

**DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE RAZONAMIENTO
MEDIADA POR ACTIVIDADES CON MANIPULABLES VIRTUALES**

POR:

SANTIAGO LÓPEZ QUINTERO

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

SECCIÓN DEL NORTE

YARUMAL

2013

**DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE RAZONAMIENTO
MEDIADA POR ACTIVIDADES CON MANIPULABLES VIRTUALES**

POR:

SANTIAGO LÓPEZ QUINTERO

ASESORES:

OSCAR FERNANDO GALLO MESA

LUZ HILDUARA VELÁSQUEZ

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

FACULTAD DE EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

SECCIÓN DEL NORTE

YARUMAL

2013

**DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE RAZONAMIENTO
MEDIADA POR ACTIVIDADES CON MANIPULABLES VIRTUALES**

Observaciones de los jurados

-

-

-

-

-

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
YARUMAL
2013**

AGRADECIMIENTOS

A Dios por todas sus bendiciones y por darme la vida.

A mi familia por el apoyo incondicional durante toda mi existencia.

Tabla de contenido

	Pág.
<i>Introducción</i>	11
<i>Lectura de Contexto</i>	13
<i>Planteamiento del problema</i>	19
<i>Justificación</i>	22
<i>Objetivos</i>	24
Objetivo General	24
Objetivos Específicos	24
<i>Marco Referencial</i>	25
Marco Contextual	25
Marco Legal	29
<i>Marco Teórico</i>	32
<i>Referentes Disciplinarios</i>	33
Competencias matemáticas	33
Razonamiento	41
<i>Habilidades del razonamiento</i>	45
Justificar	45
Inferir	46
Razonar lógicamente	47
Resolución y planteamiento de problemas	49
Modelación	50
Comunicación	52
Ejercitación de procedimientos	54
<i>Referentes metodológicos</i>	56
El constructivismo	56
La investigación acción educativa	59
<i>Referentes didácticos</i>	70
Manipulables virtuales	70
Planes de clase	75
<i>Diseño metodológico</i>	77
Fase 1: Etapa diagnóstica	77
Caracterización de la Institución Educativa	78
Caracterización de lo académico	78
Caracterización de la población	79
Caracterización de los recursos	79

Guía de observaciones de clase	79
Prueba por competencias	79
Fase 2: Intervención	80
Planes de clase	81
Diarios de campo	82
Fase 3: Resultados	82
Prueba de verificación de resultados	83
Encuesta a estudiantes	83
Encuesta a docente cooperador	83
Diario de procesos de aula y observaciones de clase	83
<i>Análisis de resultados</i>	84
Desde el desarrollo de las habilidades de la competencia	84
Inferir	85
Justificar	90
Razonar lógicamente	94
Con respecto al uso de manipulables virtuales	98
Con respecto a la disposición de los estudiantes	100
Con respecto a los diarios de procesos y los planes de clase	101
<i>Conclusiones</i>	103
<i>Recomendaciones</i>	105
<i>Bibliografía</i>	107
<i>Anexos</i>	112

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1. Pruebas saber grados 5° y 9°	16
Tabla 2. Resultados pruebas Icfes 2011-2012	17
Tabla 3. Caracterización de las modalidades de investigación-Acción	64

Lista de anexos

	Pág.
Anexo 1. Instrumentos de caracterización	113
Anexo 2. Prueba por competencias	123
Anexo 3. Prueba de verificación	126
Anexo 4. Encuesta Final estudiantes	128
Anexo 5. Encuesta final Maestro Cooperador	130
Anexo 6. Diarios de procesos	132
Anexo 7. Planes de clase	151
Anexo 8. Tabulación de las encuestas e instrumentos de caracterización	213

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1. Mapa marco teórico	32
Figura 2. Pregunta 3 prueba diagnóstica	86
Figura 3. Respuesta 3 de la prueba diagnóstica	87
Figura 4. Pregunta realizada a los estudiantes durante la intervención	88
Figura 5. Pregunta 2 prueba de verificación	89
Figura 6. Respuesta 2 prueba de verificación	90
Figura 7. Pregunta 2 de la prueba diagnóstica	91
Figura 8. Respuesta 2 de la prueba diagnóstica	92
Figura 9. pregunta realizada durante la intervención	92
Figura 10. Pregunta 1 prueba de verificación	94
Figura 11. Respuesta 1 prueba de verificación	94
Figura 12. Pregunta 4 prueba diagnóstica	96
Figura 13. Respuesta 4 prueba diagnóstica	96
Figura 14. Pregunta realizada durante la intervención	97
Figura 15. Pregunta 3 prueba de verificación	98
Figura 16. Respuesta 3 prueba de verificación	98
Figura 17. Foto tomada durante una asesoría	99
Figura 18. Percepción de los estudiantes sobre los manipulables virtuales	100

Resumen

Se realizó una intervención en la Institución Educativa San Luis del Municipio de Yarumal donde se encontró mediante la lectura de contexto debilidades en la competencia de razonamiento en el grado undécimo.

Por este motivo se diseñaron planes de clase que incluyeron actividades en las que se utilizaron manipulables virtuales que ayudaran a fortalecer dicha competencia, además hubo espacio para la reflexión del maestro en formación y a su vez se propiciaron escenarios dinámicos y pedagógicos de aprendizaje para el alumno.

Se optó por el modelo de investigación acción pedagógica (IAP) para direccionar el proyecto en sus tres fases: planeación, ejecución y evaluación.

Palabras Claves:

Competencia de razonamiento, plan de clase, manipulables virtuales, habilidades del razonamiento.

Abstract

Intervention was conducted in the Educational Institution San Luis Yarumal Township where he found by reading competency weaknesses context of reasoning in the eleventh grade.

For this reason we designed lesson plans that included activities that were used virtual manipulatives that help to strengthen competition, and there was time for reflection of the student teacher and in turn led to dynamic and educational scenarios for student learning.

We chose the model of pedagogical action research (PAR) to address the project's three phases: planning, implementation and evaluation.

Keywords:

Competition reasoning, lesson plan, virtual manipulatives, reasoning skills.

Introducción

La práctica pedagógica tiene como objetivo fundamental realizar intervenciones dentro de las instituciones educativas que enriquezcan el proceso de formación y que permitan adquirir herramientas pedagógicas y didácticas que encaminen hacia una transformación del ser maestro, en este sentido el practicante debe buscar estrategias desde el campo conceptual y metodológico que apunten al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

La interacción con los estudiantes y la experiencia acumulada debe llevar al maestro en formación a ser un constructor más de su quehacer, pero el maestro no solo se hace maestro de manera empírica, sino que hay que darle prioridad también a los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional (MEN), que permitan potenciar las competencias matemáticas básicas en los estudiantes y desarrollar el pensamiento crítico y reflexivo.

La intervención tiene como objetivo esencial utilizar los manipulables virtuales como medio de enseñanza de las matemáticas y desarrollar las habilidades del razonamiento que son necesarias a la hora de enfrentarse con situaciones problemáticas.

En primer lugar se hizo un diagnóstico sobre las características de la Institución, los estudiantes y los maestros, mediante la aplicación de cuestionarios, observaciones de clase y pruebas escritas que permitieran detectar alguna problemática inmersa en el aula, además se revisaron el Proyecto Educativo Institucional, el Plan de Área de Matemáticas y los resultados

de pruebas externas con el objetivo de identificar aspectos relacionados con el modelo pedagógico y el desempeño de los estudiantes.

Posteriormente se diseñaron planes de clase en donde se incluyeron variadas actividades virtuales que ayudaron a la comprensión de las temáticas y al fortalecimiento de la competencia matemática de razonamiento, también se realizaron diarios de procesos que ayudaron a identificar debilidades y fortalezas dentro del grupo.

Por último se investigó por la importancia de la intervención a la luz de la pregunta problematizadora y se observó el alcance de los objetivos propuestos; de esta manera se pudo concluir sobre los logros y dificultades de los maestros en formación, y poder comprobar el grado de desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en los estudiantes de undécimo.

Lectura del contexto [\(volver\)](#)

La etapa de lectura de contexto realiza en la Institución Educativa San Luis ubicada en el municipio de Yarumal se realizó con estudiantes de grado décimo en el semestre 2012-2, mientras la intervención se hizo en el semestre 2013-1 con los alumnos que fueron promovidos al grado undécimo.

Los estudiantes del grado décimo presentan características muy similares, sus edades oscilan entre los 15 y 17 años y sus estratos socioeconómicos son de nivel 1, 2 y 3. Un gran número de estudiantes viven con sus padres y hermanos, exceptuando algunos que viven con otro tipo de familiares. Si bien los familiares no optaron por seguir una carrera profesional, la mayoría de estudiantes encuestados piensan en seguir estudios superiores. Son variadas las profesiones que estos eligieron y no muestran una elección predilecta por alguna, se destacan entre muchas la medicina, la administración de empresas y la enfermería. Muchos estudiantes manifiestan desinterés por seguir una carrera relacionada con la matemática, lo cual puede significar que éstos no sienten interés hacia la matemática o no les gusta.

Los estudiantes en sus repuestas señalan que las asignaturas de mayor agrado son Español y Artística, mientras las de menor agrado son Matemáticas, Física y Química, las cuales consideran, son de mayor dificultad; agregan que las posibles causas a este hecho son la complejidad de las temáticas, poca claridad en la exposición de los contenidos, la metodología de clase por parte del profesor y el desinterés personal por la materia. Cabe destacar su opinión

sobre las matemáticas, la cual consideran “muy importante” y “fundamental para la vida”; además, opinan que son buenas porque potencian la capacidad de pensar, afirman que son “difíciles” y muy “duras de aprender”¹.

Basado en las encuestas realizadas ([anexo 1](#)), los estudiantes en sus respuestas afirman que los profesores no utilizan materiales concretos ni software educativos de matemática que ayuden a mejorar su proceso de aprendizaje, simplemente están enfocados en la enseñanza tradicional, no trascienden más allá de la tiza, el tablero y algunos talleres de ejercitación.

La Institución Educativa en su plan de área de matemáticas, se aleja de lo que establece el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en sus lineamientos curriculares en lo referente a las competencias ya que El plan de área de matemáticas hace referencia a unas competencias matemáticas generales de tipo argumentativo, propositivo e interpretativo y omite las consideraciones realizadas en lo referente al desarrollo de competencias (la resolución de problemas, la modelación, la ejercitación, el razonamiento y la comunicación).

La Institución Educativa dentro de sus recursos cuenta con: aula de audio visual, televisor, DVD, biblioteca actualizada, grabadora, sala de informática, internet y video beam, los cuales son poco utilizados por los docentes del área, a excepción de la biblioteca y de los libros de matemática que son utilizados con más frecuencia.

¹ Estas son expresiones que utilizan los estudiantes para referirse o dar un calificativo de la asignatura de matemáticas.

En cuanto a los resultados de la prueba diagnóstica ([anexo 2](#)) que tuvo como objetivo determinar el nivel de desarrollo que posee el grupo de estudiantes en las competencias y los componentes en matemática, se observaron los siguientes resultados:

Si bien se puede observar un bajo rendimiento en todas las competencias, la competencia de razonamiento tiene un interés particular, debido a que fue la de menor promedio, en la cual el 70% de los estudiantes respondieron erróneamente las preguntas de esta competencia. Algunos criterios que dan cuenta del desarrollo de esta competencia y que fueron los que se tuvieron en cuenta para generar los resultados de este diagnóstico son: se les dificulta ordenar ideas para llegar a una conclusión, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones, justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas. Por ejemplo en la pregunta 4.c los estudiantes tuvieron serias dificultades para inferir y razonar lógicamente, se les dificulta establecer la relación entre el radio de la circunferencia circunscrita y de la circunferencia inscrita.

En cuanto a la competencia modelación, los estudiantes muestran un desempeño bajo a la hora de responder a las preguntas que indagaban por dicha competencia. Cerca del 58% de los estudiantes respondieron incorrectamente las preguntas demostrando con esto las falencias que tienen en: esquematizar, descubrir relaciones y generalidades, y transferir un problema de la vida real a un problema matemático.

La competencia comunicación es igualmente problemática como las anteriores. Sólo el 40% de los estudiantes superaron la prueba en esta competencia, quedando un 60% de estudiantes

que demuestran falencias en habilidades como: expresar ideas escribiendo, comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas por escrito y en forma visual, producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes.

Es pertinente describir y analizar los resultados con respecto al rendimiento por componente. En el pensamiento numérico-variacional, se obtuvo un rendimiento regular de los estudiantes, alrededor del 57% de estos, manifiestas falencias para identificar variables en relaciones de dependencia, usar operaciones y propiedades, reconocimiento de regularidades y patrones, descripción de fenómenos de cambio y dependía en diferentes contextos.

En el pensamiento Geométrico-métrico cerca del 69% de los estudiantes tienen problemas para solucionar problemas de medición (perímetro y área) manipulación y comprensión de representaciones bidimensionales, reconocimiento de características de construcciones geométricas, razonamiento geométrico (suma de los ángulos internos de un triángulo).

En cuanto a las pruebas externas se pueden evidenciar promedios que muestran en cierta medida el nivel de la institución en sus componentes y competencias, destacando con prioridad que la competencia razonamiento en el grado 5 está en un 45% de promedio correcto, mientras que en el grado noveno se encuentra tan solo en el 32%, esto con respecto a las Pruebas Saber; la siguiente tabla muestra con mayor precisión lo expuesto:

COMPONENTES	GRADO 5°	GRADO 9°
Numérico-Variacional	42%	43%
Geométrico-Métrico	34%	19%

Aleatorio	60%	52%
COMPETENCIAS		
Comunicación y modelación.	45%	32%
<i>Razonamiento y argumentación.</i>	30%	31%
Planteamiento y resolución de problemas.	61%	69%

respecto de los resultados en las pruebas Icfes 2011-2012 se puede observar en la tabla siguiente que aproximadamente un 90% de los alumnos se encuentra en un nivel medio con respecto a la competencia razonamiento, un 10% en nivel bajo, y un 0% en nivel alto:

	COMUNICACIÓN	RAZONAMIENTO	SOLUCIÓN DE PROBLEMAS
I (Bajo)	14,21%	10,08%	5,88%
II (Medio)	85,71%	89,92%	94,12%
III (Alto)	0,00%	0,00%	0,00%

Desde las observaciones de clase se afirma que el ambiente escolar del grupo es agradable, a pesar de que se presentan diferencias y conflictos ocasionalmente, la relación de los estudiantes con el profesor es buena, así como también la relación entre ellos, esto favorece un ambiente de trabajo que contribuye a la formación integral de los alumnos.

Por último, el modelo pedagógico de la institución es el constructivismo, por tal motivo concibe el conocimiento como algo que el estudiante debe descubrir por sí mismo; si se toma en cuenta esta consideración sobre el modelo pedagógico, se podría argumentar que hay poca coherencia entre éste y las prácticas pedagógicas que realizan los docentes, porque desde las observaciones de clase, se pudo apreciar que estos presentan a los estudiantes el conocimiento como acabado, no se les da la oportunidad de reconstruir los conceptos por su cuenta, los docentes se limitan a transcribir las recetas que dictan los manuales de enseñanza de las matemáticas y textos escolares.

Planteamiento del problema [\(volver\)](#)

En los últimos años se ha venido transformando las propuestas para la enseñanza de las matemáticas. Éstas han intentado cambiar las prácticas tradicionales de enseñanza que han utilizado por mucho tiempo los profesores. Una de las propuestas ha estado focalizada en implementar dentro del aula las MTIC² como un medio a través del cual los estudiantes puedan asimilar mejor los conocimientos en el área de matemática.

Desde los lineamientos curriculares se aboga por una enseñanza basada en competencias, pero ha sido poco difundida por los profesores de la Institución Educativa San Luis, puesto que se sigue enseñando contenidos y no desarrollando competencias.

Esta propuesta para fortalecer la competencia de razonamiento con la implementación de manipulables virtuales, nace fundamentalmente después de realizar una intervención diagnóstica en la Institución Educativa San Luis, la cual tuvo como resultado reflexionar sobre las competencias en la enseñanza de las matemáticas. En esta misma línea, la prueba diagnóstica por competencias aplicada en dicha Institución, mostró deficiencias en la competencia de razonamiento.

A partir de los análisis realizados en las encuestas y en las observaciones de clase, se pudo concluir que los profesores no utilizan medios o materiales educativos que ayuden a los

² MTIC: Medios y Tecnologías de la Información y la Comunicación.

estudiantes a mejorar sus competencias en matemática. Los profesores continúan utilizando una enseñanza tradicional, en la cual los procedimientos algorítmicos y la memorización de algunos conceptos limitan las posibilidades de los estudiantes para desarrollar la competencia razonamiento. Con relación a esta idea, los Estándares Básicos de Matemática (2006) afirman: “los manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas” (p.54).

De acuerdo con lo dicho anteriormente, los instrumentos de enseñanza implementados por los profesores no trascienden de lo operativo, ni contribuyen a un desarrollo de competencias que dé cuenta de una adecuada comprensión de las temáticas; se abordan normalmente de la misma forma: explicación de la temática en el aula por parte del docente, desarrollo de talleres y una prueba escrita basada en el desarrollo individual de ejercicios y procedimientos.

El plan de estudios y las prácticas pedagógicas de los profesores se siguen centrando principalmente en desarrollar contenidos y no competencias, situación problemática puesto que pone de manifiesto la desarticulación entre el P.E.I, el Plan de Área y los lineamientos curriculares. Cabe agregar, que los profesores no utilizan la sala de informática ni materiales asociados al software educativo, pues argumentan que no cuentan con la formación adecuada para guiar actividades pedagógicas que favorezcan el aprendizaje de los estudiantes y afirman que este tipo de actividades pueden servir para “distráer a los estudiantes”.

Por lo anterior y como eje central de investigación se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo incide en el desarrollo de la competencia razonamiento la mediación de actividades con manipulables virtuales en los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa San Luis del Municipio de Yarumal?

Justificación [\(volver\)](#)

La sociedad se ha transformado drásticamente en los últimos años, y los cambios que ha sufrido se deben principalmente a los descubrimientos e investigaciones científicas en herramientas tecnológicas. La educación es uno de los ámbitos en los cuales las innovaciones tecnológicas pueden aportar mucho para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje. Por este motivo, se hace importante incluir dentro de las prácticas educativas, los manipulables virtuales que ayudarán a mejorar la comprensión de los conceptos en matemáticas, y más que esto, fortalecerán las competencias matemáticas.

Con base en los análisis realizados en la lectura del contexto, y específicamente en la prueba diagnóstica, se identifican debilidades en la competencia de razonamiento, la cual es considerada de gran importancia en los procesos de la actividad matemática. Debido a este hecho, el proyecto tiene como objetivo el fortalecimiento de esta competencia en los estudiantes, donde se propicien espacios de construcción y reconstrucción de los conocimientos matemáticos relacionados con el tema de funciones y al mismo tiempo se brinden ambientes de aprendizaje donde el estudiante aprenda a orientar su pensamiento desde el razonamiento matemático, y ayude a potencializar su capacidad para inferir, razonar lógicamente y justificar.

Esta propuesta pretende mostrar una alternativa didáctica en la enseñanza de las matemáticas, que desmitifique ciertas aseveraciones que se hacen en torno a ella, categorizando como “dura” o “imposible de entender”. Ofrecer espacios de reflexión mediante el implemento

de planes de clase, y a través de softwares educativos de matemática ayudar a fortalecer las competencias, focalizándose principalmente en la competencia de razonamiento.

Respecto a las estrategias, se propone la utilización de manipulables virtuales, como vehículo que ayude generar espacios reflexivos y ambientes de aprendizaje dinámicos y creativos, que motiven a los estudiantes a la propia construcción del conocimiento matemático y les posibilite ser sujetos activos en sus procesos de aprendizaje.

Las prácticas pedagógicas constituyen un punto crucial en la formación de los maestros porque propician espacios de indagación y reflexión donde los docentes en formación piensan en su quehacer pedagógico, lo confronten y los ayudan a buscar herramientas didácticas que ayuden a mejorar la calidad de la enseñanza; en esta medida, el maestro en formación debe considerar estrategias innovadoras para la enseñanza de las matemáticas, las cuales permitan dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje y al mismo tiempo desarrollen las competencias matemáticas en los estudiantes. De acuerdo con lo anterior, los Estándares Básicos en Matemáticas (2006) sostienen: “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p.49).

Objetivos [\(volver\)](#)

Objetivo general

Fortalecer el desarrollo de la competencia razonamiento, a través de actividades con manipulables virtuales en los estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa San Luis del Municipio de Yarumal.

Objetivos específicos:

- Potencializar habilidades de la competencia razonamiento tales como: inferir, razonar lógicamente y justificar con la implementación de Planes de Clase y la mediación de manipulables virtuales.
- Implementar el uso de manipulables virtuales como estrategia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas donde se generen ambientes dinámicos, pedagógicos y didácticos en la construcción del conocimiento matemático.
- Aplicar instrumentos de evaluación que permitan analizar y reflexionar sobre los avances, las fortalezas y debilidades de la propuesta de intervención en la Institución Educativa San Luis.

Marco referencial ([volver](#))

Marco contextual

La Institución Educativa San Luis ubicada en el Municipio de Yarumal (Antioquia)³, es una institución de carácter público y mixta con doble jornada⁴; ofrece educación desde el preescolar hasta el grado undécimo, además de la sede principal cuenta con otras sedes educativas: María Auxiliadora, Epifanio Mejía, San Vicente, Villa Fátima y Gallego Pérez. La institución ha realizado convenios con entidades educativas como el SENA⁵, en esta medida, los estudiantes en la media reciben el título de Bachilleres Técnicos.

La Institución Educativa dentro de las consideraciones realizadas en su visión, procurará por la formación integral de su comunidad educativa y de manera especial sus alumnos con profunda dimensión humana y ética, y se proyectará como institución moderna de educación. Fomentará el espíritu crítico, reflexivo y una amplia cultura investigativa. Establecerá amplios nexos con el sector productivo y aportará soluciones a la realidad social, política, económica y cultural en el nivel local, regional, nacional y mundial. La formación impartida en esta institución contribuirá al desarrollo equilibrado del individuo y de la sociedad, sobre la base del respeto por la vida y por los derechos humanos.

³ Para ser un poco más específico, la dirección de la institución es calle 20 número 16-8.

⁴ 6:30am-12:30pm y 12:30pm-6:30pm.

⁵ Sistema Nacional de Aprendizaje.

En este mismo orden de ideas, fomentará el desarrollo vocacional y la formación profesional, de acuerdo con las aptitudes y aspiraciones de la persona y las necesidades de la sociedad, inculcando el aprecio por el trabajo, cualquiera que sea su naturaleza.

Por otro lado, según el PEI, una de los objetivos del profesor será preocuparse más por el para qué enseñar, cómo enseñar y por qué enseñar, más que en el qué enseñar, privilegiando el cómo aprenden los alumnos. Compartirá procesos de aprendizaje activos, donde el alumno aprenda a hacer, aprender a hacerse, aprender a aprender, aprender a autoevaluarse, aprender a ser y aprender a servir. Además dentro de la filosofía de la institución educativa se afirma que el estudiante con sus necesidades, intereses y limitaciones se convierte en el centro de los procesos formativos y educativo y el constructivismo en el ámbito educativo propone un paradigma en donde el proceso de enseñanza-aprendizaje se percibe y se lleva a cabo como proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción operada por la persona que aprende.

Según la misión de la Institución el estudiante debe convivir con los otros sin perder por ello su propia individualidad, adaptándose a diferentes medios o grupos y enfrentar con responsabilidad y acierto, el compromiso con la realidad personal, familiar y social que le corresponde vivir. Por lo tanto, puedo decir, que estas ideas se relacionan con las ideas del constructivismo ya que este señala que la educación es motor para el desarrollo globalmente entendido, lo que hace incluir necesariamente las capacidades de equilibrio personal, de pertenencia a una sociedad, las relaciones interpersonales y el desarrollo motriz. Por lo tanto se puede aseverar que es fruto de una construcción personal en la que interviene la familia, la comunidad, el contexto y no solamente el sujeto que aprende, o lo que enseña la escuela.

Uno de los aspectos que señala la misión hace hincapié en el desarrollo de la personalidad, que se orientará hacia el respeto mutuo y el sentido de pertenencia de su entorno; acrecentando las dimensiones éticas, sociales, religiosas, recreativas, cívicas y de ecología humana y ambiental, para que alcance una mejor calidad de vida y el disfrute de un mundo mejor. Mientras el plan de área se relaciona con esto al afirmar que se debe formar la personalidad del estudiante y la capacidad de asumir con responsabilidad y autonomía sus derechos y deberes y además agrega que hay que proporcionar una sólida formación ética y moral y fomentar la práctica del respeto a los derechos humanos.

La filosofía de la Institución Educativa San Luis enmarcada dentro de los fines de la Educación Colombiana, de conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política y la ley General de Educación, que en su artículo 1º define la educación como un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamente en una concepción integral del ser humano, de su dignidad, entendida como aquello que el hombre reclama de sí mismo y de los demás: respeto, libertad, disciplina, afecto, estimación, igualdad, diálogo, socialización, tolerancia y responsabilidad.

La Institución se propone formar personas moralmente éticas y autónomas, que garanticen en la comunidad educativa la eficacia y éxito de las metas propuestas. Lo anterior implica formar un estudiante que cumpla un papel protagónico en el desarrollo del país, como miembro productivo, creativo y funcional, dentro de una sociedad pluralista. Ésta, inmersa en la sociedad yarumaleña y en la realidad nacional colombiana, participa en el desarrollo local y regional, que la hace responsable de lo que es Antioquia y Colombia hoy y mañana.

Para terminar, al investigar y corroborar el decreto 1290 adjunto a la I.E San Luis, puede afirmarse, que existe relación entre el decreto y las consideraciones realizadas en el Sistema Institucional de Evaluación, donde la evaluación está orientada desde un enfoque cuantitativo para el cual, el fin último es asignar calificaciones que determinen si el estudiante supera o no los logros determinados para el área.

Marco legal

Según la ley 115 de 1994 “Ley General de la Educación”, promulgada en la Constitución Política de Colombia, la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y deberes. Es por esto que, el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N.), ente encargado de regularla, ha desarrollado una serie de estrategias para cumplir con este propósito, las cuales implican que se mejore su calidad, buscando su pertinencia y eficacia. Esto sin duda, repercute en la implementación de prácticas pedagógicas innovadoras y trascendentales.

Además en artículo 5 de la presente ley, donde se enuncian los fines de la educación, se propende por el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país. En este mismo orden de ideas, en el artículo 22, donde se establecen los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria, se aboga por una educación basada en el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.

Si se continúa con lo establecido en esta ley, en el artículo 109, donde se habla de la formación de los educadores, establece como fines generales, la formación de un educador de

la más alta calidad científica y ética que desarrolle la teoría y la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador.

En el decreto 1860 se hace explícita la intención de que el mismo maestro sea quien elabore los planes de clase con material didáctico que orienten el proceso integral de formación del educando.

El MEN, establece que el papel del docente y las instituciones educativas consiste en interpretar y valorar las informaciones obtenidas para tomar decisiones encaminadas a la cualificación de aprendizajes y las estrategias de enseñanza utilizadas. Al respecto, Lineamientos Curriculares (1998) señala: “En todos los casos, el propósito fundamental consistirá en que la mayoría de los alumnos alcancen los objetivos generales y específicos previstos en la ley general de educación colombiana y en los proyectos educativos de las instituciones y los logros que subyacen en los indicadores propuestos en la resolución 2343 de 1996” (p.106).

Por otra parte, el MEN apuntan a procesos de enseñanza que fomenten el desarrollo de competencias, dentro de los cuales subyace la comprensión de los conceptos puesto que “las distintas formas de expresar y comunicar las preguntas, problemas, conjeturas y resultados matemáticos no son algo extrínseco y adicionado a una actividad matemática puramente mental, sino que la configuran intrínseca y radicalmente, de tal manera que la dimensión de las formas de expresión y comunicación es constitutiva de la comprensión de las matemáticas” (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, 2006, p.49).

De acuerdo a las políticas normativas vigentes, en el decreto 1860 la evaluación se asume como un proceso: trasciende los aspectos cuantitativos y se enfoca en la continuidad, integralidad, lo sistemático, flexible, interpretativo, participativo y formativo subyacente a la construcción de los aprendizajes. Así, es necesario que exista una coherencia entre los procesos evaluativos y el enfoque asumido por cada institución en sus planes de estudio, teniendo en cuenta la influencia que sobre ellos tienen los factores sociales asociados al aprendizaje.

Marco teórico [\(volver\)](#)

Con el fin de ofrecer una panorámica general de los referentes teóricos de este trabajo, se presenta el siguiente mapa conceptual:



Referentes disciplinares

Competencias matemáticas

Según García et al, (2011) en Colombia, durante la última década, el Ministerio de Educación Nacional (MEN), a través del Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación (Sinec), ha expandido el uso generalizado del concepto de competencia a todos los ámbitos de la educación, con la aplicación de las pruebas masivas de evaluación de la calidad de los aprendizajes y de la calidad de la educación (pruebas de Estado “Icfes”, Saber y Ecaes). En esa dirección, el MEN ha establecido el desarrollo de competencias matemáticas como el eje transversal en la actual propuesta de lineamientos curriculares y estándares básicos de calidad en el área de matemáticas. Lo que no quiere decir, desde luego, que así ocurra efectivamente entre los maestros en sus prácticas pedagógicas y didácticas cotidianas, como tampoco que éstas sean conceptualizadas coherentemente en las instituciones y centros educativos del país, desde sus proyectos educativos institucionales.

Por lo dicho anteriormente, se puede hablar del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo. En la enseñanza enfocada a lograr este tipo de aprendizaje no se puede valorar apropiadamente el progreso en los niveles de una competencia si se piensa en ella en un sentido dicotómico (se tiene o no se tiene), sino que tal valoración debe entenderse como la posibilidad de determinar el nivel de desarrollo de cada competencia,

en progresivo crecimiento y en forma relativa a los contextos institucionales en donde se desarrolla. “Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (Estándares Básicos de Matemática, 2006, p.49).

Desde el punto de vista de García, Acevedo y Jurado (2003) citado por Tovar et al (2012), “fue a través de estudios en lingüística en la obra de Noam Chomsky y de la sociolingüística con Dell Hymes, que el concepto de competencia comenzó a popularizarse internacionalmente en la educación” (p.17). Este autor retoma el concepto de competencia comunicativa que interpreta la manera como los niños interactúan discursivamente con un repertorio semántico amplio que podría contraponerse a repertorios especializados promovidos escolarmente. Este concepto, para el caso colombiano, fundamentó la evaluación externa y ha estado presente en las reformas curriculares durante tres décadas: 70’s, 80’s y 90’s.

Para Roegiers (2000) citado por Tovar et al (2012), las competencias están definidas en función de una categoría de situaciones sociales. Así, la competencia es la posibilidad que posee un individuo de movilizar de manera interiorizada un conjunto integrado de recursos, de conocimientos, de saberes, de esquemas, de automatismos, de capacidades, de saber hacer de diferentes tipos con objeto de resolver una familia de situaciones problema conectadas epistemológicamente con distintas disciplinas del conocimiento. (p.23).

Lo que se entiende por competencia matemática ha cambiado notablemente con el paso del tiempo y ya no puede verse exclusivamente como la práctica mecánica de rutinas y destrezas. Por ello el conocimiento matemático no debe limitarse al conocimiento de la terminología, datos, y procedimientos matemáticos, aunque, lógicamente, debe incluirlos, ni a las destrezas para realizar ciertas operaciones y cumplir con determinados métodos. La competencia matemática comporta la combinación creativa de estos elementos en respuesta a las condiciones que imponga situación exterior. Se trata de poner los conocimientos matemáticos en acción para resolver los problemas que se pueden presentar en diferentes situaciones de la vida cotidiana (Álvarez y García, 2011, p.14)

“La adopción de un modelo epistemológico coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas” Estándares Básicos de Matemática (2006, p.50)

Según García & Coronado (2011) “es necesario situar el concepto de competencias en el complejo proceso de formación y desarrollo de un ser humano, en permanente actividad y con capacidades para acceder a nueva información y apropiarse de nuevo conocimiento, para enfrentar con sus pensamientos la incertidumbre y la complejidad de los problemas generados por la nueva sociedad del conocimiento y para, desde el trabajo, el lenguaje y el pensamiento, contribuir a la transformación de la sociedad en la que históricamente se sitúa” (p. 161)

El modelo pedagógico por competencias permite la estructuración e implementación de planes de estudio flexibles, capaces de responder satisfactoriamente a las demandas de la sociedad, de las empresas y de organizaciones empleadoras de profesionistas egresados de las instituciones de educación superior, debido a que este tipo de formación favorece la comprensión de las interrelaciones de la tecnología, la sociedad y el desarrollo humano sostenible, dentro de nuestro contexto globalizado actual (Villanueva, 2010, p.3)

En concordancia con lo expuesto anteriormente los Estándares Básicos de Matemática (2006) señalan al respecto:

La noción ser matemáticamente competente está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender. Si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con carácter flexible, adaptable y generalizable exige estar acompañada de comprender qué se hace y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo. (p.51)

Rychen y Salganik (2006) citado por Tovar et al (2012), definen la competencia como la capacidad para responder exitosamente a demandas complejas y llevar a cabo una actividad o tarea adecuadamente; es la combinación de habilidades cognitivas y prácticas, conocimiento, motivación, valores, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de conducta o actitud. Una competencia se define como la habilidad para satisfacer con éxito exigencias

complejas en un contexto determinado, mediante la movilización de prerrequisitos psicosociales que incluyen aspectos tanto cognitivos como no cognitivos.

Las competencias se asumen con base en la construcción de procesos de pensamiento, de las relaciones afectivas consigo mismo, con los demás, el medio ambiente y la vinculación social mediante currículos flexibles, pertinentes y contextualizados, que rompen con los enfoques tradicionales basados en repetición u memorización de la información, el desarrollo de habilidades y destrezas sin contextualización, la fragmentación del conocimiento y la enseñanza carente de pertinencia (Villanueva, 2010, p.4)

Fandiño (2006), afirma que la competencia va más allá de un saber hacer en un determinado contexto; implica también un desear hacer lo cual trae en consideración aspectos afectivos como la volición y la actitud. La competencia matemática, señala Fandiño, se reconoce cuando una persona ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático. Así, por ejemplo, la actitud analítica con la cual algunas personas enfrentan en forma satisfactoria situaciones problemáticas para su resolución, sería una evidencia de la competencia matemática (Tovar et al, 2012, p.25)

Desde otro punto de vista, para el estudio PISA/OCDE alfabetización o competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano, Rico (2006). Cuando se refiere al dominio general que se evalúa, el Proyecto PISA entiende por

competencia el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

La competencia matemática para PISA hace referencia a la capacidad de los alumnos para analizar, razonar y comunicar ideas de manera eficaz al plantear, formular, resolver e interpretar las soluciones a un problema matemático en una variedad de situaciones. Esta competencia matemática, PISA la evalúa en relación con: los contenidos matemáticos definidos en cuatro grandes ámbitos: cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre; los procesos matemáticos definidos por las competencias generales en matemáticas que incluyen: el empleo del lenguaje matemático, la creación de modelos y las habilidades relacionadas con la solución de problemas; y las situaciones, definidas en los ámbitos en los que se utilizan las matemáticas y se organizan de acuerdo al grado de proximidad con el alumno, identificando para ello cinco tipos de situaciones: personales, educativas, profesionales, públicas y científicas (Tovar et al, 2012, p.34)

El proyecto PISA es uno de los proyectos que ha introducido el término competencias en el mundo de las matemáticas, en este sentido propone 8 tipos de competencias: Pensar y Razonar, Argumentar, Comunicar, Construir modelos, Plantear y resolver problemas, Representar, Utilizar un lenguaje simbólico, formal y técnico, Utilizar herramientas de apoyo como las TIC.

Cada una de las competencias contiene un conjunto extenso de elementos de competencia y admite diferentes niveles de profundidad. Al respecto Martínez (2005) comenta que los

expertos del proyecto PISA consideran tres niveles de complejidad en los problemas matemáticos y en las competencias demandadas por los mismos:

Primer nivel: Reproducción y procedimientos rutinarios. En este nivel se engloban aquellos ejercicios que son relativamente familiares y que exigen básicamente la reiteración de los conocimientos practicados, como son las representaciones de hechos y problemas comunes, recuerdo de objetos y propiedades matemáticas familiares, reconocimiento de equivalencias, utilización de procesos rutinarios, aplicación de algoritmos, manejo de expresiones con símbolos y fórmulas familiares, o la realización de operaciones sencillas. Un ejemplo de ejercicio propio de este nivel es la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita.

Segundo nivel: Conexiones e integración para resolver problemas estándar. El nivel de conexiones permite resolver problemas que no son simplemente rutinarios, pero que están situados en contextos familiares o cercanos. Plantean mayores exigencias para su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una misma situación, o bien enlazar diferentes aspectos con el fin de alcanzar una solución.

