráfica del applet y reconoce sus funcionalidades, además a través de esa interacción logra inferir la relación entre la gráfica de la función y la gráfica de su derivada.	El sujeto se vale del applet que se le presenta para poder visualizar el comportamiento de las funciones, de la función y de la derivada de la función para con ello concluir una regla general, sin embargo no logra comprender los objetos que tienen que ver con el máximo global y máximo local.
C5	En este proceso el sujeto interactúa	El estudiante realiza una

	con los artefactos que se le presentan y los convierte en instrumentos cuando logra establecer la relación entre la función y la derivada de la función, por tanto se da el proceso de génesis instrumental.	visualización de lo que se le presenta en Geogebra y a partir de ello concluye una regla general acerca del análisis de la gráfica de una función, por tanto se dan nuevos esquemas de uso orientados al objeto y al sujeto.
C6	El proceso de génesis instrumental se desarrolla en la medida en que el estudiante interactúa con el applet y realiza acciones que le permiten convertir esos artefactos en instrumentos cuando identifica la derivada como un dato puntual.	A través de las visualizaciones que el sujeto realiza en Geogebra puede establecer esquemas de uso orientados al objeto estableciendo una relación entre la función y la función derivada.

Tabla 21. Análisis de la evaluación

CASO	A		B	
	A1	A2	B1	B2
C1	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3
C2	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3
C3	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3
C4	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3
C5	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3
C6	P1, P3	P2, P3	P3	P1,P2,P3

Tabla 22. Análisis de la evaluación de acuerdo a las subcategorías

APPLET HOMERO		SUB-CATEGORÍAS		
Sujeto	Subcategoría A1	Subcategoría A2	Subcategoría B1	Subcategoría B2
C1(CARLOS)	Identifica que el movimiento en el applet se produce a partir del botón play, lo cual genera una gráfica de distancia vs tiempo. Además de que reconoce las funcionalidades de movie maker para crear vídeos.	El estudiante establece que las variaciones de la distancia y de la velocidad se presentan respecto al tiempo. Por ello, el artefacto se convierte en un instrumento.	A través de las interacciones con el applet el estudiante logra identificar aquello que es constante y aquello que es variable, y luego sabe en qué situaciones realizar derivadas implícitas. Por lo que adquiere una comprensión del objeto.	En la medida en que el estudiante ha interactuado con el applet y de acuerdo a las experiencias que ha adquirido anteriormente con respecto al uso de los diferentes artefactos que se le presentan y se han modificado sus estructuras cognitivas en la comprensión de aquellos datos que son constantes y aquellos que son variables
C2(mauro)	Reconoce que el movimiento del deslizador que indica el tiempo, se produce a partir del movimiento de Homero. Además reconoce las funcionalidades de movie maker	Con el applet, determina relaciones entre las variables, además identifica que la variación de la distancia se produce con respecto al tiempo.	El estudiante logra identificar aquello que es constante y aquello que es variable en las interacciones con el applet. Sin embargo, cuando está realizando las respectivas sustituciones luego del establecimiento	A pesar de que ha adquirido unas estructuras cognitivas en cuanto a lo que es constante y variable, el sujeto aún no interpreta adecuadamente la situación para poder responder preguntas

	para crear vídeos.		de proporcionalidades escribe otro número distinto al que se le pide reemplazar originalmente.	propuestas.
C3 (Julián)	A través de la distancia que recorre Homero, con el deslizador del tiempo identifica lo que se demora Homero en realizar cierto recorrido. Además reconoce las funcionalidades de movie maker para crear vídeos.	Aunque identifica las variaciones que se presentan con el artefacto y establece relaciones de proporcionalidad, aún no identifica la ecuación principal.	Establece relaciones de proporcionalidad, sin embargo se le dificulta hallar la ecuación principal para luego realizar la derivada implícita.	Aunque establece relaciones de proporcionalidad y diferencias de lo constante y lo variable a través del applet, el sujeto aún no comprende cuál es la ecuación principal en la visualización que realiza de la situación.
C4 (Ramón)	Identifica que en la gráfica surgen dos rectas a partir del movimiento de Homero, la de color azul que indica la distancia recorrida de Homero con respecto a la lámpara vs el tiempo y la de	Utiliza el applet para establecer relaciones de proporcionalidad y diferenciar aquello que es variable de lo que permanece constante, por tanto estos artefactos que tiene a su disposición se convierten en	Se le dificulta hallar la ecuación principal a pesar de que establece relaciones de proporcionalidad y de que logra diferenciar lo constante de lo variable.	Con el applet el sujeto tiene un buen acercamiento en la comprensión de lo constante y lo variable y a través de la visualización crea relaciones de proporcionalidad.

color gris que instrumentos.
 muestra la
 distancia
 recorrida por la
 sombra de
 Homero con
 respecto a la
 lámpara vs el
 tiempo.
 Además
 reconoce las
 funcionalidades
 de movie maker
 para crear
 vídeos.

C5(Nayareth)	<p>Establece que mientras Homero recorre cierta distancia, se demora cierto tiempo lo cual se muestra en el deslizador y en la gráfica horizontal sobre la cual se desplaza Homero. Además reconoce las funcionalidades de movie maker para crear vídeos.</p>	<p>A partir de que reconoce las funcionalidades del applet, la estudiante, puede establecer las variaciones que se presentan de la distancia y de la velocidad con respecto al tiempo.</p>	<p>Presenta un gran avance en cuanto a la elección del cociente de diferenciales, ahora identifica que las distancias varían con respecto al tiempo, establece relaciones de proporcionalidad e infiere adecuadamente la ecuación principal.</p>	<p>A través de la manipulación del applet la estudiante logra identificar qué variaciones y con respecto a ello elige un cociente de diferenciales adecuado para representar los datos, a la vez de que establece relaciones de proporcionalidad de acuerdo a la gráfica que se obtiene (triángulo rectángulo) de acuerdo a ello deduce la ecuación principal.</p>
--------------	--	--	--	--

C6 (Jorge)	Reconoce las funcionalidades del applet de la sombra de Homero a través de la interacción con el artefacto.	Establece que se presentan variaciones de la velocidad respecto al tiempo.	que se utilizan un cociente de diferenciales adecuado, sin embargo no reconoce cuál es la ecuación principal que debe derivar.	Utiliza un cociente de diferenciales adecuado, sin embargo no reconoce cuál es la ecuación principal que debe derivar.	El estudiante manipula el applet de Homero y alcanza a visualizar las relaciones de proporcionalidad, por lo cual se ayuda con el artefacto.	Tabla 22 Análisis
------------	---	--	--	--	--	----------------------

de la evaluación de acuerdo a las categorías

CASO	CATEGORIAS	
	A	B
C1	Se observa que la génesis instrumental se da en la medida que el estudiante reconoce las funcionalidades del artefacto y a través de su manipulación adquiere una mayor comprensión de las razones de cambio, estableciendo un cociente de diferenciales adecuado.	Los esquemas de uso se ven reflejados cuando interactúa con el applet y de acuerdo a las experiencias que posee respecto al uso del artefacto se han modificado sus estructuras cognitivas logrando reconocer lo constante de la variable para realizar un proceso de derivación adecuado, por lo cual adquiere una comprensión del objeto.
C2	Se cumplió el proceso de instrumentalización y el de instrumentación, debido a que reconocía los movimientos que se producían al mover los deslizadores y a través de ello diferenciaba lo constante de la variable, lo cual le sirvió para comprender más el concepto de razón de cambio.	Se evidencia cómo a pesar de que logra diferenciar lo constante de la variable y establecer relaciones de proporcionalidad a través de la interacción con el applet, no utiliza la información que posee y utiliza otros datos.
C3	A través de la interacción con el applet logra identificar las relaciones entre el desplazamiento de Homero y el deslizador que muestra el tiempo, a partir de ello realiza un proceso de instrumentación en el cual logra reconocer relaciones de proporcionalidad.	En los esquemas de uso, el sujeto no logra comprender la visualización que realiza acerca de las formas geométricas para inferir la ecuación principal para luego realizar el proceso de derivación.
C4	El proceso de génesis instrumental se da cuando reconoce las características	En cuanto a los esquemas de uso, a través de la visualización el sujeto

	de las gráficas que se presentan para luego interpretar la situación del movimiento de Homero y de la sombra de Homero, establecer relaciones de proporcionalidad y diferenciar lo variable de lo constante.	logra crear relaciones de proporcionalidad, sin embargo se le dificulta hallar la ecuación principal.
C5	Identifica los diferentes artefactos que se presentan en el applet, tales como la gráfica horizontal que indica la distancia que recorre Homero y el deslizador, lo que le permite establecer que las variaciones de distancia y de velocidad que se presenta se dan con respecto al tiempo.	Por medio de las interacciones con el applet diferencia lo constante de lo variable y elige adecuadamente un cociente de diferenciales, establece relaciones de proporcionalidad y realiza una comprensión adecuada de la situación al inferir la ecuación principal.
C6	Se evidencia el proceso de génesis instrumental pues, en un primer momento reconoce las funcionalidades del applet de la sombra de Homero, y a partir de su interacción en un segundo momento establece variaciones que se presentan en la situación.	El sujeto se vale del applet que se le presenta y de acuerdo a los esquemas de uso que ya poseía alcanza a establecer relaciones de proporcionalidad, sin embargo tiene falencias en cuanto al reconocimiento del objeto, en este caso de la ecuación principal.

5. TRIANGULACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para la triangulación se presenta a continuación las conclusiones a las que se llega respecto a diferentes elementos observados, así como también se comparan y relacionan con el objeto de presentar unas conclusiones finales respecto al objetivo planteada en la investigación.

- **Cuestión 1: Procesos de instrumentalización con TIC**

¿Qué procesos de instrumentalización con TIC se dieron en los estudiantes durante la enseñanza de las razones de cambio?

Conclusiones del estudio de casos:

- El proceso de instrumentalización es llevado a cabo por los estudiantes mediante acciones como el movimiento de los objetos del applet, relación entre los objetos del applet y su movimiento, observación de los cambios en el applet debido al movimiento de sus objetos y la argumentación de las características y cambios observados en el applet.

Teniendo en cuenta los anteriores procesos de instrumentación, las TIC son en el proceso de génesis instrumental inicialmente objetos para la acción del sujeto en la clase, acción con la cual se evidencia la participación de cada uno de los casos en la investigación. A su vez, las TIC se nos presenta como un medio entre la acción de los casos y la comprensión de las razones de cambio por los mismos, ya que la interacción

de los sujetos con las tecnologías en la clase posteriormente será a su vez mediada por las tareas que se asignan para dicha interacción.

Conclusiones de las notas de campo:

- El uso de diferentes artefactos en el aula, los cuales se encontraban en los applets, Geogebra, Webquest, vídeos les permitió a los estudiantes adquirir mayores comprensiones entorno al objeto. Inicialmente en su proceso de instrumentalización reconocían las potencialidades de cada artefacto, establecían asociaciones de los objetos matemáticos en torno a las variaciones que se presentaban en determinadas situaciones, además las visualizaciones realizadas mientras usaban cada artefacto fueron esenciales en este proceso de génesis instrumental.

Conclusiones de la entrevista con el profesor:

Las TIC son un valioso recurso para llevar al aula de clases, con estas es posible mostrar a los estudiantes las características dinámicas o en movimiento de un determinado problema. En particular para el trabajo de las razones de cambio, las TIC pueden verse como un recurso para la visualización de los componentes dinámicos involucrados en los conceptos, así como una herramienta para el estudiante y su forma de abordar el conocimiento.

- **Cuestión 2: procesos de instrumentalización e instrumentación con TIC**

¿Cuáles esquemas de uso se identifican en los estudiantes durante el proceso génesis instrumental con TIC y cómo evolucionaron estos?

Conclusiones del estudio de casos:

- En el proceso de génesis instrumental se identifican los siguientes esquemas de uso orientados al sujeto: la comprensión y el uso de variables y derivadas, la relación entre datos, así como la comprensión de la variación entre cantidades.
- Posteriormente emergen en el proceso esquemas de uso orientados al objeto tales como: la comprensión de la derivada como una razón de cambio y un dato puntual, la formulación de la ecuación principal y secundaria para la solución de los problemas de razones de cambio y la relación entre la variación de dos cantidades.
- Finalmente, en un contexto diferente al de los problemas de razones de cambio se identifican los siguientes esquemas de uso orientados al objeto: la comprensión de la derivada como razón de cambio y como dato puntual, así como la relación entre la función y la función derivada.

En general se puede decir que en el proceso de génesis instrumental con TIC realizado por los estudiantes durante la enseñanza de las razones de cambio, se identifican esquemas de uso tanto orientados al sujeto como al objeto, los cuales son elementos constituyentes de la comprensión e interacción del sujeto con el

conocimiento y las TIC. En adición, también se destaca que algunos esquemas de uso identificados en los estudiantes permanecen fuera del contexto en el cual se formó y otros terminan su desarrollo allí.

- **Conclusiones de las notas de campo:**

Durante el proceso desarrollado con los estudiantes se identificaron esquemas de uso orientados al objeto y esquemas de uso orientados al sujeto.

