



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

Literatura científica: una estrategia didáctica para la comprensión de situaciones problema desde la topología con maestros en formación

Trabajo presentado para optar al título de Licenciados en matemáticas y física

CRISTIAN CAMILO MUÑOZ ARANGO

CAMILO ALEXANDER OSSA RUIZ

ALBERTO ANTONIO QUINTERO CASTAÑO

Asesor(a)

RUBEN DARIO HENAO CIRO

Medellín

2016



Tabla de contenidos

1. Lectura de contexto.....	7
1.1. Introducción	7
1.2. Universidad de Antioquia.....	7
1.2.1. Misión.....	8
1.2.2. Visión.....	8
1.3. Facultad de Educación	10
1.3.1. Misión.....	11
1.3.2. Visión.....	11
1.4. Departamento de las Ciencias y las Artes	13
1.5. Licenciatura en Matemáticas y Física	13
1.5.1. Misión del programa.....	14
1.5.2. Visión del Programa	14
1.6. Integración Didáctica IV: Didáctica de las Matemáticas	19
2. Diseño Teórico.....	23
2.1. Introducción	23
2.2. Antecedentes	23
2.3. Planteamiento del Problema.....	25
2.4. Objetivos	26
2.4.1. Objetivo General.....	26
2.4.2. Objetivos Específicos.	26
2.5. Justificación.....	27
3. Marco Referencial.....	29
3.1. Introducción	29
3.2. Marco Contextual.....	29
3.3. Marco Legal	30
3.4. Marco Teórico.....	33
3.4.1. Componente disciplinar.....	33



3.4.2. Componente didáctico	47
3.5. Componente Metodológico	56
3.5.1. ¿Qué es la Investigación Acción Educativa?.....	56
3.5.2. Deconstrucción	57
3.5.3. Reconstrucción	58
3.5.4. Evaluación	58
3.5.5. Tipo de Investigación	59
4. Diseño Metodológico.....	61
4.1. Introducción	61
4.2. Participantes y criterios de selección.	62
4.3 Instrumentos para la recolección de la información.....	62
4.3.1 Caracterización a Docentes:	63
4.3.2 Caracterización a estudiantes:	64
4.3.3 Caracterización del contexto y observación:	65
4.3.4 Prueba Diagnóstica:.....	66
4.3.5 Talleres de literatura científica	68
4.4 Procedimiento de análisis.....	71
4.5. Tabla resumen de resultados y análisis.	71
5. Resultados y Análisis.....	74
5.1. Introducción.....	74
5.2. Resultados y análisis de la fase deconstructiva.	74
5.2.1. Resultados y análisis de la caracterización docente:	74
5.2.2. Resultados y análisis de la prueba diagnóstica:.....	75
5.3. Resultados y análisis de la fase reconstructiva.	82
5.3.1. Resultados y análisis del taller 1.....	82
5.3.2. Resultados y análisis de la evaluación del taller 1.....	87
5.3.3. Resultado y análisis del taller 2.	89
5.3.4. Resultado y análisis de la evaluación del taller 2.....	92
5.3.5. Resultado y análisis del taller 3.	94



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

5.3.6. Resultado y análisis de la evaluación del taller 3.....	101
5. Conclusiones.....	105
7. Referencias Bibliográficas.....	109



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



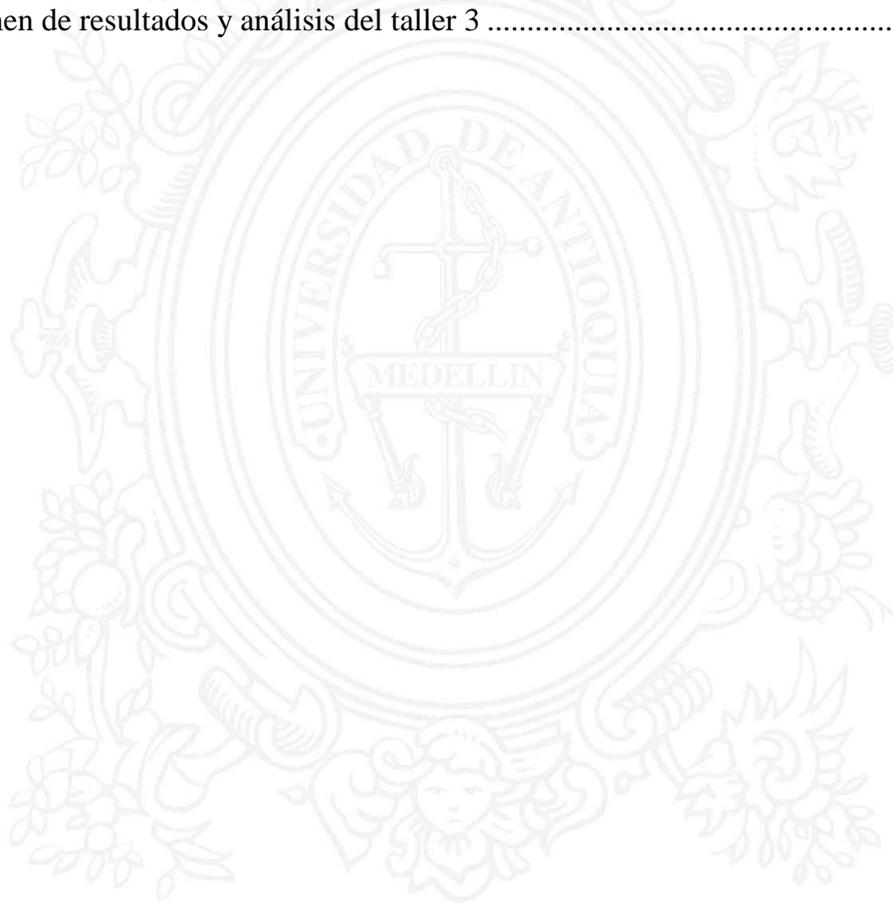
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Índice de tablas.

Tabla 1: Unidades académicas de la Universidad de Antioquia.....	9
Tabla 2: Tabla de Análisis de los resultados según categorías.	72
Tabla 3: Tabla resumen de análisis de la fase deconstructiva.	80
Tabla 4: Tabla resumen de análisis de la aplicación del taller 1.....	88
Tabla 5: Síntesis de los resultados y análisis del taller 2.....	93
Tabla 6: Resumen de resultados y análisis del taller 3.....	102



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Índice de ilustraciones.

<i>Ilustración 1:</i> Esquema explicativo del contexto de la investigación.....	30
<i>Ilustración 2:</i> Diagrama modelo evolución de la comprensión matemática.....	42
<i>Ilustración 3:</i> Propiedad fractal de la comprensión matemática.....	45
<i>Ilustración 4:</i> Alumno 1 del curso.....	95
<i>Ilustración 5:</i> Alumno 2 del curso.....	95
<i>Ilustración 6:</i> Alumno 3 del curso.....	96
<i>Ilustración 7:</i> Alumno 4 del curso.....	96
<i>Ilustración 8:</i> Alumno 4 del curso.....	98
<i>Ilustración 9:</i> Anexo 1; Caracterización de los estudiantes.....	116
<i>Ilustración 10:</i> Anexo 2; Caracterización docente.....	118
<i>Ilustración 11:</i> Anexo 3; Caracterización del contexto.....	120
<i>Ilustración 12:</i> Anexo 4; Prueba Diagnostica.....	123
<i>Ilustración 13:</i> Anexo 5; Taller número 1.....	128
<i>Ilustración 14:</i> Anexo 6; Taller número 2.....	132
<i>Ilustración 15:</i> Anexo 7; Taller número 3.....	135

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

1. Lectura de contexto

1.1. Introducción

La siguiente lectura de contexto se realiza con el objetivo de centrar al lector en el entorno en donde se realizó la investigación, comenzando por un entorno macroscópico que contiene a su vez unos micro-contextos, de modo que se hará una lectura primero de la Universidad de Antioquia y los aspectos que consideramos más relevantes de dicha institución para la lectura del contexto, luego se pasará a realizar la lectura de la Facultad de Educación, resaltando su visión, misión y otras informaciones de pertinencia para la investigación, de igual manera se habla un poco sobre lo que es el departamento de la Enseñanza de las Ciencias y las Artes en donde podemos encontrar la Licenciatura en Matemáticas y Física, allí se podrán analizar algunas características importantes como la visión, la misión y los propósitos de formación, para finalmente caracterizar el curso de Integración Didáctica IV (didáctica de las matemáticas) para analizar la concordancia entre lo planteado en el curso y lo que se estipula tanto por parte de la Universidad, como de la Facultad, el Departamento y la Licenciatura, además también resaltar algunos aspectos importantes de algunas actividades realizadas en dicho curso que intentan darnos unos primeros aportes a la problemática que se propone plantear.

1.2. Universidad de Antioquia

La Universidad de Antioquia es una institución de educación superior de carácter público y de orden departamental, cuenta actualmente con nueve sedes académicas en donde se encuentran diversos programas académicos de educación superior, tanto en la



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

modalidad de pregrado como de posgrados, además dichos programas permiten ser realizados de forma presencial, semipresencial, abierta o a distancia, su sede central se encuentra ubicada en la Calle 67 Número 53 - 108, Medellín, Antioquia, Colombia.

[la Universidad de Antioquia se encuentra] Vinculada al Ministerio de Educación Nacional en lo atinente a las políticas y a la planeación del sector educativo y al Sistema Nacional de Ciencia y Tecnología; goza de personería jurídica, autonomías académica, administrativa, financiera y presupuestal, y gobierno, rentas y patrimonio propios e independientes. (Universidad de Antioquia, 2015)

A modo de presentación de la Universidad, mostramos la Misión y Visión de la Institución, en aras de observar la concordancia entre los demás los contextos más microscópicos con los contextos más macroscópicos.

1.2.1. Misión

Somos una universidad pública que en ejercicio pleno de su autonomía se compromete con la formación integral del talento humano, con criterios de excelencia, la generación y difusión del conocimiento en los diversos campos del saber y la preservación y revitalización del patrimonio cultural. (Universidad de Antioquia, 2015)

1.2.2. Visión

En el año 2016, seremos la principal universidad de investigación del país y una de las mejores de América Latina, con pregrados y posgrados de excelencia académica internacional, líderes en el aporte a la transformación socioeconómica del país, y un auténtico escenario de la diversidad y el diálogo intercultural, en el marco del respeto por el pluralismo y el ambiente. (Universidad de Antioquia, 2015)

Para lograr el cumplimiento de la visión y la misión la Universidad estipula tres grandes funciones misionales: La Investigación, la Docencia y la Extensión.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Finalmente, la Universidad de Antioquia está conformada por diversas unidades académicas, entre dichas unidades se encuentran facultades, escuelas, institutos y corporaciones, las cuales se encargan de ser los pilares fundamentales del conocimiento en la Universidad, pues cada unidad se encarga de acoger una rama grande del conocimiento.

A continuación, se muestran las Unidades académicas:

Tabla 1: Unidades académicas de la Universidad de Antioquia

Universidad de Antioquia	
Facultades	Escuelas
Artes	Idiomas
Ciencias Agrarias	Interamericana de Bibliotecología
Ciencias Económicas	Microbiología
Ciencias Exactas y Naturales	Nutrición y Dietética
Ciencias Farmacéuticas y Alimentarias	Institutos
Ciencias Sociales y Humanas	Filosofía
Comunicaciones	Educación Física y Deportes



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Derecho y Ciencias Políticas	Estudios Políticos
Educación	Estudios Regionales
Enfermería	Corporaciones
Ingeniería	Ambiental
Medicina	Ciencias Básicas Biomédicas
Odontología	Patologías Tropicales
Salud Pública	

Referencia: Tabla de elaboración propia

1.3. Facultad de Educación

En la actual investigación, dado que está pensada para que la estrategia sea aplicada en maestros en formación, la Facultad de Educación hace parte de nuestro contexto inmediato, puesto que es allí donde los sujetos se encuentran y conviven diariamente, además de ser el lugar por excelencia en donde se encuentran los maestros en formación, por lo que se hace importante aplicar allí dicha estrategia didáctica e incluir este lugar en la actual lectura de contexto.



La facultad de educación es una de las 14 facultades de la Universidad de Antioquia, está ubicada en la Ciudad Universitaria (sede principal de la Universidad de Antioquia) en el Bloque 09, sin embargo, cuenta con algunas licenciaturas que se ofrecen en las diferentes seccionales de la Universidad de Antioquia.

De igual manera, se pretende mostrar la misión y la visión respectiva a la Facultad de Educación:

1.3.1. Misión

En armonía con los objetivos misionales de la Universidad, la misión de la Facultad de Educación está orientada a la producción de conocimiento en educación y pedagogía y a la formación de maestros para los distintos niveles y contextos educativos del país, incluida la formación pedagógica de profesores universitarios y la formación continuada de los maestros en ejercicio, mediante la investigación como eje articulador de la docencia y la extensión, y en consonancia con las problemáticas y necesidades de la sociedad contemporánea. (Facultad de Educación Universidad de Antioquia, 2011)

1.3.2. Visión

La Facultad de Educación, en su proyección institucional hacia el año 2016, fortalecerá su lugar protagónico en el contexto nacional e internacional, en la investigación educativa, pedagógica y didáctica, y en la formación de maestros mediante el desarrollo de programas de educación inicial, avanzada y continua de excelencia académica, la acción permanente en los planes de mejoramiento de calidad de la educación, la incidencia en las políticas públicas en educación y la consolidación de un espacio para la diversidad, el diálogo y la formación ciudadana. (Facultad de Educación Universidad de Antioquia, 2011)

En la misión y visión de la facultad se evidencia la concordancia que la misión, visión y objetivos misionales de la Universidad de Antioquia, pues se toma como eje central la formación integral de profesionales de la educación, haciendo énfasis en la investigación y la docencia con aras de fortalecer y mejorar la extensión, con lo cual estipula unos



Facultad de Educación

propósitos orientados al cumplimiento de la visión y misión, dentro de estos propósitos

consideramos de alta importancia para la investigación el siguiente:

La formación permanente de maestros universitarios dispuestos y capaces de conjugar el dominio riguroso y profundo de sus disciplinas y campos de saber, con una visión integral de su labor como educadores, en correspondencia con los intereses de los educandos, los objetivos misionales de la Institución, las necesidades de investigación y la exploración de nuevas narrativas en el contexto universitario. (Facultad de Educación Universidad de Antioquia, 2011)

Este propósito nos permite pensar la educación superior como un área del conocimiento que se encuentra dentro de los objetivos que la Facultad de Educación prioriza y a la cual le da importancia, además de estipular como eje central la investigación, que en este caso es lo que se pretende, una investigación que tenga como campo de acción la educación universitaria de maestros en formación.

Finalmente, la Facultad de educación se encuentra organizada en diversos estamentos, entre los cuales se encuentran:

- Decanatura.
- Vicedecanatura.
- Consejo de Facultad.
- Departamento de las Ciencias y las Artes.
- Departamento de Educación Avanzada.
- Departamento de Educación Infantil.
- Departamento de Pedagogía.



1.4. Departamento de las Ciencias y las Artes

Este departamento perteneciente a la Facultad de Educación se encuentra ubicado en la Facultad de Educación (bloque 09 de la sede central) en la oficina 114A, actualmente se encuentra administrando cinco licenciaturas diferentes en las modalidades presencial, semipresencial (ésta sólo ofrecida en Medellín) y programas regionalizados, lo cual permite observar cierta concordancia con los planes institucionales de extensión, a su vez el departamento cuenta con un coordinador académico asignado a cada una de las licenciaturas (para un total de 5 coordinadores), los cuales cumplen con diversas tareas administrativas. Las licenciaturas las cuales hacen parte de dicho departamento son:

- Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas.
- Licenciatura en Matemáticas y Física.
- Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental.
- Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Ciencias Sociales.
- Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Humanidades y Lengua Castellana.

La licenciatura objetivo de esta investigación es la Licenciatura en Matemáticas y Física, por lo cual es importante que menciones los principales aspectos de dicha licenciatura.

1.5. Licenciatura en Matemáticas y Física



Esta investigación se realizará en maestros en formación, más específicamente de la Licenciatura en Matemáticas y Física, por lo cual consideramos importante tener en cuenta esta información básica para un correcto análisis de contexto para interpretación del lector, primero debemos mencionar que la Licenciatura en Matemáticas y Física es ofrecida en otras sedes distintas a la central, pues también se ofrece en la sede del Norte y la sede en Envigado, en este caso la investigación se realiza en la sede central cuya oficina se encuentra ubicada en el bloque 09 oficina 148.

Ahora, la Licenciatura en Matemáticas y Física cuenta con una misión y visión las cuales mostramos a continuación:

1.5.1. Misión del programa

En coherencia con el marco misional de la Universidad de Antioquia y de la Facultad de Educación, el Programa de la Licenciatura en Matemáticas y Física tiene como misión la formación integral de maestros de matemáticas y física, con una sólida fundamentación disciplinar y metadisciplinar, sensibles y conocedores de los problemas de los contextos a los cuales dirige su quehacer docente, y capaces de liderar procesos pedagógicos y didácticos en el campo de la educación matemática y la educación en física. (Comité Autoevaluación del Programa, 2013, pág. 17)

1.5.2. Visión del Programa

El Programa de Licenciatura en Matemáticas y Física, en su proyección hacia el año 2016, sobre la base del desarrollo de la autonomía y el reconocimiento de la diversidad y la diferencia, aspira a generar un ambiente formativo e investigativo que permita consolidarse como referente de formación de los maestros del área de las matemáticas y la física para la región y el país, y como un espacio de reflexión crítica e interlocución permanente de las diversas dimensiones relativas a la apropiación cultural de las ciencias y las matemáticas. (Comité Autoevaluación del Programa, 2013, pág. 17)



Con lo cual basado en lo anterior se puede decir que la misión de la licenciatura pretende formar profesores que tengan una formación disciplinar amplia, esto en concordancia con la de la Facultad de educación, pero a su vez se enfoca en la docencia haciendo énfasis en el quehacer docente, como también se preocupa por la extensión, pues en la formación de maestros de Matemáticas y Física pretende que los haga sensibles a diferentes contextos, que se puedan desempeñar perfectamente en cualquier lugar del país, lo cual da pie a la extensión, puesto que de esta manera los maestros pueden llevar sus conocimientos a cualquier área del país y finalmente también muestra en la visión los procesos relacionados con la investigación, de tal manera que la licenciatura se encuentra acorde con los entornos macroscópicos.

Al igual que la Universidad de Antioquia, la Licenciatura en Matemáticas y Física se plantea unos propósitos de formación que sean pilares fundamentales para lograr el cumplimiento de la misión y visión, tanto de la misma licenciatura como de sus entornos más macroscópicos. A continuación, se exponen los tres propósitos que más importantes:

- En primer lugar busca formar maestros de Matemáticas y Física que sean investigadores y productores de conocimiento para generar reflexión sobre los problemas de la educación en Matemáticas y ciencias.
- En segundo lugar, gestionar diferentes espacios de formación, dónde se ponga en evidencia la relación existente entre ciencia, cultura y sociedad haciendo énfasis en la enseñanza y aprendizaje de conocimientos matemáticos y científicos que intervienen en las prácticas culturales.



Facultad de Educación

- Fortalecer y promover el uso crítico de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el ámbito de la educación en Matemáticas y Física.

En los propósitos se evidencia la propuesta de la licenciatura al igual que por la Universidad y la Facultad de Educación por la docencia, investigación y la extensión, además de pretender innovar en la educación en matemática y física con diferentes conocimientos del ámbito disciplinar.

Otro aspecto importante son los maestros encargados de las diferentes asignaturas que son abordadas a lo largo de la carrera, actualmente la licenciatura en Matemáticas y Física cuenta con 50 maestros, entre los cuales cinco poseen formación doctoral, otros cinco se encuentran terminando sus estudios doctorales, 24 profesores tienen título de maestría, 10 poseen especializaciones y los 6 restantes poseen una formación a nivel de pregrado. A nivel de los estudiantes se tiene que la Licenciatura en Matemáticas y Física cuenta actualmente con 286 estudiantes. (Comité Autoevaluación del Programa, 2013)

La Licenciatura en Matemáticas y Física cuenta con diversos recursos materiales, entre los que se encuentran aulas y oficinas ubicadas en la Facultad de Educación las cuales poseen computadoras, también al estar dentro de la sede central de la Universidad de Antioquia y la Facultad de Educación, se cuenta con los recursos comunes a todas las carreras allí presentes, como son la biblioteca central, el centro de documentación de la Facultad de Educación, diferentes salas de cómputo, algunos laboratorios y otros recursos como son calculadoras, sensores de movimiento y generadores de Van de Graaff. (Licenciatura en Matemáticas y Física, 2010)



Facultad de Educación

En los años 2012 y 2013 fueron presentadas las pruebas de estado por parte de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física (2014 también, sin embargo aún no están disponibles los resultados) para el caso de 2012 los estudiantes evaluados obtuvieron resultados positivos, ya que lograron ubicar a Universidad de Antioquia como la mejor institución en este campo, sin embargo un análisis más profundo muestra que aunque se hayan obtenido estos resultados con respecto a las otras universidades, los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física obtuvieron resultados más bajos que los estudiantes de otras carreras dentro de la Universidad de Antioquia en cuanto a competencias ciudadanas, comunicación escrita, inglés y lectura crítica, siendo el razonamiento cualitativo la única competencia que fue superior al promedio de la Universidad de Antioquia. Para el periodo de 2013 se obtuvieron resultados buenos, ya que se ubica en la segunda posición con respecto a otras universidades que ofrecen el programa, de igual manera se muestra un avance en la comunicación escrita quedando por encima del promedio de la Universidad de Antioquia al igual que el razonamiento cuantitativo, sin embargo, los otros aspectos (competencias ciudadanas, inglés y lectura crítica) permanecieron por debajo del promedio de la Universidad de Antioquia. (Vicerrectoría de Docencia, s.f.)

Las pruebas de estado que evalúan los futuros licenciados pretenden evaluar principalmente tres competencias básicas y fundamentales que todo maestro debe tener, dichas competencias que se encuentran estipuladas en los lineamientos de calidad para las licenciaturas están basadas en la definición de competencia que otorga el Icfes (Instituto Colombiano para la Evaluación de la educación), que define competencia como “la



capacidad compleja que integra conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones que se manifiestan en el desempeño en situaciones concretas, en contextos específicos (saber hacer en forma pertinente). Las competencias se construyen, se desarrollan y evolucionan permanentemente.”(Icfes, 2015)

Teniendo en cuenta lo anterior se estipulan tres competencias: enseñar, formar y evaluar, de tal manera que la competencia de enseñar se basa en la relación existente entre el maestro y la didáctica en un disciplina con el objetivo de mejorar la formación de competencias en aras de formar un perfil profesional por parte de los estudiantes, la competencia de formar hace referencia a los conocimientos pedagógicos que el maestro puede usar para que sus acciones originen ambientes educativos en el que se logre un desarrollo no solo del estudiante, también del docente y la comunidad, la última competencia es evaluar, con dicha competencia se pretende que los futuros maestros puedan tomar decisiones para el mejoramiento del currículo y los procesos de enseñanza y aprendizaje basados en reflexiones y seguimientos previos que le permiten tomar decisiones. (Ministerio de Educación Nacional, 2014)

Dentro de la Licenciatura en Matemáticas y Física se encuentran varios grupos de investigación entre los que se encuentran Ecce (Estudios Culturales sobre las Ciencias y su Enseñanza), Edumath (Educación Matemática e Historia), Mathema (modelación matemática) y Gecem (Educación en Ciencias Experimentales y Matemáticas) los cuales se encargan de adelantar las tareas de investigación correspondientes a la educación en Matemáticas y Física, tanto para la formación en pregrado como para posgrados, además de



intervenir directamente con los estudiantes por medio de semilleros de investigación o la tesis de grado. (Comité Autoevaluación del Programa, 2013)

Finalmente, se tiene que en la Licenciatura en Matemáticas y Física que cuenta con gran variedad de cursos entre el conocimiento disciplinar, pedagógico y didáctico, el curso de Integración Didáctica IV: Didáctica de las matemáticas es el curso en el cual se realizará la investigación, para lo cual a continuación se realizará un análisis más detallado del curso.

1.6. Integración Didáctica IV: Didáctica de las Matemáticas

El curso de integración Didáctica IV: Didáctica de las Matemáticas es un curso de la Licenciatura en Matemáticas y Física el cual se encuentra destinado para el quinto nivel de formación (quinto semestre), en el que se pretende crear un espacio de formación, reflexión, conceptualización y teorización acerca de la Educación Matemática para presentarla como un campo científico que se preocupa por los problemas que surgen alrededor de la educación en matemáticas tanto relacionados con el maestro como con los estudiantes.

En el curso se plantean cuatro preguntas orientadoras del curso ¿Qué se enseña? ¿Cómo enseñarlo?, ¿A quién se enseña? y ¿En dónde se va a enseñar? que se abordan desde diferentes miradas pedagógicas como Piaget, Vygotsky, Bruner, entre otros. En aras de cumplir los objetivos del curso entre los que se encuentran el diseño de una estrategia didáctica en un tema de la matemática escolar, teniendo en cuenta las diversas perspectivas de enseñanza que son abordadas en el curso. (Facultad de Educación, 2014)



Dentro de las metodologías que se tienen estipuladas para el curso se encuentran la realización de debates, la elaboración de la unidad didáctica, varias exposiciones, talleres, seminarios, lecturas y análisis de diferentes lecturas que se proponen en el curso acerca de la didáctica de las matemáticas.

