



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

## Facultad de Educación

Estructuras aditivas de los números enteros y los materiales físicos y virtuales

Trabajo de grado para optar al título de Licenciados en Matemáticas y Física

Ader Luis Arteaga Angulo

Jasson Lenin Rivas Perea

Asesores:

José Wilde Cisneros

Hilduara Velásquez

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de las Ciencias y de las Artes

Apartadó

2014



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1803

**Facultad de Educación**

Estructuras aditivas de los números enteros y los materiales físicos y virtuales

Ader Luis Arteaga Ángulo

Jasson Lenin Rivas Perea

Jurado 1 \_\_\_\_\_

Jurado 2 \_\_\_\_\_

Jurado 3 \_\_\_\_\_

Asesores:

José Wilde Cisneros

Hilduara Velásquez

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Departamento de las Ciencias y de las Artes

Apartadó

2014

## DEDICATORIA

A Dios por darnos la vida, acompañarnos en cada paso que decidimos y siempre estar cerca de todo cuanto pretendemos.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

AGRADECIMIENTOS

A nuestro PADRE CELESTIAL por darnos la vida y permitirnos emprender un camino hacia nuestra superación personal. *“A Él sea toda la gloria y alabanza eterna”*

A nuestras MADRES, por su amor, cuidado y apoyo en cada paso que nos atrevemos a dar, principalmente por sus oraciones que nos fortalecen.

A las mujeres que nos han acompañado durante este largo recorrido con paciencia y apoyo.

Al Centro Educativo Rural Vijagual, en cabeza de la Profesora Gloria Mabel Londoño, por acoger nuestra propuestas y darnos su apoyo incondicional.

A la maestra cooperadora Carmen Maturana, por aceptar la propuesta y permitirnos el espacio.

A la Universidad de Antioquia, por abrirnos las puertas y permitirnos ser grandes profesionales.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

**RESUMEN**

En el marco de la práctica pedagógica del Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, se llevó a cabo una intervención en el Centro Educativo Rural Vijagual del municipio de Carepa en el grado séptimo, direccionada bajo el enfoque de la Investigación Acción Educativa que describe tres fases las cuales son deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

Para abordar las dificultades encontradas en la lectura de contexto se diseñó un plan de clases con el uso de los materiales físicos y virtuales, con el objetivo de fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros; cada clase fue reflexionada a través de los diarios de procesos. Se verifican de los resultados y el impacto de la intervención de los practicantes en el Centro Educativo.

**Palabras claves:**

Materiales físicos y virtuales, aprendizaje, campo conceptual, estructuras aditivas, Investigación Acción Educativa,

**ABSTRACT**

According to the framework of pedagogical practice of the Programme in Mathematics and Physics of the University of Antioquia. Is carried out an intervention in the Centro Educativo Rural Vijagual, in the town Carepa with the student of seventh grade, it was addressed using the Educational Action approach which has three phases: unbuilding, rebuilding and evaluating.

This is pointed to the difficulties that were found in the some lesson plans that were designed with the use of physical and virtual materials, in order to strengthen the learning of additive structures of integers; each class was applied over daily processes. Also we checked the results and impact of the intervention in our coworkers in the Educational Center.

**Key words:**

Physical and virtual materials, learning, conceptual field, additive structures, educational action research.



**Tabla de contenido**

Introducción.....10

CAPÍTULO I.....	12
Lectura del contexto.....	12
Planteamiento del problema.....	17
Objetivo general.....	20
Justificación.....	21
CAPÍTULO II.....	25
Marco Referencial.....	25
Marco legal.....	26
Marco teórico.....	27
Componente disciplinar.....	28
Componente Metodológico.....	31
Componente didáctico.....	35
CAPÍTULO III.....	39
Diseño metodológico.....	39
Fase 1: Lectura de contexto.....	40
Fase 2: Intervención.....	40
Fase 3: Análisis de Resultados.....	41
Desde la prueba diagnóstico.....	42
Desde la intervención.....	43
Desde la prueba de verificación.....	45
Desde la prueba diagnóstica.....	46
Desde la intervención.....	47
Desde la prueba de verificación.....	49
Desde la prueba diagnostica.....	50
Desde la intervención.....	51
Desde la prueba de verificación.....	53
Conclusiones.....	62
Bibliografía.....	64
Anexos.....	67

**Listado de gráficas**



*Gráfica 1.* Competencias y componentes evaluados.....14  
*Gráfica 2.* Resultados prueba diagnóstica.....16  
*Gráfica 3.* Mapa conceptual marco referencial.....25  
*Gráfica 4.* Mapa conceptual Componente Metodológico.....39



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803  
**Tabla de ilustraciones**

*Ilustración 1.* Dificultad en problema. .... 17



<i>Ilustración 2.</i> Actividad 6. Inciso b. Solución por un niño .....	43
<i>Ilustración 3.</i> Plan de clases. Juego de la canasta. Inciso a. ....	44
<i>Ilustración 4.</i> Software NLVM. Diffy.....	45
<i>Ilustración 5.</i> Prueba diagnóstico. Actividad 6. Inciso b. ....	46
<i>Ilustración 6.</i> Juego de la canasta. ....	47
<i>Ilustración 7.</i> Plan de clases. Juego d la canasta. Inciso b. ....	48
<i>Ilustración 8.</i> Plan de clases. Juego dela canastas. ....	48
<i>Ilustración 9.</i> Plan clases. Saltos en la recta. Inciso a. ....	49
<i>Ilustración 10.</i> Actividad 2. Inciso b. ....	50
<i>Ilustración 11.</i> Software nlvm. Opuestos que se anulan. ....	51
<i>Ilustración 12.</i> Juego parqués. Inciso a. ....	52
<i>Ilustración 13.</i> Juegos parqués. ....	53
<i>Ilustración 14.</i> Prueba verificación. Actividad 2. Inciso a y b. ....	54
<i>Ilustración 15.</i> Estudiante 1. Caracterización estudiantes. ....	56
<i>Ilustración 16.</i> Estudiante 2. Caracterización estudiantes. ....	56
<i>Ilustración 17.</i> Estudiante 3. Caracterización estudiantes. ....	56
<i>Ilustración 18.</i> Estudiante 4. Caracterización estudiantes.....	57
<i>Ilustración 19.</i> Estudiante 1. Percepciones. ....	57
<i>Ilustración 20.</i> Estudiante 2. Percepciones. Pregunta 4. ....	58
<i>Ilustración 21.</i> Estudiante 3. Percepciones. Pregunta 4. ....	58
<i>Ilustración 22.</i> Estudiante 1. Apreciaciones. ....	58
<i>Ilustración 23.</i> Estudiante 2. Apreciaciones. ....	58
<i>Ilustración 24.</i> Estudiante 3. Apreciaciones. ....	59
<i>Ilustración 25.</i> Estudiante 1. Encuesta a estudiantes. Percepciones. ....	59
<i>Ilustración 26.</i> Estudiante 2. Encuesta a estudiantes. Percepciones. ....	59
<i>Ilustración 27.</i> Estudiante 3. Encuesta a estudiantes. Percepciones. ....	59
<i>Ilustración 28.</i> Estudiante 1. Opiniones. ....	60

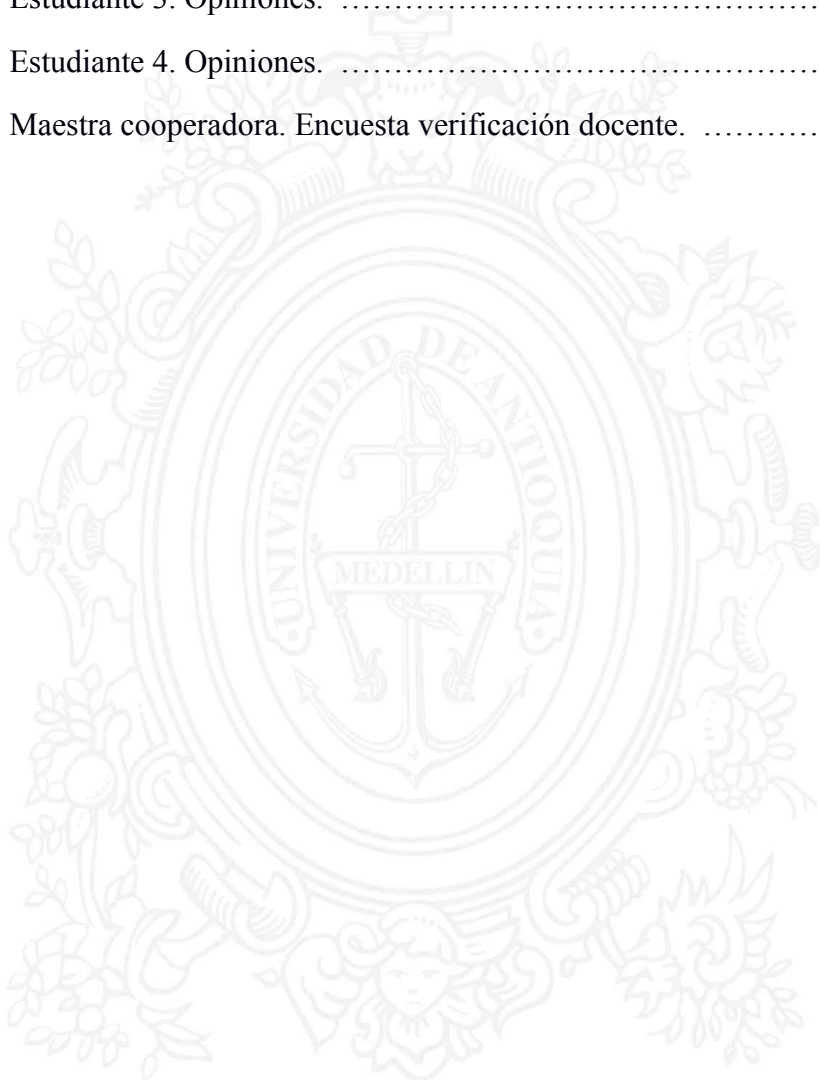


*Ilustración 29.* Estudiante 2. Opiniones. ....60

*Ilustración 30.* Estudiante 3. Opiniones. ....60

*Ilustración 31.* Estudiante 4. Opiniones. ....60

*Ilustración 32.* Maestra cooperadora. Encuesta verificación docente. ....61



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Introducción

Este proyecto se realiza en el Centro Educativo Rural Vijagual del municipio de Carepa, donde los maestros practicantes plantean una propuesta de trabajo con la cual pretenden mejorar los procesos de enseñanza, enriquecer su profesión y fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros a través de los materiales físicos y virtuales en los estudiantes de grado séptimo.

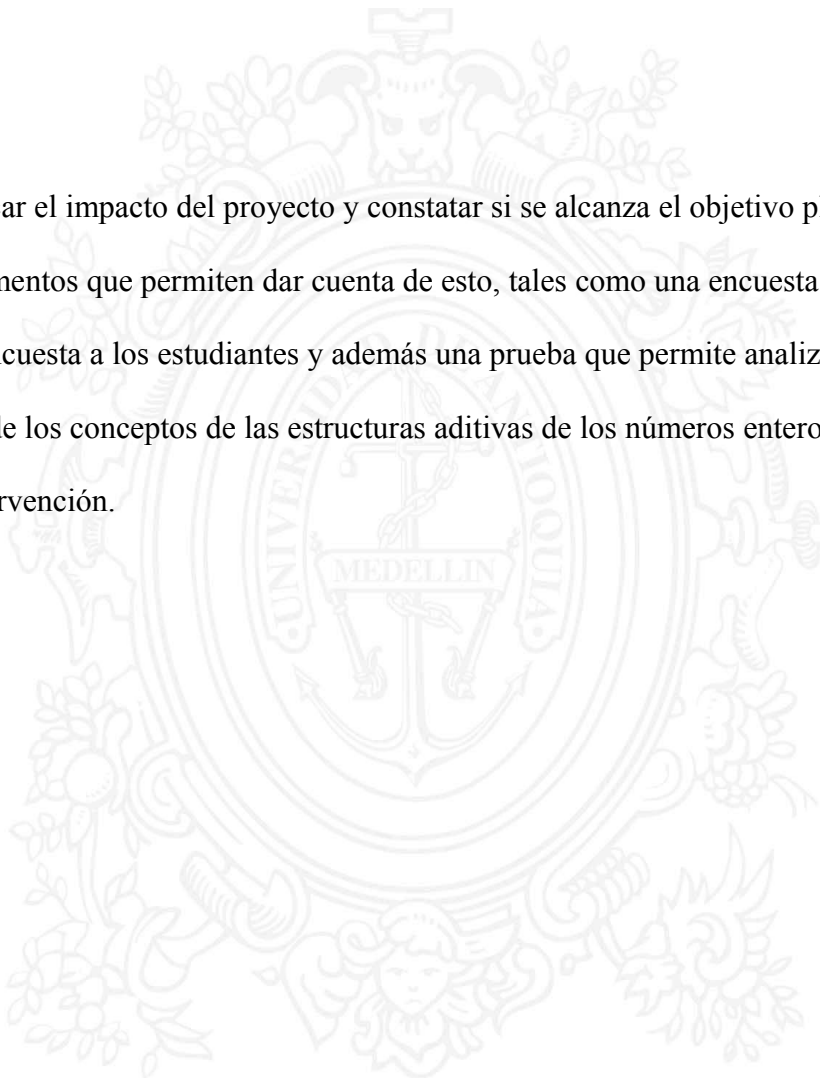
Esta intervención se inicia con la aplicación de caracterizaciones, entrevistas, observaciones de clases, revisión de documentos legales del Centro Educativo y pruebas internas y externas, esto con el fin de conocer el contexto donde se llevará a cabo la práctica pedagógica, se realiza una prueba diagnóstica donde se identifican ciertas dificultades lo cual llevó a plantear la siguiente pregunta problema ¿cómo fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros en los estudiantes de grado 7° del Centro Educativo Rural Vijagual a través de los materiales físicos y virtuales?