- En los esquemas de uso orientados al objeto, se identifica que en un comienzo los estudiantes deben establecer significados a cada proceso realizado para poder comprender las variaciones que se presentan; una forma de que ello se dé, es a través de los argumentos que dan cuando eligen un determinado cociente de diferenciales. Además, cuando utilizan esquemas que les permite asociar formulas geométricas con las situaciones planteadas, esto para hallar la ecuación principal y a partir de allí comprender que se presentan variaciones y que por tanto, se requiere de una ecuación secundaria que permita establecer las variaciones que se dan.
- En cuanto a los esquemas de uso orientados al sujeto, se identifica que con los diferentes artefactos y las visualizaciones que realizan a partir de ellos, los estudiantes pueden realizar las tareas a través de interacciones con las TIC y comprender mejor las variaciones que se presentan.

- **Cuestión 3: Procesos de instrumentación con TIC**

¿Qué procesos de instrumentación con TIC se dieron en los estudiantes durante la enseñanza de las razones de cambio?

Conclusiones del estudio de casos:

- Los procesos de instrumentación desarrollados por los casos se componen de los esquemas de uso descritos en la anterior cuestión y su relación con el uso de lo que inicialmente se presenta como artefactos, tales como: figuras, deslizadores, figuras que cambian, puntos, funciones, funciones derivadas y diálogos.
- Los procesos de instrumentación resaltados más que una unión entre procesos de instrumentalización y esquemas de uso son para los estudiantes una forma particular de abordar la comprensión del trabajo con las TIC, ya que en ellos inicialmente el trabajo con las TIC era el uso de objetos, botones entre otros y ahora este uso está mediado tanto por la comprensión de las razones de cambio como de las tecnologías que utilizó en el proceso.

Conclusiones de las notas de campo:

- A través de los procesos de instrumentalización que los estudiantes realizaron en las intervenciones, pudieron llegar a realizar el proceso de instrumentación. Con las TIC, los estudiantes pudieron adquirir una mayor comprensión entorno al

establecimiento de diferencias entre lo variable y lo constante, y así poder llegar a identificar la derivada como razón de cambio en diferentes situaciones.

- **Cuestión 4: Génesis instrumental con TIC**

¿Cómo se caracteriza el proceso de génesis instrumental con TIC llevado a cabo por estudiantes de Introducción al Cálculo de la Universidad de Antioquia?

- Teniendo en cuenta los análisis y resultados presentados, se caracteriza el proceso de génesis instrumental con TIC llevado a cabo por estudiantes de Introducción al Cálculo de la Universidad de Antioquia, como un proceso en el cual: La comprensión y el uso de la derivada, las variables y la relación entre estas son esquemas de uso orientados al sujeto. Estos están presentes en el inicio de la génesis y posteriormente se transforman o dan paso a nuevos esquemas para la relación del sujeto con las razones de cambio.

- El conjunto de artefactos utilizados durante esta génesis fueron: Elementos presentes en applets, videos, Geogebra, Webquest y diálogos. Estos artefactos fueron utilizados por los estudiantes como mediadores en su relación con las razones de cambio. De allí que se generaran esquemas de uso tales como la comprensión de la derivada como razón de cambio y como dato puntual, así como la relación entre la función y la función derivada.

Conclusiones de las notas de campo:

- La intervención con TIC permite obtener la riqueza de la dualidad estudiante-computador, porque se puede desglosar lo que pasa con el sujeto desde la instrumentación y desde la instrumentalización, por lo que se hace énfasis en los procesos, en la relación del estudiante con la tecnología y no solamente desde su uso sino que además a partir de las reflexiones que establece entorno al objeto de estudio, en este caso las razones de cambio.
- En cuanto a los esquemas de uso orientados a los objetos, las TIC permiten un mayor acercamiento a los conceptos en la medida en que se pueden visualizar esas variaciones que se presentan en las razones de cambio, y asociarlas a un cociente de diferenciales adecuado, permitiendo diferenciar aquello que varía de lo que permanece constante y así poder realizar el proceso de derivación apropiado.
- En los esquemas de uso orientados al sujeto, se puede identificar que cuando se utilizan las TIC, se crean nuevos esquemas funcionales en los sujetos a partir del reconocimiento de las potencialidades de artefactos durante la realización de tareas. Un ejemplo de esto es que, a través de los applets se permite que al cociente de diferenciales que se concibe como algo abstracto le sea asignado un significado por medio de la visualización en cuanto a las variaciones que se presentan.
- A partir de elementos tecnológicos los estudiantes reflexionan acerca de elementos presentes en las razones de cambio.

- Las clases de cálculo se dinamizan desde los ambientes virtuales de aprendizaje permeados con tecnología y desde los diálogos que se establecen entre estudiantes y docentes.

6. CONCLUSIONES

- Respecto a la génesis instrumental se puede decir que la interacción con los diferentes artefactos y el reconocimiento de cada una de sus posibilidades, les permitió generar sus propios esquemas de uso esto debido a que cada estudiante tenía diferentes formas de acercarse a ellos buscando respuestas a los diferentes planteamientos que se realizaban. Por tanto, los artefactos se convierten en instrumentos en la medida en que se utilizaban para la comprensión de objetos matemáticos.
- Los diferentes artefactos implementados en la investigación posibilitaron que los estudiantes se apropiaran de estos y adquirieran el concepto de la derivada como algo dinámico que varía a través del tiempo, en este caso a partir de las razones de cambio. De acuerdo a ello, se vislumbra que con el uso de las TIC se logra una mejor comprensión de aquello que presenta variaciones, debido a que se permiten mejores visualizaciones e interpretaciones en el momento en que los sujetos crean sus propios esquemas de uso orientados al objeto.
- Los avances tecnológicos están permeando el sector educativo, por ello el reto de los docentes es saber utilizar los diferentes artefactos que tiene a su disposición para realizar prácticas pedagógicas reflexivas, evaluando la forma más conveniente de utilizarlos en el aula de clase.
- Las TIC apoya los procesos de enseñanza aprendizaje.
- Desde la teoría de la actividad instrumentada se puede apoyar la enseñanza de conceptos del cálculo, en nuestro caso “la razón de cambio”.

BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M. (2001). *Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work* . (En línea). Recuperado el 21 de agosto de 2013 en <http://www.lkl.ac.uk/research/come/events/freudenthal/1-Presentation-Artigue.pdf>

Ballesteros, E. (2007). Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2007*. 3(4) ,125-137. Recuperado el 21 de agosto de 2013 en http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c7.pdf

Congreso de Colombia. (1992). *Ley 30 de 1992*. Recuperado el 11 de Agosto de 2013 en http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85860_archivo_pdf.pdf

Congreso de la Republica de Colombia. (2009). *Ley 1286 de 2009*. Recuperado el 11 de Agosto de 2013. en http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley/2009/ley_1286_2009.html

CSU Universidad de Antioquia. (1994, marzo). *Acuerdo Superior 1 de 1994*. Recuperado el 13 de agosto de 2013 en http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/BibliotecaPortal/ElementosDiseno/Documentos/General/EstatutoGeneral07_12_2011.pdf

E. Souberman (Eds.), *Mind in society the development of higher psychological processes*. Cambridge & London: Harvard University Press.

Markus, H. (2001). *Geogebra Online, GeoGebra*. Recuperado el 7 de agosto de 2013, en Open Educational Resources (OER) Portal en <http://www.temoa.info/node/24754>

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2006). *Plan Decenal de Educación PNDE 2006-2016*. Recuperado el 25 de febrero de 2013 en http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_TICS.pdf

Modellus. Recuperado el 7 de agosto de 2013 en <http://modellus.co/index.php/es/bajar>

Posada, F. y Villa J. (2006). El razonamiento algebraico y la modelación matemática. In A. A (Ed.), *Pensamiento variacional y razonamiento algebraico: (modulo 2)*. Medellín: Gobernación de Antioquia.

Rabardel, P y Beguin, P. (2002). Designing for instrument-mediated activity. *Scandinavian Journal of Information Systems*, 12, p. 173-190.

- Rabardel, P., Verillon, P. (1995). Cognition and artifacts: a contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European journal of Psychology of education*, 10(1), p. 77-101.
- Ritchie, W. (1836) Part I. Containing principles, rules, and exercises. In J. Taylor (Ed.), *Principle of the differential and integral calculus, failiary illustrated, and applied to a variety of useful purposes*. London: University of London.
- Ruiz, M. (2010). *Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: El caso de Geogebra*. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Salinas, M. (2000), "El diario pedagógico". *Gaceta Didáctica*, No 3. p.6
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de caso* (2° Ed.). Madrid, España: Morata.
- Tall, D. (1985). Chords, Tangents and the Leibniz Notation. *Mathematics Teaching*, 112, 48–52. Recuperado el 10 de febrero de 2013 en <http://wrap.warwick.ac.uk/497/>
- Verillon y Rabardel. (1995), *Instrumented Activity Situation*. París: European Journal of Psychology of Education.

Villa, J. (2010). *La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis desde la teoría de Pirie y Kieren*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Recuperado el 20 de agosto de 2013 en <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/lacompresion-tasadevariacion.pdf>

Villa, J. y Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de noción variacional. *Educ. Matem. Pesq, São Paulo, 12(3)*, 514-528. Recuperado el 21 de febrero de 2013 en <http://funes.uniandes.edu.co/1545/1/3750.pdf>

Vygotsky, L. (1978) Basic Theory and Date. In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, &

Yin, R. (2009). Estudio de caso: planejamento e métodos / (traducao A. Thorell; revisao técnica C. Damacena) (4° Ed.). Porto Alegre, Brasil: Bookman (Trabajo original publicado en 1994).

ANEXOS

Anexo 1. Diario de campo

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Diario de campo



Ambiente de aprendizaje: Fecha:

Espacio de conceptualización: No estudiantes:

Tema: Hora:

Objetivo:

Descripción:

Reflexión:

Anexo 2. Diagnostico socioeconómico

Diagnóstico socioeconómico

En este diagnóstico se realizan preguntas relacionadas con tu entorno cotidiano y con el acceso y uso a la tecnología, para identificar gustos y recolectar información para nuestro proyecto de investigación.

Cédula de Ciudadanía C.C o Tarjeta de Identidad

Edad

Sexo

Masculino

Femenino

Lugar de nacimiento

Estrato

1

2

3

4

5

6

¿Con quienes vives?

Puedes seleccionar varias casillas

Papá

Mamá

Hermanos

Abuelos

Tíos

Otros

¿En cuál o cuáles actividades empleas tu tiempo libre?

Puedes marcar una o varias casillas

Estudiar

Dormir

Ver televisión

Deporte

Navegar en internet

Otro

¿En qué lugares tienes acceso a internet?

Puedes marcar una o varias casillas

Casa

Universidad

Café internet

Otro

¿Te gusta utilizar el computador?

Nada

Poco

Bastante

Mucho

¿Para qué utilizas el computador?

Puedes marcar una o varias casillas

Buscar información en internet

Visitar redes sociales

Escuchar música

Enviar y recibir mensajes

- Visitar páginas educativas

En caso de que utilices el computador para otras cosas diferentes a las anteriores, escríbelas a continuación:

¿Qué programas utilizas?

Puedes seleccionar una o varias casillas

- Procesadores de textos
- Editores de imágenes
- Software educativo
- Hojas de cálculo
- Programas para realizar presentaciones

Si utilizas otros programas escríbelos a continuación:

¿Con qué frecuencia usas internet?

- Todos los días
- Algunos días
- Esporádicamente
- Nunca

¿Cómo consideras el internet?

- Aburrido
- Interesante
- Divertido
- Una pérdida de tiempo

Si tienes alguna otra opinión sobre el internet escríbela a continuación:

¿Para qué te conectas a internet?

Puedes seleccionar una o varias casillas

- Chatear
- Jugar

- Buscar información
- Hacer tareas individualmente
- Hacer tareas con tus compañeros
- Ver vídeos

Si te conectas para otros fines escríbelos a continuación:

¿Conoces recursos de las TIC o Tecnologías de la Información y la Comunicación para el área de cálculo?

- Si
- No

¿Has utilizado las TIC para el aprendizaje en el área de cálculo?

- Si
- No

¿Con qué frecuencia utilizas las TIC en el área de cálculo?

- Frecuentemente
- Algunas veces
- Casi nunca
- Nunca

¿Cómo consideras las clases con TIC?

- Aburridoras
- Interesantes
- Divertidas
- Una pérdida de tiempo

Si tienes otra opinión de las clases con las TICs escríbela a continuación

¿Qué ventajas consideras que tiene el uso de las TIC en clases de Cálculo?

¿Qué desventajas consideras que tiene el uso de las TICs en clases de Cálculo?

Anexo 3. Diagnóstico de conocimientos previos



Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diagnóstico de conocimientos previos

Realiza el siguiente diagnostico para evaluar tus conocimientos acerca de algunos temas como funciones, límites y derivadas.

