UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Facultad de Educación

# Resolución de problemas a través del uso de artefactos

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física.

**JAIR ANTONIO JIMENEZ SERNA**

**Asesor**

**JOSÉ WILDE CISNEROS**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**Trabajo de grado para optar por el título de Licenciado en matemáticas y física**

# RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS A TRAVÉS DEL USO DE ARTEFACTOS

**JAIR ANTINIO JIMENEZ SERNA**

**Asesor: JOSÉ WILDE CISNEROS**

**Nota de Aceptación**

______________________________

______________________________

______________________________

**Presidente de jurado**

______________________________

**Nombre de jurado**

______________________________

**Nombre de jurado**

______________________________

**MEDELLÍN**

**2015**

# Tabla de Contenido

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803
Facultad de Educación

# Tabla de Ilustraciones

## Introducción

Las prácticas pedagógicas se fundamentan en realizar acciones de intervención dentro de las instituciones educativas, orientadas al fortalecimiento de procesos de formación tanto en estudiantes como en maestros. Permiten a los maestros en formación adquirir y desarrollar nuevas herramientas pedagógicas, didácticas y metodológicas, que transformen los procesos de enseñanza impartidos en clase, desarrollen el pensamiento y las competencias de los estudiantes y posibiliten la construcción de su propio conocimiento.

El objetivo de esta intervención se centra en favorecer el desarrollo de la competencia matemática de resolución de problemas en estudiantes de grado 9° del Colegio Andrés Bello mediante el uso de artefactos. Se fundamenta teóricamente a partir de las ideas y concepciones de autores como: (Escudero, 1999; Abrantes, 1996; Polya, 1945; De Guzman, 1984; Santos, 1992; Shoenfeld, 1985; Radford, 2006); de igual manera desde el NCTM (1989) y los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional [1](1998) entre otros.

Su elaboración y ejecución se presenta a partir de tres fases: deconstrucción, reconstrucción y evaluación, según lo propuesto por Restrepo (2002, 2004).

En el desarrollo de la fase de deconstrucción, se realiza un diagnostico general sobre el entono institucional, los docentes y estudiantes, mediante la aplicación de entrevistas,

[1] Ministerio de Educación Nacional MEN

observaciones de clase y una prueba diagnóstica, la cual permitió identificar en los estudiantes dificultades relacionadas con la competencia matemática de resolución de problemas, y de esta manera presentar el planteamiento del problema y formular la pregunta de investigación. Además, se ejecutan procesos de revisión del Proyecto Educativo Institucional y el Plan de Área de Matemáticas con el objetivo de determinar su articulación con establecido en los Estándares Básicos y las Competencias matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional.

En lo referido a la fase de reconstrucción, se elaboran y ejecutan los planes de clase, articulando la utilización de artefactos en las actividades desarrolladas en clase. En esta fase, se recopila información sobre el trabajo realizado por los estudiantes y se implementan los diarios de procesos para reflexionar sobre las debilidades y fortalezas presentes en los estudiantes. En este apartado es de gran importancia la fundamentación teórica, esta se constituye a partir de los componentes: disciplinar, didáctico y metodológico, y proporcionan las concepciones y elementos teóricos necesarios para dar soporte a los procesos desarrollados.

La fase de evaluación, está destinada al análisis de los resultados obtenidos durante la intervención; se constituye en un espacio para verificar el cumplimiento del objetivo propuesto y determinar de qué manera la intervención favoreció el desarrollo de la competencia matemática de resolución de problemas en los estudiantes de grado noveno.

## Contextualización

En el marco de la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, durante los semestres 2014-2, 2015-1 y 2015-2, en la primera fase se realiza un diagnóstico institucional, a nivel de los procesos adelantados por los docentes y los estudiantes del grado noveno- tres en la Institución Educativa Andrés Bello del municipio de Bello (Antioquia), la cual se encuentra ubicada en la zona central del mismo municipio.

La institución presta servicios educativos en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica, ofreciendo formación técnica con especialidad en comercio en convenio con el SENA, logística y asistencia administrativa. El personal administrativo está constituido por una rectora, un coordinador académico, una coordinadora de convivencia y una secretaria, el personal docente está integrado por 53 profesores, de los cuales cinco son de matemáticas y sólo dos de ellos son licenciados en el área.

En ésta primera fase de la práctica se aplicaron diversos instrumentos con la finalidad de hacer una caracterización del contexto institucional, como encuestas a los estudiantes de grado noveno, observaciones de clase y un análisis institucional desde el Proyecto Educativo Institucional (PEI), el Plan Integral de Área (PIA), los resultados académicos en el área de matemáticas a nivel interno y en las pruebas Saber del grado noveno en los dos últimos años, los recursos utilizados por el docente para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje, y finalmente se aplicó una prueba diagnóstica a los estudiantes del grado noveno- tres, para identificar su desempeño en la resolución de problemas.

En el proceso de reconocimiento institucional, se analizan algunos componentes del proyecto Educativo Institucional (PEI), en el cual se plantea como modelo pedagógico una construcción activa del conocimiento. Sin embargo, en las observaciones de clase, se evidencia que la relación es poco coherente entre lo propuesto por el modelo pedagógico y la estrategia guiada en el aula por el docente, debido a que la forma de orientar la clase se aleja de las pretensiones del modelo pedagógico constructivista.

En el plan de área se contempla la resolución de problemas como parte de la malla curricular para todos los grados pero no se ve reflejado en las clases este componente para la enseñanza de las matemáticas.

La misión institucional se centra en educar desde la perspectiva social y cultural, basada en principios de Justicia, Igualdad y Equidad, de tal forma que sean ciudadanos con personalidad equilibrada, fortalecidos en sus competencias intelectuales, creativas, tecnológicas, científicas, ciudadanas, culturales y laborales para su proyección de vida comunitaria con calidad humana. En la visión se considera que la institución será reconocida como integradora y abierta a la diversidad, líder en la formación personal, académica, técnica y axiológica de sus estudiantes, para que se proyecten de forma integral en los diferentes ámbitos nacional e internacional. En su filosofía la persona se le considera un proyecto, que es dinámico, dado que las mismas realidades y contextos cambian, es un ser en transformación que se encuentra en identidad y para ello se vale de múltiples elementos simbólicos y significativos, como el lenguaje y el pensamiento, mediante los cuales elaboran, crean, recrean y aprehenden las realidades.

Los estudiantes de grado 9°son adolescentes entre los 14 y 16 años de edad, donde más del 80% pertenecen a hogares de estrato socio-económico de niveles II,  III;  las familias se encuentran constituidas por padres, madres, hijos y en algunos casos por tíos y abuelos, se observa la apatía de algunos estudiantes  hacia las matemáticas y el desinterés por aprender los temas que se orientan en esta asignatura, así mismo como la falta de motivación y disposición para comprender lo enseñado por el docente.

**Planteamiento del problema**

En Colombia los niveles de desempeño que describen la resolución de problemas de los estudiantes en el área de matemáticas, en cuanto a los procesos relacionados con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional, entre otros y los contextos a los que deben aplicar sus conocimientos y habilidades son bajos. Como lo indica el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, 2012) al establecer que sólo el 17,8% de participantes lograron alcanzar un nivel básico. Estos resultados indican que en general, los estudiantes presentan dificultades a la hora de usar estrategias para resolver problemas.

En el contexto de la Institución Educativa Andrés Bello (IEAB) en el proceso de enseñanza, se utilizan como recursos orientadores el tablero, el marcador y el discurso matemático del docente, lo cual genera desinterés y desmotivación en los estudiantes hacia el área de matemáticas, los contenidos conceptuales como los problemas de aplicación se presentan descontextualizados tanto del entorno como de los intereses de los estudiantes, los artefactos que se utilizan son muy poco significativos para los alumnos por lo que se visualiza el desinterés para tratar de realizar los problemas que se les presentan en el área de matemáticas.

Por otra parte, el uso de las Tecnologías de la Comunicación y la Información (TIC) entendidas según Sukel, (2010) como "hardware, software y telecomunicaciones en la forma de computadores y programas tales como aplicaciones multimedia y sistemas de bases de datos"

(p. 30). Poco se utilizan para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las clases, con las cuales los estudiantes podrían visualizar cambios o invariantes en algunas actividades, al igual que a la resolución de problemas, sobre todo cuando se utilizan aplicaciones de tipo dinámico.

Es importante considerar los recursos físicos que los estudiantes movilizan cuando trabajan en resolución de problemas. Estos recursos incluyen comunicaciones simbólicas y orales así como dibujos, gestos, la manipulación de artefactos y el movimiento corporal (Arzarello, 2006; Radford, Edwards & Arzarello, 2009).

En particular los artefactos poco se usan en el aula para fortalecer el proceso enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. Se consideran elementos relevantes en la constitución y manifestación del pensamiento matemático, por lo que se hace necesario incentivar y analizar su uso en actividades de enseñanza y aprendizaje en diferentes contextos sobre resolución de problemas.

Referente a los resultados de las pruebas Saber del grado noveno en los años 2012 y 2013 en la Ilustración 1, se evidencia un bajo desempeño en la competencia resolución de problemas al igual que la competencia de razonamiento.

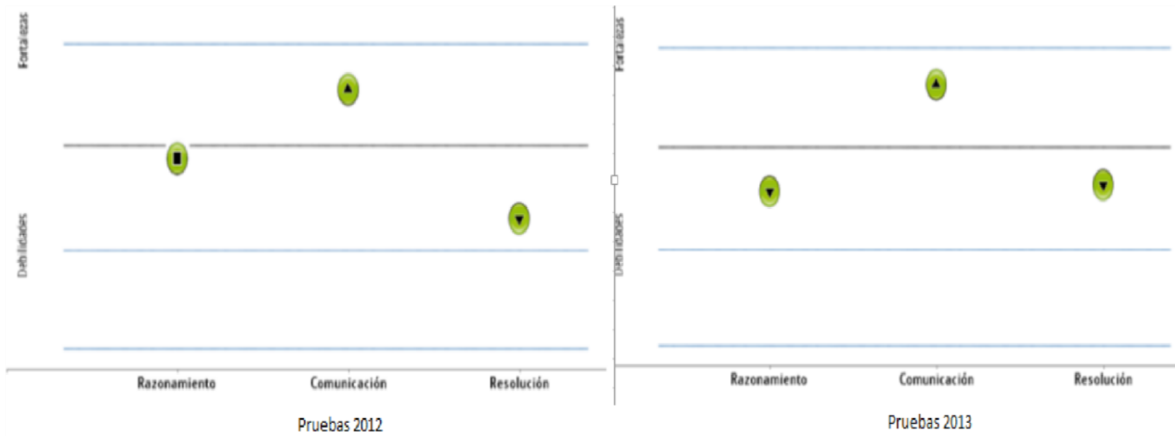



**Ilustración 1. Resultados pruebas saber 9° 2012-2013 IEAB**

Entre los años 2012 y 2013 el mejoramiento de la institución a nivel de la competencia resolución de problemas ha sido leve. Este bajo desempeño también se observa en los resultados institucionales, donde el promedio de refuerzos en cada período académico es del 31.67% según el consolidado académico del 2013 y del 37,07% para el año 2014 en sus dos primeros periodos.

De acuerdo a la Ilustración 1 y apoyado en el documento para analizar las pruebas Saber[2] los estudiantes presentan dificultades para resolver problemas que involucran potenciación, radicación y logaritmación, situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos, le causa incertidumbre resolver problemas de medición utilizando de manera pertinente instrumentos y unidades de medida, de igual forma, presentan dificultades en resolución y formulación de problemas usando modelos geométricos, dudan a la hora de establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de

[2] Las prueba de matemática evalúa las competencias de 9° grado en.

superficies y volúmenes, les causa dificultad resolver y formular problemas que requieran técnicas de estimación, para interpretar medidas de tendencia central para analizar el comportamiento de un conjunto de datos, resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular, tampoco hace inferencias a partir de un conjunto de datos para plantea y resuelve situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad por lo tanto, la mayoría no supera las preguntas de menor complejidad de la prueba con respecto a la resolución de problemas.

En la prueba diagnóstica, se han identificado algunas dificultades en los estudiantes, por ejemplo, en la pregunta 1y 2, cuando deben analizar datos provenientes de la tabla se les problematiza distinguir los conceptos de variable independiente y variable dependiente; según Pelalla & Martins (2004) “las variables son elementos o factores que pueden ser clasificados en una o más categorías es posible medirlas y cuantificarlas según sus propiedades o características” (p. 60). La no identificación es un indicio de que los estudiantes posean problemas a la hora de graficar datos y obtener la respectiva ecuación que los relacione, la identificación de variables es importante en la resolución de problemas, ayuda a fortalecer el desarrollo del razonamiento algebraico y solucionar ecuaciones, implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades (Godino & Font, 2003)

Al respecto, Torres (2011) afirma:

> El concepto de ecuación es fundamental desde las matemáticas en cuanto articula la teoría de ecuaciones (...), desde la perspectiva escolar es un concepto que emerge a partir del tratamiento mismo de relaciones numéricas en los grados iníciales de la

escolaridad (ecuaciones numéricas en los naturales, enteros y racionales), es organizador de fenómenos de distinta naturaleza (relaciones de magnitudes en ámbitos cotidianos, matemáticos y de otras disciplinas). (p.2)

En la pregunta 4 los estudiantes presentan dificultades para encontrar el volumen de los recipientes y distinguir la proporción que guardan, lo cual puede estar relacionado con la falta de comprensión, uso de modelos, un análisis erróneo de los datos o de obstáculos epistemológicos[3] que conllevan a la solución del problema basado en uno resuelto por el docente, observándose la dificultad de resolver la situación y reconocer la importancia de justificar los resultados con distintos tipos de argumentos.

Los párrafos anteriores llevaron a plantear la pregunta:

¿Cómo el uso de artefactos favorece el proceso de resolución de problemas de matemáticas en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Andrés Bello?

[3] Elementos psicológicos que impiden o dificultan el aprendizaje de conceptos revolucionarios al interior de las ciencias; estos se presentan en todos los sujetos que se enfrentan a nuevas realidades las cuales se caracterizan por no tener una referencia directa a experiencias directas.

# Justificación

La resolución de problemas como proceso del desarrollo del pensamiento matemático ha sido objeto de estudio por diversos autores (Escudero, 1999; Abrantes, 1996; Polya, 1945; De Guzman, 1984; Santos, 1992; Shoenfeld, 1985; Radford, 2006); de igual manera desde el NCTM (1989) y los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998) se aborda la importancia de la resolución de problemas en el desarrollo del pensamiento matemático. Desde las diferentes posturas se coincide en que la resolución de problemas es la parte esencial de la educación matemática.

Lo anterior invita a resolver problemas en el aula de clase que propicien la interacción entre los estudiantes y entre estudiantes y profesor, en torno a tareas en diferentes contextos como el numérico, el variacional, el espacial, de manera que puedan ofrecer a los estudiantes formas de producción de conocimiento matemático. Pensar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas favorecidas por el uso de artefactos es una alternativa para ayudar desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes, en palabras de Radford (2006) se piensa con y a través de los artefactos.

Cascallana (2002) considera que la utilización de los manipulables ayuda a los estudiantes a comprender, comunicar y visualizar conceptos matemáticos, en la medida en que fomenta acciones de experimentación, observación y reflexión, necesarias para construir ideas matemáticas y favorecer el desarrollo de su pensamiento y razonamiento matemático.

La resolución de problemas debe estar determinada en la realidad aunque aparentemente para el alumno la situación real esté en entredicho, de esta forma, el contexto se constituye en un marco importante para que los estudiantes puedan desarrollar problemas, "los estudiantes necesitan enfrentarse a problemas con un contexto que les permita establecer conexiones con lo que ya conocen bien sea dentro de las matemáticas o en la vida real" (Valero, 2002, p. 51).

El MEN (2002) plantea:

> Los educadores de hoy tenemos que proporcionar a las futuras generaciones herramientas que le permitan enfrentarse a la resolución de problemas, no sólo en el ámbito escolar sino en sus posibles lugares de trabajo, en donde la creatividad y la innovación serán la moneda de cambio. (p.15)

De esta manera, en las interacciones sociales del sujeto con el otro, donde ese otro puede ser un sujeto, pero también puede ser un artefacto, se percibe la naturaleza mediada del pensamiento. Por ello según Radford (2008) "los artefactos no son simplemente ayudas para pensar, ni simples amplificadores, sino partes constitutivas y consustanciales del pensamiento. Pensamos con y a través de artefactos culturales" (p.218).

Armella (2005) indica que "Todo acto cognitivo está mediado por un artefactos que pueden ser materiales o simbólicos, entonces, las acciones cognitivas están mediadas por los artefactos y los conocimientos producidos permanecen intrínsecamente vinculados a dichos artefactos"

(p. 3). Según Radfod (2006) “el pensamiento es considerado una reflexión mediatizada del mundo” (p. 6). Esta mediatización se lleva a cabo por medio de los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.).