El curso tiene un método evaluativo centrado en el proceso en donde las actividades que se realizan son: exposiciones sobre las diferentes miradas de la Didáctica de las Matemáticas, talleres que abordan las diferentes temáticas del curso, así como la participación de cada estudiante en las discusiones en el aula, dos exámenes parciales sobre Didáctica de las matemáticas y la elaboración de una unidad didáctica. (Facultad de Educación, 2014)

Para recolectar datos que ayudarán a entender la población a la cual nos vamos a dirigir en el curso de integración didáctica IV se aplicó una encuesta (ver el anexo 1) a 12 estudiantes, entre los cuales se encuentran 7 hombres y 5 mujeres, con edades entre los 17 y 31 años, que poseen un estrato socioeconómico entre el 1 y el 3. Dichos estudiantes se encuentran entre los niveles 3 y 5 de la licenciatura en matemáticas y física, además de que solo uno de ellos se encuentra trabajando en la actualidad. De estos 12 estudiantes el 58,3% esperan hacer una maestría, y el 41,66% espera hacer además de esta un doctorado. En cuanto a los cursos de su mayor agrado en el transcurso de la carrera, se puede notar que la gran mayoría de dichos estudiantes tienden a tener más gusto por los contenidos específicos de la Licenciatura en Matemáticas y Física, mientras que los de su menor agrado son las materias del componente común de pedagogía.



En cuanto a los recursos y materiales empleados por el docente que dicta el curso, más del 90% de los estudiantes mencionan que este emplea el tablero ya sea con tiza o marcador, y con porcentajes más bajos pero también relevantes que este emplea también la clase magistral y el video beam en el momento de realizar las clases, pero que escasamente emplea otros recursos didácticos.

Se encontró también que la mayoría de los estudiantes del curso de Integración Didáctica IV consideran que la matemática es una ciencia necesaria y llena de valores, además opinan que las posibles causas de las dificultades con las matemáticas están dadas por la metodología empleada por el docente y por la poca capacidad del mismo para generar interés en los estudiantes. En cuanto a los saberes que tienen frente a la topología, más de la mitad de los estudiantes afirman no saber nada relacionado con esta, y los estudiantes restantes confunden la topografía con topología. Un 58,33% de todos los estudiantes afirma estar interesado en aprender y profundizar sobre topología.

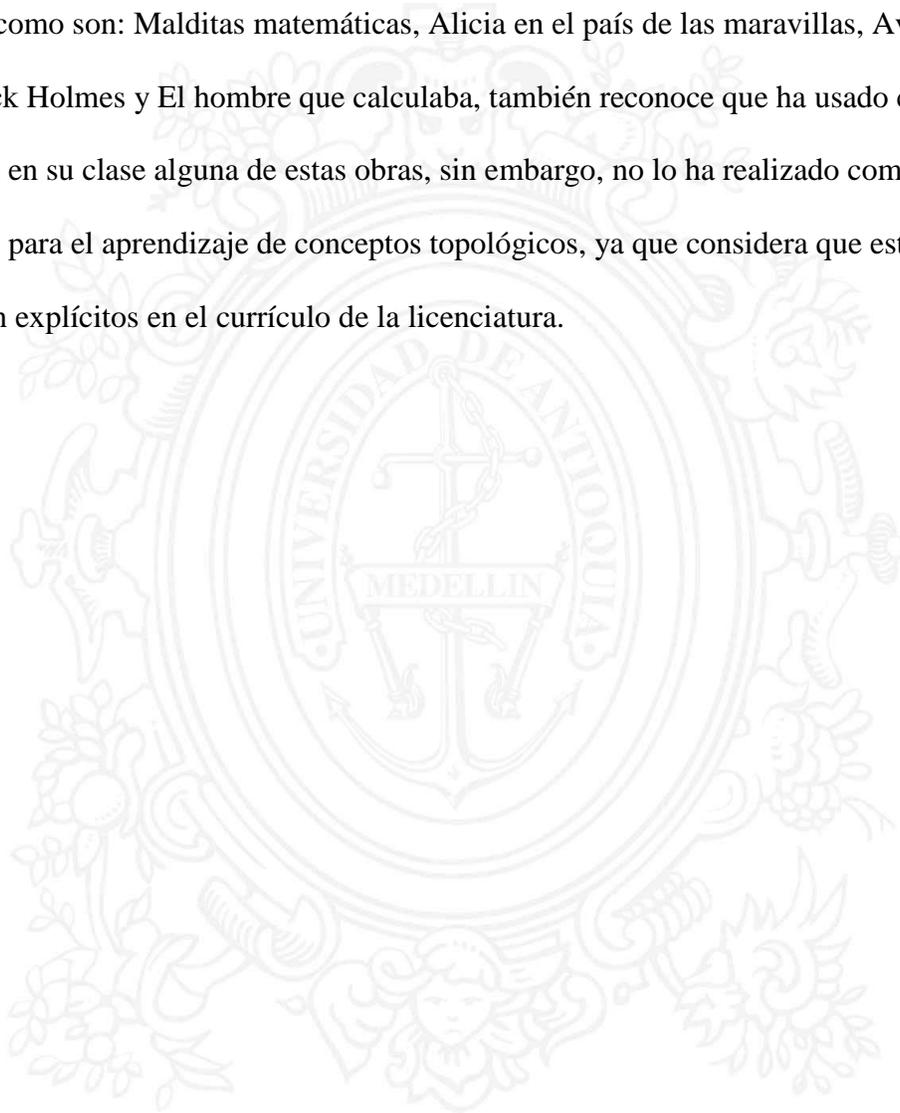
De igual manera, también se realizó una encuesta (ver anexo 2) al maestro encargado del curso con el objetivo de recolectar más información acerca del curso de Integración Didáctica IV y los abordajes que se dan allí. El docente (de sexo femenino), que posee una Maestría y pertenece al grupo de investigación Mathema, cree que el curso de Integración Didáctica IV está en concordancia del documento maestro en cuanto a la formación de maestros intelectuales de la educación matemática, pero considera que los recursos físicos con los que cuenta la Licenciatura en Matemáticas y Física es insuficiente para lograr mejores resultados en la clase.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Finalmente, la profesora expresa el conocimiento de algunas obras de literatura científica como son: Malditas matemáticas, Alicia en el país de las maravillas, Aventuras de Sherlock Holmes y El hombre que calculaba, también reconoce que ha usado como mediación en su clase alguna de estas obras, sin embargo, no lo ha realizado como mediación para el aprendizaje de conceptos topológicos, ya que considera que estos no se encuentran explícitos en el currículo de la licenciatura.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Facultad de Educación

2. Diseño Teórico

2.1. Introducción

En la presente parte del trabajo, se pretende mostrar algunos resultados que se obtuvieron en la búsqueda de investigaciones y referencias que han estudiado algunas de las relaciones que aquí se abordan, esto se hace con el objetivo de poder plantear unos antecedentes del problema, en donde se manifiestan todas las posibles investigaciones que nos sirven como antecedentes (en donde expondremos los resultados de las diferentes búsquedas que se realizaron referente a la topología, la comprensión y la literatura científica), lo cual nos ayuda a plantear e identificar una problemática que se ve potencializada por la prueba diagnóstica que se realizó. En aras de solucionar dicha problemática se presenta un objetivo general y tres específicos, que de manera propositiva pretende integrar la literatura científica con el conocimiento topológico, en donde dicha integración tiene una justificación importante para la formación de maestros de matemáticas.

2.2. Antecedentes

En la búsqueda de documentos que sustentan nuestra investigación se ha intentado encontrar diferentes antecedentes que se hayan preocupado por la relación entre topología, comprensión y literatura científica, se realizaron diferentes tipos de búsqueda como lo son en bibliotecas, bases de datos y la consulta a diferentes expertos y conocedores de los temas que se tratan en esta investigación, sin embargo hemos encontrado pocas investigaciones que relacionan estos conceptos, así que a continuación se quiere mostrar los resultados que



se encontraron en la búsqueda de material para comprender la actualidad de la investigación educativa en el ámbito de las matemáticas, más específicamente de la topología y su relación con la literatura científica.

En su investigación, Gallego Olivera (2011) encontró que existe una relación entre el conocimiento topológico y los cuentos de Julio Cortázar en especial relación con la cinta de Moebius. También se encuentra que Illanes Mejía (1999) por medio de una novela logra ilustrar algunos conceptos básicos de la topología, además se tiene que en muchos otros cuentos se han encontrado conocimientos topológicos como: un metropolitano llamado Moebius (Deutsch, 1950), el anillo de Moebius (Cortázar, 1980), Planilandia (Abbott, 1959)

También encontramos que Bastán, Cuenya, & Fioritti (S.f.), han hecho una propuesta que integra los saberes topológicos enseñados a los futuros maestros de matemáticas, encontrando que realmente los saberes topológicos que se enseñan a los futuros maestros de matemáticas no dan cuenta de lo que realmente abarca el estudio matemático de la topología.

Por otro lado algunos estudios han trabajado la comprensión de la topología de redes, sin embargo no se estudia la comprensión de la topología como un saber matemático (lo cual si es objetivo de este escrito), pues se pretende lograr comprender los procesos que la topología de redes logra en diferentes artefactos tecnológicos, esto más orientado hacia un saber relacionado con la programación e informática y no con el saber matemático, algunas de estas investigaciones son las del (IBM Knowledge Center, S.F.) y Cisco (2015).



Además de lo anterior, se encuentra en Mell (2003) citando a Schoeder (1987) que a pesar de que actualmente los investigadores separan la comprensión del conocimiento, existen pruebas de que la comunidad de educación matemática no ha alcanzado un acuerdo unilateral respecto al significado de “comprensión”, debido a que varios autores se acercan a él desde distintos puntos de vista. lo cual a nuestro parecer podría causar ambigüedad, y traer algunas confusiones en el momento de enseñar matemáticas en busca de la comprensión.

Finalmente, estudios como los de Vidal Costa & De la Torre Fernández (1984) y Braicovich & Cognigni (2011) han propuesto metodologías que relacionan la topología y la educación básica, pero no hemos encontrado propuestas que aborde la temática para la educación superior.

2.3. Planteamiento del Problema

Primero se indaga en las ocho principales Universidades que ejercen la formación de maestros en matemáticas y física, para buscar si en sus respectivos programas se estudia la topología, encontrando que sólo en la Universidad Tecnológica del Chocó Diego Luis Córdoba se tiene estipulado en el pensum el curso de topología. Sin embargo, en otras Universidades se hace necesario el conocimiento topológico para el abordaje de otros cursos como Mecánica cuántica o la relatividad.

En segundo lugar, estudios históricos muestran que la topología surge de problemas relacionados con la geometría y con el análisis matemático (Bastán, Cuenya, & Fioritti,



S.f.), ramas que son esenciales en la formación de futuros maestros de matemáticas, de tal modo que la topología surge como una rama de la matemática factible de ser estudiada en aras de convertirse en un área de estudio por parte de los maestros de matemáticas, como lo menciona Bastán, Cuenya & Fioritti:

La asignatura [curso de topología] hace visible una sola dimensión de lo topológico. Sólo abarca conceptos de la Topología Conjuntista. Podría pensarse que la dimensión geométrica de la topología no es abordada porque no interesa a la formación de profesores, sin embargo, basta analizar la significatividad que cobra la Geometría en la escuela media respecto del Análisis Matemático para, al menos, interrogarse acerca de cuál dimensión no debería obviarse para un profesor de Matemática. Los teoremas y proposiciones fundamentales son en gran medida generalizaciones de resultados del Análisis Matemático. (Bastán, Cuenya, & Fioritti, S.f., pág. 12)

Situaciones como las antes mencionadas nos han llevado a plantear la necesidad de estudiar topología en la Licenciatura en Matemática y Física guiados por la siguiente pregunta: ¿Cómo aumentar la comprensión de la topología mediante la implementación de situaciones topológicas apoyadas en la literatura científica?

2.4. Objetivos

2.4.1. Objetivo General

Implementar una estrategia didáctica para la comprensión de la topología, mediante situaciones problema topológicas apoyadas en la literatura científica.

2.4.2. Objetivos Específicos.

- Identificar diversos problemas con la enseñanza de conceptos matemáticos en la formación de maestros, que permitan un abordaje topológico.



- Diseñar una metodología de enseñanza que permita el abordaje de conceptos topológicos por medio de la literatura científica para maestros en formación.
- Evaluar los diferentes resultados obtenidos al aplicar actividades que relacionen el conocimiento topológico con la literatura científica en maestros en formación.

2.5. Justificación

A través de la historia se ha dicho que la primera persona en utilizar la palabra “topología” en escritos fue J.B. Listing (1802-1882), pues se tiene que: “Listing escribe un artículo en 1847 llamado “Vorstudienzur Topologie” y en 1861, publica otro artículo, en el cual describe la banda de Möbius (cuatro años antes que Möbius)” (Macho Stadler, 2002, pág. 64). De tal manera que la topología es un campo relativamente nuevo en la matemática y podríamos decir que aún más en la educación, pues el conocimiento topológico es importante para los maestros en formación ya que en la actualidad los conceptos topológicos están presentes en muchas áreas de las ciencias, especialmente en la matemática, de tal manera que sería impensable formar un maestro de matemáticas que no dispusiera entre sus saberes de conceptos topológicos (Bastán, Cuenya, & Fioritti, S.f.), también creemos al igual que Braicovich & Cognigni(2011)que:

Es verdad que no se encuentra gran cantidad de material sobre este tema para enseñar a niños y a jóvenes, y mucho menos al alcance del docente que no es especialista en el área, pero no es ésta una razón válida para desecharlo en la enseñanza.(pp. 147)

De tal manera que la topología es aún una rama de la matemática con numerosas posibilidades de ser explorada, especialmente en la educación, además de ser un problema



no sólo para la educación sino para la ciencia en general, pues la topología suele ser muy teórica y con esto se pierde un poco la parte aplicativa que posee, esto es un problema especialmente pedagógico, en aras de proponer una enseñanza de la topología que permite mostrar no solo la parte teórica, sino también la parte aplicativa. Al respecto, Bastán, Cuenya & Fioritti (s.f.) especifican que:

Esto se agiganta en la enseñanza de la Topología [la brecha entre práctica y teoría], porque en el contexto de la ciencia, el carácter abstracto puede ser superado a través de correlaciones con objetos que cobran significación en el contexto en que se trabaja. En la enseñanza los conceptos topológicos si resultan totalmente abstractos y pierden su razón de ser. (p.11)

En la formación de futuros maestros se tiene también que la topología es aún un conocimiento en disputa, pues no se tienen claros los contenidos que se deben enseñar a los futuros maestros, haciendo que la mayoría de cursos con el nombre de topología no logran dar cuenta de lo que en realidad significa un estudio topológico (Bastán, Cuenya & Fioritti, S.f.), especialmente en la enseñanza.

En la actualidad los conceptos topológicos están presentes en muchas áreas de las ciencias, especialmente en la matemática, de tal manera que sería impensable formar un maestro de matemáticas que no dispusiera entre sus saberes de conceptos topológicos (Ibídem), también creemos al igual que Braicovich & Cognigni (2011) que:

“Es verdad que no se encuentra gran cantidad de material sobre este tema para enseñar a niños y a jóvenes, y mucho menos al alcance del docente que no es especialista en el área, pero no es ésta una razón válida para desecharlo en la enseñanza”(p. 147)



Facultad de Educación

3. Marco Referencial

3.1. Introducción

El marco referencial de la investigación se encuentra dividida en tres fases importantes, la primera es un marco contextual en donde se resumirá de manera breve algunas partes esenciales que deben ser tomadas en cuenta para las otras partes del marco referencial, luego se tiene un marco legal en donde se expresan las leyes jurídicas establecidas en diferentes documentos legales que establecen la legalidad de la investigación y de su actividad investigativa como tal, finalmente se tiene el marco teórico, tal vez la parte más importante del marco referencial, pues es allí en donde se harán explícitas las teorías que se tomarán en cuenta para la investigación.

3.2. Marco Contextual

En esta parte del trabajo se pretende volver un poco sobre el contexto de la investigación, sin embargo, se hará de manera rápida, pues en el análisis de contexto se abordó este tema con mayor rigurosidad, para lo cual haremos uso de la siguiente figura para explicar de manera rápido el análisis del contexto:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

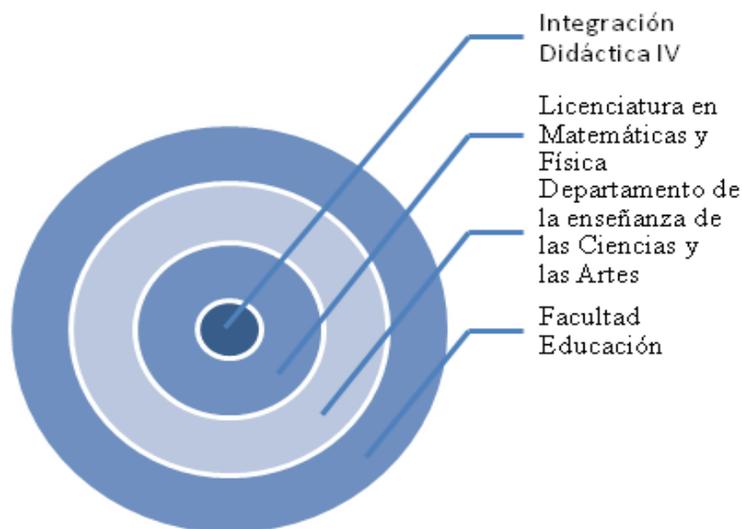


Ilustración 1: Esquema explicativo del contexto de la investigación.

Referencia: Elaboración propia.

Queremos mostrar con la ilustración el centro crucial en el cual efectuamos nuestra intervención pedagógica, en uno de los cursos que más sentido tiene, o debería tener, para un licenciado en matemática y física puesto que es allí donde se estudian los componentes de la didáctica de la matemática.

3.3. Marco Legal

Dentro de las leyes que rigen la educación en Colombia se encuentran leyes muy importantes y necesarias para el sustento legal de este trabajo de práctica pedagógica. A continuación, mencionaremos algunas de las leyes:

1. Según el Artículo 67 de la Constitución Política de Colombia, la educación es “un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se



busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura”.

2. En sus artículos 28, 29, 57 y 120, la Ley 30 de 1992 reconoce la Autonomía Universitaria consagrada en la constitución Política de Colombia, y el derecho de las Universidades a darse y modificar sus estatutos, a designar sus autoridades académicas, docentes, científicas y culturales, a definir y a organizar sus labores formativas y académicas, a adoptar el régimen de alumnos y de docentes, a arbitrar y a aplicar sus recursos para el cumplimiento de su misión social y de su función institucional.
3. Según el artículo 109 de la Ley 115 de 1994 que establece la formación de un educador de la más alta calidad científica y ética, el desarrollo de la teoría y de la práctica pedagógica como parte fundamental del saber del educador, y el fortalecimiento de la investigación en el campo pedagógico y en el saber específico, para los programas de pregrado y de posgrado en los diferentes niveles y formas de prestación del servicio educativo.
4. El Plan Decenal de Educación 2006-2016, Pacto social por la educación, traza objetivos, metas y acciones para la formación, el desarrollo profesional y la dignificación de los docentes, para lo cual la pedagogía, la ciencia, el arte, la tecnología, la ética, la investigación y los derechos humanos, constituyen los principales ejes.
5. El Acuerdo Superior 1 de 1994, Estatuto General de la Universidad, define la misión, la identidad y la filosofía de la Institución, orientadas a las funciones



misionales de la investigación, la docencia y la extensión. Así mismo plantea, como uno de los objetivos de la Universidad de Antioquia, desarrollar e implementar métodos pedagógicos que fomenten el razonamiento, el pensamiento crítico y creativo, y que propicien hábitos de disciplina y de trabajo productivo.

6. El Acuerdo Superior 124 de 1997, Estatuto Básico de Extensión de la Universidad, en su artículo 12 inscribe las prácticas académicas como la materialización del compromiso de facultad de educación- consejo de facultad y la Universidad con la sociedad, para la aplicación de los conocimientos teóricos, la validación de saberes y el desarrollo de habilidades profesionales.
7. La Facultad de Educación requiere un reglamento de prácticas académicas ajustado a las transformaciones curriculares de los Programas de licenciatura, aplicados a todos los programas acreditados de la sede Medellín y extendidos a las diferentes sedes regionales, acorde con las normas constitucionales, legales y reglamentarias, y con los compromisos como universidad pública con la sociedad.
8. La práctica pedagógica constituye un eje fundamental y transversal en la formación de los maestros de todos los programas de pregrado de la Facultad que, en su carácter teórico y práctico, se apoya en la pedagogía como disciplina fundante y en las didácticas específicas para contribuir a la producción de conocimiento.

De estas leyes y artículos se deriva la posibilidad legal de realizar una investigación y una práctica pedagógica en el ámbito universitario sin violar ninguna norma establecida por las autoridades competentes.



3.4. Marco Teórico

3.4.1. Componente disciplinar

Para nuestro trabajo consideramos importante dos conceptos principales, el concepto de topología y el concepto de situación problema, pues la idea es redefinir el concepto de situación topológica, puesto que dicho concepto es usado en contextos diferentes a los de la educación. Sin embargo, para re-definir este concepto es necesario hacer unas definiciones de los componentes, de manera que se entienda primero ¿qué son las matemáticas? y ¿qué es topología?

3.4.1.1. Matemáticas.

Los lineamientos curriculares de Matemáticas hablan de diferentes definiciones de matemáticas que se tienen por parte de los docentes de matemáticas, dichas definiciones son el resultado de una investigación por medio de encuestas, en donde se obtuvo lo siguiente:

Algunos docentes encuestados las asumen como un cuerpo estático y unificado de conocimientos, otros las conciben como un conjunto de estructuras interconectadas, otros simplemente como un conjunto de reglas, hechos y herramientas; hay quienes las describen como la ciencia de los números y las demostraciones. (MEN, 1998. P. 9)

Las definiciones de la investigación son muy actuales, sin embargo se basan en definiciones más antiguas y concepciones filosóficas de la matemática, pues en dichas concepciones filosóficas donde se encuentran las bases para una definición de matemáticas (MEN, 1998), consideramos importante tener claro la naturaleza desde la que será vista la



matemática en este trabajo, no sin antes mencionar rápidamente algunas concepciones teóricas.

En la matemática se encuentran principalmente cinco concepciones de la naturaleza de las matemáticas, una de ellas es el Platonismo, en donde el objeto de estudio de las matemáticas son verdades que se aceptan y se aplican para descubrir otras verdades. Otra naturaleza de las ciencias se basa en el Logicismo, que toma como base la lógica para la construcción de las matemáticas por medio de procesos deductivos e inductivos. Por otro lado, el Formalismo otorga a las matemáticas unos elementos principales (Axiomas, definiciones y teoremas) las cuales deben ir en armonía con las demostraciones matemáticas, pues deben ser perfectas y muy bien estructuradas, mientras por otro lado el intuicionismo se vale de los sentidos y la intuición. Finalmente tenemos al constructivismo, que también considera que los sentidos y las personas un tienen un papel importante en las matemáticas, sin embargo, posee una parte pedagógica, la cual le da al estudiante la capacidad de construir su propio conocimiento matemático (MEN, 1998).

Para el actual trabajo que desarrollamos con literatura científica pensamos que es importante dejar clara nuestra concepción constructivista de la matemática y la física, ya que permite que a partir de conocimientos primitivos (que para este caso serán previos o los otorgados por la literatura científica) puedan generar la construcción de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes, que nos permitirá como maestros en formación evaluar la comprensión de los conceptos construidos.



Ahora, si bien los estudiantes deben construir los conceptos para lograr comprenderlos, sin embargo el MEN (2008) estipula que el conocimiento matemático se obtiene por medio del pensamiento lógico y del pensamiento matemático, los cuales fueron estudiados por Piaget alrededor del siglo XX, el cual menciona que el pensamiento lógico se encarga principalmente de las operaciones sobre proposiciones matemáticas, mientras que el pensamiento matemático toma como base el número y el espacio, de forma que el pensamiento lógico se encarga de la lógica, mientras que el pensamiento matemático se encarga de la aritmética y la geometría.

Puesto que el actual trabajo se basa en el conocimiento topológico y éste tiene relación con la geometría se hace necesario tener en cuenta el pensamiento matemático a la hora de comprender conceptos matemáticos relacionados con la topología. Para integrar el pensamiento matemático a la comprensión de conceptos topológicos debemos mencionar que el pensamiento matemático en un principio se divide en dos pensamientos diferentes, el aritmético y el geométrico, lo cuales son relacionados por Robert Gardner (MEN, 1998) con el pensamiento científico, mencionando que para el pensamiento científico es necesario el pensamiento geométrico, sin embargo estas no son las únicas divisiones del pensamiento matemático, puesto que con los avances de la física y los aspectos medibles, se identificó que las nociones métricas estaban presentes tanto en los aspectos geométricos como en los aritméticos, de modo que se hace necesario distinguir un pensamiento métrico del numérico y del geométrico. Lo mismo ocurre alrededor del siglo XVII con los desarrollos del cálculo y la probabilidad, con lo cual también surgieron el pensamiento aleatorio y el pensamiento variacional.



Los lineamientos curriculares definen el pensamiento espacial y de los sistemas geométricos como “el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (MEN, 1998, p.56). El cual posee principalmente tres elementos importantes, el primero son los elementos que conforman el sistema geométrico, el segundo es las transformaciones y combinaciones entre los elementos y finalmente las relaciones que se pueden entablar en el sistema geométrico, esto permite que se pueda modelar situaciones geométricas que sean intuitivas y sensitivas o conceptuales y abstractas no solo con trazos sobre papel o tablero, sino que se puedan hacerse mentalmente.

3.4.1.1.1. Topología.

A través de la historia, como ya se dijo, la primera persona en utilizar la palabra “topología” en escritos fue J.B. Listing. De tal manera que la topología es un campo relativamente nuevo en la matemática y podríamos decir que aún más en la educación. Para comprender mejor la topología es necesario analizar las definiciones que se han dado de la misma.

Una topología es una familia J de conjuntos que satisfacen las dos condiciones siguientes: La intersección de dos miembros cualesquiera de J es un miembro de J , la unión de los miembros de cualquier subfamilia de J es miembro de J . ((Bastán, Cuenya, & Fioritti, S.f.), citando a Kelly, 1975)

Dicha definición parece compleja y difícil de entender si aún no se tiene una formación en teoría de conjuntos (como ocurre en nuestro caso), por otro lado, los estándares



curriculares comentan acerca de la topología y dicen que “...una ciencia abstracta del espacio (llamada “topología” por la palabra griega para el espacio o el lugar, “topos”), los cuales no necesitaban de las nociones métricas” (MEN, 2008, p. 57). Por esta misma línea, Kline (1992) dice que la topología “se ocupa de aquellas propiedades de las figuras que permanecen invariantes cuando dichas figuras son plegadas, dilatadas, contraídas o deformadas de cualquier manera tal que no aparezcan nuevos puntos o se hagan coincidir puntos ya existentes” (p. 1529).