Para resolver dicha dificultad se propone fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros en los estudiantes de grado 7° del Centro Educativo Rural Vijagual a través de los materiales físicos y virtuales, para el logro de este objetivo se realiza la intervención en la cual se diseña un plan de clases, desarrollado con el uso de materiales físicos y virtuales, haciendo énfasis en las estructuras aditivas (Vergnaud 2002) de los números enteros. Al finalizar cada clase se realizaron los diarios de proceso con el



fin de reflexionar sobre los aspectos relevantes, al igual que las debilidades presentadas en el aula.

Para verificar el impacto del proyecto y constatar si se alcanza el objetivo planteado, se aplican instrumentos que permiten dar cuenta de esto, tales como una encuesta al maestro cooperador, encuesta a los estudiantes y además una prueba que permite analizar la comprensión de los conceptos de las estructuras aditivas de los números enteros trabajados durante la intervención.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## CAPÍTULO I

En este capítulo I se encuentra la contextualización, el planteamiento del problema, el objetivo general y la justificación.

### Lectura del contexto

En el marco de la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, seccional Urabá, sede Apartadó, al iniciar el proceso, se realiza un estudio diagnóstico en el Centro Educativo Rural Vijagual, ubicado en la vereda Mi Lucha del Municipio de Carepa, el cual es de carácter oficial y ofrece educación en los niveles de preescolar, básica primaria y básica secundaria; cuenta con una directora, una secretaria y 16 docentes; de los cuales, 11 son nombrados en propiedad y el resto trabajan por horas cátedra, entre los que se encuentran los dos docentes de matemáticas, quienes son licenciados en el área.

Durante este proceso se realizó una caracterización del Centro Educativo, de los docentes y los estudiantes del grado séptimo, esto con el objetivo de hacer un análisis institucional desde lo organizativo, pedagógico y académico.

El Proyecto Educativo Institucional y plan de área de matemáticas del Centro Educativo se encuentran en un proceso de reestructuración, al igual que el Sistema Institucional de Evaluación, por lo tanto no hay un horizonte claro de formación, ni unos lineamientos académicos y pedagógicos que orienten el trabajo de las áreas; El Centro Educativo cuenta

con una sala de cómputo la cual, es utilizada sólo para actividades en informática, carece de un aula taller de matemáticas<sup>1</sup> y el desarrollo de las actividades académicas está limitado al uso de marcadores, pizarrón, libros de textos, fotocopias y guías de apoyo.

Los docentes planean y desarrollan sus clases de acuerdo a sus propios criterios y consideran que la falta de materiales didácticos no permite alcanzar mejores desempeños en los estudiantes. En el proceso de evaluación, utilizan como instrumentos las pruebas escritas, revisión de cuadernos y además, tienen en cuenta el comportamiento del estudiante durante el desarrollo de las actividades académicas.

Los estudiantes de grado séptimo tienen un promedio de edad entre los 12 y 15 años, éstas diferencias de edades generan dificultades de orden comportamental y académico, pertenecen a familias típicas; es decir, conformadas por padres y hermanos; en su gran mayoría de estrato económico I y II; en general el nivel educativo de los padres es la básica primaria y secundaria, laboralmente se desempeñan en el sector privado (empresas bananeras).

Para los estudiantes, las matemáticas no es su área favorita, aunque tampoco es la de menor agrado, la consideran importante y necesaria para su proyecto de vida; desean continuar sus estudios superiores inclinándose por las carreras militares, ciencias de la salud y administración; la consideran como un área compleja, abstracta, demuestran

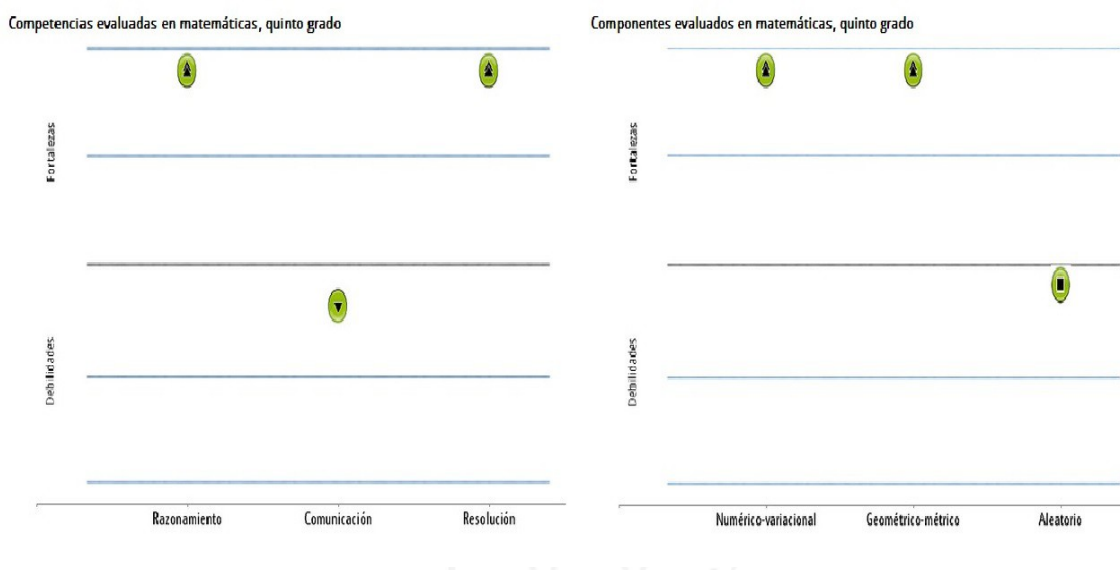
---

<sup>1</sup> Entiéndase aula taller como un espacio dotado de materiales físicos como multifichas, multcubos, tangram, ábaco, etc., con los cuales el estudiante interactúa propiciando un proceso de construcción del conocimiento a través de la experimentación.

desinterés por su aprendizaje, expresan que las clases generalmente son orientadas con recursos tradicionales y se utiliza poco material didáctico.

En este proceso, los reportes en las calificaciones del 2012 y lo manifestado por los maestros indican que el porcentaje de estudiantes que reprobaban el área está entre el 5% y el 15%. En el reporte académico del año 2013, el grado 6°, obtuvo un promedio bajo en el área de matemáticas, lo cual se logra evidenciar a través de las observaciones de clase; a pesar de esto el Centro Educativo no cuenta con planes de mejoramiento que permita superar las dificultades presentadas y que posibiliten el desarrollo del pensamiento matemático.

En cuanto a los resultados institucionales en las pruebas Saber 2012 del grado quinto, en la Gráfica 1, se presentan los resultados, donde se observan las debilidades y fortalezas con relación a los promedios a nivel nacional.



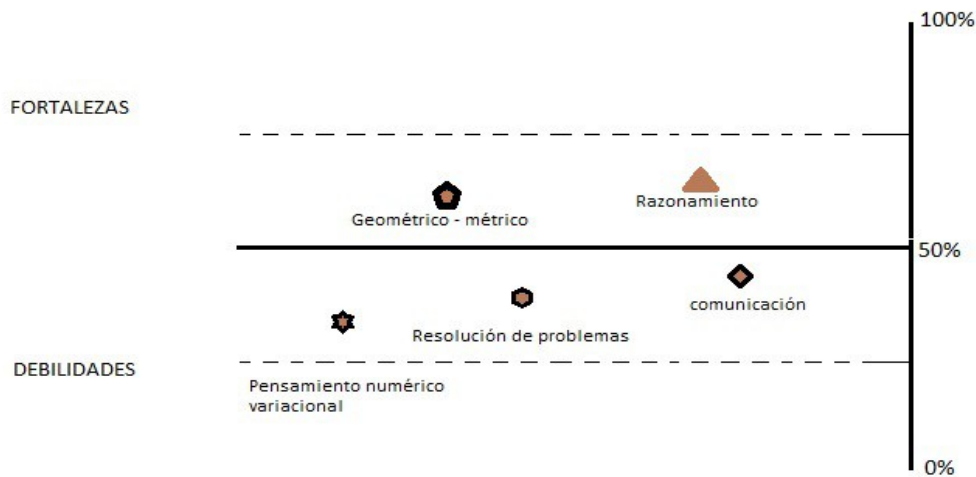
Gráfica 1. Competencias y componentes evaluados.

Se observa, que la institución es fuerte en el pensamiento numérico-variacional, al igual que en el pensamiento geométrico -métrico; además, sobresale en las competencias de razonamiento y resolución de problemas.

Durante las observaciones de clase, se percibe que la relación maestro - estudiante es respetuosa y receptiva en el proceso de enseñanza, hay un ambiente de cordialidad entre ellos; lo cual no ocurre entre los estudiantes, los de mayor edad son protagonistas del desorden y la indisciplina en la clase, lo cual perturba el desarrollo de las actividades académicas. Los estudiantes muestran poco interés al proponer y dar ideas durante el desarrollo de las clases sobre los temas tratados, en muchos de los casos por temor a ser rechazados por sus compañeros, su actitud es pasiva y se distraen con facilidad; de una u otra forma expresan apatía y poco interés por los conceptos matemáticos, lo que hace que el docente sea el actor principal en el aula.

La gráfica 2, muestra los resultados de la prueba diagnóstico que se aplicó en el grado séptimo, donde el eje central fue el pensamiento numérico – variacional, y geométrico – métrico, las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas.





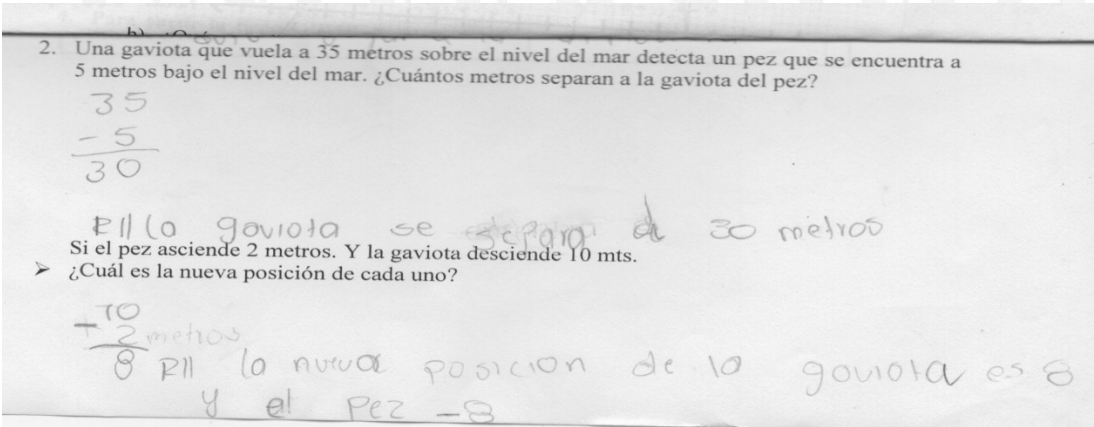
Gráfica 2. Resultados prueba diagnóstico.

La gráfica anterior muestra las fortalezas que los estudiantes tienen en el pensamiento geométrico – métrico y la competencia de razonamiento; se les dificulta comprender los problemas planteados, donde se requiere la aplicación de conceptos relacionados con las estructuras aditivas en el conjunto de los números naturales, conceptos de áreas de figuras planas, analizar los problemas presentados y justificar de manera coherente las respuestas dadas en la resolución de cada uno de los problemas.

## Planteamiento del problema

En los reportes académicos del Centro Educativo en el área de matemáticas, aunque se observan bajos índices de reprobación, se identifica un bajo nivel de desempeño de los estudiantes, el docente durante su praxis utiliza materiales convencionales (marcador, tablero y su discurso pedagógico) y hace poco uso de materiales físicos y virtuales; esta podría ser una de las causas por la cual los estudiantes establecen poca relación entre la abstracción del concepto y la aplicación en el contexto; además, durante las clases, en el maestro prevalecen las situaciones mecánicas y operativas, enfatiza en el desarrollo de los procesos de ejercitación, y hace poco énfasis en las competencias razonamiento, resolución de problemas aditivos, modelación y comunicación; esto hace que las actividades y tareas propuestas sean descontextualizadas y alejadas de las necesidades e intereses de los estudiantes.

Los estudiantes presentan dificultades para relacionar, modelar y solucionar problemas de la cotidianidad; en el momento de justificar sus respuestas, se les dificulta desarrollar un proceso lógico y coherente que dé claridad a la situación, como observa en la ilustración 1.



2. Una gaviota que vuela a 35 metros sobre el nivel del mar detecta un pez que se encuentra a 5 metros bajo el nivel del mar. ¿Cuántos metros separan a la gaviota del pez?

$$\begin{array}{r} 35 \\ -5 \\ \hline 30 \end{array}$$

Por lo gaviota se separa de 30 metros  
Si el pez asciende 2 metros. Y la gaviota desciende 10 mts.