Los artefactos juegan un papel importante en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, éstos contribuyen a que el estudiante pueda dar significado a los objetos matemáticos que emergen durante la resolución de problemas, a una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, la interacción con ellos en las matemáticas pueden ofrecer una ayuda para favorecer la agudeza de la resolución de problemas. Algunos instrumentos tecnológicos como la calculadora simbólica, el software dinámico, utilizados en todas las etapas de la resolución de los problemas las cuales son según Polya (1945), entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás, pueden mejora la visión del estudiante para comprender el problema y poder resolverlo.

El National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2000) identifica el uso de la tecnología como un principio que le debe dar soporte a las propuestas curriculares:

> Las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, aprendizaje, y desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, así los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento, y resolución de problemas. (p.24)

De acuerdo con los párrafos anteriores el uso de artefactos en la resolución de problemas les permitirá a los estudiantes de la Institución Educativa Andrés Bello percibir múltiples representaciones del objeto matemático, como de los emergentes, lo cual les va posibilitar mejorar su desempeño en el área, alcanzando mejores resultados de las pruebas saber y pruebas internas de la institución.

Como maestro en formación, la práctica pedagógica me permite articular los conocimientos (Disciplinar, Pedagógico, Didáctico) recibidos en la formación como maestro, visualizando las falencias y virtudes que puedo tener como docente.

**Objetivo General**

Fortalecer el proceso de resolución de problemas matemáticos a través del uso de artefactos en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Andrés Bello.

# Marco Referencial

En este sección se realizara una descripción de los dos referentes que apoyan el presente trabajo y las teorías que lo conforman, en primer lugar se encuentra el marco legal el cual muestra los documentos que lo normatizan, el segundo aspecto es el marco teórico, éste a su vez está formado por tres componentes los cuales orientan el camino de este proyecto, estos aspectos son el disciplinar, el didáctico y el metodológico.

## Marco legal

En una mirada global acerca de cómo estamos en Colombia frente a la normatividad educativa y en cuanto a la importancia de la resolución de problemas se hace un rastreo, de la constitución política de Colombia de (1991), pasando por la ley general de educación, y los estándares curriculares; los resultados son los siguientes:

Desde la constitución política de Colombia se habla en los artículos 44, 67, 68, 69 y 70 sobre la educación como un derecho fundamental de la persona, además como un servicio público que tiene una función social, también se habla allí de las libertades de enseñanza, aprendizaje investigación y cátedra. Artículo 67: "La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura."(Constitución política de Colombia, 1991)(p. 29)

Pasando a la ley 115 de febrero 08 de 1994 por la cual se expide la Ley General de Educación se encuentra que:

En el Artículo 5 de la Ley General de Educación (1994), el cual contiene los tres fines de la educación, según el numeral 9 "El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico de país." (p. 2)

En el Artículo 20 se encuentran los objetivos generales de la educación básica, según en el numeral c "Ampliar y profundizar en el racionamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y la vida cotidiana" (p. 6).

En el Artículo 22 se encuentran los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de la secundaria tenemos el numeral a:

> El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y de la vida cotidiana. (p. 7)

Pasando ahora a lo que contemplan los Estándares básicos de Competencias en Matemáticas, dentro de los cinco (5) procesos generales que se examinan en la actividad matemática se considera relevante la formulación, tratamiento y resolución de problemas estos son parte fundamental en el proceso de intervención en el aula.

## Marco Teórico

Esta parte del trabajo presenta la fundamentación de diversos enfoques que se utilizaron durante la práctica pedagógica y se relacionaron a la conceptualización y desarrollo que se debe realizar para un mejoramiento  en el objeto de estudio del trabajo

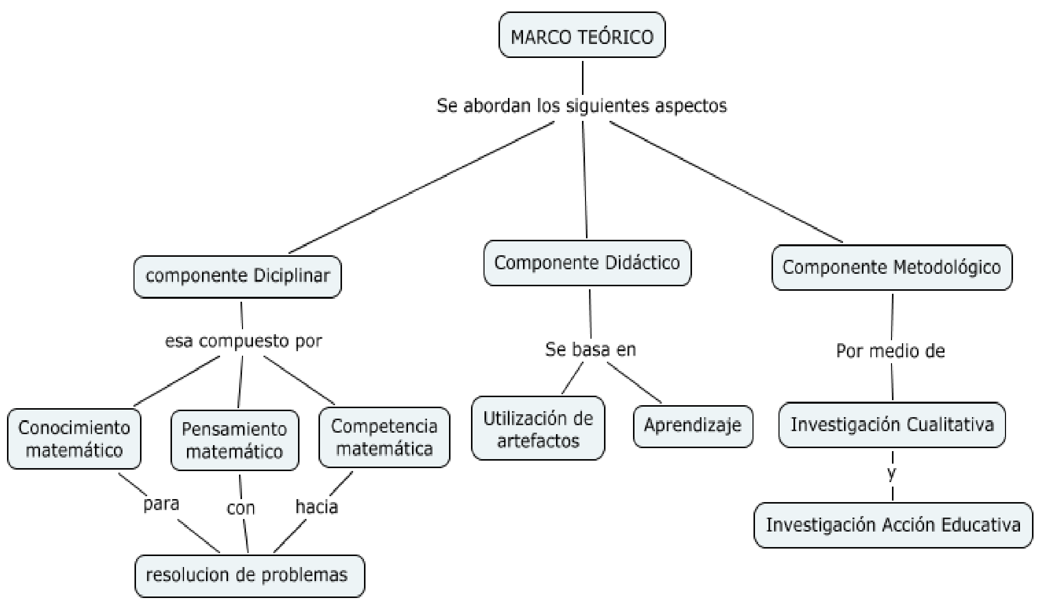



**Ilustración 2. Mapa conceptual del marco teórico**

**Disciplinar.** Para dar solución a la pregunta de investigación, se presentan aportes teóricos que dan soporte a la resolución de problemas.

***Conocimiento matemático.*** Los Lineamientos Curriculares (1998) establecen que debido al cambio que se ha dado respecto a la concepción que se tenía de la enseñanza de las matemáticas, en la escuela se debe promover las condiciones para que en ellas se aborden los conceptos matemáticos, mediante la elaboración de significados simbólicos compartidos, donde juega un papel interesante la forma en la que el estudiante interactué con otros. Desde ésta perspectiva, el conocimiento matemático es asumido como una actividad social, que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven, además debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual.

Desde esta perspectiva, los referentes teóricos de la teoría sociocultural de Vygostky (1987), es tenida en cuenta por cuanto la actividad de resolver problemas, se focaliza en la forma en que el estudiante y el objeto matemático interactúan a través de artefactos como mediadores. De igual forma la teoría de la objetivación propuesta por Radford (2006), en la cual la adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados se desarrolla por medio del contacto del estudiante con los artefactos y en la interacción social.

***El pensamiento matemático.*** Siguiendo la definición que establece Cantoral & Montiel (2003).

El pensamiento matemático no se reduce al pensar cuando se está ante una actividad matemática. En un sentido más amplio, entendemos que la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende. (p. 1)

En relación a lo anterior el MEN (1998) aborda cinco tipos de pensamientos matemáticos diferenciándolos en: pensamiento numérico, el pensamiento espacial, el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, el pensamiento aleatorio, el pensamiento variacional.

En un ambiente de resolución de problemas, el proceso de aprendizaje se ve reflejado a partir de dos aspectos diferenciados: aprender a hacer y aprender a ser en matemáticas (Radford, 2006). Este último, se caracteriza por una concepción no mentalista del pensamiento porque posibilita el encuentro del estudiante con el mundo de los artefactos desde donde se posibilita la elaboración significados. Este proceso ocurre a través de la interacción social y del uso de algunos artefactos como la calculadora, geogebra, el tangram, la aplicación MLVM y los problemas propuestos.

***Competencia Matemática.*** "Se entiende por competencia la capacidad de poner en práctica de forma integrada, en contextos y situaciones diferentes, los conocimientos, las habilidades, y los rasgos de la personalidad adquiridos" (Alsina & Domingo, 2007, p. 28), la competencia matemática se asocia a la capacidad de afrontar problemas y actividades matemáticas de aprendizaje significativos, se caracteriza por la naturaleza del proceso de aprendizaje articulado al contexto sociocultural del estudiante y a la actividad matemática en diferentes contextos. Por tanto, la actividad matemática de aprendizaje del estudiante, debe movilizar conocimientos, procesos matemáticos favorables a dar significado a los objetos matemáticos.

Los Estándares Básicos de Matemáticas (2006) permiten precisar algunos procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente:

> Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas. (p. 51)

***La formulación, tratamiento y resolución de problemas***. En los Estándares Básicos (2006) ésta competencia es considerada como el eje organizador del currículo de matemáticas.

El estudiante cuando se enfrenta a resolver situaciones de la vida cotidiana, debe acudir a los conocimientos matemáticos y a su experiencia para resolverlas de manera significativa.

***Resolución de problemas.***

*"Los problemas son situaciones sin una solución obvia. Si no hay que pensar, no hay problema"* (OECD, 2010, p.1).

Schoenfeld (1985) se refiere a la resolución de problemas como "el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los/las alumnas aprenden a pensar matemáticamente" (p. 3).

La dificultad intelectual es referida a una situación en la cual el estudiante desconoce el algoritmo o procedimiento que lleva a la solución del problema, por ello, puede decirse que la dificultad de un problema reside en la relación a los conocimientos que posea el estudiante y la capacidad para razonar, planear, verificar e interpretar la solución dada.

Schoenfeld (1985) describe cuatro enfoques que, en su opinión, han seguido los trabajos sobre resolución de problemas a nivel internacional:

♦ Problemas presentados en forma escrita, a menudo problemas muy sencillos pero que colocan la Matemática en el contexto del "mundo real".

♦ Matemáticas aplicadas o modelos matemáticos, es decir, el uso de matemáticas sofisticadas para tratar los problemas que reflejan el "mundo real".

♦ Estudio de los procesos cognitivos de la mente, consistente en intentos de exploración detallada de aspectos del pensamiento matemático en relación con problemas más o menos complejos.

♦ Determinación y enseñanza de los tipos de habilidades requeridas para resolver problemas matemáticos complejos. Enfoque con base, en gran medida, en la obra de Polya, G. (1945).

Resolver problemas, invita a colocar en disposición una serie de acciones que los estudiantes deben realizar, se coloca de manifiesto en este trabajo seguir lo estipulado por Polya.

Polya generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

*Entender el problema.* Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Entender el problema que se tiene que abordar es la tarea más difícil, resulta por ello de gran importancia orientar a los alumnos en el proceso.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

*Configurar un plan.* Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

*Ejecutar el plan*. También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

*Mirar hacia atrás***.** Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?

- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Dichas acciones articuladas a la actividad se convierten en un mecanismo con el cual los estudiantes se aproximan al reconocimiento de significados de los objetos que emergen de la solución de los problemas. Por ello, la interacción social facilita el uso de artefactos como una forma de material de apoyo que se vincula a fortalecer no solo el desarrollo del pensamiento sino la de la solución de problemas en contextos escolares.

En este trabajo se van a tomar como base para llevar a aula, la resolución de problemas sencillos que colocan las matemáticas en contextos del mundo real, que permitan una mejor comprensión del problema que se intenta resolver, determinando los tipos de habilidades requeridas para resolverlos.

La resolución de problemas es una actividad matemática y como tal fortalece el desarrollo del pensamiento matemático, pero tal actividad debe ser mediada por artefactos que permiten favorecer la solución de los problemas puestos en escena.

De igual forma desde Estándares Básicos de Matemáticas (2006) se plante la resolución de problemas como una pieza clave en la formación académica de los estudiantes a partir de la interacción social, ya que es un proceso fundamental de la actividad matemática, en este sentido: "Para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas surgen progresivamente técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente decantadas y compartidas" (p. 50).

En este trabajo los estudiantes buscarán estrategias para resolver y confrontar la solución de los problemas propuestos, siguiendo rutas que crean posibles para la formulación de posibles soluciones, con una mirada retrospectiva que lleve a la verificación de sus posibles respuestas.

Basado en los párrafos anteriores los estudiantes enfrentarán problemas sencillos que representarán de diferentes formas, donde los artefactos como mediadores podrán posibilitar crear un mejor modelo, un mejor análisis y una reflexión en el aula, utilizando diferentes métodos de solución, analizando los procedimientos realizados.

Escudero (1999) plantea "En los problemas no es evidente el camino a seguir; incluso puede haber varios; y desde luego no está codificado y enseñado previamente" (p. 9).

Santos (2003) planta:

> La importancia de buscar distintas formas de solución de un problema ¿Qué información es relevante que permita entender y diseñar un plan de solución de un problema? ¿Qué

> tipo de representaciones favorecen la identificación y exploración de relaciones alrededor del problema? ¿Qué tipo de herramienta tecnológica puede utilizarse como medio para representar y analizarla información importante del problema? Estas son preguntas que los estudiantes deben considerar y discutir en sus formas de interacción con el problema a resolver. En particular el empleo del software dinámico se puede transformar en una herramienta que permita a los estudiantes generar representaciones que permiten visualizar elementos claves alrededor de la solución. (p. 4)

Seguir los pasos que indica Polya será esencial para llevar a cabo este trabajo, llevará a los estudiantes a una mejor comprensión y tratamiento de los problemas que se proponen, por tanto me regiré por las directrices marcadas por Polya y Schoenfeld, además los planteamientos de los estándares , Escudero y Santos son fundamentales en este trabajo debido a que el uso de software va a permitir dinamizar las clases, dando un apoyo al estudiante para la identificación de elementos claves para resolver los problemas que se le presentan, mejorando así su capacidad de análisis.

**Didáctico.** En este referente se abordan los artefactos y la forma cómo es concebido el aprendizaje.

***Artefactos.*** Radford (2006) afirma que los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.), desempeñan un papel importante en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, contribuyen a una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, la interacción con ellos en las matemáticas pueden ofrecer una ayuda para favorecer la agudeza de la resolución de problemas en los estudiantes, por otra parte los Lineamientos Curriculares (1998) indica que "El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra" (p.18).

El National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2000), identifica el uso de la tecnología como un principio que le debe dar soporte a las propuestas curriculares:

> Las calculadoras y computadoras son herramientas esenciales para la enseñanza, aprendizaje, y desarrollo de las matemáticas. Generan imágenes visuales de las ideas matemáticas, así los estudiantes pueden enfocar su atención en procesos de toma de decisiones, reflexión, razonamiento, y resolución de problemas. (p.24)

Armella, L. (2005) afirma que:

> En la actualidad, las teorías de la cognición de mayor impacto en los contextos educativos, han reconocido la pertinencia del *principio de mediación instrumental* que podemos expresar de la siguiente manera: Todo acto cognitivo está mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico. (p. 3)

Para el trabajo la mediación se lleva a cabo por medio de los artefactos usados en las prácticas tales como la calculadora, el tangram, el geogebra. El NLVM, el álgebra geométrica entre otros que utilizan los alumnos.

***Aprendizaje***. Para Radford (2006) el aprendizaje no es una construcción o reconstrucción del conocimiento, sino que se "trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura" (p. 113). También Radford (2006) testifica que el aprendizaje es un "proceso de elaboración social de significados" (p. 113).

Por ello, se elige enseñar desde la resolución de problemas con situaciones que impliquen aspectos donde se desenvuelven los estudiantes y puedan desarrollar destrezas para resolverlos, el aprendizaje visto de esta forma se convierte en un espacio de colaboración social del estudiante, que le permitirá interactuar con sus compañeros, maestro y contexto, además dar sentido a las matemáticas, y lograr construir significados. Se tomara el aprendizaje como el proceso de construcción social que el alumno desarrolla en el cual logra construir un significado que sea útil para su vida.

En este trabajo se adopta la posición sociocultural focalizada en las interacciones que ocurren en el aula de clase, se centra en las formas de conocimiento que emergen cuando los estudiantes y docente se ocupan de articular durante la actividad de resolución de problemas.

**Metodológico.** En este último componente se incluyen elementos como lo son la investigación cualitativa e investigación acción educativa, abordadas desde diferentes referentes teóricos, como Sandoval (2002), Hernández, Fernández & Baptista (2006), Restrepo (2002) y se realiza una descripción de las concepciones de evaluación y plan de clase, que ofrecen elementos para la construcción del saber pedagógico.

***Investigación Cualitativa.*** Desde Sandoval (2002) la investigación cualitativa se puede abordar desde el terreno de las ciencias sociales busca establecer cuáles son las ópticas que se han desarrollado para concebir y mirar las distintas realidades que componen el orden de lo humano, así como también comprender la lógica de los caminos, que se han construido para producir, intencionada y metódicamente conocimiento sobre ellas**.**

Según Hernández, Fernández & Baptista (2006) la investigación cualitativa "utiliza recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación" (p.11).

En éste método de investigación, de acuerdo a lo establecido por Restrepo (2002) bajo la hipótesis de considerar al maestro como investigador; se establecen tres fases en las cuales, el maestro se interesa por reconocer problemáticas en la enseñanza y busca mejorar las metodologías utilizadas en los espacios de aprendizaje; estas fases son: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

De esta manera, en este trabajo, los análisis y las reflexiones generadas en las prácticas educativas, serán abordados bajo el paradigma de la investigación acción, y más específicamente a partir de una de sus variantes: la investigación acción educativa, la cual se focaliza enmarcada en la autorreflexión y en el progreso constante derivado de las estrategias de resolución de problemas.

