

2015

**EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA COMO AGENTE
ARTICULADOR EN LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA DE
CONJUNTOS EN EL CONTEXTO SOCIAL**



Francia Elena Carmona Chavarría

Asesor: Dany Esteban Gallego

Quiceno.

20-5-2015



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803**

**EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA COMO AGENTE ARTICULADOR EN
LA ENSEÑANZA DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS EN EL CONTEXTO SOCIAL**



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803**

AUTORA

FRANCIA ELENA CARMONA ECHAVARRIA

ASESOR

DANY ESTEBAN GALLEGO QUICENO

TRABAJO DE GRADO

**REQUISITO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADA EN MATEMÁTICAS Y
FÍSICA**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN, COLOMBIA

2015



DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado:

A mis hijas **Sarita** y **Valentina**, por cederme su tiempo para escribir esta investigación.

A mi compañero de vida **Iván Torres**, por sus aportes, su acompañamiento y su ayuda a la hora de leer este trabajo.

A la **Universidad de Antioquia** por ser generadora de ideas y de posibilidades en el proceso de formarnos.



AGRADECIMIENTOS

Infinitas gracias le doy a Dios, por haber puesto en mí camino al Profesor **Dany Esteban Gallego Quiceno**, mi asesor en este trabajo de investigación.

Mi eterno agradecimiento a mi cómplice en esta aventura de investigación, que más que un asesor, fue un gran compañero de viaje, el profesor **Dany Esteban Gallego Quiceno**; gracias profesor por confiar en mí y en la idea inicial de este trabajo, gracias por el apoyo incondicional, por su disponibilidad y su gran dedicación.

Gracias a todos los que me permitieron exponerles mis ideas o inquietudes, para luego aportar algo que me permitiera ampliar mis ideas.

Gracias también a todos aquellos que no creyeron en este proyecto, porque su escepticismo fue un gran motor que me movió hacia la búsqueda y me fortaleció en constancia y disciplina.

Gracias a los que se queden por fuera de esta página, pero que están presentes en los pensamientos y sentimientos de agradecimiento.

Tabla de Contenido

RESUMEN.....	8
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	9
Planteamiento y formulación del problema.....	11
Pregunta de investigación:.....	14
Preguntas Auxiliares.....	14
JUSTIFICACIÓN	15
HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN	16
OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN.....	16
OBJETIVO GENERAL.....	16
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	17
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	18
2.1 LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO COLOMBIANO.....	18
2.2 EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA.....	19
Principio de actividad:	20
Principio de Realidad:.....	20
Principio de relación o interconexión:	21
Que significa para la EMR enseñar en contexto.....	21
Diferencia entre EMR y Etnomatemática	23
Relación entre la EMR y la enseñanza de la teoría de conjuntos.....	23
Matematización Horizontal	24
Matematización vertical	24
Relación entre lenguaje matemático y realidad social.....	24
2.3 ARTICULACIÓN DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS CON LA EMR.....	26
CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO.....	29
3.1 Caracterización del tipo de investigación.....	29
3.2 Tiempos de la investigación.....	30
FASE DE PREPARACIÓN:.....	30

FASE DE APLICACIÓN Y CONCLUSIONES:	31
3.3 DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN.	31
3.4 DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA Y LA POBLACIÓN.	32
3.5 INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.	35
3.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN. ..	41
CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN	42
4.1 Resultados pre test: grupo experimental.	42
4.1.1 Análisis de Resultados pre test: grupo experimental.	49
Características del concepto matemático de conjunto:	49
Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:	50
Operaciones entre conjuntos:	50
Representaciones de conjuntos.	50
Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar	50
4.1.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo experimental.	51
4.2 Resultados pos test: grupo experimental.	56
4.2.1 Análisis de Resultados pos test: grupo experimental.	63
Características del concepto matemático de conjunto:	63
Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:	63
Operaciones entre conjuntos:	64
Representaciones de conjuntos.	64
Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar	64
4.2.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo experimental.	65
4.3 Resultados pre test: grupo control.	70
4.3.1 Análisis de Resultados pre test: grupo control.	77
Características del concepto matemático de conjunto:	77
Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:	77
Operaciones entre conjuntos:	78
Representaciones de conjuntos.	78

Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar	78
4.3.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo control.	79
4.4 Resultados pos test: grupo control.	84
4.4.1 Análisis de Resultados pos test: grupo control.	91
Características del concepto matemático de conjunto:	91
Operaciones entre conjuntos:	92
Representaciones de conjuntos.	92
Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar	92
4.4.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo control	93
5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA DE LA TEORÍA CONJUNTOS, MEDIADA POR LA EMR.	98
Reseña histórica	98
Definición, Notación y Representación de Conjuntos.	99
6. CONCLUSIONES.	107
6.1 Alcance de la Hipótesis de investigación y los objetivos planteados.	107
6.2 Limitaciones del Trabajo de Grado.	109
6.3 Futuras Perspectivas de Investigación.	110
BIBLIOGRAFÍA.	111
ANEXOS.	114

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS.

Tabla 1 Dimensiones y ámbitos de la teoría de conjuntos	40
Tabla 2 Resultados pre test: grupo experimental.	48
Tabla 3 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo experimental.	55
Tabla 4 Resultados pos test: grupo experimental.	62
Tabla 5 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo experimental.....	68
Tabla 6 Resultados pre test: grupo control.....	76
Tabla 7 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo control.	82
Tabla 8 Resultados pos test: grupo control.	90
Tabla 9 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo control	97
Ilustración 1 Matriz de espacios muestrales.....	34
Ilustración 2 Resultados pre test: grupo experimental.....	51
Ilustración 3 Resultados pos test: grupo experimental.	65
Ilustración 4 Resultados pre test: grupo control.	79
Ilustración 5 Resultados pos test: grupo control.....	93

RESUMEN

Dada la potencialidad que promueve la Educación Matemática Realista en el contexto educativo, la presente investigación de carácter cuantitativo (transeccional cuasi-experimental), indaga sobre las dificultades educativas que se presentan entorno al aprendizaje de las nociones básicas referidas a la teoría de conjuntos, la principal motivación es de orden personal; usualmente en los procesos educativos que se desarrollan en la edad escolar, se ha encontrado que los estudiantes, independientemente de su nivel escolar, sólo resuelven ejercicios relacionados con las nociones básicas de la teoría de conjuntos, dejando de lado aspectos fundamentales como el contexto social y las aplicaciones de las matemáticas a la vida cotidiana, entre otros.

Desde la perspectiva de la presente investigación se considera que dichas dificultades pueden ser superadas al utilizar la Educación Matemática Realista (EMR) como agente articulador en la enseñanza de la teoría de conjuntos en el contexto social, debido a que se posibilita la comprensión de una teoría matemática a partir de las relaciones que se establecen con el entorno y sus contextos sociales en particular y por tanto puede ser un instrumento útil para explicar y comprender las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en la apropiación de las nociones básicas de la teoría de Conjuntos. Esta afirmación requiere, no obstante, confirmación mediante investigaciones experimentales, la cual se plantea ésta misma investigación.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esta cultura. Desde el ministerio de Educación Nacional de Colombia, se promueve la idea de que la matemática y el lenguaje son inseparables en el saber y saber hacer, de todos los días, debido a que las matemáticas y el lenguaje son fundamentales en el desarrollo de los estudiantes y son conocidos como las áreas que en forma especial ayudan a aprender a aprender y a aprender a pensar. Es innegable que las matemáticas permiten el desarrollo del pensamiento lógico y abstracto, facilitando el desarrollo científico y tecnológico de nuestra época. Adicional a lo anterior, la enseñanza de las matemáticas deben contribuir a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de orden nacional o local y, por tanto, al sostenimiento o consolidación de estructuras sociales democráticas, y en general, con situaciones contextuales derivadas de su propio aprendizaje.

La matemática ha sido vista como inalcanzable e inexplicable para muchos de los alumnos y en sus procesos de aprendizaje se ha generalizado la idea de que éstas son un gran escollo para continuar los procesos de formación; visto de ésta forma, el presente proyecto de investigación desarrolla a partir de la enseñanza Matemática Realista (**EMR**), una propuesta de intervención educativa en el contexto de las matemáticas, en el que se resalte el contexto en el desarrollo del pensamiento matemático a partir de la resolución de situaciones problema, se parte de la premisa que: “considerar al contexto como un aspecto intrínseco al problema, permitiría a los alumnos imaginar la situación planteada, representarla esquemáticamente mediante un modelo y, por medio de esta modelización, llegar

al resultado del problema en cuestión. La condición necesaria, aunque no suficiente, para desencadenar este proceso es que las situaciones problemáticas sean familiares y significativas para los alumnos. Sólo así el sentido común y las formas de razonamiento utilizadas en la vida extraescolar funcionarían como fuente de estrategias de resolución y orientadoras del quehacer matemático de los sujetos de aprendizaje” (María Luz Martínez Pérez, 2002, pág. 63)

Visto de esta forma, los conceptos matemáticos se construyen a partir de los contextos particulares de los alumnos, utilizando las características más importantes en la EMR:

- En la EMR los modelos deben tener por lo menos dos características importantes: estar enraizados en contextos realistas, imaginables, y a la vez tener suficiente flexibilidad para ser aplicados en un nivel más avanzado o más general. Esto implica que el modelo debería apoyar la progresión en la matematización vertical sin bloquear la posibilidad de volver a reconstruir su pensamiento recurriendo a niveles inferiores desde el cual una estrategia se origina, es decir, los estudiantes siempre deberían poder volver a niveles más bajos reencontrando los orígenes de los modelos más abstractos.

Eso es lo que torna a los modelos muy poderosos, según este enfoque didáctico.

- Otro requerimiento es que sean viables -en concordancia con la mirada de la EMR de los estudiantes como participantes activos del proceso de enseñanza aprendizaje - los alumnos deben poder re-inventar esos modelos por sí mismos. Para realizar esto, los modelos deberían comportarse en una manera natural, autoevidente. Ellos deberían ajustarse con las estrategias informales de los alumnos - como si ellos los pudieran haber inventado- y deberían ser fácilmente adaptados a otras situaciones. (Gravemeijer, 1994) (Treffers A. , 1987) (Treffers A. y., 1985)

Planteamiento y formulación del problema.

Dada la potencialidad que promueve la EMR en el contexto educativo, la presente investigación indaga sobre las dificultades educativas que se presentan respecto al aprendizaje de las nociones básicas referidas a la teoría de conjuntos, la principal motivación es del orden personal, usualmente en los procesos educativos que se desarrollan en la edad escolar, se ha encontrado que los estudiantes, independientemente de su nivel escolar, sólo resuelven ejercicios relacionados con las nociones básicas de la teoría de conjuntos, dejando de lado aspectos fundamentales como el contexto social y las aplicaciones de las matemáticas a la vida cotidiana, debido a ésta percepción personal, se inicia una profunda búsqueda bibliográfica que sustente mis ideas, encontrando:

Linchevski y Vinner (1988) estudiaron cuatro aspectos del concepto de conjunto en 309 maestros y estudiantes para maestros, que consisten en: a) el conjunto como una colección arbitraria de objetos, b) la colección formada por un objeto como un conjunto, c) el conjunto como elemento de otro conjunto; y d) el orden de los elementos de un conjunto y el problema de los elementos repetidos. Los resultados revelaron que el concepto ingenuo de conjunto en estos maestros, difiere del concepto matemático. La mayoría de estos sujetos creen que los elementos de un conjunto dado tienen una propiedad común, que un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto y que los elementos repetidos de un conjunto deben contarse por separado. Además, casi la mitad de las personas rechazaron que la colección formada por un sólo objeto es un conjunto.

Zazkis y Gunn (1997) investigaron la comprensión de los conceptos básicos introductorios de la teoría de conjuntos: conjunto, elemento de un conjunto, cardinalidad, subconjunto, y el conjunto vacío, en un grupo de maestros en formación. Revelaron en sus resultados complejidades en la comprensión de los



estudiantes, sobre todo cuando los elementos de un conjunto son a la vez conjuntos.

Fischbein y Baltsan (1999), en una investigación realizada sobre "el concepto matemático de conjunto y el modelo colección", analizaron los diferentes conceptos erróneos sostenidos por los estudiantes con respecto al concepto matemático de conjunto, entre los que se encontraban un grupo de maestros en formación. En los resultados obtenidos se mostraron en los estudiantes las siguientes interpretaciones: a) un conjunto es una colección que tiene una propiedad común, b) los elementos de un conjunto son números, c) un conjunto debe poseer un número mínimo de elementos, d) no aceptaron la posibilidad de que un conjunto pueda consistir en un sólo elemento, e) no aceptan la existencia de un conjunto vacío, f) dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos; y g) contaron separadamente los elementos repetidos en los conjuntos. La investigación de Fischbein se puede describir como el intento de explicar las dificultades mediante la relación entre la noción ordinaria de colección y la noción matemática de conjunto. (Alvarado, 2006)

Las investigaciones descritas se limitan a describir o constatar que algunas nociones de la teoría de conjuntos presentan unos índices elevados de dificultad incluso en estudiantes universitarios, particularmente maestros en formación. Desde la perspectiva de la presente investigación se considera que dichas dificultades pueden ser superadas al utilizar la Educación Matemática Realista (EMR) como agente articulador en la enseñanza de la teoría de conjuntos en el contexto social, debido a que se posibilita la comprensión de una teoría matemática a partir de las relaciones que se establecen con el entorno y sus contextos sociales en particular y por tanto puede ser un instrumento útil para explicar y comprender las dificultades de aprendizaje de los estudiantes en la apropiación de las nociones básicas de la teoría de Conjuntos. Esta afirmación



requiere, no obstante, confirmación mediante investigaciones experimentales, la cual se plantea ésta misma investigación.



Por todo lo anterior descrito, surge la siguiente,

Pregunta de investigación:

¿Existen diferencias entre el aprendizaje de las nociones básicas de la teoría de conjuntos mediada por la EMR y otros estilos de aprendizaje?

Preguntas Auxiliares.

- ¿Cómo contribuye la EMR al desarrollo de competencias matemáticas y sociales?
- ¿Es el aprendizaje en contexto, una herramienta útil para mejorar los procesos de comprensión de los estudiantes?
- ¿Cómo contribuye la EMR a la formación de maestros en el contexto social Colombiano?
- ¿Cuál es la relación entre el lenguaje matemático y las realidades sociales de nuestros estudiantes?

JUSTIFICACIÓN

En el contexto educativo de Colombia se establecen diferentes normas respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula; en particular, se establecen los lineamientos curriculares, lo cuáles se plantean:

“con el propósito de señalar horizontes deseables que se refieren a aspectos fundamentales y que permiten ampliar la comprensión del papel del área en la formación integral de las personas, revisar las tendencias actuales en la enseñanza y el aprendizaje y establecer su relación con los logros e indicadores de logros para los diferentes niveles de educación formal”. (Morales., 2014, pág. 2)

Respecto a lo anterior señalado, se deben tener en cuenta diversas orientaciones al diseñar propuestas de enseñanza y adicional, establecer lineamientos para las investigaciones de corte experimental (como es éste el caso). Esto se hace necesario en nuestro contexto debido a que a partir del rastreo bibliográfico realizado, son pocas las investigaciones en relación a la aplicación del EMR y menos aún en la teoría de conjuntos que ha sido problemática desde hace tiempo.

Por lo anterior, esta investigación y propuesta de enseñanza, busca describir una forma de implementar la Educación Matemática Realista en el aula, resaltando la importancia de la realidad y el contexto como instrumentos para que las matemáticas sean comprensibles para los sujetos que las aprenden y para quienes las enseñamos.

Desde ésta perspectiva, no se puede pensar que las Matemáticas están aisladas



de las realidades de los sujetos, se piensa más bien que éstas hacen parte de la vida misma, y por tanto son los contextos los que facilitan su comprensión y la transformación de las realidades de los sujetos. Es así como se propone la línea de pensamiento de la Educación Matemática Realista, como una forma de transformar la enseñanza matemática en el aula, ya que las matemáticas “si han de tener valor humano, deben tener relación con la realidad, mantenerse cercanas a los niños y ser relevantes para la sociedad” (Freudenthal, 1977, pág. 336)

Apoyándonos en esto es como podemos relacionar la teoría de conjuntos para desarrollar tanto las competencias matemáticas como las ciudadanas y poder de una manera experimental encontrar la forma de llevar la teoría de conjuntos y las relaciones entre conjuntos a la vida diaria, de esta forma, se busca transversalizar de manera apropiada los aprendizajes en contexto de los que tanto hablamos.

HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Los estudiantes que son intervenidos con propuestas basadas en el EMR aplicadas en el contexto, adquieren mayores niveles de comprensión en relación a otros estudiantes que no fueron intervenidos bajo ésta metodología.

OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

OBJETIVO GENERAL.

- Identificar y Describir la relación entre la Enseñanza Matemática Realista y los contextos socioculturales en relación a las nociones básicas de la Teoría de Conjuntos.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Caracterizar las nociones básicas de la teoría de conjuntos como objetos matemáticos de enseñanza y aprendizaje en el currículo del sistema educativo.
- Describir y caracterizar las formas como comprenden las nociones básicas de la teoría de conjuntos dos muestras diferentes y aleatorias, que han sido intervenidas con metodologías diferentes.
- Construir y aplicar una propuesta de enseñanza en relación a las nociones básicas de la teoría de conjuntos, basada en la EMR en nuestro contexto Social.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.

2.1 LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL CONTEXTO COLOMBIANO.

Aunque la cobertura de la enseñanza ha aumentado en nuestro país como lo indica el informe de la UNESCO para la educación “La enseñanza secundaria se ha extendido en América Latina a lo largo del último decenio, aunque solo con la mitad de la rapidez que en el decenio anterior.” (UNESCO, 2014), esto solo habla de la ampliación de cobertura y no del mejoramiento de la calidad, lo que se evidencia en los resultados de las pruebas internacionales PISA, donde hemos ido descendiendo aceleradamente en comparación con la primera vez que allí hicimos presencia “El país se raja por completo en el informe PISA, que compara el nivel educativo de casi medio millón de adolescentes de 15 años en 65 países.” (Revista Semana, 2013); “Si se compara con mediciones anteriores, se podría decir que vamos como el cangrejo: caminamos para atrás. En efecto, estos resultados son peores que los del 2009, en los que Colombia ocupó el 52 lugar, con 381 en matemáticas, 402 en ciencias y 413 en lectura. Esa vez, había mejorado relativamente respecto al informe del 2006, año en el que el país entró al estudio, pero mucho mejor que en el 2012 ” (Revista Semana, 2013), esto es solo la punta del Iceberg, ya que no solo es la cobertura sino las políticas educativas que han planteado los distintos gobiernos, que aunque se hallan comprometido internacionalmente a defender e invertir en educación, solo se han enfocado en cubrimiento, perdiendo de vista el sentido real de educar con calidad e integralidad.

Las matemáticas como parte fundamental de todo currículo institucional siguen siendo las más afectadas por las políticas educativas impuestas, y las que más



índice de deserción académica producen ya que lejos están las aulas de poder integrarlas al desarrollo de competencias en el alumnado “Las pruebas PISA les prestan especial atención a las matemáticas, por considerar que se trata de una materia que ayuda a predecir el futuro éxito de los alumnos después de la educación secundaria. Pero ese fue el peor escenario para Colombia.” (Revista Semana, 2013). Las pruebas ECAES, también son un claro indicador de este gran vacío formativo y de competencias en la educación superior como lo dice Velasco “Los bajos puntajes en las evaluaciones de la mayoría de los colegios y universidades según lo demostraron las pruebas SABER (para evaluar la educación primaria y bachillerato) y ECAES (para la educación superior) en los últimos 3 años, han sido el resultado de la nueva ideología educativa de formar personas según “competencias” o “perfiles”. (Velasco, 2012)”, perfiles que supuestamente deberían estar claros a la hora del ingreso a la universidad pero que solo confirman el gran vacío de formación en competencias que tiene nuestra educación, ya que en sus inicios los alumnos nuevos solo dan cuenta de su formación ligera, poco reflexiva o sin sentido crítico lo que los lleva al fracaso escolar y por ende a enfrentarse con la deserción o peor aún, este tipo de conocimiento atomizado les muestra como único camino salir a ser parte de la fuerza laboral del país lo que solo aumenta el índice de desempleo y nos aleja cada vez mas de ser un país con sujetos pensantes y artífices de la construcción de una nación tolerante, equitativa y en paz.

2.2 EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA.

La educación matemática realista es una teoría específica de instrucción para la educación matemática centrada en dominios (HeuvelPanhuizen, 2009), y surge como una respuesta holandesa a la necesidad, percibida en todo el mundo, de la reformar la enseñanza de las matemáticas,



Se fundamenta en el uso de contextos realistas como una característica determinante en este enfoque de la enseñanza matemática. En la EMR los estudiantes deben aprender desarrollando y aplicando conceptos y herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria que tengan sentido para ellos; en este sentido lo que se quiere decir es que los contextos no están restringidos a situaciones de la vida real.

La educación matemática realista tiene unos principios fundamentales (Santamaria, 2006), los cuales enunciamos a continuación:

Principio de actividad:

este principio tiene como fundamento invitar a los alumnos a la visualización y el análisis de las situaciones problema que existen no solo en su entorno sino también en la matemática, llevándolos a trabajar en ellas y generándoles la necesidad de acceder a conocimientos, destrezas y disposiciones que los lleven a utilizar las herramientas necesarias para la resolución de dichas situaciones, matematización y solución como lo nombraba Freudenthal, en otras palabras aprender actividades que lleven a resultados.

Principio de Realidad:

Busca traer a los alumnos “situaciones realistas para los alumnos, en contextos diversos (reales, fantasiosos o matemáticos) y bajo distintos soportes (gráficos, pictóricos, verbales) para que la matemática surja como una matematización de la realidad”. (Santamaria, 2006), en este principio se refleja claramente que el contexto es algo más amplio y que va más allá del entorno en el que se presentan las situaciones, ya que admite el uso de la fantasía para lograr procesos de enseñanza aprendizaje, en los cuales los alumnos pondrán su sentido común y los elementos que tiene de matemáticas para resolver las situaciones propuestas.



El contexto es un puente entre la matemática informal y la formal. El papel clave del docente en estos procesos de enseñanza aprendizaje donde el será un guía y deberá tener unas características especiales que den cuenta a formación pedagógica y su capacidad didáctica la hora de poner en practica la EMR; esto contrastado con lo que aparece en el documento de la UNESCO en cuanto al perfil de los sujetos contratados para enseñar en los diferentes países incluyendo a Colombia, “No obstante, muchos países han aumentado rápidamente el número de docentes mediante la contratación de personas que carecían de las cualificaciones de un docente formado. Algunos países incluso han rebajado los requisitos para convertirse en docente, a menudo por necesidad.” (UNESCO, 2014).

Principio de relación o interconexión:

Donde se muestra claramente la relación e integración de los ejes curriculares de la matemática, y en el que los procesos de enseñanza aprendizaje van a la par y estos es evidente en “La centralidad de las construcciones y producciones de los alumnos en el proceso de enseñanza /aprendizaje.” (gpdm, 2014).

Que significa para la EMR enseñar en contexto.

“Con base en la idea de Freudenthal (Freudenthal, Antwoord door Prof. Dr H. Freudenthal na het verlenen van het eredoctoraat’, 1977) de que las matemáticas –si han de tener valor humano– deben guardar relación con la realidad, mantenerse cercanas a los niños y ser relevantes para la sociedad, el uso de contextos realistas se convirtió en una de las características determinantes de este enfoque de la educación matemática. En la EMR, los estudiantes deben aprender matemáticas desarrollando y aplicando conceptos y



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

herramientas matemáticas en situaciones de la vida diaria que tengan sentido para ellos.” (HeuvelPanhuizen, 2009).

En este sentido las matemáticas y en general la enseñanza deben estar conectadas a la realidad como lo plantea uno de sus principios pero también debe dar paso a la imaginación la cual permite el desarrollo de la creatividad y porque no, muestra diferentes formas de resolver las situaciones puestas en cuestión, además la EMR está basada en la utilización de modelos; para apoyar esta idea de la enseñanza en contexto Freudenthal se basaba en que las matemáticas son producto de la actividad humana y son también una construcción social, que implican resolver situaciones problema y crear nuevos problemas que reten la mente humana para resolverlos utilizando la matematización, “como se ha señalado, para él las matemáticas no eran el cuerpo de conocimientos matemáticos, sino la actividad de resolver problemas y buscar problemas” (Freudenthal, 1968)

La EMR plantea que hay niveles de comprensión en los cuales el estudiante pasa por diferentes niveles desde solucionar los problemas informalmente pasando por la esquematización hasta la racionalización de los principios matemáticos que hacen parte de un problema, logrando así la reflexión en cada una de las actividades; en cuanto a los modelos allí se ven representaciones de la vida cotidiana que se presentan de manera casi obvia y que además encierran conceptos relevantes para la situación problema y deben estar basados en situaciones reales e imaginables para que pueda ser aplicados y flexibilizados según se requiera, En otras palabras, los estudiantes deben tener siempre la posibilidad de volver a un nivel más bajo. Este carácter de doble sentido de los modelos los hace muy poderosos. (HeuvelPanhuizen, 2009).

Diferencia entre EMR y Etnomatemática

Según la autora brasilera Gelsa Knijnik, la etnomatemática consiste en investigar las tradiciones, prácticas y concepciones matemáticas de un grupo social subordinado y el trabajo pedagógico que se desarrolla en la perspectiva que el grupo sea capaz de: interpretar y decodificar su conocimiento, adquirir el conocimiento producido por la matemática académica y establecer comparaciones entre su conocimiento y el conocimiento académico; de esta forma el grupo sería capaz de analizar las relaciones de poder involucradas en el uso de ambas clases de conocimientos (Machiunas, 2006).

Desde esta definición podemos darnos cuenta que la etnomatemática y la EMR tienen diferencias sustanciales, ya que la etnomatemática se refiere a como se aprenden, comprenden y aplican las matemáticas en ciertos grupos sociales o étnicos con un contexto particular y la EMR habla de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los diferentes contextos, utilizando la realidad o la imaginación para la matematización de las diferentes situaciones problema logrando altos niveles de comprensión que permiten al alumno alcanzar desde la racionalización y la reflexión de la matemáticas la resolución de las diferentes situaciones propuestas en el aula u otros contextos.

Relación entre la EMR y la enseñanza de la teoría de conjuntos

la EMR como hemos dicho antes parte de la realidad del alumno y le plantea modelos que puede poner en contexto, situaciones reales o imaginarias que le permiten visualizar, ordenar y utilizar modelos, esquemas y símbolos para resolverlas, reinventando así las matemáticas en su uso y manejo, en sentido la forma en que se relaciona con la teoría de conjuntos tiene que ver con las dos formas de matematización propuestas por Treffers en 1978 y 1987, la cual Freudenthal aceptó; donde en la matematización vertical se pasa del mundo real



al mundo de los símbolos y la matematización vertical consiste el tratamiento matemático, la teoría de conjuntos en el aula se puede enseñar desde cualesquiera de estos dos tipos de matematización desde modelaciones que lleve ejemplos de la vida real o el contexto y se apliquen los conceptos y de operaciones con de la teoría de conjuntos.

Para explicarlo de una mejor forma visualizaremos los pasos que lleva cada una de ellas:

Matematización Horizontal

- Identificar las matemáticas en contextos generales
- Esquematizar
- Formular y visualizar un problema de varias maneras
- Descubrir relaciones y regularidades
- Reconocer aspectos isomorfos en diferentes problemas
- Transferir un problema real a uno matemático
- Transferir un problema real a un modelo matemático conocido

Matematización vertical

- Representar una relación mediante una fórmula
- Utilizar diferentes modelos
- Refinar y ajustar modelos
- Combinar e integrar modelo
- Probar regularidades
- Formular un concepto matemático nuevo
- Generalizar

Relación entre lenguaje matemático y realidad social



En un mundo cada vez más competitivo y el cual le exige a la escuela formar seres capaces para la vida, la matemática como parte fundamental del currículo educativo, no puede alejarse de estos parámetros y debe estar articulada al quehacer diario de los individuos perdiendo ese carácter de inalcanzable y ponerse al nivel de cualesquier persona que la requiera; alcanzando así el horizonte de equidad que plantea el ministerio de educación nacional cuando dice. “formar en matemáticas a todo tipo de alumnos y alumnas”. (MEN, 2006)

“La Matemática es la ciencia que se ocupa de describir y analizar las cantidades, el espacio y las formas, los cambios y relaciones, así como la incertidumbre.” (Eusko Jauriarita Hezkuntza, Unibertsitate, 2010); nada acerca más a la realidad las matemáticas como esta frase, ya que si observamos el entorno hay matemática en nuestro cuerpo con el concepto de simetría, hay matemáticas cuando calculamos el tiempo que nos toma llegar algún lugar, hay matemáticas cuando racionamos los alimentos, hay matemáticas cuando establecemos un presupuesto, hay matemáticas cuando organizamos el espacio que habitamos.

Es por esto que al aseverar que “La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión u razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida.” (EuskoJauriarita Hezkunza, Unibertsitate, 2010), los maestros deben asumir el reto de contextualizar y llevar las matemáticas a la realidad de los alumnos, posibilitando con esto que los alumnos puedan alcanzar el nivel necesario para acceder a las matemáticas como una herramienta que los acerca a las metas propuestas en cada ámbito de su vida. “Las matemáticas, tanto histórica como socialmente, forman parte de nuestra



cultura y los individuos deben ser capaces de apreciarlas y comprenderlas.” (Eusko Jariarita Hezkunza, Unibertsitate., 2010)

Las matemáticas son la vida misma y como en ella también se renuevan y cambian. “Su conocimiento no está fosilizado, además de una herencia recibida es una ciencia que hay que construir.” (Eusko Jariarita Hezkunza, Unibertsitate., 2010), ciencia que además de construir, debemos renovar y refrescar con la forma de enseñar creando puentes y relacionándola con otras áreas y saberes, lo que permitirá que este siempre en el presente de los individuos, dejándoles recurrir a ella de forma natural a la hora de resolver problemas o tomar decisiones.

“Además de proporcionarnos un poderoso lenguaje con el que podemos comunicarnos con precisión.” (Euska Jauriarita Gobierno Vasco, 2007). La resolución de problemas en matemáticas desarrolla habilidades comunicativas, aporta fluidez al lenguaje, mejora la comprensión, genera indagación, ya que las matemáticas nos proveen poder analítico y argumentativo que hará más fácil hacer frente a lo mencionado anteriormente en cuanto a la toma de decisiones responsables.

Vistas de este modo y apoyados en los autores acá señalados, nos queda claro que las matemáticas son desde siempre parte del ser humano y por esto deben crear un puente entre ellas y el contexto que le permita a quien la use empoderarse como transformador de la sociedad a la que pertenezca.

2.3 ARTICULACIÓN DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS CON LA EMR.

Desde hace algunos años las exigencias curriculares piden enseñar matemáticas desde la resolución de problemas, además se pide que la enseñanza se realice en contexto.



La EMR plantea la matemática como una actividad humana y basándonos en las ideas de Hans Freudenthal proponemos la enseñanza de la teoría de conjuntos como una forma de darle a los alumnos la oportunidad de acercarse al aprendizaje de las matemáticas y en específico a este tema de una forma menos abstracta, partiendo de situaciones reales que le permitan avanzar en su proceso de aprendizaje de una manera coherente y significativa.

La teoría de conjuntos permite aplicar los principios fundamentales de la EMR para formar conceptos que acerquen al muchacho de una manera más clara y abierta a la comprensión de las relaciones que existen entre esta y el contexto permitiéndole formalizar ideas que los lleven a la comprensión de los conceptos, las operaciones y las relaciones entre los conjuntos.

Al matematizar situaciones que le permitan organizar problemas, descubrir diferencias o semejanzas con otras situaciones ya trabajadas permitirá el avance de los procesos de aprendizaje en el sentido de matematización vertical y horizontal mencionados anteriormente.

