



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento
variacional**

Trabajo de grado par optar el título de licenciado en matemáticas y física

DEIFER MARMOLEJO CORREA

Asesores

**JOSÉ WILDE CISNEROS
HILDUARA VELÁSQUEZ**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

**APARTADÓ
2014**

1 8 0 3



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**
1803

Facultad de Educación

**Universidad de Antioquia
Facultad de Educación**

Deifer Marmolejo Correa

Desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional

Asesores:

José Wilde Cisneros

Hilduara Velásquez

Observaciones de los jurados

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Apartadó Colombia 2014

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de F

Dedicatoria



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Este trabajo lo dedico a Dios por todas las bendiciones que ha traído a mi vida y a mi madre por todo el amor y el apoyo que siempre me ha dado.

1803



Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme elegir esta bella profesión y por darme la sabiduría y el entendimiento para comprender la majestuosidad de las matemáticas y la física, a mi familia por el apoyo y respaldo que siempre me han ofrecido, a mis asesores José Wilde Cisneros e Hilduara Velásquez por todo el acompañamiento y orientaciones que me dieron para la formulación y desarrollo de este proyecto y por los grandes aportes que han dado a mi proceso de formación. A los profesores Hernán Monsalve y Oscar Gallo que desde lejos siempre me han estado presentes brindándome su colaboración.

A toda la familia del Colegio Americano de Apartadó por abrirme sus puertas y estar siempre dispuestos a colaborarme en todo momento.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



Resumen

En el marco de la práctica pedagógica del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, se llevó a cabo una intervención en el Colegio Americano de Apartadó con estudiantes de grado 10°.

Durante este proceso, se identificaron en los estudiantes de grado décimo, dificultades relacionadas con la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, por este motivo se diseñaron y ejecutaron planes de clases a partir del desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales, estos favorecieron el desarrollo de algunas habilidades de la competencia matemática de razonamiento como establecer patrones, formular hipótesis y justificar.

El enfoque metodológico articulado al desarrollo de este proyecto fue la Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2002, 2004), las fases que lo constituyen, la desconstrucción, la reconstrucción y la evaluación, fueron transversales durante todo el proceso de intervención llevado a cabo en el aula de clase, permitieron al maestro asumir un rol de investigador y desarrollar una actitud reflexiva sobre su quehacer.

Palabras clave: competencia matemática de razonamiento, manipulables físico y virtuales, planes de clase, Investigación Acción Educativa.



Abstract

In the frame of the teaching practice of The Mathematics and Physics Program of the University of Antioquia it was carried out a pedagogical intervention in the Apartado American School with grade tenth students.

During this process were identified a set of difficulties related to the competence in mathematical reasoning and variational thinking, for this reason, lesson plans were designed and implemented from the development of activities with physical and virtual manipulatives. These instruments favored the development of some mathematical literacy skills of reasoning to establish patterns, formulate hypotheses and justify.

The methodological approach articulated to the development of this project was educational action research, Restrepo (2002, 2004) in its three phases: deconstruction, reconstruction and evaluation which were cross throughout the intervention process carried out in the classroom and allowed the teacher to assume a role of researcher developing a reflective attitude to his work.

Key Words: competence in mathematical reasoning, with physical and virtual manipulatives, , lesson plans, educational action research.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Tabla de Contenido

Introducción	12
CAPITULO I.....	14
Lectura del contexto	14
Planteamiento del Problema.....	20
Justificación.....	24
Objetivo.....	28
CAPITULO II	29
Marco teórico	29
Componente disciplinar.....	29
Conocimiento matemático.....	30
Pensamiento matemático.....	31
Competencia.....	34
Componente didáctico.....	41
Planes de clase.....	41
Manipulables físicos y virtuales	43
Componente metodológico.....	46
Investigación cualitativa.....	47
CAPITULO III	52
Diseño metodológico.....	52
Fase 1. Deconstrucción.....	54
Caracterización de la institución	55
Caracterización de los docentes.....	55
Caracterización de los estudiantes.....	55
Prueba diagnostica.....	56
Fase 2. Reconstrucción.....	56
Planes de clase.....	57
Diarios de procesos	60
Fase 3. Análisis de resultados.....	62
Desde el fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento.....	62



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de E

El impacto generado por el uso de uso de los manipulables físicos y virtuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas 78

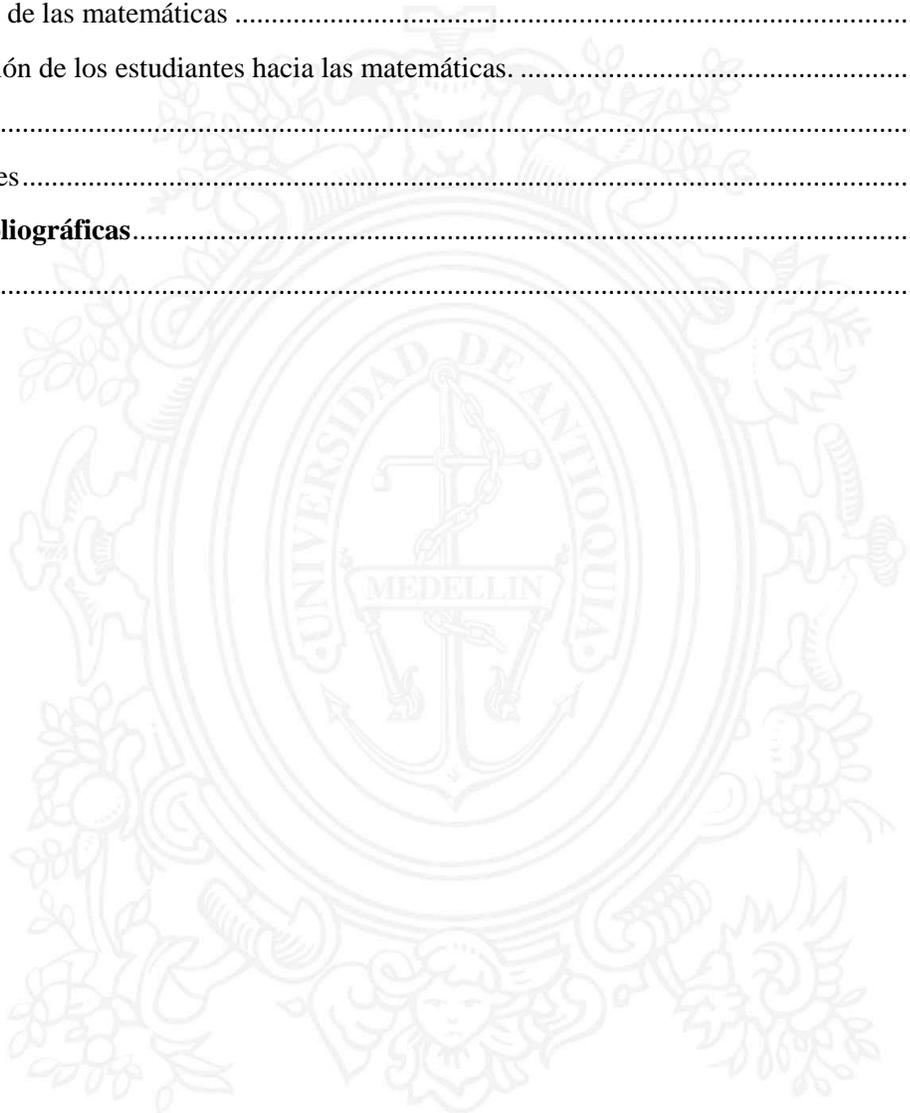
La percepción de los estudiantes hacia las matemáticas 82

Conclusiones 84

Recomendaciones 86

Referencias bibliográficas..... 87

Anexos..... 91



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Tabla 1. Resultados Prueba Diagnóstica por Competencias

Pág.

17

Tabla 2. Resultados Prueba Diagnóstica por Pensamiento

18

Lista de Anexos

Anexo 1. Formato caracterización de la institución

Pág.

91

Anexo 2. Formato revisión del plan de Área

93

Anexo 3. Formato caracterización de los docentes

96

Anexo 4. Formato caracterización de los estudiantes

98

Anexo 5. Formato caracterización de los recursos y materiales

100

Anexo 6. Formato observación de clase

103

Anexo 7. Prueba diagnóstica

106

Anexo 8. Planes de clases

111

Anexo 9. Diario de procesos

159

Anexo 10. Formato de entrevista final a estudiantes

182

Anexo 11. Prueba de verificación

185

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Respuesta al numeral 7 prueba diagnóstica	20
Figura 2. Respuesta al numeral 8 prueba diagnóstica	21
Figura 3. Mapa conceptual marco teórico	29
Figura 4. Estructura diseño metodológico	54
Figura 5. Pregunta 8 prueba diagnóstica	63
Figura 6. Respuesta pregunta 8 prueba diagnóstica	63
Figura 7. Estudiantes utilizando el software NLVM. Geoplano - Circular	64
Figura 8. Respuesta a los numerales 2.3 y 2.4. Actividad de fortalecimiento # 1. Plan de clase N° 002	65
Figura 9. Respuesta a los numerales 2.3 y 2.4. Actividad de fortalecimiento # 1. Plan de clase N° 002	65
Figura 10. Estudiantes utilizando el sextante.	66
Figura 11. Respuesta numeral 2.2. Segundo Momento prueba de verificación	67
Figura 12. Respuesta numeral 2.3. Segundo Momento prueba de verificación	67
Figura 13. Pregunta 8 prueba diagnóstica	68
Figura 14. Respuesta pregunta 7 prueba diagnóstica	69
Figura 15. Estudiantes utilizando el geoplano cuadrangular	70
Figura 16. Respuesta al numeral 2.1, plan de clase n°1	70
Figura 17. Respuesta al numeral 1.1, plan de clase n°2	72
Figura 18. Estudiantes realizando prueba de verificación	73
Figura 19. Situación 5 presentada en el tercer momento prueba de verificación	74
Figura 20. Respuesta a la situación 5. Tercer momento prueba de verificación	74
Figura 21. Pregunta 11 prueba diagnóstica	75
Figura 22. Respuesta pregunta 11 prueba diagnóstica	75
Figura 23. Elaboración de tablas en el Juego de las ternas pitagóricas.	76
Figura 24. Hipótesis formuladas en el juego de las ternas pitagóricas	77
Figura 25. Hipótesis formuladas en el juego de las ternas pitagóricas	77
Figura 26. Hipótesis formuladas en la prueba de verificación	78
Figura 27. Hipótesis formuladas en la prueba de verificación	78



Figura 28. Construcciones realizadas por los estudiantes en actividad con manipulables físicos	78
Figura 29. Apreciaciones de los estudiantes sobre la actividad desarrollados con manipulables físicos	80
Figura 30. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir del uso manipulables físicos (respuesta a entrevista final)	80
Figura 31. Construcciones realizadas por los estudiantes en actividad con manipulables virtuales	81
Figura 32. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir del uso manipulables físicos (respuesta a entrevista final)	81
Figura 33. Respuesta de los estudiantes a la entrevista inicial	82
Figura 34. Respuesta de los estudiantes a la entrevista inicial.	82
Figura 35. Apreciaciones de los estudiantes sobre las clases durante la intervención.	83
Figura 36. Respuesta de los estudiantes a la entrevista de verificación	83



Introducción

Las prácticas pedagógicas se fundamentan en realizar acciones de intervención dentro de las instituciones educativas, orientadas al fortalecimiento de procesos de formación tanto en estudiante como en maestros. Permiten a los maestros en formación adquirir y desarrollar nuevas herramientas pedagógicas, didácticas y metodológicas, que transformen los procesos de enseñanza impartidos en clase, desarrollen el pensamiento y las competencias de los estudiantes y posibiliten la construcción de su propio conocimiento.

El objetivo de esta intervención se centra en favorecer el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional en estudiantes de grado 10° del Colegio Americano de Apartadó mediante el uso de manipulables físicos y virtuales. Se fundamenta teóricamente a partir de las ideas y concepciones de autores como: Cruz & Puentes (2012), Vasco (2006), Cascallana (2002), Cantoral, Farfán, Alanís, Cordero & Garza (2005), Jiménez & Moreno (2011), Rigo, Rojano & Pluvinage (2009), Cisneros (2010), Rodríguez (2009), Sandoval (2002), Restrepo (2009) entre otros.

Su elaboración y ejecución se presenta a partir de tres fases: deconstrucción, reconstrucción y evaluación, según lo propuesto por Restrepo (2002, 2004).



UNIVERSIDAD
DE ANTIQVIA

1803

Facultad de Educación

En el desarrollo de la fase de deconstrucción, se realiza un diagnóstico general sobre el entorno institucional, los docentes y estudiantes, mediante la aplicación de entrevistas, observaciones de clase y una prueba diagnóstica, la cual permitió identificar en los estudiantes dificultades relacionadas con la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, y de esta manera presentar el planteamiento del problema y formular la pregunta de investigación. Además, se ejecutan procesos de revisión del Proyecto Educativo Institucional y el Plan de Área de Matemáticas con el objetivo de determinar su articulación con establecido en los Estándares Básicos y las Competencias matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

En lo referido a la fase de reconstrucción, se elaboran y ejecutan los planes de clase, articulando la utilización de manipulables físicos y virtuales en las actividades desarrolladas en clase. En esta fase, se recopila información sobre el trabajo realizado por los estudiantes y se implementan los diarios de procesos para reflexionar sobre las debilidades y fortalezas presentes en los estudiantes. En este apartado es de gran importancia la fundamentación teórica, esta se constituye a partir de los componentes: disciplinar, didáctico y metodológico, y proporcionan las concepciones y elementos teóricos necesarios para dar soporte a los procesos desarrollados.

La fase de evaluación, está destinada al análisis de los resultados obtenidos durante la intervención; se constituye en un espacio para verificar el cumplimiento del objetivo propuesto y determinar de qué manera la intervención favoreció el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional en los estudiantes de grado décimo.



CAPITULO I

Lectura del contexto

[\(volver\)](#)

En el marco de la práctica pedagógica de la Licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia sede Apartadó, en una primera etapa se realizó un diagnóstico en el Colegio Americano de Apartadó, en donde me desempeñé como docente titular en el área de matemáticas.

La institución es de carácter privado, perteneciente a la iglesia presbiteriana unida de Colombia, ésta ubicada en la zona urbana del Municipio de Apartadó, brinda educación a 325 estudiantes, distribuidos en niveles de escolarización desde pre-jardín hasta décimo grado. Cuenta con un rector, un coordinador académico y 16 docentes en su mayoría titulados en el área que orientan.

El colegio busca la formación de estudiantes líderes que orienten su vida hacia el reconocimiento de Dios, autónomos, críticos y creativos que aporten a la construcción de una cultura de paz, tanto en la familia como en las relaciones con el prójimo y la naturaleza, fundamentados en la comprensión del conocimiento para contribuir al mejoramiento de la calidad de vida de los habitantes de la región de Urabá y el país (Sistema Evaluativo Institucional, 2009).



Con el propósito de brindar una educación integral, el colegio se encuentra en un proceso de reestructuración del Proyecto Educativo Institucional (PEI), con lo que apunta a organizar los conocimientos impartidos en el aula bajo un nuevo enfoque y mejorar los procesos de formación.

El Plan de Área de matemáticas está organizado por contenidos y se encuentra fundamentado desde los Estándares Básicos y las Competencias matemáticas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

En relación con las estrategias metodológicas, éstas se inscriben en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Es un enfoque que permite a los docentes tener una mayor autonomía en el desarrollo e implementación de estrategias de enseñanza; otorga a los estudiantes la posibilidad de relacionarse con el conocimiento de forma más dinámica. En donde los procesos de evaluación se asumen a partir del diálogo, la reflexión y el mejoramiento constante de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Con base en las observaciones de clase realizadas en diversas áreas, se logró establecer que algunas de las estrategias utilizadas por los docentes, han sido articuladas al enfoque de la EpC. Sin embargo, muchas se enmarcan en el modelo tradicional y las temáticas son desarrolladas a partir del discurso del maestro, el marcador y el tablero; los estudiantes se muestran pasivos ante el conocimiento y presentan poco interés. El trabajo con libros, las revisiones de cuadernos y las

evaluaciones orales o escritas, son predominantes a la hora de desarrollar en el aula los procesos de enseñanza y de evaluación.

Por lo que se refiere a los estudiantes de grado décimo, son adolescentes entre los 14 y 15 años de edad, procedentes de familias tradicionales conformadas por padres e hijos, de estratos socioeconómicos III y IV¹. En su mayoría, aspiran a estudios superiores relacionados con áreas de la salud, algunos centran sus preferencias en otras como la informática o la ingeniería.

En cuanto a la percepción que tienen acerca de las matemáticas, algunos estudiantes expresaron en las encuestas realizadas que son difíciles pero necesarias para la vida, otros en general las caracterizan como algo muy complejo pero importante para su proceso académico o como una materia que te ayuda a pensar y fortalecer el cerebro.

Atendiendo a los resultados académicos obtenidos por los estudiantes en años anteriores, se encontró que el 65% presentaron desempeños básicos en el área de matemáticas. De acuerdo a lo expresado por los estudiantes en las entrevistas realizadas, esto se debe a las múltiples dificultades que se les presentaban a la hora de comprender los conocimientos impartidos, como consecuencia de la metodología empleada por el docente de años anteriores. Se logró establecer de manera general que las clases se desarrollaban de forma tradicional, se indagaba por

¹. En estas familias muchos de los padres desempeñan labores en actividades comerciales, otros laboran en cargos administrativos en fincas bananeras o en áreas de la salud y la educación.



contenidos y procesos algorítmicos relacionados con la solución de ejercicios repetitivos, lo cual, despertaba poco interés en los estudiantes.

La prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes, fue elaborada con el propósito de evaluar el nivel de desarrollo de los pensamientos y competencias matemáticas, consta de 15 preguntas de selección múltiple. Fue desarrollada por 25 estudiantes y arrojó los resultados que se registran en las Tablas 1 y 2.

Tabla 1. Resultados Prueba Diagnóstica por Competencias.

Pregunta	Correcta	Incorrecta	Competencia	% Aprobado	Promedio
1	20	5		80,00%	
4	14	11		56,00%	
9	18	7		72,00%	
10	17	8	Comunicación	68,00%	63,33%
12	14	11		56,00%	
14	12	13		48,00%	
2	5	20		20,00%	
5	13	12		52,00%	
8	9	16	Razonamiento	36,00%	35,20%
11	7	18		28,00%	
13	10	15		40,00%	
3	6	19		24,00%	
6	11	14	Resolución de problemas	44,00%	36,00%
7	8	17		32,0%	
15	11	14		44,00%	



Tabla 2. Resultados Prueba Diagnóstica por Pensamiento

Facultad de Ed	Pregunta	Correcta	Incorrecta	Pensamiento	% Aprobado	Promedio
	1	20	5		80,00%	
	4	14	11		56,00%	
	7	8	17	Numérico	32,00%	54,00%
	14	12	13		48,00%	
	2	5	20		20,00%	
	9	18	7	Geométrico	72,00%	53,33%
	10	17	8		68,00%	
	3	6	19		24,00%	
	8	9	16		36,00%	
	11	7	18	Variacional	28,00%	37,60%
	12	14	11		56,00%	
	15	11	14		44,00%	
	5	13	12		52,00%	
	6	11	14	Aleatorio	44,00%	45,33%
	13	10	15		40,00%	

Según los resultados de la prueba diagnóstica, los estudiantes poseen fortalezas en la competencia comunicativa al relacionar e interpretar varias representaciones expresadas de forma gráfica o algebraica. No obstante, se logró identificar debilidades en la competencia de razonamiento, debido a que presentaron dificultades al momento de: argumentar, analizar y relacionar cada una de las variables presentes en la información suministrada, encontrar patrones, establecer hipótesis y justificar los procesos realizados.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

En el caso de los pensamientos matemáticos, se encontró que los estudiantes presentan fortalezas en el Pensamiento Geométrico, muestran fundamentación en el uso de las propiedades de figuras planas y objetos tridimensionales especialmente en el cálculo de volúmenes. En el Pensamiento Numérico, se evidenció el uso de las operaciones y propiedades de los números reales en la solución de algunas situaciones problemas. En el Pensamiento Aleatorio, mostraron dificultades al momento de inferir información a partir del análisis de datos representados en tablas, y en el cálculo de porcentajes. De igual manera, en el Pensamiento Variacional, presentaron dificultades al describir y representar situaciones de variación en diversos contextos, encontrar relaciones entre las variables involucradas, establecer patrones y modelar situaciones mediante la utilización del lenguaje algebraico.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Planteamiento del Problema

En Colombia los niveles de desempeño que describen las competencias de los estudiantes en el área de matemáticas, en cuanto a los procesos que han de ser capaces de ejecutar y los contextos a los que deben aplicar sus conocimientos y habilidades son bajos. Como lo indica el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, 2012) al establecer que sólo el 18% de participantes lograron alcanzar un nivel básico. Estos resultados indican que en general, los estudiantes presentan dificultades a la hora de inferir y realizar interpretaciones a partir del razonamiento y las habilidades matemáticas.

En el contexto del Colegio Americano de Apartadó, según los resultados de la prueba diagnóstica, los estudiantes presentan algunas debilidades relacionadas con la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, debido a que a nivel general obtuvieron un bajo nivel de desempeño. Este hecho se puede constatar al analizar algunas respuestas de los estudiantes al momento de solucionar situaciones presentadas en la prueba, como se muestra a continuación:

4) El dinero que se pudo recaudar es 1.620.000 por que se multiplica 270 por el valor de las entradas

Figura 1. Respuesta al numeral 7 prueba diagnóstica

En la pregunta 7 de la prueba diagnóstica se evidencian debilidades para establecer relaciones, analizar la situación y sustraer la información presentada de forma implícita. Además, al



momento de justificar, no poseen los elementos conceptuales que les permitan identificar la razón que se establece entre el número de adultos y el número de niños y la forma en que estas magnitudes varían según el número de personas que ingresan a la función, esto les genera dificultades para presentar argumentos fundamentados matemáticamente, que les permitan dar una explicación de la situación planteada.

#8, es la A por que los cuadros van de forma acedente

Figura 2. Respuesta al numeral 8 prueba diagnóstica

Además, en la pregunta 8 de la prueba diagnóstica se determina que los estudiantes tienen dificultades para encontrar patrones. Cuando se les presentaba una secuencia de cuadrados, en los cuales, la longitud de sus lados variaban de forma decreciente atendiendo un patrón establecido a partir de la posición que ocuparan los cuadrados, algunos de los estudiantes no lograron determinar la regularidad que se hacía presente en la situación planteada.

Por lo tanto, se infiere que los estudiantes poseen dificultades en algunas de las habilidades relacionadas con la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, les resulta complejo justificar los procedimientos utilizados, encontrar patrones en situaciones en contexto de variación, analizar y relacionar las variables presentes en la información suministrada utilizando una secuencia lógica.



Facultad de Ed Por otro lado, desde mi experiencia como educador pude constatar a partir de reflexiones sobre mi práctica pedagógica, que algunas de las falencias presentes en los estudiantes pueden estar atribuidas al hecho de desarrollar la clase de forma tradicional, en donde las temáticas se imparten a través del discurso pedagógico, el marcador y el tablero. Además, la elaboración de procedimientos algorítmicos, la memorización y aplicación de conceptos se hacían preponderantes, ocasionando que los estudiantes acudan a la memorización y limitando las posibilidades para que desarrollen la competencia de razonamiento.

De igual manera, aunque los estudiantes participan en clase, la poca utilización de manipulables físicos y virtuales como mediadores de los procesos que orientan el aprendizaje de los estudiantes no les permite presentarse como sujetos activos en su proceso de formación.

Con relación a estos planteamientos y como una forma de suplir estas dificultades, los Estándares Básicos de Competencias en Matemática (2006) afirman que: “Los materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas” (p.54).

Por tal motivo, según lo establecido por los Lineamientos Curriculares en donde se promulga una enseñanza basada en competencias, y resaltando las dificultades presentes en los estudiantes



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

de acuerdo con: el análisis realizado a la prueba diagnóstica, la información suministrada por los estudiantes en las entrevistas y encuestas, y las experiencias vividas dentro del aula en el proceso de intervención pedagógica. Este proyecto estará orientada a favorecer algunas de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional con la utilización de manipulables físicos y virtuales.

De esta manera y como eje transversal en el marco de este proyecto, se plantea la siguiente pregunta:

¿Cómo los manipulables físicos y virtuales favorecen el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional de los estudiantes de grado décimo del Colegio Americano de Apartadó?

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



Justificación

Cruz & Puentes (2012) consideran que en los últimos años las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), han tenido una gran influencia en las aulas, permitiendo desarrollar la clase de matemáticas de manera dinámica e interactiva, proporcionando múltiples formas de representar situaciones matemáticas que les permiten a los estudiantes mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos.

De igual manera, Lagrange, Artigue, Laborde & Trouchel (2005), Rabardel (1999) y Bartolini, Chiappini, Paola, Reggiani & Robutti (2004) presentan la importancia de integrar las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de los conocimientos matemáticos, estableciendo que la inclusión de las TIC en los currículos escolares de matemáticas tienen grandes influencias en la construcción del conocimiento.

En este sentido, el uso de las TIC permite que los procesos de enseñanza y aprendizaje se presenten desde otra perspectiva, centrados en entornos de aprendizajes dinámicos, en los cuales el conocimiento de los estudiantes se moviliza a partir de un campo de experiencia que no estaba antes a su disposición, de situaciones nuevas y diversas (MEN, Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales, 2004).

Villa & Ruiz, (2010) establecen como la interacción con la tecnología y en especial los procesos de experimentación con software, al relacionarlos con el desarrollo del pensamiento variacional, permiten a los estudiantes favorecer este tipo de pensamiento debido a que “[...]”



visualizan, generalizan y abstraen relaciones y propiedades de los objetos matemáticos [...]” (p.

Vasco (2006) señala que en lo referido al pensamiento variacional, por su naturaleza se fundamenta en una forma de pensar dinámica, y elementos como la tecnología puede potenciar su desarrollo, en la medida en que permite a los estudiantes, a partir de representaciones virtuales, establecer relaciones entre objetos matemáticos, realizar abstracciones, contrastar sus ideas y desarrollar procesos de generalización.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) indican cómo el desarrollo del pensamiento variacional pretende superar la enseñanza de contenidos fragmentados y lograr que el estudiante obtenga un dominio conceptual que le permita analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas de la vida cotidiana.

De igual manera, establece que el razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático realizado por los estudiantes y articularse en todas las actividades desarrolladas en el aula. Estipula además, que debe abarcar aspectos como justificar las estrategias y los procedimientos utilizados, formular hipótesis, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente, utilizar argumentos propios para exponer ideas (Lineamientos Curriculares, 1998).

Para favorecer el desarrollo de este proceso de pensamiento, se debe “[...] propiciar una atmósfera que estimule a los estudiantes a explorar, comprobar y aplicar ideas” (Lineamiento



Curriculares, 1998 p.54). Lo cual induce a que el maestro reflexione con sus estudiantes, oriente el desarrollo de sus ideas y en un ambiente de enseñanza que incluya manipulables físicos que favorezcan la comprensión de ideas abstractas. Además, en el aula se debe crear un ambiente que fortalezca un pensamiento crítico.

Pensar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la utilización de manipulables físicos y virtuales, es una alternativa que permite al estudiante desarrollar sus estructuras mentales. Cascallana (2002) considera que la utilización de los manipulables ayuda a los estudiantes a comprender, comunicar y visualizar conceptos matemáticos, en la medida en que fomenta acciones de experimentación, observación y reflexión, necesarias para construir sus propias ideas matemáticas y favorecer el desarrollo de su pensamiento y razonamiento matemático.

Conforme con lo planteado y atendiendo a la problemática identificada en la prueba diagnóstica, se resalta la importancia de los manipulables físicos y virtuales en los procesos de enseñanza y aprendizaje que serán desarrollados a lo largo de la intervención pedagógica. Con la inserción de estas herramientas se compromete al estudiante con su aprendizaje y se le posibilita para que demuestre lo que sabe, permitiéndole contribuir, fortalecer y conectar varias representaciones de ideas matemáticas al tiempo que aumentan la variedad de situaciones sobre las que pueden pensar.

De igual manera, la utilización de los manipulables físicos y virtuales y su inserción en el plan de área de matemáticas del Colegio Americano de Apartadó, permite una articulación entre el P.E.I



Los Lineamientos curriculares, en la medida en que los procesos desarrollados en la clase de matemáticas apuntan al desarrollo de competencias, las cuales, “[...] no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (Estándares Básicos en Matemáticas, 2006, p.49).

La utilización de los manipulables físicos y virtuales permite cualificar las prácticas pedagógicas y realizar reflexiones sobre el quehacer pedagógico, invitan a la creación de nuevos ambientes de aprendizajes y a la búsqueda de nuevas herramientas didácticas que contribuyan a la formación matemática de los estudiantes. Transformando la clase de matemáticas de tal forma que los estudiantes puedan explorar a partir de la manipulación, comprobar sus ideas y dar un nuevo significado a las matemáticas.