➤ ¿Cuál es la nueva posición de cada uno?

$$\begin{array}{r} +10 \\ 8 \\ \hline 18 \end{array}$$

Por lo nueva posición de la gaviota es 8  
Y el pez -8

*Ilustración 1. Dificultades en problemas*

Se evidencia falencias en la interpretación del problema, aunque se observa la realización de un proceso aditivo el cual es erróneo, la estructura aditiva no se conserva teniendo como foco la dimensión contextual, así mismo, los estudiantes balbucean y parafrasean al indagárseles por la forma a qué lo llevó a resolver la situación. Algunas investigaciones realizadas por autores como (Hart, 1981; Tourniaire & Pulos, 1985 citados en Fernandez & Llinares, 2010) indican que desarrollar diferentes tipos de problemas en contexto confunde las estructuras implicadas en ellos, al respecto, consideran que “un hecho es la dificultad en diferenciar situaciones de estructura multiplicativa de situaciones con estructura aditiva puesta de manifiesto por el uso de métodos aditivos erróneos para resolver situaciones proporcionales” (p.12)

Durante la intervención se pudo evidenciar que los estudiantes cuando interactúan con problemas que requieren de las estructuras aditivas de los números enteros, lo asumen como si se trataran de las estructuras aditivas de los números naturales; interpretan como negativo todo aquello que esté antecedido del signo menos, presentan dificultad al comprender que la sustracción es la operación inversa de la adición, pues en los números enteros solo tiene sentido hablar sobre la suma, porque la resta se puede entender como una suma de inverso aditivo.

Actualmente, en el currículo de matemáticas, en la básica primaria se enfatiza en la enseñanza del conjunto de los números naturales, en la básica secundaria inicia la enseñanza del conjunto de los números enteros, pero se debe tener en cuenta que ambos hacen parte del pensamiento numérico y estos deben tener un hilo conductor que los



unifique; al respecto Bruno (s.f.) considera que durante la enseñanza de los números naturales y los números enteros es necesario conectar estos conjuntos numéricos, de tal manera que los estudiantes comprendan y adquieran el significado de las estructuras matemáticas.

El concepto de suma pocas veces se introducen en el aula a partir del uso de diferentes materiales, como la regla o la recta numérica, el docente relaciona la suma con los términos añadir, juntar y reunir, esto impide que el estudiante perciba la operación suma como tal en un problema contextualizado.

Arrieta (1998) considera que los materiales físicos y virtuales facilitan y favorecen la comprensión e incluso la comunicación, además, facilitan la visualización, proceso de formación de imágenes mentales o materiales, que son claves en la interpretación de conceptos, generan una motivación por las matemáticas, y proporcionan una herramienta útil para la construcción del conocimiento matemático.

De acuerdo a los párrafos anteriores, se plantea la pregunta ¿Cómo el uso de materiales físicos y virtuales fortalece el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros, en los estudiantes del grado 7° del Centro Educativo Rural Vijagual?

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

### Objetivo general

Fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas en los números enteros, a través de los materiales físicos y virtuales en los estudiantes del grado 7° del Centro Educativo Rural Vijagual.



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

## Justificación

Valenzuela (2012) considera los materiales como “todos los objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a describir, entender y consolidar conceptos matemáticos” (p.23). Los distintos materiales utilizados en las clases, en particular los materiales físicos y virtuales, permiten comprender, ejercitar, resolver problemas, relacionar e interactuar con las matemáticas, además, despierta en el estudiante la motivación durante una interacción diferente con la construcción del conocimiento.

Moreno (2001) considera que “Las características centrales de una forma de conocimiento están en íntima relación con los instrumentos que sirven como mediadores en el proceso de construcción de ese conocimiento” (p.273); además plantea, “que el objeto de la observación cambia cuando cambia el instrumento mediador y, en consecuencia, cambia el conocimiento producido” (p. 79).

Los Lineamientos Curriculares proponen que “El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra” (MEN, 1998, p. 18). El uso de los materiales físicos y virtuales, permite que el estudiante fortalezca los conocimientos que posee, evolucione en sus aspectos cognitivos y desarrolle habilidades que favorezcan el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros. Esto armoniza el proceso en las actividades académicas, enriquecen las metodologías utilizadas y aportan significativamente a la reestructuración permanente del currículo.

Los Lineamientos Curriculares (1998), consideran que una parte importante del currículo de matemáticas para orientar el aprendizaje de las estructuras aditivas tiene que ver con el reconocimiento del significado de las operaciones en situaciones concretas, reconocer los modelos más usuales y prácticos, además permite la comprensión de las propiedades de las estructuras mencionadas.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) consideran que el concepto de número negativo es el resultado de ciertos cambios en contextos propios de dichos números, como las medidas de una magnitud, la temperatura, el nivel del mar, deudas, entre otros con respecto a un punto de referencia. Este paso de los números naturales a los números enteros amplía el concepto de número y además exige cambios conceptuales en sus estructuras aditivas.

El uso de los materiales físicos y virtuales propicia procesos de asimilación, comprensión e interpretación de conceptos matemáticos. Cascallana (2002) considera que “los jóvenes pueden llegar a la adquisición del conocimiento mediante la manipulación de materiales que pueden ser estructurados y no estructurados, para la formación académica se utilizan los materiales estructurados ya que fueron diseñados para tales fines”(p.30).

Estos materiales favorecen la motivación y propician un espacio académico que genera asombro y promueve la indagación e interrogantes frente al proceso de aprendizaje.

Cifuentes (2003) considera que la utilización de los materiales físicos fortalecen, aportan al enriquecimiento de la práctica educativa y el quehacer del docente en su interés por transformar e innovar en el proceso de enseñanza; esto se refiere, a que las distintas estrategias utilizadas en el proceso de enseñanza y de aprendizaje en la que se tengan en cuenta los materiales físicos, contribuyen a la construcción del conocimiento matemático y promueven el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros.

González, (2006), considera que:

El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático.

En el pensamiento numérico, se adquiere también en el transcurso de las actividades propuestas con estructuras aditivas que suponen una comprensión de los números enteros negativos, para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de relación entre ellos y además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas.

Los materiales físicos y virtuales, facilitan el quehacer del maestro, motivan y despiertan el interés del estudiante permitiéndole una mejor comprensión de las extensiones de las estructuras aditivas de los números enteros. Según Vergnaud (2007), los números en matemáticas son tan importantes, que no se puede tomar las medidas de los cálculos relacionales necesarios para elegir las operaciones numéricas y los datos pertinentes. Es por ello, que se convierte en una dificultad reducir el aprendizaje de las estructuras aditivas a la adición y sustracción y al concepto de los números enteros positivo.



Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), consideran que las experiencias como las distintas formas de conteo y con las estructuras aditivas generan en los estudiantes una comprensión del conocimiento de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simple y complejas, además de la reunión y la separación de cantidades discretas.

El uso de los materiales físicos y virtuales contribuyen a la transformación en los procesos educativos, ya que permite comprender y dar significado de una forma más real a los sucesos de su entorno, donde se involucran a los estudiantes, los docentes y el contexto y así generar cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje donde se deje de lado la clase tradicional y se opte por una clase dinámica y motivadora. Al respecto Cascallana (2002) indica que la clave de la metodología que fortalezca el desarrollo de habilidades y destrezas está en el uso de materiales que hagan interactuar al estudiante con la resolución problemas.

Lo anterior, favorece el desarrollo del pensamiento numérico el cual exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos. En relación a esto, la teoría de campos conceptuales de Vergnaud (2002), constituye en una herramienta fundamental para el diseño de problemas que permitan fortalecer las estructuras aditivas de los números enteros.

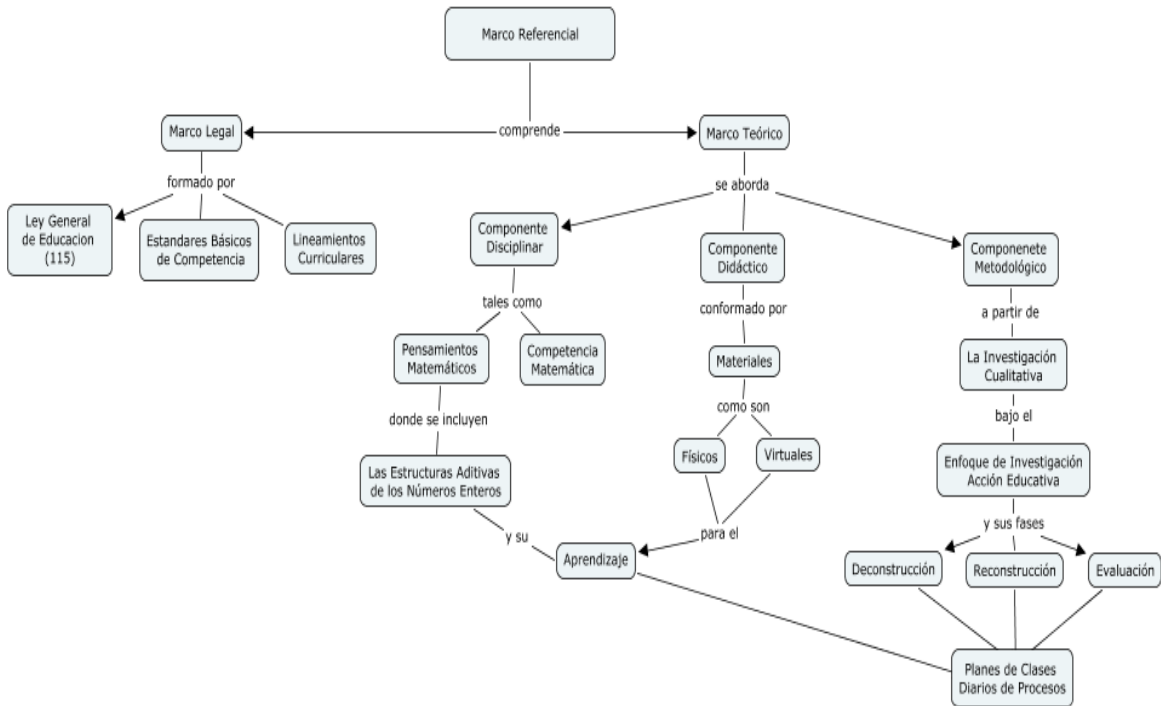
## CAPÍTULO II

En el desarrollo de este capítulo II, se trata el marco referencial el cual lo componen el marco legal y el marco teórico donde se encuentran el componente disciplinar, el componente metodológico y el componente didáctico.

### Marco Referencial

El marco referencial en el cual se sustenta éste trabajo, se plantea desde los referentes legales y teóricos, los cuales se describen de acuerdo a la Gráfica 3. El marco legal se aborda desde la legislación vigente emitida por el Ministerio de Educación Nacional, y el

teórico desde tres componentes: disciplinar, didáctico y metodológico.



Gráfica 3. Mapa conceptual marco referencial

## Marco Legal

La Ley General de la Educación, Ley 115 de 1994 regula la educación en Colombia; en los fines de la educación, artículo 5, numeral 9 se plantea fomentar el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que aporte y fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado al mejoramiento de la calidad de vida de las personas, a la constante búsqueda de posibilidades de solución a los problemas sociales y económicos del país en el artículo 22 establece:

El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana (p.7).

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), buscan fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las matemáticas y el intercambio de experiencias en el contexto del PEI; fortalecen el currículo, convirtiéndose en apoyo y orientación al generar procesos de reflexión, análisis y ajustes en el sistema educativo, puesto que son un conjunto de criterios, planes de estudio, programas metodologías, que fortalecen la formación de los estudiantes y las prácticas pedagógicas del docente.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), invita a potenciar el pensamiento matemático a través de la investigación, indagación y reflexión acerca de la formación matemática de los estudiantes; además consideran tres factores donde la

matemática es fundamental , el primero busca la integración social y la equidad en los procesos educativos a través de la educación matemática, es decir, formar a todos los estudiantes en matemáticas; el segundo incorpora nuevos y distintos objetivos sociales a los propósitos de la formación matemática, teniendo en cuenta el conocimiento matemático como parte necesaria para el buen desempeño en la vida social, laboral y política; el tercer factor hace referencia al aporte y/o contribución de la educación matemáticas en la formación de los valores democráticos de cada ciudadanos, reconociendo las distintas formas de pensamiento lógico y matemático que tiene cada persona para ejercer de forma responsable su vida social.

### **Marco Teórico**

El soporte teórico se apoya en tres componentes: el disciplinar desde el cual se plantean el pensamiento matemático, el pensamiento numérico y los sistemas numéricos y las estructuras aditivas; el componente metodológico lo componen la Investigación Cualitativa bajo el enfoque de la Investigación Acción Educativa según (Restrepo, 2004); en el componente didáctico se implementan los materiales físicos y virtuales; estos componentes se relacionan a través de los planes de clases y los diarios de procesos. En estos tres componentes establecen la relación entre la disciplina de estudio, la utilidad de las diferentes ciencias de la educación para la enseñanza, los métodos y estrategias que utiliza el docente en el acto de enseñar e investigar.

## **Componente Disciplinar**

En este componente se describe el pensamiento matemático, luego se despliega el pensamiento numérico y sistemas numéricos, enfatizando en el conjunto de los números enteros y sus estructuras aditivas basados en la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud (2002) y se finaliza con la realización de una descripción de la competencia matemática.

***Pensamiento matemático.*** En este proyecto, se asume el pensamiento matemático como las distintas actividades que se desarrollan a partir del conocimiento, origen y evolución de cada uno de los conceptos y herramientas que forman parte del campo de las matemáticas, de acuerdo con Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez & Garza (2005), es necesario “entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para poder responder a una tarea matemática” (p.18).

***Pensamiento numérico y sistemas numéricos.*** Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para

desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (Mcintosh (1992), citado por el MEN, 1998, p.43).

Castro (2008) sostiene que el pensamiento numérico está relacionado con lo que la mente humana desarrolla con los números y está vinculado con la cotidianidad en donde tienen uso frecuente los números. Desarrollar el pensamiento numérico implica pensar sobre los números en la forma natural en que se aprenden y la forma en que se reconstruye el conocimiento.