Es fundamental para alcanzar la matematización que se utilicen modelos ya que estos son pilares fundamentales en la implementación de la EMR, propiciando además la interacción entre los alumnos y el docente, como también de los alumnos entre sí; lo que generara un clima de confianza y aprendizaje ya que los alumnos propondrán situaciones que traigan del contexto o de su creatividad y pongan en común para resolver juntos o el docente se apoyara en lo que conoce de sus alumnos y sus procesos para estructurar y realizar las actividades en el aula y los conceptos.

La EMR plantea como principio fundamental también la reinención es decir,



darles a los alumnos la oportunidad de repensar la matemática, de reconstruirla en vez de transmitirles la información o los conceptos y ser autónomos en la construcción de pensamiento crítico. En la teoría de conjuntos hallamos todas las condiciones para aplicar estas estrategias didácticas de enseñanza como una manera de traer la realidad de cada alumno y su entorno familiar, social y educativo para recorrer procesos en corto tiempo con mayor eficacia a la hora de formalizar permitiéndole al alumno disfrutar del aprendizaje y ver la matemática como parte de la vida cotidiana al restablecer esas relaciones que tiene estas con el entorno.

CAPÍTULO 3. MARCO METODOLÓGICO.

3.1 Caracterización del tipo de investigación.

Esta investigación busca conocer si existen o no diferencias entre el aprendizaje de las nociones básicas de la teoría de conjuntos mediada por la EMR y otros estilos de aprendizaje, estableciendo cómo contribuye la EMR al desarrollo de competencias matemáticas y sociales, cuál es la influencia del aprendizaje en contexto y cómo favorece éste modelo la formación de maestros, para alcanzar éstas metas de investigación, se busca desarrollar una investigación descriptiva de carácter cuantitativo a partir de un estudio experimental.

Desde la perspectiva de Hernández, Fernández y Baptista, hay estudios exploratorios, descriptivos, correlacionales y explicativos. La presente investigación es un estudio descriptivo de enfoque cuantitativo, en el cual se recolectan datos o componentes sobre diferentes aspectos que permitirán comprender si se generan o no esas diferencias mencionadas anteriormente.

“La investigación descriptiva busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice” (Hernández, 2006)

Igualmente la investigación tiene un enfoque cuantitativo que utiliza, la recolección de datos a partir de la aplicación de diversos cuestionarios y su respectivo análisis estadístico a partir de la herramienta SPSS, la cual permitirá a partir de la medición numérica y el conteo, establecer con exactitud el patrón diferencial o igualitario de las muestras.

Esta investigación de tipo descriptivo transeccional se enmarca dentro de una

perspectiva experimental, debido a que el fenómeno estudiado no se observa en su contexto natural. Según Hernández, Fernández y Baptista 2006, en un estudio experimental, se construye la situación y no que se observan situaciones ya existentes, son provocadas intencionalmente. En los diseños transeccionales descriptivos, se busca indagar la incidencia y los valores en los que se manifiestan una o más variables dentro del enfoque cuantitativo. El procedimiento consiste en medir o ubicar a un grupo de personas, objetos, situaciones, contextos, fenómenos en una variable o concepto y proporcionar su descripción.

A continuación se muestra el esquema general de la investigación:

3.2 Tiempos de la investigación.

La Investigación tiene una duración de 3 semestres académicos, que comprenden 18 meses, dentro de los cuales se tiene el siguiente esquema de trabajo:

FASE DE PREPARACIÓN:

- Identificación de temática.
- Identificación de los problemas principales de la investigación.
- Formulación de posibles problemas de investigación.
- Socialización de estas formulaciones con los compañeros del Seminario y los Asesores de Práctica.
- Replanteamiento del problema de investigación.
- Revisión exhaustiva sobre literatura referida al problema de investigación, buscando planteamientos de diferentes autores que aportan a la investigación.
- Selección del contexto y los participantes de la investigación.

- Diseñar la metodología de investigación.

FASE DE APLICACIÓN Y CONCLUSIONES:

- Construir y Aplicar los cuestionarios iniciales a las dos muestras seleccionadas.
- Construir y Aplicar los cuestionarios finales a las dos muestras seleccionadas.
- Detectar diferencias estadísticamente significativas entre las respuestas al cuestionario de las dos muestras.
- Recoger y vaciar la información de los diferentes instrumentos aplicados.
- Plantear conclusiones parciales y mostrar los resultados de la indagación y sus implicaciones pedagógicas.
- Elaborar el informe final (Aunque la elaboración del informe se ha realizado desde el inicio del proceso de práctica pedagógica).

3.3 DESCRIPCIÓN DEL CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN.

La presente investigación se realizó en el Centro Formativo de Antioquia en adelante CEFA, la cual es una Institución Educativa de carácter público de orden municipal, que se encuentra ubicada en el municipio de Medellín, ciudad que representa a la capital del Departamento de Antioquia de la República de Colombia; Medellín es una ciudad de aproximadamente 2.441.123 habitantes, es la segunda en importancia a nivel nacional; se caracteriza por mezclar un ambiente folclórico y futurista, se le conoce en 2014 como una de las ciudades más innovadoras del mundo, por su desarrollo cultural, industrial y educativo.



Según su propio Proyecto Educativo Institucional, El Centro Formativo de Antioquia fue fundado por Joaquín Vallejo Arbeláez, el cual dejó objetivos de formación, tales como:

- Acercar la mujer a la fuerza laboral, para que así puedan ser calificadas, y participe en trabajos productivos.
- Implantar una reforma pedagógica liberal con ideas de Revolución en Marcha, basadas en la preeminencia de las clases populares: la obligatoriedad, gratitud, mérito y laicidad de la educación.
- Finalmente, ofrecer igualdad de oportunidades a la mujer antioqueña y colombiana, por lo tanto posibilitar su acceso a las universidades.

Es una Institución Educativa que se caracteriza por ofrecer dentro de su proceso de formación, las siguientes especialidades:

Media Técnica: Salud, Informática, Ciencias químicas, Comercio, Alimentos y Diseño.

Media Académica: Matemáticas

En el centro de la ciudad de Medellín, está ubicada exactamente en el barrio Boston, Calle 50 Número 41-55 y cuenta con más de 2400 alumnas.

3.4 DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA Y LA POBLACIÓN.

Durante el proceso de práctica desarrollado durante el año 2014 en la Institución



Educativa CEFA, se logró realizar intervención pedagógica en los grupos del aula taller de matemáticas (cursos de lúdica y física) en las especialidades de Salud, Informática, y Química, bajo la orientación del Cooperador de práctica, profesor Carlos Julio Chavarriaga, quien durante el proceso, permitió la intervención pedagógica en un total de 200 estudiantes, las cuales corresponden a la población total sobre la cual se realizó el proceso de práctica.

De ésta total de población (200 estudiantes), se aplicó la matriz de tamaños muestrales determinado para poblaciones finitas, lo que indicó que la muestra apropiada para un nivel de confianza del 90% de estudio, eran 35 de las 200 estudiantes dentro de la muestra experimental, siendo su equivalente para una muestra no emparejada la misma cantidad de estudiantes dentro del grupo control. Para la presente investigación se asumirán 40 estudiantes dentro de cada una de los grupos, con el objetivo de aumentar el índice de confianza.

Las 80 estudiantes de la muestra (grupo control y grupo experimental), tienen edades entre los 16 y 18 de años de edad, a su vez pertenecen a contextos socio-económicos diversos, dentro de los que predominan los estratos económicos medio, medio-bajo y bajo; fueron seleccionados de forma aleatoria del total de la población y decidieron participar de forma libre y anónima en la presente investigación. Cada uno de los grupos, representa el 20% de la población total, que a su vez por ser dos grupos, equivale al 40% de la población intervenida, lo que indica que es una muestra representativa del total de la población de la institución.

A continuación se muestra la matriz de aplicación para tamaños muestrales en poblaciones finitas.

Matriz de Tamaños Muestrales para diversos márgenes de error y niveles de confianza, al estimar una proporción en poblaciones Finitas

N [tamaño del universo]	200
-------------------------	------------

← **Escriba aquí el tamaño del universo**

p [probabilidad de ocurrencia]	0,2
--------------------------------	------------

← **Escriba aquí el valor de p**

Nivel de Confianza (alfa)	1-alfa/2	z (1-alfa/2)
90%	0,05	1,64
95%	0,025	1,96
97%	0,015	2,17
99%	0,005	2,58

Fórmula empleada

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \quad \text{donde:} \quad n_0 = p^*(1-p)^* \left(\frac{z(1-\frac{\alpha}{2})}{d} \right)^2$$

Matriz de Tamaños muestrales para un universo de 200 con una p de 0,2

Nivel de Confianza	d [error máximo de estimación]									
	10,0%	9,0%	8,0%	7,0%	6,0%	5,0%	4,0%	3,0%	2,0%	1,0%
90%	35	42	50	61	75	93	115	141	169	191
95%	47	55	65	77	92	110	132	155	177	194
97%	55	63	74	87	102	120	140	161	181	195
99%	69	79	91	104	119	136	154	171	186	196

Ilustración 1 Matriz de espacios muestrales.

3.5 INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN.

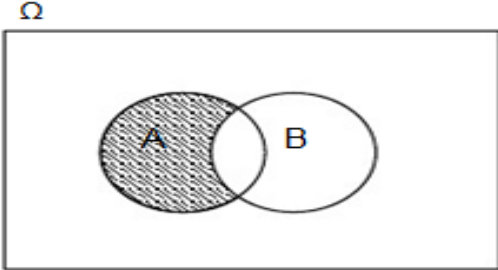
El instrumento que se utiliza tanto para el pre test como para el pos test, es una escala Likert, la cual ha sido validada con docentes de diferentes niveles escolares como lo es: (Licenciados y Magíster en Didáctica de las Ciencias.). Se realiza una construcción que sea acorde al Contexto Colombiano, debido a que en nuestro marco teórico se realiza el uso de la EMR como eje articular de la enseñanza de la teoría de conjuntos en el contexto social.

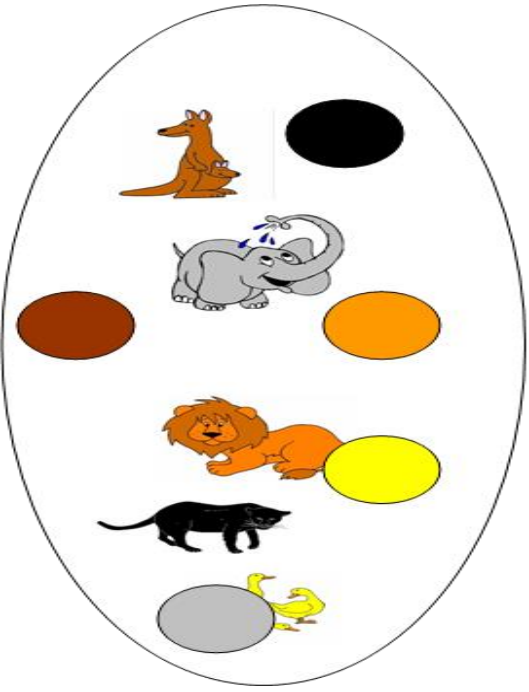
Cada uno de los ítems presentados en cada una de las dimensiones propuestas, cumplen con una escala de medición de 1 a 5, donde cada valor numérico tendrá la siguiente representación:

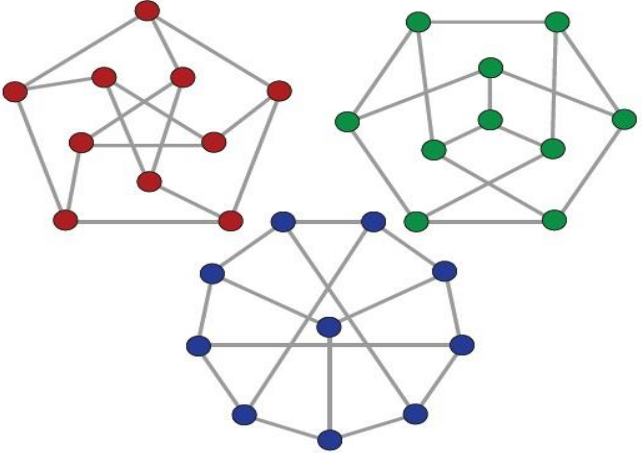
- 1: Totalmente desacuerdo.
- 2: Desacuerdo.
- 3: Indiferente.
- 4: De acuerdo.
- 5: Completamente de acuerdo.

Se propone para su análisis posterior un apoyo basado en la estadística descriptiva, en el que se analicen las variables a través de conceptos estadísticos como la media, varianza, desviación estándar y desviación estándar de la media. A continuación se muestra el instrumento de indagación de ideas previas.

Dimensiones o ámbitos de la teoría de conjuntos	Ítems	Escala de Medición de cada Ítem.				
		1	2	3	4	5
Características del concepto matemático de conjunto	Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.					
	Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.					
	Es imposible que exista un conjunto vacío.					
	Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.					
	Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.					
	La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.					
	Los elementos que componen un conjunto siempre son números.					
Clasificación de elementos de un conjunto según sus características	Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}					
	Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.					
	No hay conjuntos que incluyan animales y de					

	vegetales.					
	Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.					
	Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.					
Operaciones entre conjuntos	Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.					
	Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.					
	 <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>					
	Sean: $C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$					
	Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$					

	$T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$					
Representaciones de conjuntos.	<p>En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>					
	<p>La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p> 					
	<p>Existe más de una forma de representar los conjuntos.</p>					

	<p>Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.</p>					
	<p>La siguiente imagen representa un conjunto:</p> 					
<p>Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar.</p>	<p>Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca. Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>					

	En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.					
	La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.					
	Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.					
	Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.					
	Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.					

Tabla 1 Dimensiones y ámbitos de la teoría de conjuntos

3.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

Aquí no se presentan resultados sino como se efectuó el análisis e interpretación de la información. El análisis de resultados e interpretación de la información en la presente investigación, se posibilita gracias a diferentes elementos teóricos desde diversos puntos de vista tales como: la EMR, la teoría de Conjuntos y los estilos de aprendizaje.

Se utilizan herramientas estadísticas que permiten establecer características particulares de cada una de las muestras de la investigación y a su vez establecer comparaciones entre una y otra, de tal manera que se posibilite el hallazgo de rasgos particulares que generen el establecimiento de conclusiones. Si bien la presente investigación es de carácter cuantitativo, el análisis cualitativo de los datos permea la investigación, ya que posibilita la construcción descriptiva de cada una de las características de las muestras indagadas.

Con el objetivo de detectar la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre las medias de las respuestas (a cada una de los cuestionarios aplicados) a los dos grupos (muestra 1 y 2) se utilizó la prueba “t” de Student. Esta prueba se utiliza para la comparación de dos medias de poblaciones independientes y normales y cuando se comparan dos grupos respecto a una variable cuantitativa. Se trata de una prueba de significación estadística paramétrica para contrastar la hipótesis nula respecto a la diferencia entre dos medias. Como las medias han sido calculadas a partir de dos muestras independientes de observaciones, la prueba se describe como no emparejada. Se especificó como nivel de la probabilidad (nivel de la alfa, nivel de la significación, p) que estamos dispuestos a aceptar el valor $p < .05$. Con este tipo de prueba, el investigador desea indicar con un cierto grado de confianza (90%) que la diferencia obtenida entre las medias de los grupos sea demasiado grande para ser un acontecimiento al caso.



CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INVESTIGACIÓN

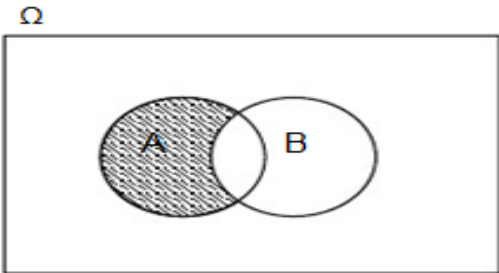
En éste apartado se presentarán los resultados y posteriores análisis de la intervención realizada con el pre test y el pos test tanto al grupo experimental, como al grupo control, siguiendo las pautas establecidas en el marco metodológico y la estructura presentada con las dimensiones y unidades de análisis mostradas en la escala Likert diseñada.

En primera Instancia se presentarán los resultados y análisis en el grupo experimental, luego en el grupo control y por último se realizará una comparación estadística con los resultados anteriores para así poder presentar y analizar las diferencias estadísticamente significativas entre los promedios de los dos grupos seleccionados entre la población, que a su vez, determinan la muestra de la presente investigación.

