Un acercamiento histórico al concepto de sucesión: el momento de los números poligonales

Gustavo Alexander López Parra

Jorge Luis López Posada

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes

2014

Un acercamiento histórico al concepto de sucesión: el momento de los números poligonales

Gustavo Alexander López Parra

Jorge Luis López Posada

Asesor:

John Henry Durango Urrego

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes

2014

Dedicatoria

Esta memoria escrita de investigación está dedicada, en primer lugar, a las personas que directa e indirectamente aportaron al proceso y culminación de este trabajo; en segundo lugar, a nuestros familiares quienes con su presencia y amor incondicional nos ayudaron a seguir adelante y no nos dejarnos desfallecer en los momentos críticos, y en tercer lugar, a nuestros amigos que nos acompañaron y nos apoyaron para terminar este proceso.

Agradecimientos

En primer lugar, agradecemos a nuestro asesor John Henry Durango Urrego por permitirnos hacer parte de su grupo de trabajo y quien nos acompañó durante el proceso y creación de la investigación, brindándonos su apoyo y su conocimiento de manera incondicional.

En segundo lugar, a nuestras familias que nos apoyaron y nos ayudaron para llevar a cabo este trabajo de investigación.

Tabla de Contenido

Tabla De Ilustraciones

Resumen

Desde los orígenes de la humanidad, la relación entre el hombre y su búsqueda del conocimiento en torno al origen del universo ha acarreado la necesidad de apuntar ha poder manipular su entorno, cabe afirmar que las primeras manifestaciones y elaboraciones matemáticas estuvieron relacionadas con el entorno, de esta manera, la historia ha dado cuenta de procedimientos racionales que se validan mediante un sistema lógico y universal.

El concepto de número poligonal ha sido considerado como uno de los conceptos importantes de las matemáticas, en parte porque a nivel histórico se ha consolidado como un modelo que implica la búsqueda de relaciones, la producción de conjeturas y la validación de algunos supuestos surgidos de gráficos. Además, que el reconocimiento de los números poligonales permite un acercamiento a la historia de los números y facilita la manipulación y producción de fórmulas a través de la visualización de las mismas en el campo geométrico con procesos de razonamiento inductivo (Ortiz, 2009. p.6.).

En el primer capítulo se presentan los resultados de una indagación sobre los aspectos históricos y epistemológicos que estuvieron ligados a la consolidación del concepto de número poligonal. En esta revisión se consideran tres momentos específicos, donde se pretende retomar la idea de que una mirada a la historia debe ir más allá de un simple recorrido anecdótico y circunstancial, de esta manera la historia permite la identificación de ideas sobre la evolución de los conceptos, las concepciones y principales dificultades que ha afrontado hasta constituirse en su estado actual en la medida que puede ofrecer

reflexiones de tipo didáctico que posibilitaría el diseño de situaciones al interior del aula de clase. Adicionalmente el reconocimiento de la historia evidencia procesos de desarrollo de un pensamiento matemático, aunque no acabado, sin embargo sí requiere de sujetos que puedan aplicarla y transformarla, proponer e interpretar para aplicarlo de manera significativa al contexto en el que están inmersos.

Abstract

From the origins of humanity, the relationship between man and his quest for knowledge about the origin of the universe has led to the need for it arises second elaborations and knowledge that aim to manipulate your environment, it can be said that the first manifestations and elaborations mathematics were related to the environment, so the story has realized that sound procedures are validated by a logical and universal system.

The concept of polygonal number has been considered one of the most important concepts of mathematics, partly because historical level has become a model that involves seeking relationships, production of conjectures and validating some assumptions arising from graphics. In addition to the recognition of polygonal numbers allows an approach to the history of numbers and facilitates the handling and production of formulas by viewing them in the field with geometric inductive reasoning processes (Ortiz, 2009 p.6.).

In the first chapter the results of an inquiry into the historical and epistemological aspects that were linked to the consolidation of the concept of polygonal numbers are presented. In this review we consider three specific times, which is to regain the idea that a look at the story should go beyond simple anecdotal and circumstantial tour, so the story allows the identification of ideas about the evolution of concepts , conceptions and main difficulties encountered to become its current state to the extent that it can offer didactic reflections that would enable the design of situations within the classroom. Additionally, the recognition of the evidence development process history of mathematical thought,

though not finished, however it does require subjects to apply and transform, and interpret propose to apply significantly to the context in which they are immersed.

Introducción

En esta memoria escrita se encuentra plasmada el resultado de una investigación de corte teórico, en el cual, en primera instancia se realizó un rastreo a través de la historia de las matemáticas documentada en algunos textos bibliográficos, publicaciones oficiales e inclusive archivos[1], con el fin de encontrar evidencias acerca de la génesis del estudio del concepto de los números poligonales.

Esta memoria escrita de investigación se desarrolla en cinco (5) capítulos:

En el **capítulo I,** se presenta el problema de investigación resaltando algunos aspectos respecto a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y la importancia de involucrar en este proceso la historia de las matemáticas, constituyendo así la pregunta de investigación y el objetivo con el cual se dio respuesta a la misma.

El **capítulo II** da cuenta de la metodología utilizada para llevar a cabo la investigación, esta está conformada por seis pasos.

En el **capítulo III** se presentan los resultados del rastreo bibliográfico. Dicho rastreo se realizó a partir de la identificación de los aportes y hallazgos logrados por algunos autores con respecto al estudio de dicho concepto.

Las conclusiones de la investigación se encuentran en el **capítulo IV,** donde se relacionaron las evidencias encontradas sobre el desarrollo del concepto antes mencionado,

[1]Estos entendidos desde Julio Arostegui (2001) como herramientas técnicas de observación documental.

con la educación matemática, para lograr elaborar unas consideraciones finales sobre las posibles relaciones existentes.

Finalmente, **el capítulo V,** hará explícito por medio de los anexos la estrategia fundamental de esta investigación, las fichas bibliográficas, allí se abordan a través de la historia y de diversos autores la configuración del concepto de número poligonal.

Justificación

El interés por la historia de las matemáticas y la estrecha relación de ésta con el campo de formación de los investigadores en Educación Matemática, inspiró la realización de una investigación que buscara desde una perspectiva histórica la presentación de un concepto, específicamente, el concepto de los números poligonales como la puesta en escena del razonamiento inductivo, y cómo estos forman parte del concepto de sucesión. Dicho concepto, avalado por su presencia durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Por ello se optó por iniciar un proceso de recolección de información, con el cual se pretendía el hallazgo de evidencias históricas que dieran cuenta del desarrollo que tuvo este concepto (números poligonales) en diferentes épocas, de una forma articulada.

Algunas veces en la vida cotidiana de la escuela se emplean conceptos indiscriminadamente sin prestarles atención, pues sabemos cuál es su función o utilidad al referirnos a ellos, pero ¿nos hemos puesto, alguna vez en la tarea de pensar más en su significado?, ¿se podría definir cada concepto utilizado en alguna conversación o argumentación? Contextualizar estas cuestiones, en lo que tiene que ver con las Matemáticas, nos remite, por ejemplo, cuando utilizamos la palabra número para referirnos a algún cálculo, conteo o simplemente para hacer referencia a un símbolo, pero ¿todos saben que es número? ¿O realmente lo que se sabe o conoce de este concepto es su representación y su funcionamiento (aplicaciones)?, éstas preguntas pueden tener una respuesta inmediata. Sin embargo, ¿Cómo surgió? ¿Por qué se creó el concepto? y ¿cómo se desarrolló o se definió a través de la historia? Son cuestiones que valdrían la pena responder.

Ahora bien, con respecto a la diversidad de conceptos matemáticos que utilizamos diariamente, la mayoría de las personas encontrarían dificultad tratando de responder preguntas de este estilo, sin lograr hacerlo de una manera satisfactoria. Por esta razón, esta investigación se inspiró en la importancia que tiene conocer la génesis de los conceptos matemáticos para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, específicamente, el concepto de sucesión, tratado a partir del momento de los números poligonales, que es uno de los concepto que pone en evidencia el razonamiento inductivo.

CAPÍTULO I

1. Planteamiento Del Problema De Investigación

La Educación Matemática vista como un campo de estudio ha brindado la posibilidad de que las investigaciones que se lleven a cabo involucren factores determinantes dentro de los procesos educativos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Grandes aportes se han logrado entre el estudio de las matemáticas y su estrecha relación con la Educación Matemática, éstos apuntando a una especie de re-humanización y re-educación de los saberes matemáticos, donde estos puedan ser contextualizados y enseñados a los estudiantes como resultado de la actividad humana, tal cual lo propone Zapico (2006), vista como un constructo humano, no ajeno ni inaccesible para aquel que desee y tenga la intención de comprenderlo, de conocerlo, interesarse y curiosearse por dicha construcción.

Además, algunas de las apreciaciones que se encontraron presentadas en trabajos de investigación en Educación Matemática, coinciden en que tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas presentan un gran bache entre su contenido teórico y su contenido práctico, convirtiéndose la escuela en el escenario primario que permite evidenciarlo. Evidencia de lo anterior se puede percibir en Recalde (2008), en su trabajo sobre la relación entre historia y Educación Matemática, donde sostiene que la historia y la enseñanza de las matemáticas están relacionadas de una forma dicotómicamente opuestas, bien sea por la sobrevaloración de la historia de las matemáticas o por la incidencia mínima de la historia en la formación matemática. De igual forma, sigue sosteniendo Recalde (2008), que la historia de las matemáticas no sólo debe apuntar a la presentación de conceptos, sino también a ser escrita y retomada a partir de la preocupación por el proceso de enseñanza-aprendizaje. A raíz de esto, se puede evidenciar una sensación frente a la idea de que el conocimiento matemático tiene esa tendencia a ser considerado y presentado como un conjunto de contenidos llevados a la escuela como únicos, estáticos y acabados; además, con un alto grado de información desvinculada y no llevada a un proceso de reflexión, acarreando estudiantes y profesores inseguros, desconocedores, temerosos y con una concepción de las matemáticas poco apropiada (en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje). Al respecto afirma Alvarado (2001):

> *Existe una fuerte prevención casi cultural frente a la enseñanza de las matemáticas, que destaca su dificultad, la cual es transmitida de generación en generación, evitando la profundización en el tema o creando serios vacíos conceptuales que ahondan la problemática de las matemáticas en los grados siguientes, lo que puede fomentar la apatía, el desinterés y la creación de mitos alrededor de su enseñanza y aprendizaje* (p. 29).

Frente a esto, la existencia de una herramienta que permita restablecer ese vínculo entre el conocimiento matemático y la Educación Matemática brinda una visión global del rol que deben cumplir en el aula de clase, a partir de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Para ello, la historia se convierte en aquella herramienta que permite establecer procesos de reflexión y justificación de los conocimientos no sólo matemáticos, sino también generales, por ello lo que afirma Salkind (1998):

> *Entender la naturaleza histórica de un fenómeno es a menudo tan importante como entender el fenómeno mismo. ¿Por qué? Por la sencilla razón de que no podemos evaluar ni apreciar plenamente los avances logrados en una ciencia sin entender un poco el contexto dentro del cual tuvieron lugar tales avances (p. 125).*

Ahora, a la luz de la relación que se puede establecer entre la historia, el conocimiento matemático y la Educación Matemática, se encuentra la importancia de considerar la historia como herramienta que permita, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas entre los profesores y estudiantes, lograr un acercamiento humanizado y consciente del desarrollo y evolución de los diferentes objetos matemáticos que se presentan en la escuela, siendo esta, uno de algunos otros contextos en los cuales prima la idea del vínculo entre la matemática y su historia, para facilitar el aprendizaje y la enseñanza. Por un lado afirma el Heiede (1992):

> *Si ustedes no son conscientes que las matemáticas tienen una historia, entonces no han enseñado matemáticas, ya que han estado privados de una parte imprescindible de ella. […], pero ustedes no son profesores de matemáticas si no enseñan también la historia de las matemáticas cuando enseñan matemáticas (p. 152).*

Al respecto en esta misma tendencia, encontramos que los Lineamientos Curriculares, aluden: "Aceptar que el conocimiento matemático es resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento (MEN, 1998 pp. 29).