***Investigación-acción educativa (I.A.E).*** Está apoyada desde los autores Elliot (2000), Restrepo (2002-2004), Bausela (2004). Asume la enseñanza como una práctica reflexiva, un proceso de investigación y de continua búsqueda.

Los principios de la I.A.E son los siguientes:

**a)** Se construye desde y para la práctica docente. No se reduce al aula.

**b)** Busca mejorar la práctica a través de la transformación, también procura comprenderla.

**c)** Requiere la participación de maestros-estudiantes en la mejora de las prácticas. No puede ser una tarea individual

**d)** Implica la relación de análisis crítico y reflexivo de las situaciones. Una forma de reconstruir el conocimiento profesional como docentes.

**e)** Se configura como un espiral de ciclos de planificación, acción, observación, análisis y reflexión.

Con la postura de la IAE, la resolución de problemas primero genera una actitud crítica y de autorreflexión y renovación profesional como maestro en formación. Segundo busca fortalecer el cambio y la transformación tanto educativa como de los estudiantes, transformar actitudes posturas y comportamientos de los docentes posibilita el desarrollo personal y profesional.

La IAE está dividida en tres fases, las cuales se realizaron a través de la práctica, deconstrucción, reconstrucción y evaluación, a continuación se describe cada una de ellas:

*Deconstrucción.* Esta primera fase de la investigación, se desarrolla a partir de los datos obtenidos, con el fin de delinear la estructura de la práctica, identificar sus vacíos y elementos de inefectividad. Restrepo (2009) define esta primer fase como "la búsqueda continua de la estructura de la práctica y sus raíces teóricas para identificarla y someterla a crítica y mejoramiento continuo" (p.6). Además, precisa que "al hablar de la estructura de la práctica nos referimos a que esta consta de ideas (teoría), herramientas (métodos y técnicas), y ritos (costumbres, rutinas, exigencias, hábitos) susceptibles todos de deconstrucción" (p. 6).

Basado en lo anterior se realizó un diagnostico institucional, entrevista, prueba, análisis de pruebas saber e internas) con el objetivo de observar cuáles eran las falencias y los aciertos que presentan los estudiantes en la actividad matemática resolución de problemas.

Además, Restrepo (2009) considera que la deconstrucción de la práctica debe terminar en un conocimiento amplio y una comprensión profunda de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas y debilidades, es decir, en un saber pedagógico.

Registrar y analizar los acontecimientos que surgen el aula; el cual "consistente en utilizar la observación directa de acontecimientos en el aula, recurriendo a detallados apuntes de campo como medio de registro," permite indagar y analizar la práctica, desde diversos puntos de vista a partir de la reflexión y la retroalimentación.

Restrepo (2004) logra constatar que el proceso de deconstrucción debe finalizar "[…] en un conocimiento profundo y una comprensión absoluta de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas y debilidades, es decir, en un saber pedagógico que explica dicha práctica. Es el punto indispensable para proceder a su transformación" (p.51).

La deconstrucción ayudó a entender aspectos de la práctica pedagógica como las falencias que los alumnos de noveno de la Institución Educativa Andres Bello presentaban en la resolución de problemas y comenzar a plantear una estrategia para fortalecer estos errores que presentaban.

*Reconstrucción.* Sobre ésta fase de la investigación acción-educativa, Restrepo (2009) considera que su probabilidad de éxito depende del proceso de deconstrucción, el cual, debe realizarse de manera detallada y crítica. Por otra parte, considera que es una reafirmación de los aspectos positivos de la práctica, y que a su vez permite, fortalecer aquellos componentes débiles, inefectivos e ineficientes. De esta manera, la reconstrucción permite al docente repensar su labor y perfeccionarla; es un proceso que demanda búsqueda y lectura de concepciones pedagógicas, en donde el dialogo entre teoría y práctica hacen posible que el maestro pueda construir un saber pedagógico subjetivo, individual y funcional.

Restrepo (2004) expresa que:

> La fase de reconstrucción, por su parte, demanda búsqueda y lectura de concepciones pedagógicas que circulan en el medio académico, no para aplicarlas al pie de la letra, sino para adelantar un proceso de adaptación, que ponga a dialogar una vez más la teoría y la

práctica, diálogo, del cual debe salir un saber pedagógico subjetivo, individual, funcional, un saber práctico para el docente que lo teje, al son de la experimentación. (p.52)

Esta fase ayudó a la práctica en el aula porque permitió desde varias lecturas de autores como Polya, 1945; Escudero, 1999; Abrantes, 1996; De Guzman, 1984; Santos, 1992; Shoenfield, 1985; Radford, 2006; NCTM 1989 y los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) 1998, apoyar las diferentes estrategias para resolver problemas y además para que los estudiantes articularan la actividad matemática con la interacción social, se realizaron con artefactos para que tengan un mejor análisis y solución.

***Evaluación de la práctica reconstruida.*** Restrepo (2009) considera, que ésta última fase de la investigación, está relacionada con actividades en la cuales, se desarrolla un análisis a partir de notas sobre indicadores de efectividad, tomadas en la nueva intervención. Estas notas permiten re-direccionar el proceso de evaluación y modificar o reconstruir nuevas estrategias de acuerdo a las necesidades encontradas en el aula.

Esta fase es fundamental, permitió mejorar las estrategias durante la intervención en el aula del docente, la puesta en escena de los planes de clase y las diferentes actividades ayudaron a mí que hacer pedagógico y al fortalecimiento de las estrategias utilizadas por los estudiantes para la resolución de problemas

***Planes de clase***. Son una propuesta estructurada que el docente elabora con anterioridad, teniendo en cuenta las necesidades de sus estudiantes, el contexto sociocultural en el cual se encuentran y el tipo de competencia que se desarrolla en los alumnos. En su elaboración se tiene en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y el desarrollo de actividades de profundización que permitan a los estudiantes analizar diversas situaciones a partir de los conocimientos adquiridos.

Al respecto, Fernández (2007) considera que el plan de clase es un proceso que el docente debe desarrollar con autonomía dependiendo de la metodología que este utilice y de los propósitos que plantee en su enseñanza.

Por otra parte, considera que en su elaboración se debe tener en cuenta los siguientes elementos: una parte teórica y una parte práctica; la selección de un método didáctico que permita captar la atención y el interés de los estudiantes, en este momento, el docente puede hacer un uso integrado de distintos materiales didáctico, con los cuales puede enriquecer su plan de clase; realización de actividades que contemplen problemas de la vida real y permitan medir los conocimientos adquiridos por pate del estudiante; desarrollo de evaluaciones en las cuales, los estudiantes den cuenta de las competencias adquiridas; la asignación compromisos orientados a la utilización de diversos medios para profundizar en la temática abordada.

En la práctica se realizaron varios planes de clase con actividades que ayudaron al fortalecimiento, el dominio de conceptos y un mejor razonamiento de los alumnos cuando se enfrentaron a la resolución de problemas.

***Diarios de procesos***. Jaramillo (2003) considera, que los diarios de procesos, *s*on instrumentos que se presentan como una alternativa que permite retomar la experiencia del maestro a lo largo de su vida personal y profesional y obtener una comprensión más amplia de su práctica pedagógica. Plantea, que los diarios de procesos son registros elaborados sistemáticamente por el maestro después de cada clase, en los cuales, "[…] el maestro describe y analiza hechos y detalles de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de la práctica pedagógica en general" (p.13). Además, con la elaboración de estos, se espera que el maestro "[…] se involucre personalmente en una dialéctica entre la acción y la reflexión, al escribir el diario, él produce sentidos sobre la experiencia vivida.

También señala que con la realización de los diarios de procesos, se espera que el maestro establezca una relación dialéctica entre la acción y la reflexión, al escribir el diario, él produce sentidos sobre la experiencia vivida.

Se recolectaron algunos diarios de procesos los cuales dan evidencia de las falencias y fortalecimientos de los alumnos en la resolución de problemas, además de cómo interactuaron los estudiantes tanto entre ellos como con el docente durante el desarrollo de los problemas.

***La teoría de la objetivación.*** Según Radford (2014) es una teoría que se ubica dentro de la gama de teorías socioculturales contemporáneas que intentan plantear la enseñanza-aprendizaje en términos diferentes de aquellos abogados por las teorías educativas individualistas modernas y sus pedagogías centradas sobre el estudiante.

*Los antecedentes de la teoría de la objetivación:* Los antecedentes de la teoría de la objetivación se encuentran en un movimiento que se inició dentro la educación matemática en los años 1990, en particular en trabajos que fueron presentados en las conferencias anuales del International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)(1990). Esos trabajos aparecieron como una respuesta a la necesidad de ofrecer nuevas posibilidades para pensar de manera diferente el aprendizaje de las matemáticas de aquellas aproximaciones individualistas que dominaban la educación matemática de ese tiempo. Es, en efecto en los años 1990 que encontramos una serie de artículos por investigadores como Bartolini Bussi (1991), Lerman (1992), Boero et al. (1995).

Los estudiantes a partir de la resolución de problemas teniendo a los artefactos como mediadores del conocimiento, han logrado de alguna forma ingresar a un proceso de objetivación de los objetos de cada uno de los conceptos o saberes que emergieron durante la actividad de resolución de problemas.

## Análisis de Resultados

El siguiente análisis pretende describir los diferentes aspectos trabajados durante la práctica pedagógica para dar respuesta a la pregunta de investigación y verificar el alcance del objetivo planteado.

El análisis de datos se fundamenta a partir del estudio de tres aspectos referenciados en el marco de este proyecto: el fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática de resolución de problemas, referidas a "Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas" (Estándares Básicos de Matemáticas, 2006, p. 51). El impacto generado por el uso de los artefactos, en donde se consideran los manipulables físicos y virtuales durante el proceso enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas; la percepción de los estudiantes hacia las matemáticas.

A continuación se presenta las observaciones hechas en el análisis:

### El fortalecimiento de las habilidades de la competencia matemática resolución de problemas

**Desde la prueba diagnóstica**. Se puede observar en la ilustración 3, numeral 1 de la prueba diagnóstica, la forma como los estudiantes resuelven el problema propuesto. A los estudiantes se les indaga por la relación entre magnitudes.

La formulación de un problema, es más importante que su solución. (Albert Einstein)

Juan pablo Bedoya García.

Alumno (a) Miguel Angel Hurtado. Grado 9-3

Resuelve los siguientes problemas

1. La tabla relaciona las magnitudes cantidad de camisa y el precio.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| No. de camisas | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Precio en (miles de $) | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 |

a. determina el conjunto en el cual toma sus valores cada una de ellas, grafica en el plano cartesiano.
b. Enuncia la ecuación que relaciona las dos magnitudes.
c. ¿Se podría comprar una cantidad exacta de camisas si cuento con $ 315000, justifica tu respuesta? No
d. ¿si compre 5 camisas y aun tengo $ 75000 cuánto dinero tenía antes de comprar las camisas? 225

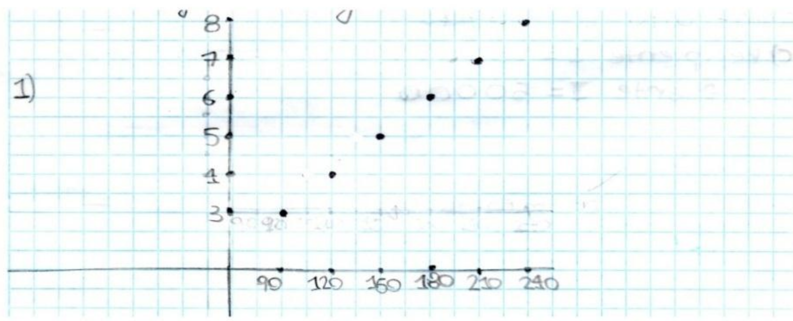



**Ilustración 3. Prueba diagnóstica, numeral 1**

Los estudiantes presentan dificultades para comprender el problema, replantearlo a situaciones ya conocidas y conseguir una estrategia con la que puedan identificar variables, graficar datos, relacionar variables y dar respuesta a las preguntas realizadas.

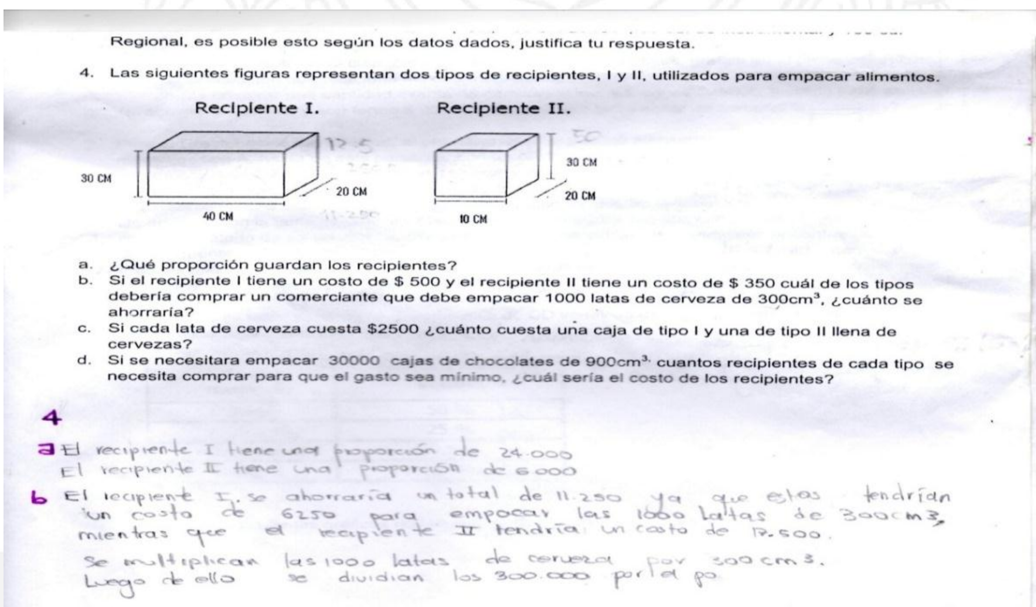
Desde la categoría plantear el problema, se observa que el estudiante no tiene una estrategia, esto puede evidenciarse al colocar las magnitudes en el plano cartesiano, no es claro qué representa cada eje.

Desde la categoría plantada de transformar el problema, de igual forma no se evidencia una transformación desde lo escrito a lo que el estudiante pueda suponer o conjeturar, esto es claro al no tener en cuenta las variables puestas en escena.

De igual manera, no es claro cuando se le indica que justifique la respuesta, se limitan a escribir no. Ello se supone debido a que el estudiante no tiene claro el concepto de variable. Lo anterior se refleja cuando el estudiante responde el inciso d, sólo escribe un número y no presenta evidencia de cómo obtuvo tal valor.

Se observa que quizás el estudiante no contextualiza el problema, es decir, se aparta de lo que es el problema como aplicación a una situación que sucede en la realidad cuando el estudiante adquiere o compra cualquier elemento de vestir. Por otro lado no lo asocia a su vida cotidiana, ya que en la institución el estudiante realiza compras en la tienda escolar.

En la ilustración 4, numeral 4 de la prueba diagnóstica se indaga por proporciones y volúmenes.



Regional, es posible esto según los datos dados, justifica tu respuesta.

4. Las siguientes figuras representan dos tipos de recipientes, I y II, utilizados para empacar alimentos.

Recipiente I. Recipiente II.

30 CM, 40 CM, 20 CM — 30 CM, 10 CM, 20 CM

a. ¿Qué proporción guardan los recipientes?
b. Si el recipiente I tiene un costo de $ 500 y el recipiente II tiene un costo de $ 350 cuál de los tipos debería comprar un comerciante que debe empacar 1000 latas de cerveza de 300cm³, ¿cuánto se ahorraría?
c. Si cada lata de cerveza cuesta $2500 ¿cuánto cuesta una caja de tipo I y una de tipo II llena de cervezas?
d. Si se necesitara empacar 30000 cajas de chocolates de 900cm³. cuantos recipientes de cada tipo se necesita comprar para que el gasto sea mínimo, ¿cuál sería el costo de los recipientes?

4

a El recipiente I tiene una proporción de 24.000
El recipiente II tiene una proporción de 6.000

b El recipiente I, se ahorraría un total de 11.250 ya que estos tendrían un costo de 6250 para empacar las 1000 latas de 300cm3, mientras que el recipiente II tendría un costo de 17.500.

Se multiplican las 1000 latas de cerveza por 300 cm 3.
Luego de ello se dividian los 300.000 por la po

**Ilustración 4. Prueba diagnóstica, numeral 4**

***Establecer proporciones.*** Se evidencia que la respuesta que el estudiante proporcionada de 24000 como una proporción, indica que no le ha dado ni sentido ni significado el objeto matemático proporción.

De igual forma, los estudiantes no presentan un plan para resolver el problema, no lo formulan ni lo resuelven, este hecho indica que los estudiantes presentan debilidades en la habilidad de la competencia matemática resolución de problemas, relacionada con establecer proporciones.

