



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS PARA EL APRENDIZAJE DE FUNCIONES

Trabajo presentado para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física

GLENIS FERNANDA ACEVEDO MARÍN

Asesor(a):

EDILMA RENTERIA RODRIGUEZ

2017



DEDICATORIA

Principalmente dedico con todo mi amor esta investigación a mis padres que siempre estuvieron motivándome en toda mi carrera, confiaron en mis capacidades y han tenido siempre los mejores deseos para mis hermanos y para mí.

Agradezco a Dios todopoderoso por ayudarme siempre con la dedicación, la paciencia, la tolerancia en este largo camino, cuando empecé esta investigación tenía una idea muy general de lo que quería hacer y Dios siempre estuvo conmigo dándome las fuerzas necesarias para continuar.



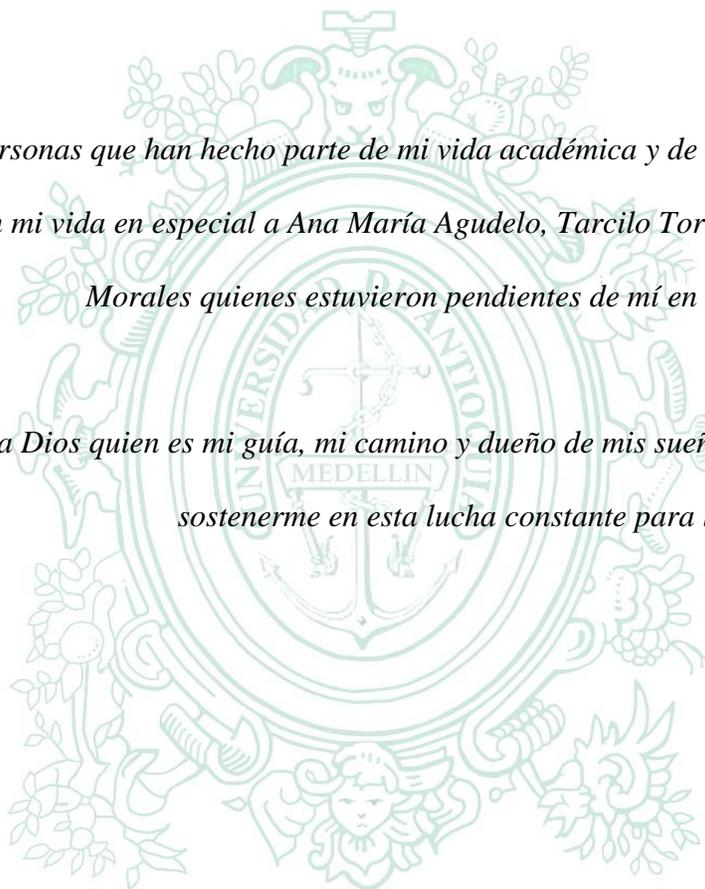


AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mi guía Edilma Rentería que me acompañó siempre y creyó en este proyecto, por su dedicación y compromiso constante y sacó lo mejor de mí en esta investigación.

A todas las personas que han hecho parte de mi vida académica y de alguna manera han dejado huella en mi vida en especial a Ana María Agudelo, Tarcilo Torres Valois y Sandra Morales quienes estuvieron pendientes de mí en las buenas y malas.

Gracias a Dios quien es mi guía, mi camino y dueño de mis sueños y proyectos, por sostenerme en esta lucha constante para logra mis objetivos.



RESUMEN

El presente trabajo de investigación fue realizado con la finalidad de analizar el aprendizaje conceptual sobre funciones desarrollado por los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis Gonzaga en el periodo 2017, cuando se utiliza en el proceso de enseñanza una estrategia basada en la resolución de problemas. Por eso, en esta investigación se diseñó e implementó una estrategia didáctica basada en situaciones problema en contextos de la vida cotidiana para aproximar a los estudiantes al concepto de función, función lineal, función cuadrática y función exponencial.

Para esta investigación se utilizó la metodología cualitativa a través de la implementación de una serie de actividades que permitió mejorar los procesos de comprensión respecto al concepto de función, de manera que los participantes fueron de 30 estudiantes entre las edades de 15 y 16 años. Se aplicó un cuestionario abierto, esto con la finalidad de comprobar la efectividad que tuvo la implementación de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas.

Esta investigación permitió concluir que la mayoría de los estudiantes demostraron un gran progreso en la resolución de problemas para el aprendizaje de las funciones, por lo cual, se pudo comprobar una efectividad mayor cuando se emplea una estrategia basada en la resolución de problemas.

Palabras Clave: variables, función, representación, función lineal, función cuadrática, función exponencial, situación problema.

ABSTRACT

The present research work was carried out with the purpose of analyzing the conceptual learning about functions developed by the eleventh grade students of the San Luis Gonzaga Educational Institution in the period 2017, when a strategy based on the resolution is used in the teaching process. from problems. For this reason, in this research a didactic strategy based on problem situations is designed and implemented in everyday contexts to approach students to the concept of function, linear function, quadratic function and exponential function.

For this research qualitative methodology was used through the implementation of a series of activities that allowed to improve the comprehension processes regarding the concept of function, so that the participants were 30 students between the ages of 15 and 16 years. An open questionnaire was applied, this in order to verify the effectiveness of the implementation of the didactic strategy based on problem solving.

This investigation allowed us to conclude that the majority of the students demonstrated a great progress in the resolution of problems for the learning of the functions, for which, a greater effectiveness could be verified when a strategy based in the resolution of problems is used.

Keywords: variables, function, representation, linear function, quadratic function, exponential function, problem situation.



TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN.....	12
1.1 Antecedentes	14
1.2. Objetivo general	19
2.1. Resolución de problemas	21
2.1.1. Definición de una situación problema	21
2.1.2. Procesos de resolución de problemas.....	22
2.1.3. Clasificación de los problemas.....	26
2.1.4. Implicaciones didácticas de la Resolución de Problemas.....	28
2.1.5. Dificultades en Resolución de Problemas.....	30
2.2. Funciones.....	32
2.2.1. Evolución Histórica del concepto de Función	32
2.2.2. Definición de Funciones	34
2.3. Tipos de Funciones.....	37
2.3.1. Función Lineal	37
2.3.2. Función Cuadrática.....	38
2.3.3. Función Exponencial	40
2.4. Dificultades en la enseñanza–aprendizaje sobre funciones.....	41



CAPITULO 3. MARCO METODOLÓGICO	47
3.1. Fases de investigación	47
3.2. Diseño de investigación.....	48
3.4. Categorías	51
3.5. Instrumentos	52
3.5.1. Cuestionario	53
CAPITULO 4. ESTRATEGIA DIDÁCTICA	54
4.1. Componentes de la estrategia didáctica	55
4.1.1. Aprendizaje Conceptual.....	55
4.1.2. Procesos inmersos de la estrategia	56
4.1.3. Articulación de Conocimientos.....	58
CAPITULO 5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	60
CAPITULO 6. CONCLUSIONES	79
CAPITULO 7: RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFIA.....	84
ANEXOS	89
Cuestionario de preguntas abiertas	89
Estrategia didáctica.....	92
Sistematización de los casos para el análisis	98
Consentimiento Informado	101



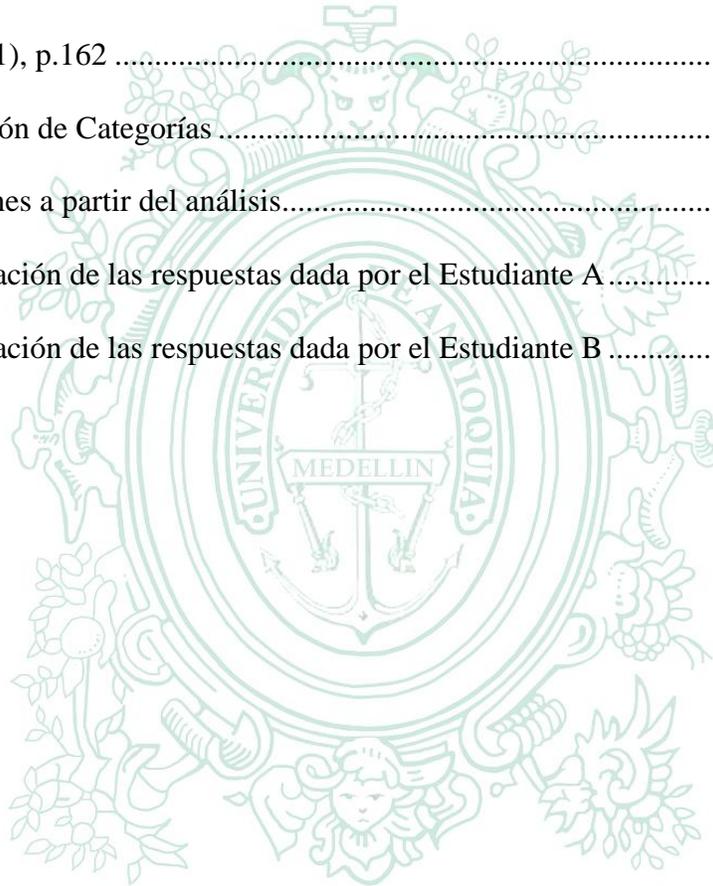
LISTADO DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Construcción Propia.....	38
Ilustración 2. Función Cuadrática tomada de Morales & Otros (2010) p. 57.....	40
Ilustración 3. Función Exponencial tomada de Morales & Otros (2010) p. 64	41
Ilustración 4. Evidencia del Estudiante A.....	63
Ilustración 5. Evidencia del Estudiante A.....	64
Ilustración 6. Evidencia del Estudiante A.....	66
Ilustración 7. Evidencia del estudiante A	67
Ilustración 8. Evidencia del Estudiante A.....	67
Ilustración 9. Evidencia del Estudiante A.....	68
Ilustración 10. Evidencia del estudiante B.....	71
Ilustración 11. Evidencia del Estudiante B.....	72
Ilustración 12. Evidencia del Estudiante B.....	73
Ilustración 13. Evidencia del estudiante B.....	74
Ilustración 14. Evidencia del Estudiante B.....	75
Ilustración 15. Evidencia del Estudiante B.....	75



LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Metodología de resolución de problemas: tres objetivos en siete etapas tomada de Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (2000), p. 14	25
Tabla 2. Componentes de competencias en las fases de resolución de una situación problema. Ruda & Otros (2011), p.162	26
Tabla 3. Construcción de Categorías	52
Tabla 4. Conclusiones a partir del análisis.....	78
Tabla 5. Sistematización de las respuestas dada por el Estudiante A.....	98
Tabla 6. Sistematización de las respuestas dada por el Estudiante B	100



INTRODUCCIÓN

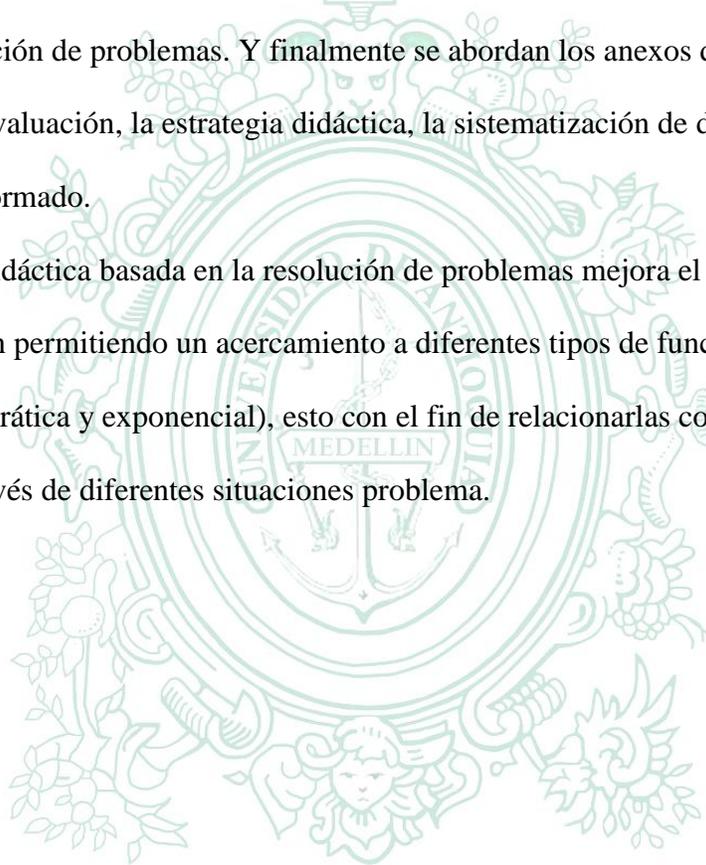
Esta investigación tuvo como objetivo analizar el aprendizaje conceptual sobre funciones desarrollado por los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis Gonzaga en el periodo 2017, cuando se utiliza en el proceso de enseñanza una estrategia basada en la resolución de problemas. Realizar esta investigación se hace importante porque con frecuencia se observa dificultades en el aula de clase sobre conceptos relacionados con funciones, en torno a que se resuelven ejercicios y no problemas, por este motivo, se hace necesario realizar un proceso de forma reflexiva y crítica sobre el proceso de enseñanza desde la resolución de problemas.

Para ello, se propone implementar de forma interactiva y dinámica el proceso enseñanza-aprendizaje de las funciones de una manera didáctica con miras a superar las dificultades de los contenidos temáticos y su aplicación en la resolución de problemas diversos. Para este fin, se propone una estrategia didáctica que tendrá una serie de actividades que permitirán llevar a cabo la enseñanza de funciones (concepto, función lineal, cuadrática y exponencial) a través de la resolución de problemas abiertos y contextualizados que no necesariamente implican el uso de algoritmos mecánicos.

Esta investigación está estructurada de la siguiente manera: el primer capítulo es sobre el objeto de estudio, en este se encuentra la descripción del problema, los antecedentes de dicha investigación, los objetivos (general y específicos). En el segundo capítulo se desarrolla el marco teórico desde algunos autores y el desarrollo en la práctica, este marco teórico se divide en dos capítulos, el primero es sobre resolución de problemas y el segundo sobre funciones. El tercer capítulo es el marco metodológico en el cual se plantea toda la investigación, en este capítulo encontramos las fases de la investigación, el diseño de esta, los participantes, las

categorías, los instrumentos y las formas de análisis. El cuarto capítulo está dedicado a la explicación de la estrategia didáctica. En el quinto capítulo se plantea los resultados y análisis de cada una de las pruebas y talleres aplicados durante la investigación a los participantes. El sexto capítulo son las conclusiones de dicha investigación. El séptimo capítulo son las recomendaciones para tener en cuenta para la implementación de una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas. Y finalmente se abordan los anexos donde se encuentra el instrumento de evaluación, la estrategia didáctica, la sistematización de dichos análisis y el consentimiento informado.

Una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas mejora el aprendizaje del concepto de función permitiendo un acercamiento a diferentes tipos de funciones (concepto, función lineal, cuadrática y exponencial), esto con el fin de relacionarlas con situaciones de la vida cotidiana a través de diferentes situaciones problema.



CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas con frecuencia se nota complejo, esto se puede evidenciar en que las matemáticas se han convertido en la piedra en el zapato para muchos estudiantes. Diferentes investigaciones han mostrado que las causas de estas dificultades pueden estar de manera general en las metodologías de enseñanza, en el aprendizaje de los estudiantes, los contenidos descontextualizados o incluso en el mismo currículo. Este estudio tiene como propósito analizar la influencia que tiene una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, en el aprendizaje sobre funciones de los estudiantes.

En cuanto a la resolución de problemas es considerada en la actualidad una parte esencial de la educación matemática porque mediante este método, los estudiantes experimentan la utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea (Escudero, 1999). Pero con frecuencia se observa en las aulas de clase dificultades en torno a ésta, tales como: no saben resolver problemas, sólo se abordan ejercicios, algunas de sus implicaciones son las siguientes: se está memorizando una serie de fórmulas que muchas veces no se le ve su aplicación a otros contextos, las matemáticas se dictan como una área independiente cuando ésta tiene relación con muchas situaciones de la vida cotidiana, no se comprende el enunciado que se les da para que formulen un pensamiento crítico, por estas razones es importante abordar situaciones problemas en el aula donde se generen hábitos de estudios a niveles más altos, reflexivos y críticos, ya que, para estas situaciones problemas se debe enfatizar en que no existe una ecuación matemática aplicable a todas estas situaciones porque todas son diferentes y necesitan de un análisis e interpretación diferente. Se puede decir, que para la

solución de situaciones problemas no existe una fórmula mágica como lo puede ser para un ejercicio algorítmico, para las situaciones problema no existe un proceso algorítmico o un método paso a paso ya que cada estudiante tiene su propio método para la solución de estas situaciones.

Por esto, una de las dificultades que se presenta en el aprendizaje de las matemáticas, es la poca aplicabilidad que se tiene de los conceptos en cuanto a la resolución de problemas, muchas veces, cuando se está en el proceso de enseñanza se deja de lado esta aplicabilidad de dichos conceptos y se enseña únicamente las definiciones pertinentes a dicho tema tratado en clase, llevando un proceso puramente mecánico.

Por dichas razones, la resolución de problemas, debe considerarse como uno de los ejes principales del curriculum de matemáticas, dado que, se pone de manifiesto la capacidad de análisis, argumentación, interpretación, comprensión y aplicación. Además, para resolver problemas no necesitan fórmulas matemáticas, no hay una ruta específica para llegar a su solución, lo primero que hay que se debe hacer es comprender el problema, crear un plan para resolverlo, analizarlo, interpretarlo y llegar a una solución de este.

En cuanto a conceptos sobre funciones se evidencian dificultades en la conceptualización de estas, en torno a la interpretación y análisis de situaciones problema. Entre algunas de estas dificultades se tienen las siguientes: en ocasiones se observa que los estudiantes, después de estudiar el concepto y los diferentes elementos que componen una *función*, alcanzan una comprensión que a veces se limita al uso de una regla para probar cuándo una relación constituye una función. Así mismo a la hora de graficar una función se limitan a la tabla de valores entre dos variables. Una de las dificultades que se ha observado en el trabajo directo con los alumnos, es que no están acostumbrados a relacionar los coeficientes de la expresión

algebraica de una función con las características de su representación gráfica, por eso esta investigación nos permitirá analizar los errores que cometen los alumnos, las dificultades que tienen y sus diferentes concepciones sobre este concepto.

Debido a estas dificultades que se presentan en los estudiantes se requieren herramientas didácticas para fortalecer e implementar el proceso de aprendizaje de las funciones, para así, generar apropiación de la temática apoyada en la resolución de problemas. En consecuencia, se plantea la siguiente pregunta de investigación en este trabajo: **¿Qué aprendizaje conceptual sobre funciones desarrollan los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis Gonzaga en el periodo 2017, cuando se utiliza en el proceso de enseñanza una estrategia basada en la resolución de problemas?**

1.1 Antecedentes

Las estrategias que se han implementado para aprender matemáticas a partir de resolución de problemas incluyen interpretar problemas de la vida real a partir de la recolección de datos de dichas situaciones.