Tercer nivel: Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales. Este nivel moviliza competencias que requieren cierta comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos o enlazar conocimientos de distintas procedencias. Las tareas de este nivel requieren competencias más complejas, implican un mayor número de elementos, exigen análisis de diferentes estrategias posibles,

invención de sistemas de representación no usuales, generalización y explicación o justificación de los resultados, Martínez (2005).

Por otro lado se puede resaltar el hecho que establece la Unión Europea desde los años 90 de mejorar y redefinir sus sistemas educativos para crear un sistema europeo que permita comparar, difundir y evaluar las competencias básicas. Se han puesto en práctica proyectos que permitan comparar los resultados educativos de diferentes países, como el proyecto DESECO (definición y selección de competencias) que tiene por objeto definir y seleccionar las competencias consideradas esenciales para la vida de las personas y el buen funcionamiento de la sociedad, en este sentido, definen la competencia como la capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes y otros componentes sociales y de comportamiento que movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un ciudadano matemáticamente competente. En el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares.

Los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad;

comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, se presentan a continuación:

Razonamiento. La competencia de razonamiento puede ser entendida como la habilidad de cada ser humano para entender y utilizar el lenguaje matemático en su sentido más amplio, para relacionar números, símbolos, expresiones matemáticas con el mundo cotidiano y de este como interpretar la información de una manera coherente que permita solucionar problemas. Razonar es un proceso mental gracias al cual ordenamos y coordinamos la información que poseemos, por una parte la que nos llega a través de las habilidades de investigación, y por la otra, la que tenemos almacenada en la memoria. El contacto entre los conocimientos nuevos y los que ya poseemos provoca un nuevo descubrimiento, y así el proceso de conocimiento se alimenta constantemente: dado que ya conocemos a través de los sentidos y de la propia experiencia, el razonamiento nos permite descubrir conocimientos adicionales. Nuestro conocimiento se basa en la experiencia del mundo, y es a través del razonamiento que este conocimiento se puede ampliar y justificar. Dado el conocimiento, el razonamiento nos permite descubrir más información.

Lineamientos Curriculares (1998) establece que “El razonamiento matemático tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos, en este sentido se entiende por razonar la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión” (p.54).

Calvillo (2012) afirma que la competencia razonamiento “consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Forma parte de la competencia matemática la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida, tanto en el ámbito escolar o académico como fuera de él, y favorece la participación efectiva en la vida social...” (p.1)

Cuando hablamos de razonamiento matemático se deben de tener en cuenta aspectos que están vinculados con la edad de los estudiantes y su desarrollo, cada logro alcanzado en un conjunto de grados debe ser tomado y ampliado en los grados posteriores. Se debe partir de niveles informales hasta niveles más elaborados de razonamiento. El razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes, y por tanto, se debe articular con todas las actividades escolares.

Según Lineamiento Curriculares (1998) razonar en matemáticas tiene que ver con:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.

- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar. (p.54)

En este sentido se debe de favorecer el desarrollo de estos ejes con ambientes educativos que estimulen a los estudiantes a explorar, comprobar y aplicar ideas. Los maestros deben escuchar con atención a sus estudiantes para orientar el desarrollo de sus ideas y hacer uso de materiales físicos que ayuden a la comprensión de la idea más abstracta, Lineamientos Curriculares (1998). Debe de haber un ambiente crítico en el cual cada afirmación hecha debe ser susceptible a preguntas, reacciones y reelaboraciones de los demás. Se debe apoyar y asesorar a los alumnos para que aprendan a pensar más lógicamente y de forma más crítica.

Los debates en grupos en donde los estudiantes asuman diversos roles, en la medida que pueden argumentar y defender sus opiniones, así como también refutar las ideas de los demás, propicia espacios para la formación del espíritu crítico y el desarrollo de una tolerancia mutua.

Al respecto los Lineamientos Curriculares (1998) argumentan:

Un objetivo fundamental es el de proporcionar a los estudiantes numerosas experiencias que les hagan sentir, admirar y ejercitar el maravilloso poder lógico de su cerebro para lanzar hipótesis, formular conjeturas, confirmarlas o refutarlas, argumentar en favor o en contra de una tesis, realizar inferencias, detectar supuestos ocultos, demostrar teoremas, generar y transformar

información en forma rigurosa y extraer de ella otra información no percibida a primera vista, construir algunas demostraciones para enunciados matemáticos, dar contraejemplos. (p.66)

“Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas” (Estándares de Matemática, 2006, p.54). Se deben aprender diferentes métodos de demostración. Tener experiencias en las que utilicen razonamientos inductivos y deductivos. Es necesario también analizar afirmaciones de la vida cotidiana a partir de los principios lógicos que sustentan la argumentación.

Por último, cabe señalar, que el nivel de razonamiento se ve reflejado en algunas habilidades que los estudiantes van desarrollando a través de su proceso formativo. Algunas habilidades del razonamiento son: razonar lógicamente, inferir, justificar, buscar y dar razones, relacionar causas y efectos, relacionar partes y todo, relacionar medios y fines, establecer criterios, razonar analógicamente, razonar hipotéticamente etc.

Habilidades del razonamiento

Justificar. Según Rigo, Rojano & Pluinage, citado por Aristizábal & otros (2012):

“El término justificación hace referencia a toda clase de recursos argumentativos que se generan en las clases de matemáticas con el fin de sustentar enunciados con contenido matemático para promover un grado de adhesión y convencimiento hacia él” (p.46)

En este mismo sentido Villoro, citado por Aristizábal & otros (2012) plantean que “se pueden distinguir dos tipos de justificaciones: los argumentos basados en razones y las argumentaciones apoyadas en fuentes supra-rationales, es decir, en los motivos personales de quien arguye”. (p.46)

Por su parte Parra, Zapata & Toro, citado por Botero & otros (2012) “plantean como camino hacia el desarrollo del razonamiento matemático, la necesidad de propiciar espacios en las aulas de clase en los cuales los estudiantes descubran y justifiquen matemáticamente, pues estos posibilitan la comunicación y comprensión de las matemáticas” (p.47). En ellos se requiere de la observación, la verificación, la explicación, la descripción y la argumentación para sustentar y validar los enunciados y proposiciones matemáticas, dentro de estos espacios se encuentran la elaboración de conjeturas, refutaciones, pruebas y demostraciones.

Dar razones de las propias opiniones es un signo de razonabilidad. Cuando exponemos nuestras opiniones y creencias las debemos justificar. Hemos de procurar no sólo que los niños den razones, sino que vean la necesidad de hacerlo. Es necesario hacerlos conscientes de que debemos dar y pedir razones cuando hablamos con los demás para ser más reflexivos y dialogantes.

Justificar es un ejercicio intelectual con muchas connotaciones éticas, porque permite la discusión más allá de las opiniones y abre la puerta a la tolerancia.

Inferir. Significa pasar de una afirmación o más a otra que es la consecuencia. Es una destreza mental de relación que lleva a una conclusión. Podemos inferir hechos, pero también acciones, intenciones, relaciones, etc. Es necesario que enseñemos a extraer conclusiones de lo que oímos, vemos y sabemos.

Inferir es ir más allá de lo que viene dado. Podemos inferir cosas a partir de lo que la gente dice, o podemos inferir cosas a partir de lo que nosotros observamos. Cuando intentamos descifrar qué sucederá en el futuro basándonos en lo que ha sucedido en el pasado, y cuando nuestras conjeturas se basan en la probabilidad de que algo suceda, entonces estamos ante una inferencia inductiva.

Cuando nuestras inferencias parten de una seguridad absoluta, se habla de una inferencia deductiva. Por ejemplo, «Si todas las personas son mamíferos, y yo soy una persona, entonces yo soy un mamífero».

Inferir consiste en utilizar la información de que disponemos para aplicarla o procesarla con miras a emplearla de una manera nueva o diferente. Por ejemplo, basándose en determinados datos podemos suponer cómo sucedieron ciertos hechos. Consideramos la información a nuestro alcance y la transformamos o la utilizamos de una manera nueva o simplemente diferente. Cuando hacemos inferencias estamos procesando o haciendo algo con la información que hemos recibido.

Inferir significa tomar la información que tenemos guardada en nuestro banco de memoria para, dado el caso, hacer uso de ella, producir nueva información ya adquirida con la que es más reciente, de lo que resultará la transformación de ambas.

En el nivel inferencial es preciso que los alumnos apliquen o transformen la información que han obtenido hasta el momento.

Razonar lógicamente. Es un proceso discursivo que sujeto a reglas o preceptos se desarrolla en dos o tres pasos y cumple con la finalidad de obtener una proposición de la cual se llega a

saber, con certeza absoluta, si es verdadera ó falsa. Además cada razonamiento es autónomo de los demás y toda conclusión obtenida es infalible e inmutable (Ferro, 2007).

El razonamiento es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto. Por lo general, los juicios en que se basa un razonamiento expresan conocimientos ya adquiridos o, por lo menos, postulados como hipótesis.

Cuando la operación se realiza rigurosamente y el juicio derivado se desprende con necesidad lógica de los juicios antecedentes, el razonamiento recibe el nombre de inferencia. Los juicios que sirven como punto de partida son denominados premisas y desempeñan la función de ser las condiciones de la inferencia. El resultado que se obtiene, o sea, el juicio inferido como consecuencia, es llamado conclusión.

La inferencia permite extraer de los conocimientos ya establecidos, otro conocimiento que se encuentre implícito en las premisas o que resulte posible de acuerdo ellas. Cuando en la conclusión se llega a un conocimiento menos general que el expresado en las premisas, se habrá efectuado una inferencia deductiva. Cuando la conclusión constituye una síntesis de las premisas y, por consiguiente, un conocimiento de mayor generalidad, se habrá practicado una inferencia inductiva. Y, cuando la conclusión tiene el mismo grado de generalidad o de particularidad que las premisas, entonces se habrá ejecutado una inferencia transductiva. La ejecución de las inferencias se realiza conforme a ciertas reglas que han sido dilucidadas en la experiencia y formuladas de un modo estricto por la lógica. Ruiz (2008).

El razonamiento permite ampliar nuestros conocimientos sin tener que apelar a la experiencia. También sirve para justificar o aportar razones en favor de lo que conocemos o creemos conocer. El razonamiento nos permite demostrar lo que sabemos.

El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. “Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas” (Estándares de matemática, 2006, p. 54).

La resolución y planteamiento de problemas. La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático.

Según Lineamientos Curriculares (1998) la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

En la medida en que los estudiantes van desarrollando la capacidad de resolver problemas su capacidad de comunicarse matemáticamente y su habilidad para utilizar procesos de pensamiento más complejos aumenta.

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad (Estándares de Matemática, 2006).

Desde los Estándares de Matemática (2006), se entiende que la formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas suscitados por una situación problema permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Es importante abordar problemas abiertos donde sea posible encontrar múltiples soluciones o tal vez ninguna.

La modelación. “Actualmente, con la aparición de la era informática, uno de los énfasis que se hace es la búsqueda y construcción de matemáticos. La tecnología moderna sería imposible

sin las matemáticas y prácticamente ningún proceso técnico podría llevarse a cabo en ausencia del modelo matemático que lo sustenta” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.76)

El punto de partida de la modelación es una situación problemática real. Esta situación debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones, y debe precisarse más, de acuerdo con los intereses del que resuelve el problema. Esto conduce a una formulación del problema (que se pueda manejar en el aula), que por una parte aún contiene las características esenciales de la situación original, y por otra parte está ya tan esquematizada que permite una aproximación con medios matemáticos, Lineamientos Curriculares (1998)

El proceso de modelación no solamente produce una imagen simplificada sino también una imagen fiel de alguna parte de un proceso real pre-existente. Más bien, “los modelos matemáticos también estructuran y crean un pedazo de realidad, dependiendo del conocimiento, intereses e intenciones del que resuelve el problema” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.77)

La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al

descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles (Estándares Básicos en Matemáticas, 2006).

La modelación puede hacerse de formas diferentes, que simplifican la situación y seleccionan una manera de representarla mentalmente, gestualmente, gráficamente o por medio de símbolos aritméticos o algebraicos, para poder formular y resolver los problemas relacionados con ella. “Un buen modelo mental o gráfico permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido” (Estándares Básicos en Matemáticas, 2006, p.53)

La comunicación. A pesar de que suele repetirse lo contrario, las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser un proceso deliberado y cuidadoso que posibilite y fomente la discusión frecuente y explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las conexiones entre ellos y para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos y aun universales y valoren la eficiencia, eficacia y economía de los lenguajes matemáticos, Estándares Básicos en Matemáticas (2006).

Al respecto se dice que “la comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.74)

Thomas A. Romberg en su artículo “Características problemáticas del currículo escolar de matemáticas” (p.375) destaca la comunicación verbal y escrita como una parte crucial del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por las siguientes razones:

En primer lugar, la comunicación en forma de argumento lógico es fundamental para el discurso matemático. En segundo lugar, la comunicación es el medio por el cual los conocimientos personales se sistematizan en un ámbito y, por tanto, se aceptan como conocimiento nuevo. En tercer lugar el desarrollo en las categorías y estructuras del sistema lingüístico estructura la comprensión del niño y la hace progresar hacia un modelo de conciencia pública (Lineamientos Curriculares, 1998).

La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas.

“Las clases deberían caracterizarse por las conversaciones sobre las matemáticas entre los estudiantes y entre éstos y el profesor. Para que los profesores maximicen la comunicación con y entre los estudiantes, deberían minimizar la cantidad de tiempo que ellos mismos dominan las discusiones en el salón de clase” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.75)

La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Además de que el estudiante razone y se comunique matemáticamente, y elabore modelos de los sistemas complejos de la realidad, se espera también que haga cálculos correctamente, que siga instrucciones, que utilice de manera correcta una calculadora para efectuar operaciones, que transforme expresiones algebraicas desde una forma hasta otra, que mida correctamente longitudes, áreas, volúmenes, etc.; es decir que ejecute tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. “El aprendizaje de procedimientos o “modos de saber hacer” es muy importante en el currículo ya que éstos facilitan aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.81)

Este proceso implica comprometer a los estudiantes en la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados “algoritmos”, procurando que la práctica necesaria para aumentar la velocidad y precisión de su ejecución no oscurezca la comprensión de su carácter de herramientas eficaces y útiles en unas situaciones y no en

otras y que, por lo tanto, pueden modificarse, ampliarse y adecuarse a situaciones nuevas, o aun hacerse obsoletas y ser sustituidas por otras. Estándares Básicos en Matemáticas (2006, pp.55).

Luis Rico en su artículo “Consideraciones sobre el currículo escolar de matemáticas” describe los procedimientos aritméticos, métricos, y geométricos como sigue:

Los procedimientos de tipo aritmético: son aquéllos necesarios para un correcto dominio del sistema de numeración decimal y de las cuatro operaciones básicas. Entre los más destacados podemos señalar la lectura y escritura de números, el cálculo mental con dígitos y algunos números de dos cifras, el cálculo con lápiz y papel y el empleo de la calculadora.

Los procedimientos de tipo métrico: son los necesarios para emplear correctamente los aparatos de medida más comunes de las magnitudes longitud, tiempo, amplitud, capacidad, peso y superficie. También se incluye aquí el dominio del sistema métrico decimal.

Los procedimientos analíticos: tienen que ver con “álgebra”, “funciones” y “cálculo diferencial e integral”. Algunos ejemplos de este tipo de procedimientos son: modelar situaciones de cambio a través de las funciones, las gráficas y las tablas; traducir de una a otra de las distintas representaciones de una función; resolver ecuaciones; comprender y hallar las tasas de inflación, los intereses en un préstamo, etc.

Referentes metodológicos ([volver](#))

El constructivismo. Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo —tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos— no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea (Carretero, 1997, p.3)

Según Mazarío & Mazarío (2004) se pueden plantear los siguientes principios básicos en los que se sustenta el constructivismo:

1. La comprensión inicial de un objeto, proceso o fenómeno es local, no global. Las nuevas ideas son necesariamente introducidas y entendidas sólo en un contexto limitado. Cuando se introduce una idea por primera vez, puede ser difícil para el sujeto cognoscente saber qué rasgos de la situación son más relevantes para entenderla. Posteriormente, cuando la idea a sido explorada en una variedad de contextos, resulta generalmente más fácil percibir el patrón propuesto, y la comprensión es generalmente más amplia.

2. El conocimiento no es recibido de forma pasiva, sino construido y reconstruido por el sujeto cognoscente de forma activa, interactuando con el objeto de estudio (relación objeto-sujeto).

3. La función cognoscitiva es adaptativa y permite al que aprende la construcción de explicaciones viables sobre sus experiencias, es decir, cuando un sujeto actúa sobre la información relacionándola con el conocimiento que ya posee, le imprime e impone así organización y significado a su experiencia.

4. El proceso de construcción de significados está siempre influenciado por el contexto histórico-cultural y económico-social del cual el individuo forma parte.

5. Construir estructuras útiles de conocimiento requiere de una actividad esforzada e intencionada. El aprendizaje requiere una participación activa y reflexiva.

El constructivismo es esencialmente un enfoque epistemológico, que sostiene que todo conocimiento es construido como resultado de procesos cognitivos dentro de la mente humana. Rechaza la idea de que el conocimiento se la representación de una realidad externa independiente del espectador. (Mazarío & Mazarío, 2004, p.8).

Por otro lado algunos de los impactos del constructivismo en la práctica docente lo describen con claridad Mazarío & Mazarío (2004):

1. Sirve de vía para sistematizar las teorías educativas y convertirse en una propuesta teórica y epistemológica que agrupe diferentes enfoques y tendencias.

2. El conocimiento es construido, no transmitido. Las experiencias deben ser interpretadas y procesadas por cada individuo. Dos personas no pueden intercambiar conocimientos como si fuera sólo información.

3. El conocimiento previo tiene impacto en el aprendizaje. Los marcos cognitivos preexistentes determinan a qué presta atención el sujeto, cómo interpreta aquello a lo que presta atención y cómo construye nuevos conocimientos. Dos personas pueden tener la misma experiencia pero interpretarla de distinta manera.
4. Vinculación de la educación con la ciencia (posición cientifista).
5. El constructivismo lleva la ciencia y la investigación al aula, es decir, el aprendizaje como investigación. En efecto, el docente debe coordinar actividades donde el estudiante tenga la posibilidad de aprender a investigar por sí mismo.
6. Los estudiantes tienen una visión del mundo establecida antes de incorporarse al salón de clases que ha sido formada (construida y reconstruida) con los años de experiencias previas y aprendizaje.
7. A medida que evoluciona, la visión del mundo de un estudiante filtra todas las experiencias y afecta a todas las interpretaciones de posteriores observaciones.

La investigación-acción educativa. La investigación acción, es un término acuñado y desarrollado por Kurt Lewin en varias de sus investigaciones, actualmente, es utilizado con diversos enfoques y perspectivas, depende de la problemática a abordar.

Es una forma de concebir y entender la enseñanza y no sólo una forma de investigarla. La investigación-acción como método de investigación supone entender la enseñanza como un proceso de investigación en continua búsqueda. Este modelo de investigación pretende que los docentes reflexionen sobre sus prácticas educativas en donde integren el análisis y la reflexión de las experiencias, transformando con ello su propia concepción como maestro y como pedagogo.

Es de particular importancia señalar que lo fundamental de la investigación acción, no son tanto los problemas que guían la acción, sino más bien la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, además de que sea capaz de planificarla e introducir mejoras progresivas. En general y como lo señala Bausela (2004) “la investigación acción constituye una vía de reflexiones sistemáticas sobre la práctica con el fin de optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje” (p.1).

Breve historia de la investigación acción. Uno de los mayores representantes de la investigación acción es el psicólogo Kurt Lewin quien en los años 40 en estados unidos, definió ésta como un proceso cíclico de exploración, actuación y valoración de resultados. Intentó darle

identidad al establecer una forma de investigación que no se limitara a producir libros, sino que integrara la experimentación científica con la acción social. Lewin concibió este tipo de investigación como la emprendida por personas que llevan una actividad colectiva en bien de todos, basada en una práctica reflexiva social en la que interactúan la teoría y práctica con el objetivo de establecer cambios en la situación estudiada.

A comienzos de los años 70 Lawrence Stenhouse y de John Elliott redefinieron la concepción que se tenía sobre la investigación-acción. Ya no era más una técnica de investigación para ocasionar cambios, sino la convicción de que las ideas educativas tenían su verdadero valor cuando se entente traducirlas a la práctica, y esto sólo es posible si los enseñantes investigan con su práctica y con las ideas que sirven para guiar sus reflexiones. A propósito de esto Elliott pensaba la investigación-acción como el estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción misma.

En los años 80 Stephen Kemmis junto con Wilfred Carr abogaron por una reconceptualización de la investigación acción en la cual ésta ya no se entiende como un proceso de transformación de las prácticas individuales del profesorado, sino como un proceso de cambio social que se emprende colectivamente.

Finalidad de la investigación-acción. Para Kemmis y McTaggart (1988), los principales beneficios de la investigación-acción son: el mejoramiento de la práctica y la situación en la que tiene lugar la práctica, así como también una comprensión más profunda de la práctica. La

investigación-acción se propone mejorar la educación a través del cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios.

Con este tipo de investigación se pretende fortalecer y desarrollar cuatro dimensiones que son: formación profesional, participación social, aspectos formativos y aspectos cognoscitivos. En la primera dimensión se destaca la generación de actitudes críticas y de renovación personal, así como también la modificación del entorno por medio de la participación. En la segunda se refuerza la concienciación de los sujetos en el proceso social al mismo tiempo que pretende que los sujetos participen en el desarrollo social. En cuanto a la tercera dimensión, se procura hacer transformaciones de actitudes y comportamientos, posibilitando con esto, el desarrollo personal. En la última dimensión está la adquisición de conocimientos, destrezas intelectuales y desarrollo de habilidades de observación y análisis.

Características de la investigación-acción. Kemmis y McTaggart (citado por Bausela, 2004) han descrito con amplitud las características de la investigación-acción. A continuación se presentan algunos rasgos destacados:

- Se construye desde y para la práctica.
- Pretende mejorar la práctica a través de su transformación, al mismo tiempo que procura comprenderla.
- Es participativa. Las personas trabajan con la intención de mejorar sus propias prácticas.

- La investigación sigue una espiral introspectiva: una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.
- Es colaborativa, se realiza en grupo por las personas implicadas.
- Crea comunidades autocríticas de personas que participan y colaboran en todas las fases del proceso de investigación.
- Es un proceso sistemático de aprendizaje, orientado a la praxis (acción críticamente informada y comprometida).
- Induce a teorizar sobre la práctica.
- Somete a prueba las prácticas, las ideas y las suposiciones.
- Implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; exige llevar un diario personal en el que se registran nuestras reflexiones.
- Es un proceso político porque implica cambios que afectan a las personas.
- Realiza análisis críticos de las situaciones.
- Procede progresivamente a cambios más amplios.
- Empieza con pequeños ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, avanzando hacia problemas de más envergadura; la inician pequeños grupos de colaboradores, expandiéndose gradualmente a un número mayor de personas.

Además de las características anteriores, se pueden citar otras igualmente importantes. Bausela (2004) menciona las siguientes: No se puede reducir al aula, porque la práctica docente tampoco está limitada ni reducida a ella. Investigar nos lleva a cambiar la forma de entender la práctica: qué damos por sentado, qué cuestionamos, qué nos parece natural o inevitable (o por encima de nuestras posibilidades o responsabilidades), y qué nos parece discutible y necesario

transformar, y en lo que nos sentimos comprometidos. Es una forma por la cual el profesorado puede reconstruir su conocimiento profesional como parte del proceso de constitución de discursos públicos unidos a la práctica, y sus problemas y necesidades.

Tipologías de la investigación-acción. Son diversas las propuestas que se han hecho para catalogar las modalidades de investigación acción, cada una se basa en diferentes criterios; principios ideológicos (Carr y Kemmis, 1988), objetos científicos y niveles de participación (Desroche, 1981).

Nos detendremos en el propuesto por Grundy (1982, 1991) quien ha señalado tres modelos básicos de investigación - acción: el técnico, el práctico y el crítico o emancipador.

El técnico se basa en procesos guiados por expertos en los que los practicantes ejecutan la investigación diseñada por aquellos. Los expertos dirigen la investigación hacia resultados ya prefijados, donde se resalta una inclinación hacia lo productivo o eficientista. Los practicantes se convierten en realizadores de prescripciones ajenas. Con este modelo se hace difícil cuestionar las prescripciones curriculares o las condiciones institucionales en las que se desenvuelve el docente.

El práctico pretende que haya procesos de indagación y reflexión de la práctica a luz de sus fines. Los procesos de investigación-acción son dirigidos a la realización de aquellos valores intrínsecos de la práctica educativa.

El crítico parte de la idea de que no siempre es posible la realización de lo que supone el modelo práctico ya que existen restricciones institucionales e ideológicas que pueden ir en contravía de lo que plantea este modelo. Por esta razón, no es suficiente con plantearse la práctica particular, sino que es necesario plantearse, además, la transformación de estas estructuras restrictivas, para lo cual es necesario acudir a fuentes teóricas críticas que sirvan de soporte a esta toma de conciencia de las limitaciones de la práctica.

El siguiente cuadro sintetiza algunas de las ideas planteadas. Tomado de Bauselas (2004) p.4.

MODALIDADES	TIPO DE CONOCIMIENTO QUE GENERAN	OBJETIVOS	FORMAS DE ACCIÓN	NIVEL DE PARTICIPACION
I/A TÉCNICA	Técnico/ explicativo	Mejorar las acciones y la eficacia del sistema	Sobre la acción	Cooptación Designación
I/A PRÁTICA	Práctico	Comprender la realidad	Para la acción	Cooperación

I/A CRITICA	Emancipativo	Participar en la transformación social	Por la acción	Implicación
-------------	--------------	--	---------------	-------------

Variante pedagógica en investigación acción (propuesta desarrollada por el grupo de investigación que lidera Bernardo Restrepo). La variante de investigación acción adoptada para la realización de este trabajo, es la propuesta por Bernardo Restrepo. En esta variante no se abandona el modelo básico de la investigación acción que consiste en la implementación de tres fases que marcan la trayectoria del trabajo, y su finalidad que consiste en transformar la práctica y mejorarla constantemente.

Las tres fases que componen la investigación son: la reflexión sobre un área problemática, la planeación y la ejecución de acciones alternativas para mejorar la situación problemática, y la evaluación de resultados con miras a emprender un segundo ciclo de las tres fases. La reflexión, en verdad, se encuentra al comienzo del ciclo, en la planeación y en la evaluación o seguimiento de la acción instaurada para transformar la práctica. (Restrepo, 2002, p.5).

Los investigadores externos tienen una participación limitada en los proyectos de investigación. El modelo concebido considera a los maestros como investigadores que participan en todo el proyecto. En algunos tipos de investigación acción los investigadores externos o animadores externos como los denomina Bernardo, utilizan los datos encontrados y el trabajo de los estudiantes para hacer análisis y elaborar interpretaciones. En este enfoque los

investigadores externos no cumplen con esta clase de funciones, ya que el maestro investigador es el que formula, desarrolla y evalúa el proyecto, desde el principio hasta el fin, en suma se convierte en el actor principal de su investigación.

Cabe agregar que la intención de este prototipo de investigación acción pedagógica se limita a hacer énfasis en la práctica pedagógica del maestro, no hace pretensiones de influir en las transformaciones de las estructuras políticas o sociales, ni producir cambios en el contexto inmediato.

Las tres etapas del modelo de investigación acción pedagógica:

Deconstrucción: Para el primer paso metodológico propuesto por Restrepo (2002) se hace alusión a los aportes hechos por Stenhouse en el denominado “método social antropológico” (Stenhouse, 1981), y al filósofo francés Jacques Derrida sobre deconstrucción de textos como método de investigación analítica (1985). El primero consiste en utilizar la observación directa de acontecimientos en el aula, apoyándose en minuciosos apuntes de campo como medio de registro para construir la teoría. En cuanto a Derrida, se emplea el término “deconstrucción” para analizar la práctica pasada y presente, los textos del diario de campo, las observaciones del docente y las entrevistas focales con los alumnos, teniendo en cuenta que unos y otras están mediados por múltiples factores como la cultura, las ideologías, los símbolos, las convenciones,

los géneros, la comunicación, que no dejan traslucir directa y transparentemente las ideas de sus autores (Restrepo, 2002).

En el modelo de investigación acción educativa privilegia la búsqueda continua de la estructura de la práctica y sus raíces teóricas para identificarla y someterla a crítica y mejoramiento continuo. Cabe destacar que la estructura de la práctica como termino, hace referencia a ideas (teoría), herramientas (métodos y técnicas), y ritos (costumbres, rutinas, exigencias, hábitos), que pueden ser todas susceptibles de deconstrucción. El concepto de «deconstrucción» de Derrida, pensado por éste como aplicación al texto escrito, y adaptado aquí a la práctica social y pedagógica del maestro, es de gran utilidad para diagnosticar y criticar la práctica anterior y corriente, utilizando para ello, entre otras técnicas, un diario de campo detallado que privilegia la escritura sobre el discurso oral (Graves, 1998).

De especial consideración en los fundamentos teóricos del prototipo de I-AE es el hecho de que la transformación de la propia práctica pedagógica pasa por una pedagogía emancipadora en el sentido de que el maestro penetra su propia práctica cotidiana, a veces fosilizada, la desentraña, la crítica y, al hacer esto, se libera de la tiranía de la repetición inconsciente, pasando a construir alternativas que investiga y somete a prueba sistemática (Restrepo, 2002).

Con este modelo se pretende que la práctica pedagógica sea desenmascarada, se requiere ahondar en el corazón de esta, para desentrañar las ideas más arraigadas, ideas que son poseoras y sirven de obstáculo para la transformación positiva de la práctica. La crítica y la autocrítica son en esta variante IA pedagógica las encargadas de desnudar las debilidades

pedagógicas ayudar al reconocimiento de las propias limitaciones que derive en una comprensión más profunda del proceso pedagógico.

Reconstrucción. La reconstrucción como segundo paso de la investigación acción educación está basada en las reflexiones detalladas y críticas que se hicieron en la deconstrucción. La idea es hacer propuestas de transformación de aquellos componentes débiles, inefectivos e ineficientes.

La investigación acción educación en su búsqueda y creación de conocimiento reflexiona sobre la práctica críticamente lo cual lleva al descubrimiento de su estructura interna, y al reconstruir la práctica se produce saber pedagógico nuevo.

Cabe destacar que el objetivo de la investigación acción educación es la transformación de la práctica a través de la construcción de saberes pedagógicos individuales.

Una buena forma de resumir lo antes planteado sobre la esencia y finalidad de la IAE la encontramos en Restrepo. (2002):“la IA-E es un instrumento que permite al maestro comportarse como aprendiz de largo alcance, como aprendiz de por vida, ya que le enseña cómo aprender a aprender, cómo comprender la estructura de su propia práctica y cómo transformar permanente y sistemáticamente su práctica pedagógica”.

Evaluación de la práctica reconstruida. Esta es la última etapa de la investigación consiste básicamente en dejar funcionar la práctica por un tiempo, acompañándola con notas sobre indicadores de efectividad. Después observar sus resultados se analizan las notas del diario de campo y se juzga el éxito de la transformación.

Referentes didácticos [\(volver\)](#)

Los manipulables virtuales y las MTIC en la enseñanza de las matemáticas. La sociedad ha atravesado por cambios vertiginosos en los últimos años y debido a estos cambios todo el campo de la educación se ha venido configurando de manera diferente. Esto supone el reto educativo de adaptar e incorporar en las prácticas escolares los nuevos contextos de actuación en los que se sitúan los sujetos. Por tal motivo, se promueve la inclusión de las nuevas tecnologías en las aulas de clase, con el propósito de crear ambientes dinámicos que potencien el pensamiento crítico de los estudiantes frente a temas propios de situaciones reales.

Con relación a lo anterior, el Plan Decenal de Educación 2006-2016 en lo concerniente a la implementación de las MTIC en la enseñanza, plantea lo siguientes objetivos:

1. Asegurar la incorporación, actualización, utilización y apropiación crítica y reflexiva de las TIC en el proceso formativo, por parte de todos los actores y de los diferentes niveles del sistema educativo, que además favorezca la divulgación del conocimiento, teniendo en cuenta la superación de las desigualdades económicas, regionales, étnicas, de género y de las condiciones de vulnerabilidad.

2. Promover los aprendizajes autónomos y colaborativos que desarrollen las oportunidades y capacidades mediante la utilización crítica y reflexiva de las TIC, cerrando la brecha digital en todo el territorio nacional y haciendo posible la participación activa en la sociedad global. (p.43)

Lo anterior coloca en evidencia la tendencia a incorporar de forma activa las MTIC al proceso de enseñanza, de tal forma que se presente un aprendizaje autónomo y colaborativo, en donde el estudiante y la comunidad educativa en general no sea ajena a los cambios globales que está sufriendo la humanidad y pueda tomar una posición crítica frente a esta situación.

Continuando con esta línea, el Ministerio de Educación Nacional (1999) publica el texto de Apoyo a los Lineamientos Curriculares: Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas, en donde se considera que:

en general, en un proceso de conceptualización con la ayuda de recursos tecnológicos, el estudiante puede acceder a un campo operatorio nuevo, realizar tareas que con otros recursos resultarían dispendiosos, hacer análisis de diferentes tipos, resolver problemas utilizando distintas estrategias y sistemas de representaciones y quizás sintetizar otro tipo de objetos matemáticos. (p.33)

Además, estos recursos se proponen no solamente como medio para agilizar los cálculos, sino también y principalmente como recurso que abre nuevas posibilidades didácticas y metodológicas en la enseñanza de las matemáticas.

Rincón (2003) asegura que los estudiantes que aprenden matemáticas con este tipo de modelos entienden mejor, desarrollan mejores habilidades para la solución de problemas y tienen un mejor desempeño en las pruebas estandarizadas de competencia. Ayuda que ofrecen a los estudiantes para pasar del nivel concreto al abstracto e incrementar su capacidad para

adquirir habilidades y conceptos al ofrecer una representación física, tangible, móvil, armable y desarmable, que permite visualizar conceptos matemáticos de manera concreta.

Los resultados más interesantes encontrados por las investigaciones sobre cómo la tecnología puede mejorar el aprendizaje, se enfocan en manipulables virtuales que ayudan a los estudiantes a entender conceptos esenciales en áreas como matemáticas o ciencias mediante la representación de temas, en forma más sencilla. Las investigaciones han demostrado que la tecnología puede impulsar profundos cambios en lo que aprenden los estudiantes. Utilizando la capacidad del computador para posibilitar simulaciones, enlaces dinámicos e interactividad, el estudiante regular puede alcanzar un dominio extraordinario de conceptos sofisticados. Algunos de estos manipulables (Visualizaciones, Modelos y Simulaciones) han probado ser herramientas poderosas para enseñar conceptos matemáticos y científicos, Rincón (2003).

Además de lo anterior, Rincón (2003) asegura que los investigadores han encontrado que desplazarse de las expresiones matemáticas que se formulan con lápiz y papel (tales como símbolos algebraicos) a las que se plantean en la pantalla (que incluyen no solamente símbolos algebraicos, sino también gráficas, tablas y figuras geométricas) puede tener un efecto positivo dramático.

Algunas características funcionales que se le atribuyen a los manipulables virtuales son:

- Hacer conscientes ideas y procesos matemáticos en los estudiantes.

- Permitir a los estudiantes razonar mientras manipulan en el computador gráficas o figuras dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.
- Explorar, gracias a la flexibilidad de los manipulables, las figuras geométricas de maneras que no son posibles con figuras físicas (cambios en forma o tamaño, cambios generales o particulares, etc.).
- Facilitar la exploración rápida de los cambios en las expresiones matemáticas con el simple movimiento del ratón, en contraposición de lo que sucede cuando se utiliza lápiz y papel.
- Visualizar los efectos que tiene en una expresión matemática, modificar otra. Por ejemplo, cambiar el valor de un parámetro de una ecuación y ver cómo la gráfica resultante cambia de forma.
- Acelerar la exposición a un gran número de problemas y ofrecer retroalimentación inmediata.
- Relacionar con facilidad símbolos matemáticos, ya sea con datos del mundo real o con simulaciones de fenómenos corrientes, lo que le da significado a las matemáticas.
- Obtener retroalimentación inmediata cuando los estudiantes generan expresiones matemáticas incorrectas.
- Realizar procesos de composición y descomposición de formas (realizar unidades compuestas, descomponer un hexágono en otras formas como triángulos, etc.).
- Conectar el aprendizaje Geométrico/Espacial al aprendizaje numérico, relacionando dinámicamente ideas y procesos numéricos con las ideas de los estudiantes sobre formas y espacio.

- Permitir que se detenga la aplicación en cualquier momento del proceso si se requiere tiempo para pensar sobre éste. Además, puede repetirse si se desea ver nuevamente parte de esta o ensayar otras respuestas.

