



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal
en estudiantes de cuarto y quinto de primaria**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con
énfasis en Matemáticas**

**KELLY JOHANA PINO MORENO
WALTER DAVID CUESTA SALAS**

Asesor(a)

MAGISTER MONLY CATHERINE TORRES JARAMILLO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2015



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1803

Facultad de Educación

Apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal en estudiantes de cuarto y quinto de primaria

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación
Básica con Énfasis en Matemáticas**

**KELLY JOHANA PINO MORENO
WALTER DAVID CUESTA SALAS**

Asesora

Mg. MONLY CATHERINE TORRES JARAMILLO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2015

UN



Tabla de Contenido

	Pág.
Resumen	10
Introducción.....	11
Capítulo No.1: Justificación	14
1.1. Caracterización de la institución educativa.....	14
1.2. Contextualización de la práctica	26
1.3. Antecedentes	28
1.4. Planteamiento del problema.....	35
1.4.1. Pregunta de investigación.....	36
1.4.2. Objetivo general de la investigación	36
Capítulo No.2: Horizonte teórico.	36
2.1. Componente histórico	37
2.1.2. Sistemas de numeración a lo largo de la historia de la humanidad.....	39
2.1.2. Sistema de numeración egipcio.....	40
2.1.3. Sistema de numeración romano	42
2.1.4. Sistema de numeración babilónico.....	44
2.1.5. Sistema de numeración maya.....	45
2.2. Componente matemático	47
2.2.1. Sistema de numeración.....	48



2.2.2. Sistema de numeración decimal.....	48
2.2.3. Valor posicional.....	50
2.3. Componente cognitivo.....	52
2.4. Componente curricular	54
2.5 Componente didáctico	57
Capítulo No.3: Diseño metodológico.....	59
3.1. Enfoque y metodología de la investigación.....	59
3.2. Participantes e instrumentos de recolección de la información.....	60
Capítulo No.4: Análisis de los datos	69
4.1. Categorías Emergentes.....	69
4.1.1. El Valor Posicional como una Regla del SND.....	70
4.1.2. Representando Cantidades	80
4.1.3. El valor posicional como Instrumento	89
Capítulo No.5: Conclusiones y recomendaciones.....	98
Conclusiones	98
Referencias bibliográficas	103
Anexos.....	105





Tabla de Ilustraciones

	Pág.
Ilustración 1: Biblioteca de la I.E	16
Ilustración 2 : Sala Infantil de la I.E.....	17
Ilustración 3: Sala de Computo de la I.E.....	17
Ilustración 4: Restaurante de la I.E	18
Ilustración 5: Zona Deportiva de la I.E.....	18
Ilustración 6: Operación matemática realizada por una estudiante.....	27
Ilustración 7: Actividad en el ábaco	28
Ilustración 8: Numeración egipcio	41
Ilustración 9: Representación de números en sistema egipcio	41
Ilustración 10: Representación de números en sistema egipcio.....	41
Ilustración 11: Numeración egipcio.....	42
Ilustración 12: Numeración romano:.....	43
Ilustración 13: Numeración babilonio:	44
Ilustración 14: Representación de número en sistema babilonio.....	45
Ilustración 15: Numeración maya.....	45
Ilustración 16: Símbolo del cero.....	46
Ilustración 17: Numerales hindú y árabes.....	50
Ilustración 18: Valor posicional.....	51
Ilustración 19: ficha del juego con el Bingo	65
Ilustración 20: Tablero del juego de pista numérica.....	66
Ilustración 21: fichas del juego del domino	68
Ilustración 22: Correspondencia uno a uno	71
Ilustración 23: Representación de cantidades con la numeración romanos	73
Ilustración 24: Explicación en relación al valor de las cifras en el sistema de numeración romano	74
Ilustración 25: Explicación en relación al valor de las cifras teniendo en cuenta la posición de las mismas en el sistema de numeración romano.....	75
Ilustración 26: Explicación en relación al valor de las cifras teniendo en cuenta la posición de las mismas en el SND	76
Ilustración 27: Jugando en la pista numérica.....	77
Ilustración 28: Relación entre el SND y el uso del ábaco.....	79
Ilustración 29: Explicación en relación al uso del ábaco	81
Ilustración 30: Explicación en relación al cambio de unidades en el ábaco	82
Ilustración 31: Representación pasó a paso en el ábaco de la cantidad 1.0003.400.....	82



Ilustración 32: Explicación en relación al valor absoluto de los números en el SND	86
Ilustración 33: Descomposición de numerales en productos	87
Ilustración 34: Descomposición de numerales en sumas	88
Ilustración 35: Explicación en relación a las descomposiciones	88
Ilustración 36: fichas del juego del domino	90
Ilustración 37: Operación de la adición mientras se jugaba el domino	92
Ilustración 38: Operación multiplicativa mientras se jugaba el domino	93
Ilustración 39: Operación matemática Realizada por una estudiante.....	94
Ilustración 40: representando cantidades en el Abaco, mientras se jugaba el domino	95
Ilustración 41: dialogo de los estudiantes mientras se desarrollaba el juego con el Abaco	96
Ilustración 42: Representando cantidades en el Abaco 1.0002.0001	97





UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Tabla de Esquemas

	Pág.
Esquema 1: contenidos académicos 1° Periodo Académico para los grados 4°y 5°	22
Esquema 2: contenidos académicos: 2° Periodo Académico para los grados 4° y 5°	23
Esquema 3: contenidos académicos: 3° Periodo Académico para los grados 4° y 5°	24





UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

DEDICATORIA

Esta tesis va dedicada en primer lugar a DIOS por iluminar nuestros caminos y llenarnos de la fuerza y sabiduría necesaria para seguir adelante, a nuestras madres por su ejemplo, amor, y apoyo incondicional.