Lo anterior nos lleva a pensar que la topología puede ser vista desde dos puntos de vista, uno más concentrado en la teoría de conjuntos y por otro lado una topología más ligada a la geometría, esta dualidad no es fortuita, pues se estipula que la topología está dividida en dos grandes ramas importantes, la topología combinatoria o algebraica y la topología conjuntista o general (Kline, 1992), (Bastán, Cuenya, & Fioritti, S.f.).

Para el actual trabajo nos basaremos especialmente en la teoría topológica combinatoria o algebraica ya que, por el análisis de contexto que se realizó se evidencia falta de conocimiento sobre teoría de conjuntos para abordar la teoría topológica conjuntista o general, además de haber encontrado una vasta relación entre topología combinatoria y literatura científica.

La topología combinatoria o algebraica fue estudiada especialmente por Poincaré, quien la define como:

Una geometría en la cual la cantidad está suprimida por completo, es una geometría cualitativa...No quiero decir que la geometría métrica descansa en la lógica pura pero en esta



disciplina las intuiciones son de otra naturaleza análogas a las que desempeñan un papel esencial en la aritmética y el álgebra. (Bastán, Cuenya, & Fioritti, S.f., pág. 3, citando a Ky Fan. (1957)

Con lo anterior, podemos acercarnos a la topología como concepto central de este trabajo de investigación. No obstante, dicho acercamiento puede hacerse de diferentes maneras. Nosotros hemos optado por la literatura científica cuyo concepto expondremos a continuación.

3.4.1.2. Literatura Científica

La relación ciencia y literatura se evidencia no sólo en la manera cómo se ha estructurado la una y la otra. La primera cuenta con un reconocimiento histórico que la pone en un lugar privilegiado de primer orden, en tanto cuenta con unos sistemas, unos métodos, unos objetos de estudio y unos instrumentos que la validan y la demuestran a través de los datos empíricos y experimentales. En el caso de la segunda, los teóricos de la literatura desde la Retórica y la Poética, la han venido alimentando y posicionando como ciencia autónoma, principalmente en los albores del siglo XX con los Formalistas rusos y posteriormente, el estructuralismo. (Norberto, 2013). Y es gracias a estas diferencias por las cuales podemos ver no solo el estado actual de la literatura con la ciencia sino también aquello que ha estado detrás de la ciencia como sus inicios con documentos experimentales desde la antigüedad, tales como las cartas de Galileo Galilei.

A su vez la literatura que se presenta como ciencia autónoma principalmente por Formalistas rusos como Iuri Tinianov, nos sumerge en interrogantes como ¿qué es la literatura?, ¿qué es historia literaria? Para empezar a acercarse a una respuesta aproximada de estos interrogantes aquello que se presenta como evolución literaria resulta desenredando todo esto que cae en una historia cultural.



Es en esta revisión histórico cultural donde nos encontramos con una definición muy acertada de aquello que podemos llamar literatura científica, y es cuando Anne E. Egger, y Anthony Carpi. Mencionan lo que Frederic Holmes, un biólogo e historiador de la ciencia americano declaró en una charla:

Cuando los científicos hablan de la literatura en su campo, piensan en algo muy diferente a lo que queremos decir cuando hablamos de la literatura en general. La literatura científica de un área de especialidad es el corpus acumulado de los artículos de investigación que han aparecido en las revistas de ese campo y está considerado como el repositorio principal del conocimiento que define el estado de ese campo (Holmes, 1987).

Es así como por medio de un rastreo a textos y revistas de investigación nos damos paso a conocer sobre este corpus de conocimiento acerca de la topología, teniendo en cuenta que dicho rastreo está sujeto a filtros tales como; relación Literatura-Topología, Enseñanza de la topología en instituciones de educación media y superior.

Luego de develar el estado de ese campo nos damos a la tarea de pensar la literatura científica ahora no como herramienta de investigación sino como un mediador conformado por unos elementos literarios que revelen conceptos topológicos para los fines de la investigación misma, de aquí en adelante es imperativo que dirijamos nuestras miradas en dichos elementos literarios tales como el Metropolitano llamado Moebius o La caprichosa forma de Globión con el fin de unir ciencia y literatura en uno solo. Y así vemos que

es necesario convenir previamente en que la obra literaria constituye un sistema y que otro tanto ocurre con la literatura. Únicamente sobre la base de esta convención se puede



construir una ciencia literaria que se proponga estudiar lo que hasta ahora aparece como imagen caótica en los fenómenos y de las series heterogéneas (Iuri Tinianov, 1927, p. 2).

Es así como ciencia y literatura logran vislumbrar esa ciencia literaria que se encuentra intrínseca en el metropolitano llamado Moebius o el anillo de Moebius, entre otras obras literarias -intrínseca en tanto a la mirada de la investigación-. Pensamos en acercarnos a esas imágenes caóticas, pensamos en acercarnos a la topología para la comprensión de situaciones problema.

En consecuencia, asumimos como literatura científica para este trabajo de investigación toda clase de textos como cuento, novela, cine, poesía, entre otros, portadores de sentido no solo literario sino también científico que puedan ser utilizados como mediadores didácticos en la enseñanza de la matemática y a física.

3.4.1.3. Comprensión

Para dar una definición de comprensión que se emplea en la presente investigación se tomaron como base las siguientes (entre las cuales se elige la que más se adapta a nuestra necesidad):

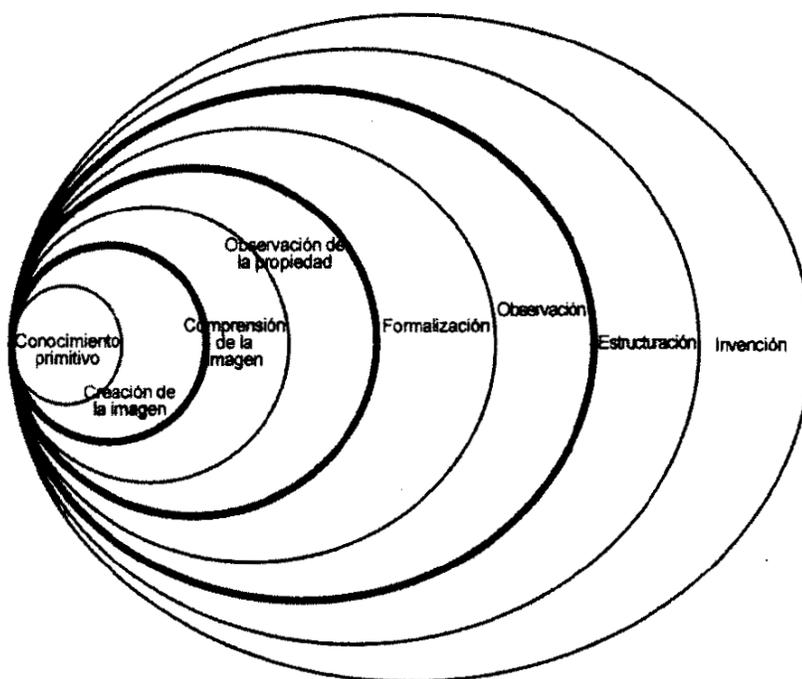
La perspectiva del desempeño dice, en suma, que la comprensión incumbe a la capacidad de hacer con un tópico una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y volver a presentar el tópico de nueva manera. (blythe, 1999)



Pirie y Kieren plantean la comprensión como un proceso conectivo, de varios estratos, no lineales y recursivo con características fractales. desde esta perspectiva, el desarrollo de la comprensión se involucra con la construcción y reorganización de las estructuras de conocimiento de las personas. en resumen, Pirie y Kieren se han alineado a la conclusión de Schoenfeld de la comprensión como un elemento orgánico inestable y retrogresivo, y consideraron a la comprensión como un proceso de crecimiento interminable, completo, dinámico y estratificado, pero no lineal.(Mell, 2003)

Desde la perspectiva de la teoría APOE, la comprensión es un proceso interminable de construcción de esquemas iterativos, mediante la abstracción reflexiva; un proceso cognitivo en el que el estudiante reconstruye y reorganiza las acciones físicas o mentales en un plano más elevado de pensamiento y, por lo tanto, las comprende. (Mell, 2003. citando a Ayers, Davis, Dubinsky & Lewin, 1998).

En la presente investigación nos acogemos a la definición de comprensión de Pirie y Kieren, debido a que en nuestra pregunta problematizadora hablamos de aumentar la comprensión, por lo cual para medir dicho aumento tomaremos el modelo para la evolución de la comprensión de los autores ya mencionados. y nos basaremos específicamente en los cuatro primeros niveles de la gráfica que se muestra a continuación.



Una representación diagramática del modelo para la evolución de la comprensión matemática.

Ilustración 2: Diagrama modelo evolución de la comprensión matemática.

Fuente: Meel (2003, p.234)

En la ilustración puede observarse que el primer nivel (conocimiento primitivo) hace referencia a el punto inicial de comprensión y no debe ser confundido con un bajo nivel de matemáticas (Meel, 2003)

El segundo nivel (creación de la imagen) en el que se pretende que el estudiante pueda recurrir a conocimientos anteriores y con respecto a estos realice diversas distinciones conceptuales. (Ibídem)



El tercer nivel (comprensión de la imagen) donde se tiene que “las imágenes asociadas con una sola actividad se reemplazan por una imagen mental” (Ibídem)

El cuarto nivel (observación de la propiedad) en el cual, los estudiantes a partir de la examinación de una imagen mental son capaces de determinar los atributos y propiedades que esta posee. (Ibídem)

Dado los objetivos de esta investigación los siguientes cuatro niveles solo serán mencionados, puesto que requieren mucho más nivel de abstracción por parte del grupo intervenido, además de que necesitan mayor tiempo, el cual por efectos de la práctica pedagógica no se tiene. Sumándole a esto que lo que queremos es aumentar la comprensión de la topología, por tal motivo son suficientes los primeros 4 niveles de comprensión, puesto que del nivel 5 al 8 ya se haría un análisis muy detallado del tema, el cual se presentaría muy complejo debido a que el grupo intervenido no tiene bases sólidas sobre topología. No obstante, los damos a conocer.

El quinto nivel es la formalización: el estudiante es capaz de conocer las propiedades para abstraer las cualidades comunes de las clases de imagen.(Ibídem)

El sexto nivel es la observación: permite la capacidad de considerar y utilizar como referencia el pensamiento formal de la persona. En este estrato el estudiante puede producir verbalizaciones relacionadas con la cognición, sobre el concepto formalizado.(Ibídem)

El séptimo nivel es la estructuración: después de formalizar lo observado y ver si es verdadero, el estudiante mediante un sistema axiomático puede explicar la interrelación de



todo lo observado. En este estrato la comprensión del estudiante trasciende el tema particular, para llegar a la comprensión que se encuentra en una estructura mayor.(Ibídem)

El octavo nivel es la invención: este estrato consiste en liberarse del conocimiento estructurado que representa la comprensión total y crear preguntas totalmente nuevas que tendrán como resultado el desarrollo de un concepto nuevo (¿Qué pasaría si...?).(Ibídem)

Dicho modelo de comprensión se construye desde los niveles más internos a los más externos, lo cual trae como consecuencia que los niveles internos estén contenidos en los niveles externos, es decir, a medida que se pasa de un nivel a otro estos niveles van quedando dentro de los siguientes, y se entretrejan en estos, formando de esta manera un conocimiento más sólido. Como ya se había mencionado antes, el conocimiento primitivo es el que trae la persona, pero este puede ser bastante avanzado, es decir, que se puede tomar como conocimiento primitivo de la persona el conocimiento en la etapa de invención (este es el último nivel), por tal motivo el conocimiento primitivo tiene cualidades fractales, tal y como lo muestra Mell (2003), citando a Pirie y Kieren:

Una consecuencia obvia de este modelo es que los niveles externos crecen de forma recursiva desde los niveles internos, pero el conocimiento a un nivel externo permite, y de hecho retiene, los niveles internos. Los niveles externos se insertan y envuelven a los internos. De hecho esta es una teoría de la relatividad de la comprensión y, por tanto, una característica particular de la actividad primitiva, es que los observadores pueden considerar lo que deseen como el enfoque de este nivel. Por ejemplo, se podría observar una persona durante el nivel de invención como si tuviera su comprensión previa total como una nueva acción primitiva. Una consecuencia principal de esta línea de pensamiento es que, para un observador, la comprensión tiene una cualidad fractal. Se puede observar la comprensión de una persona “dentro” de la acción primitiva y observar la misma estructura nivelada. (Pág.239-240)



Por tal motivo a pesar de que la comprensión Pirie y Kieren ser un proceso conectivo de varios estratos no lineales esta posee cualidades fractales. Y es un proceso de crecimiento interminable debido a que el conocimiento primitivo puede estar ubicado en cualquier lugar, lo cual hace que nunca se termine de comprender algo en su totalidad.

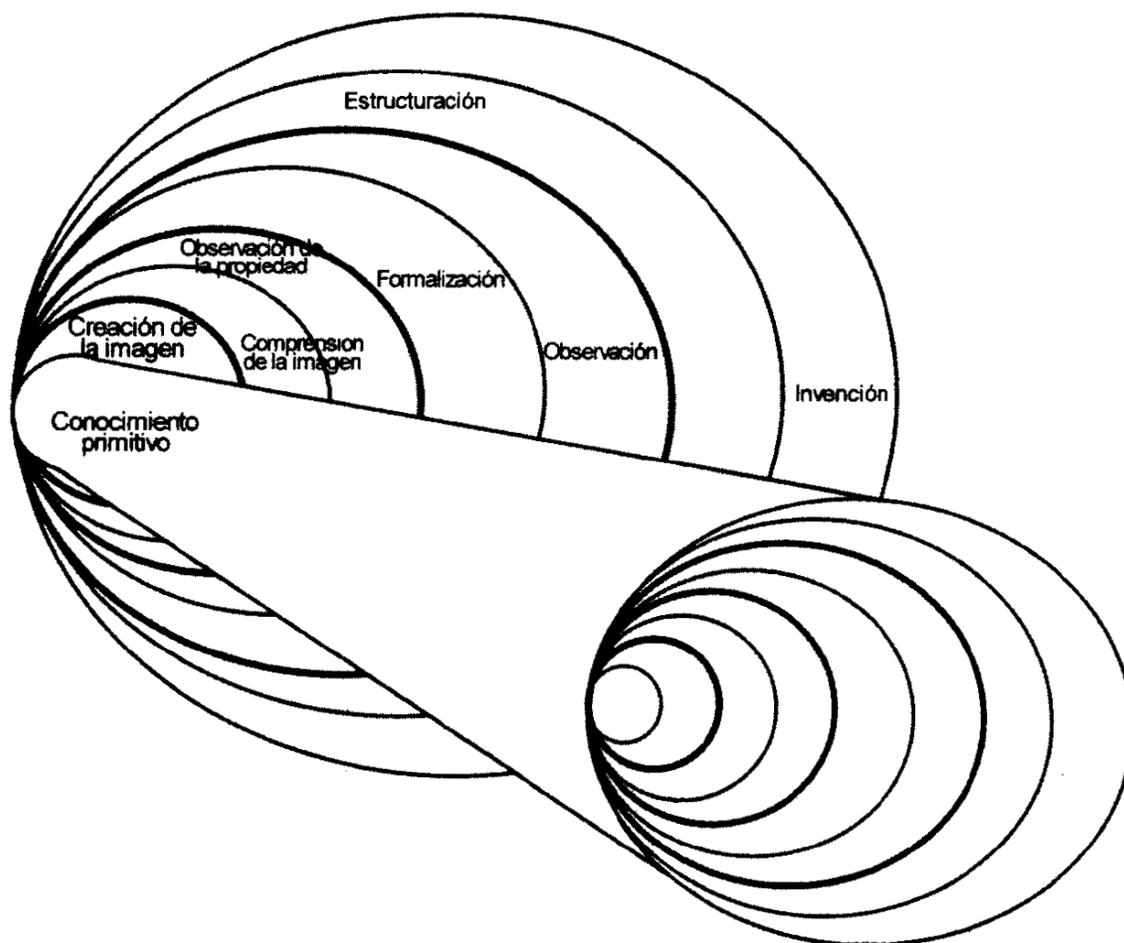


Ilustración 3: Propiedad fractal de la comprensión matemática.

Fuente: Mell (2003, p.240)



La comprensión que el estudiante obtiene a partir del conocimiento primitivo puede manifestarse de diferentes maneras, una de ellas es la argumentación matemática que expondremos a continuación.

3.4.1.4 Argumentación Matemática.

La argumentación matemática es una competencia que consideramos muy importante para los estudiantes que pretenden aprender topología, ya que por ser un curso en donde las demostraciones son el eje central se necesita ser competente en la argumentación, investigaciones como la de Crespo (2005) que investigan la relación entre demostración y argumentación encuentran que las demostraciones matemáticas van apareciendo a medida que el estudiante realiza diversidad de argumentos, de forma que es un proceso lento que en algunas oportunidades estudiantes universitarios no alcanzan a lograr la demostración matemática.

De esta manera, entenderemos la argumentación con el modelo propuesto por Krummheuer (1995) (Parafraseado por Solar, Azcarate & Deulofeu, 2012)) el cual posee cuatro elementos básicos: datos, los cuales son el conjunto de evidencias que el estudiante utiliza para validar su proposición; conclusión, es la afirmación que el estudiante realiza con respecto a los datos que ha recolectado y que le permite emitir un enunciado que considera verdadero; justificación, se configura como enunciados generales los cuales sirven de puente para que los datos puedan llegar a la conclusión; fundamentos, son el conjunto de teorías, creencias y estrategias que el estudiante puede utilizar para que su



justificación tenga una validación con respecto a su conclusión y que posteriormente sea aceptada.

Con la explicación anterior, se hace necesario entablar una diferencia importante entre lo que significa explicación y argumentación. Según Crespo (2005) podemos hablar de explicación cuando el alumno intenta describir fenómenos, resultados o comportamientos, por lo cual es una actividad meramente descriptiva. Por otro lado, la argumentación pretende mostrar la validez de una proposición, lo cual constituye una actividad más analítica por parte del estudiante no solo a la hora de establecer su proposición, también en escoger los fundamentos más adecuados para la justificación de su proposición.

Hasta aquí consideramos pertinente el componente disciplinar centrado en la enseñanza de la topología que queremos implementar con nuestros compañeros maestros en formación. Esta enseñanza necesita de una revisión de varios aspectos de carácter didáctico, como se hace a continuación.

3.4.2. Componente didáctico

3.4.2.1. Introducción

En el presente trabajo se propone como objetivo la realización de una estrategia didáctica de manera tal que en esta parte del marco teórico se especifica nuestra concepción de estrategia didáctica junto con otros conceptos que subyacen la elaboración de la estrategia como lo son la Didáctica de las Matemáticas, la Educación Matemática, la transposición didáctica, la resolución de problemas entre otros.



3.4.2.2. Educación Matemática

Sin duda la Educación Matemática es el primer concepto a tener en cuenta en la presente investigación puesto que “para numerosos investigadores, dichas teorías deben ser primero generales, es decir, independientes del contenido, para aplicarse después a un contenido preciso” (Brousseau, 1999, p. 30). Esto ya que según Godino (2000) la Educación Matemática puede entenderse como un “sistema social complejo y heterogéneo que incluye teoría, desarrollo y práctica relativa a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Incluye a la Didáctica de las Matemáticas como un subsistema” (Godino, s.f., Diapositiva 3). Otra manera de interpretar esta relación es por medio de la significación de las palabras, pues “El término educación es más amplio que didáctica, por lo que se puede distinguir entre Educación Matemática y Didáctica de las Matemáticas” (Godino, 2010, p. 2). La Didáctica de las Matemáticas queda entonces considerada como un subsistema de la Educación Matemática en donde las investigaciones que son abordadas por la Didáctica de las Matemáticas deben ser problemáticas también para la Educación Matemática. (Ibidem)

La Educación como sistema complejo debe tener al menos tres componentes importantes y esenciales, en primer lugar, debe ejercer una “acción práctica y reflexiva sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas” (Godino, 2000. P. 347). En segundo lugar se propone el concepto de tecnología didáctica, el cual toma como base el conocimiento científico en aras de desarrollar materiales y recursos; y en tercer lugar se establece la investigación científica que toma como eje principal de estudio la enseñanza de



las matemáticas, pero también estudiando otros sistemas más específicos como lo son el del profesor, estudiante y el conocimiento matemático. (Godino, 2000)

Ahora bien, la Didáctica de las Matemáticas es un subsistema que se hace necesario para esta investigación, dado que el término didáctica ha sido relacionado con la enseñanza intencionada (Brousseau, 1999). Desde el principio la didáctica siempre ha sido relacionada con la enseñanza, pues Comenio (1592) no muestra una didáctica como “El arte de instruir” (Citado por Henao, 2015, p. 6). Sin embargo, dicha concepción ha sido modificada, pues actualmente se ha observado que la Didáctica de las Matemáticas es más profunda que solo enseñar con una intención y que contiene más elementos del proceso de enseñanza como tal, pues se encarga de estudiar dicho proceso de enseñanza, pero también estudia las diversas formas en que se puede lograr el proceso de enseñanza, así como también de producir diferentes recursos que posibiliten la enseñanza de igual manera estudia los diversos contenidos que se entablan en la relación de la enseñanza. (Ibidem, 1999)

Desde esta perspectiva, la Didáctica de las Matemáticas “es la disciplina científica y el campo de investigación cuyo fin es identificar, caracterizar y comprender los fenómenos y procesos que condicionan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Godino, s.f., Diapositiva 3). De esta manera por ser la didáctica de las matemáticas una disciplina científica, debe estar encaminada a cumplir con tres aspectos importantes, el primero implica la existencia de varios grupos de investigación que tengan como objeto de estudio la Didáctica de las Matemáticas, pero además que las investigaciones que se realizan tienen intereses comunes. En segundo lugar se hace necesario el estudio de fenómenos que



permean la Didáctica de las Matemáticas, más específicamente, se propone que se realicen descripciones, explicaciones y predicciones de los fenómenos que son objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas. Por último, debe tener una estructura sólida en la construcción de sus marcos conceptuales y metodológicos. (Ibidem, s.f.)

Con lo anterior se observa que la didáctica de las matemáticas persigue el aprendizaje, el cual entenderemos “Como un conjunto de cambios de comportamiento (prestaciones) que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento (o una competencia)” (D’Amore, 2008, p. 4). De manera tal que la didáctica de las matemáticas pretende cambiar comportamientos en los estudiantes teniendo como base el conocimiento del que dispone el maestro.

Dado que se quiere cambiar comportamientos en los estudiantes, un concepto que se vuelve importante es la transposición didáctica, pues Chevallard (1992) entiende que “el maestro analiza epistemológicamente el objeto de saber matemático, lo personaliza, lo contextualiza, lo temporaliza y lo transforma en objeto de enseñanza” (Citado por Henao, 2015, p. 8). La transposición didáctica tiene su importancia para el presente trabajo en cuanto que permite la contextualización y personalización del conocimiento con el objetivo de producir cambios de comportamiento en los estudiantes.

En este orden de ideas, cuando tenemos un saber a enseñar y a este le aplicamos ciertos cambios (ya sean teóricos o metodológicos) con la finalidad de lograr en los alumnos un mejor aprendizaje (adecuarlo al nivel de estos) a dichos cambios es lo que se llama transposición didáctica, es decir, el paso de un saber sabio a un saber enseñado. Tal como



lo muestra Chevallard en el siguiente párrafo: “la transposición didáctica es el proceso por el cual se modifica un contenido de saber para adaptarlo a su enseñanza. De esta manera, el saber sabio es transformado en saber enseñado, adecuado al nivel del estudiante.”(Chevallard, 1997)

Este movimiento necesario de transposición lo queremos manifestar explícitamente en una estrategia didáctica que dé cuenta de los procedimientos necesarios para que se dé el aprendizaje de la topología. Una estrategia didáctica se entiende como "las secuencias integradas de procedimientos que se eligen con un determinado propósito" (Nisbet, J. y Shucksmith, J. 1987, p. 22. Citado en Henao, 2, pág. 11). El objetivo de dicha estrategia es el mismo que el de la transposición didáctica, pero hace que los aprendizajes sean a su vez significativos ya que “podríamos definir a las estrategias de enseñanza como los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos” (Mayer, 1984; Shuell, 1988; West, Farmer y Wolff, 1991. Citado por Díaz & Hernández, 1999, pág. 2).

Se tiene que para el correcto desarrollo de una estrategia didáctica son necesarias algunas características muy importantes como un tiempo, un espacio y unos sujetos encargados de dinamizar los procesos de enseñanza y aprendizaje, teniendo como objetivo el cumplimiento de los logros establecidos. (Henao, 2015). Con lo anterior, se observa que existen diferentes tipos estrategias didácticas, entre las que se encuentran: la resolución de problemas, uso del lenguaje común, la utilización de nuevas tecnologías, el trabajo por proyectos, el uso de representaciones, entre otras. (Henao, 2015)



3.4.2.3. Estrategia Didáctica

Podemos entender la estrategia didáctica como el camino que el docente traza para enseñar un concepto, de que posibilite directa o indirectamente el aprendizaje de las habilidades y conocimientos que considera necesarios desarrollar en sus alumnos. Tal como se menciona en los siguientes párrafos: Nisbet & Shucksmith (1987), definen estrategia como "las secuencias integradas de procedimientos que se eligen con un determinado propósito" (p. 22); la estrategia implica proceso, procedimiento, tiempo y lugar; "la estrategia se considera como una guía de las acciones que hay que seguir, y que, obviamente, es anterior a la elección de cualquier otro procedimiento para actuar" (Monereo, 1998, p. 23). El desarrollo de la estrategia exige un tiempo, un espacio y unos sujetos comprometidos con su horizonte de sentido y proyectados a una serie de acciones que dinamicen el proceso de enseñanza aprendizaje y que permitan el logro propuesto (Espindola et al, 2012, p. 351). También, Díaz & Hernández (1998) se refieren a estrategias de enseñanza como "los procedimientos o recursos utilizados por el agente de enseñanza para promover aprendizajes significativos" (p. 1). Además, una estrategia didáctica implica un proceso de interacción entre docente y estudiantes según opciones epistemológicas, estéticas y políticas (Moreno, 2012).