En este mismo orden de ideas, la incorporación de la tecnología en el aula de clase debe procurar el desarrollo de competencias frente a la actividad matemática, enfocándose desde el eje conceptual de la resolución de problemas y, con ello, transversalizar el currículo del área y los entornos establecidos entre profesores y estudiantes. “Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.18). Una de las mayores ventajas de utilizar las MTIC en la enseñanza de las matemáticas, es acceder a los objetos matemáticos a través de diversos sistemas de representación cargados de dinamismo, permitiendo un mayor grado de abstracción y comprensión de los procesos.

Algunas situaciones problemas pueden ser muy difíciles de plantear en las aulas de clase que utilizan únicamente lápices, cuadernos, pizarrón y tizas. Además, el uso de lápiz y papel como única herramienta pedagógica y didáctica reduce el campo de acción de los estudiantes, porque estos se limitan sólo a representar expresiones matemáticas estáticas y aisladas. Si las clases son bien planificadas y se utilizan programas con concepciones de un aprendizaje constructivo, las tecnologías pueden incrementar la cantidad de problemas que pueden pensar y resolver los estudiantes. Permitirán que en las clases se logre experimentar sobre búsqueda de regularidades, estructuras y patrones, y comportamientos de los objetos matemáticos, conjeturando sobre ellos e iniciándose en un camino de argumentaciones tendientes a la

demostración. Lo que implicaría unos profundos cambios en el mejoramiento gradual de las competencias en matemáticas.

La utilización de computadores que posibilita el uso de manipulables virtuales ofrece algunos beneficios pedagógicos importantes, son más reales que los ejercicios escritos o las descripciones de fenómenos, Priorizan el proceso de pensamiento del estudiante a medida que éste construye conocimiento matemático, Son una manera mucho más motivadora que trabajar con lápiz y papel, Posibilitan mediante retroalimentación el establecimiento de vínculos entre lo concreto y lo simbólico. Al respecto Lineamientos Curriculares (1998) afirma que: “Es evidente que la calculadora y el computador aligeran y superan la capacidad de cálculo de la mente humana, por ello su uso en la escuela conlleva a enfatizar más la comprensión de los procesos matemáticos antes que la mecanización de ciertas rutinas dispendiosas” (p.17).

Planes de clase. Un plan de clase, es una ayuda metodológica y didáctica que tiene el maestro donde incluye las actividades, las estrategias y los criterios de evaluación que utilizará posteriormente en el desarrollo de la clase. Este debe tener en cuenta las necesidades del grupo, el contexto, las temáticas que se van a trabajar, las competencias, la forma como se va a evaluar, el material que se va a utilizar, un tiempo estimado para cada actividad. No hay un formato ni unos pasos establecidos para su elaboración. Esto depende de las necesidades específicas de cada grupo y de la creatividad del maestro.

El plan de la clase se elabora a partir del plan de unidad y de orientaciones de documentos rectores como la normativa nacional, la Guía Ministerial para la Enseñanza de la Matemática, los planes anuales y de la unidad elaborados en las escuelas. Así, el planeamiento de la clase se constituye en una tarea integradora, concretándose en una hipótesis lo que se desea que suceda en la clase en virtud de los objetivos que se establecen para ella (Olfos & Isoda, 2009, p.243)

Se espera que las clases sean participativas, es decir, que los alumnos hagan preguntas y formulen hipótesis a partir de un trabajo personal, discutan con sus compañeros las ideas que están entendiendo y propongan respuestas en público a toda la clase a partir de sus elaboraciones personales. Lo óptimo es que las clases provean a los alumnos la experiencia de disfrutar el proceso de pensar en términos matemáticos, esto es, disfrutar los desafíos y la provisión de respuestas propias y con sentido para ellos. Además, el plan de la clase depende de los conocimientos que los alumnos ya han adquirido en las clases previas y han aquilatado en sus vidas (Olfos & Isoda, 2009, p.244)

La planificación de la clase debe crear oportunidades para que los alumnos experimenten el proceso de pensar matemáticamente y lo disfruten, debe ofrecer instancias para que los alumnos conjeturen soluciones y esas soluciones sean comunicadas y discutidas en la clase. De modo que la clase no se oriente a la adquisición de un algoritmo de cálculo por repetición, sino al descubrimiento de una forma abreviada y óptima para el cálculo (Olfos & Isoda, 2009, p.245).

Diseño metodológico [\(volver\)](#)

Fase 1: Etapa diagnóstica

Esta fase fue esencial en el proceso de práctica puesto que en ella se pudieron encontrar elementos significativos que posibilitaron encontrar una problemática dentro del aula. La problemática se convirtió en el asunto más importante de la práctica, pues con base en los resultados obtenidos de esta fase, se concentró la atención en las competencias, y de este modo se determinó la competencia razonamiento como el aspecto principal sobre el cual iba a girar el trabajo posterior.

En esta fase se debía recolectar información de la Institución y de los actores involucrados, y de algunas de las variables que había que tener en consideración para poder plantear cualquier problemática; de este modo, se diseñaron unos instrumentos que permitieran acceder a información sobre el entorno social y cultural de los estudiantes, la Institución, los docentes y el Municipio. A través de los análisis y reflexiones sobre estos instrumentos de diagnóstico se planteó la pregunta orientadora que delimitaría todo el trabajo.

Esta etapa de lectura del contexto, se realizó en el segundo semestre del año 2012 en la Institución educativa San Luis del Municipio de Yarumal con los estudiantes de décimo tres. Se hicieron 7 observaciones de clase, en la cual se tuvo como punto de referencia reflexionar sobre las prácticas pedagógicas y didácticas del maestro y algunos elementos importantes de

los alumnos en cuanto a su relación con la matemática, la actitud frente a ella, la motivación y el interés así como el ambiente de clase y qué tan adecuada era la relación de los estudiantes con el maestro.

En última instancia se realizó una prueba diagnóstica que permitió verificar la hipótesis de que había falencias y debilidades en la competencia razonamiento, por ende se orientó el trabajo hacia el fortalecimiento de esta competencia. A continuación se describen los instrumentos utilizados en la recolección y posterior análisis de datos y evidencias:

- ✓ **Caracterización de la Institución Educativa.** Se diseñó con el objetivo de determinar ciertos aspectos relevantes relacionados con las características históricas y culturales de la Institución, el modelo pedagógico, su misión, visión, la infraestructura, los materiales y artefactos educativos que poseía y el número de estudiantes. Además se analizan algunos elementos del PEI y el Plan de Área, que den información del modelo pedagógico, el desarrollo de las clases y sus procesos de evaluación, también se hace una búsqueda sobre los resultados en pruebas externas como Saber e Icfes desde los componentes y las competencias.

- ✓ **Caracterización de lo académico.** Este instrumento sirvió para hallar e identificar información sobre algunos aspectos relacionados con los procesos metodológicos desarrollados por el maestro, por este motivo se toma en consideración elementos sobre las prácticas pedagógicas del docente, su visión y misión como formador y la forma en enseñar los conceptos y las competencias propias del área.

- ✓ **Caracterización de la población.** Cuenta con el objetivo de determinar e identificar ciertas particularidades generales de los estudiantes, como su actitud hacia la matemática, la utilidad del conocimiento matemático, el ambiente escolar en que se desenvuelven, el entorno familiar, el nivel de escolaridad de los padres, sus edades, intereses personales y gustos propios.

- ✓ **Caracterización de los recursos.** El objeto de este instrumento se centraba principalmente en reconocer los diferentes recursos materiales con los que contaba la Institución e identificar el grado de utilización de los recursos por parte de los docentes.

- ✓ **Guía de Observación de clases.** Tuvo como propósito general recopilar información clara y detallada sobre los elementos pedagógicos y didácticos presentes en los espacios de clase.

- ✓ **Prueba por competencias.** Este instrumento tuvo como objeto central conocer sobre la realidad escolar y académica de los estudiantes en aspectos relacionados con el grado de desarrollo de las competencias y de algunas habilidades de esta competencia. Esta prueba delimitó el camino a seguir, pues aclaró y le dio sentido a la pregunta de investigación, de este modo quedó establecido con claridad el problema de estudio.

Fase 2: Intervención

Esta fase del proyecto de práctica se realiza en el primer semestre académico del año 2013, donde no sólo se cumple un rol de observador dentro del aula, por el contrario el papel es mucho más activo, puesto que se asigna el grupo 11^a3 de la institución educativa para hacerse responsable de él, junto con la ayuda del maestro cooperador. El objetivo principal se centra en desarrollar la competencia de razonamiento a través de los planes de clase mediados por manipulables virtuales. El trabajo con los planes de clase es enriquecido a su vez con la implementación de diarios de procesos que posibilitan la identificación de fortalezas y debilidades dentro del aula.

Es una fase crucial dentro del proceso, pues en ella el maestro en formación aplica todos los conocimientos pedagógicos, didácticos y disciplinares aprendidos durante toda la carrera para aportar elementos al fortalecimiento de ciertas habilidades y competencias de los estudiantes. En esta etapa se recolectan los resultados y las evidencias del trabajo. Además se puede resaltar el hecho que durante este lapso el maestro practicante se adentra en las problemática escolares y en la realidad que viven los estudiantes, los maestros y los padres de familia en la Institución.

✓ Planes de clase

Los planes de clase son diseñados con el objetivo fundamental de mejorar o fortalecer elementos de la competencia razonamiento, enfatizando principalmente en las habilidades de

inferir, razonar lógicamente y justificar; a través de manipulables virtuales, como software educativos, que ayuden a brindar elementos que permitan potenciar la competencia. Dentro de estos planes se pueden encontrar actividades relacionados con la utilización de applet sobre matemáticas, software aplicativos, análisis de gráficas y datos y problemas de variada complejidad.

Estos planes de clase tienen una orientación constructivista pues, en concordancia con el componente teleológico de la institución educativa, los estudiantes son los actores principales en el proceso de enseñanza aprendizaje, son ellos los que deben asumir su proceso formativo de una manera responsable y autónoma y poner toda su voluntad y esfuerzo para lograr aprehender el conocimiento y desarrollar todas sus habilidades y competencias de manera integral. Además de esto, los planes de clase promueven un ambiente donde el estudiante puede cuestionarse y plantear alternativas a problemáticas propuestas, se puede fomentar el trabajo en equipo y la crítica.

✓ **Diarios de campo**

Este instrumento permite sistematizar la información sobre algunos avances que se van dando en la intervención y las reflexiones en torno a los elementos pedagógicos y didácticos que se encuentran dentro del aula. También se constituye en un elemento importante porque permite extraer conclusiones de los hechos que acontecen diariamente dentro del ambiente escolar y mostrarse como un componente de evidencia que soporta el desarrollo de la práctica.

El diario de campo se convierte en un elemento importante puesto que a través de él se pueden determinar debilidades y fortalezas, ayuda a establecer algunos análisis e interpretaciones de los avances que se van registrando, se pueden registrar con detenimiento la descripción de las actividades, la duración de la clase y la fecha en la cual se realizó la intervención.

Fase 3: Resultados

En esta etapa se clasifican los instrumentos de verificación que permitan observar los avances y comprobar el alcance de los logros propuestos, para esto se toma una muestra de 7 estudiantes.

Los resultados en cuanto al desarrollo de las habilidades del razonamiento se abordan a partir de los análisis de la prueba de entrada, las actividades desarrolladas y la prueba de verificación.

✓ **Prueba de verificación de resultados a estudiantes.**

Se analiza el grado de desarrollo que han tenido los estudiantes durante el proceso de formación en algunas de las habilidades de la competencia de razonamiento.

✓ **Encuesta a estudiantes.**

Se extraen apreciaciones sobre los procesos realizadas en las clases, acerca de las metodologías utilizadas en la enseñanza y aprendizaje en puntos como: desarrollo de competencias, opinión acerca de los manipulables virtuales, percepción sobre la clase y el desarrollo de los planes de clase.

✓ **Encuesta a docente cooperador**

Con esta se busca conocer la opinión del docente respecto a la intervención, en ella evalúan el cumplimiento de los objetivos propuestos, especialmente el desarrollo de la competencia de razonamiento y la eficacia de la utilización de manipulables virtuales.

✓ **Diarios de procesos de aula y observaciones de clase.**

Se realiza un análisis detallado de las observaciones de clase y de los diarios de procesos con el propósito de recolectar información derivada de los maestros en formación acerca de los acontecimientos más relevantes en el aula.

Análisis de resultados [\(volver\)](#)

El siguiente análisis pretende describir los diferentes aspectos trabajados durante todo el proceso de práctica pedagógica con el objetivo de dar a conocer resultados importantes que se derivan de la intervención y extraer las conclusiones de todo el proceso de práctica y anexar algunas recomendaciones.

Se hizo un análisis exhaustivo sobre los diarios de procesos, las evidencias recolectadas de los estudiantes, las observaciones de clase, los instrumentos de verificación, la prueba diagnóstica y la intervención durante todo el semestre para extraer los análisis presentados a continuación.

Desde el desarrollo de las habilidades de la competencia razonamiento

Como se plantea desde la pregunta de investigación los estudiantes presentan debilidades en la competencia razonamiento, y la intervención posibilitó un espacio para que ellos fortalecieran de una manera dinámica esta competencia en particular las habilidades inferir, razonar lógicamente y justificar. De manera general, a medida que se fue desarrollando la intervención, se evidenció mayor participación e interés de los estudiantes en la clase, se notó más fluidez verbal en sus ideas y lograron establecer relaciones entre los conceptos matemáticos y su cotidianidad.

Inferir

Con base en la lectura del contexto se observa que a los estudiantes, se les dificulta pasar de una afirmación o hecho a otro que es la consecuencia inmediata y lógica de este, de este modo no logran establecer relaciones entre elementos donde aparecen variaciones. Hubo algunas falencias en su razonamiento que no les permitió identificar y ratificar elementos requeridos para deducir conclusiones razonables, elaborar conjeturas e hipótesis, considerar información pertinente y deducir consecuencias a partir de datos.

A manera de ejemplo se observa en la pregunta 3 de la prueba diagnóstica:

3. Una agencia de automóviles, realiza ensayos con sus distintos modelos, haciendo un recorrido fijo y midiendo el tiempo que tarda cada uno en hacer este recorrido, para tener una apreciación de la velocidad que puede desarrollar. Así:

Velocidad (km/h)	200	150	120	100
Tiempo (min)	3	4	5	6

- Realice una representación gráfica de la situación planteada, con los datos de la tabla.
- ¿Qué pasa con la variable t , a medida que la velocidad aumenta?
- ¿Las parejas de valores (v, t) de la gráfica se encuentran sobre una línea recta?
- ¿Hay alguna magnitud, dentro del experimento, que permanezca constante? ¿Qué valor tiene?

Figura 2: Pregunta 3 prueba diagnóstica

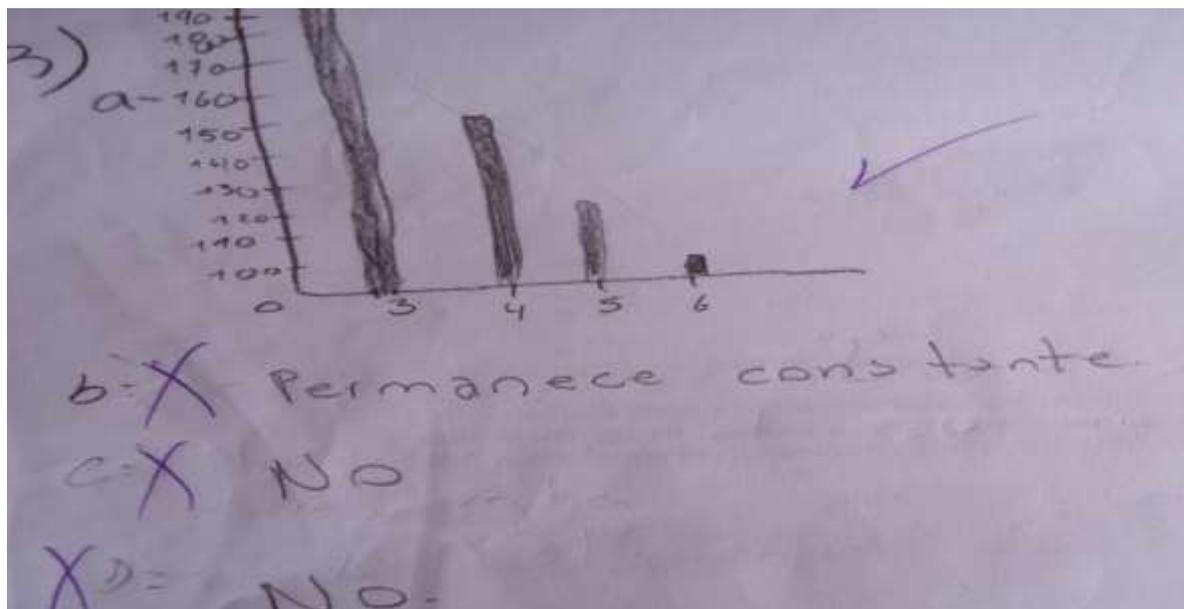


Figura 3: Respuesta 3 de la prueba diagnóstica

Los estudiantes manifiestan carencias para predecir lo que sucederá con una variable a media que otra cambie, en este sentido, plantean afirmaciones que no justifican y que no están basadas en un análisis crítico de las tablas, datos o gráficos que se muestran.

Luego de la intervención los estudiantes logran establecer inferencias y acuden a los saberes almacenados para conectarlos con los otros conocimientos.

Se puede mostrar cómo por ejemplo en una de las actividades realizadas la respuesta de un estudiante fue:

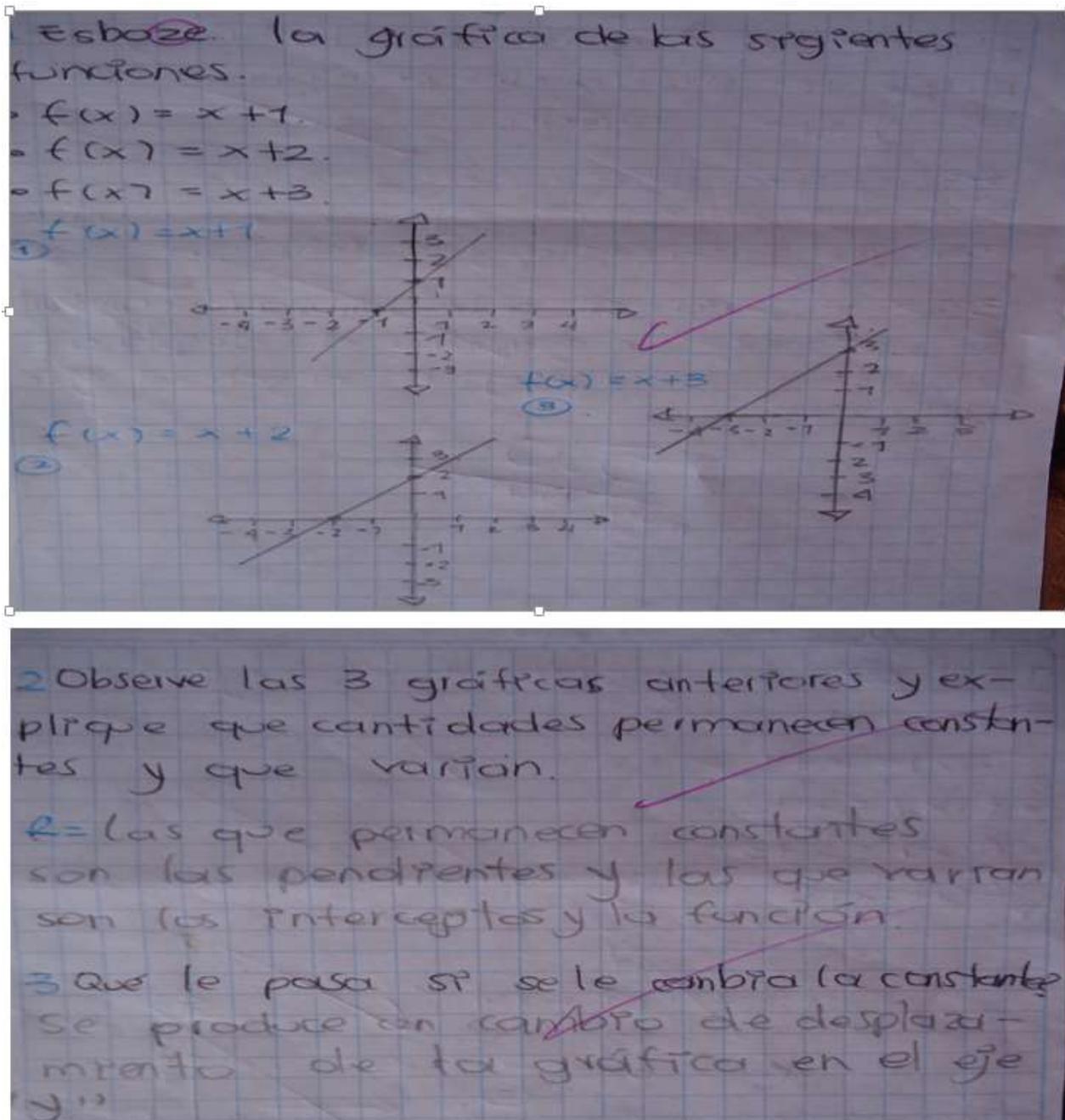


Figura 4: Pregunta realizada a los estudiantes durante la intervención

Se observa cómo identifican elementos que permanecen constantes y elementos que permanecen variables, como la pendiente y el intercepto, además de que establecen hipótesis sobre una variación que sufre la variable “y” con un cambio que se hace y realizan las gráficas de las funciones lineales de manera acertada.

En el diagnóstico se presentaron dificultades en el manejo del álgebra, mientras que la prueba de verificación permite observar cómo, además de utilizar los conocimientos de la geometría, plantean ecuaciones y simplifican expresiones algebraicas para llegar al objetivo primordial de solucionar algún problema. En el siguiente ejemplo se observa, en un problema físico, la aplicación del concepto de función; con los resultados obtenidos, plantean hipótesis apoyados en los conocimientos previos y los justifican, utilizan la información que disponen para aplicarla, con miras a emplearla de una manera diferente.

2. La entrada principal de una casa es una puerta rectangular coronada por un semicírculo y tiene un perímetro de $\frac{22 + 3\pi}{4}$ m. Expresa la función que proporciona la cantidad de luz que pasa por ella, en función de la longitud de x ; ¿Qué pasaría si aumentáramos el radio de la semicircunferencia, que cantidades variarían en este caso?

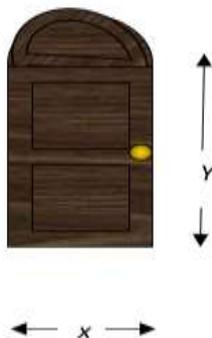


Figura 5: Pregunta 2 prueba de verificación

$$\textcircled{2} \frac{22+3\pi}{4}$$

$$P = 2\pi r$$

$$P_0 = \pi r$$

$$r = \frac{x}{2}$$

Sustituyo $\textcircled{2}$ en $\textcircled{1}$ y tenemos (reemplazo)

$$P = x + 2y + \pi r$$
 igualando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$ tenemos

$$x + 2y + \frac{\pi r}{2} = \frac{22+3\pi}{4}$$

$$\frac{2x + 4y + \pi r}{2} = \frac{22+3\pi}{4}$$

$$8x + 16y + 4\pi r = 44 + 6\pi$$

$$y = \frac{44 + 6\pi - 8x + 4\pi r}{16}$$

$$A = x \cdot y + \frac{\pi}{8} \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$A = x \cdot y + \frac{\pi x^2}{8} \textcircled{4}$$

$$P_1) A(x) = x \cdot \frac{(44 + 6\pi - 8x - 4\pi x) + 4\pi x^2}{16}$$

D/- Si aumentamos el radio de la Semicircunferencia las cantidades que varían son el perímetro y el área.

Figura 6: Respuesta 2 de la prueba de verificación

Se puede resaltar que las actividades virtuales con la ayuda de recursos tecnológicos, permitieron a los estudiantes fortalecer su capacidad para inferir, en la medida en que ayudaron a acceder a un campo operatorio nuevo, realizar tareas que con otros recursos resultarían dispendiosos, hacer análisis de diferentes tipos, facilitar herramientas a los estudiantes para pasar del nivel concreto al abstracto e incrementar su capacidad para adquirir habilidades y conceptos al ofrecer una representación física, tangible, móvil, armable y desarmable, que permitiera visualizar conceptos matemáticos de manera concreta.

Justificar

Los estudiantes al comienzo de la intervención se les dificultaba usar su competencia comunicativa de una manera eficaz, había un uso inadecuado del lenguaje matemático así como su forma de expresión oral y escrita; sin embargo, durante el proceso llevado en la Institución se fueron notando mejorías con respecto a estas falencias.

En la pregunta 2 de la prueba diagnóstica se evidencian debilidades en su capacidad para justificar; hay elementos que se les dificulta relacionar por vacíos conceptuales en el área de trigonometría y de esta manera se vuelve un asunto problemático para ellos dar argumentos que muestren un uso adecuado de esta habilidad matemática que dé cuenta de una explicación de la situación planteada:

Un Topógrafo debe establecer el levantamiento de un plano para la construcción de un puente que cruce un río. Para encontrar la anchura del río, establece un teodolito (El teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico universal que sirve para medir ángulos verticales y, sobre todo, horizontales) en el punto A en una orilla del río, y a través de su anteojo localiza un punto B en el lado opuesto del río. Posteriormente gira el teodolito 90° y establece otro punto C. El punto C está ubicado a 45 metros del punto A.

- a) Con los puntos establecidos por el Topógrafo ¿Qué figura geométrica se puede formar? Realiza un dibujo de la situación.
- b) ¿Es suficiente la información que se da en el enunciado para encontrar la anchura del río? Explica.
- c) La suma de los ángulos B y C es igual a: _____ (justificar la respuesta)

Figura 7: Pregunta 2 de la prueba diagnóstica

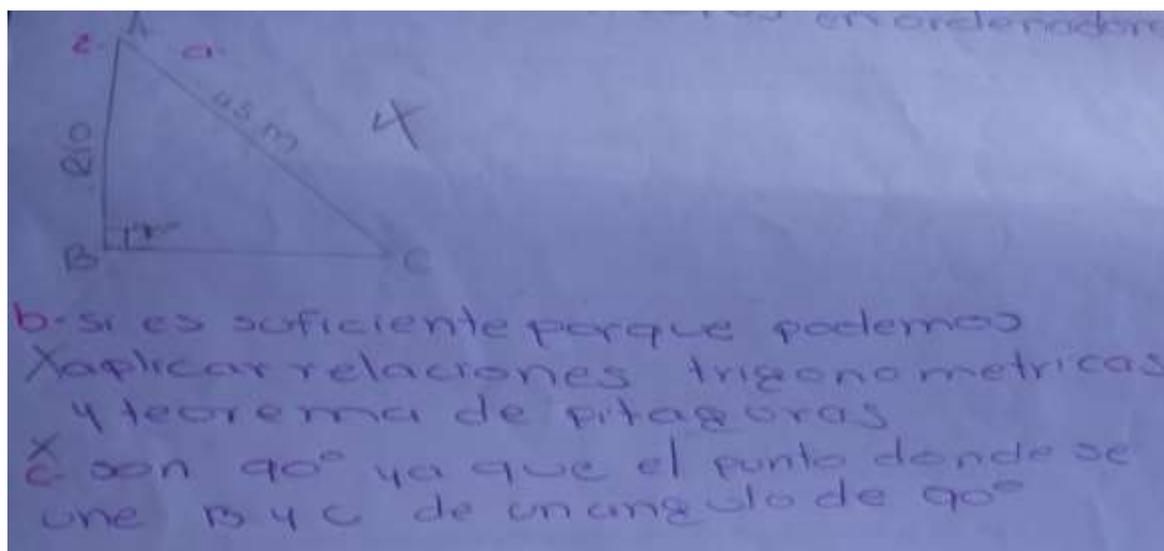


Figura 8: Respuesta 2 de la prueba diagnóstica

Durante la intervención hay un cambio en este aspecto en los estudiantes, donde se muestra una mejor manera de comunicarse de forma escrita y responder adecuadamente las preguntas que se les hacen, se verifica por ejemplo en la siguiente respuesta durante una pregunta realizada en el proceso.

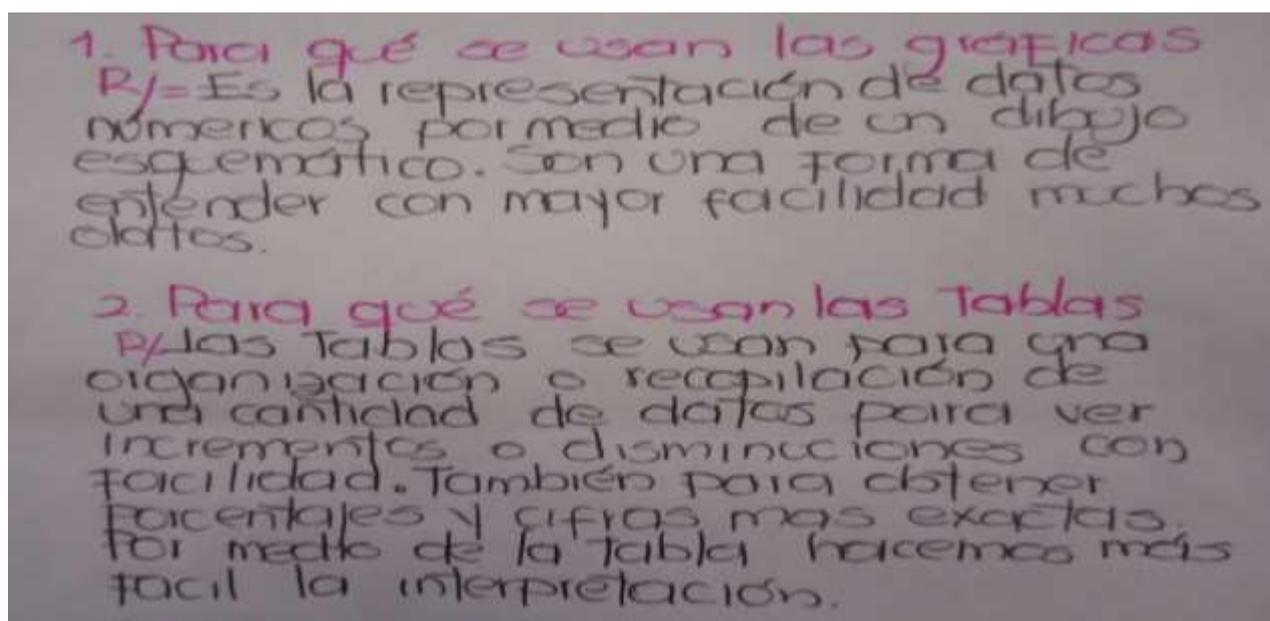


Figura 9: Preguntas realizadas durante la intervención

En este mismo sentido, utilizan argumentos propios para exponer sus ideas y muestran un mejor desempeño a la hora de exponer sus afirmaciones y razones sobre algún hecho o actividad en particular.

Los alumnos participaban en clase aportando a problemas que el practicante desarrollaba, se daba el caso en que los mismos estudiantes debatían planteamientos hechos por ellos mismos, con argumentos sólidos desde el concepto y el saber matemático. Situación como esta se presentaba también cuando un estudiante salía al tablero a resolver un ejercicio.

Se constata un mayor léxico matemático en los estudiantes y una mejor apropiación de los conceptos lo cual les permite argumentar de manera clara y consistente a preguntas que se le hacen.

En la etapa de análisis de resultados se encuentra cómo ellos logran superar ciertas debilidades en sus procesos comunicativos y la forma en cómo justifican sus procedimientos matemáticos. Se nota un cambio para justificar sus estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas. En la siguiente actividad se muestra un uso adecuado del procedimiento algebraico para llegar a la ecuación y justificar matemática y gráficamente los procesos y la respuesta obtenida.

1. La demanda del producto de una compañía varía según el precio que le fije el producto. La compañía ha descubierto que el ingreso total anual "I" (expresado en miles de dólares) es una función del precio "x" (en dólares), y está dado por: $I = f(x) = -50x^2 + 500x$. Determina el precio que deberá cobrarse con el objeto de maximizar el ingreso total y cuál es el valor máximo de ingreso total anual. ¿Qué cantidades permanecen constantes y cuáles varían? Justifica tu respuesta.

Figura 10: Pregunta 1 prueba de verificación

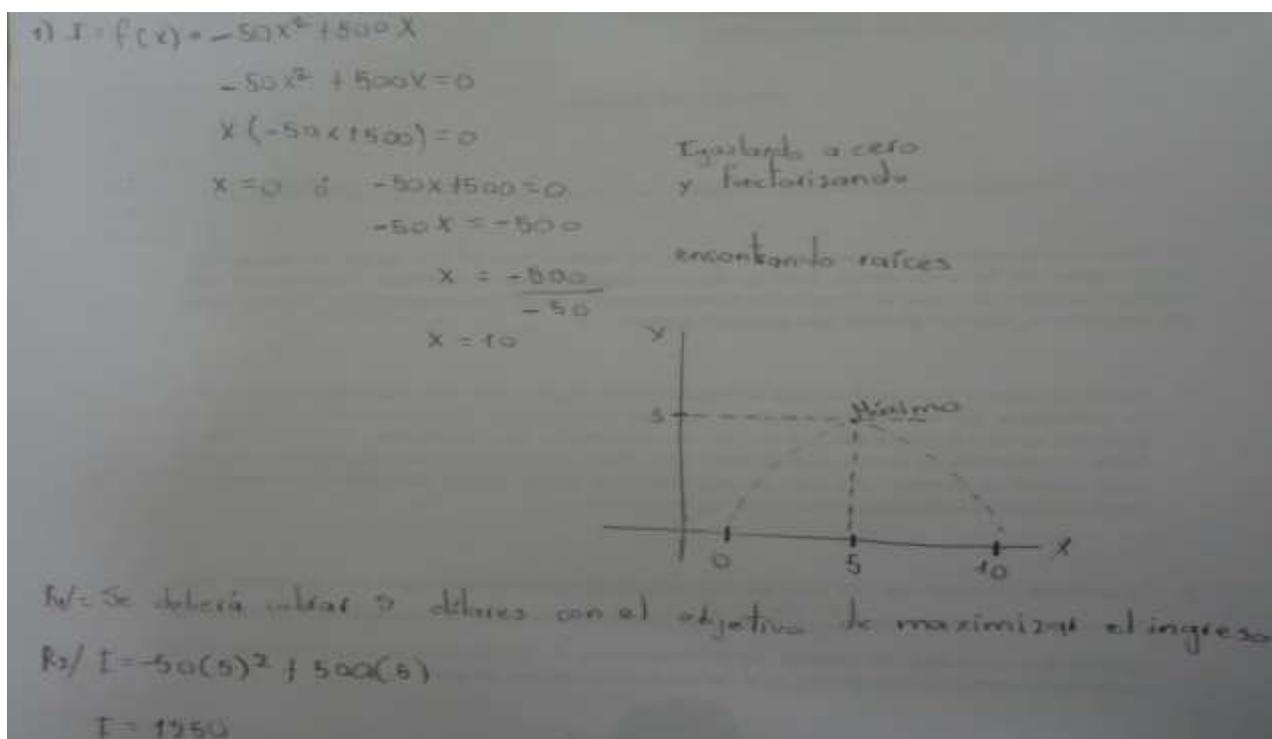


Figura 11: Respuesta 1 prueba de verificación

Se puede notar cómo acuden a una representación gráfica para justificar sus procesos e inferir sus resultados, lo cual demuestra un avance significativo entorno a esta habilidad, además hacen una descripción de los pasos que siguen para llegar a la conclusión pedida.

Como parte de la justificación, logran establecer el cómo y el por qué de los procesos que siguen para llegar a las conclusiones. En muchas de las actividades desarrolladas se hacían una serie de preguntas que permitían visualizar de dónde habían obtenido los resultados a partir de los procesos matemáticos y verificar que estos eran coherentes con los datos del problema; en este sentido hay avances que denotan un cambio positivo en torno a la habilidad de justificar.

Razonar lógicamente

Por último está el razonamiento lógico, que es fundamental e indispensable en toda actividad matemática que se pueda pensar o diseñar.

En los análisis de resultados realizados sobre la prueba diagnóstica (pregunta 4, numerales a, b, c) se determina que los estudiantes tuvieron problemas para razonar lógicamente, se les dificulta establecer la relación entre el radio de la circunferencia circunscrita y la circunferencia inscrita, no hay claridad entre los conceptos de radio, área y perímetro, ni en las relaciones que guardan entre sí. Es un proceso complejo para ellos llegar a algún tipo de estrategia lógica que les permita determinar una conclusión adecuada de la situación planteada.

4. Un círculo cuyo radio mide 1 cm está inscrito en un cuadrado, y éste a su vez está inscrito en otro círculo, como se muestra en la figura.
- ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?
 - Si el área del cuadrado disminuyera en su mitad, entonces cuál sería el radio de la circunferencia pequeña.
 - Razona un momento, y recuerda que el radio dibujado en la figura puedes situarlo en cualquier lugar de la circunferencia pequeña. Después de esto responde: ¿Cuántos centímetros mide el radio de la circunferencia grande?