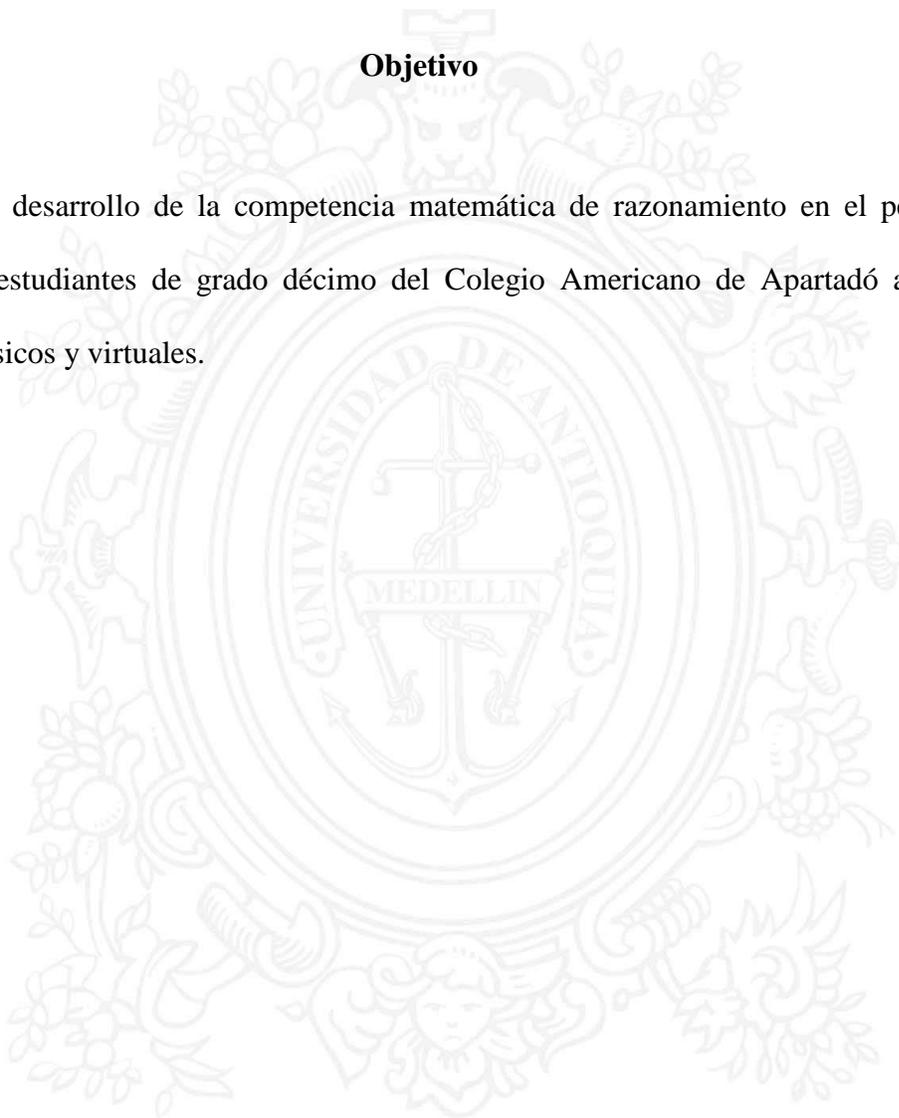
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación [\(volver\)](#)

Objetivo

Favorecer el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional en estudiantes de grado décimo del Colegio Americano de Apartadó a través de manipulables físicos y virtuales.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



CAPITULO II

Marco teórico

[\(volver\)](#)

En el presente apartado se expone la fundamentación teórica que da soporte al desarrollo de este proyecto, es aborda a partir de tres referentes: disciplinar, metodológico y didáctico como se muestra en la Figura 3.

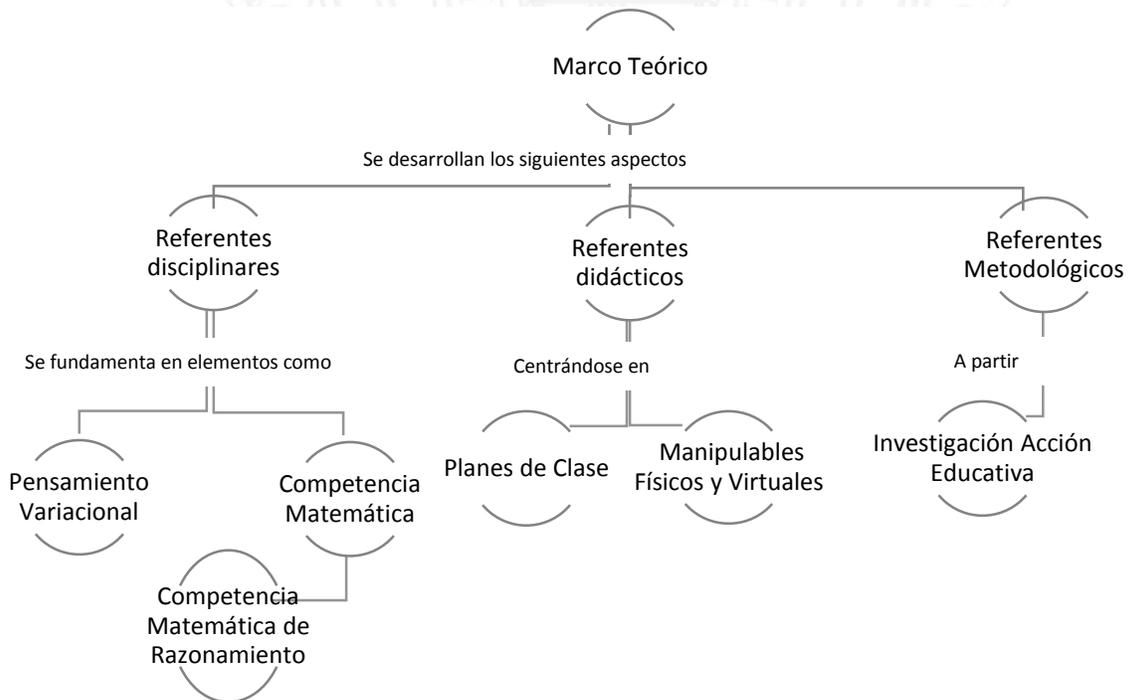


Figura 3. Mapa conceptual marco teórico

Componente disciplinar

[\(volver\)](#)

En este componente se presentan algunas concepciones sobre pensamiento matemático, en particular aquel que se refiere al pensamiento variacional. Se realiza una descripción general



sobre lo que son las competencias matemáticas, profundizando en el estudio de la competencia matemática de razonamiento.

Conocimiento matemático. La naturaleza del conocimiento matemático abordada desde una perspectiva naturalista, se concibe como el producto de la actividad humana, se constituye a partir de las prácticas matemáticas enmarcadas en aspectos sociales y culturales (Socas & Camacho, 2003). Es decir, el conocimiento matemático, comprende las experiencias de los sujetos que interactúan en entornos socioculturales, delimitados en un momento histórico en particular.

De acuerdo a lo anterior el conocimiento matemático en la escuela ha de ser entendido como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y afectividad del estudiante. Debe “[...] ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual” debido a que “[...] su valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo” (Lineamientos Curriculares, 1998, p. 49). Además, es en la escuela donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones, por lo tanto “[...] debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos” (Lineamientos Curriculares, 1998, p. 49).



Desde los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), se presenta la importancia de este conocimiento en particular, el cual permite a los individuos desarrollar destrezas y habilidades mentales necesarias para la toma de decisiones en el ámbito social y laboral, y adaptarse a las exigencias y demandas de un mundo cada vez más competitivo e intelectual.

En el proceso de formación desarrollado en las escuelas es indispensable articular la formación matemática, no sólo por la importancia y el significado que cobra en la sociedad, sino también por el hecho de permitir a los estudiantes desarrollar y fortalecer sus facultades mentales y dar solución a una gran variedad de situaciones cada vez de mayor complejidad, provenientes de otras áreas de estudio o de su propio contexto sociocultural.

Pensamiento matemático. La idea de pensamiento matemático que se adopta en el desarrollo de este proyecto, se concibe como una forma particular de pensar, relacionado con:

las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para responder a una tarea matemática, del mismo modo que nos ocupamos por descifrar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen en la formación de los pensamientos matemáticos. Nos interesa entender, aun en el caso de que su respuesta a una pregunta no corresponda con nuestro conocimiento, las razones por las que su pensamiento matemático opera, como lo hace (Cantoral, Farfán, Alanís, Cordero & Garza, 2005, p.18).

Desde esta perspectiva, el pensamiento matemático se extiende y abarca “todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana” (Cantoral et al., 2005, p.19). De igual modo, Jiménez & Moreno (2011) consideran que el



El pensamiento matemático se refiere a las “formas de pensar los procesos que se realizan al resolver un problema y de construir situaciones matemáticas que vienen del diario vivir” (p.105); señalan además que “[...] abarca muchos niveles, los cuales propician el desarrollo de capacidades cognitivas para la construcción de nuevos conocimientos” (Jiménez & Moreno, 2011, p.105).

Es así, como la idea de pensamiento matemático no aparece vinculada únicamente a una comunidad científica en partículas, o al trabajo matemático realizado en el aula de clase, sino que también se hace presente en contextos socioculturales variados en donde las personas pueden utilizarlo y desarrollarlo a partir de sus interacciones.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), establecen que el pensamiento matemático “[...] posibilita al estudiante describir, organizar, interpretar, formular generalidades y relacionarse con determinadas situaciones a través de la matemática” (p.42). Además, indican que la idea de pensamiento matemático, logra constituirse en el alumno a partir de las relaciones entre el conocimiento matemático, su cotidianidad y las abstracciones que hace de su entorno.

En Colombia, de acuerdo a lo estipulado por el MEN en su serie de Lineamientos Curriculares (1998) y en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), el pensamiento matemático se constituye a partir de cinco tipos de pensamientos: el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, el pensamiento métrico y los



A continuación, se desarrolla una descripción general de una de estas categorías, haciendo énfasis en el pensamiento variacional, por su relevancia en el desarrollo de este proyecto.

Pensamiento Variacional y los Sistemas Algebraicos. Vasco (2006) describe el pensamiento variacional “[...] como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud [...]” (p. 139).

El MEN, según lo estipulado en los Estándares Básicos de Competencia (2006) describe el pensamiento variacional en relación con el “[...] reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraico” (p.66).

Las diversas formas de representar la variación, como: la representación geométrica, en donde “[...] las magnitudes involucradas en la situación de cambio se asocian con longitudes de segmentos”; la representación tabular, relacionada con “[...] la capacidad de producir diferentes medidas de las magnitudes involucradas”; la representación algebraica, las cuales permiten “[...] establecer expresiones algebraicas que condensen toda la información acerca de la situación de cambio”; y la representación gráfica, que se realiza “[...] en un plano con un sistema de



coordenadas cartesianas (MEN, Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. 2004).

Permiten relacionar el pensamiento variacional con los pensamientos numérico, geométrico, algebraico, métrico y estadístico, lo cual indica que “[...] no es posible dejar de lado los otros pensamientos cuando se estudian situaciones de variación y cambio” (p.21).

Competencia. La competencia es entendida como: “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, 2006, p. 49).

Esta noción de competencia, será asumida en el desarrollo de este proyecto, permite hablar de un aprendizaje por competencias, descentralizado de los esquemas tradicionales, que posibilite al estudiante a movilizar su pensamiento a partir de la utilización de sus conocimientos, capacidades, destrezas mentales y nuevas herramientas, permitiéndole dar solución a diversas situaciones tomadas de contextos matemáticos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Competencias matemáticas. Según Rico & Lupiáñez (2008) (citado en Solar 2009) la

competencia matemática “Consiste en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible” (p.13) en donde “[...] los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana”. Logra desarrollarse “[...] en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana” (Rico & Lupiáñez, 2008, p. 13).

PISA definen la competencia matemática como:

[...] una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OCDE, 2006, p.74).

De igual modo, Solar (2009) señala que de acuerdo a lo considerado en PISA, los procesos matemáticos que se articulan a esta competencia son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, construir modelos, plantear y resolver problemas, representar, utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, y emplear material y herramientas de apoyo.



Competencia matemática de Razonamiento. Según García, Coronado, Montealegre, Giraldo,

Tovar, Morales & Cortés (2013) al analizar el trabajo de Rico (1995) concluyen que entre los objetivos importantes de la Educación Matemática se encuentran “[...] desarrollar en los educandos la habilidad para pensar y razonar matemáticamente y usar el pensamiento y razonamiento matemático en el planteamiento, resolución e interpretación de problemas en una variedad de situaciones o contextos” (p. 164)

Atendiendo a lo establecido en los Lineamientos Curriculares de matemáticas (MEN, 1998), el razonamiento matemático es considerado un proceso general asociado con la comunicación, modelación y procesos matemáticos. Debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y articularse a todas sus actividades matemáticas.

La competencia matemática de razonamiento, implica la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades relacionadas con: “[...] dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones”; “justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas; “formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones [...]”; “[...] encontrar patrones y expresarlos matemáticamente” y “utilizar argumentos propios para exponer ideas (Lineamientos Curriculares, 1998, p. 54).

Por lo tanto, el salón de clase, se debe favorecer el desarrollo de estos ejes, propiciando una atmósfera que estimule a los estudiantes a explorar, comprobar y aplicar ideas. En donde el maestro de importancia a las opiniones de los estudiantes, escuchen y orienten el desarrollo de



De esta manera, se infiere que la competencia matemática de razonamiento, abarca una serie de habilidades que se relacionan con todos los pensamientos matemáticos y con las otras competencias matemáticas. Por tal motivo, sin el ánimo de presentar una jerarquización entre las habilidades de la competencia matemática de razonamiento y muchos menos de relegar su importancia, se realizara una descripción de algunas de estas por su relevancia e importancia en el desarrollo de este proyecto. Estas son: establecer patrones, formular hipótesis y justificar.

Vasco (2005), define un patrón en los siguientes términos: “un patrón es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada configuración, disposición, composición, etc.” Además, considera que estos “[...] permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria [...] y que un análisis cuidadoso de los patrones y regularidades encontradas “[...] permite establecer generalizaciones [...]” (p. 51).



Establecer patrones. Posada & Obando (2006) consideran que la búsqueda de patrones, es uno de los ejes conceptuales más importantes del pensamiento variacional, debido a que posibilita el desarrollo de habilidades que son articuladas al análisis y a la solución situaciones problemas relacionadas a contextos de variación. Además, establecen que un análisis cuidadoso de patrones y regularidades permite establecer generalizaciones.

Los patrones y regularidades se presentan de manera natural en las matemáticas y en otras áreas de conocimiento, “[...] pueden ser reconocidos, ampliados y generalizados mediante la construcción de situaciones que involucren procesos de variación y cambio” (Posada & Obando 2006, p.16).

La búsqueda de patrones, permiten a los estudiantes observar y analizar situaciones de variación en contextos diversos, identificar relaciones entre las variables, establecer una secuencia en los cambios presentes y lograr predecirlos mediante un proceso de generalización.

Formular hipótesis. Según lo estipulado en los lineamientos curriculares uno de los objetivos fundamentales para la educación media “[...] es el de proporcionar a los estudiantes numerosas experiencias que les hagan sentir, admirar y ejercitar el maravilloso poder lógico de su cerebro para lanzar hipótesis [...]” (Lineamientos Curriculares,1998, p.66). Para lograr este cometido, se considera que en el trabajo matemático realizado por los estudiantes deben existir actividades relacionadas con su la formulación, la recopilación de evidencias de los casos particulares y la



elaboración de argumentos que las apoyen. La formulación y elaboración de hipótesis, surge a partir de la necesidad de encontrar patrones y semejanzas entre aspectos aparentemente diferentes, de tal manera que permitan obtener una solución satisfactoria ante una situación presentada.

McComas citado en Guisasola, Ceberio & Zubimendi (2003) considera que el término “hipótesis”, está relacionado con una predicción plausible que no presente contradicciones con la teoría estudiada y que además pueda ser contrastable, bien sea de forma experimental o mediante la solución de una situación problema. Lo cual indica que ante una situación, la hipótesis es la respuesta más satisfactoria que pueda ser presentada.

Una hipótesis no puede ser formulada de manera aleatoria, o como producto de la espontaneidad, para ello es necesario tener en cuenta algunos criterios como los establecidos por la Universidad del Rosario (2003):

Pertinencia: Una hipótesis es pertinente si aclara un problema brindando la posible solución.

Plausibilidad: Toda hipótesis indica una relación, formalmente correcta, entre dos o más variables, es decir que no pueden existir contradicciones entre la hipótesis y los datos ofrecidos por el problema.

Verificabilidad: Una hipótesis es una respuesta provisional; por tanto debe permitir ser verificada o refutada a partir de tautologías matemáticas. Una hipótesis cuyas implicaciones



prácticas o teóricas no se pueden poner a prueba mediante experimentos, mediciones o revisión crítica, no es investigable.

Simplicidad: Las mejores hipótesis son aquellas que tienen un mayor alcance explicativo con base en un menor número de variables y supuestos. Una hipótesis simple es fácil de explicar, argumentar, demostrar o invalidar.

Justificar. Según expertos como Rigo, Rojano & Pluvinaige (2009), el término justificación logra ser entendido como “[...] todo tipo de recursos argumentativos que se dan en clases de matemáticas para sustentar enunciados con contenido matemático y para promover un grado de adhesión y convencimiento hacia él” (p. 94).

Villoro citado en Rigo et al., (2009) plantea que se pueden distinguir dos tipos de justificaciones: los argumentos basados en razones y las argumentaciones apoyadas en fuentes supra-razonales, es decir, en los motivos personales de quien arguye.

En lo que se refiere al tipo de argumentos fundamentados en las razones, Puig, (2007) expresa que “dar razones de las propias opiniones es un signo de razonabilidad. Cuando exponemos nuestras opiniones y creencias las debemos justificar. Hemos de procurar no sólo que los niños den razones, sino que vean la necesidad de hacerlo” (p.144).



Por su parte Parra, Zapata & Toro, citado por Botero & otros (2012) “plantean como camino hacia el desarrollo del razonamiento matemático, la necesidad de propiciar espacios en las aulas de clase en los cuales los estudiantes descubran y justifiquen matemáticamente, pues estos posibilitan la comunicación y comprensión de las matemáticas” (p.47). Lo cual implica, la puesta en práctica de la observación, la explicación, la descripción y la argumentación para sustentar y validar los enunciados generados en clase.

Componente didáctico

[\(volver\)](#)

Este componente comprende los siguientes aspectos: planes de clase, manipulables físicos y virtuales, los cuales presentaron gran importancia en el desarrollo de la intervención.

Planes de clase

Son una propuesta estructurada que el docente elabora con anterioridad y posteriormente ejecuta en el aula de clase, teniendo en cuenta las necesidades de sus estudiantes, el contexto sociocultural y el tipo de competencia que se desea desarrollar en los estudiantes. En su elaboración se tiene en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y el desarrollo de actividades de profundización que permitan a los estudiantes analizar diversas situaciones a partir de los conocimientos adquiridos.

Rodríguez (2009) presenta el plan de clase como un instrumento teórico-metodológico el cual está al alcance de todos los profesores. Considera, que “aprender y comprender la esencia de dicho instrumento permite a los educadores visualizar con antelación el camino viable para el logro de aprendizajes, los cuales es necesario visualizarlos dentro de planes estratégicos que dan dirección general en lo referente a la formación integral de alumnos[...]” (p.1). Además, resalta que el plan de clase debe “[...] contemplar dentro de su estructura la formación integral del alumno, es decir, los docentes deben enfocar sus esfuerzos principalmente en la formación del alumno en lugar de darle mayor peso a la información”, esto “[...] requiere que los docentes replanteen su acción educativa y se pregunten si educan para informar o educan para desarrollar el intelecto y la emocionalidad” (p.3).

Isoda & Olfos (2009) establecen que para la elaboración de los planes de clase no existe un formato único. En el marco de este proyecto el diseño y elaboración de los planes de clase se configuran a partir de los siguientes componentes: descripción del plan de clase, indicadores de desempeño, descripción de los procesos y la autoevaluación.

Descripción del plan de clase: se presentan los procesos de enseñanza y aprendizaje que serán desarrollados en el plan, la metodología utilizada por el docente y una descripción de los materiales a utilizar.

Indicadores de desempeño: determinan los objetivos y las metas propuestas por el docente en cada en el plan de clase, los cuales indican los logros a desarrollar con los estudiantes.

Descripción de los procesos: en este apartado aparecen las actividades diagnósticas, la

intervención conceptual y las actividades y trabajos desarrollados por los estudiantes, los cuales se clasifican en actividades de diagnóstico, fortalecimiento y profundización.

La autoevaluación: es uno de los procesos más importantes en el plan de clase, permite contemplar aquellos elementos en los cuales se presentaron fortalezas y debilidades.

Manipulables físicos y virtuales

En el marco de ese proyecto se consideran como manipulables físicos y virtuales todas aquellas herramientas tangibles e intangibles, mediante las cuales los estudiantes pueden generar una relación directa con el conocimiento matemático a partir de la manipulación e interacción, permitiéndoles representar sus ideas abstractas, recrear sus saberes y construir nuevos conocimientos.

Manipulables físicos. Los manipulables físicos son utilizados en clase de matemáticas para introducir, representar o visualizar varios conceptos matemáticos. Según Cascallana (2002) “cuando hablamos de manipulación en matemática se está haciendo referencia a una serie de actividades específicas con materiales concretos, que faciliten la adquisición de determinados conceptos matemáticos” (p. 28). Su utilización es de gran importancia al momento de construir y comprender el conocimiento matemático “[...] Debido a que el estudiante no posee la capacidad



abstracta suficiente para comprender los conceptos matemáticos a partir solo de las palabras”
(Cascallana, 2002, p.29).

Cisneros (2010) resalta la importancia de la manipulación en la construcción del conocimiento matemática por parte del estudiante, establece que: “la comprensión de las operaciones y las relaciones matemáticas, depende tanto de las acciones efectuadas en la mente sobre la base de un conocimiento previo, como de la familiaridad con relevantes manipulaciones concretas subyacentes” (Cisneros, 2010, p.65).

El MEN en los Estándares Básicos y las Competencias Matemáticas (2006) considera que el uso de manipulables físicos permiten a los estudiantes

[...] percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Los modelos y materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas (p. 54).

Manipulables virtuales. Spicer (2000) considera que “los manipulables virtuales tienen la capacidad de hacer visible lo que es difícil de ver e imposible de imaginar” (p.14). Permiten a los estudiantes entender conceptos esenciales en áreas como matemáticas a partir de representación de las temáticas de forma más sencilla.



Rincón (2003) establece que algunos manipulables virtuales se presentan como herramientas poderosas para enseñar conceptos matemáticos y científicos; a través de su utilización se le permite a los estudiantes pasar del nivel concreto al abstracto e incrementar su capacidad para adquirir habilidades y conceptos matemáticos al ofrecerles una representación física, tangible, móvil, armable y desarmable, que permite visualizar conceptos de manera concreta.

Además, se tiene que las computadoras que hacen posible la utilización de los manipulables virtuales favorece el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante en la medida que construye su conocimiento y le permite acceder a herramientas diferentes al lápiz y al papel, con las cuales pueden desarrollar procedimientos dispendiosos de formas más sencilla, puesto que “es evidente que la calculadora y el computador aligeran y superan la capacidad de cálculo de la mente humana, por ello su uso en la escuela conlleva a enfatizar más la comprensión de los procesos matemáticos [...]” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.17).

Cabe resaltar, que entre los beneficios matemáticos que se le atribuyen al uso de los manipulables virtuales, Spicer (2000) presenta los siguientes:

Hacer conscientes ideas y procesos matemáticos en los estudiantes.

Permitir a los estudiantes razonar mientras manipulan en el computador gráficas o figuras dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.

Explorar, gracias a la flexibilidad de los manipulables, las figuras geométricas de maneras que no son posibles con figuras físicas (cambios en forma o tamaño, cambios generales o particulares, etc).



Facilitar la exploración rápida de los cambios en las expresiones matemáticas con el simple movimiento del ratón, en contraposición de lo que sucede cuando se utiliza lápiz y papel.

Visualizar los efectos que tiene en una expresión matemática, modificar otra. Por ejemplo, cambiar el valor de un parámetro de una ecuación y ver cómo la gráfica resultante cambia de forma.

Acelerar la exposición a un gran número de problemas y ofrecer retroalimentación inmediata.

Relacionar con facilidad símbolos matemáticos, ya sea con datos del mundo real o con simulaciones de fenómenos corrientes, lo que le da significado a las matemáticas.

Obtener retroalimentación inmediata cuando los estudiantes generan expresiones matemáticas incorrectas.

Realizar procesos de composición y descomposición de formas (realizar unidades compuestas, descomponer un hexágono en otras formas como triángulos, etc).

Conectar el aprendizaje Geométrico/Espacial al aprendizaje numérico, relacionando dinámicamente ideas y procesos numéricos con las ideas de los estudiantes sobre formas y espacio.

En este sentido, los manipulables virtuales se presentan como una herramienta que permite desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje en escenarios educativos totalmente diferentes a los tradicionales, en donde los estudiantes potencializan sus habilidades matemáticas, construyen su propio conocimiento y conectan varias ideas y representaciones matemáticas.

Componente metodológico

[\(volver\)](#)

En el siguiente apartado se presenta una descripción de algunos conceptos relacionados con la Investigación Cualitativa y la Investigación Acción Educativa. De manera introductoria, se



realiza una descripción sobre la metodología de Investigación Cualitativa teniendo en cuenta los

soportes de autores como: Sandoval (2002), Castillo & Vásquez (2003), Hernández, Fernández & Baptista (2006), Rodríguez, Gil & García (2006), Álvarez & Jurgenson (2007); luego se procede con la descripción de la metodología de Investigación Acción Educativa propuesta por Restrepo (2002, 2004, 2009).

Investigación cualitativa

La práctica pedagógica se constituye en un escenario que le permite a los maestros en formación involucrarse en procesos de investigación a medida que imparten conocimientos y recrean diversas situaciones de aprendizajes, esta amalgama les permite desarrollar reflexiones constantes sobre su quehacer proporcionándoles la posibilidad de recrear nuevos espacios de formación que apunten a mejores procesos de enseñanza y aprendizajes y ofrecer una educación calidad.

Según Castillo & Vásquez (2003) “la investigación cualitativa se caracteriza por ver las cosas desde el punto de vista de las personas que están siendo estudiadas, en donde el papel de los investigadores es entender e interpretar qué está sucediendo” (p. 164). En la investigación cualitativa, los investigadores desarrollan la investigación de manera flexible y elaboran los concepto partiendo de los datos obtenidos (Álvarez & Jurgenson, 2007). Implica la utilización de una variedad de instrumentos como entrevistas, narraciones, observaciones, imágenes, etc., los cuales, permiten recolectar datos e información acerca de las interacciones procedentes de la realidad.



Para Sandoval (2002) la investigación cualitativa es entendida como:

[...] la captación, del sentido de lo que el otro o los otros quieren decir a través de sus palabras, sus silencios, sus acciones y sus inmovilidades mediante la interpretación y el diálogo, es la posibilidad de construir generalizaciones, que permitan entender los aspectos comunes a muchas personas y grupos humanos en el proceso de producción y apropiación de la realidad social y cultural en la que desarrollan su existencia (p.32).

Según Hernández, Fernández & Baptista (2006), la investigación cualitativa está vinculada con la naturalidad de los fenómenos tanto en sus descripciones como en las interpretaciones. En este sentido, el propósito de la investigación cualitativa “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (Hernández et al., 2006, p. 8), en donde “la recolección de datos consiste en obtener perspectivas y puntos de vistas de los participantes (sus emociones, experiencias, significados y otros subjetivos)” (Hernández et al., 2006, p. 9), es decir, la investigación cualitativa consiste en “reconstruir la realidad, tal y como la observan los actores de un sistema social previamente definido” (Hernández et al., 2006, p.10).

Al respecto, Rodríguez, Gil & García (2006) consideran que la investigación cualitativa no es una corriente metodológica unidireccional, se encuentra conformada por diversas tendencias con rasgo compartidos, como lo establecen al distinguir las siguientes variantes: fenomenología, etnografía, teoría fundamentada, etnometodología, investigación acción y biografía.

De esta manera, en este proyecto, los análisis y las reflexiones generadas en las prácticas educativas, serán abordados bajo el paradigma de la investigación acción, y más específicamente a partir de una de sus variantes, la Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2002, 2004, 2009), al estar enmarcada en la autorreflexión y en la mejora constante de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Investigación-Acción Educativa. En éste prototipo de investigación, según Restrepo (2002) bajo la hipótesis de considerar al maestro como investigador; se establecen tres fases en las cuales, el maestro se interesa por reconocer problemáticas en la enseñanza y busca mejorar las metodologías utilizadas en los espacios de aprendizaje; estas fases son: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

Las tres fases que componen la investigación son: la reflexión sobre un área problemática, la planeación y la ejecución de acciones alternativas para mejorar la situación problemática, y la evaluación de resultados con miras a emprender un segundo ciclo de las tres fases. La reflexión, en verdad, se encuentra al comienzo del ciclo, en la planeación y en la evaluación o seguimiento de la acción instaurada para transformar la práctica. (Restrepo, 2002, p.5).

Restrepo (2004) considera que es un instrumento que permite al maestro comportarse como aprendiz de largo alcance, debido a que le enseña cómo aprender a aprender, cómo comprender la estructura de su propia práctica y cómo transformarla permanente y sistemáticamente.

Deconstrucción. Este primer paso de la investigación, se desarrolla con el fin de delinear la estructura de la práctica, identificar sus vacíos y elementos de ineffectividad. “[...] es un proceso que trasciende la misma crítica, que va más allá de un autoexamen de la práctica, para entrar en



diálogos más amplios con componentes que explican la razón de ser de las tensiones que la práctica enfrenta” (Restrepo, 2004, p. 51).