Adicionalmente, se puede entender que el vínculo entre el conocimiento matemático y la Educación Matemática mediado por la herramienta de la historia tiene un alcance amplio donde interactúan procesos y aspectos claves. Frente a lo anterior, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas de Colombia encontramos:

> *El conocimiento de la historia proporciona además una visión dinámica de las matemáticas y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales e interconectados con los avances de otras disciplinas, lo que trae consigo importantes implicaciones didácticas: posibilidad de conjeturar acerca de desarrollos futuros, reflexión sobre limitaciones y alcances en el pasado, apreciación de las dificultades para la construcción de nuevo conocimiento (MEN, 1998. p.30).*

En este sentido, es notable la relevancia que presenta el hecho de que las Matemáticas (o más bien, los contenidos matemáticos) deban estar directamente vinculadas a su construcción histórica, no sólo desde el punto de vista de la formalidad científica sino también desde la educativa, debido a que esta visión puede ayudar a la toma de conciencia de los diferentes aspectos que subyacen el procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En esta línea de ideas, encontramos que la aparición del binomio Educación Matemática – Historia de las Matemáticas (EM-HM) ha ido emergiendo en el contexto de la investigación en educación y didáctica de las matemáticas, tal cual se puede evidenciar mediante los estudios y aportes realizados por el profesor Guacaneme (2013), en su trabajo acerca del tipo de historia de las matemáticas que debe ser apropiada por un profesor.

En este trabajo Guacaneme (2013) retoma el papel de la Historia de las Matemáticas en la constitución del conocimiento y educación del profesor de matemáticas a partir de la existencia de una variedad de posturas teóricas, denominadas por él como tipologías de la relación EM-HM. Al respecto afirma:

> *En el ámbito de estudio de la relación "Historia de las Matemáticas – Educación Matemática" se evidencian planteamientos sobre el papel de la Historia de las Matemáticas en la educación del profesor y, por ende, en su conocimiento. La mayor parte de estos planteamientos, los cuales devienen de posturas teóricas y en algunos casos se sustentan en evidencia empírica lograda a través de la investigación, se pueden organizar en al menos cinco categorías respecto de su objeto de referencia, a saber: los que aluden a la racionalidad (los por qué), a las intenciones (los para qué), al tipo de historia (los qué), a las estrategias metodológicas (los cómo) y al momento adecuado (los cuándo), de una formación histórico-epistemológica en función del conocimiento del profesor (Guacaneme, 2013, p.137).*

Por otro lado, algunos estudios, entre ellos los realizados por Cañadas, Castro y Molina

(2010) dan cuenta de la manera en que los procesos relacionados al concepto de sucesión (como una de las formas en que el razonamiento inductivo es puesto en escena) son llevados mediante la elaboración y mención de situaciones, y en especial el concepto de número poligonal como tal o como se le reconoce, una de ellas, el cual no ha sido centro, o hasta hoy día no se han hallado gran número de indicios acerca de trabajos que lo retome como objeto central, en el estudio de estos procesos.

Aun así, el concepto de números poligonales, como una de las manifestaciones del razonamiento, evidencia una gran relación con los procesos del razonamiento inductivo, quien sí ha presentado algunos adeptos dentro de la investigación en matemáticas y en Educación Matemáticas, por citar algunos de los trabajos, se encuentran los realizados por Cañadas, Castro y Molina (2010) y, Ortiz y González (2003), en los cuales se pone de manifiesto el estudio de los elementos presentes en el proceso de razonamiento inductivo identificado en estructuras numéricas. En particular, el concepto de números poligonales, evidencia una amplia incidencia dentro del desarrollo del razonamiento inductivo, aun cuando el concepto como tal no presenta una significación, debido a que la naturaleza del mismo no ha sido elaborada, ni desde una perspectiva histórica, siendo esto una de las causales por la cual se pierda las implicaciones y relaciones que este tiene dentro del desarrollo del proceso de razonamiento. Desde una visión general, señala D´Amore, citado por Maz, Quintanilla y Vidal (2008):

> *[…] quien reflexiona sobre el desarrollo de la matemática debe necesariamente plantearse el problema de la naturaleza de los conceptos (Maz, Quintanilla, y Vidal, 2008, p. 11).*

De igual modo, encontramos trabajos donde el concepto de número poligonal como tal, es abordado de una forma alejada de su proceso histórico. A partir de investigaciones y ponencias en conferencias de matemática o de Educación Matemática. A continuación se presentan dos de los trabajos identificados.

Por un lado, el trabajo realizado por Osorio (2011) quien presenta una visión axiomática de las propiedades surgidas a partir de los manejos que se pueden dar a los números poligonales en relación con la teoría de números. Cabe resaltar la relevancia que tiene el anterior trabajo para el campo de la matemática como de la Educación Matemática, y aun así, el componente histórico sigue estando ausente.

Por otro lado, la ponencia-taller realizada por Rosas (2008), cuya intención sería la de realizar una aproximación a los números poligonales (o figurados) como sistema simbólico de representación de números naturales, y así evidenciar los aspectos conceptuales y cognitivos que surgen al trabajar con estos números. De igual forma, se evidencia, a la hora de tratar este concepto, continuidad en la ausencia del componente histórico.

Lo mencionado anteriormente, es el fundamento conceptual que dio paso a que se pensara en un producto investigativo que involucrara la interacción de dichos elementos. De tal manera que se lograra lo que propone a continuación, según Anacona (2003):

> *Es posible pensar en un trabajo en Historia de las Matemáticas que dé cuenta de los complejos procesos de génesis, evolución y consolidación de una teoría matemática, sin olvidar que estos procesos de construcción se desarrollan en el marco de un contexto sociocultural, donde circulan de manera particular concepciones pedagógicas, filosóficas y teológicas, así como políticas educativas, entre otras. Aquí se parte de la premisa de que las matemáticas son, ante todo, una actividad humana; una construcción social compleja*

> *edificada durante miles de años en arduos procesos de interrelación cultural. Esto significa que las matemáticas se encuentran ineludiblemente ligadas a su historia; una historia que da cuenta de su desarrollo conceptual, sobre la base de que tal desarrollo tiene lugar en medio de complejas dinámicas sociales. Es así como los estudios históricos, desde una perspectiva cultural, exigen tener en cuenta nuevas y ricas variables al analizar los procesos de construcción teórica (p. 32).*

Y para tal fin, se consideró la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué evidencias históricas forman parte del desarrollo del concepto de número poligonal?

Pregunta que se intentó responder a través del siguiente objetivo establecido a priori de en la búsqueda de la información:

Objetivo:

Identificar algunas evidencias históricas que forman parte del desarrollo del concepto de número poligonal.

CAPÍTULO II

2. Metodología

Lograr acercarse completamente a un concepto matemático es conocer su desarrollo histórico, como fue su evolución para llegar a conformarse en lo que es hoy en día. Buscar lo que está relacionado con un concepto por medio de la historia implica conocer el impacto que tuvo en diferentes culturas, cuáles fueron las necesidades para que lo tuvieran en cuenta las civilizaciones humanas, qué obstáculos tuvo que enfrentar para consolidarse en una fuerte teoría; aspectos que revelan la importancia histórica de un concepto.

Para lograr rastrear la construcción que ha tenido un concepto, se debe plantear una metodología que esté acorde con el objetivo que se debe tener en cuenta a la hora de realizar un trabajo de investigación histórico; además, hay que tener en cuenta que este trabajo de investigación se centró en rastrear históricamente las evidencias que formaron parte del desarrollo del concepto, en este caso los números poligonales. Al respecto Salkind (1999) plantea que una investigación histórica debe ser aquella que relacione, los sucesos ocurridos actualmente o en la época, con aquellos que sucedieron en el pasado. Para ello, Salkind (1999) proporciona al investigador seis pasos, que debe conocer un investigador a la hora de llevar a cabo un trabajo de investigación de corte histórico (Ver ilustración 1).

Ilustración 1. Adaptación esquemática de la propuesta de Salkind (1998).

2.1 Fuentes Primarias y Secundarias

Una investigación histórica que está relacionada con un trabajo de corte teórico debe seleccionar la información requerida, para ello es necesario: *[…] utilizar diferentes fuentes para reunir los datos"* (Salkind, 1998), pero esta selección de la información no se hace con todas las fuentes existentes que aluden acerca de lo que se plantea en el trabajo de investigación; Salkind (1998) plantea que el investigador debe saber la diferencia entre las fuentes primarias y las fuentes secundarias.

Las fuentes primarias son aquellas recopilaciones que se tienen de los hechos ocurridos que es lo mismo que los documentos de primera mano, por ejemplo, los documentos originales como papiros, cartas, entre otros y, las confesiones o escritos que hicieron las personas que actuaron directamente en el hecho ocurrido. Luego de esto, se consideran las fuentes secundarias como aquellas que se derivan a partir de las fuentes primarias, relatando los hechos gracias a un análisis que se hace a partir de esos documentos.

A partir de estas consideraciones entre fuentes primarias y secundarias, en este trabajo de investigación se tomó como referencia algunas fuentes, consideradas como primordiales, dado que el acceso directo a las fuentes que hablan de hechos originales, no se pudo obtener, por tal razón, hablaremos de fuentes primordiales en la medida que arrojen información corroborada mediante citación como válida y relacionada con la línea y el concepto, para posterior análisis. A continuación, las fuentes seleccionadas serían:

2.1.1. "Historia de las matemáticas" Carl Boyer (1969)

Fuente primordial para esta investigación. Fuente recomendada entre otras, por el doctor Luis Carlos Arboleda de la Universidad del Valle, cuyas áreas de especialidad: Historia y Enseñanza de las Matemáticas; Historia de la Cultura, la Pedagogía y la Educación Matemática, quien resalta ésta como una fuente histórica "segura", citada mil setecientos ochenta y una (1781) veces en textos oficiales y de libre divulgación (trabajos de investigación, artículos, ponencias, experiencias de aula, etc.).

Además, en mención del aspecto formativo del autor se resalta su elaboración intelectual con respecto al componente central del trabajo, el de Historia de las matemáticas[2].

2.1.2. Tomos I y II de la obra "Historia de la Matemática" (1985)

Del matemático e historiador español Julio Rey Pastor y José Babini, citada ciento once (111) veces y siendo una de las fuentes valoradas por la cultura matemática española y de habla hispana. Muestra de ello, el hecho de arrojar datos que otorgaron la posibilidad de poder resolver el problema de investigación planteado en el trabajo. De manera análoga, se puede evidenciar el perfil formativo e intelectual del autor con respecto al componente tratado en el siguiente trabajo[3].