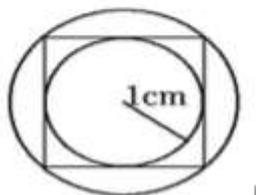


Figura 12: Pregunta 4 prueba diagnóstica

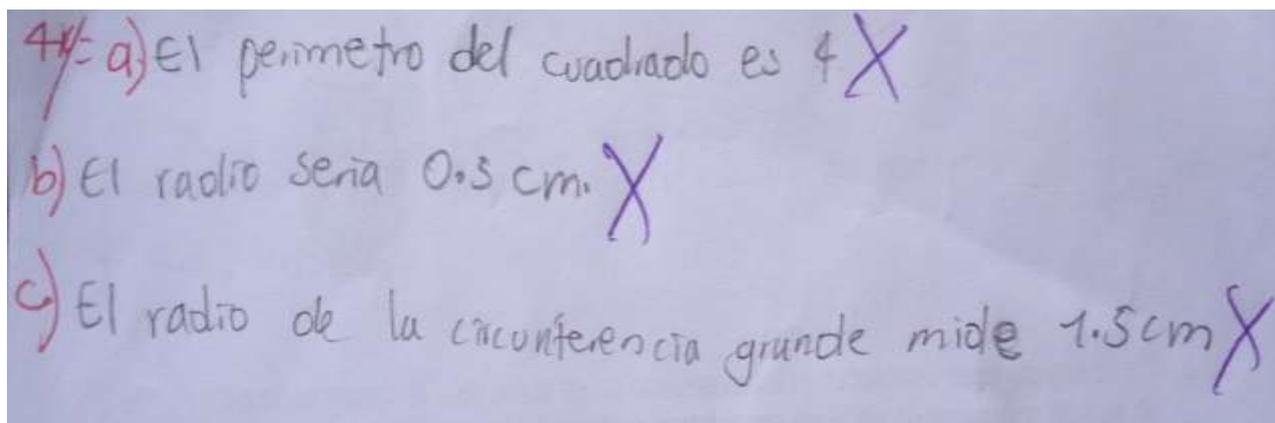


Figura 13: Respuesta 4 prueba diagnóstica

Durante la intervención se pudo notar un cambio en sus procesos de razonamiento lógico, los estudiantes ordenaban y coordinaban la información que tenían almacenada en su memoria para hacer inferencias de tipo lógico que dieran cuenta de sus razonamientos.

Como se puede observar en el siguiente ejemplo, los estudiantes, dadas unas condiciones iniciales de un problema, lograron llegar a conclusiones certeras utilizando el hecho de que dado alguno tipo de conocimiento, el razonamiento nos permite descubrir nueva información, de este modo establecieron relaciones entre el modelo lineal de una función matemática y el problema de aplicación que se estaba proponiendo, interpretaron correctamente el concepto de pendiente y con una serie de procedimientos algebraicos determinaron el resultado del problema; esto muestra un avance en torno a su capacidad para razonar lógicamente. En relación con lo anterior, Lineamientos Curriculares establece que “El razonamiento matemático tiene que ver estrechamente con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos, en este sentido se entiende por razonar la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión” (MEN, 1998, p.54)

5º El que seco al subir se enfría. Suponga que a 200m.s.n.m. se tiene una temperatura de 23°C y a 2 km es de 15°C. Expresar la temperatura en función de la altura suponiendo que existe una relación lineal entre ellas. (cuál es la temperatura a 1000m sobre el nivel del mar?)

$(200\text{m}, 23^\circ\text{C})$ $(2000\text{m}, 15^\circ\text{C})$

$$m = \frac{y^2 - y^1}{x^2 - x^1} = \frac{15 - 23}{2000 - 200} = \frac{-8}{1800} = \frac{-1}{225}$$

$$m(x - h) = y - k$$

$$\frac{-1}{225} (A - 200) = T - 23$$

$$-A + 200 = 225T - 5175$$

$$5175 + 200 - 225T = A$$

$$5375 - 225T = A$$

$$\frac{5375 - A}{225} = T$$

$$T = \frac{5375 - 1000}{225} \quad T = 19,44^\circ\text{C}$$

Figura 14: Pregunta realizada a los estudiantes durante la intervención

Por otro lado, en la pregunta 3 de la prueba de verificación se muestran progresos, puesto que la mayoría de ellos respondieron acertadamente. Se constatan mejorías en el desarrollo de esta habilidad porque pueden trazar estrategias lógicas para llegar a una conclusión, a partir de ciertos enunciados, identifica la información y la ubica en una tabla de doble entrada que le permite llegar a respuestas claras y certeras, esta es una estrategia que utiliza el estudiante por su propia iniciativa para darle solución a la situación; lo cual demuestra un avance en el razonamiento en cuanto ordena sus ideas y las representa a través de la tabla.

Seis amigos desean pasar sus vacaciones juntos y deciden, cada dos, utilizar diferentes medios de transporte; sabemos que Alejandro no utiliza el coche ya que éste acompaña a Benito que no va en avión. Andrés viaja en avión. Si Carlos no va acompañado de Darío ni hace uso del avión, podría usted decir en qué medio de transporte llega a su destino Tomás.

Figura 15: Pregunta 3 prueba de verificación

The image shows a handwritten table with four columns: 'Nombre', 'Coche', 'avion', and 'otro'. The rows list the names of six friends: Alejandro, Benito, Andrés, Carlos, and Tomás. The table contains 'X' marks for 'Coche' and 'avion' for Alejandro, Andrés, and Tomás, and 'O' marks for 'otro' for Benito, Carlos, and Tomás. Below the table, the answer is written: 'R/ = Llego Tomas alcanza su destino en coche'.

Nombre	Coche	avion	otro
Alejandro	X	X	O
Benito			X
Andrés	X	O	
Carlos	O	X	X
Tomás			X

R/ = Llego Tomas alcanza su destino en coche

Figura 16: Respuesta pregunta 3 prueba de verificación

Se desarrollaron actividades con software de matemáticas como el Geogebra que permitieron hacer preguntas variadas, en donde los estudiantes podían enfrentarse a resolver distintos tipos de problemas, de esta manera podían establecer conexiones causales y lógicas entre los elementos que se les presentaban.

Con respecto al uso de manipulables virtuales

Los estudiantes manifiestan que las actividades virtuales son de gran practicidad y utilidad a la hora de entender algún hecho matemático estudiado, puesto que permiten entender gráficas o temas que en el tablero se hace dispendioso, por ende el uso de materiales virtuales contribuyen a un mejor aprendizaje. Permiten modelar situaciones que no se pueden observar o construir desde lo físico, generando nuevos conceptos y afianzando los ya elaborados.

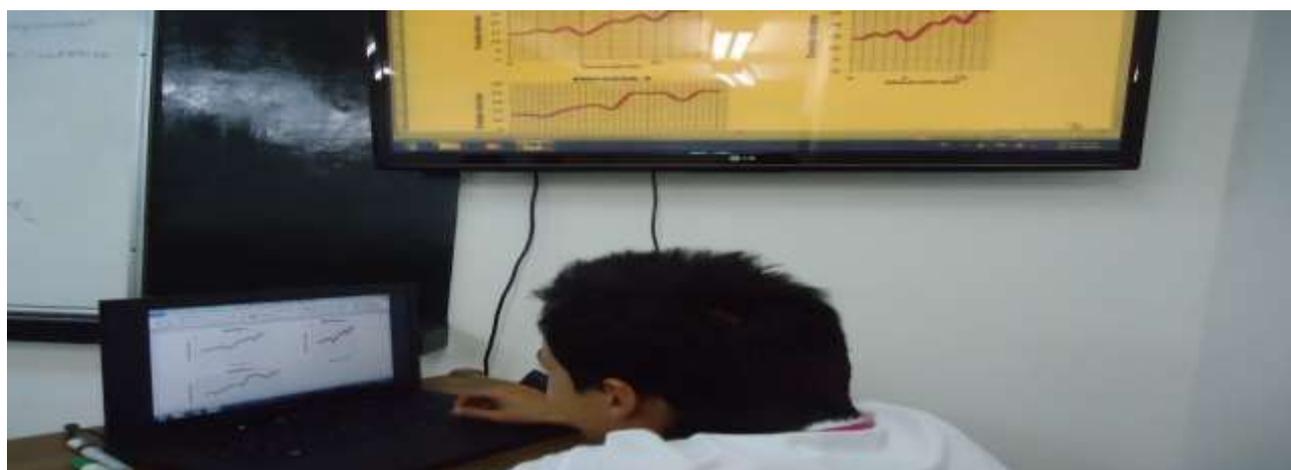


Figura 17: foto tomada durante la intervención

Además expresan que estas actividades virtuales son importantes ya que hacen que las clases no sean monótonas y pueda ser más ameno el aprendizaje, de este modo es más fácil explicar temáticas que sin la ayuda de estos mecanismos didácticos hubiese sido más dispendioso. Afirman “*de esta forma de enseñanza se puede ver la matemática de una forma más crítica y deductiva y dejar la monotonía del lápiz y del papel*”⁶.

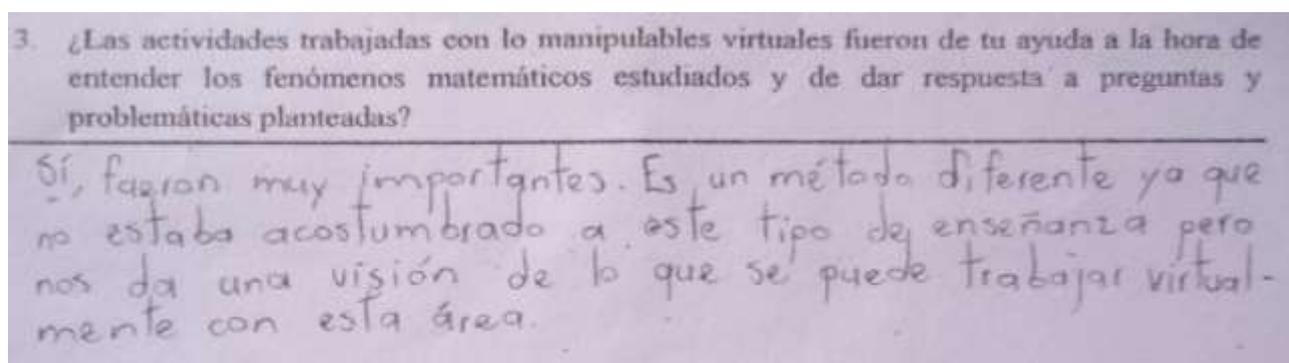


Figura 18. Percepción de los estudiantes sobre los manipulables virtuales

Se demuestra una buena percepción por la implementación de los manipulables virtuales en la Institución Educativa, se ponen de manifiesto varias características que hacen a este tipo de material tan significativos a la hora de dar una clase, puesto que favorece espacios en donde el estudiante prioriza su proceso de pensamiento para construir conocimiento matemático, se permiten observar objetos más reales que los ejercicios escritos o simples descripciones de fenómenos.

⁶ Respuesta textual de un estudiante en la encuesta de verificación

Se evidencian otras características transcendentales como: los manipulables virtuales posibilitan el vínculo entre lo concreto y lo simbólico, el estudiante puede diseñar objetos, moverlos, modificarlos y lo más sustancial, es que pueden expresar esas acciones en lenguaje y conceptos matemáticos; promueven y facilitan explicaciones completas y precisas ya que el estudiante debe especificarle al ordenador lo que debe hacer para obtener resultados concretos; lo cual ahorra tiempo en la construcción de gráficas, figuras y procesos operativos, lo que permite tener más espacio para la discusión, el análisis, explicación y confrontación de conceptos con los estudiantes.

El Maestro cooperador consideró pertinente la implementación de manipulables virtuales a lo largo de todo el proceso de práctica, al respecto comenta: *“los manipulables virtuales abren muchas posibilidades en la adquisición de conocimiento, y fuera de esto son entretenidas para los estudiantes”*.

Con respecto a la disposición de los estudiantes

A lo largo del proceso de la práctica pedagógica, las encuestas de verificación realizadas tanto a estudiantes como al Maestro Cooperador y el diálogo permanente con ellos, se puede notar un cambio en torno a una mayor atención y motivación por parte de los estudiantes frente a las matemáticas.

Los estudiantes consideran que los manipulables virtuales y la metodología de enseñanza por parte del maestro practicante fueron adecuadas, se dejó a un lado la monotonía a la cual estaban acostumbrados, se dieron espacios para la reflexión permanente que en otras clases no se les daba, además se rompió el mito del maestro de matemática como aquel que simplemente resuelve ejercicios y problemas en clase y deja de lado la parte humana de cada estudiante. Se fortalecieron las relaciones interpersonales por el trabajo en equipo y los diálogos entre compañeros. En el desarrollo de las clases era notoria la disponibilidad y participación de los estudiantes en el proceso de aprendizaje.

Con respecto a los diarios de procesos y los planes de clase

Los diarios de procesos fueron una herramienta pedagógica indispensable para el desarrollo de la práctica como docente en formación, ya que permitieron la sistematización de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, se dio un espacio para la expresión de la creatividad, la comunicación de ideas y la síntesis de conceptos relevantes; una ayuda para retener en forma sistemática la experiencia que día a día iban introyectando tanto los estudiantes como el docente. Permitted fortalecer las capacidades investigativas en torno a las problemáticas escolares y muchos de los cuestionamientos que surgen en el momento de estar inmerso en un aula de clase.

En este sentido, el practicante fue adquiriendo en el trabajo escolar la capacidad de construir y aplicar conocimientos que permitieron ampliar la conciencia sobre lo que se vive verdaderamente dentro del salón de clases, de este modo los procesos de pensar y aprender

elementos inherentes al entorno estudiantil fueron cada día más críticos y objetivos. Este instrumento sistemático permite dar cuenta del cambio en los procesos de razonamiento por los cuales estaban atravesando los estudiantes, lo cual da espacio a una autorreflexión del proceso de práctica. Ayudaron a mejorar elementos de la preparación de la clase, que permiten tener solidez y confianza en el desarrollo de la misma.

Conclusiones [\(volver\)](#)

El proyecto fortaleció la competencia de razonamiento de los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis del Municipio de Yarumal en habilidades como: justificar, inferir y razonar lógicamente mediante el desarrollo y aplicación de actividades con manipulables virtuales propuestas en planes de clase, en donde se generaron ambientes de trabajo individuales y grupales que enriquecieron debates en torno a los conceptos matemáticos y las temáticas abordadas en clase.

Los planes de clase mostraron una pauta continua y sólida al maestro de cómo encaminar la clase, brindaron elementos que permiten llevar actividades novedosas al aula, además de situar al maestro desde una perspectiva crítica con respecto a las temáticas que se deben desarrollar.

Las actividades con los manipulables virtuales propiciaron espacios pedagógicos y didácticos dinámicos que favorecieron el interés y la motivación por parte de los estudiantes, de este modo las matemáticas dejaron de ser tan abstractas, formales, arduas y mecánicas para ellos, pudieron observar otra forma de aprender matemáticas que les diera herramientas conceptuales claves para potenciar sus capacidades intelectuales y con esto fortalecer las habilidades del razonamiento.

Los estudiantes en general mostraron una disposición adecuada durante todo el proceso de la práctica, participaron constantemente en los diálogos temáticos y en las discusiones que se

generaban en los ambientes escolares, mostraron interés, puntualidad y buen comportamiento en las clases de matemática.

La práctica docente ofreció un espacio para la autorreflexión y el autoanálisis del maestro en formación sobre aspectos pedagógicos y didácticos importantes relacionados con el acontecer diario dentro del aula de clase, contribuyó a afirmar estos saberes además de los disciplinares y dar cuenta de un conocimiento crítico con respecto a la enseñanza y el aprendizaje que le permitió asumir una postura individualizada y tomar decisiones.

El modelo investigación-acción en educación ayudó a entender la práctica como una forma de concebir y entender la enseñanza y no sólo de investigarla, de integrar el análisis y la reflexión de las experiencias en torno a una problemática en particular y la propia concepción como maestro y pedagogo. Este método de investigación supone comprender la enseñanza como un proceso de investigación en continua búsqueda.

Recomendaciones [\(volver\)](#)

A la Institución

Brindar capacitaciones a los docentes de matemática en el uso de manipulables virtuales, para que de esta forma se empiece a dar un uso masivo de los aplicativos con el fin de didactizar las clases.

Propiciar espacios de diálogos reflexivos entre los docentes, los coordinadores y los estudiantes que aporten elementos que permitan afianzar la comunicación y prevenir situaciones conflictivas que puedan intervenir en el desempeño académico de los estudiantes.

Incluir dentro del Plan de Área de matemática la utilización obligatoria de la sala de sistemas y de los software tecnológicos con el objetivo de fortalecer competencias en matemática.

A los docentes de matemáticas

Orientar sus clases de una forma diferente, de manera tal que no se priorice tanto la enseñanza de temas en particular, sino promover por un desarrollo integral de las competencias en matemáticas.

Incluir dentro de la preparación de las clases la utilización de planes de clases y actividades con manipulables virtuales que permitan potencializar y mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes.

A los docentes en formación

Desde los comienzos de su formación identificar problemáticas reales dentro de las instituciones que puedan servir como futuro encaminador de las prácticas pedagógicas y la realización de alguna investigación en particular.

A la práctica docente de la Universidad de Antioquia

La práctica pedagógica de los maestros en formación comienza en los últimos semestres, por esto se debería promover microprácticas con anterioridad que ayuden a identificar una situación problemática con anticipación.

Bibliografía [\(volver\)](#)

Aguilar, F. (1998). La guía didáctica, un material educativo para promover el aprendizaje autónomo. Evaluación y mejoramiento de su calidad en la modalidad abierta y a distancia de la utpl.

Álvarez, J & García, J (2011). La competencia matemática. Recuperado el 15 de octubre de 2012 de: www.pepe.jupenoma.es/.../competencia_matematica.pdf

Arango, Giraldo & Parra. (2011). Desarrollo de la competencia comunicativa en la enseñanza de la geometría, implementando manipulables físicos y virtuales.

Barrientos, Cano & Vallejo. (2010). El razonamiento desde la enseñanza de conceptos matemáticos utilizando las TIC.

Biembengurt M. & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Redalyc. 16(2) pp. 105-125. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516206>.

Bosch, J. (2012). Recuperado de: <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6> 20-07- 2013

Calvillo, M (2012). Competencia en razonamiento matemático. Recuperado el 13 de agosto de 2013 de: <http://competenciasbasicascordoba.webnode.es/razonamiento-matematico/>

Carretero, M (1997). ¿Qué es el constructivismo? Recuperado el 15 de marzo de 2013 de: http://www.iupuebla.com/Licenciatura/Educacion_media/online/MI-A-psicologia-02-1.pdf

Castillo, N. (2012). Desarrollo de Habilidades de Razonamiento Deductivo. Universidad de San Buenaventura, Centro de Formación Virtual sede Bogotá, Colombia.

De la Fuentes, Arcos & Navarro. (2010). Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora. Scielo Vol. 3(3).

EduTEKA. Estándares UNESCO para competencia en TIC para docentes. Recuperado de: <http://www.eduteka.org/EstandaresDocentesUnesco.php>.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. (2002). Recuperado de: <http://www.eduteka.org/pdfdir/MENEstandaresMatematicas2003.pdf>.

Elliot, J. (1994). La investigación-acción en educación. Madrid: Morata.

Fernández, H. (2007). Plan de clases. Recuperado el 11 de octubre de 2011, de:

<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/docentes/1596/fo-article-121199.pdf>

Gallego, R. (1996) Discurso sobre constructivismo. Nuevas estructuras conceptuales, metodológicas y actitudinales. Bogotá: Mesa redonda Magisterio.

García, A. (2011). Concepciones sobre uso de las TIC del docente universitario en la práctica pedagógica. Anuario Electrónico de Estudios en Comunicación Social. Recuperado de: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4042181.pdf.

García, B & Coronado, A (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la enseñanza de las matemáticas. Revista educación y pedagogía. Recuperado el 28 de julio de 2012 de: <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/8715/8017>

Guirles, J. (2002). El Constructivismo y las Matemáticas, Revista SIGMA N° 21.

Jiménez, A. (2005) Incorporación de tecnologías al aula de Matemáticas. Tesis de grado para optar el título de Maestría en Educación Docencia de la Matemática publicada. Universidad de Antioquia. Colombia.

Liceo San Luis (2001) Misión Visión. Recuperado de:
<http://www.liceosanluis.8k.com/mision.htm>.

Martínez, A (2005). Aprendizaje de competencias matemáticas. Recuperado el 23 de agosto de 2012 de:
http://adide.org/revista/index.php?Itemid=59&id=248&option=com_content&task=view

Mazario, A & Mazarío, I (2004). El constructivismo: paradigma de la escuela contemporánea. Recuperado el 12 de febrero de 2013 de:
<http://www.bibliociencias.cu/gsd/collect/libros/index/assoc/HASH2243.dir/doc.pdf>

MEN. (1994). Ley General de Educación, Ley 115 de febrero 8 de 1994. Colombia, Bogotá D. C: Editorial Unión Ltda. 2012.

MEN. (2006). Estándares en matemáticas (2006) Recuperado de:
www.seduca.gov.co/index.php/component/docman/doc.../1240-doc3.html.

MEN. (2006). Plan nacional decenal de educación. Colombia, Bogotá. Recuperado de:
http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_investigacion.pdf 27-junio-2012.

MEN. (2009). Decreto 1290 de 2009. Recuperado de:
http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf

MEN. Colombia aprende Recuperado de:
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-103987.html>.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Ley 26.206.Ley de Educación Nacional. Recuperado de: http://www.me.gov.ar/doc_pdf/ley_de_educ_nac.pdf.

Ministerio de educación Nacional. (2005). Las Nuevas tecnologías de la Información y las Comunicaciones Recuperado de:
<http://www.uclm.es/profesorado/ricardo/definicionesnntt.html>.

Mutis, L. (2001). Las guías de aprendizaje, República de Colombia Departamento de Nariño, Municipio de pasto.

Moreno, L Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. *Centro de investigación y estudios avanzados*. México. Recuperado de: http://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0C CwQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.colombiaprende.edu.co%2Fhtml%2Fdocentes%2F1596%2Farticles-58595_recurso_1.doc&ei=3m07UuG-DIfm9gTo4oDwAg&usg=AFQjCNFF_JfJCox03HYdNL5Vm8JBL464uQ&sig2=idZF8yl8irh80S2SOHYehg

Nervi. J. (1985). Hacia una didáctica general dinámica. Recuperado de: http://biblio3.url.edu.gt/Libros/didactica_general/2.pdf.

OCDE. (2006). PISA marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. España: Santillana.

Olfos, R & Isoda, M (2009). Planes de clase. Universidad de Tsucuba.

Plan Decenal de Educación. (2006). Recuperado de: http://www.sedbogota.edu.co/archivos/Nuestra_Entidad/VERSION_FINAL_PNDE_INTERACTIVA.pdf.

Quiroga, Coronado & Montealegre. (2011). Formación y desarrollo de competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas. *Educación y Pedagogía*, (23), 59, p.159-176.

Ramírez, E. (2009). Aportes de la investigación acción educativa en la enseñanza de la ciencias básicas. Recuperado el 13 de agosto de 2011 de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Restrepo, B. (2003). Aportes de la investigación-acción educativa a la hipótesis del maestro investigador: evidencias y obstáculos. Bogotá : Universidad de LaSabana.

Restrepo, B. (2009). Una variante pedagógica de la investigación-acción pedagógica OEI-Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). Recuperado el 2 de octubre de 2011 de <http://www.unap.cl/~jsalgado/documentos/investigacionaccionvariante.pdf>

Restrepo, B. (s.f.). La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico. Recuperado el 26 de octubre de 2011 de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2041013>.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. Recuperado el 6 de septiembre de 2011 de <http://funes.uniandes.edu.co/529/1/RicoL07-2777.PDF>

Rigo, M., Rojano, T., & Pluvillage, F. (2009). Las prácticas de justificación en el aula de matemáticas. PNA, 5(3), 93-103

Solar, H. (2009). Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso, (tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona departament de didáctica de la matemática i de les ciències experimentals Barcelona, España.

Tirado, A. (2009). Materiales y recursos en la enseñanza de las matemáticas. Innovación y experiencias educativas. Recuperado de: http://www.csi-sif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_24/ANAGARDENIA_TIRADO_1.pdf.

Toruncha, J. (2009). Matemática y tecnología. Revista internacional magisterio educación y pedagogía. Recuperado de <http://math-and-thechnology.webs.com>.

Tovar, B & Ospina, G & Montealegre, L (2012) Competencias matemáticas: un estudio exploratorio en la educación básica y media. Recuperado el 15 de abril de 2013 de: http://www.elitv.org/documentos/libros/para_obsequiar/Libro%2002%20en%20Didactica%20de%20las%20Matematica.pdf

Villanueva, G (2010). Las matemáticas por competencias. Recuperado el 13 de septiembre de 2012 de: http://dcb.fi-c.unam.mx/Eventos/Foro3/Memorias/Ponencia_67.pdf

Zabala, A. (1999). “La práctica educativa. Unidades de análisis”, en La práctica educativa. Cómo enseñar, 5ª ed., Barcelona, Graó (Serie pedagogía, 120).

ANEXOS ([volver](#))

ANEXO 1: INSTRUMENTOS DE CARACTERIZACIÓN



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS ESTUDIANTES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____ FECHA:

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los estudiantes de algunas instituciones del norte antioqueño.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Sexo **m** **f** Grado: _____ Edad: _____ Estrato socio-económico

2. Nivel del Sisben _____ Número de personas con las que vive: _____

3. ¿Con quién vive? **Padres** **hermanos** **abuelos** **tíos** **otros**
 cuáles? _____

4. Nivel educativo de las personas con las que vive

FAMILIAR	NINGUNO	PRIMARIA	SECUNDARIA	TECNICO	UNIVERSIDAD
PADRE					
MADRE					
HERMANOS					
ABUELOS					
TIOS					
OTROS ¿Cuáles? _____					

5. Seguridad social: **pagada** **subsidiada**

6. Vive en casa: **familiar** **propia** **arrendada**

7. Actividad económica a la que se dedican sus padres o acudientes:

8. ¿Cuándo termine su bachillerato se va a dedicar a?

Seguir estudios superiores trabajar descansar

9. ¿Qué carrera profesional quisiera seguir cuando termine su bachillerato?

10. ¿En su tiempo libre, se dedica a?

Dormir ver tv escuchar música practicar deporte leer

estudiar

Otros cuáles? _____

11. Entre sus gustos e intereses se encuentran:

La tecnología la literatura el cine el deporte

Las relaciones públicas – sociales la música los viajes

Otros gustos: _____

12. ¿Cuáles son las materias de mayor agrado?:

13. ¿Cuáles son las materias de menor agrado?:

14. En su preparación académica ha encontrado dificultades en el aprendizaje de alguna materia?

Si ___ No ___ En cuáles
materias? _____

15. Si ha encontrado dificultades, cuáles podrían ser las posibles causas:

Desinterés personal por la materia _____

Metodología de clase por parte del profesor _____

Poca claridad en la exposición de los contenidos _____

La complejidad de las temáticas _____

La poca preparación académica _____

Los recursos utilizados _____

Falta de tiempo para afianzar los conocimientos _____

Poca capacidad del profesor para generar interés _____

Otras:

16. ¿Cuál es tu opinión acerca de las matemáticas?, ¿Te gusta? ¿Tienes un buen rendimiento en ella? Justifica.

17. Señale la frecuencia con que accede a los siguientes lugares, con el fin de afianzar y/o mejorar los aprendizajes

Lugar	Frecuencia				
	Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
Biblioteca pública					
Ciudadela Educativa					
Aula taller de matemáticas					
Salón de audiovisuales					
Café internet					

18. ¿Dentro de las actividades que se realizan en la clase de matemáticas, se utilizan materiales concretos o software de ésta área? ¿ **No** **Si** **cuáles**

19. ¿En las clases de matemáticas, qué tipo de recursos utilizan los docentes?



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS DOCENTES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____ Fecha: _____

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los docentes de matemáticas.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

20. Sexo m f Años de experiencia como docente: ____

21. Título obtenido: Normalista Licenciado Tecnólogo

Profesional no docente Especialista Maestría

22. ¿En cuántas instituciones educativas ha laborado? ____ Oficiales ____ Privadas

23. ¿Qué asignaturas orienta actualmente? _____

24. ¿Ha publicado artículos? Si No Título _____

25. ¿Pertenece a algún grupo académico o de investigación? Si No Cuál

26. ¿Lidera algún proyecto en la institución? Si No Cuál

27. ¿Sus clases están orientadas a partir de:

Un texto guía De sus talleres y guías propias Desde la web Otro:

28. ¿Ha recibido capacitación sobre el manejo del aula taller de matemáticas? Si ___ No ___

29. ¿Qué materiales del aula taller conoce y sabe utilizarlos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

30. ¿Utiliza los materiales del aula taller de matemáticas como mediadores del proceso de enseñanza y aprendizaje? Si ___ No ___ porque:

15. Cree usted que las herramientas y recursos con que cuenta la institución son suficientes para lograr mejores resultados de sus estudiantes en el área de matemáticas. Si () No ()

Justifique: _____

16. ¿Qué materiales utiliza en las clases como mediadores de aprendizaje de las matemáticas?:

Texto guía Talleres diseñados por el docente Materiales comunes

Aplicativos virtuales y software educativo Los materiales del aula taller de matemáticas

Otro: _____

17. ¿Aproximadamente qué porcentaje de estudiantes le pierden el área de matemáticas en cada período académico?

() Entre el 5% y 15% () Entre el 16% y 25% () Entre el 26% y 35%

() Entre el 36% y 45% () Entre el 46% y 55% () 60 % o mas

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
 LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS RECURSOS Y MATERIALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____-FECHA: _____

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los recursos con que cuenta la institución para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Marque con una x si existen cada uno de los siguientes elementos o dependencias dentro de la institución.

() Aula de audio visuales

() Video beam

() Televisor

() Materiales didácticos para matemáticas

() DVD

() Libros actualizados de matemáticas

() Aula taller de matemáticas

() Software educativos matemáticas

() Biblioteca actualizada

() Otros ¿cuáles?

() Grabadora

() Sala de informática para el uso del aprendizaje en matemáticas

() Internet

2. ¿Con que frecuencia utiliza el docente de matemáticas o física los anteriores elementos para orientar su área?

Elementos	Frecuencia				
	Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
Aula de audio visuales					
Televisor					
DVD					
Aula taller de matemáticas					
Grabadora					
Sala de informática para el uso de matemáticas					
Software educativos para matemáticas					
Internet					
Video beam					
Materiales didácticos para matemáticas					
Aula laboratorio de matemáticas					
Libros actualizados de matemáticas					



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de la institución, desde lo organizacional, académico y pedagógico.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

I. GENERALIDADES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

Nombre: _____ **Municipio:** _____ **Urbana** ____ **Rural**

Niveles en los que presta el servicio educativo: Preescolar () B. Primaria () B. Secundaria ()
 Media () Formación complementaria () Cuál? _____

En la media vocacional, la institución ofrece:

Formación académica () Formación técnica () Especialidad: _____

Número de grupos por nivel:

Preescolar ____ B. Primaria ____ B. Secundaria ____ Media ____ Formación complementaria ____

Total de estudiantes por nivel:

Preescolar ____ B. Primaria ____ B. Secundaria ____ Media ____ Formación complementaria ____

Jornada(s) de funcionamiento de la institución:

J. Mañana ____ J. Tarde ____ J. Nocturna ____ J. Única ____ J. fines de semana ____

Reseña Histórica (Tenga en cuenta tiempo de funcionamiento y cambios trascendentales que se han presentado):

6. CATEGORIZACIÓN DEL PERSONAL:

ADMINISTRATIVO

Marque con una X, el nivel educativo

	Cantidad	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría
Rector							

Coordinador Académico							
Coordinador Convivencia							
Secretarias							

DOCENTES

Indique el número de docentes en cada nivel educativo

	Cantidad total	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría
Preescolar							
Primaria							
Básica secundaria							
Media Vocacional							

6. PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL

1. Modelo o corriente pedagógica que orienta el P.E.I
 Explique si existe o no relación y coherencia entre el componente teleológico (misión, visión, filosofía) con el modelo pedagógico y los proyectos desarrollados en la institución (planes de área, proyectos obligatorios y adicionales).
2. Describa cómo el sistema institucional de evaluación se articula a las políticas establecidas en la legislación nacional (decreto 1290) y a los enfoques y lineamientos del MEN.
3. ¿Qué proyectos de impacto social y académico impulsa la institución?:

IV. RESULTADOS ACADÉMICOS INSTITUCIONALES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Realice un rastreo estadístico de la información académica de los períodos académicos del I semestre del 2012, e identifique el índice de pérdida del área de matemáticas en la básica y media académica. (Tablas, gráficos)

V. RESULTADOS OBTENIDOS EN PRUEBAS EXTERNAS:

1. RESULTADOS PRUEBAS SABER – ICFES

Año	NIVEL OBTENIDO INSTITUCIONAL
2007	
2008	
2009	

2010	
2011	

PROMEDIO SABER- ICFES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Año	PROMEDIO
2007	
2008	
2009	
2010	
2011	

En el área de matemáticas realice un análisis de los resultados de la pruebas Saber –Icfes, por componente y competencia (realizar gráficos o tablas)

2. RESULTADOS PRUEBAS SABER EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

<http://www.icfessaber.edu.co/historico.php/home/buscar>

Año	PROMEDIO 5° GRADO	PROMEDIO 9° GRADO
2005		
2009		

Realice un gráfico o tabla que ilustre los resultados de las pruebas Saber en los grados 5 y 9° en el 2005 y el 2009 en cada una de las competencias y componentes del área.

Identifique las debilidades y fortalezas específicas en cada competencia y componente.

Haga el análisis respectivo de estos resultados.

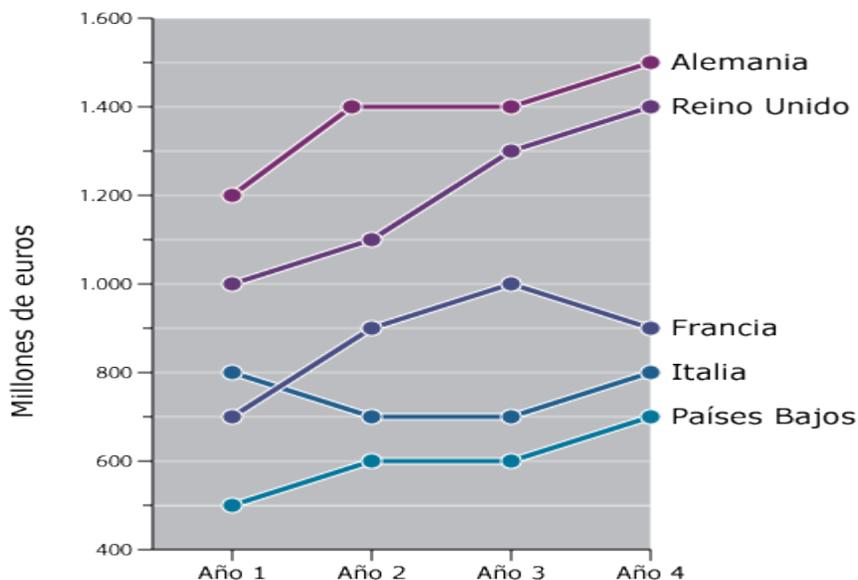
ANEXO 2 [\(volver\)](#)

PRUEBA POR COMPETENCIAS

La siguiente prueba está pensada y diseñada para evaluar los componentes y las competencias matemáticas de los estudiantes de décimo de la Institución Educativa San Luis. Cada pregunta está clasificada por componente y por competencia.

OBJETIVO: Identificar en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa San Luis las fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas, así como también en sus componentes.