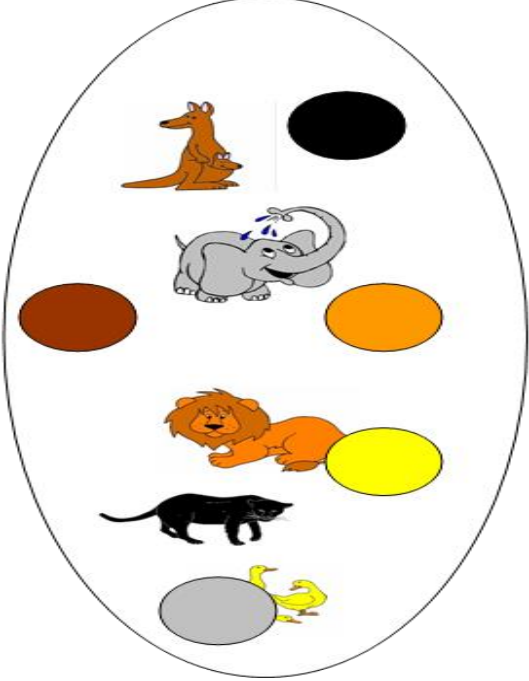
4.1 Resultados pre test: grupo experimental.

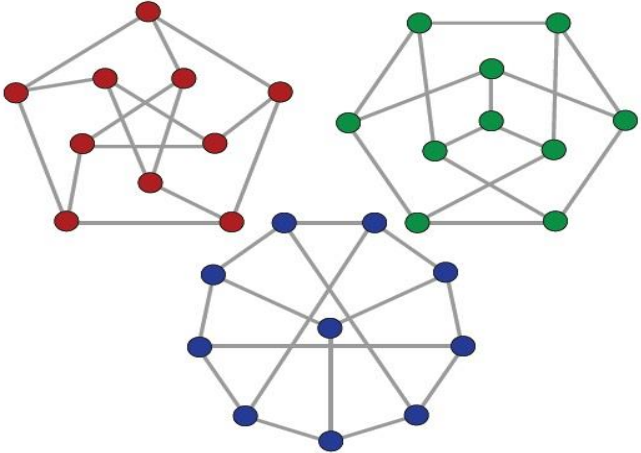
Al aplicar la escala Likert (sobre ideas acerca de la teoría de conjuntos) al grupo experimental de 40 estudiantes del grado 11 de la Institución educativa CEFA en el segundo semestre académico de 2014, se registraron los siguientes resultados:

Ítems	Escala de Medición de cada Ítem.									
	Totalmente desacuerdo.		Desacuerdo.		Indiferente.		De acuerdo.		Completamente de acuerdo.	
1. Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	2	5%	4	10%	16	40%	16	40%	2	5%
2. Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	2	5%	4	10%	6	15%	14	35%	14	35%
3. Es imposible que exista un conjunto vacío.	0	0%	0	0%	10	25%	14	35%	16	40%
4. Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	2	5%	6	15%	16	40%	10	25%	6	15%
5. Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	3	7%	3	7%	7	18%	15	38%	9	23%
6. La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	15	38%	11	28%	2	5%	5	12%	7	17%
7. Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	4	10%	4	10%	8	20%	12	30%	12	30%
8. Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	12	30%	14	35%	4	10%	6	15%	4	10%
9. Un elemento no puede pertenecer a más de	8	20%	4	10%	8	20%	10	25%	10	25%

un conjunto.										
10.No hay conjuntos que incluyan animales y vegetales.	0	0%	0	0%	0	0%	17	43%	23	57%
11.Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	0	0%	0	0%	4	20%	16	40%	16	40%
12.Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	8	20%	4	10%	16	40%	10	25%	2	5%
13.Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	2	5%	6	15%	8	20%	12	30%	12	30%
14.Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	1	3%	1	3%	3	8%	17	42%	18	44%
<p>15.</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	2	5%	4	10%	4	10%	14	35%	16	40%
16.Sean:	14	35%	3	8%	11	28%	5	12%	7	17%

$C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$										
17. Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$	2	5%	4	10%	16	40%	16	40%	2	5%
18. En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.	2	5%	4	10%	16	40%	16	40%	2	5%
19. La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.	2	5%	4	10%	6	15%	14	35%	14	35%

										
20. Existe más de una forma de representar los conjuntos.	0	0%	0	0%	10	25%	14	35%	16	40%
21. Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.	2	5%	6	15%	16	40%	10	25%	6	15%
22. La siguiente imagen representa un conjunto:	4	10%	2	5%	12	30%	10	25%	12	30%

										
<p>23. Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	6	15%	10	5%	10	25%	8	20%	6	15%
<p>24. En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	4	10%	4	10%	8	20%	12	30%	12	30%

25. La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.	12	30%	14	35%	4	10%	6	15%	4	10%
26. Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	8	20%	4	10%	8	20%	10	25%	10	25%
27. Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	0	0%	0	0%	0	0%	16	40%	24	60%
28. Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	0	0%	0	0%	8	20%	16	40%	16	40%

Tabla 2 Resultados pre test: grupo experimental.

4.1.1 Análisis de Resultados pre test: grupo experimental.

Como se ha descrito en apartados anteriores, el grupo experimental, está conformado por 40 estudiantes de la Institución Educativa CEFA de las especialidades mencionadas en la descripción de la muestra y la población de la investigación.

Realizando un análisis horizontal, atendiendo a cada una de las dimensiones establecidas en la escala Likert, se pueden inferir los siguientes resultados:

Características del concepto matemático de conjunto:

Dentro de ésta dimensión o ámbito de estudio de la teoría de conjuntos, se presentó que el 80% de las estudiantes del grupo experimental, no establecen claramente la noción de un conjunto, debido a que consideran en un alto porcentaje que la colección arbitraria de elementos pueden determinar la conformación de un conjunto, dejando de lado la importancia de cumplir al menos con una característica en común. El 70% considera que un conjunto siempre es un elemento de otro conjunto, dejando de lado la noción de conjunto unitario, el 75% no concibe la idea de que exista el conjunto vacío, el 40% consideran que la igualdad de conjuntos es indiferente respecto a sus características, respecto a la repetición de términos, el 61% considera que es poco relevante la repetición de los mismos en los conjuntos definidos, el ítem 6, muestra claramente la confirmación de que la noción de conjunto unitario no es clara en las indagadas y por último en ésta categoría se consideran conjuntos sólo a aquellas colecciones formadas por números.

Claramente se establece que no se cuenta con una noción cercana a las aceptadas en la comunidad científica sobre las características del concepto matemático de conjunto, no se comprende adecuadamente su definición, propiedades, características y cualidades particulares.

Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:

Respecto a ésta dimensión no se evidencia claramente la clasificación de los elementos de un conjuntos, en primera instancia es poco relevante al repetición de elementos, o la pertenencia de elementos a diversos conjuntos diferentes (50% de acuerdo), los conjuntos no pueden están conformados por varias clases, están determinados siempre por las mismas categorías (100%), el orden es estrictamente necesario para la clasificación de los elementos de un conjunto, se desestima la posibilidad de tener conjuntos con elementos netamente cualitativos en los que el orden no es estrictamente necesario (80% de acuerdo con la importancia del orden).

Operaciones entre conjuntos:

Las operaciones entre conjuntos no son claramente establecidas por el grupo experimental, no se distingue entre la diferencia y la intersección de conjuntos, no se tiene la noción de unión de conjuntos.

Representaciones de conjuntos.

Se asume por el grupo experimental que existen varias formas de representar los conjuntos, aunque no distinguen adecuadamente la representación adecuada de los mismos, no interpretan en su contexto social la representación y la relación de elementos de los conjuntos.

Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar

Se dificulta aplicar al contexto social de sus vidas las nociones de conjuntos que han desarrollado a lo largo de su vida escolar, debido que al ser indagadas acerca de la relación entre sus áreas de estudio y de formación en el CEFA a través de la teoría de conjuntos, se presentas diversas respuestas que no son concluyentes respecto a la aplicación de la teoría de conjuntos en el contexto social que se desenvuelven las estudiantes.

A continuación se representa el resultado final del grupo experimental, respecto al pre test:

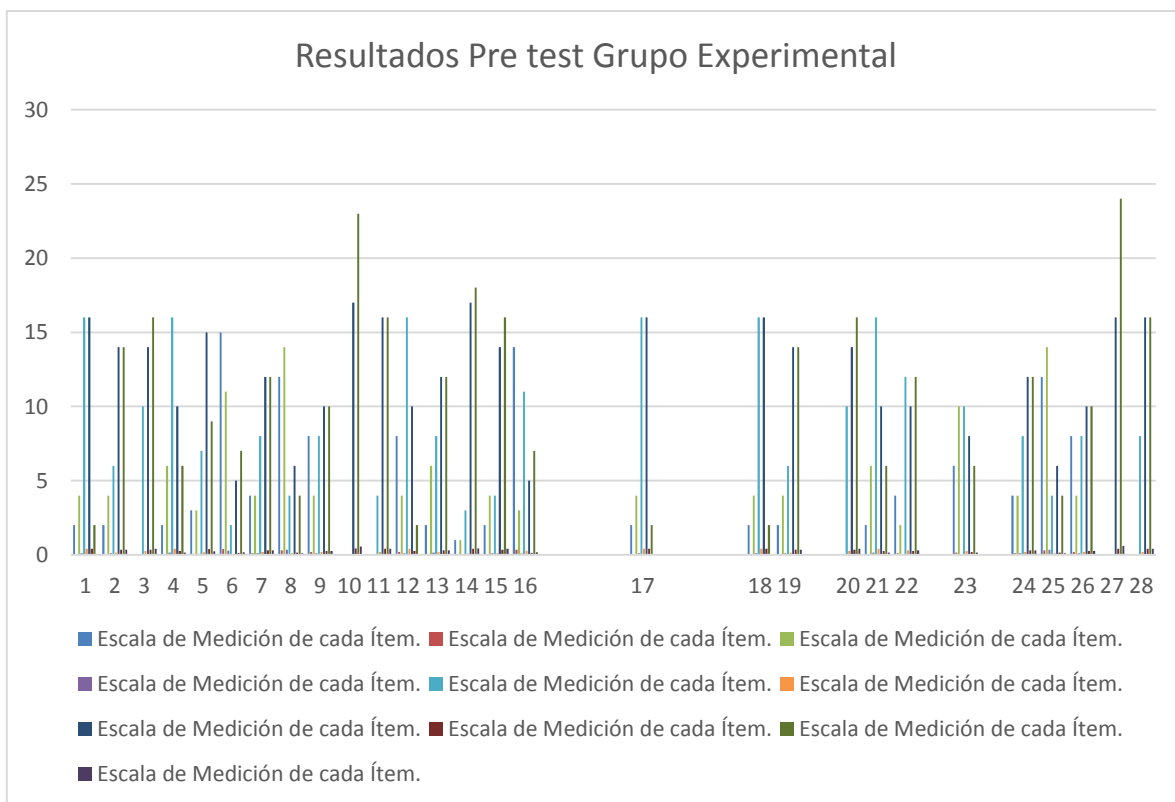
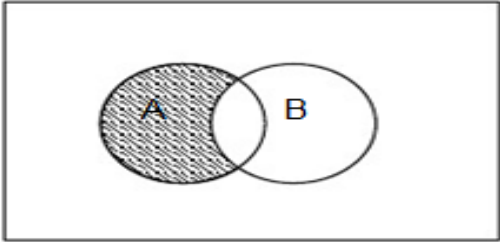


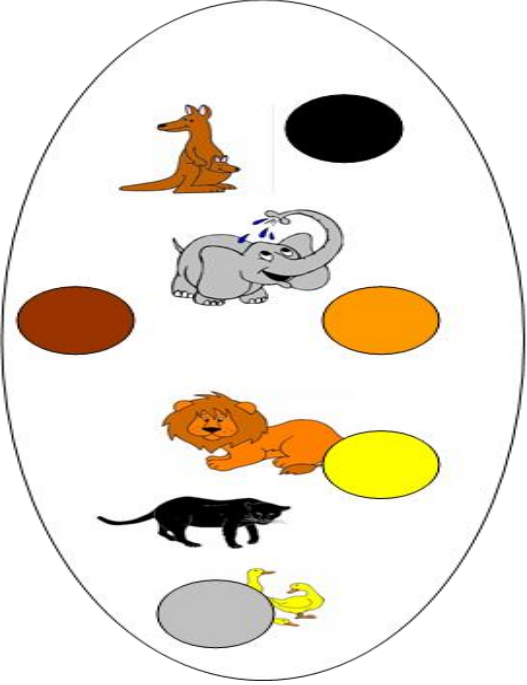
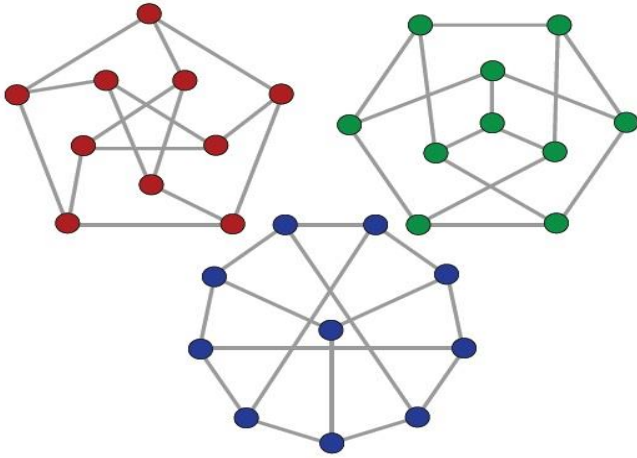
Ilustración 2 Resultados pre test: grupo experimental.

4.1.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo experimental.

A continuación se presentan los promedios obtenidos en cada uno de los ítems indagados en el pre test

Ítems	Promedio
Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	3,3
Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	3,85
Es imposible que exista un conjunto vacío.	4,15
Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	3,3
Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	3,375
La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	2,45
Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	3,6
Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	2,4
Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	3,25
No hay conjuntos que incluyan animales y de vegetales.	4,575
Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	3,9
Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	2,85
Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	3,65
Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	4,25

<p>Ω</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	3,95
<p>Sean: $C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$</p>	2,7
<p>Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$</p>	3,3
<p>En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>	3,3
<p>La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p>	3,85

	
<p>Existe más de una forma de representar los conjuntos.</p>	<p>4,15</p>
<p>Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.</p>	<p>3,3</p>
<p>La siguiente imagen representa un conjunto:</p> 	<p>3,6</p>
<p>Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p>	<p>2,95</p>

Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.	
En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.	3,6
La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.	2,4
Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	3,25
Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	4,6
Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	4,2

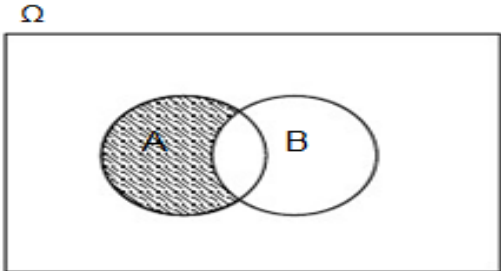
Tabla 3 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo experimental.



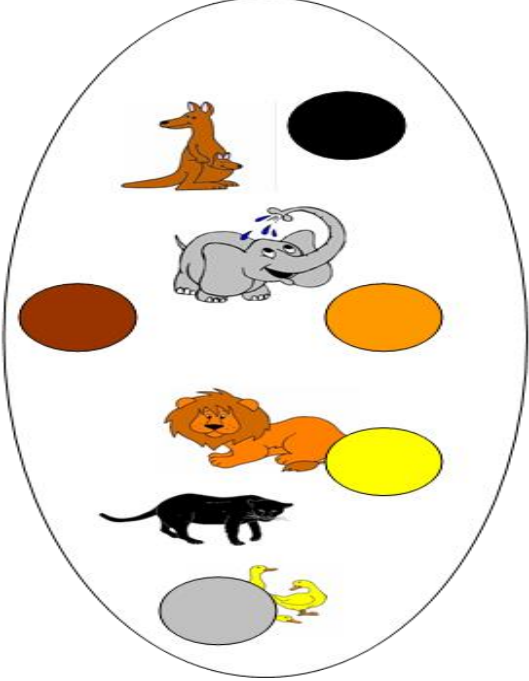
4.2 Resultados pos test: grupo experimental.