UN

Agradecimientos

Al culminar este proceso investigativo, quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a personas e instituciones que con sus aportes y participación hicieron posible que hoy este proyecto de investigación llegara a feliz término.

En primer lugar, agradezco a DIOS por mi vida, por ser la luz que guía mi camino y me llena de fortaleza para continuar avanzando en el camino que ÉL mismo ha trazado para mí.

A mi hijo José Lucas por ser el motor más importante que me impulsa a ser cada día mejor para que siempre se sienta orgulloso de mí.

A mi madre Yovany, por ser el apoyo más grande durante toda mi vida, ya que sin ella no hubiera logrado mis metas y sueños, por ser mi ejemplo a seguir, por alentarme a seguir aprendiendo sin importar las circunstancias por la que uno esté pasando en la vida.

A mi hermano Juan Carlos, por ser uno de los motores más significativos y representativos en mi vida, mi compañero de vida y amigo, que con cada palabra de aliento me llena de mucha energía y motivación.

A mis familiares más cercanos, mi bisabuela Felina que desde cielo sé que siempre me acompaña, a mi abuela Elia, mis tías Beatriz y Karen y mis primas Lina, Katherín y Laura, por ser parte de mi vida y alentarme a seguir adelante.

A la universidad de Antioquia por convertirse en mi segundo hogar, a cada uno de mis maestros que compartieron conmigo sus conocimientos y tiempo, por transmitirme la creencia de que no todo está perdido en esta profesión, que siempre habrá algo nuevo y mejor por hacer, en pocas palabras por compartir conmigo su pasión por el quehacer docente.

A la institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez por abrirnos las puertas para la realización de este proyecto, a cada uno de los estudiantes y maestros de dicha institución educativa por hacer de este proyecto una realidad, por su tiempo y dedicación. Un agradecimiento especial al ya fallecido coordinador de matemáticas Sebastián, quien desde el principio estuvo presto a acompañarnos y guiarnos en este proceso.

A mi compañero de tesis y asesora por compartir conmigo sus conocimientos y tiempo durante estos dos años de arduo trabajo.

Kelly Johana Pino Moreno

Agradezco en primer lugar a DIOS, por la vida y la sabiduría que me ha concedido, a mi madre, mi esposa y mi hermano por todo el apoyo psicológico y económico que me han brindado, aparte de su amor y comprensión en todo este tiempo, a mi compañera de trabajo y a mi asesora por todos los aportes tanto humanos, como sus conocimientos.

Walter David Cuesta Salas

Resumen

La presente investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez, ubicada en la ciudad de Medellín, durante el año 2014 y 2015 y en la misma, participaron estudiantes de cuarto y quinto de primaria.

Durante la primera práctica que se desarrolló en el primer semestre del año 2014, se observaron problemáticas que giraban en torno a la “Comprensión significativa del sistema de numeración decimal” (MEN, 1998), más concretamente del valor posicional numérico, lo cual, nos llevó a indagar acerca de qué investigaciones y propuestas hay en relación a dicha problemática, lo que evidenció, el interés por parte de diferentes autores, además de los diferentes aportes que desde sus investigaciones proponen para enseñanza y aprendizaje del valor posicional.

De allí, que el propósito de la investigación consistió en el análisis del proceso de apropiación del valor posicional en el sistema de numeración decimal.

Metodológicamente el trabajo se abordó desde un enfoque cualitativo con estudio intrínseco de caso, donde el caso estuvo conformado por dos grupos de 3 estudiantes, cuyas edades oscilaban entre los 9 y 11 años.

La propuesta metodológica consistió en hacer uso del juego como una estrategia didáctica que nos permitió analizar los diferentes procesos desarrollados por los estudiantes, para lo cual se desarrollaron 3 juegos específicamente, y como instrumentos de recolección de la información se utilizaron videos, imágenes fotográficas y las hojas de trabajo de los estudiantes.

Durante el análisis de la información emergieron tres categorías las cuales fueron: El valor posicional como regla del sistema de numeración decimal, Representando cantidades y El valor posicional como instrumento, lo que posibilitó organizar y clasificar la información. En este sentido, los resultados obtenidos en la investigación evidenció el papel fundamental del juego en la motivación para el trabajo con los estudiantes y en la apropiación del valor posicional.

Palabras claves: Apropiación; sistema de numeración decimal; valor posicional numérico; valor absoluto y valor relativo.



Introducción

La presente investigación surgió como una forma de crecer en nuestro proceso de formación como docentes, al mismo tiempo de ayudar a nuestros estudiantes para que crezcan en su desarrollo cognitivo y se desenvuelvan en diferentes contextos. El tema del valor posicional, ha sido trabajado por autores como Terigi & Wolman (2007) retomando a Guital (1975) e Ifrah (1987, Riveros & Zanocco (1991), MEN (1998) retomando a Brown & Dickson (1991), Constance Kamii & Linda Joseph (1990), Bedoya & Orozco (1991), etc., los cuales manifiestan su interés y preocupación por la forma de enseñanza y aprendizaje de este concepto.