1. La siguiente grafica muestra el dinero gastado en Euros en importación de ordenadores por algunos países de Europa.

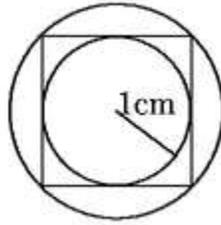


- a) En el Año 3, ¿cuánto más gastó Alemania que Italia en importación de ordenadores?
 - b) Teniendo en cuenta la información suministrada anteriormente, escribe una predicción de lo que podría pasar con la importación de ordenadores en Alemania y Países bajos en el año 7, si a partir del año 4 sus importaciones empezaron a subir un 20% con respecto al año 2.
2. Un Topógrafo debe establecer el levantamiento de un plano para la construcción de un puente que cruce un río. Para encontrar la anchura del río, establece un teodolito (El teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico universal que sirve para medir ángulos verticales y, sobre todo, horizontales) en el punto A en una orilla del río, y a través de su anteojo localiza un punto B en el lado opuesto del río. Posteriormente gira el teodolito 90° y establece otro punto C. El punto C está ubicado a 45 metros del punto A.
- a) Con los puntos establecidos por el Topógrafo ¿Qué figura geométrica se puede formar? Realiza un dibujo de la situación.
 - b) ¿Es suficiente la información que se da en el enunciado para encontrar la anchura del río? Explica.
 - c) La suma de los ángulos B y C es igual a:_____ (justificar la respuesta)
3. Una agencia de automóviles, realiza ensayos con sus distintos modelos, haciendo un recorrido fijo y midiendo el tiempo que tarda cada uno en hacer este recorrido, para tener una apreciación de la velocidad que puede desarrollar. Así:

Velocidad (km/h)	200	150	120	100
Tiempo (min)	3	4	5	6

- a) Realice una representación gráfica de la situación planteada, con los datos de la tabla.
 - b) ¿Qué pasa con la variable t, a medida que la velocidad aumenta?
 - c) ¿Las parejas de valores (v, t) de la gráfica se encuentran sobre una línea recta?
 - d) ¿Hay alguna magnitud, dentro del experimento, que permanezca constante? ¿Qué valor tiene?
4. Un círculo cuyo radio mide 1 cm está inscrito en un cuadrado, y éste a su vez está inscrito en otro círculo, como se muestra en la figura.
- a) ¿Cuál es el perímetro del cuadrado?
 - b) Si el área del cuadrado disminuyera en su mitad, entonces cuál sería el radio de la circunferencia pequeña.

- c) Razona un momento, y recuerda que el radio dibujado en la figura puedes situarlo en cualquier lugar de la circunferencia pequeña. Después de esto responde: ¿Cuántos centímetros mide el radio de la circunferencia grande?



5. Ana, Bertha, Carlos y Diana están sentados en una fila de cuatro sillas numeradas del 1 al 4. José los mira y dice:
 “Bertha está al lado de Carlos”

“Ana esta entre Bertha y Calos”

Pero sucede que las afinaciones que hizo José son falsas, en realidad Bertha está en la silla número 3. Después de esta información detente a pensar un poco y responde quién está en la silla numero 2 o si la información suministrada no es suficiente para responder la pregunta.

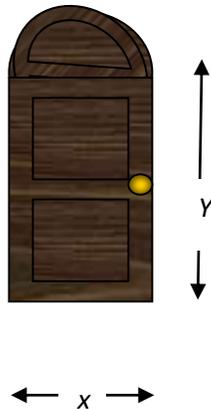
ANEXO 3 ([volver](#))

PRUEBA DE VERIFICACIÓN

Nombre: _____ fecha: _____

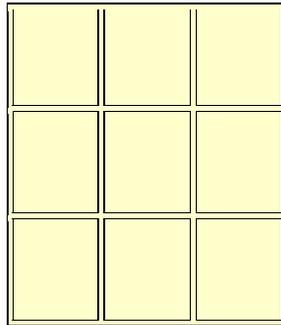
La presente prueba tiene como objeto principal determinar el avance en las siguientes habilidades del razonamiento: inferir, razonar lógicamente y justificar. Espero que sea hecha a conciencia y que te sirva como elemento para medir tus capacidades intelectuales. De antemano, muchas gracias por su colaboración.

1. La demanda del producto de una compañía varía según el precio que le fije el producto. La compañía ha descubierto que el ingreso total anual "I" (expresado en miles de dólares) es una función del precio "x" (en dólares), y está dado por: $I = f(x) = -50x^2 + 500x$. Determina el precio que deberá cobrarse con el objeto de maximizar el ingreso total y cuál es el valor máximo de ingreso total anual. ¿Qué cantidades permanecen constantes y cuáles varían? Justifica tu respuesta.
2. La entrada principal de una casa es una puerta rectangular coronada por un semicírculo y tiene un perímetro de $\frac{22 + 3\pi}{4}$ m. Expresa la función que proporciona la cantidad de luz que pasa por ella, en función de la longitud de x; ¿Qué pasaría si aumentáramos el radio de la semicircunferencia, que cantidades variarían en este caso?



3. Seis amigos desean pasar sus vacaciones juntos y deciden, cada dos, utilizar diferentes medios de transporte; sabemos que Alejandro no utiliza el coche ya que éste acompaña a Benito que no va en avión. Andrés viaja en avión. Si Carlos no va acompañado de Darío ni hace uso del avión, podría usted decir en qué medio de transporte llega a su destino Tomás.

4. Colocar un número en cada cuadro, teniendo en cuenta que:



- a) 3, 6, 8, están en la horizontal superior.
- b) 5, 7, 9, están en la horizontal inferior.
- c) 1, 2, 3, 6, 7, 9, no están en la vertical izquierda.
- d) 1, 3, 4, 5, 8, 9, no están en la vertical derecha.

ANEXO 4

**ENCUESTA FINAL
ESTUDIANTES**

La siguiente encuesta tiene como objetivo principal determinar su percepción sobre la práctica pedagógica que desarrollamos el semestre pasado; espero que al contestar las preguntas, sean lo más objetivos posibles y justifiquen con claridad sus respuestas.

1. ¿Qué aspectos consideras, en cuanto al ser y la función del maestro dentro del aula, fueron los más importantes, a la hora de dar tu opinión sobre la práctica pedagógica del maestro? ¿Consideras que fue mala, buena o regular?

2. ¿El trabajo en equipo generó un buen desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje?
Si____ No____ Explica tu respuesta.

3. ¿Las actividades trabajadas con lo manipulables virtuales fueron de tu ayuda a la hora de entender los fenómenos matemáticos estudiados y de dar respuesta a preguntas y problemáticas planteadas?

4. ¿El trabajo con los manipulables virtuales ha cambiado tu percepción frente al área de matemáticas? y ¿los consideras importantes para el aprendizaje de la misma?

5. ¿Cómo prefieres que sean las clases de matemáticas, en el aula sólo utilizando lápiz y papel, o en la sala de sistemas utilizando applets matemáticos? Justifica.

6. ¿Con las actividades que se desarrollaron en clase con los manipulables virtuales, descubrieron alguna aplicación de la matemática en la vida cotidiana? Si ___ No ___ Justifica tu respuesta.

7. ¿Consideras pertinente que se sigan dando clases con manipulables virtuales en la Institución Educativa?

ANEXO 5 [\(volver\)](#)**ENCUESTA FINAL
MAESTRO COOPERADOR**

Con el objeto de enriquecer mi práctica docente, a continuación encontrará una serie de preguntas, las cuales me darán algunas pautas para evaluar la intervención realizada el semestre pasado. Agradezco sus comentarios.

1. ¿Crees que los estudiantes puedan verse más motivados a la hora de estar en clase con la ayuda de manipulables virtuales y aplicativos matemáticos pertinentes?
Si___ No___ ¿Por qué?

2. ¿Los manipulables físicos y virtuales utilizados en las diferentes sesiones de clase, favorecen el desarrollo del razonamiento matemático? Si___ No___ Justifique su respuesta.

3. ¿Qué cambios has observado en el desempeño académico de los estudiantes que hicieron parte del proceso? En tu opinión ¿crees que las actividades virtuales le sirven a los estudiantes para mejorar sus procesos de pensamiento matemático?

4. Emita una evaluación cualitativa y cuantitativa del trabajo realizado por el maestro practicante.

5. ¿A partir de lo observado en el desarrollo de las actividades dentro del aula, que sugerencias aportarías en pro de mejorar a futuro?

ANEXO 6 ([volver](#))

DIARIOS DE PROCESOS

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Alfredo España

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 04/04/2013	Grupo:11º3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis De Aguas	Tiempo de clase: 1 hora
<p>Materiales utilizados: Applets de matemática: Jclíc y Aplicativos Java.</p> <p>Dos videos: uno donde se explica el dominio, el codominio y el rango, y otro, donde se puede ver la importancia de las funciones para la modelación de hechos reales de la vida.</p>	<p>Indicadores de desempeño:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer la importancia de las matemáticas, fundamentalmente el papel de las funciones, en la representación o modelación de situaciones y hechos reales. • Identificar el dominio y el rango de una función. • Graficar funciones lineales, donde se demuestre, la comprensión de conceptos como la pendiente, el intercepto, variable dependiente y variable independiente. 	

TEMAS DESARROLLADOS:

- Dominio y rango de funciones.
- Funciones lineales.
- Gráfica de funciones lineales.
- Parejas ordenadas.
- Diferenciación entre relaciones y funciones.
- Función como subconjunto del producto cartesiano.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

- Se presentaron dos videos: uno donde se hablaba conceptualmente del dominio y el rango. El otro trató sobre la importancia de los datos y su representación matemática para su posterior análisis. Se muestre la importancia de las funciones y su relación directa con el mundo real o cotidiano.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

- Si bien, no se registraron grandes avances en el objetivo del proyecto, por el hecho de problemas técnicos con la instalación de algunos programas y dispositivos, cabe la pena mostrar, que los estudiantes manifiestan una mayor empatía por la clase. Además esta clase, tuvo un objetivo un tanto más humano, no tan académico en el sentido estricto de la palabra, puesto que se mostraron dos videos de las canciones: Stand by Me, y One Love, de una comunidad musical que viaja por el mundo recogiendo músicos callejeros. El objetivo final es demostrar que la música puede unificar las razas, y de alguna forma u otra ayudar a una mayor tolerancia por otras ideologías, aceptar los derechos y deberes fundamentales que tenemos todos los seres en el mundo, en particular, nuestra inclinación por lo humano, por los sentimientos. En este mundo, se deben de dar importancia a los sentimientos como a la razón, cuando estos dos ingredientes van de la mano, casi siempre se obtienen resultados buenos.

FORTALEZAS: Cuando se usan materiales tan visuales como los videos y los gráficos, los estudiantes llegan a interpretar mejor el lenguaje matemático, por ende una mayor interpretación del lenguaje, se produce un mejor razonamiento sobre éste. Si no podemos razonar sobre algo, es porque, de alguna u otra forma, no entendemos las propiedades ni las estructuras de lo que estamos haciendo. Se hace imposible el razonamiento sin un lenguaje que entendamos.

DEBILIDADES:

Un inconveniente muy grande, el cual fue que en esta clase sólo pude mostrarles los videos, porque los Applets sólo funcionan con el Java. Yo había instalado el programa con anterioridad pero los computadores estaban congelados, por ende, al apagarlos se desinstalaban los programas que se hubieren instalado.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Alfredo España

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 18/04/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis De Aguas	Tiempo de clase: 1 hora.
<ul style="list-style-type: none"> • Materiales utilizados: Applets de matemática: • Jclic y Aplicativos Java. • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce e identifica las funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas a través de diagramas sagitales y gráficas en el plano cartesiano. • Justifica correctamente la razón por la cual una función es clasificada en inyectiva, sobre y biyectiva. • Hace predicciones del comportamiento de las gráficas, e infiere implicaciones de variación de las variables en los ejes coordenados. 	
TEMAS DESARROLLADOS: <ul style="list-style-type: none"> • Repaso del concepto de función, dominio, codominio y rango. 		

- Funciones inyectivas, sobre y biyectivas.
- Diagramas sagitales
- Grafica de funciones.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

- En la primera parte de la sesión de trabajo en clase, se explicaron conceptos de clasificación de las funciones según la relación entre sus elementos; es decir, se explicó de manera muy gráfica qué era una función inyectiva, sobre y biyectiva. Posteriormente, se utilizó un Jclic, donde se realizaron algunas actividades de pareo e identificación de funciones, con el fin de afianzar estos conocimientos. Por último se dejó una actividad por parejas que se debía entregar al terminar la clase sobre las temáticas presentadas. (En esta sesión estuvo presente la profesora Hilduara Velásquez).

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

- En esta sesión, el material virtual mostró varias características importantes en cuanto a los avances del proyecto y la problemática planteada. La primera de ellas, evidencia la hipótesis de que las actividades virtuales con la ayuda de recursos tecnológicos, permiten al estudiante acceder a un campo operatorio nuevo, realizar tareas que con otros recursos resultarían dispendiosos, hacer análisis de diferentes tipos, ayuda a los estudiantes a pasar del nivel concreto al abstracto e incrementar su capacidad para adquirir habilidades y conceptos al ofrecer una representación física, tangible, móvil, armable y desarmable, que permite visualizar conceptos matemáticos de manera concreta.. Esta visualización, en la cual se puede manipular las gráficas de forma fácil y eficiente, permite a los estudiantes comprender mejor los conceptos. Además, permite hacer preguntas de

inferencia y de justificación que son muy importantes a la hora de medir el avance en su capacidad de razonar. Por otro lado, se muestra una actitud positiva del grupo ante este tipo de actividades, el grupo se muestra participativo y con un buen comportamiento, lo que demuestra soterradamente la “motivación” de los estudiantes con la materia. El clima, el ambiente del grupo y la relación con el practicante hace posible un buen espacio de aprendizaje.

FORTALEZAS:

- Se percibe un buen ambiente dentro de la clase, esto se demuestra en la seriedad, responsabilidad y actitud de los estudiantes frente a las actividades pedagógicas y didácticas planteadas.
- Las actividades virtuales pueden mejorar el nivel de abstracción de los estudiantes.
- Con la ayuda de manipulables virtuales y gráficas, se ahorra tiempo y esfuerzo. Las gráficas hechas en el tablero, en la mayoría de los casos no son tan exactas, o no quedan también hechas, además del tiempo utilizado en la realización de ésta; mientras que con la ayuda de artefactos tecnológicos, no se necesitan hacer las gráficas, y además se pueden manipular casi de cualquier manera, según la finalidad de la actividad que se está presentado.

DEBILIDADES:

- Como los computadores de la institución se encuentran congelados, cada vez que se hace una clase en la sala de sistemas se debe de instalar nuevamente el software que se necesita. Esto implica mayor esfuerzo y gasto de tiempo por parte del practicante.

- En esta sesión, no vinculé los conceptos y las temáticas presentadas con el mundo de la vida. Creo que fue un trabajo muy matemático, es decir, no se dio la oportunidad de mostrar al estudiante la relación entre el lenguaje de las funciones y la vida cotidiana.

Nota: La profesora Hilduara ayudó en esto, pues planteó algunas situaciones donde se podían relacionar estos dos contextos.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
 DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 11/04/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis de Aguas	Tiempo de clase:1hora
Materiales utilizados: <ul style="list-style-type: none"> • Applets de matemática: • Jclíc y Aplicativos Java. • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Justifica los procedimientos hechos basados en gráficas de funciones. • Describe los elementos característicos de la función identidad y la función constante. 	
TEMAS DESARROLLADOS: <ul style="list-style-type: none"> • Gráfica de funciones • La función identidad • La función constante 		

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Se mostraron algunas de las gráficas de las funciones matemáticas con la ayuda de un blog de matemática con el objetivo de que los estudiantes identificaran los distintos tipos de funciones que se pueden encontrar.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

Los estudiantes han avanzados en sus procesos para justificar algún tipo de procedimiento o de problema planteado, son más claros en sus argumentos a la hora de dar un juicio sobre una situación matemática que sea de algún modo u otro problemática.

FORTALEZAS:

Hay un mejor dialogo con los estudiantes, que ayuda a vislumbrar elementos de la práctica que son buenos y que se deben seguir trabajando.

DEBILIDADES:

El número de estudiantes dificulta hacer una clase más personalizada con cada uno.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
 DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 25/04/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis de Aguas	Tiempo de clase:1hora
Materiales utilizados: <ul style="list-style-type: none"> • Applets de matemática: • Geogebra • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Comprende los procesos de traslaciones y rotaciones de las gráficas de funciones. 	
TEMAS DESARROLLADOS: <ul style="list-style-type: none"> • Traslación de funciones • Rotación de funciones 		

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Se usaron dispositivos software como el Geogebra que permitió mover y desplazar las gráficas de las funciones, los estudiantes realizaron una actividad grupal que les permitía manejar el software de matemáticas y con ello llegar al entendimiento de la problemática planteada.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

La relación con los applet de matemáticas ha favorecido en los estudiantes habilidades para inferir elementos de situaciones relaciones con la traslación y rotación de gráficas, ya no se les dificulta tanto pensar como varía una cantidad a medida que cambia la otra (en la medida en que ambas son dependientes)

FORTALEZAS:

Los manipulables físicos han abierto otra posibilidad a los estudiantes de ver y entender la matemática.

Han tomado con agrado la implementación de estos dispositivos que para ellos son novedosos.

DEBILIDADES:

El número de estudiantes dificulta hacer una clase más personalizada con cada uno.

Hubo desorden en la clase repetidamente.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 1/05/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis de Aguas	Tiempo de clase:1hora
Materiales utilizados: <ul style="list-style-type: none"> • Applets de matemática: • Geogebra • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Comprende los procesos de traslaciones y rotaciones de las gráficas de funciones. 	

<ul style="list-style-type: none"> • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce las funciones racionales y las funciones a trozos.
<p>TEMAS DESARROLLADOS:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funciones racionales • Funciones a trozos • Traslación de funciones • Rotación de funciones 	
<p>DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:</p> <p>Primeramente se realizó un repaso de la sesión anterior, posteriormente se empezó a trabajar con las funciones racionales y las funciones a trozos, donde se explicó el concepto de asíntota como medio para entender las funciones racionales. Se utilizaron diversos sitios web para ejemplificar lo expuesto y posteriormente se hizo una actividad individual donde el alumno mostraba que tanto había aprendido y como iba su proceso con el desarrollo de la competencia de razonamiento.</p>	
<p>CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA</p> <p>Los estudiantes promueven espacios para la reflexión a través de preguntas que se realizan dentro del aula, lo que lleva a un autoanálisis constante de la práctica, además han avanzado en sus procesos de inferencia y de justificación</p>	
<p>FORTALEZAS:</p>	

Se nota una mayor madurez en el grupo, lo que contribuye a que las actividades trabajadas sean hechas de manera más consciente.

Los manipulables virtuales permiten hacer más amena la clase.

DEBILIDADES:

El número de estudiantes dificulta hacer una clase más personalizada con cada uno.

Se necesita más tiempo para poder completar las actividades propuestas, es muy escaso el tiempo.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
 DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 8/05/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis de Aguas	Tiempo de clase:1hora
Materiales utilizados: <ul style="list-style-type: none"> • Applets de matemática: • Geogebra • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Describe las funciones trigonométricas • Reconoce las gráficas de las funciones trigonométricas y alguna de sus aplicaciones 	
TEMAS DESARROLLADOS: <ul style="list-style-type: none"> • Funciones trascendentes • Funciones trigonométricas 		
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:		

En primera instancia se presentó un video sobre las funciones trascendentales, en segundo lugar se trabajó con los applets de matemáticas y con una página web donde los estudiantes podían realizar todo tipo de actividades virtuales para desarrollar sus tres habilidades del razonamiento como son: el inferir, justificar y el razonar lógicamente.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

En esta intervención hubo una serie de actividades virtuales que ayudaban a mejorar las tres habilidades del razonamiento, además se debe de llamar la atención a la motivación que tuvieron los estudiantes al realizar la actividad.

FORTALEZAS:

Se percibe una mayor motivación por parte de los alumnos

Hay una mejor disposición por parte de los estudiantes

DEBILIDADES:

El número de estudiantes dificulta hacer una clase más personalizada con cada uno.

Se necesita más tiempo para poder completar las actividades propuestas, es muy escaso el tiempo.

Firma del maestro cooperador: _____

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
 FACULTAD DE EDUCACIÓN
 INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
 DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Elaborado por: Oscar Fernando Gallo

Hilduara Velásquez

Estudiante - Docente: Santiago López Quintero	Fecha: 16/05/2013	Grupo:11°3
Institución: San Luis	Docente cooperador: Luis de Aguas	Tiempo de clase:1hora
Materiales utilizados: <ul style="list-style-type: none"> • Applets de matemática: • Geogebra • Blog de matemáticas (1000cosasdematesomas). • Sitios web para visualizar elementos gráficos de las funciones. 	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Describe conceptualmente las funciones trascendentes • Reconoce las gráficas de las funciones logarítmica y exponencial y alguna de sus aplicaciones 	
TEMAS DESARROLLADOS: <ul style="list-style-type: none"> • Las funciones trascendentes • Las funciones exponencial y logarítmica. 		

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

En primera instancia se presentó un video sobre las funciones trascendentales diferente al presentado en la sesión anterior, en segundo lugar, se mostraron algunas aplicaciones de estas funciones en la vida cotidiana, y por último se trabajó con los applets de matemáticas y con una página web donde los estudiantes podían realizar todo tipo de actividades virtuales sobre este tipo de funciones, todo esto orientado hacia el desarrollo del razonamiento.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

Los estudiantes manifiestan un mayor interés por las clases de matemática, por tal motivo se percibe una mayor motivación por la materia, en donde las actividades con manipulables virtuales son clave para la obtención de este resultado. Además hay aspectos de su razonamiento lógico que muestran un mayor grado de desarrollo.

FORTALEZAS:

Se percibe una mayor motivación por parte de los alumnos

Hay una mejor disposición por parte de los estudiantes

Mayor fortalecimiento de su habilidad de razonar lógicamente.

DEBILIDADES:

El número de estudiantes dificulta hacer una clase más personalizada con cada uno.

Se necesita más tiempo para poder completar las actividades propuestas, es muy escaso el tiempo.

Firma del maestro cooperador: _____

ANEXO 7 ([volver](#))

PLANES DE CLASE

PLAN DE CLASES NÚMERO UNO

LAS FUNCIONES CERCA DE NOSOTROS**INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS****DOCENTES: SANTIAGO LÓPEZ QUINTERO****GRADO: 11°3 (UNDÉCIMO)****Nº DE ESTUDIANTES: 34****MATERIAL A UTILIZAR:** Graph, Geogebra, páginas web de matemáticas, Graphmatic.

PENSAMIENTO	ESTÁNDARES
ESPACIAL	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas. • Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
MÉTRICO	<ul style="list-style-type: none"> • Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. • Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

NUMÉRICO	<ul style="list-style-type: none"> • Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. • Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • Utilizo la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes.
-----------------	--

COMPETENCIAS	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Comunicativa	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas en el lenguaje de las matemáticas • Usa diferentes tipos de lenguaje • Utiliza variables para la resolución de problemas
Razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> • Explora ejemplos • Estructura argumentos • Generaliza propiedades y relaciones
Planteamiento y resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla y aplica diferentes estrategias para la solución de un problema • Razona las respuestas • Generaliza soluciones

ACTIVIDAD DIAGNOSTICA: rotación, traslación y reflexión. (Aula de sistemas)

Conectarse a la siguiente página web:

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/movimientos.htm>

1. Entrar en el hipervínculo: traslación.
 - a. Mueve la figura utilizándola flecha. Compara la forma, tamaño, posición del zorro. ¿Qué tienen en común? ¿Qué los diferencia?
 - b. De acuerdo a lo anterior que es una traslación.
2. Entrar en el hipervínculo: simetría axial (reflexión) y resuelve los literales del punto anterior
3. Entrar en el hipervínculo: giro (rotación) y resuelve los literales del punto 1.
4. Entrar en el hipervínculo: Composiciones de giro y traslación.
 - a. ¿Existe alguna relación entre las tres figuras del zorro?
 - b. Desliza el punto rojo. ¿Qué sucede? ¿Qué nombre le colocarías a este nuevo movimiento?

Socialización.

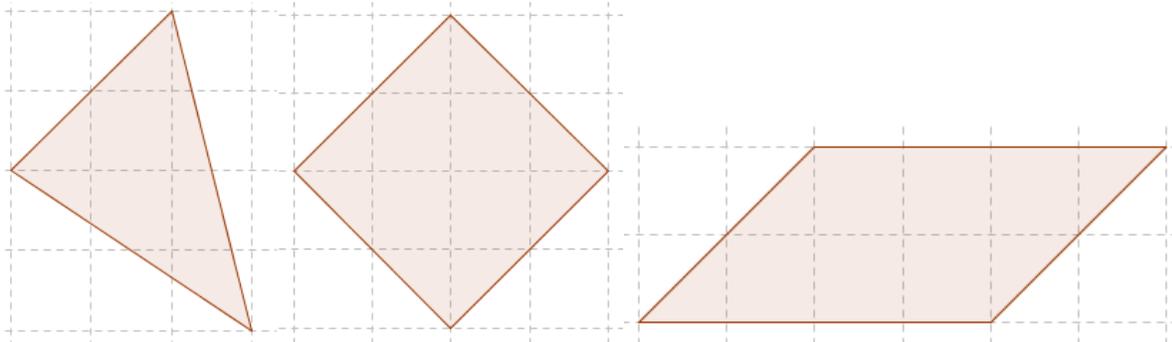
Este trabajo se realizará en el salón de clases colocando puntos de discusión y análisis.

¿Qué respuestas se dieron? ¿Todos están de acuerdo? ¿Encontraron alguna característica diferente?

ACTIVIDAD 4: rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano. (Hojas milimetradas)

Esta actividad será orientada desde el tablero por el docente, realizando ejemplos de cada procedimiento con diferentes figuras (no necesariamente geométricas).

Dibuja cada una de las siguientes figuras en el papel milimetrado (una por cada hoja).

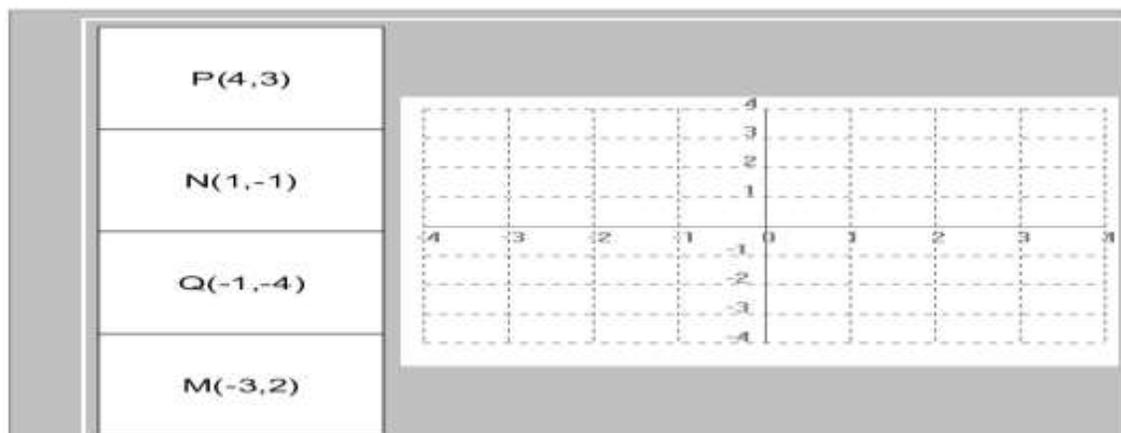


- Traslada cada una de las figuras
- Rota cada una de las figuras 120 grados con respecto a una recta L .
- Refleja cada una de las figuras con respecto a una línea vertical L' .
- Refleja cada una de las figuras con respecto a una línea horizontal L'' .

ACTIVIDADES CON JCLIC

Jclíc es un programa interactivo sobre funciones, el objetivo es que comprendas la importancia de las funciones en la vida cotidiana y la que te diviertas haciendo las actividades propuestas.

Actividad 1



Sitúa los siguientes puntos a partir de las coordenadas.

Es recomendable que recuerdes la siguiente información.

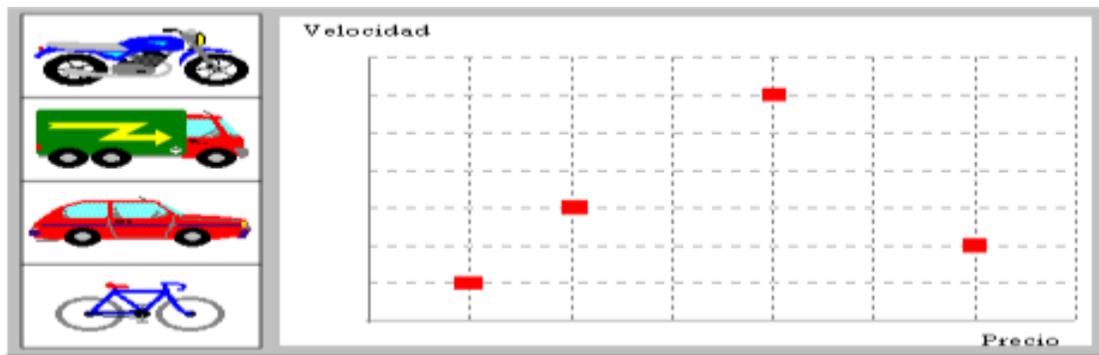
COORDENADAS CARTESIANAS

En los ejes cartesianos:

- * El eje horizontal se llama eje X o eje de abscisas
- * El eje vertical se llama eje Y o eje de ordenadas
- * El punto O, donde se cortan los dos ejes, es el origen de coordenadas

Cada punto del plano se designa por sus dos coordenadas:

- * La primera coordenada se llama "x del punto" o abscisa.
- * La segunda coordenada se llama "y del punto" u ordenada.



Asigna un punto a cada uno de los siguientes vehículos.

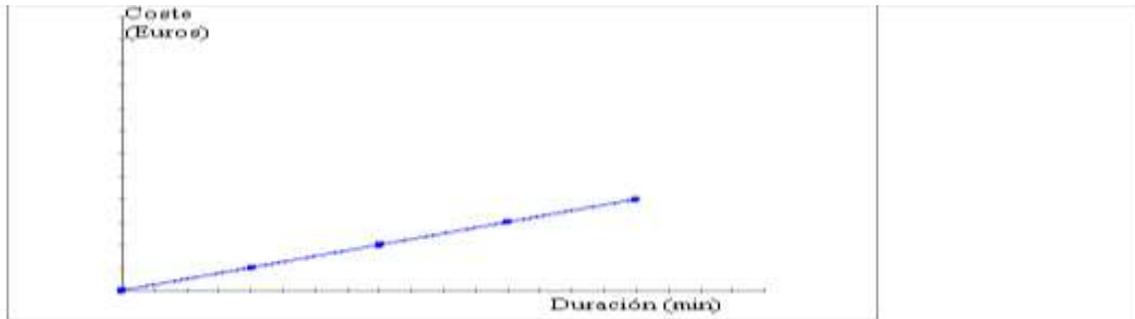
Las gráficas describen relaciones entre dos variables.

La variable que se representa en el eje horizontal se llama "variable x" o "variable independiente"

La que se representa en el eje vertical, "variable y" o "variable dependiente"

La variable y es función de la "variable x"

Encuétrale sentido a estas definiciones y llena los espacios en gris:



La siguiente gráfica expresa el coste de una llamada telefónica según la duración de la misma.

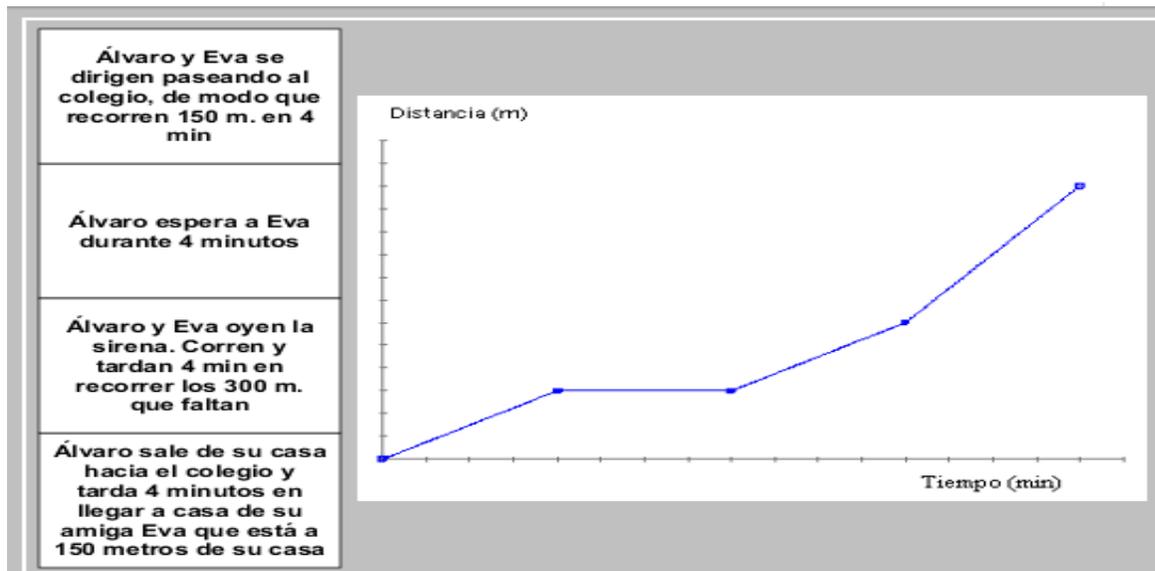
¿Qué representa el eje de abscisas? La de la llamada

¿Qué representa el eje de ordenadas? El de la llamada

La duración de la llamada es la variable

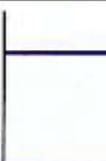
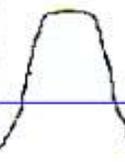
El coste de la llamada es la dependiente

Une cada enunciado con un trozo de la gráfica.



ACTIVIDAD 2

En la siguiente actividad debes de tratar de relacionar cada gráfica con las situaciones que se describen.

		Nivel de agua en un pantano a lo largo del año	Temperaturas mínimas diarias, en Toledo, a lo largo de 1 año
		Nivel de ruido de una calle céntrica de una gran ciudad, desde las 6 de la mañana hasta las 6 de la tarde	Distancia a la Tierra de un satélite artificial, al pasar el tiempo
		Precio de las bolsas de patatas fritas en función del número de bolsas.	Altura de una pelota, que bota, al pasar el tiempo

**Las funciones pueden venir dadas por tablas de valores por las cuales se conocen algunos de sus puntos.
Cuando existe una relación aritmética entre la x y la y de los puntos, a dicha relación se le llama ecuación de la función.**

Intenta unir cada ecuación con la tabla de valores correspondiente.

<table border="1"> <tbody> <tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>Y</td><td>0</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td><td>10</td><td>15</td><td>21</td></tr> </tbody> </table>	X	0	1	2	3	4	5	6	Y	0	1	3	6	10	15	21	$y = \frac{x^2 + x}{2}$
X	0	1	2	3	4	5	6										
Y	0	1	3	6	10	15	21										
<table border="1"> <tbody> <tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>Y</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25</td><td>36</td></tr> </tbody> </table>	X	0	1	2	3	4	5	6	Y	0	1	4	9	16	25	36	$y = 2x$
X	0	1	2	3	4	5	6										
Y	0	1	4	9	16	25	36										
<table border="1"> <tbody> <tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>Y</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> </tbody> </table>	X	0	1	2	3	4	5	6	Y	1	2	3	4	5	6	7	$y = x + 1$
X	0	1	2	3	4	5	6										
Y	1	2	3	4	5	6	7										
<table border="1"> <tbody> <tr><td>X</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>Y</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td></tr> </tbody> </table>	X	0	1	2	3	4	5	6	Y	0	2	4	6	8	10	12	$y = x^2$
X	0	1	2	3	4	5	6										
Y	0	2	4	6	8	10	12										

Se llama función de proporcionalidad la que relaciona dos variables directamente proporcionales.

Tiene la ecuación $y=mx$.

Se representa mediante una recta que pasa por el punto (0,0).

**La constante de proporcionalidad, m, puede ser positiva o negativa.
Se llama pendiente de la recta y tiene que ver con su inclinación.**

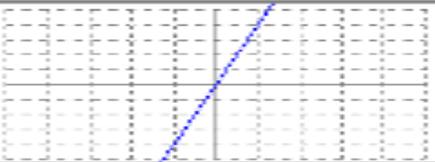
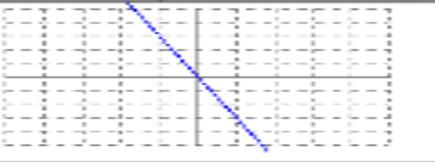
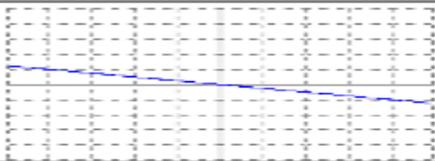
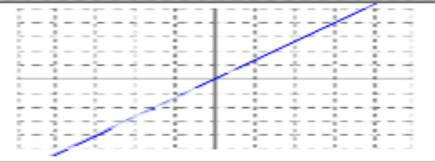
Si quieres saber más sobre la pendiente, pasa a la pantalla siguiente.

La pendiente m de una recta $y=mx$ es la medida de su crecimiento.

Se podría definir como el cociente entre lo que avanzamos en vertical partido de lo que avanzamos en horizontal.

Si m es positiva, la recta es creciente. Si es negativa, la recta es decreciente.

Atrévete a asociar a cada gráfica la ecuación que le corresponda.

$y = \frac{4}{3}x$	
$y = 4x$	
$y = -\frac{1}{4}x$	
$y = -3x$	

¿A qué no sabes cuánto vale la pendiente en cada ecuación?