Nombre y apellidos: _____

1. Encuentre el dominio y rango y trace la grafica de la función:

$$g(x) = \sqrt{x-5}$$

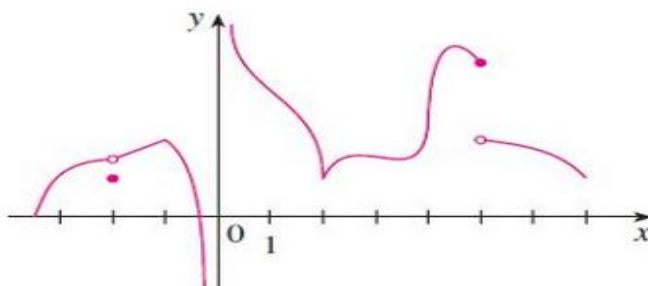
2. Halle la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2 - 8x + 9$ en el punto $P(3, -6)$.

3. Observe la siguiente gráfica de la función g y responda:

32. The graph of g is given.

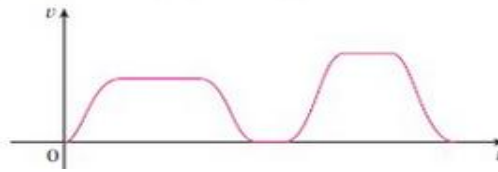
(a) At what numbers is g discontinuous? Why?

(b) At what numbers is g not differentiable? Why?



- a. ¿En qué número la función es discontinua? ¿Por qué?
- b. ¿En qué número la función no es derivable? ¿Por qué?
4. La gráfica de la función velocidad del carro se muestra en la siguiente figura. Trace la gráfica de la función posición.

28. The graph of the velocity function of a car is shown in the figure. Sketch the graph of the position function.



5. Halle la derivada implícita de las siguientes funciones:

a) $x^2 + y^2 = 16$

b) $x^3 + y^3 = 8xy$

c) $\sec^2 x + \csc^2 y = 4$

6. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sin(\sin(x))$ en el punto $(\pi, 0)$.

7. Encuentre la ecuación de la recta tangente al círculo $x^2 + y^2 = 25$ en el punto $(3,4)$.

Anexo 4. Tercera y cuarta clase: Un video con Geogebra

Tercera y cuarta clase: Un video con Geogebra

Objetivo: Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de vídeos y applets en Geogebra.

Materiales:

- Tablero, marcadores borrables, borrador.
- Video con SMRecorder: Se puede descargar aquí <http://smrecorder.softonic.com/>
- Applets con Geogebra.
- Taller 1: Related Rates Walkthrough
- Hojas, lapiceros, lápices, colores, borrador, sacapuntas.

Metodología:

La exposición como técnica didáctica

Secuencia:

1. Saludo y presentación de la agenda.
2. Presentación del video: problemas de razones de cambio con Geogebra.
3. Los estudiantes elaboran y entregan el taller: Related Rates Walkthrough.

Ambiente de aprendizaje:

- Espacio: Salón con computador por cada estudiante.
- Organización y disposición espacial: Los estudiantes atienden a la presentación desde sus mesas de trabajo.
- Roles: El maestro es quien presenta la información a medida que da a los estudiantes espacios para su participación en la exposición. El estudiante presta atención y participa en la exposición con preguntas y posibles respuestas a las mismas.
- Relaciones: Maestro-estudiante, estudiantes-maestro, estudiante con el mismo, estudiante-sistema, estudiante-información, estudiante-medio informático.

Productos

- Taller: Related Rates Walkthrough.

Anexo:

- Materiales para el video: Los applets que se tendrán en cuenta para la elaboración del video están aquí: <http://www.sfu.ca/~jtmulhol/calculus-applets/html/appletsforcalculus.html> son el del cohete y el de la luz de un farol.

- El applet fue tomado de: <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/15739>

- El taller es un documento de Word encontrado en Google: <https://www.google.com.co/search?hl=es&safe=off&tbo=d&site=&source=hp&q=Related+Rates+Walkthro>

[ugh&oq=Related+Rates+Walkthrough&gs_l=hp.3..0i19.2007.2007.0.2758.1.1.0.0.0.0.245.245.2-1.1.0...0.0...1c.1.2.hp.a0EK95aCDTc](#)

En esta clase se presentaran dos vídeos que hemos realizado con los applets, uno acerca de un cohete y el otro relacionado con la luz de un farol. Además, un applet sobre una escalera que se desliza con su correspondiente taller para que los estudiantes lo resuelvan. **(Anexo 4)**

Quinta y sexta clase: WebQuest de Razones de cambio

Objetivo: Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de applets.

Materiales:

- Tablero, marcadores borrables, borrador.
- Web Quest: Relate rate en <http://zunal.com/webquest.php?w=183441>
- Hojas, lapiceros, lápices, colores, borrador, sacapuntas.

Metodología:

- Aprendizaje basado en problemas.

Secuencia:

1. Saludo y presentación de la agenda.
2. Exploración de la Web Quest en: <http://zunal.com/webquest.php?w=183441>
3. Elaboración y entrega de las actividades elaboradas con la Web Quest.

Ambiente de aprendizaje:

- Espacio: Salón con computador por cada estudiante.
- Organización y disposición espacial: Los estudiantes trabajan por parejas.
- Roles: El maestro es un guía colaborador durante el momento de desarrollo de los ejercicios, tal colaboración al estudiante se lleva a cabo con preguntas que lo orienten en la elaboración de los ejercicios con el uso de applets en Geogebra o animaciones en flash. El estudiante utiliza herramientas tecnológicas con el fin de elaborar significados útiles a él mismo para el desarrollo de sus tareas.
- Relaciones: Maestro-estudiante, estudiantes-maestro, estudiante con el mismo, estudiante-sistema, estudiante-información, estudiante-medio informático.

Productos:

- Actividades elaboradas con la Web Quest.

El taller que se propone para esta clase es relacionado con los applets que se encuentran en la WebQuest que se ha diseñado. **(Anexo 5)**

Séptima y octava clase: Máximos y mínimos

Objetivo: Conocer las definiciones y teoremas de los puntos críticos, máximos y mínimos de una función a través de Geogebra.

Materiales:

- Tablero, marcadores borrables, borrador.
- Pizarra virtual.
- Taller de máximos y mínimos.
- Hojas, lapiceros, lápices, colores, borrador, sacapuntas.

Metodología:

- La exposición como técnica de aprendizaje.

Secuencia:

1. Saludo y presentación de la agenda.
2. Presentación de la temática.
3. Elaboración del taller: máximos y mínimos.

Ambiente de aprendizaje:

- Espacio: Salón con computador por cada estudiante.
- Organización y disposición espacial: Durante las actividades de esta clase los estudiantes permanecen en los lugares de sus mesas rectangulares.
- Roles: El maestro presenta la información a sus estudiantes utilizando la pizarra virtual, luego este e para sus estudiantes un guía colaborador durante el momento de la elaboración del taller. Los estudiantes inicialmente prestan atención a la explicación de la docente, luego elaboran un taller por parejas. El estudiante utiliza herramientas tecnológicas con el fin de elaborar significados útiles a él mismo para el desarrollo de sus tareas.
- Relaciones: Maestro-estudiante, estudiantes-maestro, estudiante con el mismo, estudiante-sistema, estudiante-información, estudiante-medio informático.

Productos:

- Entrega del taller máximos y mínimos.

Novena clase: Evaluemos lo aprendido

Objetivo: Evaluar el aprendizaje de los estudiantes sobre la aplicación del concepto de derivada durante un proceso de aprendizaje con las TIC.

Materiales:

- Salón con computador por cada estudiante.
- Hojas, lapiceros, lápices, colores, borrador, sacapuntas.

Metodología:

- El aprendizaje colaborativo.

Secuencia:

1. Saludo.
2. Quiz.
3. Presentación del video por equipos.

Ambiente de aprendizaje:

- Espacio: Salón con computador por cada estudiante y calculadoras.
- Organización y disposición espacial: La reunión en grupo se hace en una mesa redonda por cada equipo.
- Roles: El maestro es un guía colaborador durante el desarrollo del programa, tal colaboración al estudiante se lleva a cabo con preguntas que orienten el hacer del mismo. El estudiante utiliza herramientas tecnológicas con el fin de dar a conocer sus conocimientos previos al trabajo con las aplicaciones de la derivada.
- Relaciones: Estudiante-estudiantes, maestro-estudiante, estudiantes-maestro, estudiante con el mismo, estudiante-fenómeno físico, estudiante-información, estudiante-medio informático.

Productos

- Los estudiantes entregan el quiz y presentan el video entregado en la clase.

Las clases planeadas aquí están sujetas a que en el siguiente momento, referido a la implementación presenten algunas modificaciones.

Anexo 5. Rúbrica para las tareas

Categoría	4-5	3-4	2-3	0-2
Puntualidad	El estudiante entrega sus trabajos en el tiempo estipulado.	El estudiante entrega el trabajo con 1 día tarde a la fecha estipulada.	El estudiante entrega el trabajo 2 días después de la fecha estipulada.	El estudiante entrega el trabajo una semana después de la fecha estipulada o no lo entrega.
Presentación	Presenta pruebas de forma clara, y organizada que es fácil de entender.	Presenta pruebas de una manera ordenada y organizada, que es generalmente fácil de entender.	Presenta pruebas de una manera organizada, pero puede ser difícil de entender a veces.	El trabajo aparece desordenado, desorganizado, y se apresuró. Es difícil saber si va de la mano con la información o le falta información.
Consulta de fuentes	Enriquece su trabajo consultando 3 fuentes extras a las dadas.	Solo consulta 2 fuentes extras a las dadas para hacer el trabajo.	Solamente consulta las fuentes dadas para hacer el trabajo.	No consulta fuentes dadas para hacer el trabajo.
Errores matemáticos	90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Casi todos (85-89%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	La mayoría (75-84%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Más del 75% de los pasos y soluciones tienen errores matemáticos.

Rúbrica para el aprendizaje basado en problemas

Categoría	4-5	3-4	2-3	0-2
Conceptos matemáticos	Al explicar, muestra completa comprensión de los conceptos matemáticos utilizados para resolver problemas. Fácilmente responde a las preguntas	Al explicar, muestra un conocimiento en profundidad de los conceptos matemáticos utilizados para resolver problemas. Responde adecuadamente a las preguntas.	Al explicar, muestra cierta comprensión de los conceptos matemáticos necesarios para resolver el problema. Vacila en responder a las preguntas.	Al explicar, muestra comprensión muy limitada de los conceptos básicos necesarios para resolver problemas. No responde a las preguntas.
Los errores matemáticos	90-100% de los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Casi todos (85-89%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	La mayoría (75-84%) los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	Más del 75% de los pasos y soluciones tienen errores matemáticos.
Diseño y Presentación	Presenta pruebas de forma clara, y organizada que es fácil de entender.	Presenta pruebas de una manera ordenada y organizada, que es generalmente fácil de	Presenta pruebas de una manera organizada, pero puede ser difícil de	El trabajo aparece desordenado, desorganizado, y se apresuró. Es difícil saber si va

		entender.	entender a veces.	de la mano con la información o le falta información.
Los gráficos y Bocetos	Los gráficos y / o dibujos son claros y añaden mucho a la comprensión del procedimientos.	Los gráficos y / o dibujos son claros y fáciles de entender.	Los gráficos y / o dibujos son un poco fáciles de entender.	Los gráficos y / o dibujos son difíciles de entender o no se utilizan.
Terminología y Notación Matemática	Terminología correcta y la notación se utiliza siempre, por lo que es fácil de entender lo que hizo.	Terminología correcta y la notación se suele utilizar, por lo que es bastante fácil de entender lo que hizo.	Terminología correcta y la notación se utilizan, pero a veces no es fácil de entender lo que hizo.	Hay poco uso, o un uso inadecuado, de la terminología y la notación.
Trabajo en equipo	Todos los miembros participaron igualmente en las actividades, aportaron datos importantes, y fueron de	Todos los miembros participaron en las actividades, y aportaron importantes apreciaciones.	Desigual participación en las actividades, los miembros necesitan más responsabilidad y compromiso.	Los miembros no trabajan juntos de manera efectiva. Es evidente la poca colaboración.

apoyo y
respeto el uno
al otro.

Rúbrica para el aprendizaje colaborativo

Categoría	4-5	3-4	2-3	0-2
Cooperación	Constantemente explica y debate con otros compañeros, lo comprendido durante las clases.	Explica lo comprendido a otros compañeros durante las clases.	Algunas veces explicar lo comprendido a otros compañeros durante las clases.	Se le dificulta explicar lo comprendido a otros compañeros durante las clases.
Responsabilidad	Entrega un trabajo de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera organizada	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	No entrega el trabajo asignado para la clase.
Trabajo en equipo	Constantemente se comunica, toma decisiones y soluciona conflictos con los demás miembros del equipo	Por lo general se comunica y toma decisiones con los demás miembros del equipo.	Algunas veces se comunica y toma decisiones con los demás miembros del equipo.	Nunca o casi nunca se comunica y toma decisiones con los demás miembros del equipo.