El sistema de numeración decimal y el valor posicional, son conceptos que deben desarrollarse a lo largo de toda la escolaridad, como nos lo presenta los lineamientos curriculares de matemática (MEN, 1998), pues en estos se trabajan temas como: Cálculos con números, aplicaciones de números, operaciones, etc.

Es así, que la escuela debe abordar y desarrollar dichos conceptos con los estudiantes, para que de este modo estos puedan presentar un entendimiento de la relación entre los números, las operaciones básicas y la solución de problemas. Para ello, en la presente investigación se hizo una reflexión sobre la apropiación del sistema de numeración decimal y valor posicional utilizando el juego como una estrategia didáctica y metodológica para trabajar con los estudiantes.

El presente proyecto investigativo se organiza de la siguiente manera:



Capítulo No.1: En este capítulo se presenta la justificación del proyecto investigativo, como lo son una breve caracterización de la institución educativa, una contextualización de la práctica que evidencia las diferentes problemáticas que dieron origen a la investigación, a su vez, se presentan algunos antecedentes teóricos relacionados a las distintas dificultades observadas, y además se muestra cómo a partir de dichas consideraciones surgen el planteamiento del problema y objetivos investigativos.

Capítulo No.2: En este capítulo se presenta la estructura del marco teórico a través de cinco componentes: El histórico, matemático, cognitivo, curricular y didáctico. Desde el componente histórico se retomaron las civilizaciones egipcia, romana, babilonia y maya. En el componente matemático se desarrollaron los conceptos de: Sistema de numeración, sistema de numeración decimal y valor posicional, desde autores como Bedoya & Orozco (1991) y Riveros & Zanocco (1991). Para el componente cognitivo se desarrolla el concepto de apropiación bajo la mirada de Leontiev (1938) y se tiene en cuenta los aportes de Becco (2001), Lucci (2006) quienes retoman a Vigotsky (1996) y Montealegre (2005). En el componente curricular se hace un breve análisis de los aportes de los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de competencia en Matemática (MEN, 2006) sobre la enseñanza y aprendizaje en la escuela del sistema de numeración decimal y el valor posicional y finalmente para el componente didáctico se desarrolla el concepto del juego bajo la mirada de Baquero (1996) quien retoma a Vigotsky (1996).

Capítulo No.3: En este capítulo se muestra el enfoque metodológico y la metodología utilizada en la investigación; además de presentar el juego como una estrategia didáctica que nos permitió analizar los diferentes procesos desarrollados por parte de los estudiantes con relación a la apropiación del valor posicional numérico, así como cada uno de los juegos propuestos para el desarrollo del trabajo de campo.

Capítulo No.4: En este capítulo se analizó cada una de las producciones de los estudiantes teniendo en cuenta para dicho análisis los diferentes planteamientos adoptados en el marco teórico y nuestra percepción como investigadores.

Capítulo No.5: En este capítulo se presentan algunas conclusiones en relación al proceso investigativo.





Capítulo No.1: Justificación

En este capítulo, se realizó en una primera instancia la caracterización de la Institución Educativa donde se llevó a cabo este proyecto investigativo, para dicha caracterización se tuvo en cuenta varios aspectos: el contexto social de los estudiantes, la planta física del plantel educativo y el plan de área.

En una segunda instancia se realizó una contextualización sobre nuestra primera práctica educativa lo que permitió observar distintas problemáticas con relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo cual, dio origen al tema a tratar en esta investigación, y al análisis de la problemática desde diferentes autores. Desde la problemática observada en el aula de clase y el rastreo del concepto a tratar desde diferentes autores se plantea la pregunta y los objetivos de investigación.

1.1. Caracterización de la institución educativa

Durante el primer semestre del 2014, se desarrolló la primera práctica pedagógica orientada a la observación de dificultades con relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en el grado cuarto y quinto de la básica primaria de la Institución Educativa¹ María de los Ángeles Cano Márquez, ubicada en el barrio Granizal Carrera 36b # 102c – 54, el cual hace parte de la comuna Popular de la ciudad de Medellín. La I.E cuenta con 2.150 estudiantes y más de 1.200 familias aproximadamente.

¹ De ahora en adelante se utilizará la sigla I.E para denotar Institución Educativa

Las personas que habitan en este sector de la ciudad, son de estrato socioeconómico cero, uno y dos. Estas familias han sido afectadas por múltiples problemáticas de tipo social como: violencia, desplazamiento, drogadicción, etc. También, existe un alto número de madres cabezas de familia según la última encuesta realizada por la I.E, en el año 2010.

Esta I.E es de naturaleza pública, de carácter mixto y actualmente ofrece 3 niveles de educación: Preescolar (que comprenderá mínimo un grado obligatorio), Educación Básica con una duración de nueve grados que se desarrolla en dos ciclos (educación básica primaria de cinco grados y la educación básica secundaria de cuatro grados) y Educación Media Técnica con una duración de dos grados. Entre las medias técnicas que ofrece la I.E María de los Ángeles Cano Márquez están: Media Técnica en Procesamiento de Alimentos, Media Técnica en Modulares “Ebanistería” y Media Técnica en Farmacia.