$y = \frac{1}{2}x$	$y = 3x$	$y = \frac{2}{3}x$	$y = \frac{4}{3}x$	$y = -\frac{5}{4}x$
--------------------	----------	--------------------	--------------------	---------------------

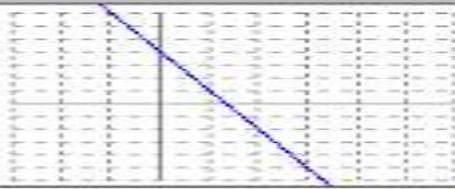
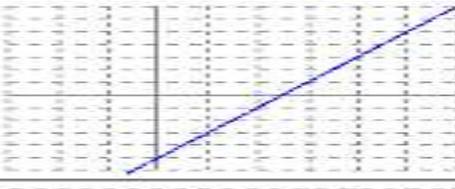
La ecuación $y=mx+n$ se representa mediante una recta de pendiente m que corta al eje Y en el punto $(0,n)$.

n se llama ordenada en el origen.

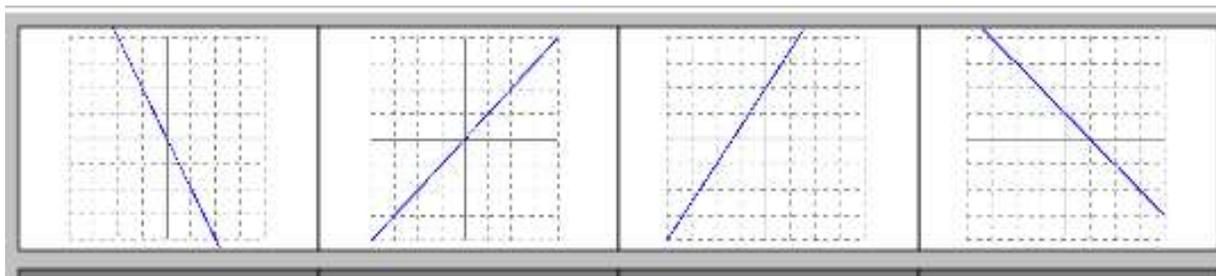
A la función $y=mx+n$ se le llama función afín.

Cuando $n=0$, se trata de una función de proporcionalidad $y=mx$.

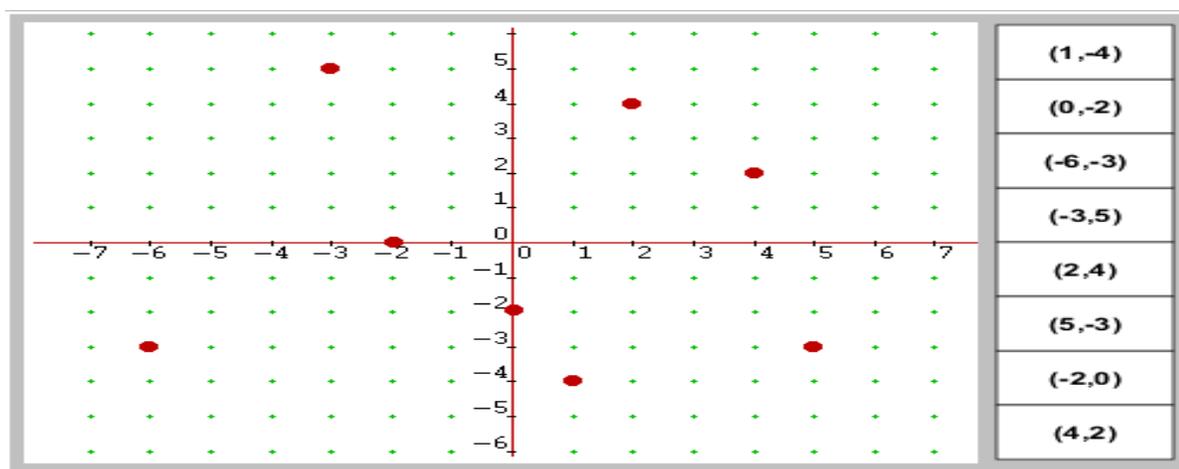
Asocia a cada grafica la función afín correspondiente.

$y = -3x + 4$	
$y = 2x - 5$	
$y = \frac{2}{3}x + 2$	

Clasifica en orden ascendente, según su pendiente las siguientes gráficas.



Asocia a cada punto las coordenadas correspondientes.



ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACION 1

Propósitos generales

Promover el uso de los equipos portátiles en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Promover el trabajo en red y colaborativo, la discusión y el intercambio entre pares, la realización en conjunto de la propuesta, la autonomía de los alumnos y el rol del docente como orientador y facilitador del trabajo.

Estimular la búsqueda y selección crítica de información proveniente de diferentes soportes, la evaluación y validación, el procesamiento, la jerarquización, la crítica y la interpretación.

Introducción a las actividades

Actividades para descubrir la aplicación de la función cuadrática en situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

El plan de esta secuencia es que los alumnos se familiaricen con el uso y valor numérico de la función cuadrática, y que descubran la importancia de la aplicación de esta función en el contexto que los rodea.

Objetivos de las actividades

- Aplicar los conocimientos adquiridos en Matemática a situaciones cotidianas.
- Investigar y trabajar sobre la vinculación de las ciencias exactas con situaciones problemáticas reales.
- Promover el uso de los equipos portátiles en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Promover el uso de software aplicativo en las clases de Matemática.
- Estimular la búsqueda y selección crítica de información proveniente de diferentes soportes.

Actividad 1: Aplicación de la función cuadrática

Llamamos función cuadrática a toda función de la forma $f(x) = ax^2 + b \cdot x + c$ donde los coeficientes **a**, **b** y **c** son números reales, siendo **a** distinta de cero. El dominio de la función son todos los números reales.

Término cuadrático: ax^2

Término lineal: bx

Término independiente: c

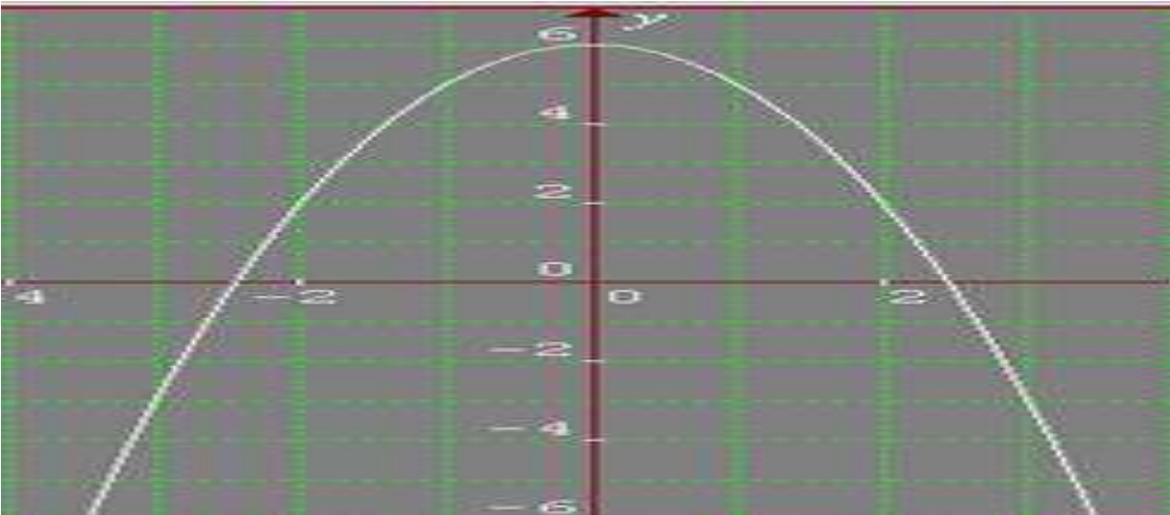


Gráfico de función cuadrática, llamado parábola.

Para empezar, busquen información sobre los conceptos **costo** y **ganancia**. Pueden hacerlo en Internet o en otros medios. Luego resuelvan la siguiente situación problemática:

1) Los ingresos mensuales de un empresario de máquinas electromecánicas están dados por la función:

$$f(x) = 100 \cdot x - 2x^2, \text{ donde } x \text{ es la cantidad de máquinas que se fabrican en el mes.}$$

2) Observen el gráfico y respondan:



- ¿Cuántas máquinas se deben fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?
- Si decimos que la ganancia fue de mil pesos aproximadamente, ¿cuántas máquinas se fabricaron?
- ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican cinco máquinas?
- ¿A partir de qué cantidad máquinas se comienza a tener pérdidas?

Actividad 2: Aplicación de distintos programas para graficar y Analizar la función cuadrática

1) Luego de responder las preguntas anteriores, grafiquen las siguientes funciones cuadráticas en la carpeta de forma tradicional y verifiquen los gráficos realizados utilizando el programa para graficar funciones y cálculos matemáticos (**Graphmática**).

Tengan en cuenta que el dominio es el conjunto los números reales.

$$a) f(x) = x^2 - 4 \quad b) f(x) = 4x^2 - 2x - 3$$

Actividad 3

1) A continuación, les proponemos realizar una tabla indicando los datos del análisis de las funciones anteriores. Para hacerla, pueden utilizar el procesador de textos o la hoja de cálculos.

La tabla puede ser similar a la siguiente:

Función $f(x): x^2 - 4$	
Raíces o ceros	
Vértice	
Intervalo de crecimiento	
Intervalo de decrecimiento	
Mínimo	
Imagen	
Intervalo de positividad	
Intervalo de negatividad	

2) También pueden obtener la fórmula de una función observando su gráfico. Esto es muy sencillo de realizar con el programa para graficar funciones y cálculos matemáticos (**Graphmática**).

ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACION 2

Introducción a las actividades

Esta secuencia permite el abordaje de los siguientes temas: Aplicación de las funciones cuadráticas a la ecuación de la trayectoria de una pelota de básquet en un tiro libre (ideal), e interpretación de los parámetros que intervienen en la fórmula de la función.

Para poder realizar las actividades presentadas a continuación, es necesario que manejen las relaciones trigonométricas y la fórmula de la función cuadrática.

Actividad 1: Presentación de la función e identificación de los parámetros

Se trabajará con base en la función $f(x) = Ax^2 + Bx + C$. Sin embargo, atendiendo a las condiciones iniciales del tiro libre de básquet –que corresponde a un tiro oblicuo–, debe considerarse que:

A se relaciona con la aceleración de la gravedad, la velocidad inicial y el ángulo de tiro –medido respecto de la horizontal–; **B** se relaciona con el ángulo de tiro; **C** representa la

altura desde la que parte la pelota –que depende de la altura del Basquetbolista–. En estas condiciones, la ecuación de la trayectoria de la pelota de básquet en el tiro libre es:

$$y = y_0 + \operatorname{tg}(\alpha_0) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha_0)} x^2$$

–Se puede aproximar la gravedad

a 10 m/s^2 –.

- 1) Dentro de esta fórmula, identifiquen los parámetros **A**, **B** y **C**.

- 2) ¿Qué parámetros de la ecuación cuadrática varían al modificar la velocidad de tiro al momento del lanzamiento? ¿Y si se modifica la altura de tiro? ¿Y si ahora cambia el ángulo de tiro?

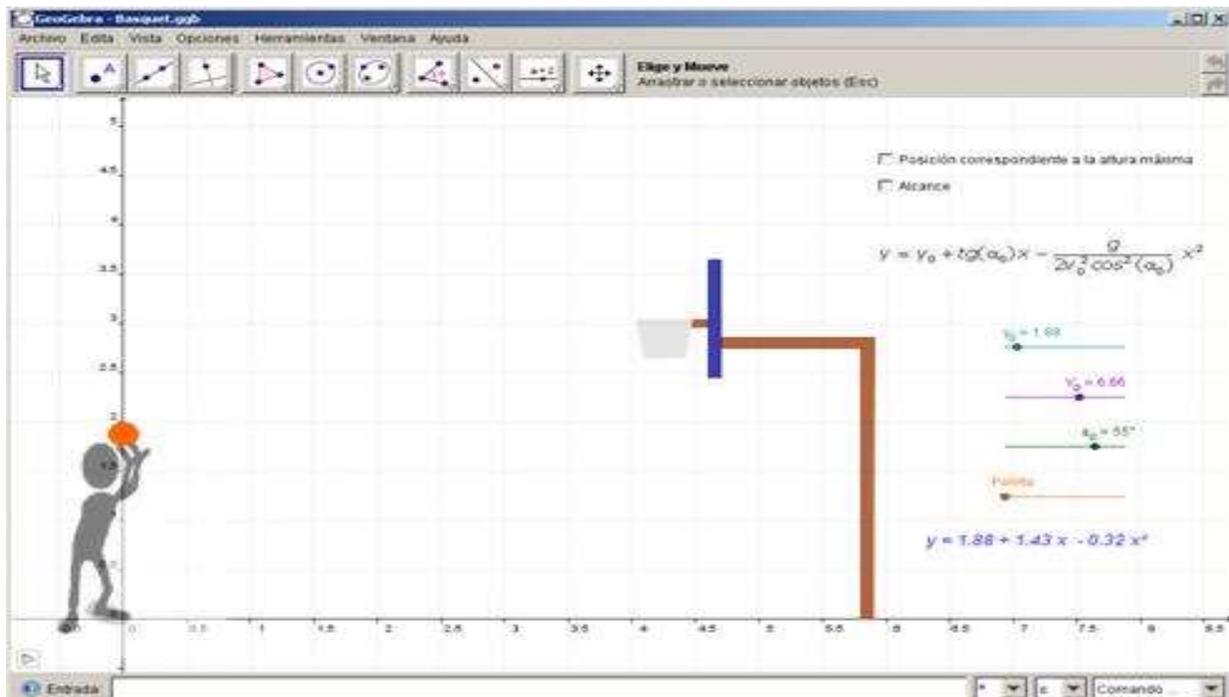
Si trabajan en coordinación con un docente de Física, él podrá darles el enfoque y la interpretación correspondiente a su asignatura. En tal caso, puede analizarse la descomposición de la velocidad en sus componentes rectangulares mediante las relaciones trigonométricas.

Actividad 2: Visualización de la trayectoria y de los cambios físicos que se producen al variar los parámetros

Para realizar esta actividad, deben descargar el archivo de GeoGebra.

El origen de las coordenadas se ubicó en el punto en el que se para el jugador para ejecutar el tiro libre, y las medidas respetan aproximadamente a las medidas reales.

Podrán variar las condiciones iniciales del tiro libre de básquet (altura, velocidad y ángulo de tiro) y visualizar cómo varía la trayectoria en función de ellos.



Después de variar las condiciones iniciales, y antes de iniciar el lanzamiento, es conveniente mover el deslizador "Pelota", de manera que la pelota se ubique en el punto de partida (como se observa en la imagen). Ahora sí, activen la pelota con el botón , que se encuentra en el extremo inferior izquierdo de la pantalla.

Pueden ensayar varios tiros hasta lograr el enceste (pueden estimar las posiciones iniciales, considerando qué parámetros pueden variar si necesitan, por ejemplo, que la curva sea más “cerrada”, o si es preciso que la pelota alcance mayor altura, etcétera).

Si quieren borrar las trayectorias anteriores, alcanza con presionar Ctrl + F.

También pueden buscar en Internet la altura de algunos basquetbolistas famosos e intentar distintas velocidades y ángulos de tiro hasta encestar. Además, podrían indicarles distintas condiciones iniciales y pedirles que hallen la posición de la pelota al alcanzar la altura máxima en ese tiro, o el alcance de ella, en el caso de no encestar.

Se muestran dos ejemplos:

Si la pelota parte desde una altura de 2,05 m con un ángulo de 50° y una velocidad de 7,30 m/s, ¿cuál será la posición de la pelota al alcanzar la altura máxima?

Si ahora la pelota parte desde una altura de 2,30 m con un ángulo de 60° y una velocidad de 6,8 m/s, ¿a qué distancia del jugador la pelota tocará el piso (a esta distancia se la llama alcance)?

Para verificar las soluciones obtenidas, sus alumnos podrán ubicar los deslizadores según las condiciones del problema y tildar las casillas correspondientes en el mismo archivo. Los deslizadores también pueden usarse haciendo clic sobre cada uno y moviéndolos con las flechas del teclado.

Igualmente pueden incluirse problemas en los que se dan algunas de las posiciones iniciales y se buscan otras, como: en el último partido, Juan lanzó un tiro libre y la pelota alcanzó la máxima altura al ubicarse en el (2,83; 4). Cuando realizó el lanzamiento, Juan

soltó la pelota a 1,90 m del piso y con un ángulo de tiro de 56° . ¿Con qué velocidad lanzó la pelota?

Como en los problemas anteriores, la respuesta puede verificarse en el mismo archivo, pero esta vez se deberán mover los deslizadores hasta los valores que se dieron como dato y hasta la velocidad obtenida, y verificar el punto donde se alcanza la altura máxima. (Es aconsejable trabajar con todos los decimales de la calculadora para no propagar errores, y redondear los centésimos solo en la respuesta).

PLAN DE CLASES NÚMERO 2

LAS FUNCIONES NOS APROXIMAN A LA MATEMÁTICA

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS

DOCENTES: SANTIAGO LÓPEZQ QUINTERO

GRADO: 11°3 (UNDÉCIMO)

Nº DE ESTUDIANTES: 34

MATERIAL A UTILIZAR: Graph, Geogebra, páginas web de matemáticas.

PENSAMIENTO	ESTÁNDARES
<p>ESPACIAL</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. • Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
<p>MÉTRICO</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. • Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones

	entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.
NUMÉRICO	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. • Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.

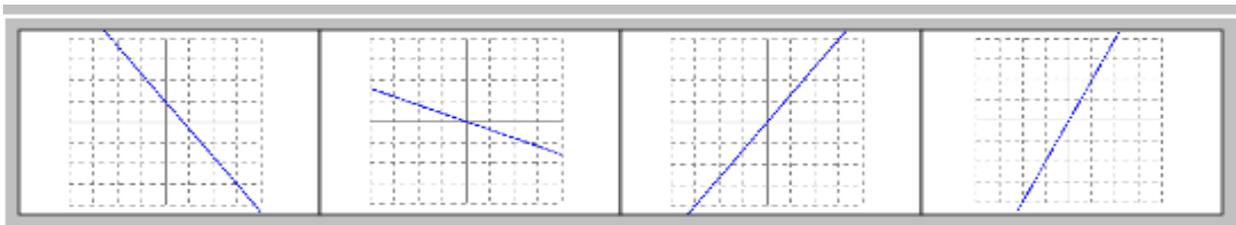
COMPETENCIAS	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Comunicativa	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica correctamente sus ideas • Se expresa adecuadamente en forma oral y escrita
Razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> • Deduce conclusiones acertadas a partir de premisas • Estructura generalizaciones de enunciados lógicos.
Planteamiento y resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla y aplica diferentes estrategias para la solución de un problema • Construye ideas coherentes para el desarrollo de problemas • Generaliza soluciones

ACTIVIDADES EN JCLIC

ACTIVIDAD 1

Dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

Con base en este enunciado, ordena de menor a mayor las gráficas con respecto su pendiente.



¿Te atreves a unir las rectas que son paralelas?

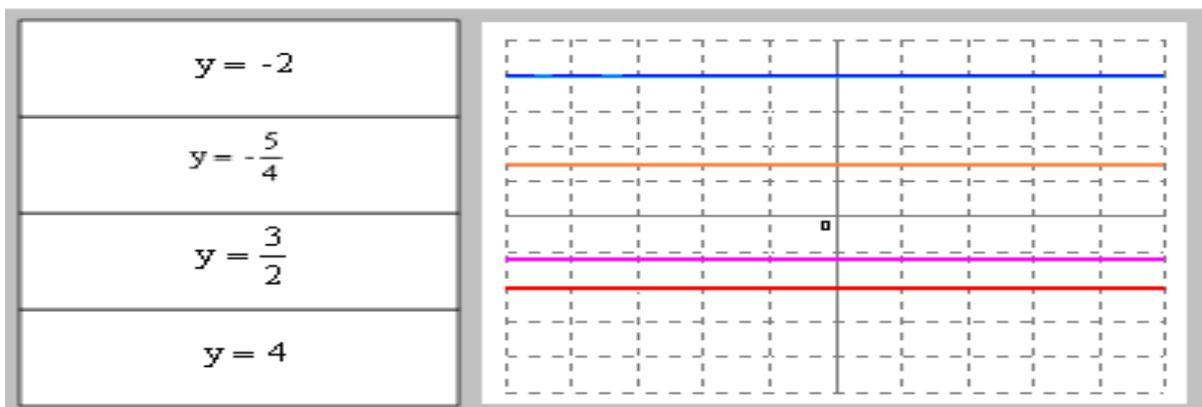
$y = -\frac{2}{5}x$	$y = \frac{2}{3}x + 2$	$y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{3}$	$y = -3x - 5$
$y = -3x + 4$	$y = 2x - 5$	$y = 2x$	$y = \frac{2}{3}x$

La función $y=k$, en la que el valor de y no depende de x , se llama función constante.

Se representa por una recta paralela al eje X , a una distancia k de éste.

Si te fijas, en este tipo de funciones, la pendiente vale 0.

Identifica cada ecuación con la recta correspondiente.



Hasta ahora, has aprendido a calcular la pendiente de una recta mirando a su gráfica.

Imaginemos que ahora me dan dos puntos por los que pasa la recta, $P_1(x_1, y_1)$ $P_2(x_2, y_2)$. Entonces la pendiente m es

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Teniendo en cuenta la información anterior halla las pendientes de las rectas dadas por los puntos P y Q.

(3,1) y (6,5)	(-3,7) y (-5,1)	$m=-3/4$	$m=-3/7$
(3,-2) y (5,11)	(6,1) y (-2,7)	$m=13/2$	$m=4/3$
(3,-4) y (7,2)	(4,-5) y (-3,-2)	$m=3/2$	$m=3$

Si de una recta conocemos un punto $P(a,b)$ y su pendiente m , entonces podemos escribir la ecuación punto-pendiente de la recta que será:

$$y=b+m(x-a)$$

Une cada punto y cada pendiente con la ecuación de la recta correspondiente.

$P(6,1) \quad m=-3/4$	$P(7,2) \quad m=3/2$	$y = 2 + \frac{3}{2}(x - 7)$	$y = 11 + \frac{13}{2}(x - 5)$
$P(6,5) \quad m=4/3$	$P(-3,7) \quad m=3$	$y = -2 - \frac{3}{7}(x + 3)$	$y = 5 + \frac{4}{3}(x - 6)$
$P(-3,-2) \quad m=-\frac{3}{7}$	$P(5,11) \quad m=13/2$	$y = 1 - \frac{3}{4}(x - 6)$	$y = 7 + 3(x + 3)$

¡Atrévete a escribir la ecuación punto pendiente!

P(-2,1) m=3	P(-3,1) m=2	
P(3,0) m=-3	P(0,0) m=1	
P(5,2) m=3	P(5,-2) m=4	

Realiza operaciones y consigue expresar las ecuaciones de las rectas en su forma general.

$y = -3(x-3)$	$y = 1 + 3(x+2)$	$x - y = 0$	$3x - y + 7 = 0$
$y = -2 + 4(x-5)$	$y = 2 + 3(x-5)$	$3x + y - 9 = 0$	$2x - y + 7 = 0$
$y = 1 + 2(x+3)$	$y = x$	$3x - y - 13 = 0$	$4x - y - 22 = 0$

Asocia cada enuncia con una ecuación.

Pasa por (1,-5) y es paralela a $y = 2x$	$y = -x + 1$
Pasa por el punto (2,2) y su ordenada en el origen vale -6	$y = 2x - 8$
Pasa por (-2,3) y (5,-4)	$y = 2x - 7$
Pasa por (3,-2) y su pendiente es 2	$y = 4x - 6$

OTRAS ACTIVIDADES

Propósitos generales

Promover el trabajo en red y colaborativo, la discusión y el intercambio entre pares, la realización en conjunto de la propuesta, la autonomía de los alumnos y el rol del docente como orientador y facilitador del trabajo.

Estimular la búsqueda y selección crítica de información proveniente de diferentes soportes, la evaluación y validación, el procesamiento, la jerarquización, la crítica y la interpretación.

Introducción a las actividades

En esta secuencia estudiaremos los diferentes elementos que componen el gráfico de una función cuadrática. En las actividades los alumnos tendrán que graficar diferentes funciones cuadráticas utilizando el programa Geogebra y deberán reconocer el eje de simetría, el vértice y las raíces de diferentes funciones. También deberán calcular estos elementos, de forma analítica, utilizando las expresiones matemáticas correspondientes.

Objetivos de las actividades

Identificar y reconocer las partes de la función cuadrática (eje de simetría, vértices, raíces) mirando gráficos.

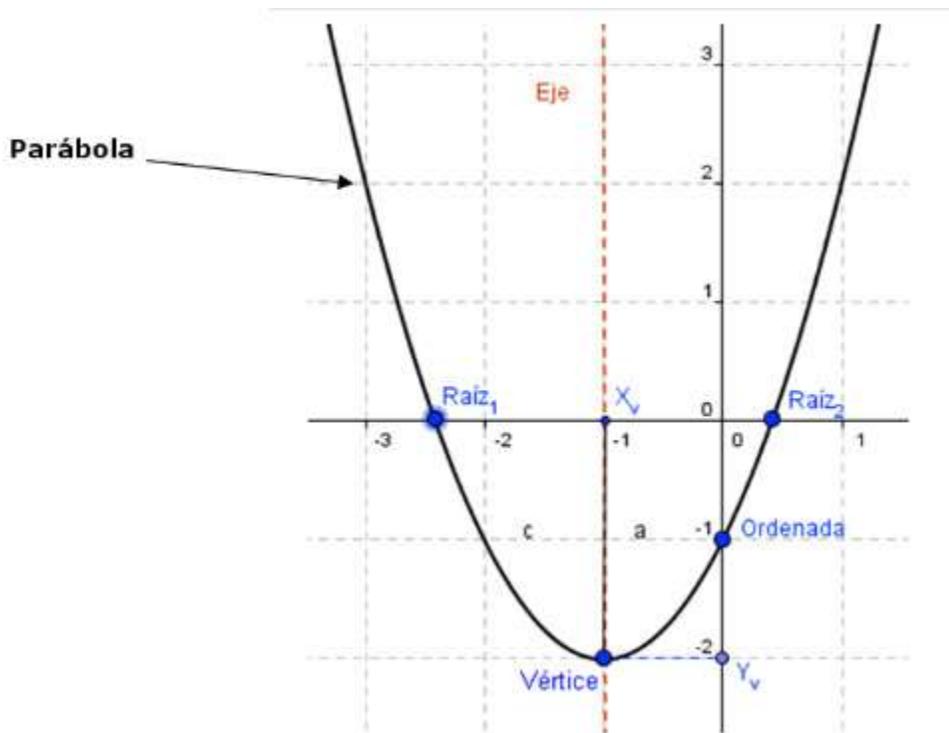
Estudiar y calcular gráfica y analíticamente las raíces y el vértice de funciones cuadráticas.

Actividad 1

1) Antes de comenzar, analicen junto con el docente la siguiente información sobre la función cuadrática:

- Toda función cuadrática se puede expresar de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son números reales y $a \neq 0$. Esta forma de escribir a la función cuadrática se denomina **polinómica**.

- El gráfico de una función cuadrática está formado por puntos que pertenecen a una curva llamada **parábola**. Miren el gráfico y vean los elementos que se distinguen en él:



Raíces ($raíz_1$ y $raíz_2$): las raíces o ceros de la función cuadrática son aquellos valores de x para los cuales la expresión vale 0. Gráficamente, las raíces corresponden a las abscisas de los puntos donde la parábola corta al eje x .

Podemos determinar las raíces de una función cuadrática igualando a cero la función $f(x) = 0$, y así obtendremos la siguiente ecuación cuadrática: $ax^2 + bx + c = 0$

Para calcular las raíces se utiliza la siguiente fórmula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Eje de simetría (eje): representa la recta vertical simétrica con respecto a la parábola.

El eje de simetría de una parábola puede determinarse mediante la siguiente

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

expresión:

donde x_1 y x_2 son las raíces de la función cuadrática.

Vértice (vértice): el vértice de la parábola está ubicado sobre el eje de simetría y es el único punto de intersección de la parábola con el eje de simetría. A la coordenada x de este punto la llamaremos x_v y a la y , y_v . El vértice de la parábola vendrá dado por las siguientes coordenadas: $V = (x_v; y_v)$.

Las coordenadas del vértice también pueden hallarse analíticamente por las siguientes expresiones:

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

El valor x_v se obtiene con la misma expresión que el eje de simetría:

Una vez obtenido el valor x_v podemos determinar y_v evaluando la función cuadrática $y_v = f(x_v)$.

2) A partir de lo analizado anteriormente, contesten las siguientes preguntas:

- a) ¿Una función cuadrática tendrá siempre dos raíces?
- b) ¿El grafico de la función cuadrática será siempre una parábola cóncava (con las ramas hacia arriba), como se muestra en el gráfico?

Características de la función cuadrática

Actividad 2

1) ¿Cuáles de las siguientes son funciones son cuadráticas?

a) $f(x) = 2(x - 3)^2 - 5(2x + 3) + 8x(3 - 2x)$

b) $g(x) = 4x^2 - 3(x - 6) - (2x - 3)^2 + 5x - 8$

c) $h(x) = 6x - 3x(x+5) - 2(x - 1)(3 - x) + 6$

d) $t(x) = 2(x-1)^2 - 2x(x + 2) + 5$

Utilizando el programa Geogebra, instalado en sus equipos portátiles, grafiquen las funciones cuadráticas encontradas. Luego señalen las raíces, el vértice y su eje de simetría.

2) Grafiquen las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 1$

b) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

c) $f(x) = x^2 - 2x + 2$

A partir de los gráficos realizados anteriormente, contesten:

a) ¿Existe diferencia entre los gráficos? Justifiquen su respuesta.

b) ¿Cuántas raíces tiene cada función?

c) ¿Se puede encontrar el vértice sobre la recta x en alguna de las funciones?

d) ¿Alguna de las funciones no corta en el eje x ? De ser así, indiquen cuánto valen sus raíces.

Actividad 3

1) Utilizando el programa Geogebra, grafiquen las siguientes funciones:

a) $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$

b) $g(x) = 1/2 x^2 + 3x - 1$

2) Una vez graficadas, determinen gráfica y analíticamente los siguientes elementos: raíces de la función, el vértice, el eje de simetría y la ordenada al origen de las funciones.

a) ¿Cuál es el punto de intersección entre las funciones? ¿Cómo podrían calcularlo analíticamente?

3) Hallen la expresión de la función cuadrática que cumpla con los siguientes requisitos:

- a) Su gráfico pasa por el punto $(3, -1)$ y su vértice es el punto $V = (-2, 3)$
- b) Su gráfico intersecta al eje y en $(0, 7)$ y su vértice es el punto $V = (3, 2)$

Actividad de cierre

- 1) Reunidos en grupos de dos o tres alumnos, investiguen en Internet o en otras fuentes la biografía del matemático Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi.
- 2) Analicen en qué consiste el método utilizado por este matemático para resolver ecuaciones cuadráticas. Discutan con sus compañeros la forma en que se obtienen las raíces de la ecuación cuadrática.
- 3) Consideren la siguiente función cuadrática: $y = 3x^2 - 2x - 1$. Encuentren sus raíces, según el método investigado, y luego hallen el vértice y la ordenada al origen. Con estos datos realicen en papel un gráfico aproximado.

ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACION

Actividad 1

Los ítems señalados con letras (a, b, c, etc.) son las preguntas que los alumnos deberán responder en el procesador de textos.

Reúnanse de a dos para discutir ideas, aunque cada integrante trabajará con su equipo portátil (si el número de alumnos es impar, puede haber un grupo de tres).

Para realizar la actividad deben utilizar el programa graficador GeoGebra y el procesador de textos –para responder las preguntas que se formulan–, y que es necesario que tengan los dos programas abiertos. La idea es que trabajen con el programa graficador y que vayan contestando las preguntas en el procesador de textos a medida que avanzan, de modo que al finalizar la actividad ya tengan todo respondido.

- 1) Abran el programa graficador y el procesador de textos.
- 2) Estudien cómo se modifica el gráfico de una función cuadrática al variar los coeficientes de su fórmula escrita en forma polinómica:

$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

Para ello utilicen la herramienta  , llamada **deslizador**. Esta herramienta permite modificar el valor de un número. Coloquen tres deslizadores llamados **a**, **b** y **c**, respectivamente. Hagan que varíen, por ejemplo, desde –5 hasta 5.

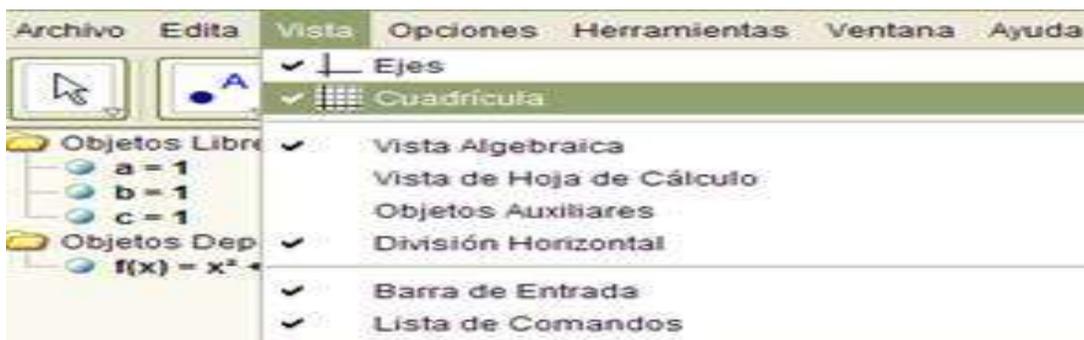
- 3) Escriban la fórmula de la función $f(x) = a * x ^ 2 + b * x + c$, en el campo de entrada. Inmediatamente aparecerá el gráfico que corresponde a los valores de **a**, **b** y **c** que

figuran en los deslizadores. Hagan que se vea la fórmula de la función junto al gráfico. Para ello, en la pestaña Básico / Propiedades, activen Muestra Objeto y Muestra Rótulo con la opción Nombre y Valor, como se muestra a continuación.



En la misma ventana hagan clic en la pestaña Color y elijan uno de su agrado para el gráfico de la función. Si hacen clic en la pestaña Estilo podrán modificar el grosor y el estilo del trazo.

4) Hagan clic en Vista y activen Ejes, Cuadrícula y Vista Algebraica.



5) Ahora hagan que aparezca el eje de simetría de la parábola. Para ello, escriban en el campo de entrada la ecuación de la recta $x = -b / (2 * a)$. Luego cámbienle el nombre

(llámenla Eje) y elijan un color y un estilo de línea punteada que les guste. En este momento, ya están en condiciones de analizar qué papel juegan los coeficientes **a**, **b** y **c**.

6) Pongan en uno los tres deslizadores.

7) Muevan el punto sobre el deslizador de **a** sin tocar los otros dos deslizadores; observen qué ocurre con el gráfico y respondan.

Utilizando el procesador de textos, disponible en sus equipos portátiles, respondan:

a) ¿Qué sucede a medida que el valor de **a** crece en valor absoluto?

b) ¿Cómo se relaciona el signo de **a** con la forma del gráfico?

8) Muevan el punto sobre el deslizador de **b** sin tocar los otros dos deslizadores; observen y respondan:

c) ¿Qué sucede al variar el valor de **b**?

9) Muevan el punto sobre el deslizador de **c** sin tocar los otros dos; observen y respondan:

d) ¿Qué ocurre al variar el valor de **c** ?

Cierre de la actividad

1) Coloquen los deslizadores de forma tal que el gráfico de la función cumpla estas tres condiciones:

las ramas van hacia abajo;

corta ambos ejes en 3;

su eje de simetría es -1,25.

2) Guarden el archivo de GeoGebra con el nombre “Cierre actividad 1”, y el del procesador de textos como “Respuestas actividad 1”.

Actividad 2

Los ítems señalados con letras (a, b, c, etc.) son las preguntas que los alumnos deberán responder en el procesador de textos.

1) Abran el programa graficador GeoGebra y el procesador de textos, disponibles en sus equipos portátiles.

2) Van a estudiar cómo se modifica el gráfico de una función cuadrática al variar los parámetros de su fórmula escrita de la forma:

$$f(x) = a(x - b)^2 + c$$

Para ello, van a utilizar **deslizadores**. Coloquen tres deslizadores llamados **a**, **b** y **c**, respectivamente. Hagan que varíen, por ejemplo, desde -5 hasta 5.

3) Escriban la fórmula de la función $f(x) = a * (x - b) ^ 2 + c$, en el campo de entrada. Hagan que se vea la fórmula de la función junto al gráfico y elijan un color que les guste.

4) Activen Ejes, Cuadrícula y Vista Algebraica.

5) Pongan en uno los tres deslizadores.

6) Muevan el punto sobre el deslizador de **a** sin tocar los otros dos deslizadores, observen qué ocurre con el gráfico y respondan:

a) ¿Qué sucede a medida que el valor de **a** crece en valor absoluto?

b) ¿Cómo se relaciona el signo de **a** con la forma del gráfico?