Restrepo (2009) define esta primer fase como “la búsqueda continua de la estructura de la práctica y sus raíces teóricas para identificarla y someterla a crítica y mejoramiento continuo” (p.6). Además, precisa que “al hablar de la estructura de la práctica nos referimos a que esta consta de ideas (teoría), herramientas (métodos y técnicas), y ritos (costumbres, rutinas, exigencias, hábitos) susceptibles todos de deconstrucción” (Restrepo, 2009, p.6).

Restrepo (2004) logra constatar que el proceso de deconstrucción debe finalizar “[...] en un conocimiento profundo y una comprensión absoluta de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas y debilidades, es decir, en un saber pedagógico que explica dicha práctica. Es el punto indispensable para proceder a su transformación” (p.51)

Reconstrucción. Sobre ésta fase de la investigación acción-educativa, Restrepo (2009) considera que su probabilidad de éxito depende del proceso de deconstrucción, el cual, debe realizarse de manera detallada y crítica. La reconstrucción está basada en las reflexiones detalladas y críticas que se hicieron en la deconstrucción, es una reafirmación de los aspectos positivos de la práctica, y que a su vez permite, fortalecer aquellos componentes débiles, inefectivos e ineficientes. De esta manera, la reconstrucción permite al docente repensar su labor y perfeccionarla a partir de las reflexiones que realiza sobre su quehacer pedagógico.

Restrepo (2004) expresa que la fase de reconstrucción, por su parte,



demanda búsqueda y lectura de concepciones pedagógicas que circulan en el medio académico, no para aplicarlas al pie de la letra, sino para adelantar un proceso de adaptación, que ponga a dialogar una vez más la teoría y la práctica, diálogo, del cual debe salir un saber pedagógico subjetivo, individual, funcional, un saber práctico para el docente que lo teje, al son de la experimentación “(p.52).

En este orden de ideas, la reconstrucción es la fase en donde se realiza la configuración de prácticas educativas, estrategias didácticas y métodos. Por tal motivo, en esta fase en donde se diseñan y desarrollan los planes de clase y se redactan los diarios de procesos, los cuales constituyen el eje central de la reconstrucción y permiten identificar los aspectos más relevantes de las estrategias implementadas.

Evaluación de la práctica reconstruida. Restrepo (2004) considera que en ésta última etapa, “[...] el docente recapacita sobre su satisfacción personal frente al cambio que se ensaya y acerca del comportamiento de los estudiantes ante los nuevos planteamientos didácticos y formativos” (p. 52).

Ésta última fase de la investigación, está relacionada con actividades en la cuales, se desarrolla un análisis a partir de notas sobre indicadores de efectividad, tomadas en la nueva intervención. Estas notas permiten redireccionar el proceso de evaluación y modificar o reconstruir nuevas estrategias de acuerdo a las necesidades encontradas en el aula. Restrepo (2009). Es decir, se presenta como una fase para pensar y reflexionar sobre la manera en que los nuevos planteamientos didácticos y metodológicos trascendieron en el aprendizaje de los estudiantes y su proceso formativo.



CAPITULO III

Diseño metodológico

[\(volver\)](#)

La propuesta “desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional” tiene como objetivo favorecer el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento en el pensamiento variacional en estudiantes de grado décimo del Colegio Americano de Apartadó, a partir del desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales; involucrando a los estudiantes en nuevos entornos de aprendizajes y permitiendo la construcción de nuevos saberes.

Se fundamenta a partir del paradigma de la Investigación Cualitativa, atendiendo a una de las variantes de la investigación acción, la Investigación Acción Educativa (I-A-E) propuesta por Restrepo (2002, 2004, 2009). Con este método de investigación se pretende transformar la práctica pedagógica, convirtiendo al maestro en investigador en cuanto desarrolla el proceso de enseñanza y realiza reflexiones sobre aquellas experiencias presentes en sus prácticas educativas. La I-A-E se desarrolla a partir de tres fases: deconstrucción, reconstrucción y evaluación, las cuales fueron articuladas en el desarrollo de este proyecto.

En la primera fase o fase de deconstrucción, se presenta la lectura del contexto, se realiza la caracterización de la institución, profesores y estudiantes. Se realizan observaciones de clase en



a algunos decentes y una prueba diagnóstica a los estudiantes para identificar algunas fortalezas y debilidades relacionadas con las competencias y pensamientos matemáticos.

En la segunda fase o fase de reconstrucción, se elaboran y ejecutan los planes de clases orientados a favorecer el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional. Además, se realizan los diarios de procesos los cuales permiten reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados durante la intervención.

En la tercera fase o fase de Evaluación, se realiza un proceso de selección y análisis de los resultados, permite identificar los logros y avances obtenidos en el proyecto. En este apartado se comparan los planteamientos iniciales y los obtenidos durante y después de la intervención, se resaltan las fortalezas y se analizan las dificultades presentadas en el transcurso de la intervención, logrando establecer algunas conclusiones que muestren los principales aspectos de esta.

A continuación se presenta una descripción de cada una de las fases, como se describe en la Figura 4.

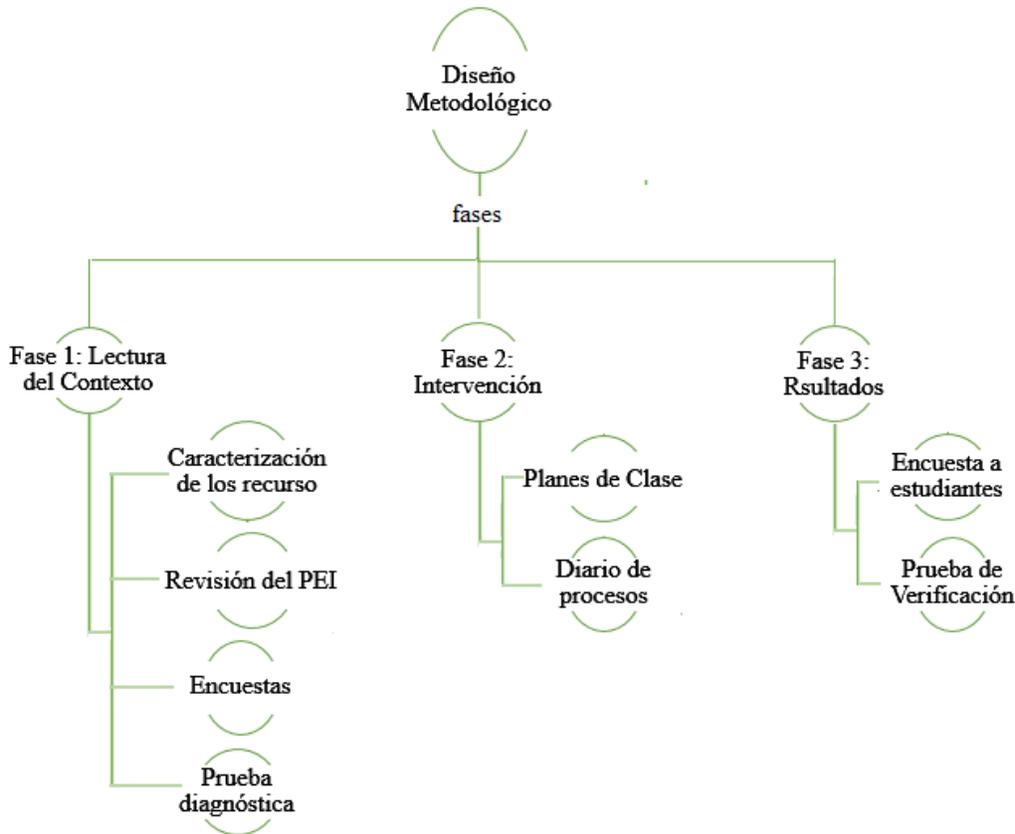


Figura 4. Estructura diseño metodológico

Fase 1. Deconstrucción

[\(volver\)](#)

Se constituye como un elemento importante en el proceso de intervención pedagógica, en esta fase empieza a establecerse el objetivo del proyecto, permite obtener ideas claras sobre los aspectos relevantes más los estudiantes, los docentes, las dinámicas en el aula de clase, y el contexto institucional.

En esta primera fase, se diseñaron y aplicaron los siguientes instrumentos: caracterización de la institución, revisión del PEI, caracterización de los docentes, caracterización de los estudiantes, caracterización de los recursos y materiales, observaciones de clase y prueba diagnóstica.



Caracterización de la institución

Con la implementación de este instrumento, se identificaron elementos fundamentales relacionados con el componente teleológico del colegio, como la misión, visión, la filosofía institucional, los principios institucionales y el modelo formativo. Permite realizar una lectura y un análisis sobre los recursos materiales y espacios físicos con que cuenta la institución, la calidad del servicio educativo que ofrece, la cualificación del personal docente y administrativo, algunos aspectos relacionados con el PEI, el plan de área de matemáticas y el sistema de evaluación institucional.

Caracterización de los docentes

A partir de su aplicación, se obtuvo información sobre la formación profesional de los docentes, los años de experiencia laboral, la forma en que planifican y desarrollan sus clases, la relación que establecen con el conocimiento, la manera en que desarrollan las competencias de sus estudiantes, las metodologías utilizadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje y las reflexiones que realiza sobre su quehacer docente.

Caracterización de los estudiantes

La utilización de este instrumento, permitió obtener información sobre aspectos generales de los estudiantes como: sus edades, las dinámicas de sus entornos familiares, número de hermanos, estratos socioeconómicos; sus principales gustos, aspiraciones profesionales y actividades que



realizan en sus tiempos libres; la manera en que se desenvuelven en su ambiente escolar, sus materias favoritas, las concepciones y actitudes que presentan ante las matemáticas.

Prueba diagnóstica

Fue elaborada a partir de 15 preguntas de selección múltiple, en las cuales los estudiantes debían justificar las respuestas seleccionadas. Con este instrumento se evaluó el nivel de desempeño de los estudiantes en los pensamientos y competencias matemáticas. A partir de su análisis, se identifican debilidades en los estudiantes en algunas de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento, como justificar, establecer patrones y formular hipótesis. De igual modo, permitió identificar en los estudiantes dificultades para analizar y solucionar situaciones en contexto de variación.

Fase 2. Reconstrucción

[\(volver\)](#)

La fase de reconstrucción, se realiza a lo largo del primer semestre académico del año 2014 con estudiantes de décimo A, en esta fase el docente en formación, planifica, elabora y ejecuta los planes de clases, y se responsabiliza de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Se constituye en una fase de gran importancia en el proceso de formación del maestro, en ella aplica y encuentra un mayor sentido a los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos

adquiridos durante toda su carrera; le permite conocer sobre las diversas problemáticas que se hacen presentes en el ambiente escolar y vincularse por primera vez, en la solución de problemas relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en el aula, y en el fortalecimiento de competencias matemáticas en sus estudiantes.

Planes de clase

Los planes de clase se presentan como elementos fundamentales en el proceso de intervención de la práctica pedagógica. En su elaboración y diseño, se fundamentan en un marco teórico con las definiciones y los conceptos matemáticos a estudiar, presenta actividades diagnósticas orientadas a identificar los saberes previos de los estudiantes, y actividades de profundización elaboradas para determinar el grado de asimilación y evolución de los estudiantes en las competencias y pensamiento matemáticos.

Los planes de clase, son diseñados y ejecutados con el objetivo de favorecer en los estudiantes el desarrollo de habilidades de la competencia matemática de razonamiento como justificar, encontrar patrones y formular hipótesis, y de igual manera algunos de los componentes del pensamiento variacional; se centra en el desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales, como: geoplanos cuadrangulares, origami o doblado de papel, sextantes, el geoplano circular (aplet del software NLVM), GeoGebra y páginas interactivas relacionadas con la aplicación de los saberes adquiridos. Además, son enriquecidos con la utilización los diarios de procesos como una herramienta que permite al docente determinar las fortalezas y las dificultades presentes en la intervención pedagógica.



Entre los planes de clase que se desarrollaron a lo largo de la intervención encontramos:

Es hora de razonar para las proporciones encontrar. En este plan de clase se presentan los conceptos de razón y proporción, para que los estudiantes logren identificar y aplicar sus principales propiedades y establezcan algunas relaciones entre estos conceptos matemáticos.

Se vincula al estudiante en un proceso de construcción de conocimiento a través de nuevas situaciones de aprendizajes, participando de manera activa en el desarrollo de actividad con manipulables físicos y virtuales, las cuales están orientadas al fortalecimiento de algunas habilidades de la competencia matemática de razonamiento como: encontrar patrones, justificar y establecer hipótesis.

Los procesos adelantados en este plan de clase, permite a los estudiantes descubrir la importancia de las matemáticas, despertar el interés y el gusto por las matemáticas a partir de actividades como: “Hablemos un poco de las elecciones” y “Con el geoplano, medimos, ubicamos y razonamos”.

Ángulos y más ángulos. A lo largo de este plan de clase se estudian conceptos relacionados con los ángulos, como: elementos de un ángulo, construcción y medición de ángulos, ángulos complementarios y suplementarios, clasificación y propiedades de ángulos.



En este plan de clase, se desarrollan actividades a partir del uso del Geoplano-circular (un manipulable virtual del software NLVM), permitiendo a los estudiantes construir ángulos, verificar sus propiedades, establecer relaciones y conectar varias representaciones e ideas matemáticas. Además, se articula la utilización de materiales físicos como el transportador, la regla y la calculadora, requeridos en procesos de medición y cálculo en algunas de las situaciones planteadas. Su objetivo es favorecer en los estudiantes el desarrollo de las habilidades de encontrar patrones y establecer hipótesis.

Se presentan la actividad “En busca de ángulos”, la cual permite a los estudiantes poner en práctica su imaginación y creatividad a medida que exploran y movilizan su pensamiento a partir de situaciones tomadas de su contexto, despertando el interés y el gusto por las matemáticas.

Si los triángulos quieres encontrar, primero debes razonar. En la aplicación de este plan de clase, se presenta de manera introductoria el concepto de triángulo, permitiendo a los estudiantes reconocer sus elementos, su clasificación y principales propiedades.

Se profundiza en el estudio del triángulo rectángulo y el teorema de Pitágoras, a partir de actividades como: “triángulos y más triángulos” y “El juego de las ternas pitagóricas”. Se hace uso del Geoplano-circular, este permite construir triángulos, determinar el valor de sus ángulos y establecer relaciones entre sus elementos. Además, se articula la utilización de materiales físicos como el doblado de papel (origami) permitiendo a los estudiantes encontrar patrones a partir del análisis y la búsqueda de regularidades en el estudio de cada doblez.



Si logro razonar las funciones trigonométricas puedo relacionar. Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a lo largo del plan de clase, están orientados al reconocimiento de las funciones trigonométricas seno y coseno, estudiando aspectos como: gráfica, dominio, rango, periodo y algunas de sus principales propiedades a partir del estudio de sus ecuaciones generales: $f(x) = A \text{ sen}(Bx + C)$ y $f(x) = A \text{ cos}(Bx + C)$.

Se pretende que el estudiante haga uso de sus conocimientos previos y los articule a la solución de situaciones o tareas establecidas, orientadas a la búsqueda de patrones y a la justificación de las respuestas presentadas.

Las situaciones de análisis se basan en el estudio de gráficas de funciones realizadas en GeoGebra, permiten observar las relaciones de covarianza entre el dominio y el rango de cada función, identificar intervalos de crecimiento y decrecimiento y verificar propiedades sobre los ángulos notables y terminales que han sido formalizados.

Diarios de procesos

Se presentan como un instrumento que permite sistematizar el proceso de intervención pedagógica, en ellos se establecen reflexiones sobre los aspectos más relevantes de la clase y las características más importantes de las actividades presentadas.

En el marco de este proyecto, la utilización de los diarios de procesos permitió realizar reflexiones sobre los avances de los estudiantes en relación al fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento y al pensamiento variacional. Permitieron



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

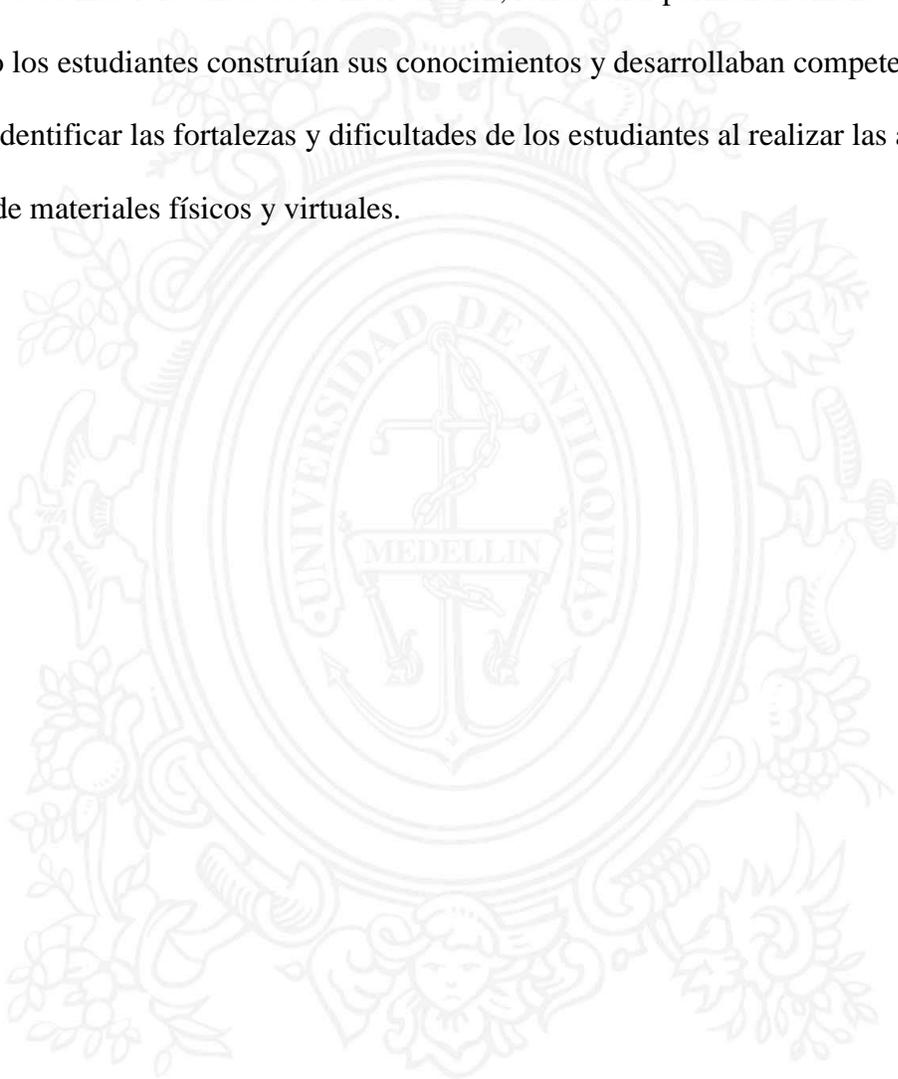
Facultad de Educación

describir los aspectos más relevantes de la intervención, reflexionar permanentemente sobre la

manera en cómo los estudiantes constrúan sus conocimientos y desarrollaban competencias

matemáticas, e identificar las fortalezas y dificultades de los estudiantes al realizar las actividades

a partir del uso de materiales físicos y virtuales.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Fase 3. Análisis de resultados

El siguiente análisis pretende describir los diferentes aspectos trabajados durante la práctica pedagógica para dar respuesta a la pregunta de investigación y verificar los alcances del objetivo planteado.

Se fundamenta a partir del estudio de tres aspectos referenciados en el marco de este proyecto: el fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento, referidas a establecer patrones, formular hipótesis y justificar, según lo establecido en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998); el impacto generado por el uso de los manipulables físicos y virtuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas.

Se establece teniendo en cuenta la prueba diagnóstica y la prueba de verificación aplicadas a los estudiantes, las actividades desarrolladas a lo largo de los planes de clase y las reflexiones presentadas en los diarios de procesos.

Desde el fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento

De acuerdo con lo planteado en la pregunta de investigación los estudiantes presentaban debilidades en la competencia matemática de razonamiento y el pensamiento variacional, sin embargo, la intervención posibilitó un espacio que favoreció el desarrollo de algunas habilidades

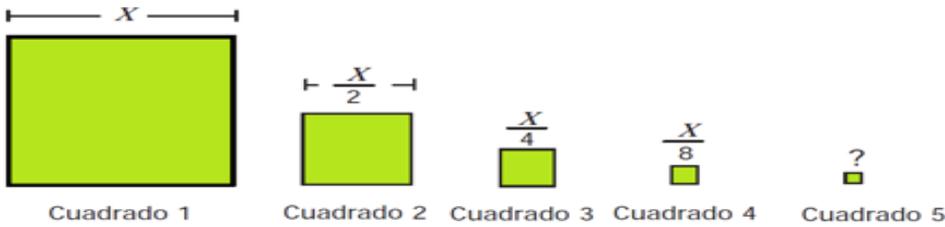


de esta competencia, en particular las referidas a la búsqueda de patrones, la formulación de hipótesis y la justificación de los procesos desarrollados.

Establecer patrones

La prueba diagnóstica mostró debilidades en los estudiantes al momento de encontrar regularidades y establecer patrones en situaciones de variación. Como se observa en la pregunta 8 que se muestra en la figura 5.

8. La siguiente es una secuencia formada por cuadrados. Las dimensiones de los lados se indican en cada figura.



¿Cuál es la medida del cuadrado 5?

- A. $\frac{x}{10}$
- B. $\frac{x}{12}$
- C. $\frac{x}{16}$
- D. $\frac{x}{18}$

Figura 5. Pregunta 8 prueba diagnóstica

#8 es la A por que los cuadrados van de forma ascendente

Figura 6. Respuesta pregunta 8 prueba diagnóstica

En la figura 6 se observa una de las respuestas de los estudiantes ante la situación establecida, lo cual indica que a los estudiantes se les dificulta encontrar regularidades en una situación de variación que relaciona la longitud de los lados de los cuadros con la posición que estos ocupan. Este hecho indica que los estudiantes presentan debilidades en una de las habilidades de la competencia matemática de razonamiento, relacionada con establecer patrones. Para el caso de la situación presentada en la Figura 5, el patrón que determina la longitud de los lados de los cuadrados, se establece a partir del análisis de la covariación entre la posición que ocupan los cuadrados y la longitud de una de sus lados.

Durante la intervención en la actividad de fortalecimiento # 1 del plan de clase N°2, los estudiantes interactuaron con el software NLVM y mediante la utilización del Geoplano-circular debían construir ángulos y establecer relaciones entre estos objetos matemáticos . La figura 7 muestra a los estudiantes interactuando con el Geoplano-Circular, a partir de este manipulable virtual pueden representar sus ideas y dar solución a las situaciones planteadas.

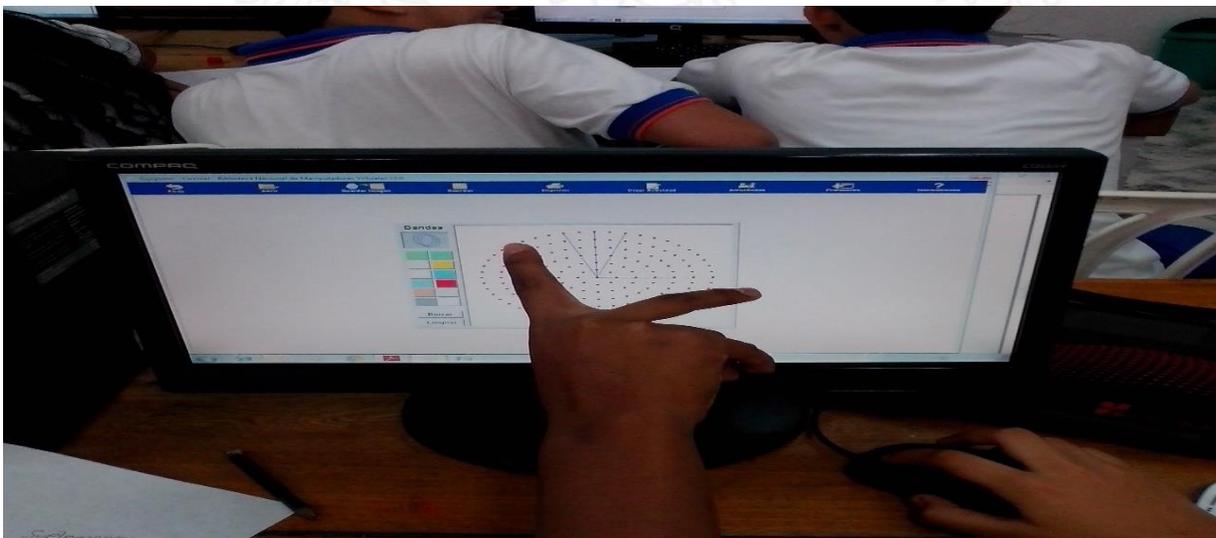


Figura 7. Estudiantes utilizando el software NLVM. Geoplano - Circular



Que para saber la medida del complemento y el suplemento siempre tenemos que saber la medida del ángulo.

2.3. $180 - \text{la medida } \alpha = \text{suplemento.}$

4. $90 - \text{la medida } \alpha = \text{complemento.}$

Figura 8. Respuesta a los numerales 2.3 y 2.4. Actividad de fortalecimiento # 1. Plan de clase N° 002.

$C = 90 - \alpha$
 $S = (90 - \alpha) + 90$
 $S = 180 - (90 - \alpha)$
 Entonces es más complejo y atareado estar $180 - C$, que es equivalente a $C + 90$.

Figura 9. Respuesta a los numerales 2.3 y 2.4. Actividad de fortalecimiento # 1. Plan de clase N° 002.

En las figuras 8 y 9, se evidencia cómo los estudiantes logran establecer la relación entre la medida de un ángulo dado y el valor de su complemento y suplemento respectivamente. Este hecho se hace posible a partir del estudio de las representaciones realizadas con el manipulable virtual, y los análisis que realizan sobre la forma en como varían las magnitudes involucradas, bien sea: la amplitud del ángulo y el valor de su complemento o la amplitud del ángulo y el valor de su suplemento. Esto les permite encontrar regularidades, interpretarlas e inferir el patrón que se hace presente en ellas mediante la utilización de sus habilidades de razonamiento. Vasco (2005), al respecto establece que: un patrón es una propiedad, una regularidad, una cualidad invariante que expresa una relación estructural entre los elementos de una determinada



UNIVERSIDAD
DE ANTOQUIA
1803

Facultad de Educación

configuración, permite la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones y un análisis cuidadoso de estos permiten establecer generalizaciones.

En la prueba de verificación se evidencia cómo las actividades con manipulables físicos y virtuales favorecieron en los estudiantes el desarrollo de la habilidad de razonamiento relacionada con establecer patrones, permitiéndoles encontrar regularidades de forma más fácil y generar procesos de generalización.



Figura 10. Estudiantes utilizando el sextante. Segundo Momento prueba de verificación

1 8 0 3



(2,3)
El ángulo de elevación del sextante varía acorde a la distancia del ángulo y el poste, de acuerdo a la amplitud del ángulo, si es más amplio, está más cerca del poste y, consecuentemente si el ángulo es cada vez más pequeño, entonces, se aleja del poste.

Figura 11. Respuesta numeral 2.2. Segundo Momento prueba de verificación.

(2,3) Si sabemos que para hacer la altura del poste usamos $\tan \theta = \frac{x}{y+1m}$, entonces sabemos que si despejamos la ecuación podemos encontrar que:

$$\theta = (\tan^{-1}) \frac{y+1m}{x}$$

Figura 12. Respuesta numeral 2.3. Segundo Momento prueba de verificación.

En las figuras 10 y 11 se observa como los estudiantes a partir de la utilización de manipulable físicos, estudian la forma en como varían la distancia entre la ubicación del sextante y la base del poste y el ángulo de elevación. Analizan estas relaciones de covariación y encuentran regularidades entre las variables involucradas, establecen que el ángulo de elevación varían según la posición en la cual se ubique el sextante, logran inferir que a mayor amplitud del ángulo de elevación menor es la distancia entre el sextante y la base del poste; y a menor amplitud del ángulo de elevación mayor es la distancia. Este razonamiento, les permite establecer el patrón



que se presenta en esta situación. Lo cual permite evidenciar la manera en que se ha favorecido el desarrollo de esta habilidad de la competencia de razonamiento.

Se puede observar en la figura 12, que los estudiantes realizan un análisis cuidadoso de estos patrones para establecer secuencias lógicas entre los cambios que se presentan entre las cantidades involucradas y desarrollan proceso de generalización partiendo de situaciones particulares.

Justificar

Atendiendo a las respuestas obtenidas en la aplicación de la prueba diagnóstica, en los estudiantes se identifican dificultades relacionadas con los procesos de justificación. Sin embargo, la intervención pedagógica permitió a los estudiantes fortalecer esta habilidad de razonamiento.

En la Figura 13 se muestra una de las preguntas relacionada con esta habilidad.

7. A una función del Teatro Infantil entraron 270 personas. Por cada dos niños entró un adulto a la función. Cada adulto pagó \$6.000 y los niños entraron gratis. ¿Cuánto dinero se recaudó en la función?
- A. \$540.000
 - B. \$810.000
 - C. \$1.080.000
 - D. \$1.620.000

Figura 13. Pregunta 8 prueba diagnóstica



⑦ Se recaudaron 7.620.000 en la función ya que al multiplicar el precio que pago cada adulto por las personas que entraron es la ⑩

Figura 14. Respuesta pregunta 7 prueba diagnóstica.