Algunas investigaciones han buscado en la historia de la matemática lo relativo a la construcción del concepto de función con el objetivo de lograr ideas que permitan superar las diferentes dificultades que se presentan en el proceso enseñanza-aprendizaje de estas. Este concepto ha pasado por diferentes etapas históricas, en las que se ha ido definiendo conceptos tales como: variables, constantes, cantidades y todos estos elementos se integraron en la definición del concepto de función.

Entre las didactas que se han dedicado a adelantar investigaciones sobre conceptos relacionados con funciones está Sarmiento & Manzanilla (2011), quien en su artículo “Unidad

didáctica para la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas con ayuda de maple” plantea hacer un diseño de una unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje de las funciones. Esta investigación es proyectiva y tiene tres fases de desarrollo: Diagnóstico de estrategias de enseñanza-aprendizaje, evaluación y dificultades. En esta investigación se concluye que el proceso enseñanza-aprendizaje de las funciones requiere mejorarse y es necesario buscar vías y materiales didácticos con la ayuda de Maple para graficar y manipular parámetros y así mejorar el aprendizaje en los estudiantes.

Otro importante trabajo en torno a las funciones es el de Zully Lucía Alfonso Salgado (2012) sobre didáctica de las funciones lineales y cuadráticas asistida con computadora, este trabajo tiene como objetivo describir las características de la didáctica de la enseñanza de la matemática asistida con computadora con énfasis en graficación. En este trabajo se hizo una investigación documental en la cual se realizó un análisis de manera descriptivo, cuyo propósito básico fue diseñar una estrategia de enseñanza-aprendizaje en el área de matemática usando tecnología. Como en esta investigación se pretende desarrollar el razonamiento lógico se analiza el constructivismo con la enseñanza asistida como una herramienta tecnológica, donde el conocimiento es construido por el estudiante y el aprendizaje es reflexivo. A manera de conclusión, se llega a que es una manera muy didáctica efectiva en la enseñanza de la matemática y así se puede estimular la creatividad del estudiante.

Referente a la función exponencial Patricia Sureda y María Rita Otero en su artículo “Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial” describe el proceso de conceptualización de cuatro grupos de estudiantes entre 15 y 16 años de edad en el campo conceptual de las funciones exponenciales en una dinámica de estudio donde se ve priorizado la participación de los estudiantes en la construcción de conocimiento. En este trabajo se

describe el proceso de conceptualización realizado por los estudiantes a cerca de esta función, identificando cinco niveles relacionados con los sistemas de representación empleados por los estudiantes. Los cinco sistemas de representación son los siguientes:

- Sistema de representación numérica que hace referencia a la tabla de valores.
- Sistema de representación algebraico de primer orden el cual involucra los procedimientos algebraicos en los que los parámetros están inicializados.
- Sistema de representación algebraico de segundo nivel: en este sistema se refieren a los procedimientos algebraicos en donde los parámetros no están inicializados, un ejemplo de este puede ser $a \times b = c$
- Sistema analítico gráfico el cual se refiere a la construcción grafica a partir de planos cartesianos.
- Sistema verbal o escrito el cual son las formas lingüísticas escritas a través de diferentes situaciones.

Otro trabajo importante es el de la conceptualización de la función lineal y afín realizado por Diana Marcela Sánchez Peña quien en su trabajo de grado presentado para optar al título de Magister en Educación con énfasis en Educación pone en evidencia las diferentes dificultades que tienen los estudiantes para lograr la comprensión del concepto matemático en cuanto a función lineal , por eso el propósito de esta investigación es la de facilitar la constitución de los diferentes objetos mentales (variable y dependencia) que son fundamentales en la comprensión e interpretación de este concepto, y esto se podrá fomentar a partir de la adaptación e implementación de diferentes actividades en las cuales el estudiante pueda utilizar diferentes representaciones asociadas a este concepto.

La profesora Lina Soraya Llanos Vargas (2011) en el informe de revista plantea el enfoque de George Polya en torno a la resolución de problemas donde se habla un poco sobre este autor, además se habla sobre el propósito de “problema”, se da la definición de un problema de rutina. Después, cita a Polya en cuanto a los pasos para resolver un problema, estos pasos son los siguientes:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecución del plan
- Examinar la solución

Finalmente analiza una situación problema sobre ecuaciones lineales de manera que se puedan utilizar las cuatro reglas o pasos de Polya.

Un trabajo importante para mencionar sobre la resolución de problemas es el de Celia Rizo Cabrera y Luis Campistrous Pérez que se titula “Estrategias de resolución de problemas en la escuela, este trabajo es una investigación que tiene como objetivo aislar mediante un estudio de casos algunas de las estrategias que los alumnos utilizan en la solución de problemas. En este trabajo los instrumentos utilizados fueron un test y entrevistas individuales. Los resultados de la investigación fueron las siguientes, los estudiantes para resolver problemas: buscan palabras claves y ellas tienen explícito que hacer (es un procedimiento rutinario, tanteo), operaciones con los números dados en los textos e identificar dicho significado. Como lo mencionan los autores este trabajo tiene relevancia ya que para lograr el éxito en el proceso de aprendizaje de los alumnos en la resolución de problemas, puede ser de gran utilidad el estudio y descripción de estrategias intuitivas elaboradas por ellos.

Alonso & Martínez (2003), plantea la resolución de problemas matemáticos como una forma para enseñar Matemática. A partir del análisis de conceptos, paradigmas y modelos sobre problemas que a través del desarrollo histórico de esta ciencia se han visto, más específicamente menciona que “la Resolución de Problemas no puede considerarse como una tendencia totalmente nueva en la enseñanza de la Matemática, pues ya desde la antigüedad los científicos se habían dado a la tarea de tratar de entender y enseñar habilidades necesarias para resolver problemas matemáticos.”.(p. 83).

En un informe realizado por el Ministerio de Educación: Ciencia y Tecnología a nivel secundario para adultos en módulos de enseñanza semi-presencial en torno al tema de funciones se abordan diferentes unidades. En la unidad 1: abordan el estudio matemático de relaciones entre dos variables, en esta unidad dan ejemplos sobre temperaturas a lo largo de un día, la nafta que consume un auto y su representación gráfica en el plano cartesiano, otra actividad es el comportamiento gráfico de la tarifa de un correo, la superficie de un cuadrado, después de estas actividades se da una breve definición del concepto de función y su representación y sus respectivos elementos (fórmulas, gráficas). La unidad 2 es referente a las funciones lineales en esta unidad también dan algunos ejemplos cotidianos sobre estas, algunos de ellos son la factura del gas natural su representación gráfica y matemática, un recorrido en bicicleta, las vías del tren. La unidad 3 es sobre las funciones de proporcionalidad directa, acá explican la proporcionalidad a partir de situaciones cotidianas. La unidad 4 trata sobre funciones y geometría en esta unidad explican la proporcionalidad desde la geometría (ejemplo tamaño de las fotos, los mapas) y explican todos los conceptos referentes a la geometría. En la unidad 5 abordan las funciones cuadráticas a partir de las funciones que no

son lineales y las abstractas a partir de ejemplos de la cotidianidad y finalmente dan unas claves de corrección respecto a cada una de las actividades.

Como podemos observar en este informe las funciones tienen una aplicación muy importante en la vida cotidiana y a partir de estas aplicaciones se le puede enseñar a los estudiantes a solucionar problemas desde lo que puedan observar, analizar, indagar y así se puede construir un aprendizaje significativo.

Un trabajo importante en torno a la función es el desarrollado por Carvajal, Vega & Aponte (2015), este trabajo muestra adelantos de un trabajo de grado, en el cual se pretende realizar una comparación entre los textos escolares modernos y los textos escolares actuales para el análisis de estos desde una perspectiva epistemológica, donde se espera estudiar e identificar las herramientas que brindan los diferentes textos en la introducción del concepto de función con el fin de establecer diferencias y similitudes en los textos de ambas épocas y así evidenciar algunas de las problemáticas y posibles dificultades que se pueden generar en la aprehensión de dicho concepto en la actualidad, desde las herramientas que brindan los libros de texto.

1.2. Objetivo general

Analizar el aprendizaje conceptual sobre funciones desarrollado por los estudiantes de undécimo grado de la Institución Educativa San Luis Gonzaga en el periodo 2017, cuando se utiliza en el proceso de enseñanza una estrategia basada en la resolución de problemas.

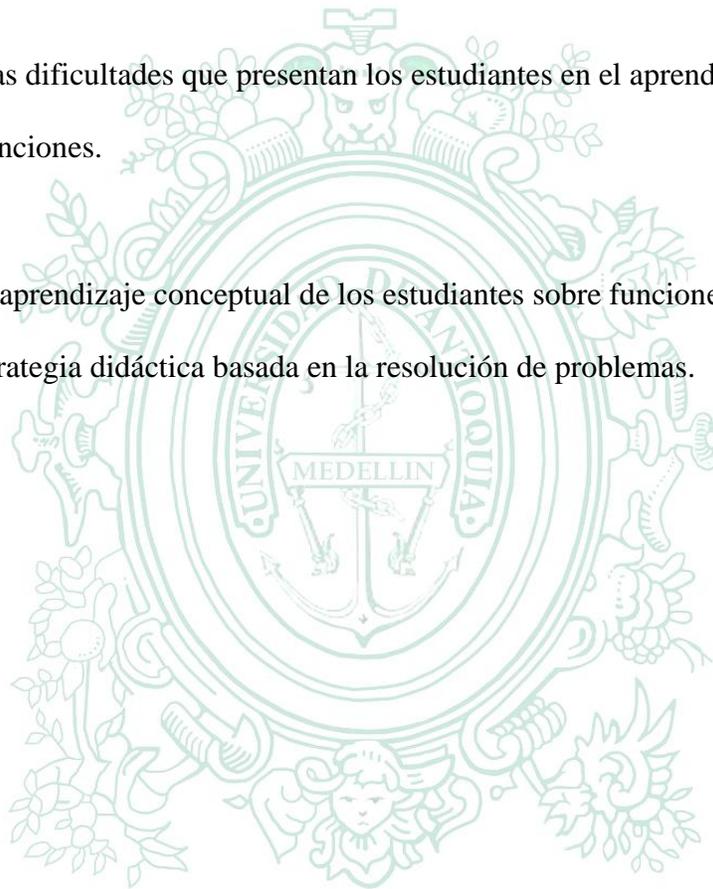


Objetivos específicos

Diseñar una estrategia didáctica que permita el aprendizaje conceptual de las funciones a través de la resolución de problemas.

Identificar las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de conceptos relacionados con funciones.

Describir el aprendizaje conceptual de los estudiantes sobre funciones cuando se implementa una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas.



CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

El marco teórico de esta investigación describe las implicaciones didácticas y dificultades sobre: resolución de problemas y funciones. A continuación se expone cada uno de estos componentes.

2.1. Resolución de problemas

Para esta investigación es indispensable identificar la resolución de problemas como lo que encamina el desarrollo teórico para la elaboración de una estrategia didáctica. En este apartado se definirá que se conoce como un problema, las implicaciones didácticas, las dificultades y demás aspectos importantes en la resolución de problemas.

2.1.1. Definición de una situación problema

Según Nieto (2004), un problema es un obstáculo arrojado ante la inteligencia para ser superado, también puede ser una dificultad que exige ser resuelta. Todos vivimos resolviendo problemas desde lo más básico a lo más complejo planteado por la ciencia y la tecnología. Por esto, tener un problema significa buscar una forma para lograr un objetivo debidamente, pero no se alcanza de forma inmediata.

Para Viar (2007) un problema representa lo siguiente:

- Un desafío para quien lo intenta resolver
- No deja bloqueado de entrada a quien lo ha de resolver

- Tiene interés por sí mismo
- Estimula en quien lo resuelve el deseo de proponerlo a otras personas

Por eso, la resolución del problema es el proceso de ataque de ese problema: aceptar el desafío, formular preguntas, clarificar el objetivo, definir y ejecutar el plan de acción y evaluar la solución llevará consigo el uso de la heurística, pero no de una manera predecible, porque si la heurística pudiera ser prescrita de antemano, entonces ella se convertiría en algoritmo y el problema en ejercicio. (p.1)

Al analizar diferentes definiciones del concepto problema, encontramos que, aunque existe una gran diversidad de criterios, éstos no son contradictorios entre distintos autores, lo que permite precisar el concepto con base en los siguientes rasgos:

- Debe existir una situación inicial y una situación final.
- La vía que permite pasar de una situación a otra debe ser desconocida o, al menos, no ha de ser inmediatamente accesible, estableciendo diferencias esenciales entre ejercicio y problema.
- Debe existir el estudiante que quiera resolverlo, teniendo presente que lo que puede ser un problema para uno puede no serlo para otro.
- Que el estudiante disponga de los elementos necesarios para realizar la transformación: nivel de conocimientos, habilidades, motivación. (Ruesga & Sigarreta, 2004, p.78)

2.1.2. Procesos de resolución de problemas

La resolución de problemas como estrategia didáctica y metodológica para la enseñanza de las matemáticas, requiere desarrollar en los estudiantes habilidades pertinentes

para razonar y enfrentarse a un problema de manera lógica. La resolución de problemas también potencializa las diferentes competencias fundamentales que tienen los estudiantes como por ejemplo la capacidad de trabajar en equipo, la capacidad de organizar su propio trabajo y de esta manera su propio aprendizaje, construyendo así su formación.

Antes de comprender las razones del porque a los estudiantes se les dificulta resolver problemas matemáticos, es necesario aclarar que se entiende por resolución de problemas desde diferentes investigaciones y cuál es su influencia en el aprendizaje.

Según Fernández (2006) cada vez más, la resolución de problemas matemáticos como actividad escolar, depende de planteamientos metodológicos adecuados que permitan generar ideas desde la observación, la imaginación, la intuición y el razonamiento lógico. A este afán de comprensión hay que añadir la necesidad de extensión, de los conceptos adquiridos, al entorno inmediato en el que el alumno se desenvuelve, con el claro objetivo de aplicar correctamente las relaciones descubiertas, y descubrir otras nuevas que aporten al conocimiento, por esto, cuando se plantea un problema se busca que el estudiante formule preguntas, aclare el objetivo al que tiene que llegar, defina un punto de partida y el punto de llegada así le podrá dar solución a dicho problema, así se busca una guía que facilite de alguna manera el camino que debe seguir el estudiante para darle solución al problema.

Prosiguiendo en este orden de ideas, hallar una solución a un problema, es un acto productivo. En efecto, solucionar problemas ha sido descrito como *pensamiento creativo*. A menudo consideramos al científico creativo como aquel que hace surgir la respuesta, como el que produce soluciones a problemas. Habitualmente la palabra «creativo» significa producir o

fabricar. Con esta acepción, desde luego, la solución de un problema solamente puede ser descrita como creativa. (Garret, 1988, p. 225)

La metodología de la resolución de problemas es identificar qué hacer y cómo hacer los diferentes problemas. La resolución de problemas es una estrategia didáctica en el campo de la educación, porque se trata de la solución de problemas no matemáticos de forma que se puede asegurar la calidad y aprendizaje de la solución de problemas como un método que se concentra principalmente en la comprensión del problema, la creación de nuevas estrategias y poder obtener el resultado de esa situación problema.

Para Poyla (1992) resolver un problema necesita de los siguientes pasos:

- Comprender un problema: es evidente la necesidad de su comprensión para poder llegar a una solución. Algunos estudiantes lo comprenden y otros no lo comprenden; los que lo comprenden perfectamente por ende lo resuelven con facilidad, pero el hecho de comprender el problema no implica saber resolverlo.
- Concebir un plan: desatar los paradigmas que oprimen la creatividad y la intuición del alumno es el principio prioritario para aprender a concebir un plan. Lo importante es enseñar y que el niño aprenda, y otra, muy distinta es permitir que desarrolle su propio pensamiento.
- Ejecución del plan: el niño debe poner en marcha su creatividad para ejecutar el plan para obtener las diferentes soluciones a dicha situación problema.
- Examinar la solución obtenida: se trata de comprobar la validez de lo que se ha realizado, por lo tanto, debe verificar el resultado y su razonamiento.

Prosiguiendo en este orden de ideas el instituto internacional de planeamiento de la educación (2000) plantea que la metodología de resolución de problemas se divide en tres

objetivos y estos a su vez en siete etapas diferentes: el primer objetivo es comprender el problema: este objetivo consta de identificar el problema y explicar el problema. El segundo objetivo es crear una estrategia de solución, lo cual implica idear estrategias alternativas, decidir cuál es la estrategia y diseñar la intervención de esta. El último objetivo es lograr el mejoramiento, este objetivo está dividido en dos etapas la primera es desarrollar la intervención y la segunda es evaluar los logros.

Objetivos	Etapas
Comprender el problema en su complejidad y en su resonancia para los grandes objetivos educativos.	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar el problema • Explicar el problema
Crear una estrategia de solución apoyada en las fortalezas, que minimice los efectos negativos y que asegure logros reales	<ul style="list-style-type: none"> • Idear las estrategias alternativas • Decidir la estrategia • Diseñar la intervención
Lograr el mejoramiento del problema, permitiendo además la transferencia y acumulación de los conocimientos aprendidos.	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar la intervención • Evaluar los logros

Tabla 1. Metodología de resolución de problemas: tres objetivos en siete etapas tomada de Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (2000), p. 14

Para Ruda, Ocampo, Mongiello, Acosta & Olmos (2011), para resolver rápida y eficazmente una situación problema, se hace necesario realizar una serie de pasos complejos en poco tiempo, explorando, formulando explicaciones, reflexionando y elaborando conclusiones.