Autoevaluación	Constantemente evalúa acciones e identifica cambios a realizar para mejorar el trabajo con su equipo.	Por lo general evalúa acciones e identifica algunos cambios a realizar para mejorar el trabajo con su equipo.	Algunas veces evalúa acciones e identifica algunos cambios a realizar para mejorar el trabajo con su equipo.	Nunca o casi nunca evalúa acciones e identifica cambios a realizar para mejorar el trabajo con su equipo.
Roles	Cumple su rol dentro del equipo y motiva a los demás integrantes del equipo a cumplirlo.	Cumple su rol dentro del equipo.	Algunas veces cumple su rol dentro del equipo.	Nunca o casi nunca Cumple su rol dentro del equipo.

Anexo 6. Entrevista

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
ENTREVISTA



Nombre del entrevistado: Rodrigo Rendón

Nombre del entrevistador: Alejandra Montoya Restrepo

Fecha: 29 de Mayo del 2013

Tiempo que lleva desempeñándose como docente de cálculo en la facultad de educación: Estoy desde el 2005, en la facultad de educación comencé desde el 2007, estoy trabajando los cursos de introducción al cálculo y calculo en una variable.

Títulos obtenidos: Licenciado en matemáticas y física, especialización en matemáticas avanzada de la Universidad Nacional y una maestría en educación en la Universidad de Antioquia.

1. **¿Cuáles son las mayores dificultades que usted ha identificado en los estudiantes de cálculo diferencial, especialmente en el concepto de razón de cambio instantáneo?, ¿A qué cree que se deben estas dificultades y cómo las ha afrontado?**

El cociente de razón de cambio es una de las aplicaciones fundamentales de la derivada. La derivada tiene una situación particular y es que representa, obviamente, un estudio de variaciones y las variaciones tienen un componente dinámico completamente, ese componente dinámico en algunos casos es muy complicado de hacerlo en el tablero, a pesar de que uno trata pues de formalizarlo muy bien y de hacer que se vea la variación en el tablero, de todas maneras es una cuestión estática que para algunos estudiantes se convierte en bastante complejo. Entonces, las dificultades principales están en la concepción de eso, en la concepción de la derivada como una entidad dinámica, como una variación que depende del tiempo y que se está mostrando y evidenciando en el paso del tiempo en cada una de las aplicaciones que se presentan; los estudiantes, tienden muchas veces a verlo como un concepto estático y asociarlo demasiado, por ser la aplicación fundamental o a la que más énfasis los docentes le hacemos de la derivada que es la pendiente de una recta tangente a la curva. Entonces, muchos tienden a pensar en el cociente de diferenciales simplemente como la posibilidad de encontrar una tangente y muchas veces les da mucha más dificultad visualizar la derivada como una variación que puede ser aplicada en muchísimos campos y en muchos conceptos de la física, de la ingeniería (...) en muchos otros aspectos diferentes. Entonces pienso que es esa la dificultad principal, de concebirla con ese componente

dinámico que tiene y obviamente el asociar ese concepto de razón de cambio con el concepto de derivada y el concepto de derivada con el concepto de límite al que está también asociado por pura génesis del concepto y el concepto de límite obviamente es un concepto que tiene que ver con los razonamientos infinitos y por tradición las personas que estudiamos matemáticas a través de la historia generalmente hemos tenido problemas con el manejo del infinito y con el concepto de infinito y los procesos infinitos como tales.

- **¿En cuanto a los cocientes de diferenciales, ellos poseen muchas dificultades cuando van a armar ese cociente de diferenciales?**

En algunos casos sí, porque ellos a veces tienden a pensar en el diferencial dy en el diferencial dx como cosas totalmente distintas, pero no establecen como una relación entre las dos. Entonces, cuando uno trabaja cociente de diferenciales para calcular una pendiente, es un concepto relativamente estático en ese momento, pero cuando se empieza a ver que lo que ese cociente de diferenciales empieza a mostrar es la variación, es la variación de la pendiente en la medida en la que la recta secante se va convirtiendo en una tangente y luego en las demás aplicaciones que tienen que ver por ejemplo con la física, cuando los cocientes de diferenciales lo que representan son variaciones en el volumen o variaciones en la longitud o variaciones en el llenado, por ejemplo de tanques o en la manera cómo están cambiando variables físicas; en algunos casos tienen dificultades con esa situación. En la que, fundamentalmente establecer que de alguna manera los dos diferenciales son entidades completamente diferentes, pero que están vinculadas la una con la otra y que obviamente hay que elegir un cociente de diferenciales que tenga sentido en la situación que se está resolviendo.

2. ¿Usted cree que el uso de TIC puede ayudar a los estudiantes en el desarrollo del concepto de razón de cambio?

He podido evidenciar que eso es cierto, en algunos de los primeros cursos lo hacíamos solamente con el manejo del tablero, o sea desde la parte formal, desde la parte magistral y era mucho más estático y era un poco más complicado para los estudiantes, ya luego hemos tratado de ir involucrando algunas herramientas del cálculo, algunos programas como el derive que está acá en la facultad y programas gratuitos como el Geogebra por ejemplo, donde nosotros donde nosotros hemos podido mostrar en forma dinámica lo que ocurre con esas variaciones y cómo esa variación es una cuestión que va haciéndose y que se va presentando y he podido visualizar que para los estudiantes es mucho más fácil de comprender, porque la visualización de todas maneras es una herramienta importantísima en la comprensión.

3. Desde una revisión literaria una de las formas de trabajar la derivada como cociente de diferenciales es a través de la relación de lo simbólico y lo gráfico ¿Cómo lo desarrolla usted?

De alguna manera, lo que yo trato de hacer mucho énfasis es en que los conceptos matemáticos no están necesariamente vinculados a una representación geométrica, que lo que la representación geométrica lo que hace es convertirse en un instrumento que permite y mejora la comprensión y obviamente que la visualización permite y mejora la comprensión, pero entonces lo que yo hago siempre es hacer que se comprenda claramente que el concepto matemático como tal es un concepto completo por si solo sin el apoyo de la visualización y de la geometría. Luego lo que hago es hacer que la visualización, es decir, que todos los elementos que tienen que ver con el manejo, por ejemplo de herramientas informáticas obviamente permiten la comprensión, mucho mejor la comprensión de ese concepto y de las aplicaciones que ese concepto puede tener y ahí es donde se establece una diferencia clara entre el concepto matemático y el objeto matemático como tal y obviamente las múltiples aplicaciones que permite ese objeto matemático en las diferentes áreas, en las diferentes ciencias.

4. ¿Ha implementado las TIC en las clases de cálculo?, ¿de qué forma? O ¿por qué no?

Al principio no lo hacía, porque teníamos un poco más de dificultades en cuanto a los recursos de la facultad, en el momento que ya todas las aulas están dotadas con videobeam, con computadores, con herramientas pues, es mucho más sencillo hacerlo y ya hemos ido como incrementando mucho esta participación. Yo concibo más el uso de estas herramientas no tanto para dictar la clase más rápido, para traer la clase preparada en un videobeam y poderla presentar y no copiar tanto en el tablero; sino más bien en usarlas como una herramienta que si permita visualizar conceptos y permita comprender mucho mejor esos conceptos. Entonces en ese sentido hemos usado las herramientas que están en el aula aunque todavía se puede hacer mucho mejor, todavía yo soy consciente de que no se ha usado pues, con el potencial que permiten, pero también se ha incentivado a que los estudiantes lo hagan en las aulas de informática de la facultad y obviamente en sus computadores, en sus equipos propios y obviamente que apoyen la comprensión y el aprendizaje de esta manera, en las horas pues de la programación de los cursos que nosotros llamamos de docencia asistida y de trabajo individual del estudiante pues he tratado de incentivar mucho a que se presente esta situación.

5. ¿Sabe usted que en la facultad hay más de 40 calculadoras Texas y pizarra virtual?

No, en alguna ocasión si recibí pues la información de que en la universidad existían las calculadoras y (...), pero no las he usado en realidad y del tablero no tenía la menor idea que hubiera en la facultad no sabía que teníamos ese recurso porque es bastante fuerte, gracias.

6. Con respecto al concepto de razones de cambio ¿qué bibliografía y sugerencias tiene para abordar esta temática?

Yo pienso que en la mayoría de los libros de texto con que los contamos actualmente de los libros de cálculo y análisis tienen un acercamiento bastante bueno a la parte conceptual y a la parte teórica, me parece que lo que es muy importante como apoyo a la docencia y a la comprensión obviamente por parte de los estudiantes y nuestros estudiantes que son futuros maestros en matemáticas es acercarse a las investigaciones en estos temas que en la actualidad se han desarrollado y se están desarrollando. En estos conceptos del cálculo hay bastantes investigaciones hechas en España, en México, en Venezuela, en Chile; y son muy importantes porque se han concentrado fundamentalmente en problemáticas concretas de la enseñanza y del aprendizaje del cálculo y de conceptos tan propios y tan concretos como el de las razones de cambio. Entonces yo pienso que el apoyo fundamental en la bibliografía se debería dar desde allí, desde los aportes que los investigadores han hecho y están haciendo y desde el trabajo que ellos han desarrollado en diferentes países, porque la situación de la comprensión de la matemática en Latinoamérica es bastante similar que en la mayoría de países.

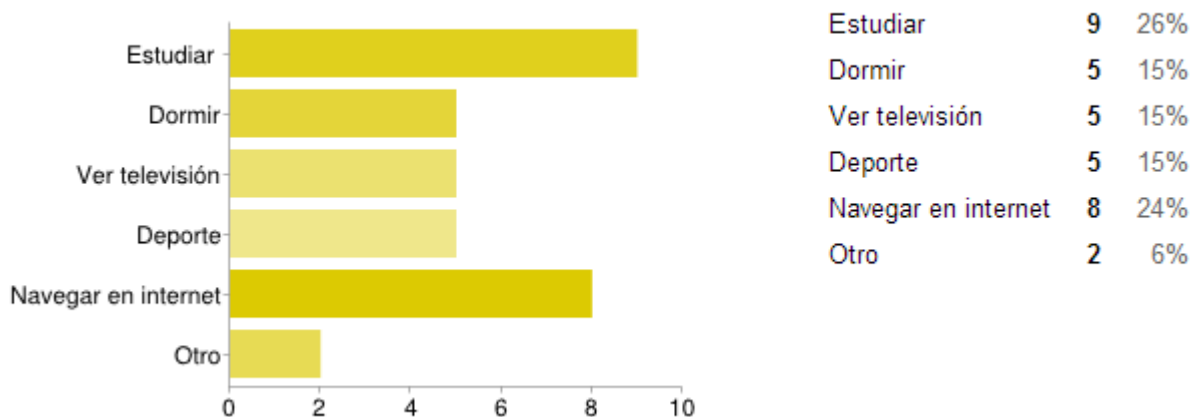
Anexo 7. Análisis del diagnóstico

Análisis del diagnóstico:

De acuerdo al diagnóstico realizado 2 de las nueve personas encuestadas son menores de edad, seis son hombres y tres son mujeres; cuatro nacieron en Medellín, una en Caucasia, dos en el Santuario, una en Envigado y una en Yolombó. Con respecto al estrato el 67% de las personas encuestadas son de estrato dos, el 22% de las personas son de estrato 3 y el 11% son de estrato 1.

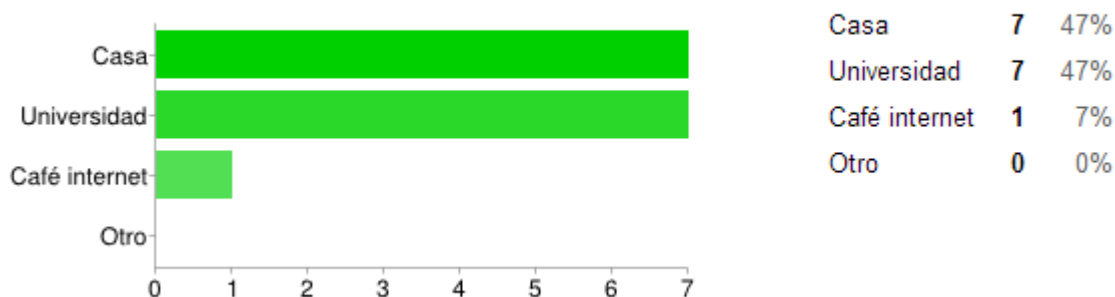
A continuación se realiza un análisis estadístico con respecto a las preguntas dadas por los sujetos que participaron en la investigación y de acuerdo a ello se realiza su correspondiente interpretación.

¿En cuál o cuáles actividades empleas tu tiempo libre?



