



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**Facultad de Educación**

**Desarrollo de la Competencia Comunicativa en la Construcción de Representaciones  
Geométricas, a través del uso de Materiales Físicos y Virtuales**

**Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física**

**Sandra Patricia Fernández Tobón**

**Marisol Velásquez Padilla**

**Yuri María Peña Aparicio**

**Asesores:**

**Hilduara Velásquez**

**José Wilde Cisneros**

**Universidad De Antioquia**

**Facultad De Educación**

**Departamento de las Ciencias y las Artes**

**Licenciatura en Matemáticas y Física**

**Apartadó, Colombia**

**2014**



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

Universidad de Antioquia  
Facultad de educación

**Desarrollo de la Competencia Comunicativa en la Construcción de Representaciones  
Geométricas, a través del uso de Materiales Físicos y Virtuales**

**Sandra Patricia Fernández Tobón**

**Marisol Velásquez Padilla**

**Yuri María Peña Aparicio**

**Asesores:**

**Hilduara Velásquez**

**José Wilde Cisneros**

**Nota de aceptación**

---

---

---



**Presidente de jurado**

---

**Nombre de jurado**

---

**Nombre de jurado**

**Apartadó, Colombia 2014**

## Agradecimientos

Facultad de Educación

A Dios por el regalo más grande, la vida, por guiarnos siempre y en todo momento, además gracias a Él este trabajo se realiza de la mejor manera.

A nuestras familias, quienes con su paciencia, amor y apoyo constante, estuvieron presentes día a día en el desarrollo de nuestra licenciatura.

A los asesores Luz Hilduara Velásquez Echavarría y José Wilde Cisneros, por sus valiosas ideas y recomendaciones para este estudio.

A la Institución Educativa Turbo, por permitirnos realizar la práctica docente que desde luego posibilitó la ejecución del proyecto, facilitando así los recursos humanos y logísticos necesarios para una adecuada intervención.

A los docentes cooperadores Ceneida Cuesta y Manuel Eyvin Ayala, por su entrega en el desarrollo de las diferentes etapas del proceso.

A los estudiantes del grado noveno, por su participación y disposición durante la realización de las actividades.

Agradecemos también, a todas aquellas personas quienes directa o indirectamente nos apoyaron, mil gracias.

## Resumen

Facultad de Educación

En el marco de la práctica docente del programa de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, se llevó a cabo una intervención en la Institución Educativa Turbo con estudiantes del grado 9º, con el objetivo de contribuir al desarrollo de la competencia comunicativa, a partir de la construcción de representaciones geométricas, mediante el uso de material físico y virtual.

La Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2002, 2004), se constituyó en el enfoque metodológico utilizado en el proyecto; desde esta perspectiva se hace un reconocimiento institucional para el cual se aplican diferentes instrumentos como: encuestas a estudiantes y docentes, observaciones de clases y pruebas diagnósticas; se realiza una intervención para la cual se diseñaron planes de clase que incluyeron actividades en las que se utilizaron manipulables<sup>1</sup> (físicos y virtuales), propiciando ambientes dinámicos de aprendizaje, paralelamente se hace un registro de los aspectos relevantes de las clases en la búsqueda de una reflexión crítica.

El análisis de los resultados se presenta desde tres aspectos, el primero referido a las habilidades de la competencia comunicativa establecida por los Lineamientos Curriculares (1998), el segundo desde el impacto generado en los estudiantes con respecto al uso de los materiales físicos y virtuales, y el tercero desde la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas.

**Palabras clave:** competencia comunicativa, representaciones geométricas, materiales físicos y virtuales, Investigación Acción Educativa y planes de clases.

---

<sup>1</sup> En esta monografía se entenderán manipulables como herramientas, material físico y virtual.

## Abstract

In the frame of the teaching practice of The Mathematics and Physics Program of the University of Antioquia, it was carried out an intervention in the Educative Institution Turbo, with students of 9° grade; this intervention, was made with the aim to contribute to the development of the communicative competence, from the construction of geometric representations, through the use of physical and virtual materials.

The Educational Action Research Approach, (Restrepo, 2002, 2004), became the methodological approach used in the project; from this perspective, an institutional recognition was made, for which were applied different instruments such as: surveys to both, students and teachers, class observations, diagnostic and checking knowledge tests, in order to reach the aim established; it was made an intervention for which lesson plans that included activities in which manipulable (physical and virtual) were used, promoting dynamic learning environments, parallel a register of the relevant aspects of the classes was made in the pursuit of a critical reflection.

The analysis of the results surged from three aspects, the first one referred to the skills of the communicative competence stated by the Curricular Guidelines (1998), the second one from the impact produced in students regarding the use of physical and virtual materials, and the third aspect comes from students' perception about mathematics.

**Key Words:** communicative competence, geometric representations, physical and virtual materials, Educational Action Research Approach and class plans

**Tabla de Contenido**

Introducción .....	13
CAPITULO I .....	15
Lectura del contexto.....	15
Planteamiento del Problema .....	22
Justificación .....	25
Objetivo.....	28
CAPITULO II.....	29
Marco referencial.....	29
Marco legal .....	29
Marco teórico.....	31
Referente disciplinar .....	32
Conocimiento matemático .....	32
Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.....	33
<i>Representaciones geométricas</i> .....	35
Competencias matemáticas.....	36
Competencia matemática de Comunicación.....	37
Referente didáctico .....	39
Materiales físicos y virtuales .....	39
Material físico .....	40
Material virtual.....	41
Referente metodológico .....	43
Investigación cualitativa .....	43
Investigación-Acción Educativa .....	44



CAPITULO III.....	49
Diseño metodológico .....	49
Fase 1. Lectura del contexto .....	49
Fase 2. Intervención .....	51
Plan de clase N° 1. Conociendo los Elementos básicos de la geometría.....	52
Plan de clase N° 2. Clasificando los triángulos .....	52
Plan de clase N° 4. Circunferencia y Círculo con GeoGebra .....	53
Materiales físicos y virtuales .....	53
Materiales Físicos. ....	54
<i>Abanico de papel</i> .....	54
<i>Reloj de cartón</i> .....	54
<i>Origami o doblado de papel</i> . ....	54
<i>Tangram</i> . ....	54
<i>Regletas de Cuisenaire</i> .....	54
<i>Geoplano</i> .....	55
Materiales Virtuales.....	55
<i>Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales (NLVM)</i> . ....	55
<i>Geoplano circular</i> .....	55
<i>GeoGebra</i> .....	55
Fase 3. Verificación y análisis de resultados .....	55
Análisis de los Resultados .....	57
Habilidad para expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.....	58
Habilidad para comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual .....	65
Habilidad para construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones .....	69



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

Impacto del uso de materiales físicos y virtuales .....	78
Desde la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas .....	82
Conclusiones y recomendaciones .....	86
Referencias bibliográficas.....	89
Anexos .....	92



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803





UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

**Tabla de Figura**

Figura 1. *Esquema del Marco Teórico* ..... 31



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

## Lista de Tabla

Tabla 1. <i>Resultados comparativos Pruebas Saber-Icfes 2009 -2012 grado noveno</i> .....	17
---	----

DE ANTIOQUIA  
1803

## Tabla de Ilustraciones

<i>Ilustración 1.</i> Respuesta al numeral 7, prueba diagnostica.....	58
<i>Ilustración 2.</i> Construcción de triángulos.....	60
<i>Ilustración 3.</i> Longitud de regletas y formación de triángulos.....	61
<i>Ilustración 4.</i> Análisis y comprensión de la desigualdad triangular a partir de la relación entre las longitudes de las regletas .....	61
<i>Ilustración 5.</i> Construcción del teorema de Pitágoras .....	62
<i>Ilustración 6.</i> Construcción del teorema de Pitágoras .....	62
<i>Ilustración 7.</i> Respuesta al numeral 4, prueba diagnostica.....	65
<i>Ilustración 8.</i> Elementos notables de la circunferencia .....	66
<i>Ilustración 9.</i> Descripción del ángulo inscrito y central .....	67
<i>Ilustración 10.</i> Construcción de Ángulo inscrito y central en GeoGebra.....	67
<i>Ilustración 11.</i> Construcción en el numeral 3, prueba de verificación .....	68
<i>Ilustración 12.</i> Respuesta al numeral 3, prueba de verificación .....	69
<i>Ilustración 13.</i> Respuesta al numeral 1, prueba diagnóstica.....	70
<i>Ilustración 14.</i> Construcción de polígonos en el NLVM.....	71
<i>Ilustración 15.</i> Descripción de la construcción realizada con polígonos.....	71
<i>Ilustración 16.</i> Construcción de polígonos en el NLVM.....	72
<i>Ilustración 17.</i> Descripción de la construcción realizada con polígonos.....	72
<i>Ilustración 18.</i> Relación entre áreas de triángulo en el NLVM .....	73
<i>Ilustración 19.</i> Relación entre áreas del triángulo y rectángulo .....	74
<i>Ilustración 20.</i> Plantilla de las aulas de una institución.....	75
<i>Ilustración 21.</i> Respuesta al numeral c y d de la prueba de verificación, actividad N° 1 .....	75
<i>Ilustración 22.</i> Respuesta al numeral d de la prueba de verificación, actividad N° 1 .....	76
<i>Ilustración 23.</i> Respuesta al numeral a) de la prueba de verificación, actividad N° 2 .....	77
<i>Ilustración 24.</i> Respuesta al numeral b) de la prueba de verificación, actividad N° 2 .....	77
<i>Ilustración 25.</i> Respuesta al numeral 9, encuesta de estudiantes. Proceso de caracterización institucional.....	79



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

*Ilustración 26.* Respuesta al numeral 3, encuesta a estudiantes. Proceso de verificación ..... 80

*Ilustración 27.* Respuestas al numeral 3, encuesta a docentes. Proceso de verificación ..... 81

*Ilustración 28.* Respuestas al numeral 4, encuesta a docentes. Proceso de verificación ..... 82

*Ilustración 29.* Respuesta al numeral 9, encuesta de estudiantes. Proceso de caracterización institucional..... 83

*Ilustración 30.* Respuestas al numeral 1, encuesta a estudiantes. Proceso de verificación ..... 84

## Introducción

Para los fines del presente trabajo se ha tomado como guía el modelo de investigación que propone Restrepo (2002, 2004), el cual se desarrolla en tres fases: la deconstrucción entendida como el reconocimiento institucional; la reconstrucción donde se pretenden llevar a cabo acciones que permitan avanzar en el mejoramiento de las dificultades encontradas a nivel educativo; y la evaluación que da cuenta de los avances y alcances del proyecto.

En la fase de deconstrucción se utilizan instrumentos que permiten conocer la percepción y dificultades de los estudiantes frente a las matemáticas (caracterización de la institución, encuesta a estudiantes, encuesta a docentes de matemáticas y prueba diagnóstica a estudiantes); con base a esta información surge la siguiente pregunta ¿Cómo contribuye el uso del material físico y virtual al desarrollo de la competencia comunicativa en la construcción de representaciones geométricas, en estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa Turbo?

Para dar respuesta a este planteamiento, en la fase de reconstrucción se diseña una propuesta fundamentada en un marco legal desde los documentos emitidos por el MEN, especialmente la Ley general de Educación (1994), los Lineamientos y los Estándares curriculares; para la construcción conceptual del objeto de estudio, en éste caso la competencia matemática de comunicación desde la construcción de representaciones geométricas, se apoya en autores como Escobar (2007), PISA (2004), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), Ramírez (2009) y los Lineamientos Curriculares (1998); además se asume



UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA  
1803

Facultad de Educación

la definición de pensamiento espacial planteada por Gardner 1997 (citado en los Lineamientos Curriculares, 1998) y Rico (2009) para la apropiación teórica de las representaciones geométricas. El soporte teórico para el diseño de las actividades con materiales físicos y virtuales se apoya en autores como Godino (2004), Cascallana (2002), Moreno (2002), Noss & Hoyles (1996) y Laborde (1998).

En la última fase se desarrolla el diseño metodológico, donde se aborda lo relacionado con la población sujeta a estudio, el método de investigación adoptado, la relación del modelo pedagógico con las actividades desarrolladas y se realiza una descripción de los instrumentos y acciones que tienen lugar en cada una de las fases del proyecto. Finalmente se presentan los análisis, conclusiones y recomendaciones, como resultado de la intervención en el aula de clase desde donde fue posible corroborar los logros obtenidos en la realización del trabajo con relación al objetivo propuesto; este análisis se hace desde la prueba diagnóstica, las actividades aplicadas durante el proceso de intervención y la prueba de verificación; paralelamente se hace un análisis descriptivo de las encuestas a estudiantes y docentes.



## CAPITULO I

### Lectura del contexto

En el marco de la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia sede Apartadó, en una primera fase se realizó un diagnóstico en la Institución Educativa Turbo. En este proceso, se utilizan diferentes instrumentos con la finalidad de hacer una caracterización del contexto institucional; se aplican encuestas a los estudiantes de grado noveno y a los docentes que orientan el área de matemáticas, se indaga sobre los recursos con los que cuenta la institución y los que son utilizados para el proceso de enseñanza - aprendizaje; además se realiza un análisis a partir del Proyecto Educativo Institucional (PEI), el plan de área de matemáticas, el sistema de evaluación adoptado para el seguimiento de sus procesos, los resultados académicos del área a nivel interno y en las pruebas Saber - Icfes; por último se aplicó una prueba diagnóstica a los estudiantes con el fin de identificar las fortalezas y debilidades académicas.

La Institución ofrece los niveles de preescolar, básica primaria, secundaria y la media vocacional (académica, técnica en comercio, acuicultura, ebanistería y metalistería). Esta sede cuenta con 48 aulas, laboratorios, sala de cómputo, aula taller de matemáticas, biblioteca, aula virtual, un auditorio con capacidad para 500 personas, auditorios auxiliares, un rector, tres coordinadores, 57 docentes de los cuales cuatro son de matemáticas, cuatro secretarías y dos bibliotecarias; su población está conformada por 1617 estudiantes que pertenecen a estratos socioeconómicos I, II y III, y poseen diversidad étnica y cultural.

Actualmente el PEI se encuentra en re-estructuración; para sus prácticas pedagógicas asume planteamientos de los modelos Desarrollista y Social; el primero, tiene como objetivo lograr el desarrollo de las habilidades de pensamiento, y el segundo desarrollar habilidades de la personalidad que le permitan al estudiante establecer vínculos humanos para el bien individual y de la comunidad. Se trata entonces, de reconocer en cada ser humano su autonomía y su capacidad para decidir, además, de tener las mismas oportunidades en la existencia como cualquier otro de sus semejantes, viviendo una relación consigo mismo, con los otros y el entorno. De esta forma el proceso educativo institucional posibilita “pensarse a sí mismo como sujeto responsable de sus actos, de saber hacer con la herencia cultural y de transformar su entorno” (Modelo Pedagógico Institucional, p. 5).

El plan de área de matemáticas, está fundamentado de conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política de Colombia; al igual que el PEI, se plantea en él una educación basada en el modelo desarrollista con enfoque social, atiende a fines como el pleno desarrollo de la personalidad, la formación en el respeto a la vida, a la ley, a la cultura nacional y a los demás derechos humanos, la adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, la formación para la capacidad de crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

Dentro del plan de área de matemáticas, la institución se centra en los procesos relacionados con la competencia de formulación y resolución de problemas; apoyados en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006), el cual está organizado por



contenidos, indicadores de logros, temáticas y objetivos de aprendizaje que propenden por el desarrollo integral de los estudiantes.

En relación a los resultados de las pruebas Saber - Icfes del grado noveno en el área de matemáticas de los años 2009 y 2012 se pudo evidenciar que el puntaje promedio de este establecimiento es inferior al promedio a nivel nacional, y similar a los establecimientos educativos del municipio de Turbo. En la Tabla 1 se realiza un comparativo de los resultados a nivel de las competencias y componentes matemáticos en el grado noveno de la institución.

Tabla 1. *Resultados comparativos Pruebas Saber-Icfes 2009 -2012 grado noveno*

<b>Competencias</b>	<b>2009</b>	<b>2012</b>
Razonamiento	Similar	Fortalezas
Comunicación	Debilidades	Debilidades
Formulación de problemas	Fortalezas	Fortalezas
<b>Componentes</b>		
Numérico –variacional	Similar	Similar
Geométrico- Métrico	Fortalezas	Debilidades
Aleatorio	Debilidades	Fortalezas

La institución en los tres últimos años ha presentado fortalezas en lo que confiere a las competencias de formulación de problemas, razonamiento, y en el pensamiento aleatorio; contrario a esto, la competencia de comunicación y el componente geométrico – métrico presentan falencias, sin embargo el numérico-variacional se mantiene estable.