Para el caso presentado, en la ilustración 4, la proporción de los volúmenes de las cajas se establece mediante el análisis de sus áreas y luego la cantidad de veces que el recipiente II puede caber en el recipiente I, esto lo podrían haber relacionado con las compras que hacen cuando van con sus padres a hacer mercado y tienen que comprar diferentes tamaños de un mismo artículo, mirando cual es más económico, según la cantidad que contiene los recipientes.

**Desde la intervención en el aula.** Se plantearon algunas actividades con la ayuda de algunos artefactos,  tales como dados, milticubos, tangram, geogebra, signos, símbolos entre otros que ayudaran a los estudiantes a fortalecer la competencia de resolución de problemas y los conceptos matemáticos en ellos implícitos.


ACTIVIDAD N° 1
EL DADO Y SUS VÉRTICES

1. Las caras de un dado están numeradas con las cifras 1,2,3,4,5,6. A cada vértice de este dado le asignamos un "valor del vértice" que es igual a la suma de los tres números correspondientes a las tres caras que forman ese vértice. ¿Cuál es la suma de los ocho "valores de los vértices"?

Pista: Cada cara ¿cómo contribuye a la suma final?

**Ilustración 5. Numeral 1 de la actividad N° 1**

Los estudiantes utilizan los dados y por medio de la observación de las caras, buscan estrategias como la que se observa en la ilustración 6, donde algunos realizan la suma y otros realizan una multiplicación, ambas estrategias son pertinentes en la solución del problema.

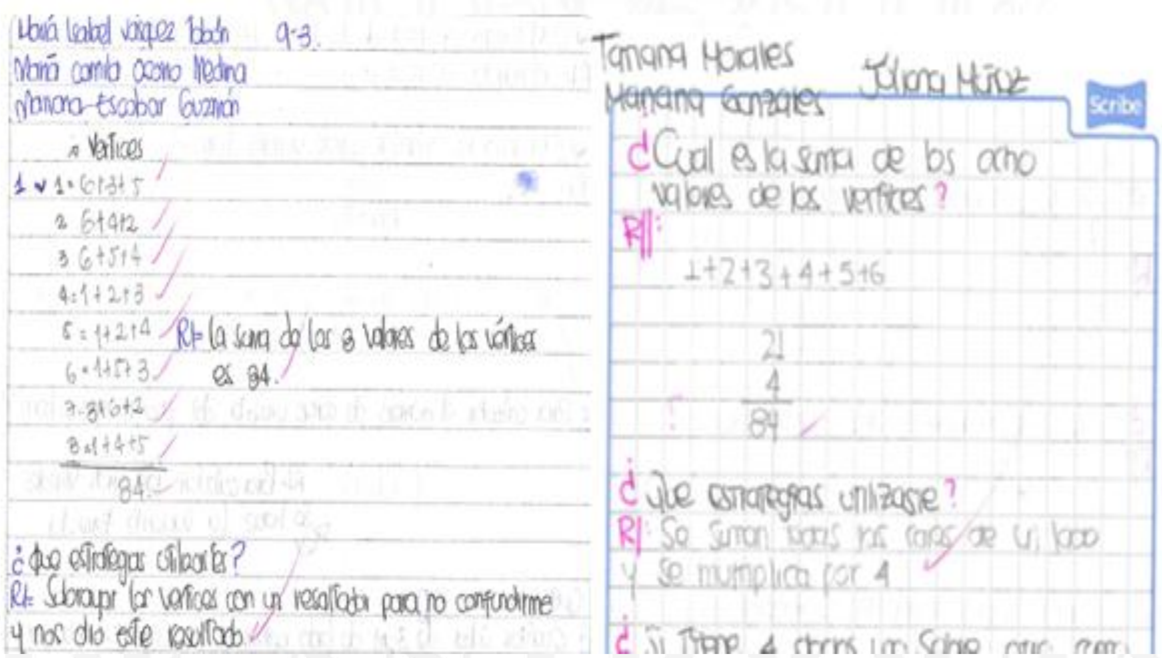



**Ilustración 6. Respuesta de los estudiantes al numeral 1 de la actividad N° 1**

La ilustración 6, da cuenta de la solución que dan dos grupos de estudiantes al mismo problema, lo cual coloca en evidencia cómo los estudiantes desarrollan una actitud mental que los lleva a desplegar diferentes estrategias de resolución, además, se nota que  los estudiantes no solo encuentra  resultados sino que trata de verificar.

Escudero (1999) plantea "En los problemas no es evidente el camino a seguir; incluso puede haber varios; y desde luego no está codificado y enseñado previamente" (p. 9). Lo que se puede observar en la ilustración 6, los dos equipos desarrollaron y verifican el problema de diferente forma, el primero hace una suma por cada vértice y luego los suma y el segundo suma todos los lados y luego multiplica por 4, encontrando así la respuesta de dos formas distintas.

En la ilustración 7. Se tuvo por objetivo observar como los estudiantes realizaban un problema de proporcionalidad y volumen.

▷ 4. CUBOS EN UNA CAJA

¿Cuántos cubos de  3 cm de lado caben en una caja formada por caras paralelas rectangulares cuyas longitudes son de 60 cm de largo, 33 cm de ancho y 30 cm de alto?

Pista: Piensa primero el problema en una caja de 3 cm de alto.

**Ilustración 7.  Numeral 4 de la actividad N° 1**

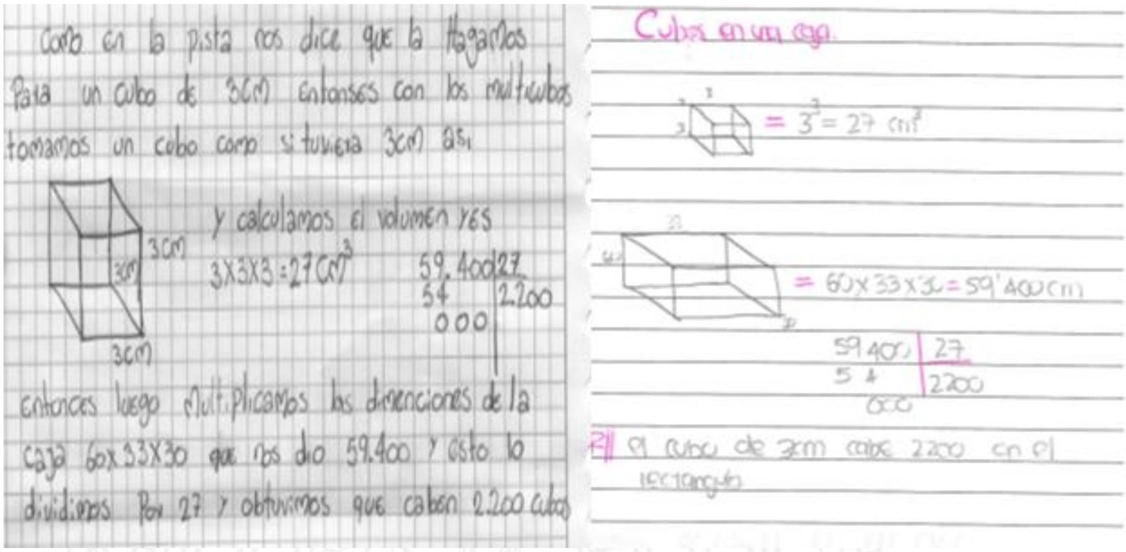



**Ilustración 8. Respuesta de los estudiantes al numeral 4 de la actividad N° 1**

Los estudiantes buscan los multicubos que se encuentran en el aula taller de matemáticas, con lo cual pueden tener una mejor visión para solucionar el problema. Este artefacto hace parte de la cultura de los estudiantes, para ellos es su uso es habitual desde los primeros grados de primaria en las diferentes clases como geometría y matemáticas. El uso de artefactos físicos hacen que los estudiantes puedan desarrollar estrategias para reinterpretar el problema, de esta forma, los artefactos están contribuyendo a fortalecer el proceso de resolución de problemas.

En la ilustración 8 se observa que los estudiantes reinterpretan el problema al pasar de analizar el cubo grande a llevarlo a un cubo pequeño, el cual dibujan en la hoja de papel. Con la ayuda de esta representación, el pensamiento de los estudiantes se mueve a lo largo de un espacio-problema procesando la información codificada bajo formas de representaciones proposicionales, a través de las aristas y dimensiones del cubo grande. Como lo indica Shoenfeld (1985) parece ser que los estudiantes están a prendiendo a pensar matemáticamente.

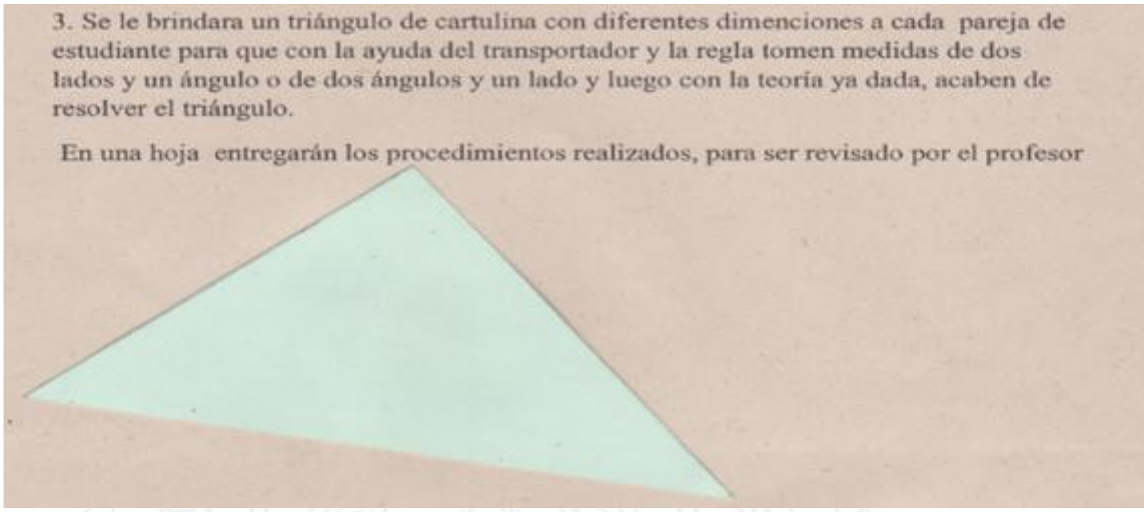
Lo anterior indica cómo el pensamiento de los estudiantes también ocurre en el plano social, en el territorio del artefacto. El cubo dibujado sobre la hoja, los signos matemáticos son artefactos que mediatizan y materializan el pensamiento. Esos artefactos son parte integral del pensamiento.

En este sentido, Radford (2006, p. 107) afirma:

> El carácter mediatizado del pensamiento se refiere al papel, en el sentido de Vygotsky (1981), que desempeñan los artefactos (objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.) en la realización de la práctica social. Los artefactos no son meras ayudas al pensamiento (como lo plantea la psicología cognitiva) ni simples amplificadores, sino partes constitutivas y consustanciales de éste. Se piensa con y a través de los artefactos.

**Desde las actividades de verificación**. Se realizaron actividades con la Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, la cual su sigla en inglés es (NLVM), ésta contiene applets con actividades interactivas en las que los estudiantes pueden participar y el álgebra geométrica para mirar los avances y fortalecimientos que los estudiantes habían alcanzado en resolución de problemas.

La ilustración 9 muestra el problema que se les asigna a los estudiantes:



3. Se le brindara un triángulo de cartulina con diferentes dimenciones a cada pareja de estudiante para que con la ayuda del transportador y la regla tomen medidas de dos lados y un ángulo o de dos ángulos y un lado y luego con la teoría ya dada, acaben de resolver el triángulo.

En una hoja entregarán los procedimientos realizados, para ser revisado por el profesor

**Ilustración 9. Problema 3 de la actividad 2 del plan de clase.**

Los estudiantes acuden al aula virtual en forma natural, dónde encuentran la aplicación virtual NLVM, el cual usan como una ayuda para resolver el problema.

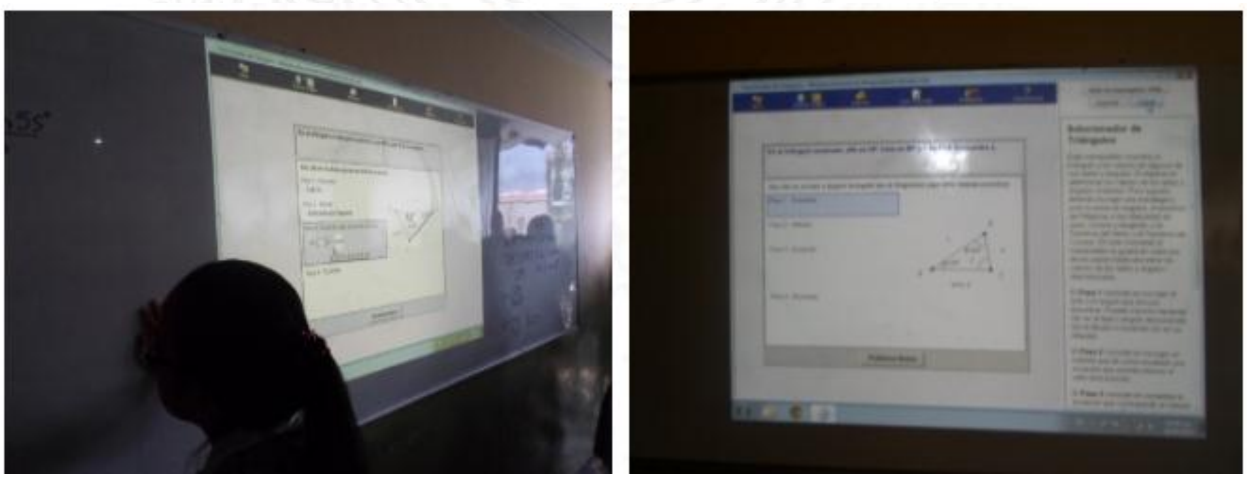


**Ilustración 10. Estudiantes trabando el NLVM resolución de triángulos**

Según Santos (2003) "¿qué tipo de herramienta tecnológica puede utilizarse como medio para representar y analizarla información importante del problema? Estas son preguntas que los alumnos deben considerar y discutir en sus formas de interacción con el problema a resolver" (p. 4).

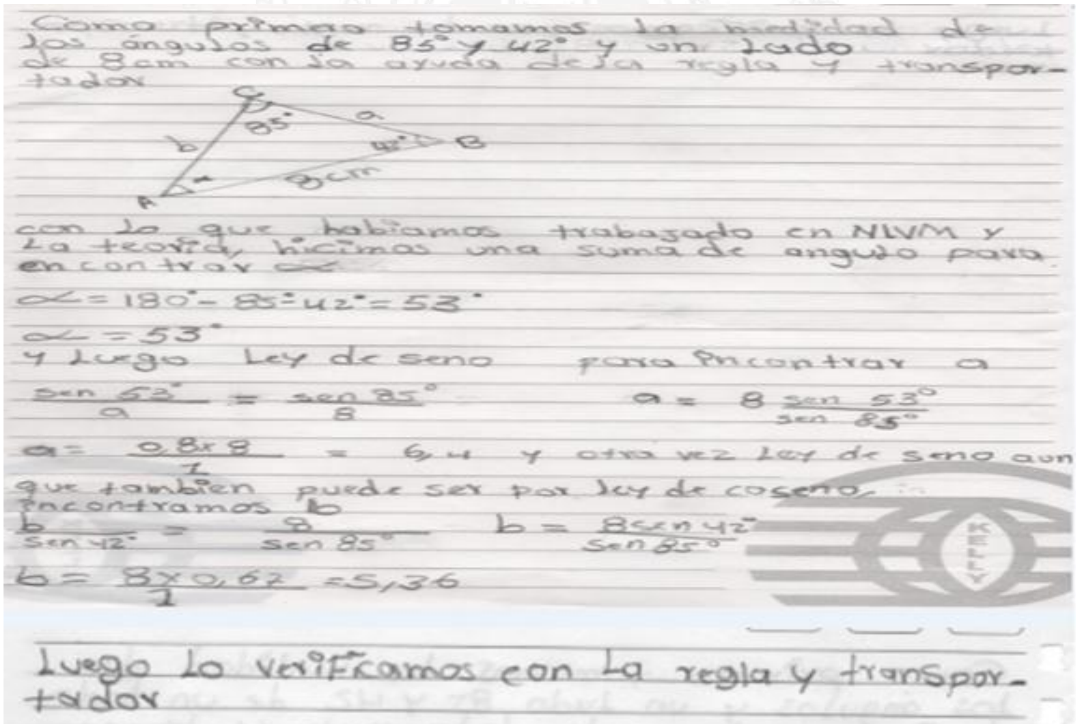
Se observa que mediante el uso del manipulador los estudiantes visualizan los componentes que tiene el triángulo, ésta ayuda indica que los artefactos han fortalecido en los estudiantes la forma de resolver problemas. Se nota cómo entienden el problema, configuran un plan y siguen las instrucciones que les da el NLVM, y luego en retrospectiva comparan los resultados obtenidos.