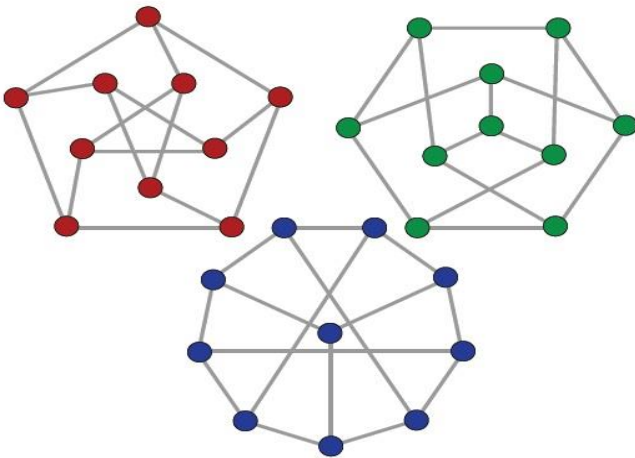
Al aplicar la escala Likert (sobre ideas acerca de la teoría de conjuntos) al grupo experimental de 35 estudiantes del grado 11 de la Institución educativa CEFA en el segundo semestre académico de 2014, después de haber realizado la intervención pedagógica de la teoría de conjuntos mediada por la Educación Matemática Realista, se registraron los siguientes resultados:

Ítems	Escala de Medición de cada Ítem.									
	Totalmente desacuerdo.		Desacuerdo.		Indiferente.		De acuerdo.		Completamente de acuerdo.	
1. Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	16	40%	15	0%	0	0%	5	13%	4	10%
2. Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	13	33%	17	43%	6	15%	2	5%	2	5%
3. Es imposible que exista un conjunto vacío.	11	28%	15	38%	8	20%	4	10%	2	5%
4. Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	13	33%	16	40%	1	3%	5	13%	5	13%
5. Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	11	28%	15	38%	3	8%	5	13%	6	15%
6. La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	4	10%	5	13%	1	3%	12	30%	18	45%
7. Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	22	55%	15	38%	1	3%	1	3%	1	3%
8. Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	16	40%	14	35%	2	5%	4	10%	4	10%

9. Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	13	33%	13	33%	2	5%	5	13%	7	18%
10.No hay conjuntos que incluyan animales y vegetales.	17	43%	15	38%	0	0%	2	5%	6	15%
11.Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	16	40%	2	5%	0	0%	16	40%	6	15%
12.Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	14	35%	8	20%	0	0%	12	30%	6	15%
13.Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	26	65%	14	35%	0	0%	0	0%	0	0%
14.Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	0	0%	0	0%	4	10%	13	33%	23	58%
<p>15.</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	27	68%	13	33%	0	0%	0	0%	0	0%

<p>16. Sean: $C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$</p>	1	3%	0	0%	0	0%	8	20%	31	78%
<p>17. Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$</p>	0	0%	4	10%	0	0%	19	48%	17	43%
<p>18. En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>	3	8%	5	13%	2	5%	16	40%	14	35%
<p>19. La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p>	15	38%	19	48%	4	10%	1	3%	1	3%

										
20. Existe más de una forma de representar los conjuntos.	0	0%	0	0%	0	0%	3	8%	37	93%
21. Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.	0	0%	0	0%	2	5%	15	38%	23	58%
22. La siguiente imagen representa un conjunto:	13	33%	11	28%	0	0%	14	35%	2	5%

										
<p>23. Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	33	83%	5	13%	0	0%	2	5%	0	0%
<p>24. En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	16	40%	17	43%	2	5%	3	8%	2	5%

25. La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.	1	3%	4	10%	5	13%	14	35%	16	40%
26. Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	18	45%	8	20%	6	15%	8	20%	0	0%
27. Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	18	45%	10	25%	2	5%	4	10%	6	15%
28. Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	3	8%	2	5%	0	0%	9	23%	26	65%

Tabla 4 Resultados pos test: grupo experimental.

4.2.1 Análisis de Resultados pos test: grupo experimental.

Realizando un análisis horizontal, atendiendo a cada una de las dimensiones establecidas en la escala Likert, se pueden inferir los siguientes resultados, después de haber realizado la intervención educativa a partir de la Educación Matemática Realista:

Características del concepto matemático de conjunto:

Dentro de ésta dimensión o ámbito de estudio de la teoría de conjuntos, se presentó que las estudiantes del grupo experimental, al aplicar los conceptos de la teoría de conjuntos en el contexto, establecen y diferencian la noción de un conjunto, debido a que contrario a lo que consideraban en el pre test, la colección arbitraria de elementos no puede determinar la conformación de un conjunto, y empiezan a considerar el hecho de que los conjunto se conforman por características particulares de los elementos.

El 40% de las estudiantes intervenidas, están totalmente en desacuerdo con que los conjuntos sean una colección arbitraria de elementos, a su vez, el 33% también se encuentra totalmente en desacuerdo en la idea de que un conjunto siempre sea elemento de otro conjunto, todavía en un 66% de las estudiantes persiste la idea de que es imposible la existencia de un conjunto vacío, existe conceso respecto a la importancia de las características de los elementos y no en su cantidad, en la muestra toma relevancia la repetición de elementos dentro de un conjunto (66% de la muestra intervenida), el 93 de la muestra intervenida, manifiesta que la conformación de conjuntos no está limitada estrictamente a conjuntos numéricos.

Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:

En ésta dimensión, se evidencian algunas características claramente



diferenciadas respecto a la clasificación de los elementos de un conjuntos, en primera instancia es relevante al repetición de elementos en la descripción de los conjuntos o la pertenencia de elementos a diversos conjuntos diferentes, los conjuntos pueden están conformados por varias clases, el orden es estrictamente necesario para la clasificación de los elementos de un conjunto, no se desestima la posibilidad de tener conjuntos con elementos netamente cualitativos en los que el orden no es estrictamente necesario.

Operaciones entre conjuntos:

Dentro de la muestra seleccionada, se diferencia claramente la operación entre conjuntos, el 100% de la muestra tiene claro que los elementos en una unión no deben ser repetidos y que un elemento puede pertenecer a varios conjuntos, además se presenta un alto grado de comprensión respecto a operaciones de unión, intersección y diferencia de conjuntos.

Representaciones de conjuntos.

Se evidencia en el pos test, que claramente las estudiantes intervenidas a través de la EMR, comprenden las múltiples representaciones de los conjuntos y diferencian los mismos a través de las diversas categorías.

Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar

Se evidencia una correcta aplicación del conocimiento matemático aplicado al contexto social de sus vidas, través de las nociones básicas de conjuntos que han desarrollado a lo largo de su vida escolar.

A continuación se representa el resultado final del grupo experimental, respecto al pos test, después de haber sido intervenidos con la propuesta de enseñanza mediada por la EMR:

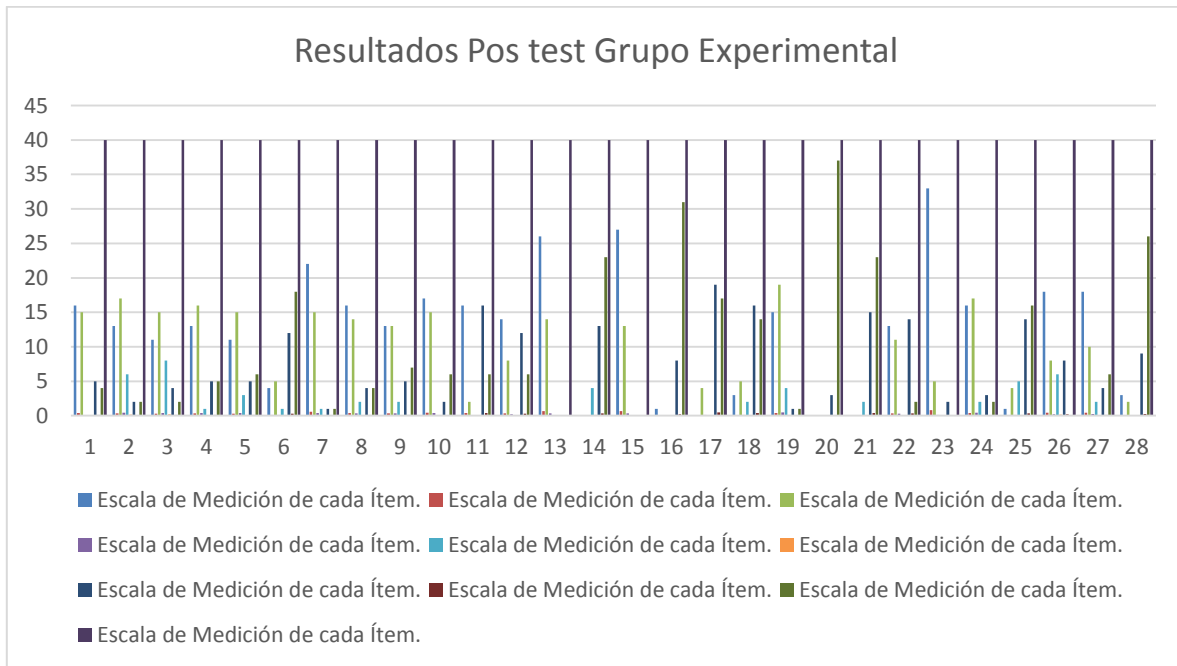
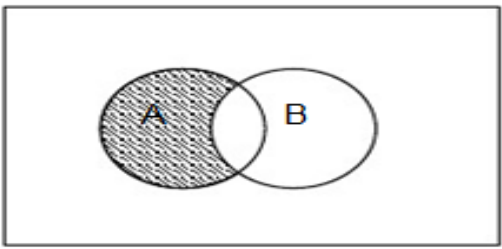


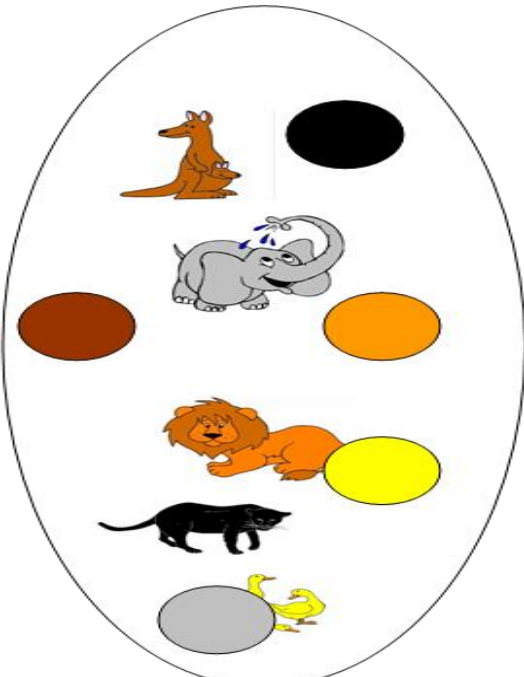
Ilustración 3 Resultados pos test: grupo experimental.

4.2.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo experimental.

A continuación se presentan los promedios obtenidos en cada uno de los ítems indagados en el pre test

Ítems	Promedio
Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	2,15

Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	2,075
Es imposible que exista un conjunto vacío.	2,275
Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	2,325
Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	2,5
La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	3,875
Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	1,6
Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: $\{1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9\}$	2,15
Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	2,5
No hay conjuntos que incluyan animales y de vegetales.	2,125
Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	2,85
Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	2,7
Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	1,35
Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	4,475
<p>Ω</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	1,325
<p>Sean:</p> <p>$C = \{ a, e, f, g, h \}$</p> <p>$D = \{ a, b, c, h \}$ entonces</p>	4,7

$C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$	
Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$	4,225
En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.	3,825
La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto. 	1,85
Existe más de una forma de representar los conjuntos.	4,925
Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.	4,525
La siguiente imagen representa un conjunto:	2,525

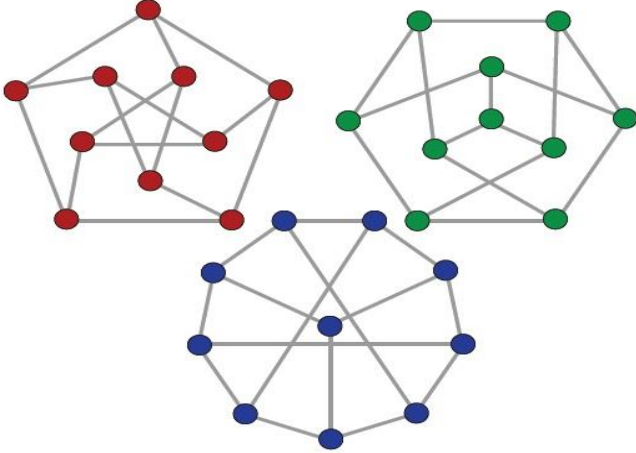
	
<p>Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	1,275
<p>En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	1,95
<p>La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.</p>	4
<p>Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.</p>	2,1
<p>Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.</p>	2,25
<p>Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.</p>	4,325

Tabla 5 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo experimental.

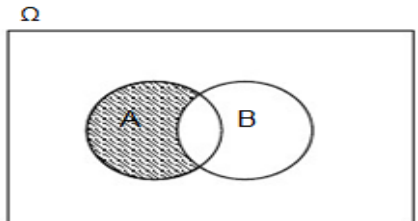




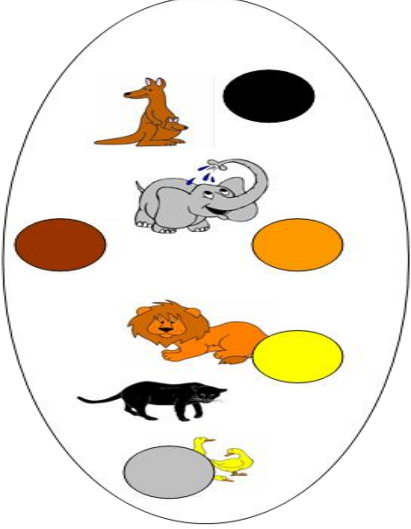
4.3 Resultados pre test: grupo control.

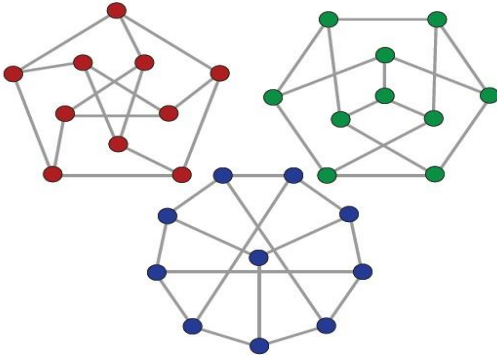
Al aplicar la escala Likert (sobre ideas acerca de la teoría de conjuntos) al grupo control de 40 estudiantes del grado 11 de la Institución educativa CEFA en el segundo semestre académico de 2014, se registraron los siguientes resultados:

Ítems	Escala de Medición de cada Ítem.									
	Totalmente desacuerdo.		Desacuerdo.		Indiferente.		De acuerdo.		Completamente de acuerdo.	
1. Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	1	3%	5	13%	15	38%	19	48%	0	0%
2. Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	1	3%	3	8%	5	13%	13	33%	18	45%
3. Es imposible que exista un conjunto vacío.	2	5%	2	5%	4	10%	13	33%	19	48%
4. Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	3	8%	7	18%	15	38%	9	23%	6	15%
5. Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	3	8%	3	8%	7	18%	17	43%	10	25%
6. La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	17	43%	10	25%	1	3%	6	15%	6	15%
7. Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	4	10%	4	10%	8	20%	12	30%	12	30%
8. Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	12	30%	15	38%	3	8%	5	13%	5	13%

9. Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	9	23%	2	5%	11	28%	15	38%	3	8%
10.No hay conjuntos que incluyan animales y vegetales.	1	3%	2	5%	1	3%	13	33%	23	58%
11.Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	2	5%	1	3%	3	8%	15	38%	19	48%
12.Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	5	13%	6	15%	15	38%	14	35%	0	0%
13.Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	1	3%	8	20%	5	13%	14	35%	12	30%
14.Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	1	3%	3	8%	0	0%	12	30%	24	60%
<p>15.</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	3	8%	3	8%	6	15%	10	25%	18	45%
16. Sean:	11	28%	10	25%	5	13%	4	10%	10	25%

$C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$										
17. Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$	1	3%	5	13%	14	35%	17	43%	3	8%
18. En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.	3	8%	7	18%	14	35%	15	38%	1	3%
19. La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.	3	8%	5	13%	4	10%	14	35%	14	35%

										
20. Existe más de una forma de representar los conjuntos.	2	5%	1	3%	7	18%	15	38%	15	38%
21. Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.	4	10%	6	15%	14	35%	13	33%	3	8%
22. La siguiente imagen representa un conjunto:	2	5%	4	10%	10	25%	12	30%	12	30%

										
<p>23. Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	6	15%	10	25%	10	25%	8	20%	6	15%
<p>24. En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	5	13%	3	8%	9	23%	11	28%	12	30%
<p>25. La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés</p>	12	30%	14	35%	4	10%	7	18%	3	8%

en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.										
26. Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	7	18%	3	8%	7	18%	11	28%	12	30%
27. Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	2	5%	1	3%	3	8%	13	33%	21	53%
28. Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	3	8%	3	8%	5	13%	11	28%	18	45%

Tabla 6 Resultados pre test: grupo control.