En las respuestas de los estudiantes, se evidencian debilidades al momento de establecer relaciones, analizar la situación y sustraer la información presentada de forma implícita. Al momento de justificar, no presentan elementos conceptuales que permitan identificar la razón que se establece entre el número de adultos y el número de niños y la manera en que esta varía según el número de personas que ingresan a la función, lo cual genera dificultades para presentar argumentos fundamentados matemáticamente. Cabe resaltar que los únicos elementos que los estudiantes poseen para ejecutar estos procesos se reducen únicamente a la utilización del lápiz y el papel, debido a que no utilizan materiales físicos o virtuales que favorezcan el desarrollo de su pensamiento y competencias matemáticas.

Durante la intervención en una de las actividades de fortalecimiento del plan de clase N°1, los estudiantes a partir de la utilización del geoplano cuadrangular construyeron dos rectángulos con diferentes longitudes para sus respectivas bases y alturas, donde la razón entre la base y la altura fueran las mismas. A continuación se presentan los procedimientos utilizados por algunos estudiantes para justificar las construcciones realizadas. *Figura 15.* Respuesta al numeral 2.1, plan de clase n°1 actividad de fortalecimiento # 1



Figura 15. Estudiantes utilizando el geoplano cuadrangular

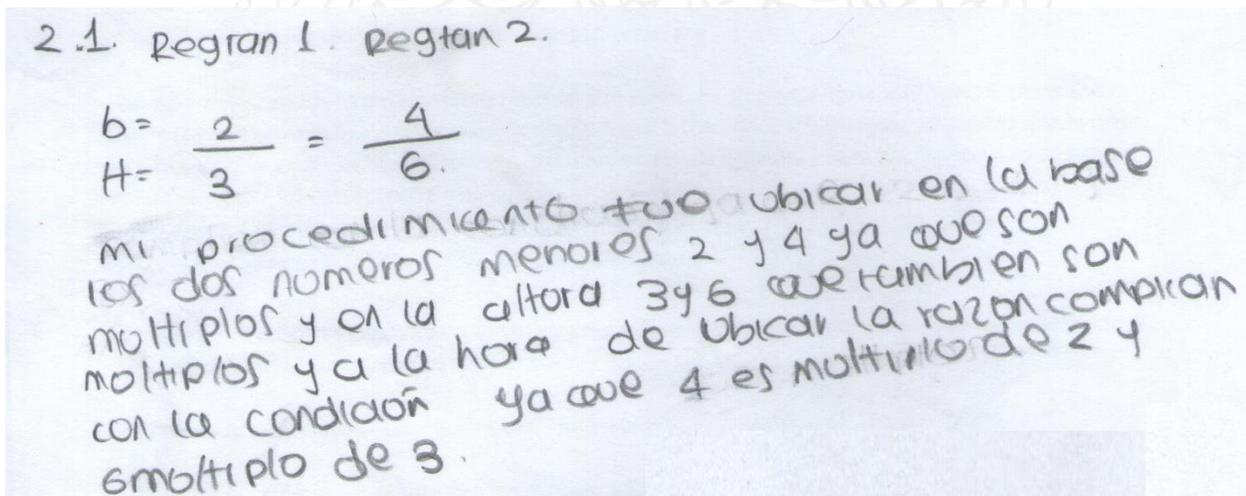


Figura 16: Respuesta al numeral 2.1, plan de clase n°1 actividad de fortalecimiento # 1



Se observa como los estudiantes, logran apropiarse del concepto de razón, construyen

proporciones a partir de series de razones iguales y aplican algunas de las propiedades estudiadas.

Los estudiantes relacionan los conceptos estudiados y aplican los conocimientos adquiridos para justificar y argumentar matemáticamente el procedimiento utilizado, se apoyan en las construcciones realizadas a partir de la utilización del geoplano, lo cual les permite representar y verificar sus ideas.

De esta manera, se observa como las actividades a partir de la utilización de manipulables físicos favorece en los estudiantes el desarrollo de habilidades de razonamiento como la justificación, permitiéndoles elaborar argumentos persuasivos expresados a partir de sus razonamientos y atendiendo a sus conocimientos previos.

En otra de las actividades de fortalecimiento propuesta en el plan de clase N°2, los estudiantes utilizando el geoplano circular del software NLVM, construyen algunos ángulos en particular y luego calculan y construyen el complemento y el suplementos de los ángulos indicados. A continuación se presentan algunos de los procedimientos utilizados por los estudiantes para lograr realizar las construcciones:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



Calculamos que el espacio entre cada punto es de 7.5° y al ir sumando se obtiene el ángulo que necesitamos. Hay 48 puntos en el geoplano circular y normalmente un transportador tiene 360° y al dividirlo por el número de puntos (48) nos da como resultado 7.5 .

Para saber como eran los ángulos dividimos por 7.5 .

$$75 \div 7.5 = 10.$$

La amplitud del ángulo debe ser de 10 puntos en el geoplano.

Figura 17: Respuesta al numeral 1.1, plan de clase n°2 actividad de fortalecimiento # 1

En la figura 17 se evidencia como la utilización de los manipulables virtuales permiten a los estudiantes utilizar recursos que antes no estaban a su disposición, favoreciendo el desarrollo de sus habilidades para justificar a partir de las diversas representaciones que estas a su disposición, las cuales puede manipular y observar.

Lo anterior demuestra como la utilización de los manipulables físicos y virtuales permite favorecer en los estudiantes sus habilidades para justificar, debido a que en el desarrollo de las actividades pueden hacer uso “[...] todo tipo de recursos argumentativos que se dan en clases de matemáticas para sustentar enunciados con contenido matemático y para promover un grado de adhesión y convencimiento hacia él” (Rigo, Rojano & Pluvinage, 2009, p. 94). Lo cual solo es posible si el estudiante cuenta con entornos de aprendizajes dinámicos, que movilicen su



pensamiento a partir de nuevas experiencias enriquecedoras que les permitan asumir una actitud crítica.

En la prueba de verificación se observa como los estudiantes han logrado superar algunas de las dificultades relacionadas con el proceso comunicativo, logrando “Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas” y “dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones” (Lineamientos Curriculares, 1998, p.54).

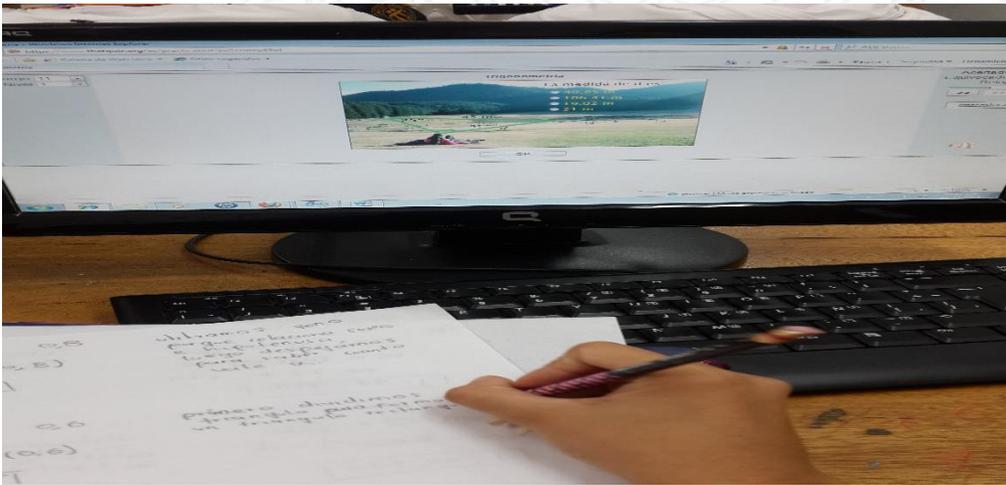


Figura 18: Estudiantes realizando prueba de verificación

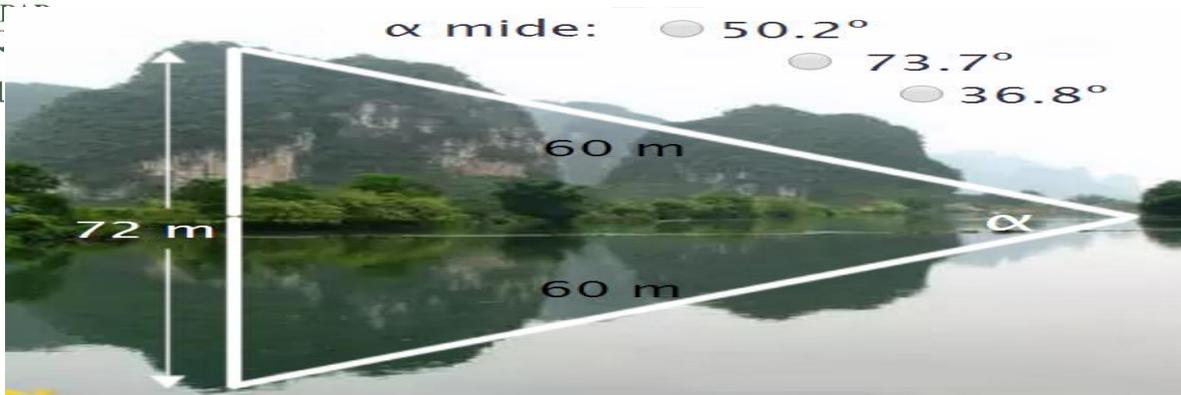


Figura 19: Situación 5 presentada en el tercer momento prueba de verificación

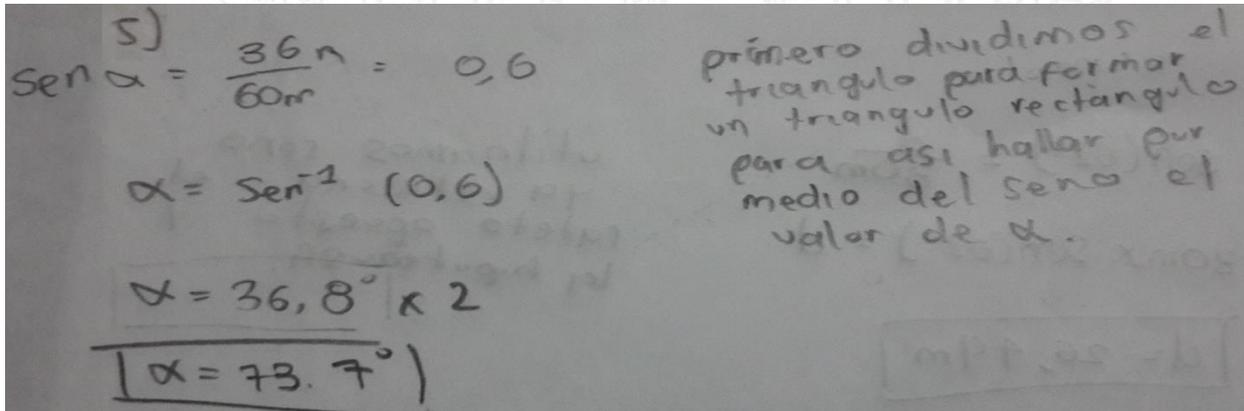


Figura 20: Respuesta a la situación 5. Tercer momento prueba de verificación

Se puede notar cómo los estudiantes establecen las condiciones necesarias para justificar sus procedimientos matemáticos. Por ejemplo, dividir en dos triángulos rectángulos el triángulo que es presentado inicialmente, utilizar una función trigonométrica para relacionar las variables conocidas y realizar procedimientos para calcular el valor del ángulo establecido.

Estos elementos muestran la manera en como las actividades con manipulables físicos y virtuales favorecieron en los estudiantes el desarrollo de esta habilidad de razonamiento,



permitiéndoles presentar ideas claras, argumentos persuasivos, y describir por pasos la secuencias establecidas para la obtención de los resultados deseados.

Formular hipótesis

En la prueba diagnóstica se identificó que los estudiantes al pretender dar solución a una de las situaciones planteadas, formulan hipótesis de manera espontánea, sin presentar elementos para su elaboración como la identificación de patrones o argumentos razonables.

A continuación se muestra a manera de ejemplo una de las respuestas de los estudiantes a una de las situaciones planteadas.

11. Un arquitecto elabora el plano de un terreno rectangular de 40 metros de largo y 25 metros de ancho. Él debe conservar la proporción de las dimensiones del terreno en el plano. El arquitecto trazó un segmento de 0,5 metros para representar el largo del terreno. ¿Con cuál de los siguientes procedimientos puede calcular la medida del segmento que representa el ancho?
- A. Dividir 40 entre 0,5 y multiplicar por 25.
 - B. Multiplicar 25 por 0,5 y dividir entre 40.
 - C. Dividir 25 entre 0,5 y multiplicar por 40.
 - D. Multiplicar 40 por 0,5 y dividir entre 25.

Figura 21. Pregunta 11 prueba diagnóstica.

11 La respuesta es b porque creo que es así porque si en uno se multiplica por 25 en el otro se divide por 40

Figura 22. Respuesta pregunta 11 prueba diagnóstica.



Durante el proceso de intervención a través de las actividades con manipulables físicos y virtuales, se logra favorecer en los estudiantes la habilidad de razonamiento para formular hipótesis, al permitirles desarrollar procesos relacionados con su formulación, la recopilación de datos y evidencias, la búsqueda de patrones y la justificación de los procedimientos elaborados y los juicios emitidos.

En una de las actividades de fortalecimiento del plan de clase N° 3 llamada el juego de las ternas pitagóricas se puede evidenciar como los estudiantes formulan hipótesis, atendiendo a sus conocimientos previos, a la búsqueda de patrones y al análisis de los datos obtenidos.

El Juego de las ternas Pitagóricas.

Cateto Menor	Cateto Mayor	Hipotenusa	Elaboración del teorema	Terna.	Posición de la terna.
3	4	5	$3^2 + 4^2 = 5^2$	3, 4, 5	# 1
6	8	10	$6^2 + 8^2 = 10^2$	6, 8, 10	# 2
12	16	20	$12^2 + 16^2 = 20^2$	12, 16, 20	# 4
18	24	30	$324 + 576 = 900$	18, 24, 30	# 6
21	28	35	$21^2 + 28^2 = 35^2$	21, 28, 35	# 7
9	12	15	$81 + 144 = 225$	9, 12, 15	# 3
15	20	25	$225 + 400 = 625$	15, 20, 25	# 5
24	32	40	$24^2 + 32^2 = 40^2$	24, 32, 40	# 8

Figura 23. Elaboración de tablas en el Juego de las ternas pitagóricas.



Si sumamos C y H el resultado siempre sea un múltiplo del 3.

Figura 24. Hipótesis formuladas en el juego de las ternas pitagóricas

Si sumamos el cuadrado de el cateto mayor y la hipotenusa a cada uno siempre da un múltiplo de 3

Figura 25. Hipótesis formuladas en el juego de las ternas pitagóricas

Se observa cómo los estudiantes al analizar la variación de las magnitudes de los catetos y la hipotenusa según la posición que ocupe la terna al cual pertenecen, identifican regularidades que se hacen presentes en los catetos y en la hipotenusa de cada terna según la posición que esta ocupe, lo que les permite formular hipótesis sobre aquellas relaciones que permanecen constantes en esta configuración.

En el desarrollo del segundo momento de la prueba de verificación (ver figura 10) se pudo determinar cómo los estudiantes a partir de la utilización de manipulables físicos, y la el desarrollo de procesos de medición, recolección de datos, análisis de información, búsqueda de regularidades y justificación, logran formular hipótesis relacionadas con la longitud de poste de



energía, la distancia entre este y la ubicación del sextante y el ángulo de elevación, al establecer que la longitud del poste será siempre una magnitud invariante y que las otras dos magnitudes variarían entre sí.

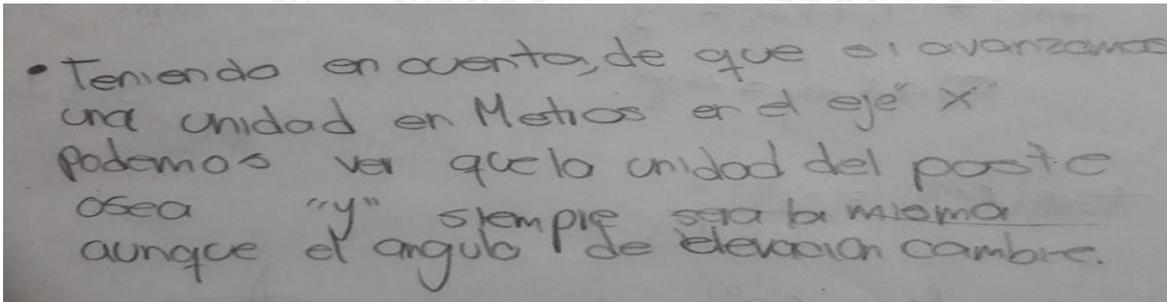


Figura 26. Hipótesis formuladas en la prueba de verificación

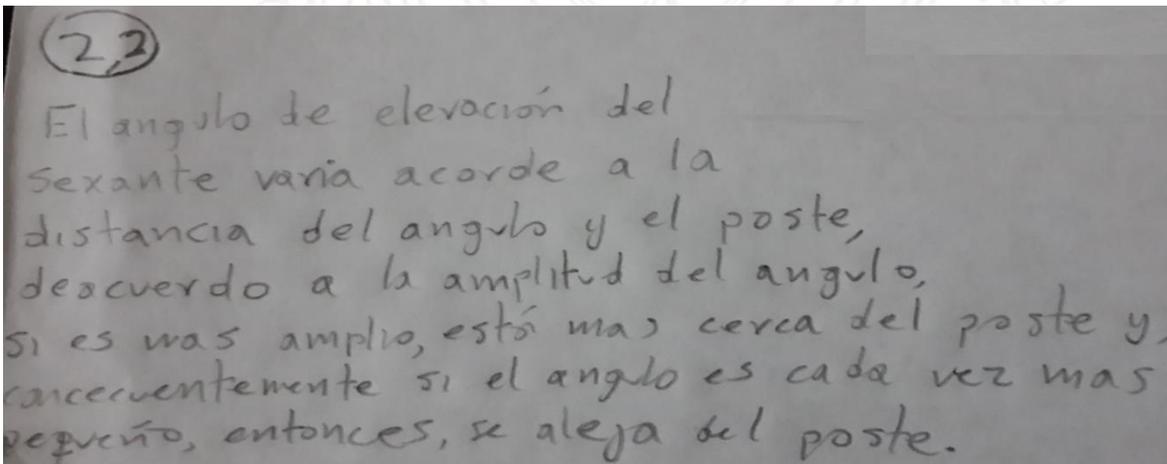


Figura 27. Hipótesis formuladas en la prueba de verificación

El impacto generado por el uso de los manipulables físicos y virtuales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas



El uso de los manipulables físicos y virtuales a lo largo de la intervención, permitió dejar a un lado la implementación de una metodología tradicional, logrando que el planificara y desarrollara las clases desde una perspectiva diferente, recreando nuevas situaciones de aprendizajes y despertando el interés y motivación de los estudiantes hacia las matemáticas.

Por tal motivo se presentan algunas apreciaciones de lo estudiantes sobre el impacto generado por los materiales físicos y virtuales y su importancia en el aprendizaje de las matemáticas.



Figura 28. Construcciones realizadas por los estudiantes en actividad con manipulables físicos

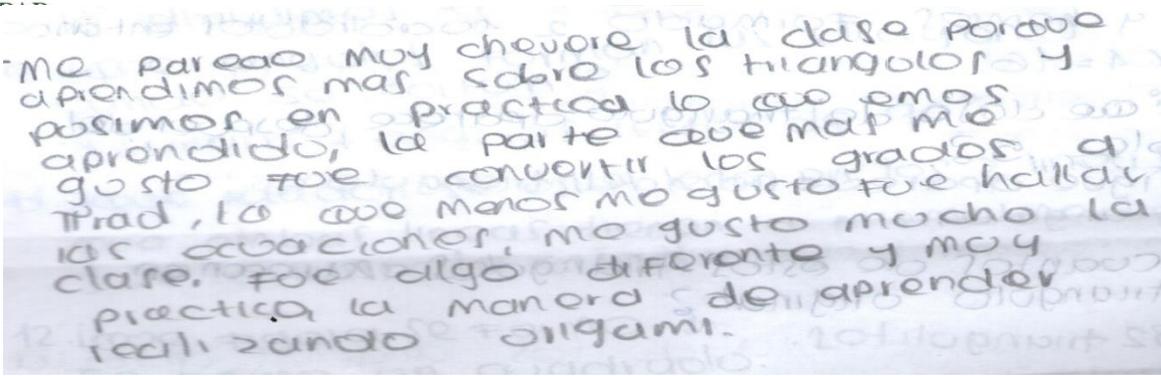


Figura 29. Apreciaciones de los estudiantes sobre la actividad desarrollados con manipulables físicos

Lo estudiantes expresan como el uso de manipulables físicos contribuyo en su proceso de aprendizaje, les permiten comprender los temas estudiados de forma más fácil, poner en práctica sus conocimientos previos y desarrollar sus habilidades de razonamiento.

Consideran que las actividades desarrolladas a partir de estos manipulables son de mucho agrado, interesantes, prácticas y se constituyen en una forma diferente y novedosa de aprender matemáticas.

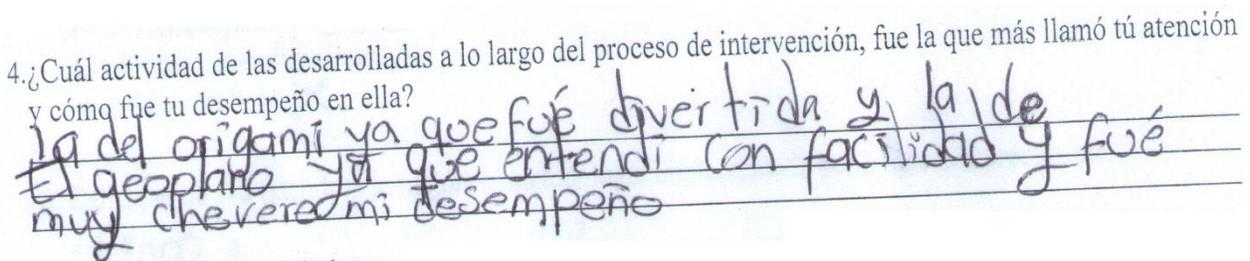


Figura 30. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir del uso manipulables físicos (respuesta a entrevista final)

Se evidencia como el impacto generado por la utilización de materiales físicos en la clase de matemáticas, permitió que los estudiantes se sintieran motivados durante y después del proceso



de intervención, lo cual, transformo la clase de matemáticas en un escenario de aprendizaje, donde los estudiantes comprendían con mayor facilidad y construían nuevos conocimientos de forma práctica y divertida.

Las actividades desarrolladas a partir de la utilización de materiales virtuales, según lo expresado por lo estudiantes, permitieron entender con mayor facilidad los temas estudiados, son considerados más interesantes que las clases desarrolladas a partir del uso del marcador y el tablero.

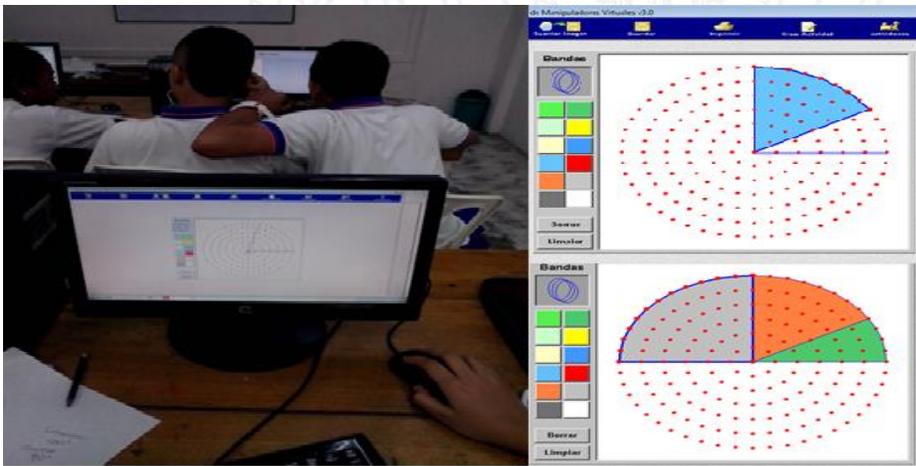


Figura 31. Construcciones realizadas por los estudiantes en actividad con manipulables virtuales

4. ¿Cuál actividad de las desarrolladas a lo largo del proceso de intervención, fue la que más llamó tu atención y cómo fue tu desempeño en ella?

La que mas me gusto fue en donde trabajamos con el geoplano circular, en la cual lo hicimos por medio de un pag. Interact

Figura 32. Apreciaciones de los estudiantes sobre las actividades desarrolladas a partir del uso manipulables físicos (respuesta a entrevista final)



La utilización de los manipulables virtuales, permitió que los estudiantes se interesaran por las clases de matemáticas, comprendieran con mayor facilidad y se relacionaran con el conocimiento matemático de una forma totalmente nueva para ellos.

La percepción de los estudiantes hacia las matemáticas.

En la entrevista inicial se aprecia las percepciones que presentaban los estudiantes sobre las matemáticas. De las respuestas presentadas que fueron presentadas se infiere que los estudiantes la consideran como un área de estudio compleja y poco agradable, reconocen la importancia que tienen las matemáticas en sus vidas, sin embargo pero no tienen trascendencia debido a que su objetivo es aprobar el área.

8. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?
La matemáticas son importantes pero no me gusta pero trato de ganar la materia

Figura 33. Respuesta de los estudiantes a la entrevista inicial.

8. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?
Pues a mí no me gusta casi la matemáticas pero es muy importante en mi vida

Figura 34. Respuesta de los estudiantes a la entrevista inicial.

Durante el proceso de intervención, los estudiantes manifiestan algunas apreciaciones sobre cómo se sentían en el desarrollo de algunas clases.



Apreciación de la clase.
Lo que más nos gusta fue la forma en que trabajamos
todas juntas, como podemos hacer arte con la
matemática, sentimos que aprendimos de muchas cosas
y que refuerce mis conocimientos.

Figura 35. Apreciaciones de los estudiantes sobre las clases durante la intervención.

Los estudiantes resaltan cómo las clases de matemáticas les permitieron fortalecer las relaciones de amistad a partir del trabajo en equipo, y cómo la disposición que presentaron en cada una ellas, hicieron posible un cambio en la percepción que tenían acerca de las matemáticas y aumentaron el interés hacia su aprendizaje.

6. ¿El trabajo con los manipulables físicos y virtuales, te permitió cambiar tu percepción sobre las matemáticas, consideras que son importantes en el aprendizaje de esta área?

La verdad es que estos materiales fueron muy importantes, también cambiaron mi percepción y por que me permitio ver que las matemáticas no solo se quedan en el papel

Figura 36. Respuesta de los estudiantes a la entrevista de verificación.

Al finalizar la intervención, los estudiantes manifestaron un cambio significativo en sus percepciones hacia las matemáticas relacionándolas e identificándolas con otras ciencias. Atribuyen estos avances a la utilización de los manipulables físico y virtuales, los cuales permitieron resaltar la importancia del aprendizaje de las matemáticas, un proceso que es considerado ahora como algo que se desarrolla de manera fácil y que no solo se queda en el papel.



Conclusiones

Las conclusiones se presentan desde tres aspectos fundamentales en el marco de este proyecto: el desarrollo de la competencia matemática de razonamiento a través de manipulables físicos y virtuales, las contribuciones de la metodología implementada en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y los aportes que el proyecto generó en el docente en formación.

El proyecto favoreció la competencia matemática de razonamiento en los estudiantes de grado décimo del Colegio Americano de Apartadó, en el desarrollo de habilidades como: establecer patrones, formular hipótesis y justificar, mediante el desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales, los cuales fueron de gran importancia al momento de construir y comprender conocimientos matemáticos, permitieron crear ambientes de aprendizajes dinámicos en los cuales, los estudiantes lograron percibir regularidades y relaciones, elaborar argumentos propios basados en las observaciones realizadas, dar explicaciones coherentes, analizar una gran variedad de situaciones y proponer diversos métodos de solución.

El uso de los manipulables físicos y virtuales en las clases de matemáticas, permitieron recrear procesos de enseñanza y aprendizaje en ambientes dinámicos e innovadores, hicieron posible que los estudiantes se relacionaran con el conocimiento de una manera diferente, desarrollaran su creatividad, despertaran su interés y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas y favorecieron el desarrollo de habilidades de razonamiento a partir de las diversas situaciones que permitieron analizar.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

El modelo de investigación Acción Educativa, permitió al maestro en formación generar momentos de reflexión sobre su quehacer pedagógico, comprender la enseñanza como un proceso de continua preparación y búsqueda de alternativas pedagógicas y didácticas que permitan cualificar su práctica.

Los planes de clase se consolidaron como un punto de apoyo a lo largo de la intervención, indicaron la ruta a seguir a través de actividades con manipulables físicos y virtuales, y guiaron los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados en clase. A partir de su elaboración dieron seguridad al docente en formación y le permitieron fortalecer su saber disciplinar.

La práctica pedagógica se convirtió en una experiencia enriquecedora para el docente en formación, permitió fortalecer sus saberes pedagógicos y didácticos. Fue un espacio de continuo aprendizaje y reflexión que permitió reafirmar su vocación hacia esta bella profesión.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



Recomendaciones

Permitir el desarrollo de prácticas pedagógicas debido a que en estas se llevan a cabo métodos de enseñanzas novedosos y aportan aprendizajes significativos a los estudiantes.