La ilustración 10 da evidencia de cómo los estudiantes usan las estrategias que les permite reinterpretar el problema en el manipulador virtual, escogen el triángulo, le asignan los ángulos y los lados.

En cuanto a configurar un plan los estudiantes visualizan cual es el paso a seguir utilizando una de las formas en que se puede resolver el problema ya sea por: suma de ángulos, ley de senos, ley de cosenos, teorema de Pitágoras que aparecen en el manipulador.

Llevan a cabo el plan utilizando la forma que ellos cree es conveniente para resolver el problema y luego verifican su resultado con la ayuda de manipulador observando si lograron el resultado correcto.

La ilustración 11 muestra cómo los estudiantes verifican la respuesta halladas con ayuda del manipulador dada al problema de la ilustración 9.



Como primero tomamos la medida de los ángulos de 85° y 42° y un lado de 8cm con la ayuda de la regla y transportador



con lo que habiamos trabajado en NLVM y la teoría, hicimos una suma de angulo para encontrar α

$\alpha = 180° - 85° - 42° = 53°$

$\alpha = 53°$

y luego ley de seno para encontrar a

$\frac{sen\ 53°}{a} = \frac{sen\ 85°}{8}$ $\quad a = 8\,\frac{sen\ 53°}{sen\ 85°}$

$a = \frac{0{,}8 \times 8}{1} = 6{,}4$ y otra vez ley de seno aunque tambien puede ser por ley de coseno encontramos b

$\frac{b}{sen\ 42°} = \frac{8}{sen\ 85°}$ $\quad b = \frac{8 sen\ 42°}{sen\ 85°}$

$b = \frac{8 \times 0{,}62}{1} = 5{,}36$

Luego lo verificamos con la regla y transportador

**Ilustración 11. Respuesta de los estudiantes, numeral 3, actividad 2 del plan de clase**

Aquí se deduce que los estudiantes han leído y entendido el problema, lo cual los lleva a configurar un plan, ejecutarlo y mirar hacia atrás (comprobar la respuesta) y justificar si es o no compatible al contexto. También logran diseñar el plan con el cual pueden resolver el problema y lo llevan a cabo. En la ilustración 11 se observa cómo plantean la suma de ángulos, utilizan en forma adecuada la ley del seno y realizan procesos algorítmicos. Se nota cómo el uso de símbolos en la expresión b= 8 sen(42°)/sen(85°) es un artefacto que le ayuda a resolver el problema y comprobar que se cumple dicha ley, lo anterior indica un aprendizaje significativo que ha sido mediado por los artefactos, como lo afirma Radford (2014):

> Aprendizaje y enseñanza significativos hace referencia a aquellas formas pedagógicas de acción que conllevan a un conocimiento profundo de los conceptos matemáticos y a la instauración de un espacio político y social dentro del cual puedan desarrollarse subjetividades reflexivas, solidarias y responsables. (p.5)

Otro de los problemas que se les planteó a los estudiantes fue el siguiente: Un obrero necesita construir un área rectangular con los siguientes elementos rectangulares z.z, 2z.k y k.k, podrías ayudarle a hacer esta construcción con la ayuda del algebra geométrica o en NLVM en el aplicativo de baldosas algebraicas, explica lo que hiciste para ayudar al obrero.

¿Cuál sería el área y el perímetro del rectángulo construido explica porque?

¿De qué formas se puede expresar el área explica porque?

¿De acuerdo a lo realizado que operaciones algebraicas se podrían realizar con el álgebra geométrica?

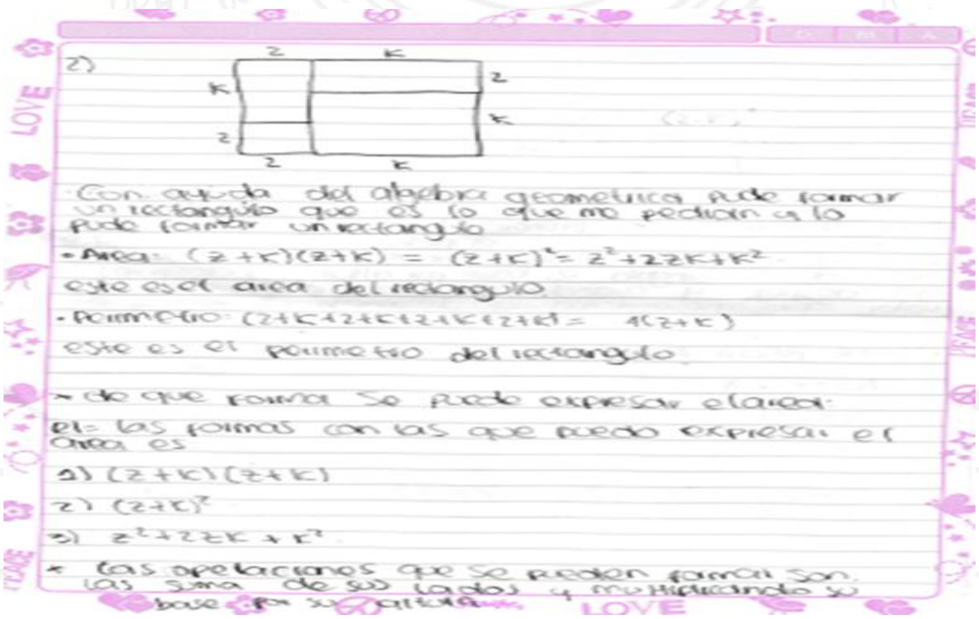



**Ilustración 12. Respuesta de los alumnos al numeral 2.**

En la ilustración 12 se observa que los estudiantes en interacción social, plantean el problema dado, lo cual se evidencia cuando son capaces de transformar el problema mediante la acción de dibujar en la hoja un cuadrado y lo han realizado porque le han dado significado a las variables que contiene el problema.

De igual forma, se nota que el uso de los artefactos (dibujar el cuadrado, escribir símbolos, usar los instrumentos virtuales) han hecho que los estudiantes reflexionen y que se posicionen de manera crítica en prácticas matemáticas constituidas histórica y culturalmente, como lo es la aplicación de la propiedad distributiva, esos artefactos han influido en los estudiantes, de forma tal que han dado sentido y significado a los objetos área perímetro y la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, lo cual se evidencia cuando expresan estas formas simbólicas $(z+k)(z+k)$ , $(z+k)^2$ y $z^2+2zk+k^2$ lo anterior indica que los estudiantes han fortalecido la resolución de problemas a través del uso de artefactos y han logrado desarrollar aún de una mejor forma su pensamiento matemático. Como afirman los Estándares Básicos Matemáticas (2006), “el estudio y análisis de situaciones problema suficientemente complejas y atractivas, en la que los estudiantes mismos inventen, formulen y resuelvan problemas matemáticos, es clave para el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas” (p 52).

**El impacto generado por el uso de los artefactos, en donde se consideran los manipulables físicos y virtuales durante el proceso enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas.**

**Desde la prueba diagnóstica.** Aunque se les brindó la posibilidad a los estudiantes de utilizar ayudas virtuales y físicas ellos mostraron poco interés por la utilización de éstas por lo tanto no utilizaron ninguna para realizar la prueba diagnóstica, resolvieron los problemas de manera tradicional.

**Desde la intervención de clase**. Se pretende mirar como los estudiantes trabajan con los artefactos (símbolos, signos, manipulables físicos y virtuales, etc.) y cómo estos favorecen la resolución de problemas.

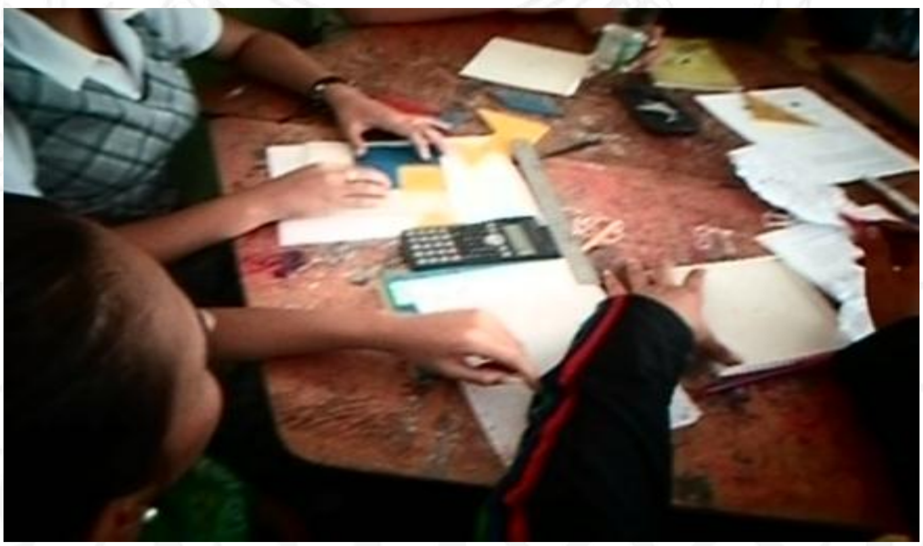


**Ilustración 13. Estudiantes trabajan con el tangram.**

Como afirma Radford (2006) los artefactos contribuyen a una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, la interacción con ellos en las matemáticas ofrecen una ayuda para fortalecer en los estudiantes la agudeza de la resolución de problemas.

Se les dio el siguiente problema para observar que estrategias usaban los estudiantes para resolverlo.

Suponiendo que el lado del cuadrado pequeño es 1 dm, calcula las dimensiones y el perímetro de cada una de las piezas del tangram.

En la ilustración 13, se ve claramente cómo con los artefactos se inicia una contribución a solucionar problemas, los estudiantes utilizan calculadora, el tangram, regla, escuadra y símbolos para ayudarse a plantear una estrategia para dar la solución del problema.

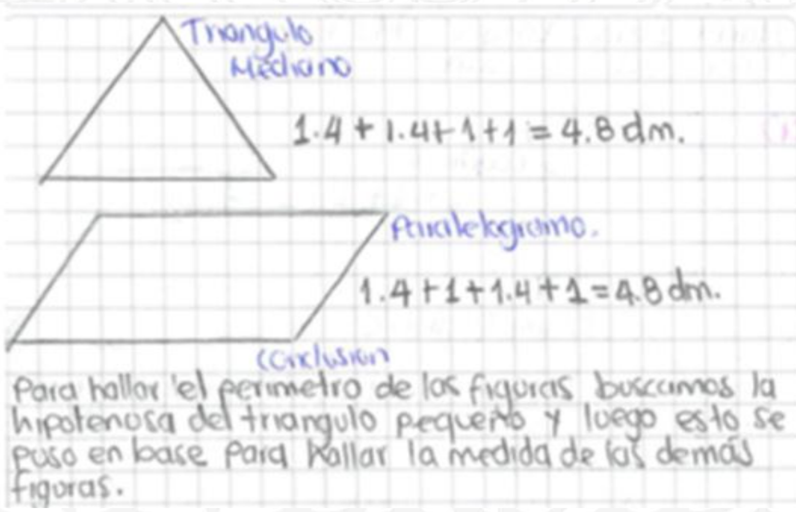



**Ilustración 14. Solución del numeral a de la actividad N° 2**

En la ilustración 14, los estudiantes utilizaron artefactos como símbolos y signos, realizan figuras geométricas como las del tangram para poder dar solución a las preguntas del problema, lo que nos deja observar que estos artefactos hacen parte de su cotidianidad estudiantil conduciéndolos a realizar operaciones como la suma para obtener la medida los lados y así hallar el perímetro.

Se pudo apreciar durante las tres fases cómo el uso de artefactos como la regla, la calculadora, el tangram, los símbolos, los signos, el manipulador virtual NLVM, el geogebra y los objetos matemáticos ayudaron a fortalecer el proceso de resolución de problemas. Así mismo se observó cómo los estudiantes fueron capaces de diseñar estrategias, replantear el problema, dar respuesta a las preguntas realizando diferentes procedimientos matemáticos, interpretar los datos, dotar de sentidos los objetos matemáticos emergentes y subyacentes y a la vez dar un vistazo retrospectivo a las respuestas obtenidas.

**Desde las actividades de verificación.** En las siguientes ilustraciones se plantearon problemas de resolución de triángulos tales como:

1. El campanario de la Torre de Pisa en Italia, forma un ángulo de 5.6° con la recta vertical trazada desde C Una turista se ubica a 105 m de la base de la torre, al lado en el que la torre forma un ángulo agudo con la horizontal. El ángulo de elevación medido por la turista es de 29.2° hasta la parte superior de la torre. Encontrar la longitud de la torre.

2. Un automóvil viaja por una carretera en dirección Este durante 1 h; luego viaja durante 30 minutos por otra carretera que se dirige al Noreste. Si el automóvil se desplaza a una velocidad constante de 40 millas/hora, ¿qué tan lejos está de su posición de partida al terminar el recorrido?

**Ilustración 15. Problemas de la actividad 1 del plan de clase**

**Ilustración 16. Los estudiantes trabajando con manipuladores físicos**

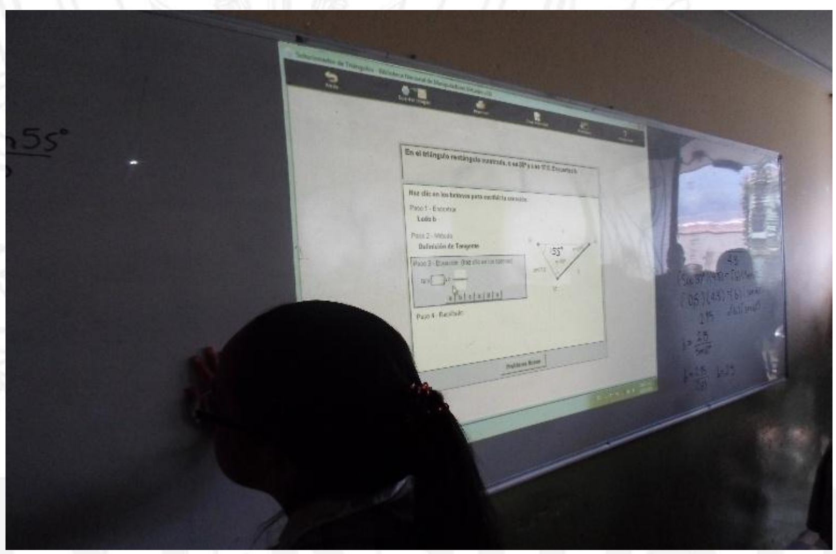


**Ilustración 17. Los estudiantes trabajando con manipuladores virtuales**

En las ilustraciones 16 y 17 se aprecia la forma en que los estudiantes en forma natural utilizan artefactos como calculadora, símbolos, signos, triángulos de cartulina, el manipulador virtual NLVM, con los cuales fortalecieron la solución de los problemas. Además les dio la oportunidad de diseñar un plan a seguir, En la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas los estudiantes encontraron estrategias, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales fueron compartidas con los demás compañeros.

En la ilustración 17 se visualiza como el artefacto (manipulador virtual MNVL) ofrece las formas en que los estudiantes puedan fortalecer su razonamiento, en tanto formulan argumentos que justifican y realizan procedimientos en sus hojas de trabajo y dan validez a las soluciones obtenidas. Es decir el artefacto les ha permitido fortalecer la forma de proponer estrategias en la resolución de problemas, a la vez el estudiante coloca a su disposición distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y del lenguaje matemático.

**La percepción de los estudiantes hacia las matemáticas**

**Desde la prueba diagnóstica**. En la ilustración 18 y 19 se tiene una apreciación de los alumnos.

a. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la información que se presenta én la tabla?

- Algunas actividades no las comprendimos, las que hicimos fueron porque las entendimos tal cual como creemos que era.
- Nos gustaría que nos explicaran algunas cosas que están un poco complicados.

**Ilustración 18. Prueba diagnóstica, observaciones de los alumnos.**

No realizamos el taller porque nos pareció muy dificil y algunos temas no los recordamos con mucha claridad y preferimos no presentar nada a hacerlo malo.

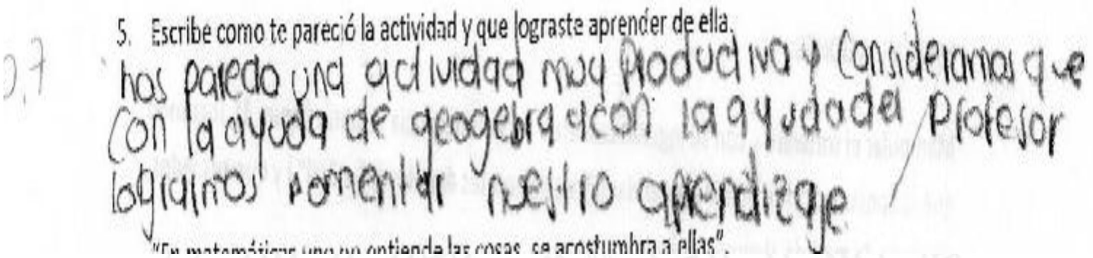
**Ilustración 19. Prueba diagnóstica, percepción de los estudiantes.**

No responden  algunos de los problemas propuestos, lo cual se nota en el poco interés y la falta de compromiso.