4.3.1 Análisis de Resultados pre test: grupo control.

Realizando un análisis horizontal, atendiendo a cada una de las dimensiones establecidas en la escala Likert, se pueden inferir los siguientes resultados:

Características del concepto matemático de conjunto:

Dentro de ésta dimensión o ámbito de estudio de la teoría de conjuntos, se presentó que las estudiantes del grupo control, no establecen claramente la noción de un conjunto, debido a que consideran en un alto porcentaje que la colección arbitraria de elementos puede determinar la conformación de un conjunto. El 78% considera que un conjunto siempre es un elemento de otro conjunto, dejando de lado la noción de conjunto unitario, el 81% no concibe la idea de que exista el conjunto vacío, los resultados de la muestra no son concluyentes al respecto a la igualdad de conjuntos y su relación con los elementos, el 68% considera que es poco relevante la repetición de los mismos en los conjuntos definidos, el ítem 6, muestra claramente la confirmación de que la noción de conjunto unitario no es clara en las indagadas y por último en ésta categoría se consideran conjuntos sólo a aquellas colecciones formadas por números.

Claramente se establece que no se cuenta con una noción cercana a las aceptadas en la comunidad científica sobre las características del concepto matemático de conjunto, no se comprende adecuadamente su definición, propiedades, características y cualidades particulares.

Clasificación de elementos de un conjunto según sus características:

Respecto a ésta dimensión no se evidencia claramente la clasificación de los elementos de un conjuntos, es poco relevante al repetición de elementos, o la pertenencia de elementos a diversos conjuntos diferentes, los conjuntos no pueden están conformados por varias clases, están determinados siempre por las



mismas categorías, el orden es estrictamente necesario para la clasificación de los elementos de un conjunto, se desestima la posibilidad de tener conjuntos con elementos netamente cualitativos en los que el orden no es estrictamente necesario.

Operaciones entre conjuntos:

Las operaciones entre conjuntos no son claramente establecidas por el grupo control en el pre test, no se distingue entre la diferencia y la intersección de conjuntos, no se tiene la noción de unión de conjuntos.

Representaciones de conjuntos.

Se asume por el grupo control que no existen varias formas de representar los conjuntos, no distinguen adecuadamente la representación de los mismos, no interpretan en su contexto social la representación y la relación de elementos de los conjuntos. Los porcentajes han sido señalados en la tabla de resultados.

Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar

A la muestra del grupo control, también se le dificulta aplicar al contexto social de sus vidas las nociones de conjuntos que han desarrollado a lo largo de su vida escolar, debido que al ser indagadas acerca de la relación entre sus áreas de estudio y de formación en el CEFA a través de la teoría de conjuntos, se presentan diversas respuestas que no son concluyentes respecto a la aplicación de la teoría de conjuntos en el contexto que se desenvuelven las estudiantes.

A continuación se representa el resultado final del grupo control, respecto al pre test del grupo control:

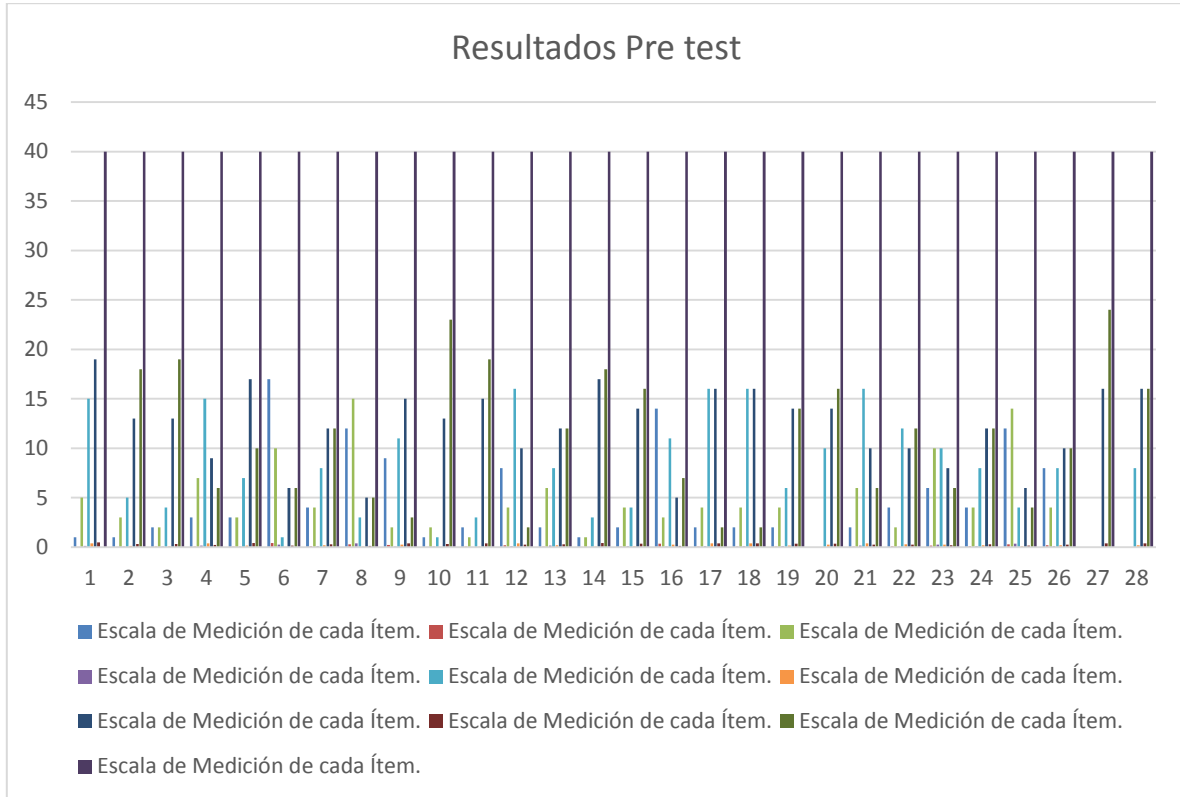
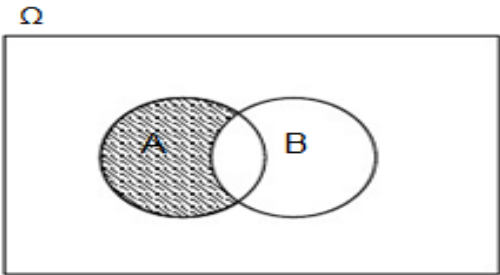


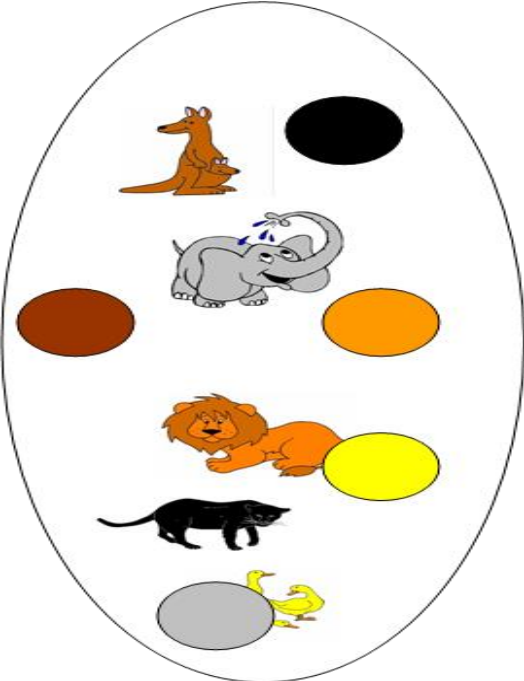
Ilustración 4 Resultados pre test: grupo control.

4.3.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo control.

A continuación se presentan los promedios obtenidos en cada uno de los ítems indagados en el pre test

Ítems	Promedio
Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	3,3
Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	4,1

Es imposible que exista un conjunto vacío.	4,125
Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	3,2
Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	3,7
La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	2,35
Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	3,6
Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: $\{1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9\}$	2,4
Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	3,025
No hay conjuntos que incluyan animales y de vegetales.	4,375
Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	4,2
Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	2,95
Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	3,7
Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	4,375
 <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	3,925
<p>Sean:</p> <p>$C = \{ a, e, f, g, h \}$</p> <p>$D = \{ a, b, c, h \}$ entonces</p> <p>$C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$</p>	2,8

<p>Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$</p>	3,4
<p>En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>	3,1
<p>La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p> 	3,775
<p>Existe más de una forma de representar los conjuntos.</p>	4
<p>Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.</p>	3,125
<p>La siguiente imagen representa un conjunto:</p>	3,7

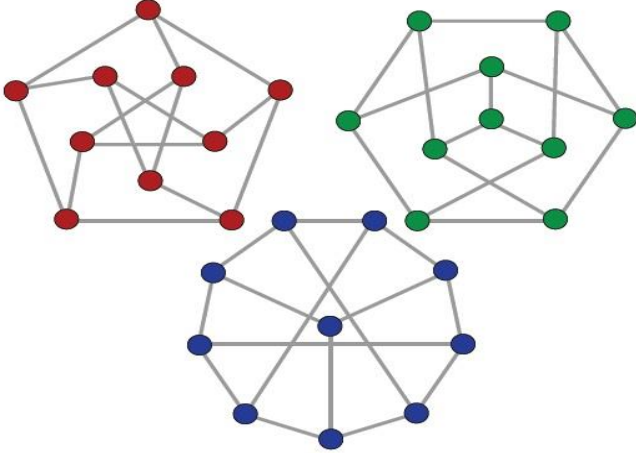
	
<p>Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	2,95
<p>En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	3,55
<p>La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.</p>	2,375
<p>Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.</p>	3,45
<p>Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.</p>	4,25
<p>Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.</p>	3,95

Tabla 7 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pre test del grupo control.

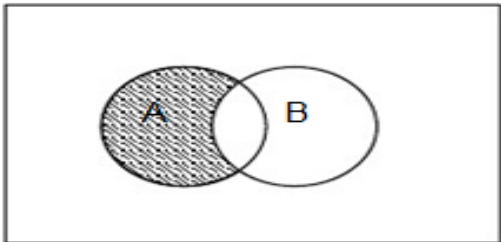




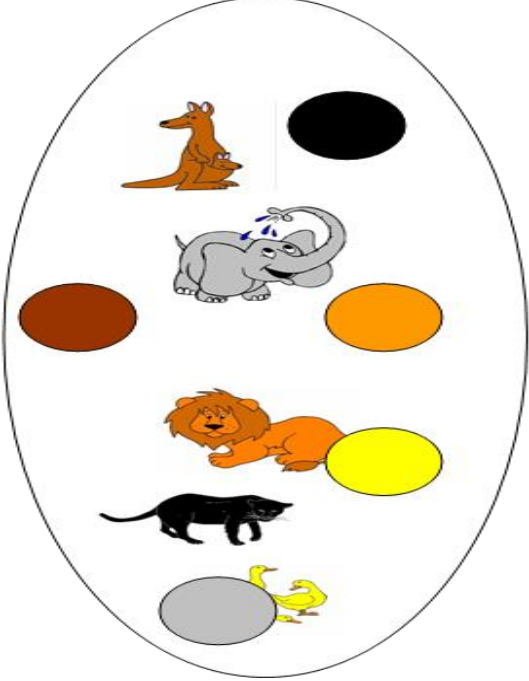
4.4 Resultados pos test: grupo control.

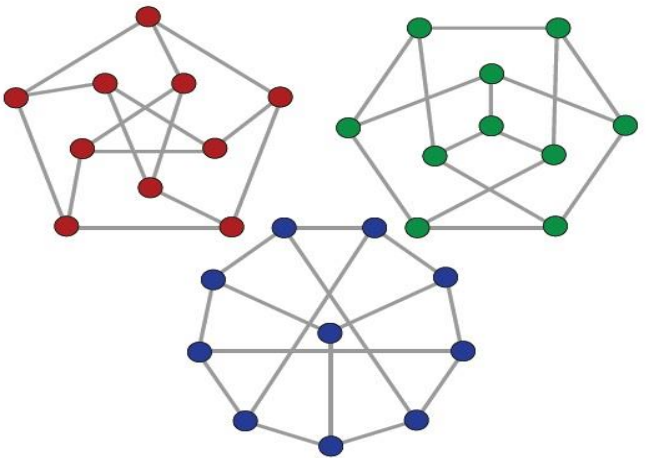
Al aplicar la escala Likert (sobre ideas acerca de la teoría de conjuntos) al grupo control de 40 estudiantes del grado 11 de la Institución educativa CEFA en el segundo semestre académico de 2014, después de haber realizado la intervención pedagógica de la teoría de conjuntos sin ser mediada por la Educación Matemática Realista, se registraron los siguientes resultados:

Ítems	Escala de Medición de cada Ítem.									
	Totalmente desacuerdo.		Desacuerdo.		Indiferente.		De acuerdo.		Completamente de acuerdo.	
1. Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	2	5%	8	20%	11	28%	17	43%	2	5%
2. Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	3	8%	5	13%	3	8%	11	28%	18	45%
3. Es imposible que exista un conjunto vacío.	4	10%	5	13%	5	13%	12	30%	14	35%
4. Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	7	18%	8	20%	9	23%	9	23%	7	18%
5. Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	4	10%	3	8%	9	23%	15	38%	9	23%
6. La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	14	35%	8	20%	4	10%	6	15%	8	20%
7. Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	3	8%	5	13%	9	23%	11	28%	12	30%
8. Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	15	38%	12	30%	7	18%	0	0%	6	15%

9. Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	8	20%	9	23%	7	18%	15	38%	1	3%
10.No hay conjuntos que incluyan animales y vegetales.	3	8%	1	3%	3	8%	14	35%	19	48%
11.Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	5	13%	4	10%	2	5%	11	28%	18	45%
12.Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	8	20%	14	35%	8	20%	4	10%	6	15%
13.Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	4	10%	5	13%	7	18%	8	20%	16	40%
14.Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	4	10%	5	13%	2	5%	18	45%	11	28%
<p>15.</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	3	8%	5	13%	6	15%	16	40%	10	25%

<p>16. Sean: $C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$</p>	17	43%	7	18%	5	13%	3	8%	8	20%
<p>17. Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$</p>	2	5%	3	8%	11	28%	11	28%	13	33%
<p>18. En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>	3	8%	5	13%	13	33%	14	35%	5	13%
<p>19. La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p>	4	10%	5	13%	3	8%	14	35%	14	35%

										
20. Existe más de una forma de representar los conjuntos.	5	13%	8	20%	8	20%	9	23%	10	25%
21. Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.	7	18%	7	18%	9	23%	9	23%	8	20%
22. La siguiente imagen representa un conjunto:	4	10%	4	10%	10	25%	12	30%	10	25%

										
<p>23. Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y una orca.</p> <p>Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.</p>	6	15%	10	25%	10	25%	8	20%	6	15%
<p>24. En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.</p>	3	8%	3	8%	10	25%	12	30%	12	30%

25. La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.	11	28%	13	33%	6	15%	4	10%	6	15%
26. Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	8	20%	6	15%	9	23%	8	20%	9	23%
27. Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	1	3%	2	5%	1	3%	14	35%	22	55%
28. Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	2	5%	4	10%	6	15%	14	35%	14	35%

Tabla 8 Resultados pos test: grupo control.