2.2 Autenticidad y Exactitud De Los Datos

También se consideró que los datos recopilados por medio de estas fuentes primarias no pueden ser considerados como válidos sin una previa revisión de estos; *[…] es preciso evaluar los indicios tanto en cuanto su autenticidad como a su exactitud"* (Salkind, 1998). Al hablar de autenticidad de los datos, se debe pensar en la originalidad y la confiabilidad que exigen estos en un determinado grupo, a la hora de ser presentados, esto hace que los datos sean más originales y que logren convencer y persuadir a cierto público. En cuanto a su exactitud, se trata de encontrar el grado de confiabilidad de estos datos, ¿qué consideraciones tienen los expertos a la hora de referirse a cada uno de los conceptos abordados?

[2] Para más información, véase (o recupérese) en http://es.wikipedia.org/wiki/Carl_Benjamin_Boyer.
[3] Para más información, véase (o recupérese) en http://es.wikipedia.org/wiki/Julio_Rey_Pastor.

Al respecto de los criterios de autenticidad y exactitud, Salkind (1998) sugiere asistir al concepto de expertos y la manera cómo estos discuten sobre el asunto en cuestión para determinar los grados favorables o desfavorables de estos criterios. Por tal razón, se acudió a la realización de dos acciones primordiales que se desarrollan a continuación.

2.2.1 Asistencia a expertos

Para tal realización se optó por solicitar a personajes del entorno académico e investigativo relacionado con la temática de investigación, el concepto que cada uno tenía con respecto a la línea, la temática y las fuentes seleccionadas para realizar el presente trabajo de investigación.

En primer lugar el profesor de la Universidad Pedagógica Nacional Edgar Alberto Guacaneme, quien entre sus estudios cuenta con un Doctorado Universidad del Valle – Univalle, Doctorado en Educación Énfasis Educación Matemática en agosto de 2006 y cuyas líneas de investigación se dirigen a la educación del profesor de Matemáticas e Historia de las matemáticas y educación Matemática. El contacto con este académico se logró mediante una video-conferencia por Skype; su contacto en Skype es **eguacaneme**.

En segundo y último lugar se contó con algunas "conversaciones informales" entre los investigadores y el profesor Luis Carlos Arboleda, cuya formación académica: comenzó con la licenciatura en matemáticas y física, Universidad del Valle (1964-1968) Universidad Santiago de Cali, 1970, su posterior Especialización en Lógica y Epistemología, Instituto de Historia de las Ciencias, Academia Polaca de Ciencias, Varsovia, 1976, seguido de su

Doctorado en Historia de las Matemáticas y su Enseñanza en el Centro Alexander Koyré y Escuela de Altos Estudios en Ciencias Sociales en París en 1980 y su Postdoctorado en Historia de las Ciencias, Centro de Estudios Históricos-CSICen la ciudad de Madrid España entre 1987 y 1988, estudios que lo configuran como una autoridad académica respecto a la historia en nuestro país. El contacto con el profesor Arboleda se logró vía correo electrónico, su usuario de gmail es luis.carlos.arboleda@gmail.com.

2.2.2 Pertinencia y uso de fuentes, tema y línea de investigación

Para éste mecanismo optamos por hacer una búsqueda en bases de datos bibliográficas y cibernéticas acerca de la presencia de las fuentes como referencias en algunos trabajos de investigación, ponencias, conferencias, congresos, artículos relacionados con el tema y la línea adoptada en el trabajo. Una vez realizado el proceso de pertinencia y uso, el (los) resultado (s) sería (n) el (los) siguiente (s):

2.3 Síntesis de los datos

Luego de encontrar que tan originales y que tan exactos son los datos seleccionados, Salkind (1998) propone sintetizar e integrar los datos reunidos para así empezar el camino para dar respuesta al problema que se haya planteado al principio de la investigación. La síntesis consistiría entonces en realizar la selección del material y de la información contenida en éste.

El abordaje de los referentes historiográficos tendría como intención, el identificar las diversas evidencias que fueron encontradas en la literatura en relación con el estudio de los números poligonales o figurados.

Lo anterior conllevaba a que los investigadores determinaran lo que se nombraría por “número” y “poligonal (o figurado)” que adoptara el enfoque o criterio para seleccionar y recolectar la información de carácter historiográfico e histórico.

En el análisis de las evidencias históricas encontradas (hechos, anécdotas y escritos, etc.), en la información sobre los procedimientos realizados y de la matemática construida hasta cada ubicación referenciada, se encontraron aspectos en común frente a lo conceptual y cronológico, lo que permitió el establecimiento de los periodos o autores que llevaron a cabo el estudio conceptual de los números poligonales, que se presentan en los siguiente capítulos.

Cada espacio temporal y autor identificados, caracterizan la naturaleza de los trabajos y las evidencias sobre los “números poligonales” y la importancia para la constitución formal del concepto de sucesión, bien sea de manera implícita o explícita.

2.4 Interpretación de los resultados

Asumida como el resultado del análisis que el investigador hace de la información recolectada. Tal como lo sugiere Salkind (1999) este tipo de investigación está sometida a validación por parte de expertos que dieran fé de los datos interpretados, por ello se realizó un esfuerzo por socializar, de manera personal, con algunos autores y profesores que son autoridad en el tema, con trayectoria y experiencia en Historia, la propuesta y los resultados, como estrategia de divulgación. De esta forma, se considerarían como expertos que podían validar esos conocimientos lo que se vería reflejado en la exactitud de la información presentada.

Para la elaboración y presentación de este trabajo de investigación se consideró la elaboración de una estrategia[4] que permita identificar los respectivos subtemas de articulación y problemas abordados, con el fin de caracterizar las actividades y concepciones que se presentaron en la historia, de manera que permita una lectura a partir de sus momentos conceptuales y las relaciones que pueden establecerse allí. De este modo, se buscó que la presentación facilitara al lector la comprensión sobre lo construido a nivel histórico en tanto se recurre a la fuente histórica, se realiza su interpretación mediante el establecimiento de relaciones, concordancias históricas e implicaciones de orden didáctico.

[4] Remitirse a visualizar las fichas de rastreo bibliográfico modificadas y adaptadas por el grupo de práctica en cuestión. Dentro del presente trabajo se pueden visualizar en anexos.

CAPÍTULO III

3. El momento histórico de los números poligonales: el contexto griego

Hablar, escribir y pensar en matemáticas históricamente conlleva a retomar uno de los conceptos más primitivos, y que aún sigue siendo motivo de estudio en la matemática de nuestros tiempos. Al respecto afirma Boyer (1986):

> *Los matemáticos del siglo XX llevan cabo una actividad intelectual muy sofisticada que no resulta fácil de definir, pero una gran parte de lo que hoy se conoce como matemática es el resultado de un pensamiento que originalmente se centró en los conceptos de número, magnitud y forma (p. 19).*

Es entonces el concepto de número aquel que estará presente en cada uno de los procesos evolutivos del pensamiento matemático, en compañía de la noción de forma (desde la geometría) lo que brindará la oportunidad intelectual e histórica de hablar de la representación poligonal de números y sus aplicaciones. Al respecto afirma Bell (1949):

> *Cerca de veinte siglos antes de que los números poligonales se hubieran generalizado y aplicado, mucho más tarde, a los seguros y a la estadística - en ambos casos a través del análisis combinatorio, y en el primero por medio de la teoría matemática de probabilidades - sus divertidas peculiaridades fueron extensamente investigadas por expertos en aritmética sin la menor sospecha de que, en un futuro lejano, esos números iban a ser útiles en asuntos prácticos (p.30).*

Por tal razón, para la presentación de los elementos históricos hallados en torno al vínculo entre el espacio temporal considerado en el trabajo, el concepto de sucesión y los números poligonales, se presentarán los aportes realizados en dos momentos cruciales dentro del desarrollo matemático occidental: en términos generales, la cultura griega y específicamente, el matemático griego Nicómaco De Gerasa.

3.1. Grecia: El Misterio Detrás Del Número

El asombro y entendimiento inicial que el ser humano ha tenido por la matemática, todos los conceptos y relaciones primitivos allí inmersos nos remonta a tiempos antiquísimos e inmemorables, donde la cultura griega es sólo una de las tantas culturas que se sintieron atraídas por esta musa del conocimiento humano. Al respecto sostiene Kline (1992, p.18): "*La matemática, entendida como disciplina racional bien organizada e independiente, no existía antes de que entraran en escena los griegos de la época clásica*", por lo que ésta cultura entra a ser parte del andamiaje histórico y conceptual de este constructo llamado matemática.

El proceso de adopción intelectual demandado a los griegos frente a otras culturas, es la evidencia de la gran atracción que éstos tenían por todo aquello que implicara conocer el mundo que les rodeaba, tal cual lo sostiene Boyer (1986): **"***Poco tiempo más tarde, sin embargo, los mercaderes, negociantes y pensadores griegos viajaban ya directamente a los antiguos centros de saber en Egipto y Babilonia, donde establecieron contacto con la matemática, entre otras cosas" (p.74).*

En consecuencia, se hace evidente la imposibilidad de determinar con claridad historiográfica el periodo preciso en el cual la cultura griega logra iniciar y afianzar su aportación al desarrollo de la matemática, y del estudio de los números como tal. Con base en los hallazgos realizados durante el siguiente trabajo, se asumirá como periodo a detallar el intervalo cronológico comprendido entre 700 a.C y 600 d.C.[5] Además, se realizará la

[5]El período de análisis corresponde a un intervalo que recoge de manera conveniente la presencia de aportes y autores relevantes en la cultura griega con respecto al estudio de la matemática y del número como tal. El intervalo cronológico se establecería mediante la adaptación de los propuestos en los trabajo de los profesores

omisión de los algunos estudios realizados por Pitágoras de Samos y la escuela del mismo nombre, quienes concretan otro capítulo del trabajo[6].

Continuando con la cultura griega, esta cultura está notablemente caracterizada por el pensamiento de orden deductivo, por la gran presencia de conjeturas e inferencias de dicho orden, atribuyéndosele el aporte a la Historia del pensamiento matemático del sistema axiomático para el estudio de las matemáticas y con grandes aportes en lo que a consideraciones de número se refiere.

En su intento por matematizar el número y la naturaleza, serán los griegos quienes empezarán el discernimiento de éstos, frente a sus contextos de estudio y aplicación. Al respecto, coinciden Boyer (1986) y Bell (1949), al aludir que los antiguos griegos realizarían la separación de sus trabajos sobre los números mediante la logística y la aritmética[7]. Y será estas concepciones, en conjunto con la consideración geométrica (relativa a la forma) la manera de ver y estudiar el número y las matemáticas griegas, que cultivasen el antes-durante-y-después del proceso de aparición de los números figurados o poligonales como elementos primordiales de la matemática propia de la escuela pitagórica y neopitagórica (a través de Nicómaco de Gerasa)

Carl B. Boyer (1986. Cap. IV. P.71) y Eric T. Bell (1949. Cap. III. p. 59).

[6]En un estudio historiográfico tradicional se haría necesario conservar una presentación sincrónica, donde la línea temporal no se desvíe, pero la anterior consideración se realizar de acuerdo al objetivo escritural del trabajo.

[7]Según Boyer y Bell, estas llamadas “disciplinas independientes” serían el llamado intento de los matemáticos y pensadores griegos por separar su trabajo sobre los números racionales (en ese momento, serían los conocidos y aplicados por ellos a la vida real o de uso cotidiano, sólo fracciones y enteros positivos). Por un lado, al hablar de “La logística”, se aludían al conjunto de técnicas del cálculo numérico practicado y aplicado a las otras cosas, ciencias, comercio y astronomía. Empero, por el otro lado “La aritmética”, consistiría entonces en el estudio de las propiedades y la esencia de los números como tal.