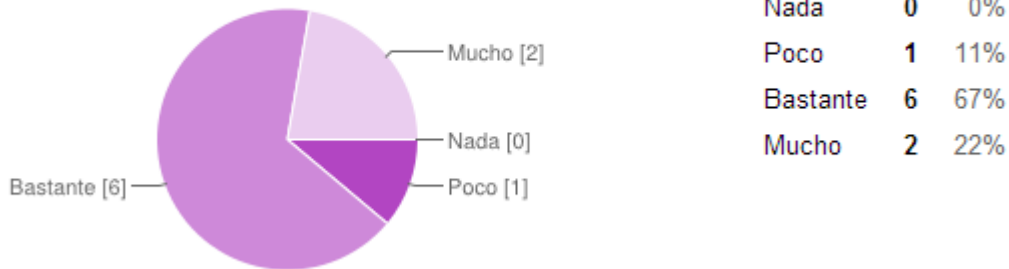
Interpretación: Se puede interpretar que las actividades que se desarrollan con más frecuencia por los estudiantes son estudiar con un 26% y navegar en internet con un 24%. Lo que ratifica el gusto por las TIC en el entorno en que se desempeñan los sujetos de estudio. Además con menor preferencia por otras actividades tales como dormir, ver televisión y hacer deporte.

¿En qué lugares tienes acceso a internet?



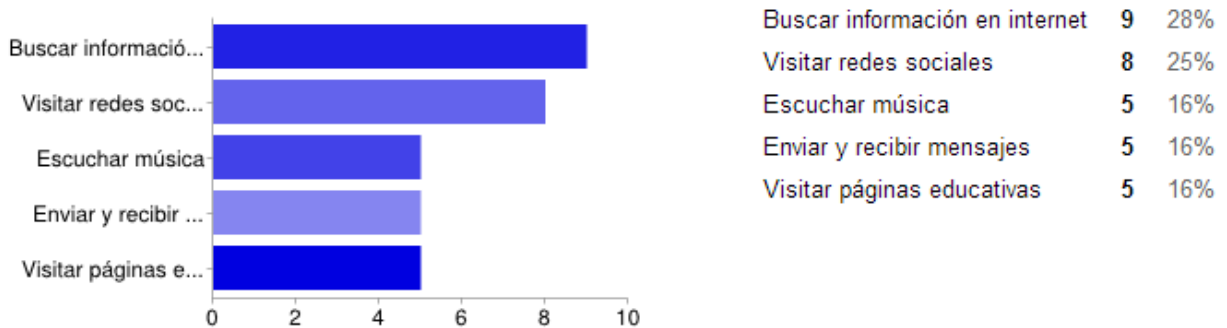
Interpretación: De acuerdo a las respuestas obtenidas, la mayoría de los estudiantes, correspondientes al 47% se conectan a internet desde sus casas y desde la universidad, en menor medida la conexión se realiza a partir del café internet.

¿Te gusta utilizar el computador?



Interpretación: Es muy notorio que los estudiantes presentan un gran agrado por utilizar el computador, pues la mayoría de los estudiantes, correspondientes al 67% lo han manifestado, frente a una minoría del 11% que manifiestan el poco agrado por el uso de este objeto.

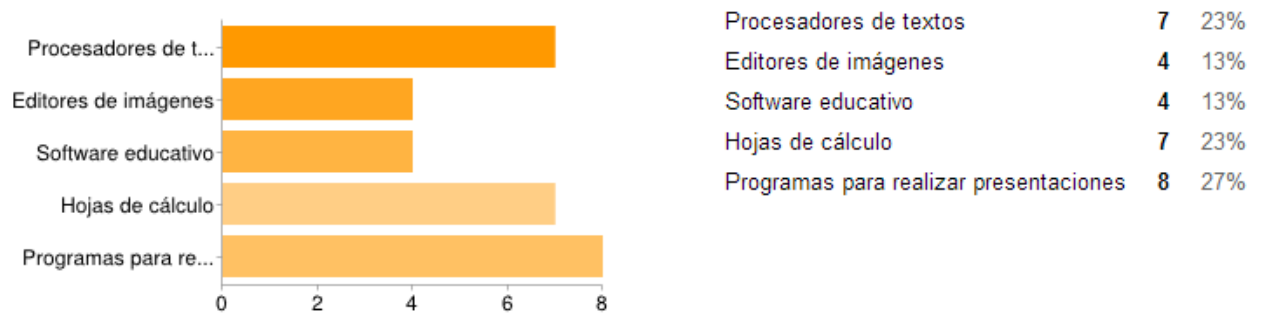
¿Para qué utilizas el computador?



Interpretación: En igual medida un 16% de los estudiantes utilizan el computador para escuchar música, enviar y recibir mensajes y visitar páginas educativas; mientras que un 28% para buscar información en internet.

Además también existía una casilla para que se editara más información acerca del uso que se le da al computador para otras cuestiones, allí escribieron otros usos que se le da como: para descargar aplicaciones, para realizar trabajos, proyectar presentaciones, para ver películas, para escuchar música, para hacer tareas.

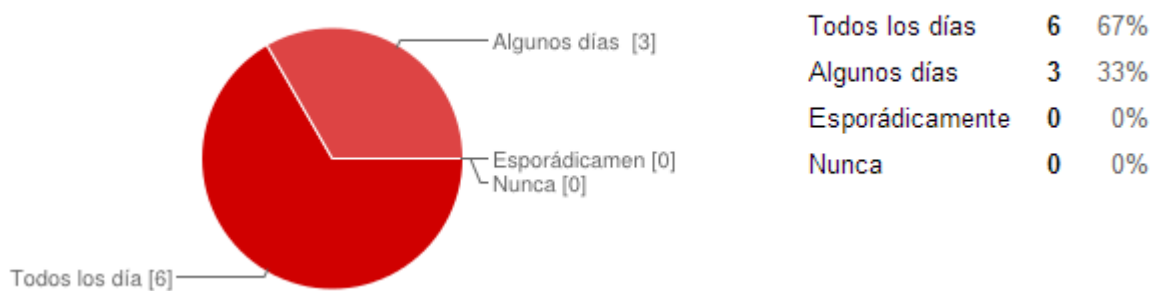
¿Qué programas utilizas?



Interpretación: Se puede interpretar que la mayoría de los estudiantes, correspondiente a un 27% utilizan programas para realizar presentaciones, un 23% en procesadores de textos y en hojas de cálculo, mientras que solo un 13% utilizan software educativo y editores de imágenes.

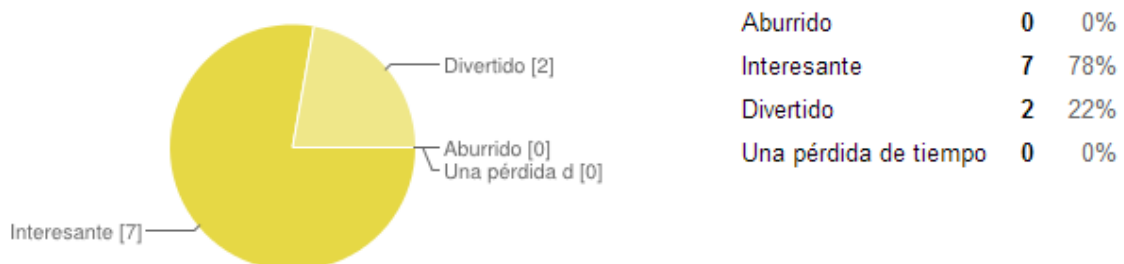
Además también existía una casilla para que se editara más información acerca de otros posibles programas que se utilizaran, pero allí ninguno escribió otro programa diferente a los mencionados anteriormente.

¿Con qué frecuencia usas internet?



Interpretación: Es evidente que la mayoría de las personas, un 67%, utiliza el internet todos los días, exceptuando un 33% que solamente lo utilizan algunos días.

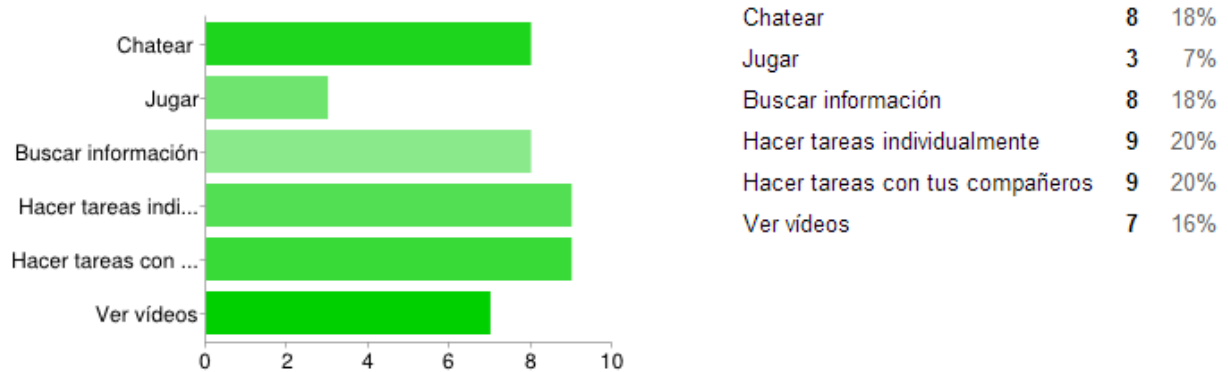
¿Cómo consideras el internet?



Interpretación: El internet es considerado como interesante para un 78% de las personas encuestadas, divertido para un 22% y para ninguno de ellos es aburrido o llega a ser considerado como una pérdida de tiempo.

También existía una casilla para que se editara más información acerca de otras posibles opiniones acerca del internet; allí escribieron que el internet es una herramienta bastante útil para la realización de distintas actividades académicas y que es una herramienta muy útil para quien la sabe utilizar.

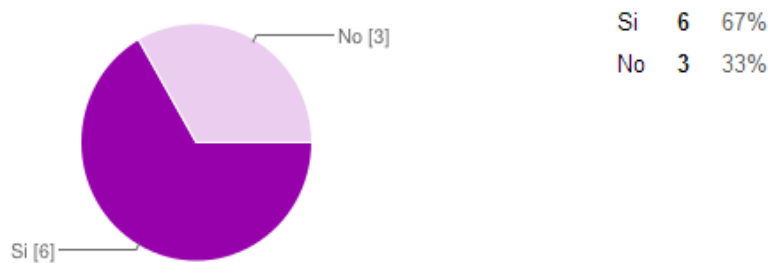
¿Para qué te conectas a internet?



Interpretación: El objetivo de conectarse a internet de acuerdo a las respuestas dadas por la mayoría de los estudiantes es para hacer tareas individualmente y con los compañeros, correspondiente a un 20%; el 18% de las personas lo utilizan para chatear y para buscar información; el 16% para ver vídeos y solamente un 7% para jugar.

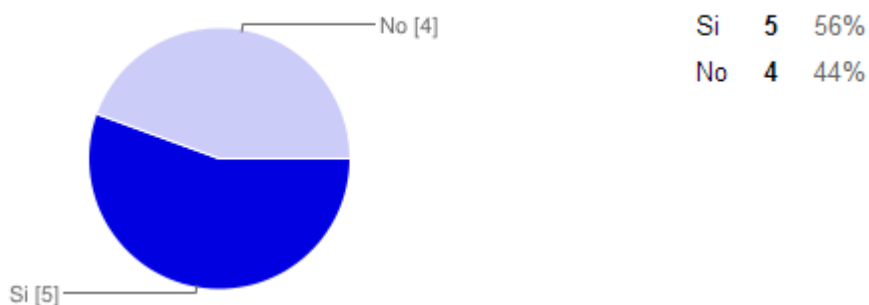
También existía una casilla para que se editara más información acerca de otras causas para conectarse a internet; de acuerdo a las respuestas dadas también lo utilizan para leer información de interés general, ver noticias, leer, tener contacto con personas de otras partes.

¿Conoces recursos de las TIC o Tecnologías de la Información y la Comunicación para el área de cálculo?



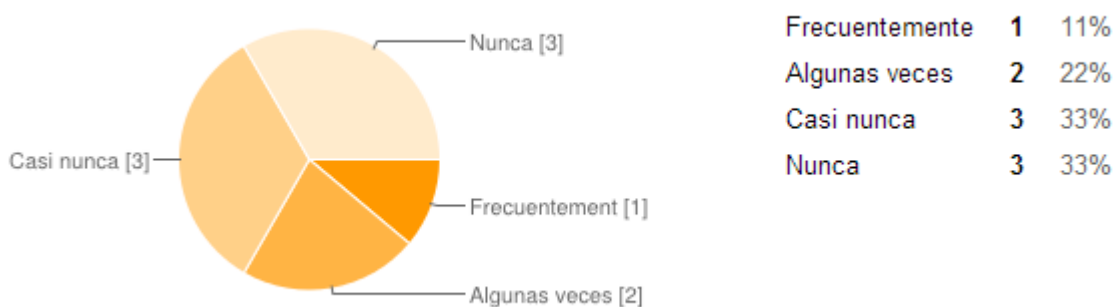
Interpretación: Más de la mitad de los estudiantes correspondiente a un 67%, conocen recursos tecnológicos para el área de cálculo, mientras que solo un 33% no conoce ningún recurso.

¿Has utilizado las TIC para el aprendizaje en el área de cálculo?