Desde el plan de área de la Institución se viene fortaleciendo la competencia de resolución de problemas, lo cual se constata en los resultados de las pruebas externas, dejando de lado el desarrollo de otras competencias, que hacen parte del desarrollo del pensamiento matemático. En cierta medida el hecho de que el plan de área se encuentre principalmente enmarcado de esta forma influye en las debilidades que muestra la competencia de comunicación y la notable disminución en el componente geométrico-métrico.

Respecto a la población estudiantil, se escogió a los estudiantes del grado noveno, cuyas edades oscilan entre los 13 y 17 años, diferencia que genera dificultades en la relación docente-estudiante, dado que los estudiantes de mayor edad son quienes protagonizan situaciones de indisciplina que incentivan al resto del grupo a continuar con la misma conducta. Generalmente conviven con la madre y hermanos, los cuales en su mayoría han alcanzado un nivel educativo sólo hasta la primaria.

Con base a observaciones directas (observaciones de clase ) y encuestas se pudo percibir que entre las áreas de menor agrado se encuentra las matemáticas; argumentan que no las comprenden, no son divertidas y son complejas; esto se atribuye a la predisposición de los estudiantes al iniciar la clase, llegadas tarde, distorsionamiento de la clase con conversaciones no concernientes a la temática que se está desarrollando y manipulando objetos distractores como los celulares y el maquillaje; sin embargo, a futuro piensan continuar sus estudios superiores inclinándose por la docencia, el área de la salud o la ingeniería.

De los cuatro profesores que orientan el área de matemáticas, dos de ellos son licenciados en matemáticas y uno es licenciado en básica primaria con énfasis en matemáticas, los cuales llevan más de 10 años de experiencia como docentes. En el proceso de enseñanza utilizan recursos como: los libros de texto, los documentos de la web y las guías propias<sup>2</sup>. Sus clases se centran básicamente en la transmisión de conocimientos, debido a que el docente asume un papel de expositor y los estudiantes generalmente se dedican a escuchar y a tomar nota ([ver anexo](#)). Por su parte, ellos lideran proyectos en la institución como la utilización del tiempo libre desarrolladas en el aula taller y las olimpiadas de matemáticas que se realizan anualmente.

Para orientar los procesos de aprendizaje, los docentes tienen en cuenta ciertos criterios de evaluación en el área de matemáticas, como son el desempeño en la clase, el cumplimiento de tareas, la participación, las notas que toman de la clase, la asistencia, el comportamiento y la disposición para realizar las actividades; utilizan instrumentos como talleres, consultas, evaluaciones escritas y orales, que dan cuenta de lo aprendido durante la clase, cuyo propósito es evaluar aspectos personales, sociales y académicos, para valorar los conocimientos adquiridos, las competencias, las actitudes y los valores necesarios para desempeñarse con éxito en la sociedad y para convivir armónicamente en comunidad; este sistema se fundamenta en el Manual de Convivencia Escolar 2012- 2015 emanado en el Decreto Nacional 1290 de abril 16 de 2009.

Desde el Sistema Institucional Evaluativo (SIE), se contempla la evaluación como un proceso continuo, que favorece la consecución de una educación de calidad, acompañada de una

---

<sup>2</sup> Entiéndase como guías propias, las notas diseñadas por el docente, que se encuentran apoyadas en libros de textos y documentos de la web.

auto-evaluación que concientice al estudiante de su proceso. Sin embargo, los docentes reportan un índice de reprobación por periodo entre el 16% y el 25%, porcentaje promedio, que se obtiene de pérdidas en cada grado de la institución, lo cual se le atribuye a la desmotivación y desinterés de los estudiantes hacia las matemáticas ([ver anexo](#)). Esta información se pudo verificar con los datos suministrados por la secretaria.

Se aplicó a los estudiantes una prueba diagnóstica ([ver anexo](#)) con el propósito de identificar sus fortalezas y debilidades en las competencias matemáticas; la cual arrojó un índice de respuestas acertadas del 35%, 10% y 65% en comunicación, razonamiento y resolución de problemas respectivamente. Se evidencian dificultades en identificar polígonos regulares e irregulares y sus características, seguir secuencias, identificar patrones de formación, aplicar conceptos de semejanza, identificar las líneas notables de una circunferencia, calcular área y perímetro bajo condiciones dadas en las figuras y aplicación del teorema de Pitágoras.

De acuerdo a lo observado en el aula de clase, hay aspectos que influyen en la predisposición de los estudiantes en el área de matemáticas; en primera instancia se pudo evidenciar que la relación docente – estudiantes es de forma pasiva y permisiva, debido a que el maestro no establece criterios de comportamiento en la clase, no es visto por los estudiantes como una autoridad académica, por lo tanto los estudiantes son dispersos, indisciplinados y se desconcentran fácilmente. La relación Estudiante - Docente es irrespetuosa y autoritaria dado que hablan cuando el profesor está explicando, algunos no toman nota, transcriben trabajos correspondiente a otras áreas durante la clase, se dirigen al docente con expresiones soeces y tono de voz inadecuado.

De la relación maestro-conocimiento es importante resaltar que hay dominio del saber disciplinar, sin embargo, el docente no hace uso de los recursos (aula taller, aula virtual y sala de computo) y espacios con los que cuenta la institución.

La relación Estudiante - conocimiento es pasiva por parte de la mayoría del grupo; situación que se refleja en aspectos como: el incumplimiento con los compromisos académicos (consultas, talleres grupales, actividades en clase), desinterés hacia los contenidos del área, las evaluaciones escritas son resueltas por algunos estudiantes y luego son transcritas por el resto del grupo, situación que es evidente para el maestro, pero ante esto, no hay ninguna reacción. En cuanto a la relación estudiante - estudiante, hay una actitud de intolerancia e irrespeto entre ellos, lo cual perturba la sana convivencia en el grupo.

Las ideas expuestas permiten concluir que la Institución Educativa Turbo cuenta con materiales físicos y virtuales, pero los docentes que orientan el área de matemática no los utilizan en sus prácticas docentes, debido a que su formación no fue enfocada en el uso de estos. En cuanto a los estudiantes del grado noveno, son receptores pasivos, presentan falencias en la competencia matemática comunicativa y el componente geométrico; esto se evidenció en las observaciones de clase y en la prueba diagnóstica que se les aplicó, la cual es similar a los resultados de las pruebas Saber - Icfes de los años 2009 -2012.

## Planteamiento del Problema

En el municipio de Turbo se elaboró el Proyecto Educativo Municipal (PEM) en el año 2007 para el mejoramiento de la calidad de la educación, cuya finalidad es alcanzar mejores niveles de desempeño académico de los estudiantes. Sin embargo, en la práctica no se llevó a cabo el plan con las instituciones educativas del municipio<sup>3</sup>; motivo por el cual se ha conformado un Comité Municipal de Educación ([ver anexo](#)) con los propósitos de: organizar la directiva de la mesa de matemáticas, socializar los componentes y competencias del área de matemáticas que evalúa el Icfes, realizar un carrusel matemático, capacitar a los docentes del área de matemáticas en el uso y aplicación del software GeoGebra, evaluar los logros y alcances de la mesa del área de matemáticas durante el año 2013 y consolidar la malla curricular del área de matemáticas para aplicar en el año 2014 en todo el municipio de Turbo.

A pesar de los propósitos del Comité Municipal de Educación, en relación con el fortalecimiento del trabajo escolar en el área de matemáticas, las clases se desarrollan de forma tradicional centrándose en la transmisión de conocimiento, dado que el docente desarrolla un papel de expositor y los estudiantes de receptores pasivos. Sumado a esto, los múltiples recursos (aula taller, aula virtual y sala de computo) y espacios con los que cuenta la institución no son utilizados por el maestro, debido a que su formación docente no se enfocó en el uso de materiales físicos y virtuales como mediadores del proceso de enseñanza- aprendizaje. Esta situación influye en la actitud de los estudiantes, la cual se ve reflejada en el desinterés por el área de matemáticas, mostrándose apáticos y poco participativos en las actividades de clase.

---

<sup>3</sup>Información obtenida mediante una entrevista con el presidente de la mesa de matemáticas del municipio de Turbo: Alejandro Guillermo Pacheco Delgado.

Al mismo tiempo, los estudiantes de grado noveno presentan debilidades en la competencia de comunicación y el componente geométrico-métrico, situación que se refleja en los resultados de las pruebas Saber -Icfes y en el desempeño en el aula. De igual manera, en la prueba diagnóstica se identificaron falencias en: identificación, descripción y construcción de polígonos regulares e irregulares bajo condiciones dadas, aplicación de conceptos de semejanza, el teorema de Pitágoras, área y perímetro.

Los resultados mencionados evidencian una falta de correspondencia entre el componente geométrico-métrico y la competencia de comunicación; los cuales se abordan independientemente, sin ninguna conexión, obstaculizando el desarrollo de habilidades para compartir y aclarar ideas que pueden llegar a ser objeto de reflexión, discusión y abstracción en el proceso de enseñanza-aprendizaje ([ver anexo](#)).

Se observan dificultades en el ámbito de la Geometría, como las referidas a la comprensión del lenguaje propio de ésta asignatura; es decir, al reconocer términos propios de la materia; también podemos señalar dificultades de tipo perceptivo, debidas principalmente a los prototipos que ofrecen los libros de texto (Matemática practica 9° 2008 y de geometría: Santillana de noveno 2012, Dimensión matemática noveno 2010) y la metodología del maestro; por ejemplo, en la representación de los triángulos rectángulos, cuya base es siempre uno de los catetos, el rombo no es reconocido como cuadrado porque la imagen que se tiene del cuadrado se representa generalmente apoyado en uno de sus lados, mientras que el rombo es el cuadrado mismo apoyado en uno de sus vértices; sin embargo, a los estudiantes se les dificulta realizar esta

visualización de las representaciones en el plano, cuya importancia radica en ser el cimiento de la comprensión de representaciones bidimensionales y tridimensionales. De hecho es muy frecuente encontrarse con la necesidad de interpretar mapas de rutas, planos de ciudades, fotos de viajes y en algunas situaciones laborales, con dibujos técnicos de máquinas o diseños en computadora; siendo estas un tipo de representaciones bidimensionales de relaciones, formas y espacios tridimensionales.

Referido a este contexto, la situación es preocupante dado que el Ministerio de Educación Nacional plantea en los diferentes documentos rectores, entre ellos los Lineamientos Curriculares (1998), los Estándares Básicos de Competencia en Matemática (2006), el Plan Decenal de Educación (2006-2016), entre otros, acerca de las competencias y componentes de matemática que todo niño, niña y joven debe desarrollar para enfrentar los retos del mundo contemporáneo.

Los párrafos precedentes conllevaron a plantear la siguiente pregunta: ¿Cómo contribuye el uso del material físico y virtual al desarrollo de la competencia comunicativa en la construcción de representaciones geométricas, en estudiantes de grado 9° de la Institución Educativa Turbo?





## Justificación

El desarrollo de la competencia comunicativa se constituye en una prioridad institucional, debido a que los esfuerzos que se vienen haciendo en el plan de área están enmarcados en la formulación y resolución de problemas, en este sentido los Lineamientos Curriculares (1998)

“[...] ayuda a construir vínculos entre nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico; cumple una función clave como ayuda para que los alumnos tracen conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas.” (p. 37).

Lo anterior direcciona este proceso de intervención hacia un fortalecimiento de las debilidades de la competencia comunicativa, mostradas en forma consecutiva durante los años 2009 – 2012 y los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.

Por otro lado, en los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006), se establece que los diferentes pensamientos se deben abordar integralmente a lo largo del currículo escolar; en contraste, la Institución Educativa Turbo desarrolla el componente geométrico al final del año escolar, y el avance que se logra de sus contenidos es mínimo, puesto que esto no se percibe en el diseño del plan de área de la institucional, lo cual no permite el fortalecimiento del pensamiento espacial.

El componente geométrico es considerado “[...] como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los

objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y traducciones a representaciones materiales”. (Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, 2006, p. 74)

La importancia de la enseñanza de la geometría se evidencia no sólo desde los griegos, sino también desde su significado etimológico “medida de la tierra”, desde allí las representaciones geométricas se convierten en algo inherente al contexto, puesto que el conocimiento sobre el espacio y la forma es fundamental para desarrollar las competencias y habilidades que le permitirán a una persona desarrollarse efectivamente en la vida, según informa PISA (2004).

Partiendo de lo anterior, se reconoce la importancia de identificar formas geométricas en el medio, utilizando el conocimiento de sus elementos, propiedades y relaciones entre las mismas para incrementar su comprensión de dicho entorno y desarrollar nuevas posibilidades de acción en el mismo. Por consiguiente, los conceptos y propiedades de la geometría se comprenden mejor a partir de objetos que generalmente podemos palpar o visualizar; cabe señalar lo que argumenta Freudenthal (1983): En lugar de aprender las definiciones de círculo, cuadrado y rectángulo, el estudiante necesita desarrollar ideas acerca de la “circularidad<sup>4</sup>”, por ejemplo, lo que permite a los objetos rodar, y que tiene que ver con las esferas más que con una forma de dos dimensiones. Siguiendo ésta línea de argumentación, materiales físicos y virtuales ayudan a provocar situaciones matemáticas y geométricas, no porque las nociones matemáticas se deriven del material, sino por la asimilación del significado que surgen de las acciones sobre ellos, las cuales contribuyen al mejoramiento de los niveles de pensamiento, en otras palabras, en la

---

<sup>4</sup> Entiéndase como cualidad de circular.

medida en que el estudiante interactúa con un material, éste se convierte en un mediador durante el proceso de aprendizaje.

De igual forma, el uso del material virtual está en el sentido propuesto por Moreno & Waldegg (2002) donde señalan que “Un medio computacional es un dominio de abstracción donde se hace posible explorar ideas dentro de ámbitos particulares, concretos y manipulables pero que contienen la semilla de lo general, lo abstracto y lo virtual” (p. 64).

Un medio computacional es una herramienta en la medida en que permite al estudiante la construcción de múltiples representaciones del mismo objeto geométrico y articular los conceptos teóricos con los resultados de sus exploraciones, por ejemplo, cuando se trabajan las líneas notables de un triángulo con el programa GeoGebra, el estudiante construye cada una de éstas y al mismo tiempo realiza variaciones con respecto a la posición de la figura, como rotación y traslación, lo cual posibilita el fortalecimiento de los conceptos del objeto matemático subyacente, sin acudir a la memorización de información, sino a la transferencia de las cualidades geométricas.

Así mismo, es importante destacar el papel que desempeña el uso del material concreto, Cascallana (2002) indica que “A través de las actividades realizadas con los materiales auxiliares concretos, el niño puede avanzar en su proceso de abstracción de los conocimientos matemáticos” (p.29). Es decir, en la medida en que las ideas abstractas no llegan por transmisión verbal, el material concreto representa algo sustancial en su función educativa, teniendo en cuenta que las ideas abstractas llegan a través de operaciones que se realizan con los objetos y

que se interiorizan. De ésta manera, se traducen las ideas matemáticas para llegar a la operación mental.

Debido a que el empeño al desarrollar todas las competencias y componentes de matemáticas no es equitativo, para contribuir con acciones educativas que permitan solucionar esta situación, se decide trabajar las representaciones geométricas desde la comunicación a partir del uso material físico y virtual, que permiten comunicar ideas matemáticas y visualizarlas a partir de la representación del objeto de estudio.

### **Objetivo**

Contribuir al desarrollo de la competencia comunicativa, en la construcción de representaciones geométricas, mediante el uso de material físico y virtual en la Institución Educativa Turbo.

## **CAPITULO II**

### **Marco referencial**

En el presente trabajo se abordan aspectos desde los referentes legales emitidos por el Ministerio de Educación Nacional y los soportes teóricos que sostienen el desarrollo de ésta propuesta.