Obtener manipulables físicos para que los docentes los utilicen en sus estrategias de enseñanza. Además, dotar la dotar los computadores de la sala de sistemas con softwares matemáticos que permitan desarrollar las clases de matemáticas en entornos de aprendizajes dinámicos.

Universidad de Antioquia

Promover durante los primeros semestres de la carrera espacios en los cuales los docentes en formación tengan la posibilidad de acceder a prácticas tempranas, que les permitan familiarizarse con ambientes educativos y obtener elementos que favorezcan sus futuras intervenciones en el aula.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



Referencias bibliográficas

[\(volver\)](#)

- Cantoral, R; Farfán, R; Cordero, F; Alanís, J; Rodríguez, R. & Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México. Trillas. Recuperado el 18 de octubre 2013 de http://www.proyectosmatedu.cinvestav.mx/diplomado/mi_cuenta/data/pdf/clase1/cap1.pdf
- Cascallana M. (2002). *Iniciación a la matemática: materiales y recursos didácticos*. Volumen 40 de aula XXI. Grupo Santillana ediciones S. A.
- Cisneros, J. (2010). *Formación de profesores de matemáticas en el aula taller de matemáticas*. Recuperado el 10 de octubre de 2013 de <http://funes.uniandes.edu.co/1598/1/Cisneros.pdf>
- Cruz, I., & Puentes Á. (2012). *Innovación educativa: uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica*. Recuperado el 14 de septiembre de 2013 de http://helvia.uco.es/xmlui/bitstream/handle/10396/11641/Edmetic_vol_1_n_2_9.pdf?sequence=1
- Espinosa, A. J., & Bello, A. C. M. (2012). *Motivación y desarrollo del pensamiento matemático*. Revista de Educação PUC-Campinas, Campinas, 16(1):103-110
- García, B, Coronado, A, Montealegre, L, Giraldo, A, Tovar, Morales B, & Cortés D. (2013) *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Universidad de la Amazonía. Florencia, Colombia: (ISBN 978-958-8770-17-8)
- Hernández, R, Fernández, C & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México D.F. The Mc Gran-Hill.
- Isoda, M. & Olfos, R. (2009). *El plan de clases*. Capítulo 12: CRICED
- Lagrange, J; Artigue, M; Laborde, C; Trouche, L. (2005) *Technology and Mathematics Education: A Multidimensional Study of the Evolution of Research and Innovation*. Memorias Primer Seminario Internacional de Tecnologías en Educación Matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos Primera edición*, Bogotá, D.C

Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales*. Bogotá.

Moreno, L. (2002). *Evolución y tecnología*. Memorias del seminario nacional: *Formación de Docentes sobre el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Proyecto: incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia - fase piloto.

OCDE. (2006). PISA marco de la evaluación. *Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. España: Santillana.

Parra, M., Zapata, M., Toro, J. & Durango, J. (2010). *Contextos de descubrimiento y justificación en la clase de matemáticas. Colombia*. Recuperado el 24 de octubre de 2013 de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/>

Puig, I. (2007). *Juegos para pensar (9-10 años)*. Octaedro.

Restrepo, B. (2002). *Una variante pedagógica de la investigación-acción. Educativa*. Recuperado el 24 de septiembre de 2013 de <http://www.rioei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>

Restrepo, B. (2004). *La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico*. Recuperado el 24 de septiembre de 2013 de <http://www.rioei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>



Restrepo, B. (2009). *Una variante pedagógica de la investigación-acción pedagógica* OEI-Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). Recuperado el 28 de octubre de 2011 de <http://www.unap.cl/~jsalgado/documentos/investigacionaccionvariante.pdf>

Rodríguez, L. (2009). *La planeación de clase: Una habilidad docente que requiere de un marco teórico*. Odiseo, revista electrónica de pedagogía, 7, (13). Recuperado el 16 de septiembre 2013 de: http://www.odiseo.com.mx/2009/7-13/rodriguez-planeacion_clase.html

Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*: Arfos. Bogotá Colombia

Socas, M., y Camacho, M. (2003). *Conocimiento matemático y enseñanza de las Matemáticas en la educación secundaria*. Algunas reflexiones. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, N° 2, Pp.151-171.

Solar, H. (2009). *Competencias de modelización y argumentación en interpretación de gráficas funcionales: propuesta de un modelo de competencia aplicado a un estudio de caso*, (tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona departament de didàctica de la matemàtica i de les ciències experimentals Barcelona, España.

Spicer, J. (2000). *Los Manipulables en la Enseñanza de las Matemáticas*. Recuperado el 18 de septiembre de 2013 de <http://www.eduteka.org/Manipulables.php>, 7(4), 14.

Rigo, M., Rojano, T., & Pluvinaige, F. (2009). *Las prácticas de justificación en el aula de matemáticas*. PNA, 5(3), 93-103

Universidad del Rosario. (2003). *Cómo formular hipótesis de trabajo*. Recuperado el 18 de octubre de 2013, de http://www.urosario.edu.co/urosario_files/08/08408a73-0010-47b8-8b67-7c2790793b74.pdf



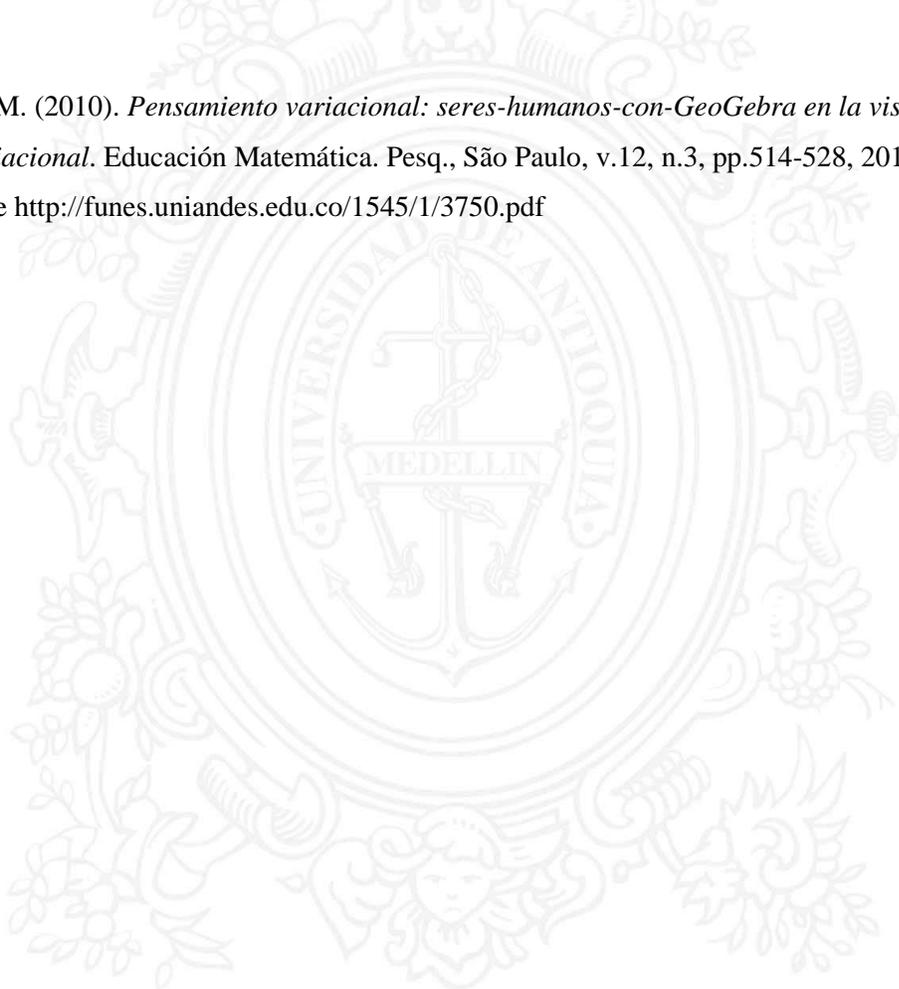
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Ed

Vasco, C. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado el 20 de agosto de 2013, de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf

Villa, J. & Ruiz, M. (2010). *Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional*. Educación Matemática. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp.514-528, 2010. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/1545/1/3750.pdf>



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Anexo 1. Formato caracterización de la institución [\(volver\)](#)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



**PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LA INSTITUCIÓN**

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de la institución, desde lo organizacional, académico y pedagógico.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

I. GENERALIDADES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

Nombre: _____ **Municipio:** _____ **Urbana** ____
Rural ____

Niveles en los que presta el servicio educativo: Preescolar () Primaria () Secundaria ()
Media () Formación complementaria () ¿Cuál?

En la media vocacional, la institución ofrece:

Formación académica () Formación técnica () Especialidad: _____

Jornada(s) de funcionamiento de la institución:

J. Mañana ____ J. Tarde ____ J. Nocturna ____ J. Única ____ J. fines de semana ____

II. CATEGORIZACIÓN DEL PERSONAL:

ADMINISTRATIVO

Marque con una, el nivel educativo

	Cantida d	Bachille r	Normalist a	Licenciad o	Especialis ta	Profesion al	Maestrí a
--	--------------	---------------	----------------	----------------	------------------	-----------------	--------------



Rector							
Coordinador Académico							
Coordinador Convivencia							
Secretarias							

DOCENTES

Indique el número de docentes en cada nivel educativo

	Cantidad Total	Bachiller	Normalista	Licenciado	Especialista	Profesional	Maestría
Preescolar							
Primaria							
Básica secundaria							
Media Vocacional							

III. PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL P.E.I

1. Modelo o corriente pedagógica que orienta el P.E.I

Explique si existe o no relación y coherencia entre el componente teleológico (misión, visión, filosofía) con el modelo pedagógico y los proyectos institucionales.

2. Describa cómo el sistema institucional de evaluación se articula a las políticas establecidas en la legislación nacional (decreto 1290) y a los enfoques y lineamientos del MEN.

3. Describa como está organizado el plan de área de matemáticas, si su estructura está enfocada en los lineamientos curriculares y los Estándares básicos de competencia en matemáticas. (Apoyarse en el documento anexo).

Anexo 2. Formato revisión del plan de Área [\(volver\)](#)



FACULTAD DE EDUCACIÓN

Universidad de Antioquia

1803

ORIENTACIONES PARA LA REVISIÓN DE LOS PLANES DE ÁREA

1. PRESENTACIÓN:

La presentación del plan de área contempla o hace un desarrollo conceptual o una disertación, de cómo el área da respuesta a la articulación de los siguientes aspectos:

- Contribución del área al cumplimiento de la misión, visión y filosofía de la institución
- A la formación de los sujetos que conforman la IE.
- Referentes legales en los que se “asientan” los procesos pedagógicos del Área
- La articulación de los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias
- Ubicación en el contexto sociocultural de la IE
- Producción científica de la disciplina matemática o de las ciencias naturales
- Perspectiva didáctica, modelo didáctico o pedagógico
- Finalidad Formativa del Área (competencias esbozadas a nivel general)

2. OBJETIVOS:

Examinar los **objetivos generales del plan de área**, y verificar si el plan de área da respuesta a preguntas como:

- ¿Cuál es la contribución del área a la formación de los sujetos que la institución educativa ha definido en sus principios misionales?
- ¿Qué demanda la sociedad al área?



Están definidos los **objetivos por cada grado** escolar, en el que se exprese claramente el para qué del Área en el grado específico. Objetivos que muestren una relación progresiva en complejidad entre grado y grado.

3. METODOLOGÍA:

- Revisar la metodología propuesta para el Plan de Área y determinar si guarda o no coherencia con los objetivos propuestos y el modelo pedagógico Institucional.
- Revisar las estrategias didácticas, derivadas de la metodología, de acuerdo con el tipo de competencias que en el área se pretenden desarrollar.

4. RECURSOS

- Aparte de un listado generalizado de materiales, se evidencian recursos desde lo humano, académico, investigativo y /o científico desde el grupo de docentes, que aporte a la propuesta del área.
- Clasificación de recursos: a) Materiales impresos, b) Materiales didácticos, c) Registros sonoros, d) Imágenes fijas, e) Equipos y Materiales audiovisuales, f) Programas y servicios informáticos, g) laboratorios, aula taller, h) otros

5. EVALUACIÓN:

- Contempla una propuesta evaluativa del área, sustentada en las bases teóricas que le dan sentido.
- Los criterios y procedimientos de evaluación, teniendo en cuenta la correspondencia con la formulación de los objetivos, la metodología y el S.I.E
- Revisar las estrategias e instrumentos evaluativos, de acuerdo con el tipo de competencias que, en el área, se pretenden desarrollar.



6. MALLA CURRICULAR:

OBJETIVO DE GRADO: (El que se definió para cada grado a partir del objetivo general de área.)

PREGUNTA (S) PROBLEMATIZADORA (S):

COMPETENCIAS GENERALES DEL ÁREA:

PERIODO _____

ESTANDARES	CONTENIDOS	INDICADORES DE DESEMPEÑO			CRITERIOS
		Conceptuales	Procedimentales	Actitudinales	
		<p>El nivel de desarrollo de las competencias, sólo se percibe a través de desempeños, de acciones.</p> <p>Al evaluar en competencias básicas, se mira el “saber puesto en acción” el “saber hacer”; es decir, se miran las operaciones que los estudiantes, con el saber adquirido, pueden efectuar frente a determinadas tareas, mediante indicadores de desempeño</p>			
Estándares que se pretenden potencializar en el periodo y organizados por los pensamientos.	Temáticas, hechos o principios que corresponden a los estándares planteados.	El grado de habilidades y destrezas para la puesta en práctica de unos contenidos adquiridos a través del conocimiento.	Son los indicadores que permiten verificar el aprendizaje y la aplicación de pasos, técnicas, etc. Para saber qué hacer con los conocimientos.	Valores, sentidos, intereses, comportamientos, actitudes.	Normas a las que el alumno ha sabido aplicar para el éxito de una actividad explícitas porque son síntesis y no son...



Anexo 3. Formato caracterización de los docentes [\(volver\)](#)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Ed



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS DOCENTES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

Fecha: _ _____

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite caracterizar a los docentes de matemáticas, de las instituciones cooperadoras de la práctica pedagógica de la Licenciatura de matemáticas y física de la Universidad de Antioquia.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Sexo **m** **f** Años de experiencia como docente: _____

2. Título obtenido: Normalista Licenciado Tecnólogo

Profesional no docente Especialista Maestría

3. ¿Pertenece a algún grupo académico o de investigación, mesa de matemáticas? Si No
Cuál _____

4. ¿Lidera algún proyecto en la institución? Si No Cuál _____

5. ¿Sus clases están orientadas a partir de:

Un texto guía De sus talleres y guías propias Desde la web Manejo de materiales del aula taller Otro: _____

6. ¿Su plan de clases está focalizado en lo establecido en el plan de área y el modelo pedagógico institucional? Si ___ No ___ Justifique:

7. ¿En su práctica como docente, como se refleja el desarrollo de las competencias específicas de matemáticas?



8. ¿Ha recibido formación sobre el manejo de los materiales del aula taller de matemáticas? Sí ____
No ____

9. ¿Qué materiales del aula taller conoce y utiliza en el proceso de enseñanza de las matemáticas?

8. Cree usted que las herramientas y recursos con que cuenta la institución son suficientes para lograr mejores resultados de sus estudiantes en el área de matemáticas. Si () No ()

Justifique: _____

9. ¿Aproximadamente qué porcentaje de estudiantes le pierden el área de matemáticas en cada período académico?

() Entre el 5% y 15%

() Entre el 16% y 25%

() Entre el 26% y 35%

() Entre el 36% y 45%

() Entre el 46% y 55%

() 60 % o mas



Anexo 4. Formato caracterización de los estudiantes [\(volver\)](#)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Ed



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS ESTUDIANTES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

FECHA: _____

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite caracterizar los estudiantes que hacen parte de la práctica pedagógica de la Licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

10. Sexo **m** **f** Grado: _____ Edad: _____ Estrato socio-económico _____

11. ¿Con quién vive? **Padres** **hermanos** **abuelos** **tíos** **otros**
¿cuáles? _____

12. Nivel educativo de las personas con las que vive

FAMILIAR	NINGUNO	PRIMARIA	SECUNDA RIA	TECNICO	UNIVERSI DAD
PADRE					
MADRE					
HERMANOS					
ABUELOS					
TIOS					
OTROS ¿Cuáles? _____					

13. Actividad económica a la que se dedican sus padres o acudientes:

14. ¿Cuáles son las materias de mayor agrado y justifique?:

15. ¿Cuáles son las materias de menor agrado y justifique?:

16. ¿Ha tenido dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? SI ____; NO ____, cuáles podrían ser las posibles causas:

Desinterés personal por la materia _____



- Metodología de clase por parte del profesor _____
- Poca claridad en la exposición de los contenidos _____
- La complejidad de las temáticas _____
- Poca preparación académica _____
- Los recursos utilizados _____
- Falta de tiempo para afianzar los conocimientos _____
- Poca capacidad del profesor para generar interés _____
- Otras:

17. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?

18. En la enseñanza de las matemáticas, que materiales y recursos utiliza el profesor:

19. ¿Cuando termine su bachillerato se va dedicara a?

Seguir estudios superiores trabajar descansar

20. ¿Qué carrera profesional quisiera seguir cuando termine su bachillerato?



Anexo 5. Formato caracterización de los recursos y materiales [\(volver\)](#)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS RECURSOS Y MATERIALES

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____-FECHA: _____

OBJETIVO: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los recursos con que cuenta la institución para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Marque con una x si existen cada uno de los siguientes elementos o dependencias dentro de la institución.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Aula de audios visuales | <input type="checkbox"/> Materiales didácticos para matemáticas |
| <input type="checkbox"/> Televisor | <input type="checkbox"/> Libros actualizados de matemáticas |
| <input type="checkbox"/> DVD | <input type="checkbox"/> Software educativos matemáticas |
| <input type="checkbox"/> Aula taller de matemáticas | <input type="checkbox"/> Otros ¿cuáles? |
| <input type="checkbox"/> Biblioteca actualizada | _____ |
| <input type="checkbox"/> Grabadora | _____ |
| <input type="checkbox"/> Sala de informática para el uso del aprendizaje en matemáticas | |
| <input type="checkbox"/> Internet | |
| <input type="checkbox"/> Video beam | |

2. ¿Cómo docente de matemáticas, con qué frecuencia utiliza los anteriores elementos para orientar su área?



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Ed



Elementos	Frecuencia				
	Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
Aula de audio visuales					
Televisor					
DVD					
Aula taller de matemáticas					
Grabadora					
Sala de informática para el uso de matemáticas					
Software educativos para matemáticas					
Internet					
Video beam					
Materiales didácticos para matemáticas					
Libros actualizados de matemáticas					



FORMATO DE OBSERVACIÓN DE LA CLASE

1. IDENTIFICACIÓN

Institución: _____ **Grado:**

No. De estudiantes: _____ **Fecha:** _____

Integrantes del equipo de trabajo:

Temática _____

2. Desarrollo de la clase: Evalúe el desarrollo de la clase considerando los siguientes aspectos:

E: Excelente **B:** Bien **R:** Regular **N:** No realizado

EN CUANTO A LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS	E	B	R	N	Descripción
Actividades de motivación o de diagnóstico					
Actividades de fortalecimiento de los conocimientos previos					
Actividades con los diferentes					



materiales o recursos				
Actividades creativas				
Actividades de profundización				
Recursos y materiales utilizados				
Pertenecía de los materiales				
Pertinencia del tiempo utilizado para la clase.				
DESDE LOS ESTUDIANTES				
Disponibilidad y entusiasmo en el desarrollo de las actividades propuestas.				
Uso de recursos (guías, materiales y talleres) para los fines indicados.				
Nivel de participación de los estudiantes				
Estrategias utilizadas por los estudiantes				
La manera como los estudiantes expresan sus opiniones, dudas e ideas				
Nivel de preguntas de los estudiantes				
Aprovechamiento del tiempo en la clase				
DESDE EL DESEMPEÑO DEL DOCENTE				
Capacidad para despertar el interés en los estudiantes				
Habilidad para el manejo y control del grupo				
Receptividad del docente para				



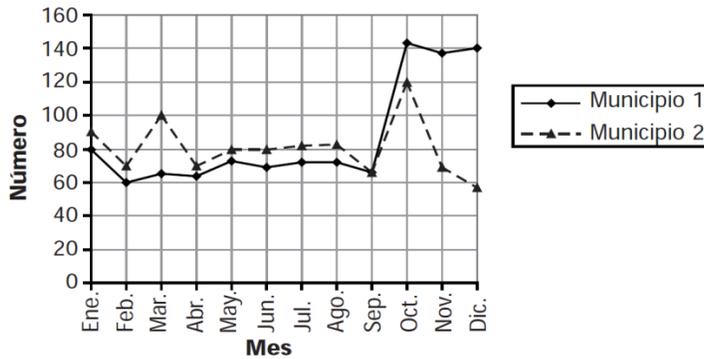
resolver pregunta e inquietudes.					
Dominio y apropiación de los conceptos					
Evaluación y valoración del nivel de logro en el proceso de clase					
Aspectos que deberían ser mejorados para optimizar los resultados del proceso de la clase:					
Aspectos positivos que deben permanecer como soporte para futuras clases e implementaciones:					
Observaciones generales sobre el desarrollo de la clase					

Nombre: _____

Grado: _____

La siguiente prueba permite evaluar el desarrollo de los componentes y las competencias en el área de Matemáticas.

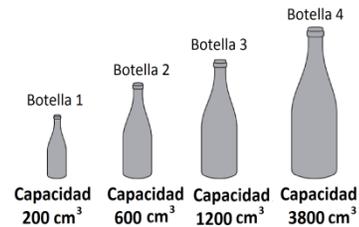
1. la siguiente gráfica muestra el número de autos nuevos, vendidos en dos municipios durante el



2013.

¿En qué mes fue igual el número de autos nuevos vendidos en los dos municipios?

- A. Enero
- B. Abril
- C. Septiembre
- D. Octubre



2. Para realizar un experimento, se llenan con agua botellas de diferentes capacidades, como las que se muestran

Posteriormente, para elaborar una mezcla, se debe pasar el líquido de algunas botellas al recipiente que aparece a continuación.

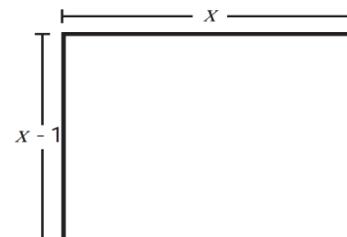
El recipiente se llena exactamente con el líquido de las botellas

- A. 1 y 2
- B. 2 y 3
- C. 1 y 4
- D. 2 y 4

3. La siguiente figura muestra un rectángulo de 72 cm^2 de área, cuyos lados miden x centímetros y $x-1$ centímetros.

¿Cuánto mide el lado de menor longitud?

- A. 6 centímetros

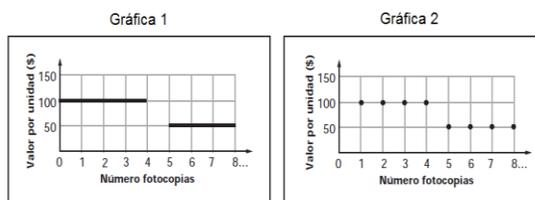




- B. 8 centímetros
C. 9 centímetros
D. 12 centímetros

4. En una fotocopidora, el precio de cada fotocopia depende de la cantidad solicitada.
De 1 a 4 fotocopias, cada una a \$100.
De 5 fotocopias en adelante, cada una \$50.
¿Cuál de las siguientes gráficas representa de manera correcta la relación entre el número de fotocopias y el valor por unidad?

- A. Gráfica 1
B. Gráfica 2
C. Gráfica 3
D. Gráfica 4



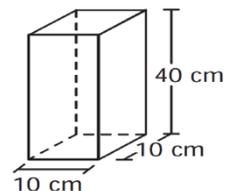
5. La siguiente tabla muestra el número de autos y el número de habitantes que hay en cuatro ciudades.

En cuál de las ciudades es menos probable encontrar un habitante con auto?

- A. Ciudad F
B. Ciudad G
C. Ciudad H
D. Ciudad I

Ciu	Gráfica 3	Gráfica 4
F		
G		
H	45.000	2.000.000
I	60.000	2.500.000

6. Luego de realizar una encuesta se concluyó que de cada 10 personas, 6 consumen leche, y que, de las personas que consumen leche, 2 son mujeres.

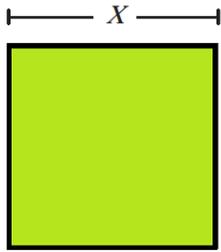


De acuerdo a los resultados de la encuesta, ¿cuál es la probabilidad de encontrar en un grupo de 10 personas a un hombre que consuma leche?

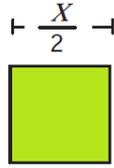
- A. 20%
B. 30%
C. 40%
D. 80%
7. A una función del Teatro Infantil entraron 270 personas. Por cada dos niños entró un adulto a la función. Cada adulto pagó \$6.000 y los niños entraron gratis. ¿Cuánto dinero se recaudó en la función?
- A. \$540.000
B. \$810.000
C. \$1.080.000
D. \$1.620.000



8. La siguiente es una secuencia formada por cuadrados.
Las dimensiones de los lados se indican en cada figura.



Cuadrado 1



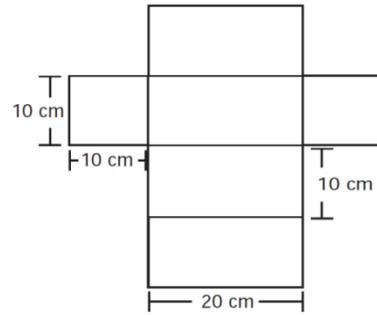
Cuadrado 2



Cuadrado 3



Cuadrado 4



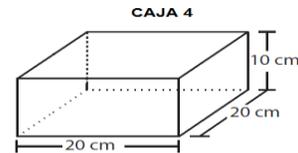
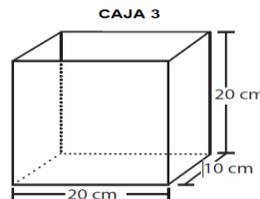
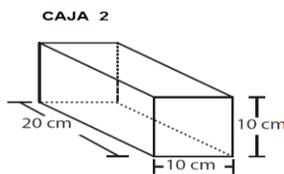
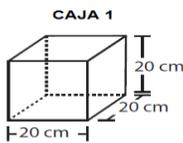
¿Cuál es la medida del cuadrado 5?

- A. $\frac{X}{10}$
- B. $\frac{X}{12}$
- C. $\frac{X}{16}$
- D. $\frac{X}{18}$

RESPONDE LAS PREGUNTAS 9 Y 10 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Una máquina corta moldes de cartón que se doblan y se pegan para construir cajas con las medidas que se muestran en el siguiente dibujo.

9. ¿Cuál de las siguientes cajas se arma con el molde del dibujo



- A. CAJA 1
- B. CAJA 2
- C. CAJA 3
- D. CAJA 4

10. ¿Cuál es el volumen de la caja que se forma con el molde?

- A. 8000 cm^3
- B. 4000 cm^3



11. Un arquitecto elabora el plano de un terreno rectangular de 40 metros de largo y 25 metros de ancho. Él debe conservar la proporción de las dimensiones del terreno en el plano. El arquitecto trazó un segmento de 0,5 metros para representar el largo del terreno. ¿Con cuál de los siguientes procedimientos puede calcular la medida del segmento que representa el ancho?
- A. Dividir 40 entre 0,5 y multiplicar por 25.
B. Multiplicar 25 por 0,5 y dividir entre 40.
C. Dividir 25 entre 0,5 y multiplicar por 40.
D. Multiplicar 40 por 0,5 y dividir entre 25.
12. Un número se denomina perfecto cuando puede expresarse como la suma de sus divisores positivos, excluyendo el número mismo. ¿Cuál de los siguientes números es perfecto?
- A. 10
B. 16
C. 24
D. 28
13. Entre los estudiantes de noveno grado de un colegio, se hizo una encuesta para determinar el número de mujeres y hombres que practican algún deporte en su tiempo libre. Observa los resultados.

	Hombres	Mujeres
Practican algún deporte	25	15
No practican deporte	10	20

¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un estudiante que curse noveno grado en el colegio, éste sea una mujer que practica algún deporte?

- A. $\frac{15}{20}$
B. $\frac{15}{25}$
C. $\frac{15}{55}$
D. $\frac{15}{75}$
14. A continuación se presentan los seis primeros términos de una sucesión:
2, 4, 6, 10, 16, 26,..... ¿Cuál es el siguiente término de la sucesión?
- A. 28
B. 36
C. 42
D. 48



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

15. Una fábrica de juguetes construye modelos de automóviles a escala. El largo del automóvil de juguete es 14cm y el largo del automóvil real es 350 cm. La altura de la puerta del automóvil de juguete mide 4 cm. ¿Cuál es la altura de la puerta del automóvil real?

- A. 85 cm
- B. 100 cm
- C. 120 cm
- D. 135 cm

PLAN DE CLASE N° 001

Nombre: Es hora de razonar para las proporciones encontrar.

Docente: Deifer Marmolejo Correa

Grado: Decimo

Fecha: 17 de Febrero - 7 de Marzo 2014

Número de estudiantes: 24

Materiales a utilizar: Fotocopias, el geoplano, regla, cinta métrica, cuaderno de apuntes y material personal de cada estudiante.