Entre las diferentes estrategias que pueden implementarse en la enseñanza nosotros optamos por una basada en situaciones problema relacionadas con la topología y apoyada en la literatura científica. Veamos en qué consiste esta concepción de situación problema.

3.4.2.4. Situación Problema



Las situaciones problema se encuentran enmarcadas en los lineamientos curriculares de Matemáticas, más específicamente en el saber hacer y se usa para enfrentar a los estudiantes diversas situaciones que pueden resultar problemáticas ya sea en sus trabajos o en la misma cotidianidad.

Consideramos las situaciones problemas importantes para el conocimiento matemático porque permite a los estudiantes partir de situaciones específicas pero que a su vez contienen elementos que permiten encontrar generalidades y así trazar un primer camino hacia la generalización, además las situaciones problema permiten priorizar los procesos de resolución y no centrarse en las respuestas finales, dando así la oportunidad al maestro de utilizar el error y los conocimientos incompletos de los estudiantes como base para la construcción del conocimiento correcto.(Obando & Múnera, 2003). De otra manera, el Ministerio Nacional de Educación (MEN), manifiesta en los estándares curriculares de matemáticas que las situaciones problema permite que los conceptos matemáticos que son enseñados en el aula cobren sentido.

Así, pensamos que una situación problema configura todo un contexto en donde el estudiante interactúa constantemente para lograr la comprensión de un objeto matemático por medio de la exploración, sistematización, confrontación, debate, evaluación, autoevaluación y heteroevaluación, ya que esto actúa como un detonador cognitivo en el estudiante (Obando y Múnera, 2003). El MEN (2003) también menciona que a través de las situaciones problema los estudiantes adquieren confianza en ellos, autonomía en la resolución de problemas y despierta la creatividad a la hora de afrontar problemas de la



vida cotidiana, de esta manera, se hace importante mencionar que las situaciones problema deben poseer tres características muy importantes:

- Un concepto matemático que se va a aprender.
- Debe representar un problema para el estudiante, pero a la vez debe poseer los elementos necesarios para resolverlo.
- En la solución del problema se deben usar conocimientos previos de los estudiantes.

Además de las características anteriores, el MEN (2003) también agrega que los problemas que se deben abordar deben ser abiertos que puedan ser resueltos por el estudiante de diversas maneras, obteniendo resultados diferentes o de manera que no exista solución alguna al problema. Otro aspecto que resalta es la participación del estudiante en los problemas planteados por el maestro, ya que el maestro cambia su rol protagónico por lo cual pasa a incitar en el estudiante la generación de preguntas con respecto a sus propios saberes previos al presentarle problemas a los cuales les falte información o los datos se encuentren incompletos en aras de la construcción de estrategias para solucionar las situaciones problema, en donde dichas estrategias pueden ser puestas en debate y confrontación entre los mismos estudiantes para que aprendan de los aportes de sus compañeros y generen sus propias críticas constructivas.

Otro aspecto importante es el diseño de las situaciones problema, para lo cual Orlando mesa propone que en primera instancia debe haber una problemática inicial, luego se deben organizar los contenidos que se van a tratar con la situación problema, después estructurar



los niveles de conceptualización, seguido de esto se escogen las preguntas y actividades a realizar por el alumno para finalmente evaluar los procesos de aprendizaje.

Para lo cual pensamos que es posible crear el concepto de situación topológica, ya que las situaciones problema permiten poner a la topología como el campo conceptual principal del cual se desea aprender y con ello también sabemos que los conocimientos previos de análisis y geometría se tienen para el abordaje de la topología que no solo representa un reto sino que también permite el uso de los conocimientos previos del estudiante, tanto de análisis como los de la geometría y que representan una problemática en el abordaje de conceptos que se relacionan con la topología como se ha mencionado anteriormente.

3.4.2.5. Resolución de problemas

Consideramos que al proponer una unidad didáctica basada en situaciones problema se necesita teorizar sobre la resolución de las situaciones problemas para tener una base importante sobre lo que significa para los estudiantes resolver problemas y de esta manera poder plantear las situaciones topológicas, además “La resolución de problemas es una parte integral de cualquier aprendizaje matemático” (Godino, 2010, p. 20). Lo cual es un objetivo en este trabajo, además Poyla (1945) agrega que la resolución de problemas desarrolla en los estudiantes facultades inventivas si el estudiante es autónomo en la resolución de los problemas, lo cual puede generar un gusto por la actividad intelectual, por lo que se evidencia una gran importancia en el maestro ya que tiene la oportunidad de proporcionarles a los estudiantes por la matemática o por el contrario matar su interés.



Así, en el momento de abordar una situación problema se hace necesario resolver algún problema central y para su resolución nos basaremos en el método de Poyla (1945), el cual propone cuatro pasos que son:

1. Comprender el problema, es necesario que se tenga una comprensión de qué se está preguntando en la situación problema.
2. Concebir un plan, el cual debe ser concebido cuando se identifican los datos que nos proporciona el problema para pensar en una solución y poder diseñar un plan para llegar a ella.
3. Ejecutar el plan, para lo cual se aplica el plan diseñado.
4. Examinar la solución obtenida, se hace necesario revisar que la solución tenga sentido con el problema planteado y que si dé respuesta como tal al problema.

En donde cada una de las fases debe ser acompañada con preguntas, cuya intencionalidad es la de guiar la acción del estudiante. (Godino, 2010)

3.5. Componente Metodológico

3.5.1. ¿Qué es la Investigación Acción Educativa?

La investigación Acción Educativa (I.A.E) es aquella que se enfoca en develar el papel del docente como investigador y transformador de conocimiento, centrándose en una problemática a investigar. Es tal y como Restrepo (2004) muestra lo que propone Stenhouse (p. 210) acerca de la integración del docente con los roles de investigador, observador y maestro. Al respecto afirma:



En nuestro concepto esto es perfectamente posible, siempre y cuando el profesor ponga en claro que la razón por la que está desempeñando el papel de investigador es la de desarrollar positivamente su enseñanza y hacer mejor las cosas.

Entendido lo anterior como que el ser docente se puede comportar como investigador sí y sólo sí los fines de este van encaminados al desarrollo de su enseñanza y al mejoramiento de las cosas.

Si el docente se comporta como investigador entonces la enseñanza es asumida como práctica reflexiva, como un proceso de investigación y de continua búsqueda.

Cada paso del docente hacia la enseñanza debe ir guiado por la investigación, debe estar inmerso en intencionalidades tales como, cambiar la forma de entender la práctica, esto, con la firme intención de hacer de la práctica un aprendizaje en donde se logre mejorarla y comprenderla, un aprendizaje que no se da solo con un maestro investigador se debe trabajar en conjunto con los alumnos, se debe dar a través de continuos ciclos en los cuales se planifique, se intervenga, se observe, se analice y se reflexione. Esto ¿a fin de qué?, a fin de que en el docente genere actitudes de crítica y renovación profesional, que el docente más que planificar y aplicar visualice el cómo favorecer el cambio y la transformación de la acción educativa, el cómo transformar actitudes, posturas y comportamientos de sus pares docentes.

3.5.2. Deconstrucción



A partir de la observación y de registros de clase se empieza a delinear la construcción de la práctica. Para entender esta fase Restrepo muestra como Stenhouse prefiere el método social antropológico sugerido por Walker (1971) utilizado para el análisis y registro de los acontecimientos en el aula, el cual es preciso para las evaluaciones de estos, debido a que recoge con detalle la observación directa de los acontecimientos en el aula.

Ahora bien, el término “deconstrucción” es acuñado por el filósofo francés Derrida, quien empleó este término con la intención de que se hiciera un acto reflexivo sobre la práctica pasaba y la presente, teniendo en cuenta los instrumentos para la recolección de información aplicados hasta el momento.

3.5.3. Reconstrucción

De la una buena deconstrucción, del éxito de la recolección de datos en la primera fase depende que se genere una buena reconstrucción. Debido a que en la deconstrucción se pasa de un conocimiento práctico que se encuentra débil (o al menos eso tratamos de develar) a un conocimiento teórico mejor fundamentado, cabe resaltar que este conocimiento teórico que se genera está dado por la práctica individual de docente investigador y llegar a generalizar dicho conocimiento sería un grave error.

En esta, en la reconstrucción se hace la intervención pedagógica pensada con anticipación para resolver el problema encontrado; es aquí donde se utilizan los distintos mediadores diseñados con el fin de lograr el objetivo que se tiene.

3.5.4. Evaluación



Esta es la última fase de la I.A.E en la cual se monta y se deja andar por si sola la practica o conocimiento construido, y a partir de los datos recogidos en las dos primeras fases, junto con los datos que se recojan luego de la aplicación de la nueva práctica, se hará el análisis sobre cuán acertadas fueron las hipótesis lanzadas y porque no, si es necesaria una reformulación de la misma práctica.

3.5.5. Tipo de Investigación

La investigación que se está llevando a cabo esta guiada por el paradigma de investigación cualitativa debido a diversos factores, entre ellos resaltan los tipos de instrumentos que utilizaremos y el medio por el cual intervendremos, para generar el cambio que se tiene presupuesto desde los objetivos de la investigación.

3.5.5.1. Partiendo de los paradigmas.

Tener claro el paradigma o enfoque que se sigue es importante en tanto se fundamentan unas bases que sustenten la investigación y den lugar al paradigma cualitativo de investigación. Es aquí donde toma validez aquello que menciona Fernández, que para Khun los paradigmas son considerados “realizaciones científicas universalmente reconocidas que, durante cierto tiempo, proporcionan modelos de problemas y soluciones a una comunidad científica.” (Khun, 1986, p. 13)

Estas consideraciones esclarecen la noción de paradigma que quiere utilizarse en dicha investigación, esta se presenta como una acepción muy tradicional de paradigma que no termina de coincidir con la concepción de paradigma cualitativo. Sin embargo, la noción de



complejidad propuesta por Morin, deja ver más clara esa propuesta de intencionalidades con el paradigma cualitativo. Puesto que el paradigma de complejidad de Morin “permite ver los hechos reales dentro de un contexto, dentro de una globalidad multidimensional y dentro de su propia complejidad” (Fernández, 2007) Permitir que la realidad se lea dentro una globalidad es leer el contexto desde afuera, leerlo sin objetos que obstaculicen su total comprensión y análisis, es lograr visibilizar con mayor precisión el objeto de conocimiento con el contexto.

3.5.5.2. Sobre el paradigma cualitativo

Es fundamental tener claro que en la investigación cualitativa no hay una sola metodología, ya que para ello la investigación es sustentada desde métodos y técnicas que permitan analizar, explicar e interpretar pensamientos que tengan sentido para las personas que participan en las investigaciones.

Partir de referentes teóricos nos posibilita un ejercicio metodológico, en el cual investigamos y reflexionamos sobre lo que se ha escrito acerca de lo que estamos investigando, también genera momentos en los cuales luego de pasar por un practica pedagógica nos permita reinterpretarnos y vivenciar lo que la metodología escogida nos ofrecía, evitando así el estancamiento del ejercicio docente como simple practica y llevándolo a un estado de docente investigador.

Considerar el contexto y la historia se torna un punto muy serio a lo largo de la investigación porque tal y como lo menciona Badilla (2006) “los contextos no pueden entenderse sin su historia, de igual manera sucede con los hechos educativo”. Es así como



el análisis del contexto y de los actores que intervienen en la práctica hace parte de un buen ejercicio de investigación.

Cabe resaltar que dichos factores convergen en el objetivo de la investigación que nos concierne que es la investigación-acción educativa. Habiendo aclarado el enfoque y el tipo de investigación damos paso a desarrollar con detalle las finalidades en el diseño Metodológico.

4. Diseño Metodológico

4.1. Introducción

El propósito de este apartado es evidenciar las técnicas y procesos que se utilizaron para realizar la investigación y así proceder a verificar si las hipótesis iniciales fueron acertadas o si por el contrario deben ser descartadas, replantear los objetivos del trabajo y hasta el problema de investigación; para así saber cómo orientar correctamente la investigación.

Como objetivos del diseño metodológico principalmente se tiene, analizar las hipótesis arrojadas inicialmente con respecto a los resultados de los talleres implementados y evidenciar por medio de las preguntas basadas en literatura científica cómo éstas ayudan o no lo hacen, al mejoramiento de práctica del docente en el aula y a la evolución de la comprensión matemática en los estudiantes.

A continuación se mencionará los participantes que tuvimos en cuenta para la investigación, además de mostrar el conjunto de instrumentos realizados para la recolección de información, el por qué se escogieron dichos instrumentos como los más adecuados para obtener la información necesaria para el desarrollo de la investigación, también se explicará



Facultad de Educación

cómo aplicamos la investigación acción educativa a nuestro trabajo y lo que se pretende con cada fase y con cada instrumento aplicado.

4.2. Participantes y criterios de selección.

La muestra para los fines investigativos se toma en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, con los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física que están entre el cuarto y quinto nivel cursando Integración didáctica IV: didáctica de las matemáticas.

Se decidió tomar la muestra del curso Integración didáctica IV: didáctica de las matemáticas porque se considera que los maestros en formación que allí se encuentran, tienen los conocimientos previos necesarios para abordar conceptos topológicos que se necesitan en la investigación, dichos conocimientos se adquieren en los primeros niveles de formación: en el nivel segundo y tercero con los cursos Introducción al cálculo y Cálculo en una variable.

Se elige el curso Integración didáctica IV: didáctica de las matemáticas porque es uno de los cursos de toda la licenciatura más relacionados con el tema a trabajar de la literatura científica como mediador en situaciones problemas ya que es en este curso donde se proporcionan las herramientas necesarias para que el docente en formación se enfrente al aula y se hagan más tangibles los resultados de la implementación de la literatura científica dentro del proceso en el aula.

4.3 Instrumentos para la recolección de la información

1 8 0 3



Los instrumentos utilizados para la recolección de datos son algunos de los comúnmente empleados en la investigación cualitativa que para los fines de dicha investigación resultan pertinentes en cuanto dejan ver con claridad aquellos datos que se hacen primordiales para el direccionamiento de la investigación.

Los instrumentos utilizados entonces en la presente investigación son: la caracterización a docentes, la caracterización a estudiantes, prueba diagnóstica dirigida a los estudiantes del curso Integración didáctica IV: didáctica de las matemáticas, observación e intervención directa, diario pedagógico, talleres realizados en el aula y evaluación al final de dichos talleres.

4.3.1 Caracterización a Docentes: Se usó la caracterización de docentes, la cual es un cuestionario (Ver anexo 2) con preguntas que van orientadas a varios aspectos de la clase, tales como los años de experiencia del profesor en el curso, sus títulos, si pertenece o no a grupos de investigación y si lidera proyectos en la universidad, pensamos que estas preguntas son muy importantes para entender las dinámicas del curso, pensamos que nos permiten en primer lugar conocer el perfil del maestro y su posible relación tanto con las matemáticas como con la literatura, y en segundo lugar validar por medio de la experiencia del maestro no solo en la enseñanza sino también en la investigación la necesidad de nuevos abordajes de las clases de matemáticas, por lo que las siguientes preguntas apuntan en esa dirección, primero conocer la problemática del curso en cuanto a la deserción escolar, luego indagar sobre los textos de literatura científica que pueda conocer y si la ha aplicado en sus clases, las respuestas que se obtienen muestran un resultado que se puede



evidenciar desde la experiencia del maestro y que nos permite a nosotros aprovechar esas experiencias para bien, por lo que también se pide la opinión del maestro al indagar sobre la necesidad de abordar las clases de otra manera y qué hace falta para un mejor aprendizaje de las matemáticas, estas preguntas son muy importantes, ya que nos permitirán ver una luz sobre la necesidad que el trabajo debe suplir, pero a su vez intentar cumplir con las expectativas del maestro.

La pregunta que aportó mayor información a la investigación fue la número 8 “¿Ha utilizado como mediación algún tipo de literatura en la clase de matemáticas?” En las respuestas dadas por los profesores pudimos evidenciar que si bien los docentes se preocupaban por la relación entre literatura y la enseñanza de las temáticas del curso en el aula, en la práctica esto no se pudo demostrar ya que los docentes limitaban su enseñanza a textos guías, talleres y pocas veces se desviaban de este curso.

4.3.2 Caracterización a estudiantes: Se usó la caracterización de estudiantes, que consta de un cuestionario con preguntas que van orientadas a conocer sobre algunas particularidades de los estudiantes (Ver anexo 1), tales como la edad, el sexo, el semestre que cursan y actividad económica a la que se dedican, estas cuestiones las consideraremos importantes a la hora de aplicar los talleres, puesto que las situaciones problema deben ser contextualizadas, pensamos que debemos conocer algunos aspectos que puedan hacer que los alumnos se sientan identificados con la literatura lo cual puede cambiar en un relato a la hora de que los personajes sean mujeres u hombres y si son ricos o pobres.



Otro aspecto que consideramos importante fue la relación que tienen los estudiantes con las matemáticas, lo cual se puede ver si los estudiantes expresan los cursos que son de su agrado, si son matemáticos o si prefieren otros cursos y realmente las matemáticas son de menor agrado para ellos, lo cual no solo nos permite ver su posición ante las matemáticas, sino también sobre la literatura, ya que ésta también puede ser uno de los cursos de su mayor o menor agrado, para así poder conocer la disposición de nuestros estudiantes hacia la literatura científica.

Finalmente se indaga sobre los conceptos previos que poseen los estudiantes sobre la topología, así como si se sienten atraídos a aprender topología, lo cual creemos nos otorgará las bases sobre la motivación que los estudiantes puedan tener a la hora del abordaje de los talleres.

Así, teniendo en cuenta las necesidades de la investigación se pregunta qué conocimientos relacionados con la topología poseen, esta pregunta permite clarificar a la hora de comenzar las planeaciones de las situaciones problema y a la hora de medir los resultados de los mismos.

Esta caracterización se hace vital en un primer acercamiento o momento a un posible diagnóstico sobre la muestra y sobre el objeto de estudio de la investigación.

4.3.3 Caracterización del contexto y observación: En este instrumento describimos por completo el espacio en el que se toma la muestra de estudiantes empezando desde la Universidad de Antioquia hasta llegar al curso de Integración didáctica IV: didáctica de las matemáticas (ver anexo 3). Con el fin de estar al tanto de cada uno de los factores que



puedan afectar a la investigación, tales como son los recursos que poseemos a la hora de realizar la práctica, por lo cual se aplica una caracterización de los recursos y materiales para indagar sobre recursos físicos tales como televisores y otros recursos que pueden ser importantes no solo a la hora de aplicar los talleres como tal, sino también para nuestra labor docente en el día a día de las prácticas académicas y que nos permiten salir un poco de la rutina.

Para la observación que realizamos de las clases surgen netamente dentro de la práctica y después de ella; la observación se da en la práctica, en ella el docente está al tanto de los sucesos en el aula y hace recopilaciones mentales de los sucesos que nota que son más importantes para el direccionamiento de la investigación, no se queda simplemente en un plano de observación sino que interviene en y crea nuevos sucesos, este es un tipo de intervención inmediata en la cual responde a los acontecimientos y estímulos.

Posteriormente y en un momento fuera de la práctica el docente reflexiona sobre los sucesos acontecidos en el aula y los clasifica en orden de importancia para la investigación, estos quedan registrados y permiten la introspección y hacer un seguimiento detallado de los aciertos y desaciertos cometidos en la práctica, para lo cual aplicamos una guía de observación de clase (Anexo 3) donde las preguntas pretenden identificar comportamientos del maestro que puedan ser positivos y cuales puedan ser negativos que nos aporten como futuros maestros tanto en la aplicación de los talleres, como para la profesión docente.

4.3.4 Prueba Diagnóstica: este es un instrumento muy importante para la investigación debido a que la sistematización de los resultados arrojados por este instrumento darían la



posibilidad de continuar con el direccionamiento que se lleva o hacer un re direccionamiento del problema de investigación y esto conllevaba la reafirmación del objetivo de investigación o la posible reformulación.

La prueba diagnóstica trata de medir los conocimientos que posee el alumno de cursos del nivel que se encuentra cursando, específicamente se miden los conocimientos relacionados con el cálculo, que se creen sirven como base para adecuada comprensión de conceptos topológicos ya que no podemos hablar de un curso de topología como tal.

La manera de realizar dicha prueba diagnóstica fue mediante la implementación de unas preguntas (ver anexo 4), que costaba de preguntas teóricas orientadas hacia conocimientos matemáticos y dos ejercicios un poco más prácticos en los cuales se puso un fragmento literario y se indaga sobre cuestiones topológicas en las que el texto puede servir de base en la respuesta.

Las preguntas que se usan en la prueba diagnóstica indagan por diferentes conceptos relacionados con la topología, en la primera pregunta donde se pide definir el límite de una función de n variables, se indaga sobre su capacidad de extrapolar un concepto que normalmente se enseña en el plano cartesiano, pero que al estar en otra dimensión con propiedades bien sean iguales o diferentes puede causar confusión, si bien el concepto de límite configura una dificultad como tal, pensamos que se hace necesario que el estudiante defina un concepto que sea más asequible a sus conocimientos, por lo tanto se pide que se defina el concepto de superficie, el cual es un concepto topológico pero que es estudiado desde la geometría y podría configurar un posible objeto de estudio.



Una base para la topología es el concepto de vecindad, por lo cual pensamos que se hace necesario indagar sobre dicho concepto, sin embargo solo se aborda de manera directa en cursos de análisis matemático, así, decidimos preguntar sobre la tangencia de un plano con respecto a una superficie, esto nos permite observar el uso que los estudiantes le dan al concepto de tangencia y más importante aún al concepto de alrededor o cercanías, ya que dicho concepto se configuran por medio de vecindades.

En otro momento de la prueba se muestra un texto literario y se indaga sobre los objetos de estudio de la topología, que están implícitos en la lectura y que pensamos que un buen lector podría deducir, de forma que nos otorga información valiosa sobre el nivel no solo de lectura sino de análisis de los estudiantes. Así mismo, partiendo del mismo texto se indaga en los estudiantes sobre una situación en la cuarta dimensión la cual nos mostraría la capacidad imaginativa y analítica de los estudiantes y poder observar si la literatura posee el poder suficiente en ellos para el abordaje de situaciones topológicas

Como resultado de esta prueba se obtuvo que continuaba el direccionamiento actual, ya que los alumnos no respondieron adecuadamente a pesar de tener los conocimientos previos y necesarios para comprender temas sobre topología, algo que se intuía ya que esta rama de las matemáticas no es muy tenida en cuenta a la hora de enseñar en la Facultad de Educación de la universidad de Antioquia; por lo tanto no fue necesario hacer ningún tipo de re direccionamiento a la investigación sino más bien profundizar en la misma.

4.3.5 Talleres de literatura científica: los talleres que ejecutamos en aras de lograr un aumento en la comprensión matemática de los estudiantes se muestran en los anexos 5,6 y



7, con sus respectivas evaluaciones del taller, en las cuales se pretende indagar sobre la metodología usada en la clase, y la aceptación o rechazo que pueda causar.

El primer taller que diseñamos utiliza la literatura científica en donde se abordan directamente los conceptos que pretendemos que los estudiantes creen una imagen, la cual se basará en los conocimientos previos que poseen y que se abordan en la literatura científica, lo anterior tiene el objetivo de poner a discutir la imagen que poseen de dimensión cuando se aborden perspectivas más complejas del concepto al saltar a dimensiones no visibles tales como la temporal y que hace que los estudiantes deban preocuparse más por las propiedades que posee el concepto que por su visualización, finalmente se muestra otro texto literario donde se aborda más detalladamente dimensiones mayores a la tercera y poder así tener elementos suficientes para responder al problema central de proponer una dimensión en la cual vivimos. Cabe resaltar que en todo momento de la actividad siempre se permite modificar el concepto que posee el alumno de dimensión, ya que cada texto literario que aborda le aporta elementos nuevos para una definición cada vez más detallada.

El segundo taller utiliza los textos literarios pero con un abordaje más específico de un tema topológico, la banda de Moebius, puesto que identificamos dificultades con las superficies en la prueba diagnóstica, y por medio de la banda de Moebius se pueden entender propiedades importantes de las superficies, por lo que en primer momento se indaga sobre la relación literatura ciencia, ya que pensamos que un muy importante es que el estudiante siempre identifique la existente relación entre matemáticas y literatura,



partiendo de allí nos adentramos cada vez más en los textos, para lo cual se indaga sobre la relación de la banda de Moebius y la literatura, pensamos que el abordaje se debe hacer de esta manera puesto que la banda de Moebius no es un objeto tan común que todos los estudiantes puedan tener una imagen basada en conocimientos previos de ella, por lo que primero se intenta dar elementos por medio de la literatura científica, para luego poder crear la imagen y por último indagar sobre la imagen que se crea de la banda de Moebius y otras superficies, se busca que los estudiantes intenten mencionar otras superficies que cumplan las mismas propiedades de la banda de Moebius.

El tercer taller intenta un abordaje de otro concepto importante en la topología como lo es las vecindades, cabe resaltar sobre este taller, que es importante los conocimientos previos de dimensión para la comprensión de los textos literarios que se abordan, por lo cual se observa una relación entre los mismos talleres que son importantes. En un primer momento se pide que basado en un texto literario se dé una definición de dimensión que sea más literaria, para que de esta forma se basen en conocimientos previos que poseen de vecindad (al menos de la cotidianidad) con lo que se menciona en el texto. En una segunda se aborda un teorema importante del análisis, el cual define la densidad de los números reales y se pretende que el estudiante por medio de este teorema logre entablar la relación que hay entre el concepto de vecindad y dicho teorema, lo cual aporta para la creación de la imagen por parte del estudiante, pero también le permite identificar propiedades del concepto mismo. Finalmente, se aborda una propiedad importante de las vecindades, la cual es abordada desde la literatura científica de manera indirecta, ya que también se quiere que los estudiantes puedan tener gran nivel de inferencia en el caso de las lecturas científicas.