### **Marco legal**

El marco se encuentra apoyado en los documentos rectores emitidos por el Ministerio de Educación Nacional, que direccionan los procesos educativos, referidos principalmente a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la Ley General de la Educación (Ley 115 de 1994) y el Plan Nacional Decenal de Educación (PNDE) 2006 -2016, han determinado un marco conceptual en la educación colombiana para la eficiencia, calidad e innovación en el servicio educativo. La Ley 115 señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política (1994), sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación, cátedra y en su carácter de servicio público.

Así mismo el artículo 5° de la Ley General de Educación en conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política (1994), señala que la educación se desarrollará atendiendo a 13 fines, de los cuales cabe resaltar los siguientes: La formación en el acceso crítico y creativo al

conocimiento científico y tecnológico, el desarrollo de los conocimientos matemáticos y de la capacidad para el razonamiento lógico y analítico, el uso de la interpretación fundada en la solución de los problemas y el desarrollo de las habilidades comunicativas (leer, comprender, escribir, escuchar, hablar y expresarse correctamente), así como los diferentes elementos constitutivos del lenguaje.

Bajo esta circunstancia, el Ministerio de Educación Nacional en busca de la calidad y eficacia de la educación, ha desarrollado una serie de propuestas que permitan alcanzar este propósito. En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) se plantean tres aspectos importantes con la intención de mejorar el quehacer pedagógico, como son: los pensamientos generales referente a competencias (el razonamiento, la planeación y resolución de problemas, la comunicación, la modelación y la comparación y ejercitación), los pensamientos matemáticos que se encuentran relacionados específicamente con los ejes temáticos (el pensamiento numérico, el pensamiento espacial, el pensamiento geométrico, el pensamiento métrico, el pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional y algebraico); y el contexto que lo rodea (lugar donde se utilizan los conocimiento matemático para solucionar situaciones cotidianas).

En este sentido, se tomará como referencia el pensamiento espacial, la competencia comunicativa y la interrelación entre ellos, porque son los temas en los cuales se fundamenta este proyecto. El primero, porque comprende el desarrollo de la geometría, posibilitando en el estudiante diferentes habilidades comunicativas que le permitan interpretar, representar, describir, relacionar, aplicar y transmitir; y el segundo, porque fomenta la discusión frecuente y

explícita sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones de las conexiones entre ellos, de aquí la importancia de ambos para el desarrollo del mismo.

## Marco teórico

Los soportes teóricos de este trabajo se encuentran enmarcados en tres referentes generales: el disciplinar, el didáctico y el metodológico. En la Figura 1, se muestran la estructura de los elementos que conforman a cada uno de estos referentes.

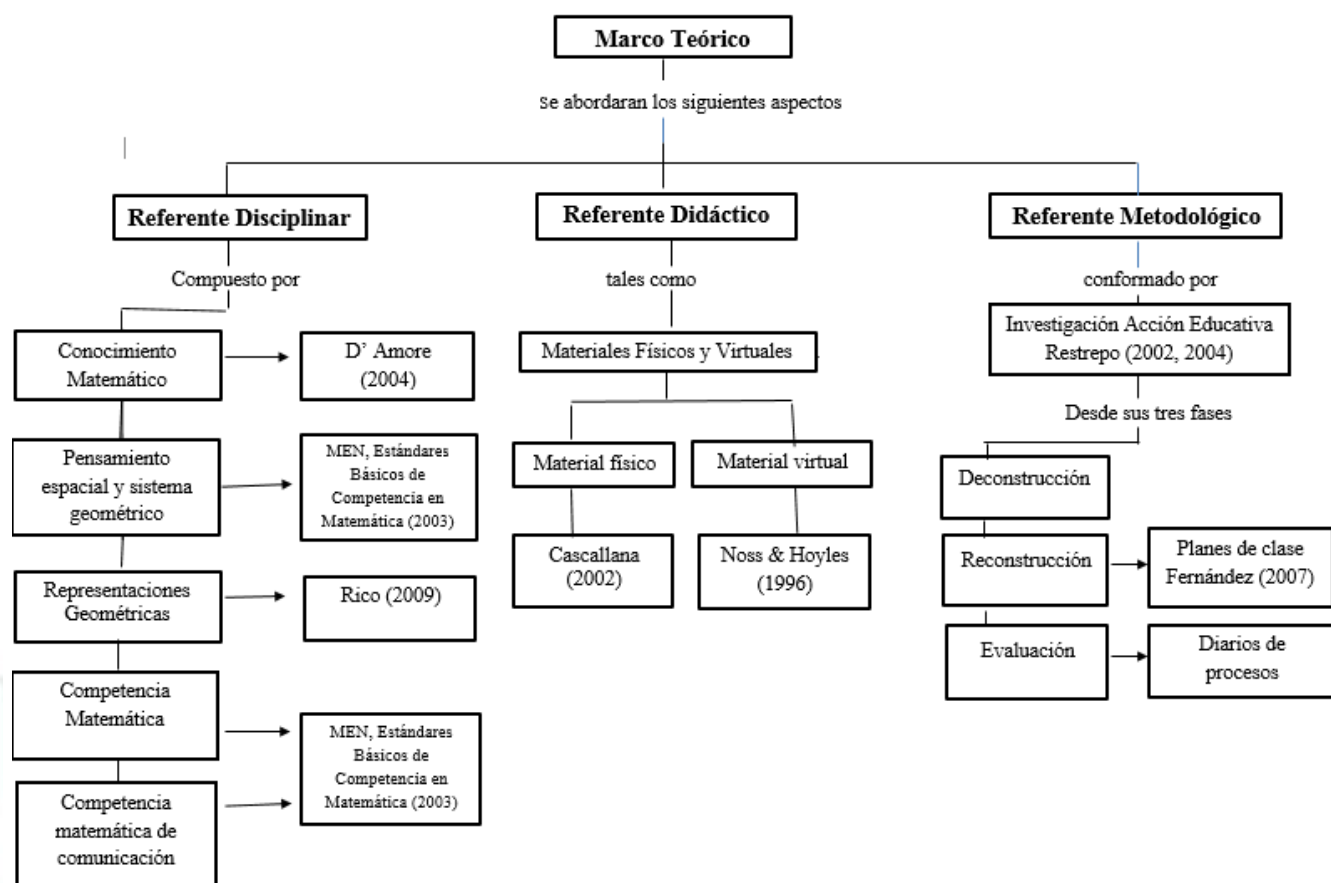


Figura 1. Esquema del Marco Teórico

## Referente disciplinar

Este referente inicia tomando como base la definición de conocimiento matemático, posteriormente se presenta el pensamiento espacial y sistemas geométricos; luego continúa con las representaciones geométricas por su importancia en éste pensamiento y en el desarrollo de la competencia matemática de comunicación.

## Conocimiento matemático

En palabras de D' Amore (2004), “El conocimiento no es una simple representación de la realidad externa; es el resultado de la interacción entre el sujeto que aprende (sus estructuras cognitivas) y sus experiencias sensoriales” (p.7). Se comprende entonces que el aprendiz abandona la pasividad y logra estructurar sus experiencias participando activamente en su propio proceso de aprendizaje; de modo que, el conocimiento surge en la medida en que el sujeto relaciona el objeto de conocimiento con actividades realizadas en el medio en el que se desenvuelve y reflexiona acerca de ello.

Según Núñez (2004), el conocimiento tiene un carácter individual y social; puede ser: personal, grupal y organizacional, ya que cada persona interpreta la información que percibe sobre la base de su experiencia pasada, influenciada por los grupos sociales a los pertenece. También intervienen, los patrones de aceptación que forman la cultura de su organización y los valores sociales en los que ha transcurrido su vida; el conocimiento entonces, se encuentra determinado por la historia y experiencia social concreta del hombre.



De lo anterior se puede decir, que el conocimiento matemático no se utiliza solo para la ejercitación matemática, sino que también está presente en situaciones donde se requiera reflexionar sobre los problemas y las soluciones dentro de un contexto social.

Siguiendo esta línea de argumentación, el conocimiento matemático es producto de las estructuraciones de las experiencias del sujeto, estas están dadas en la interacción dialéctica del sujeto y de su entorno para lo cual se requiere desplegar el potencial humano en una constante actividad, que conlleva a la necesidad de comunicar, discutir, reflexionar, demostrar y por tanto de simbolizar los procesos en la actividad matemática.

Los Lineamientos Curriculares (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) plantean una subdivisión en cinco tipos de pensamientos matemáticos (Pensamiento Numérico, Pensamiento Métrico, Pensamiento Espacial; Pensamiento Variacional y el Pensamiento Aleatorio) que describen simultáneamente los sistemas conceptuales y simbólicos. En este proyecto, se tendrá en cuenta sólo el Pensamiento Espacial debido a su importancia dentro del mismo.

**Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos.** Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) entienden el pensamiento espacial como “[...] el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales” (p. 61). De este modo, puede entenderse como un proceso sujeto a la capacidad de percibir, recordar y pensar, que se construye a través

de exploraciones activas y modelaciones que están relacionadas con la habilidad práctica de accionar sobre objetos y actuar bajo determinadas situaciones en el entorno que exijan nociones de ubicación espacial.

El pensamiento espacial contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales, para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos al objeto matemático que favorezcan la creación de nuevas representaciones mentales.

Para los Lineamientos Curriculares (1998) “El Pensamiento Espacial opera mentalmente sobre modelos internos del espacio en interacción con los movimientos corporales y los desplazamientos de los objetos y con los distintos registros de representación y sus sistemas notacionales o simbólicos” (p.62). Es comprensible entonces que el conocimiento del espacio no se da por la simple apreciación, sino que se va elaborando poco a poco, desarrollado en el estudiante sus capacidades analíticas y pensamiento espacial, puesto que en el proceso él reconocerá que ocupa un lugar del espacio, al igual que los objetos que lo rodean.

De la misma manera, afirma que en los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del Pensamiento Espacial, resaltando tres aspectos: los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos (Lineamientos Curriculares, 1998). Es decir, elementos como puntos, líneas rectas y curvas, regiones planas o curvas constituyen las figuras geométricas; y como registros de su

representación se utilizan dibujos, gestos, letras y palabras que posibilitan la comunicación y razonamiento sobre los sistemas geométricos. Para ilustrar mejor, los sistemas geométricos puede modelarse mentalmente o con trazos sobre el papel o el tablero y describirse cada vez más de forma rigurosa, transformando un lenguaje común en un lenguaje matemático.

Gardner 1997 (citado por los Lineamientos Curriculares, 1998) señala

[...] el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios, es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial (p. 37).

En otras palabras, el manejo de información que involucra la resolución de problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Esto permite un desarrollo intelectual del estudiante y de seguridad para desplazamiento en las zonas de habitación, donde determina espacios. Se estima entonces que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como químicas, físicas y matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

**Representaciones geométricas.** En el contexto escolar, la geometría puede desarrollarse a partir de la experiencia, la intuición o el razonamiento, buscando que el estudiante aprenda a observar e interpretar cuando realiza abstracciones sobre los dibujos de cuerpos, desarrollando los objetos matemáticos requeridos en el planteamiento de un problema.

La representación es una forma de entender e interpretar el modo en que los seres humanos conocen y comprenden, de acuerdo con Rico (2009) es una entidad intermedia entre el sujeto y el objeto en el sentido en que: “Representar es sustituir, dar presencia a un ausente y, por tanto, confirmar su ausencia. La representación supone una dualidad representante-representado. Se representa para hacer presente algo, pero ese algo es distinto y existente, a lo cual la representación sustituye” (p.6).

Mediante el trabajo con las representaciones las personas asignan significados y comprenden las estructuras matemáticas, de ahí su interés didáctico (Radford, 1998). En este sentido, las representaciones son todas aquellas estructuras como signos, símbolos o gráficos que de cierta forma permiten interpretar los conceptos y procedimientos matemáticos, para que el estudiante aborde e interactúe con el conocimiento matemático, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas.

**Competencias matemáticas.** Es importante adquirir competencias que desarrollen el conocimiento matemático para abstraer, construir, y comunicar mediante diferentes lenguajes lo que se está esbozando.

Al respecto, Escobar (2007) plantea que la competencia matemática “[...] se enfoca en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático, para enriquecer su comprensión de temas que son motivantes y de interés para ellos, con lo que se podrá promover su capacidad de acción transformadora [...]” (p. 29).

PISA (2004) propende a relacionar la competencia con capacidades de análisis, comunicación, razonamiento, modelación y representación que los estudiantes ponen en juego cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Por otro lado, los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006) asumen la competencia matemática como “Un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivo y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p. 49).

Consecuente con lo anterior, los Estándares precisan algunos procesos generales que explicitan lo que significa ser competente en matemática:

Formular, plantear y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas; utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; usar la argumentación, la prueba, la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validación y oposición de conjeturas; por último dominar procedimientos y algoritmos matemáticos para conocer cómo, cuándo y porque usarlos de manera eficiente (p. 51).

**Competencia matemática de Comunicación.** La competencia matemática de comunicación es comprendida como la adquisición y el dominio de los lenguajes propios de las matemáticas, constituyéndose un proceso deliberado y cuidadoso que posibilita discusiones frecuentes sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, para tomar conciencia de las

conexiones entre ellos que propician trabajos colectivos, donde los estudiantes comparten el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos. (Estándares Básicos de Competencia en matemáticas, 2006)

Para Ramírez (2009) “La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Es uno de los procesos más importantes para resolver problemas” (p.19), es así como la expresión tanto oral como escrita de los procesos realizados y de los razonamientos seguidos adquieren importancia, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento matemático.

“El lenguaje matemático es, en sí mismo, un vehículo de comunicación de ideas que destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir conjeturas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto” (Ramírez, 2009, p.19) debido a que lo esencial del lenguaje matemático, la expresión habitual y la adecuada precisión es su uso.

Desde los Lineamientos Curriculares, la comunicación es asumida como una necesidad que tienen los seres humanos para interactuar en los ambientes donde se desempeñan. Actualmente esta competencia toma fuerza, cuando se encuentran asociadas con la capacidad de:

- Expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.
- Comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.

Construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones.  
Hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas, reunir y evaluar información,  
Producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes (p. 74).

Estas habilidades se pueden propiciar con una adecuada orientación en el ámbito escolar, a partir de una correspondencia entre la comunicación matemática y un trabajo didáctico apoyado en el uso de materiales, que contribuyan al desarrollo de procesos educativos.

### **Referente didáctico**

Éste referente hace una recopilación de los aspectos teóricos que lo fundamentan y le dan sentido al mismo. Entre los diferentes aspectos, se tienen en cuenta las estrategias didácticas en las cuales se basa el desarrollo de este proyecto: la implementación de materiales físicos y virtuales en el aula.

### **Materiales físicos y virtuales**

Actualmente se le atribuye dos funciones principales a los materiales manipulables: mediar en el aprendizaje de los estudiantes y apoyar las prácticas pedagógicas de los docentes, de tal manera que se pueden concebir como puentes entre el proceso de enseñanza y el proceso de aprendizaje (Rebaza, s.f.).

Godino (2004) indica, “La manipulación, siempre que sea posible, no debería ser silenciosa; debemos intentar que describan lo que están haciendo, que evoquen lo que hicieron en otro momento, motivarles con preguntas para que hagan conjeturas y expresen lo que están

considerando” (p.125). De esta manera, se pueden lograr efectos positivos en este proyecto , como son la verbalización, el intercambio de opiniones y discusiones acerca del objeto de conocimiento, donde el maestro interviene aclarando dudas y considerando el error no como un fracaso, si no como una forma de construcción de conocimiento.

**Material físico.** El conocimiento matemático es el producto de una interacción del sujeto con su entorno, por lo tanto no puede obtenerse solo mediante la transmisión verbal de las exposiciones del profesor durante la clase, “[...] Debido a que el estudiante no posee la capacidad abstracta suficiente para comprender los conceptos matemáticos a partir solo de las palabras” (Casallana, 2002, p.29). Consecuente a esto, implementar materiales físicos ayuda a comprender, comunicar y visualizar conceptos matemáticos, en la medida en que fomenta acciones de experimentación, observación y reflexión, necesarias para construir sus propias ideas matemáticas.

“El uso del material físico debe permitir el planteamiento de problemas significativos para los estudiantes, que puedan ser asumidos por ellos, apropiados a su nivel e intereses, y pongan en juego los conceptos, procedimientos y actitudes buscadas.” (Godino, 2004, p.140). Así mismo, de su manipulación, de la búsqueda de regularidades, de las reglas de los juegos donde ellos intervienen y del tipo de problemas que desencadenan las acciones sobre el material, depende la riqueza del conocimiento.