De igual forma, se contempla que el pensamiento numérico estudia la elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos, la organización y sistematización de diferentes actividades cognitivas, los modos de abordar y cómo interpretar fenómenos, cuestiones y problemas que admiten ser analizados mediante conceptos y procedimientos que forman parte de una estructura numérica, las cuales pertenecen a los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos comparten y asignan significados. (Castro 1994, citado en Rico, s.f., p. 1).

*Estructuras aditivas.* Vergnaud (2002) indica que un campo conceptual es “un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición”. (p. 2).

En la teoría de campo conceptual Vergnaud (2002) considera que un concepto es una terna de conjuntos (S, I, R), donde S representa las situaciones que se convierten en el referente

del concepto, I las invariantes (objetos, propiedades y relaciones), que el sujeto puede reconocer y utilizar para interpretar y dominar las situaciones que dan sentido al concepto, es decir, el significado; R las representaciones simbólicas las cuales son el significante (lenguaje natural, gráficos y diagramas, materiales físicos y virtuales, etc.). Además, considera que un concepto adquiere sentido a través de los diversos problemas que el sujeto soluciona.

Vergnaud (2000) considera, que la dificultad de los problemas de tipo aditivo varía en función de las diferentes categorías de las relaciones numéricas y en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría. El campo conceptual de las estructuras aditivas de los números enteros, considera los conceptos de adición, sustracción o de ambas operaciones; de medida; de comparación cuantificada, relacionado con cuanto más o cuanto menos se tiene; de combinación binaria haciendo referencia a cuánto en total; de número relativo, de abscisa, desplazamiento orientado, de cantidad, de transformación temporal por disminución o aumento, es decir, perder o ganar.

**Competencia matemática.** Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), OCDE/PISA, (2009), Alsina & Domingo, (2007), conciben la competencia como la capacidad que tiene una persona para desarrollar habilidades que le permitan plantear propuestas de solución a los problemas. Es en este sentido que se desarrolla la competencia en este proyecto.



## Componente Metodológico

El quehacer pedagógico del maestro está relacionado con el proceso de investigación el cual le permite tener una postura crítica y reflexiva respecto a su labor. Este componente se desarrolla a partir de la investigación cualitativa, bajo el enfoque Investigación Acción Educativa (I-A- E) Restrepo (2004).

**Investigación cualitativa.** Sandoval (2002) integra las principales metodologías de la investigación cualitativa para adelantar investigación social donde el investigador realiza una lectura holística<sup>2</sup> de la realidad, partiendo de las observaciones naturalista y sus criterios de interpretación.

La investigación cualitativa permite recolectar información a través de las observaciones, caracterizaciones, entrevistas, registros escritos y encuestas sin medición cuantitativa que sirve para probar o no hipótesis durante la interpretación de la información.

---

<sup>2</sup> Donde el investigador considera a las personas, escenarios o los grupos como un todo integral, obedeciendo a una lógica de organización, de funcionamiento y de significación. Sandoval (2002).

*Investigación acción educativa (I- A-E).* Restrepo (2004) considera la investigación acción educativa como una particularidad de la investigación cualitativa, la cual es un método para construir saber pedagógico. Además se deben tener claros los objetivos propios del acto de investigar y enseñar como son averiguar, descubrir, indagar, impulsar un conocimiento, partiendo de ello, según Restrepo (2004) se puede afirmar que la I-A-E es “un acto sustantivo en el cual el averiguar e indagar está ligado necesaria y éticamente al formar y mejorar cada vez más las condiciones de la enseñanza y la personalidad y preparación del formador” (p.2).

La I-A-E, propuesta por Restrepo (2004), considera tres fases, que son la deconstrucción, la reconstrucción y la evaluación, que se relacionan con la reflexión, planeación y análisis de la praxis docente.

La fase de deconstrucción, “es un proceso que trasciende la misma crítica, que va más allá de un autoexamen de la práctica, para entrar en diálogos más amplios con componentes que explican la razón de ser de las tensiones que la práctica enfrenta” (Restrepo, 2004, p. 51).

La deconstrucción es la fase donde el docente inicia una reflexión de su praxis, a través de los diferentes instrumentos de recolección de información como las observaciones de clases, encuestas, diálogos, entrevistas, caracterizaciones a la comunidad educativas; esta es una fase de diagnóstico donde se indaga acerca de las expectativas de los estudiantes y la problemática que se observa en el contexto de la práctica, donde a través de la interacción

en el aula y los diferentes métodos de recolección de información, se encuentra el propósito de la investigación.

La fase de reconstrucción sólo es posible si se da previamente la deconstrucción. En la reconstrucción se deben tener en cuenta los aspectos positivos de la fase anterior, considerándola como el momento en que se replantean las alternativas complementándola con innovadoras propuestas que permitan fortalecer las debilidades, ineficientes e inefectivas encontradas. Además la I-E-A en su primer momento se propone deconstruir la práctica, es decir a reflexionar sobre ella; y es en la reconstrucción donde el maestro produce, construye y transforma un nuevo saber pedagógico, crítico y teórico. Restrepo (2004)

En esta fase los planes de clases y los diarios de procesos se constituyen en un eje central, puesto que le permiten tener claridad acerca de lo que va a hacer en el aula y reflexionar sobre ello.

*Planes de clases.* Según Fernández (2007) el plan de clases es “es un proceso autónomo que debe realizar el docente de acuerdo a su metodología y propósito de enseñanza” (p. 1), y afirma que no planear clases es un acto de irresponsabilidad del docente.

El plan de clases es un cronograma que el docente realiza de sus actividades con anterioridad, en el cual se prioriza las necesidades de los estudiantes, el contexto social

donde se va a desarrollar, las temáticas, las competencias a desarrollar, el proceso que se llevará a cabo para la evaluación y el tiempo en que se pretende desarrollar.

Referente a la enseñanza de las matemáticas el plan de clases “se elabora a partir del plan de unidad y de orientaciones de documentos más generales como la normativa nacional, la Guía Ministerial para la Enseñanza de la Matemática, los planes anuales y de la unidad elaborados en las escuelas” (Isoda & Olfos, 2009, p. 243). El planear la clase se convierte en una actividad donde se integran y se concreta lo que se quiere alcanzar en el desarrollo de las actividades de clase planeadas.

Fernández (2007), comenta que no existe una fórmula concreta para planear las clases, pero que existen pautas que se recomiendan al docente seguir para iniciar sus clases; los estándares muestran los logros que debe alcanzar cada estudiante que le permitirán ser competentes frente a las temáticas de un área de conocimiento determinada y que en virtud de esto, el maestro debe planear sus clases.

*Diarios de procesos.* Permiten retomar las situaciones presentadas recientemente en las clases y reflexionar sobre la práctica docente; Estos son considerados por Walker citado en Restrepo (2004), como parte del “método social antropológico” (p. 94), consiste en plasmar una observación detallada de los procesos que se desarrollan en el aula, y permiten, comprender, entender, analizar e indagar acerca de la práctica; es recomendable que los diarios de procesos se realicen entre pares (maestro – maestro) lo cual permite desarrollar una labor social conjunta y un análisis mediante la discusión y la reflexión de la praxis docente.

Jaramillo (2003), plantea los diarios reflexivos los cuales “son registros elaborados sistemáticamente por el [futuro] maestro después de cada clase. En esos registros, el maestro describe y analiza hechos y detalles de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de la práctica pedagógica en general” (p. 13). El diario de procesos se torna en un diario reflexivo en este proyecto, en el cual el maestro reflexiona sobre los hechos y momentos acontecidos durante los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo cual le permite evaluar su práctica.

El registro de la clase en los diarios de procesos son tan relevantes en la práctica docente que permite que “el maestro al mismo tiempo que aprende de su propia experiencia, produce conocimientos profesionales para sí mismo” (Jaramillo, 2003, p. 14).

La evaluación como fase final planteada por Restrepo (2004) hace referencia a la cualificación de las situaciones surgidas de las fases de deconstrucción y reconstrucción. En esta fase se focaliza en los resultados obtenidos en la práctica pedagógica, se realiza un análisis de las actividades desarrolladas en el aula y los diarios de procesos con el fin de reflexionar sobre la praxis educativa.

### **Componente Didáctico**

En este componente se desarrollan los conceptos relacionados con los materiales físicos y virtuales utilizados dentro de las actividades de clase y como aportan al desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje dentro del aula.

**Materiales físicos.** En el proceso de la práctica, se utilizaron materiales físicos los cuales son llamados también materiales manipulativos o manipulables, Valenzuela (2012) afirma “son todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurados), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones” (p.24).

Cascallana (2002), propone utilizar materiales y diversos recursos didácticos para proporcionar el aprendizaje de las matemáticas, priorizando en el uso de materiales que el estudiante pueda manipular y de esta forma se pueda fortalecer los conceptos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas complementándolos con otros modos de enseñanza que le permitan enfrentarse a situaciones problemas tanto en el aula como en la cotidianidad, además, experimente y fundamente diversas formas para resolverlas.

**Materiales virtuales.** Moreno (2002), afirma que al utilizar la tecnología en las aulas de clase “hay que reconocer que no es esa tecnología en sí misma el objeto central de nuestro interés sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los estudiantes bajo la mediación de dicha tecnología” (p. 63).

Al relacionarse con el universo computacional, se abre una vía que facilita la argumentación, conceptualización, aprehensión e interpretación de las matemáticas distintas a las que estamos acostumbrados con el uso de materiales tradicionales como el papel y el lápiz.

“Un medio computacional permite generar una especie de realidad (virtual) matemática. Trabajar en un medio computacional permite comprender cómo los recursos de ese medio estructuran la exploración y cómo los recursos expresivos del medio favorecen la sistematización” (Noss y Hoyles, 1996, citado en Moreno 2002, p. 64).

*Aprendizaje.* Moreno (2004), concibe el aprendizaje como “la adquisición de conocimientos para dar significado a la realidad; es algo que se construye de forma gradual y en donde se ponen en marcha una serie de mecanismos que permiten elaborar y reelaborar redes conceptuales cada vez más complejas” (p.5).

Durante el proceso de aprendizaje, se pretende dar sentido a los conceptos a través de la interacción del sujeto con materiales físicos y virtuales, donde el estudiante y el maestro adquieran un papel activo en la construcción o reconstrucción del conocimiento matemático. En este sentido, Moreno (2004) considera que se deben plantear “diseños abiertos que tienen en cuenta la realidad y la utilización recursiva de los medios que permite aprender y utilizar sistemas de representación simbólica, solucionar problemas e interpretar y relacionarse con el medio físico, social y cultural”(p.5).

La enseñanza de las matemáticas difiere de ser solamente transmisión de conocimientos, durante éste proceso es importante potenciar el desarrollo integral del estudiante, es decir, se debe propiciar el interés por el mundo que les rodea de forma que puedan resolver problemas con el uso de materiales físicos y virtuales los que fortalecen el aprendizaje de



las estructuras aditivas dándoles sentido y significado a los acontecimientos presentadas en el aula.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) proponen el aprendizaje como un proceso activo que emerge de las interacciones entre estudiantes, el maestro, el contexto y los materiales físicos y virtuales que se utilizan para el tratamiento de los problemas matemáticos donde se requieran de las estructuras aditivas de números negativos y positivos para su resolución. Las interacciones que se establecen entre el estudiante y los materiales físicos y virtuales que utiliza deben ser con el objetivo de conceptualizar y realizar procedimientos que efectivamente fortalezcan el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

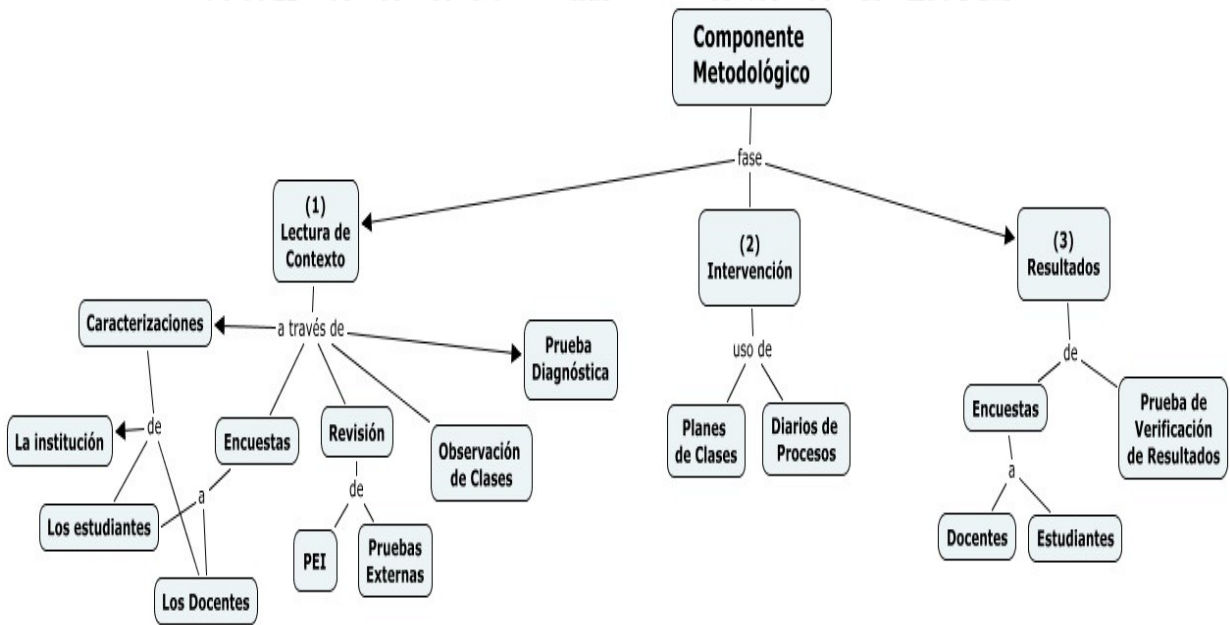


### CAPÍTULO III

El capítulo III está compuesto por el diseño metodológico, el análisis de resultados, las conclusiones, la bibliografía y los anexos

#### Diseño Metodológico

A continuación se realiza una descripción de las fases de intervención en el Centro Educativo, ver Gráfica 4, referente al componente metodológico



Gráfica 4. Mapa conceptual Componente Metodológico

### **Fase 1: Lectura de Contexto**

Con el fin de recolectar información básica del Centro Educativo Rural Vijagual se aplican instrumentos que permiten caracterizar los recursos con los que cuenta la institución. Se revisa el PEI – PIA, se busca identificar las finalidades institucionales y conectarlos con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y se revisan los Resultados Internos y externos para identificar las debilidades y fortalezas de los estudiantes en matemáticas y establecer una comparación entre los resultados obtenidos a nivel nacional, departamental y local.