3.2. Escuela pitagórica: el planteamiento geométrico-figurado del número

Este capítulo aborda las consideraciones sobre los aportes específicos de la escuela pitagórica, y sus mayores exponentes con respecto al tema de los números poligonales, excluyendo al exponente, bajo lo identificado del rastreo, más importante de la renovación de dicha escuela, Nicómaco, considerado por muchos investigadores, más que pitagórico, neopitagórico[8].

Para comenzar, es clave mencionar las consideraciones que llevaron a que un individuo como Pitágoras de Samos, fuera el representante de una de las escuelas filosóficas y matemáticas más importante de la antigüedad, y todavía valorada hoy día mediante la subsistencia de su apologías matemáticas, trazadas por la selectividad y preservación secreta dentro de su orden. El periodo sobre el cual se tiene información data del 569 a.C (aprox.) hasta el 400 a.C. Inclusive puede pensarse en tiempos alejados o cercanos a los mencionados por motivos de las consideraciones historiográficas y filosóficas que sitúan o no otros autores como pitagóricos o no.

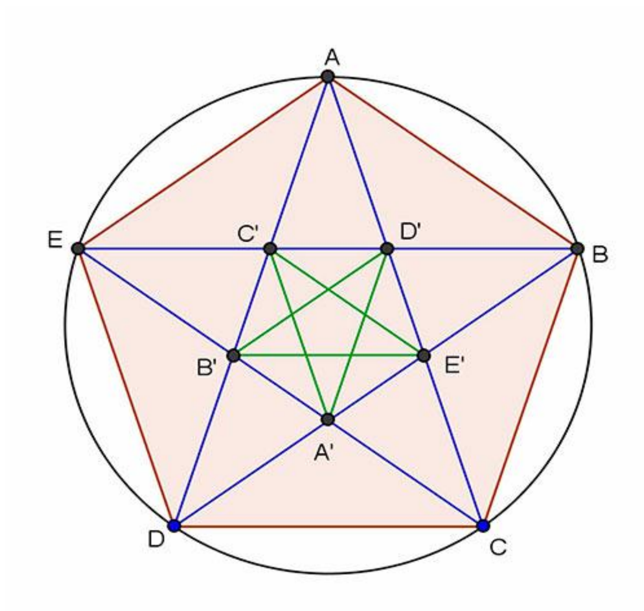
Con respecto al concepto del número poligonal, los pitagóricos son aquellos que retoman la importancia del pensamiento visual en los procesos de construcción de sus bases para el pensamiento matemático, por lo cual exploran, por ejemplo, las propiedades de los números naturales implementando arreglos geométricos. Aún más, este aspecto se les atribuye como parte de las familiarizaciones logradas mediante el vínculo e influencia babilónica, Al respecto afirma Boyer (1986): *"Es muy razonable suponer que los primeros*

---

[8]Se tipifican Neopitagóricos a los nombrados seguidores dela corriente filosófica y matemática que se encargarían de retomar los principios de misma índole de la escuela pitagórica clásica, cuyo máximo exponente y fundador sería el ya muy reconocido pensador griego Pitágoras de Samos.

miembros de la escuela pitagórica estuvieran familiarizados con las propiedades geométricas que conocían los babilonios" (p. 80).

Sin embargo, la limitación que tenían los pitagóricos para visualizar esa relación entre la figuración (geometría) y la numeración al darse por razonado que estos sólo tenían conocidos la formación de tres de los poliedros regulares, y sería mediante este conocimiento lo que cimentaría la aparición del estudio profundo del pentágono regular (ver ilustración 2), al cual, éstos le atribuirían un valor místico agregado.



Illustración 2: Pentagrama pitagórico

Este sería entonces, uno de los varios y ya presentados supuestos trabajos de los pitagóricos, ya que desde los trabajos de los *Elementos* de Euclides, hasta el compendio demostrativo-aritmético de Arquitas de Tarento (428-365 a.C), se les atribuye una característica mística, inclusive improbables por su alto nivel de principios heredados por la escuela pitagórica clásica (Período de Tales y Pitágoras).

En lo que respecta al momento en el que la escuela pitagórica comienza su andamiaje por esos principios identificables en los números, específicamente en los números poligonales, se identifica que muchos de sus fundamentos sobre cómo concebían el número se traslada a la posibilidad de que los números se podrían representar mediante figuras geométricas primitivas (específicamente, el punto).

Para empezar, se hace menester iniciar hablando del punto, ya que el punto es el principio de la noción pitagórica sobre la dimensión, pero no es un objeto provisto de dimensión como tal, Además, también es concebido como el principio de la línea, de las líneas rectas, a lo que Thymaridas[9] lo menciona en plural al hablar de los puntos. Y de ellos se refiere como "líneas rectas por excelencia". Será esto, los comienzos teóricos frente a lo que representa hablar de grupo de puntos como lados, en términos de figuras

---

[9]Thymaridas (400 - 350 a.C) Al parecer era un hombre rico, pero, por alguna razón no se nos dice acerca, cayó en la pobreza. Thymaridas era un pitagórico y un teórico número que escribió sobre los números primos Jámblico afirmó que Thymaridas llama un número primo rectilínea, ya que sólo se puede representar unidimensional. Algunos No primos como el 6 se pueden representan por rectángulos de lados 2 y 3 también nos dice que él llamó "una cantidad delimitante".

Thymaridas también dio métodos para resolver ecuaciones lineales simultáneas que se conoció como la "flor de Thymaridas '. Para las *n* ecuaciones en *n* incógnitas
$x + x_1 + x_2 + ... + x_{n-1} = S$
$x + x_1 = a_1$
$x + x_2 = a_2$
…
$x + x_{n-1} = a_{n-1}$
Entonces Thymaridas da la solución: $x = [(a_1 + a_2 + ... + un_{n-1}) - S] / (n - 2)$.
También muestra cómo ciertos otros tipos de ecuaciones se pueden poner en esta forma.

geométricas construidas con puntos (números figurados o poligonales)

Sin embargo, se suele mencionar que Platón ya habría logrado representar el número primo 7, como 7x 1, a manera de rectángulo. Es importante mencionar la importancia que tuvo Platón dentro de la escuela pitagórica por su influencia sobre muchos de los trabajos y presupuestos filosóficos y matemáticas de los pensadores matemáticos contemporáneos y posteriores a él que se inclinaron por esta corriente (pitagórica). Entre tanto, Platón, sostendría que la unidad, siendo la fuente u origen de todo número podría ser asumido, bien sea como un triángulo, un pentágono, un hexágono, y así sucesivamente. Aun así, los hallazgos sobre aspectos generales en las elaboraciones teóricas de estos números no tienen la característica de atribuibles a un individuo específico, en tal caso, se considera a la escuela pitagórica.

El primer número después de 1 que se puede representar como un triángulo es 3, y la suma de los primeros n números naturales siempre pueden ser representados como un triángulo; la figura contigua, un famoso símbolo de Pitágoras, muestra cómo hacer esto os de 1 + 2 + 3 + 4 = 10. (Ver la ilustración 3).

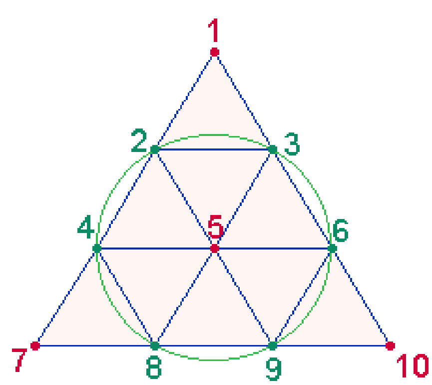
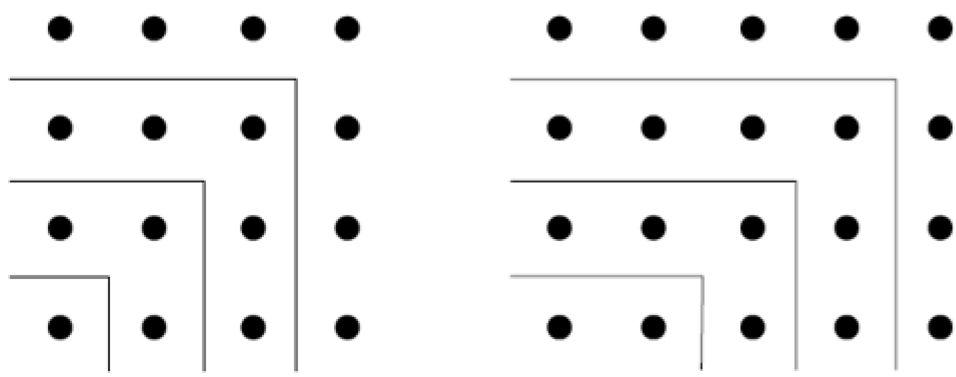


Ilustración 3: *Tetractis*, representación gráfica del número poligonal 10, máxima expresión del pensamiento numérico-geométrico de la escuela pitagórica.

Es muy común, notar en algunos trabajos de historia de las matemáticas, la coincidencia en que este primer acercamiento a la noción figural (o geométrica) de número, conllevó a un dilema filosófico entre la veneración al pentágono regular y la llamada *tetractis* o diez triangular, por parte de los pitagóricos.

Por otro lado, otro de los números privilegiados categorizados por los mismos pitagóricos, serían los sucesivos números cuadrados, que se podían representar de manera similar. Y el cuadrado de lado $\boldsymbol{n + a}$, se puede obtener en el cuadrado de lado n añadiendo un gnomon[10] de $\boldsymbol{2n} + 1$ puntos alrededor de la cara (Ver ilustración 4).



N puntos × N puntos

Ilustración 4: Representación de los números cuadrados, intensa relación con el gnomon babilónico.

Luego, se presenta que el primer número después de 1, que se puede representar como un pentágono es el 5. Si se representa como ABCDE, entonces podemos de otro pentágono A'B'C'D'E', equivalente a 10, añadir el "gnomon del pentágono" seguidas de un extra de 7

[10] El término "gnomon" significaba originalmente "saber", y se asoció con un palo vertical usado para proyectar sombras sobre un plano o superficie hemisférica, y así podría ser utilizado para contar el tiempo, sino que más tarde se utilizó un instrumento para la elaboración de ángulos rectos. Se le asocia con la forma en que eran elaborados los antiguos relojes de sol babilónicos.

puntos dispuestos para rondar tres de los lados del pentágono inicial (Ver ilustración 5).

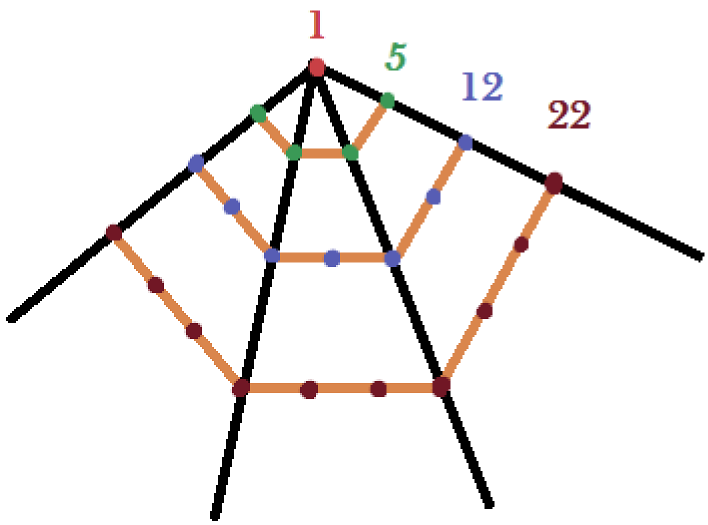


Ilustración 5: Construcción del número pentagonal n, mediante la consideración del "gnomon" babilónico.