La I.E, cuenta con tres jornadas académicas una en la mañana destinada para preescolar y secundaria, una en la tarde destinada para la primaria y bachillerato nocturno. Pese a que la jornada que le corresponde a primaria es la de la tarde hay dos cursos del grado 5°, para un total de 87 estudiantes quienes asisten a clases por la mañana en un mismo espacio, que es el auditorio de la I.E con sus respectivas maestras.

La decisión de estar los dos grados quintos en la jornada de la mañana y en el auditorio es tomada desde las directivas de la I.E, como una manera de responder principalmente a una necesidad, que es la falta de espacio, además, al ser estas dos maestras encargadas también de la organización del restaurante escolar, las directivas de la I.E consideran necesario que estas dos maestras coincidan en una misma jornada académica y de preferencia en la mañana.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

La I.E cuenta con una biblioteca dotada de material bibliográfico, también posee una sala infantil para lecturas y una sala de cómputo con acceso a internet, las cuales son destinadas para las clases de tecnología e informática, a su vez, cuenta con un restaurante y zona deportiva en la que los estudiantes toman sus respectivos descansos y realizan diferentes actividades deportivas, (Ilustraciones 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente).

Ilustración 1: Biblioteca de la I.E



Fuente: Imágenes tomadas en el proceso de Investigación





UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 2 : Sala Infantil de la I.E.



Fuente: Imágenes tomadas en el proceso de Investigación

Ilustración 3: Sala de Computo de la I.E.



Fuente: Imágenes tomadas en el proceso de Investigación





UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 4: Restaurante de la I.E



Fuente: Imágenes tomadas en el proceso de Investigación

Ilustración 5: Zona Deportiva de la I.E



Fuente: Imágenes tomadas en el proceso de Investigación



La planta docente en primaria está conformada en su mayoría por Licenciados en Básica Primaria, algunos de ellos son Licenciados en Matemáticas y una de ella es Psicóloga, estos docentes son encargados de dar todas las asignaturas en un mismo grado y por lo general están con los estudiantes durante toda la primaria.

Su Plan Educativo Institucional² toma como referente pedagógico el modelo pedagógico “Social Crítico” para guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje desde los grados preescolar a secundaria. Este modelo, pretende dar una orientación al currículo hacia los procesos formativos que estén ligados a la realidad contextual de los estudiantes, reconociendo las necesidades e interés presentes en toda la comunidad educativa.

En lo que respecta al enfoque filosófico que orienta la formación en la I.E, se puede decir que este se fundamenta en una educación centrada en el estudiante, como una persona integral, ya que a través de la educación se recrea en los estudiantes su modo de sentir, actuar y pensar. La filosofía, se enmarca en tres principios fundamentales: Respeto, Responsabilidad y Progreso.

Misión Educativa: “Educamos integralmente a niños, niñas y jóvenes a través de la práctica de los valores y el desarrollo de sus potencialidades, bajo tres principios rectores: respeto, responsabilidad y progreso” (PEI, 2008, p. 21).

Visión Educativa: “La I.E María de los Ángeles Cano Márquez será líder por su mejoramiento continuo y un modelo pedagógico que permite formar personas competentes y autónomas, las cuales en sus actuaciones personales, familiares y sociales evidenciarán un alto sentido de pertenencia por su entorno” (PEI, 2008, p. 21).

² De ahora en adelante se utilizará la sigla PEI para denotar Plan Educativo Institucional



Plan del área de matemáticas de la institución educativa (4° y 5° de primaria)

La I.E María de los Ángeles Canos Márquez desde su PEI, más concretamente lo que respecta al plan de área de matemáticas para el grado cuarto y quinto de primaria; plantea el siguiente objetivo general, el cual pretende de alguna manera guiar los procesos de enseñanza y de aprendizaje: “Desarrollar habilidades matemáticas para realizar estimaciones, utilizando cálculos numéricos, mediante el uso de las relaciones y propiedades de los números naturales, que permitan la solución de problemas” (Plan de Área, 2010, p. 4).

Con relación a lo anterior, la I.E desde el plan de áreas de matemáticas, propone así contenidos matemáticos a desarrollar en cada uno de los periodos académicos. Algunos de estos contenidos muy relacionados con los contenidos propuestos por los Estándares Básicos de Competencias en Matemática (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998). Si bien los temas desarrollados en el plan de áreas se basan en los lineamientos rectores, se observan algunas igualdades y diferencias a la hora de desarrollar los pensamientos matemáticos, Algunas de estas igualdades y diferencias son:

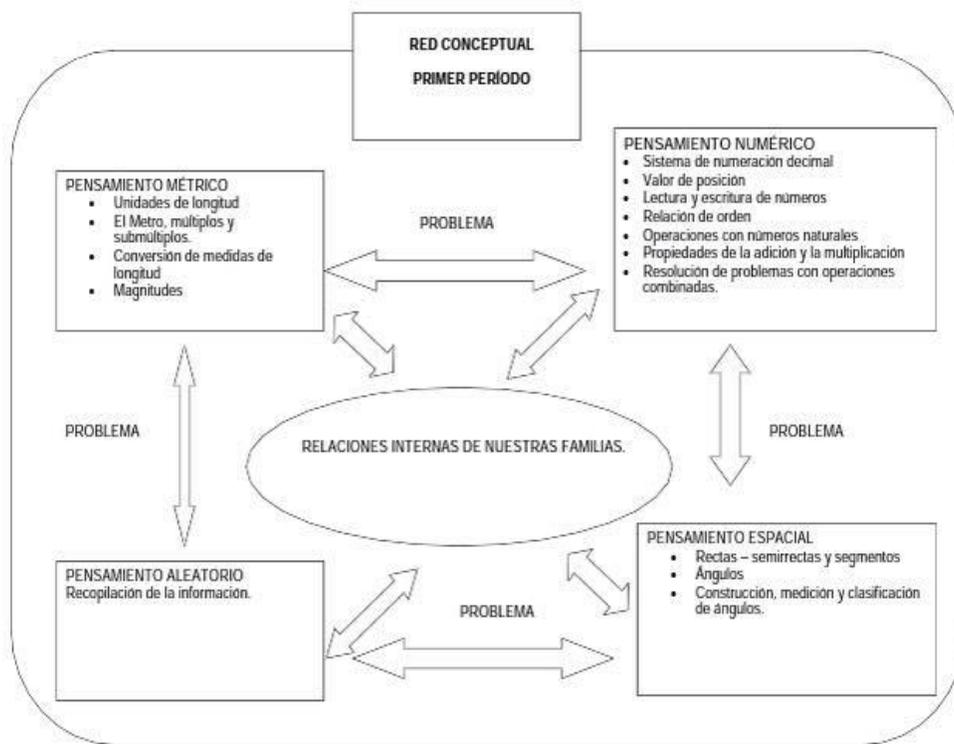


Relaciones	Diferencias
<p>Desde la I.E, el planteamiento y resolución de problemas es tomado como un proceso general que permite un aprendizaje de las matemáticas más significativo. (Problemas, artificiales, desde la misma matemática y un énfasis especial en el problema de la realidad).</p>	<p>Desde los estándares se proponen otros tipos de procesos generales para la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de los distintos pensamiento (métrico, numérico, algebraico, aleatorios y variacional). Como lo son: la modelación, la comunicación y el razonamiento</p>
<p>Similitudes con relación a los contenidos matemáticos propuestos desde el plan de área de la I.E y los estándares básicos en competencia matemática, Específicamente en el pensamiento numérico, pensamiento algebraico y el pensamiento aleatorio.</p>	<p>Desde los contenidos propuestos a desarrollar en el grado 4° de primaria en relación a enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la I.E no hace explícitos los contenidos que deben abordarse en cada uno de los periodos académicos, para el logro del desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, como sí lo hace para los otros pensamientos.</p>
	<p>La I.E se enfoca en el logro de desempeños, mientras que los estándares básicos se enfocan en el desarrollo de competencias matemática.</p>

Los esquemas 1,2 y 3 que se muestran a continuación, hacen parte de la estructura que la I.E construye para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el grado 4° y 5° de primaria; En cada de estos esquemas se presentan las temáticas que deben desarrollarse durante el año escolar en cada periodo académico:



Esquema 1: de contenidos académicos 1° Periodo Académico para los grados 4°y 5°

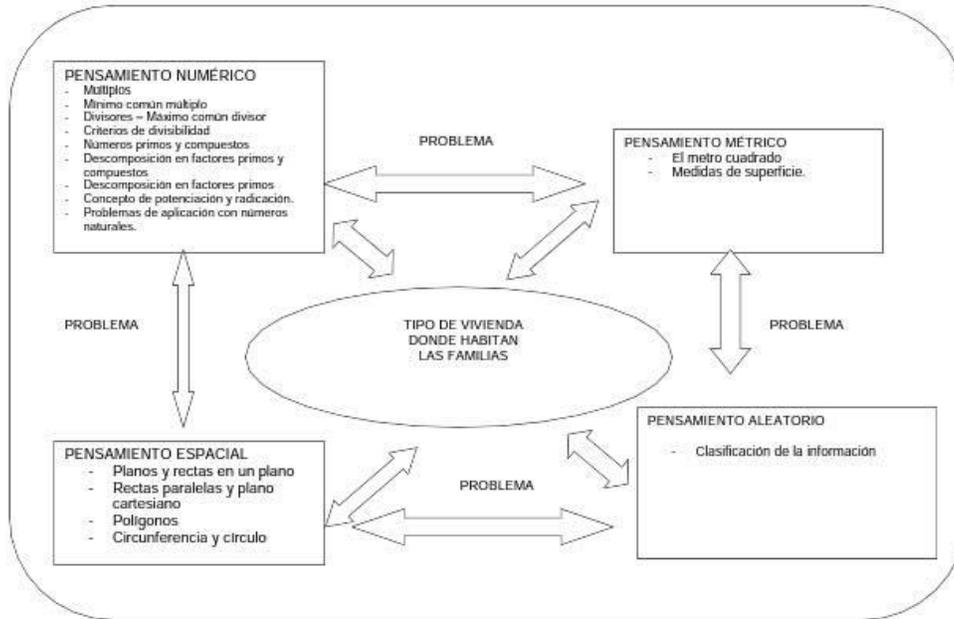


Fuente: Plan de área de la I.E





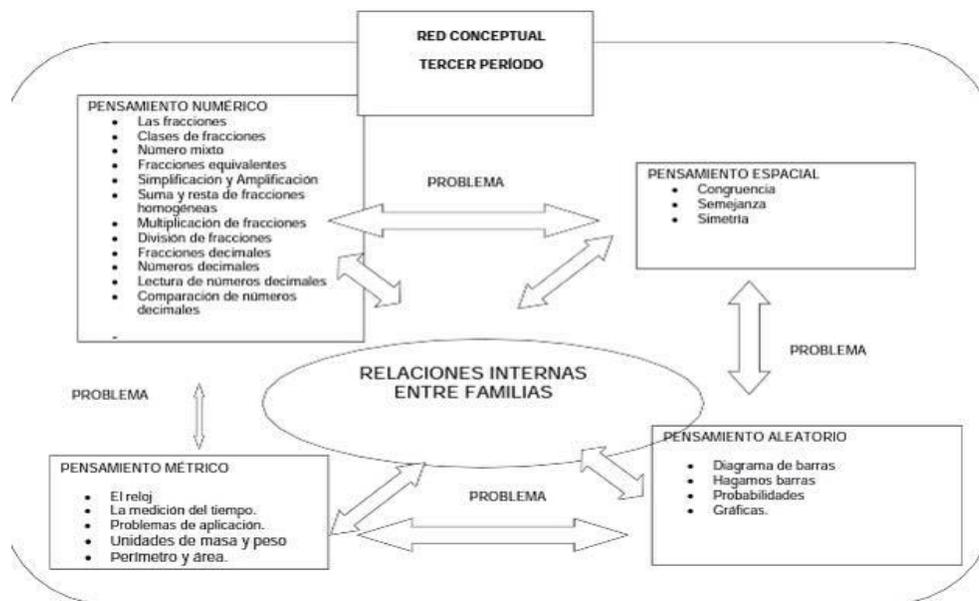
Esquema 2: contenidos académicos: 2º Periodo Académico para los grados 4º y 5º



Fuente: Plan de área de la I.E



Esquema 3: contenidos académicos: 3° Periodo Académico para los grados 4° y 5°



Fuente: Plan de área de la I.E

Como metodología para la enseñanza de los conocimientos matemáticos, la I.E María de los Ángeles Cano Márquez, desde el su plan de área (2010) toma como punto de referencia desde los planteamientos de Miguel de Guzmán, quien afirma que:

La enseñanza a partir de situaciones problemáticas, pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces (p. 5).

Con base en esto, se propone un sistema de contenidos para cada período del año escolar, unas estrategias para el trabajo en el aula, y algunos aspectos para considerar en la evaluación de los contenidos.

Contenidos:

Los contenidos se dan a partir de los esquemas 1, 2 y 3 anteriormente mencionados y se desarrollan a través de una pregunta problematizadora, por periodos:

Periodo	Preguntas problematizadoras
1	¿Cuáles son las principales dificultades que tienen las familias de nuestro medio? ¿Viven en condiciones dignas?
2	¿Cuáles son las condiciones en que se encuentran las viviendas de nuestro sector?
3	Población vulnerable a cualquier eventualidad que se presente poniendo en riesgo sus vidas.

Estrategias para el trabajo en el aula:

- ✓ Interacción alumno – objeto
- ✓ Retroalimentación de los conceptos previos de los estudiantes
- ✓ Diseño y planteamiento de las situaciones Problemas (Aunque en la práctica esto no se evidencia ya que los estudiantes presentan dificultades en relación a la resolución de las operaciones matemáticas básicas).
- ✓ Aplicación de pruebas de análisis conceptuales cotidianas y aplicación de olimpiadas del saber.
- ✓ Trabajos grupales e individuales.

Evaluación:

- ✓ Prueba individual escrita

- ✓ Consultas y actividades propuestas
- ✓ Evaluación individual oral
- ✓ Resolución y planteamiento de situaciones problema
- ✓ Autoevaluación

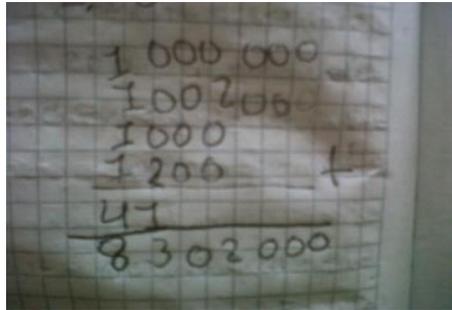
1.2. Contextualización de la práctica

Luego de conocer la I.E y el plan de áreas de matemáticas, se observó que en el pensamiento numérico se desarrollan temas como son: sistema de numeración decimal, valor posicional, orden de los números, operaciones con números naturales, entre otros temas. Durante la visita de observación al aula de clase, se estaban trabajando dichos temas.