La encuesta a los docentes de matemáticas se aplica con el objetivo de encontrar información con respecto a la formación profesional y su desempeño laboral; a través de las observaciones de clase se pretende constatar las encuestas realizadas con la realidad del aula, la relación que se establece entre el contexto, el docente y el estudiante. La encuesta aplicada los estudiantes nos permite tener un acercamiento a su realidad, con la prueba diagnóstica se indaga acerca del desempeño del estudiante y como justifican sus respuestas, para analizar los resultados de esta prueba.

### **Fase 2: Intervención**

Esta fase se desarrolló mediante la aplicación de una serie de actividades propuestas en el plan de clases, se reflexiona sobre los aspectos presentados en ellas haciendo uso de los

diarios de procesos y luego, se analizan los resultados a través de una prueba de verificación.

**Planes de Clases.** El plan de clase fue determinante en la propuesta de enseñanza implementada durante la intervención en el aula. Las actividades aquí planteadas están mediadas con materiales físicos y virtuales.

Durante este proceso se desarrolló un plan de clases el cual se subdividió en varios tópicos relacionados con el conjunto de los números enteros y sus estructuras aditivas, el valor absoluto, la recta numérica, plano cartesiano, operaciones de adición y sustracción y sus estructuras, y la aplicación basada en la resolución de problemas.

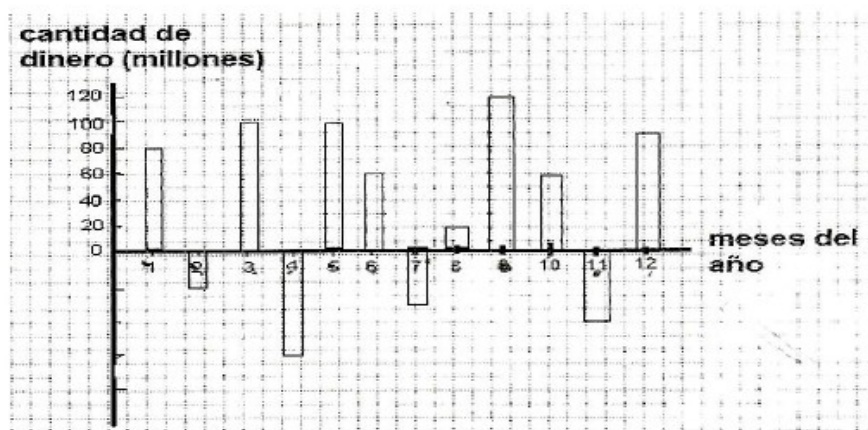
### **Fase 3: Análisis de Resultados**

En la tercera fase se hace la verificación de resultados a partir de dos encuestas, una realizada a los estudiantes y otra al maestro cooperador; con la encuesta a los estudiantes se evidencia el impacto que generó la propuesta y el desempeño que tienen los estudiantes frente a la resolución de problemas relacionados con las estructuras aditivas de los números enteros a partir del uso de materiales físicos y virtuales en el desarrollo de las clases. La encuesta aplicada al maestro cooperador muestra la aceptación que tiene el maestro frente a la propuesta y la importancia del uso de los materiales utilizados para fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas.

La prueba de verificación permite identificar los avances alcanzados y conocer los logros de los estudiantes en la conceptualización de las estructuras aditivas de los números enteros. Se realizaron tres actividades en la cuales se puede apreciar la apropiación de los estudiantes en conceptos relacionados con las estructuras aditivas de los números enteros, aplicación de estos en la resolución de problemas y la justificación clara y coherente de las respuestas en el desarrollo de la prueba.

***Desde la prueba diagnóstica.*** El campo conceptual de las estructuras aditivas propuestas por Vergnaud (2002), tiene en cuenta la adición y la sustracción y la relación existente entre ambas operaciones. En la prueba diagnóstica, actividad N° 6, inciso b, (ilustración 2) se observa la dificultad en los estudiantes al interactuar con términos que involucran las operaciones suma y sustracción en el conjunto de los números naturales.

6. Una empresa bananera registra su situación económica mediante la siguiente gráfica



b) ¿Qué diferencia hay entre los meses de menor y mayor ganancia?

porque en el mayor gano mas  
 y en el menor no gano nada

Ilustración 2. Actividad 6, inciso b. Solución dada por un niño.

Al estudiante se le dificulta comprender el término diferencia en el problema planteado, puesto que su respuesta está alejada de lo que se pretende con la pregunta. Se intuye que es posible no haya comprendido el enunciado del problema al relacionar la palabra diferencia con el símbolo de la sustracción, le es desfavorable expresar numéricamente el problema, es para él poco claro qué es lo que se requiere para solucionarlo.

**Desde la intervención.** En la actividad o problema planteado el estudiante empieza a tener una aproximación más formal con las cantidades positivas y negativas y en cuantificación de sus variaciones (ilustración 3).

Número de jugadores: 5

Materiales por equipo: 10 tapas de gaseosa, una canasta de huevos vacía, pintada de 5 colores diferentes, a cada uno se le asigna un valor a saber: -7 azul, 5 rojo, -3 amarillo, 2 verde, 0 Blanco, tabla de registro, lápices.

Turno No.	No. de monedas en color azul	No. de monedas en color rojo	No. de monedas en color amarillo	No. de monedas en color verde	Puntos
1	L 1   3 Y	L 1   1 Y	L 3   Y 1	L 1   1 Y	-9   -17
2	4   1	1   3	2   1	1   1	-27   7
3	2   1	2   1	3   1	1   4	-13   3

Tomado del módulo 1 de pensamiento numérico y sistemas de números.

Reflexionemos:

- ¿cuál es el puntaje obtenido en el rojo, cual en el verde, cual en el azul? ¿cuál es la diferencia entre lo obtenido en el rojo y el verde?

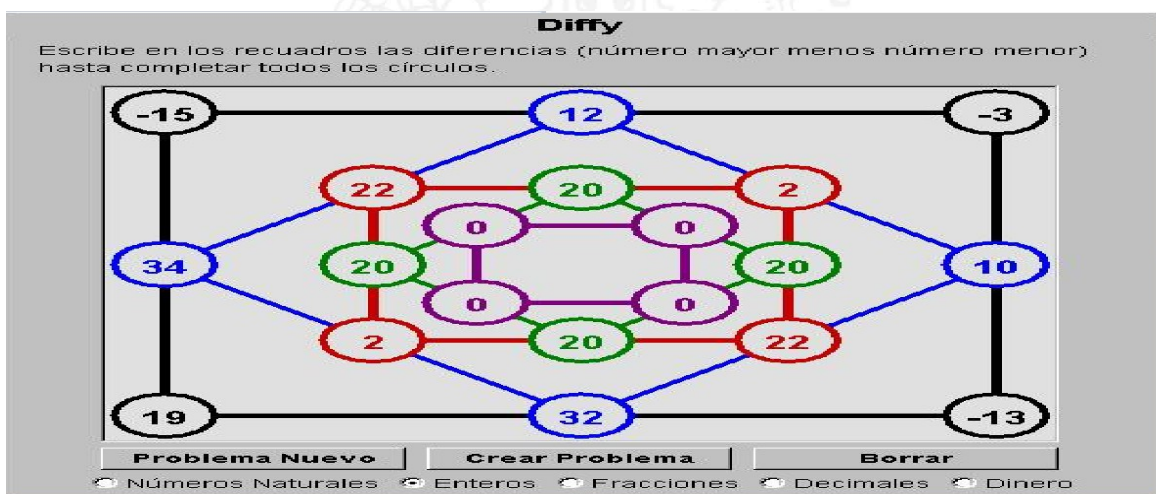
*Sabian*      *Laura*

$$\begin{array}{l}
 R = 5 + 15 + 5 = 25 \\
 V = 2 + 2 + 8 = 12 \\
 A = -2 + (-7) + (-7) = -35
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 25 \\
 -12 \\
 \hline
 13
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 R = 5 + 5 + 10 = 20 \\
 V = 2 + 2 + 2 = 6 \\
 A = -7 + (-28) + (-14) = -49
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 20 \\
 -6 \\
 \hline
 14
 \end{array}$$

Ilustración 3. Plan de clases, Juego de la canasta, inciso a.

En la respuesta a esta actividad se nota un avance en relación a la interpretación y comprensión de los problemas. El estudiante comprende la relación entre la operación y los signos y dota de significado a la suma, lo cual se ve reflejado cuando el estudiante realiza la operación  $(-7) + (-28) + (-14) = -49$ , de esta manera se evidencia como el material físico (parqués) ayuda al desarrollo de las habilidades matemáticas. Vergnaud (2002) plantea que los problemas que el estudiante resuelve hacen que adquiera un dominio progresivo de su conocimientos permitiéndole encontrar sentido al concepto, en esta ilustración el estudiante valora la tabla como material simbólico que le facilita realizar el algoritmo y completarlo, al realizar las operaciones establece relación entre la operación y la propiedad del inverso aditivo.

**Desde la prueba de verificación.** Se plantea con el uso del software NLVM, una actividad en la que los estudiantes deben completar el cuadro Diffy, con el uso de las operaciones aditivas de los números enteros, (ilustración 4)



- ¿Qué le causó mayores dificultades? ¿por qué?

el negativo con otro negativo

porque por ejemplo

$-2 - (-4)$  al principio no lo entendí

- ¿En las de mayor facilidad al resolverlas, qué estrategias utilizaste?

los números enteros

y la resta

Ilustración 4. Software NLVM. Diffy.

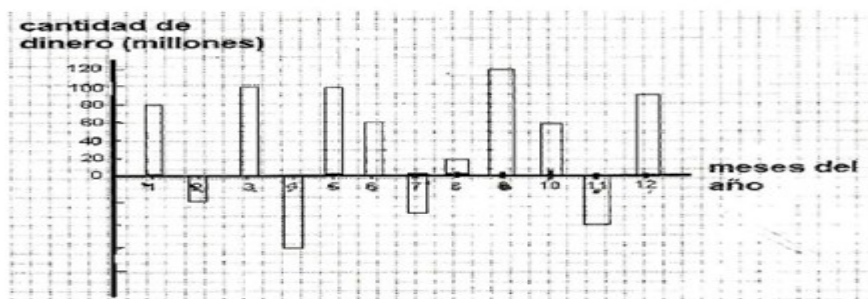
Esta actividad da cuenta de la forma en que el estudiante realiza un proceso de ejercitación válido para completar el problema. Además, al justificar la respuesta inicialmente presenta dificultades que fueron superadas durante desarrollo de la actividad, indicando que comprende el concepto de número negativo; también se identifica que el estudiante aplica conceptos de las estructuras aditivas como estrategia para que se le facilite la solución de la situación planteada. El applet permite que el estudiante finalmente llegue a la relación establecida entre los términos referidos a acciones y las operaciones de suma y

de resta. Los materiales virtuales y las representaciones gráficas propias del applet, le permite a los estudiantes la comprensión del uso de los símbolos, como - (-) y la importancia dentro de la estructura aditiva en los números enteros negativos.

La utilización de la estructura aditiva - (-) a partir del material virtual da paso a un nivel más alto de abstracción en el nivel operatorio y es la expresión simbólica de la operación; dicha estructura utilizada representa la base de todos los problemas que puedan imaginarse en los cuales intervengan esos dos signos, esto constituye una de las partes importantes de las estructuras aditivas que consiste en definir la diferencia como la suma del minuendo al opuesto del sustraendo.

*Desde la prueba diagnóstica.* Otro estudiante expresa lo siguiente:

6. Una empresa bananera registra su situación económica mediante la siguiente gráfica



b) ¿Qué diferencia hay entre los meses de menor y mayor ganancia?

*Handwritten student answer:*  

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 20 \\ \hline 90 \end{array}$$
 la diferencia que hay es de 90 millones

Ilustración 5. Prueba diagnóstico, Actividad 6, inciso b.

El estudiante reconoce el mes de septiembre como el de mayor ganancia, pero presenta dificultad al reconocer el mes de menor ganancia, aunque representa sus respuestas



mediante un algoritmo desconociendo la estructura de los números enteros. Al realizar una lectura de la gráfica, si bien establece una relación de orden sólo lo hace desde el conjunto de los números naturales.

**Desde la intervención.** Se plantea la actividad del juego de la canasta



Ilustración 6. Juego de la canasta.

Se realiza en grupos con el objetivo de que el estudiante realice diferentes conteos entre números enteros, establezca relaciones entre los números obtenidos (mayor que y menor que), haciendo uso de las estructuras aditivas  $+$   $(-)$ ,  $-(-)$ , distintas composiciones y por lo tanto sumas y sustracciones de números enteros.