4.4 Procedimiento de análisis.

Se realizaron tres talleres estos fueron las estrategias que se generaron para la comprensión de las situaciones problema desde la topología, el primer taller abordaba el tema de las dimensiones en este se hacían preguntas a los estudiantes sobre dicho tema, las primeras eran de tipo introductorio y el concepto se evidenciaba desde la experiencia del alumno, posteriormente se introducen conceptos propiamente formales que tenían la intención de lograr un aprendizaje en el estudiante mediante preguntas tales como ¿la diferencia entre dimensiones y los objetos pertenecientes a éstas? se utilizó como mecanismo para afianzar los conceptos dados un video y la posterior socialización de las respuestas además de la lectura de un fragmento de literatura científica relacionado con el tema de tal manera que el estudiante se enfrentara a un acercamiento directo entre dos áreas del saber como lo son la literatura y la matemática, de la reacción del estudiante hacia este fragmento es que se obtuvieron los resultados más relevantes para la investigación, en el segundo encuentro se abordaba el tema de la Banda de Moebius en este taller también se usó el concepto de dimensión, aun así ese este taller se enfocaba en un objeto topológico como lo es la Banda de Moebius el cual se presenta importante para un primer acercamiento con la topología. La realización de un Banda Moebius de papel sirvió para la identificación de algunas propiedades que podrían describir el objeto topológico.

4.5. Tabla resumen de resultados y análisis.

Para facilitar la lectura y comprensión de algunos de los posteriores resultados y análisis de los resultados, tendremos en cuenta la elaboración de una tabla en la cual identificamos cuatro categorías que se analizan en el trabajo y consideramos que son vitales para los



resultados, sobre dichas categorías se realiza una breve descripción (es breve puesto que estos conceptos ya fueron abordados en el marco teórico del trabajo) y finalmente unos indicadores que nos permitirán evidenciar el progreso o retroceso de los estudiantes con respecto a las actividades realizadas, la siguiente tabla muestra dicha elaboración:

Tabla 2: Tabla de Análisis de los resultados según categorías.

Categoría	Descripción	Indicadores
Argumentación	Será entendida desde la perspectiva de Krummheuer (1995), donde se necesitan 4 elementos para lograr una argumentación: los datos, la conclusión, la justificación y los fundamentos. Los elementos deben estar articulados de tal manera que se logró establecer la validez de la proposición realizada por el estudiante.	Define con sus propias palabras los conceptos abordados. Plantea ejemplos y contraejemplos referentes a conceptos topológicos. Plantea hipótesis sobre diferentes objetos topológicos. Aplica conceptos abordados en clase por medio de la escritura y oralidad.
Evolución de la Comprensión Matemática	Pirie y Kieren plantean la comprensión como un proceso conectivo, de varios estratos, no lineales y recursivos con características fractales. El desarrollo de la comprensión se involucra con la construcción y reorganización de las estructuras de conocimiento de las personas.(Mell.2003)	Conocimientos primitivos. Creación de la imagen. Comprensión de la imagen. Observación de la propiedad.
Pertinencia Literatura Científica	Cuando los científicos hablan de la literatura en su campo, piensan en algo muy diferente a lo que queremos decir cuando hablamos de la literatura en general. La literatura científica de un área de	Muestra interés por la literatura científica. Relaciona la literatura científica con la topología.



	<p>especialidad es el corpus acumulado de los artículos de investigación que han aparecido en las revistas de ese campo y está considerado como el repositorio principal del conocimiento que define el estado de ese campo (Holmes, 1987).</p>	<p>Indaga por las marcas textuales del cuento o relato.</p> <p>Se dejan mediar por lo literario.</p>
<p>Resolución de Situaciones Problema</p>	<p>Es el método por el cual los alumnos resuelven situaciones problema, las cuales entendemos como un contexto en donde el estudiante interactúa constantemente para lograr la comprensión de un objeto matemático (Obando & Múnera, 2003)</p>	<p>Comprende el texto que enuncia la situación problema.</p> <p>Diseña un plan para la resolución de una situación problema.</p> <p>Aplica su propio plan de resolución de la situación problema.</p> <p>Verifica la concordancia entre solución obtenida y el problema planteado.</p>

Referencia: Elaboración propia.



5. Resultados y Análisis

5.1. Introducción

En este apartado del trabajo pretendemos mostrar los resultados que se obtuvieron, los cuales clasificamos en dos apartados, el primero se muestran los resultados que se obtuvieron en la fase deconstructiva al aplicar la prueba diagnóstica, la caracterización docente a la vez que se realizan unos análisis importantes de dichos resultados. En el segundo apartado se muestran los resultados de la segunda fase, la fase deconstructiva, en la cual se aplicaron tres talleres diferentes y sus respectivas evaluaciones a su vez que realizamos el respectivo análisis de los resultados que consideramos son más ilustrativos. Al final de cada análisis elaboramos una tabla en la cual configuramos los principales resultados según las categorías que hemos establecido anteriormente.

5.2. Resultados y análisis de la fase deconstructiva.

Basados en la metodología de la investigación acción educativa, empezamos con la primera etapa de la deconstrucción, para lo cual mostraremos los resultados obtenidos al aplicar los instrumentos que ya han sido explicados y sus respectivos análisis.

5.2.1. Resultados y análisis de la caracterización docente:

El maestro al cual se le aplicó la caracterización docente, reconoce que conoce libros de literatura científica como: “Alicia en el país de las maravillas” y “El diablo de los números”, también menciona que dentro de las matemáticas se hace necesarios abordar los



temas desde otras perspectivas, no obstante, nunca ha utilizado este tipo de texto para la enseñanza de las matemáticas.

Con lo cual se evidencia primero una necesidad de abordar la comprensión matemática desde otros ángulos y si bien los maestros poseen conocimientos acerca de otras estrategias como lo son los textos literarios de matemáticas no son realmente utilizados, no se cree que puedan ser usados en una estrategia para aprender conceptos matemáticos a nivel universitario

5.2.2. Resultados y análisis de la prueba diagnóstica:

Dado que la prueba ya fue explicada anteriormente, pasamos a mostrar algunos resultados de las primeras preguntas:

“Sea una función $f(x, y)$ en \mathbb{R}^n , tal que $f(x, y)$ es continua en un conjunto B donde $B \subset \mathbb{R}^n$, se define $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} f(x, y)$ como existencia de ε tal que $f(x, y) - \varepsilon < \delta$ ”

“Siendo f una función de n variables \exists un $\delta > \varepsilon > 0$ / f es una función en la cual puede estar definida o indefinida en algún punto, los valores cercanos a estos se pueden llamar límites o aproximaciones”

En las primeras dos preguntas se identifican elementos importantes en la definición del límite de una función de varias variables, pues ambos reconocen que la función posee n variables, así como la existencia de ε y δ , sin embargo no se tiene claridad sobre el papel que desempeñan ε y δ en la definición, pues ε y δ no se relacionan por medio de esta



relación: $f(x, y) - \varepsilon < \delta$, de igual forma ocurre en el segundo resultado, si bien se evidencia un muy buen conocimiento conceptual del límite, existe un detalle que nos hace pensar en el aprendizaje memorístico del concepto de límite, al observar que no es necesario hablar de la existencia de ε y δ para explicar la definición de un límite, sin embargo menciona dicha existencia y no son usados en la definición que da de límite.

Otro resultado que se obtuvo no basó su definición en términos de ε y δ ; “Es un acercamiento donde el incremento infinitesimal de una variable independiente nos presenta un resultado que puede ser numérico en términos de otra variable dependiente” (estudiante del curso). Este resultado nos muestra una aproximación a los ejes conceptuales del límite, pero a pesar de ello se encuentra un problema en la identificación del número de las variables de la función, por lo que no se hace la extrapolación del concepto de límite para una función de varias variables.

Si bien los anteriores resultados no son del todo acertados como se dijo, es más preocupante los otros cinco resultados obtenidos, pues ninguno se atrevió a dar una definición del límite pedido, dos personas aceptan que no poseen los elementos necesarios para dar una definición, otros dos reconocen que poseen conocimientos acerca del concepto, pero se les dificulta el proceso de definirlos, finalmente el último estudiante no responde la pregunta.

Ahora, en cuanto a la segunda pregunta se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación:



“una superficie es algo que puedo representar en el espacio”; “representación de una función de 3 o más variables en un espacio de igual cantidad de dimensiones”; “es el espacio o área determinada por dos dimensiones largo y ancho”; “es un espacio limitado por diferentes puntos, en el cual dicho espacio está compuesto por diferentes niveles en el espacio”; “la expresión en dos dimensiones de un objeto”; “una superficie es un subconjunto de \mathbb{R}^n con n mayor que 2 ya que esta ocupa un lugar en el espacio, es tangible tiene forma y cumple con 8 propiedades de los espacios vectoriales” (estudiantes del curso)

En las anteriores respuestas se observa que un concepto recurrente en la definición de superficie es el espacio, lo cual es una respuesta muy acertada, la dificultad de los estudiantes se muestra en el hecho de que las superficies solo existen en el espacio por lo que conceptos como área o la segunda dimensión o bien una dimensión mayor a tres están mal relacionadas con el concepto de superficie, por otra parte también debemos pensar que no todo objeto que se representa en el espacio, pues en el espacio también se representan puntos que no cumplen con la definición de superficie.

Otra perspectiva que se puede ofrecer es una concepción de superficie que se da más desde un aspecto físico que matemático, como se muestra en la respuesta: “una superficie es la parte o sector que recubre o simplemente la capa exterior de un objeto” (estudiante del curso). Que si bien es correcto, no se evidencian aspectos matemáticos importantes que se hayan utilizado para realizar esta definición.

De igual manera que en la pregunta anterior, los últimos dos resultados no definieron de ninguna manera lo que es una superficie.

Otras cosas importantes se evidencian en la tercera pregunta en donde se muestran dos enunciados al respecto de la tangencia de un plano con respecto a una superficie



(Paraboloide hiperbólico-silla de montar), también se les otorga la posibilidad de cambiar algún enunciado y así poder estar totalmente de acuerdo con el enunciado (puede remitirse al anexo4), a la cual ocho personas están de acuerdo con que el plano no es tangente a la superficie, de los cuales uno modifica el enunciado haciendo el énfasis de que “el plano no es tangente a toda la superficie, solo lo es en un punto”. Así, solo una persona está de acuerdo a que el plano es tangente a la superficie.

La cuarta pregunta indaga más por la comprensión textual de literatura científica, ya que después de leer un pequeño fragmento del texto “la caprichosa forma de Globión” se indaga sobre su creencia de los objetos de estudio de la topología.

Algunos resultados importantes fueron:

“considero que los objetos de estudio de la topología son las superficies por medio de funciones de n variables y además de funciones vectoriales”; “espacio, dimensión, punto, niveles, recta, curva”; “medidas, espacios, dimensión, puntos”; “creo que los objetos serian, los puntos, el plano y el espacio”; “las formas y medidas de las superficies”; “las formas y los objetos con respecto al punto de vista matemático, sus transformaciones en las diferentes dimensiones”; “representación en 3 o más dimensiones de dichos objetos con sus variaciones”; “los objetos de estudio de la topología son las superficies su forma, su contorno, la manera en que un objeto se puede desplazar de cierta forma en cualquier dimensión” (estudiantes del curso)

Al ver estas respuestas queda claro que los estudiantes conocen realmente muy poco sobre la topología, ya que las respuestas se basan principalmente en la comprensión del texto presentado y no se evidencian usos de conocimientos previos. Sin embargo, se encuentran algunos conceptos matemáticos que son objeto de estudio de la topología que si bien no abarcan su totalidad, pueden ser de utilidad como conocimientos previos.



Por otro lado, hay una respuesta que no utiliza ningún concepto matemático y se inclina más por pensar que la topología tiene que ver más con temas relacionados con la lectura de textos y no con la matemática, tal respuesta es la siguiente: “creo que es por medio de algunas lecturas que nos generen duda indagar hasta llegar a una respuesta”. Esta respuesta nos parece más preocupante ya que no solo no se comprende el texto, sino que también el conocimiento es nulo sobre la topología.

Finalmente se mostrarán las respuestas obtenidas en el quinto y último punto que se basa en el mismo texto del punto anterior, pero se indaga directamente por conocimientos topológicos, al preguntar si un punto en un espacio de cuatro dimensiones una esfera no puede separar dos puntos, al respecto se muestran a continuación los resultados:

“La verdad no sé, pero me imagino una cuarta dimensión tan extraña que sí, creo que una esfera no puede separar dos puntos sería una manera muy diversa de moverse de un punto a otro es mas no seque pasaría con el tiempo y el espacio en una cuarta dimensión, y si nuestro razonamiento mental, nuestra visión del espacio tridimensional sería capaz de transformarse para semejante espacio”; “si creo, debido a que pensando en una posible representación de \mathbb{R}^4 nosotros podríamos manipular la forma de los objetos de \mathbb{R}^3 , es decir la posibilidad existe a partir de la capacidad de representar razonablemente \mathbb{R}^4 . Y la transformación de las formas. La transformación de objeto, (pienso), que debe depender si el objeto es sólido o hueco”; “es posible pues siguiendo el razonamiento se podría decir que la esfera se puede curvar o atravesar inclusive así mismo uniendo su parte exterior con la interior, esto permitiría unir un punto dentro de ella con otro por fuera; un ejemplo de ello podría ser la botella de Klein la cual se considera esta en \mathbb{R}^4 y permite a un punto externo unirse a un interno” (estudiantes del curso)

En las anteriores respuestas se muestra que estos estudiantes están de acuerdo en que la esfera no puede separar los dos puntos, además relacionan el tiempo con la cuarta dimensión y muestran la necesidad de “transformar” los objetos que se encuentran en la



tercera dimensión cuando se cambia a una cuarta dimensión, también se menciona un objeto topológico conocido, tal como lo es la botella de Klein.

No todos los resultados son positivos, pues otros estudiantes consideran que si separa la esfera al punto, pero el real problema no es ese sino su argumentación, pues considerar la esfera como un objeto multidimensional es un error que debe ser abordado, otro error importante es el de pensar que la cuarta dimensión es igual a la cuarta dimensión y que cumplen las mismas propiedades, esto se evidencia con las respuestas: “creo que si las puede separar ya que la esfera es multidimensional”; “sí, porque como la esfera está rodeando el punto por todas partes no hay un espacio por el cual se puede unir con el otro punto” (estudiantes del curso)

En los cuatro resultados faltantes se encontró que los estudiantes no respondieron las preguntas de manera contundente, solo expresan su poco conocimiento del tema, aun cuando el problema indaga sobre una opinión, los estudiantes son incapaces de argumentar una opinión a favor o en contra, tal como se evidencia en la siguiente respuesta: “no sabría decir con exactitud si se podrán conectar de alguna manera los 2 puntos, ya que no conozco un espacio de 4 dimensiones” (estudiante del curso)

Todos los resultados y análisis que corresponden a la prueba diagnóstica se sintetizan en la siguiente tabla, que además están acompañados de las categorías de análisis:

Tabla 3: Tabla resumen de análisis de la fase deconstructiva.

Categoría	Análisis



Argumentación	<p>-Se observa en algunos resultados que los estudiantes no son capaces de definir los conceptos por los que se les indaga.</p> <p>-Identificamos dificultad para relacionar objetos con la topología, debido al poco conocimiento que poseen los estudiantes.</p> <p>-Otra dificultad que se evidencia es la poca producción de hipótesis de los estudiantes al preguntarse por las opiniones que tienen con respecto a alguna situación problema.</p> <p>-Si bien muchos estudiantes identifican algunos elementos referentes a la topología, también se evidencia su desconocimiento de los temas más centrales.</p>
Evolución de la Comprensión Matemática	<p>-Según los resultados que obtuvimos, podemos decir que la mayoría de estudiantes se encuentran en el primer nivel, ya que difícilmente poseen conocimientos primitivos sobre la topología, lo que no les permite crear una imagen conceptual de objetos topológicos y con ello mucho menos comprenderla e identificar sus propiedades.</p>
Pertinencia de la Literatura científica	<p>-Si bien se mostró un texto de literatura científica sobre topología, los estudiantes no alcanzaron a relacionar los objetos más abstractos de la topología, de igual forma se vio que los estudiantes no hicieron preguntas referentes al texto.</p>
Resolución de Situaciones Problema	<p>-En las respuestas de los estudiantes se observa que en la comprensión de las situaciones problemas no hubo problemas, sin embargo a la hora del diseño de un plan para resolver el problema se encontraron dificultades en todas las situaciones, pues los estudiantes expresaban en sus respuestas dificultades para definir conceptos aun cuando estos han sido abordados en otros cursos.</p> <p>-Un aspecto a resaltar en las respuestas, es la verificación del resultado obtenido, pues los estudiantes en ocasiones olvidan las condiciones que se estipulan en la situación problema, lo que hace que la solución sólo sea parcial.</p>

Fuente: Elaboración propia.

La anterior tabla resume los principales resultados de la fase deconstructiva, a continuación, mostraremos lo ocurrido con la fase reconstructiva.



5.3. Resultados y análisis de la fase reconstructiva.

En esta fase de la metodología, se aplicaron los tres talleres ya mencionados en el diseño metodológico.

5.3.1. Resultados y análisis del taller 1.

Dado que los talleres contenían varias situaciones problemas, mostraremos algunos resultados importantes de cada una de estas situaciones, para luego realizar un análisis de dichos resultados.

En la primera situación problema se indaga en los estudiantes sobre la concepción de dimensión que tienen luego de ver un video¹, algunos resultados importantes fueron:

“Dimensión= La entendemos como una percepción de la realidad en que vivimos, porque dependiendo de eso entendemos el mundo. La otra opinión es que la podemos definir como Limitación, porque puede que no tengamos pleno conocimiento de la dimensión que en realidad habitamos. Tal vez nuestros sentidos limitados no pueden experimentar particularidades y experiencias”; “Dimensión: otro espacio. Es la perspectiva con que cada uno vemos las cosas dependiendo el punto de referencia en que se observe”; “un objeto bidimensional no puede ser tridimensional la dimensión implica altura, ancho, profundidad ocupa un espacio”; “Dimensión: Ésta tiene altura anchura y profundidad dependiendo de la perspectiva en que se mire. Sin embargo, el factor diferenciador entre una dimensión y otra va a ser la profundidad y la cantidad de movimientos, verticales, diagonales, horizontales etc que pueda realizar en el espacio”; “Todo espacio medible y posiblemente con direcciones en donde podemos encontrar hasta lo que hemos descubierto 1, 2,3 dimensiones... Y es allí donde a partir de un dialogo al inicio del taller, podemos hacer la analogía con los Krishnas en donde la tierra está formada por una cuarta dimensión la luz, que se puede ver con el tercer ojo...si la segunda dimensión desconoce la tercera y si tenemos la

¹El video llamado “El Dr. Quantum visita el “planeta plano” en español” y lo que se muestra en él es a un personaje llamado Dr. Quantum visitando un lugar de dos dimensiones llamado “planeta plano” el cual explica algunas propiedades de este mundo y sus habitantes, en cierto momento el Dr. Quantum entabla una conversación con un ser de planeta plano (un círculo) el cual tras una discusión sobre la segunda dimensión se transforma en una esfera y logra observar así al Dr. Quantum, el cual no era visible desde “planeta plano”. Para ver el video completo use este Link: <https://www.youtube.com/watch?v=CR8cO554H4U>



certeza de la tercera. A partir de esta premisa Podemos decir que si la tercera desconoce la cuarta y asiendo la sucesión de la premisa, acaso la cuarta aso existe cierto!!! Y es curioso ya que si entendemos esto no solo la cuarta dimensión existe sino infinidad de dimensiones”. (Estudiantes del curso)

Los resultados nos parecen muy alentadores, ya que se empiezan a identificar el uso de conceptos muy interesantes, una primera observación que se puede hacer es lo referente a la función que desempeñan los sentidos a la hora de identificar una dimensión, que si bien nos permite identificar la tercera dimensión, esto no quiere decir que no hayan más dimensiones que sean imperceptibles a los sentidos. Un segundo aspecto importante es la diferencia entre dimensiones y los objetos pertenecientes a estas, pues los estudiantes dejan claro que existen diferencia entre objetos que pertenecen a una dimensión con respecto a otro objeto que se defina en otra dimensión. Por último, también se identifica una propiedad de las dimensiones en cuanto a que deben poseer una medida que algunos estudiantes representaron mediante movimientos posibles.

Si bien los anteriores resultados muestran un avance significativo en la teorización sobre las dimensiones, otros resultados muestran un avance más lento en donde no se deja tan claro una definición de dimensión, como: “la trascendencia de lo conocido, infinito de posibilidades”; “Es todo espacio medible y con posible dirección, en donde podemos encontrar todo lo que hemos descubierto: dimensión” (estudiantes del curso)

Estos resultados muestran que los estudiantes no poseen aún una comprensión del todo clara del concepto de dimensión, sin embargo, se empieza a evidenciar la identificación de algunos conceptos claves para ello, algunos de estos pueden ser el hecho de la medición y



dirección, así como que las dimensiones trascienden lo conocido y da lugar a una existencia de infinitas dimensiones.

En aras de avanzar en la comprensión del concepto de dimensión se plantea la segunda situación problema, en donde se propone una discusión sobre la base de su concepto de dimensión y argumentar a favor o en contra del tiempo como dimensión, en esta situación problema encontramos los resultados que se evidencian a continuación:

“No considero el tiempo como una cuarta dimensión porque para mí el tiempo no tiene retroceso”; “Sí. Una dimensión como el tiempo es posible debido a que podemos percibirla, no va hacia arriba o abajo no hacia atrás, solo la percibimos hacia adelante (hasta ahora en la ciencia)”; “Si, a través del tiempo podemos viajar con los recuerdos al pasado y con nuestra mente al futuro, la mente es la que nos puede limitar para viajar en el tiempo”; “Para mí el tiempo no es la cuarta dimensión, porque no se puede retroceder en el tiempo (hasta el momento) solo ir hacia adelante y siendo así sería 3 dimensión igual la relación espacio tiempo”; “Si, si se puede viajar en el tiempo hacia atrás como hacia adelante, lo consideraría dimensión, por ser la trascendencia del conocimiento que se tenía sobre otra dimensión” (Estudiantes del curso)

En los resultados de la segunda situación problema se identifica claramente una constante en las respuestas y es el tema de la dirección, el ir hacia adelante o hacia atrás en el tiempo, por lo que podemos decir que los estudiantes ya identifican que una propiedad necesaria para que el tiempo sea una dimensión es el de tener la posibilidad de ir en ambas direcciones, esto se evidencia en la argumentación de los estudiantes independientemente de si su respuesta fue sí o no, ya que se pone en juego el conocimiento que posee cada uno sobre el tiempo y en este caso se intenta comprender sobre la dimensión.

Otro resultado que consideramos importante mencionar es el siguiente:



“Consideramos que la cuarta dimensión existe sin embargo no necesariamente es el tiempo, en donde el argumento fundamental es seguir la secuencia donde la segunda dimensión es izquierda a derecha. La tercera arriba abajo y la cuarta de adelante hacia atrás. Por ende, el tiempo nosotros no lo consideramos la cuarta dimensión”. (Estudiante del curso)

En el anterior resultado se evidencia un claro error en la conceptualización sobre la segunda, tercera y cuarta dimensión, pero es importante resaltar que al igual que los otros resultados se identifica la base para considerar una dimensión en la medida y posibilidad de movimientos en dicha dimensión.

Finalmente, la tercera situación problema contiene dos partes muy importantes, en un primer momento se permite la modificación del concepto de dimensión que tenían escrito los estudiantes, a lo cual solo unos pocos decidieron cambiar el concepto ya establecido, dentro de estos nuevos conceptos de dimensión encontramos: “Comprensión y percepción propia de una realidad que se habita”; “Viajar por diferentes ángulos” (estudiantes del curso)

Si bien estas nuevas definiciones son más concisas que las anteriores, poseen elementos muy importantes, en donde se pone en juego la comprensión y percepción que en realidad tenemos de las dimensiones del mundo en que habitamos. Por otro lado la segunda definición evidencia dos aspectos importantes, el primero es el hecho de viajar, por lo cual se debe entablar una dirección, lo cual ya establece esto como una propiedad necesaria para una dimensión, la segunda es que sea a través de diferentes ángulos, lo cual nos hace pensar que si el viaje se realiza en el mismo ángulo siempre determinará la misma dimensión y es solo cuando se cambia de ángulo que se obtiene otras dimensiones.



El segundo momento se trata de responder la pregunta central del taller ¿En qué dimensión vivimos?, para lo cual las respuestas fueron:

“Considero que vivimos en las tres dimensiones, depende de las perspectivas que lo miremos de arriba hacia abajo y viceversa, es la perspectiva de la cual queremos mirar o crear”; “Vivimos en la tercera dimensión, pero con conocimiento de las otras dos, y de hecho las utilizamos todo el tiempo. Sin embargo, todo depende de la perspectiva de cada persona y de lo que quiere mirar y como lo quiere mirar”; “Estamos en la tercera dimensión” (estudiantes del curso)

Estos resultados nos muestran que nuestros sentidos nos establecen como seres de una tercera dimensión, sin embargo, los estudiantes también establecen que la perspectiva es importante aquí, ya que, si se encuentran otras dimensiones como por ejemplo el tiempo, esto dependerá de si cumple con la definición que establecen de dimensión.