En palabras de Polya y Schoenfeld: en la ilustración 18 se nota que los estudiantes no tienen un plan, no replantean el problema,  olvidan los conceptos matemáticos, además no relacionan los problemas con asuntos de su vida cotidiana, ni emplean artefactos que les ayude a tener una mejor comprensión del problema.

En la ilustración 19 se nota  que  los alumnos  se interesan por algunos temas que  les llaman la atención y dan cuenta que quieren aprenderlos, pero de igual forma hay poco interés por resolver el problema

**Desde la intervención en clase**. Se quiere observa la receptividad de los estudiantes hacia las actividades propuestas en clases.


5. Escribe como te pareció la actividad y que lograste aprender de ella.

nos paredo una actividad muy Productiva y Consideramos que
Con la ayuda de geogebra y con la ayuda del Profesor
logramos aumentar nuestro aprendizaje

"En matemáticas uno no entiende las cosas, se acostumbra a ellas".

**Ilustración 20. Respuesta a la pregunta 5 de la actividad N° 3**

En la ilustración 20, se observa cómo los estudiantes muestran una opinión positiva hacia el trabajo con la aplicación geogebra, dejando claro que con la ayuda de este artefacto (manipulador virtual) y la orientación del profesor se puede tener una perspectiva diferente de las clases tradicionales. Los estudiantes consideran que se fortalece el aprendizaje de las matemáticas.

**Desde las actividades de verificación.** Se pretende mirar con que percepción quedaron los estudiantes frente a la resolución de problemas y en general de las matemáticas.

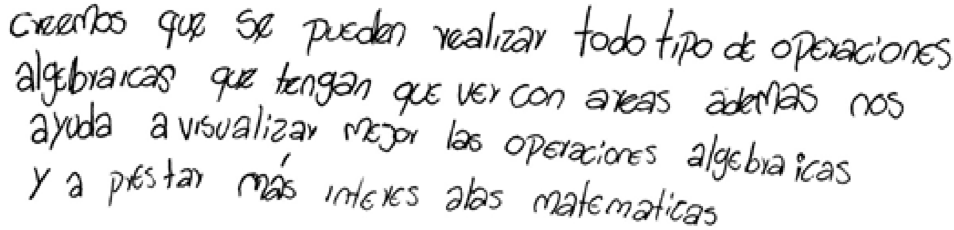

creemos que se pueden realizar todo tipo de operaciones algebraicas que tengan que ver con areas ademas nos ayuda a visualizar mejor las operaciones algebraicas y a prestar más interes alas matematicas

**Ilustración 21. Respuesta a la pregunta de la actividad con el álgebra geométrica**

En la ilustración 21 se refleja que los estudiantes fortalecieron aspectos de algebra y áreas, mediante la actividad con el geogebra y el álgebra geométrica  perciben que los artefactos les proporciona destreza para resolver problemas  relacionados con las matemáticas en general. También opinan que se visualiza mejor las operaciones, es decir, las estrategias planteadas las pueden llevar a un esquema que les permite desarrollar un plan que deben seguir para resolver los problemas.

Como dice en  los Estándares Básicos de Matemáticas:

> Se hace necesario pasar de una enseñanza orientada sólo hacia el logro de objetivos específicos relacionados con los contenidos del área y hacia la retención de dichos contenidos, a una enseñanza que se oriente a apoyar a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas. (p. 48)

Durante el proceso de la intervención en el aula, se logró no sólo desarrollar el pensamiento de los estudiantes con el uso de artefactos, sino fortalecer el proceso de solución de problemas basados en los lineamientos dados por Polya (1945) y Schoenfeld (1985), además aplicar la investigación cualitativa la que permitió hacer una lectura de análisis de cómo los estudiantes resuelven problemas.

## Conclusiones

Los resultados obtenidos en la práctica pedagógica hace percibir que la resolución de problemas mediada por artefactos es un pilar fundamental para el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, debido a que brinda a los estudiantes diferentes opciones para relacionar e interiorizar los objetos matemáticos puestos en escena durante la resolución de problemas.

Con el uso de artefactos en la práctica pedagógica se cambia la dinámica de las clases, generando una actitud de aceptación por parte de los estudiantes hacia las clases de matemáticas. Esto se reflejó en la disposición de los estudiantes para resolver los problemas planteadas, donde ellos utilizaron artefactos del medio, propios de su cultura y les permitió reflexionar sobre la naturaleza de los objetos matemáticos puestos en escena durante la actividad de resolver problemas.

No se logró verificar los alcances logrados con la implementación de este trabajo en pruebas de estado ya que no se realizaron antes de culminar la práctica pedagógica.

Se recomienda a la Institución Educativa Andrés Bello implementar la competencia de resolución de problemas, no sólo tenerla en el Plan Integral de Área, sino realizar un análisis de cómo los artefactos ayudan a mejorar la resolución de problemas en los estudiantes y hacer un contraste con las pruebas externas.

**Referencias**


Abrantes, P. (1996).El papel de la resolución de problemas en un contexto de Innovación Curricular. *Revista Uno,* 8, Grao Educación de ServeisPedagógics, Barcelona.

Alsina, À., & Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Suma*, 28.

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. Relime, Numéro Especial, 267-299.

Armella, L. (2005). Cognición, medición y tecnología, Matemáticas Educativas, Cinvestav

Bartolini Bussi (1991), Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Recuperado https://books.google.com.co/books?id=tDfhBwAAQBAJ&pg=PA127&dq=Bartolini+Bussi+(1991),&hl=es&sa=X&ved=0CB8Q6wEwAGoVChMIsvq3-P_WyAIVAvMeCh1dOQOe#v=onepage&q=Bartolini%20Bussi%20(1991)%2C&f=false

Boero et al. (1995). SIERPINSKA MATHEMATICS EDUCATI. Recuperado https://books.google.com.co/books?id=GYx10dyEO_wC&pg=PA341&dq=Boero+et+al.+(1995).&hl=es&sa=X&ved=0CB0Q6AEwAGoVChMIuqDQ6oLXyAIVwtIeCh3KEQai#v=onepage&q=Boero%20et%20al.%20(1995).&f=false

Cantoral, R., & Montiel,G.(2003).Visualización y pensamiento matemático. Recuperado de http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Cantoral-Montiel2003)-ALME16-.pdf

Cascallana M. (2002). *Iniciación a la matemática: materiales y recursos didácticos.* Volumen 40 de aula XXI. Grupo Santillana ediciones S. A.

Constitución Política de Colombia (1991). Bogotá.

Edwards, L., Radford, L. & Arzarello, F. (2009). Gestures and multimodality in the teaching and learning of mathematics *(Special Issue). Educational Studies in Mathematics 70* (2), 91–215.

Ellio, J. (2000). El Cambio Educativo desde la educación acción. Recuperado de https://books.google.com.co/books?id=6cI-VsOF6isC&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Escudero, J. (1999).*resolución de problemas*. (Centro de profesores y recursos Salamanca, Ed.) (1st ed.)

Fernández, H. (2007). Planes de clases. Recuperado el 15 de septiembre de 2013, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/docentes/1596/fo-article-121199.pdf

Godino, J., Font, V. (2003) Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Granada. Recuperado *de* http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/

Group for the Psychology of Mathematics Education (PME). (1990). Past, present and future. The Netherlans. Sense publishers.

Hernández. R, Fernández, C & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México D.F. The Mc Gran-Hill.

Jaramillo, D. (2003). La reflexión y la investigación en la formación del maestro que enseña matemáticas: un camino. Grupo de Investigación "Matemática, Educación y Sociedad- MES". Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

Lerman, S. (1992), Shifts in the Field of Mathematics Education. Recuperado https://books.google.com.co/books?id=v7kjBQAAQBAJ&pg=PA49&dq=Lerman+(1992),

&hl=es&sa=X&ved=0CB4Q6AEwAGoVChMIoJmB6oHXyAIVCZkeCh1QpAee#v=onepage&q=Lerman%20(1992)%2C&f=false

Ministerio de Educación Nacional (1994). Ley General de Educación. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (2002). Proyecto Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares de matemáticas. Bogotá.

Moreno, L. (2005).Cognición, Mediación y Tecnología.*Matemática Educativa*, Cinvestav.

OECD (2010), PISA 2009 Results: Learning Trends: Changes in Student Performance Since 2000 (Volume V).

Pelalla, S. & Martins, F. (2004). Metodología de la investigación cualitativa. Caracas: FEDUPEL.

Polya, G. (1945). How to Solve it. Princeton: Princeton University Press (Traducción de Zugazagoitia, J. (1965). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas).

Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA, 2012).

Radford, L.(2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación, *revista latinoamericana de investigación en matemáticas educativas, número especial, comité latinoamericano de matemáticas educativas, Distrito Federal, México, PP. 103-129,*

Radford, L. (2008). The ethics of being an knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), Semiotics in Mathemathics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture (1 ed., Vol. 1, pp. 215-234). Rotherdam: Sense Publishers.

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132- 150.

Restrepo, B. (2002). *Una variante pedagógica de la investigación-acción. Educativa*. Recuperado el 24 de septiembre de 2013 de http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF

Restrepo, B. (2004). *La investigación-acción educativa y la construcción de saber pedagógico*. Recuperado el 24 de septiembre de 2013 de http://www.rieoei.org/deloslectores/370Restrepo.PDF

Restrepo, B. (2009). *Una variante pedagógica de la investigación-acción pedagógica* OEI-Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). Recuperado el 28 de octubre de 2011 de http://www.unap.cl/~jsalgado/documentos/investigacionaccionvariante.pdf

Sandoval, C.(2002). Investigacion cualitativa. ARFO Editores e Impresores Ltda

Sandoval, M. (2000). Algunas cuestiones sobre el uso de Internet para los próximos años, en: *Revista Latina de Comunicación Social*, 31, disponible en: http//:www. ull.es /publicaciones / latina/aa2000kjl / z31jl/88sandoval.htm.

Santos Trigo, L. M. (1992).*Resolución de problemas.* El trabajo de Alan Schoenfeld: *Una propuesta a Considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas, en: Revista Educación Matemática, Vol. 4, Nº 2, México D. F., Grupo Editorial Iberoamérica, S.A.,*

Santos Trigo, L .M.(1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Capítulo 6. Centro de la investigación y de estudios avanzados del IPN. Grupo editorial iberoamericana segunda edición mexico.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematics Problem Solving. (NCTM). The National Council of Teachers of Mathematics. Orlando. Estados Unidos.

Sunkel, G. (2010). “Aprender y enseñar con TIC en América Latina. Potenciales beneficios”, Documento de Trabajo, Proyecto @LIS2, componente Educación, Santiago de Chile, Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), inédito.

Torres, L. (2010). Fenomenología histórica del concepto de ecuación y potencialidades de su uso en la escuela. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil

Valero, P. (2002).*Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia.*Quadrante, Vol. **11**,

Vygotsky, L. S. (1978). Interaction between learning and development (M. Lopez-Morillas, Trans.). In M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman (Eds.), Mind in society: The development of higher psychological processes (pp. 79-91). Cambridge, MA: Harvard University Press

**Anexos**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA - PRÁCTICA PEDAGÓGICA**

**CRITERIOS DE OBSERVACIÓN DE CLASE**

Institución: educativa andres bello Grado: 9:3 Fecha: 17 / 10/2014 Tiempo de clase: 50 minutos

Maestro cooperador: Jonas Causil Maestro en formación: Jair A jimenez serna

| INDICADORES | DESCRIPCIÓN |
|---|---|
| ¿Se propician diferentes esquemas de representación: verbal, gráfico, simbólico…?<br><br>¿Se favorece la generación y negociación de conceptos, procedimientos y argumentos?<br><br>¿El lenguaje utilizado está acorde con el nivel de los estudiantes?<br><br>¿Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo de los estudiantes?<br><br>¿Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones están acordes al nivel educativo de los estudiantes?<br><br>¿Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar? | Si se les presentan diferentes maneras de representación pero los estudiantes casi no asocian las diferentes maneras de desarrollar los contenidos.<br><br>Los contenidos son muy teóricos, casi no se presenta discusiones ni negociaciones de los conceptos.<br><br>La teoría que el profesor imparte está acorde con el nivel educativo del estudiante.<br><br>Algunas veces los estudiantes intervienen argumentando pero en muy pocas veces con apropiación del tema |
| ¿Los estudiantes tienen los conocimientos necesarios para abordar la solución de una tarea matemática? | A los estudiantes si se les ha dado los conocimientos necesarios para abordar los temas pero estos casi no recuerdan, porque |

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación



| | |
|---|---|
| ¿Los contenidos que desarrolla en la clase están al alcance de los estudiantes?<br><br>¿Se consideran otras situaciones para discutir más ampliamente el concepto abordado?<br><br>¿Hay coherencia entre lo enseñado por el maestro, lo aprendido por el estudiante y lo evaluado? | estudian a corto plazo.<br><br>Si están al alcance pero algunos alumnos no prestan atención.<br><br>Si se consideran situaciones anteriores para abordar nuevos temas, aunque los alumnos no recuerdan mucho.<br><br>Hay coherencia aunque lo enseñado por el maestro, no es siempre aprendido por los alumnos. |
| ¿A parte de la tiza, el tablero y el discurso del maestro, utiliza otros recursos?, ¿Los materiales utilizados (manipulativos físicos y virtuales) son los apropiados para abordar la temática?<br><br>¿Implementa el trabajo en equipo como estrategia de trabajo colaborativo?<br><br>¿El aula, la distribución de los estudiantes y el horario son los apropiados?<br><br>¿Se utilizan recursos del medio para abordar la temática? | En esta clase no se utilizó ninguna otra clase material ni recurso, tampoco se utilizó trabajo en equipo pues el tema era muy conceptual. |
| ¿Las situaciones propuestas en la enseñanza hacen parte del contexto sociocultural de los estudiantes?, ¿Son significativas y despiertan interés en los estudiantes?<br><br>¿Los contenidos que se pretenden desarrollar están contemplados en el plan curricular de la institución? | Casi no se proponen situaciones contextualizadas, por lo tanto los contenidos no despiertan casi interés ni son significativos para los estudiantes.<br><br>Los contenidos si están contenidos en el plan curricular de la institución. |
| ¿Para los estudiantes es significativo y motivante resolver las tareas que se proponen en la clase?<br><br>¿Las situaciones propuestas en clase | Algunos de los estudiantes se motivan para resolver las tareas que se proponen, aunque en ocasiones no son muy coherentes con el tema.<br><br>El profesor en ocasiones no les explica a los |

| | |
|---|---|
| permiten valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana de los estudiantes?<br><br>¿Cómo promueve la participación de los estudiantes, la perseverancia, confianza y la responsabilidad con las actividades de aprendizaje?<br><br>¿Cómo resuelve la apatía y el desinterés por el aprendizaje de las matemáticas de algunos estudiantes?<br><br>¿Cómo promueve la autoestima, evita el rechazo, o miedo hacia las matemáticas?<br><br>¿Cómo incentiva el aprendizaje de las matemáticas?<br><br>¿Cómo es el trato del maestro hacía los estudiantes? | estudiantes para que son útiles algunos contenidos que orienta.<br><br>No observe que el profesor motive y de argumentos claros para que los estudiantes evite el rechazo y el miedo hacia las matemáticas.<br><br>el trato del profesor con los alumnos es amable y respetuoso |
| ¿El uso de los diferentes recursos y argumentos permiten captar el interés y la atención de los estudiantes?<br><br>¿Permite que los estudiantes discutan, argumenten y confronten las soluciones de las tareas?<br><br>¿Hace una presentación clara y ordenada de los conceptos, enfatizando los aspectos relevantes?<br><br>¿Logra captar la atención y participación de los estudiantes?<br><br>¿Resuelve las preguntas y conflictos cognitivos de los estudiantes?<br><br>¿Durante la clase involucra a todos los estudiantes en el desarrollo de las actividades | En pocas ocasiones se utilizan diferentes recursos que despierten el interés en os estudiantes. |

| | |
|---|---|
| propuestas?<br><br>¿Los conceptos, procedimientos y situaciones planteadas enfatizan en las nociones clave del tema? | |
| ¿Los estudiantes se muestran interesados en las actividades de clase? Participan activamente. Hacen preguntas interesantes sobre la temática. ¿Se observa empatía y buenas relaciones entre los estudiantes y el maestro?<br><br>¿Cómo resuelve el maestro las dificultades de disciplina en el grupo? | Casi no prestan atención pues estaban muy centrados en examen de periodo, hacen si preguntas pero muchas no son coherentes con el tema, es difícil controlar los alumnos pero si el profesor explica bien ellos prestan atención. |

Reflexiones del maestro en formación: A los alumnos se dispersan mucho en la clase pues no les gusta casi las matemáticas

**Prueba diagnostica**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Universidad de Antioquia

Institución Educativa Andrés Bello

La formulación de un problema, es más importante que su solución.