“Es importante que el uso del material, no comprometa toda la atención de los alumnos, desplazando la propia reflexión matemática. Usar manipulativos tangibles en la enseñanza de las



matemáticas es siempre un medio para un fin, nunca un fin en sí mismo.” (Godino, 2004, p.141).

Por tanto, lo que se debe considerar es que la libre manipulación del material físico no es el medio para llegar al conocimiento matemático, a través de estos solo se puede obtener un conocimiento físico como las sensaciones de peso y otras propiedades del material.

De manera similar, Cascallana (2002) afirma que: “[...] es precisa la propuesta de actividades dirigidas al fin que queremos conseguir. Estas actividades tienen que estar auxiliadas en un material concreto” (p.29). Es decir, el diseño de las distintas actividades en las que se emplean materiales físicos debe estar encaminado a la adquisición de ciertos conocimientos matemáticos. Sin embargo, el profesor deberá ser consciente de que estas tareas no tienen por qué ser definitivas, es normal que se modifiquen con la idea de ir mejorándolas en relación con los objetivos que se pretendan conseguir.

**Material virtual.** “El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra” (Lineamientos Curriculares 1998, p.18). La importancia de las herramientas computacionales se encuentran en la línea del pensamiento matemático, el cual puede obtenerse a partir del uso de ellas, proporcionando medios alternativos de expresión y diversas formas en las que se pueda manipular el objeto de estudio mediante nuevas formas de argumentación que no por ser diferentes, serán menos válidas.

Las tecnologías computacionales son fuente de gran variedad de representaciones, pueden ser una herramienta para que los estudiantes construyan significados sobre los objetos

matemáticos que manipulan a través de un software convirtiéndose en un medio de expresión de ideas que favorece el intercambio comunicativo entre el profesor y los estudiantes y los estudiantes mismos. Por su parte Moreno (2002) menciona que “[...] las herramientas computacionales han generado un nuevo realismo matemático. En efecto, los objetos virtuales que aparecen en pantalla se pueden manipular de tal forma que se genera una sensación de existencia casi material” (p. 82).

Para Noss & Hoyles (1996) cuando existe una integración sólida entre el maestro, alumno, conocimiento y un software, se forja un soporte educativo potencial que sin duda deja libre el camino a la comunicación de ideas, estrategias, conjeturas, etc. que surgen de la reflexión que propician estos cuatro elementos. En otras palabras, no es sólo la manipulación virtual en sí la que genera el pensamiento matemático, es el uso que le da el estudiante con el acompañamiento del profesor, lo que posibilita el fin que se quiere conseguir en torno al objeto matemático.

Estos materiales virtuales, van más allá de una manera divertida de desarrollar el aprendizaje, es una forma de promover la autonomía del conocimiento ya que estos amplían el campo de indagación donde el estudiante se ve obligado a razonar y dar respuestas a las preguntas que puedan surgir. Por ejemplo, con el uso de software en geometría podría sugerir la idea errónea de que mostrar un dibujo y moverlo es suficiente para que el estudiante deduzca una determinada propiedad geométrica invariante por el movimiento (Laborde, 1998). No se trata entonces de la sustitución de la regla y el compás por comandos en un sistema computacional, ésta no es razón suficiente para esperar mejoras en la enseñanza de la geometría. Es necesario diseñar actividades para que los estudiantes puedan realizar exploraciones, conjeturas y proponer

argumentos encaminados a relacionar los conceptos teóricos con la información que se obtiene al interactuar con el aplicativo virtual.

### **Referente metodológico**

La parte metodológica de este proyecto se desarrollará a partir de la Investigación Cualitativa, Sandoval (2002) y Salamanca & Crespo (2007), fundamentada desde perspectivas interpretativas que requieren la recolección de datos no estandarizados; y con el ánimo de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se adopta el enfoque Investigación–Acción Educativa (Restrepo, 2002, 2004) y los procesos correspondientes a ella.

### **Investigación cualitativa**

Este proyecto está enfocado en la investigación cualitativa, como opción metodológica para entender y conocer las características específicas de una realidad humana. Para Sandoval (2002) la investigación cualitativa es entendida como:

[...] la captación, del sentido de lo que el otro o los otros quieren decir a través de sus palabras, sus silencios, sus acciones y sus inmovilidades mediante la interpretación y el diálogo, es la posibilidad de construir generalizaciones, que permitan entender los aspectos comunes a muchas personas y grupos humanos en el proceso de producción y apropiación de la realidad social y cultural en la que desarrollan su existencia. (p.32)

El investigador cualitativo pretende estudiar el fenómeno desde su realidad, en el contexto en el que se halla, el escenario donde interactúa, es decir desde su naturaleza; al respecto se

considera que “el investigador cualitativo pretende conocer el fenómeno que estudia en su entorno natural, siendo el propio investigador el principal instrumento para la generación y recogida de datos, con los que interactúa” (Salamanca & Crespo, 2007, p.1).

Dentro de este marco de referencia, el maestro hace lo propio de su labor al reconocerse como un investigador que no solo identifica las fortalezas y falencias en el desempeño académico de los estudiantes, sino que también indaga y analiza sus condiciones sociales, el entorno familiar, los proyectos de vida, sus gustos e intereses, las actividades extra curriculares que realizan con más frecuencia y sus posturas frente al aprendizaje, en este caso el de las matemáticas.

**Investigación-Acción Educativa.** “La Investigación Acción en Educación es el tipo de investigación que pretende sistematizar este proceso individual en el docente, que investiga a la vez que enseña” (Restrepo, 2004, p. 47); es así como ha contribuido en las formas de organización de los datos, partiendo de categorías ya sean establecidas a partir de la formulación del problema o procedente de la organización y análisis de la información recolectada en el trabajo de campo.

Para Restrepo (2004) “[...] la investigación-acción educativa es una herramienta que facilita la elaboración del saber pedagógico” (p.45) la cual permite realizar modificaciones en la ejecución de los planes, procurando implementar las mejoras necesarias; de manera que en próximas intervenciones se pueda retroalimentar una vez más el proceso, en otras palabras someterla a crítica y mejoramiento continuo.

La Investigación-Acción Educativa está constituida por tres fases, la primera definida como deconstrucción de la práctica pedagógica, la segunda como una reconstrucción o planteamiento de alternativas y la tercera como una evaluación de la efectividad de la práctica reconstruida.

La fase de la deconstrucción, “[...] es un proceso que trasciende la misma crítica, que va más allá de un autoexamen de la práctica, para entrar en diálogos más amplios con componentes que explican la razón de ser de las tensiones que la práctica enfrenta” (Restrepo, 2004, p. 51). Es un proceso en el cual se registra y analiza el contexto, la caracterización de la institución, los estudiantes, los docentes del área de matemáticas y las problemáticas que se presentan, mediante la observación directa. Recurriendo a detallados apuntes de campo, como medio de registro en el cual se determinan los conocimientos y la comprensión de sus estructuras, fundamentos teóricos, fortalezas y debilidades (Restrepo 2004).

Esta fase permite ver la panorámica de la práctica docente, utilizando como principal fuente de información el diario de procesos, en el cual el docente escribe los aspectos más relevantes de su práctica docente, que permiten identificar las problemáticas y preguntas de este proyecto mediante la observación directa en el aula.

Conocidos y analizados los aspectos más relevantes de la fase de deconstrucción, es posible articular una propuesta que recoja estas ideas y que se apoye en teorías pedagógicas vigentes, Restrepo (2002) señala que “[...] al reconstruir la práctica se produce saber pedagógico nuevo para el docente y se le objetiva y sustenta por escrito” (p.7). La reconstrucción “Es una

reafirmación de lo bueno de la práctica anterior, complementada con esfuerzos nuevos y propuestas de transformación, de aquellos componentes débiles, inefectivos, ineficientes” (p.7). Es así como este proceso exige una búsqueda y lectura de teorías pedagógicas que expliquen estudios investigativos relacionados con la problemática que mostró la deconstrucción, con el fin de adelantar un proceso de adaptación, que ponga a dialogar una vez más la teoría y la práctica.

Ahora, corresponde afrontar un aspecto que se constituye en una actividad integradora como lo es el planeamiento de la clase, para ello el docente analiza en un diario de proceso las problemáticas y reflexiones anotadas durante el proceso de observación, que le permitirán diseñar actividades acorde a las necesidades del contexto.

Fernández (2007) asume el plan de clases como “[...] un proceso autónomo que debe realizar el docente de acuerdo a su metodología y propósito de enseñanza” (p.1); paralelamente afirma que "No existe una formula milagrosa, pero si existen algunas pautas que el docente debería seguir antes de iniciar su clase. No planear estas clases se vuelve un acto irresponsable".

Referidas a este contexto, el autor plantea las pautas a seguir para realizar un plan de clases: es importante que inicialmente ponga en contexto a sus estudiantes, es decir, que les muestre la importancia del tema en la actualidad, luego el docente deberá preparar el componente teórico de su clase, revisando con cuidado la bibliografía que utilizará; así mismo deberá escoger un método de exposición, después es necesario realizar ejercicios de aplicación donde se espera que los estudiantes sean capaces de resolver un problema planteado sobre el tema. Posteriormente se encuentra la evaluación donde se debe tener en cuenta que no solo los

estudiantes deben ser evaluados, la evaluación también se debe aplicar al docente, por último están los compromisos entre docente y estudiante, que comúnmente se denominan: tareas escolares.

Isoda & Olfos (2009) mencionan que no hay un formato único de plan de clase, propone que éstos deben contemplar tres secciones: Introducción, descripción de la unidad con sus sesiones, y la sección acerca de la clase.

Para el diseño de los planes de clases se plantea la siguiente estructura: como primero se encuentra el nombre de la institución y del docente, las fechas en la que se desarrollan las clases, el grado, el número de estudiantes, los materiales y el tema a desarrollar; en la segunda sección del plan se especifica la intencionalidad de éste, los aspectos que se tendrán en cuenta al momento de evaluar y los indicadores (de desempeño, actitudinales y procedimentales); y en la tercera parte, se presentan las actividades que se desarrollaran, la autoevaluación del estudiante en el proceso y la referencias que se tuvieron en cuenta para su diseño. Así mismo, se utilizan los diarios de procesos como una herramienta, donde se registran los momentos significativos que se presentaron durante las actividades.

La última fase de este proceso es la evaluación, se lleva a cabo mediante el análisis de notas consignadas en el diario de procesos, que permiten analizar el proceso y modificar la planeación de acuerdo a las circunstancias que se van presentando en el aula, para la reconstrucción de nuevas estrategias si es necesario.

Al respecto, Restrepo (2004) afirma “En esta tarea evaluadora de la práctica, el docente recapacita sobre su satisfacción personal frente al cambio que se ensaya y acerca del comportamiento de los estudiantes ante los nuevos planteamientos didácticos y formativos” (p. 52). En esta fase se trata de pensar y reflexionar sobre la forma en que los nuevos diseños didácticos, metodológicos y formativos influyen en el rendimiento académico de los educandos, lo cual permite al maestro idear nuevamente su planeación acorde a las necesidades evidenciadas.

Para llevar a cabo este proceso “[...] se monta ésta y se deja actuar por cierto tiempo, acompañando su accionar con notas sobre indicadores de efectividad. Después de observar sus resultados se analizan las notas del diario de campo y se juzga el éxito de la transformación.” (Restrepo, 2002, p.7); estas consideraciones fundamentan el diario de campo como una técnica eficaz para monitorear o hacer seguimiento a la propuesta, de manera que los relatos que en él se plasman, permitan una reflexión de los procedimientos que se llevan en el aula.



## CAPITULO III

### Diseño metodológico

En este capítulo se presentan aspectos asociados a la metodología de la investigación cualitativa desarrollada en el proyecto, fundamentada desde una perspectiva interpretativa que evalúa el desarrollo natural de los sucesos. De esta manera, se asume la Investigación Acción Educativa (I-A-E) desde Restrepo (2004), quien plantea tres fases del proceso investigativo en el aula, realizadas durante la intervención en la institución.

#### Fase 1. Lectura del contexto

Asumiendo lo planteado por Restrepo (2002) al inicio de la práctica pedagógica, se hace una lectura del contexto institucional en aras de buscar un saber hacer acorde con la realidad, con las expectativas y problemáticas que los estudiantes experimentan; para ello se diseñaron y aplicaron los siguientes instrumentos: encuesta a docentes del área de matemáticas y a estudiantes del grado noveno, reconocimiento institucional que permite hacer una revisión del PEI, y el Plan de Área de matemáticas, los resultados de pruebas externas e internas, así como los materiales utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para el reconocimiento institucional, se realiza una caracterización de la institución y de los procesos educativos, se realizó un estudio de la información general de la misma, en el cual se analizaron aspectos como: la cantidad de estudiantes y profesores, la misión y visión de la

institución, las modalidades que ofrece, las jornadas escolares, el componente pedagógico que propone el PEI, el plan de área (teniendo en cuenta la estructuración de los contenidos y objetivos propios articulados a los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y por último, los resultados obtenidos en las pruebas Saber – Icfes grado noveno, para el área de matemáticas en los periodos 2009 y 2012. Además de lo anterior, se realiza una identificación general de los recursos con los que cuenta la institución en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para conocer con qué frecuencia los profesores de matemáticas los utilizaban como apoyo de enseñanza.

En la encuesta tipo abierta ([ver anexo](#)) realizada a los docentes del área de matemáticas, se identificaron aspectos relacionados con su formación, las metodologías e instrumentos que implementan en el proceso de enseñanza y la evaluación, la relación entre las propuestas de clase y lo establecido en el plan de área institucional.

La encuesta ([ver anexo](#)) a estudiantes, permitió recoger información para caracterizar a los estudiantes desde aspectos familiares, sociales, económicos, culturales y académicos; además, para identificar las materias de menor agrado, sus percepciones frente al área de las matemáticas y los materiales o recursos empleados por el docente para orientar la clase.

De igual modo, se aplicó una prueba diagnóstica ([ver anexo](#)) a los estudiantes de grado noveno con el objetivo de evaluar el desempeño en la competencia comunicativa en situaciones asociadas al componente geométrico.

## Fase 2. Intervención

Esta fase se desarrolló en el segundo semestre académico del año 2013, en ella las docentes en formación asumen el área de geometría, responsabilizándose del proceso de enseñanza de las matemáticas propuestas para el grado noveno, orientando dos horas semanales en cada grupo. La propuesta de intervención se abordó desde la programación y procesos académicos institucionales, en busca de cumplir el objetivo principal centrado en desarrollar la competencia comunicativa a partir de la construcción de representaciones geométricas con el uso de material físico y virtual.

Toda investigación tiene como propósito la búsqueda y creación del conocimiento, es así como al reconstruir la práctica se produce saber pedagógico nuevo para el docente, proceso en el cual se busca pasar de un conocimiento práctico e inconsciente a un conocimiento crítico y teórico<sup>5</sup> (Restrepo, 2004).

Para el cumplimiento de éste objetivo se diseñaron los planes de clase, cada uno orientado por las temáticas dispuestas en el Plan de Área de la Institución; paralelamente se hace el registro de lo acontecido en la clase a través de los diarios de proceso, los cuales permiten hacer una reflexión constante del proceso de enseñanza-aprendizaje, permitiendo además evaluar el desempeño de la práctica docente.

<sup>5</sup> El conocimiento práctico es un proceso de reflexión en la acción o conversación reflexiva con la situación problemática (Schon, 1987).

En el proceso de intervención se elaboran cuatro planes de clases, los cuales están compuestos por el eje temático de los contenidos a desarrollar, indicadores de logro y un conjunto de actividades que incluye una actividad diagnóstica o de motivación y actividades de profundización, con los cuales se pretende que los estudiantes desarrollen habilidades propias de la competencia de comunicación, utilizando materiales físicos y virtuales, que se describen a continuación:

### **Plan de clase N° 1. Conociendo los Elementos básicos de la geometría**

Este plan de clase inicia con los elementos básicos de la geometría (punto, recta, plano y espacio) y sus respectivas descripciones; apoyados en estos elementos se procede a trabajar ángulos y polígonos (sus componentes, clasificaciones, características, semejanza y congruencia); a partir de actividades de construcción y dibujo mediante el uso de materiales físicos (el abanico de papel, el reloj de cartón, el Geoplano, los bloques lógicos y hojas de papel) y materiales virtuales (el software NLVM) que lleven a indagar, observar, comparar, relacionar, sistematizar y concluir respecto a los objetos matemáticos.