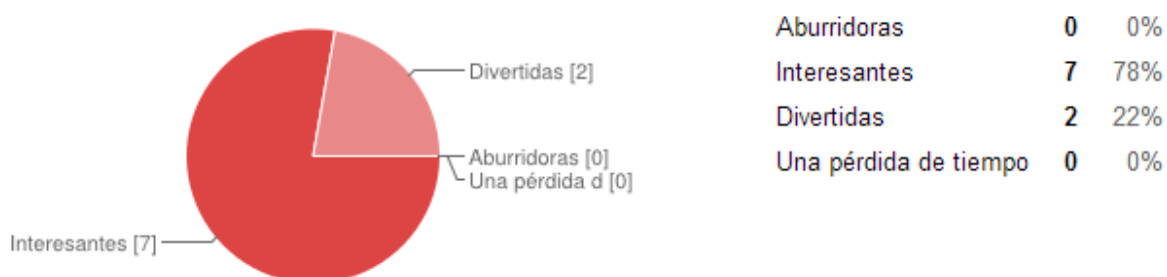
Interpretación: Un 56% de los estudiantes han utilizado las TIC para el aprendizaje del cálculo y un 44% no las ha utilizado.

¿Con qué frecuencia utilizas las TIC en el área de cálculo?



Interpretación: La frecuencia con la que los estudiantes utilizan las TIC en el área de cálculo es muy poca, con un 33% en nunca y en casi nunca, un 22% algunas veces y un 11% frecuentemente.

¿Cómo consideras las clases con TIC?



Interpretación: Se puede interpretar que los estudiantes consideran las clases con TIC interesantes, esto correspondiente a un 78%; el 22% las considera divertidas y ninguno de ellos las considera como aburridoras o como una pérdida de tiempo.

También existía una casilla para que se editara más información acerca de las clases con TIC; allí se manifiesta que son bastante importantes en el desarrollo de una clase.

¿Qué ventajas consideras que tiene el uso de las TIC en clases de Cálculo?

Esta pregunta poseía una casilla para que los estudiantes editaran sus respuestas, entre ellas se encontraron las ventajas del uso de las TIC en las clases de cálculo:

- Se presenta la información de un modo más agradable y se rompe la línea de lo tradicional.
- Son muy útiles para la comprensión de problemas, además se puede tener acceso a información de forma rápida y precisa.
- Podemos trabajar con más rapidez, también a larga distancia con profesores y compañeros y podemos explorar con programas más avanzados muchas cosas complejas de cálculo.
- Mayor entendimiento de temas.
- Agilizar los procesos de aprendizajes y aplicación de conceptos.
- Se pueden realizar múltiples tareas, ver gráficas que ayudan a comprender mucho mejor conceptos que en un plano no puede verse. Hay muchas ventajas para el desarrollo de los aprendizajes y aplicación en otras áreas.

¿Qué desventajas consideras que tiene el uso de las TICs en clases de Cálculo?

Esta pregunta poseía una casilla para que los estudiantes editaran sus respuestas, entre ellas se encontraron desventajas de las TIC en las clases de cálculo:

- La dependencia de estas.
- Que al no saberlas usar, nos desviamos del uso para el cálculo y más bien estamos aprendiendo a utilizarlas y se perdería tiempo.
- No considero desventajas la información que se debe recibir se recibe de forma más rápida y práctica.
- Se usan de un modo inadecuado, lo cual crea distracción.
- No siempre se utilizan de una manera en la cual todos los alumnos puedan comprender lo explicado.

Anexo 8. Diagnostico conceptual

② $y = x^2 - 8x + 19$ $f(3, -6)$ (1,2) 9 $2x = 2 \times 3 = 6$ ③

$y' = 2x - 8$ $2 \times 3 = 6$

$y' = 2(3) - 8 = -2$ $2 \times (3) = 6$

$y = mx + b$ $m = -2$

$-6 = -2(3) + b$ $2 \times 3 = 6$

$-6 + 6 = b$ $6 - 6 = 0$

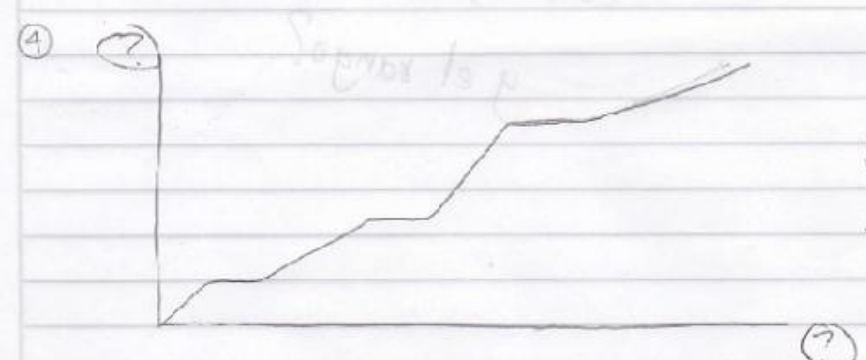
$0 = b$ $2 \times 3 = 6$

$y = -2x + 0$ $2 \times 3 = 6$

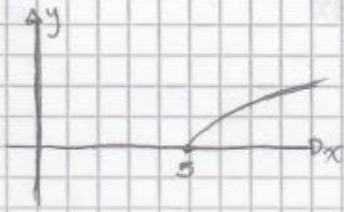
1,43

③ En $-2, 0, 5$ porque $f(a)$ no existe el \lim tampoco existe y el $\lim f(x)$ no es igual a $f(a)$ 0,72

b) En las que se aproximan a 0 en y' porque es indeterminado o sea que no es continuo; no tiene l^{im}te. ? 0

④  1,4

1. Dominio = $[6, +\infty)$
 Rango = $[0, +\infty)$



1.43

2. $y = x^2 - 8x + 9$ $(3, -6)$

$y = 2x - 8$

$y' |_{x=3} = 2(3) - 8 = -2$

$y = mx + b$

$-6 = (-2)(3) + b$

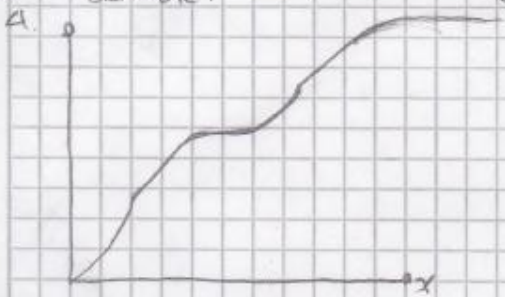
$b = +6 - 6 \Rightarrow b = 0$

$y = -2x$

1.43

3. a) En $-2, 0, 5$ porque el limite va a dar un valor diferente por derecha e izquierda

b) En $2, 0, 5$ porque ninguna función discontinua es derivable.
 te faltó en 2.



1.43

Anexo 9. Diagnóstico conceptual

⑤

④ $x^2 + y^2 = 16$

$$\frac{dy}{dx} \quad 2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$$

? $\times \frac{dy}{dx} = -2x$

③ $\sqrt{3} + y^2 = 8x$

$$\frac{dy}{dx} \quad 3x^2 + 3y^2 \frac{dy}{dx} = (8x)' + (8y) \frac{dy}{dx}$$

$$3x^2 - (8x) = 8y \frac{dy}{dx} + 3y^2 \frac{dy}{dx}$$

$$3x^2 - 8x = \frac{dy}{dx} (8y + 3y^2) \quad \times$$

$$\frac{3x^2 - 8x}{8y + 3y^2} = \frac{dy}{dx} \quad ?$$

c) $\sec^2 x + \csc^2 y = 4$

$$* 2 \sec x (\sec x \cdot \tan x) + 2 \csc y \frac{dy}{dx} (-\csc y \cdot \cot y) \frac{dy}{dx} = 0$$

$$* (2 \sec^2 x + \tan x) + (-2 \csc y^2 \frac{dy}{dx}) (\cot y) \frac{dy}{dx} = 0$$

$$* 2 \sec^2 x \tan x = 2 \csc y^2 \frac{dy}{dx} (\cot y) \frac{dy}{dx}$$

$$* \frac{2 \sec^2 x \tan x}{\csc^2 y \cot y} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$* \frac{2 \sec^2 x \tan x}{2 \csc y \cot y} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$$

$$* \sqrt{\frac{2 \sec^2 x \tan x}{2 \csc y \cot y}} = \frac{dy}{dx} \quad \times$$

$$\textcircled{6} \quad y = \sin(\sin(x)) \quad P(\pi, 0)$$

0 .

7) encuentre círculo $x^2 + y^2 = 25$ $(3, 4)$

$$y^2 = 25 - x^2$$
$$y^2 = 25 - 3^2$$
$$y^2 = 25 - 9$$
$$y^2 = 16$$
$$y = \sqrt{16} = 4$$

cuál es la ecuación?

$$4 = (3) + b$$

0 .

Anexo 10. Diagnostico conceptual

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$
$$\frac{d}{dt} \sec^2 \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}}{x} \quad \alpha = 30^\circ$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\frac{dy}{dt}}{x \cdot \sec^2 \alpha}$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{-3K}$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = -0,333 \text{ Km}$$

Anexo 11. Taller escalera

4. Determine la relación entre las variables (tasa de cambio). Escribe la fórmula geométrica adecuada.

$$13^2 = 5^2 + y^2$$

$$y^2 = 13^2 - 5^2$$

$$y = \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$y = 12$$

5. Derive la fórmula geométrica implícitamente respecto al tiempo.

$$x^2 = y^2 + z^2$$

$$0 = 2y \frac{dy}{dt} + 2z \frac{dz}{dt}$$

6. Reemplace los valores conocidos y resuelva.

$$0 = 2(14) \frac{dy}{dt} + 2(5) \left(\frac{2m}{5} \right) + 20 \frac{m}{5}$$

Anexo 12. Taller escalera

4. Determine la relación entre las variables (tasa de cambio). Escriba la fórmula geométrica adecuada.

$$c^2 = x^2 + h^2$$

$$c^2 - x^2 = h^2$$

$$\sqrt{c^2 - x^2} = \sqrt{h^2}$$

$$h = \sqrt{c^2 - x^2}$$

$$h = \sqrt{169 - 25}$$

$$h = \sqrt{144}$$

$$h = 12$$

5. Derive la fórmula geométrica implícitamente respecto al tiempo.

$$c^2 = x^2 + h^2$$

$$0 = 2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2h \cdot \frac{dh}{dt}$$

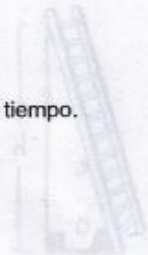
6. Reemplace los valores conocidos y resuelva.

$$2x \cdot \frac{dx}{dt} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$$

$$2h \cdot \frac{dh}{dt} = -2x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-2x \cdot \frac{dx}{dt}}{2h}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-10 \cdot 2 \text{ m/s}}{24}$$

$$\frac{dh}{dt} = -0.83 \text{ m/s}$$


Anexo 13. Taller escalera

3. Escribe las razones de cambio como las derivadas con respecto al tiempo. Ten en cuenta cuáles son conocidas y cuál necesita ser encontrada.

$h = ?$ $A = 13$ $b = 5$

$\frac{db}{dt} = 2 \text{ m/s}$ $\frac{dh}{dt} = ?$

4. Determine la relación entre las variables (tasa de cambio). Escribe la fórmula geométrica adecuada.

Rta: T.P

$h^2 = A^2 - b^2$

$h^2 = 13^2 - 5^2$

$h^2 = 169 - 25$

$h^2 = 144$

$h = \sqrt{144}$

$h = 12$

5. Derive la fórmula geométrica implícitamente respecto al tiempo.

Rta:

$2b \cdot \frac{dh}{dt} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$

$2(5) \cdot \frac{dh}{dt} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$

$10 \cdot \frac{dh}{dt} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$

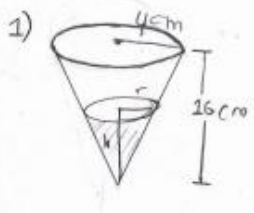
$10 \cdot 2 \text{ m/s} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$

$20 \text{ m/s} + 2h \cdot \frac{dh}{dt} = 0$

$20 \text{ m/s} = -2h \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{20 \text{ m/s}}{-2} = h \cdot \frac{dh}{dt}$

Anexo 14. Situación del cono

1) 

$\frac{dr}{dt} \quad \frac{dh}{dt} = ?$

$\frac{dV}{dt} = \frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}}$

$V = \frac{1}{3} (\text{Area}) h$ $\text{Area} = \pi r^2$

$V = \frac{1}{3} (\pi r^2) h$

$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ $h = 8 \text{ cm}$

$V = \frac{8\pi r^2 h}{3}$ $r - h$

Reemplazando (en 2)

$V = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{h}{4}\right)^2 h$

$= \frac{8\pi}{3} \frac{h^2}{16} h$

$V = \frac{\pi h^3}{6}$ $\frac{dV}{dt}$

$\frac{4}{1} = \frac{16}{4} = \frac{h}{r}$

$4r = h$ $4 = \frac{h}{r} \rightarrow 4r = h$ ①

$\rightarrow r = \frac{h}{4}$

$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{6} 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = \frac{\pi}{6} 3(8)^2 \cdot \frac{dh}{dt}$


$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = \frac{\pi}{2} 3(64) \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = \frac{\pi}{2} (64) \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = 32\pi \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50}{32\pi} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{25}{16\pi} = \frac{dh}{dt}$



Anexo 15. Diarios de campo

Diarios de campo

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Diario de campo clase 1

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia

Fecha: Mayo
31/2013

Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo

No estudiantes:
34

Tema: Diagnostico socioeconómico

Hora: 10-12pm

Objetivo: Aplicar un diagnóstico pedagógico a los estudiantes de introducción al cálculo a través de herramientas tecnológicas.