FASES DE COMPETENCIAS	COMPONENTES DE COMPETENCIAS	TIPO DE CONTENIDO
Análisis de la situación compleja	<ul style="list-style-type: none"> • Comprensión de la situación • Identificación del problema • Recolección de los datos más relevantes 	Procedimental
Identificación de los esquemas de actuación	<ul style="list-style-type: none"> • Revisión de los esquemas de actuación que pudieran dar respuesta a los problemas planteados 	Procedimental
Selección de los esquemas y su aplicación estratégica	<ul style="list-style-type: none"> • Adaptación de esquemas aprendidos a la nueva situación 	Procedimental
Resolución del problema	<ul style="list-style-type: none"> • Aplicación de la opción más conveniente, adecuándola a la situación real. Se hará uso de 	Factual Conceptual

	los componentes de competencias (actitudes, procedimientos, hechos y conceptos) interrelacionadamente	Procedimental Actitudinal
--	---	------------------------------

Tabla 2. Componentes de competencias en las fases de resolución de una situación problema. Ruda & Otros (2011), p.162

2.1.3. Clasificación de los problemas

Después de definido un problema, es muy importante reconocer la naturaleza del problema, según De Bono (1986) los problemas se pueden clasificar en:

- Problemas generales de envergadura universal. A este tipo pertenece, por ejemplo, la escasez de alimentos. Se trata de temas de permanente actualidad.
- Problemas más inmediatos. Por ejemplo, el control del tráfico en las ciudades, de los que los estudiantes tienen en su inmensa mayoría cierta noción.
- Problemas sencillamente inmediatos. Por ejemplo. Cuestiones relacionadas con la vida escolar. Si se trata de problemas personales, puede dárseles un carácter abstracto. Como si se hablara de otras personas.
- Los problemas de diseño e innovación. Tienen como fin obtener un efecto determinado. Suelen escogerse como tema objetivos concretos, muy diversos. Aunque su organización y energía sea siempre la misma (por ejemplo, cómo organizar un supermercado).
- Problemas cerrados. Son los que tienen una solución definida. Que aparece como perfectamente lógica cuando se ha encontrado. Pueden ser prácticos (por ejemplo, cómo colgar una cuerda para tender ropa) o bien de tipo artificial (cómo hacer un agujero en un gran poster para que quepa la cabeza). (p. 17)

Por otra parte, desde una investigación desarrollada por Escalante (2015) con estudiantes de primaria, fundamentada en los trabajos de Clifford (2010) sobre la clasificación

de los problemas, afirma que los procedimientos que los estudiantes ponen en juego frente a un problema están ligados a la interpretación que ellos hacen de dicha situación. A continuación se presentan las clases de problemas más usados en matemáticas:

- Problemas de reconocimiento: con esto se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.
- Problemas de algoritmos o de repetición: son ejercicios que pueden ser resueltos con un proceso algorítmico y a menudo es un algoritmo numérico.
- Problemas de traducción simple o compleja: son problemas formulados en un contexto concreto y cuya resolución supone una traducción de enunciado, ya sea oral o escrito, a una expresión matemática.
- Problema de procesos: son problemas que se diferencian de los anteriores, dándose la posibilidad de conjeturar varios caminos para encontrar la solución.
- Problemas sobre situaciones reales: se trata de plantear actividades lo más cercana posible a situaciones reales que requieran el uso de habilidades, conceptos y procesos matemáticos.
- Problemas de puzzles: son problemas en los que se pretende mostrar el potencial recreativo posiblemente no suponga su solución necesariamente matemática pero si pueden resolverlo mediante su creatividad.
- Problemas de historias matemáticas: frecuentemente se puede observar en librerías (libros de cuentos, novelas), entre estos algunos son propuestas o planteamientos que requieren un esfuerzo que impliquen algún concepto matemático. (p.p. 26-27)

Para esta investigación utilice en la estrategia didáctica los problemas sobre situaciones reales y los problemas de diseño e innovación porque se trata que el estudiante a través de una

situación de la vida cotidiana pueda adquirir diferentes habilidades a la hora de argumentar, interpretar y analizar para construir sus propias soluciones y que a partir de este procesos sea creativo. Por lo anterior, presentar diferentes situaciones para resolver y reflexionar acerca de los múltiples significados que tiene una situación problema facilitará en gran manera la comprensión de este.

2.1.4. Implicaciones didácticas de la Resolución de Problemas

En este apartado se asociaran diferentes investigaciones sobre los beneficios didácticos sobre la educación, que asocian los proceso de resolución de problemas y al mismo tiempo las diferentes habilidades para la aplicación de estos en la enseñanza-aprendizaje, estas aplicaciones se pueden ver mediante un aprovechamiento de recursos didácticos y cognitivos para el aprendizaje de los estudiantes.

La resolución de problemas, es un aprendizaje que ha de realizarse a lo largo de la vida, contribuye a desarrollar en los niños y las niñas estrategias mentales básicas que les facilita resolver situaciones de la vida real, aplicando los conocimientos que se han adquirido durante los diferentes niveles educativos. Por eso “la resolución de problemas es considerada en la actualidad la parte más esencial de la educación matemática. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes experimentan la potencia y utilidad de las Matemáticas en el mundo que les rodea”. (Escudero, 1999). Ante esto, se hace necesario que las situaciones problemáticas que se le presenten a la población estudiantil, puedan ser relacionadas con la realidad que los rodea, ya que le será más fácil a un estudiante pensar de manera lógica cuando es capaz de vivenciar el problema y de manipular objetos.

Por eso es fundamental saber estimular el pensamiento lógico matemático mediante diversidad de actividades que tiendan a incrementar la creatividad, con la cual los niños y las niñas logren construir el conocimiento, así como poner en práctica el acervo que ya poseen. Se debe reconocer que la lógica en matemática es una destreza que puede y debe ser desarrollada y fortalecida durante el periodo escolar.

“De la misma manera puede afirmarse que la resolución de problemas es una estrategia globalizadora en sí misma, debido a que permite ser trabajada en todas las asignaturas, y además el tópico que se plantea en cada problema puede referirse a cualquier contenido o disciplina. Por lo tanto, es necesario que el docente se forme y actualice con respecto a los fundamentos teóricos – metodológicos propias de la resolución de problemas y como facilitan su enseñanza con el fin de plantear a los estudiantes enunciados que realmente posean las características de un problema, que les invite a razonar, a crear, descubrir para poder llegar a su solución”. (Pérez & Ramírez, 2011, p. 171), por eso, la resolución de problemas es un proceso creativo que busca en sí mismo la comprensión del problema que se está planteando.

Las estrategias de solución de problemas no constituirían un componente independiente del resto de los procesos psicológicos y de los contenidos escolares. Pero, aunque en el contexto del aula estén estrechamente relacionados con otros contenidos, lo específico de la solución de problemas es que requiere dominar técnicas y estrategias adecuadas. Por tanto, la enseñanza de la solución de problemas requiere, en el contexto de las relaciones que hemos señalado, enseñar e instruir en el uso de procedimientos eficaces. La enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas, implica no sólo un determinado enfoque de la educación sino también introducir como contenidos educativos destrezas y estrategias propias de cada área del currículo. (Pozo, Pérez, Domínguez & Postigo, 1994). En

este orden de ideas se reconoce que uno de los aspectos centrales en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes es su razonamiento, estrategias, recursos didácticos que adquieren y la disposición que tienen a la hora de involucrarse en las diferentes actividades que reflejan el quehacer matemático. En otras palabras, se logra reconocer la importancia que tiene el desarrollo didáctico que tiene el involucrar la enseñanza-aprendizaje con la construcción del conocimiento matemático.

Las dificultades que se presentan en el área de matemáticas tienen una relación muy directa con la resolución de problemas, ya que este exige muchas veces un dominio del tema, lo cual hace que cada estudiante pueda crear su proceso de aprendizaje muy distinto al de los otros y el tiempo es muy variable para cada uno, lo cual conlleva a un problema porque en las instituciones educativas se tienen unos lapsos de tiempo ya estipulados para adquirir un determinado aprendizaje, lo cual podría ser una causante de dichas dificultades.

Por esto, De Guzmán (1994) dice que un verdadero problema es un auténtico reto, porque propone al alumno una situación problema que no podrá resolver de manera inmediata aplicando sus conocimientos previos, sino que para resolverlo tendrá que leerlo una y otra vez, reflexionar, analizar e interiorizarlo y tratar de contextualizarlo en diferentes contextos y también representarlo gráficamente, para así lograr operaciones lógicas que lo lleven a su solución.

2.1.5. Dificultades en Resolución de Problemas

Hasta el momento se han mostrado algunas implicaciones didácticas y se han señalado aspectos a tener en cuenta en dicha investigación, sería inadecuado no prestar atención y no tener en cuenta las diferentes dificultades detectadas por autores expertos en la resolución de problemas y que han tenido experiencias con estrategias de este tipo.

La resolución de problemas en matemáticas es una tarea compleja, porque implica tener habilidades cognitivas por parte del estudiante y del profesor para saber comprenderlos, solucionarlos y darlos a entender a los estudiantes, además cuando se pone una situación problema a un estudiante hay una intención de por medio, en cuanto a la resolución de problemas debe ser muy natural a la hora de presentárselas a los estudiantes, ya que estas situaciones lo que van a representar es una matematización de un fenómeno de la vida real, por lo cual, en la mayoría de las veces estas situaciones no están en un contexto que los estudiantes comprendan con facilidad, o la mayoría de las veces no presentan un desafío real para que los estudiantes lo resuelvan, por lo que no se involucra emocionalmente al estudiante. (Martínez, 2002)

En su artículo estrategias de resolución de problemas en la escuela Celia Rizo Cabrera y Luis Campistrous Pérez afirman que alguna de las creencias sobre las situaciones problemas que se aíslan de los alumnos son las siguientes:

- No se puede resolver un problema si antes no se han relacionado con uno similar
- Siempre hay que buscar la manera de llegar a un resultado
- Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones
- Los problemas son los temas que se dan de último y muchas veces descontextualizados

Por lo anterior, podemos notar que una de las dificultades que se presentan con mayor frecuencia en los estudiantes es la manera de ver la resolución de problemas como un proceso

algorítmico donde todas las situaciones que se les presenten van a ser de manera muy similar y se va a disponer de un método para llegar a su solución, esta manera de ver este proceso imposibilita la forma creativa que tiene cada estudiante para darle solución a cada situación problema que se le presente.

En este apartado de las dificultades de la resolución de problemas se hace importante caracterizar los problemas de los ejercicios, ya que, es algo muy conocido por los estudiantes y constituye una parte fundamental en su estudio de las matemáticas. En los ejercicios se puede decidir de forma rápida si se sabe resolver o no, porque acá se trata de resolver un algoritmo o ecuación que le dará solución inmediata al ejercicio, en esta aplicación del algoritmo una vez localizado el algoritmo a aplicar basta, mientras que en los problemas no se hace evidente el camino a seguir, incluso pueden haber varias rutas para su solución y desde luego no está codificado ni enseñado previamente. (Escudero, 1999).

En esta relación que se hace de ejercicios y problemas se ve muy arraigado ese conocimiento en los alumnos, ya que el estudiante tiende a aplicar un algoritmo o fórmulas que ayuden a solucionar de manera efectiva lo que se les está presentando.

2.2. Funciones

En este apartado se abordara la evolución histórica del concepto de función, una breve definición de funciones, los diferentes tipos de funciones (lineal, cuadrática exponencial) y por último se abordarán las dificultades en la enseñanza–aprendizaje sobre funciones

2.2.1. Evolución Histórica del concepto de Función

Según Yorschkevitch (1976), la evolución histórica del concepto de función se da en diferentes etapas: desde la antigüedad hasta mediados del siglo XIX. Las etapas son las siguientes:

En la época antigua no existía la idea general de relación funcional, a pesar de esto, es posible encontrar ideas que se podían vincular a esta y que sin duda estuvieron ligadas con su aparición. En este caso, las ideas babilónicas, utilizadas para cálculos y astronomía, la trigonometría de esta época y el estudio de las cónicas realizado por los griegos. Por lo anterior, se puede decir, que los matemáticos y filósofos de esta época utilizaban gran variedad de correspondencia funcional como tablas, graficas, descripciones verbales. En otras palabras, en la época antigua no existía la idea abstracta de variable y las cantidades se describían por medio de representaciones graficas o verbalmente.

La Edad Media, es la etapa en que, dentro de la ciencia de la Europa del siglo XIV estas nociones sobre el concepto de función se expresaron por vez primera de un modo definido, tanto mediante formas geométricas como mecánicas, pero en la que, al igual que en la Antigüedad, cada caso concreto de dependencia entre dos cantidades era definido por medio de una expresión verbal, o con una gráfica, en vez de darle una fórmula.

El Periodo Moderno es la etapa en la que, a partir del siglo XVI, y especialmente durante el XVII, comienzan a prevalecer las expresiones analíticas de las funciones, siendo la clase de aquellas que generalmente se expresan mediante sumas de series de potencias infinitas, la que pronto pasó a ser la más utilizada.

En la segunda mitad del siglo XIX, esta definición general de función abrió las más amplias posibilidades para el desarrollo de la teoría de las funciones, pero a la vez, puso de

manifiesto ciertas dificultades lógicas que, en el siglo XX, originaron la reconsideración de la esencia del concepto de función.

En este trabajo llamado “el concepto de función hasta la primera mitad del siglo XIX” se habla de funciones univalentes de una variable real. Tales funciones se representan en los tratados modernos de análisis matemático bajo definiciones algo diversas pero que tienen todo un significado común. En el sentido más general, una función y de la variable x , $y = f(x)$, es una relación entre pares de elementos de dos conjuntos numéricos x y y tal que cada elemento x del primer conjunto X se le asigna un elemento y , y solamente uno del segundo conjunto Y , según alguna regla definida.

La idea de función, entendida en uno u otro sentido, está implícita en las reglas para medición de las áreas de las figuras más sencillas, tales como rectángulos, círculos, etc., que eran conocidas ya desde los albores de la civilización, e igualmente en las primeras tablas de sumar, multiplicar, dividir, etc., que se utilizaron con objeto de facilitar los cálculos.

Obviamente, las relaciones entre números, o de manera más general, entre cantidades, se encuentran, a cada paso en el campo de lo que se denomina las matemáticas elementales. Sin embargo, este hecho trivial es en sí infructuoso para nuestra búsqueda del momento en que se forma la idea de función, de su generalización y comprensión gradual, del significado concreto que adquiere con el progreso científico y filosófico y, finalmente, del papel que desempeña durante las diversas etapas de este progreso.

2.2.2. Definición de Funciones

En este apartado se hará una definición del concepto de función desde diferentes autores para llegar a una definición con la cual me quedare en esta investigación.

Quien inicialmente propone una definición de función es Jean Bernoulli en 1718 para quien “una función de una magnitud variable, es una expresión analítica, compuesta por magnitud y por constantes” (Shilov, 2003)

Una definición acerca del concepto de función es la hecha por Leonard Euler en 1748 quien define función de la siguiente manera: “una función es una curva, dibujada por un movimiento libre de la mano” (Shilov, 2003). Bajo esta idea de que la función es una curva la aparición de nuevos retos en este campo harían que las formulas creadas logaran describir este concepto.

Otra definición es dada en 1755 al concepto de función corresponde nuevamente a Euler y dice “cuando unas cantidades dependen de otras de tal forma que al variar las últimas también varían las primeras, entonces las primeras se llaman funciones de las segundas” (Shilov, 2003), esta nueva definición se aleja de la anterior porque desaparece esa idea de la expresión analítica y aparece una nueva idea general de correspondencia entre las diferentes variables como elementos pertenecientes a los diferentes conjuntos.

A Leonardo Euler se le debe el uso de función como $f(x)$ para expresar una función f asociada con una variable x . Por eso, en sus primeras definiciones tuvo en cuenta los conceptos siguientes: variables, constantes y otros términos que están relacionados entre sí para poder incluirlos en este concepto, pero también se dio cuenta que debía incluir las curvas para poder definir este concepto.

Según Manfredi (2008), una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. El termino función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia x^n de la variable x . En 1694 el matemático Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para

referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859), quien escribió: “Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto. Dos variables X e Y están asociados de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y , se dice que Y es una función (unívoca) de X . La variable X , a la que se asigna libremente valores, se llama variable independiente, mientras que la variable Y , cuyos valores dependen de la X , se llama variables dependientes. Los valores permitidos de X constituyen el dominio de definición de la función y los valores que toma Y constituye su recorrido”

Otra definición dada en 1934 al concepto de función corresponde a Lobachevski y dice “una función de x es un número que se da a cada x y que varía constantemente con la x . El valor de la función puede estar dado o por una expresión analítica o por una condición que da el procedimiento para probar todos los números. La dependencia puede existir y quedarse desconocida” (Shilov, 2003). Para definir una función las variables forman un conjunto infinito y se tratara, así como un conjunto infinito que no tienen ninguna relación entre sí.

Esta definición es la dada por Dirichlet en 1837 y está definida de la siguiente manera “y es función de x , si a cada valor de x le corresponde un valor completamente determinado de la y ; además no es importante el método con el que ha sido establecida la correspondencia señalada” (Shilov, 2003), según esta definición hay que definir sus valores para cada x , además los valores de la función para los distintos valores de x no están relacionados entre sí. Dirichlet fue el primero en considerar la función como una correspondencia arbitraria y así pudo restringir el dominio de una función. A partir de estos trabajos, el concepto de función adquiere un significado independiente del concepto como expresión analítica.

Esta evolución de las diferentes definiciones ha creado tensión en cuanto a la formalidad, ya que plantear definiciones con alto nivel de formalismo aleja dicha definición de utilidad al problema de hacerse más general y no específica de dicho concepto.

Para este trabajo investigativo se asume la siguiente definición de función: Según Manfredi (2008), una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades.

2.3. Tipos de Funciones

Hay muchos tipos de funciones, pero para este trabajo investigativo se abordarán las siguientes:

2.3.1. Función Lineal

En este apartado se definirá la función lineal y se dirán algunas características que la componen.

Según Manfredi (2008) una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado.

Definición: $f: R \rightarrow R / f(x) = ax + b$ donde a y b son números reales, es una función lineal.

Llamamos función lineal a una ecuación del tipo:

$$y = mx + b$$

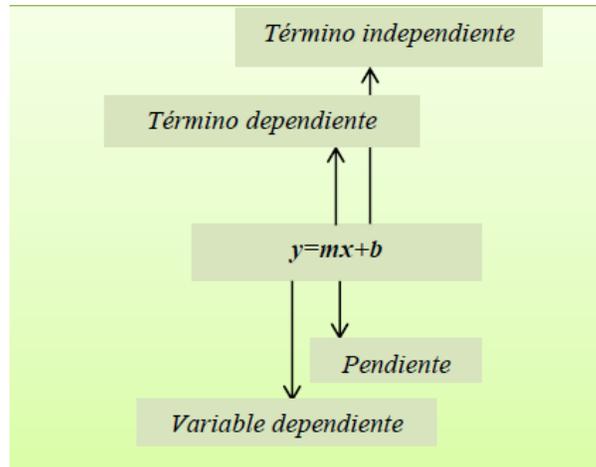


Ilustración 1. Construcción Propia

Se llama variable a un símbolo el cual se le puede asignar un conjunto de valores. Se suele utilizar para ello las siguientes letras: u, v, w, x, y, z . existen dos tipos de variables: las variables dependientes y las variables independientes, por ejemplo, en la ecuación anterior se puede observar que la x es la variable independiente ya que es ella la que adquiere un valor arbitrario dentro de un conjunto de números, en cambio y es la variable dependiente ya que se encuentra condicionado a los valores de x . El término independiente es aquel que posee a la constante u ordenada al origen y el término dependiente es el otro.

Las funciones lineales poseen, como su nombre lo indica, una gráfica determinada por una recta y analíticamente son ecuaciones de primer grado (recordemos que el grado de un polinomio está determinado por el mayor exponente al que se encuentra elevado la variable).

2.3.2. Función Cuadrática

En este apartado se definirá la función cuadrática, sus respectivas ecuaciones por las cuales se compone, algunos elementos como son su dominio, su rango y finalmente su respectiva gráfica.

Según Morales, Rodríguez, Gómez, Joya & Gómez (2010) Una función de la forma:

$f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, $a, b, c \in R$, recibe el nombre de **función cuadrática**.

Una función cuadrática se puede escribir en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, donde (h, k) corresponden a las coordenadas del vértice y $a \neq 0$.