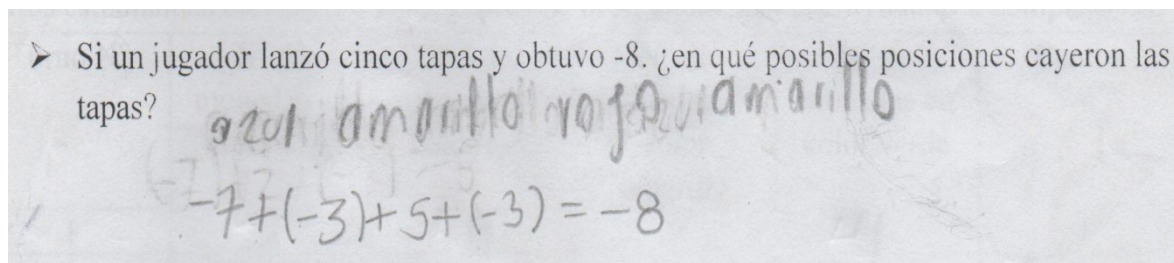


Ilustración 7. Plan de clases, Juego de la canasta, inciso b.

En el desarrollo de la actividad se percibe cómo el estudiante utiliza el lenguaje escrito y simbólico que muestra la aplicación de las competencias adquiridas para llegar a la solución requerida. Aunque no realizó los turnos indicados al resolver el problema, se evidencia la comprensión para establecer relación entre el valor numérico que representa el color y el número para obtener las posibles combinaciones del (-8). Se observa como el estudiantes utiliza la estructura + (-) de forma natural en la resolución del problema con material físico, lo anterior fue producto del trabajo realizado con el material virtual.

A la siguiente pregunta (ilustración 8), un grupo de estudiantes plantea lo siguiente

Si a las tapas caídas en el rojo, le sumas las caídas en el amarillo y restas las del azul, ¿qué puntaje obtienes?

$$\begin{aligned} -20 + (-15) - (-28) &= \\ -20 - 15 + 28 & \end{aligned}$$

*Ilustración 8.* Plan de clases, Juego de la canasta.

En la resolución del problema planteado se percibe que el estudiante haciendo uso del valor numérico que tienen de cada color utiliza la estructura aditiva del - (-); el estudiante relaciona los materiales físicos utilizados con las estructuras aditivas  $-20 + (-15) - (-28) = -20 - 15 + 28$ , siendo esta estructura útil para la ampliación del concepto de número entero, para realizar operaciones aditivas y además determinantes para resolver el problema.

**Desde la prueba de verificación.** Esta actividad se realiza con el software NLVM, haciendo uso de los materiales virtuales durante la práctica pedagógica. Al solucionar el problema planteado, el estudiante responde lo siguiente:

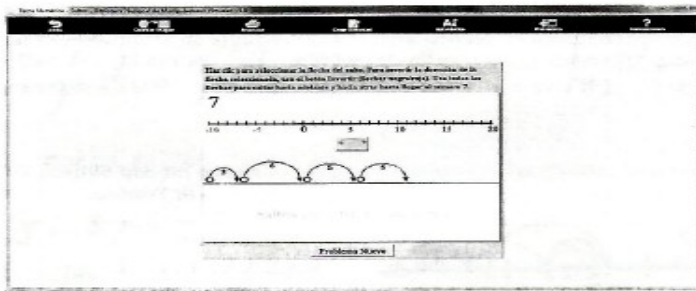
**Con el software NLVM (saltos en la recta)**

Número de jugadores: 2

Materiales: Computador, carpeta de archivos

Qué hacer:

- Abra la carpeta actividades y dentro de ella la carpeta enteros, allí elija la opción recta numérica saltos.
- Se podrá visualizar una pantalla como la que aparece a continuación.



**Situaciones para reflexionar**

- ¿Qué estrategias utilizó para desarrollar la actividad? *utilize suma y resta ejemplo: yo primero sume nueve mas cinco mas dos y despues le quite uno que me dio igual a quince.*

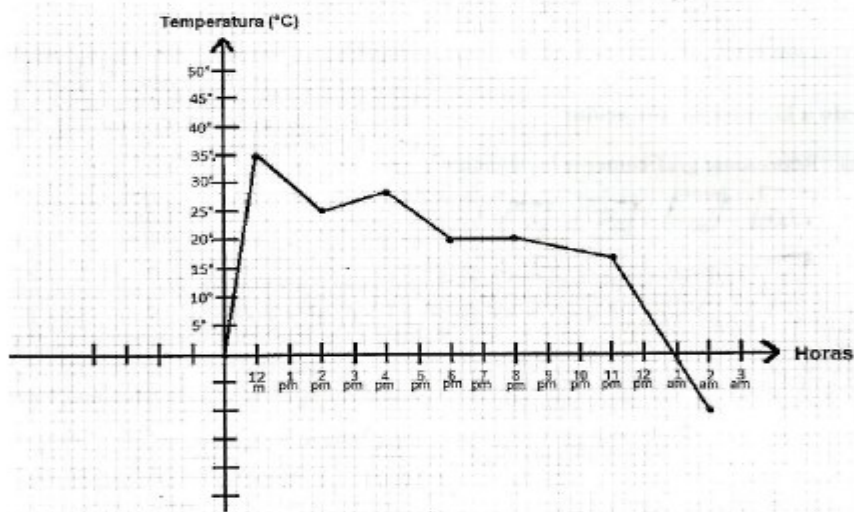


Ilustración 9. Plan de clases, Saltos en la recta (NLVM), inciso a.

A través de la interacción que el estudiante tuvo con el applet muestra la estrategia que desarrolla y utiliza para los cálculos aditivos con números enteros; relaciona términos como le quite y sume con la operaciones aditivas, reconoce que los números negativos son menores que cero a través del uso de la recta numérica, expresa el proceso que utiliza para resolver el problema. El estudiante antes de dar solución al problema realiza un análisis sobre los números propuestos en el software, al ser todos positivos debe plantear combinaciones entre números negativos y positivos estableciendo conexión entre éstos números para la resolución de problemas aditivos.

**Desde la prueba diagnóstica.** Para realizar esta actividad el estudiante debe hacer una lectura de la información registrada en el plano cartesiano y responde de la siguiente manera

2. La siguiente gráfica representa la temperatura respecto al tiempo en Medellín, de acuerdo a esta, responde:



- b) A las 2pm ¿Cuánto ha disminuido o aumentado la temperatura?

a disminuido 25°

Ilustración 10. Actividad 2, inciso b.

Durante la lectura de la gráfica, el estudiante muestra dificultad para comprenderla y reconocer que operaciones aditivas debe realizar o cuales son los valores numéricos que debe utilizar para resolver el problema, además presenta dificultad al interpretar conceptos como disminuir o aumentar y la relación que estos establecen con la sustracción y la adición respectivamente.

**Desde la intervención.** A través del uso del software NLVM, se observa el avance de los estudiantes en la (ilustración 11)

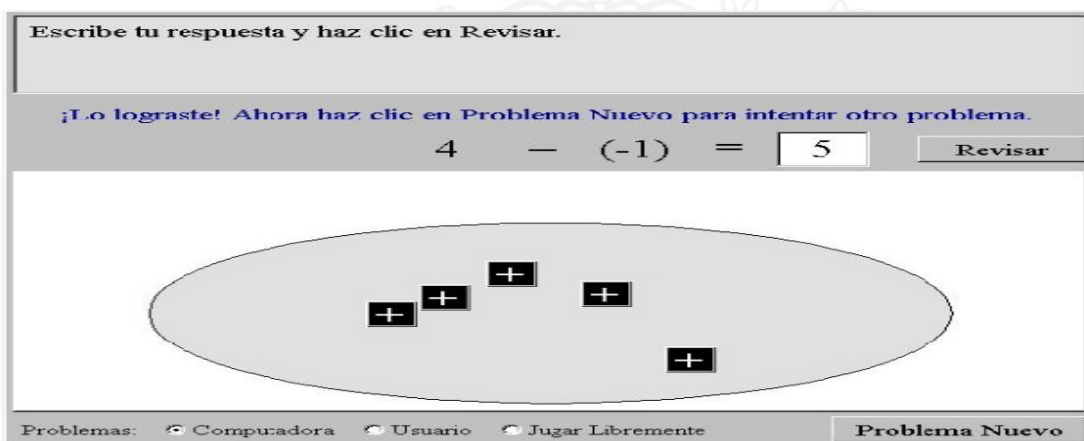


Ilustración 11. Software NLVM, opuestos que se anulan.

En esta actividad el estudiante desarrolla un entendimiento de los números enteros con el uso del material virtual. Concibe el significado de combinar números negativos y positivos y reconocer los símbolos (signos) para la suma y la resta. Cuando el estudiante sobre ponen una ficha roja que representa el menos uno sobre una negra que representa el uno hace que el par desaparezca, haciendo esto una muestra visual que la suma de estas dos fichas es igual a cero.

En la actividad del juego del parqués se alteraron las caras de los dados con el objetivo de hacer uso de los números negativos, al lanzar los dados los estudiantes completarían la siguiente tabla (ilustración 12).



TORNOS	DATOS OBTENIDOS	PROCEDIMIENTO	POSICIÓN ALCANZADA
1	-8, -1	$(-8) + (-1)$	-9
2	-5, -1	$(-5) + (-1) + (-9)$	-15
3	-8, -2	$(-8) + (-2) + (-15)$	-25
4	-5, 4	$(-5) + 4 + (-25)$	-26
5	-5, 8	$(-5) + 8 + (-26)$	-23
6	-1, 3	$(-1) + 3 + (-23)$	-21
7	-4, 3	$(-4) + 3 + (-21)$	-22
8	-4, 3	$(-4) + 3 + (-22)$	-23
9	-8, 8	$(-8) + 8 + (-23)$	-23
10	-8, 3	$(-8) + 3 + (-23)$	-28

- Luego del turno 3, ¿quién va ganando el juego, por qué crees que va ganando?

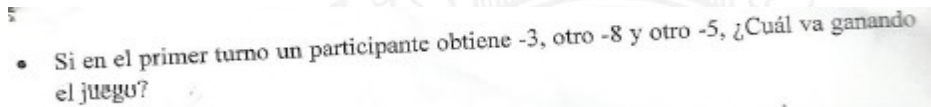
wilda va ganando el juego porque en el inicial que a avanzado y nosotros retrocedemos.

Ilustración 12. Juego del parkés, inciso a.

Al justificar la respuesta el estudiante muestra que ha comprendido que las cantidades positivas son mayores que las negativas y por ello siempre avanza en el juego. Además, profundiza y reflexiona sobre las cantidades opuestas que se anulan, a partir de conteos más complejos. Al empezar el juego los estudiantes realizaban los desplazamientos casilla a casilla, luego realizaban el conteo total de las cantidades marcadas por los dados. Según la ilustración 12, al lanzar los dados en el turno nueve indica que el jugador obtuvo ocho

positivo y ocho negativo esto no le permite realizar ningún desplazamiento, y de esta manera conceptualiza la propiedad del inverso aditivo.

En otra pregunta planteada el estudiante responde

- 
- Si en el primer turno un participante obtiene -3, otro -8 y otro -5, ¿Cuál va ganando el juego?

EL -3 esta mas cerca a 0

*Ilustración 13.* Juego del parqueés.

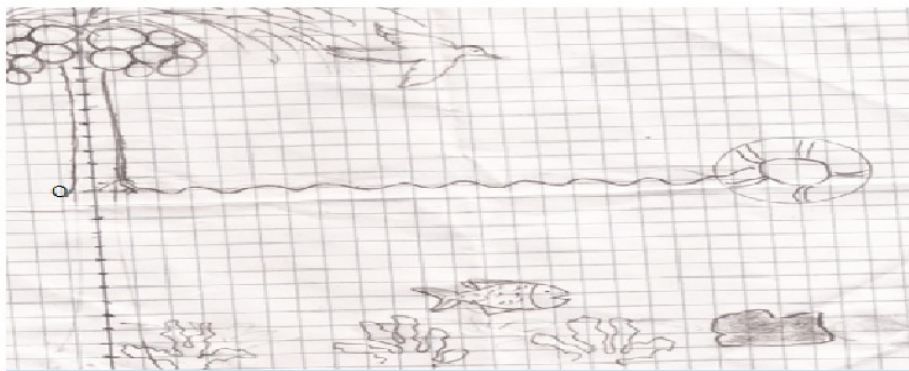
Al resolver y justificar el problema con el uso material físico el estudiante da muestra de la comprensión del valor posicional de los números negativos, lo cual se realiza a partir de la comprensión de la recta numérica, como producto de la interacción con el material virtual.

***Desde la prueba de verificación.*** La actividad permite que el estudiante ratifique el concepto de plano cartesiano que le será útil al solucionar el problema.

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

2. OBSERVA LA GRÁFICA Y RESPONDE



De acuerdo a la anterior gráfica:

a) En qué posición se encuentra el neumático, y que representa este punto en la recta.

a) El neumático. Se encuentra en la posición neutral y representa el cero (0).

b) El pez se encuentra en la posición de -8 bajo el nivel del mar.

Ilustración 14. Prueba de verificación. Actividad 2. Inciso a y b.

En esta actividad en el inciso a, el estudiante muestra que ha avanzado y comprendido el concepto de recta numérica producto del trabajo con materiales virtuales y de plano cartesiano, justifica que el cero aunque hace parte de los números enteros su valor es neutro. En el inciso b, establece relaciones entre las estructuras aditivas de los números enteros, reflexiona acerca de la relación que se establece con la realidad, ya que sirve como referencia para dotar de significados dichas estructuras, al argumentar que el pez se encuentra en la posición -8 con respecto al nivel del mar,

A partir de los desplazamientos, se espera conceptualizar el número entero como un punto sobre el plano cartesiano (en este caso, una visión estática del número), que expresa la cantidad de unidades que se ha desplazado desde el cero, a cualquiera de los dos sentidos. Se pretende entonces poder reconocer una propiedad fundamental de los números



enteros la cual es los números con orientación y sentido. Esto es, entender que el signo menos, o el signo más, sean comprendidos como los que definen el sentido de una cantidad, en función de una orientación determinada.