Descripción:

En este día se convocó a los estudiantes del curso de introducción al cálculo dirigido por el profesor Rodrigo Rendón para que hicieran parte de nuestro proyecto de investigación, mencionamos que ante todo debían tener disponibilidad horaria e interés por adquirir conocimientos acerca de la derivada como razón de cambio a partir del uso de las TIC. Algunos estudiantes manifestaron su interés por participar, pero debido a que no contaban con el tiempo suficiente no fue posible que hicieran parte de la investigación. Entonces, el profesor nos suministró los correos de todos los estudiantes del curso y se les informó sobre el diagnóstico socioeconómico que se les iba a enviar para que por favor lo diligenciaran.

En diagnóstico fue realizado previamente en una plantilla de gmail y se envió el respectivo link a los correos. Este solamente fue diligenciado por nueve personas de las cuales seis manifestaron poder participar en la investigación.

Reflexión:

Por la metodología que se dirige esta investigación es indispensable conocer el contexto en el cual se desempeñan los sujetos participantes y en nuestro caso conocer además la motivación que presentan hacia las TIC para que las clases que se planean se desarrollen acorde a sus intereses. A nivel universitario es evidente que el desarrollo de las clases de cálculo está ceñido a la tiza y el tablero, surgen entonces preguntas acerca de ¿qué tipo de clases motivan más a los estudiantes, la tiza o diferentes herramientas tecnológicas?, ¿Qué hacer para que los docentes reconozcan los cambios que surgen en la sociedad y tenga esto en cuenta en sus clases? Es importante que el docente reconozca el

contexto en el cual se desempeñan los estudiantes para contribuir a una formación de sujetos competentes en el mundo actual y además, que se actualice constantemente para que utilice esos artefactos que tiene a su disposición en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diario de campo clase 2

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia	Fecha: Junio 5/2013
Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo	No estudiantes: 6
Tema: Diagnostico conceptual	Hora: 12-2pm
Objetivo: Aplicar un diagnóstico pedagógico a los estudiantes de introducción al cálculo a través de herramientas tecnológicas.	

Descripción:

A esta clase asistieron las personas que cumplían con todas las características para participar de la investigación, en total asistieron seis personas. Se les mencionó el objetivo que teníamos en la sesión de saber cuáles eran los conocimientos previos que ellos tenían de la derivada a partir de un diagnóstico conceptual. A cada estudiante se le entregó las hojas para resolverlo individualmente. Al inicio se aclaró que no se iba a resolver ninguna duda, sin embargo luego de transcurrido un tiempo cuando los estudiantes debían hallar la recta tangente a un punto dado, presentaban dudas respecto al procedimiento que debían seguir, luego hallando la derivada implícita de una función dada, como dx/dy presentaban confusiones en cuanto a si tenían que derivar con respecto a x o con respecto a y .

Los estudiantes entregaron el diagnóstico conceptual y aunque algunos estaban inseguros en cuanto a lo realizado, cuando se terminó aclararon dudas y confrontaron lo que habían realizado con sus compañeros.

Reflexión:

Para llegar a adquirir el concepto de derivada es importante que se haya trabajado previamente conceptos tales como el límite, además de su interpretación geométrica para que los estudiantes puedan establecer significados a los procedimientos que realizan. Se trata entonces, de que el docente no se quede solamente en la parte del lenguaje algebraico, sino que además lo relacione con el lenguaje simbólico para establecer aprendizajes más significativos y que conlleven al análisis de las situaciones que se realizan.

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diario de campo clase 3-4

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia

Fecha: Julio
16/2013

Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo

No estudiantes: 6

Tema: Razones de cambio

Hora: 12-2pm

Objetivo: Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de vídeos y applets en Geogebra.

Descripción:

Se inició presentando los vídeos realizados, uno sobre un faro y el otro sobre un cohete que se había planeado, pero debido a que el archivo del cohete se dañó entonces se presentó el respectivo applet. A medida que se iba presentando el vídeo del faro se iba explicando y los estudiantes podían realizar sus respectivas preguntas; con respecto al vídeo del cohete se les sugirió que fueran realizando el ejercicio propuesto para identificar las posibles dudas o preguntas que tenían al respecto. Además, de que se contaban con el vídeo que habíamos realizado, también teníamos los applets disponibles para que los estudiantes pudieran convertir ese artefacto en instrumento en su proceso de aprendizaje.

Luego, se propuso un taller sobre una escalera, los estudiantes contaban con el applet para e interactuar con este, y a la vez observar e identificar los datos que se daban, estableciendo diferencias entre lo que es constante y aquello que es variable.

En general se presentaron dudas acerca de cómo armar ese cociente de diferenciales, de cómo expresar esas variaciones. Algunos establecían que la variación se producía por la variación de un lado con respecto a otro y olvidaban que estas variaciones se producen con respecto al tiempo, por ello armaban cocientes de diferenciales como dh/db donde decían que la altura variaba con respecto a la base. Además cuando estaban realizando la derivada de la ecuación principal no logran identificar que aquello que presenta una variación tiene a su vez una derivada implícita.

Se solucionaron dudas que los estudiantes presentaban respecto a la derivada implícita y a la forma de expresar cocientes de diferenciales de acuerdo a los datos dados, además también se logró un mayor acercamiento en la visualización de los applets y la interpretación de las situaciones, se dejan de ver las variaciones como estáticas que se suelen presentar en un tablero y se pasa a visualizarlas en applets.

Reflexión:

Es importante que se asigne significado a cada símbolo del cálculo y que los estudiantes lo interpreten adecuadamente para adquirir una mayor comprensión de las situaciones; además, la visualización es importante en la medida en que permite que la variación se pueda identificar más fácilmente y diferenciarlo de aquello que es constante.

Mientras los estudiantes resuelven situaciones se corre el riesgo de que cometan errores al reemplazar datos, lo que ocasiona que el ejercicio no se solucione de la mejor manera, pero el docente ante todo debe analizar cada situación particular y con ese procedimiento emitir un juicio acerca de qué tan grave fue el error para asignar determinada nota.

El docente ante todo debe ser consciente de los recursos que se presentan en la red, pues cada uno tiene una finalidad de acuerdo al espacio de conceptualización y al nivel conceptual de los estudiantes, por ello debe analizarlos detalladamente, organizar la secuencia para presentarlos y en caso de tener que realizar una modificación durante la clase debido a fallas que se pueden presentar con las TIC se debe hacer, es por esto que cuando se planean estas clases debe existir un plan B.

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diario de campo clase 5-6

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia	Fecha: Julio 17/2013
--	--------------------------------

Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo	No estudiantes: 6
--	--------------------------

Tema: La derivada en las razones de cambio	Hora: 12-3pm
---	---------------------

Objetivo: Identificar el uso de la derivada dentro de sistemas variables a través de applets.

Descripción:

En esta clase los estudiantes se ubicaron por parejas en cada computador, ingresaron a la Webquest propuesta y en ella estuvieron viendo videos de razones de cambio y asociando esto a la vida cotidiana, identificaban los datos que se daban, los datos que eran constantes y aquellos que eran variables, además también establecían relaciones de proporcionalidad con algo de dificultad puesto que olvidaban establecer conexiones conceptuales.

Algo interesante de esta Webquest fue que permitió que los estudiantes tuvieran a su disposición los vídeos en los que se encontraban ejercicios realizados y ellos pudieran volverlos a realizar de acuerdo a lo que interpretaban, a la vez les preguntábamos el porqué de las variaciones presentadas en cada caso a lo cual respondían satisfactoriamente, se notó un gran avance en cuanto a la interpretación de la derivada como cociente de diferenciales.

Cuando los estudiantes se dirigieron a visualizar los applets, nos dimos cuenta de que los computadores no tenían java ni Geogebra instalado por lo que se procedió a descargarlos.

Estos applets eran acerca de situaciones propuestas para que los estudiantes realizaran, una de ellas fue respecto a un cono que se iba llenando de agua y otra relacionada con el crecimiento de la sombra de homero a medida que caminaba. Los estudiantes identificaban los datos a hallar y justificaban el porqué se elegía un cociente de diferenciales y no otro.

Además, en vista de que el tiempo para realizar lo propuesto no alcanzó se les propuso a los estudiantes que ingresaran a esta Webquest para que continuaran viendo los vídeos y los applets respectivos, a la vez aclarando conceptos o formas de proceder para solucionar determinadas situaciones. Ellos manifestaron que se conectarían en redes sociales para hablar con sus compañeros acerca de estas actividades.

Reflexión:

Es interesante cómo los estudiantes se acercan al conocimiento a través de la indagación constante y a través de la interpretación de los fenómenos que se presentan, además la forma en que le dan vida para que ese artefacto que tienen a su disposición se convierta en instrumento. El hecho de realizar diferentes ejercicios propuestos y de darle significado a cada "letra" que se escribe para luego expresarlo como un dato que varía a través del tiempo y decir el porqué de esa variación es algo que nutre esa competencia argumentativa que está inmersa en la comprensión del cálculo. Es importante además establecer conexiones de elementos geométricos y relaciones de proporcionalidad en la realización de las situaciones de razones de cambio, un ejemplo de esto fue lo ocurrido en la clase, en la cual los estudiantes olvidaban estos conceptos y presentaban dificultades al continuar resolviendo el ejercicio planteado, no sabían cómo continuar.

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diario de campo clase 7-8

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia	Fecha: Julio 18/2013
--	-----------------------------

Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo	No estudiantes: 5
--	--------------------------

Tema: Puntos críticos, máximos y mínimos de una función.	Hora: 1-3pm
---	--------------------

Objetivo: Conocer las definiciones y teoremas de los puntos críticos, máximos y mínimos de una función.

Descripción:

En esta clase se inició presentando a los estudiantes el programa Geogebra a través del cual se realizan diferentes gráficas para mostrar a los estudiantes su utilidad y a partir de allí ellos que realizaran el taller propuesto.

En vista de que se poseen pocos equipos de cómputo se procedió a organizarlos en dos equipos de dos y tres estudiantes, pero cada estudiante tenía que escribir en su hoja las respuestas a las preguntas solicitadas en el taller de acuerdo a lo que interpretaran de cada gráfica y el procedimiento para realizar las gráficas en Geogebra lo hacían ambos. Algunos estudiantes coloreaban cada gráfica para diferenciarla de la otra o simplemente nombraban cada una.

Es importante resaltar que los estudiantes establecían comparaciones entre lo que sucedía con la gráfica original y con su derivada, para a partir de allí obtener conclusiones como: la función de grado n al derivarse disminuye a grado $n-1$. Además acorde a las preguntas realizadas en el taller mencionan características de cada gráfica como sus intervalos de crecimiento y sus intervalos de decrecimiento.

Al finalizar la clase, cada estudiante hizo entrega del taller respectivo al docente.

Reflexión:

En esta sesión los estudiantes establecieron conclusiones a partir de lo que observaban en las gráficas y además adquirían su conocimiento de una forma no convencional, no repetitiva. La interacción con Geogebra les permitió analizar las gráficas, un ejemplo de esto es lo que sucedía en ese punto específico de la función al derivarse.

Y esto les permitió crear sus propios esquemas de uso; además de que interpretan los gráficos que realizan, analizan las gráficas y establecen conclusiones. La pregunta que surge aquí sería ¿hasta qué punto es bueno que los docentes realicen gráficas en el tablero? Y ¿qué tan conveniente podría ser que estas gráficas sean realizadas en programas?

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Diario de campo clase 9

Ambiente de aprendizaje: Universidad de Antioquia	Fecha: Julio 19/2013
--	--------------------------------

Espacio de conceptualización: Introducción al cálculo	No estudiantes: 6
--	-----------------------------

Tema: Evaluemos los aprendido	Hora: 1-3pm
--------------------------------------	--------------------

Objetivo: Evaluar el aprendizaje de los estudiantes sobre la aplicación del concepto de derivada durante un proceso de aprendizaje con las TIC.

Descripción:

Esta clase se inició a partir de la presentación del objetivo de la clase, allí se mencionó que se culminaría con el proceso a través de una evaluación, la cual se realizó en tríos y a cada equipo se le asignó una situación relacionada con la sombra de Homero, la cual debía ser solucionada y presentada en forma de vídeo.

Aunque ambos equipos presentaron dificultades en cuanto al establecimiento de proporciones para poder despejar una variable en función de la otra fueron evidentes los buenos resultados obtenidos por los estudiantes, la diferenciación que realizaron acerca de lo constante y de lo variable, y la forma en que armaban su cociente de diferenciales, además fue primordial el aprendizaje colaborativo, realizaban preguntas a sus compañeros constantemente e intercambiaban puntos de vista.