DESCRIPCIÓN DEL PLAN DE CLASE

En el presente plan de clase se abordan conceptos relacionados con: razones, proporciones, magnitudes proporcionales, área y perímetro de figuras planas.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a lo largo del plan de clase permiten a los estudiantes comprender y apropiarse de los conceptos abordados a partir del desarrollo de las actividades propuestas.

Se apunta principalmente a potenciar algunos componentes de la competencia matemática de razonamiento (establecer patrones, hacer conjeturas, justificar o refutar, establecer hipótesis y generalizar), mediante la utilización de herramientas y el diseño de actividades que permitan a los estudiantes adquirir nuevos aprendizajes de una forma lúdica y dinámica.

La metodología a implementar hace uso del geoplano como una herramienta mediadora de los procesos de enseñanza y aprendizaje que se adelantan dentro y fuera del aula de clase. Se centra principalmente en el desarrollo de actividades orientadas a la elaboración de los conceptos de razón y proporción, en las cuales, los estudiantes asumen un papel activo en el



que pueden verificar y refutar ideas, establecer algunas hipótesis y generalizaciones, en la medida en que se relacionan con las herramientas utilizadas.

La utilización de los manipulables físicos y virtuales, permite a los estudiantes desarrollar el pensamiento matemático, construir, fortalecer y conectar varias representaciones e ideas matemáticas. Además, aportan al desarrollo de la imaginación y la creatividad en la medida que el estudiante pueda explorar libremente y construir nuevos conocimientos de forma individual y conjunta.

El docente se presenta como un mediador que orienta el proceso de enseñanza- aprendizaje, ofrece al estudiante la oportunidad de desenvolverse en diversos espacios de aprendizaje, en los cuales puede construir sus propios saberes a través de la interacción directa con el objeto de conocimiento. Además, permite el desarrollo de actividades individuales y grupales, las cuales se constituyen como factor a la hora adquirir nuevos conocimientos.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Determina la relación que existe en las razones y las proporciones.
- Aplica las propiedades de las razones para encontrar proporciones.
- Establece proporciones a partir de razones iguales.
- Desarrolla problemas relacionados con las razones y proporciones mediante el uso de los manipulable físicos y virtuales.
- Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemas, haciendo uso de las razones y proporciones.
- Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa.
- Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo.



DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS

Facultad de Educación ACTIVIDAD DIAGNOSTICA

Nombre de la actividad: Hablemos un poco de las elecciones.

Para el desarrollo de esta actividad se presenta a los estudiantes una consigna que deberán realizar en parejas atendiendo a las indicaciones dadas y respondiendo a las preguntas establecidas.

Consigna: Teniendo en cuenta que en el Colegio Americano de Apartadó (C.A) se aproximan las elección para los cargos de personero, contralor y representante al consejo estudiantil; consulta con 30 estudiantes sobre lo que piensan acerca de las elecciones y las expectativas que tienen al respecto. Para ello utiliza la siguiente entrevista para obtener la información necesaria.

Entrevista.

Marca con una “x” las casillas que aparecen en blanco de acuerdo a las respuestas obtenidas

- Apreciado estudiante, como miembro del C.A, para el cargo de personería ¿con qué genero usted se sentiría mejor representado?

Masculino	<input type="checkbox"/>																		
	<input type="checkbox"/>																		
Femenino	<input type="checkbox"/>																		
	<input type="checkbox"/>																		

- Si para el cargo de contralor se postulara un estudiante del grado 10° y uno del grado 9° ¿Cuál cree usted que sería elegido por la comunidad estudiantil?

El est. de grado 9°	<input type="checkbox"/>																		
	<input type="checkbox"/>																		



El est. de grado 10°																			

- Para estas elecciones, ¿usted estaría de acuerdo en apoyar el voto en blanco para el cargo de concejero estudiantil?

Si																			
No																			

- De los candidatos que se postulan para los cargos de contralor y personero ¿Cuál cree usted que obtendrá mayor cantidad de votos?

Cand. a contraloría																			
Cand. a Personería																			

De acuerdo con la información obtenida responde las siguientes preguntas.

1. Para el cargo de personería,
 - 1.1 ¿Cuántos estudiantes se sentirían mejor representados con el género masculino? Y ¿Cuántos con el género femenino?
 - 1.2 ¿Cuál es la razón entre el número de estudiantes que se sentirían mejor representados por el género femenino y el total de los entrevistados?



- 1.3 ¿Cuál es la razón entre el número de estudiantes que se sentirían mejor representados por el género masculino y el total de los entrevistados?
 - 1.4 ¿Qué porcentaje de los encuestados se sentirían mejor representados con cada género?
 - 1.5 Si las razones obtenidas en la preguntas 1.3 y 1.4 se conservaran y el número de entrevistado aumentara a 240 estudiantes. ¿Qué número de estudiantes se sentirían mejor representados con cada género?
 - 1.6 A qué genero debe pertenecer un candidato si desea ser elegido como el nuevo personero del C.A?
2. Para el cargo de contralor,
 - 2.1 ¿Cuál es la razón entre el número de personas que consideran que el estudiante del grado 10° será elegido, y el total de personas entrevistadas?
 - 2.2 ¿Cuántos estudiantes consideran que el candidato electo será el de grado 9°?
 - 2.3 Si el número de entrevistados se triplica ¿Qué número de estudiantes consideraran que el ganador será el candidato de grado 9°?
3. Para el cargo de consejo estudiantil y votos por representante.
 - 2.4 ¿Cuál es la razón entre el número de estudiantes que apoyan el voto el blanco y el total de los entrevistados?
 - 2.5 Si en colegio hay alrededor de 360 estudiantes. ¿será posible que para el cargo de representante estudiantil tenga preferencia el voto en blanco?
4. Teniendo en cuenta la información obtenida en las entrevistas, elabora un diagrama de barras y un diagrama circular para cada una de las preguntas. Analiza las gráficas realizadas y construye dos conclusiones para cada situación. Establece algunas predicciones sobre los posibles resultados de las elecciones, justifica en cada una de ellas las razones que utilizas para elaborarlas.

INTERVENCIÓN CONCEPTUAL



➤ Razón.

La razón entre dos cantidades a y b con $b \neq 0$, es el cociente entre estas. Por tanto, si $\frac{a}{b} = r$, se tiene que r es la razón entre a y b .

La razón entre a y b se escribe $\frac{a}{b}$ y se lee a es a b . Se tiene que a es el antecedente y b es el consecuente.

Por ejemplo, si en un rectángulo se compara la medida de su altura que mide 10 cm, con su base que mide 7 cm. Se tiene que la relación entre altura (h) y la base (b), está dada por la expresión:

$$\frac{h}{b} = \frac{10}{7}$$

➤ Proporción. Una proporción es la igualdad entre dos razones:

Si a, b y p, q son cantidades proporcionales, se tiene que si $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$.

La anterior proporción se lee a es a b como p es a q .

Los términos a y q se denominan extremos y los términos b y p se denominan medios.

➤ Propiedades de las proporciones.

En toda proporción $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$ se cumple las siguientes propiedades:

- El producto de sus extremos es igual al producto de sus medios

$$aq = pb$$

- Si se invierten los términos de una proporción, se obtiene otra proporción

$$\frac{b}{a} = \frac{q}{p}$$



Si se intercambian los extremos o los medios se obtiene otra proporción

$$\frac{q}{b} = \frac{p}{a}$$

- Si se suman o se restan los consecuentes en ambos antecedentes de la igualdad se obtiene otra proporción

$$\frac{a+b}{b} = \frac{p+q}{q}$$

Perímetro: es la magnitud del contorno de una figura plana.

Área: es la magnitud de la superficie de una figura plana.

Nota: En el desarrollo de la clase el docente realizara algunos ejercicios para verificar algunas de las propiedades estudiadas y lograr una mayor comprensión por parte de los estudiantes.

ACTIVIDADES DE FORTALECIMIENTO

Actividad de fortalecimiento # 1.

Nombre: Con el geoplano, medimos, ubicamos y razonamos.

Mediante la utilización del geoplano los estudiantes darán solución a algunas situaciones relacionadas con las razones y las proporciones a partir del tratamiento y la construcción de algunos segmentos y figuras planas. Los estudiantes deberán seguir las orientaciones y responder las preguntas establecidas.

1. Mediante la utilización del geoplano construye dos segmentos: “segmento 1” y “segmento 2”, en los cuales, la razón entre la magnitud del “segmento 1” y la



magnitud del “segmento 2” sea igual a 2/3. De acuerdo con la construcción que has realizado, registra la magnitud de cada segmento.

Magnitud del "segmento1" = _____

Magnitud del "segmento 2" = _____

1.1 Si la magnitud del “segmento 1” se triplica, ¿Cuál deberá ser la magnitud del “segmento 2” para que la razón se conserve?

1.2 Si la magnitud del “segmento 1” aumenta 4 unidades, ¿Cuántas unidades deberá aumentar la magnitud del “segmento 2” para que la razón se conserve?

1. Dados los segmentos \overline{AB} , \overline{CD} , \overline{EF} y \overline{GH} y sus respectivas magnitudes 2, 3, 4 y 6 unidades. Utiliza el geoplano y realiza con ellos las construcciones indicadas.

Selecciona dos segmentos para construir la base y la altura de un “rectángulo 1” y con los otros dos segmentos restantes construye la base y la altura de un “rectángulo 2”; teniendo en cuenta que la razón entre la base y la altura del “rectángulo 1” y la razón entre la base y la altura del “rectángulo 2” son las mismas. Registra los resultados obtenidos.

Razon entre la base y altura del rectangulo 1 = $\frac{\quad}{\quad}$

Razon entre la base y altura del rectangulo 2 = $\frac{\quad}{\quad}$

2.1 Describe el procedimiento que utilizaste para determinar que los rectángulos que has construido si cumplen con las condiciones establecidas.



2.2 ¿Cuál es la razón entre el perímetro del “rectángulo 1” y el perímetro “rectángulo 2”?

2.2 ¿Cuál es la razón entre el área del “rectángulo 1” y el área “rectángulo 2”?

2.3 Si la altura del “rectángulo 1” aumenta en 2 unidades:

- ¿Cuántas unidades deberá aumentar la altura del “rectángulo 2” para que la razón entre los el perímetro conserve?
- ¿Se conserva la razón entre las áreas de los nuevos rectángulos?
- ¿Qué criterios utilizas para determinar si estas razones se conservan o no se conservan?

2.4 Ahora, Si el aumento en la altura del “rectángulo 1” hubiera sido de 4 unidades
¿Cuántas unidades debería aumentar la altura del “rectángulo 2” para que la razón entre los
perímetros se conserve



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

2.5 Analiza las razones obtenidas al realizar las transformaciones que fueron indicadas, construye una expresión que te permita calcular los perímetros de cada rectángulo sin importar el aumento que se presente en las respectivas alturas de cada rectángulo.

Facultad de Educación Nombre: Con las razones y proporciones, resolvemos muchas situaciones.

1. Explica con tus propias palabras ¿Qué es una razón? ¿Cómo identificar una proporción? En que situaciones de la cotidianidad se aplica el concepto de razón. Presenta algunos ejemplos o gráficas.

Teniendo en cuenta la información suministrada, resuelve las siguientes situaciones problemas.

2. Para hacer crema de vainilla para 6 personas se necesitan 8 onzas de vainilla, 6 cucharadas de azúcar, 4 yemas de huevo y 10 almendras, y otros ingredientes. Si María desea preparar una crema para 9 personas, que conserve la misma consistencia ¿Qué cantidad de cada ingrediente debe utilizar?

3. En el Colegio de Americano de Apartadó la razón entre el número de niños y el número de niñas de $\frac{7}{5}$. Si el total de estudiantes de 360, ¿Cuántos niños y niñas hay en el colegio?

4. Para un terreno de 0.75 km de largo y 150 m de ancho, ¿Cuál es la razón entre largo y ancho? ¿Cuándo deberá medir el ancho si el largo es 3.00 km ?



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

5. Las edades de tres hermanos: Luis, Oscar y Carlos, son entre sí como 2: 5: 3. Si sus edades suman 30 años, ¿Cuál es la edad de Oscar?



CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN:

Desde lo conceptual, el docente valora en el estudiante:

- La comprensión de los conceptos; teniendo en cuenta aspectos relacionados con la verbalización de éstos en un lenguaje matemático y la utilización en procesos algorítmicos.
- La construcción de generalizaciones partiendo de situaciones particulares abordadas en las temáticas tomadas como objeto de estudio.
- La capacidad de relacionar y comparar conceptos

Desde lo procedimental, el docente valorara:

- La justificación y argumentación ante un procedimiento seguido
- La secuencia lógica en sus procesos de análisis y de ejercitación
- El uso que le da al material físico y virtual
- El dinamismo y participación en las actividades de grupo

Desde lo actitudinal, el docente valorara:

- La participación activa y el trabajo de forma individual y colectiva en el desarrollo de las actividades.
- La constancia y dedicación en las actividades desarrolladas en clase.
- El interés, motivación y curiosidad ante los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula,
- La responsabilidad con sus tareas y actividades propuestas por el docente
- La capacidad de escucha y concentración en las actividades de clase.
- El respeto que brinda a sus compañeros y la manera en la cual contribuye a la armonía del grupo.



AUTOEVALUACIÓN: El estudiante reflexionara sobre su proceso de aprendizaje a lo

largo del plan de clase, teniendo en cuenta los siguientes criterios:
Facultad de Educación

Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
1. Comprende cada una de las actividades y situaciones del plan de clase				
2. Resuelve correctamente las actividades				
3. Repasa en casa lo abordado en clase				
4. Se interesa por consultar y profundizar en los temas de clase				
5. En los trabajos en grupo, participa y aporta				
6. Participa en la clase, plantea preguntas interesantes y demuestra interés por aprender				
7. Realiza sus trabajos, tareas y actividades en forma ordenada y en el tiempo requerido				
8. Da buen uso a los materiales del aula y a los equipos de cómputo.				
9. Durante las clases realiza las actividades propuestas por el docente				
10. Utiliza los materiales del aula y equipos de cómputo para comprender y afianzar los temas del área.				



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

PLAN DE CLASE N° 002

Facultad de Educación Nombre: Ángulos y más ángulos

Docente: Deifer Marmolejo Correa

Grado: Decimo

Fecha: 17 de Marzo - 4 de Abril 2014

Número de estudiantes: 24

Materiales a utilizar: software NLVM, cámara, fotocopias, transportador, regla, calculadora, cuaderno de apuntes y material personal de cada estudiante.

DESCRIPCIÓN DEL PLAN DE CLASE

En el presente plan de clase se abordan conceptos relacionados con algunas características de los ángulos, su construcción, medición, clasificación y principales propiedades.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a lo largo del plan de clase, buscan que el estudiante movilice su pensamiento, comprenda y se apropie de los conceptos abordados. Apuntan principalmente a potenciar algunos componentes de la competencia matemática de razonamiento tales como: encontrar patrones, establecer hipótesis y construir generalizaciones, a partir del desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales y el trabajo en equipo.

La metodología a implementar hace uso del Geoplano-circular un manipulable virtual que permite a los estudiantes construir ángulos, verificar sus propiedades, establecer relaciones y construir generalizaciones. Además, se articula la utilización de materiales físicos como el transportador, la regla y la calculadora, los cuales serán utilizados para los procesos de medición y verificación requeridos en algunas situaciones planteadas.

La utilización de los manipulables físicos y virtuales, permite a los estudiantes desarrollar el pensamiento matemático, construir, fortalecer y conectar varias representaciones e ideas matemáticas. Además, aportan al desarrollo de la imaginación y la creatividad en la medida que el estudiante pueda explorar y movilizar su conocimiento.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Facultad de Educación
- Identifica y construye ángulos teniendo en cuenta cada uno de sus elementos, clasificación y principales propiedades.
 - Calcula la amplitud de diferentes ángulos a partir de la utilización de las unidades de medida.
 - Realiza operaciones de conversión entre las diferentes unidades de medida utilizadas en la medición de los ángulos.
 - Calcula el complemento y el suplemento de algunos ángulos determinados.
 - Utiliza las propiedades de los ángulos en la resolución de situaciones problemas.
 - Desarrolla problemas relacionados con construcción y medición de ángulos mediante el uso de los manipulable físicos y virtuales.
 - Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemas, haciendo uso de las propiedades de los ángulos.
 - Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa.
 - Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo.

DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS

ACTIVIDAD DIAGNOSTICA

Nombre de la actividad: En busca de Ángulos.

En esta actividad se presenta a los estudiantes una consigna que podrán realizar de forma individual o en parejas (según sus preferencias) atendiendo a las instrucciones dadas por el docente.

Consigna: utilizando tu cámara toma algunas fotografías de algunos objetos o situaciones en las cuales se puedan identificar algunos ángulos. Selecciona cinco de tus mejores fotos y



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

mediante la utilización del software paint resalta y nombra los ángulos en los cuales
centraras tu atención. Imprime las fotos obtenidas, y luego completa la siguiente tabla.

Fotos	Ángulos encontrados (nómbralos)	Medidas	Clasificación según sus medidas	Complemento	Suplemento
# 1					
# 2					
# 3					
# 4					



45					
----	--	--	--	--	--

INTERVENCIÓN CONCEPTUAL

Ángulos.

Un Angulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo origen llamado vértice.

Elementos de un ángulos: entre los elementos de un ángulo encontramos: vértice, lado inicial, y lado final.

- Posición normal o canónica de ángulos.

Un ángulo α está ubicado en posición normal o canónica, si está representado en un sistema de coordenadas cartesianas, su vértice coincide con el origen y el lado inicial coincide con el semieje positivo x . Si un ángulo está en posición canónica y el lado final coincide con alguno de los ejes coordenados, entonces se le denomina ángulo cuadrante.

- Medición de ángulos en el sistema sexagesimal.

Un ángulo de giro completo es aquel que se genera por una rotación completa del lado final. La medida de este ángulo es de 360 grados y se escribe 360° .

Con respecto a un ángulo de giro completo es importante tener en cuenta que:



Si un giro completo se divide en 360 partes iguales, entonces cada parte es un grado

sexagesimal, es decir $\frac{1}{360}$ lo equivalente a 1° .

- Si un grado se divide en 60 partes iguales, entonces cada parte es un minuto, es decir $\frac{1^\circ}{60}$ es igual a $1''$
- Si un minuto se divide en 60 partes iguales, entonces, cada parte es un segundo, es decir $\frac{1'}{60}$ es igual a $1''$

➤ Ángulos coterminales.

En un ángulo, el lado final puede realizar giros cualquier número de veces y en cualquier dirección. Si el lado final gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, entonces es un **ángulo positivo**. Si el lado final gira en el sentido de las manecillas del reloj, entonces es un **ángulo negativo**.

Dos ángulos son coterminales si tienen los mismos lados iniciales y finales, sin importar su magnitud y sentido.

➤ Ángulos especiales.

En algunos problemas de trigonometría es importante tener en cuenta los distintos de ángulos. Los ángulos se clasifican según sus medidas y según la suma de sus medidas, así:

ACTIVIDADES DE FORTALECIMIENTO

Actividad de fortalecimiento # 1.

Nombre: ¡Con el geoplano-Circular, debes razonar si los ángulos quieres encontrar!



Mediante la utilización del manipulador virtual Geoplano-Circular los estudiantes podrán reconocer, nombrar y construir algunos ángulos, logrando describir, clasificar y entender las relaciones existentes entre estos objetos matemáticos a partir de la utilización de las propiedades que los definen.

Los estudiantes deberán seguir las orientaciones y responder las preguntas establecidas.

Hacer clic en Geometría

En Geometría (Grados 9 -12) dar clic en Geoplano-Circular.

Selecciona bandas para construir los ángulos indicados en cada situación.

Si deseas eliminar una banda, selecciónala haciendo clic y luego clic en Borrar. Si deseas eliminar todas las bandas que has ingresado, hacer clic en Limpiar.

Llamaremos ángulos centrales a los ángulos cuyos vértices sean el punto que se encuentra en el centro del Geoplano-Circular.

Los lados de los ángulos centrales inician en el centro del Geoplano-Circular y terminan en un punto del círculo exterior. El círculo exterior tiene 48 puntos.

¡Vamos a establecer relaciones y a encontrar ángulos por montones!

1. Construye los ángulos centrales que aparecen a continuación (construye cada ángulo por separado, luego dar clic en limpiar y continuar hasta finalizar).
 - $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = -60^\circ$; $\theta = 135^\circ$; $\delta = -165^\circ$
 - a. Describe el procedimiento que utilizaste para determinar la amplitud del ángulo en cada caso.

2. Para los siguientes ángulos agudos centrales:

$$\alpha = 75^\circ$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\theta = 45$$

$$\gamma = 60^\circ$$



- Calcula en cada caso el complemento y el suplemento. Luego grafica en el Geoplano-circular cada ángulo con su respectivos complemento y suplemento. Realiza las construcciones de forma separada, es decir: ángulo α con su complemento, luego ángulo α con su suplemento. Repite el procedimiento con los ángulos restantes.
- ¿Cómo lograste calcular el complemento y el suplemento de cada ángulo? Describe el procedimiento que utilizaste en cada caso.
 - ¿Qué relaciones estableces entre la medida del suplemento y la medida del complemento de cada ángulo?
 - Utilizando las relaciones encontradas en la pregunta 2.2, construye una ecuación que te permita calcular el complemento de cualquier ángulo agudo.
 - Utilizando las relaciones encontradas en la pregunta 2.2, construye una ecuación que te permita calcular el suplemento de cualquier ángulo agudo.
3. Mediante la utilización del Geoplano-circular, construye los siguientes ángulos:
- Dos ángulos complementarios tales que las medidas de sus amplitudes estén en relación 1: 2
 - Dos ángulos complementarios tales que las medidas de sus amplitudes estén en relación 5:7.
 - Tres ángulos suplementarios tales que las medidas de sus amplitudes estén en relación 2 : 4 : 6
 - Describe el procedimiento que utilizaste en cada uno de los casos para determinar las medidas de los ángulos.

➤ Medición de ángulos en radianes.

Un ángulo central θ en una circunferencia con centro en el origen O y radio r , es aquel formado por dos radios. El ángulo tiene como vértice el origen y subtiende un arco s de la circunferencia.

Cuando la mediada del arco s y la medida del radio r de la circunferencia son iguales, entonces la medida del ángulo θ es un radia.

Un radian (rad) es la medida de un ángulo central de una circunferencia cuya longitud del ángulo subtendido es igual a su radio.



➤ Relación entre grados y radianes.

- Para determinar la equivalencia de grados en radianes se realiza empleando el siguiente factor de conversión: $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)rad$
- Para determinar la equivalencia de radianes en grados se tiene que: $\pi rad = 180^\circ$

Actividad de fortalecimiento # 2.

Nombre: leyendo y comprendiendo y los grados a radianes vamos convirtiendo.

Mediante la utilización de la calculadora los estudiantes podrán realizar la conversión entre las unidades de medidas empleadas para medir la amplitud de los ángulos. Además, los estudiantes utilizarán el manipulador virtual Geoplano-Circular para construir algunos ángulos.

Hagamos algunos cálculos...

Realiza las siguientes conversiones de unidades

1. Las bisagras de una puerta alcanzan una apertura máxima de 135° . ¿Cuántos grados hacen falta para que dicha apertura sea de 180° ? Expresa la apertura de las bisagras y el suplemento de su apertura utilizando los radianes como unidad de medida.
2. Un yoyo es lanzado verticalmente hacia abajo y sostenido por su cuerda y antes de volver a subir gira 2520° . Expresa esta ¿Cuántas vueltas realiza el yoyo antes de volver a subir?
3. Un péndulo realiza un movimiento y describe un ángulo de $-\frac{7}{4}\pi$. Expresa en grados la medida de este ángulo. Calcula un ángulo positivo que sea coterminales con este ángulo. Describe el procedimiento utilizado en cada uno de los casos.



Hacer clic en Geometría

En Geometría (Grados 9 -12) dar clic en Geoplano-Circular.

Selecciona bandas para construir los ángulos indicados en cada situación.

Si deseas eliminar una banda, selecciónala haciendo clic y luego clic en Borrar. Si desear eliminar todas las bandas que has ingresado, hacer clic en Limpiar.

Llamaremos ángulos centrales a los ángulos cuyos vértices sean el punto que se encuentra en el centro del Geoplano-Circular.

Los lados de los ángulos centrales inician en el centro del Geoplano-Circular y terminan en un punto del círculo exterior. El círculo exterior tiene 48 puntos.

4. Construye los ángulos centrales que aparecen a continuación (construye cada ángulo, luego dar clic en limpiar y continuar hasta finalizar). En cada una de las construcciones, Describe el procedimiento que has utilizado.
 - 4.1 Un ángulo cuya medida sea 75° . Calcula y dibuja su complemento. Expresa ambas cantidades utilizando los radianes como unidad de medida.
 - 4.2 Dos ángulos expresados en grados que sean suplementarios y sus medidas estén en la razón de 2: 3. Si las medidas obtenidas las expresas en radianes ¿crees que la razón se conservara? Justifica tu respuesta, para ellos describe el procedimiento que has realizado.
 - 4.3 Un ángulo cuya medida expresada en radianes es $\frac{\pi}{3} rad$. Calcula el valor de esa medida en grados. Determinar la medida de un ángulo que sea suplementario ángulo que has encontrado.
 - 4.4 Teniendo en cuenta las mediciones y los cálculos realizados, elabora dos ecuaciones:
 - una ecuación que te permita calcular el suplemento de un ángulo cuya medida esta expresa en radianes.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

- una ecuación que te permita calcular un ángulo coterminales a un ángulo determinado cuya medida esta expresada en radianes.



CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN:

Desde lo conceptual, el docente valora en el estudiante:

- La comprensión de los conceptos; teniendo en cuenta aspectos relacionados con la verbalización de éstos en un lenguaje matemático y la utilización en procesos algorítmicos.
- La construcción de generalizaciones partiendo de situaciones particulares abordadas en las temáticas tomadas como objeto de estudio.
- La capacidad de relacionar y comparar conceptos

Desde lo procedimental, el docente valorara:

- La justificación y argumentación ante un procedimiento seguido
- La secuencia lógica en sus procesos de análisis y de ejercitación
- El uso que le da al material físico y virtual
- El dinamismo y participación en las actividades de grupo

Desde lo actitudinal, el docente valorara:

- La participación activa y el trabajo de forma individual y colectiva en el desarrollo de las actividades.
- La constancia y dedicación en las actividades desarrolladas en clase.
- El interés, motivación y curiosidad ante los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula,
- La responsabilidad con sus tareas y actividades propuestas por el docente
- La capacidad de escucha y concentración en las actividades de clase.
- El respeto que brinda a sus compañeros y la manera en la cual contribuye a la armonía del grupo.

AUTOEVALUACIÓN: El estudiante reflexionara sobre su proceso de aprendizaje a lo largo del plan de clase, teniendo en cuenta los siguientes criterios:



Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
1. Comprende cada una de las actividades y situaciones del plan de clase				
2. Resuelve correctamente las actividades				
3. Repasa en casa lo abordado en clase				
4. Se interesa por consultar y profundizar en los temas de clase				
5. En los trabajos en grupo, participa y aporta				
6. Participa en la clase, plantea preguntas interesantes y demuestra interés por aprender				
7. Realiza sus trabajos, tareas y actividades en forma ordenada y en el tiempo requerido				
8. Da buen uso a los materiales del aula y a los equipos de cómputo.				
9. Durante las clases realiza las actividades propuestas por el docente				
10. Utiliza los materiales del aula y equipos de cómputo para comprender y afianzar los temas del área.				



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

PLAN DE CLASE N° 003

Facultad de Educación

Nombre: ¡Si los triángulos quieres encontrar, primero debes razonar!

Docente: Deifer Marmolejo Correa

Grado: Decimo

Fecha: 7 de Abril – 25 de Abril 2014

Número de estudiantes: 24

Materiales a utilizar: software NLVM, software GeoGebra, calculadora, hoja de papel iris, fotocopias, cuaderno de apuntes y material personal de cada estudiante.

DESCRIPCIÓN DEL PLAN DE CLASE

En el presente plan de clase se abordan conceptos relacionados con la clasificación de los triángulos y algunas de sus propiedades más generales.

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a lo largo del plan de clase, buscan que el estudiante movilice su pensamiento, comprenda y establezca la construcción del concepto de triángulo, realizando un tratamiento en particular a lo que se refiere al triángulo rectángulo y al desarrollo del teorema de Pitágoras.

Con el avance de estos procesos, se apunta principalmente a potenciar algunos componentes de la competencia matemática de razonamiento tales como: encontrar patrones y expresarlos matemáticamente, dar cuenta de los procesos realizados y justificar a partir de argumentos propios, a partir del desarrollo de actividades con manipulables físicos y virtuales y el trabajo en equipo.

La metodología a implementar hace uso del Geoplano-circular un manipulable virtual que permite a los estudiantes medir los ángulos de los triángulos y verificar algunas de sus propiedades. Además, se articula la utilización de materiales físicos como el uso de la técnica del doblado de papel (origami) y el manejo de la calculadora.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Clasifica los triángulos según las medidas de sus lados y sus ángulos.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

• Utiliza algunas de las propiedades de los triángulos a la hora de construir triángulos y realizar proceso de medición en los mismos.