Los gnomos que se añaden para formar los números pentagonales sucesivas 1,5,12,22 ... son, respectivamente, 4,7,10 ..., o los términos sucesivos de una progresión aritmética que tiene de 3 como la diferencia común. En el caso del hexágono los números gnomónicos sucesivos difieren en 4, y en general, si n es el número de lados del polígono, los números gnomónicos sucesivos difieren en n-3. Esto, es que las distribuciones de los puntos pentagonales representan los números pentagonales y hexagonales vendrían dados por las sumas sucesivas (o sucesiones) siguientes, respectivamente:

$$N_p = 1 + 4 + 7 + 10 + \cdots + (3n-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$$

$$N_h = 1 + 5 + 9 + 13 + \cdots + (4n-3) = 2n^2 - n$$

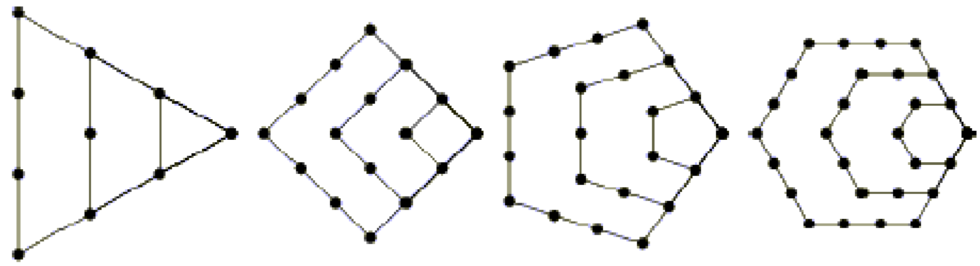


Ilustración 6: Secuencia grafico-geométrica de la secuencia de los números poligonales: triangular, cuadrado, pentagonal y hexagonal: El "gnomon sería el referente gráfico.

Se asume entonces, que serían los griegos, mediante los estudios pitagóricos los que abordaran la obtención, de formas análogas a las anteriores, de los números poligonales de orden superior. Esto en cuanto a los números representado en el plano. Hay variedades similares de números sólidos (cubos, pirámides, pirámides truncadas, etc.). El lector curioso encontrará todo el tema tratado exhaustivamente por Nicómaco (Introducción a la aritmética, Tomo II- 7-20) y Jámblico (en Introducción a la aritmética, Edición Pistelli 58. 7). Es de una importancia para el estudioso de la mística griega, pero tiene poco interés para el matemático moderno.

En resumen, el interés por la escuela pitagórica de encontrar la conciliación entre la geometría y la aritmética se ven resumido en los estudios realizados por muchos de sus miembros en las figuras poligonales que se podían establecer mediante la acumulación racional, lógica, secuencial y filosófica de puntos, representado como tal, un Número con características de igual forma, especiales.

τρίγωνοι	α	γ	ϛ	ι	ιε	κα	κη	λϛ	με	νε
τετράγωνοι	α	δ	θ	ιϛ	κε	λϛ	μθ	ξδ	πα	ρ
πεντάγωνοι	α	ε	ιβ	κβ	λε	να	ο	ϙβ	ριζ	ρμε
ἑξάγωνοι	α	ϛ	ιε	κη	με	ξϛ	ϙα	ρκ	ρνγ	ρϙ
ἑπτάγωνοι	α	ζ	ιη	λδ	νε	πα	ριβ	ρμη	ρπθ	σλε

βάθος

Ilustración 7: Los primeros hallazgos y organización de los números poligonales.

3.3. Nicómaco de Gerasa (60 – 120 d.C): de números figurados a números poligonales:

Nicómaco, es uno de los neopitagóricos que más estuvo interesado por continuar la línea pitagórica frente al estudio de los números y su forma de ser representados. Muestra de ello, el principio básico sobre la relación entre el los conceptos geométricos más primitivos y las atribuciones presente en estos. Tal cual cuándo sostenía en su obra ***introduction to arithmetic:***

> *"El punto, es entonces, el comienzo de la dimensión, pero no es en sí una dimensión, y del mismo modo, es el principio de una línea, pero no es en sí una línea; la línea es el comienzo de la superficie, pero no la superficie; y el comienzo de la de dos dimensiones, pero no en sí, y puede extenderse en dos direcciones".*

Esto, es exactamente lo mismo que pensaban los pitagóricos antecesores de él, donde en términos de los números, la unidad era el principio de todo número, quien tenía (o tiene) la posibilidad de avanzar unidad por unidad en una dirección, lo que Nicómaco definiría como "número lineal", dotado de ser el comienzo de un número puesto en el plano[11] , que se extiende como un plano en una dimensión más; y el punto sería entonces el primer número del plano, ya que es el comienzo de los futuros números sólidos, que pasarían a estar dotados del principio de profundidad en la tercera dimensión.

Al respecto de la formación de los números poligonales, es claro que Nicómaco los vinculó al plano, ya que dentro de sus caracterizaciones, los consideró como "números originales"(D´ooge, 1925).

El interés de Nicómaco por el estudio de los llamados números del plano o lineales, conllevó a que se interesara por sus elaboraciones gráficas para ilustrarlos y clasificarlos, sosteniendo que aquellos números serán los que comienzan con 2 y aumentan por la adición de 1 en 1, una vez y en la misma dimensión (lineal); y los números del plano originales son los que comienzan con 3, como el número más elemental y, luego de éste se puede desplazar y llegar a través de los siguientes números (D´ooge, 1925). Reciben sus nombres también en el mismo orden; porque bajo lo sostenido anteriormente, primero aparecen los triángulos, después sobre la casilla, los pentágonos después de estos, entonces los hexágonos, los heptágonos, y así indefinidamente, y, como hemos dicho, que llevan el nombre de los números sucesivos comenzando con 3.

El triángulo, por lo tanto, resulta ser la forma más original y elemental delos números de plano propuestos por Nicómaco. Esto lo podemos ver en el hecho de que, entre las

[11]Nicómaco, atribuye el carácter de primordial al punto como representante geométrico-aritmético del primer número poligonal, el número 1. Nicómaco introduciría la noción de "número en el plano", como esa representación geométrica de los números mediante gráficas, específicamente diagramas primitivos o puntos

figuras planas, representado gráficamente, si las líneas se dibujan a partir de los ángulos de los centros de cada figura rectilínea será por todos los medios ser resueltos en tantos triángulos como lados tiene; pero el propio triángulo, si un tratado como los demás, no va a cambiar en nada más que a sí mismo.

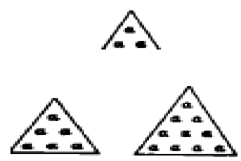


Ilustración 8: Secuencia gráfico-aritmética de los tres "primeros" números triangulares de Nicómaco

De ahí que el triángulo sea desde Nicómaco, considerado como la figura geométrico-numérica elemental entre estas interpretaciones de la relación que se podía establecer, inclusive desde su epistemología, al afirmar que:

Entre estas cifras, sería el triángulo la cifra más elemental y para todo lo demás resuelto en ella, pero en nada más, de si los demás, sucede del mismo modo, se constituirían, pero no de otra (sino por el triángulo). Por lo tanto, es el elemento de los otros, y tiene en sí ningún elemento. De la misma manera como los 5 argumentos (otros cinco polígonos conocidos, cuadrado, pentágono, hexágono, octágono y decágono) proceden del reino de las formas numéricas, será suficiente confirmar esta declaración (DeGérase, 1858).

Nicómaco se atrevió a dar algunas aseveraciones sobre lo que logró visualizar a la hora de realizar su análisis, percatándose que el número triangular es uno que, cuando se analiza en unidades de 1, su aproximación geométrica sería el de dar forma a la forma triangular de la colocación de triángulos equiláteros por sus partes en el plano de la siguiente manera: 3, 6, 10, 15, 21, 28,.... Y estos números elementales son ejemplos de ello; por sus formaciones regulares, expresado gráficamente, será a la vez reflejo de la determinación de la forma triangular equilátera.

A medida que Nicómaco avanzó en el estudio de estos números triangulares, confirmaría que tal serie numérica tal como toma la forma triangular, definitivamente se elaboraban como la forma más elemental de la que surge de la unidad, como elemento de relación entre lo geométrico y lo numérico, en tanto, por lo que la unidad podría, para Nicómaco, parecer ser potencialmente un triángulo y 3 ser el elemento primero en realidad, sus lados se aumentan por los números sucesivos que se obtienen.

Afirmaría entonces Nicómaco, lo siguiente frente a cómo, de manera sucesiva con respecto a los lados se forman los triángulos:

Los lados aumentarían por los números sucesivos, por el lado de uno, es potencialmente la unidad, y de ese que es actualmente el primero de la unidad, el 3, es el 2(lado), el de 6, que es actualmente el segundo, será 3 (lado), el de 10, que es el tercero, será de 4 (lado), de 5 (lado) será el cuarto, de 6 (lado) será el quinto, y así sucesivamente (D´ooge, 1925, p. 249). Tal cual se muestra en la siguiente secuencia de figuras:

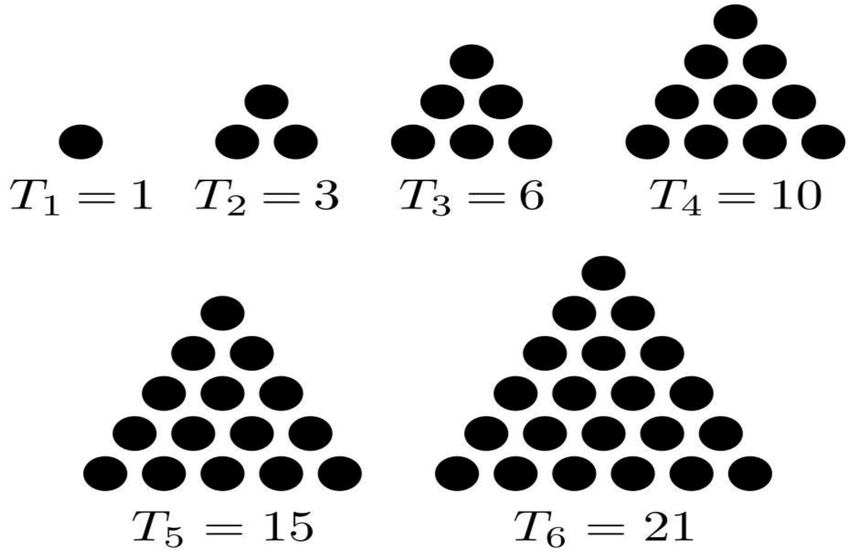


Ilustración 9. Números Triangulares

El número triangular se produce a partir de la determinación de una serie natural de números establecidos en una línea (lados), y por la adición continua de términos sucesivos, uno por uno, desde el principio de la serie de estos números; por combinaciones y adiciones sucesivas de otro término de la suma. El número triangular en orden regular es completado de tal forma. Por ejemplo, a partir de esta serie de naturales 1, 2, 3, 4, 5, 6,7..., se puede tomar el primer término y tener el primer número triangular, 1. A continuación, añadir al siguiente término, que siendo el segundo, sería verdaderamente, el primero, el que resulta de 2 más 1, igual el de 3. Nicómaco, hablará de la manera en que se pueden ver las representaciones gráficas de los números triangulares mediante sus elaboraciones aritméticas y geométricas de la siguiente manera*:*

En sus representaciones gráficas (números triangulares) se componen así: dos unidades (dos puntos), lado por lado, y se ubican debajo de una unidad (un punto), y el número será considerado como un triángulo (Ver ilustración 9).