### **Plan de clase N° 2. Clasificando los triángulos**

En este plan de clase, se plantea en una primera instancia el concepto de triángulo y su clasificación según la medida de sus lados y ángulos, con el fin de que el estudiante identifique, interprete y aplique las características que se deben tener en cuenta para la construcción de un triángulo (desigualdad triangular), luego se procede a desarrollar actividades de área y perímetro,

con el propósito de llegar al Teorema de Pitágoras, mediante la utilización de material físico (el Tangram, el Geoplano) y programas virtuales educativos (Geoplano NLVM, y GeoGebra 4.0).

### **Plan de clase N° 3. Construyendo cuadriláteros**

La intencionalidad de este plan de clase es que el estudiante identifique las propiedades de los cuadriláteros, relacione sus características, establezca semejanzas entre ellos y realice múltiples representaciones mediante construcciones realizadas a través de materiales (el Tangram, el Geoplano, GeoGebra).

### **Plan de clase N° 4. Circunferencia y Círculo con GeoGebra**

Para el desarrollo de este plan de clase se emplearon materiales virtuales (software GeoGebra y video beam) como elementos de apoyo para emprender la temática correspondiente a la circunferencia y el círculo; en la cual se busca es que el estudiante identifique, reconozca y construya las posiciones relativas de dos circunferencias y de esta misma a una recta, elementos de la circunferencia, longitud de la circunferencia, posiciones relativas entre una recta y una circunferencia, ángulos de las circunferencias y sus medidas, elementos del círculo, polígonos inscritos y circunscritos y el área del círculo.

### **Materiales físicos y virtuales**

Una de las características principales de la propuesta de intervención es la implementación de materiales físicos y virtuales porque a través de las múltiples construcciones los estudiantes

logran hacer representaciones mentales del objeto matemático. A continuación se mencionan algunos de los materiales usados para la enseñanza de la geometría:

**Materiales Físicos.** Aparte de los materiales convencionales (regla, compás, transportador, entre otros) se usaron:

**Abanico de papel.** Es un material construido con papel durante la clase, utilizado para representar los ángulos y sus clasificaciones.

**Reloj de cartón.** Se trata de un instrumento de cartón fabricado por los estudiantes, el cual se utilizó para trabajar medida de ángulos.

**Origami o doblado de papel.** Plegado de papel para formar diferentes figuras. Dentro del proceso se implementó para el estudio de los elementos básicos de la geometría como puntos, rectas, planos y espacio, segmentos y ángulos.

**Tangram.** Es un juego chino el cual consta de siete piezas; durante la intervención este material se utilizó para trabajar área y perímetro.

**Regletas de Cuisenaire.** El material consta de un conjunto de piezas con diez tamaños y colores diferentes, cuyas longitudes van de 1 a 10 cm; en este caso el material se implementa para hacer una demostración del teorema de Pitágoras, permitiendo interiorizar el concepto del teorema y las ternas pitagóricas.

**Geoplano.** Es un plano de dimensiones iguales que ha sido cuadrículado, y se ha introducido un clavo en cada vértice de tal manera que éstos sobresalen de la superficie unos 2 cm. Se implementó para trabajar polígonos, áreas y perímetros de los triángulos.

**Materiales Virtuales.** Algunas de las aplicaciones usadas en las clases son:

**Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales (NLVM).** Este software posee un gran número de actividades relacionadas con: números y operaciones, álgebra, geometría, medidas, análisis de datos y probabilidades. La aplicación utilizada de este programa fue:

**Geoplano circular.** Se implementa para el afianzamiento de los conceptos de polígonos (su clasificación) además de perímetro y área.

**GeoGebra.** con este programa se trabajaron los triángulos, líneas notables de triángulos, congruencias de triángulos, teorema de Pitágoras, área y perímetro de cuadriláteros, además de esto también se trabajó el círculo y la circunferencia (elementos de la circunferencia), posición de la recta con respecto a la circunferencia, polígonos y ángulos inscritos y semi inscritos de la circunferencia.

### Fase 3. Verificación y análisis de resultados

Esta fase se desarrolla en el primer semestre del 2014, de acuerdo con Restrepo (2004) se trata de constatar la efectividad de la intervención, implementando instrumentos como: encuestas

a estudiantes, encuestas a los docentes cooperadores y una actividad de verificación para los estudiantes, cuyo propósito era mirar la incidencia de las actividades desarrolladas durante el proceso de intervención y contrastar las percepciones de estudiantes y docentes cooperadores en cuanto al aprendizaje de las matemáticas, antes de la intervención, durante y después de ella.

La encuesta ([ver anexo](#)) a estudiantes tuvo como finalidad, conocer sus percepciones respecto al área de matemáticas después de la intervención, en ella los estudiantes expresaron sus opiniones sobre la implementación de materiales físicos y virtuales en la enseñanza de las matemáticas, las metodologías utilizadas por las docentes en formación y el impacto que generó en su proceso de aprendizaje.

La encuesta ([ver anexo](#)) a los docentes cooperadores como estrategia de reflexión sobre el proceso de intervención, consistió en indagar sus consideraciones respecto a la pertinencia de las metodologías y materiales implementados por las docentes en formación y los cambios percibidos en los estudiantes durante y después del proceso.

La prueba de verificación ([ver anexo](#)) consistió en conocer los avances obtenidos con la intervención, para se plantearon situaciones relacionadas con el componente geométrico de modo que se pudiera identificar habilidades propias de la competencia comunicativa.



## Análisis de los Resultados

Se realiza un análisis para contribuir al desarrollo de la competencia comunicativa, a partir de la construcción de representaciones geométricas mediante el uso de material físico y virtual. Se consideran los resultados obtenidos de las actividades desarrolladas antes y durante el proceso de la práctica pedagógica, las conclusiones u opiniones de estudiantes y profesores cooperadores; se presenta un análisis desde las habilidades en la competencia de comunicación matemática, desde el uso de los materiales físicos y virtuales y desde las percepciones de los estudiantes sobre las matemáticas, con el propósito de verificar el alcance del objetivo y responder a la pregunta de investigación de este proyecto.

Este análisis se presenta, desde las siguientes habilidades proporcionadas por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en la competencia de comunicación:

- ✓ Expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.
- ✓ Comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.
- ✓ Construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones.
- ✓ Hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas y reunir y evaluar información.
- ✓ Producir y presentar argumentos persuasivos y convincentes. (MEN, 1998, p. 74).

Con relación al proceso de construcción de las representaciones geométricas, se determinan en el presente trabajo tres de las habilidades anteriormente mencionadas, que permiten clasificar los procedimientos empleados por los estudiantes y sus avances en el

desarrollo de la competencia comunicativa. A continuación se presentan estas categorías, sin embargo lo concerniente a la parte oral se omite, puesto que no se hicieron grabaciones de audio ni de video, por lo tanto no hay análisis de episodios.

### Habilidad para expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas

En la medida en que el estudiante comprende e interpreta modelos visuales, se enfrenta a la necesidad de expresar y describir ideas matemáticas ya sea de forma oral o escrita, es así como puede apropiarse de conceptos teóricos y realizar mostraciones graficas o haciendo uso del material físico y virtual.

En una de las actividades de la prueba diagnóstica ([ver anexo](#)) se propuso la siguiente situación:

7) Luisa, que está en el punto A, quiere cruzar la calle hasta el punto B. Si cruza la calle en diagonal caminaría 5 m y si camina hasta el punto C recorrería 3 m ¿Cuánto mide el paso del punto C al punto A?

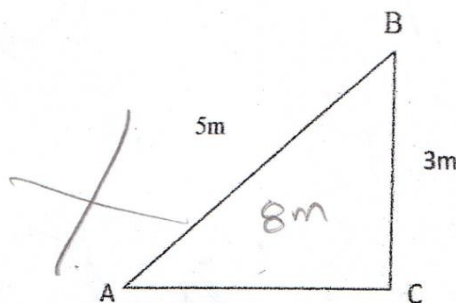


Ilustración 1. Respuesta al numeral 7, prueba diagnóstica.

En esta actividad muestra la representación gráfica de un triángulo rectángulo del cual se conocen las longitudes de dos de sus lados, el estudiante debe calcular la hipotenusa del mismo, se observa que el estudiante se le dificulta plantear la situación en términos algebraico operacional; de su respuesta se intuye que sumó la longitud de la hipotenusa con la longitud del cateto y de esta manera la respuesta obtenida se aleja de la que se obtiene al aplicar el teorema de Pitágoras.

En la prueba diagnóstica se identificó que el estudiante presenta dificultades para aplicar el teorema de Pitágoras,

En la prueba diagnóstica se identificó que el estudiante presenta dificultades para aplicar el teorema de Pitágoras, con el objetivo de suplir esas falencias se diseñan actividades que vayan encaminadas a la aplicación de éste, por ello se inicia desde la desigualdad triangular para construir bases para llegar al teorema. La actividad n°1, correspondiente al plan de clase n°2 ([ver anexo](#)), se plantea lo siguiente:

**¿Se puede construir un triángulo con cualquier combinación de regletas? Justifique su respuesta.**

*NO se puede construir triángulos con cualquier combinación de regletas porque hay regletas que tienen longitudes grandes y hay otras que son pequeñas y cuando intentan construir un triángulo no alcanzan*



*Ilustración 2. Construcción de triángulos.*

En la realización de esta actividad el estudiante construyó diferentes representaciones de triángulos mediante las regletas de Cuisenaire e interpretó las condiciones que se deben tener en cuenta para su construcción; además expresó de forma escrita (Ilustración 2), que no siempre tres longitudes determinan un triángulo (ver Ilustración). Se observa que el estudiante tiene claridad sobre la desigualdad triangular y su aplicación, esto se evidencia cuando escribe, muestra y describe lo realizado de diferentes formas.

A continuación se muestra la segunda parte de esta actividad que consistía en interactuar y construir triángulos con las regletas de Cuisenaire, para determinar las combinaciones que permitían o no formar un triángulo.

- Menciona cuáles combinaciones permite formar el triángulo y cuáles combinaciones no.

SE PUEDE FORMAR TRIANGULO CON LAS REGLETAS:

NARANJA LONGITUD 10  
 AZUL LONGITUD 9  
 ROSADA LONGITUD 4

→ ESCALENO

NARANJA LONGITUD 10  
 AZUL LONGITUD 9  
 CAFE LONGITUD 8

→ ESCALENO

NO SE PUEDE FORMAR UN TRIANGULO CON LAS  
SIGUIENTES REGLETAS: AMARILLA LONGITUD 5,  
NARANJA LONGITUD 10 Y ROSADA LONGITUD 4  
AZUL LONGITUD 9, AMARILLA LONGITUD 6 Y  
VERDE LONGITUD 3

Ilustración 3. Longitud de regletas y formación de triángulo.

De la respuesta presentada por el estudiante, se evidencia que su pensamiento trascendió lo lógico racional, mediante las combinaciones de regletas construye representaciones de triángulos asociados a la longitud de éstas; lo cual permitió al estudiante reconocer, expresar y describir de forma escrita, bajo qué condiciones se puede formar un triángulo y clasificarlo de acuerdo a sus lados.

Se presenta la tercera pregunta correspondiente a la misma actividad, consistía en encontrar alguna regla o patrón que involucra la desigualdad triangular.

- Con algunas combinaciones se puede construir un triángulo y con otras no ¿puedes observar alguna regla o patrón, que te indique la razón?

Note que cada vez que construyas un triángulo la suma de las longitudes de 2 lados eran mayor que el la longitud de tercer lado y cuando no lo construías era porque la suma de las longitudes de 2 regletas eran menor que el tercero

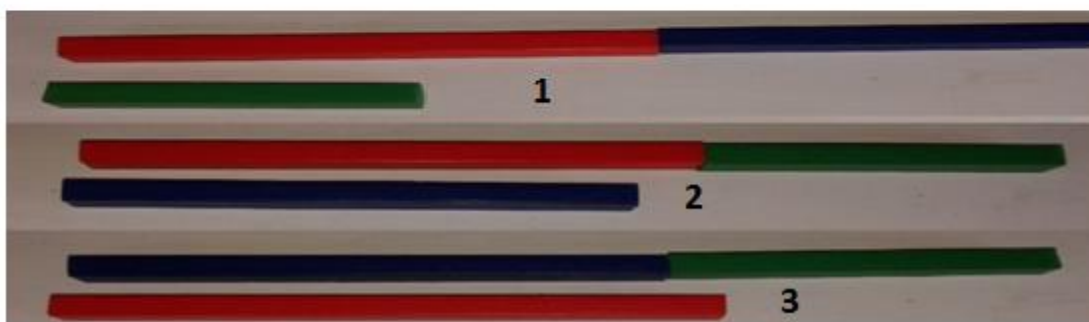
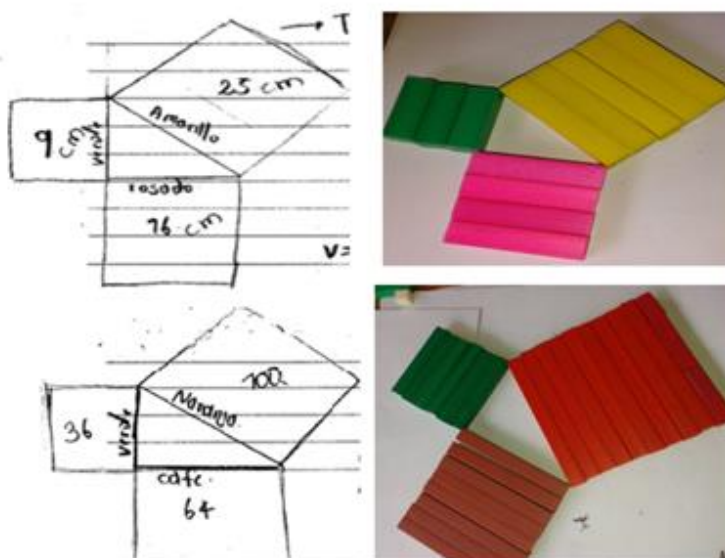


Ilustración 4. Análisis y comprensión de la desigualdad triangular a partir de la relación entre las longitudes de las regletas.

El estudiante expresa de forma gráfica y escrita (Ilustración 4), en qué casos es posible construir triángulos, reconociendo la propiedad de la desigualdad triangular; lo cual se evidencia cuando expresa sus conclusiones sobre la actividad desarrollada escribiendo, mostrando y describiendo lo realizado con las regletas.

Para el desarrollo del siguiente interrogante que corresponde a la actividad n° 5 del plan de clase n°2 se utilizan las regletas de Cuisenaire, para llegar a la representación del teorema de Pitágoras mediante la construcción de triángulos y las áreas cuadradas de sus lados.

- Construye un triángulo donde la suma de los cuadrados de sus catetos sea igual al cuadrado de la hipotenusa. Explica como lo has conseguido, ¿Qué clase de triángulo es?



Lo que hice fue armar los cuadrados de los lados de varios triángulos y luego al medir y medir se notó que en el triángulo rectángulo el cuadrado de un lado es igual a la suma de los otros dos lados.

Ilustración 5. Construcción del teorema de Pitágoras.

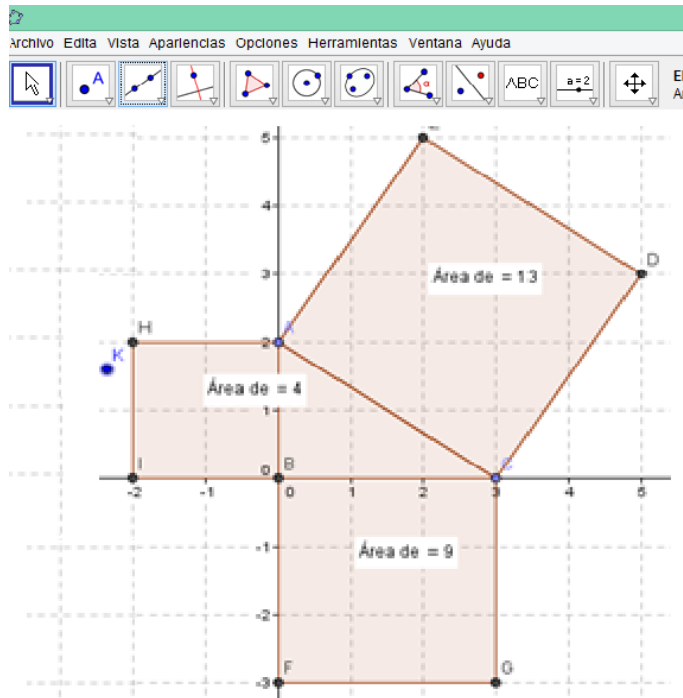
En esta actividad los estudiantes construyen la representación del teorema de Pitágoras con las regletas de Cuisenaire teniendo en cuenta la relación de la unidad de medida con las longitudes de cada lado del triángulo, para la formalización del teorema; un aspecto significativo es que el estudiante describe de forma espontánea como al medir y medir, es decir tras el proceso de ensayo y error llega a la formalización del teorema de Pitágoras.