(Albert Einstein)

Alumno (a) ________________________________________ Grado _____

Resuelve los siguientes problemas

1. La tabla relaciona las magnitudes cantidad de camisa y el precio.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| No. de camisas | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Precio en (miles de $) | 90 | 120 | 150 | 180 | 210 | 240 |

a. determina el conjunto en el cual toma sus valores cada una de ellas, grafica en el plano cartesiano.
b. Enuncia la ecuación que relaciona las dos magnitudes.
c. ¿Se podría comprar una cantidad exacta de camisas si cuento con $ 315000, justifica tu respuesta?
d. ¿si compre 5 camisas y aún tengo $ 75000 cuánto dinero tenía antes de comprar las camisas?

2. Para el Día del amor y la amistad, el periódico escolar publicó mensajes personales de dos tipos: mensajes tipo A, hasta de seis palabras, con un costo de $ 1500 y mensajes tipo B de 7 a 12 palabras, con un costo de $ 2500. Se recibieron 113 mensajes y se recaudaron $ 207 500.

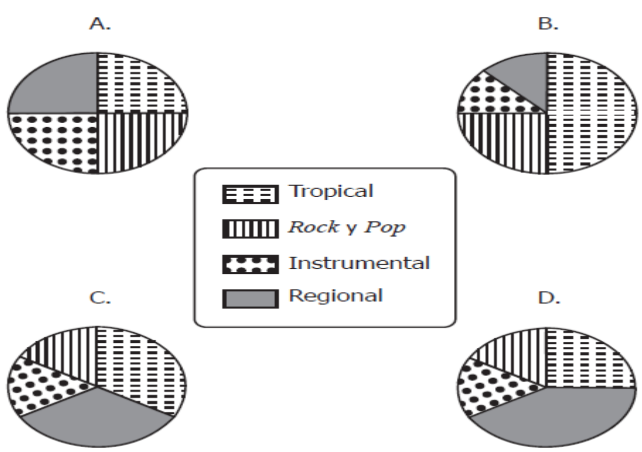
a. ¿Cuántos mensajes de cada tipo se publicaron?
b. Represente en una tabla los datos conocidos y desconocidos en la situación.
c. De acuerdo con la tabla plantea las ecuaciones que relacione las dos cantidades.
d. con cual método de solución de ecuaciones podrías solucionar las ecuaciones encontradas anteriormente, soluciónalas.

e. Indagar si las ecuaciones tienen única solución y verifique en las ecuaciones iníciales que los valores obtenidos hacen verdaderas las ecuaciones.

3. En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de CD vendidos de cuatro géneros musicales, en una tienda durante una semana.

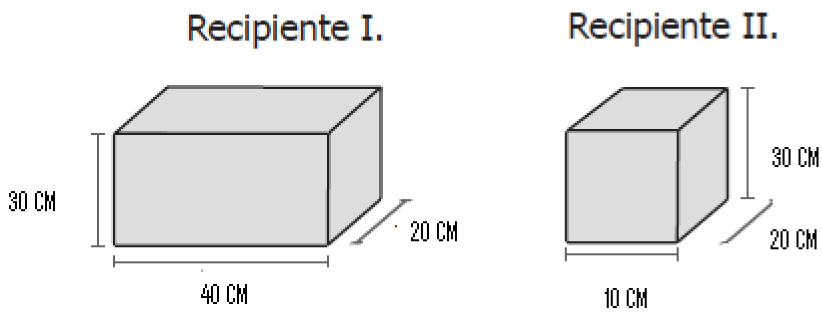
| Género musical | Porcentaje de CD vendidos |
|---|---|
| Tropical | 50 % |
| *Rock* y *pop* | 25 % |
| Instrumental | 12,5 % |
| Regional | 12,5 % |

a. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la información que se presenta en la tabla?




b. Realiza un diagrama de barras en el cual se pueda verificar la información dada en la tabla.
c. ¿Si en la semana se vendieron 500 CD. Cuántos le corresponden a cada género?
d. ¿Si se vendieron 250 cd de instrumental en una semana cuantos cd se vendieron en total?
e. En una semana se vendieron 200 cd. Tropical, 100 cd. de rock, 50 cd. de instrumental y 100 cd. Regional, es posible esto según los datos dados, justifica tu respuesta.

4. Las siguientes figuras representan dos tipos de recipientes, I y II, utilizados para empacar alimentos.




a. ¿Qué proporción guardan los recipientes?
b. Si el recipiente I tiene un costo de $ 500 y el recipiente II tiene un costo de $ 350 cuál de los tipos debería comprar un comerciante que debe empacar 1000 latas de cerveza de 300cm$^3$, ¿cuánto se ahorraría?
c. Si cada lata de cerveza cuesta $2500 ¿cuánto cuesta una caja de tipo I y una de tipo II llena de cervezas?
d. Si se necesitara empacar 30000 cajas de chocolates de 900cm$^{3,}$ cuantos recipientes de cada tipo se necesita comprar para que el gasto sea mínimo, ¿cuál sería el costo de los recipientes?

***«Quien quiere hacer algo encuentra un medio; quien no quiere hacer nada encuentra una excusa». (Proverbio chino)***

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**
**INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II**
**DIARIO DE PROCESOS DE AULA**

**Elaborado por:**
**José Wilde Cisneros**

| | | |
|---|---|---|
| **Estudiante - Docente:** Jair A. Jiménez | Fecha: 3 de marzo | Grupo: 9-3 |
| **Institución:** Andres Bello | **Docente cooperador:** Adrián Agudelo | **Tiempo de clase:** 1.40 horas |
| **Materiales utilizados:** dados, multicubos y taller escrito. | **Indicadores de desempeño:** Los alumnos deben resolver los problemas observando e interactuando con los materiales dados. Realizando un análisis de las características y posibilidades de manejo que tienen estos elementos. Se realiza una socialización de esta actividad mirando los errores y aciertos de los alumnos en las respuestas de los problemas y se explica las posibles respuestas por parte del profesor. | |
| **TEMAS DESARROLLADOS:** Sumatoria, secuencias, sucesiones, proporciones y volumen. | | |
| **DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:** Se entrega a cada equipo de alumnos de 3 integrantes, 5 dados y un paquete de multicubos para que estos los miren y observen las propiedades y características luego se pide que desarrollen los problemas propuestos en el taller con la orientación del profesor por último se socializa y se miran los posibles resultados | | |

| |
|---|
| CON LA  INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES  DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y  LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA<br>Se mejora la observación de los alumnos y la forma en que se enfrentan a los problemas propuestos ya que con el material ellos pueden manipularlo y tratar de llegar a una respuesta más lógica y acertada. |
| FORTALEZAS:<br>Orientar la clase de una forma más didáctica  mejorando la enseñanza y el aprendizaje de resolución de problemas con la ayuda de algunos artefactos con los que los alumnos puedan objetivar más sus conocimientos.<br>Se logró que los estudiantes conocieran algunas herramientas útil para su aprendizaje en la resolución de problemas<br>Mejorar la comprensión algunos conceptos matemáticos como secuencias, sucesiones, proporciones y volumen. |
| DEBILIDADES:<br>La falta de conocimientos previos de los estudiantes de algunos conceptos y operaciones. |

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**
**FACULTAD DE EDUCACIÓN**
**INTEGRACIÓN DIDÁCTICA VII - PRÁCTICA DOCENTE II**
**DIARIO DE PROCESOS DE AULA**

**Elaborado por:**
**José Wilde Cisneros**

| | | |
|---|---|---|
| Estudiante - Docente:Jair A. Jimenez | Fecha: 10 y 13 de marzo | Grupo: 10-1 |
| Institución: Andres Bello | Docente cooperador: Adrian Agudelo | Tiempo de clase: 2.30 min |
| Materiales utilizados: software geogebra y taller escrito | Indicadores de desempeño: Lograr la comprensión de la medida de los lados de un triangulo rectángulo con la construcción de una circunferencia unitaria con la ayuda del software dinámico geogebra . Observar que signo tiene las razones trigonométricas en cada cuadrante. | |

TEMAS DESARROLLADOS:

Razones trigonométricas en la circunferencia unitaria, signos de las razones trigonométricas en cada cuadrante.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES DESARROLLADAS:

Manipular el software construyendo la circunferencia unitaria (figura 1), logrando que la construcción se pueda mover dando los diferentes ángulos (0° a 360° ) y que sus lados cambien de medida al mover el ángulo.
Visualizar las diferentes medidas que se presenta en la construcción y responder el taller.

Se hace una socialización del taller explicando los conceptos que no quedaron claros.

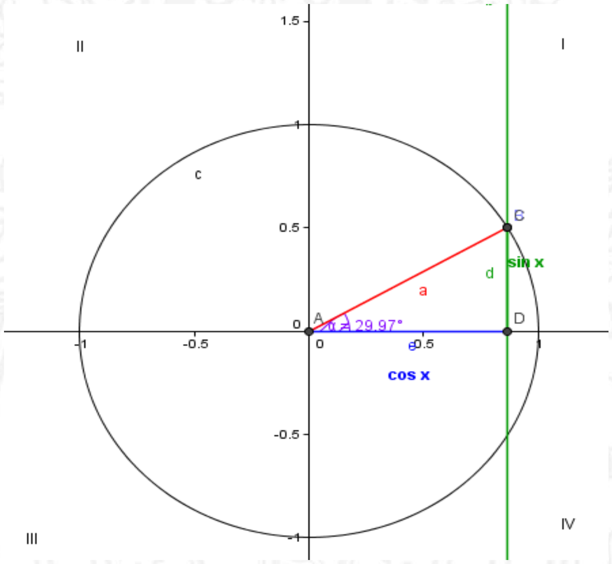



Figura 1 circunferencia unitaria.

CON LA INTERVENCIÓN COMO SE VERIFICAN LOS AVANCES DE LOS OBJETIVOS DEL PROYECTO Y LA PROBLEMÁTICA PLANTEADA

Se observa que los alumnos prestan interés por aprender a manipular el software y tratan de realizar la actividad planteada en el taller obteniendo un apoyo importante en este software para mejorar su aprendizaje con el tema propuesto en la actividad.

FORTALEZAS:

Orientar la clase de una forma menos tradicional con ayuda de artefactos que mejoran la enseñanza y el aprendizaje.

La Institución cuenta con una buena infraestructura para realizar las actividades

| |
|---|
| con tics.<br>Se logró que los estudiantes conocieran una herramienta útil para su aprendizaje en trigonometría, mejorar la comprensión de las razones trigonométricas en cada cuadrante del plano y los signos que se presentan en cada uno de ellos. |
| DEBILIDADES:<br>La falta de concentración de algunos alumnos en la actividad que se está realizando.<br>La distracción de algunos alumnos con la tentación de entrar a otras páginas web. |

**Actividades**

ACTIVIDAD N° 1
EL DADO Y SUS VÉRTICES

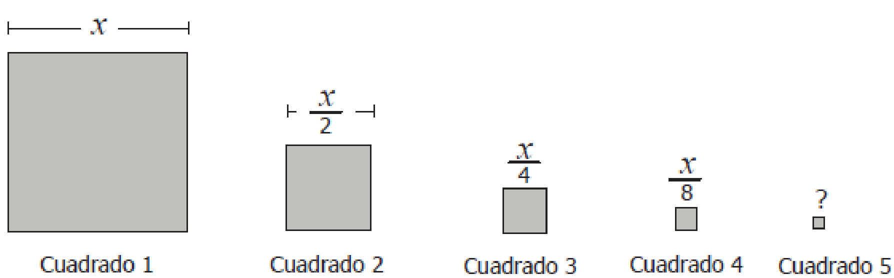
1. Las caras de un dado están numeradas con las cifras 1,2,3,4,5,6. A cada vértice de este dado le asignamos un "valor del vértice" que es igual a la suma de los tres números correspondientes a las tres caras que forman ese vértice. ¿Cuál es la suma de los ocho "valores de los vértices"?

Pista: Cada cara ¿cómo contribuye a la suma final?

¿Qué estrategia utilizaste?

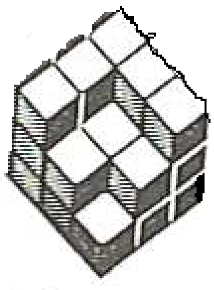
¿Si tienes 4 dados uno sobre otro como los coloco el profesor cuanto es la suma de las caras que no se ven?
¿Cómo lo descubriste?

2. La siguiente es una secuencia formada por cuadrados. Las dimensiones de los lados se indican en cada figura.




¿Cuál es la medida del lado del cuadrado 5?
¿Cuál es e l volumen den cuadrado 2?
¿Cuántas veces cabe el cuadrado 3 en el cuadrado 1?

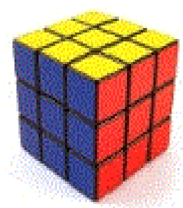
3. A una persona se le asigna la tarea de pintar 75 caras visibles de una torre construida con cubos iguales, ubicados en una esquina de una habitación y que sigue el diseño que se muestra en la figura



¿El número de pisos de la torre que debe pintar es?
¿El piso 10 cuantas caras visibles tiene?
¿Para calcular el número de caras visibles del piso n que se hace?

4. CUBOS EN UNA CAJA

¿Cuántos cubos de 3 cm de lado caben en una caja formada por caras paralelas rectangulares cuyas longitudes son de 60 cm de largo, 33 cm de ancho y 30 cm de alto?

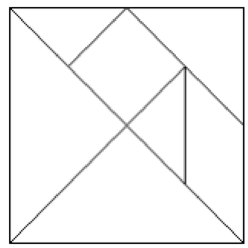


Pista: Piensa primero el problema en una caja de 3 cm de alto.

# ACTIVIDAD N° 2 HACIENDO MATEMÁTICAS CON EL TANGRAM

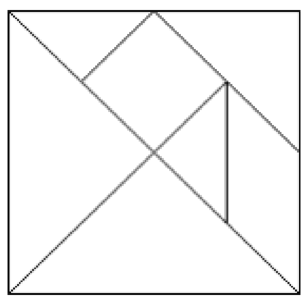
**Introducción**

Una parte de las matemáticas recreativas se ocupa de los problemas de rompecabezas, en los que se corta en varias piezas una figura plana o un sólido y hay que hacer encajar las piezas entre sí para recomponer la figura original. Entre los pasatiempos recreativos de esta especie destacan, desde el Renacimiento, los rompecabezas chinos conocidos como "tangrams". El juego consta de siete piezas o "tans" con los que es posible construir un cuadrado, tal como se indica en la siguiente

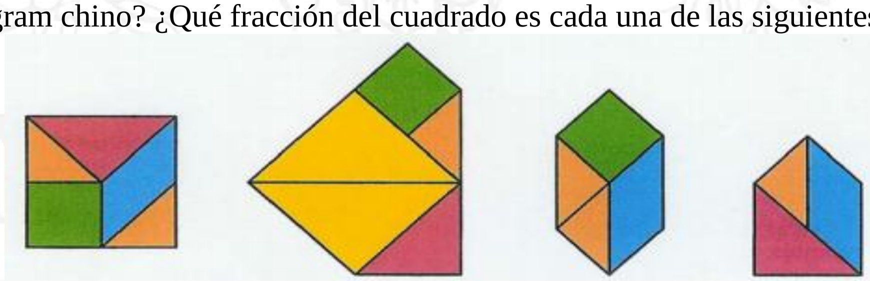


**Problemas métricos**

a) Suponiendo que el lado del cuadrado pequeño es 1 dm, calcula las dimensiones y el perímetro de cada una de las piezas del tangram.



b) Si el cuadrado grande es la unidad, ¿qué fracción del cuadrado representa cada una de las piezas del tangram chino? ¿Qué fracción del cuadrado es cada una de las siguientes figuras?



c) Construye y dibuja, con las piezas del tangram, figuras equivalentes a las siguientes fracciones: $\frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{5}{16}, \frac{8}{16}, \frac{11}{16}, \frac{12}{16}, \frac{14}{16}$

Tomado de: http://www.mauriciocontreras.es/TALLER%20DE%20TANGRAM.pdf

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

Universidad de Antioquia
Institución Educativa Andrés Bello

Alumno (a) ______________________________________ Grado _____

ACTIVIDAD N° 3

TEMA: RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN LA CIRCUNFERENCIA UNITARIA

INTRODUCCIÓN: Para una mejor comprensión del tema, se hará una construcción de la circunferencia unitaria en Geogebra por parte de los alumnos, en ésta podremos observar con más detalle cuál es la medida de cada lado de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en un triángulo rectángulo, cuando se mueven con los diferentes medidas angulares y que signo tienen según el cuadrante donde se ubican, obteniendo un aprendizaje más significativo.

OBJETIVO:

- Lograr la comprensión de la medida de los lados de un triángulo rectángulo con la construcción de una circunferencia unitaria con la ayuda del software dinámico Geogebra.
- Observar que signo tiene las razones trigonométricas en cada cuadrante.

ESPECIFICACIONES:

Manipular el software y con su ingenio construir la circunferencia unitaria (figura 1), logrando que la construcción se pueda mover dando los diferentes ángulos (0° a 360° ) y que sus lados cambien de medida al mover el ángulo.