La grafica de una función cuadrática recibe el nombre de parábola.

El vértice de la parábola cuya ecuación es $y = ax^2 + bx + c$ se encuentra ubicado en el punto

$V = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$ y el sentido hacia donde abre la parábola está determinado por el signo

de a , esto es: si $a > 0$ la parábola abre hacia arriba si $a < 0$ la parábola abre hacia abajo.

Si f es una función cuadrática, $Dom f = R$ y su rango está determinado así:

- Si $a > 0$, $Ran f = \left[f\left(-\frac{b}{2a}\right), +\infty\right)$
- Si $a < 0$, $Ran f = \left(-\infty, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right]$

Explicando un poco las variables de la función cuadrática las letras a, b y c se llaman coeficientes de la función, la letra x representa la variable independiente y la expresión $f(x)$ representa el valor obtenido al reemplazar x por algún valor en el lado derecho de la igualdad, es decir, $f(x)$ es la imagen de x . La expresión de $f(x)$ puede reemplazarse por la letra y que representa la variable dependiente de la función. Así la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, $a, b, c \in R$, también se puede escribir como $y = ax^2 + bx + c$.

La forma algebraica de una función cuadrática tiene las siguientes características:

- Siempre hay un término que contiene la variable elevada al cuadrado. La mayoría de las veces esta variable se designa por la letra x , pero también se pueden usar otras, por ejemplo t .
- La expresión del lado derecho es un polinomio que tiene por lo general tres términos, pero también puede tener solo un factor.

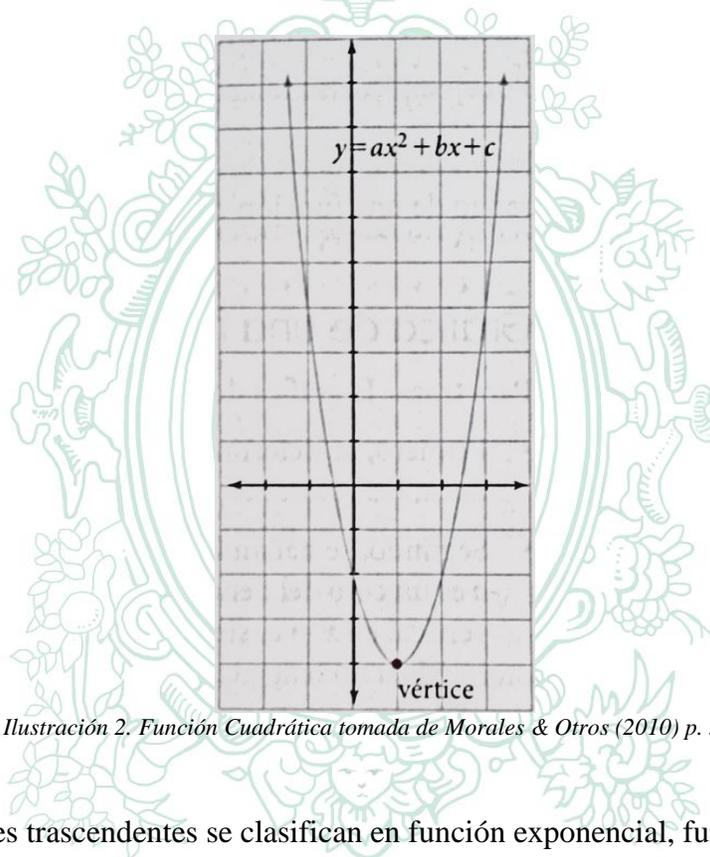


Ilustración 2. Función Cuadrática tomada de Morales & Otros (2010) p. 57

Las funciones trascendentes se clasifican en función exponencial, función logarítmica y funciones trigonométricas. En este caso trataremos la función exponencial.

2.3.3. Función Exponencial

En este apartado se definirá la función exponencial, algunos elementos por los que está conformada como es su dominio, rango y su respectiva gráfica de forma general.

Según Morales et al. (2010) una función de la forma $f(x) = a^x$, con $a > 0$ y $a \neq 1$, recibe el nombre de función exponencial.

La función exponencial tiene las siguientes características:

- El dominio es el conjunto de los números reales, es decir,

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

- El rango es el conjunto de los números reales positivos, es decir,

$$\text{Ran } f = \mathbb{R}^+ = (0, +\infty)$$

- Si $0 < a < 1$, f es una función decreciente.
- Si $a > 1$, f es una función creciente.
- El punto de corte con el eje y es el punto $(0,1)$, pues $f(0) = a^0 = 1$.
- La función pasa por el punto $(1, a)$, dado que $a^1 = a$.

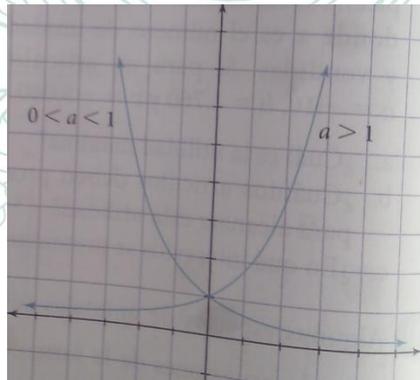


Ilustración 3. Función Exponencial tomada de Morales & Otros (2010) p. 64

2.4. Dificultades en la enseñanza–aprendizaje sobre funciones

En este apartado se mostrarán algunas dificultades detectadas por algunos investigadores sobre funciones y que han tenido experiencias con estrategias de este tipo, por lo que se hace

referencia de diferentes observaciones detectadas en los materiales bibliográficos, las dificultades resaltan y la idea es entenderlas y confrontarlas, así que las expondré a continuación.

Una de las dificultades que se presenta en el proceso enseñanza-aprendizaje sobre funciones es que las concepciones que los estudiantes asimilan están sustentadas en sus experiencias previas, sean de índole matemática o no, simplemente la asocian con sus experiencias vividas. Según Artigue (1990), la definición conceptual de cada persona, sobre función, puede dissociar de la definición conceptual formal, o puede ser memorizada, es decir, en este proceso memorístico no hay aprendizaje significativo.

Uno de los conceptos que presenta mayor dificultad para el aprendizaje es el de función, el cual es una base fundamental para la enseñanza de las matemáticas, ya que es primordial para el Cálculo, por eso cuando se “refiere algunos problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos asociados a la enseñanza de los principios del cálculo y considera que las dificultades de acceso al cálculo son de diversa índole, por tanto, las reagrupa en dos grandes tipos de dificultades:

- Aquellas asociadas con la complejidad de los objetos básicos del cálculo (números reales, sucesiones, funciones) y al hecho de que estos objetos se conceptualizan plenamente cuando se inicia una enseñanza del cálculo que va a contribuir de forma fuerte a tal conceptualización”. (Artigue 1995, citado por García, 2006)

Según Sarmiento & Manzanilla (2011) para mejorar los procesos matemáticos en la enseñanza-aprendizaje pasa por tomar decisiones sobre tareas, estrategias y por ende los diferentes modos de interacción que se tienen dentro del aula. En los cursos iniciales, por ejemplo el curso de Lógica, se puede notar que la mayoría de los estudiantes tienen diferentes

falencias a la hora de hacer operaciones básicas con números reales y no logran definir adecuadamente el concepto de función y por esto presentan dificultad en la interpretación del lenguaje matemático. Un claro ejemplo de esto es que no diferencian el dominio y el rango, por tanto, tienden a confundirlo, además tienen dificultades en determinar cuándo una función es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva, entre otras funciones. De acuerdo a esto, las causas por las cuales el estudiante puede tener estas dificultades pueden ser variadas de acuerdo a los conceptos que tenga cada estudiante, una de estas causas puede ser las diferentes estrategias que tenga el docente a la hora de hacer su labor de enseñanza (contenidos poco elaborados). Muchas de las veces, no se prioriza en la enseñanza las diferentes habilidades que pueda tener el estudiante con relación a la comprensión de los conceptos y de esta manera se podría aprovechar con la resolución de problemas.

Por otra parte, la investigación realizada por Peralta (2002) con estudiantes universitarios, fundamentada en los trabajos de Duval (1998) sobre los registros de representación semiótica, se notan ciertas dificultades asociadas al aprendizaje de la función lineal al trabajar transformaciones de conversión entre representaciones gráficas, algebraicas y tabulares. Entre las conclusiones más destacadas se encuentran las siguientes:

- El estudio realizado revela que cuando se trata de la función lineal, la noción de pendiente representa un serio obstáculo para la articulación de estos registros. Esta dificultad se observa con más frecuencia en algunos tipos de conversiones, por ejemplo: cuando el registro de partida es un gráfico. Por esto, se puede decir que es complicado que los estudiantes puedan convertir representaciones gráficas en representaciones matemáticas o viceversa.

- Los errores registrados no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara.
- Los estudiantes recurren a graficar una a una las parejas registradas en las tablas de valores a partir de la representación gráfica, logran determinar por completo la relación entre las variables y así definir si es lineal o no. Por esto, el registro tabular es considerado una herramienta que permite ubicar los puntos en el plano cartesiano y no como una representación algebraica y no como una representación por sí misma.
- Los errores registrados no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión por parte de la enseñanza, sino además una confianza excesiva de los estudiantes en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara y es muy difícil que los estudiantes puedan utilizar con éxito la función lineal como una herramienta didáctica para resolver problemas de oferta y demanda, ya que no se ve un avance en la articulación en relación de las diferentes representaciones. Por lo que se podría concluir que no hay un aprendizaje conceptual. (p. p. 172-173).

Referente a las dificultades del concepto de función en su tesis doctoral Orlando Planchart (2000) aborda la idea de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje del concepto de función y para ello requiere la adquisición de conceptos matemáticos desde una perspectiva teórica de los diferentes sistemas de representación, ya que en estos sistemas hay un proceso didáctico y una modelación desde contextos físicos y geométricos, para lograr esto propone

analizar e identificar las dificultades durante este proceso de aprendizaje en torno a este concepto, después de este análisis hay que visualizar la conceptualización de las funciones y diseñar actividades donde se incorpore la modelación como medio de articulación para estos registros semióticos en torno a la enseñanza-aprendizaje de este concepto. En su tesis doctoral propone a los estudiantes actividades de modelación y simulación con la ayuda de medios tecnológicos donde articulen todas esas representaciones para darle solución al problema. En las conclusiones más relevantes basadas en el análisis de los resultados de los diferentes instrumentos aplicados se tienen las siguientes:

- Dificultades en el manejo de las diferentes representaciones semióticas utilizadas en el concepto de función
- Hay una confusión en pensar que las funciones son continuas, cuando se pide la representación gráfica los estudiantes tienden a unir los puntos, lo cual consideran importante para ser función.
- Hay dificultades relacionadas con la notación simbólica de la función, cuando tienen que representar matemáticamente la función hacen una lectura diferente, es decir, deja de ser función para convertirse en una operación
- Hay dificultad en la manera de las representaciones tanto en la gráfica de la función como en situaciones problema en cuanto a su representación matemática



Sin embargo, en su tesis el autor reconoce que los estudiantes participaron activamente en el proceso de modelación, entendiéndolo como una alternativa didáctica que permite coordinar los distintos sistemas de representación.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**
1803

CAPITULO 3. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se presenta la estructura o fases de la investigación, el diseño de la misma, una descripción general de los participantes seleccionados. Para esto será necesario tener claro que tipo de investigación apoyará el trabajo, se hará una descripción detallada de los participantes, posteriormente se presentará el método que se consideró conveniente para esta investigación, luego se describirán las técnicas y los instrumentos que se van a emplear en esta investigación para la recolección de la información.

3.1. Fases de investigación

- Elaboración de un marco teórico en donde se especifiquen con información actual basada en investigaciones que definan las diferentes temáticas: Resolución de problemas (RP) y Funciones.
- Elaboración de una estrategia didáctica que integre la enseñanza sobre las funciones a través de la resolución de problemas.
- Aplicación al grupo de la estrategia didáctica que integre la enseñanza de las funciones con la resolución de problemas de tipo aplicativos y prácticos no matemáticos.
- Recolección y análisis de datos obtenidos al aplicar las diferentes pruebas.
- Elaborar un informe en donde queden articulados los siguientes temas: Resolución de problemas y Funciones, estrategia didáctica que integre la enseñanza de las Funciones a partir de la resolución de problemas, instrumentos diseñados para evaluar el aprendizaje conceptual y los resultados obtenidos sobre el impacto de la estrategia didáctica para el aprendizaje conceptual de las Funciones.

3.2. Diseño de investigación.

Es necesario explicar la forma como está clasificada esta investigación y el enfoque que adquiere para lograr los objetivos planteados, como el objetivo general de la investigación es analizar el aprendizaje conceptual sobre funciones desarrollado por los estudiantes cuando se utiliza en el proceso de enseñanza una estrategia basada en la resolución de problemas, una investigación de corte cualitativa permite la consecución de dicho aprendizaje.

Esta investigación se ubica en un enfoque cualitativo, dado el interés de caracterizar los diferentes significados construidos por el estudiante alrededor del concepto de función, mediante un acercamiento a la resolución de problemas. Por esto Martínez (2006) afirma que “la investigación cualitativa trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones. De aquí, que lo cualitativo (que es el todo integrado) no se opone a lo cuantitativo (que es sólo un aspecto), sino que lo implica e integra, especialmente donde sea importante” (p. 128)

Esta investigación es un estudio de casos y una de las ventajas del estudio de casos según Monroy (2003) es que los estudios de casos se enfocan hacia un solo individuo, lo que permite un análisis profundo y consistente de este y por ende permite una amplia recopilación de información para sus análisis y una de las desventajas es en torno al tiempo que suele a llegar a ser bastante.

El estudio de casos que se realizó en esta investigación fue el estudio de casos colectivo porque la idea era estudiar varios casos conjuntamente con el propósito de indagar sobre el concepto de función, los participantes y sus diferentes características al momento de resolver las diferentes actividades donde no solo se pretende conocer un problema en

específico, sino también incidir en la problemática. Según Monroy (2003) cada estudio de casos es un instrumento para conocer sus diferentes criterios, es decir, poder responder al objetivo de forma comparativa. El diseño de estos estudios es más completo y requiere de más tiempo y trabajo de análisis comparado con el caso único.

3.3. Participantes

Un aspecto a tener en cuenta es los participantes, en la cual se busca definir con quienes se está trabajando y cuáles son las características que tienen los participantes en esta investigación.

Por lo anterior, los participantes son los estudiantes del grado 11° 01 de la Institución Educativa San Luis Gonzaga, la cual cuenta con un número aproximadamente de 30 estudiantes. Los 30 estudiantes realizaron todas las actividades propuestas, por lo cual es la población a ser analizada a lo largo de las cuatro actividades que incluyen unos talleres. Se seleccionó dos estudiantes donde se explicitará todo el proceso de análisis observando las fortalezas y dificultades en cuanto a la noción de cada uno de los conceptos a lo largo de las situaciones problema planteadas en el proyecto investigativo. Los estudiantes no vieron la unidad de funciones antes de la intervención pedagógica realizada.

Estos estudiantes pertenecen a los estratos socioeconómicos 1 y 2 del Municipio de Copacabana, se escogió este grupo para esta investigación porque son estudiantes activos, son colaboradores, responsables con sus deberes en las clases, con ganas de aprender nuevos conocimientos y dispuestos a aprender, estos estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En este párrafo se expondrán las condiciones y características de la

institución y del grupo de estudiantes para contextualizar al lector en el marco de la investigación aplicada, al mismo tiempo que se justificara la selección y dicho proceso para esta.

La Institución Educativa San Luis Gonzaga del sector oficial ubicado en una zona urbana, su dirección es Calle 50 # 62-78 en el municipio de Copacabana, Antioquia, ubicada en el barrio Polideportivo. La cual por sus características acoge estudiantes de diferentes barrios del municipio de estratos socio-económicos que están en el intervalo de uno a tres. La institución tiene dos jornadas mañana y tarde. La formación de la Institución es académica y técnica. El estado de esta institución es antiguo-activo, tiene un calendario A perteneciente al sector oficial.

La jornada con la que cuenta esta Institución educativa es mañana y tarde, los estudiantes son mujeres y hombres de carácter académico-técnico y los grados con los que cuenta esta institución son los siguientes: Preescolar, primaria (primero, segundo, tercero, cuarto, quinto), secundaria (sexto, séptimo, octavo, noveno) y la educación media (décimo y undécimo).

La misión de la Institución es formar personas éticas, capaces de responder por sus actos, defender sus derechos, respetar los de los demás y acatar sus deberes; es así, que a partir de la administración de la educación en la Institución Educativa San Luis Gonzaga se logra impartir una educación de calidad en lo académico, técnico, formativo y en lo humano.

La visión de la Institución es que, en los próximos siete años, la Institución Educativa San Luis Gonzaga, con un sistema integral, equitativo, con calidad, innovador, pertinente con criterios participativos y aprendizaje como elementos vitales para el conocimiento, la

autonomía y la sana convivencia, logrará un desarrollo permanente de toda su vida que se reconozca y se vincule a los sectores social, político y productivo.

Teniendo en cuenta que la institución cuenta con cuatro grupos de undécimo que están en la jornada de la mañana los cuales están conformados por diferentes características según sus intereses, para la selección de los participantes se tiene en cuenta que la materia de matemáticas en la institución en los cuatro undécimos es ofrecida por el mismo docente con experiencia en esta materia, por lo que se opta escoger a este grupo por las diferentes situaciones que se han observado (poca disponibilidad para las clases, interés por la clase de matemáticas más creativa y no tan algorítmica, estudiantes con capacidades para experimentar cosas diferentes).

Los participantes que se escogieron para hacer el análisis de los resultados obtenidos durante la implementación de la estrategia didáctica poseen las siguientes características:

- Interés por el estudio de las matemáticas
- Facilidad de trabajo en equipo
- Motivación y voluntad para participar en este proceso investigativo
- Estudiantes creativos con ganas de experimentar y argumentar sus diferentes conceptos adquiridos

3.4. Categorías

Categorías	Subcategorías	Indicadores
Concepto y elementos de una función	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Capacidad para realizar interpretaciones del término de función. ✓ Capacidad para definir y argumentar la variable dependiente e independiente de cada situación problema relacionada con una función 	I1. Los estudiantes llevan a cabo procesos que favorecen la argumentación del término de función. I2. Logran determinar cuál es la relación de la variable dependiente e independiente de las diferentes funciones.
Gráfica de una Función	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Hacer interpretación de imágenes y gráficas 	I3. Se evidencia que el estudiante tiene la capacidad para graficar cualquier función. I4. El estudiante logra interpretar

		las diferentes gráficas y asociarlas con cada función.
Representación matemática de una Función	✓ Habilidad para definir matemáticamente cada una de las funciones.	15. El estudiante argumenta que diferencia hay entre las diferentes funciones.