Se observó que cuando a los estudiantes se les propone realizar las operaciones básicas, estos, presentan algunas dificultades en torno al valor que ocupa una cifra dentro del número dependiendo de la posición que esta ocupe. Los estudiantes no suelen tener en cuenta el valor que representa cada cifra dependiendo de su posición para luego ubicarlo adecuadamente y así poder resolver la operación, sino que los ubican indistintamente, es decir, no hacen corresponderlas unidades con unidades, las decenas con las decenas, las centenas con las centenas (observar ilustración No.6):



Ilustración 6: Operación matemática realizada por una estudiante

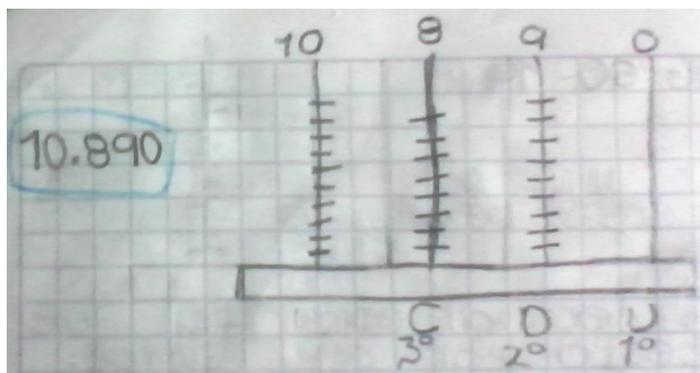


Fuente: Cuaderno de matemática de la Estudiante

Con relación a la lectura y escritura de numerales, se observó al igual dificultades, particularmente en los numerales a partir de las unidades de mil. Esto se evidenció al representar numerales en el ábaco, ya que se observa que los estudiantes no hacen correspondencia de las cifras con el orden de las unidades.

El sistema de numeración decimal, por ser de base 10, es decir que por cada 10 unidades de un orden en particular, esas diez unidades, pasan a ser una unidad del orden inmediatamente siguiente, presenta un orden determinado, orden que los estudiantes no discriminaron, como se observa en la ilustración No.7, donde los estudiantes están representando el número 10.890:

Ilustración 7: Actividad en el ábaco



Fuente: Cuaderno de matemática de la Estudiante

De acuerdo a estas situaciones observadas en el aula de matemática y contrastándolas con los contenidos o conceptos que se deben desarrollar desde el plan de área de la I.E y desde los lineamientos rectores, se observa que estas dificultades giran en torno a los conceptos de sistema de numeración y valor posicional numérico.

Por tal motivo decidimos indagar acerca de qué investigaciones y propuestas hay con relación a la enseñanza y aprendizaje del sistema de numeración decimal, más concretamente del valor posicional numérico.

1.3. Antecedentes

En lo que respecta a la enseñanza y aprendizaje del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal, podemos encontrar diferentes propuestas e investigaciones en las que se puede observar a *grosso modo* la atención investigativa, analítica y reflexiva que ha tenido este tema en las dos últimas décadas.

Con el fin de identificar dicha atención y ofrecer un panorama sobre las posibilidades de acción e investigación en el área, y de este mismo modo, lograr ampliar

nuestra visión de cómo se encuentra el estado de los estudios, este apartado recopila las ideas más generales de cada investigación.

En este sentido, se toman a los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) como punto de partida, más adelante autores como, Terigi & Wolman (2007) retomando a Guital (1975) e Ifrah (1987, Riveros & Zanooco (1991), MEN (1998) retomando a Brown & Dickson (1991), Constance Kamii & Linda Joseph (1990), Bedoya & Orozco (1991), entre otros.

Desde los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) podemos encontrar que “El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos” (MEN, 1998, p. 26).

Por otro lado en este texto, para definir qué es el pensamiento numérico, toman como referente a McIntosh (1992), quien afirma que:

El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones (p. 26).

En este sentido desde los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), se propone tres aspectos básicos que pueden ayudar al desarrollo pensamiento numérico de los niños y de las niñas a través del sistema de los números naturales y a orientar el trabajo en el aula, estos son: Comprensión de los números y de la numeración, Comprensión del concepto de las operaciones y Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

- **Comprensión de los números y la numeración:** Respecto al primer aspecto básico, expresan que para que haya una comprensión de conceptos numéricos apropiados se debe partir la enseñanza desde lo que los estudiantes han entendido por los números, es decir:

Se puede iniciar con la construcción por parte de los estudiantes de los significados de los números, los cuales tienen distintos significados dependiendo en el contexto en el que se empleen y con la comprensión significativa del sistema de numeración decimal teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional (MEN, 1998, p. 27).

Los números tienen distintos significados dependiendo del contexto en el que se empleen. En este sentido, los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) retomando a Rico (1987), muestran dichos significados:

- **Como secuencia verbal:** los números se utilizan en su orden habitual (uno, dos, tres, etc.), sin hacer referencia a ningún objeto externo, a veces, con el propósito de recitar la secuencia o de cronometrar la duración de un juego o una carrera (por ejemplo diciendo los números de 1 a 10), etc.
- **Para contar:** cuando los números se usan para contar, cada símbolo se asocia a un elemento de un conjunto de objetos discretos. Este contexto conlleva el correcto empleo de la correspondencia biunívoca que a cada número asocia un objeto.
- **Para expresar una cantidad de objetos o como cardinal:** cuando un número natural describe la cantidad de elementos de un conjunto bien definido de objetos discretos, se está usando el número como cardinal.
- **Para medir:** los números se utilizan para medir cuando describen la cantidad de unidades de alguna magnitud continua (como longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, etc.), que se supone dividida en múltiplos de la unidad correspondiente y que nos permite contestar a la pregunta ¿cuántas unidades hay?
- **Como código o símbolo:** en los contextos de código, los números se utilizan para distinguir clases de elementos. Son etiquetas que identifican cada una de las clases. El ejemplo más familiar para los niños lo constituyen los números que llevan los jugadores de un equipo de

fútbol. Los números del 1 al 11 representan las posiciones teóricas en las que juegan: portero, defensa lateral izquierdo, central, extremo izquierdo, etc.