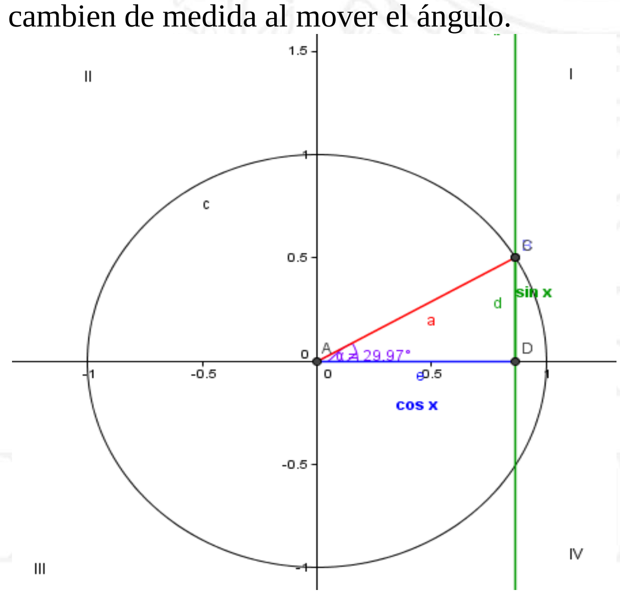



Figura 1 circunferencia unitaria.

Ya con la construcción realizada responder las siguientes preguntas:

1. ¿A partir de la construcción se verifica la teoría de los ángulos notables, argumenta?

2. Con la ayuda de la construcción Llena la siguiente tabla:

| razón | 30° | 60° | 135° | 150° | 210° | 240° | 300° | 315° | 330° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| sin | | | | | | | | | |
| cos | | | | | | | | | |
| tan | | | | | | | | | |

¿Qué puedes observas en la tabla?

3. ¿Realiza una tabla en la cual se verifique los signos de las funciones seno coseno y tangente?

4. Según la construcción Indica en cada caso el punto p, sobre la circunferencia untaría cuyo ángulo $\alpha$ cumpla las condiciones que se piden:

- $\sin\alpha = 0.7$
- $\cos\alpha = 0.5$

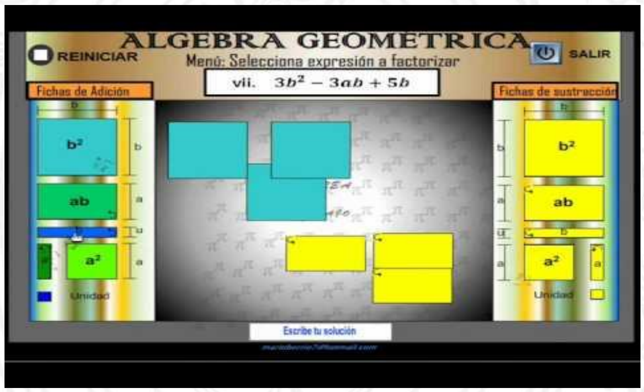
Compruébalo matemáticamente.

5. Escribe como te pareció la actividad y que lograste aprender de ella.

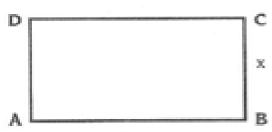
Universidad de Antioquia
Institución Educativa Andrés Bello

Alumno (a) ___________________________________ Grado _____

**Actividad algebra geométrica y baldosas algebraicas de NLVM**




1. Como podríamos expresar el área del rectángulo en términos de X si sabemos que el valor de X es igual a ( $\frac{y}{2}$) explica tu respuesta.




2. Un obrero necesita construir un área rectangular con los siguientes elementos rectangulares z.z, 2z.k y k.k, podrías ayudarle a hacer esta construcción con la ayuda del algebra geométrica o en NLVM en el aplicativo de baldosas algebraicas, explica lo que hiciste para ayudar al obrero.

¿Cuál sería el área y el perímetro del rectángulo construido explica porque?

¿De qué formas se puede expresar el área explica porque?

¿De acuerdo a lo realizado que operaciones algebraicas se podrían realizar con el álgebra geométrica?

**PLAN DE CLASE**

Nombre: ángulos de elevación y depresión, ley de senos y cosenos.

Docente en formación: Jair A. Jiménez Serna

Grado: Décimo

Fecha: 27 de Mayo 2015

Número de estudiantes: 28

Materiales a utilizar: Software NLVM, Apple, geogebra, Medidor de ángulos, regla, cartulina, calculadora, fotocopias, cuaderno de apuntes y material personal de cada estudiante.

## DESCRIPCIÓN DEL PLAN DE CLASE

Las temáticas desarrollados en este plan de clase y los procesos de enseñanza y aprendizaje que serán adelantados, están orientados al reconocimiento y a la aplicación de ángulos de elevación y depresión, y a las leyes de seno y coseno a partir del estudio y análisis de situaciones tomadas de entornos interactivos y problemas de situaciones reales.

Se pretende vincular al estudiante en un proceso de construcción de saberes en el cual haga uso de los conocimientos adquiridos, permitiéndole dar solución a las diversas situaciones planteadas, las cuales están orientadas a dar cuenta de los procedimientos utilizados, la búsqueda de solución a los problemas propuestos.

## INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Define e identifica los ángulos de elevación y depresión.
- Resuelve triángulos identificando los ángulos de elevación y depresión.
- Identifica las principales características de las leyes de seno y coseno aplicándolas en la solución de ejercicios y problemas.
- Justifica los procedimientos utilizados y las respuestas establecidas, basado en las soluciones de los problemas relacionados con los ángulos de elevación y depresión y las leyes de seno y coseno.

- Propone diferentes alternativas de solución al momento de analizar y resolver problemas relacionadas con los ángulos de elevación y depresión y las leyes de seno y coseno presentadas en ambientes interactivos o situaciones contextualizadas.

- Manifiesta interés en el desarrollo de las clases al participar de forma activa.

- Brinda respeto a sus compañeros y contribuye con la armonía del grupo.

DESCRIPCIÓN DE LOS PROCESOS

**INTERVENCIÓN CONCEPTUAL**
**Ángulos de elevación y depresión:**

Si un observador está mirando un objeto, entonces, la línea del ojo del observador al objeto se llama línea de visión. Si el objeto que está siendo observado está arriba de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal se llama **ángulo de elevación**. Si el objeto está abajo de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal se llama **ángulo de depresión**.

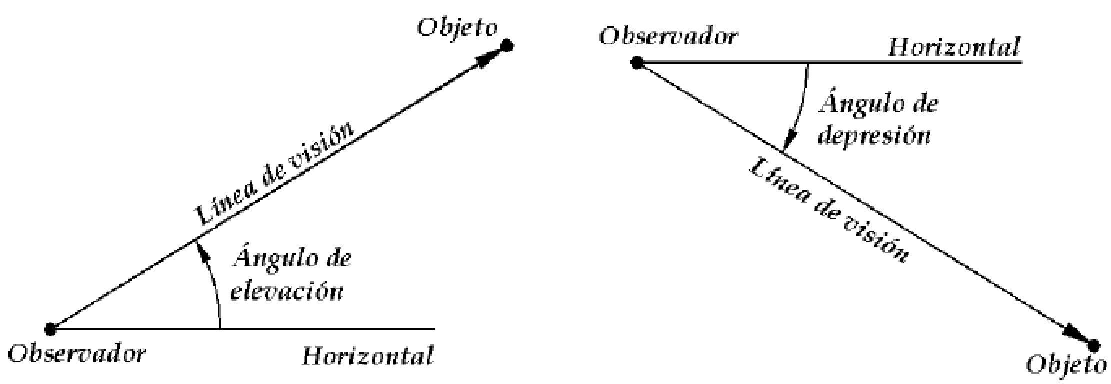
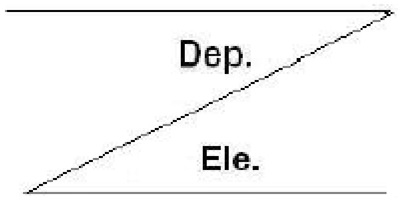


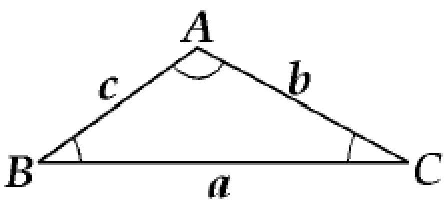

Figura 1: ángulos de elevación de depresión

Nota. Los ángulos de elevación y de depresión son congruentes entre rectas paralelas que simulan la línea del horizonte.




***Ley del seno y coseno***

Para cualquier triangulo ABC se verifica el ***Teorema del seno*** que demuestra que: *«Los lados de un triángulo son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos»:*




$$\frac{\operatorname{sen} A}{a} = \frac{\operatorname{sen} B}{b} = \frac{\operatorname{sen} C}{c}.$$

Figura 2 triangulo ABC

Es decir, en todo triángulo, la razón entre el seno de un ángulo y la medida del lado opuesto es constante.

Para cualquier triangulo ABC se verifica el ***Teorema del coseno*** que demuestra que: *«El cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros lados menos el doble del producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido»:*

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(A)$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac * \cos(B)$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * \cos(C)$

También se puede enunciar: en cualquier triángulo, el cuadrado de la longitud de cualquiera de los lados es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados menos el doble producto de la longitud de estos dos lados y del coseno del ángulo entre ellos.

**Resolución de triángulos**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

Resolver un triángulo significa determinar el valor de sus 6 elementos, 3 lados y 3 ángulos, para que un triángulo sea resoluble se deben conocer por lo menos 3 de sus elementos y uno de ellos por lo menos debe ser un lado. Partiendo siempre del supuesto que el triángulo puede construirse con los datos dados.

ACTIVIDADES DE FORTALECIMIENTO

**ACTIVIDAD # 1**

Nombre de la actividad: Aplicando y resolviendo: Para el desarrollo de esta actividad se presenta a los estudiantes una serie de ejercicios y problemas, los cuales serán resueltos atendiendo a los saberes previos y temáticas desarrolladas en el presente plan de clase.

Consigna: Los estudiantes conformaran equipos de trabajo y realizan el siguiente taller en el cual se presentan algunos ejercicios y problemas relacionadas con ángulos de elevación y depresión, ley de senos y cosenos, para observar si afianzaron los conceptos dados.

Los estudiantes registraran los procedimientos utilizados en la solución de cada una de las situaciones planteadas. Además, deberán justificar que elementos tuvieron en cuenta para solucionarlas.

**Taller**:

Ángulos de elevación y depresión:

1. Desde lo alto un faro, cuya altura sobre el nivel del mar es de 120 metros, el ángulo de depresión de una embarcación es de 15°. ¿A qué distancia del faro está la embarcación?

2. Encontrar la altura de un árbol si el ángulo de elevación de un observador al extremo superior del mismo es 32°. La distancia del observador a la cúspide es de 87metros.
3. La distancia de un observador a la azotea de un edificio es de 169 metros y el ángulo de elevación que se forma es 24_. Hallar la distancia del observador a la base del edificio.

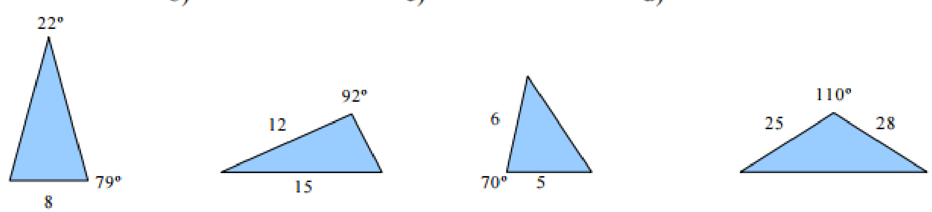
4. Calcular el ´ángulo de elevación al sol, si una persona que mide 165cm de estatura. proyecta una sombra de 132cm de largo a nivel del suelo.

5. Desde la azotea de un edificio a 10m de altura, una persona observa a un niño. Si el ángulo de depresión del observador es de 25_. Hallar la distancia del niño a la base del edificio.

Leyes seno y coseno:

**1)** En los siguientes triángulos, halla los lados y ángulos restantes:

a) b) c) d)




**2)** Desde lo alto de un globo se observa un pueblo A con un ángulo de 50º, y otro B, situado al otro lado y en línea recta, con un ángulo de 60º. Sabiendo que el globo se encuentra a una distancia de 6 kilómetros del pueblo A y a 4 del pueblo B, calcula la distancia entre los pueblos A y B.

**3)** Los flancos de un triángulo forman un ángulo de 80º con la base. Si el triángulo tiene 30 centímetros de base, calcula la longitud de sus lados.

**4)** Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berto hay 25 metros, y entre Berto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20º. Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.

**5)** Una valla cuyo perímetro tiene forma triangular mide 20 metros en su lado mayor, 6 metros en otro y 60º en el ángulo que forman entre ambos. Calcula cuánto mide el perímetro de la valla.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803
Facultad de Educación

Actividad # 2

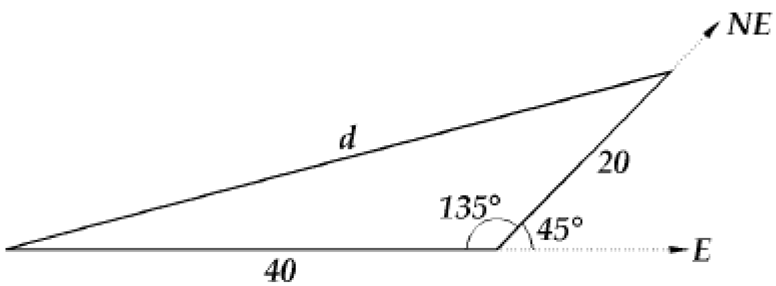
**Nombre de la actividad: interactúa con tu conocimiento**

**Consigna:**

Mediante la utilización del Software NLVM los estudiantes interactuaran con el applet de resolución de triángulos y resolverán las incógnitas que este les presenta, realizando las operaciones que sean necesarias en su cuaderno de notas para así afianzar su conocimiento sobre la ley de senos y cosenos, y utilizarlos para resolver los siguientes problemas.

1. El campanario de la Torre de Pisa en Italia, forma un ángulo de 5.6° con la recta vertical trazada desde C Una turista se ubica a 105 m de la base de la torre, al lado en el que la torre forma un ángulo agudo con la horizontal. El ángulo de elevación medido por la turista es de 29.2° hasta la parte superior de la torre. Encontrar la longitud de la torre.

2. Un automóvil viaja por una carretera en dirección Este durante 1 h; luego viaja durante 30 minutos por otra carretera que se dirige al Noreste. Si el automóvil se desplaza a una velocidad constante de 40 millas/hora, ¿qué tan lejos está de su posición de partida al terminar el recorrido?




3. Se le brindara un triángulo de cartulina con diferentes dimensiones a cada pareja de estudiante para que con la ayuda del transportador y la regla tomen medidas de dos lados y un ángulo o de dos ángulos y un lado y luego con la teoría ya dada, acaben de resolver el triángulo.

En una hoja entregarán los procedimientos realizados, para ser revisado por el profesor

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

**CRITERIOS DE LA EVALUACIÓN:**

Desde lo conceptual, el docente valora en el estudiante:

- La comprensión de los conceptos teniendo en cuenta aspectos relacionados con la verbalización de éstos en un lenguaje matemático y los procesos algorítmicos.
- La construcción de generalizaciones partiendo de situaciones particulares. La capacidad de relacionar y comparar conceptos.

Desde lo procedimental, el docente valora:

- La justificación y argumentación ante un procedimiento.
- La secuencia lógica en sus procesos de análisis y de ejercitación.
- El uso dado al material físico y virtual.
- El desarrollo de situaciones problemas utilizando diferentes alternativas de solución.

Desde lo actitudinal, el docente valorara:

- La participación activa y el trabajo de forma individual y colectiva en el desarrollo de las actividades.
- La constancia y dedicación en las actividades desarrolladas en clase.
- El interés, motivación y curiosidad ante el proceso de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula.
- La responsabilidad con sus tareas y actividades propuestas por el docente.
- La capacidad de escucha y concentración en las actividades de clase.
- El respeto que brinda a sus compañeros y la manera en la cual contribuye a la armonía del grupo.

**AUTOEVALUACIÓN:** El estudiante reflexionara sobre su proceso de aprendizaje a lo largo del plan de clase, teniendo en cuenta los siguientes criterios:

| Aspecto | Siempre | Casi siempre | Algunas veces | Nunca |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Comprende cada una de las actividades y situaciones del plan de clase | | | | |
| 2. Resuelve correctamente las actividades | | | | |
| 3. Repasa en casa lo abordado en clase | | | | |
| 4. Se interesa por consultar y profundizar en los temas de clase | | | | |
| 5 Participa y aporta al trabajo colaborativo. | | | | |
| 6. Participa en la clase, plantea preguntas y demuestra interés por el aprendizaje. | | | | |
| 7. Realiza sus trabajos, tareas y actividades en forma ordenada y en el tiempo requerido | | | | |
| 8. Da buen uso a los materiales del aula y a los equipos de cómputo. | | | | |
| 9. Durante las clases realiza las actividades propuestas por el docente. | | | | |
| 10. Utiliza los materiales del aula y equipos de cómputo para comprender y afianzar los temas del área. | | | | |