4.4.1 Análisis de Resultados pos test: grupo control.

Realizando un análisis horizontal, atendiendo a cada una de las dimensiones establecidas en la escala Likert, se pueden inferir los siguientes resultados, después de haber realizado la intervención educativa sin hacer uso de la Educación Matemática Realista:

Características del concepto matemático de conjunto:

El grupo control no fue intervenido con la propuesta de enseñanza basada en la educación matemática realista y a lo largo del análisis de los resultados del post-test se evidencia que se mantiene una idea lejana a las aceptadas por la comunidad científica respecto a la noción de conjuntos, debido a que sostienen afirmaciones como: un conjunto es una colección arbitraria de elementos (48%), un conjunto siempre es elemento de otro conjunto (73%), es imposible que exista un conjunto vacío (65%). Se resalta dentro de este grupo como en otros analizados la idea parcializada de que dos conjuntos son iguales si tienen la misma cantidad de elementos, por lo que esta idea no es concluyente, tampoco en este grupo. La repetición de elementos sigue siendo un elemento de confusión entre la operación de conjuntos (61%). El 55% de la muestra no comprende la noción de conjunto unitario y el 58% sigue considerando que los elementos que componen un conjunto son solo números.

Por lo anterior se concluye que, la noción básica de conjunto no ha sido desarrollada de forma contundente en este grupo de estudiantes

Respecto a ésta dimensión no se evidencia claramente la clasificación de los elementos de un conjuntos, en primera instancia es poco relevante al repetición de elementos, o la pertenencia de elementos a diversos conjuntos diferentes (50% de acuerdo), los conjuntos no pueden están conformados por varias clases, están determinados siempre por las mismas categorías (100%), el orden es



estrictamente necesario para la clasificación de los elementos de un conjunto, se desestima la posibilidad de tener conjuntos con elementos netamente cualitativos en los que el orden no es estrictamente necesario (80% de acuerdo con la importancia del orden).

Operaciones entre conjuntos:

Las operaciones entre conjuntos no son claramente establecidas por el grupo control después de una intervención clásica, no se distingue entre la diferencia y la intersección de conjuntos, no se tiene la noción de unión de conjuntos.

Representaciones de conjuntos.

No se asume por el grupo control, mediante el pos test, que existan varias formas de representar los conjuntos, no distinguen adecuadamente la representación adecuada de los mismos, no interpretan en su contexto social la representación y la relación de elementos de los conjuntos.

Conjuntos en nuestro contexto escolar o familiar

Se dificulta aplicar al contexto social de sus vidas las nociones de conjuntos que han desarrollado a lo largo de su vida escolar, debido que al ser indagadas acerca de la relación entre sus áreas de estudio y de formación en el CEFA a través de la teoría de conjuntos, se presentan diversas respuestas que no son concluyentes respecto a la aplicación de la teoría de conjuntos en el contexto social que se desenvuelven las estudiantes.

A continuación se representa el resultado final del grupo control, respecto al pos test, después de no haber sido intervenidos con la propuesta de enseñanza mediada por la EMR:

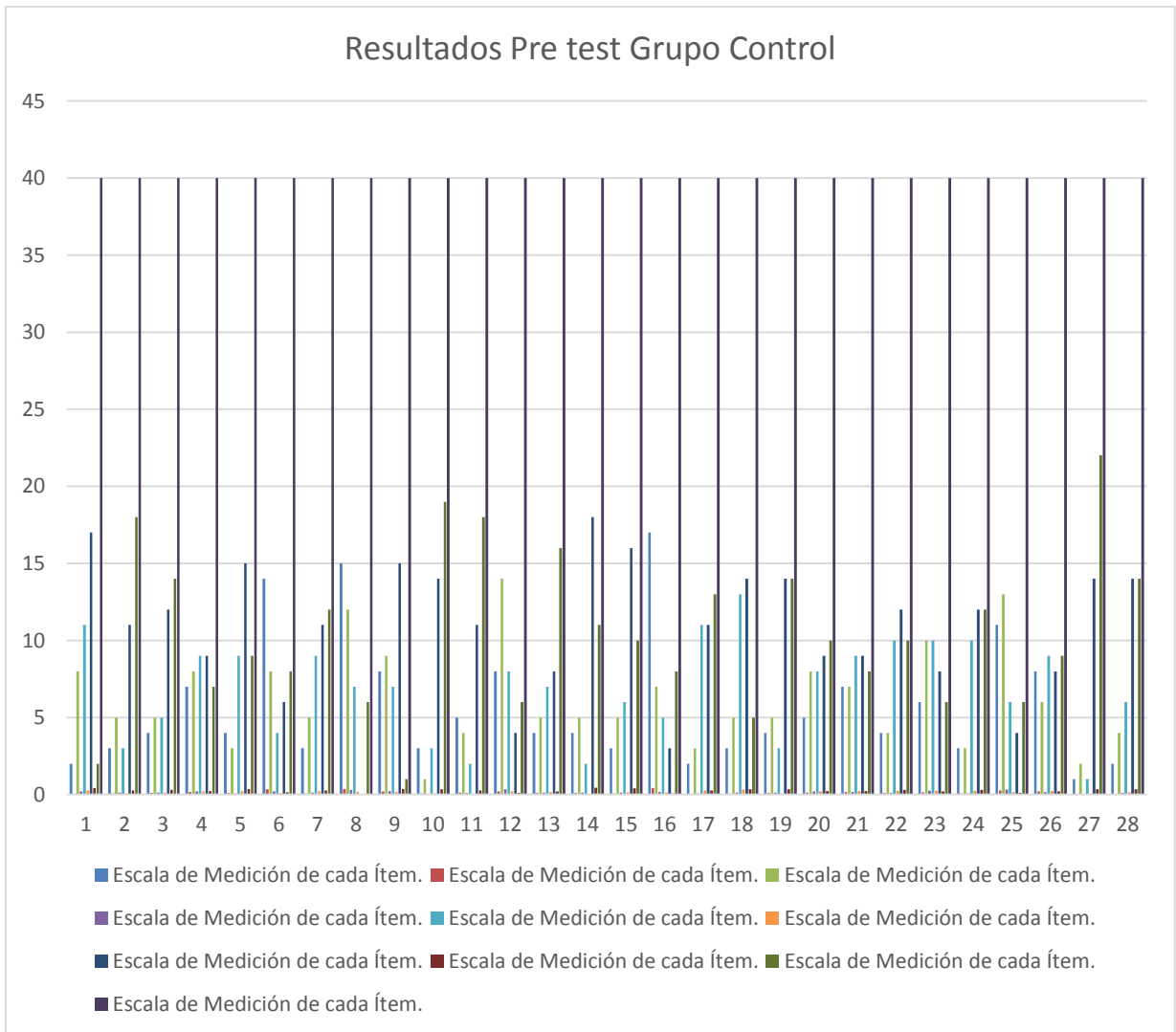
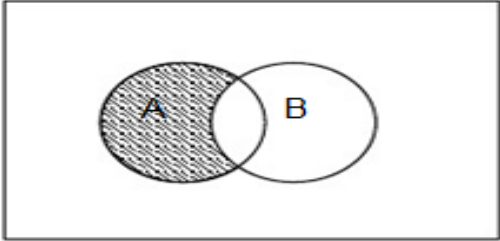


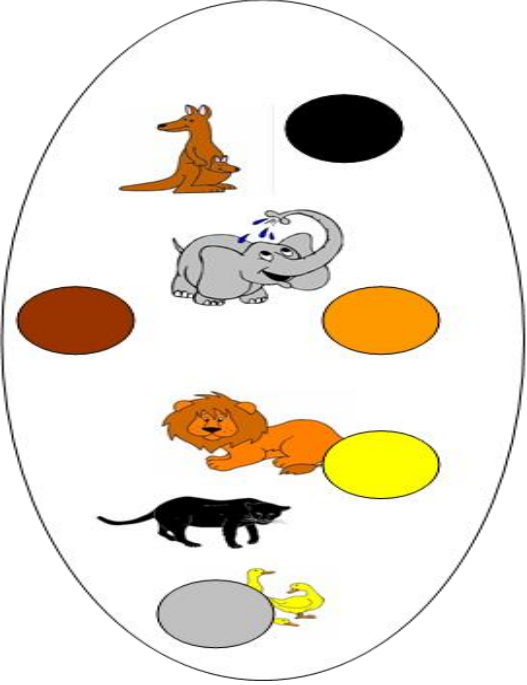
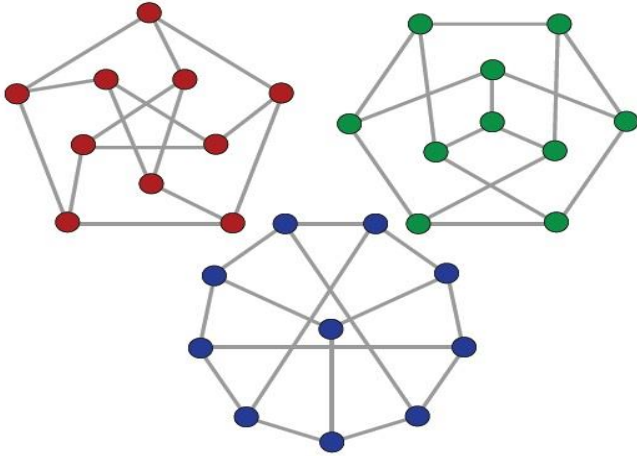
Ilustración 5 Resultados pos test: grupo control.

4.4.2 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo control

A continuación se presentan los promedios obtenidos en cada uno de los ítems indagados en el pre test

Ítems	Promedio
Un conjunto es una colección arbitraria de elementos.	3,225
Un conjunto siempre es elemento de otro conjunto.	3,9
Es imposible que exista un conjunto vacío.	3,675
Dos conjuntos son iguales si tienen el mismo número de elementos.	3,025
Dentro de un conjunto es irrelevante la repetición de elementos.	3,55
La colección formada por un solo elemento puede considerarse un conjunto.	2,65
Los elementos que componen un conjunto siempre son números.	3,6
Los siguientes elementos conforman el conjunto de números naturales: {1,1,2,3,4,5,6,7,7,8,9}	2,25
Un elemento no puede pertenecer a más de un conjunto.	2,8
No hay conjuntos que incluyan animales y de vegetales.	4,125
Existen relaciones entre los elementos de un conjunto mediante la ordenación de éstos.	3,825
Es imposible que existan relaciones de orden entre los elementos de un conjunto.	2,65
Si unimos dos conjuntos, se pueden repetir elementos.	3,675
Un conjunto no puede ser elemento de otro conjunto.	3,675

<p>Ω</p>  <p>La anterior imagen representa una intersección.</p>	3,625
<p>Sean: $C = \{ a, e, f, g, h \}$ $D = \{ a, b, c, h \}$ entonces $C \cup D = \{ a, b, c, e, f, g, h \}$</p>	2,45
<p>Sean: $G = \{ a, b, c, f, g, h, i \}$ $T = \{ a, b, c, h, i, j \}$ entonces $G - T = \{ f, g \}$</p>	3,75
<p>En la vida una familia es una representación cotidiana de un conjunto.</p>	3,325
<p>La siguiente representación muestra adecuadamente un conjunto.</p>	3,725

	
<p>Existe más de una forma de representar los conjuntos.</p>	<p>3,275</p>
<p>Usted como estudiante del CEFA pertenece a más de un conjunto.</p>	<p>3,1</p>
<p>La siguiente imagen representa un conjunto:</p> 	<p>3,5</p>
<p>Marcos tiene en su habitación unas fotografías estupendas de sus animales favoritos: Una mariposa, un pingüino, un águila, una mosca africana, un pez volador, un avestruz, un tucán, un pato mandarín y</p>	<p>2,95</p>

una orca. Podría llamar Marcos a su conjunto de fotografías A: Animales voladores.	
En genética la herencia familiar se puede entender como la unión de genes de los padres.	3,675
La media técnica de su colegio se puede entender como el conjunto de áreas de interés en las cuales usted se puede proyectar laboralmente en un futuro.	2,525
Una familia extensa es aquella conformada por el par de padres (Madre y Padre) y muchos hijos.	3,1
Cuando el profesor dice “vamos a trabajar en grupos”; está solicitando que se organicen por las cualidades que tienen en común para enfrentar situaciones problemas.	4,35
Cuando dos personas se van a vivir juntos se está hablando de una intersección entre familias.	3,85

Tabla 9 Resultados de los valores promedios obtenido en cada uno de los ítems preguntados en el pos test del grupo control

5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN EDUCATIVA DE LA TEORÍA CONJUNTOS, MEDIADA POR LA EMR.

Teoría de conjuntos

Reseña histórica

La Teoría de Conjuntos, cuya posición como piedra angular de las Matemáticas nadie pone hoy en duda, tuvo un origen y un crecimiento de novela, hasta llegar a ser reconocida, ya bien entrado el siglo XX, como una rama consolidada e imprescindible de las Matemáticas.

La noción intuitiva de conjunto ha sido usada por la comunidad científica en todas las épocas de desarrollo intelectual y el concepto aparece de un modo tan natural y tan intuitivo, que sólo hasta finales del siglo XIX no se hacía distinción alguna entre los conceptos de conjunto, de clase, de grupo o de colección.

La noción era en apariencia tan transparente, que la definición dada por Cantor en la que "...se entiende por conjunto la agrupación de un todo de objetos bien diferenciados de nuestra intuición o de nuestra mente" no despertaba ni el menor recelo, ni la más pequeña suspicacia dentro del mundo matemático y nadie, por purista que fuera, consideraba necesaria una explicación más formal.

George Cantor (1845-1918) fue quien prácticamente formuló de manera individual la teoría de conjuntos a finales del siglo XIX y principios del XX. Su objetivo era el de formalizar las matemáticas como ya se había hecho con el cálculo cien años antes. Cantor comenzó esta tarea por medio del análisis de las bases de las matemáticas y explicó todo basándose en los conjuntos (por ejemplo, la definición de función se hace estrictamente por medio de conjuntos). Este monumental



trabajo logró unificar a las matemáticas y permitió la comprensión de nuevos conceptos.

Definición, Notación y Representación de Conjuntos.

Objetivos de Aprendizaje:

Que el alumno:

- Observe y rememore en su hogar, colegio o sitios de esparcimiento los conceptos de definición, notación y representación de conjuntos.
- Indague en distintas fuentes bibliográficas o en la web los conceptos.

Pre-Estructural Declarativo: Elabore ejemplos de conjuntos.

Uni-estructural Procedimental: Describa la forma de notación y representación de los conjuntos.

Multi-estructural Declarativo: Aplique la representación y notación de conjuntos en problema de la vida cotidiana.

Relacional-Procedimental: Reflexione sobre la importancia de la notación y representación de conjuntos en la vida diaria.

Actividades De Aprendizaje, Dirigidas por el Docente:

- Presentar los conceptos de la notación y representación de conjuntos en Power point.



Considere ejemplos:

A es la colección de los números pares menores que 10, se saben los elementos que la forman y B es la colección de los 5 mejores cantantes de la música ranchera, la colección no está bien definida.

- Realizar la notación de conjuntos:
 - a) forma comprensiva
 - b) forma extensiva
- Representar los conjuntos por medio del Diagrama de Venn Euler.

Dirigidas por el Equipo de Trabajo.

- Indague en diferentes referencias bibliográficas o en la web sobre el concepto de conjunto, tipos de conjuntos, las formas de representación, la notación y pertenencia, exponga al grupo la información obtenida y elabore una síntesis en su libreta de apuntes.
- Debata y construya un texto argumentativo, de manera grupal, acerca de la importancia y utilidad de la clasificación de datos por medio de conjuntos y anote sus conclusiones.
- Responder las siguientes preguntas:
 - ¿Cuál es la noción de conjunto que ha desarrollado a partir de las fuentes consultas y el debate desarrollado?
 - ¿Cómo se expresa y representa un conjunto?
 - ¿Por qué es importante la aplicación de la teoría de conjuntos en la vida cotidiana?

Auto Dirigido.