Tabla 3. Construcción de Categorías

Los estudiantes A y B que se escogieron para hacer el análisis de los resultados obtenidos durante la implementación de la estrategia didáctica poseen las siguientes características:

- Facilidad de trabajo en equipo
- Consentimiento informado
- Interés por el estudio de las matemáticas
- Estudiantes activos, colaboradores, responsables y con ganas de aprender nuevos conocimientos.
- Motivación y voluntad para participar en este proceso investigativo
- Estudiantes creativos con ganas de experimentar y argumentar sus diferentes conceptos adquiridos

3.5. Instrumentos

Para esta investigación cualitativa, es necesario hacer una recolección de datos que le den un sustento a esta investigación y para aportar evidencias en el proceso que se lleva a cabo. Los instrumentos a utilizar en esta investigación son:

3.5.1. Cuestionario

Otro instrumento que se utilizó en la investigación fue el cuestionario, el cual es un conjunto de preguntas diseñadas para generar los datos necesarios, con el propósito de alcanzar los objetivos del proyecto de investigación.

El cuestionario, según Hernández, Sampieri, Collado & Baptista (2010) consiste en una serie de preguntas con respecto a las categorías realizadas. Debe estar muy relacionado con el planteamiento y la formulación de la hipótesis, las preguntas podrán ser de tipo cerrado donde las preguntas deben delimitar las posibilidades de respuesta de los participantes y también pueden ser de tipo abierto es decir las preguntas no delimitan las respuestas y permiten observar en nivel de abstracción de los participantes. Como recomendación el cuestionario no debe durar más de 35 minutos, ya que los cuestionarios suelen fatigar y puede ser menos fatigante si los participantes están motivados a contestar.

Para realizar el cuestionario se tomó en cuenta las diferentes temáticas a implementar, de cada temática se realizó una situación problema donde se le preguntaba al estudiante diferentes ítems relacionados con la actividad que se estaba realizando, en total fueron cuatro situaciones problema referente a cada tema (concepto de función, función lineal, función cuadrática y función exponencial). En cada una de las actividades se pretendía que el estudiante lograra comprender cada concepto desde una concepción tanto cualitativa como matemáticamente. (Lea Capítulo 7. ANEXOS)

CAPITULO 4. ESTRATEGIA DIDÁCTICA

En este capítulo se referenciará los componentes de la estrategia y las actividades que la conforman basada en resolución de problemas cotidianos, no matemáticos, para la enseñanza conceptual de las Funciones que se va a realizar en la investigación dentro del aula.

En la primera parte de la estrategia didáctica se expone lo que se ha denominado como componentes de la estrategia, los cuales se tienen presente en todo momento del diseño y la aplicación misma y estos son: el conocimiento conceptual de la estrategia, es decir, los temas que ésta abordará y como estos se relacionan entre sí, además, se abordaran conceptos que serán explicados cuando los estudiantes lo requieran, este trabajo se llevara a cabo en grupos, los cuales deben conformar un ambiente de trabajo ameno y observar el modelo didáctico que se implementará en dicha estrategia; y finalmente se articulara el conocimiento conceptual y la resolución de problemas cotidianos para desarrollar la estrategia didáctica.

La segunda parte de la estrategia didáctica son las actividades que la conforman, las cuales se harán con una contextualización de las diferentes actividades teniendo en cuenta las temáticas que se abordarán en las actividades, como estas están programadas se determina un tiempo para cada una de las actividades , dichas actividades están pensadas en una serie de problemas cotidianos, que en la medida que se van desarrollando los estudiantes van planteando una serie de inquietudes y problemas de tipo conceptual, las cuales se postulan como perspectiva de la investigación y a las cuales se han denominado la resolución de problemas de tipo practico, viendo lo práctico reflejado a las situaciones problemas de la vida cotidiana.

4.1. Componentes de la estrategia didáctica

En esta sección se trabajara en los aspectos de mayor importancia de la estrategia didáctica, como lo son el aprendizaje conceptual, los procesos del trabajo con el grupo y como se articulan las diferentes temáticas del marco teórico en pro a la estrategia didáctica que se aplicará.

4.1.1. Aprendizaje Conceptual

En este apartado se hará la articulación del contenido teórico que soporta la estrategia didáctica y las diferentes temáticas abordadas en esta, por esto, la investigación pretende establecer dicho aprendizaje conceptual acerca de las Funciones, pero también están los conceptos de manera que sean consecuentes con el aprendizaje de estas temáticas. Por lo anterior, el aprendizaje conceptual de la estrategia son las Funciones las cuales son cuatro las que se trabajarán en esta, estas temáticas se piensan en una articulación entre ellas, puesto que debe ser una retroalimentación de cada una de ellas.

Los primeros conceptos a tener en cuenta para la enseñanza de las Funciones, es el concepto de Función, dado que el estudiante debe tener claro su definición, si bien en los libros de texto utilizados para la enseñanza de este realmente la definición que se torna productiva para esta investigación es la que estableció Manfredi, que luego de analizar y entender esta definición es la base fundamental para el aprendizaje conceptual de los estudiantes la cual es una definición que si bien tiene una sustanciosa carga teórica no está

llena de algoritmos que muchas veces los estudiantes no logran entender y requiere la necesidad de ser bien interpretada y entendida para entender este concepto.

4.1.2. Procesos inmersos de la estrategia

En este apartado se introducirá la conformación del ambiente de trabajo y la forma didáctica como está compuesta la estrategia y como teóricamente se puede fortalecer.

➤ Organización de los estudiantes

En cuanto a este tópico se llevara a cabo distintas etapas que favorezcan el trabajo cooperativo, ya que la idea es formar grupos de trabajo en los cuales haya una reflexión sobre las diferentes actividades. En estos grupos de trabajo después de reflexionar sobre los diferentes tópicos a tratar, los estudiantes desarrollarán diferentes situaciones problema contextualizadas en la vida real que representa una función, así esto enriquecerá el aprendizaje conceptual de los estudiantes pues no todos aprenden de la misma manera y debido a que estas situaciones problemas que son de manera práctica debe dar solución a una serie de dificultades y cuestionamientos en cuanto a los procesos matemáticos, pues ellos deben llegar a un consenso para solucionar lo que se les está preguntando teóricamente.

➤ Normas de juego del trabajo

Todo el grupo de trabajo (docente y estudiantes) debe dejar claro que las opiniones de todos los estudiantes son válidas y cada intervención que se haga debe ser atendida y

respetada por todos los estudiantes, cada estudiante que conforma el grupo de trabajo debe participar.

➤ **Rol del docente**

En la estrategia didáctica el docente cumple el papel de moderador de todo el proceso, pues las Funciones en su versión original suelen tornarse confusas y se pueden prestar para malas interpretaciones o interpretaciones con poca argumentación, por esto, el docente aclara las dudas; además de esto, las soluciones a las diferentes preguntas formuladas a partir de la situación problema el docente las cuestionara y cada grupo dará solución a esta situación problema.

➤ **Proceso de resolución de problemas**

Esta forma didáctica relaciona la resolución de problemas con las Funciones, en el cual durante el desarrollo de este debe hacer referencia a los distintos problemas, sus cuestionamientos y sus soluciones a estos, por esto los estudiantes se enfrentan a enunciados de la vida real sobre diferentes tipos de funciones, donde desde las diferentes interpretaciones se genera un debate y se evidencian dudas que son aclaradas por el docente, los estudiantes deben formular el diseño que harán para la solución de cada una de estas situaciones en el cual logren generar indicaciones para llegar a la solución adecuada, por esto, una vez conocido el problema propuesto por parte del docente los estudiantes formularan un plan estratégico para que dicho problema sea solucionado y se llegue a la representación de dicha función, como lo que cada grupo analizo y concluyo debe ser conocido por parte de docente para observar el dominio conceptual, se realiza una evaluación cualitativa para reconocer la evolución de cada

grupo. Posteriormente los estudiantes deben socializar ante los demás grupos cuales fueron sus soluciones y porque favorecen a esta y como es su articulación con dicha función.

4.1.3. Articulación de Conocimientos

El propósito de esta estrategia es aplicar una metodología de enseñanza acerca de funciones (concepto de función, función lineal, función cuadrática y función exponencial) a través de situaciones problema de la vida real y observar cual es el impacto que tiene en el aprendizaje conceptual, para lo cual se debe integrar con el contenido teórico de esta investigación y lo que la estrategia propone para la enseñanza, en este trabajo se cuestiona por el impacto de una estrategia pedagógica en el aprendizaje conceptual de las Funciones, por lo cual esta estrategia delega el punto de partida de las situaciones problema, según el currículo colombiano corresponde al tercer periodo del grado undécimo, ya que este tema es visto en la etapa escolar pero sin profundizar mucho en el concepto, si bien en las estrategias tradicionales se mencionan pero no se genera una aplicación a situaciones reales sino más bien es vista desde la manipulación de algoritmos matemáticos.

Para evitar que lo anterior suceda esta estrategia que se implementará propone enseñar mediante la resolución de problemas, los cuales consisten en situaciones de la vida real desde lo práctico, que son intervenidos por el docente el cual aplica esta estrategia pero lo más importante de esta es que el estudiante obtenga soluciones creativas y pueda generar debate. Con base a todo lo anterior, la resolución de problemas de esta estrategia estaría dada, por la representación matemática de las situaciones problemas a las cuales el estudiante llega, por lo



cual cada grupo se enfocaba en la explicación de esta sin desconocer la manera práctica de la elaboración de un concepto. (Para ver las actividades leer Capítulo 7. (ANEXOS))



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**
1803

CAPITULO 5. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se realizará un análisis por categorías las cuales son vinculadas a sus respectivos indicadores de aprendizaje conceptual, cada uno de estos indicadores se trata de forma individual y se menciona lo observado. A continuación se presenta un análisis cualitativo de la información obtenida a través de las cuatro actividades realizadas y el cuestionario abierto a lo largo del proceso de investigación. Los resultados obtenidos, se analizarán e interpretarán en este capítulo.

En la implementación didáctica se hicieron cuatro actividades de las cuales enfatizaremos solo en algunas respuestas dadas por los estudiantes elegidos para este análisis.

5.1. Interpretación de resultados

La interpretación de los resultados obtenidos de la investigación se realiza a cada uno de los estudiantes (A y B) y se realiza categoría por categoría.

Estudiante A

Concepto y elementos de una función

Sobre el concepto de función, antes de la implementación de la estrategia didáctica al estudiante A se le hace la siguiente pregunta, con el propósito de conocer sus saberes previos: Cuando se habla de funciones ¿A qué se hace referencia? ante lo cual el estudiante responde: una función hace referencia “*cuando son dactos o variables para darles una imagen en el*

plano”. Con el término “datos o variables”, el estudiante da una cualidad a la función de algo medible, así mismo tiene la noción que las variables pueden ser graficadas. Se evidencia que aunque el estudiante no tiene una definición clara del término función si conoce algunos de los elementos que conforman una función esto se observa cuando el asocia el término variable.

Cuando se le dice que identifique la variable dependiente e independiente en una situación problema que relaciona el número de minutos que hablamos en una llamada telefónica y el monto de dinero a pagar, el estudiante responde lo siguiente: *“la variable dependiente es el monto a pagar y la variable independiente es el tiempo”*, en esta respuesta dada por el estudiante se puede evidenciar que aunque sabe que uno de los elementos de las funciones son las variables, no diferencia la variable dependiente de la independiente y de igual manera no establece relación entre las mismas. Las representaciones mentales se basan en la capacidad para concebir que algo tome el lugar de otra cosa, es decir, es una construcción completa de todo un concepto. Por esto, D’Amore (2009) señala que todo concepto matemático se ve obligado a servirse de diferentes representaciones, dado que no dispone de “objetos” para exhibir en su lugar, por lo cual la conceptualización debe pasar a través de diferentes registros representativos, es decir, en cada representación mental que tiene un estudiante se logra manifestar una forma de mirar un concepto matemático desde distintas maneras, en cada caso determinado el estudiante tiene una perspectiva distinta para contextualizar los diferentes aspectos.

Después de la aplicación de la estrategia didáctica se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó el concepto de función y se dijo que una función es una relación que hay entre dos variables de tal manera que a cada valor de la primera variable le corresponde un

único valor de la segunda y que a estas dos variables se le denomina variable independiente y variable dependiente. Las preguntas que se le hacen al estudiante son las siguientes: ¿Qué es una variable independiente?, ¿Qué es una variable dependiente?, a las cuales el estudiante responde lo siguiente: a la primera pregunta responde “*es aquella que su valor no depende de la otra*” y a la segunda pregunta respondió “*es aquella cuyo valor numérico depende de la otra*” en estas respuestas dadas por el estudiante se puede observar que el estudiante después de todo este proceso llega a definir teóricamente y correctamente la variable dependiente e independiente de una función. Esto es debido a que durante la implementación de la estrategia didáctica el estudiante resolvió situaciones problema en los cuales debía identificar las variables de una función.

Gráfica de una función

Durante la implementación de la estrategia didáctica, en un primer momento al estudiante se le propone una situación problema de una función para que él la grafique y analice el comportamiento de la función. Esta situación dice lo siguiente: Juanita lanza una pelota de futbol hacia arriba, la altura de esta pelota en cada instante t está determinada por la siguiente función: $f(t) = -2t^2 + 48t + 120$, donde $f(t)$ se mide en centímetros y t es el tiempo medido en segundos. Al estudiante a partir de esta función se le pide que complete la siguiente tabla para que pueda graficar

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$f(t)$	120	232	376	552	560	1000	1272	1376	1902

Después del estudiante llenar la tabla de valores con sus respectivos datos representa gráficamente la función. La cual es representada en una línea recta (función lineal)

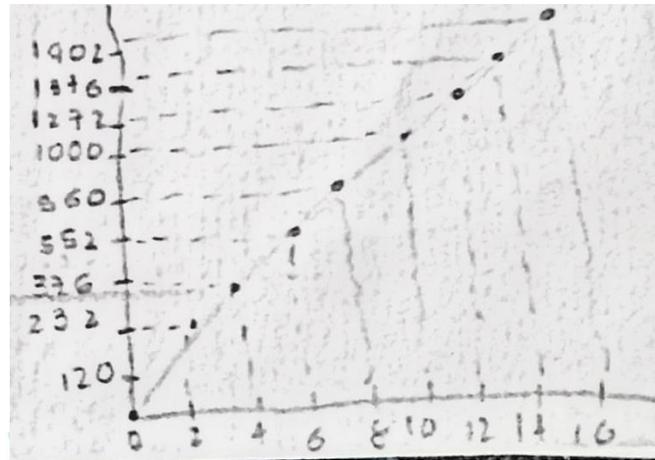


Ilustración 4. Evidencia del Estudiante A

A esta respuesta dada por el estudiante A no es la esperada pues la relaciona como una línea recta y en la situación problema se puede analizar que se está hablando de una función cuadrática por lo cual la gráfica debe dar una parábola y no una línea recta, el estudiante en esta situación problema el estudiante no reemplazo adecuadamente los datos en la tabla de valores dada, inicialmente el primer valor $f(t) = -2(0)^2 + 48(0) + 120 = 120$, pero desde el segundo valor en adelante reemplaza mal los valores ya que cuando reemplaza el segundo valor le da 232 y si se reemplaza esta función por el segundo valor que es 2 queda de la siguiente manera: $(t) = -2(2)^2 + 48(2) + 120 = 208$, por lo cual hay un error al reemplazar estos valores. Otro error que se nota en el estudiante a la hora de graficar es que cuando se reemplaza la ecuación en el primer valor que es cero da 120 por lo cual la gráfica debe iniciar en 120 y no en cero como lo representa el estudiante. En esta actividad se puede evidenciar que el estudiante tiene conceptos no muy claros sobre las diferencias entre una línea recta y las características de una parábola, también se observa que no tiene muy claro la representación gráfica de una función en un plano cartesiano.

En un segundo momento se le propone al estudiante otra situación problema para analizar si el estudiante si puede graficar la función correctamente de forma intuitiva ya que no se le está dando teoría. La situación problema está en el siguiente contexto: en un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias y está población de bacterias crece rápidamente con el tiempo, después de proponerle al estudiante esta situación problema, se dice que acotando la siguiente situación, en la siguiente tabla se expresa la relación que hay entre el tiempo (dado en horas) y la manera como se reproducen las bacterias. Si la población de bacterias inicial es de 100 bacterias, complete la tabla según los tiempos en horas dados:

t: tiempo en horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Población P(t)	100	200	400	800	1600	3200	6400	12800	25600

Se le pide que grafique dicha función desde la interpretación que generó para llenar la tabla de valores, a lo cual el estudiante responde lo siguiente:

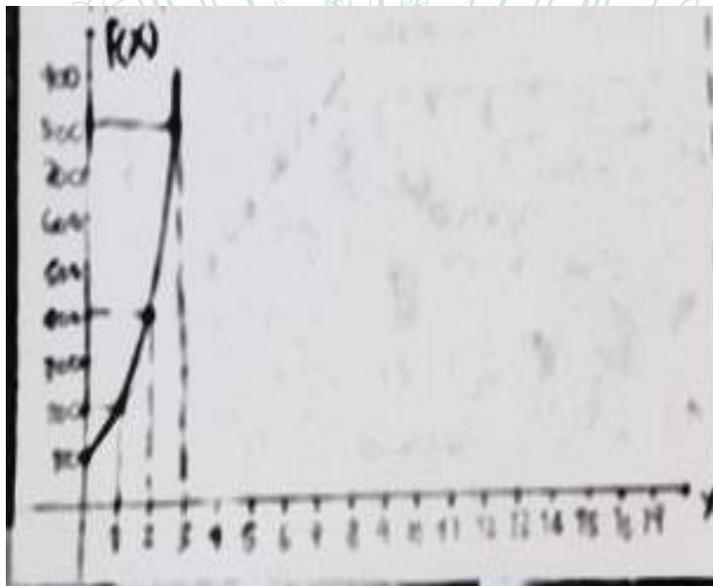


Ilustración 5. Evidencia del Estudiante A

En esta representación gráfica que dio el estudiante A se puede evidenciar que relacionó perfectamente su conocimiento previo con el análisis y la interpretación de la situación

problema, ya que, la gráfica esperada en esta situación es una función exponencial por lo que la población de bacterias aumenta dependiendo el tiempo. En esta actividad se puede evidenciar que el estudiante tiene conceptos ya más claros que en la actividad anterior dado que aquí pudo representar gráficamente la situación problema dada anteriormente. En esta situación problema el estudiante hace una relación entre x y $f(x)$, no contextualiza la situación en la gráfica, ya que, en la situación se le dice que una población de bacterias aumenta dependiendo el tiempo, en esta representación gráfica que hace el estudiante a través de la tabla de valores se observa que el estudiante toma valores hasta 3 en el eje x y en el eje $f(x)$ la realiza hasta 800 tomando como valor inicial 100 que es la población inicial, en este análisis que hace el estudiante se nota una apropiación del concepto. De acuerdo a las consideraciones teóricas de Duval (1998), afirma que para la construcción matemática no basta trabajar solo actividades que generan representaciones, sino que hay que realizar diferentes representaciones de una a otra, y viceversa. Son estas representaciones las que favorecen la construcción de los diferentes conceptos matemáticos. Podemos notar que para favorecer esta construcción de conocimiento, debemos pasar de la representación gráfica a la matemática, y viceversa, para así manifestar en cada representación una forma distinta de percibir el conocimiento de este concepto.