- Identifica los triángulos rectángulos y aplica en ellos el teorema de Pitágoras a la hora de resolver situaciones problemas.
- Expresa la medida de los ángulos de un triángulo utilizando diferentes unidades de medida.
- Desarrolla problemas relacionados con la construcción y medición de triángulos mediante el uso de los manipulable físicos y virtuales.
- Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemas, haciendo uso de las propiedades de los triángulos.
- Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa.
- Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo.



Nombre de la actividad: triángulos y más triángulos.

En esta actividad los estudiantes realizarán un acercamiento al concepto de triángulo, utilizando la técnica del doblado de papel (origami).

Las consignas que se presentan a los estudiantes, podrán realizarse de manera individual o en parejas de trabajo. Los estudiantes atenderán a las orientaciones dadas por el docente, logrando así, un buen desempeño en de la actividad y obtener el conocimiento deseado que con esta actividad se pretende movilizar.

Consigna. Con una hoja de papel que tenga forma de cuadrado realiza las siguientes construcciones atendiendo a las instrucciones dadas por el docente. En la medida en que logres avanzar responde las preguntas establecidas, las cuales te guiarán a lo largo de la actividad y te permitirán una mejor comprensión. Utiliza una tabla para registrar los valores obtenidos en cada paso.

1. **Doblez # 1:** toma la hoja de papel y traza una de las diagonales del cuadrado.

1.1 ¿Qué tipo de triángulos has obtenido? ¿Los triángulos obtenidos son congruentes o semejantes? Justifica tu respuesta

1.2 ¿Cómo es el área de cada triángulo en comparación con el área del cuadrado? ¿Cómo lograste calcular ese valor?

1.3 ¿Cuál es la medida de los ángulos en cada triángulo? Describe el procedimiento que utilizaste para obtener estas medidas. Expresa la medida de estos ángulos utilizando otra unidad de medida.

1.4 Establece relaciones entre los ángulos y los lados del triángulo.

2. **Doblez # 2:** traza la otra diagonal principal del cuadrado.

2.1 ¿Qué clase de triángulos quedan marcados? ¿Cómo es el área de cada triángulo en comparación con el área del cuadrado?

2.2 ¿Qué ángulos forman las diagonales cuando se cortan entre sí? ¿Qué relaciones puedes establecer entre estas dos líneas?



3. **Doblez # 3:** abre la hoja a su forma original, luego, lleva los vértices del cuadrado sobre el punto medio en el cual se cortan las diagonales.

Facultad de Educación

3.1 ¿Qué figura se forma? ¿Cómo es su área en comparación con el área del cuadrado inicial? ¿cómo lograste deducir ese valor?

3.2 ¿Qué tipo de triángulos has obtenido? ¿Cómo es el área de cada triángulo en comparación con el área del cuadrado original?

3.3 Después de realizar el doblez # 3, observa los triángulos más pequeños que aparecen marcados en la hoja ¿Cuántos hay? ¿Cómo es su área en comparación con el área del cuadrado original?

4. **Doblez # 4:** voltea la hoja del lado en el cual aparece un cuadrado, luego lleva sus vértices al punto medio en el cual se cortan las diagonales.

4.1 ¿Qué figura se forma? ¿Cómo es su área en comparación con el área del cuadrado inicial?

4.2 ¿Cuántos triángulos aparecen nuevamente? ¿Cómo es el área de cada uno de estos nuevos triángulos en comparación con el área del cuadrado original?

5. **Doblez # 5:** une los vértice de cada triángulo con el punto medio de su base.

5.1 ¿Qué clase de triángulos aparecen? ¿Cuántos de estos parecerán en el cuadrado original? ¿Cómo es el área de cada uno de estos triángulos en comparación con el área del cuadrado original?

5.2 ¿Qué característica tienen todos los triángulos que se forman a medida que se va realizando cada dobles?

5.3 Si realizamos un doblez más ¿Cuántos triángulos aparecerán en el cuadrado? ¿cómo será su área en relación al área del cuadrado inicial?

5.4 ¿Cuánto doblez serán necesarios para obtener 256 triángulos? ¿cómo será el área de uno de estos triángulos en comparación con el área del cuadrado inicial?

5.5 Teniendo en cuenta los datos que has registrado en la tabla:

- Construye una expresión matemática que te permita calcular número de triángulos que se obtienen en la hoja sin importar el número de dobleces que realices.
- Construye una expresión matemática que te permita calcular el área de los triángulos obtenidos en comparación con el área del cuadrado original, sin importar la cantidad de dobleces que realices.



Facultad de Educación 6. Atiende a las últimas instrucciones dadas por el docente y culmina armando una cajita.

Tabla: Registro de triángulos y áreas.

Doblez	Numero de triángulos en el cuadrado inicial	Área de los triángulos respecto al cuadrado inicial
Doblez # 1		
Doblez # 2		
Doblez # 3		
Doblez # 4		
Doblez # 5		
Dobles # 6		

INTERVENCIÓN CONCEPTUAL

Triángulos.

Un triángulo es un polígono conformado por tres lados, los cuales se cortan dos a dos en tres puntos llamados vértices. .

Elementos de un triángulo: entre los elementos de un triángulo encontramos: vértice, lados y ángulos.

➤ Clasificación de triángulos.

Los triángulos se clasifican según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos, así:



Clasificación según la medida de sus lados

Equilátero	Isósceles	Escaleno
Es triángulo en el cual, todos sus lados tiene la misma magnitud	Es un triángulo en el cual, dos de sus lados tienen la misma magnitud.	Es un triángulo en el cual, todos sus lados tienen diferente magnitud

Clasificación según la medida de sus ángulos

Acutángulo	Rectángulo	Obtusángulo
Es triángulo en el cual, todos sus ángulos miden menos de 90°	Es un triángulo en el cual, uno de sus ángulos mide 90°	Es un triángulo en el cual, uno de sus ángulos mide más de 90°

➤ Propiedades de los triángulos.

Entre algunas de las propiedades de los triángulos que utilizaremos con mayor frecuencia son:

- La suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180° .
- Cada ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes.
- Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces, los ángulos opuestos a estos lados son congruentes.
- Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces, los lados opuestos a estos ángulos son congruentes.

ACTIVIDADES DE FORTALECIMIENTO

Actividad de fortalecimiento # 1.

Nombre: ¡si las medidas quieres encontrar, es mejor que empieces a razonar!



Mediante la utilización del manipulador virtual Geoplano-Circular los estudiantes podrán reconocer, nombrar y construir algunos triángulos, logrando establecer relaciones entre sus elementos. Para ello deberán utilizar algunas de las propiedades estudiadas y poner en juego su creatividad, sus habilidades y sus conocimientos previos.

Los estudiantes deberán seguir las orientaciones y dar solución a las situaciones establecidas.

Hacer clic en Geometría

En Geometría (Grados 9 -12) dar clic en Geoplano-Circular.

Llamaremos **triángulos centrales** a aquellos triángulos en los cuales, uno de sus vértices coincide con el punto que se encuentra en el centro del Geoplano-Circular.

Puedes seleccionar bandas para prolongar los lados de los triángulos centrales hasta un punto del círculo exterior.

Si deseas eliminar una banda, selecciónala haciendo clic y luego clic en Borrar.

¡Es hora de medir, analizar y justificar!

4. Dar clic en actividades y luego selecciona la actividad **Ángulos de un Triángulo – 1**.
 - a. Calcula el valor de cada uno de los ángulos del triángulo. ¿cómo lograste calcular el valor de esos ángulos?
 - b. ¿Qué clase de triángulo es?
 - c. ¿Qué relaciones logras establecer en este triángulo?

5. Dar clic en actividades y ahora selecciona la actividad **Ángulos de un Triángulo – 2**.
 - a. Calcula el valor de cada uno de los ángulos de este triángulo. ¿Cómo lograste calcular el valor de esos ángulos?
 - b. ¿Qué relación puedes establecer entre los ángulos y los lados del triángulo?
 - c. ¿Cuál es la razón entre la medida del ángulo de mayor amplitud y la medida de uno de los ángulos de menos amplitud?



d. Si la medida de los ángulos se expresa utilizando otra unidad de medida ¿crees que la razón obtenida en la pregunta anterior se conserva? Justifica tu respuesta

Cuando finalices los cálculos, dar clic en limpiar.

6. Construye un triángulo central que cumpla las siguientes condiciones: Dos de sus lados sean congruentes y uno de sus ángulos mida 120° .

3.1 ¿Qué clase de triángulo has construido? ¿Cuál es la medida de los otros dos ángulos?

3.2 ¿Cuál es la razón entre la medida del ángulo obtuso y la medida de alguno de los ángulos restantes?

3.3 crees que la razón obtenida en la pregunta anterior se conserva si se comparan los lados opuestos a los ángulos seleccionados?

➤ Teorema de Pitágoras.

En un triángulo rectángulo, se tiene que el lado opuesto al ángulo recto recibe el nombre de *hipotenusa* y los lados que conforman al ángulo recto reciben el nombre *catetos*.

En todo triángulo se cumple la siguiente propiedad: Si la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa. Esta propiedad recibe el nombre de teorema de Pitágoras.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Es decir, si en un triángulo rectángulo a y b representan las medidas de los catetos y c su hipotenusa, se tiene que $a^2 + b^2 = c^2$

- Terna pitagórica: Esta forma por tres números naturales, los cuales representan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo y, por tanto, cumplen el Teorema de Pitágoras.

Por ejemplo: los números (3, 4, 5) conforman una terna pitagórica al cumplirse que $3^2 + 4^2 = 5^2$

Actividad de fortalecimiento # 2

Nombre: ¡El juego de las ternas pitagóricas!

Mediante la utilización del concepto de terna pitagórica y la utilización del teorema de Pitágoras, los estudiantes deberán elaborar y completar la tabla que aparecerá a continuación. Para ellos deberán atender a las reglas de juego que serán establecidas.

Reglas del juego.

1. Podrás trabajar en parejas y hacer uso de la calculadora.
2. Las ternas siempre estarán conformadas por tres números diferentes, los cuales los llamaremos: Cateto menor (Cm), Cateto Mayor (CM), Hipotenusa (H). Para los cuales se cumple que: $Cm < CM < H$
3. Cuando logres calcular las ternas que sean indicadas solicita el marcador y sustenta en el tablero las respuestas obtenidas. De esta manera obtendrás tres puntos. Las parejas que deseen ganar la actividad deberán tener mínimo tres puntos.
4. Las posiciones de las ternas depende de la suma de los números que la conforman. Por ejemplo, la terna (3, 4,5) es la primera terna (debido a que la suma de los números que la conforman es 12). Todas las demás ternas se obtiene a partir de la primera.



Nota: Las posiciones de las ternas, las podrás calcular cuando termines con el resto del cuadro o antes si pones en juego todas tus habilidades.

<i>El juego de las ternas Pitagóricas</i>					
<i>Cateto menor</i>	<i>Cateto Mayor</i>	<i>Hipotenusa</i>	<i>Verificación del teorema</i>	<i>Terna</i>	<i>Posición de la terna</i>
3	4	5	$9 + 16 = 25$	3,4,5	# 1
6	8				
		20			
			$324 + 576 = \underline{\hspace{2cm}}$		
	28				# 7
			$81 + \underline{\hspace{2cm}} = 225$		# 3
15			$\underline{\hspace{2cm}} + 400 = \underline{\hspace{2cm}}$		
					# 8

- 1.1 ¿Qué relación puedes encontrar entre las magnitudes de los Catetos menores?
- 1.2 ¿Qué relación puedes encontrar entre las magnitudes de los Catetos Mayores?
- 1.3 ¿Qué relación puedes encontrar entre las magnitudes de las hipotenusas?
- 1.4 ¿Cuál crees tú que es la principal causa de estas relaciones?
- 1.5 En la primera terna pitagórica, ¿Cuál es la razón entre el Cateto Menor y el Cateto Mayor? Ahora, si analiza esta razón utilizando otra terna ¿Qué razón obtienes? ¿Por qué crees que sucede esto?
- 1.6 Ahora, si consideramos el tratamiento realizado en el punto 1.5, pero esta vez considerando la razón entre uno de los catetos y la hipotenusa ¿Qué crees que pasaría con las razones obtenidas? Justifica tu respuesta.
- 1.7 Construye una expresión matemática que te permita calcular los términos de cualquier terna pitagórica, sin importar la posición que de la terna.



CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN:

Desde lo conceptual, el docente valora en el estudiante:

- La comprensión de los conceptos; teniendo en cuenta aspectos relacionados con la verbalización de éstos en un lenguaje matemático y la utilización en procesos algorítmicos.
- La construcción de generalizaciones partiendo de situaciones particulares abordadas en las temáticas tomadas como objeto de estudio.
- La capacidad de relacionar y comparar conceptos

Desde lo procedimental, el docente valorara:

- La justificación y argumentación ante un procedimiento seguido
- La secuencia lógica en sus procesos de análisis y de ejercitación
- El uso que le da al material físico y virtual
- El dinamismo y participación en las actividades de grupo

Desde lo actitudinal, el docente valorara:

- La participación activa y el trabajo de forma individual y colectiva en el desarrollo de las actividades.
- La constancia y dedicación en las actividades desarrolladas en clase.
- El interés, motivación y curiosidad ante los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula,
- La responsabilidad con sus tareas y actividades propuestas por el docente
- La capacidad de escucha y concentración en las actividades de clase.
- El respeto que brinda a sus compañeros y la manera en la cual contribuye a la armonía del grupo.



AUTOEVALUACIÓN: El estudiante reflexionara sobre su proceso de aprendizaje

a lo largo del plan de clase, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
1. Comprende cada una de las actividades y situaciones del plan de clase				
2. Resuelve correctamente las actividades				
3. Repasa en casa lo abordado en clase				
4. Se interesa por consultar y profundizar en los temas de clase				
5. En los trabajos en grupo, participa y aporta				
6. Participa en la clase, plantea preguntas interesantes y demuestra interés por aprender				
7. Realiza sus trabajos, tareas y actividades en forma ordenada y en el tiempo requerido				
8. Da buen uso a los materiales del aula y a los equipos de cómputo.				
9. Durante las clases realiza las actividades propuestas por el docente				
10. Utiliza los materiales del aula y equipos de cómputo para comprender y afianzar los temas del área.				



PLAN DE CLASE N° 004

Nombre: si logras razonar las funciones trigonométricas puedes relacionar.

Docente en formación: Deifer Marmolejo Correa

Grado: Décimo

Fecha: 5 – 23 de Mayo 2014

Número de estudiantes: 24

Materiales a utilizar: Software GeoGebra, calculadora, fotocopias, cuaderno de apuntes y material personal de cada estudiante.

DESCRIPCIÓN DEL PLAN DE CLASE

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a lo largo del plan de clase, están orientados al reconocimiento de las funciones trigonométricas seno y coseno, en las cuales se abordan aspectos como: gráfica, dominio, rango, periodo y algunas de sus principales propiedades a partir del estudio de sus ecuaciones generales:

$$f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) \text{ y}$$

$$f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C).$$

Se pretende que el estudiante haga uso de los conocimientos adquiridos en los anteriores planes de clase y los pueda articular para dar solución a algunas cuestiones establecidas, las cuales están orientadas a la búsqueda de patrones, a la justificación de las respuestas y al planteamiento de conjeturas.

La metodología a implementar se basa en el estudio de algunas de las funciones realizadas en GeoGebra, las cuales permiten observar las relaciones de covarianza entre las variables involucradas, identificar algunos de los conceptos y propiedades que han sido formalizados.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Define las funciones trigonométricas a partir de las relaciones establecidas en la circunferencia unitaria (circunferencia goniométrica).
- Calcula el valor de las funciones trigonométricas en algunos ángulos especiales.



- Determina ángulos coterminales de algunas funciones trigonométricas.
- Identifica las principales propiedades de algunas funciones trigonométricas y las aplica en la solución de situaciones problemas.
- Soluciona problemas relacionados con las funciones trigonométricas mediante el uso de manipulables virtuales.
- Justifica los procedimientos utilizados y las respuestas establecidas, en las soluciones de las situaciones problemas relacionadas con las funciones trigonométricas.
- Plantea diferentes alternativas de solución al momento analizar y resolver situaciones problemas relacionadas con las funciones trigonométricas.
- Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa. Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo.

DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS

INTERVENCIÓN CONCEPTUAL

Funciones trigonométrica. Las funciones trigonométricas se generan a partir del estudio de las relaciones establecidas en la circunferencia unitaria.

➤ *Circunferencia unitaria.*

Una circunferencia unitaria es aquella cuyo centro está en el origen de un plano cartesiano y la magnitud de su radio es 1 (Ver figura 1).

Figura 1. Circunferencia unitaria



El Punto P (Figura 1) pertenece a la circunferencia unitaria y sus coordenadas (x, y) corresponden a los catetos del triángulo rectángulo que éste forma cuando se proyecta sobre el eje X . Por tanto, todo punto de la circunferencia cumple que: $x^2 + y^2 = 1$

➤ *Definición de las funciones trigonométricas.*

Al construir un ángulo θ en posición normal, cuyo lado final interseque a la circunferencia unitaria en un punto $P(x, y)$ y al considerar la proyección de este punto sobre el eje x , se pueden definir las funciones trigonométricas seno, coseno, tangente, cosecante, secante y cosecante, a partir de sus coordenadas.

$$\cos\theta(x, y) = x \qquad \qquad \qquad \sin\theta(x, y) = y \qquad \qquad \qquad \tan\theta(x, y) = \frac{y}{x}, x \neq 0$$

$$\csc\theta(x, y) = \frac{1}{y}, y \neq 0 \qquad \qquad \qquad \sec\theta(x, y) = \frac{1}{x}, x \neq 0 \qquad \qquad \qquad \cot\theta(x, y) = \frac{x}{y}, y \neq 0$$

➤ *Signo de las funciones trigonométricas.*

El signo de las funciones trigonométricas depende del cuadrante en el que se ubique el punto que determine el ángulo θ .

En la tabla 1 se muestra el signo de las funciones trigonométricas según las coordenadas x, y del punto determinado por un ángulo.

Tabla 1. Signo de las funciones trigonométricas.

cuadrante	Valores de x, y	Funciones positivas	Funciones negativas
I	$x > 0$ $y > 0$	$\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ $\csc\theta, \sec\theta, \cot\theta$	
II	$x < 0$ $y > 0$	$\sin\theta, \cos\theta$	$\cos\theta, \tan\theta$ $\sec\theta, \cot\theta$



III	$x < 0$	$\tan\theta, \cot\theta$	$\text{sen}\theta, \text{cos}\theta$
	$y < 0$		$\text{csc}\theta, \text{sec}\theta$
IV	$x > 0$	$\text{cos}\theta, \text{sec}\theta$	$\text{sen}\theta, \tan\theta$
	$y < 0$		$\text{csc}\theta, \cot\theta$

➤ *Funciones trigonométricas de ángulos especiales*

En la tabla 2 aparecen algunos de los ángulos especiales, los cuales son utilizados con frecuencia.

Tabla 2. *Funciones trigonométricas de ángulos especiales.*

θ	$P(x, y)$	$\text{sen}\theta$	$\text{cos}\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$\text{sec}\theta$	$\text{csc}\theta$
$\frac{\pi}{6}$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2
$\frac{\pi}{4}$	$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
$\frac{\pi}{3}$	$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

ACTIVIDADES DE FORTALECIMIENTO

Actividad de fortalecimiento # 1.

Nombre: ¡si un poco de la función seno quieres aprender, tus conocimientos debes dar a conocer!

Mediante la utilización de aplicaciones en GeoGebra, los estudiantes conocerán un poco de la función seno, su gráfica, dominio, rango y algunas de sus principales características y



propiedades. Para ello, es muy importante que los estudiantes relacionen sus conocimientos previos y los articulen en la construcción de nuevos saberes.

Los estudiantes deberán seguir las orientaciones y dar solución a las situaciones establecidas.

Ingresar a la aplicación de Geogebra “**Función seno**”

El punto de color verde que aparece sobre el deslizador indica la amplitud del ángulo en posición normal. Lo puedes mover a lo largo de la línea dependiendo del valor que desees calcular.

El botón deshacer, puedes utilizarlo para llevar la aplicación a su forma inicial.

¡Vamos a empezar!

- a. Observa el triángulo que aparece sombreado
 - 1.1 ¿Qué relaciones puedes encontrar entre los catetos y la hipotenusa, y las coordenadas del punto que aparece indicado?
- b. Mueve el deslizador a lo largo de la línea, logrando que el valor del ángulo empiece a variar entre los distintos intervalos. Registra en la siguiente tabla, los signos de las funciones trigonométricas en algunos intervalos.

Intervalo	Valores de x, y	Funciones positivas	Funciones negativas
$(-\frac{\pi}{2}, 0)$			
$(0, \frac{\pi}{2})$			
$(\frac{\pi}{2}, \pi)$			
$(\pi, \frac{3\pi}{2})$			



$\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$			
$\left(2\pi, \frac{5\pi}{2}\right)$			

- 2.1 ¿Para qué intervalos la función seno tiene valores positivos?
- 2.2 ¿Para qué intervalos la función seno tiene valores negativos?
- 2.3 ¿Para qué valores el valor de la función seno no tiene signo?
- 2.4 Indica otros intervalos en los cuales la función seno tengo valores positivos y otros en los cuales tenga valores negativos.
- 2.5 ¿Cuál es el dominio y el rango de la función seno?
- 2.6 Construye una expresión que te permita calcular todos los valores del ángulo en posición normal, en los cuales, el valor de la función seno no tiene signo.

Dar clic en el botón deshacer

- c. Ubica el deslizador en el punto que indica un valor de $\frac{\pi}{2}$ para el ángulo en posición normal.
 - 3.1 ¿Cuál es el valor de la función seno para ese ángulo?
 - 3.2 ¿Hasta que ángulo se debe mover el punto del deslizador para volver a obtener el anterior valor? ¿puedes calcular otro ángulo para el cual el valor de la función seno se repita?
 - 3.3 Ahora, si realizas en anterior tratamiento pero ubicando el deslizador en el punto que indica una medida de π para el ángulo en posición normal. Describe lo que puede suceder.
 - 3.4 Teniendo en cuenta las anteriores preguntas ¿Cuál es el periodo de la función seno?
 - 3.5 Construye una expresión matemática que te permita calcular todos ángulos coterminales, para los cuales la función seno tendrá el mismo valor que el de un ángulo dado, sin importar la medida de este último.

Nombre: ¡función coseno!

Mediante la utilización de aplicaciones en GeoGebra, los estudiantes adquieren conocimientos relacionados con la función coseno, a partir del estudio de su gráfica, dominio, rango y algunas de sus principales características y propiedades.

Los estudiantes deberán seguir las orientaciones y dar solución a las situaciones establecidas.

Ingresar a la aplicación de Geogebra “**Función coseno**”

El punto de color verde que aparece sobre el deslizador indica la amplitud del ángulo en posición normal. Lo puedes mover a lo largo de la línea, dependiendo el valor que desees calcular.

El botón deshacer, puedes utilizarlo para llevar la aplicación a su forma inicial.

¡Vamos a empezar!

1. Observa el triángulo que aparece sombreado
 - 1.1 ¿Qué relaciones puedes encontrar entre sus lados y las coordenadas del punto que aparece sobre la circunferencia unitaria indicado?
3. Mueve el deslizador a lo largo de la línea, logrando que el valor del ángulo empiece a variar entre los distintos intervalos
 - 2.1 ¿Para qué intervalos la función coseno tiene valores positivos?
 - 2.2 ¿Para qué intervalos la función coseno tiene valores negativos?
 - 2.3 ¿Para qué valores el valor de la función coseno no tiene signo?
 - 2.4 Indica algunos intervalos en los cuales la función coseno tengo valores positivos y otros en los cuales tenga valores negativos.
 - 2.5 ¿Cuál es el dominio y el rango de la función coseno?
 - 2.6 Construye una expresión que te permita calcular todos los valores del ángulo en posición normal, en los cuales, el valor de la función coseno no tiene signo.



Dar clic en el botón deshacer

Facultad de Educación 4. Ubica el deslizador en el punto que indica un valor de π para el ángulo en posición normal.

- 3.1 ¿Cuál es el valor de la función coseno para ese ángulo?
- 3.2 ¿Hasta qué valor hay que mover el punto del deslizador para volver a obtener el anterior valor? ¿puedes calcular otro ángulo para el cual valor de la función coseno sea el mismo?
- 3.3 Ahora, si realizas el anterior tratamiento pero ubicando el deslizador en el punto que indica una medida de $\frac{3\pi}{2}$ para el ángulo en posición normal. Describe lo que sucedería.
- 3.4 Teniendo en cuenta las anteriores preguntas ¿cada cuánto la función coseno vuelve a obtener el mismo valor?
- 3.5 Construye una expresión matemática que te permita calcular todos ángulos coterminales, para los cuales la función coseno tendrá el mismo valor que el de un ángulo dado, sin importar la medida de este último.



CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN:

Desde lo conceptual, el docente valora en el estudiante:

- La comprensión de los conceptos teniendo en cuenta aspectos relacionados con la verbalización de éstos en un lenguaje matemático y los procesos algorítmicos.
- La construcción de generalizaciones partiendo de situaciones particulares. La capacidad de relacionar y comparar conceptos.

Desde lo procedimental, el docente valora:

- La justificación y argumentación ante un procedimiento.
- La secuencia lógica en sus procesos de análisis y de ejercitación.
- El uso dado al material físico y virtual.
- El desarrollo de situaciones problemas utilizando diferentes alternativas de solución.

Desde lo actitudinal, el docente valorara:

- La participación activa y el trabajo de forma individual y colectiva en el desarrollo de las actividades.
- La constancia y dedicación en las actividades desarrolladas en clase.
- El interés, motivación y curiosidad ante el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula.
- La responsabilidad con sus tareas y actividades propuestas por el docente.
- La capacidad de escucha y concentración en las actividades de clase.
- El respeto que brinda a sus compañeros y la manera en la cual contribuye a la armonía del grupo.

AUTOEVALUACIÓN: El estudiante reflexionara sobre su proceso de aprendizaje a lo largo del plan de clase, teniendo en cuenta los siguientes criterios:



Aspecto	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Nunca
1. Comprende cada una de las actividades y situaciones del plan de clase				
2. Resuelve correctamente las actividades				
3. Repasa en casa lo abordado en clase				
4. Se interesa por consultar y profundizar en los temas de clase				
5 Participa y aporta al trabajo colaborativo.				
6. Participa en la clase, plantea preguntas y demuestra interés por el aprendizaje.				
7. Realiza sus trabajos, tareas y actividades en forma ordenada y en el tiempo requerido				
8. Da buen uso a los materiales del aula y a los equipos de cómputo.				
9. Durante las clases realiza las actividades propuestas por el docente.				
10. Utiliza los materiales del aula y equipos de cómputo para comprender y afianzar los temas del área.				



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Anexo 8. Diario de procesos [\(volver\)](#)

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 21 de febrero de 2014	Gr
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tie
Materiales utilizados: Materiales utilizados: <i>Tablero, marcador, calculadora, fotocopias.</i>	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Construye razones entre magnitudes utilizando valores conocidos. • Establece proporciones a partir de razones iguales. • Resuelve situaciones problemas relacionados con las razones, a partir del a • Propone diferentes alternativas al resolver situaciones problemas. • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activ • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	



TEMAS DESARROLLADOS: Construcción del concepto de razón (Plan de clase 001).

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #1: Hablemos un poco de las elecciones.

Para dar inicio a los temas propuestos en este plan de clase, la intervención en el aula se inicia con el desarrollo de la actividad “Hablemos un poco de las elecciones”, fundamentalmente en identificar los conocimientos previos que poseen los estudiantes en lo que respecta al tema de las razones, con los cuales se pretende movilizar a los estudiantes hacia la construcción del concepto de razón y potenciar algunos elementos de la competencia matemática de razonamiento.

En un primer momento de la actividad los estudiantes conforman grupos de trabajos y realizan una entrevista a algunos estudiantes de otros grados, en donde conocen las expectativas que estos tienen acerca de las futuras elecciones de personero, contralor y representante al consejo estudiantil.

Posteriormente en un segundo momento, se realiza un tratamiento matemático a la información obtenida, en esta fase los estudiantes dan solución a una serie de problemas establecidos, entre las cuales encontramos: establecer algunas razones a partir de las preferencias de algunos estudiantes y el total de los entrevistados, encontrar variaciones en la población, obtenidas considerando posibles aumento en la población entrevistada, predecir los posibles resultados de las elecciones a partir del análisis de las razones obtenidas, y calcular variaciones en la población, apoyados en la elaboración de diagramas de barras, diagramas circulares y cálculos de porcentajes.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:



Algunos estudiantes, luego de analizar la información obtenida a partir de un tratamiento matemático, generaron varias hipótesis sobre los posibles los resultados expresaron tener certeza de quienes serían los candidatos electos y la cantidad de votos que obtendrían.

Además, se evidenció la manera en como los estudiantes justificaban algunas de sus respuestas a partir de sus conocimientos previos, del uso de la calculadora o utilizado. Generalmente, esto lo hacían luego de comparar la muestra poblacional que fue entrevistada con el total de la población estudiantil, a partir del uso de (cabe aclarar, que este último aspecto no había sido abordado por el docente, se hizo presente a partir de los conocimientos previos de los estudiantes).

Con esta actividad se logró movilizar el pensamiento de los estudiantes, lo cual se reflejaba en la manera en como analizaban la información, relacionaban las variables entrevistados, número de votos por candidatos, número de candidatos, etc), acudían a su conocimientos previos para aplicarlos a nuevas situaciones problemas, la calculadora para verificar sus respuestas y predecir los posibles resultados (por ejemplo: predecir los posibles votos que llegaría a obtener un candidato, si el número aumentara a 240 o si el número de entrevistados se triplicara).