Luego, cuando tomamos después, el próximo de estos, el siguiente al número, 3, se añade, simplificado en unidades, y se unen a la primera, esta da el triangular 6, el segundo triángulo en realidad (Ver T2 de la ilustración 9).

De nuevo, para el número que naturalmente sigue, el cuarto (4), añadido (4) y agregarlo por debajo del anterior, reducido a las unidades, da el que sigue en el orden, así como se dijo anteriormente y toma una forma triangular, con 10 puntos (Ver T3 de la ilustración 9), De igual forma para el de 5, después de este, el de 6, luego el de 7, donde todos los números del orden, son agregados de manera regular en los lados de cada triángulo que conllevará construir y determinar tantos números como triángulos equivalentes a los términos de la serie 1, 2, 3, 4, 5, 6…

Con respecto al número cuadrado, éste es el número siguiente después del triangular, y que nos muestra ya no 3 como "primer" elemento y que al igual que el anterior tienes sus propiedades de formación, y será el 4, con igual número de ángulos en su representación gráfica, estructurándose algo así como un elemento geométrico con propiedad equilátera[12] (cuadrado). Para ello, Nicómaco plantearía tomar los números: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100,….Y notaría entonces Nicómaco que para las representaciones de estos números se hacía necesario elaborar figuras cuadradas equiláteras, como se muestra: (ver ilustración 11).

[12] En los escritos de Nicómaco se evidencia una relación univoca pero filosóficamente distanciada entre lo que podría ser cuadrado equilátero y no, ya que en sus escritos coincidía en la necesidad de que se formaran cuadrados rectángulos al mencionar o hacer alusión a cuadrado de igual longitud en sus lados.

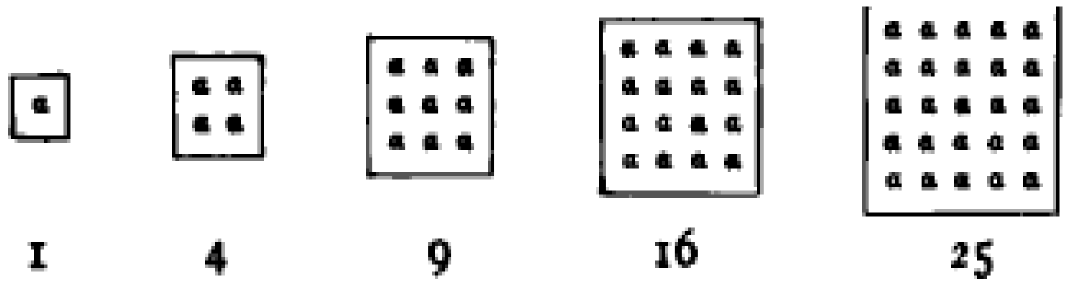


Ilustración 10. Números cuadrados

Es cierto que estos números, como sucedió también el anterior grupo de números, el aumento en sus lados progresa a partir de una serie de números naturales. El lado del primer cuadrado, que potencialmente sería el, 1, es 1; Luego, el de 4(puntos), que sería el verdadero primer elemento, tendría de lado 2; el de 9, en realidad el segundo, tendría 3 de lado; el de 16, el siguiente, en realidad el tercero, tendría 4; y así sucesivamente con los que siguen.

Este número también es producido como si la serie natural se extendiera en una línea, aumentando en 1, y ya no son los números sucesivos los que se añaden a los números en orden, como se ha demostrado antes, sino que todos aparecen en lugares alternativos, es decir, los números impares. Para el primero, 1, que es aparentemente el primer cuadrado; el segundo que es uno más tres (1 + 3), es el primero en realidad, el tercero que es uno más tres más cinco (1 + 3+ 5), es el segundo en realidad, el cuarto que es uno más tres más cinco más siete (1 + 3 + 5 + 7), es en realidad el tercero, el siguiente se produce mediante la adición de 9 a los anteriores números, el siguiente mediante la adición de 11, y así sucesivamente .

Nicómaco encontraría que este caso, al igual que el anterior, es muestra de que el aumento y la medida de cada lado consisten en tantas unidades como los números que son tomados en la suma para operarlos y encontrarlos.

Estos dos números son los que Nicómaco, más abordaría sus propiedades en su *Introduction Artithmetic*, tanto que los capítulos del VII al XII del segundo libro. De igual manera, con la aparición de los números pentagonales, hexagonales, heptagonales, octogonales,…, y poligonales en su obra matemática, Nicómaco se convertiría según *Theon de Smyrna*[13], en uno de los primeros neopitagóricos en retomar esa preocupación por la formación de los números a partir de ciertas atribuciones matemáticas, como lo es el hecho de ser producto de una combinación de suma y ordenación de series naturales (de número naturales) atribuidas a la formación geométrica de las figuras correspondientes (específicamente en los lados).

Lo presentado anteriormente, al igual que lo propone D´ooge (1925) en su traducción a la obra de Nicómaco, es sólo una breve introducción a la teoría y estudios realizados por Nicómaco al momento de los números poligonales[14], donde el concepto de sucesión está presente a través de concepto familiarizados como los son series naturales, los mismos números naturales, la suma de series, la identificación de patrones aritméticos y geométricos, entro otros.

---

[13]Teón de Smyrna (70 -135 d.C), es el nombre del matemático neopitagórico contemporáneo de Nicómaco que recompilaría y complementaría muchas de sus obras con base en los estudios hechos por Nicómaco, al igual que sería un historiador que consideraría a Nicómaco como el primer pensador occidental en abordar los número poligonales con esa preocupación.

[14]Los autores del presente trabajo, se reservaron el derecho de realizar una exploración más profunda y específica sobre los demás números poligonales abordados por Nicómaco en su obra, y por tal razón optamos por remitir y sugerir al lector a la lectura de los libros I y II de la obra cúspide de Nicómaco de Gerasa, *Le Introduction To Arithmetic.*

CAPÍTULO IV

4. Conclusiones

El concepto de numero poligonal emerge de la preocupación que rodeo las mentes de muchos pensadores, mediada la el ánimo por representar todo lo medible y contable con la aritmética y los trazable con la geometría pre-euclidiana. No se trataba en sus comienzos entonces, tanto de delimitar el concepto como de elucidar propiedades de los números poligonales que ayudaran a calcular sus propiedades numéricas y geométricas (valor, posición, gráfica). Los métodos usados para buscar dichas propiedades han sido variados y dependientes de la “ideología matemática” de cada época.

4.1. Los números poligonales y su historia en la enseñanza

Sobre la génesis del concepto y su devenir, la Historia indica que no hay tal cosa como un concepto absoluto de número poligonal. Lo que existe es una serie de conceptos relacionados en el tiempo que tienen que ver con planteamientos similares o parecidos pero que son enfrentados mediante visiones de las Matemáticas y metodologías diferentes. Por ejemplo, los problemas de hallazgo y determinación de regularidades numéricas en los números poligonales hechos por Nicómaco y los babilonios, son parecidos, pero los métodos de solución y su visión de la Aritmética y la Geometría son muy distintos. Este hecho debe ser tenido en cuenta al planear la enseñanza. La visión histórica abre al profesor la posibilidad de elegir entre distintos conceptos y formas de tratar los temas que pueden acomodarse mejor o peor al nivel de formación de los estudiantes, al tiempo y a otros posibles factores determinantes.

Cuando damos el nombre de obstáculo epistemológico a un conjunto de creencias y métodos de trabajo matemáticos se nublan la vista e impide ver nuevos horizontes, entonces lo dicho anteriormente puede ayudar a detectar algunos tipos de problemas que, como profesores o estudiantes, enfrentamos al estudiar los números poligonales. En concreto, el dominio de la aritmética y el álgebra puede interferir con el manejo de situaciones que impliquen uso del razonamiento inductivo. Si, como sucede con frecuencia, un estudiante de primeros grados escolares se obstina en apelar a las construcciones geométricas y aritméticas familiares para dar solución a los problemas de determinación de patrones en secuencias, entonces no cabe duda de que va a tener dificultades para resolver problemas cuya respuesta se ha de buscar por métodos puramente analíticos. En el nivel siguiente de abstracción, la familiaridad con las series y sucesiones (sumatorias) podría afectar el aprendizaje de los métodos del razonamiento inductivo.

Quizá, la mayor dificultad para precisar la relación de la Historia y la Enseñanza repose del lado de la transposición didáctica. Lo más seguro es que no hay leyes exactas que normen la forma como el saber sabio del matemático se deba trasladar o traducir a un saber para enseñar. Por un lado, tal transposición depende de las experiencias y de los conocimientos del profesor. Por el otro, acaso más importante y esencial, las Matemáticas se aprenden siempre a través de un proceso interpretativo, hermenéutico si se quiere. Por esta última razón, la creación de un universo de sentido (que es lo que busca la transposición didáctica) es siempre susceptible de generar sentidos nuevos, que no se corresponden con el sentido que planea el profesor. Esta dificultad, que se deriva del estatuto epistemológico mismo de las Matemáticas, no es un aspecto negativo. Por el contrario, se trata del ímpetu que crea la disciplina.

Este trabajo para optar el título de licenciados en educación básica con énfasis en Matemáticas, presenta una transposición e interpretación personales de algunos aspectos de la Historia de los números poligonales durante los presupuestos hechos por los pitagóricos (700 a. C) y los trabajos realizados por los Neopitagóricos, específicamente Nicómaco, (600 d.C). Éste refleja a todas luces la visión, la ideología y los conocimientos matemáticos de sus autores y, de algún modo, los de su asesor, de otros profesores y estudiantes que han participado en la elaboración del trabajo.

CAPÍTULO V

5. Anexos

5.1. Rastreo bibliográfico

Ficha Nº: 1	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Agosto 2013**
Título: Occidente Después Del Imperio Romano	**Autor: Jean Paul Collette**	
Fuente de consulta:	**Historia de las matemáticas vol. 1 (libro)**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		
Boecio (480) Escribió una remodelación al libro de Nicómaco la introducción aritmética. En particular se pueden encontrar escritas diversas relaciones numéricas, tales como las relaciones múltiples, súper particulares súper pacientes, DE LOS NUMEROS FIGURADOS PLANOS Y SOLIDOS.		
Nombre del estudiante que construye la ficha: **Jorge Luis López Posada.**		

Ficha Nº:2	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Agosto 2013**
Título: Fermat y la teoría de números	**Autor: Jean Paul Collette**	
Fuente de consulta :	**Historia de las matemáticas VOL II (libro)**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		
Lo que hay de resaltar en este pasaje de la historia (1636) Fermat propone que todo número es la suma de tres números triangulares o más, de cuatro números cuadrados, de cinco números pentágonos, etc.		
Nombre del estudiante que construye la ficha: **Jorge Luis López Posada.**		

<table>
<tr><td>Ficha Nº: 3</td><td>Tema: Números poligonales</td><td>Fecha de consulta: agosto de 2013</td></tr>
<tr><td>Título: Las matemáticas en la Europa medieval (500-1400 d.C) páginas de la 216 a 251</td><td colspan="2">Autor: Jean Paul Collette</td></tr>
<tr><td>Fuente de consulta:</td><td colspan="2">Historia De Las Matemáticas Vol. I (libro)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Palabras clave: historia, Europa, series.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resumen del artículo

El autor del texto para contar su revisión histórica de las matemáticas divide su rastreo en varias partes, en primera instancia las matemáticas de la prehistoria, seguido de diferentes culturas como: la civilización babilónica, la civilización egipcia, el nacimiento de las matemáticas griegas, de Platón a Euclides, Arquímedes y los maestros de la escuela de Alejandría, las civilizaciones china e india, las matemáticas del islam, las matemáticas de la Europa medieval (500-1400), el renacimiento europeo y por último el comienzo de las matemáticas modernas.