Después de la implementación de la estrategia didáctica se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó diferentes representaciones gráficas de funciones y se le pide al estudiante que identifique cada una de las funciones:

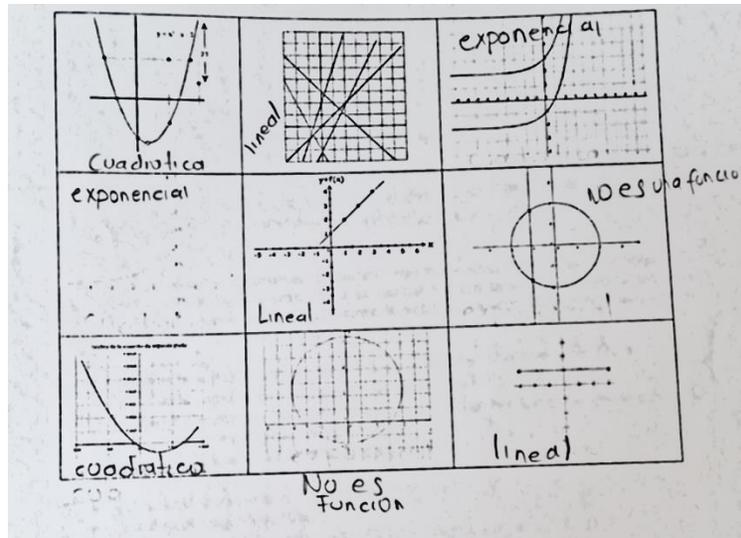


Ilustración 6. Evidencia del Estudiante A

En estas respuestas dadas por el estudiante se puede notar que el estudiante después de todo este proceso llega a identificar gráficamente y correctamente los diferentes tipos de funciones (función lineal, función cuadrática, función exponencial y cuando la gráfica no es una función), por lo que se puede decir que en general el estudiante A tiene los conceptos claros de cómo es la gráfica de cada función. Esta actividad desde la aplicación se realiza para reconocer el proceso que tuvo el estudiante y así analizar si hubo un aprendizaje significativo o no, en esta respuesta dada por el estudiante se pudo observar que hubo un aprendizaje porque el estudiante pudo reconocer y diferenciar las diferentes gráficas de las funciones y cuando es una gráfica de no función.

Representación matemática de una función

Al estudiante A se le propone una situación problema de una función en un primer momento en el cual no se ha implementado la estrategia didáctica para analizar cómo es el razonamiento y así poder representar matemáticamente dicha función. La situación problema que se le

propuso al estudiante es la siguiente: hay una relación entre el número de minutos que hablamos cuando realizamos una llamada desde un celular y el monto de dinero que debemos pagar. En una compañía x , si se habla un minuto se debe pagar \$150, si se habla 2 minutos se cancela \$ 300 y así sucesivamente. A lo cual, el estudiante responde lo siguiente:

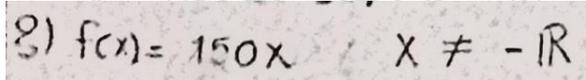

$$8) f(x) = 150x \quad / \quad x \neq -\mathbb{R}$$

Ilustración 7. Evidencia del estudiante A

Esta respuesta dada por el estudiante A es la esperada pues relaciona perfectamente los datos dados en la situación problema con la representación matemática que se quiere que el estudiante obtenga a partir de esta situación, en esta situación se puede evidenciar que el estudiante tiene conceptos claros sobre la representación matemática a la cual se quería llegar.

En un segundo momento se le propone al estudiante otra situación problema para que él realice una representación de la función. La situación problema está en el siguiente contexto: en un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias y esta población de bacterias crece rápidamente con el tiempo, al estudiante se le pregunta lo siguiente a partir de la situación problema dada: ¿Cómo representarías dicha función matemáticamente?, a lo cual el estudiante responde lo siguiente:

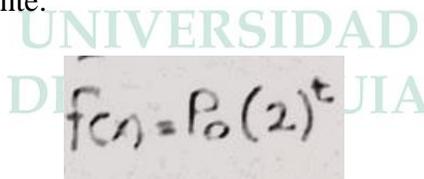

$$f(x) = P_0(2)^t$$

Ilustración 8. Evidencia del Estudiante A

En esta representación matemática que dio el estudiante A se puede evidenciar que relacionó perfectamente su conocimiento previo con el análisis y la interpretación de la situación problema, ya que, la representación matemática esperada en esta situación es la correcta

porque el estudiante la identificó con una función exponencial y esta función era la esperada a dicha situación, por lo que la población de bacterias aumenta dependiendo el tiempo. En esta actividad se puede evidenciar que el estudiante tiene conceptos muy claros y está avanzando en su conocimiento en cuanto a representar matemáticamente una función cualquiera desde cualquier situación problema que le presenten.

Después de la implementación de la estrategia didáctica se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó diferentes representaciones matemáticas de funciones y se le pide al estudiante que identifique cada una de las funciones:

$f(x) = 3^x + 2$	exponencial
$f(x) = x^2 + 2$	exponencial
$f(x) = 5x + 1$	lineal
$f(x) = x^2 - 2x + 3$	cuadrática
$f(x) = ax^2 + bx + c$	cuadrática
$f(x) = ax + b$	lineal
$f(x) = Q_0 \times 4^x$	exponencial
$f(x) = x^2 - 6x + 2$	cuadrática

Ilustración 9. Evidencia del Estudiante A

En estas respuestas dadas por el estudiante se puede notar que el estudiante después de todo el proceso llega a identificar perfectamente las diferentes funciones matemáticas que se les dan nombrando su respectivo nombre. Se puede evidenciar que a cada una de las funciones que se le dan el estudiante al frente dice su respectivo nombre de acuerdo al conocimiento adquirido y de acuerdo a las diferentes características que identifican a cada función. Por lo que se puede decir que en general el estudiante A tiene los conceptos claros de cuál es la representación matemática de cada función.

Concepto y elementos de una función:

Sobre el concepto de función, antes de la implementación de la estrategia didáctica al estudiante B se le hace la siguiente pregunta, con el propósito de conocer sus saberes previos: Cuando se habla de funciones ¿A qué se hace referencia? el estudiante responde “*para nosotros las funciones hacen referencia a un valor o costo que se le pone a algo*”. Cuando el estudiante hace referencia a un valor o costo, da un valor agregado o un valor añadido al concepto de función. Sin embargo, también demuestra que el estudiante no tiene un concepto claro de función y de sus elementos que lo conforman.

Cuando se le pregunta sobre la variable independiente e dependiente en una situación problema donde se relaciona un cultivo de bacterias en un fermentador durante cierta cantidad de horas y también se le dice que la población crece rápidamente con el paso del tiempo, el estudiante responde lo siguiente: “*Tiempo y la población las Bacterias*”, en la respuesta que da el estudiante se puede analizar que tiene claro las características de la variable independiente de esta situación problema porque dice que es el tiempo, en cuanto a la variable dependiente fue conciso y dio su respuesta correctamente porque el crecimiento de las bacterias dependen del tiempo.

Después de la implementación de la estrategia didáctica se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó el concepto de función y se dijo que una función es una relación que hay entre dos variables de tal manera que a cada valor de la primera variable le corresponde un único valor de la segunda y que a estas dos variables se le denomina variable

independiente y variable dependiente. Las preguntas que se le hacen al estudiante son las siguientes: ¿Qué es una variable independiente?, ¿Qué es una variable dependiente?, a las cuales el estudiante responde lo siguiente: a la primera pregunta responde “*función independiente: es aquella cuyo valor no depende del de otra variable*” y a la segunda pregunta respondió lo siguiente: “*función dependiente: es aquella cuyo valor depende del valor numérico que adopta la variable independiente en la función*” en estas respuestas dadas por el estudiante B se puede observar que el estudiante después de todo este proceso llega a definir teóricamente y correctamente la variable dependiente e independiente de una función, ya que, la variable dependiente es aquella cuyo valor depende del valor numérico que adopta la variable independiente en la función y la variable independiente es la que cuyo valor puede variar independientemente de las otras variables.

En su respuesta el estudiante hace referencia a función dependiente e independiente. Lo que demuestra que para él la función es lo mismo que una variable.

Gráfica de una función

Al estudiante B se le propone una situación problema donde inicialmente se quería analizar como interpretaba el estudiante esta situación problema para representarla gráficamente, esta situación dice lo siguiente: José acompañó a su hermano a comprar verduras y observo que 1 kg de cebolla vale \$780. Cuando José le preguntó a su hermano cómo se calcula el precio para los diferentes kilos de cebolla su hermano le explica que debe hacer una relación entre el número de kilos de cebollas y el precio total de la compra. A la cual el estudiante la representó gráficamente así:

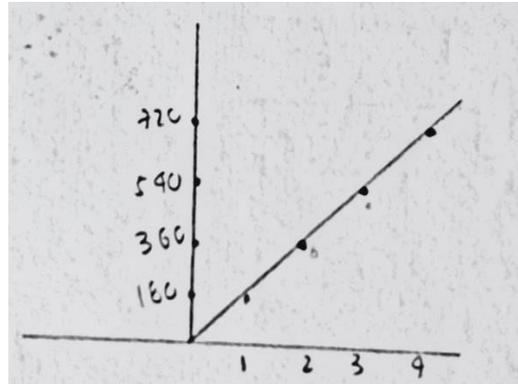


Ilustración 10. Evidencia del estudiante B

En esta situación problema el estudiante hace una relación matemática donde dice que $f(x) = 780x$, la gráfica de la función da una línea recta y la representa bien, pero el error que comete el estudiante es cuando dice que la $x = 1$ entonces $f(x) = 180$, cuando $x = 2$ entonces $f(x) = 360$ y así sucesivamente, porque cuando la $x = 1$ la función toma un valor de 780, cuando $x = 2$ la función vale 1560 y así sucesivamente, por lo cual el estudiante no reemplaza adecuadamente los valores de la función a pesar de que la representa matemáticamente bien. Se puede notar que el estudiante pasa de la representación matemática a la representación gráfica pero no de la forma adecuada ya que no reemplaza adecuadamente los valores de esta función lineal. Como lo menciona Planchart (2000) en su tesis doctoral los estudiantes frecuentemente tienden a pensar que las funciones deben ser continuas definidas con una fórmula única.

En un segundo momento de la estrategia se le propone al estudiante otra situación problema para que él realice una representación gráfica. La situación problema está en el siguiente contexto: en un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias y está población de bacterias crece rápidamente con el tiempo, después de proponerle al estudiante esta situación problema se le pide que grafique dicha función desde la interpretación que tiene, a lo cual el estudiante responde lo siguiente:

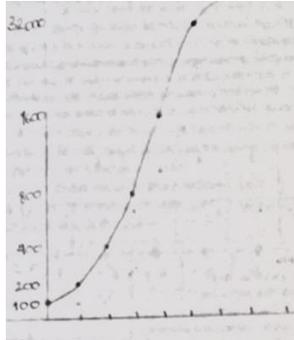


Ilustración 11. Evidencia del Estudiante B

En esta gráfica que hace el estudiante B se puede evidenciar que relacionó perfectamente su conocimiento previo con el análisis y la interpretación de la situación problema, ya que, la gráfica esperada en esta situación es una función exponencial por lo que la población de bacterias aumenta dependiendo el tiempo. En esta actividad se puede notar que el estudiante tiene conceptos ya más claros que en la actividad anterior dado que aquí pudo representar gráficamente la situación problema dada anteriormente y en la situación anterior no supo graficarla y como menciona Hitt (1996) la dificultad de una actividad provoca que al no tener alternativas que ayuden a resolver el problema propuesto durante el proceso de resolución de problemas el estudiante emerge ideas intuitivas (donde algunas de ellas pueden ser erróneas) sin que este tenga conciencia de ello, en este caso se puede observar cuando el estudiante a partir de situaciones problemas las representa gráficamente de una función desde su interpretación.

Después de la implementación de la estrategia didáctica se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó diferentes representaciones gráficas de funciones y se le pide al estudiante que identifique cada una de las funciones:

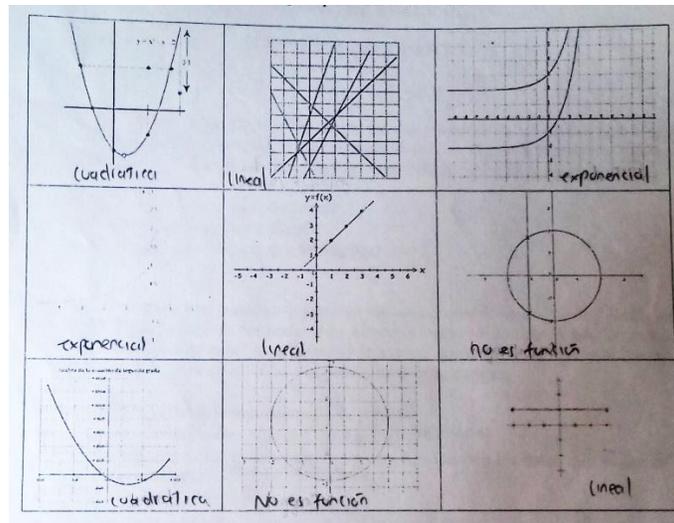


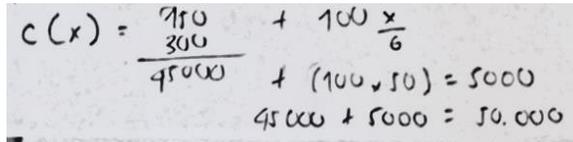
Ilustración 12. Evidencia del Estudiante B

En estas respuestas dadas por el estudiante se puede notar que el estudiante después de todo este proceso llega a identificar gráficamente y correctamente los diferentes tipos de funciones, por lo que se puede decir que en general el estudiante B tiene los conceptos claros de cómo es la gráfica de cada función, a pesar, que en un primer momento no tenía muy claro como graficar una función. Esta actividad se hace con el fin de analizar y observar cómo fue el proceso del estudiante durante toda la implementación de la estrategia didáctica para poder lograr un conocimiento más elaborado sobre las diferentes graficas de funciones y sus diferencias desde un contexto no matemático.

Representación matemática de una función

Inicialmente al estudiante B se le propone una situación problema de una función en la cual se ha implementado la estrategia didáctica para analizar cómo es el razonamiento y así poder representar matemáticamente dicha función. La situación problema que se le propuso al estudiante es la siguiente: hay una relación entre el número de minutos que hablamos cuando

realizamos una llamada desde un celular y el monto de dinero que debemos pagar. En una compañía x , si se habla un minuto se debe pagar \$150, si se habla 2 minutos se cancela \$ 300 y así sucesivamente. A lo cual, el estudiante responde lo siguiente:



$$c(x) = \frac{150}{300} + 100 \frac{x}{6}$$

$$150 \cdot 50 = 5000$$

$$45000 + 5000 = 50.000$$

Ilustración 13. Evidencia del estudiante B

Esta respuesta dada por el estudiante A no es la esperada, este valor tomado por el estudiante no se comprende de donde los saco para formular matemáticamente esta función, porque para hallar el valor a pagar de cualquier cantidad de minutos hablados quedaría de la siguiente manera:

$$f(x) = 150(x)$$

Donde $f(x)$ es el valor que pagamos a la compañía y $150(x)$ es el valor del minuto multiplicado por el número de minutos hablados. Por esto, el estudiante no relaciona los datos dados en la situación problema con la representación matemática que se quiere que él obtenga a partir de esta situación, acá se puede evidenciar que el estudiante no tiene conceptos claros sobre la representación matemática a la cual se quería llegar.

En un segundo momento durante la implementación de la estrategia el estudiante debe representar la siguiente situación de manera matemática: en un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias y esta población de bacterias crece rápidamente con el tiempo, realizar una representación matemática de la situación, a lo cual el estudiante responde lo siguiente:

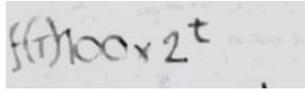


Ilustración 14. Evidencia del Estudiante B

En esta representación matemática que dio el estudiante B se puede evidenciar que relacionó perfectamente su conocimiento previo con el análisis y la interpretación de la situación problema, ya que, la representación matemática esperada en esta situación es la correcta. La función que el estudiante representó matemáticamente está en el contexto porque la población de bacterias inicial es de 100 bacterias, pero es de resaltar que el estudiante no incluyó el signo igual en la función, es decir, $f(t) = 100 \times 2^t$, porque esa igualdad me relaciona la función con la representación matemática que el estudiante encontró después de su análisis e interpretación, esto puede ser debido a que el estudiante no encuentra claro que significa una igualdad en una ecuación matemática.

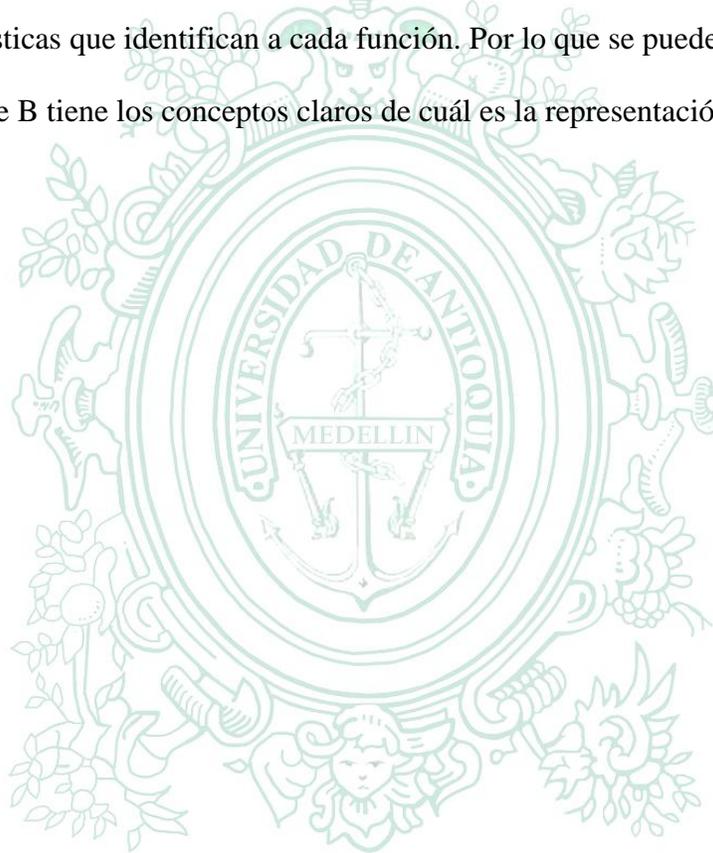
En esta actividad se puede evidenciar que el estudiante tiene conceptos muy claros y está avanzando en su conocimiento en cuanto a representar matemáticamente una función cualquiera desde cualquier situación problema que le presenten.