Aún luego de la actividad prevalecen dos resultados que creemos son dignos de ser resaltados:

“Tal vez vivamos en una multidimensión que se escapa aun a nuestro conocimiento, como decía el texto al reconocimiento por tener limitaciones o prejuicios dimensionales”; “Todas, algunas” (estudiantes del curso)

El primero aporta una perspectiva de limitación del ser humano para la identificación de algunas dimensiones, por lo cual sería apresurado dar una respuesta exacta de la dimensión en la que vivimos, otro aspecto a resaltar de esta respuesta es el uso que se le da al texto de literatura científica, pues es en él que basa su definición final de dimensión, por otro lado la última respuesta nos preocupa un poco ya que no se logra identificar con seguridad los



aspectos importantes de la dimensión, además de establecer que dichas dimensiones son finitas al poner un tope de dimensiones cuando se refiere a “todas”.

5.3.2. Resultados y análisis de la evaluación del taller 1.

En la respectiva evaluación del taller, se obtuvieron 12 resultados, de los cuales algunos estudiantes escribieron algunos aspectos importantes que desean resaltar, a continuación, mostramos algunos de estos resultados:

“La definición de dimensión, y el debate entre los tipos de dimensiones que existen”; “El conocimiento de unos textos muy interesantes”; “Es impresionante como el concepto de dimensión llega a generar tanta polémica”; “Nos plantearon una pregunta que a simple vista es algo básico, pero compartiendo ideas nos damos la oportunidad de percibir diferente, muchas veces muy limitamos a lo que conocemos”; “La metodología es muy interesante, poder interactuar, y plantearse preguntas que casi no se hacen”; “A través de texto conocer técnicas y cosas para aportar al conocimiento” (estudiantes del curso)

Dos aspectos que queremos resaltar de estos resultados son; en primer lugar, el uso conceptual que han logrado al expresarse por medio de los conceptos como dimensión. En segundo lugar, el valor que le dan a la metodología utilizada por medio de la literatura científica, lo cual nos hace pensar que es una metodología que puede generar interés en los alumnos.

Al igual que resaltar las cosas positivas del taller, se les pidió a los estudiantes algunas observaciones o sugerencias que le realizarían al taller. A continuación, mostramos algunos de estos resultados:

“Excelente taller que se repita cada semestre con diversos temas”; “Generar más interacciones entre el grupo”; “Que las cosas que se hable por parte del tuto ojalá fuera con autor y ojalá con más conocimiento en diversos temas, que cree uno se pueden ir desarrollando durante el taller” (estudiantes del curso)

Estos resultados no muestran que el uso de la literatura científica nos produce resultados positivos en cuanto a las observaciones que los estudiantes hacen del taller, aun así reconocemos que hay cosas a mejorar por parte del equipo en cuanto a la aplicación de los talleres.

A manera de resumen y con vista a las categorías de análisis del trabajo, los anteriores resultados y análisis se encuentran en la siguiente tabla:

Tabla 4: Tabla resumen de análisis de la aplicación del taller 1.

Categoría	Análisis
Argumentación	<ul style="list-style-type: none"> -Los estudiantes de forma participativa definieron con sus propias palabras y basados en literatura científica el concepto de dimensión. - La discusión del tiempo como cuarta dimensión aportó elementos para plantear una posición a favor con ejemplo o en contra con la formulación de contradicciones. -Los estudiantes plantean diferentes hipótesis sobre la dimensión en que viven por medio de argumentos contruidos en base a la definición de dimensión que cada uno planteó. -Se evidencia apropiación de algunos conceptos referentes al concepto de dimensión cuando en las evaluaciones los estudiantes se expresan por medio de ellos.
Evolución de la Comprensión Matemática	<ul style="list-style-type: none"> -Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos junto con la ayuda de literatura científica para crear una primera imagen del concepto de dimensión y es capaz de distinguir entre los objetos que pertenecen a diferentes dimensiones.



	-En un segundo momento se observa que identifican propiedades del concepto de dimensión y son utilizados para plantear una posición personal ante una pregunta.
Pertinencia de la Literatura científica	-Los resultados de la evaluación del taller no sugieren que la literatura científica es pertinente, pues los estudiantes así lo consideran. -En algunas soluciones planteadas por los estudiantes se evidencia una clara relación entre la literatura científica y topología al utilizar algunos elementos textuales.
Resolución de Situaciones Problema	-Los estudiantes siempre priorizan su concepto de dimensión para responder las preguntas, por lo que se basaban en dicha concepción para la construcción de sus planes para resolver las situaciones problema, una vez que se aplicaba el plan se obtienen las soluciones que hemos mostrado, con lo cual pensamos que las soluciones responden al menos parcialmente a la situación problema planteada, además de que en algunas soluciones se evidencia una mejor respuesta que en otras.

Fuente: Elaboración propia.

Los datos obtenidos en el primer taller de la fase reconstructiva fueron resumidos en la anterior tabla, por lo cual procedemos a mostrar los resultados y el análisis del taller 2.

5.3.3. Resultado y análisis del taller 2.

La primer situación problema consta de tres preguntas que indaga acerca de la sensación, percepción y comprensión del fragmento literario expuesto. Las respuestas registradas fueron las siguientes: “Me sentí como limitado encerrado en el texto”; “Me generó confusión e intriga”; “Mi sensación ante fragmento fue mucha confusión ante lo que es en lo que es” (estudiantes del curso)



Antes de continuar con las respuestas registradas es de suma importancia detenernos en las ya mencionadas, evaluar cada una de ellas y concluir en que coinciden entre ellas.

“Me sentí limitado encerrado en el texto”, se tiene como presupuesto que el fragmento literario tiene un grado de complejidad considerable, que si bien puede afectar la normal comprensión y desarrollo de la actividad, no se puede desmeritar el nivel de comprensión que pueda tener el alumno y en esto nos basamos para clasificar el fragmento literario como adecuado, ahora bien analizando la respuesta de manera superficial podemos decir con gran certeza que el texto no logró gran cosa en el alumno, más que dejarlo en el mismo estado que estaba antes de leerlo, pero cuidado, más que jugar con las intencionalidades del taller se tiene que jugar con ambas, las del taller y las del autor del fragmento. Tal vez esto era lo que esperaba el autor, que sus lectores se sintieran “encerrados en el texto”, es así como nos lo hace entender la siguiente respuesta: “me genero un poco de confusión, pero creo que esa es la intención del autor, crear un mundo de divagación de lo absurdo de un mundo de ideas sobre las ideas es como entrelazar lo mismo” aunque también se sintiera en confusión, lo hizo sobre la base de que esa era la intencionalidad del autor, y logró darle un grado de validez al fragmento literario.

“Me generó confusión e intriga”, esta respuesta se hace muy coincidente con al anterior, con la diferencia que en esta se hace de manera directa que el fragmento literario le generó confusión, pero no solo eso, también menciona que le causó intriga, lo cual es una diferencia notable con respecto a la respuesta anterior ya que en esta, la intriga tiene tintes de sin sabor, deja infinitud de interrogante, tales como ¿qué significa lo que acabe de leer?,



¿existen más textos de este estilo?, y muchas más, pero lo verdaderamente motivante es que quede sembrada la duda y el deseo por conocer más.

“Mi sensación ante fragmento fue mucha confusión ante lo que es en lo que es”, esta respuesta combina la sensación de confusión con una posible pregunta directa hacia el fragmento literario, puesto que el alumno resume su experiencia con el fragmento literario en cortas palabras “lo que es en lo que es”, ahora no solo manifiesta el sentirse confundido, sino que a su vez relaciona lo leído y logra generar lo que sería una posible conclusión.

Es aquí donde las tres respuestas se encuentran, ya que en las tres se maneja el estado de confusión, el estado de constante incertidumbre ante lo que el fragmento puede explicar o no explicar, y donde la diferencia entre respuestas muestra un nivel de comprensión en cada una.

Otra respuesta fue: “Me sorprendió, el fragmento donde dice el agua fluyendo en el agua”. Aquí se da a conocer que el alumno presenta un notable interés por el fragmento literario y logró resaltar un pedazo de este que le llamó la atención.

“La capacidad del autor de elevarnos hasta la lectura de tal manera que uno se enrolla en el problema que él expone”. Esta respuesta da luces de una bella apreciación sobre cómo el autor nos atrapa tanto que llega a “elevarnos hasta la lectura de tal manera que uno se enrolla en el problema que él expone”, se le da un reconocimiento tal al autor sobre su impresionante forma de escribir y de lograr generar tantas sensaciones en pocas palabras.



La identificación de elementos matemáticos en respuestas tales como; “hay muchos términos como horizontal, vertical, cubo, espacio, velocidad, tangible”, nos muestra que los elementos utilizados en el taller lograron modificar en cierto grado la comprensión de los estudiantes debido a que por medio de la topología se llegaron a estos.

En la segunda situación problema se aborda de manera más directa el tema central, el objeto de interés, a fin de identificar de manera concisa objetos que cumplieran con propiedades tales como las que cumple la Banda de Moebius.

Es así como se registraron las siguientes respuestas: “una montaña rusa, tobogán”; “Bandas elásticas a través de tuercas”

Con gran satisfacción se ve que las respuestas presentan asimilación de las propiedades de las propiedades de la Banda de Moebius, no obstante, se debe considerar que el estudiante en algún momento se pudo dejar llevar por la forma de la Banda y simplemente asocia objetos con forma similar, lo cual sería una respuesta no en su totalidad errada, pero si con un grado menor de comprensión matemática.

5.3.4. Resultado y análisis de la evaluación del taller 2.

Algunas respuestas sobre la evaluación del taller 2 fueron: “Nuevos conocimientos e ideas sobre un tema el cual era desconocido, se ve una introducción al tema”; “el conocer un nuevo tema a través de videos y lecturas”. Las anteriores respuestas dan ánimos esperanzadores, sobre los resultados que se esperaban obtener, en el sentido de qué se logra

dar unas breves bases sobre un tema que puede ser temido por su grado de rigurosidad ante otros.

“Fue creativo en la manera de explicar el tema a conocer. Hubo mucha disposición para responder preguntas.”. Resaltando la anterior respuesta podemos concluir que aunque estos resultados no muestran en su totalidad que el uso de la literatura científica nos produce resultados significativos en cuanto a las observaciones que los estudiantes hacen del taller, aun así las respuestas han revelado que la aceptación a dichos talleres no es negativa, y que en los estudiantes queda el interés por presenciar clases en sus propias carreras que funcionen bajo la misma metodología del taller presentado, claro está, reconocemos que hay cosas a mejorar por parte del equipo en cuanto a la aplicación de los talleres.

Para facilidad del lector y a manera de síntesis, se presenta en la siguiente tabla, los principales resultados y análisis al aplicar el taller 2:

Tabla 5: Síntesis de los resultados y análisis del taller 2

Categoría	Análisis
Argumentación	<ul style="list-style-type: none"> -Los estudiantes de forma participativa definieron con sus propias palabras y basados en literatura científica el objeto científico Banda de Moebius. - La discusión sobre la cuarta dimensión, los llevó a describir la forma de posibles objetos en la cuarta dimensión. -Los estudiantes plantean diferentes hipótesis sobre las propiedades de la Banda de Moebius, hasta llegar a coincidir entre sus respuestas.



	-Se evidencia apropiación de algunos conceptos referentes a la Topología cuando en las respuestas los estudiantes ubican objetos con propiedades similares a la Banda de Moebius.
Evolución de la Comprensión Matemática	-Los estudiantes utilizan sus conocimientos previos como la orientabilidad junto con la ayuda de literatura científica para asimilar el objeto Banda de Moebius. -La practicidad del taller logra en los estudiantes identificar propiedades de objetos topológicos.
Pertinencia de la Literatura científica	-Los resultados de la evaluación del taller nos sugieren que la literatura científica es pertinente, pues los estudiantes así lo consideran. -En algunas soluciones planteadas por los estudiantes se evidencia una clara relación entre la literatura científica y topología al utilizar algunos elementos textuales.
Resolución de Situaciones Problema	-Los estudiantes comprenden las intencionalidades del texto que enuncia la situación problema. -Si bien se nota la elaboración de un plan para la solución de la situación problema, en el momento de desarrollarlo no es tan efectivo como se tenía presupuesto

Fuente: Elaboración propia.

Puesto que los resultados del taller 2 fueron sintetizados en la anterior tabla, se quiere ahora mostrar los resultados y el análisis del taller 3.

5.3.5. Resultado y análisis del taller 3.

En el taller número 3 se tiene varias preguntas, en las cuales en un primer momento se les pide que basados en un texto describen desde sus palabras el reino de Planilandia y realicen un respectivo dibujo que dé cuenta de su descripción, por lo que procedemos a mostrar los resultados más relevantes:



“Me imagino un mundo donde solo hay una perspectiva para cada “sujeto”, digamos un mundo comprimido donde se limita los movimientos de sus habitantes”

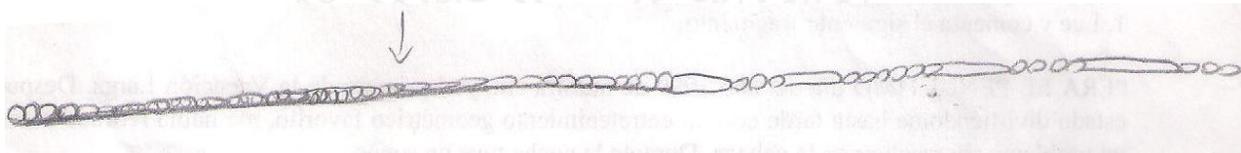


Ilustración 4: Alumno 1 del curso.

“Una ciudad conformada por habitantes con cualidades de líneas, los cuales se encuentran siempre juntos unidireccionalmente”



Ilustración 5: Alumno 2 del curso.

“El reino de linealandia lo imagino como el reino donde todas las rectas y puntos se conocen y pueden cambiar de posición cuando deseen y se distinguen entre sí, donde no existe rey y todos forman la línea recta así cambien de posición”

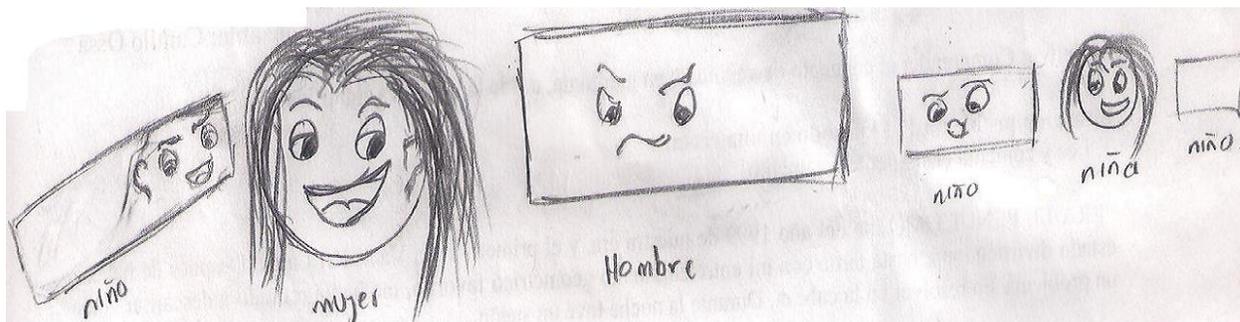


Ilustración 6: Alumno 3 del curso.

“Como un conjunto de personas ubicadas una continua a la otra y mirando siempre lo que hay por delante de ellos”

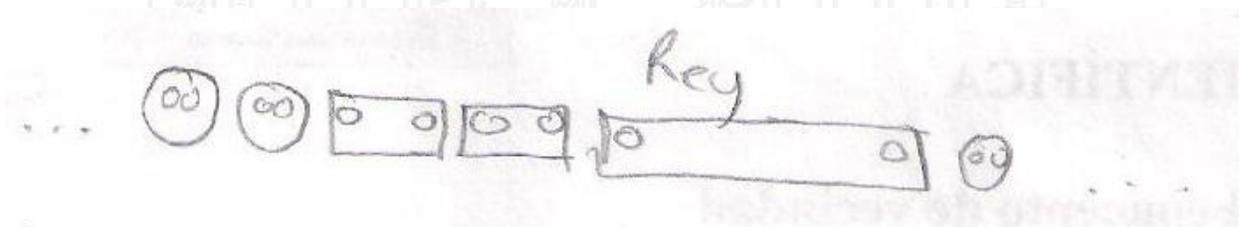


Ilustración 7: Alumno 4 del curso

En los dibujos se muestra que existe coherencia entre lo que representan verbalmente con lo que representan en imágenes, aunque debemos resaltar algunas dificultades conceptuales que poseen los estudiantes sobre lo que son las rectas, las líneas y los segmentos, ya que en ocasiones en sus comentarios hablan de rectas o de líneas, y lo que realmente son segmentos, que siendo rigurosos totalmente también podríamos comentar que ni siquiera en la gráfica se representan como segmentos sino como rectángulos y los puntos son representados como circunferencias, sin embargo se debe tener en cuenta que la posible intención de los estudiantes es del orden estético más que del orden conceptual.



En esta misma sección se encuentra una pregunta que indaga sobre la comprensión del texto en cuanto a la definición de vecindad, así, obtuvimos algunos resultados, los cuales mostraremos a continuación:

“Tomando un punto de referencia, existen vecinos (puntos continuos) a ambos lados de éste”. Este resultado muestra una primera aproximación al concepto de vecindad al mencionar que existe un punto de referencia, un punto central. Otro aspecto importante es mencionar que existen puntos por ambos lados del punto de referencia, sin embargo, no todos los resultados poseen esta característica, para ejemplificar esto mostramos otros resultados:

“Según lo planteado en el texto vecindad es la relación que hay entre los habitantes de un determinado mundo, para este caso los habitantes de linealandia”; “El conjunto de puntos y rectas que están inmediatamente siguientes a otro conjunto de puntos y rectas inmediatamente anterior a otros”; “Una vecindad es la unión entre líneas, uno pensaría que la misma linealandia es una vecindad. Una vecindad es una sucesión (duda) infinita de “vecinos” los cuales presentan características de puntos y rectas” (estudiantes del curso)

Si bien los resultados anteriores se muestran un poco confusos se hace común el uso del concepto de puntos y rectas lo que enmarca el concepto de vecindad en un concepto que se define en la recta y que se hace necesario el uso de puntos para definirlo, lo cual consideramos es positivo. Identificamos principalmente como dificultad para definir el concepto de vecindad en definir la relación que existe entre los puntos que se sitúan sobre la recta, no se especifica qué propiedades deben tener estos puntos “vecinos”.

Luego de esto se presenta la situación problema número 2 del taller en el cual se indaga sobre la opinión que tienen los alumnos alrededor del nacimiento de dos niñas por cada muchacho en linealandia, para los cual se encontraron los siguientes resultados:



“Porque cada “segmento” debe estar limitado por dos puntos”; “Lo pienso por el lado geométrico (euclidiano). Por dos puntos siempre pasa una recta, pero me surge una inquietud anteriormente nos definen que hay niños pero no niñas, entonces uno infiere que los niños y las niñas son los tramos de rectas, es posible entonces concebir la idea de que una recta “niña” sea un punto con el tiempo”; “Tal vez porque al momento de enamorarse cada hombre y mujer emiten tonos diferentes y si existe una atracción entre ellos van a tender a enamorarse, por tanto creo que es por ello que deben haber 2 mujeres por cada hombre, para que así haya más variedad de tonos y puedan enamorarse y reproducirse” (estudiantes del curso)

Y un resultado final decía: “imagino que sucede con relación a las ondas, pues gráficamente algo así:

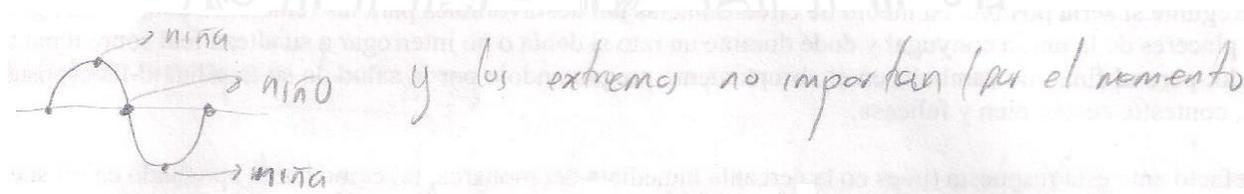


Ilustración 8: Alumno 4 del curso.

Ahora bien, como producen pulsiones, sería relativamente fácil saber a cuál pulsión quiero pertenecer, y con esta gráfica podría decir que la distancia no importará y luego pues, siguiendo esta línea de pensamiento, cada familia tendrá dos hijas y un hijo y al acomodarse luego del brutal movimiento quedarán de nuevo en línea recta”

En estas respuestas se encontraron resultados muy diversos, ya que cada estudiante recurre a diferentes temas para explicar la afirmación que realizó el texto, algunos estudiantes comentan basados en la geometría y se empieza a ver el uso del concepto de segmento que consideramos muy importante. Los otros resultados escogen enfoques diferentes más basados en la física, específicamente en sonido, los cuales no consideramos



resultados tan positivos, ya que no se encontró por parte de los estudiantes una relación más explícita del texto con la matemática.

Dentro de la misma situación problema se plantea otra pregunta donde se enuncia el teorema de densidad (entre dos números reales existe un número racional) y se pregunta por su relación con el texto, a lo cual los estudiantes respondieron:

“Sí, pues podríamos otorgar a cada mujer un valor numérico (real) y encontraremos una relación existente entre una mujer que se encuentra entre otras dos”; “La verdad es que tienen gran similitud, ya que es muy parecido la forma en que entre 2 números reales hay un irracional y así mismo sucede en linealidad por cada 1 hombre a 2 mujeres”; “Para el plano es irracional que un hombre tenga dos mujeres y por ello el hombre está entre dos mujeres y no en otro orden (pues entre dos enteros hay un racional)” (estudiantes del curso)

En los anteriores resultados se muestran cosas muy positivas como la relación del teorema con el texto y pensamos que captaron la idea de representar con números reales a las mujeres y con el número racional al hombre, además se encontró que un estudiante enuncia otro teorema el cual menciona que entre dos números reales existe un irracional, a pesar de estos resultados positivos, se encontró un resultado que consideramos que posee dificultades en responder la pregunta, el cual fue: “Si, la idea no la tengo clara, pero lo veo por el lado de la representación aunque la verdad se me complica definirlo”.

El taller finaliza con una tercera situación problema, en donde se les pide a los estudiantes una interpretación matemática de la frase “los tres alejados amantes se hallan de pronto en armonía exacta” en donde los estudiantes escribieron lo siguiente:

“Yo sigo viendo por la parte geométrica; para mí la armonía se da cuando por dos puntos pasa una recta”; “No sé, pero supongo que se toman como puntos coordenado, es decir que el 1=(4,4) por ejemplo. Ahora pues, se pueden encontrar muchos puntos iguales, lejanos de ser la tripleta exacta



que representa a los enteros exactos que tienen en medio el racional”; “Que dos puntos (mujeres) limitan al hombre (segmento)” (estudiantes del curso)

Estos primeros 3 resultados usan bases geométricas en sus respuestas y a su vez dos respuestas se parecen al mencionar el concepto de punto, segmento y recta, ya que si por dos puntos pasa una recta, estos puntos también determinan un segmento en dicha recta, el otro resultado habla de las muchas representaciones que puede tener un número como clases de equivalencia y al representar entonces un punto en el espacio como tripleta por lo que considera difícil encontrar una tripleta exacta, la cual solo se logra cuando un racional está entre dos enteros, por lo cual se tiene entendido que entre dos reales siempre hay un racional, también se encontró una respuesta que consideramos inexacta, pues solo considera un factor que debe haber, sin embargo no lo especifica, dicho resultado es: “Creo que para que haya una armonía exacta entre las tres alejados amantes es necesario que haya un factor común para que se unan”

En esta última parte del taller, también se indaga sobre los aspectos que sorprenden al estudiante luego de leer el texto y que a su vez expliquen eso que los sorprende, los resultados obtenidos se muestran a continuación:

“Me sorprende que cada que uno va construyendo una idea, puede ser destruida mientras se sigue leyendo, hace que nos replanteemos”; “La cantidad de conceptos que aún desconocemos”; “Lo interesante que puede resultar la matemática en la literatura y la cantidad de abstracción que se necesita para lograr imaginar lo que sucede allí”; “Hace que piense que no sé un carajo y que me hace mucha falta estudiar más”; “Me llamó la atención que se pueda cambiar una de las mujeres para poder encontrar la armonía entre los seres, pues pareciera que esto modificara el tamaño del hombre o ¿acaso la armonía se logra cuando alcanzan un tamaño determinado los hombres?”; “Me llamó la atención la parte en que se menciona que el cortejador solo tal vez pueda armonizar con una esposa y de cómo el noviazgo lleva a cabo su debido proceso. Me llamó la atención porque tal vez así mismo funciona el noviazgo, ya que este lleva un debido proceso, partiendo desde el punto en el que se están conociendo”; “Me parece raro que sean pulsiones las que generan el matrimonio,



me imagino que 101, 51 son frecuencias de tonos musicales y generan una relación 2 a 1 que a su vez tienen una estrecha relación con el 3 pues 9 es la relación de sumar cada dígito de la frecuencia de las notas musicales y 9 es divisible por 3 (parece curioso que sea en el día cuarto, pues han pasado los primeros 3 días de la semana y faltarán 3 para terminarla)” (estudiantes del curso)

Las respuestas poseen elementos que consideramos son muy importantes, el primero es que los estudiantes reconocen que la literatura les permite construir conceptos y replantear los que ya poseen, también les permite plantear preguntas alrededor de los temas abordados con la literatura científica y que se puede abordar otros temas a la vez que se aprende matemáticas, ya que se mencionan temas relacionados con la música y las ondas, pasando por temas más cotidianos como el noviazgo, pensamos que todos estos resultados son positivos.