FORTALEZAS: Los estudiantes se presentaron motivados e interesados al realizar la actividad.

Las situaciones planteadas fueron abordadas con mucho interés debido a que se generaron sobre un tema de interés de los estudiantes. Por su otra parte, el hecho de que se realizó la actividad, permitió que los estudiantes estuvieran concentrados en la clase.

Por otra parte, el manejo de la calculadora les permitió obtener los cálculos deseados optimizando el tiempo y verificar algunas de las ideas que surgían en el tratamiento de la actividad.

DEBILIDADES: Algunos estudiantes hicieron algo de desorden cuando salían a realizar las entrevistas y algunos tuvieron dificultades con los entrevistados porque no sabían cómo colaborar.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

En el trabajo realizado dentro del aula de clase, algunos estudiantes se sintieron algo frustrados en algunos puntos de la actividad al no poder relacionar las variables deseadas. Al respecto, se considera que algunos de ellos no poseían los conocimientos previos necesarios para dar solución a la situación planteada.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 24 de febrero de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: Clavos, martillo, regla, tabla	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	
TEMAS DESARROLLADOS: Construcción del geoplano cuadrangular (Plan de clase 001).		



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

En esta actividad los estudiantes elaboraron un geoplano cuadrangular a partir del trabajo en equipo y atendiendo a las instrucciones dadas por el docente. Cabe destacar que durante esta actividad los estudiantes se presentaron muy motivados en la elaboración de esta herramienta de trabajo, algunos expresaron que era la primera vez que en clase habían realizado un trabajo parecido. En esta actividad, el esfuerzo, la dedicación y creatividad de los estudiantes se hizo presente, debido a que los geoplanos fueron elaborados con un toque creativo y original.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Esta actividad permitió que los estudiantes adoptaran un papel activo, en el cual, ellos mismos elaboraron su objeto de aprendizaje. Además, se logra recrear en el aula un espacio de saberes, en donde los estudiantes a partir de los cálculos y las mediciones realizadas en la construcción del geoplano, lograron darle significado a sus elaboraciones y sentir una mayor familiaridad con sus geoplanos (algunos estudiantes los pintaron utilizando sus colores favoritos, otros plasmaron el nombre de algunas figuras icónicas significativas).

FORTALEZAS: en esta actividad la motivación, el interés y la dedicación de los estudiantes se vio reflejada durante toda la clase, lo cual, permitió que los estudiantes durante la elaboración del geoplano y optimizaran el tiempo. Por otra parte, el hecho de ser una actividad totalmente nueva para ellos, los impulso a tratar de realizar un excelente trabajo y su creatividad tuvo cabida.

DEBILIDADES: Algunas situaciones como el hecho de ubicar los clavos al momento de introducirlos en la tabla, dar golpes con el martillo o lograr que los clavos quedaran bien sujetos fueron las mayores dificultades que se presentaron a los estudiantes. Algunos expresaron que no eran capaces de construir el geoplano, sin embargo al observar el ejemplo de sus compañeros sintieron motivados y se vincularon al desarrollo de la actividad.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 4 de Marzo de 2014	Gr
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tie
<p>Materiales utilizados:</p> <p>Materiales utilizados: geoplano circular, bandas elásticas, fotocopias, calculadora</p>	<p>Indicadores de desempeño:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Construye razones entre magnitudes utilizando valores conocidos. • Aplica las propiedades de las razones para encontrar proporciones. • Establece proporciones a partir de razones iguales. • Desarrolla problemas relacionados con las razones y proporciones mediante el uso • Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problema proporciones. • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa. • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	



TEMAS DESARROLLADOS: Propiedades de las razones y proporciones (Plan de clase 001).

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #2: Con el geoplano, medimos, ubicamos y razonamos.

En esta actividad los estudiantes conformaron parejas de trabajo, en las cuales a partir de las indicaciones dadas por el docente y el uso del geoplano rectangular realizaron propuestas.

Los estudiantes a partir del uso del geoplano cuadrangular y de bandas elásticas, debían construir algunos segmentos cuyas medidas conservaran una razón de tres a dos. Los estudiantes debían realizar otras construcciones y procedimientos tales como: Construir segmentos de mayor magnitud, en donde las medidas de estos conservaran la razón de tres a dos, la magnitud de uno de los segmentos y luego, calcular la magnitud del segundo, de tal forma que la razón entre las nuevas magnitudes fuera igual a una razón de tres a dos.

Por otra parte, los estudiantes debían construir dos rectángulos haciendo uso de varios segmentos, los cuales representarían las posibles bases y alturas de estas figuras. Los respectivos perímetros y áreas debían conservar una razón determinada. Luego, los estudiantes debían realizar algunas modificaciones en las dimensiones de estos rectángulos, de tal forma que las razones entre las áreas y perímetros se conservaran.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Los estudiantes lograron justificar y dar cuenta de los procedimientos utilizados, por ejemplo: cuando calculaban segmentos cuyas magnitudes conservaran una razón de tres a dos, utilizaban la propiedad de productos de extremos por medios o multiplicaban ambos miembros de la razón por un mismo número obteniendo el valor deseado. De esta manera, los estudiantes lograron solucionar las situaciones planteadas, en donde la veracidad de sus respuestas era respaldada por el hecho de que en los valores obtenidos se cumplía alguna de las propiedades de las proporciones que habían sido estudiadas con anterioridad.



Se evidenció la manera en como algunos estudiantes apoyados en sus conocimientos previos y en su propios argumentos e ideas, se encaminaban en la búsqueda de relacionar las variables y encontrar la solución a las situaciones establecidas. Por ejemplo: cuando se les pidió a los estudiantes que describieran el procedimiento de los rectángulos que construyeron cumplían con las condiciones establecidas, algunos de ellos escribieron: *“nuestro procedimiento fue ubicar en la base los dos metros y la altura 3 y 6 que también son múltiplos...”*.

Por otra parte se logró aumentar el interés de los estudiantes hacia los procesos de enseñanza y aprendizaje que se adelantan en el aula, muchos expresaron sentirse motivados por las actividades, debido a que pueden expresar sus ideas, compartirlas con sus compañeros y verificarlas. Además, expresaron que fue una clase diferente en donde aprendieron fue genera por ellos mismos.

FORTALEZAS: La disposición de los estudiantes, el uso del geoplano cuadrangular y el manejo de la calculadora, fueron elementos que se hicieron presentes en todas las actividades, los cuales permitieron desarrollar la actividad propuesta.

DEBILIDADES: una de las preguntas de la actividad no fue respondida por ninguno de los estudiantes. Esta pregunta en particular era un poco compleja debido a que requería una ecuación que permitiera calcular el perímetro de dos rectángulos a partir de una razón determinada y teniendo en cuenta las posibles variaciones de su bases. Los estudiantes se deben orientar un poco más a lo solución de estas situaciones en particular.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II
DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 18 de Marzo de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: cámara, calculadora, fotos impresas, transportador y material personal de cada estudiante	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Identifica y construye ángulos teniendo en cuenta cada uno de sus elementos • Calcula la amplitud de diferentes ángulos a partir de la utilización de las unidades • Calcula el complemento y el suplemento de algunos ángulos determinados • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	
TEMAS DESARROLLADOS: Introducción al concepto de ángulos (Plan de clase 002).		



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #1: en busca de ángulos.

Esta actividad se desarrolló a lo largo de dos momentos. En el primer momento, los estudiantes debían tomar fotografías a objetos o situaciones en las cuales los ángulos fueran evidentes. Para ello se movilizaron por todo el colegio y por lugares cercanos a este en busca de las mejores tomas, las cuales les permitieran obtener representaciones de ellos. Después de esto, los estudiantes debían reunirse con su compañero de trabajo y seleccionar las cinco mejores fotografías y resaltar en ellas los ángulos encontrados, sobre los cuales centrarían sus mediciones.

En el segundo momento de la actividad los estudiantes imprimen las fotos que fueron seleccionadas y las llevan a la clase, en donde realizaran un proceso de medición de los ángulos encontrados, transportador y calcularan el complemento y el suplemento de algunos de los ángulos encontrados.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Cuando los estudiantes realizaban las mediciones de los ángulos encontrados y calculaban sus respectivos complementos y suplementos, salieron a flote varias dificultades. Algunos estudiantes, al calcular el complemento de algunos ángulos, expresaron que este sólo se podía calcular si el ángulo que estudiaba medía menos de 90° debido a que no tendrían un ángulo que midiera más de 90° si ya había superado esa medida. Al respecto algunos estudiantes expresaron que tal vez si se podía calcular el complemento de un ángulo que midiera más de 90° si a este se le sumaba un ángulo negativo hasta que la suma fuera 90° .

Algunos de los estudiantes expresaron sentirse muy motivados por esta actividad. Además, argumentan que les pareció muy enriquecedora debido a que mientras tomaban las fotos. Por su parte, varios estudiantes opinaron al respecto sobre la manera en cómo se desarrolló la actividad y puntualizaron en el hecho de considerarla una actividad innovadora, algo que les permitió tener una concepción diferente acerca de las matemáticas y considerarla un poco más agradable.



FORTALEZAS: la motivación fue un elemento que contribuyó para que la actividad se desarrollara de la mejor manera.

El uso de los conocimientos previos (medir ángulos mediante el uso del transportador, clasificar e identificar los ángulos, conocer el concepto de complemento y suplemento) permitió a los estudiantes responder varias de las situaciones que debían ser desarrolladas a lo largo de la actividad.

DEBILIDADES: Algunos estudiantes hicieron algo de desorden cuando tomaban las fotografías en los lugares fuera del colegio.

Algunos estudiantes tuvieron dificultades con las fotos, los archivos se les borraron, algunas no fueron de buena calidad debido a la resolución de las cámaras utilizadas.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 28 de Marzo de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador: Flor Denys Vásquez	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: Software NLVM –Geoplano circular fotocopias, calculadora	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Identifica y construye ángulos teniendo en cuenta cada uno de sus elementos. • Calcula la amplitud de diferentes ángulos a partir de la utilización de materiales virtuales. • Calcula el complemento y el suplemento de algunos ángulos determinados a partir de materiales virtuales. • Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemas, haciendo uso de los ángulos. • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa. • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	
TEMAS DESARROLLADOS: Con el geoplano-Circular, debes razonar si los ángulos quieres encontrar. (Plan de clase 002).		



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #2: Con el geoplano, medimos, ubicamos y razonamos.

En esta actividad los estudiantes conformaron parejas de trabajo, en las cuales a partir de las indicaciones dadas por el docente y el uso de la aplicación Geoplano desarrollaron algunas situaciones propuestas en las cuales deberán, reconocer, nombrar y construir algunos ángulos, logrando describir, clasificar y entender las relaciones entre los objetos matemáticos a partir de la utilización de las propiedades que los definen.

En este apartado, se les solicita a los estudiantes, construir ángulos centrales, calcular y representar el complemento y el suplemento de un ángulo, encontrar patrones y procedimientos realizados y construir expresiones matemáticas que les permitan calcular el complemento y el suplemento de algunos ángulos y ángulos coterminos.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Los estudiantes lograron encontrar patrones y proponer diferentes alternativas de solución ante algunas situaciones establecidas. Por ejemplo, cuando se les pidió determinar que el patrón de medida era 7.5° , el cual era la amplitud en grados entre dos puntos de la circunferencia exterior. Para lograrlo utilizaron los siguientes procedimientos:

“hay 48 puntos en el geoplano circular y normalmente un transportador tiene 360° y al dividirlo por el número de puntos (48) nos da como resultado 7.5° ”

“para obtener las medidas exactas de los ángulos para el geoplano, hay que tener en cuenta que hay 90° en el primer cuadrante y que este posee 12 puntos, luego se divide 90 entre 12 y se obtiene 7.5° ”

Por otra parte, se evidenció que el análisis a la información obtenida en el desarrollo de la actividad, permitió a los estudiantes generar algunas hipótesis y construir generalizaciones que les permitían generalizar las situaciones planteadas y facilitaban los cálculos deseados. Como se indica a continuación:

Cuando se les solicitó a los estudiantes una expresión matemática para calcular el complemento y el suplemento de un ángulo, algunos respondieron, “se utilizaron los siguientes procedimientos”



generaron los resultados, fueron estas: $C = 90^\circ - a$, y $S = 180^\circ - a$ ” y cuando se les pidió que las relacionaran, escribieron “ $S = C + 90^\circ$. Además, expresaron “aumenta el ángulo, disminuye el complemento y consecuentemente el suplemento, por ende la magnitud del complemento es directamente proporcional a cuánto suplemento directamente proporcional a la amplitud del complemento.”

FORTALEZAS: El trabajo en equipo, la disposición de los estudiantes y sus conocimientos, fueron factores de gran importancia, los cuales se manifestaron a lo largo de un buen desempeño por parte de los estudiantes.

DEBILIDADES: se hicieron presente algunas dificultades relacionadas con el manejo de los computadores debido a que algunas de las aplicaciones del software NI no funcionó correctamente por problemas de compatibilidad con la plataforma java que tenían los computadores, en otros equipo se tuvo que reinstalar nuevamente el programa porque los computadores estaban congelados. Estos inconvenientes generaron un poco de desorden en la clase debido a que algunos estudiantes perdieron la tranquilidad al no poder iniciar.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 8 de abril de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: Técnica del doblado de papel (origami),	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Clasifica los triángulos según las medidas de sus lados y sus ángulos. • Identifica los triángulos rectángulos y aplica en ellos el teorema de Pitágoras en problemas. • Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemáticas de los triángulos. • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa. • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	
TEMAS DESARROLLADOS: Triángulos y más triángulos (Plan de clase 003).		



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #1: Triángulos y más triángulos

A partir del desarrollo de esta actividad los estudiantes realizaron un acercamiento al concepto de triángulo, utilizando la técnica del doblado de papel (origami) y papeles necesarios para realización de cada dobles.

Esta actividad fue desarrollada por algunos estudiantes de manera individual, otros decidieron trabajar en parejas, compartir sus ideas y dar respuesta a las preguntas realizadas y observado en el proceso de elaboración del origami.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Los estudiantes durante el proceso de construcción del origami establecieron justificación apoyados en el análisis de las construcciones realizadas. Los estudiantes descubrieron los números de triángulos presentes en cada dobles, encontraron patrones los cuales relacionaban el número de triángulos con los dobles realizados. Lograron formular hipótesis que les permitieran calcular el número de triángulos que aparecerían cuando se realizara una cantidad de dobles determinada, además lograron relacionar la manera en que se forman los triángulos de acuerdo al número de dobles realizados.

FORTALEZAS: Los estudiantes se presentaron motivados e interesados al realizar la actividad.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Fue una actividad que favoreció el trabajo en equipo, en donde los estudiantes compartían sus ideas.

La actividad permitió que los estudiantes estuvieran activos durante toda la clase, concentrados durante todo el proceso de la construcción con el origami.

DEBILIDADES: Algunos estudiantes que trabajaron de manera individual tuvieron dificultades al momento de realizar algunos pasos de las construcciones, otros lo se les dificultaba contar el número de triángulos debido a que los trazados marcados en cada doblez no quedaban bien definidos.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

DIARIO DE PROCESOS DE AULA

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 22 de Abril de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: Calculadora, Tabla de ternas pitagóricas	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Identifica los triángulos rectángulos y aplica en ellos el teorema de Pitágoras en problemas. • Desarrolla problemas relacionados con la construcción y medición de triángulos manipulables físicos y virtuales. • Propone diferentes alternativas a la hora de resolver situaciones problemas, haciendo uso de los triángulos. • Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa. • Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo. 	
TEMAS DESARROLLADOS: El juego de las ternas pitagóricas (Plan de clase 003).		



DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Mediante la utilización del concepto de terna pitagórica y la utilización del teorema de Pitágoras, los estudiantes deberán completar una serie de problemas que les permitan encontrar los valores de los catetos y la hipotenusa que se obtienen según la posición de las ternas. Se presentan algunas reglas de juego para el desarrollo de las actividades, las cuales fueron atendidas por los estudiantes y les permitieron obtener buenos resultados durante el juego. Los estudiantes trabajaron en grupo, compartiendo sus ideas, verificando los resultados obtenidos, analizando las regularidades presente en el juego, lo cual les permitió aplicar los conocimientos adquiridos y utilizar diversos métodos de solución.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

Los procesos de enseñanza y aprendizaje adelantados a durante la actividad permitieron que los estudiantes movilizara su pensamiento y profundizaron sus conocimientos relacionados con la aplicación del teorema de Pitágoras.

El desarrollo de la actividad favoreció en los estudiantes la formulación de hipótesis, favoreciendo el desarrollo de esta habilidad de razonamiento, al ofrecerles a los estudiantes la oportunidad de encontrar patrones, justificar los procesos realizados atendiendo a sus saberes previos y argumentar sus ideas a partir de argumentos propios.

Entre las hipótesis formuladas por los estudiantes encontramos las siguientes: “si sumamos CM y H el resultado siempre será un múltiplo de 3” ; “si sumamos el cuadrado de los catetos y la hipotenusa al cuadrado siempre da un múltiplo de 3”

Se observa cómo los estudiantes analizan la variaciones entre las magnitudes de los catetos y la hipotenusa según la posición que ocupe la terna al cual pertenecen, lo que se hacen constantes en todas las ternas pitagóricas sin importar la posición que esta ocupe, lo que les permite formular hipótesis sobre esta configuración.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

FORTALEZAS: La participación, el trabajo en equipo, las salidas al tablero para justificar y socializar los resultados obtenidos, permitió presentar una actitud de disposición durante todo el desarrollo de la clase.

DEBILIDADES: hubo momentos en los cuales la participación de los estudiantes genero un poco de desorden debido a que todos llegaban al tablero al mismo tiempo se levantaban del puesto e interrumpían el trabajo de algunos de sus compañeros.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II

DIARIO DE PROCESOS DE AULA



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Estudiante Docente: Deifer Marmolejo Correa	Fecha: 12 de Marzo de 2014	Grupos:
Institución: Colegio Americano de Apartadó	Docente cooperador:	Tiempo:
Materiales utilizados: Materiales utilizados: Software GeoGebra	Indicadores de desempeño: <ul style="list-style-type: none"> • Calcula el valor de las funciones trigonométricas en algunos ángulos especiales. • Determina ángulos coterminales de algunas funciones trigonométricas. • Identifica las principales propiedades de algunas funciones trigonométricas y situaciones problemas. • Soluciona problemas relacionados con las funciones trigonométricas mediante métodos virtuales. • Justifica los procedimientos utilizados y las respuestas establecidas, en las situaciones problemas relacionadas con las funciones trigonométricas. • Plantea diferentes alternativas de solución al momento analizar y resolver situaciones problemas con las funciones trigonométricas. 	



TEMAS DESARROLLADOS: Función seno y coseno. (Plan de clase 004).

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Actividad #1: ¡si un poco de la función seno quieres aprender, tus conocimientos debes dar a conocer!

A partir de la utilización del software GeoGebra se le permite a los estudiantes analizar la función seno, observar las relaciones de covarianza, analizar algunas de sus características como su gráfica, dominio, rango, intervalos de crecimiento y decrecimiento y periodicidad. La actividad se realizó en equipos de trabajo, en las situaciones presentadas se hacía necesario la búsqueda de regularidades, analizar el comportamiento de la función y las respuestas presentadas a las situaciones presentadas.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA:

La utilización del software Geómetra permitió a los estudiantes encontrar relaciones de manera más fácil cuando los estudiantes realizaban el estudio de la función seno, determinando regularidades como por ejemplo: indicar en cuales de los intervalos del dominio de la función esta era positiva o negativa; determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento logrando predecirlos a partir de la periodicidad de la función.

Esta actividad generó un impacto positivo en los estudiantes, al desarrollarse en un ambiente interactivo, donde podían observar las representaciones de la función seno y observar las variaciones que se hacían presentes en la función; lo cual, permitió a los estudiantes, razonar a partir de lo que observan, establecer patrones y justificarlos.



Facultad de Educación **FORTALEZAS:** los estudiantes se mostraron participativos, presentaron un buen comportamiento en la sala de informática, fueron responsables con el desarrollo de su trabajo en equipo. Se percibe un buen ambiente dentro de la clase, esto se demuestra en la seriedad, responsabilidad y actitud de los estudiantes frente a las actividades didácticas planteadas.

DEBILIDADES: en inicio de la clase se presentaron dificultades con los computadores porque algunos estaban congelados y se hizo necesario volver a instalar el software GeoGebra que tenía el docente no logra instalarse correctamente porque había que actualizar la plataforma java de los equipos.

ENTREVISTA FINAL A ESTUDIANTES

Apreciados estudiantes, la presente encuesta tiene como objetivo indagar sobre su percepción acerca del proceso de intervención pedagógica desarrollado en el primer semestre del año 2014, con el cual se pretendía en primera instancia, potenciar la competencia matemática de razonamiento y cambiar sus percepciones acerca de las matemáticas. Se le solicita que al dar respuesta a las preguntas, sean sincero y presenten sus justificaciones con claridad.

1. ¿Ha cambiado tu percepción acerca de las matemáticas?

Si ____ No ____ Justifica tu respuesta

2. ¿El trabajo en equipo generó un buen desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje que se presentaron dentro y fuera del aula de clase?

Si ____ No ____ Justifica tu respuesta

3. ¿Cómo influyeron las actividades relacionadas con el razonamiento matemático en tu aprendizaje de las matemáticas?



4. ¿Cuál actividad de las desarrolladas a lo largo del proceso de intervención, fue la que más llamó tú atención y cómo fue tu desempeño en ella?

5. ¿Las actividades trabajadas con lo manipulables físicos y virtuales fueron de tu ayuda a la hora de comprender las temáticas estudiadas? Si _____ No _____ Justifica tu respuesta

6. ¿El trabajo con los manipulables físicos y virtuales, te permitió cambiar tu percepción sobre las matemáticas, consideras que son importantes en el aprendizaje de esta área?

7. De estos pensamientos matemáticos, ¿cuál se logró desarrollar con mayor intensidad con la intervención del docente practicante?

Pensamiento numérico y sistemas numéricos: _____

Pensamiento espacial y sistemas geométricos: _____

Pensamiento métrico y sistemas de medida: _____

Pensamiento aleatorio y sistemas de datos: _____

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos: _____

8. De las siguientes competencias, ¿cuál logró desarrollar con la intervención del docente practicante?

Razonamiento: _____



Resolución y planteamiento del problema: _____

Comunicación: _____

Modelación: _____

Elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento: _____

9. De los siguientes procesos, ¿cuáles se lograron desarrollar con mayor intensidad con la intervención del docente practicante? (puede marcar varios)

Encontrar patrones: _____

Generar hipótesis _____

Formular conjeturas: _____

Establecer generalizaciones _____

Justificar o refutar _____

10. Califique de 1-5 (siendo 5 la mejor) la metodología implementada por el docente practicante.

5:_____ 4:_____ 3:_____ 2:_____ 1:_____

11. Emita un juicio de valor sobre la metodología implementada por el docente.

Prueba de verificación

La siguiente prueba de verificación fue diseñada a partir de tres momentos. Con su aplicación se pretende verificar el fortalecimiento de algunas de las habilidades de la competencia de razonamiento como: establecer patrones, justificar y formular hipótesis.

Primer momento: Trabajando con el geoplano

Mediante la utilización del geoplano deberás dar solución a las situaciones planteadas, para ellos atenderás a las recomendaciones establecidas y pondrás en juego todos tus conocimientos y tus habilidades de razonamiento.

5. Utilizando las bandas elásticas construye un triángulo rectángulo en el cual la razón entre sus catetos sea igual a $\frac{1}{2}$. Registra las magnitudes de cada cateto, luego calcula el valor de la hipotenusa.

Magnitud del Cateto 1 = _____

Magnitud del Cateto 2 = _____

Magnitud de la hipotenusa = _____

Ahora, llamaremos θ al ángulo opuesto al cateto 1 y β al ángulo opuesto al cateto 2.

- 1.1 Calcula los valores de los ángulos θ y β . Registra los valores utilizando los radianes como unidad de medida.

θ = _____ β = _____

- 1.2 Calcula la razón entre las magnitudes de los ángulos θ y β respectivamente

Razón entre ángulos: _____

- 1.3 ¿Qué relaciones pueden encontrar a partir de las razones entre catetos y ángulos en este triángulo?



1.4 Si tenemos un triángulo rectángulo en cual la razón entre la amplitud de sus ángulos agudos es $\frac{2}{3}$. ¿Esta razón será la misma que se establece entre los catetos de dicho triángulo?

1.5 Después de analizar las razones entre los catetos y ángulos ¿Qué patrones pueden encontrar, en los anteriores triángulos? ¿A qué debe este hecho?

En la siguiente tabla, expresa el valor de algunas razones trigonométricas para los ángulos θ y β

Razones trigonométricas para los ángulos θ y β	
$\sin \theta = \text{---}$	$\csc \beta = \text{---}$
$\cos \theta = \text{---}$	$\sec \beta = \text{---}$
$\tan \theta = \text{---}$	$\cot \beta = \text{---}$

1.6 ¿Qué relaciones puedes encontrar luego de completar los valores de las funciones trigonométricas indicadas?

1.6.1 ¿Si se tiene un triángulo equilátero, estas relaciones se harían presentes?

1.6.2 ¿Estas relaciones se harían presentes en un triángulo obtusángulo isósceles, en donde la medida del ángulo obtuso es 120° ?



1.6.3 ¿Para qué tipo de triángulos se cumplen estas relaciones?

1.7 Calcula las razones trigonométricas recíprocas a las que fueron presentadas en la tabla para los ángulos θ y β ¿Qué relación existiría entre estas relaciones? ¿A que debe esto?

1.8 Construye algunas expresiones matemáticas o generalizaciones que te permitan expresar las relaciones que has encontrado.



Segundo momento: Calculando alturas

A partir de la utilización del sextante y una cinta métrica calcula la altura de algunos objetivos como paredes de tu colegio o postes de energía.

6. Selecciona un poste de energía y ubica el sextante en los siguientes puntos colineales: **P₁**: a una distancia de 3.0 m; **P₂**: a una distancia de 4.0 m; **P₃**: a una distancia de 5.0 m del pie del poste.

En cada uno de los puntos indicados calcula el ángulo de elevación con el cual se divide el punto más alto del objetivo seleccionado.

<i>Posición del sextante (m)</i>	<i>Angulo de elevación (°)</i>
$P_1 =$	$\theta_1 =$
$P_2 =$	$\theta_2 =$
$P_3 =$	$\theta_3 =$

2.1 ¿Cuál es la altura de poste de energía?

2.2 ¿Cómo varia el ángulo de elevación según la posición del sextante?

2.3 Construye una expresión matemática que te permita calcular el ángulo de elevación según la variación de la distancia entre el sextante y el poste de energía.



2.4 Si ubicamos el sextante en los puntos P_4 y P_5 a distancias 10m y 15m respectivamente de la base del poste, ¿Cuáles serán los valores de los ángulos de elevación, para los cuales se pueda divisar el punto más alto del poste?

Ahora, selecciona una de las paredes de las instalaciones de tu colegio y ubica el sextante en puntos colineales de tal forma que los ángulos de elevación medidos a partir del origen del sextante con los cuales se observa el punto más alto de la pared, sean los siguiente: $\beta_1 = 30^\circ$; $\beta_2 = 45^\circ$; $\beta_3 = 60^\circ$. En cada uno de los casos calcula la distancia entre la posición del sextante y la base de la pared.

<i>Angulo de elevación (°)</i>	<i>Posición del sextante (m)</i>
$\beta_1 =$	$x_1 =$
$\beta_2 =$	$x_2 =$
$\beta_3 =$	$x_3 =$

2.5 ¿Cuál es la altura de la pared?

2.6 ¿Cómo varia la distancia entre posición del sextante y la base de la pared según el ángulo de elevación?

2.7 Construye una expresión matemática que te permita calcular la distancia entre la posición del sextante y la base de la pared según la variación del ángulo de elevación.



2.8 Si ubicamos el sextante en las posiciones x_4 y x_5 , de tal forma que los ángulos de elevación con los cuales se divisa el punto más alto de la pared, sean $\beta_4 = 20^\circ$; $\beta_5 = 70^\circ$ respectivamente, calcular en cada caso la distancia entre la posición del sextante y la base de la pared.

Tercer momento: Aplicando y desarrollando

Los estudiantes ingresaran al siguiente link:

<https://www.thatquiz.org/es/practicetest?jw3crmey49ol> donde encontrarán una serie de ejercicios y situaciones problemas relacionadas con el cálculo de ángulos y lados de triángulos rectángulos a partir de las razones trigonométricas.

Instrucciones.

Ingresar al siguiente link: <https://www.thatquiz.org/es/practicetest?jw3crmey49ol>

Hacer clic en OK

En la parte superior derecha de la pantalla aparecerán indicados los aciertos y desaciertos y el tiempo empleado a lo largo de la prueba.

Las situaciones planteadas, aparecerán de forma simultánea, y en la medida en que los estudiantes las resuelven deberán seleccionar las respuestas correctas hacer y clic en el botón “OK” para pasar a las siguientes.

Los estudiantes registraran los procedimientos utilizados en la solución de cada una de las situaciones planteadas. Además, deberán justificar que elementos tuvieron en cuenta a la hora de emplear la razón trigonométrica que les permitió dar solución a situación planteada.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**
1803

Facultad de Educación