Después se implementó un cuestionario en el cual se contextualizó diferentes representaciones matemáticas de funciones y se le pide al estudiante que identifique cada una de las funciones:

$f(x) = 3^x + 2$	Exponencial
$f(x) = x^2 + 2$	cuadrática
$f(x) = 5x + 1$	lineal
$f(x) = x^2 - 2x + 3$	cuadrática
$f(x) = ax^2 + bx + c$	cuadrática
$f(x) = ax + b$	lineal
$f(x) = Q_0 \times 4^x$	exponencial
$f(x) = x^2 - 6x + 2$	cuadrática

Ilustración 15. Evidencia del Estudiante B

En estas respuestas dadas por el estudiante B se puede notar que el estudiante después de todo el proceso de la implementación de la estrategia didáctica llega a identificar perfectamente las diferentes funciones matemáticas que se le dan nombrando su respectivo nombre. Se puede evidenciar que a cada una de las funciones que se le dan el estudiante al frente dice su respectivo nombre de acuerdo al conocimiento adquirido y de acuerdo a las diferentes características que identifican a cada función. Por lo que se puede decir que en general el estudiante B tiene los conceptos claros de cuál es la representación matemática de cada función.





Estudiante	Momento 1	Momento 2	Momento 3
Estudiante A	<p>En este momento inicial, el estudiante tiene dificultades en definir de forma precisa el concepto de función, plantea argumentos desde lo intuitivo, es decir, relaciona la función a datos o variables, no logra relacionar el concepto intuitivo que tiene con una definición formal de este.</p> <p>En sus argumentos sobre la variable dependiente e independiente, el estudiante no logra identificar las dos variables que se le están preguntando, aunque relaciona el concepto de función con variables dadas en una situación problema, aun se evidencia un nivel bajo en el estudiante.</p> <p>Respecto a las respuestas dadas por el estudiante de la definición de la variable dependiente y la variable independiente se encuentra más coherencia en sus argumentos con lo que se le pregunta, es decir, hay un gran avance en su capacidad de interpretación, hace alusión a esta definición desde lo teórico.</p>	<p>Se nota que el estudiante a partir de una situación problema no logra visualizar claramente la ruta de solución, por lo que la solución no tiene coherencia con la situación problema, en la situación problema se le pide hacer una gráfica a partir de una tabla de valores donde se le da la ecuación matemática a la cual el estudiante no logra hacer explícito su proceso de análisis por lo que el resultado es incoherente. En cuanto a la resolución de problemas se puede evidenciar que no comprende muy bien qué es lo que se le está preguntando porque se le está dando toda la información de tal modo que solo es reemplazar y sin embargo no reemplaza adecuadamente los valores por lo que la gráfica no es la esperada. De esto, se nota que hay poca concordancia de sus argumentos con las preguntas propuestas.</p> <p>Se encuentra más coherencia de sus argumentos, ya que, relaciona adecuadamente la situación problema con lo que se le está pidiendo realizar en esta actividad, es decir hay un avance en su capacidad de análisis e interpretación, por lo tanto, el nivel de concepto de función es medio puesto que relaciona las situaciones problemas con las representaciones gráficas que pueden tomar. El estudiante logra identificar los diferentes tipos de función y cómo es su comportamiento.</p>	<p>En sus argumentos da cuenta de las reflexiones que hace desde su análisis e interpretación de lo que se le está preguntado sobre una situación problema y poder llegar a formular una ecuación matemática desde un contexto cualquiera, el estudiante muestra un razonamiento lógico-crítico ya que comprende y se involucra en la situación problema, en cuanto al concepto de función y a su representación matemática se nota un nivel alto dado que da respuestas muy coherentes y las puede relacionar sin inconveniente con ejemplos de la cotidianidad.</p>
Estudiante B	El estudiante tiene dificultades en darle solución a lo que se le está preguntando, pues relaciona el	En su interpretación desde una situación problema, se involucra positivamente en esta de tal forma que analiza	En un primer momento no se evidencia la representación matemática que el estudiante logra obtener después de su



	<p>concepto de función con un valor o costo, pues sus respuestas están dadas desde su conocimiento intuitivo, se evidencia dificultad en dar una definición formal.</p> <p>En los análisis que hace acerca de la variable dependiente e independiente para dar una definición formal tiene claro, se encuentra más coherencia de los diferentes argumentos que da de lo que se le está preguntando, por lo tanto, se encuentra en un nivel medio pues evita relacionar el concepto función con los elementos que componen a esta.</p>	<p>correctamente la situación que se le está planteando y que es lo que se quiere que realice, pero en cuanto a representar gráficamente la función a través de esta situación el estudiante muestra incoherencia en cuanto a que si bien hace el análisis correcto no grafica correctamente, su comprensión de lectura es bajo, aun no plantea una solución correcta.</p> <p>En cuanto a la resolución de problemas, se encuentra más coherencia de sus argumentos con lo que se le pregunta y cómo de una situación problema puede graficar adecuadamente la función que esta representa, sus respuestas van más allá de lo que se le está preguntando, puesto que debe resolver la situación para llegar a soluciones concretas y puede diferenciar una función en un contexto de la vida cotidiana de un contexto cuando se le dan diferentes gráficas para que el las asocie con lo que aprendió.</p>	<p>análisis e interpretación a partir de una situación problema con ejemplo de la vida cotidiana, es decir, no logra interpretar lo que se le está preguntando, además en una situación problema diferente logra contextualizar el contexto por lo que logra solucionar la situación que se le plantea y formalizar matemáticamente dicha problemática y así relacionarla con el concepto de función.</p> <p>Su nivel del concepto de función es medio-alto puesto que para tener un mayor avance en este concepto es necesario adecuar el contexto de cualquier situación problema, el estudiante debe analizar todas las variables que se pueden encontrar en esta y que le puedan servir de ayuda para su análisis. En cuanto a la resolución de problemas ha mejorado, aunque debe comprender aún más lo que se pide que halle en esas situaciones que se le plantean.</p>
--	---	--	--

Tabla 4. Conclusiones a partir del análisis



CAPITULO 6. CONCLUSIONES

En este capítulo se reflejan las consideraciones y los diferentes resultados del trabajo investigativo, por lo cual después de realizar el proceso de investigación, se puede llegar a algunas conclusiones que emergen de los objetivos propuestos para la misma entre las cuales se encuentran expuestos a continuación:

Antes de la implementación de la estrategia didáctica los estudiantes asociaban el concepto de función a datos, variables o a un costo que se le pone a algo, por lo cual no tenían una definición clara de este concepto. La forma como los estudiantes analizaron el concepto de función fue de manera intuitiva y no desde un contexto formal, lo cual determinó que se les dificultaba responder favorablemente.

Antes de esta implementación los estudiantes no lograron realizar las diferentes representaciones (gráfica y matemática) de una función a través de una situación problema y por ende no relacionaron esta situación con dicho concepto.

En un segundo momento de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas a los estudiantes se les dificultó pasar de una representación a otra, es decir no pudieron hacer una interpretación correcta de las diferentes variables que se les presentó en la situación problema, aunque mencionaban cual era la variable independiente y cuál era la dependiente no reemplazaban correctamente los datos de la variable independiente en la función dada, lo que indicó que no tienen una idea clara sobre la gráfica de una función y su representación

matemática. En cuanto a la resolución de problemas no comprendieron muy bien lo que se les está preguntando.

Hubo dificultades con la notación simbólica del concepto de función en el momento de la implementación de la estrategia porque los estudiantes cuando tenían que representar gráficamente o matemáticamente dicha función a través de la situación problema hacían una lectura diferente, es decir, deja su formalidad de función para convertirse en una operación de tal manera que la vuelven puramente matemática y así poder resolver el problema.

Después de la implementación de la estrategia didáctica los estudiantes se involucraban de manera positiva en la situación problema planteada aunque persistió las dificultades a la hora de hacer la representación gráfica y matemática de esta, en cuanto a argumentar sus respuestas van más allá de lo que se les está preguntando puesto que para resolver la situación problema diferencia una función de otra en un contexto de la vida real y como las situaciones son diferentes el estudiante analizaba e interpretaba sus apreciaciones y las formalizaba.

Esta investigación permitió concluir que la mayoría de los estudiantes de undécimo de la Institución Educativa San Luis Gonzaga del municipio de Copacabana-Antioquia, demostraron un gran progreso en la resolución de problemas para el aprendizaje de las funciones, por lo cual, se pudo comprobar una efectividad mayor cuando se emplea una estrategia basada en la resolución de problemas.

Una estrategia didáctica basada en la resolución de problemas mejora el aprendizaje del concepto de función permitiendo un acercamiento a diferentes tipos de funciones (concepto, función lineal, cuadrática y exponencial), esto con el fin de relacionarlas con situaciones de la vida cotidiana a través de diferentes situaciones problema.

El método de resolución de problemas, favoreció a disminuir la predisposición de los estudiantes de undécimo en el área de matemáticas, por lo que, se obtuvieron cambios en la concentración y la capacidad de razonamiento de cada uno, así mismo, aumento la participación activa, la integración y la mutua colaboración, hubo entrega puntual de las actividades, mayor atención a los temas tratados en los diferentes momentos, por lo que, el método de resolución de problemas es efectivo para mejorar el aprendizaje. Este método logra despertar en cada uno de los estudiantes el interés para su propio aprendizaje.

Pregunta que quedó de esta investigación?

¿Qué otros métodos se pueden emplear para solucionar las diferentes dificultades que se presentan en el aprendizaje de los diferentes estudiantes en el aula de clase?

CAPITULO 7: RECOMENDACIONES

Proponer a los docentes de área de matemáticas la utilización del método de resolución de problemas en la enseñanza de esta materia como herramienta para facilitar el proceso de aprendizaje.

La falta de tiempo pudo haber sido un factor importante en cuanto a que los estudiantes no hubieran realizado su proceso de aprendizaje conceptual en torno al tema de funciones, por lo que se recomienda extender un poco más la aplicabilidad de cada actividad para que los estudiantes puedan tomarse su tiempo para reflexionar de manera crítica acerca de cada una de las situaciones problema que se les propone en la estrategia didáctica.

Para que la estrategia didáctica tenga resultados positivos se hace necesario abrir debates entre los estudiantes con discusiones abiertas de cada una de las actividades, donde puedan participar de forma activa y puedan fundamentar sus posiciones con las concepciones alternativas de los otros estudiantes y así retroalimenten sus conocimientos.

Se debe aplicar estrategias basadas en la resolución de problemas con el fin de disminuir las dificultades que se presentan en matemáticas, tratando de evitar ejercicios no entendibles para no provocar temor y frustración en los estudiantes, de lo contrario, no se logrará el objetivo esperado, ya que, al escuchar a los estudiantes sobre sus necesidades se podrá guiar e incentivarlos a lograr sus objetivos por medio del método de resolución de problemas.



Los docentes deben emplear métodos creativos, innovadores y prácticos que faciliten el aprendizaje de conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas y lograr que el estudiante adquiera dominio de cualquier concepto sin tanta dificultad.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**
1803



BIBLIOGRAFIA

- Alfonzo Salgado, Z. L. (2012). Didáctica de las funciones lineales y cuadráticas asistida con computadora. *Didáctica y Educación*, 39-48.
- Alonso Berenguer, I., & Martínez Sánchez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica de su aplicación como vía eficaz para la enseñanza de la matemática. *Revista Pedagógica Universitaria*, 8(3), 81-88.
- Artigue, M. (1990). Epistemologie et didactique. Traducción por: María Fernanda Espitia Olaya. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10(23), 241-286.
- Carvajal, Y. J., Vega Ortiz, Y., & Aponte Marín, M. A. (2015). Introducción del concepto función: Un análisis epistemológico de algunos textos de la reforma de las matemáticas modernas y algunos textos actuales. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 296-300.
- Cliford, A. (2010) *La maravilla de los números*. España: Robinbook, S.L.
- D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista Científica: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá 11*, 150-164.
- De Bono, E. (1986). *El pensamiento lateral*. México: Paidós Plural.
- De Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Madrid, Chile: Editorial Pirámide.
- Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En *Investigaciones en matemáticas educativa II* (págs. 173-201). Grupo Editorial Iberoamérica.



- Escalante Martínez, S. B. (Enero de 2015). "Método Pólya en la resolución de problemas matemáticos (tesis de grado). Guatemala.
- Escudero Martín, J. (1999). *Resolución de Problemas Matemáticos*. Salamanca.
- Fernández Bravo, J. A. (2006). Algo sobre la resolución de problemas matemáticos en educación primaria. *SIGMA* 29, 29-42.
- García Torres, E. (Mayo de 2006). Una caracterización de la cultura didáctica al interior del aula de cálculo. Factor reflexivo del quehacer docente en los estilos de aprendizaje. *Tesis para optar al título de Licenciado en Enseñanza de las Matemáticas, Facultad de Matemáticas*. Yucatan, Universidad Autónoma de Yucatan. México.
- Garret, R. (1988). Resolución de Problemas y Creatividad: Implicaciones para el currículo de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 224-230.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, F., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana de México, S.A de C.V.
- Hitt, F. (1996). Investigaciones en Matemática Educativa, Sistemas semióticos de representación del concepto de función y su relación con problemas epistemológicos y didácticos. Madrid: Editorial Iberoamérica.
- Huircan Cabrera, M., & Carmona Valdéz, K. (2013). *Guía de Aprendizaje N° 2. Las Funciones Cuadráticas. Una herramienta de modelación*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Huircan Cabrera, M., & Carmona Valdéz, K. (2013). *Guía de Aprendizaje N° 4. Funciones Lineales y Afín, Ángulos y Rectas*. Ministerio de Educación.
- Llanos Vargas, L. S. (2011). El enfoque de George Polya en la resolución de problemas. *Revista 360°* (6), 1-3.

- Manfredi, V. (10 de Mayo de 2008). "Funciones matemáticas...¿Para qué se utilizan?". La realidad de la función de las funciones lineales. *"Funciones matemáticas...¿Para qué se utilizan?"*. La realidad de la función de las funciones lineales, 37-85. San Miguel, Buenos Aires.
- Martínez Montero, J. (2002). *Enseñar matemáticas a alumnos con necesidades educativas especiales*. Barcelona, España: Ediciones Narcea.
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista IIPSI*. Vol 9. N° 1, 123-146.
- Ministerio de Educación, C. y. (2007). *Matemáticas: Funciones*. Buenos Aires: Primera Edición.
- Monroy Cornejo, S. H. (2003). El Estudio de Caso: ¿ Método o Técnica de Investigación? Ponencia publicada en las Memorias del tercer Coloquio Nacional de Metodología de la Ciencia y de la Investigación para la Educación., 101-105. Ciudad del Carmen, México.
- Morales, M. d., Rodríguez Cárdenas, V. H., Gómez Bello, W., Joya Vega, A. d., & Gómez Bello, M. (2010). Funciones. En M. d. Morales, V. H. Rodríguez Cárdenas, W. Gómez Bello, A. d. Joya Vega, & M. Gómez Bello, *Hipertexto Santillana* (págs. 38-64). Bogotá: Santillana S.A.
- Nación, M. d. (2000). Módulo 7. Resolución de Problemas. En M. d. Nación, *Resolución de Problemas: Diez módulos destinados a los responsables de los procesos de transformación educativa* (págs. 13-32). Buenos Aires: Unesco.
- Nieto Said, J. H. (2004). *Resolución de Problemas Matemáticos*. Maracaibo.
- Peralta García, J. X. (2002). *Dificultades para articular los registros gráfico, algebraico y tabular: El caso de la función lineal*. Instituto Tecnológico de Sonora.



- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169-194.
- Planchart Márquez, O. (2000). La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función. (tesis doctoral). Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Poyla, G. (1992). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J. I., Pérez, M. d., Domínguez, J. G., & Postigo, Y. (1994). La Solución de Problemas. En *La Solución de Problemas*. Madrid: Santillana.p. 230.
- Rizo Cabrera, C., & Campistrous Pérez, L. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.2(2-3), 31-45.
- Ruda, E., Ocampo, E., Mongiello, A., Acosta, A., & Olmos, G. (2011). Fases de resolución de una situación problema utilizando elementos de competencias. *ACI*: 3(1), 159-166.
- Ruesga Ramos, M. P., & Sigarreta Almira, J. M. (2004). Una estrategia específica para la resolución de problemas en función del contenido. Las funciones. *Docencia Universitaria*, 1 y 2, 75-93.
- Sánchez Peña, D. M. (2016). Conceptualización de la función lineal y afín: Una experiencia de aula. (tesis de maestría). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Sarmiento, M., & Manzanilla, J. (2011). *Unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas con ayuda de maple*. Venezuela.
- Shílov, G. E. (2004). ¿Qué es una función? *Revista rusa Matematika v Shkole*, 137-147.

Sureda, P., & Otero, M. R. (2013). Estudio sobre el proceso de conceptualización de la función exponencial. *Revista de Educación matemática*, 25(2), 1-22.

Viar Pérez, R. (2007). *Estrategias en la resolución de problemas*.

Youshkevitch, A. (1976). The concept of function up to the middle of the 19th century.

Traducción: Dra. Rosa María Farfán. *Arch. Hist. Exact. Sci.* (16), 37-85.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



ANEXOS

Cuestionario de preguntas abiertas

Escriba una respuesta o idea que tenga con respecto a lo que se le está preguntando, si no sabe la respuesta no deje de responder, recuerde que cualquier respuesta puede tener un aspecto importante.

1. Una función es una relación que hay entre dos variables de tal manera que a cada valor de la primera variable, le corresponde un único valor de la segunda variable. A estas variables se les denomina variable independiente y variable dependiente.
 - ¿Qué es una variable independiente?
 - ¿Qué es una variable dependiente?
 - ¿Cuáles son los elementos de una función?
2. José acompañó a su hermano a comprar verduras y observo que 1 kg de cebolla vale \$780. Cuando José le pregunto a su hermano cómo se calcula el precio para los diferentes kilos de cebolla su hermano le explica que debe hacer una relación entre el número de kilos de cebollas y el precio total de la compra.
 - ¿Cuál es la variable independiente?
 - ¿Cuál es la variable dependiente?
 - ¿Cómo representarías matemáticamente esta función con los datos que te dan en la situación problema?
 - ¿Qué tipo de función es esta?



- Grafica dicha función
- ¿Cuál es el dominio de la función?
- ¿Cuál es el rango de la función?
- Si José compra 5 kilos de cebolla ¿Cuánto dinero debe pagar?
- De algunas características de esta función
- Nombre algunas semejanzas y diferencias de esta función con las otras

3. Juanita lanza una pelota de futbol hacia arriba, la altura de esta pelota en cada instante t está determinada por la siguiente función: $f(t) = -2t^2 + 48t + 120$, donde $f(t)$ se mide en centímetros y t es el tiempo medido en segundos.

A partir de la información dada complete la siguiente tabla con las alturas correspondientes a cada instante de tiempo dado.