Al finalizar la clase cada equipo compartió lo que había realizado. Ellos mostraron en el vídeo su ecuación principal y la forma en que habían realizado la derivada implícita y reemplazado los datos de acuerdo a lo planteado.

Reflexión:

Una característica de los conceptos matemáticos es, que para realizar diferentes procedimientos se requiere recordarlos y saberlos utilizar de acuerdo a la situación planteada. Lo que sucedió en esta clase fue que mientras los estudiantes realizaban el ejercicio requerían no solamente saber derivar, sino que además saber utilizar conceptos que académicamente en la universidad ya deben ser dominados completamente, en este caso el establecimiento de proporciones. En cuanto al uso de las TIC, los estudiantes mostraron agrado por los applets presentados durante la evaluación y además el uso de diferentes programas como movie maker y power point los cautivó, puesto que comúnmente las evaluaciones son realizadas en forma escrita.

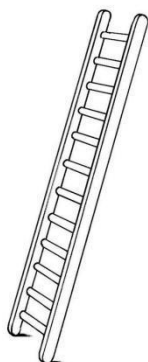
Anexo 16. Taller 1: Razones de cambio

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PRÁCTICA PEDAGÓGICA



TALLER 1: RAZONES DE CAMBIO

Con el applet de la escalera, resuelve cada pregunta que se plantea y completa los datos solicitados para solucionar el problema.



Una escalera de 13 metros se inclina verticalmente contra una pared. Si la parte inferior de la escalera se desliza alejándose de la pared a una velocidad de 2 metros por segundo:

¿Cuál es la velocidad de la parte superior de la escalera al deslizarse por la pared cuando la base de la escalera es 5 metros?


7. Identifica la forma geométrica y determina las variables.

Forma _____ Variables _____

- ¿Cambiará la longitud de la escalera cuando se desliza por la pared?
- Escribe las razones de cambio como las derivadas con respecto al tiempo. Ten en cuenta cuáles son conocidas y cuál necesita ser encontrada.
- Determine la relación entre las variables (tasa de cambio). Escribe la fórmula geométrica adecuada.
- Derive la fórmula geométrica implícitamente respecto al tiempo.
- Reemplace los valores conocidos y resuelva.

Anexo 17. Situación del cono

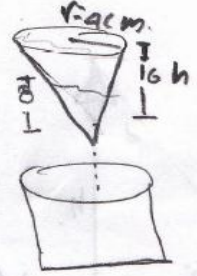
③



$H = 2D$
 $D = 2r$
 $R = 40\text{ cm}$
 $L = \text{liquido}$
 $r = 2\text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{h}{4}\right)^2 h$
 $V = \frac{1}{3} \pi \frac{h^2}{16} h$
 $V = \frac{1}{48} \pi h^3$
 $48V = \pi h^3$
 $48 \frac{dV}{dt} = 3\pi h^2 \frac{dh}{dt}$
 $\frac{dh}{dt} = \frac{48 \frac{dV}{dt}}{3\pi h^2}$
 $\frac{dh}{dt} = 3,98\text{ cm}$

Anexo 18. Situación del cono

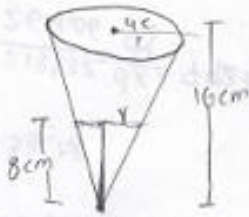


$r = 2\text{ cm}$
 $h = 16\text{ cm}$

$\frac{dV}{dt} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$

$V_c = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Anexo 19. Situación del cono



$\frac{dy}{dt} = 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$
 $h = 8$


$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$
 $V = \frac{8}{3} \pi r^2$

$\frac{16}{4} = \frac{8}{y}$
 $\frac{32}{16} = \frac{8}{y}$
 $2 = y$

Derivada implícita

$V_c = \frac{1}{3} \pi 2r \cdot \frac{dr}{dt} \cdot h \cdot \frac{dh}{dt}$
 $V_c = \frac{1}{3} 4\pi \cdot 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \cdot 8 \cdot \frac{dh}{dt}$
 $33,5 = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 50 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \cdot 8 \cdot \frac{dh}{dt}$
 $33,5 = 1675,16 \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \cdot \frac{dh}{dt}$
 $\frac{33,5}{1675,16} = \frac{dh}{dt}$
 $39^{\text{ou}} = \frac{dh}{dt}$

Anexo 20. Situación del cono



$\frac{dr}{dt} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{1}{3} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{81 \text{ cm}^3}{\text{min}}$

$A_{\text{base}} = \pi r^2$

$V = \frac{\pi}{3} r^2 \cdot h$

$V = \frac{\pi}{3} \cdot h^3$

$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{3} \cdot 3h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = \frac{\pi}{3} \cdot 3(8)^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50 \text{ cm}^3}{\text{min}} = \frac{\pi}{3} \cdot 8^2 \cdot \frac{dh}{dt}$

$50 = \frac{\pi}{3} \cdot 64 \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{50}{82\pi} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{25}{16\pi} = \frac{dh}{dt}$

$\frac{x}{4} = \frac{h}{16} \quad x^2 = \frac{4h^2}{16} \quad x^2 = \frac{1}{4} h^2$

$V = \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{4} h^2 \right) h$

$\frac{\pi}{12} h^3 = V$

$x^2 = \frac{1}{4} h^2$

Anexo 22. Taller: Uso de la derivada

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Taller: Usos de la derivada



A continuación te proponemos elaborar un conjunto de tareas para que puedas observar la relación existente entre la función y la primera derivada de la función.

1. Grafique la función $f(x) = 3x - 3x^3$.
2. Ajuste la pantalla según el análisis que desea hacer.
3. Según lo que observa determine:
 - a. Intervalos de crecimiento
 - b. Intervalos de decrecimiento
 - c. Puntos de inflexión
 - d. Concavidad
4. Grafica la primera derivada
5. Relaciona los datos obtenidos en el punto tres y la gráfica de la primera derivada de la función.

Luego explica lo que sucede con esta gráfica en:

- a. Los extremos del intervalo de crecimiento
 - b. Los extremos del intervalo de decrecimiento
 - c. El punto de inflexión
6. En el siguiente cuadro escribe conclusiones que puedas tener en cuenta para la elaboración de gráficas de funciones, usando la información que la primera derivada nos ofrece de la función.

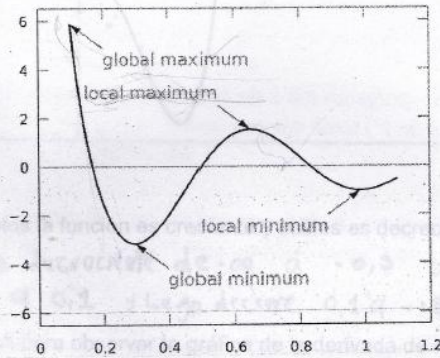
Ahora, la relación que deseamos mostrarte es entre la función y la segunda derivada de la función.

1. Abre el applet concavidad* e identifica la función por su color negro y la segunda derivada de la función por su color rojo.
2. ¿Para qué intervalo de valores de la función, la concavidad de esta es hacia arriba?
3. Para el anterior intervalo ¿La segunda derivada de la función toma valores positivos o negativos?
4. ¿Para qué intervalos de valores de la función, la concavidad de esta es hacia abajo?
5. Para los anteriores intervalos ¿La segunda derivada de la función toma valores positivos o negativos?
6. En el siguiente cuadro escribe conclusiones que puedas tener en cuenta para la elaboración de gráficas de funciones, usando la información que la primera derivada nos ofrece de la función.

* Este applet fue recuperado el 12 de agosto de 2013 en <http://www.math.fsu.edu/~bellenot/class/s07/cal1/geogebra/concavity.html>

Anexo 23. Máximo global y máximo local

10. Observe la siguiente gráfica y defina la diferencia entre los conceptos de máximo global y máximo local.



El máximo y mínimo local es el valor de y para una parte de la función y el máximo y mínimo global es el valor de y en toda la función donde es máximo o mínimo.

Anexo 24. Derivada de una función

5. Teniendo en cuenta lo que observaste con las preguntas tres y cuatro responde la siguiente pregunta:

1. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es positiva?

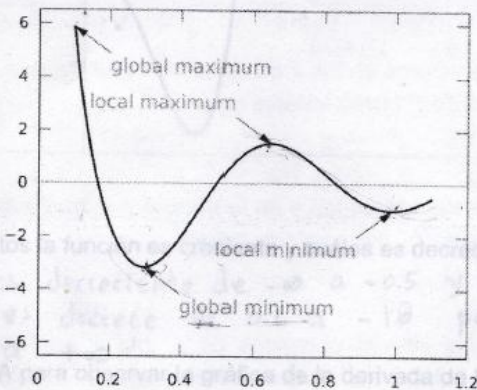
f crece

2. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es negativa?

f decrece.

Anexo 25. Máximo global y máximo local

10. Observe la siguiente gráfica y defina la diferencia entre los conceptos de máximo global y máximo local.



Maximo Global: Es el punto mayor que toma la función en cambio el Maximo local. es un punto mayor de cierto intervalo de la función

Anexo 26. Derivada de una función

5. Teniendo en cuenta lo que observaste con las preguntas tres y cuatro responde la siguiente pregunta:

1. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es positiva?

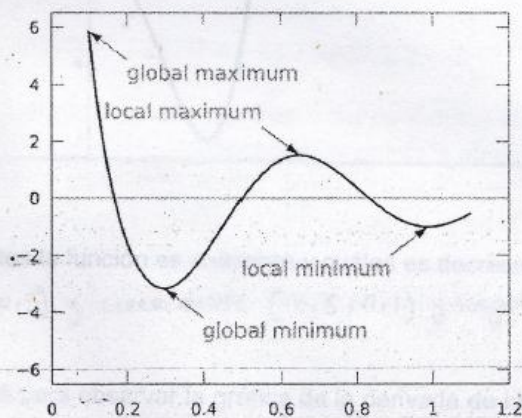
Siempre que f' es positiva f toma valores positivos es decir crece

2. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es negativa?

Decrece.

Anexo 27. Máximo global y máximo local

10. Observe la siguiente gráfica y defina la diferencia entre los conceptos de máximo global y máximo local.



maximo global es el punto mayor que toma la función en cambio el maximo local es un maximo de cierto intervalo de la función

Anexo 28. Derivada de una función

5. Teniendo en cuenta lo que observaste con las preguntas tres y cuatro responde la siguiente pregunta:

1. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es positiva?

crece

2. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es negativa?

disminuye

Anexo 29. Derivada de una función

5. Teniendo en cuenta lo que observaste con las preguntas tres y cuatro responde la siguiente pregunta:

1. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es positiva?

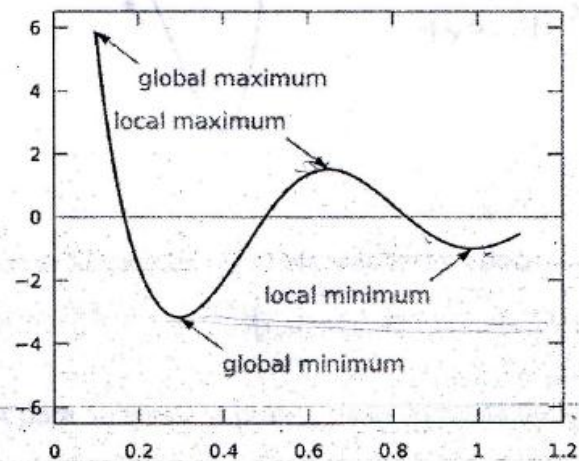
la función crece

2. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es negativa?

la función es decreciente

Anexo 30. Máximo global y máximo local

10. Observe la siguiente gráfica y defina la diferencia entre los conceptos de máximo global y máximo local.



Anexo 31. Derivada de una función

5. Teniendo en cuenta lo que observaste con las preguntas tres y cuatro responde la siguiente pregunta:

1. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es positiva?

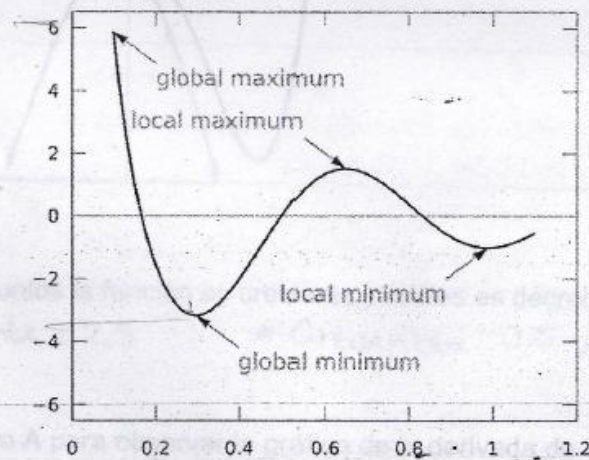
f , crece.

2. ¿Qué le pasa a la función f cuando f' es negativa?

f , decrece.

Anexo 32. Máximo global y máximo local

10. Observe la siguiente gráfica y defina la diferencia entre los conceptos de máximo global y máximo local.



Rta: Son los valores que puede tomar y dependiendo del intervalo que tomamos.