Analizando la construcción realizada por el estudiante para llegar a la formalización del teorema de Pitágoras, surge la pregunta ¿Es posible que el estudiante sin las regletas de Cuisenaire hubiese llegado a esta conclusión?

Para llegar al teorema de Pitágoras (partiendo de la desigualdad triangular), se hizo necesario la utilización de las regletas de Cuisenaire en las diferentes actividades antes mencionadas; ya que el pensamiento es considerado una reflexión mediatizada del mundo, y dicha mediatización está en referencia al papel que desempeñan los instrumentos (Wertsch, 1993) lo cual facilitó al estudiante la comprensión del objeto matemático.

En la actividad de verificación se propone construir la representación del teorema de Pitágoras utilizando el software GeoGebra.

Como se vislumbra el teorema de Pitágoras según las áreas de los cuadrados.



a) El teorema se ve en las áreas de los cuadrados por que el area del cuadrado de un lado es 4 y el area cuadrada del otro lado es 9 y  $9+4$  es 13 entonces el area del cuadrado de la hipotenusa es 13

Ilustración 6. Respuesta al numeral 4, prueba de verificación.

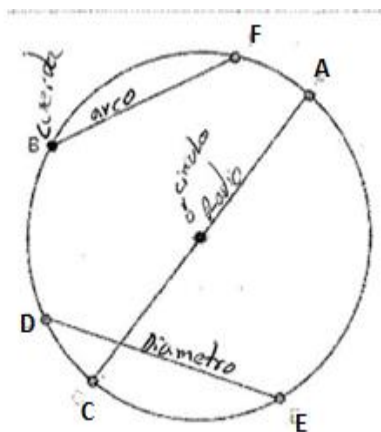
El resultado de esta interacción se sustenta en la visualización y comprensión del teorema de Pitágoras cuando el estudiante hace la mostración y construcción del triángulo rectángulo y la construcción de los cuadrados sobre los lados de triángulo mediante la interacción con GeoGebra, tal interacción permitió realizar modificaciones que lo llevaron a diferentes representaciones del mismo objeto (triángulo) y expresar sus ideas y conceptualizaciones en forma escrita, utilizando un lenguaje matemático. Así el instrumento virtual le permitió al estudiante demostrar y describir lo que estaba inicialmente planteado en un plano visual



**Habilidad para comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual**

Cuando el estudiante comprende e interpreta ideas presentadas de diversas maneras, adquiere la capacidad de generar proposiciones a partir de otras proposiciones dadas, confrontar procesos, representaciones y soluciones.

En esta actividad de la prueba diagnóstica ([ver anexo](#)), se presenta a los estudiantes de forma escrita, las definiciones de los elementos de la circunferencia para que los identifique y los ubique:



Observa la figura y en cada uno de los segmentos ubique cada uno de los elementos de la circunferencia definidos anteriormente (arco, círculo, cuerda, diámetro, radio y semicircunferencia)

*Ilustración 7.* Respuesta al numeral 4, prueba diagnóstica.

Se observa que el estudiante no logra ubicar los elementos de la circunferencia en la figura que la representa, reflejando dificultades para comprender e interpretar ideas que son presentadas por escrito y en forma visual.

Durante el proceso de la intervención en la actividad n° 1 correspondiente al plan de clases n°4 ([ver anexo](#)), se registró un avance en cuanto a la identificación de los elementos notables de la circunferencia presentada en la Ilustración 9; donde se le entregó a los estudiante la ilustración de una circunferencia con sus elementos notables, que fue realizada en el software GeoGebra.

1. Observa el dibujo y completar con el nombre de cada elemento dado

$\overline{AC}$  = diámetro ✓  
 $\widehat{AC}$  = Semicircunferencia ✓  
 $\overline{OA}$  = radio ✓  
 $\overline{CO}$  = radio ✓  
 $\overline{DE}$  = Cuerda ✓  
 $\widehat{DE}$  = Arco ✓  
 $\overline{BF}$  = Cuerda ✓  
 $\widehat{BF}$  = Arco ✓

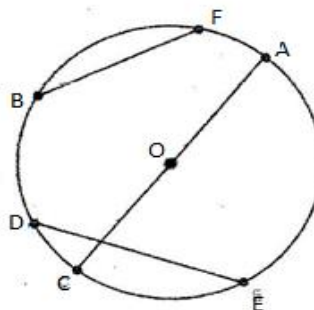


Ilustración 8. Elementos notables de la circunferencia.

De los resultados observados, el estudiante identifica y ubica los elementos notables en la circunferencia presentada; además de ello, muestra que conoce las notaciones simbólicas que se utilizan para nombrar los elementos de la circunferencia, al escribir y ubicar los nombres de cada uno de acuerdo a la gráfica (forma visual).

En la actividad n°2 correspondiente al plan de clase n° 4 ([ver anexo](#)) se propone la construcción del ángulo inscrito y central en una circunferencia utilizando la el software GeoGebra, para identificar y describir diferencias entre los dos elementos.

Explique con sus palabras qué diferencias existen entre el ángulo central y el inscrito de una circunferencia.

el ángulo central está compuesto por dos radios y el vértice es el centro de la circunferencia

el ángulo inscrito está compuesto por dos cuerdas que se unen en un punto de la circunferencia y forman el vértice.

Ilustración 9. Descripción del ángulo inscrito y central.

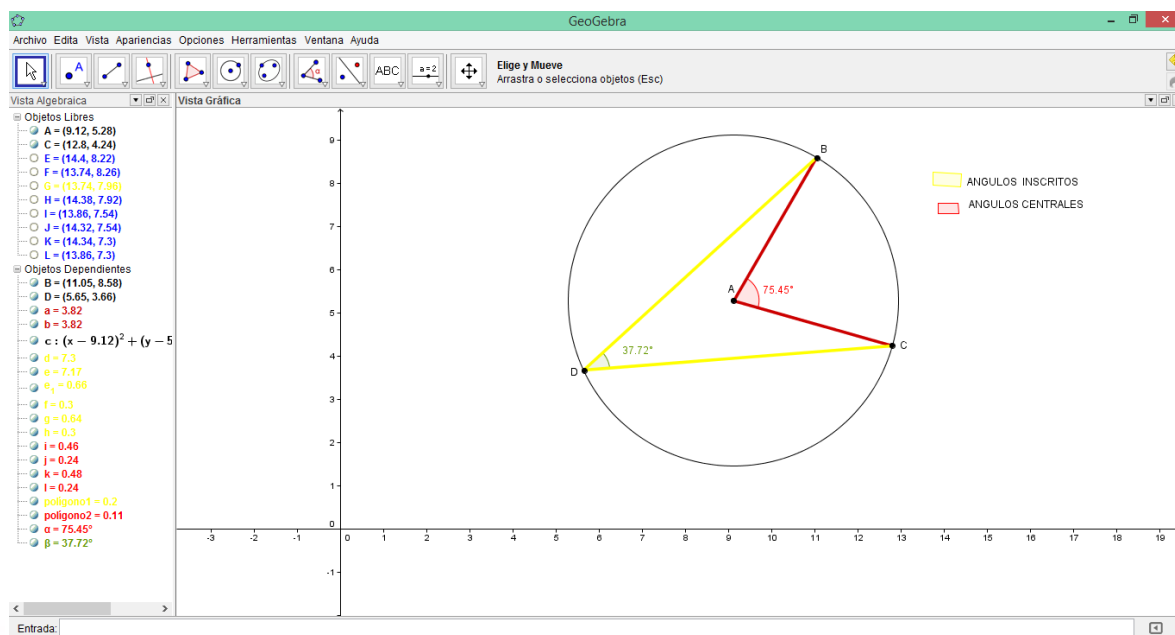


Ilustración 10. Construcción de Ángulo inscrito y central en GeoGebra.

La interacción con el software GeoGebra permitió al estudiante visualizar y establecer relaciones entre los ángulos centrales e inscritos de la circunferencia, lo cual se aprecia cuando realiza una caracterización entre la relación de dos elementos (el radio y la cuerda) y los lados de los ángulos mencionados, los cuales son presentados de forma escrita y visual.

Desde la prueba de verificación utilizando GeoGebra, se plantea al estudiante la construcción de varios ángulos (centrales e inscritos) en la circunferencia y a partir de la observación visual de la gráfica, mencionar características en común.

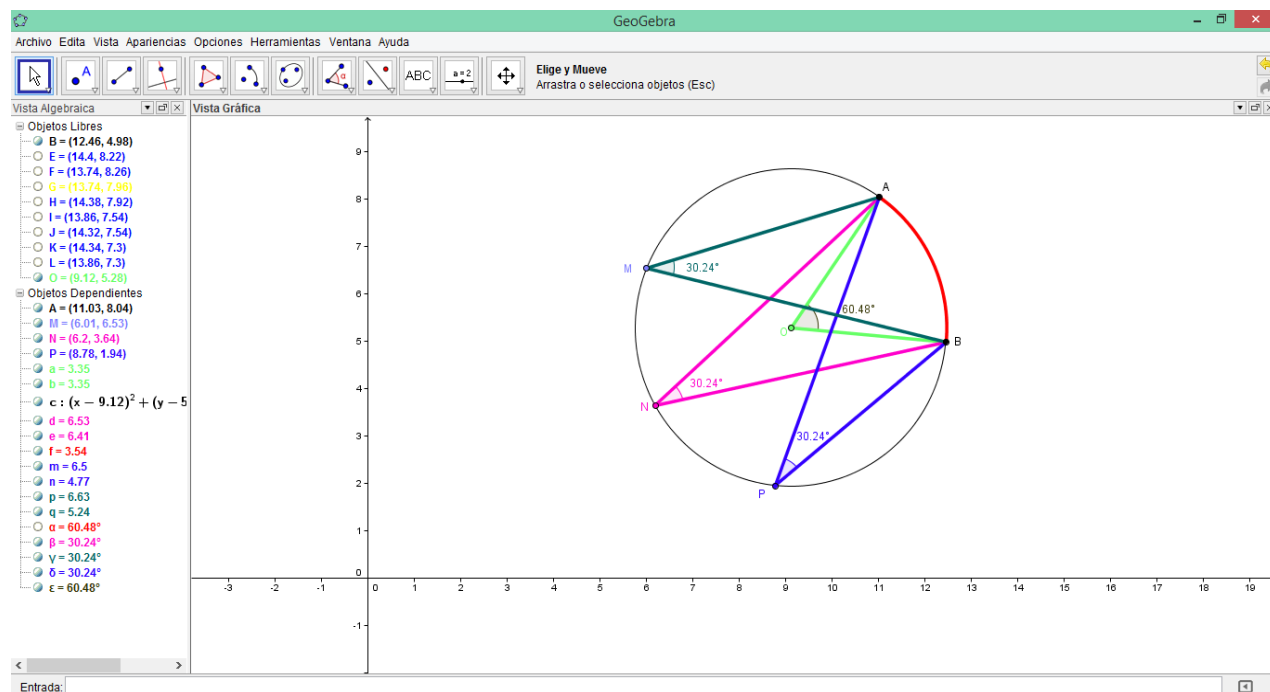


Ilustración 11. Construcción en el numeral 3, prueba de verificación.

A partir de la construcción realizada, se plantean las preguntas:

a) ¿Qué tienen en común los cuatro ángulos marcados y qué diferencia a uno de ellos?

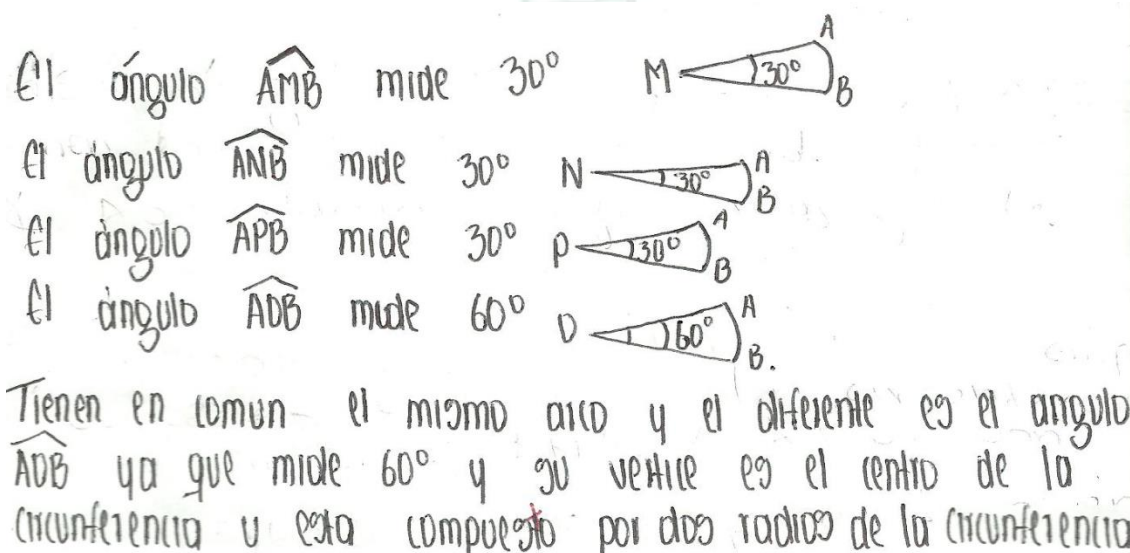


Ilustración 12. Respuesta al numeral 3, prueba de verificación.

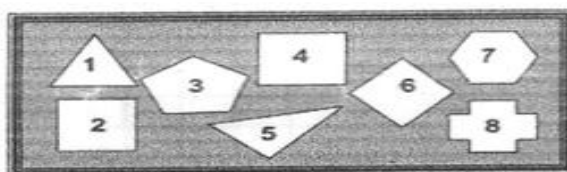
Mediante la interacción con el software, el estudiante identifica los elementos notables de la circunferencia, y a partir de la visualización de ésta, comprende e interpreta las características que debe poseer un ángulo para que sea inscrito o central. La validez de la respuesta del estudiante se atribuye a las representaciones gráficas que realiza a través del software y al conocimiento reflejado en la manera de implementar el lenguaje matemático y las notaciones simbólicas.

### Habilidad para construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones

Rico (2009) plantea “[...] es posible sostener que cada concepto matemático viene establecido por sus diferentes significados y usos y, por tanto, por diversas representaciones” (p. 10). Partiendo de este argumento, lo que se pretende con el desarrollo de esta habilidad es que el estudiante interprete y construya ideas considerando las relaciones entre los diversos sistemas de representación para un mismo concepto.

En la prueba diagnóstica se propone una actividad en la cual el estudiante, debía a partir de la observación de las figuras representadas en el recuadro, completar la información de la tabla con los nombres y características correspondientes a cada figura (Ilustración 13).

Camila realiza un trabajo para su clase de artes, el cual está formado por figuras como se muestran en el siguiente recuadro.



De acuerdo con lo anterior completar el siguiente cuadro.

figura	¿Es polígono regular o no? justifique	Nombre que recibe	características
1	si	rectángulo	lados = les
2	si	Cuadrado	lados = les
3	si		lados = les
4	si		lados = les
5	NO	triángulo	lados no = les
6	si		lados = les
7	si		lados = les
8	si		lados = les

Ilustración 13. Respuesta al numeral 1, prueba diagnóstica.

Se observa que el estudiante posee dificultades en la apropiación del concepto de polígono, presentando problemas para reconocerlos y diferenciar las figuras regulares de las irregulares, además tienden a confundir las características y nombres de éstos, lo cual indica la dificultad que presenta para reconocer las representaciones y justificar sus respuestas.