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$f(t)$									

- Grafique la función $f(t)$
- ¿Cuál es el tiempo de vuelo de la pelota?
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
- ¿Cuál es el tiempo de vuelo de la pelota?
- ¿Qué tipo de función es esta?
- De algunas características de esta función
- Nombre algunas semejanzas y diferencias de esta función con las otras



4. El número de bacterias de un determinado cultivo incremento de 400 a 1200 entre las 8 y las 11 am. Si suponemos que el crecimiento de las bacterias es de manera exponencial y la variable t representa las horas después de las 8 de la mañana. El número $f(t)$ de las bacterias está dado por una determinada fórmula.

- Determine la función matemáticamente
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- ¿Cuál es la variable independiente?
- Calcule el número de bacterias que hay en el cultivo a las 9, 10 y 11 de la mañana
- Hacer la gráfica de la función desde $t = 0$ hasta $t = 6$
- ¿Qué tipo de función es esta?
- De algunas características de esta función
- Nombre algunas semejanzas y diferencias de esta función con las otras

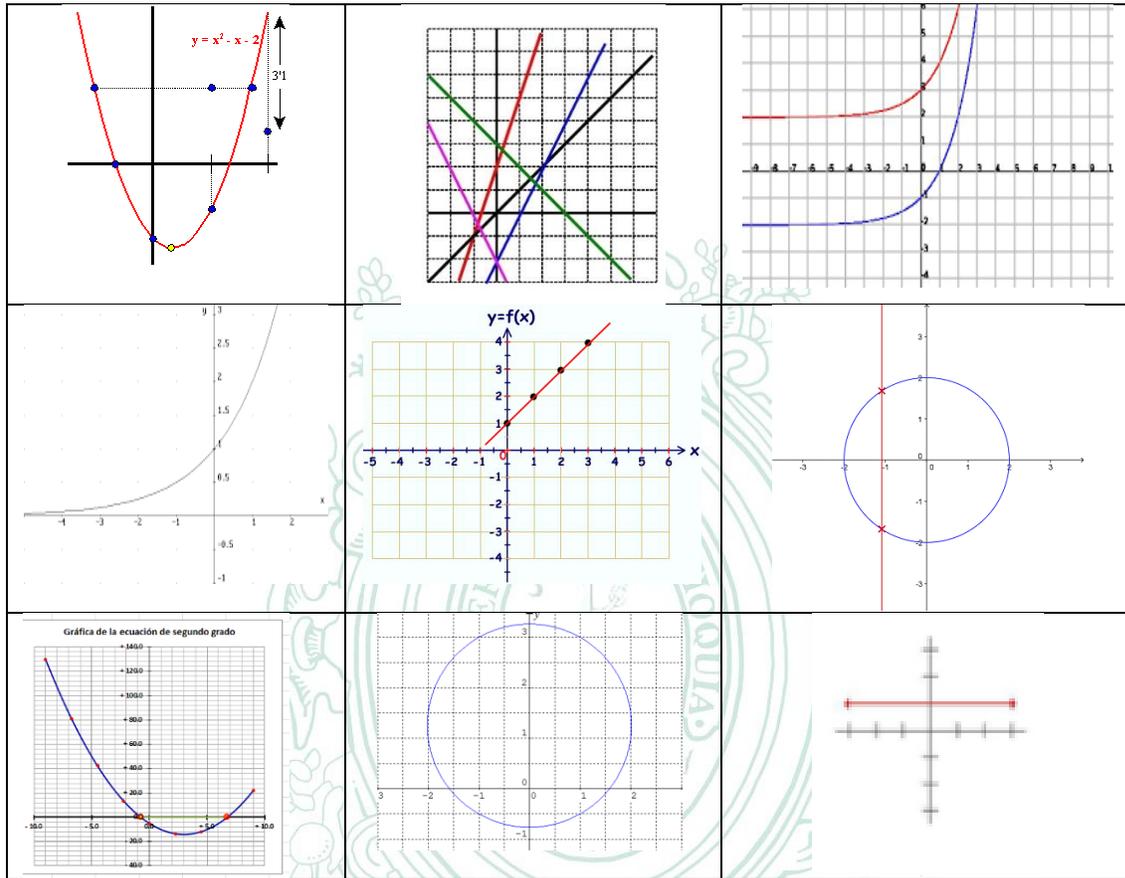
5. Identifica matemáticamente que tipo de funciones son las siguientes:

$f(x) = 3^x + 2$	
$f(x) = x^2 + 2$	
$f(x) = 5x + 1$	
$f(x) = x^2 - 2x + 3$	
$f(x) = ax^2 + bx + c$	
$f(x) = ax + b$	
$f(x) = Q_0 \times 4^x$	
$f(x) = x^2 - 6x + 2$	

6. Dar ejemplos de fenómenos que representen la función lineal, la función cuadrática y la función exponencial y explicar porque esa situación problema se puede representar por medio de esa función.



7. Según las siguientes graficas que tipo de función es cada una:



Estrategia didáctica

Desarrollando el concepto de Función a través de la Resolución de Problemas.

Institución Educativa San Luis Gonzaga

1803

Grado: 11°02

Clase N° 1:

Objetivo: Identificar los conocimientos previos que tienen los diferentes grupos de trabajo acerca del concepto de función, empleando situaciones problemas en el aula de clase.

Tema: Aproximación a las funciones.

Duración: 60 minutos.

Actividades de la primera sesión:

- Informar a los estudiantes sobre el trabajo de investigación que está realizando.
- Establecer mediante consenso una sana convivencia en el grupo.
- Conformar equipos de trabajo.

Responder las siguientes preguntas en los grupos de tres a cuatro estudiantes.

- ¿Qué entienden por situaciones problema?
- Cuando se presenta una situación problema ¿Qué pasos realizas para dar una solución?
- ¿Crees que las funciones matemáticas que se realizan en el aula de clase tienen aplicación en la vida real? Dar algunos ejemplos
- Cuando hablan de funciones ¿A qué hacen referencia?
- ¿Has escuchado hablar del término de función? Da un ejemplo de una función
- ¿Qué tipos de funciones conoces?

Desarrollando la Función Lineal a través de la Resolución de Problemas.

Institución Educativa San Luis Gonzaga

Clase N° 2:

Tema: Función Lineal.

Duración: 120 minutos

Objetivos:

- Aclarar el concepto de Función Lineal.

- Construir problemas basados en situaciones problemas de la cotidianidad para aclarar dicho concepto.

Situación Problema:

Existe una relación entre el número de minutos que hablamos cuando realizamos una llamada desde un celular y el monto de dinero que debemos pagar. En una compañía x , si se habla un minuto se debe pagar \$150, si se habla 2 minutos se cancela \$ 300 y así sucesivamente. Esta compañía de celular cobra por minutos ya que el usuario está inscrito en un plan pos-pago.

- ¿Dicha situación puede representarse como una función?

Si la situación anterior puede representarse como una función entonces contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la variable dependiente de la función?
- ¿Cuál es la variable independiente de dicha función?
- ¿Qué tipo de función es esta?
- ¿Cuánto pagaría una persona si ha hablado 78 minutos?
- Si después de hablar 300 minutos y por cada minuto hablado te descuentan \$50, ¿Cuánto dinero paga una persona que hable 350 minutos? Expresa dicha función matemáticamente.
- Representa una función que te permita hallar el valor a pagar con cualquier cantidad de minutos hablados.
- ¿Cuál es el dominio de dicha función?
- ¿Cuál es el recorrido o rango de esta función?

Desarrollando la Función Cuadrática a través de la Resolución de Problemas.

Institución Educativa San Luis Gonzaga

Clase N° 3:

Tema: Función Cuadrática.

Duración: 120 minutos.

Objetivos:

- Aclarar el concepto de Función Cuadrática.
- Construir problemas basados en situaciones problemas de la cotidianidad para aclarar dicho concepto.

Situación problema:

Desde el techo de una casa un niño deja caer una piedra hacia abajo y se oye el ruido del impacto cuando la piedra toca el suelo después de t segundos. Sin tomar en cuenta la resistencia del aire, ni la intensidad del sonido y tampoco el tiempo en que tardó el sonido para ser percibido por el niño, calcular:

- ¿De qué variables depende el tiempo que tarda la piedra en tocar el suelo?
- ¿Qué variables intervienen para calcular la altura de la casa?
- ¿Cuál es la velocidad de la piedra cuando llega al suelo?
- ¿Qué tipo de función es esta?
- Expresa dicha función matemáticamente.
- Complete la siguiente tabla con la velocidad que alcanza la piedra en cada instante indicado

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Velocidad (cm)									



- Grafique la función $f(x)$ para visualizar el recorrido de la piedra
- ¿Cuál es el dominio de dicha función?
- ¿Cuál es el rango de dicha función?

Desarrollando la Función Exponencial a través de la Resolución de Problemas.

Institución Educativa San Luis Gonzaga

Clase N° 4:

Tema: Función Exponencial.

Duración: 120 minutos.

Objetivos:

- Aclarar el concepto de Función Exponencial.
- Construir problemas basados en situaciones problemas de la cotidianidad para aclarar dicho concepto.

Situación problema:

En un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias en un fermentador durante cierta cantidad de horas. La población de bacterias crece rápidamente con el paso del tiempo. La función está relacionada con la cantidad de bacterias y el tiempo para dicho crecimiento.

- ¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- ¿Qué tipo de función se puede utilizar para representar la situación anterior?
- Acotando dicha situación, en la siguiente tabla se expresa la relación que hay entre el tiempo (dado en segundos) y la manera como se reproducen las bacterias. Si la población



de bacterias inicial es de 100 bacterias, complete la tabla según los tiempos en horas dados:

t: tiempo en horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Población P(t)	100			800					25600

- Al cabo de una hora ¿Cuántas bacterias hay?
- Al cabo de cinco horas ¿Cuántas bacterias hay?
- Al cabo de ocho horas ¿Cuántas bacterias hay?
- ¿Cómo representarías dicha función matemáticamente?
- Si esta situación representa una función ¿Qué tipo de función es esta?
- ¿De qué depende que las bacterias crezcan rápidamente?
- ¿Qué pasaría si $P_0 = 5$?, complete la siguiente tabla y grafique

t: tiempo en horas	0	1	2	3	4	5
Población P(t)						

- ¿Cuál es el dominio de esta función?
- Da ejemplos de otras situaciones de la vida real que tengan un comportamiento como esta función.
- Si la población inicial (cuando $t = 0$) es 40 P_0 es igual a que y ¿Cuál será el tamaño de la población al cabo de 3 horas?

Sistematización de los casos para el análisis

Respuesta dada por el estudiante A



<i>Categoría</i>	<i>Momento 1</i>	<i>Momento 2</i>	<i>Momento 3</i>	<i>Momento 4</i>
Concepto de Función	<p>Respuesta Cuando son datos o variables para darles una imagen en el plano En el colegio por ejm: una encuesta estadística Línea, cuadrática, Racional, exponencial, inyectiva, Sobreyectiva, biyectiva,</p> <p>Cuestionario La variable independiente es aquella que su valor no depende de la otra La variable dependiente es aquella cuyo valor numérico depende de la otra</p>			
Tipos de variables		<p>Respuesta La variable dependiente es el monto a pagar. La variable independiente es el tiempo</p> <p>Cuestionario Precio total de la cebolla Kilos de cebolla</p>	<p>Respuesta Depende de la gravedad, altura y el tiempo que demora cayendo Tiempo que se demora cayendo la piedra y la posición del niño</p>	<p>Respuesta Tiempo (x) Bacterias (f(x))</p> <p>Cuestionario Las Bacterias El tiempo</p>
Gráfica de una función		<p>Respuesta No se pidió grafica para interpretar y en la pregunta en cuanto al tipo de función respondió que es una función lineal</p> <p>Cuestionario Línea Recta y es una función lineal</p>	<p>Respuesta La gráfica la represento mediante una línea recta y respondió en el tipo de función que es una función exponencial</p> <p>Cuestionario Línea Recta y es una función lineal</p>	<p>Respuesta La representó como una función exponencial y a la pregunta del tipo de función respondió función exponencial</p> <p>Cuestionario Línea Recta y es una función Lineal</p>
Representación matemática de una Función		<p>Respuesta $f(x) = 150x \quad x \neq -R$</p> <p>Cuestionario $f(x) = 780(x)$</p>	<p>Respuesta $f(x) = \frac{1}{2}(9.8 \text{ m/s})(x)^2$</p> <p>Cuestionario En la tabla que debían llenar con la ecuación matemática no se observa que la haya utilizado</p>	<p>Respuesta $f(x) = P_0(2)^t$</p> <p>Cuestionario $f(x) = 400(t)$</p>

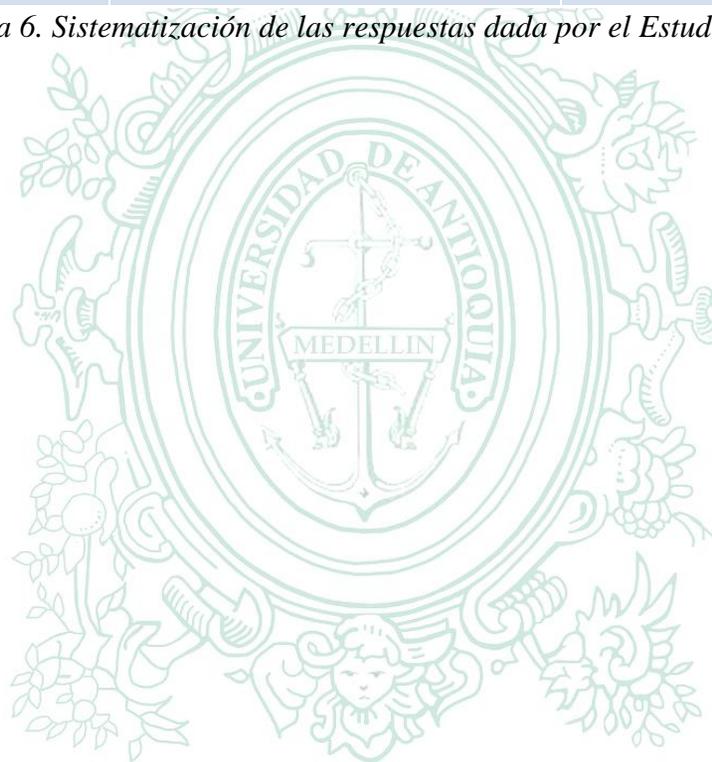
Tabla 5. Sistematización de las respuestas dada por el Estudiante A

Respuesta dada por el estudiante B

<i>Categoría</i>	<i>Momento 1</i>	<i>Momento 2</i>	<i>Momento 3</i>	<i>Momento 4</i>
Concepto de Función	<p>Respuesta Para nosotras las funciones hacen referencia un valor o costo que se le pone a algo Si, una función es el determinado precio que se le va a dar a algo. Ejemplo: si compramos una libra de azúcar, se pesa y pa cada libra se dará un valor determinado. Función lineal, función cuadrática, parábola, línea recta, función inyectiva, función sobreyectiva, función biyectiva,</p> <p>Cuestionario Función independiente: Es aquella, cuyo valor no depende del de otra variable Función dependiente: Es aquella cuyo valor depende del valor numérico que adopta la variable independiente en la función</p>			
Tipos de variables		<p>Respuesta La variable dependiente es el precio Son los minutos Cuestionario Kilogramos Precio dela compra</p>	<p>Respuesta La variable es la altura $\frac{t}{g} = h$</p>	<p>Respuesta Tiempo La población las Bacterias Cuestionario Las Bacterias El tiempo</p>
Gráfica de una función		<p>Respuesta No se pidió grafica para interpretar y en la pregunta en cuanto al tipo de función respondió que es una función lineal Cuestionario La gráfica la represento mediante una línea Recta y es una lineal</p>	<p>Respuesta No realizó la gráfica y respondió en la pregunta del tipo de función respondió que es una función exponencial Cuestionario La gráfica es una parábola y el tipo de función es parabólica</p>	<p>Respuesta La representó como una función exponencial y en el tipo de función respondió función exponencial Cuestionario No realizo la gráfica y es una función exponencial</p>
Representación matemática de una Función		<p>Respuesta</p> $c(x) = \frac{150}{45000} + 100 \frac{x}{6} + (100 \times 50)$ $= 5000$ $45000 + 5000 = 50000$	<p>Respuesta $f(x) = 9,8 \frac{m}{s} \times t$ Cuestionario En la tabla que debían llenar con</p>	<p>Respuesta $f(t) = 100 \times 2^t$ Cuestionario No respondió</p>

		<p>Cuestionario $f(x) = 780(x)$</p>	<p>la ecuación matemática se observa que utilizo la ecuación matemática correctamente.</p>
--	--	---	--

Tabla 6. Sistematización de las respuestas dada por el Estudiante B



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Consentimiento Informado

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Nombre del Estudiante: ADRIANA RODRIGUEZ TORRES

Documento de Identidad: 3001250155

MANIFIESTO:

Que he sido informado (a) por la practicante Glenis Fernanda Acevedo Marín de la investigación que se realiza en la Institución Educativa San Luis Gonzaga sobre la resolución de problemas para el aprendizaje de funciones, así como la importancia de dicha implementación de una estrategia didáctica.

ACEPTO:

Participar en dicha investigación colaborando en cada uno de los puntos expuestos a continuación:

1. Recogida de datos que realizare respondiendo a cada una de las actividades propuestas en el aula de clase.
2. Recopilación de datos a través de un cuestionario abierto donde se pretende analizar el avance obtenido por cada uno de los estudiantes en esta implementación de cada una de las actividades.

La persona que realiza la investigación garantiza que, en todo momento, la información recogida a los participantes será confidencial y sus datos serán tratados de forma anónima.

Después de ser informado(a), deseo libremente participar y me comprometo a colaborar en todo lo anterior expuesto, pudiendo interrumpir mi colaboración en cualquier momento.

Firma del Estudiante

ADRIANA RODRIGUEZ TORRES

Firma de la Practicante

Glenis Fernanda Acevedo Marín



CONSENTIMIENTO INFORMADO

Nombre del Estudiante: *Santiago Omar Muñoz*
Documento de Identidad: 1.035.438.451

MANIFIESTO:

Que he sido informado (a) por la practicante Glenis Fernanda Acevedo Marín de la investigación que se realiza en la Institución Educativa San Luis Gonzaga sobre la resolución de problemas para el aprendizaje de funciones, así como la importancia de dicha implementación de una estrategia didáctica.

ACEPTO:

Participar en dicha investigación colaborando en cada uno de los puntos expuestos a continuación:

1. Recogida de datos que realizare respondiendo a cada una de las actividades propuestas en el aula de clase.
2. Recopilación de datos a través de un cuestionario abierto donde se pretende analizar el avance obtenido por cada uno de los estudiantes en esta implementación de cada una de las actividades.

La persona que realiza la investigación garantiza que, en todo momento, la información recogida a los participantes será confidencial y sus datos serán tratados de forma anónima.

Después de ser informado(a), deseo libremente participar y me comprometo a colaborar en todo lo anterior expuesto, pudiendo interrumpir mi colaboración en cualquier momento.

Firma del Estudiante

Santiago Omar Muñoz

Firma de la Practicante

Glenis Fernanda Acevedo Marín