- Orden de objetos en su casa: electrodomésticos, frutas, cereales, herramientas, animales domésticos. Enlístelos en forma de colección en su libreta formando clasificación por grupos, anote los rasgos o características que consideró para clasificarlos.
- Comente la forma de representar y escribir conjuntos.
- Enumere las diferentes actividades deportivas que existen en su escuela y determine que cada una de ellas constituye un conjunto, anote en una tabla las actividades en deporte de equipo y atletismo.

Subconjuntos

Considere diversos ejemplos sobre la inclusión de conjuntos, como: Los números pares e impares están incluidos en los números naturales, los triángulos equiláteros están incluidos en los triángulos isósceles, los triángulos acutángulos y obtusángulos están incluidos en los triángulos oblicuángulos.

Comente las razones por las que la segunda y tercera oración son subconjuntos de la primera oración.

Preguntas dentro de un diálogo socrático:

- ¿Qué es un subconjunto? ¿Cuáles son las principales características de los subconjuntos? ¿Cómo se muestra que un conjunto es subconjunto de otro? ¿Qué importancia tiene la aplicación de los diferentes tipos de subconjuntos en la vida cotidiana?

- Indaguen en equipos de trabajos, las diferentes referencias bibliográficas o en la web sobre el concepto de subconjunto, tipos de subconjuntos, conjunto de los números reales, la representación matemática y gráfica de subconjuntos, inclusión, complemento, conjunto vacío, conjunto universal y su representación. Comente grupalmente y elabore un cuadro sinóptico en su libreta de apuntes.
- Comente con sus compañeros sobre la importancia de utilizar conjuntos y valore el hecho de utilizarlas en situaciones cotidianas como la organización de información.
- Identifique en la cocina de su casa la forma en la que están ordenados los trastos, específicamente en tazas y platos, anótelos en su libreta de apuntes, después separe los platos y las tazas por tamaño y colores anotando esta nueva clasificación en una tabla por grupos.
- Represente gráficamente, utilizando el concepto de inclusión las siguientes oraciones:
 - Los números naturales.
 - Los 6 primeros números pares.
 - Los 5 primeros números divisibles entre 3.

Operaciones Básicas Entre Conjuntos

Diálogo socrático y heurístico.

- ¿Qué operaciones se pueden realizar entre conjuntos? ¿Cómo se realizan las distintas operaciones entre conjuntos? ¿Cómo se aplican las

propiedades que tienen las operaciones entre conjuntos? ¿Qué aplicación tienen las operaciones entre conjuntos?

- Indague con su equipo de trabajo el concepto de unión, intersección y diferencia, así como las propiedades de éstas operaciones, socialice con el grupo esta información y elabore un mapa conceptual.
- Realice diversos ejemplos de diferencias de conjuntos, en aplicaciones prácticas como los conteos poblacionales, encuestas de mercado, etc.
- Identifique qué alumnas de su institución participan en uno o más deportes individual o de conjunto y clasifíquelos en una tabla de datos, de acuerdo a las edades. Construya con éstos datos una representación que muestre las operaciones entre conjuntos.

Ambientes de Aprendizaje

Contexto: Aula de clase, vivienda, sitios que visita, TIC.

EVALUACIÓN: Diagnóstica, formativa, cuantitativa, coevaluación y autoevaluación (argumentativa).

Actividades

Actividad #1

1. Susana realiza un experimento con dos dados, uno azul y otro rojo, los lanza repetidamente, observa y anota la suma de los puntos.



a) Escribe en orden creciente, separado por comas y encerrados entre llaves, todos los posibles valores que puede anotar Susana.

b) ¿Cada resultado que obtuvo Susana es tan factible que se presenta como cualquier otro? _____

¿Por qué?

2. Alex lanza tres monedas de diferente denominación (\$1, \$5 y \$10).

Escribe todos los posibles resultados que puede obtener, en términos de las caras de cada moneda; es decir águila (a) y sello (s).

3. En una urna se tienen 30 esferas de igual tamaño y color, cada una numerada con un número natural diferente del 1 al 30. Se revuelven las esferas y se elige al azar una de ellas, si está inscrito en ella un número primo, entonces se saca y separa de la urna; en caso contrario, se regresa. Escribe todos los posibles números de las esferas que salen de la urna, anótalos en orden creciente, separa cada uno con una coma y enciérralos entre llaves.

4. El siguiente conjunto de números representa la temperatura mínima registrada en 10 municipios del Estado de Sonora en un día específico: { -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 }. Elige dos números cualesquiera de este conjunto y multiplícalos. a) Escribe todos los posibles valores que te puede dar la multiplicación. Separa cada resultado con una coma y encierra entre llaves todos los valores. b) ¿Cuál es el producto mayor? _____ ¿Y el menor? _____

5. Carolina va a realizar un estudio con respecto a qué medios utilizan los jóvenes para enterarse de los acontecimientos más importantes. Los medios que Carolina va a involucrar son: La televisión (t), la radio (r), el internet (i), la prensa escrita (p) y otras personas (o). Con el propósito de realizar un estudio exhaustivo, ha decidido elegir sólo dos de estos medios. Escribe todas las posibles parejas que puede seleccionar.

Actividad #2

Lee con atención la información proporcionada y posteriormente da respuesta a los planteamientos establecidos.

1. La siguiente tabla muestra las consecuencias más comunes por el consumo prolongado del tabaco y el alcohol:

2. Tabaco	Alcohol
Enfisema (e)	Daño al hígado (s)
Daño al corazón (p)	Daño cerebral (b)
Cáncer (c)	Daño al corazón (p)

a) Encuentra en forma de extensión el conjunto Universal U más pequeño posible, que contenga todas las consecuencias descritas.

b) Sea T el conjunto de todos los efectos provocados por el tabaco y A el conjunto de los efectos provocados por el alcohol, encuentra cada uno de los siguientes conjuntos y exprésalos en forma de extensión.

$T - A =$

$A^c =$

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$A - B =$

3. Considere los siguientes conjuntos, todos ellos referidos a la empresa EPM.

U : El conjunto de todas las cuentas por cobrar.

A : El conjunto de todas las cuentas por cobrar que tienen descuentos.

B : El conjunto de todas las cuentas por cobrar superiores a \$100,000.

C : El conjunto de todas las cuentas por cobrar pertenecientes a ferreterías.

Describe con palabras los siguientes conjuntos:

a) $A \cup C$:

b) $B \cap C$:



c) B^c :

d) $B - A$:

Comparte tus respuestas con tus compañeros de equipo, intercambien opiniones y concluyan.

6. CONCLUSIONES.

Durante el desarrollo de esta propuesta de investigación, se realizaron diferentes estrategias que permitieron la identificación de aspectos relevantes que facilitaron la comprensión de la teoría desarrollada al interior de la Educación matemática realista y la utilidad que la misma presenta en la utilización de los conceptos matemáticos en el contexto social del educando, lo anterior en su marco teórico permitió establecer una correspondencia entre la EMR y el contexto social, que arrojaron a partir de la implementación de diversos instrumentos de investigación, diferentes resultados y que llevaron a las siguientes conclusiones.

En el presente apartado del trabajo de grado, se describe, el alcance de los objetivos propuestos, los cuales buscaban identificar y describir la relación entre la Enseñanza Matemática Realista y los contextos socioculturales en relación a las nociones básicas de la Teoría de Conjuntos, lo anterior se alcanza a través de la confirmación o no de la hipótesis de investigación mostrada en apartados anteriores.

Seguido a esto se muestran las líneas de investigación futuras que se pueden desarrollar con el presente estudio, se presentan las limitaciones del estudio y otros aspectos generales.

6.1 Alcance de la Hipótesis de investigación y los objetivos planteados.

De acuerdo con los objetivos planteados en el trabajo de grado, se logró identificar y describir la relación entre la Enseñanza Matemática Realista y los contextos socioculturales en relación a las nociones básicas de la Teoría de Conjuntos, a partir de dicha identificación y descripción, se obtuvieron puntualmente, las siguientes conclusiones:

La EMR plantea la matemática como una actividad humana y basándonos en las ideas de Hans Freudenthal proponemos la enseñanza de la teoría de conjuntos como una forma de darle a los alumnos la oportunidad de acercarse al aprendizaje de las matemáticas y en específico a este tema de una forma menos abstracta, partiendo de situaciones reales que le permitan avanzar en su proceso de aprendizaje de una manera coherente y significativa.

La teoría de conjuntos permite aplicar los principios fundamentales de la EMR para formar conceptos que acerquen al muchacho de una manera más clara y abierta a la comprensión de las relaciones que existen entre esta y el contexto permitiéndole formalizar ideas que los lleven a la comprensión de los conceptos, las operaciones y las relaciones entre los conjuntos.

Al matematizar situaciones que le permitan organizar problemas, descubrir diferencias o semejanzas con otras situaciones ya trabajadas permitirá el avance de los procesos de aprendizaje en el sentido de matematización vertical y horizontal mencionados anteriormente.

Es fundamental para alcanzar la matematización que se utilicen modelos ya que estos son pilares fundamentales en la implementación de la EMR, propiciando además la interacción entre los alumnos y el docente, como también de los alumnos entre sí; lo que generara un clima de confianza y aprendizaje ya que los alumnos propondrán situaciones que traigan del contexto o de su creatividad y pongan en común para resolver juntos o el docente se apoyara en lo que conoce de sus alumnos y sus procesos para estructurar y realizar las actividades en el aula y los conceptos.

La EMR plantea como principio fundamental también la reinención es decir,



darles a los alumnos la oportunidad de repensar la matemática, de reconstruirla en vez de transmitirles la información o los conceptos y ser autónomos en la construcción de pensamiento crítico. En la teoría de conjuntos hallamos todas las condiciones para aplicar estas estrategias didácticas de enseñanza como una manera de traer la realidad de cada alumno y su entorno familiar, social y educativo para recorrer procesos en corto tiempo con mayor eficacia a la hora de formalizar permitiéndole al alumno disfrutar del aprendizaje y ver la matemática como parte de la vida cotidiana al restablecer esas relaciones que tiene estas con el entorno.

Se logró mostrar a partir de la utilización de la EMR en relación con la teoría de conjuntos que los estudiantes que son intervenidos con propuestas basadas en el EMR aplicadas en el contexto, adquieren mayores niveles de comprensión en relación a otros estudiantes que no fueron intervenidos bajo ésta metodología.

Lo anterior se confirma al establecerse una clara diferenciación entre la muestra intervenida (grupo experimental) y la muestra no intervenida (grupo control), en los que las diferencias estadísticas son muy marcadas en la comprensión de las cinco nociones o dimensiones establecidas en el presente estudio y que han sido ampliamente descritas en el marco metodológico y debatidas en el apartado de análisis de resultados.

6.2 Limitaciones del Trabajo de Grado.

En esta propuesta de investigación y de acuerdo a las estrategias implementadas, se puede observar que las limitaciones que se presentaron, fueron en primer lugar la correspondiente al tiempo de dedicación que se requería y que por otras actividades académicas se iban dificultando, en un futuro se podrían implementar diferentes herramientas que son muy fuertes dentro de la teoría de la EMR. Otra



dificultad, se presentó respecto a las estudiantes del CEFA, las cuales en ocasiones, no estaban con la disponibilidad horaria para la aplicación de los test o tenían otras actividades programadas en la Institución educativa.

Adicional, se evidenció una dificultad al analizar y efectuar distintas técnicas de indagación con los educandos, fue todo un proceso de aprendizaje al utilizar ésta metodología de investigación, pueden existir algunas variables o resultados que son importantes pero se han dejado de analizar, o no se han analizado con la profundidad requerida, debido a la falta de formación en éste campo.

6.3 Futuras Perspectivas de Investigación.

Se plantea que es posible fortalecer e indagar más sobre aspectos muy relevantes en el marco teórico, que podría generar mejores aprendizajes en distintos campos y conceptos de la matemática, que a su vez mejoraría los resultados tanto en pruebas externas como internas en las diferentes instituciones educativas.

Se puede complementar y validar en otros campos el instrumento de indagación utilizado, mejorando aspectos que han ido surgiendo en éste proceso de crecimiento tanto en lo conceptual (teoría de conjuntos) como en lo referente a la EMR

Es importante continuar la indagación de las matemáticas aplicadas al contexto, para lograr acercar a los educandos a un conocimiento que históricamente ha sido abstracto.

BIBLIOGRAFÍA.

- Alvarado, M. J. (Julio-Diciembre de 2006). Un estudio exploratorio sobre el aprendizaje de nociones conjuntistas por maestros en formación. *ACTA SCIENTIAE*, 8(2), 11-18.
- Euska Jauriarita Gobierno Vasco. (13 de noviembre de 2007). *www.euskadi.eus*. Recuperado el 12 de 04 de 2014, de *www.euskadi.eus*: *www.euskadi.eus/r48-vacia/es/bopv2/datos/2007/11/0706182a.shtml?BOPV_HIDE_CALENDAR*
- Eusko Jauriarita Hezkunza, Unibertsitate. (2010). *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*. Recuperado el 12 de 04 de 2014, de *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*: *http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-2459/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/adjuntos/curriculum_2010/basica_refundido_2010/1_05_anexoIV_c.pdf*
- Eusko Jauriarita Hezkunza, Unibertsitate. (2010). *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*. Recuperado el 12 de 04 de 2014, de *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*: *http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-20621/es/contenidos/informacion/zisapro/es_5807/adjuntos/matematicas-n2.pdf*
- Eusko Jauriarita Hezkunza, Unibertsitate. (2010). *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*. Recuperado el 12 de 04 de 2014, de *www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/*: *http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dig_publicaciones_innovacion/es_curricul/adjuntos/14_curriculum_competencias_300/300011c_Pub_BN_Compentencia_Mate_ESO_c.pdf*
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful? *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.
- Freudenthal, H. (1977). Antwoord door Prof. Dr H. Freudenthal na het verlenen van het eredoctoraat'. *Euclides*(52), 336-338.
- gpdm. (25 de 02 de 2014). *gpdmatematica*. Recuperado el 26 de 05 de 2014, de *http://www.gpdmatematica.org.ar/matrealista.htm*
- Gravemeijer, K. P. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*, CD-β Press. Utrecht., Países Bajos.: Instituto Freudenthal.
- Hernández, R. F. (2006). *Metodología de la investigación*. (4 ed.). Mc Graw Hill .



- HeuvelPanhuizen, M. v. (Septiembre de 2009). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: EJEMPLO DE UNA TRAYECTORIA LONGITUDINAL SOBRE PORCENTAJE. *Correo del Maestro*(160).
- Machiunas, M. V. (febrero de 2006). Etnomatemática y diseño curricular. *Novedades educativas*, 18(182), 76-77.
- María Luz Martínez Pérez, N. A. (Junio de 2002). La relevancia de los contextos realistas en la resolución de problemas:. (U. P. Libertador, Ed.) *Revista Paradigma*, XXIII(1), 59-94.
- MEN, M. d. (2006). *www.mineduacion.gov.co*. Recuperado el 18 de 03 de 2014, de *www.mineduacion.gov.co*: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf
- Morales., A. B. (2014). *www.academia.edu*. Recuperado el 22 de Marzo de 2014, de *www.academia.edu*: http://www.academia.edu/9522864/Rese%C3%B1a_del_documento_Lineamientos_curriculares_para_el_%C3%A1rea_de_ciencias_naturales_y_educaci%C3%B3n_ambiental
- Revista Semana. (3 de 12 de 2013). Vergüenza: Colombia entre los peores en educación. *RevistaSemana*, 1.
- Santamaria, F. I. (06 de 2006). La Contextualización de la matemática en la Escuela Primaria de Holanda. *Tesis de Maestría en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales con Orientación en Matemática*. Holanda.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction*. (T. W. Project, Ed.) Dordrecht., Países Bajos.: Reidel Publishing Company.
- Treffers, A. y. (1985). 'Rational analysis of realistic mathematics education- the Wiskobas program'. *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education., II*, 97–121.
- UNESCO. (2014). *Enseñanza y aprendizaje: Lograr la educación para todos*. París: Ediciones UNESCO.
- Velasco, M. D. (7 de 05 de 2012). *comunidad coomeva*. Recuperado el 29 de 05 de 2014, de <http://maurodani.comunidadcoomeva.com/blog/>





ANEXOS.