En esta revisión literaria retomare el capítulo que da cuenta de LAS MATEMÁTICAS DE LA EUROPA MEDIEVAL y para efectos de la investigación de la cual hago parte (rastreo histórico de las nociones de progresión) solo resaltare a los teóricos que hagan aportes relacionados con esta.

“Las matemáticas bizantinas, la historia política de Europa hace coincidir el comienzo de la edad media con la caída del imperio romano de occidente en 476, y marca su final con la caída de Constantinopla por aporte de los turcos en 1453”

En las matemáticas bizantinas sobresalen algunos matemáticos como Coloquio, Simplicio, Isidoro De Mileto, Antemio De Tralles, Juan Filipon, Miguel Psellos, Jorge Paquimero, Máximo Planudes Y Manuel Moscopoulos, que si bien aportaron a las matemáticas no realizaron aportes respecto a las progresiones geométricas.

Ahora nos adentraremos en el occidente después del imperio romano. Donde se destacaran teóricos como Boecio, casiodoro, Isidoro de Sevilla, Beda el venerable y Alculino, los cuales en sus aportes no se encontró evidencia acerca de las progresiones geométricas.

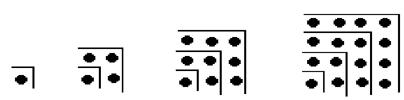
Los teóricos que se pueden resaltar en esta época en cuanto a nociones o acercamientos al concepto de progresión son: Fibonacci, con las sucesiones, Diofanto de Alejandría con los números pentagonales, Jordanus Nemorarius con la resolución de problemas la mayoría de problemas de Fibonacci.

De estos teóricos avanzamos a los filósofos escolásticos donde podemos resaltar la labor de Nicolás de Oresme con algunas reglas para la suma de series infinitas y algunas leyes particulares para la determinación de la convergencia y divergencia de ciertas series infinitas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.</td></tr>
</table>

Ficha Nº: 4	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Septiembre 2013**
Título: Círculos neopitagóricos.	**Autor: Josef Hoffman**	
Fuente de consulta:	**Historia de las Matemáticas (libro)**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		
neo pitagóricos y neoplatónicos(160-600) Por primera vez, en tiempo de los últimos emperadores, cuando el imperio se le va de las manos a los verdaderos itálicos, y se convierte bajo emperadores excelentes en una unidad cultural bilingüe, empieza a revivir poco a poco la cultura griega. Por primera vez en esta época se desarrolla la leyenda de Pitágoras, que nos hace difícil ver con claridad los principios de la ciencia griega. Lo que Nicómaco de Gerasa (aprox 100) nos presenta como teoría pitagórica antigua parece en su mayor parte posterior, como por ejemplo la teoría de los números superiores e inferiores, de los números asociados y de LOS NUMEROS POLIGONALES (POR PRIMERA VEZ CON IPCICLES APROX 180), además de la representación de los números cúbicos como suma de impares sucesivos.		
Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.		

<table>
<tr><td>Ficha Nº: 5</td><td>Tema: Números poligonales</td><td>Fecha de consulta: Septiembre 2013</td></tr>
<tr><td>Título: Números poligonales</td><td colspan="2">Autor: Julio Rey Pastor y José Babini</td></tr>
<tr><td>Fuente de consulta:</td><td colspan="2">Historia de la Matemática
(libro)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Resumen del artículo: Nuestro léxico actual conserva reminiscencias pitagóricas; las palabras cuadrado y cubo mantienen su doble acepción de número y de figura; en ingles figure es también cifra. En cambio expresiones de indudable origen pitagórico como los de “Los números figurados”: triangulares, pentagonales, poligonales,… no conservan sino un interés histórico, aunque ha sido esta aritmo-geometría de los números figurados el origen de las primeras propiedades de la teoría de números.

Véase en la figura siguiente un número de puntos rectangular tal que el numero de un lado (altura) supera en una unidad al otro (la base). Si se descomponen en escuadras de carpintero, en la forma indicada por la figura, cada escuadra o gnomon según la nomenclatura griega, contiene un número par, de ahí la propiedad: la suma de los primeros n números pares sucesivos es el producto de este número por el sucesivo. Si se supone eliminada la fila inferior, el rectángulo se convierte en un cuadrado y cada gnomon contiene ahora un número impar de ahí la propiedad: la suma de los primeros n números cuadrados es el cuadrado de ese número


(1) (4= 2 x 2 = 1+3) (9 = 3 x 3 = 1+3+5) (16 = 4 x 4 1+3+5+7)
.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nombre del estudiante que construye la ficha:
Jorge Luis López Posada.</td></tr>
</table>

Ficha Nº: 6	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Octubre de 2013**
Título: Los números poligonales y algunas conjeturas	Autor: Gustavo Piñeiro	**Recupérese de:** http://eltopologico.blogspot.com/2009/04/los-numeros-poligonales-y-algunas.html
Fuente de consulta:	**El topo lógico (Blog de internet)**	
Palabras clave: Números poligonales, series,		

En este breve escrito el autor retoma algunos matemáticos que trabajaron sobre el concepto de números poligonales y en que fechas ocurrieron sus aportes, comenzando por Pitágoras de Samos quien vivió en el sur de Italia, en una colonia griega, hacia fines del siglo VI a.C. Existen pocas certezas acerca de su vida o de su pensamiento, pero una de ellas es que Pitágoras sostenía que los números describen la esencia del universo. Sin embargo, esta idea mezclaba en Pitágoras tanto ciencia como misticismo (un punto medio, digamos, entre física y numerología). Por ejemplo, a los números impares Pitágoras les atribuía características femeninas y a los pares, masculinas.
El 3 era el primer impar (para Pitágoras el 1 no era un número ya que entendía que la idea de número implicaba diversidad) y a la vez era el número de la armonía, porque 3 = 1 + 2 está compuesto por la unidad y la diversidad. El cinco era el número del matrimonio porque sumaba el masculino número 2 con el femenino número 3.

Muchas de las clasificaciones que hoy usamos para los números enteros se deben a Pitágoras y sus discípulos. Por ejemplo, fueron los primeros en definir los números primos y los números perfectos. Y también los figurados (poligonales).

El príncipe
¿Qué otras regularidades podemos encontrar entre los números poligonales? Comentemos una que impresionó al mismísimo Carl Friedrich Gauss (1777–1855), llamado el Príncipe de las Matemáticas.

Durante muchos años, más exactamente entre 1796 y 1814, Gauss llevó un diario científico en el que, en breves anotaciones, registró muchas de sus ideas y descubrimientos de ese tiempo. El diario fue dado al conocimiento público cuarenta y tres años después de la muerte de Gauss y estaba escrito para su propio uso personal por lo que Gauss no se esforzó en hacerlo comprensible para otros. De esta forma, hay algunas anotaciones cuyo significado es, todavía hoy, un misterio. Una de ellas es la anotación del 10 de julio de 1796:

EUREKA! núm. = D + D + D (Donde dice "D" debe leerse la letra griega delta mayúscula, que se dibuja como un triángulo.)
En ella Gauss nos dice que ese día demostró que todo número (entero, mayor o igual que 1) es la suma de, como máximo, tres números triangulares. Por

ejemplo:

1 = 1 (es decir, 1 es triangular)
2 = 1 + 1
3 = 3
4 = 1 + 3
5 = 1 + 1 + 3

Algunos años antes, Joseph-Louis LaGrange (1736–1813) había demostrado que todo número es suma de, como máximo, cuatro cuadrados. Por ejemplo:

1 = 1 (es decir, 1 es cuadrado)
2 = 1 + 1
3 = 1 + 1 + 1
4 = 4
5 = 1 + 4

Tres triangulares, cuatro cuadrados... Inmediatamente se nos ocurre preguntarnos si todo número será también la suma de cinco pentagonales o seis hexagonales. Y la respuesta es que sí. En 1813 Agustín Louis Cauchy (1789–1857) probó, en efecto, este teorema (que ya había sido conjeturado por Fermat casi dos siglos antes).

Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.

Ficha Nº: 7	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Octubre 2013**
Título: La aritmética pitagórica	**Autor: Jean Paul Collette**	
Fuente de consulta:	**Historia de la Matemática vol. I (libro)**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		

Nicómaco De Gerasa (Neopitagórico, originario de Judea, que al parecer, vivió en el siglo II de nuestra era)

Enuncia en su *introducción a la aritmética, las definiciones* de pares e impares. Pitágoras, o más bien los pitagóricos, estudiaron los números, clasificándolos según propiedades bien definidas. Así, descubrieron probablemente los números amistosos, perfectos, abundantes, deficientes además de iniciar el camino para el estudio de los números figurados.

Los números figurados, concebidos como números de puntos en ciertas configuraciones geométricas, constituyen un nexo directo entre la geometría y la aritmética. La nomenclatura geométrica de estos números es abundante y comienza generalmente con los números triangulares, cuadrados, pentagonales y hexagonales:

Triangular: n(n+1)/2Cuadrado n a la 2Pentagonal n(3n-1)/2Hexagonal: $2n^2 – n$

Numerosos e interesantes teoremas relativos a propiedades maravillosas de estos números figurados, pueden ser demostrados utilizando únicamente diagramas de puntos. Por ejemplo, para obtener el resultado: “todo número cuadrado es la suma de dos números triangulares sucesivos”, basta con trazar diagramas.

Establecida la forma general de estos números, se puede, evidentemente, expresar también en lenguaje algebraico los teoremas conocidos. Así, el enésimo numero triangular viene dado por la suma de la serie aritmética: 1+2+3...+n: n(n+1)/2.

Y el resultado relativo al número cuadrado n^2 se expresa, en lenguaje algebraico. $n(n+1)/2 + n(n+1)/2 = n^2$

Donde n(n+1)/2 y n(n+1)/2 son los dos números triangulares sucesivos. Se puede aumentar fácilmente la nomenclatura de estos números figurados sin más que introducir los NUMEROS POLIGONALES y los números poliédricos en 3d.

Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.

Ficha Nº: 8	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: Octubre 2013**
Título: los números poligonales. una caja de sorpresas con mucha historia	**Autor: Antonio Pérez Sanz**	**Correo electrónico del autor:**aperez4@platea.pntic.mec.es
Fuente de consulta (página de internet, texto de biblioteca, revista, etc.):	**Archivo PDF**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		
Resumen del artículo En este artículo se toma como punto de referencia los números poligonales y se muestra la construcción de este caso general a partir de particularidades como son números triangulares, cuadrados, pentagonales entre otros. Dicha construcción se aborda desde diversos teóricos como Gauss El joven Gauss no solo incorporo un nuevo polígono a la lista sino que la cerro al afirmar que los únicos polígonos que se pueden construir de esta forma son aquellos cuyo número de lados es de la forma $2n$ ($n = 2, 3...$) o bien un producto de primos distintos, de la forma $22n +1$ (primos de Fermat de los cuales solo se conocen 3, 5, 17, 257, 65.537), multiplicado por $2n$ ($n = 0, 1, 2, 3...$) Diofanto de Alejandría, Los números piramidales de base triangular se obtienen a través de las sumas parciales de los números triangulares, también se les conoce como números Tetragonales. Son: 1, 4, 10, 20... Los piramidales cuadrados son: 1, 5, 14, 30... Los de base pentagonal: 1, 6, 18, 40... Nicómaco de Gerasa (s. I d. de C.) que llego a descubrir Resultados generales de interés como el hecho de que el cubo de todo numero entero n, es la suma de n números impares. consecutivos Boecio cuya principal obra matemática, la *Aritmética*, Va a constituir una de las escasas fuentes de alimentación de las matemáticas hasta la llegada de las traducciones de las obras griegas realizadas por los sabios islámicos entre otros que nos dan una idea histórica de la formación de esta noción delos números poligonales.		
Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.		