Los materiales físicos y virtuales enriquecen el desarrollo de las actividades en el aula de clase, convirtiéndose en una herramienta fundamental en la enseñanza, pues posibilitan la construcción de conocimiento y el desarrollo de habilidades y destrezas en matemáticas. El uso de materiales manipulativos considerados en este proyecto como materiales físicos contribuye a la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, específicamente de las estructuras aditivas de los números enteros. Valenzuela (2012). Además se resalta la importancia de usar el software educativo debido a que “los estudiantes visualizan, generalizan y abstraen relaciones y propiedades de los objetos matemáticos” (Villa & Ruiz, 2010, p.3).

Aunque las evidencias que involucran conceptos y problemas matemáticos son relevantes en este proyecto, las encuestas realizadas a los estudiantes son de suma importancia en el análisis de los resultados porque se tiene en cuenta las apreciaciones antes durante y después del uso de los materiales físicos y virtuales en la práctica pedagógica.

La caracterización permitió a los estudiantes expresar sus opiniones sobre el área de matemáticas y las dificultades que se les han presentado durante su aprendizaje, algunas opiniones fueron.

7. Ha tenido dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? SI ; NO , cuáles podrían ser las posibles causas:
- Desinterés personal por la materia \_\_\_\_\_
  - Metodología de clase por parte del profesor \_\_\_\_\_
  - Poca claridad en la exposición de los contenidos \_\_\_\_\_
  - La complejidad de las temáticas \_\_\_\_\_
  - La poca preparación académica \_\_\_\_\_
  - Los recursos utilizados \_\_\_\_\_
  - Falta de tiempo para afianzar los conocimientos \_\_\_\_\_
  - Poca capacidad del profesor para generar interés \_\_\_\_\_
  - Otras: es muy durita.

8. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?
- la matemática la debemos tener presente por que la matemática no es perdida de tiempo aunque es durita

Ilustración 15. Estudiante 1. Caracterización a estudiantes.

7. Ha tenido dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? SI ; NO , cuáles podrían ser las posibles causas:
- Desinterés personal por la materia
  - Metodología de clase por parte del profesor \_\_\_\_\_
  - Poca claridad en la exposición de los contenidos \_\_\_\_\_
  - La complejidad de las temáticas \_\_\_\_\_
  - La poca preparación académica \_\_\_\_\_
  - Los recursos utilizados \_\_\_\_\_
  - Falta de tiempo para afianzar los conocimientos \_\_\_\_\_
  - Poca capacidad del profesor para generar interés \_\_\_\_\_
  - Otras: \_\_\_\_\_

8. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?
- es muy dura pero que hay días que la entiendo mucho + aprendo casi poquito

Ilustración 16. Estudiante 2. Caracterización a estudiantes.

7. Ha tenido dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? SI ; NO , cuáles podrían ser las posibles causas:
- Desinterés personal por la materia \_\_\_\_\_
  - Metodología de clase por parte del profesor
  - Poca claridad en la exposición de los contenidos \_\_\_\_\_
  - La complejidad de las temáticas \_\_\_\_\_
  - La poca preparación académica \_\_\_\_\_
  - Los recursos utilizados \_\_\_\_\_
  - Falta de tiempo para afianzar los conocimientos \_\_\_\_\_
  - Poca capacidad del profesor para generar interés \_\_\_\_\_
  - Otras: \_\_\_\_\_

Ilustración 17. Estudiante 3. Caracterización a estudiantes.

7. Ha tenido dificultades en el aprendizaje de las matemáticas? SI ; NO , cuáles podrían ser las posibles causas:

Desinterés personal por la materia \_\_\_\_\_

Metodología de clase por parte del profesor \_\_\_\_\_

Poca claridad en la exposición de los contenidos \_\_\_\_\_

La complejidad de las temáticas

La poca preparación académica \_\_\_\_\_

Los recursos utilizados \_\_\_\_\_

Falta de tiempo para afianzar los conocimientos \_\_\_\_\_

Poca capacidad del profesor para generar interés \_\_\_\_\_

Otras: \_\_\_\_\_

8. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?

~~que no entiendo las cosas que explican~~  
~~pues me aburre por un cubo y me sale~~  
~~por el abro~~

Ilustración 18. Estudiante 4. Caracterización a estudiantes.

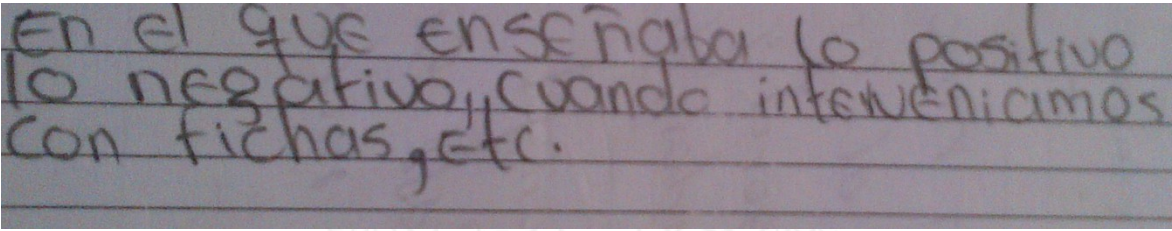
En las respuestas expresadas por los estudiantes se puede notar el desinterés personal que presentan los estudiantes por el área, como la metodología del maestro y la complejidad de las temáticas y los recursos utilizados son algunas de las causas por las que consideran las matemáticas duras y poco entendibles.

A través de la intervención los estudiantes dieron sus percepciones frente a la actividad realizada con el parques, manifestaron entender la actividad y el gusto por el uso de dicho material.

¿Qué aspectos de los trabajados durante las actividades propuestas en los planes de clases recuerda usted?

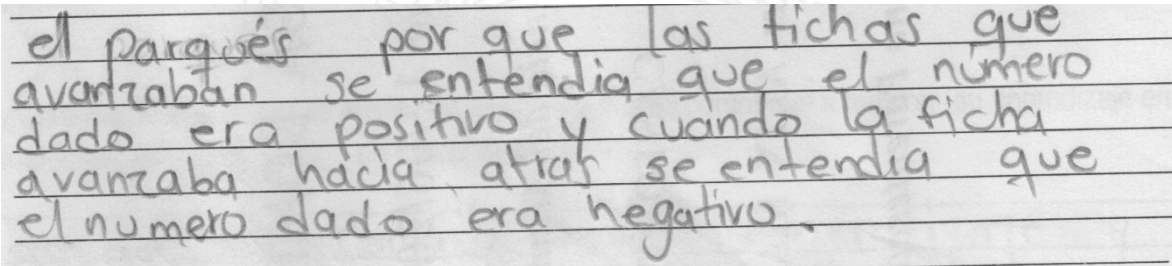
me gusto mucho el parques para  
entender los opuestos

Ilustración 19. Estudiante 1. Percepciones.



En el que enseñaba lo positivo lo negativo, cuando interveníamos con fichas, etc.

Ilustración 20. Estudiante 2. Percepciones. Pregunta 4.

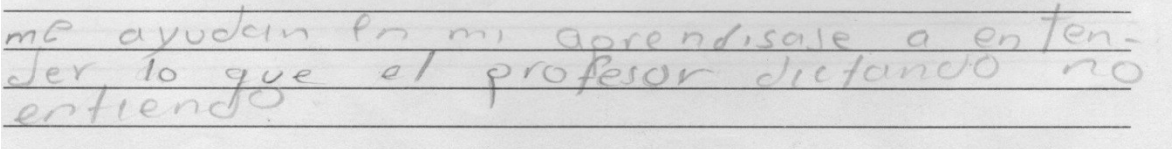


el parqués por que las fichas que avanzaban se entendia que el número dado era positivo y cuando la ficha avanzaba hacia atrás se entendia que el número dado era negativo.

Ilustración 21. Estudiante 3. Percepciones. Pregunta 4.

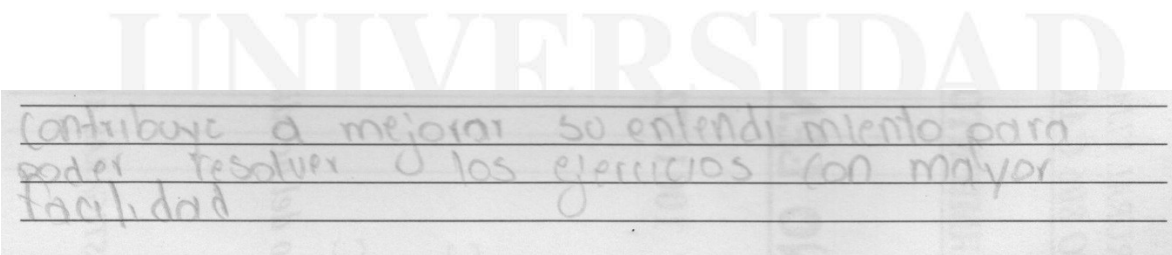
Al indagárseles por la contribución de los materiales físicos y virtuales respondieron.

¿Consideras que el uso de artefactos físicos y virtuales contribuye a mejorar su aprendizaje en matemáticas? SI/NO\_\_\_ en que contribuye.



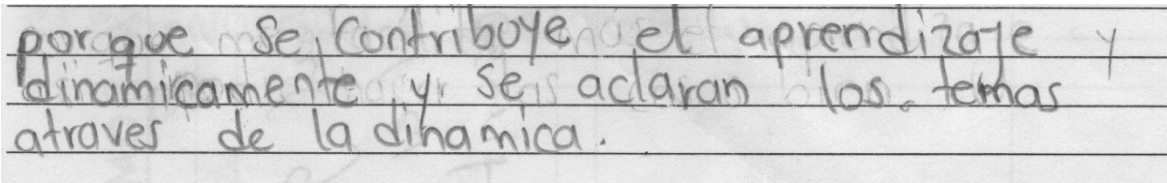
me ayudan en mi aprendizaje a entender lo que el profesor dictando no entiendo.

Ilustración 22. Estudiante 1. Apreciaciones.



Contribuye a mejorar su entendimiento para poder resolver los ejercicios con mayor facilidad.

Ilustración 23. Estudiante 2. Apreciaciones.

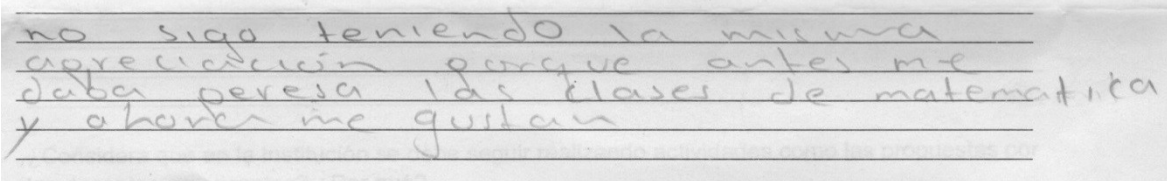


porque se contribuye en el aprendizaje y dinamicamente y se aclaran los temas a través de la dinamica.

Ilustración 24. Estudiante 3. Apreciaciones.

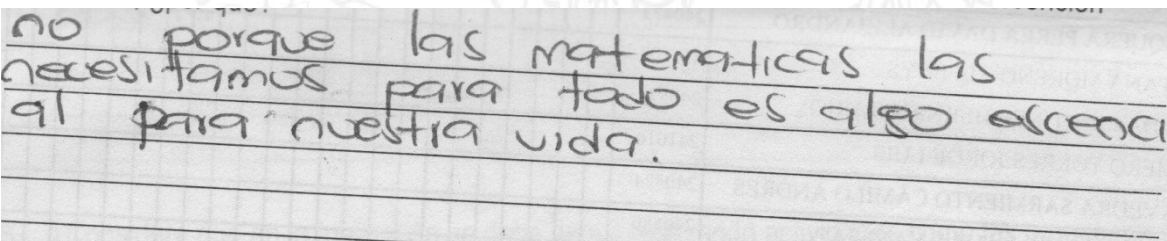
Durante la prueba de verificación los estudiantes, expresaron su aceptación por el uso de los materiales físicos y virtuales y las ventajas que éstos les brindan en el aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros.

¿Sigue teniendo la misma apreciación acerca de la matemática después de la intervención realizada?, ¿por qué?



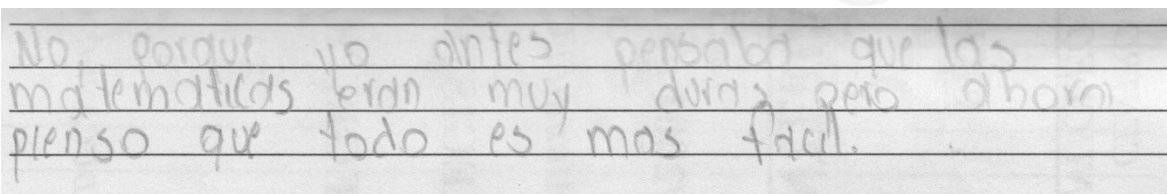
no siga teniendo la misma apreciación porque antes me daba pereza las clases de matemática y ahora me gustan

Ilustración 25. Estudiante 1. Encuesta a estudiantes. Percepciones.



no porque las matematicas las necesitamos para todo es algo esencial para nuestra vida.