Durante el proceso de intervención, en la actividad n° 4 correspondiente al plan de clase n°1 ([ver anexo](#)), se abordan algunas actividades propuestas para trabajar con el manipulador virtual NLVM.

Situación: Usa la cantidad de bandas que necesites para generar figuras en el Geoplano.

Explora y describe las diferentes clases de figuras planas.

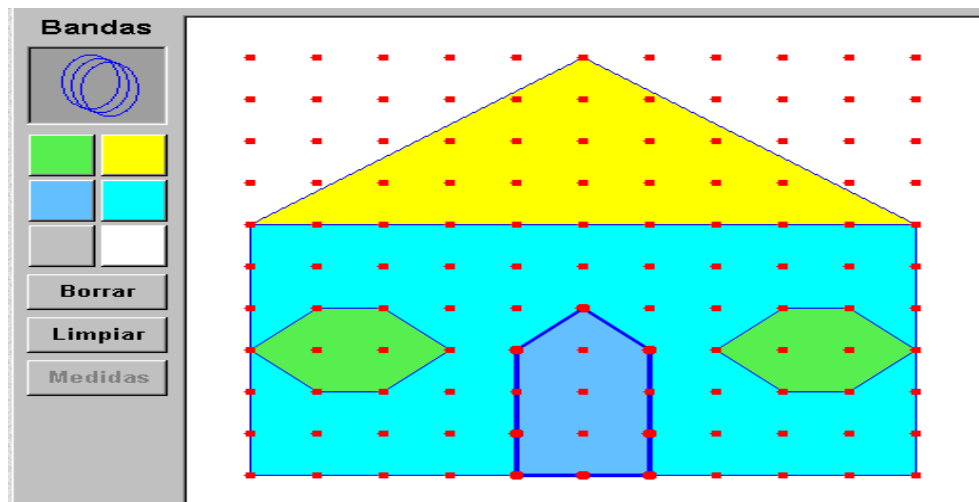


Ilustración 14. Construcción de polígonos en el NLVM.

La figura que realicé con las bandas fue una casa, el techo de la casa es un triángulo isosceles porque tiene dos lados iguales, el cuerpo de la casa es un rectángulo, las ventanas son hexagonos irregulares porque sus lados no miden lo mismo, y la puerta es un pentágono irregular porque sus lados son desiguales.

Ilustración 15. Descripción de la construcción realizada con polígonos.

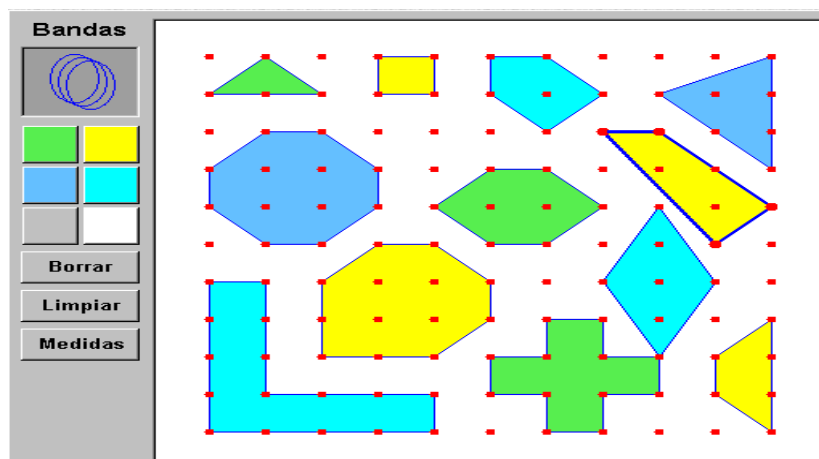


Ilustración 16. Construcción de polígonos en el NLVM.

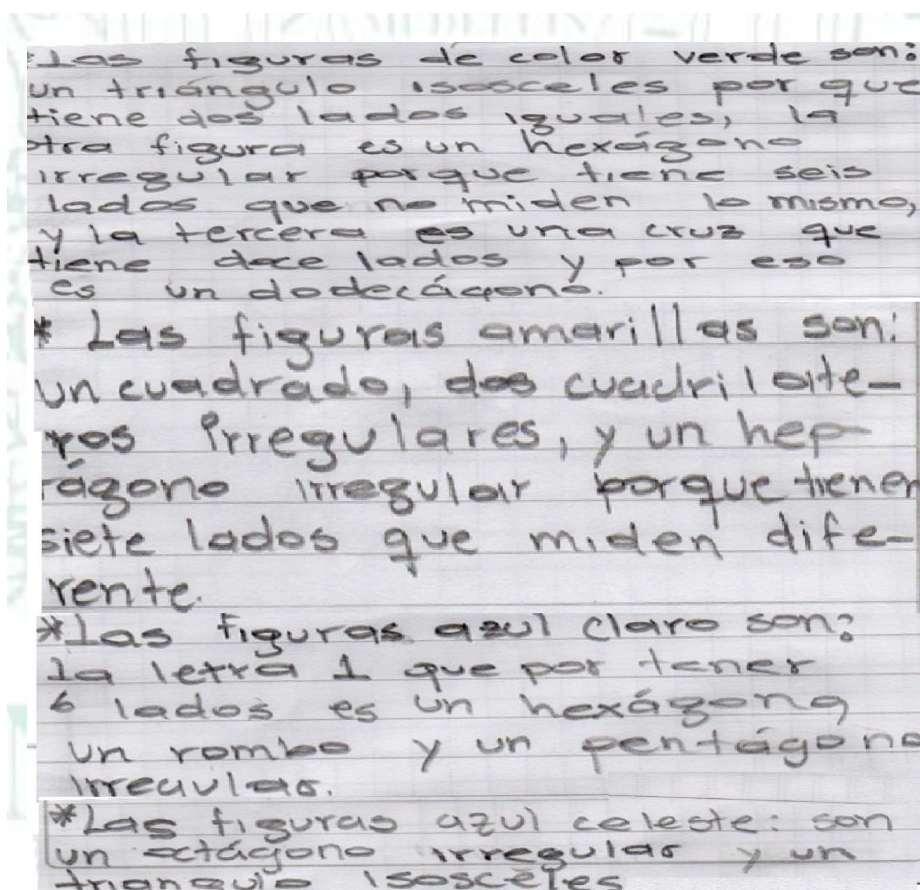


Ilustración 17. Descripción de la construcción realizada con polígonos.



El desarrollo de esta actividad mediada por el Apple Geoplano de la aplicación NLVM (Ilustraciones 14 y 16) contribuyó en la construcción y representación de diferentes polígonos. Es necesario aclarar que en esta parte del proceso, el estudiante identifica estas figuras de acuerdo a las longitudes de sus lados.

Durante el proceso de intervención en la actividad n°4 del plan de clase n°3 ([ver anexo](#)), se presenta la ilustración de cuadrados y rectángulos con diferentes áreas en el manipulador virtual NLVM, para abordar la relación entre el área del triángulo y del rectángulo a partir de algunas instrucciones y preguntas.

Mueve el vértice superior del triángulo a lo largo del borde superior del rectángulo y observa lo que sucede con el área del rectángulo. ¿Qué relación hay entre el área del rectángulo y el área del triángulo?

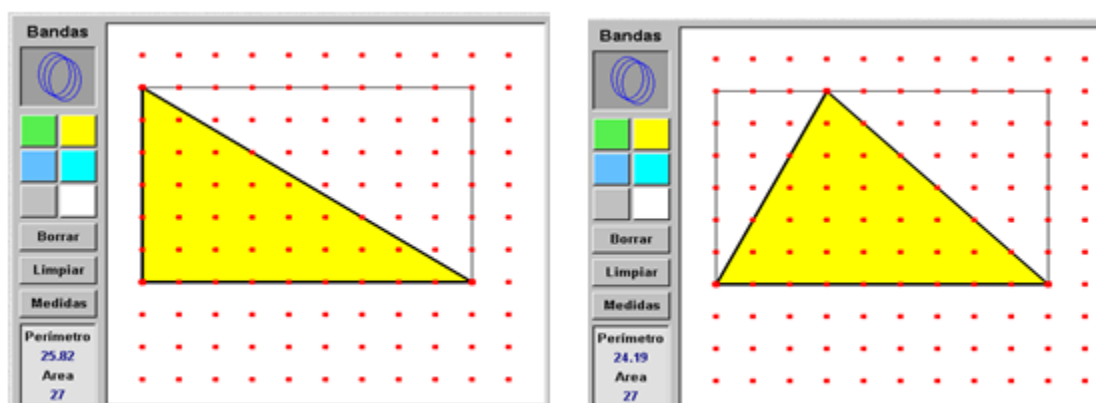
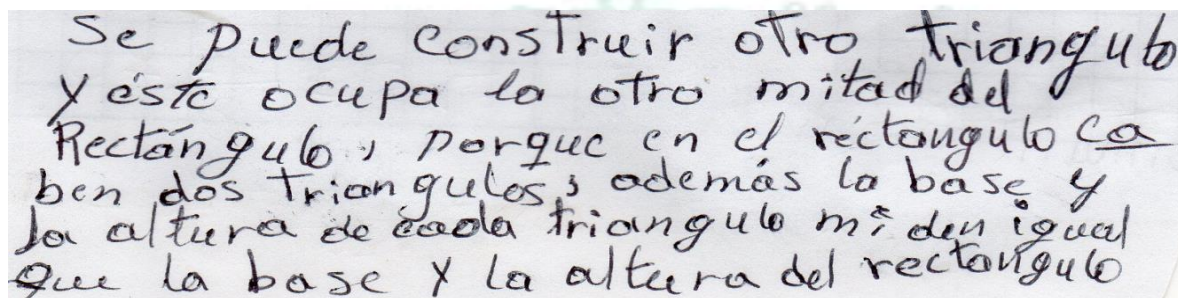


Ilustración 18. Relación entre áreas de triángulo en el NLVM.



Se puede construir otro triángulo  
y éste ocupa la otra mitad del  
Rectángulo, porque en el rectángulo ca-  
ben dos triángulos, además la base y  
la altura de cada triángulo miden igual  
que la base y la altura del rectángulo

*Ilustración 19.* Relación entre áreas del triángulo y rectángulo.

Mediante la interacción con el manipulador virtual NLVM el estudiante visualizó las diferentes representaciones sobre el mismo triángulo, al trasladar su vértice por los diferentes puntos del borde superior del rectángulo en el cual está inscrito, lo cual le permitió interpretar la relación entre las áreas de los polígonos; el estudiante liga varias representaciones de ideas cuando plasma en sus notas una representación escrita y concluye que en el rectángulo caben dos triángulos.

En la prueba de verificación ([ver anexo](#)) se utilizó una plantilla que representa el plano de una institución educativa, los estudiantes debían diferenciar las figuras representadas en ésta y calcular el perímetro de cada una.

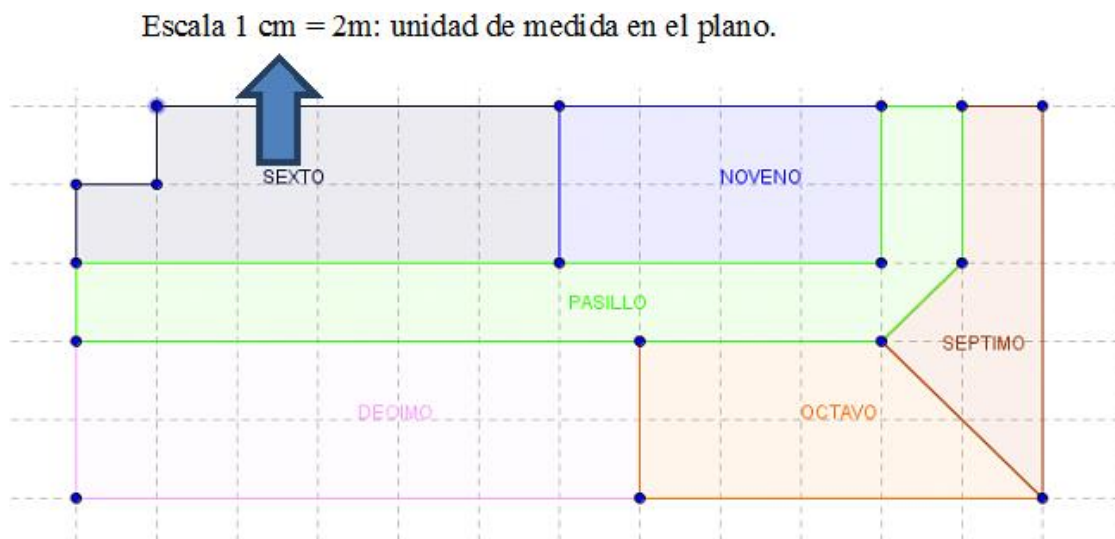


Ilustración 20. Plantilla de las aulas de una institución.

- c) ¿Qué polígono representa en el plano cada salón de clase?
- d) Calcula el perímetro de cada salón en centímetros y en metros. Describe el procedimiento utilizado.

Salón	Polígono que Representa	Perímetro en cm.	Perímetro en metro
Sexto	hexágono	16 cm	32 m
Septimo	Pentágono	11 cm	22 m
Octavo	Trapezio rectángulo	12 cm	24 m
Noveno	Cuadrilátero	12 cm	24 m
Decimo	Cuadrilátero	18 cm	36 cm

Ilustración 21. Respuesta al numeral c y d de la prueba de verificación, actividad N° 1.

El procedimiento que utilice, fue sumar cada lado de los salones para hallar el perímetro en centímetros y como en la vida real cada centímetro del plano equivale a 2 metros, entonces multiplique por 2 el resultado en cm y eso me dio la medida en metro.

*Ilustración 22.* Respuesta al numeral d de la prueba de verificación, actividad N° 1.

Ésta respuesta muestra que el estudiante identifica los distintos polígonos representados en la plantilla y halla el perímetro basado en el contorno de cada uno; es decir él hace una relación e interpretación al visualizar el contorno de las figuras y presentar el perímetro de cada una en centímetros y en metros, describiendo el algoritmo utilizado. Cabe resaltar que el estudiante al desarrollar las actividades, no revisa sus respuestas por el afán de salir al receso, tendiendo a equivocarse al escribir de forma rápida sus soluciones como se observa en la Ilustración 22.

Para el desarrollo de la siguiente actividad de verificación, se le entregó al estudiante las piezas del tangram, para que ellos realizaran construcciones de figuras planas, buscaran relaciones entre ellas y hallaran el área y perímetro de cada una (Ilustración 23).

Situación: Completa la siguiente tabla, de áreas y perímetros, teniendo el centímetro como unidad de medida cuadrada.

- Compara las áreas y perímetros de cada una de las figuras.
- Qué relación encuentras entre el área del cuadrado y el área del triángulo pequeño.








Figura	Nombre	Perímetro	Área	Cóncava o convexa
	triángulo grande	16 cm	16 cm <sup>2</sup>	Convexa
	triángulo grande	16 cm	16 cm <sup>2</sup>	Convexa
	triángulo Pequeño	8 cm	4 cm <sup>2</sup>	Convexa
	Cuadrado	8 cm	8 cm <sup>2</sup>	Convexa
	triángulo Pequeño	8 cm	4 cm <sup>2</sup>	Convexa
	Paralelogramo	12 cm	8 cm <sup>2</sup>	Convexa
	triángulo mediano	12 cm	4 cm <sup>2</sup>	Convexa

Ilustración 23. Respuesta al numeral a) de la prueba de verificación, actividad N° 2.

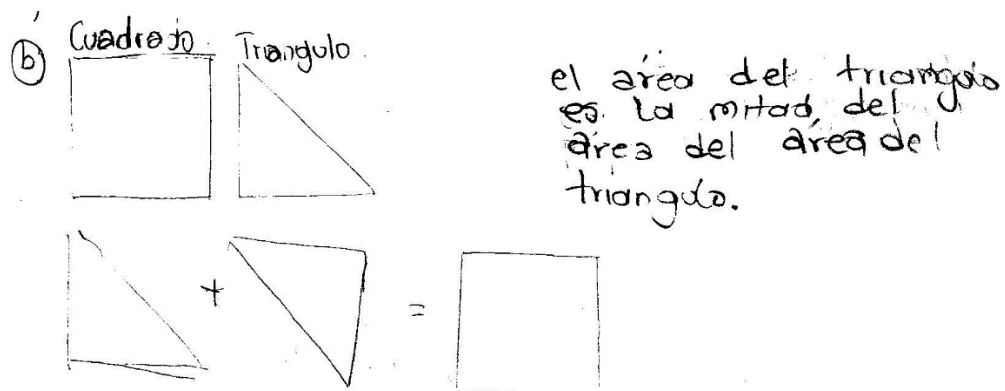


Ilustración 24. Respuesta al numeral b) de la prueba de verificación, actividad N° 2.