Ficha Nº: 9	Tema: Números poligonales	Fecha de consulta: Octubre 20 de 2013
Título: Los Puntazos de Pitágoras	Autor: Miguel Olvera	
Fuente de consulta:	Página de internet: recupérese de http://www.oocities.org/es/matesbueno/articulos/los_puntazos_de_pitagoras.htm	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		

Resumen del artículo: Los pitagóricos no se interesaban por los métodos de cálculo, sino que cultivaban la parte más teórica o artística. A ellos se les debe la clasificación de los números (hablamos sólo de números enteros y positivos), según diversos criterios, en pares e impares, perfectos, amigos, triangulares, pentagonales, poligonales… Par: un número que es divisible entre 2

* Impar: el que no es par

* Perfecto: aquel número que es la suma de sus divisores excluyendo al propio número. Te damos aquí algunos números perfectos, pero tú puedes buscar dos menores que treinta que también lo son.

496 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +...+ 30 + 31

* Amigos: dos números se llaman amigos cuando cada uno de ellos es igual a la suma de los divisores del otro, sin incluir a los mismos números entre dichos divisores. No son fáciles de hallar ya que entre los números hay bastantes problemillas y es complicado encontrar dos que se lleven bien. Fuera bromas te presentaremos algunos:

Los números 220 y 284 son amigos. Los divisores de 220 son: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 y 220, si los sumamos (excluyendo 220) da 284. Los divisores de 284 son: 1, 2, 4, 71, 142 y 284, si los sumamos (excluyendo 284) da 220. Este par de números amigos era conocido por los griegos. Otros números amigos son 17296 y 18416; y 9363584 y 9437056.

Para entender mejor otras clasificaciones representaremos los números mediante puntos, como ellos hacían, y así, tenemos otras tipos de números entre las que destacamos:

* Oblongo: si es el producto de dos números distintos: 6 = 2 × 3

* Cuadrado: si es el producto de dos números iguales: 9 = 3 × 3

* Sólido: si es producto de tres números: $30 = 5 \times 2 \times 3$

* Cubo: si es producto de tres factores iguales: $8 = 2 \times 2 \times 2$

* Piramidal: es la suma de una serie de números cuadrados: $5 = 1 + 4$

Pues bien, esta representación de los números mediante puntos en disposiciones adecuadas, que nos puede parecer una sandez, les permitió descubrir muchas propiedades de los números, las cuales no nos parecerán bobadas: 1.- El cuadrado de un número n es la suma de los n primeros impares. El siguiente gráfico pone de manifiesto la propiedad, pues son números cuadrados que se obtienen al sumar los números representados en cada escuadra; en el último, las escuadras representan al 1, 3, 5, y 7 respectivamente, que son los cuatro primeros números impares, y su suma es el cuadrado de 4.

2.- El cuadrado de un número par es par, y el cuadrado de un impar es impar.

Es consecuencia de la anterior propiedad. Si n es par, su cuadrado es la suma de un número par (n) de impares y por tanto par. Si n es impar su cuadrado es la suma de un número impar (n) de impares y por tanto impar.

3.- La suma de los primeros n números pares sucesivos es el producto de este número n, por el siguiente. En la última representación del siguiente gráfico se ve que al sumar los números 2, 4, 6, y 8, que son los cuatro primeros pares, se obtiene el área del rectángulo que es base por altura, es decir, 4×5.

4.- La suma de los primeros n números naturales es el semiproducto de ese número por el sucesivo ($1 + 2 + 3 + \ldots + n = n \cdot (n + 1)/2$, por ejemplo, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 7 \cdot 8/2 = 28$) Esto se ve fácilmente en las siguientes representaciones, el área de los triángulos que se obtiene al dividir los rectángulos en dos, se puede obtener de dos formas:

- Sumando los números que se representan verticalmente con puntos, en el último $1 + 2 + 3 + 4 = 10$

- Haciendo la mitad del área del rectángulo, en el último $(4 \times 5)/2 = 10$

Nombre del estudiante que construye la ficha:
Jorge Luis López Posada.

Ficha Nº: 10	**Tema: Números poligonales**	**Fecha de consulta: octubre 2013**
Título: La Magia de los números	**Autor: Antonio Pérez Sanz**	
Fuente de consulta:	**Archivo PDF, recupérese de: http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/numeroshtml/numeros.htm**	
Palabras clave: Números poligonales, series, progresiones aritméticas.		

Resumen del artículo: En el principio fue...Pitágoras

Sin duda a Pitágoras le debemos el nacimiento de las Matemáticas como ciencia. De hecho el término Matemáticas se lo debemos él.

Podemos resumir la deuda de la Humanidad con los pitagóricos en estos cuatro puntos:

- Proporciona la primera **visión cosmológica** del universo físico
- Afirman que la **esencia** del mundo físico es **matemática**
- Colocan número natural origen, fundamento y explicación de todas las cosas
- Son los responsables de la organización del saber en las 4 ramas que perdurarán hasta los tiempos de Newton: Aritmética, Geometría, Música y Astronomía. El famoso cuadrivium medieval.

Pero los matemáticos les debemos algo más importante: el nacimiento de la Teoría de Números. Filolao, un siglo después de Pitágoras llegó a afirmar:

"Todas las cosas que pueden ser conocidas tienen número; pues no es posible que sin número nada pueda ser conocido ni concebido".

Los pitagóricos consideraban a los números como los componentes últimos de los objetos materiales. Más o menos como nuestros átomos.

Seguramente a esta concepción más materialista debamos la existencia de los números triangulares y de los números poligonales desde los albores de la Matemática.

Los números poligonales o figurados.

Un problema con más de 2.000 años

Las expresiones «*números triangulares*» o «*números cuadrados*» no son meras metáforas sino que esos números son, efectivamente, ante el espíritu y ante los ojos de los pitagóricos, triángulos y cuadrados.

- Así tres puntos formarán un triángulo. Si a estos tres puntos les añadimos otros tres seguimos teniendo un triángulo, y lo mismo ocurre si a éste le añadimos cuatro puntos.

- Siguiendo con esta visión geométrica, es inmediato descubrir los números pentagonales: 1, 5, 12, 22... O los hexagonales: 1, 6, 15, 28...
- En todos los casos las series numéricas son sumas parciales de los primeros términos de progresiones aritméticas cuyo primer término es siempre 1 y cuya diferencia es r. Siendo r el número de lados del polígono asociado a la serie menos dos unidades, es decir, r = *1* para números triangulares, r = *2* para cuadrados, r = *3* para los pentagonales...
- Lo que viene a demostrar, que sin ningún apoyo algebraico, y utilizando exclusivamente modelos geométricos, los pitagóricos dominaban los métodos para sumar progresiones aritméticas simples del tipo $\sum_{k=1}^{n} k$; $\sum_{k=1}^{n} (2k-1)$ y seguramente del tipo $\sum_{k=1}^{n} k^2$
- Esta visión geométrica les permitió obtener los primeros resultados generales sobre propiedades de los números naturales y poligonales.
- Algunos evidentes, al fin y al cabo eso es lo que significa la palabra griega "teorema", *lo que se contempla, lo que se ve*; aunque nada simples si los miramos con ojos exclusivamente aritméticos

1. **Los primeros teoremas geométricos. Conocemos a Hipsicles, Teón de Esmirna, Nicómaco de Gerasa y Boecio.**

- El tema se convirtió en uno de los tópicos pitagóricos más habituales. Fue tratado por **Pseusipo** y **Filipo** (en la *Academia* platónica), así como por **Hipsicles** quien durante un tiempo fue honrado al ser llamados los números poligonales como *Números de Hipsicles*. **Teón de Esmirna** realizó una descripción bastante desarrollada de los números poligonales, que incluye algunos de los teoremas generales anteriores en su obra *Cuestiones útiles en Matemáticas para la lectura de Platón*.
- Aunque no llegaran a efectuar demostraciones generales de las relaciones entre los distintos tipos de números poligonales, sembraron la semilla de la curiosidad en un campo abonado. Un campo que va reclamar la atención de matemáticos de todas las épocas.

Nombre del estudiante que construye la ficha y fecha: Jorge Luis López Posada.

Bibliografía

Cifuentes, G. (2011). *Diseño de Proyectos de Investigación Cualitativa*. Noveduc Libros. Buenos Aires. (Collette).

Collette, J. P. (1986). Historia de las matemáticas. España, Siglo xxi de España editores, S.A.

Collette, J. P. (1998). Historia de las matemáticas vol. II. España, Siglo xxi de España editores, S.A.

D´ooge, M. L. (1925). Nichomacus of Gerasa: introduction to arithmetic. The macmilla Co.

De Gérase, N. (1858). L´Introduction Arithmétique, Chapire VII du Livre Second. Roma.

Gonzales, U. P. (1991). *Historia de la matemática: Integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. Historia y epistemología de las ciencias: Enseñanza de las Ciencias*, 9 (3), pp.281-289.

Helemskii. (2008) "Se rumorea que en el mundo hay solamente dos grupos de Matemáticos, los que la investigan y los que la enseñan. La intersección de ellos es el conjunto Vacío".

Helemskii. A. (2008). Entrevista personal tomada en Atenas, Patissia.

Hoffman, J. E. (1960). *Historia de la Matemática*. UTHEA.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2003). *Estándares Curriculares*. Santa Fé de Bogotá.

Olivera, M. (12 de octubre de 2006). *doDK un pasaje al mundo de las matemáticas*. Recuperado el 20 de octubre de 2013, de http://www.oocities.org/es/matesbueno/articulos/los_puntazos_de_pitagoras.htm

Ortiz, A. (2009). Lógica Y Pensamiento Aritmético. *PNA*, *3*(2).

Pastor, J., & Babini, J. (2000). *Historia de la matemática. «N» V. 2, «p» Del Renacimiento a la actualidad*.

Recalde, L. (2008). *Relación entre historia y educación matemática. Nodos y Nudos*, Vol. 3. Nº 24. pp. 74-84.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las Matemáticas*. (C. Valdés Castro, Trad.) Editorial Mir Moscú.

Rosas, D. (2008). Los números figurados. Taller realizado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

Sanz, A. (2000). Los números poligonales. Una caja de sorpresas con mucha historia. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, *3*(2), pp. 331-337.

Sanz, A. (2002). *La magia de los numeros*. Recuperado el 18 de 0ctubre de 2013, de http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/numeroshtml/numeros.html

Salkind, N. (1999) *Métodos de Investigación.* México, Prentice Hall.

Temple Bell, E. (1949). Historia de las matemáticas. (Traducción R. Ortiz) México: Fondo de cultura económica.

Vidal, R. Quintanilla M. y Maz, M. *La Historia de la Matemática: Un valioso componente para la formación del profesorado de Matemáticas*. Costa Rica.

Zapico, I. (2006). Enseñar Matemática con su Historia. Premisa, 8(29), pp. 3-8.