5.3.6. Resultado y análisis de la evaluación del taller 3.

Con este apartado se busca que los estudiantes resalten aspectos de la experiencia de abordar situaciones problema topológicas por medio de la literatura científica, mostraremos los 4 resultados obtenidos en este tercer taller a continuación:

“Es importante plantearse preguntas del texto leído, además es importante el uso de la literatura para comprender conceptos, en este caso matemáticos”; “Se presta para pensar, pienso que es un ejercicio que requiere de tiempo para lograr resolverlo”; “Realmente todo es muy interesante ya que aborda demasiados temas y hace que nos cuestionemos y reflexionemos frente a ellos”; “que a la final no entendí que es una vecindad” (estudiantes del curso)

Basándonos en los anteriores aspectos resaltados por los estudiantes, pensamos que la mayoría de ellos considera que las situaciones problemas abordadas desde la literatura científica permite generar reflexiones y preguntas acerca de conceptos matemáticos, sin



embargo, hay un resultado que podemos considerar negativo, donde el estudiante comenta que no comprendió el concepto abordado, lo cual nos lleva a reflexionar que la situación topológica debe ser mejorada con perspectivas al futuro.

Por último, los estudiantes escribieron observaciones o sugerencias sobre las actividades realizadas y se obtuvieron los siguientes resultados:

“En el párrafo 5 de la tercera hoja no me cuadra eso del ojo humano creo que no es ejemplo apropiado que una recta pueda decirlo a un plano (mientras que ninguna puede percatarse del humano siquiera)”; “No hay ninguna sugerencia al respecto ya que los temas abordados están muy completos y permiten la resolución del taller”; “Contextualizar más al lector sobre lo sucedido en la historia, aclarar que la persona es del plano (un cuadrado) serviría para entender mejor el comienzo”; “En ocasiones la trama del cuento nos desvían del concepto que buscamos conocer a través de éste” (estudiantes del curso)

Pensamos que las sugerencias y observaciones se centran en clarificar temas alrededor del texto, cosa que se pueden hacer si se le dedica más tiempo a la actividad y se extiende el tiempo para dejar claro el texto para que los estudiantes puedan abordar las situaciones topológicas con más elementos y poder centrar su atención en las cuestiones matemáticas.

De igual manera que con los anteriores talleres, presentamos una tabla resumen de los principales resultados y análisis que se obtuvieron en la aplicación del taller 3, haciendo un énfasis especial en las categorías de análisis del trabajo:

Tabla 6: Resumen de resultados y análisis del taller 3

Categoría	Análisis
-----------	----------



Argumentación	<p>Los estudiantes definen con sus palabras conceptos como vecindad y linealidad.</p> <p>Plantean ejemplos para mostrar su representación de algunos los conceptos abordados.</p> <p>Realizan hipótesis en las respuestas que dan, tales como creo que..., me parece que..., me imagino que..., tal vez ...</p>
Evolución de la Comprensión Matemática	<p>-Se evidencia el uso de conocimientos previos, especialmente de la geometría euclidiana.</p> <p>-Crean una primera imagen de lo que significa el concepto de vecindad por medio de literatura científica.</p> <p>-Distinguen algunas propiedades que posee el concepto de vecindad, tal como lo es un punto de referencia y los puntos que deben estar alrededor del centro.</p>
Pertinencia de la Literatura científica	<p>En los comentarios acerca de la estrategia de la literatura se observan comentarios positivos respecto a lo que la literatura científica puede aportarles en su educación ya que permite reflexionar sobre conceptos matemáticos.</p> <p>Consideran interesante la relación existente entre literatura y matemáticas como estrategia para la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>-Se encuentran algunas dificultades con fragmentos de libros extensos ya que se necesita de más tiempo en la aplicación de la estrategia para contextualizar sobre algunos personajes, lugares o tiempo.</p>
Resolución de Situaciones Problema	<p>-Los estudiantes realizan preguntas que les permite comprender más a profundidad el texto.</p> <p>-Se basan en conocimientos previos para realizar un plan de resolución de problemas, además de que aplican dichos conceptos en su resolución.</p> <p>-Se muestra una concordancia de la solución con el problema y el problema como tal, puesto que los estudiantes escogieron herramientas dadas por la pregunta misma para responder las preguntas con lo que se muestra que los estudiantes tienen en cuenta las preguntas para su respectiva resolución.</p>

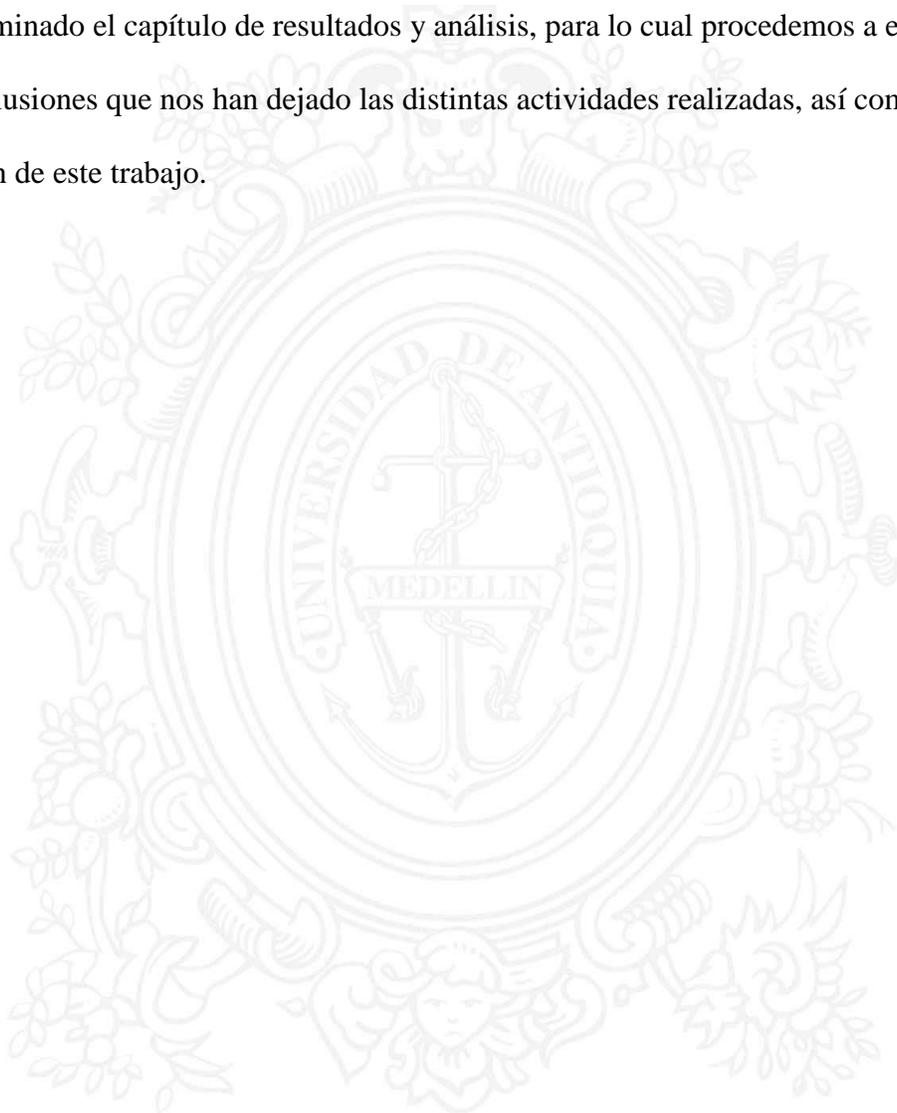
Fuente: Elaboración propia.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Con la anterior tabla que resume los resultados obtenidos en la aplicación del taller 3, se da por terminado el capítulo de resultados y análisis, para lo cual procedemos a establecer unas conclusiones que nos han dejado las distintas actividades realizadas, así como la realización de este trabajo.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



5. Conclusiones

La literatura permite configurar una relación con la ciencia que los maestros de matemáticas podemos aprovechar para la enseñanza de todo tipo de conceptos desde los más básicos como los números hasta los más complejos como conceptos de topología, pero no solo se trata de encontrar literatura que contenga conceptos matemáticos, debe haber un objetivo pedagógico y poder integrar estrategias didácticas con la literatura científica para la enseñanza de las matemáticas, si bien en el actual trabajo se han encontrado algunas dificultades, pensamos que esta investigación aporta una nueva mirada a la enseñanza de las matemáticas abriendo así una puerta a todos los nuevos maestros que pretendan encontrar una relación estrecha entre la literatura y la ciencia para la enseñanza de diversos conceptos.

El anterior trabajo también nos da la oportunidad de tener otra mirada de las matemáticas, una mirada más interdisciplinaria con relación a la literatura, que permita tener más posibilidades de enseñanza para el maestro y más posibilidades de aprendizaje para los estudiantes.

Los mecanismos en los que se implementó la literatura científica como medio para el abordaje de conceptos relacionados con la topología, tales como los talleres (anexo 5-6-7) fueron un gran acierto, esto debido a que gran parte de las intencionalidades al momento de la implementación de estos talleres, se lograron llevar a cabo, se logró una gran receptividad hacia la implementación de la literatura científica y las preguntas derivadas de ella. Esto se evidencia al momento del desarrollo de cada taller con los estudiantes, ya que su



participación y sus respuestas hacia los interrogantes encontrados, evidenciaron como dos áreas del saber se pueden articular de forma tal que uno se apoya en la otra sin perder la rigurosidad de ninguna de las dos. A medida que se iban desarrollando los talleres se fueron despertando inconformidades con aportes tales como “si me hubieran enseñado la matemática así en el colegio tal vez, hubiese entendido más o tal vez no hubiera visto tan separadas estas áreas”. Esto deja muy en claro no solo la falta de interdisciplinariedad que pueden tener los docente hoy en día al momento de develar su saber específico, sino también esa curiosa rivalidad que se puede presentar entre pares docentes, ningún saber puede desmeritar la labor de otro saber, en el ejemplo concreto las matemáticas y la Lengua castellana. Mostrarles a los estudiantes y llevarlos a vivenciar como estas áreas del saber se pueden complementar, de tal manera que el uso de la literatura no se ve de manera instrumental sino que se evidencia como esta se convierte en un medio que posibilita la inmersión o introducción a conceptos matemáticos.

Las respuestas e interrogantes presentados por parte de los estudiantes en el desarrollo de los talleres, y la evaluación de cada uno de estos (anexos 5, 6 y 7), dieron cuenta de que la estrategia didáctica implementada permitió aumentar la comprensión matemática de los diferentes conceptos topológicos. Ya que en los talleres los estudiantes empleaban el conocimiento primitivo a saberes previos y los vinculaban con la literatura científica para crear una imagen del tema tratado, y así de esta manera ir comprendiendo los conceptos abordados. Además de esto se vieron casos donde los estudiantes comprendieron las propiedades que rigen los diferentes conceptos, por lo cual se puede concluir que la finalidad de la estrategia didáctica se cumplió, y de muy buena manera, puesto que no solo



se abordaron diversos conceptos topológicos por medio de la literatura científica, sino que también se vio un gran aumento en la comprensión de estos por parte de los estudiantes.

Los autores recomendamos a quienes deseen emplear esta estrategia didáctica, tener en cuenta consideraciones como:

- Reflexionar sobre el papel que juegan espacios como la topología en la formación de maestros.
- La literatura científica motiva a los estudiantes a desarrollar la imaginación en su área de formación. Por lo tanto, es importante desarrollar hábitos de lectura dentro y fuera del aula de clases. Pero, en este caso, nos referimos a lectura de textos literarios que posibiliten la afectación del ser humano frente a la ciencia.

En el trabajo se resolvió la pregunta “¿Cómo aumentar la comprensión de la topología mediante la implementación de situaciones topológicas apoyadas en la literatura científica?”. No obstante, quedan otros interrogantes por resolver en futuras investigaciones, tales como:

¿Por qué la topología no es una asignatura permanente en la formación de maestros de matemáticas? ¿es posible utilizar la literatura científica para la elaboración de otros conceptos matemáticos o físicos distintos de la topología? ¿Cómo diseñar una estrategia didáctica sobre la enseñanza de la topología, con maestros en ejercicio?

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

7. Referencias Bibliográficas.

- Badilla, L. (2006). Fundamentos del paradigma cualitativo en la investigación educativa. *Revista de ciencias del ejercicio y la salud*, 4(1), 42-51.
- Bastan, M., Cuenya, H., y Fioritti, G. (S.F). *La Transposición Didáctica de la Topología en la Formación de Profesores de Matemática. Incidencia de los modelos epistemológicos y docentes* (tesis de maestría). Universidad Nacional de Río Cuarto, argentina.
- Bausela, E. (2004). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de educación*, 1-8.
- Blythe, T. (1999). *La enseñanza para la comprensión: guía para docentes*. Buenos Aires-Barcelona-México: Paidós.
- Braicovich, T., y Cognigni, R. (2011). Coloreando la geografía desde el plano al toroide. *Números*, 76, 135-148.
- Brousseau, G. (1999). Educación y Didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 1-39.
- Caro, N, de J. (2013). *Diálogos de la literatura con la enseñanza de las ciencias en la educación media y superior: construcción de una estrategia didáctica basada en una experiencia estética con textos literarios* (proyecto de investigación candidatura a doctor en la línea educación superior). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Chevallar, Y. (1997). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*.
- Recuperado de



http://eva.universidad.edu.uy/pluginfile.php/460373/mod_resource/content/0/La%20trasmposicion%20didactica-chevallard.pdf

Cisco. (2015). *Cómo Comprender los Cambios de Topología de Protocolo de Spanning Tree*. Recuperado por última vez el 4 de mayo de 2016 de:

http://www.cisco.com/cisco/web/support/LA/102/1024/1024739_17.html

Crespo, C. (2005.). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Revista de la sociedad Argentina de educación matemática*,(7), 23-29. Recuperado por última vez el 2 de mayo de 2016 en <http://www.soarem.org.ar/Documentos/24%20Crespo.pdf>

Comité Autoevaluación del Programa. (2013). *Informe Autoevaluación 2006-2013 de la Licenciatura en Matemáticas y Física. Con fines de acreditación*. Universidad de Antioquia, Departamento de la enseñanza de las ciencias y las artes, Medellín.

D'Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Asovermat*, 17(1), 87-106.

Díaz, F., y Hernández, G. (1998). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 3(5), 179-182.

Egger, A. E., y Carpi, A. (2009). El Uso de la Literatura Científica. *Visionlearning*, 2(7).

Elliot, J. (1993). *La investigación acción en educación*. Madrid, España: Morata.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Espindola, A., Gutierrez, M., Castellanos, S., Yordi, I., y Miranda, M. (2012). Estrategia didáctica para la dinámica del proceso docente educativo de la matemática en la especialidad bioestadística. *Humanidades Médicas*, 12(2), 347-359.

Facultad de educación Universidad de Antioquia. (2011). *Dependencias facultad de educación*. Recuperado de <http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/SedesDependencias/Educacion> el 19 de mayo de 2015.

Facultad de Educación Universidad de Antioquia. (2012). *Acuerdo 284.1-18*. Recuperado de <http://portal.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio/institucional/unidades-academicas/facultades/educacion/acuerdo284> el 19 de junio de 2015.

Facultad de Educación Universidad de Antioquia. (2014). *Programa del curso Integración Didáctica IV: Didáctica de las Matemáticas*. Tomado de la licenciatura en matemáticas y física.

Gallego A. (2011). *Cortázar, la sospecha de una realidad que se extiende* (tesis de maestría). Bogotá, Colombia.

Godino, J. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de didáctica de las matemáticas, universidad de granada, España, 1-57.

Godino, J. (2000). La consolidación de la Educación Matemática como disciplina científica. *Números*, 43, 347-352. Recuperado el 22 de Mayo de 2015, de



http://www.researchgate.net/profile/Juan_Godino/publication/47722680_La_consolidacion_de_la_educacion_matematica_como_disciplina_cientifica/links/00b7d51c1ce3216c40000000.pdf

Godino, J. (s.f.). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*.

Curso de doctorado, Teoría de la Educación Matemática, Diapositivas.

Guardián, A. (2007) *El paradigma cualitativo en la investigación Socio-Educativa*. San José, Costa Rica: Print, Center.

Henao, R. (2015). Elementos para una Didáctica de la Matemática. 1-14

IBM Knowledge Center. (S.F.). *Modulo 1. Lección 1.1: Comprender la topología y obtener los archivos de la guía de aprendizaje*. Recuperado el 20 de 03 de 2015, de http://www-01.ibm.com/support/knowledgecenter/SSTVLU_8.6.0/com.ibm.websphere.extremescale.doc/txssecwastutprep1.html?lang=es

Illanes, A. (1999). *La caprichosa forma de Globión*. México: Fondo de la Cultura Económica.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2015). *Competencias en matemáticas*. Recuperado el 2 de 6 de 2015, de <http://www.icfes.gov.co/ciudadano/glosario?pi%20d=55&sid=64:Competencias>

Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Madrid, España: Alianza Editorial, S.A.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Licenciatura en Matemáticas y Física. (2010). *Documento maestro del programa.*

Universidad de Antioquia.

Macho, M. (2002). ¿Qué es la topología? *Sigma* (20), 63-78.

Mell, D. E. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la teoría APOE. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 6(3), 221-271.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Santafé de Bogotá: Delfín Ltda.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2008). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Recuperados de http://www.mineducacion.gov.co/1759/articulos-116042_archivo_pdf2.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Lineamientos de calidad para las licenciaturas en educación.* Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-340962_recurso_1.pdf

Monereo, C., Castelló, M., Clariano, M., Palma, M., y Perez M. I. (1998). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje.* España: GRAÓ.

Moreno Torres, M. (2012). *Fundamentación de una estrategia didáctica basada en la teoría de la abducción, la hermenéutica y el diálogo de saberes para la formación de*



profesores investigadores en la educación básica, media y superior (Tesis para optar al título de Doctora en Educación). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Munera, J. (2011). Una estrategia didáctica para las matemáticas escolares desde el enfoque de situaciones problema. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), 179-194

Nisbet, J. y Shucksmith, J. (1987). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Santillana.

Obando, Gilberto y Muñera, J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*, 15(35), 183-200.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas

República de Colombia. (1991). *Constitución política de Colombia*. Recuperado de <http://www.constitucioncolombia.com/>

Restrepo Gómez, Bernardo. (2004). Una variante pedagógica de la Investigación acción-educativa. *Revista Iberoamericana de educación*. 1-8. Recuperado de http://rieoei.org/inv_edu12.htm

Solar, H., Azcárate, C., y Deulofeu, J. (2012). Competencia de Argumentación en la interpretación de gráficas funcionales. *Enseñanza de las ciencias*, 30 (3), pp. 133-154.

Tinianov, Y. (1973). De la evolución literaria. *Formalismo y vanguardia*, 1.

Universidad de Antioquia. (2015). *Udea*. Recuperado el 2 de 6 de 2015, de <http://portal.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio>



Facultad de Educación

Universidad Tecnológica del Chocó Diego Luis Córdoba. (2015). *Pensum*. Recuperado el

19 de 6 de 2015, de <http://portal.utch.edu.co/es/>

Vicerrectoría de Docencia. (s.f.). Resultados en las pruebas saber pro por competencias genéricas (años 2012 y 2013) y competencias específicas (semestre 2013-2), de la Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

Vidal, E., y De la Torre F. E. (1984). Enseñanza de la topología y geometría en los niveles elementales. *Enseñanza de las ciencias*, 2(2) 111-115.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 9: Anexo 1; Caracterización de los estudiantes



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS ESTUDIANTES

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Objetivo: Recopilar información que posibilite caracterizar los estudiantes que hacen parte de la práctica pedagógica de la Licenciatura en matemáticas y física de la Universidad de Antioquia.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

Sexo: _____ Nivel: _____ Edad: _____ Estrato socio-económico: _____

1. Actividad económica a la que se dedica: _____

2. ¿Cuándo termine la carrera pretende seguir sus estudios? Si: _____ No: _____
Explique qué estudio(s) le gustaría continuar _____

3. ¿Cuáles son los cursos de su mayor agrado? Justifique: _____

4. ¿Cuáles son los cursos de su menor agrado? Justifique: _____

5. Las posibles causas de dificultades con las matemáticas son:

- | | |
|--|--|
| Desinterés personal por la materia _____ | La complejidad de las temáticas _____ |
| La metodología del profesor _____ | La poca preparación académica <input checked="" type="checkbox"/> |
| Los recursos utilizados _____ | Poco tiempo para profundizar _____ |
| Poca claridad en las exposiciones _____ | Poca capacidad del profesor para generar interés <input checked="" type="checkbox"/> |
- Otras: _____

6. ¿Qué percepción tienes acerca de las matemáticas? _____

7. En la enseñanza de las matemáticas, que materiales y recursos utiliza el profesor: _____

8. ¿Qué sabes de topología? _____

9. ¿Te gustaría saber más sobre topología? Si: _____ No: _____



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Ilustración 10: Anexo 2; Caracterización docente



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS DOCENTES

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Buenos días. Nuestro objetivo es recopilar información que posibilite caracterizar a los docentes de matemáticas de las instituciones cooperadoras de la práctica pedagógica de la Licenciatura de matemáticas y física de la Universidad de Antioquia. La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Sexo m f Años de experiencia como docente: _____
2. Título obtenido: Normalista Licenciado Tecnólogo Profesional no docente
Especialista Maestría Doctorado
3. ¿Pertenece a algún grupo académico o de investigación? Si No Cuál _____

4. ¿Lidera algún proyecto en la universidad de Antioquia? Si No Cuál _____

5. ¿Su plan de clases esta focalizado en lo establecido en el plan de área y el modelo pedagógico institucional? Si ___ No ___ Justifique: _____

6. ¿Aproximadamente qué porcentaje de estudiantes pierden su curso en cada semestre académico?
Entre el 5% y 15% ___ Entre el 16% y 25% ___ Entre el 26% y 35% ___
Entre el 36% y 45% ___ Entre el 46% y 55% ___ 60 % o mas ___
7. ¿Conoce libros de literatura que puedan ser utilizados en la clase de matemática? Si ___ No ___
¿Cuáles? _____

8. ¿Ha utilizado como mediación algún tipo de literatura en la clase de matemáticas? Sí: ___ No: ___
9. Cree usted que los recursos físicos (como laboratorios y aulas-taller de matemáticas) de la licenciatura en matemáticas y física son suficientes para lograr buenos resultados en la clase de matemáticas. Si: ___ No: ___ Justifique: _____

10. ¿Qué cree que hace falta para que haya un mejor aprendizaje de la matemática? _____

11. ¿Cree usted que es necesario abordar los temas de clase desde otras perspectivas? Si: ___ No: ___
Explique: _____

12. ¿Por qué cree usted que no se aborda la topología como objeto de estudio en la licenciatura en matemáticas y física? _____



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Ilustración 11: Anexo 3; Caracterización del contexto.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CARACTERIZACIÓN DE LOS RECURSOS Y MATERIALES

Institución Educativa: _____ -Fecha: _____

Objetivo: Recopilar información que posibilite realizar una caracterización general de los recursos con que cuenta la institución para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La información que usted nos proporcionará será de gran ayuda, por lo tanto le solicitamos sea claro y sincero en sus respuestas.

1. Marque con una x si existen cada uno de los siguientes elementos o dependencias dentro de la institución.

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Aula de audios visuales | <input type="checkbox"/> Video beam |
| <input type="checkbox"/> Televisor | <input type="checkbox"/> Materiales didácticos para matemáticas |
| <input type="checkbox"/> DVD | <input type="checkbox"/> Libros actualizados de matemáticas |
| <input type="checkbox"/> Aula taller de matemáticas | <input type="checkbox"/> Software educativos matemáticas |
| <input type="checkbox"/> Biblioteca actualizada | <input type="checkbox"/> Otros ¿cuáles? |
| <input type="checkbox"/> Grabadora | _____ |
| <input type="checkbox"/> Sala de informática para el uso del aprendizaje en matemáticas | _____ |
| <input type="checkbox"/> Internet | |

2. ¿Cómo docente de matemáticas, con qué frecuencia utiliza los anteriores elementos para orientar su área?

Elementos	Frecuencia				
	Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Casi nunca	Nunca
Aula de audio visuales					
Televisor					
DVD					
Aula taller de matemáticas					
Grabadora					
Sala de informática para el uso de matemáticas					
Software educativos para matemáticas					
Internet					
Video beam					
Materiales didácticos para matemáticas					
Libros actualizados de matemáticas					



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
PRÁCTICA PROFESIONAL DOCENTE
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASE

Institución Educativa: _____ Fecha: _____

Observado: _____ Observador: _____

Cordial saludo. Usted deberá registrar la mayor cantidad de información posible de lo que ocurre durante la clase. A continuación deberá llenar esta guía de observación para que, finalmente, haga una evaluación del trabajo del maestro y la clase observada.

Ante las preguntas abiertas exprese libremente su criterio, y ante las otras señale con x su criterio evaluativo, teniendo en cuenta la escala: Muy bien: 5; Bien: 4; Regular: 3; Mal: 2; Muy mal: 1.

1. ¿Cómo valora usted el comienzo de la clase? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
2. ¿De qué se trata la clase? _____
3. ¿Qué se pretendía en la clase con los alumnos? _____
4. Valore la reactivación de los conocimientos necesarios para la clase: 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
5. ¿Se motiva el ocuparse con el nuevo contenido? ¿Cómo lo valora? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
6. ¿Considera que fue correcto el trabajo con los contenidos matemáticos? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
7. ¿Cómo valora usted la atención dirigida, por el profesor, al total de los alumnos? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
8. El profesor gradúa las tareas atendiendo a las diferencias individuales. 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
9. ¿Cómo valora usted la distribución de las actividades en el tiempo? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
10. ¿Cómo fue el trabajo en el pizarrón? (tamaño de la letra, claridad, ortografía, orden) 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
11. ¿Se utilizaron otros medios de enseñanza, a su criterio necesarios? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
¿Cuáles? _____
12. ¿Si el profesor atiende un alumno en la pizarra, controla los demás? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
13. ¿Se hacen acciones para controlar y evaluar durante el proceso? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
14. ¿Se ofrecen oportunidades para que los alumnos trabajen por sí solos? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
15. ¿Cuáles manifestaciones de fatiga se observaron en los estudiantes? _____
16. ¿Qué hace el maestro durante la clase para retardar la aparición de la fatiga? _____
17. ¿Se prestó atención durante la clase a aspectos de carácter educativos? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
18. ¿Considera que los alumnos lograron lo que se pretendía en la clase? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
19. ¿El profesor hace un análisis de los contenidos tratados y destaca los aspectos más significativos? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___
20. ¿El profesor orienta la tarea para la casa? 5 ___ 4 ___ 3 ___ 2 ___ 1 ___

De acuerdo con las valoraciones que usted ha hecho, señale su criterio valorativo integral del trabajo del maestro y de la clase observada.