7) Muevan el punto sobre el deslizador de **b** sin tocar los otros dos deslizadores; observen y respondan:

c) ¿Qué sucede al variar el valor de **b** ?

8) Muevan el punto sobre el deslizador de **c** sin tocar los otros dos; observen y respondan:

d) ¿Qué ocurre al variar el valor de **c**?

e) ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de la parábola?

f) ¿Cómo se relacionan las coordenadas del vértice de la parábola con los parámetros **a**, **b** y **c**?

9) Para comprobar si respondieron correctamente las preguntas **e** y **f**, escriban en el campo de entrada la ecuación del eje de simetría que propusieron.

10) Renombren esa recta (llámenla Eje), elijan un color y un trazo con línea punteada.

11) Usen la herramienta  para marcar el punto de intersección entre la parábola y la recta Eje.

12) Renombren ese punto (llámenlo V), elijan un color que lo destaque y hagan que muestre su nombre y su valor.

13) Muevan el punto del deslizador **a**. ¿Se modifican las coordenadas del vértice?

14) Muevan el punto del deslizador **b**. ¿Con qué coordenada del vértice se relaciona?
¿Y si mueve el punto del deslizador **c**?

g) ¿Qué nombre recibe la forma en que está escrita la fórmula de la función?

Cierre de la actividad

1) Coloquen los deslizadores de manera que el gráfico de la función cumpla estas dos condiciones:

su vértice es el punto $(-3, 4)$;

corta el eje de las ordenadas en -14 .

2) Guarden el archivo de GeoGebra con el nombre “Cierre actividad 2”, y el del procesador de textos como “Respuestas actividad 2”.

PLAN DE CLASES NUMERO 3

MODELANDO Y APRENDIENDO

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUIS

DOCENTES: SANTIAGO LÓPEZQ QUINTERO

GRADO: 11°3 (UNDÉCIMO)

Nº DE ESTUDIANTES: 34

MATERIAL A UTILIZAR: Graph, Geogebra, páginas web de matemáticas.

PENSAMIENTO	ESTÁNDARES
<p>ESPACIAL</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas. • Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.

MÉTRICO	<ul style="list-style-type: none"> • Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición. • Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios se suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media
NUMÉRICO	<ul style="list-style-type: none"> • Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada. • Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.

COMPETENCIAS	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Comunicativa	<ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas en el lenguaje de las matemáticas • Reconoce los diversos símbolos utilizados en la matemática.
Razonamiento	<ul style="list-style-type: none"> • Construye ideas lógicas en su pensamiento • Articula pensamientos matemáticos con el mundo de la vida. • Generaliza propiedades y relaciones
Planteamiento y resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrolla y aplica diferentes estrategias para la solución de un problema • Utiliza distintos métodos para solucionar los problemas.

ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

La finalidad de esta actividad es presentar ejercicios representativos de funciones modeladas de manera convencional y/ o sugerida por la mayoría de textos de Pre cálculo y hacer unos comentarios o apuntes sobre las características y conceptos propios del tema de función matemática. Adicionalmente sus respectivas gráficas obtenidas en GRAPH 4.3.

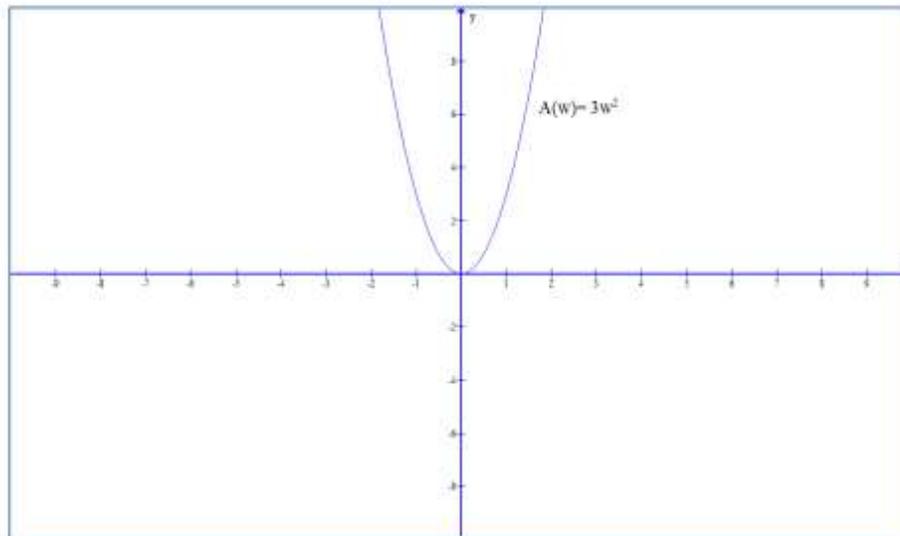
1. La longitud de un lote de edificación rectangular es tres veces su ancho. Encuentre una función que modele su área en términos de su ancho.



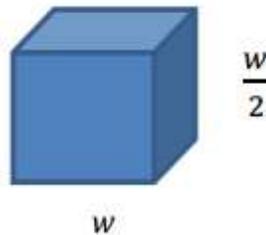
La función área $A(w)$, para el lote rectangular es:

$$\text{Área} = \text{largo} \cdot \text{ancho}$$

$$A(w) = 3w \cdot w = 3w^2$$

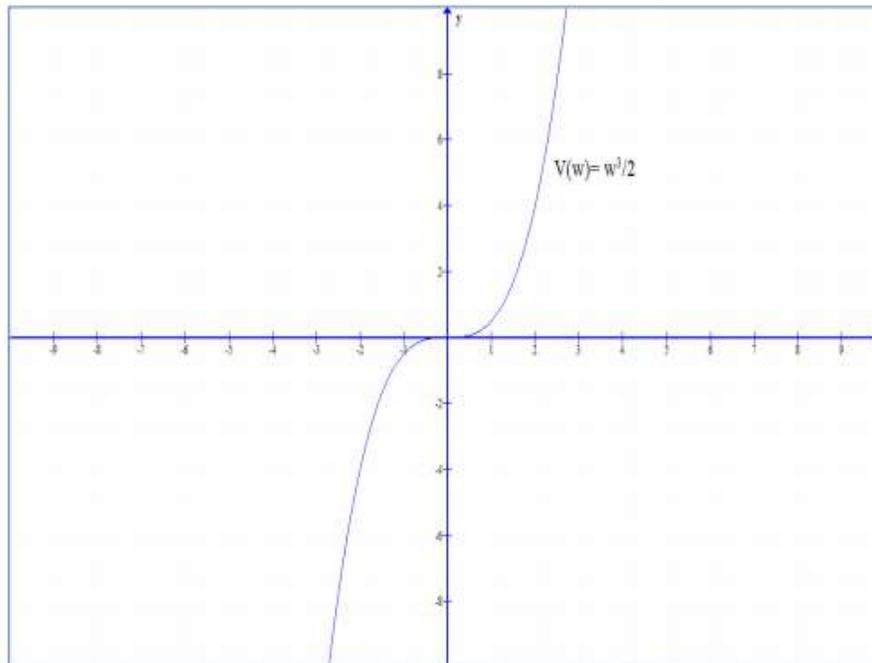


2. Una caja rectangular tiene una base cuadrada. Su altura es la mitad del ancho de la base. Encuentre una función que modele su volumen V en términos de su ancho w .

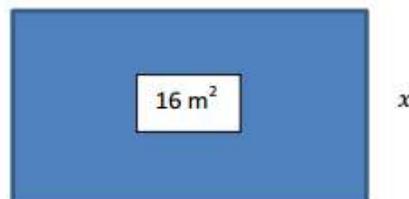


El volumen de la caja es el producto:

$$\text{Volumen} = \text{largo} \cdot \text{ancho} \cdot \text{alto}$$



3. Un rectángulo tiene un área de 16 m^2 . Encuentre una función que modele su perímetro P en términos de la longitud x de uno de sus lados.

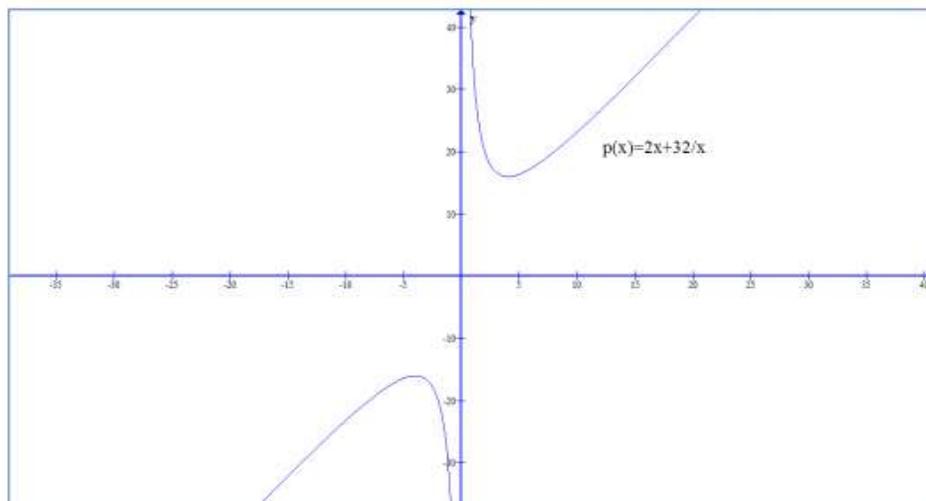


Si uno de los lados del rectángulo es x y su área es 16 m^2 , como el producto del largo por el ancho es el área, el largo del rectángulo será:

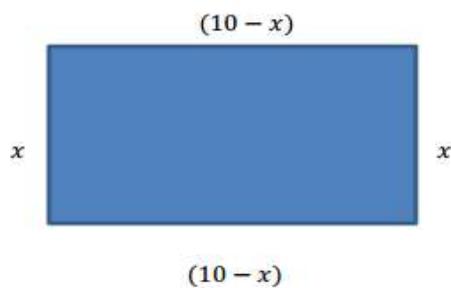
$$\text{largo} = \frac{16}{x}$$

Además el perímetro del rectángulo será dos veces la suma del largo y el ancho del rectángulo:

$$P(x) = 2x + 2\left(\frac{16}{x}\right) = 2x + \frac{32}{x}$$



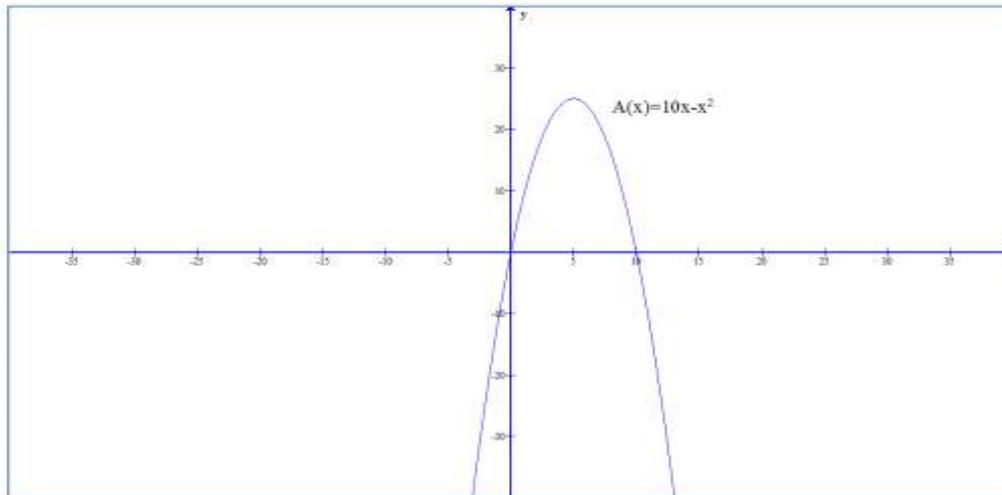
4. Un rectángulo tiene un perímetro de 20 pies. Encuentre una función que modele el área A en términos de la longitud x de uno de sus lados



Si el perímetro es 20 pies, se puede escribir el otro lado en términos de "x" y el perímetro.

Entonces la función área del rectángulo sería:

$$A(x) = (10 - x) \cdot x = 10x - x^2$$



ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN 1

4.1.2 MÓDULO 2. Práctica: Introducción a Función Lineal



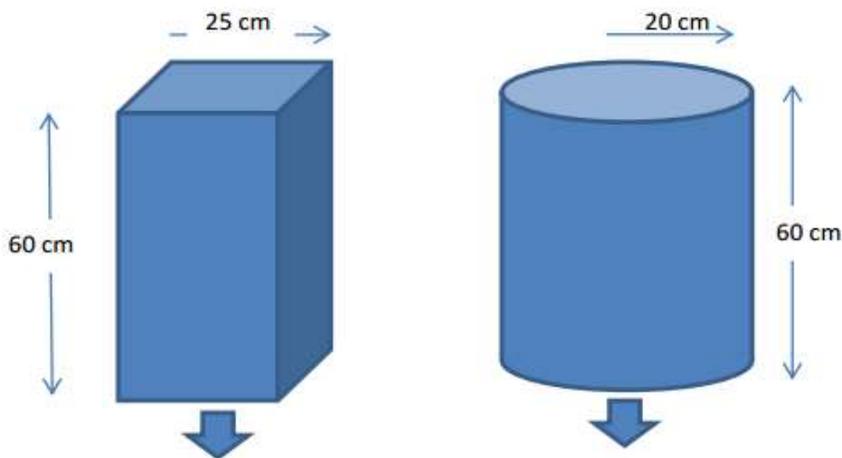
En este ejercicio propuesto se pretende evidenciar y visualizar cómo varía el volumen del recipiente a medida que se llena, aumentando la altura de llenado, para cada tipo de recipiente.

Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

- a. ¿Cuál es la variable independiente?
- b. ¿Cuál es la variable dependiente?
- c. Construir una tabla de datos para ambos recipientes, donde las variables son volumen y altura. ¿Podría variar la situación de acuerdo a la forma del recipiente?
- d. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique. Utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento.
- e. ¿Dónde se tiene en cuenta la forma del recipiente?

- f. Debe existir un límite para el llenado del recipiente. Muéstrelo y analícelo en la gráfica obtenida.
- g. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la cual se modela el evento?
- h. A medida que se registre la altura de llenado del recipiente y el volumen del mismo, en la tabla de datos del literal c, se puede establecer qué tipo de relación existe entre las dos variables, altura de llenado y volumen.
- i. Describir la forma de la gráfica obtenida en el literal d, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría asociarse.

SITUACIÓN DOS: VACIADO DE RECIPIENTES



En este ejercicio propuesto se pretende evidenciar y visualizar como varía el volumen del recipiente a medida que se drena, disminuyendo la altura, para cada tipo de recipiente.

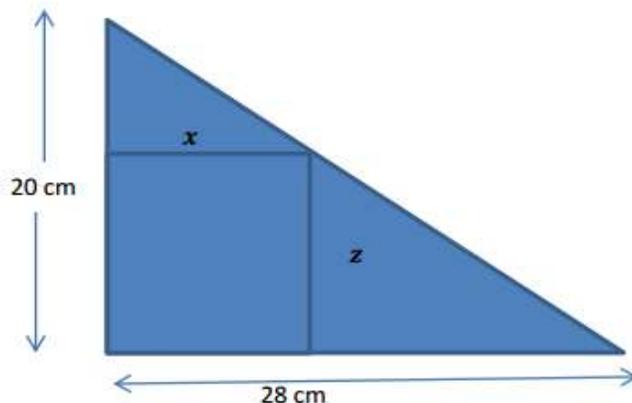
Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

- a. ¿Cuál es la variable independiente?
- b. ¿Cuál es la variable dependiente?

- c. Construir una tabla de datos para ambos recipientes, donde las variables son volumen y altura. ¿Podría variar la situación de acuerdo a la forma del recipiente?
- d. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique.
- e. De acuerdo al literal anterior y Utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento.
- f. ¿Dónde se tiene en cuenta la forma del recipiente?
- g. Debe existir un límite para el vaciado del recipiente, muéstrelo y analícelo en la gráfica obtenida.
- h. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la que se modela este evento?
- i. A medida que se registre la altura de vaciado del recipiente y el volumen del mismo, en la tabla de datos del literal c, se puede establecer qué tipo de relación existe entre las dos variables, altura de vaciado y volumen.
- j. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.

4.1.3 MODULO 3. Práctica: Introducción a la Función Cuadrática

SITUACIÓN UNO: INSCRIBIR UN RECTÁNGULO EN UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.



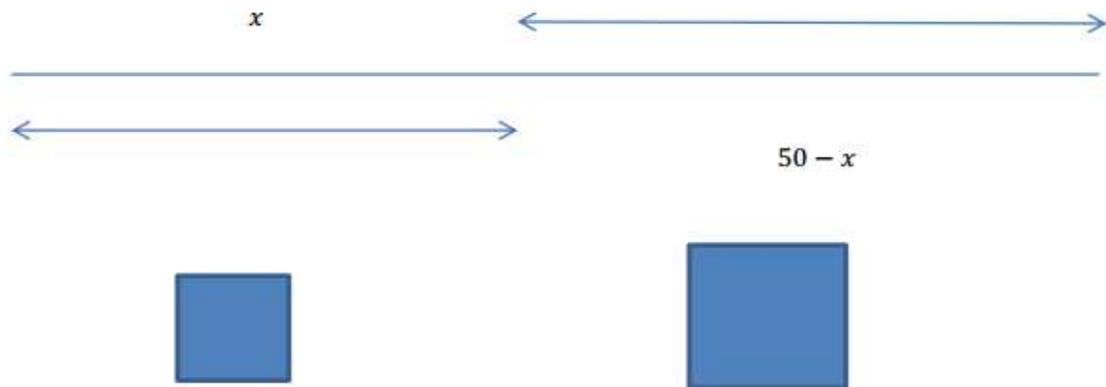
Dado un triángulo rectángulo, inscribir varios rectángulos como se muestra en la figura. De cada uno de ellos tomar sus dimensiones y calcular el área del rectángulo.

Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

- a. ¿Cuál es la variable independiente?
- b. ¿Cuál es la variable dependiente?
- c. Construir una tabla de datos, donde las variables son el largo del rectángulo inscrito y área del mismo.
- d. ¿Cómo se establecen las relaciones internas entre las medidas del rectángulo inscrito y las del triángulo rectángulo?
- e. ¿Con los datos obtenidos en el literal anterior, podría modelarse el problema? Explique.
- f. De acuerdo al literal anterior y utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado.
- g. ¿Existen para este evento específicos valores, no permitidos de la variable x ?
- h. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y rango de la función con la que se modela este evento?
- i. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.
- j. Con la gráfica obtenida en el GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más alto de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular. ¿Se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?

ACTIVIDAD DIDÁCTICA

Tome una longitud determinada de alambre por ejemplo 50 cm de largo y córtelo en dos trozos, uno de longitud x y el otro de $50 - x$, como se muestra en la figura, doble cada trozo en forma de cuadrado. Calcule el área de cada cuadrado obtenido y además la suma de las dos áreas. Haga este procedimiento para varios valores de x .



Atendiendo a la situación presentada analizar y responder:

- ¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- Construir una tabla de datos, donde las variables son lado del cuadrado y áreas de los dos cuadrados.
- ¿Con los datos obtenidos en el numeral anterior, podría modelarse el problema? Explique.
- De acuerdo al numeral anterior, utilizando el GRAPH 4.3 hacer la representación gráfica del evento modelado. ¿Cuál sería el caso?

- f. ¿Existen para este evento específico valores no permitidos de la variable x ?
- g. ¿Según el anterior literal, qué se puede decir del dominio y el rango de este evento modelado?
- h. Describir la forma de la gráfica obtenida, buscar rasgos característicos y con qué tipo de funciones podría definirse.
- i. Con la gráfica obtenida en el GRAPH 4.3 y su correspondiente ajuste de la función, visualmente trate de ubicar el valor más bajo de la función, o sea el valor de y y leer el correspondiente valor de x para este valor de y en particular. ¿Se puede decir algo de estas coordenadas con respecto a la función?
- j. ¿Se podría hablar de varios eventos especiales en este caso, máximos y/o mínimos de una función?

ACTIVIDAD DE RECORDERIS

Introducción a las actividades

En esta secuencia, se estudiará la interpretación de la función cuadrática a través de sus distintas formas de expresión: formas polinómicas, formas factorizadas y formas canónicas. Para ello, se proponen diferentes actividades en las cuales los alumnos trabajarán con el pasaje de una expresión a otra, y analizarán en qué casos conviene utilizar cada expresión.

Objetivos de las actividades

Reconocer la función cuadrática, que se puede expresar de diferentes formas.

Expresar la función cuadrática en formas canónicas, factorizadas y polinómicas.

Representar gráficamente las distintas formas de la función cuadrática.

Objetivos pedagógicos

Actividad 1

En general, las funciones cuadráticas se expresan de la siguiente manera: $y = ax^2 - bx - c$, con $a \neq 0$. Pero esta ecuación se puede expresar de distintas formas según el tipo de análisis que necesitemos realizar.

1) Para aprender cómo pasar de una forma de expresión a otra, visiten los siguientes links:

2) Luego de ver los videos, realicen un resumen con la información obtenida y respondan a las preguntas que se presentan a continuación:

- a) Expresen de manera algebraica las distintas formas de escritura de una función cuadrática.
- b) ¿Qué datos se obtienen en cada una de las expresiones anteriores?
- c) ¿En qué casos conviene utilizar cada expresión?

Actividad 2

1) Analicen la siguiente situación y respondan a las preguntas:

Los meteorólogos de la provincia de San Luis determinaron que la temperatura media en el mes de agosto viene dada por la siguiente expresión:

$$T(t) = -\frac{1}{10}(t - 12)^2 + 20$$

T es la temperatura media en grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$) y t representa la hora del día.

- a) Utilizando el programa graficador GeoGebra, representen la expresión anterior.
- b) ¿Cuál fue la temperatura máxima en el mes de agosto? ¿A qué hora del día se registró?
- c) ¿Qué temperatura se registró a las 3 de la tarde?

d) ¿Hubo temperatura por debajo de los 0 °C? ¿A qué hora?

e) Expresen la ecuación dada por los meteorólogos, para la temperatura media de una forma diferente.

Actividad 3

1) Utilizando algunos de los programas graficadores (GeoGebra, Winplot o Graphmatica), grafiquen las funciones y completen los datos de cada columna:

Función	Raíces	Eje de simetría	Ordenada al origen	Vértice
$y = x^2 - 4x - 5$				
$y = -(x - 3)^2 + 1$				
$y = x(x + 4)$				
$y = -(x - 1)(x - 1)$				
$y = -x^2 + 2x - 4$				

Actividad de cierre

1) Reunidos de a dos o de a tres alumnos, y utilizando el procesador de textos, disponible en sus equipos portátiles, construyan una tabla como la que se presenta a continuación:

Forma	Expresión de la función	Parámetro	Fórmulas para obtener raíces y vértices
Polinómicas o generales	$y = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$		
Factorizadas			$X_v = (X_1 + X_2)/2$; $Y_v = f(X_v)$
Canónicas		$a; (X_v ; Y_v)$	

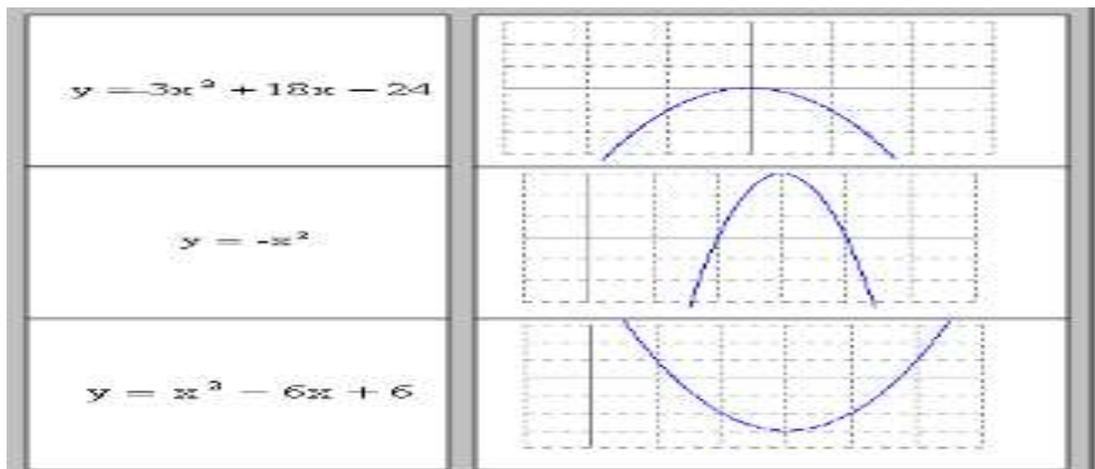
ACTIVIDADES CON JCLIC

Se llama Dominio de definición de una función f , y se designa por $\text{Dom } f$, al conjunto de valores de x para los cuales existe la función, es decir, para los cuales hay un $f(x)$.

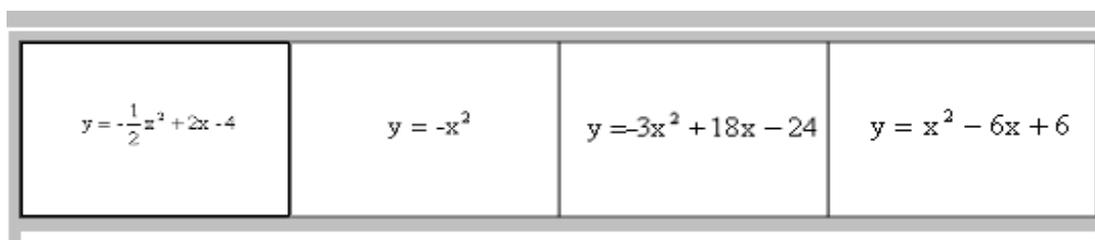
¿Sabrías unir cada función con su dominio?

$y = \frac{1}{5x-15}$	$y = \frac{1}{x^2-2x-8}$	$\mathbb{R} - \{-3,3\}$	$\mathbb{R} - \{-2,4\}$
$y = \sqrt{x+5}$	$y = \sqrt{2-x}$	$[-5, \infty)$	$(-\infty, 2]$
$y = \sqrt{x^2+1}$	$y = \frac{x}{x^2-9}$	$\mathbb{R} - \{3\}$	\mathbb{R}

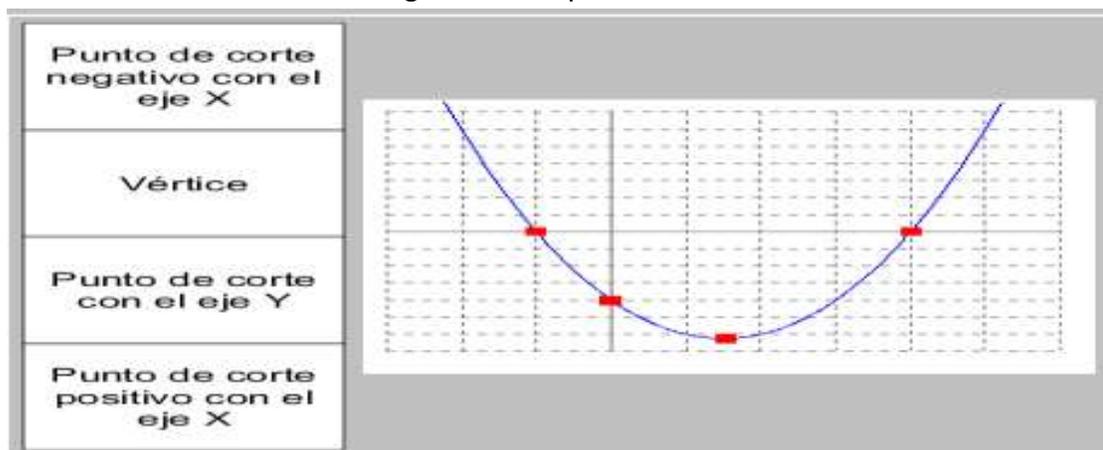
Asocia a cada ecuación una parábola



Escribe la abscisa del vértice de cada una de estas parábolas



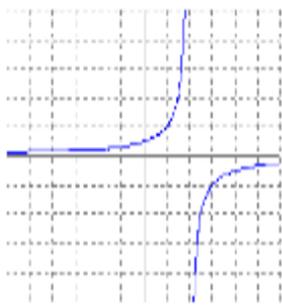
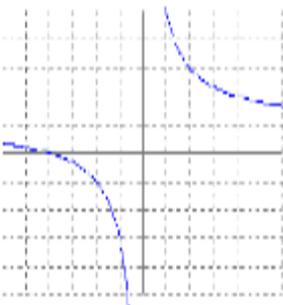
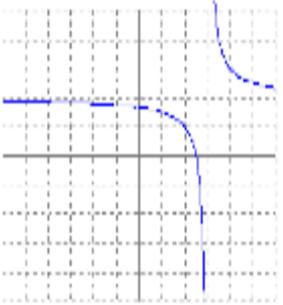
Identifica cada elemento en la gráfica de la parábola



Relaciona tablas de valores y ecuación

<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>-1</td> <td>-4</td> <td>-9</td> <td>-16</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	X	0	-1	-4	-9	-16	Y	0	1	2	3	4	$y = \sqrt{-x}$
X	0	-1	-4	-9	-16								
Y	0	1	2	3	4								
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-8</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	X	-8	-1	0	1	27	Y	-2	-1	0	1	3	$y = 4 - 2\sqrt{x-1}$
X	-8	-1	0	1	27								
Y	-2	-1	0	1	3								
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>-4</td> </tr> </tbody> </table>	X	1	2	5	10	17	Y	4	2	0	-2	-4	$y = -2 + \sqrt{x-1}$
X	1	2	5	10	17								
Y	4	2	0	-2	-4								
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	X	1	2	5	10	17	Y	-2	-1	0	1	2	$y = \frac{2}{\sqrt{x}}$
X	1	2	5	10	17								
Y	-2	-1	0	1	2								

Une cada expresión con su ecuación analítica, fíjate en los dominios de las funciones.

$y = 2 + \frac{1}{x-3}$	$y = \frac{4}{x} + 1$	$y = \frac{-1}{x-2}$
		

Asocia cada tabla de valores a una ecuación.

<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0.5</td> <td>0.25</td> </tr> </tbody> </table>	X	-1	0	1	2	Y	2	1	0.5	0.25	$y = 2^x$
X	-1	0	1	2							
Y	2	1	0.5	0.25							
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>0.2</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>25</td> </tr> </tbody> </table>	X	-1	0	1	2	Y	0.2	1	5	25	$y = 5^x$
X	-1	0	1	2							
Y	0.2	1	5	25							
<table border="1"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>0.5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	X	-1	0	1	2	Y	0.5	1	2	4	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
X	-1	0	1	2							
Y	0.5	1	2	4							

OTRAS ACTIVIDADES

ACTIVIDAD 1

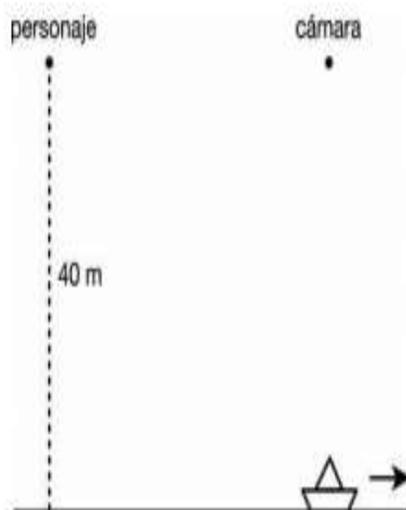
Matias recuerda una discusión mantenida en clase el año anterior, antes del debate abierto que organizaron para el Día de las Américas. Tenían que encargar los afiches para pegar en las paredes, e intentaban determinar cuál debía ser la ampliación que debían encargar de unas postales cuadradas, pequeñas pero muy adecuadas.

- Expresen el crecimiento del área ocupada por el afiche cuando se encargan fotocopias ampliadas y realicen un gráfico que les permita encontrar rápidamente el valor del área para cualquier ampliación que deseen. (Recuerden que la ampliación al 20%, por ejemplo, significa que el largo, el ancho, la diagonal... resultarán de una longitud mayor en un 20%).
- Comparen el crecimiento del área del afiche y el crecimiento de su contorno, en relación con la ampliación del lado de la postal.
- Expresen mediante fórmulas ambos crecimientos y realicen las gráficas cartesianas correspondientes. ¿Cómo se comportan? ¿En qué se parecen y en qué se diferencian?

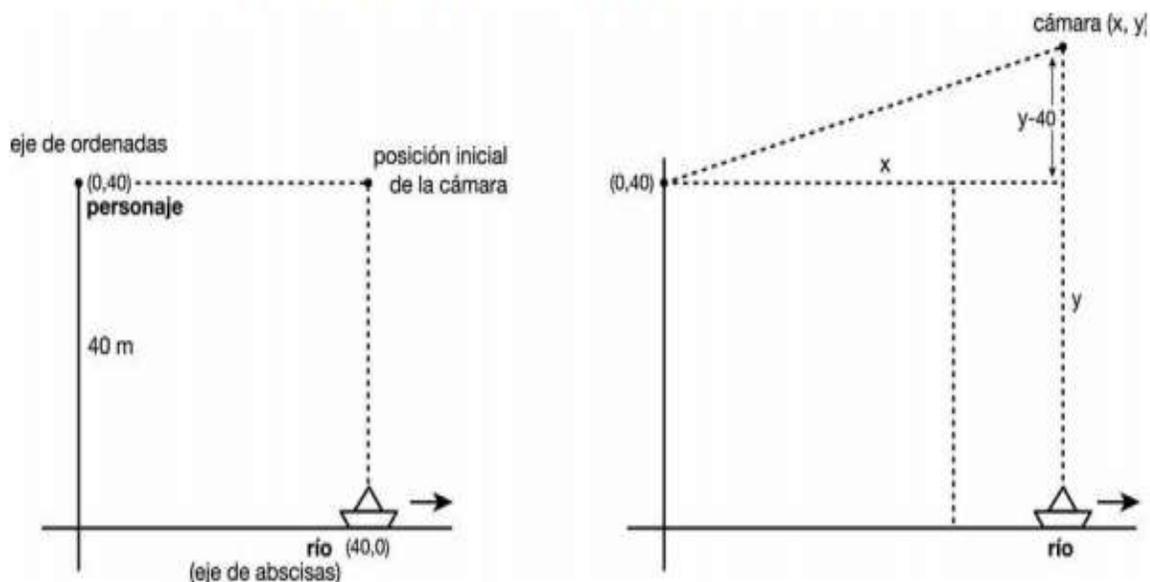
ACTIVIDAD 2

Un director de cine quiere rodar la última escena de la película del siguiente modo: un personaje inmóvil ve marchar un barco a lo largo de un río que corre en línea recta y a 40 m de la persona.

- a. El director proyecta hacer un largo travelling, manteniendo igualmente enfocados al barco y al personaje, es decir, teniendo siempre a ambos equidistantes de la cámara.



- b. Dibujen aproximadamente la trayectoria. Para poder dibujar la trayectoria con precisión, se puede buscar su ecuación usando el siguiente sistema de referencia.



Encuentren la ecuación y dibujen la gráfica, destacando la parte que corresponde al problema.

- c. Comparen la gráfica con la realizada en **a**.
- d. Si se piensa en la trayectoria de la cámara como un conjunto de puntos ¿Qué condiciones verifican estos últimos? ¿A qué curva conocida pueden asociar la gráfica?

Para investigar

En distintas disciplinas, es posible identificar fenómenos en los que algunas variables se relacionen mediante la función cuadrática.

En Física, por ejemplo, Galileo descubrió que la expresión que relaciona la distancia d que recorre un cuerpo en caída libre en un tiempo t es cuadrática.

Averigüen cuál es dicha expresión y dibujen su gráfica.

ANEXO 8 [\(volver\)](#)

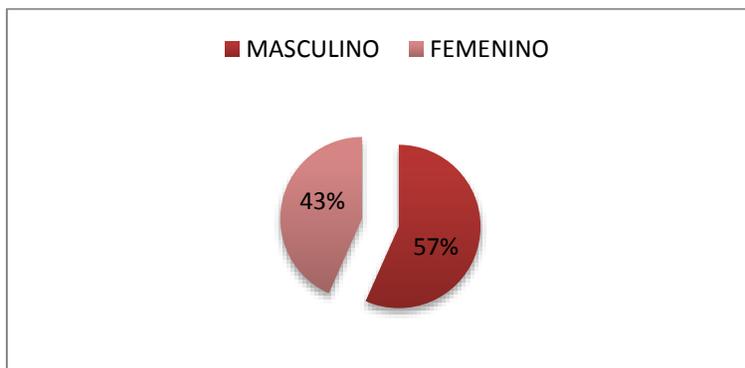
TABULACIÓN DE LAS ENCUESTAS E INSTRUMENTOS DE CARACTERIZACIÓN

En este anexo se pueden encontrar la tabulación de los instrumentos del diagnóstico y de la prueba diagnóstica por competencias.