El estudiante interpreta las representaciones presentadas en la tabla y completa la información, mostrando conocimientos sobre área y perímetro. De la respuesta presentada en la Ilustración 24, se deduce su habilidad para ligar varias representaciones de ideas y de relaciones, lo cual se evidencia cuando toman como referente de medida las veces que cabe el triángulo más pequeño en el cuadrado.

Durante la primera fase del proyecto se aplica una actividad diagnóstica a los estudiantes del grado noveno correspondiente al área de geometría, en la cual se identificó dificultades en cuanto a la identificación y representación de polígonos, el conocimiento del teorema de Pitágoras, la circunferencia y líneas notables. En la fase de intervención se proponen actividades con materiales físicos y virtuales en busca de contribuir al desarrollo de la competencia comunicativa, lo que proporciona a los estudiantes elementos claves para el mejoramiento de su desempeño académico. El contacto con los materiales virtuales y físicos le ayuda al estudiante a otorgarle significado a los diferentes objetos matemáticos.

### **Impacto del uso de materiales físicos y virtuales**

Durante la etapa de intervención se implementaron manipulables físicos y virtuales para el desarrollo de algunas actividades establecidas en los planes de clase. Por lo tanto se hace necesario conocer la opinión de los estudiantes y profesores cooperadores acerca del impacto que éstos generaron en la enseñanza-aprendizaje.

Dentro de la encuesta realizada a los estudiantes en el proceso de la caracterización institucional, se indagó sobre los recursos empleados en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; algunas de las respuestas fueron:

En la enseñanza de las matemáticas, que materiales y recursos utiliza el profesor: Libros, calculadora científica

Estudiante 1

En la enseñanza de las matemáticas, que materiales y recursos utiliza el profesor: explicar el tablero y libro

Estudiante 2

*Ilustración 25.* Respuesta al numeral 9, encuesta de estudiantes. Proceso de caracterización institucional.

En las respuestas de los estudiantes se puede apreciar que el docente implementa los recursos que tradicionalmente se vienen utilizando para la enseñanza de las matemáticas, como son los libros de texto, tablero y calculadoras científicas.

En la encuesta aplicada a los estudiantes para evaluar los resultados obtenidos, se indaga sobre los materiales físicos y virtuales que generaron impacto en su aprendizaje; algunas de las respuestas que se obtienen son:

3) GeoGebra: Por fin el Programa nos ayuda a aprender mas rapido y con mayor facilidad por fin las actividades son mas faciles y divertidas y comparacion con las clases cotidianas

Estudiante 1

3) las regletas por que por que aprendi hallar el area y el perimetro

Estudiante 2

3) Si, mi mayor impacto a mi aprendizaje fue con (NCVM GeoGebra) porque era en computadores aunque los temas o cada paso se explicaban muy bien en fin todo me parecio excelente por las explicaciones

Estudiante 3

*Ilustración 26.* Respuesta al numeral 3, encuesta a estudiantes. Proceso de verificación.

Los estudiantes manifiestan que la implementación de los materiales ayudó en su proceso de aprendizaje, permitiéndoles comprender los conceptos matemáticos, además argumentan, que gracias a los materiales se les facilitaba comprender situaciones y representarlas de otra manera a la planteada por el docente, Además, les permitió realizar operaciones y verificar los resultados.

En este proceso de intervención, también es importante tener en cuenta la opinión de los docentes cooperadores; dentro de la encuesta de verificación que les fue aplicada, una de las preguntas planteadas se enfocaba en el cambio que percibían en los estudiantes durante y después de la intervención, en la cual se obtuvieron respuestas como las siguientes:



Mejoraron el rendimiento académico, tienen una actitud de trabajo y positiva

Maestro cooperador 1

El nivel de Responsabilidad y motivación además apropiación de los conceptos geométricos y Propiedades

Maestro cooperador 2

*Ilustración 27.* Respuestas al numeral 3, encuesta a docentes. Proceso de verificación.

Los docentes cooperadores expresan que los estudiantes tuvieron grandes avances en cuanto a su rendimiento académico, el nivel de responsabilidad y motivación por las clases, la metodología implementada por las docentes practicantes produjo un efecto positivo en los estudiantes, puesto que les permitió interesarse por las matemáticas.

A continuación se presenta otra pregunta correspondiente a la encuesta aplicada después del proceso de intervención, para indagar sobre la incidencia que tuvieron las estrategias utilizadas para el desarrollo de las clases.

¿De qué forma las estrategias utilizadas en cada una de las clases motivo a los estudiantes por el aprendizaje?

1 8 0 3

Como en las actividades planeadas, los alumnos manipulan objetos, juegan con ellos, trabajan en grupo, creaban conceptos, construían materiales esto los motiva a tener siempre buena disposición de trabajo.

Maestro cooperador 1

El hecho de que en cada clase se presente a los estudiantes una metodología diferente hace que mantenga el interés

Maestro cooperador 2

Ilustración 28. Respuestas al numeral 4, encuesta a docentes. Proceso de verificación.

Los docentes resaltan, como la implementación de materiales físicos y virtuales en la enseñanza de la geometría complementada con diferentes estrategias, generaron cambios frente al desinterés de los estudiantes en el desarrollo de las actividades. Además, mediante el uso de los materiales se puede ayudar a adquirir conceptos matemáticos, reconocer sus características y comprender propiedades de los diferentes objetos de la geometría, ello permite el desarrollo y fortalecimiento de la competencia de comunicación.

### **Desde la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas**

Con el fin de realizar un análisis sobre la percepción que tienen los estudiantes hacia las matemáticas se presenta un paralelo entre de la encuesta aplicada a los estudiantes antes de la intervención y después de esta.

Dentro de la encuesta realizada en el proceso de la caracterización, se indagó acerca de la percepción de los estudiantes hacia el área de las matemáticas; algunas de las respuestas presentadas fueron:

¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?  
 En la clase de matemáticas me siento muy  
 asarado porque la verdad no entiendo nada

Estudiante 1

¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?  
 Es importante para mí pero se hace  
 muy difícil para aprender y calcular

Estudiante 2

¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas?  
 que es muy difícil y muy complicada

Estudiante 3

*Ilustración 29.* Respuesta al numeral 9, encuesta de estudiantes. Proceso de caracterización institucional.

De las respuestas presentadas anteriormente, se infiere que los estudiantes reconocen la importancia de las matemáticas, aunque consideran que son complicadas y se les dificulta la comprensión de la misma.

Respecto a las respuestas de la encuesta realizadas a los estudiantes después de la intervención, se muestra un cambio frente a la percepción de las matemáticas, teniendo en

cuenta la utilización de materiales físicos y virtuales. Al respecto algunos de los estudiantes respondieron lo siguiente:

me parece que al utilizar materiales físicos y virtuales el aprendizaje mejora tanto para los alumnos y profesores por que es mas facil aprender de manera dinamica y divertida y ayuda a los profesores a enseñarnos con mas facilidad

Estudiante 1

El es muy importante en nuestra vida diaria ya que nos ayuda a poner a prueba nros tras capacidades intelectuales y nos ayuda a compartir con nuestros compañeros y profesores.

Estudiante 2

muy buena por que fue divertido trabajar con esos materiales y por que nos ayudan a nuestra capacidad para resolver las cosas

Estudiante 3

*Ilustración 30.* Respuestas al numeral 1, encuesta a estudiantes. Proceso de verificación.

De lo expresado por los estudiantes, se puede decir que las actividades desarrolladas en las clases de matemáticas eran realizadas de la misma manera, creando monotonía y desinterés en los estudiantes frente a ésta.

Antes de la intervención los estudiantes manifestaban apatía frente al área de matemáticas, por la forma en que les ha sido enseñada y los materiales utilizados (libros de texto, tablero y calculadoras científicas); a partir de esta información se diseñan y aplican actividades

implementando los manipulables físicos y virtuales con los que cuenta la institución. Al finalizar esta experiencia los docentes cooperadores expresan que el uso de los materiales ayudó a mejorar el nivel académico y actitudinal de los estudiantes en el área de matemáticas, quienes consideran que la utilización de los materiales implementados facilitan el proceso de aprendizaje de las matemáticas, puesto que reconocen no solo el aporte a la consolidación de saberes, sino también el gusto por el trabajo en equipo.

## Conclusiones y recomendaciones

Este proyecto presentó como objetivo: Contribuir al desarrollo de la competencia comunicativa, en la construcción de representaciones geométricas mediante el uso de material físico y virtual en la Institución Educativa Turbo. El objetivo se evidencia en el análisis de las actividades realizadas por los estudiantes durante la intervención en la medida en que los procesos realizados están mediados por materiales (físicos y virtuales) y favorecieron la comunicación a través de la expresión escrita, el intercambio de opiniones, discusiones y diversas representaciones acerca del objeto de conocimiento.

Las actividades desarrolladas en el grado noveno de la institución, permitieron crear ambientes dinámicos de aprendizaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ofreciendo diferentes estrategias desde la orientación de sus procesos hasta el fortalecimiento de la competencia matemática de comunicación mediante la implementación de materiales físicos y virtuales en la construcción de representaciones geométricas.

Los materiales físicos y virtuales se tornaron necesarios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes en la medida que ayudan a inducir situaciones matemáticas y geométricas, no porque las nociones matemáticas se deriven del material, sino, por la asimilación del significado de los conceptos que surgen de las acciones sobre ellos las cuales contribuyen al mejoramiento de los niveles de pensamiento, en otras palabras, en la medida en que el estudiante interactúa con un material, éste se convierte en un mediador durante el proceso de aprendizaje.

Los diarios de proceso se constituyeron en un instrumento de reflexión y análisis desde el campo disciplinar, didáctico y pedagógico; aspectos como los materiales empleados, indicadores de desempeño, temáticas abordadas, descripción de las actividades, fortalezas y debilidades a partir el objetivo del proyecto y la problemática planteada, permitieron diseñar estrategias de mejoramiento para próximas clases y retroalimentar el proceso de formación como maestros.

De acuerdo a los resultados de esta experiencia, se recomienda a la institución, revisar para posibles modificaciones el PEI, donde se implemente nuevas metodologías, las cuales involucren los espacios y materiales con los que cuenta, para el proceso de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. Además, ofrecerle a los docentes talleres de formación, que permitan integrar al currículo los materiales físicos y virtuales, con el propósito de brindar a los estudiantes ambientes de aprendizajes, en los cuales se genere motivación y participación activa durante las clases.

A nivel institucional se recomienda establecer la competencia comunicativa como un segundo eje en el plan de área, para contribuir en el desarrollo de la competencia en la cual se encuentra enmarcado: la resolución de problemas, la cual es una competencia que integra componentes de carácter interpretativo como argumentativo y propositivo.

Es recomendable para los docentes del área de matemáticas, que se formen en la utilización de los materiales (físicos y virtuales), ya que estos se convierten en herramientas que ayudan a comprender, comunicar y visualizar entes abstractos; en la medida en que fomentan acciones de experimentación, observación y reflexión necesarias, para construir sus propias ideas matemáticas.

Una vez terminado el proceso de intervención y de práctica profesional, se rescata la importancia y pertinencia de este proyecto, que nos abre nuevos horizontes en nuestra formación profesional en la medida en que permitió acercarnos a una forma de investigación, para conocer particularidades del contexto institucional, con el objetivo de diseñar estrategias didácticas y metodológicas aterrizadas en las condiciones sociales y culturales de la comunidad estudiantil.



## Referencias bibliográficas

- American Psychological Association. (2001). *Publication manual of the American Psychological Association*. Washington, D.C.: el autor.
- Cascallana, M. (2002). *Iniciación a la Matemática: Materiales y recursos didácticos*. Torrelaguna, Madrid: Santillana.
- D'Amore, B. (2004). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noéticas: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Uno, Barcelona: España.
- Escobar, J. (2007). *Evaluación de aprendizajes en el área de matemáticas, un acercamiento desde la función formativa de la evaluación*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Fernandez (2007). *Planes de Clases*. Recuperado el día 9 de agosto de 2013 de <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/docentes/1596/>
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Utrecht: Reidel Publishing Co.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada: GAMI, S. L. Recuperado el 30 de julio de 2013 de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Isoda, M. & Olfos, R. (2009). *El plan de clases*. Capítulo 12: CRICED
- Laborde, C. (1998). *Cabri Geómetra o una nueva relación con la geometría*. En L. Puig, (Ed.): *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. Colombia: Universidad de los Andes
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley General de Educación*. Recuperado el 22 de octubre de 2013, de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-85906.html>.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos Primera edición*, Bogotá, D.C

- Modelo pedagógico. (2012). *Desarrollista con enfoque social basado en competencias*. Institución Educativa Turbo.
- Moreno, A., & Waldegg, G. (2002). *Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas*. CINVESTAV-IPN. Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. (p. 64)
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*. Dordrecht: Kluwer.
- Núñez, P. (2004). *La gestión de la información, el conocimiento, la inteligencia y el aprendizaje organizacional desde una perspectiva socio-psicológica*. ACIMED. Volumen 12. N. 3. Recuperado el 24 de octubre de 2013, de [http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol12\\_3\\_04/aci04304.htm#cargo](http://bvs.sld.cu/revistas/aci/vol12_3_04/aci04304.htm#cargo)
- PISA. (2004). *La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. Un nuevo marco de evaluación*. Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Radford, L. (1998). *On signs and representations. A cultural account*. *Scientia Pedagogica Experimentalis*, 35(1), 277-302.
- Ramírez, A. (2009). *La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria*: Universidad Autónoma de Barcelona. Recuperado el 2 de abril de 2014, <http://edumat.uab.cat/didactica/files/compartits/angela-ramirez.pdf>
- Rebaza, I. (s.f.). *El material educativo en el proceso de enseñanza- aprendizaje en la educación inicial*. Recuperado el 20 de octubre de 2013 de <file:///C:/Users/Sandra/Downloads/530-1105-1-PB.pdf>
- Restrepo, B. (2002). *Una variante pedagógica de la investigación-acción*. *Educativa*. Recuperado el 20 de octubre de 2013 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>
- Restrepo, B. (2004). *La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico*. Recuperado el 20 de octubre de 2013 de <http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF>
- Resultados pruebas saber Icfes (2012). Recuperado el 8 de mayo de <http://www.icfes.gov.co>
- Rico (2009). *Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática*. Huelva, España: Editorial Hergué

Salamanca, B. & Crespo, M. (2007). *El diseño en la investigación cualitativa Investigación*. Departamento de Investigación de FUDEN. Recuperado el 20 de octubre de 2013 de [http://www.nureinvestigacion.es/ficheros\\_administrador/f\\_metodologica/fmetodologica\\_26.pdf](http://www.nureinvestigacion.es/ficheros_administrador/f_metodologica/fmetodologica_26.pdf)

Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*: Arfos. Bogotá Colombia

Schon, D. (1987): «*Educating the Reflective Practitioner*». Presentation to the 1987 meeting of the American Educational Research Association. Washington, D.C.

Wertsch, J. (1993). *Voces de la mente*. Madrid: Visor Distribuciones



## Anexos

Anexo 1. Caracterización de la institución

Anexo 2. Recursos y material didáctico

Anexo 3. Resultados de Pruebas Icfes

Anexo 4. Encuesta a docentes

Anexo 5. Encuesta a estudiantes

Anexo 6. Prueba diagnóstica

Anexo 7. Análisis de resultados de la prueba diagnóstica por competencias

Anexo 8. Encuesta de verificación docentes

Anexo 9. Encuesta de verificación estudiantes

Anexo 10. Actividad de verificación

Anexo 11. Planes de clase N<sup>a</sup> 1

Anexo 12. Planes de clase N<sup>a</sup> 2

Anexo 13. Planes de clase N<sup>a</sup> 3

Anexo 14. Planes de clase N<sup>a</sup> 4

Anexo 15. Diarios de procesos

Anexo 16. Grabación de entrevista

Anexo 17. Carta de permiso a entrevista