Ilustración 26. Estudiante 2. Encuesta a estudiantes. Percepciones.



No, porque yo antes pensaba que las matematicas eran muy duras pero ahora pienso que todo es mas facil.

Ilustración 27. Estudiante 3. Encuesta a estudiantes. Percepciones.

En cuanto a la utilización de los materiales en las actividades de clase opinaron

¿Explica si las actividades que se realizaron como la cinta métrica, el parqués, la canasta software NVLM, permitieron una mayor claridad en la exposición de los contenidos y de la apropiación de ellos?

Si me ayudaron a tener mayor claridad la resta no la entendía y con la cinta me ayudó a entender,

Ilustración 28. Estudiante 1. Opiniones.

Si porque así aprendamos de una forma divertida y práctica porque fue algo creativo e innovador en nueva.

Ilustración 29. Estudiante 2. Opiniones.

Si porque gracias a esos materiales físicos pude entender mejor las matemáticas y como resolver los ejercicios.

Ilustración 30. Estudiante 3. Opiniones.

Me permitieron mayor claridad en los trabajos, los talleres que me han puesto los docentes.

Ilustración 31. Estudiante 4. Opiniones.

Al indagar a la maestra cooperadora a través de la encuesta de verificación, a cerca de la propuesta presentada en el proyecto, respondió.

Durante la intervención de la práctica pedagógica ¿Cuáles aspectos considera que fueron significativos? ¿Por qué?, Comente y explique algunas dificultades y fortalezas.

Utilización constante de medios audio visuales, porque es darle un enfoque diferente, donde los estudiantes se apropian más del conocimiento en forma dinámica, participativa

¿Durante la intervención de la práctica y después de ella, ha percibido algunos cambios en los estudiantes?

Si hoy cambios en los estudiantes, porque pierden el temor a las matemáticas, se volvieron más participativas, y algunos investigan, proponen; les vuelve la motivación

Qué opina usted acerca de la utilización de materiales físicos y virtuales en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática.

Son necesario e importantes porque el estudiante es muy activo, dinámica y esto les permite construir en forma más fácil su propio conocimiento, por medio de la interacción que tienen especialmente con los materiales virtuales

¿De qué forma la intervención realizada por los docentes en formación permitió fortalecer el desarrollo de los pensamientos y competencias en el área de matemática? Dé una valoración sobre los métodos de evaluación que usaron los docentes practicantes.

En forma muy positiva, el método de evaluación es apropiado porque permite al alumno mover el pensamiento, analizar y al mismo tiempo interpretar para concluir su concepto.

Ilustración 32. Maestra cooperadora. Encuesta de verificación docente.

Lo anterior deja evidente que la propuesta de proyecto presentada por los maestros en formación, tuvo aceptación en el Centro Educativo, los docentes y los estudiantes.

## Conclusiones

El proyecto se desarrolló con el objetivo de fortalecer el aprendizaje de las estructuras aditivas en los números enteros, a través de los materiales físicos y virtuales en los estudiantes del grado 7° del Centro Educativo Rural Vijagual y para ello se diseñó un plan de clases con diferentes actividades.

Desde los materiales físicos utilizados como el parqués, la cinta métrica, la canasta se evidencia que el estudiante formaliza conceptos relacionados con las estructuras aditivas, por ejemplo comprende la sustracción como la operación inversa de la suma, que todo número entero tiene un inverso aditivo, la interpretación del significado de las estructuras  $+$   $(-)$  y  $-(-)$ , la interacción de los números enteros con problemas del entorno como la temperatura, deudas, posición respecto al nivel del mar, el concepto de negatividad. Respecto a lo anterior, Valenzuela (2012) considera que el uso de materiales físicos permite una concepción dinámica del aprendizaje de las estructuras aditivas de los números enteros.

El uso del material virtual como el software NLVM, familiariza a los estudiantes con la noción de número entero, relacionando la recta numérica con conceptos como medias de magnitudes con respecto a un punto de referencia (cero), la simulación de problemas aditivos, la comprensión de concepto como valor posicional, valor absoluto, relación de orden y la ejercitación de las operaciones aditivas entre otros. Moreno (2002), considera al



utilizar los materiales virtuales se fortalecen los conocimientos previos del estudiantes y además se construye un nuevo conocimiento matemático.

Con la implementación de los materiales físicos y virtuales en la práctica pedagógica se cambia la dinámica de las clases, se logra impactar a los estudiante y a los docentes y al Centro Educativo en general, dejando de lado los materiales tradicionales generando una actitud de aceptación por las clases de matemáticas. Esto se reflejó en la motivación de los estudiantes para resolver las actividades planteadas.

De esta manera nuestra formación disciplinar, pedagógica y metodológica a lo largo de la carrera se ve afectada de manera positiva por el uso de los materiales físicos y virtuales durante la intervención, pues es una manera didáctica e innovadora de enseñar, con ello se contribuye al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Colombia particularmente en la región de Urabá; aportando elementos importantes para la reflexión que permitan incorporar los materiales físicos y virtuales al currículo en las instituciones educativas.

## Bibliografía

- Alsina, A & Domingo M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista suma*. 56, 23-31.
- Arrieta, Modesto. (1998). Medios materiales en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*. 5, 107-114
- Bausela, E. (s.f.). La docencia a través de la investigación–acción. Recuperado el 15 de octubre de 2013 de <http://sirius.une.edu.ve/une/blogs/serviciocomunitario/wp-content/uploads/2012/05/La-docencia-a-traves-de-la-investigacion-accion1.pdf>.
- Bruno, A. (s.f.). Estructuras aditivas. Recuperado el 27 de octubre de 2014, de <http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf>.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R., & Garza, A. (2005). Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas.
- Cascallana, M. (2002). Iniciación a la matemática: materiales y recursos didácticos. Madrid: Santillana.
- Castro, E. (2008). Pensamiento numérico y Educación Matemática. Recuperado el 15 de febrero de 2014, de <http://wdb.ugr.es/~encastro/wp-content/uploads/CONFERENCIA-PN1.pdf>.
- Castro, A., & Crespo, C. (2007). El diseño de la investigación cualitativa. Recuperado el 23 de octubre de 2013, de [http://www.nureinvestigacion.es/FICHEROS\\_ADMINISTRADOR/F\\_METODOLOGICA/FMetodologica\\_26.pdf](http://www.nureinvestigacion.es/FICHEROS_ADMINISTRADOR/F_METODOLOGICA/FMetodologica_26.pdf).
- Chaparro, O., Póveda, D., & Fernández, R. (s.f.). Jugando con los números enteros. Recuperado el 16 de julio de 2013, de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110453\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-110453_archivo.pdf).

- Cifuentes, V. (2003). Materiales educativos para el área de matemáticas. Recuperado el 13 de junio de 2011, de [http://www.cundinamarca.gov.co/Cundinamarca/Archivos/file\\_o\\_otrssecciones/file\\_o\\_otrssecciones2766497.pdf](http://www.cundinamarca.gov.co/Cundinamarca/Archivos/file_o_otrssecciones/file_o_otrssecciones2766497.pdf).
- Fernandez, C., Llinares, S., (2010). Relaciones entre el pensamiento aditivo y multiplicativo en estudiantes de educación primaria. El caso de la construcción de la idea de razón. Facultad de Educación, Campus San Vicente del Raspeig, Universidad de Alicante. (Eds.) Orientaciones Educativas 15, 1: (pp.11-22), Alicante, España.
- Fernandez, H., (2007). Planes de clases. Recuperado el 15 de septiembre de 2013, de <http://www.colombiaprende.edu.co/html/docentes/1596/fo-article-121199.pdf>.
- Isoda, M & Olfos, R., (2009). Plan de clases. En CRICED, Universidad de Tsukuba - PUCV, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Eds). (pp. 241 – 257).
- Jaramillo, D., (2003). La reflexión y la investigación en la formación del maestro que enseña matemáticas: un camino. Grupo de Investigación “Matemática, Educación y Sociedad-MES”. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado el 23 de abril de 2011, de [http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf).
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Plan Decenal de Educación (2006 – 2016). Lineamientos del PNDE Sobre Investigación, ciencia y tecnología.
- MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Serie lineamientos. Áreas obligatorias y fundamentales. Creamos Alternativas Soc. Ltda. Bogotá, D. C.
- Moreno, I. (2004). La utilización de los medios y recursos didácticos en el aula. Recuperado el 18 de noviembre de 2014, de <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/doe/profe/isdidro/merecur.pdf>.
- Moreno, L. (2001 – 2002). Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. (pp.250 – 273). Ministerio de Educación Nacional. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media, Bogotá.

- Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, 2006 – 2009).
- Restrepo, B. (2004). La investigación educativa y la construcción del saber pedagógico. *Educación y educadores*, 007, 45-55. Colombia.
- Restrepo, P. (s.f). Procesos metodológicos en la investigación acción educativa (IAE). Recuperado el 12 de noviembre de 2013, de [http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/reddegestionycalidadeducativa/Nodo%20de%20investigacin/DOCUMENTOS/Procesos%20metodol%C3%B3gicos%20en%20la%20investigaci%C3%B3n%20acci%C3%B3n%20educativa%20\(IAE\).pdf](http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/reddegestionycalidadeducativa/Nodo%20de%20investigacin/DOCUMENTOS/Procesos%20metodol%C3%B3gicos%20en%20la%20investigaci%C3%B3n%20acci%C3%B3n%20educativa%20(IAE).pdf).
- Rico, L. (s.f.). Pensamiento Numérico. Recuperado el 23 de septiembre de 2013, de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL96-41.PDF>.
- Sandoval, C. (2002) Programa de Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social. Investigación cualitativa. Recuperado el 6 de agosto de 2013, de [http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/humanas/mtria\\_edu/2021085/und\\_2/pdf/casilimas.pdf](http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/humanas/mtria_edu/2021085/und_2/pdf/casilimas.pdf).
- Valenzuela, M., (2012). Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Recuperado el 12 de Octubre de 2013, de [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela\\_.pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM%20Macarena%20Valenzuela_.pdf).
- Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? Recuperado el 28 de octubre de 2014, de [http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo\\_ID172/v12\\_n2\\_a2007.pdf](http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID172/v12_n2_a2007.pdf).
- Vergnaud, G. (2002). La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. Recuperado el 15 de septiembre de 2013, de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>.
- Vergnaud, G. (2000). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Editorial Trillas.
- Vergnaud, G. (1990). *Recherches en Didactiques des Mathématiques*. Volumen 10.
- Villa, J. & Ruiz, M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional. *Educación Matemática. Pesq.*, São Paulo, v.12, n.3, pp.514-528, 2010. Recuperado el 10 de noviembre de 2014 de <http://funes.uniandes.edu.co/1545/1/3750.pdf>

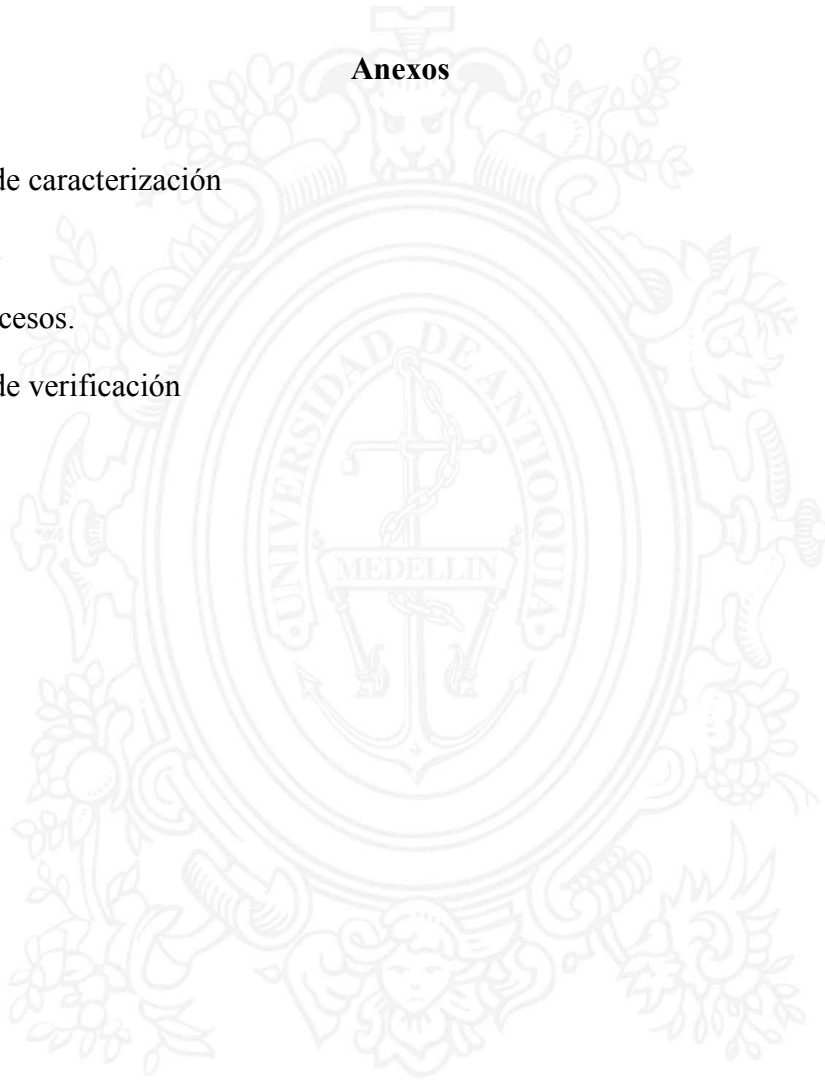
## Anexos

Instrumentos de caracterización

Plan de clases.

Diarios de procesos.

Instrumentos de verificación



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3