21. Considero que el desempeño del maestro fue:
5. Muy buen maestro ___ 4. Buen maestro ___ 3. Regular ___ 2. Mal maestro ___ 1. Muy mal maestro ___

22. Considero que la clase en general fue:
5. Muy buena clase ___ 4. Buena clase ___ 3. Regular ___ 2. Mala clase ___ 1. Muy mala clase ___

23. Escriba algunas sugerencias para mejorar el desempeño del docente y el desarrollo de la clase.

Lectura sin amor, ciencia sin respeto, formación sin corazón,
son algunas de las peores atentados contra el espíritu.

Hermann Hesse



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 12: Anexo 4; Prueba Diagnostica



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Integración Didáctica IV: Didáctica de las Matemáticas

Prueba diagnóstica – Topología

Práctica pedagógica 1 - Licenciatura en Matemáticas y Física

Responda las siguientes preguntas, basadas en los conocimientos obtenidos en el curso de Cálculo en Varias Variables, de la forma más sincera posible ya que los datos obtenidos por medio de este instrumento son para uso estrictamente académicos y los resultados son de carácter confidencial y solo buscan contribuir a una investigación en el marco de la práctica pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física.

- 1) Defina el concepto de Límite, pero hágalo desde una perspectiva general para funciones de nvariables.

- 2) Defina el concepto de superficie.

- 3) Frente a cada uno de los siguientes enunciados, y teniendo en cuenta la imagen, responda: N si no está de acuerdo con el enunciado, S si está de acuerdo con el enunciado y P si está parcialmente de acuerdo. En este último caso modifique el enunciado de tal manera que pueda estar de acuerdo.

_____ El plano es tangente a la superficie, ya que es tangente en un punto.

_____ El plano no es tangente a la superficie, ya que el plano corta a la superficie en varios puntos.

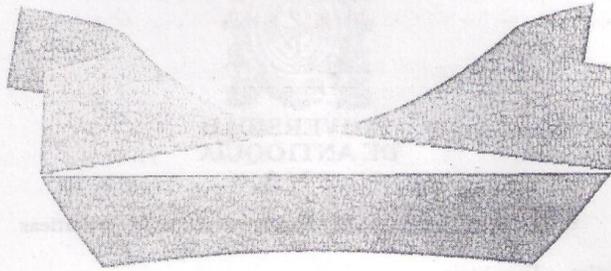


Ilustración 1: Paraboloide hiperbólico cortado por un plano

“Pensemos primero en la dimensión uno. En una recta, es posible separar dos puntos, llamémosles p y q , por otro punto intermedio m . Y no hay manera de viajar de uno de ellos al otro si m no nos da permiso de pasar sobre él. Esto nos dice que en la dimensión uno, dos puntos pueden ser separados por un tercero. [Esto se observa en la siguiente ilustración]

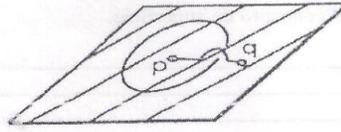
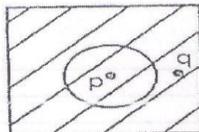
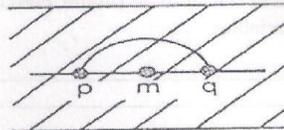
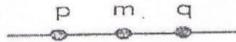


Ilustración 2

-Esto no ocurre en la dimensión dos. Es decir, si pensamos a (sic) la línea contenida en un plano, vemos que hay muchas maneras de ir de p a q sin pasar por m . Ahora pensemos en la dimensión dos, si rodeamos p con un círculo pequeño, entonces no hay manera de viajar de p a q sin atravesar el círculo. Entonces una curva puede separar dos puntos en la dimensión dos. Sin embargo cuando el plano es parte de un espacio de tres dimensiones, entonces ya tenemos muchas maneras de viajar de p a q sin pasar por el círculo (basta con que demos un pequeño salto saliéndose del plano).



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



-Cuando ponemos dos puntos en el espacio de dimensión tres y a uno de ellos lo encerramos en una esfera, entonces no podemos pasar de uno de ellos al otro sin atravesar la esfera. Siguiendo con esta línea de razonamiento, espero que ustedes crean que en un espacio de dimensión cuatro una esfera no puede separar dos puntos" (Illanes Mejía, 1999, pp. 49-51)

Con respecto al texto anterior responda las siguientes preguntas:

¿Cuáles cree que son los objetos de estudio de la topología?

¿Cree posible que en un espacio de dimensión cuatro una esfera no puede separar dos puntos? Justifique.

Muchas gracias por su tiempo, atención y esfuerzo.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 13: Anexo 5; Taller número 1



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LITERATURA CIENTÍFICA



Taller 1: Comprensión del mundo en que vivimos, un análisis dimensional desde la literatura científica

Responsable: Camilo Alexander Ossa Ruiz

Actividad 1:

A continuación se muestra un video donde hay una primera aproximación al concepto de dimensión, junto con algunas curiosidades del concepto y con respecto al video y la siguiente lectura, genere un debate (en grupos formados por 3 estudiantes) sobre una elaboración del concepto de dimensión.

Lectura:

“La razón es obvia. Dimensión implica dirección, implica medición, implica el más y el menos. Ahora bien, todas nuestras líneas tienen un grosor (o una altura, si lo preferís) *igual e infinitesimal*; no hay consecuentemente nada en ellas que induzca a nuestra mente a concebir esa dimensión. Ningún “delicado micrómetro” (como ha sugerido uno de esos críticos demasiado precipitados de Espaciolandia) nos avalaría lo más mínimo, pues no sabíamos *qué medir, ni en qué dirección*” (Abbott, 1999, Pp. 6).

Espacio-tiempo, una posible cuarta dimensión (actividad 2):

Se utiliza la literatura científica para mostrar una breve manera de concebir la cuarta dimensión, una pequeña aproximación a lo que en física se denomina el espacio-tiempo y se plantean unas preguntas al final para responder basándose en todo el trabajo que se ha realizado.

“—Tenía Razón —exclamó triunfal Urócrat—, no hay por qué perder el tiempo con esas excentricidades.

— ¡No he terminado! —dijo Mérit—, tengo que ser preciso.

Sospechamos que los pegados no se pueden realizar en un espacio de tres dimensiones pero sabemos con seguridad que se podrían realizar en uno de cuatro dimensiones.

Se vieron caras de perplejidad Urócrat pensó que podía tomar ventaja de la situación así que dijo:

— ¿No nos querrán tomar el pelo? Para empezar, ¿qué es eso de cuatro dimensiones? Yo he oído a algunos físicos decir que el tiempo se puede interpretar como una cuarta dimensión pero no veo que tenga ninguna relación con los pegados.

Mérit se dio cuenta de que tenía que dar una explicación detallada y explicó:

—Para entender un poco lo que es un espacio de cuatro dimensiones, tomemos como espacios de dimensión uno a las líneas rectas, el de dos dimensiones es un plano, el de tres dimensiones es como el espacio que perciben los terrícolas. No es posible describir geoméricamente un espacio de cuatro dimensiones porque no tiene una interpretación de este tipo. Las personas que han estudiado geometría analítica saben que los puntos de una recta pueden ser identificados con los números reales. Los puntos de un plano se pueden identificar con parejas ordenadas de números reales. El espacio de dimensión tres se identifica con ternas de números reales. Hace mucho tiempo que los matemáticos trabajan con el espacio de dimensión cuatro, que se define como el conjunto de



cuartetos de números reales y, con esta idea, trabajan espacios de dimensiones mayores. Bueno pues hemos demostrado que en el espacio de dimensión cuatro, los pegados sí son posibles.

–Entre los físicos se acostumbra decir que la cuarta dimensión es el tiempo –dijo–, pero esto no se adapta a la concepción que tienen los matemáticos, pues para los matemáticos la cuarta dimensión tiene exactamente las mismas propiedades que las otras tres, en particular en la cuarta dimensión se debe poder avanzar hacia adelante y hacia atrás, lo que no ocurre en el tiempo (al menos hasta ahora)” (Illanes, 1999, pp. 48)

Basado en su definición de dimensión ¿Considera el tiempo como una cuarta dimensión? ¿Por qué?

Aproximación a otras dimensiones (Actividad 3):

En esta parte se decide tratar algunos temas relativos a otras dimensiones, empezando por la segunda dimensión y poder extrapolar ideas que sirvan para otras dimensiones, así como se intenta mostrar una categorización de las dimensiones en temporales y espaciales.

“En Planilandia podíamos escapar de una prisión bidimensional pasando brevemente a la tercera dimensión y saliendo de ella al otro lado de la pared de la cárcel. Pero eso es porque esa tercera dimensión es espacial. Nuestra cuarta dimensión, el tiempo, aunque sea una verdadera dimensión, no nos permite escapar de una cárcel tridimensional. Nos permite salir, pues si esperamos pacientemente a que pase el tiempo, nuestra condena se habrá cumplido y nos pondrán en libertad. Pero no es posible una fuga, claro está. Para fugarnos debemos viajar a través del tiempo hasta un momento en que la cárcel esté abierta de par en par o en ruinas o no se haya construido aún; y entonces, una vez hayamos salido, debemos invertir la dirección de nuestro viaje en el tiempo para volver al presente” (Abbott, 1999, Pp. 5)

“¿Aún os parece extraño esto? Pues emplazaos en una situación similar.

Imaginad que una persona de la cuarta dimensión, que se dignase visitaros, os dijese: “Siempre que abris los ojos, veis un plano, pero en realidad veis también (aunque no lo reconozcáis) una cuarta dimensión, que no es ni color ni brillo ni nada por el estilo, sino una verdadera dimensión, aunque yo no puedo indicaros su dirección, ni vos podáis posiblemente medirla”. ¿Qué le diríais a ese visitante? ¿No le haríais encerrar? Bien, pues ese es mi destino; y es tan natural para nosotros los planilandeses encerrar a un cuadrado por predicar la tercera dimensión, como lo es para vosotros los espaciolandeses encerrar a un cubo por predicar la cuarta. ¡Ay, qué similitud familiar tan fuerte recorre por todas las dimensiones a la ciega y perseguidora humanidad! Puntos, líneas, cuadrados, cubos, extracubos... todos somos proclives a los mismos errores, todos igual de esclavos de nuestros respectivos prejuicios dimensionales” (Abbott, 1999, Pp. 7)

¿Cuál es finalmente la definición que han creado de dimensión?

¿Qué responderían a la pregunta ¿En qué dimensión vivimos?

Referencias Bibliográficas

Illanes, A. (1999). *La caprichosa forma de Globión*. México: Fondo de la cultura económica. México.

Abbott, E. (1999). *Planilandia, una novela de muchas dimensiones*. España: Torre de viento. (Trad. Por José Manuel Álvarez Flórez).



Evaluación del Taller

Correo Electrónico: _____ Fecha: _____
 Programa al que perteneces: _____

Para nosotros como equipo de investigación es muy importante la valoración que nos des sobre el taller desarrollado dado que esta nos permitirá mejorar nuestro desempeño. Por eso, califica cada ítem de 1 a 5 sabiendo que 1 es el menor puntaje y 5 es el mayor.

No.	Criterios a Evaluar	1	2	3	4	5
1	El taller aporta nuevas ideas para tu crecimiento personal y profesional					
2	El material didáctico en general, incluyendo los textos literarios seleccionados, es pertinente					
3	Se propician espacios para la participación y el diálogo entre todos los asistentes					
4	Se evidencia la relación entre el tema científico abordado y la literatura sugerida					
5	Ayuda la literatura científica a la comprensión del concepto o los conceptos trabajados.					
6	Consideras importante la relación entre ciencia y literatura en tu proceso de formación					
7	¿Te sentiste bien durante el desarrollo del taller?					
8	En general, ¿cómo calificas el taller?					
9	¿Qué resaltas como significativo o importante en la experiencia que acaba de conocer? _____ _____ _____ _____					
10	Observaciones y sugerencias: _____ _____ _____ _____ _____					

“Ninguna mente puede avanzar un solo paso sin ayuda de otras mentes”.

Charles Sanders Peirce

¡Muchas gracias!



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 14: Anexo 6; Taller número 2



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LITERATURA CIENTÍFICA



Taller 2: Moebius y su banda de Moebius y su banda de...

Responsable: Cristian Camilo Muñoz Arango

Actividad 1: El anillo de Moebius (1980)

“Derivar en lo inmóvil sin antes ni después, un ahora hialino sin contacto ni referencias, un estado en el que continente y contenido no se diferenciaban, un agua fluyendo en el agua, hasta que sin transición era el ímpetu, un violento rush proyectándola, sacándola sin que algo pudiera aprehender el cambio, solamente el rush vertiginoso en lo horizontal o vertical de un espacio estremecido en su velocidad. Alguna vez se salía de lo informe para acceder a una rigurosa fijeza igualmente separada de toda referencia y sin embargo tangible, hubo esa hora en que Janet cesó de ser agua del agua o viento del viento, por primera vez sintió, se sintió encerrada y limitada, cubo de un cubo, inmóvil cubidad.”

¿Describe que sensaciones te genero el anterior fragmento literario?

¿Qué fue lo que más te sorprendió del fragmento literario?

¿Logras evidenciar algún elemento matemático en el fragmento literario?

Actividad 2: ¿Qué es la banda de Moebius?

La Banda de Moebius

Uno de los objetos matemáticos más famosos dentro y fuera de la propia matemática. Una superficie ordinaria tiene dos caras. Esto se aplica a las superficies cerradas como la esfera y el toro, y a las superficies con contornos curvos, como un disco o un toro del que se haya quitado un trozo.



Las dos caras de una superficie tal, podrían pintarse con colores diferentes para distinguirlas.

Si la superficie es cerrada, los dos colores nunca se juntan.

Si la superficie tiene límites curvos, los dos colores se encuentran solamente a lo largo de estas curvas.

Un bicho que se arrastrara sobre tal superficie y tuviera prohibido cruzar las curvas límites, si existen, siempre quedaría en la misma cara.

A. F. Möbius hizo el sorprendente descubrimiento de que existen superficies con una sola cara.

La más simple de estas superficies es la llamada banda de Möbius, formada tomando una larga tira rectangular de papel y uniendo sus



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

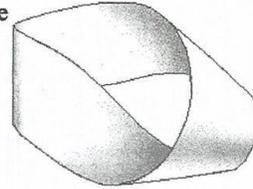


extremos después de darle media vuelta.

Un bicho que se arrastrara sobre esta superficie, andando siempre por la parte media de la tira, llegaría a su posición original en el lado inferior, como se aprecia en el dibujo del artista gráfico M. C. Escher (1898-1972)

Cualquiera que se comprometiera a pintar una cara de la banda de Möbius podría hacerlo introduciendo toda la tira en un bote de pintura.

¿Conoces alguna otra estructura que se comporte como una Banda de Moebius?



Actividad 3: Construye una banda de Moebius y sobre ella escribe un cuento de nunca acabar.

Ejemplos de cuentos:

PEPA Y REPITA

- Pepa y Repita se fueron a la playa. Pepa se fue a bañar,... ¿quién quedó?
- Repita.
- Pepa y Repita se fueron a la playa. Pepa se fue a bañar,... ¿quién quedó?
- Repita.
- Pepa y Repita se fueron a la playa...

JOSÉ SE LLAMABA

José se llamaba el padre,
Josefa la mujer
y al hijo que tuvieron le pusieron
José, se llamaba el padre,
Josefa la mujer...

¿Encuentras alguna relación entre la banda y el cuento de nunca acabar?

Referencias bibliográficas

Marta, M. (2002). ¿Qué es la Topología? Vasco-Euskal

Julio, C. (1980). El anillo de Moebius. Queremos tanto a Glenda

Cuentos de nunca acabar. Extraídos el 10 de septiembre de 2015 del sitio web:
<http://www.elhuevodechocolate.com/cuentos/cuentos9.htm>

ENCICLOGRÁFICA.(2013) Extraído el 5 de septiembre del 2015 del sitio web:
<http://www.sitographics.com/conceptos/notas/moebius.html>



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Ilustración 15: Anexo 7; Taller número 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LITERATURA CIENTÍFICA



Taller 2: El concepto de vecindad

Responsable: Camilo Ossa

Objetivo: Comprender el concepto de vecindad, en topología, desde la literatura científica.

Situación problema 1: El mundo en una recta.

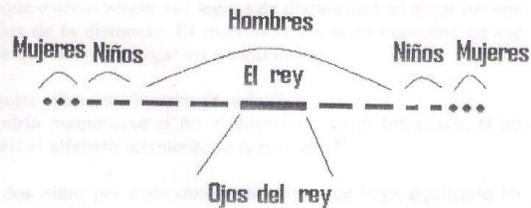
1. Lee y comenta el siguiente fragmento.

“ERA EL PENÚLTIMO día del año 1999 de nuestra era, y el primero de la Vacación Larga. Después de haber estado divirtiéndome hasta tarde con mi entretenimiento geométrico favorito, me había retirado a descansar con un problema sin resolver en la cabeza. Durante la noche tuve un sueño.

Vi ante mí una vasta multitud de pequeñas líneas rectas (que yo supuse, naturalmente, que eran mujeres) entre las que había otros seres aún más pequeños y que tenían forma de puntos lustrosos. Aproximándome a uno de los más grandes de aquellos seres que creía mujeres, lo abordé, pero no recibí respuesta. Una segunda y una tercera apelación por mi parte fueron igualmente ineficaces. Perdiendo la paciencia ante lo que me parecía una grosería intolerable, coloqué la boca en posición absolutamente frontal respecto a la suya y repetí bien alto mi pregunta: «Mujer, ¿qué significa toda esta concurrencia a lo largo de una misma línea recta?»
-Yo no soy ninguna mujer replicó la pequeña línea-. Yo soy el rey del mundo. Pero tú, ¿de dónde has venido tú, intruso, a mi reino de Linealandia?

Ante esta abrupta respuesta, dije que pedía perdón si había sobresaltado o molestado de algún modo a su alteza real; y, describiéndome como un extranjero, rogué al monarca que me proporcionara alguna información sobre sus dominios. Pero tuve grandes dificultades para obtener información sobre los puntos que realmente me interesaban, pues el rey daba constantemente por supuesto, sin poder evitarlo, que todo lo que era para él familiar tenía que resultarme conocido también a mí y que yo estaba simulando ignorancia por gastarle una broma.

Sus súbditos (de los que las líneas pequeñas eran hombres y los puntos mujeres) estaban todos igualmente confinados en movimiento y visión a la línea recta única, que era su mundo. No creo que haga falta añadir que la totalidad de su horizonte se hallaba limitada a un punto. Hombre, mujer, niño, cosa... todo era un punto para el ojo de un linealandsés. Sólo por el sonido de la voz podían distinguirse el sexo y la edad. Además, como cada individuo ocupaba el total del, digamos, estrecho sendero que constituía su universo, y nadie podía moverse hacia la derecha o la izquierda para dejar paso a los transeúntes, resultaba que ningún linealandsés podía pasar a otro. Una vez vecinos, vecinos para siempre. Entre ellos la vecindad era como el matrimonio entre nosotros. Los vecinos siguen siéndolo hasta que la muerte los separa”



2. ¿Cómo te imaginas el reino de Linealandia?
3. Realiza un pequeño esquema, bosquejo o dibujo que ilustre tu concepción de Linealandia.
4. ¿Qué entiendes por vecindad?



Situación problema 2: Densidad de los números reales

5. Lee y comenta el siguiente texto.

“Me pregunté si sería posible, en medio de circunstancias tan desfavorables para las relaciones domésticas, gozar de los placeres de la unión conyugal y dudé durante un rato si debía o no interrogar a su alteza real sobre tema tan delicado; pero al final me zambullí en él abruptamente preguntándole por la salud de su familia. «Mis esposas e hijos», contestó, «están bien y felices».

Estupefacto ante esta respuesta (pues en la cercanía inmediata del monarca, tal como había apreciado en mi sueño antes de entrar en Linealandia, no había más que hombres) me aventuré a responder:

-Perdonadme, pero no puedo entender cómo su alteza puede ver o acercarse en algún momento a sus reales majestades, cuando hay media docena por lo menos de individuos interpuestos, a través de los cuales no podéis ni ver ni pasar. ¿Es posible que en Linealandia no sea necesaria la proximidad para el matrimonio y para la generación de hijos?

-¿Cómo podéis hacer una pregunta tan absurda? -replicó el monarca-. Si fuese en realidad como sugerís, pronto se despoblaría el universo. No, no; no es necesaria la vecindad para la unión de corazones; y el nacimiento de hijos es una cuestión demasiado importante para que dependa de un accidente como la proximidad. No es posible que ignoréis esto. Pero, puesto que os complace fingir ignorancia, os instruiré como si fueseis el bebé más bebé de Linealandia.

Pero continuemos. Habiendo dispuesto la propia naturaleza que cada hombre haya de tener dos esposas...

-¿Por qué dos? -pregunté yo.

-Lleváis demasiado lejos vuestra fingida ignorancia -exclamó él-

-Pero -dije yo-, ¿y si un hombre prefiriese una esposa o tres?

-Es imposible -dijo él-; es tan inconcebible como que dos y uno pudiesen ser cinco, o que el ojo humano pudiese ver una línea recta.

Yo le habría interrumpido, pero continuó del modo siguiente: -Una vez por semana, hacia la mitad de ésta, una ley de la naturaleza nos impulsa a desplazarnos de un lado a otro con un movimiento rítmico de violencia superior a la normal, que se prolonga el tiempo que os llevaría contar hasta ciento uno. En medio de esta danza coral, en la pulsación cincuenta y uno, los habitantes del universo se detienen en plena carrera y cada individuo emite sus tonos más ricos, plenos y dulces. En ese momento decisivo es cuando se realizan todos nuestros matrimonios. Tan exquisito es el ajuste de bajo a tiple, de tenor a contralto, que muchas veces las amadas identifican inmediatamente la nota receptiva del amado que les está destinado aunque estén a veinte mil leguas de distancia; y el amor los une entonces a los tres, atravesando los míseros obstáculos de la distancia. El matrimonio que se consuma en ese instante produce una prole masculina y femenina triple que ocupa su lugar en Linealandia.

-¿Qué? ¿Siempre triple? -dije yo-. ¿Debe tener una mujer entonces siempre gemelos?

-¡Oh monstruosidad! Sí -contestó el rey-. ¿Cómo podría mantenerse si no el equilibrio entre los sexos, si no nacieran dos niñas por cada muchacho? ¿Acaso ignoráis el alfabeto mismo de la naturaleza?”

6. ¿Por qué crees que es necesario el nacimiento de dos niñas por cada muchacho para que haya equilibrio en Linealandia?

7. El teorema de densidad expresa que entre dos números reales siempre habrá un número racional. ¿Crees que este teorema tiene alguna relación con el texto? De ser afirmativo, ¿Cuál crees que es dicha relación?

Situación problema 3: ¿Qué es una vecindad?

8. Después de leer el fragmento, contesta: ¿A qué se refiere (Matemáticamente) el texto cuando menciona que “los tres alejados amantes se hallan de pronto en armonía exacta”?



“-No supondréis, claro está, que entre nosotros cada soltero encuentre sus parejas en el primer cortejo matrimonial universal. La mayoría de nosotros, por el contrario, repetimos varias veces el proceso. Pocos son los corazones cuyo feliz destino es identificar inmediatamente a la pareja que les ha destinado la Providencia y volar en un abrazo recíproco y perfectamente armónico. En la mayoría de los casos el noviazgo es de larga duración. El cortejador puede tal vez armonizar con una de las futuras esposas, pero no con las dos; o no armonizar, en principio con ninguna de ellas. En estos casos la naturaleza ha dispuesto que cada semana vaya llevando a los tres amantes a una armonía más íntima. Cada prueba, cada nuevo descubrimiento, induce casi imperceptiblemente a modificar su expresión de manera que se aproxime más a lo más perfecto. Y tras muchas pruebas y muchas aproximaciones, se alcanza por fin el resultado. Llega al fin el día en que, cuando se inicia el acostumbrado coro matrimonial de la Linealandia universal, los tres alejados amantes se hallan de pronto en armonía exacta y, antes de que despierten, el triplete conyugal se embelesa vocalmente en un abrazo dúplice; y la naturaleza se regocija ante un matrimonio más y tres nuevos nacimientos”.

9. ¿Hay algo que te llame la atención o te sorprenda de estos textos? ¿Qué es?

10. ¿Cómo explicas eso que te sorprende?

Evaluación del Taller

Correo: _____ Programa: _____ Fecha: _____

Para nosotros como equipo de investigación es muy importante la valoración que nos des sobre el taller desarrollado dado que esta nos permitirá mejorar nuestro desempeño. Por eso, califica cada ítem de 1 a 5 sabiendo que 1 es el menor puntaje y 5 es el mayor.

No	Criterios a Evaluar	1	2	3	4	5
1	El taller aporta nuevas ideas para tu crecimiento personal y profesional					
2	El material didáctico en general, incluyendo los textos literarios seleccionados, es pertinente					
3	Se propician espacios para la participación y el diálogo entre todos los asistentes					
4	Se evidencia la relación entre el tema científico abordado y la literatura sugerida					
5	Ayuda la literatura científica a la comprensión del concepto o los conceptos trabajados.					
6	Consideras importante la relación entre ciencia y literatura en tu proceso de formación					
7	¿Te sentiste bien durante el desarrollo del taller?					
8	En general, ¿cómo calificas el taller?					
9	¿Qué resalta como significativo o importante en la experiencia que acaba de conocer?	_____ _____ _____				
10	Observaciones y sugerencias:	_____ _____ _____ _____				

"La educación es el arma más poderosa que se puede usar para cambiar el mundo"

Nelson Mandela