1.

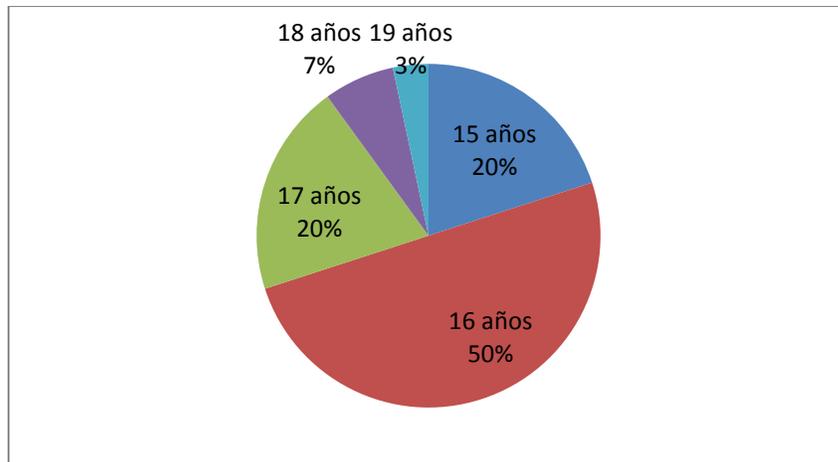
a) Sexo.

MASCULINO	FEMENINO
17	13



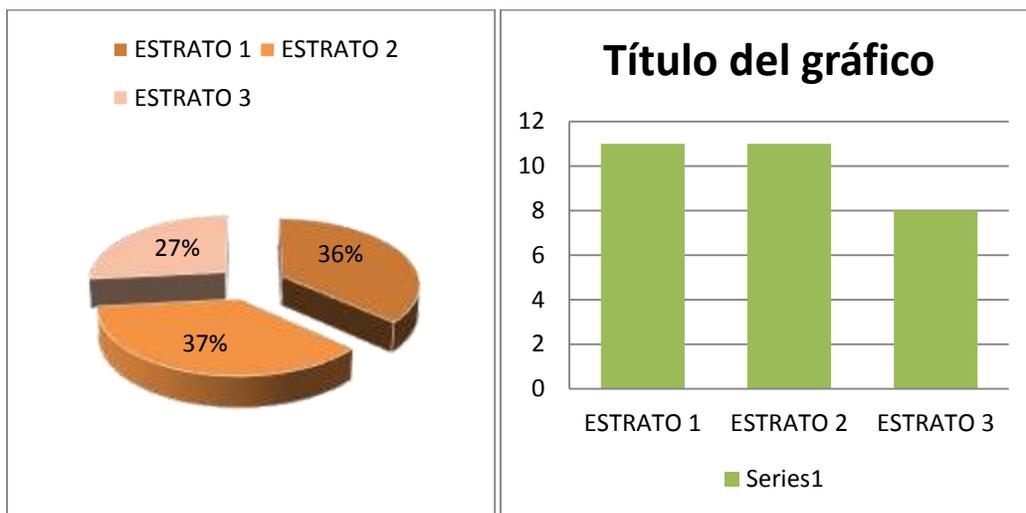
b) Edad.

15 AÑOS	16 AÑOS	17 AÑOS	18 AÑOS	19 AÑOS
6	15	6	2	1



c) Estrato socioeconómico.

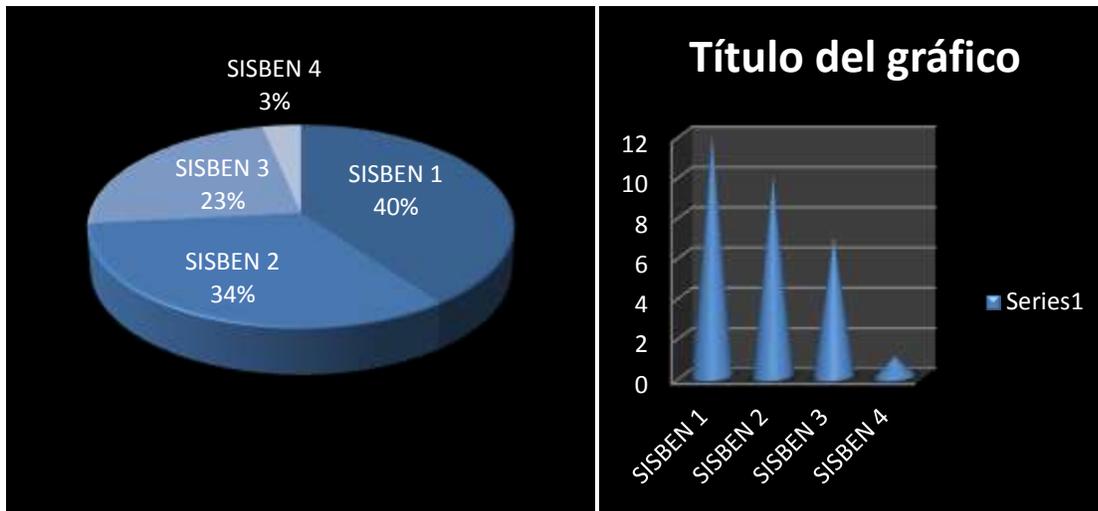
ESTRATO 1	ESTRATO 2	ESTRATO 3
11	11	8



2.

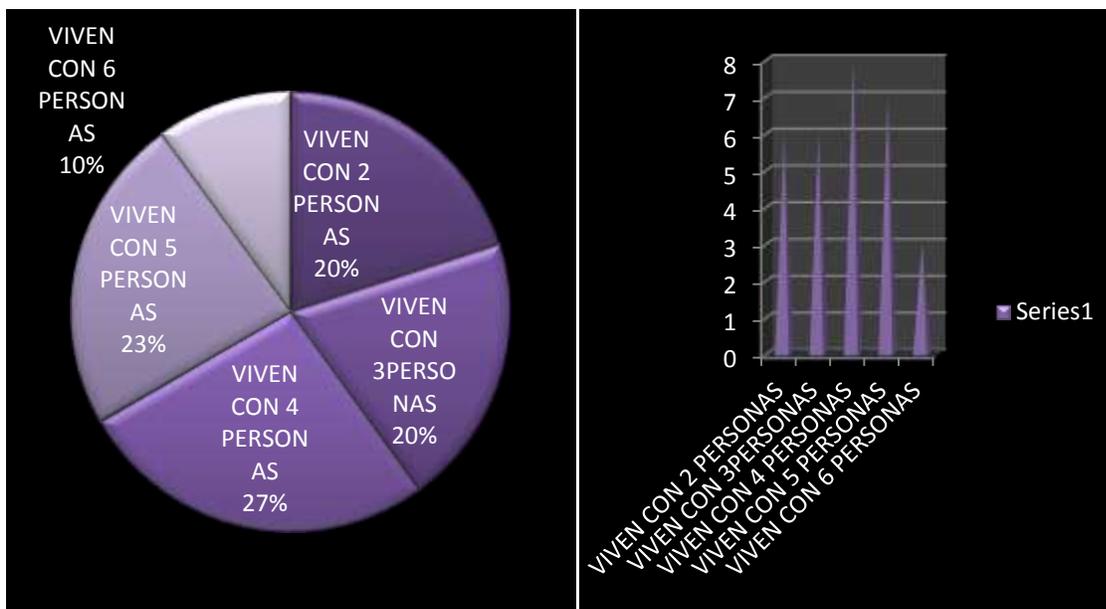
a) Nivel del sisbén.

SISBEN 1	SISBEN 2	SISBEN 3	SISBEN 4
12	10	7	1



b) Número de personas con las que vive.

VIVEN CON 2 PERSONAS	VIVEN CON 3 PERSONAS	VIVEN CON 4 PERSONAS	VIVEN CON 5 PERSONAS	VIVEN CON 6 PERSONAS
6	6	8	7	3



3. ¿Con quién vive?

a) Padres.

VIVEN CON EL PADRE	VIVEN SIN EL PADRE
27	3



b) Hermanos.

VIVEN CON HERMANOS	VIVEN SIN HERMANOS
24	6



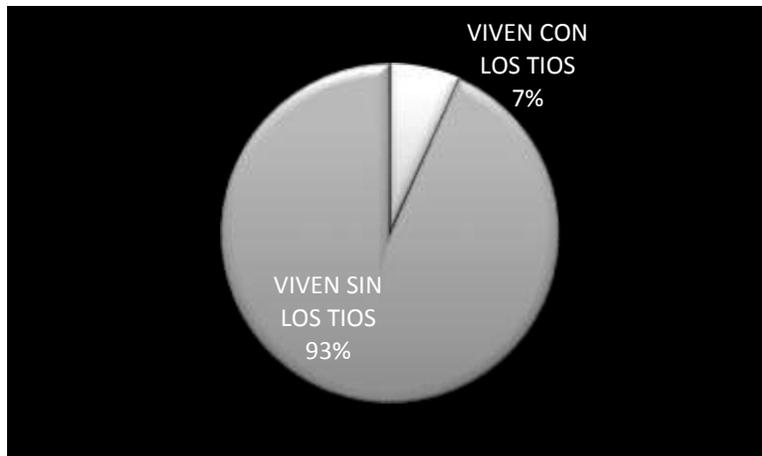
c) Abuelos.

VIVEN CON LOS ABUELOS	VIVEN SIN LOS ABUELOS
10	20



d) Tíos.

VIVEN CON LOS TIOS	VIVEN SIN LOS TIOS
2	28



e) Sobrinos.

VIVEN CON SOBRINOS	VIVEN SIN SOBRINOS
4	26



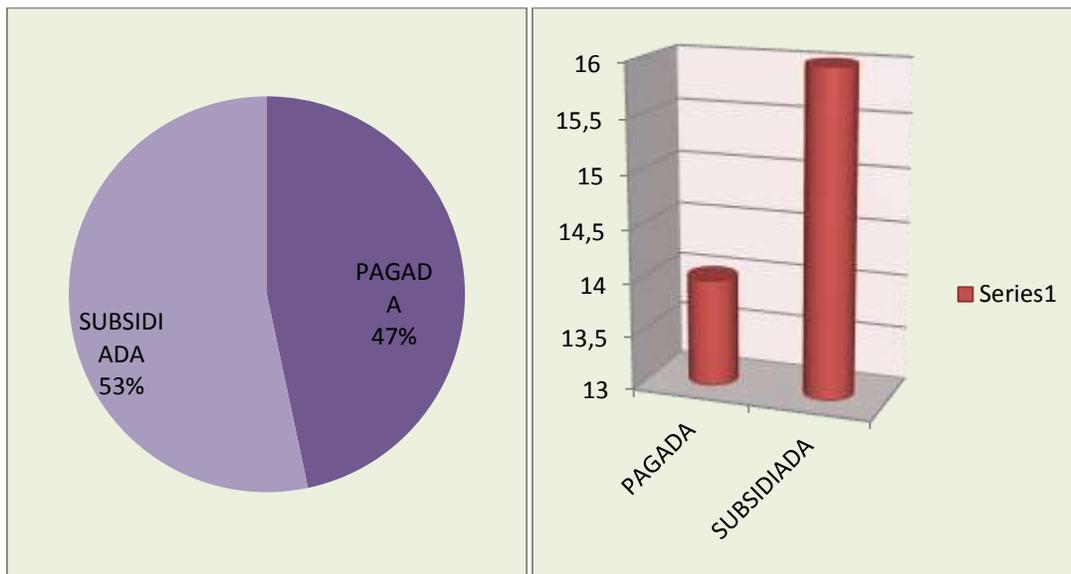
4. Nivel educativo de las personas con las que vive.

Después de analizar las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta, se concluye lo siguiente:

- Los padres, los abuelos y los tíos tienen un nivel educativo bajo, sólo hicieron su proceso educativo hasta primaria, exceptuando algunos casos en los que se graduaron como bachilleres. Muy pocos terminaron una técnica o una carrera profesional.
- Los hermanos y las madres en su mayoría terminaron el bachillerato. Fueron escasos los que obtuvieron un nivel educativo más alto, como una técnica o una carrera profesional.

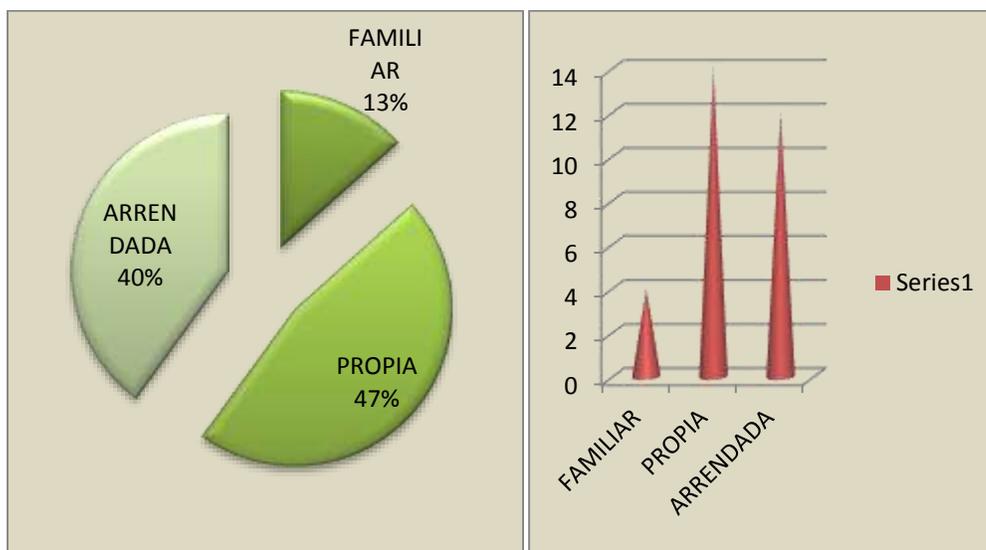
5. Seguridad social.

PAGADA	SUBSIDIADA
14	16



6. ¿Vive en casa familiar, propia o arrendada?

FAMILIAR	PROPIA	ARRENDADA
4	14	12

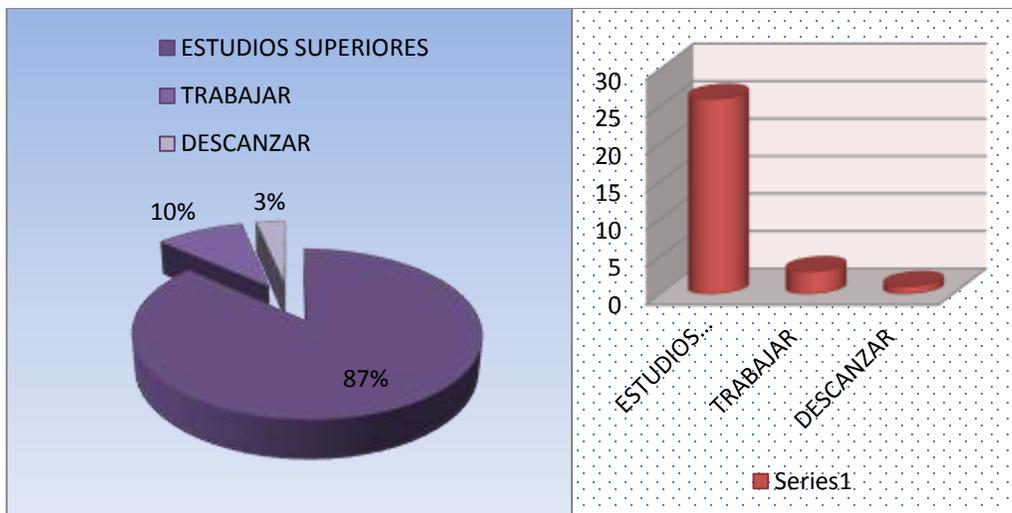


7. Actividad económica a la que se dedican sus padres o acudientes.

Al analizar esta pregunta se puede afirmar que no se encuentra una actividad económica que se resalte. Actividades económicas tan variadas como ser panadero, músico, conductor, ganadero, comerciante, secretaria, contratista, fisioterapeuta, trabajar en una heladería, educador, electricista, peluquera, obrero forestal y enfermero demuestra que no existe un patrón destacado.

8. ¿Cuándo termine su bachillerato se va a dedicar a?

ESTUDIOS SUPERIORES	TRABAJAR	DESCANZAR
26	3	1



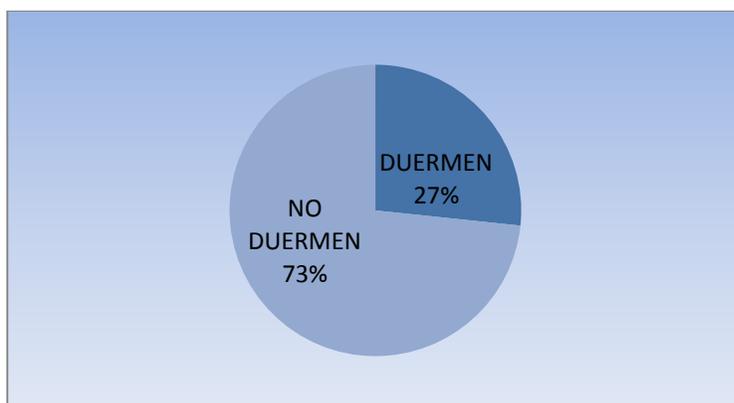
9. ¿Qué carrera profesional quisiera seguir cuando termine su bachillerato?

En esta pregunta tampoco se obtuvo un patrón destacado. Los estudiantes divergieron mucho en cuanto a la carrera que desean estudiar. Carreras como medicina, administración de empresas y enfermería fueron las más opcionadas.

10. ¿En su tiempo libre se dedica a?

a)

DUERMEN	NO DUERMEN
8	22



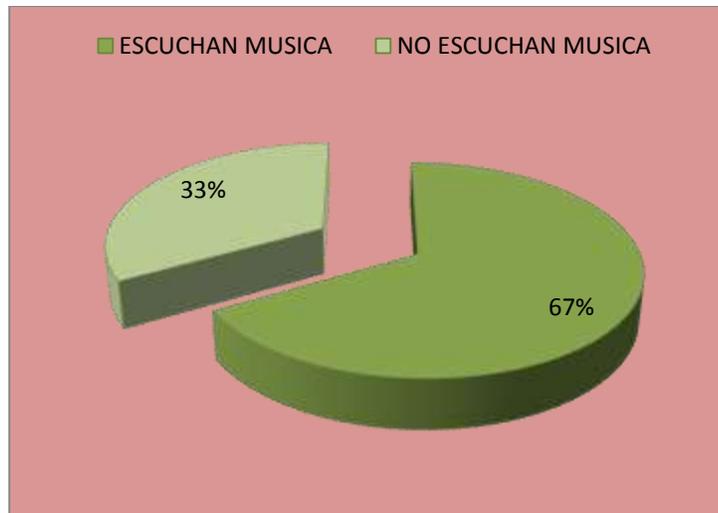
b)

VEN TV	NO VEN TV
9	21



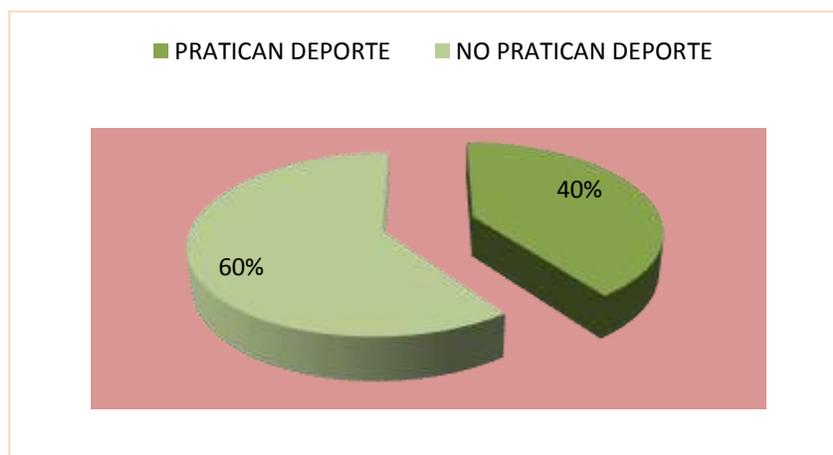
c)

ESCUCHAN MUSICA	NO ESCUCHAN MUSICA
20	10



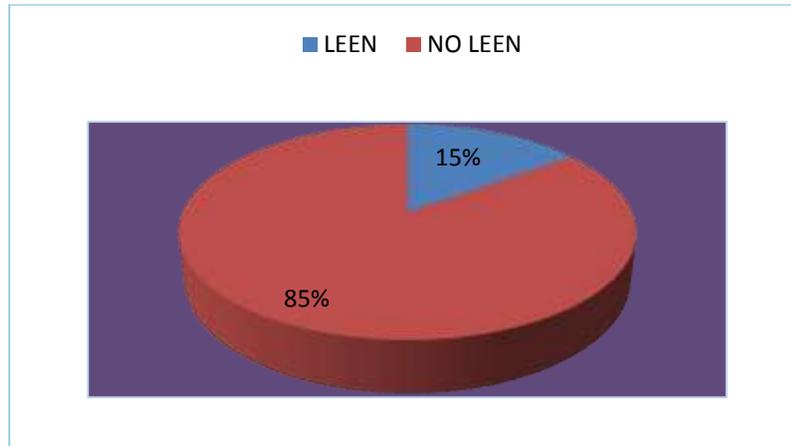
d)

PRATICAN DEPORTE	NO PRATICAN DEPORTE
12	18



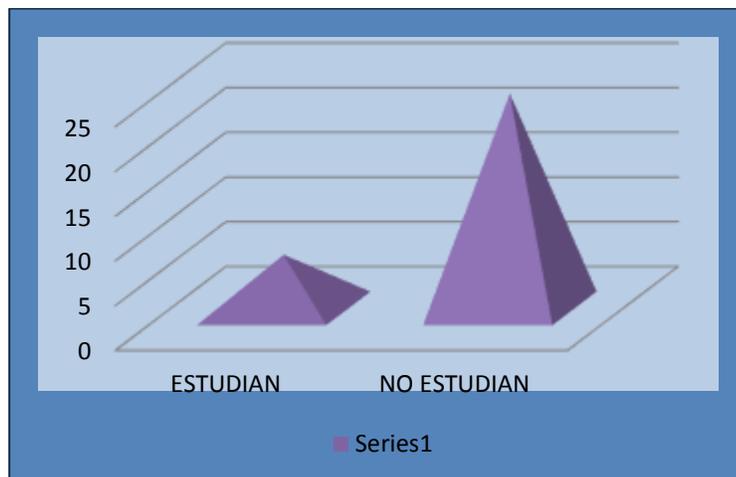
e)

LEEN	NO LEEN
3	17



f)

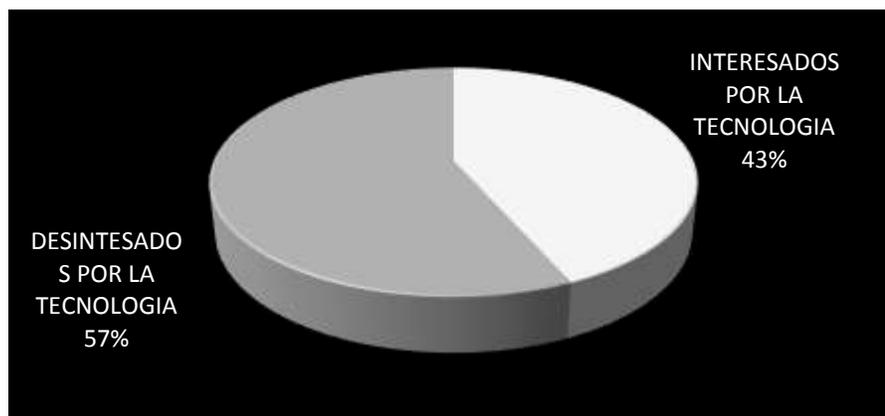
ESTUDIAN	NO ESTUDIAN
6	24



11. Entre sus gustos e intereses se encuentran:

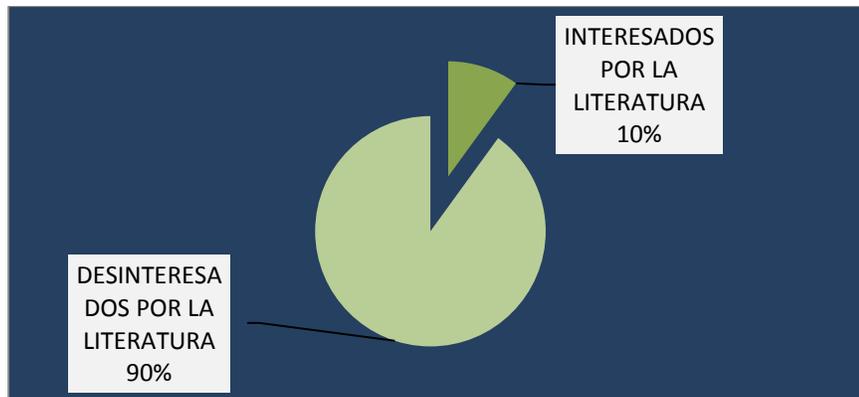
a)

INTERESADOS POR LA TECNOLOGIA	DESINTERESADOS POR LA TECNOLOGIA
13	17



b)

INTERESADOS POR LA LITERATURA	DESINTERESADOS POR LA LITERATURA
3	27



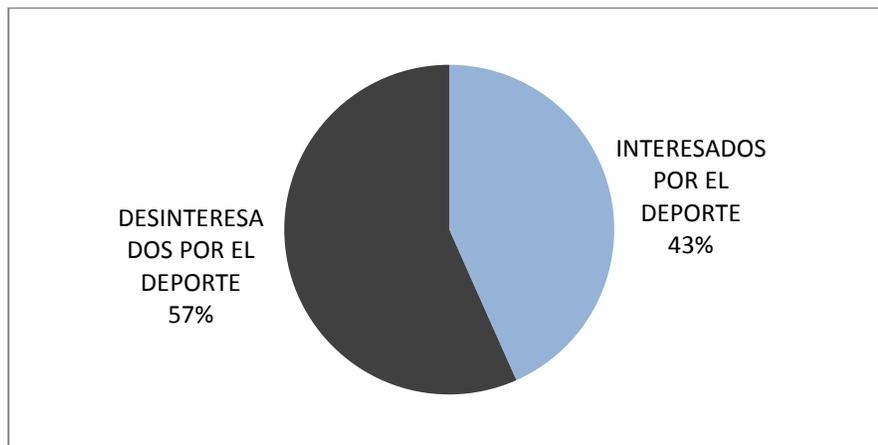
c)

INTERESADOS POR EL CINE	DESINTERESADOS POR EL CINE
4	26



d)

INTERESADOS POR EL DEPORTE	DESINTERESADOS POR EL DEPORTE
13	17



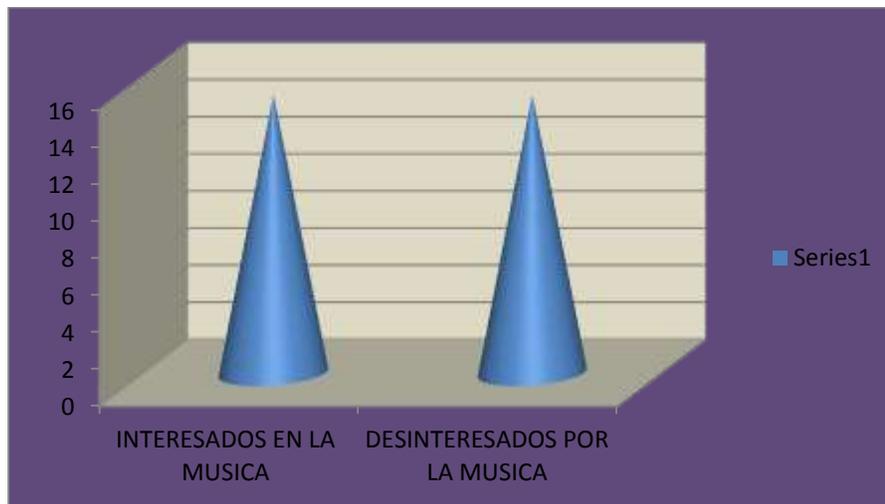
e)

INTERESADOS POR LAS RELACIONES SOCIALES	DESINTERESADOS POR LAS RELACIONES SOCIALES
7	23



f)

INTERESADOS EN LA MUSICA	DESINTERESADOS POR LA MUSICA
15	15



g)

INTERESADOS EN LOS VIAJES	DESINTERESADOS EN LOS VIAJES
7	23



12. ¿Cuáles son las materias de mayor agrado?

Los estudiantes en sus repuestas señalan que las materias de mayor agrado son Españolas y Artísticas.

13. ¿Cuáles son las materias de menor agrado?

Las respuestas dadas por los estudiantes señalan que las materias de menor agrado son Matemáticas, física y Química.

14. ¿En su preparación académica ha encontrado dificultades en el aprendizaje de alguna materia?

De esta pregunta se puede afirmar que casi todos los estudiantes encontraron dificultades en alguna materia. Las materias mas problemáticas para ellos son Matemáticas, Español, Física y Química.

15. Si ha encontrado dificultades, cuáles podrían ser las posibles causas:

Los estudiantes en su mayoría señalan como posibles causas la complejidad de las temáticas, poca claridad en la exposición de los contenidos, la metodología de clase por parte del profesor y el desinterés personal por la materia.

16. ¿cual es tu opinión acerca de las matemáticas?, ¿Te gusta?, ¿Tienes un buen rendimiento en ella? Justifica.

Muchos de los estudiantes encuestados consideran que las matemáticas son muy importantes y fundamentales para la vida. Además dicen que son buenas porque ayudan a mejorar nuestro nivel cognitivo de razonamiento. Agregan que son difíciles y muy duras de aprender.

Con las respecto a las preguntas de si ¿Te gusta?, ¿Tienes un buen rendimiento en ella? Se puede concluir que más o menos a la mitad de los estudiantes les gusta y tiene un buen rendimiento ella, mientras la otra mitad afirma que ni les gusta ni tienen un buen rendimiento en ella.

17. Señale la frecuencia con la que accede a los siguientes lugares, con el fin de afianzar y/o mejorar los aprendizajes.

a)

BIBLIOTECA				
NUNCA	CASI NUNCA	A VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
12	9	7	2	0



b)

CIUADELA EDUCATIVA				
NUNCA	CASI NUNCA	A VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
12	12	6	0	0



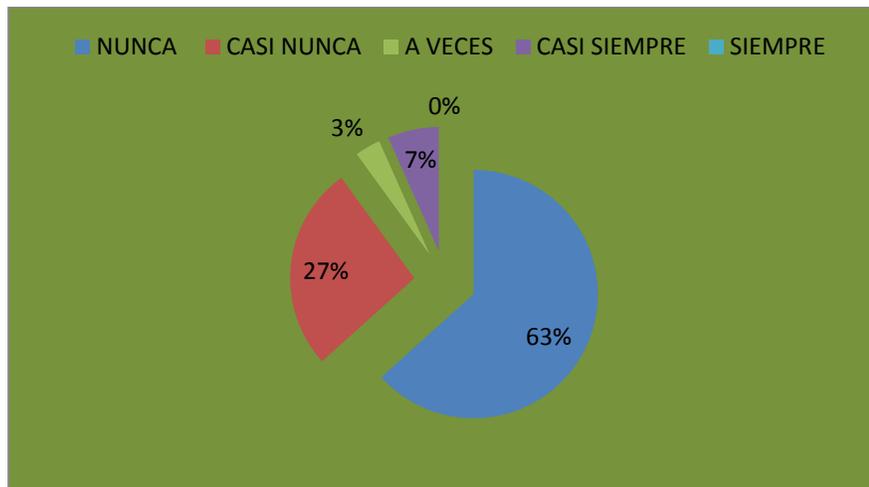
c)

AULA TALLER				
NUNCA	CASI NUNCA	A VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
23	6	1	0	0



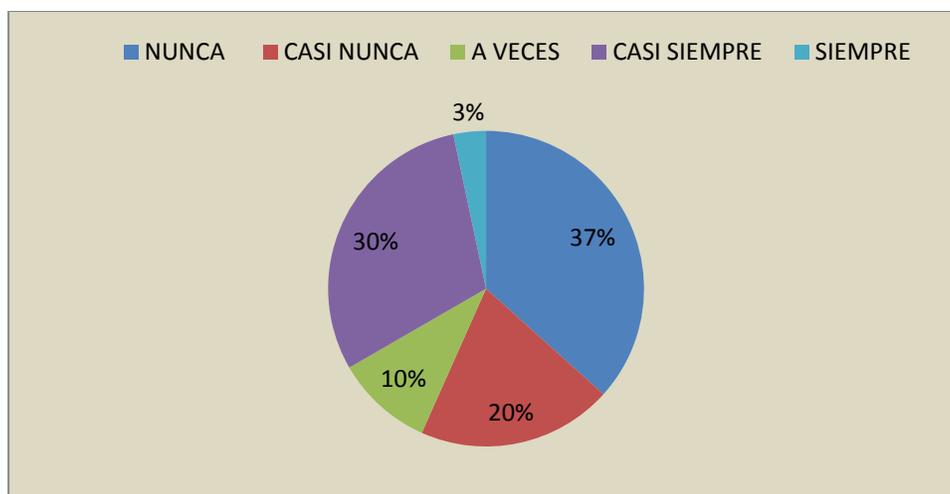
d)

SALON AUDIOVISUALES				
NUNCA	CASI NUNCA	A VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
19	8	1	2	0



e)

CAFÉ INTERNET				
NUNCA	CASI NUNCA	A VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE
11	6	3	9	1



18. ¿Dentro de las actividades que se realizan en la clase de matemáticas, se utilizan materiales concretos o software de esta área?

Todos estudiantes respondieron que no se utilizan materiales concretos ni software de esta área.

19. ¿En las clases de matemáticas, qué tipo de recursos utilizan los docentes?

Los estudiantes respondieron a esta pregunta afirmando que los recursos que utilizan los profesores son: tableros, tiza, cartelera, talleres, actividades, libros, explicaciones y fotocopias.

Prueba por competencia

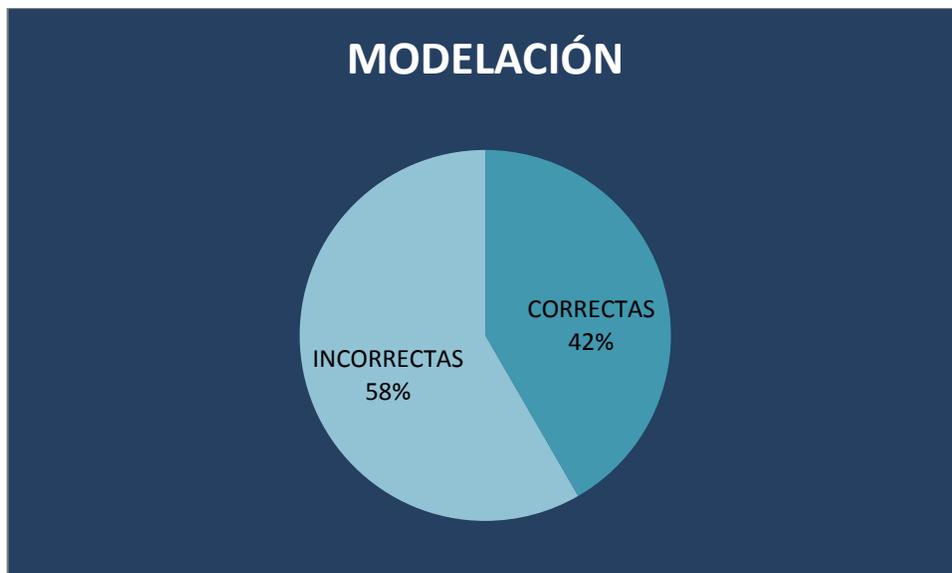
COMPETENCIA	PREGUNTA	RESULTADO CORRECTA	PROMEDIO (%)	PROMEDIO POR COMPETENCIA
RAZONAMIENTO	1.b	15	50%	30%
	2.c	10	33.33%	
	4.a	20	66.66%	
	4.b	0	0%	
	4.c	0	0%	
MODELACIÓN	2.a	13	43.33%	41.66%
	3.a	12	40%	
COMUNICACIÓN	1.a	16	53.33%	40%
	2.b	12	40%	
	3.b	11	36.66%	
	3.c	9	30%	
EJERCITACIÓN	3.d	14	46.66%	46.66%

RAZONAMIENTO



EJERCITACIÓN





COMPONENTE	PREGUNTA	RESULTADO (CORRECTA)	PROMEDIO(%)	PROMEDIO POR COMPONENTE
NUMÉRICO-VARIACIONAL	1.a	16	53.33%	42.77%
	1.b	15	50%	
	3.a	12	40%	
	3.b	11	36.66%	
	3.c	9	30%	
	3.d	14	46.66%	

GEOMÉTRICO- MÉTRICO	2.a	13	43.33%	30.55%
	2.b	12	40%	
	2.c	10	33.33%	
	4.a	20	66.66%	
	4.b	0	0%	
	4.c	0	0%	