- **Como una tecla para pulsar:** actualmente, con el uso de las calculadoras y los computadores, el número se emplea como una tecla, en el que está asociado con un resorte diferenciado, que hay que accionar físicamente para su utilización. Solamente están representados los números del 0 al 9, y con ellos se pueden representar los demás, hasta un límite entre 8 y 12 dígitos dependiendo del aparato.
- **Para marcar una posición o como ordinal:** en un contexto ordinal el número describe la posición relativa de un elemento en un conjunto discreto y totalmente ordenado, en el que se ha tomado uno de los elementos como inicial. Muchas de las actividades y juegos de los niños requieren colocar “puestos” o colocar orden. (MEN, 1998, p.27).

Además de lo anteriormente mencionado, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) desde sus planteamientos consideran que la construcción por parte de los estudiantes del sistema de numeración decimal es considerado como otro aspecto fundamental para la comprensión de los números y de la numeración.

- **Comprensión del concepto de las operaciones:** Respecto al segundo aspecto básico, los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) proponen que para construir el significado de las diferentes operaciones, se debe tener en cuenta el efecto de cada operación y las relaciones que hay entre ellas, al respecto se dice que:

Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen; Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones; Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones; Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones (MEN, 1998, p. 30, retomando varios investigadores (por ejemplo, NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; Mcintosh, 1992).

- **Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones:**

Respecto al tercer aspecto básico se expresa que:

La finalidad de los cálculos es la resolución de problemas. Por lo tanto, aunque el cálculo sea importante para las matemáticas y para la vida diaria, la era tecnológica en que vivimos nos obliga a replantear la forma en que se utiliza el cálculo hoy día (MEN, 1998, p. 34).

Estos tres aspectos básicos, dan unas pautas para el trabajo en el aula y desarrollar el pensamiento numérico en los estudiantes, en el que es fundamental la comprensión del número según su contexto, el significado de las operaciones y su relación y la resolución de problemas y el uso del cálculo.

En lo que respecta a la constitución del sistema de numeración decimal, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), consideran que para que exista una comprensión de este por parte de los estudiantes se debe tener una apreciación de su estructura, su organización y su regularidad, lo cual es fundamental para comprender conceptos numéricos.

En este sentido, se consideran tres actividades y destrezas que al reflexionar sobre ellas y que al relacionarlas ayudan a los niños a comprender el sistema de numeración decimal: contar, agrupar y el uso del valor posicional.

La destreza de contar es esencial para la ordenación y comparación de números. Contar hacia adelante, contar hacia atrás y contar a saltos son aspectos sucesivos que hay que tener en cuenta en este proceso.

El sistema de numeración decimal se basa en el principio de agrupación sucesiva, en el cual las unidades son agrupadas en decenas; colecciones de diez decenas se agrupan en centenas; éstas se agrupan en millares y así sucesivamente. Es lo que se conoce como un sistema de base 10.

Autores como Terigi & Wolman (2007) retomando a Guital (1975) e Ifrah (1987, al igual que los lineamientos rectores, también hablan sobre el sistema de numeración y el valor posicional, quienes comparten que para el uso del sistema de numeración de debe tener en cuenta aspectos como:

- Utilización de agrupamientos; que supera la notación por correspondencia uno a uno, que traduce la enumeración de un grupo de objetos sin introducir la noción de cuantificación.
- La utilización del principio base, que permite evitar la dificultad de recordar, para comprender cada nivel de agrupamiento.
- El valor posicional de las cifras, principio central para la economía en la notación numérica, eliminando de la escritura la representación de los exponentes en las potencias de la base.

Considerando que el trabajo sobre el sistema de numeración decimal y en especial sobre el valor posicional es importante en la escuela y que para ello, se han propuesto diferentes métodos para ayudar a los niños a lograr su comprensión, incluyendo el uso de material concreto y modelos, el estudio de varias bases, etc. los estudiantes le deben dar sentido y significado a los números y operaciones, dependiendo del contexto, para ello el valor posicional es un instrumento básico para su constitución.

En concordancia con lo anterior, MEN (1998) retomando a Brown & Dickson (1991 por ejemplo sugieren que:

Antes de ingresar a la escuela la mayoría de los niños están familiarizados de manera intuitiva con el sistema de ‘unidades y decenas’ para expresar los números en forma oral. Es, sin embargo, es poco es poco probable que reconozcan el significado de la representación de los números, por ejemplo, cuarenta y dos (a saber cuatro decenas y dos unidades), ni que tengan la menor idea del aspecto que realmente ofrecían 42 objetos. Así pues, es necesario que en la escuela los alumnos tengan mucha experiencia en la apreciación del tamaño de los números, sin olvidar su tamaño relativo, aparte del trabajo más formal de lectura y escritura de números, antes de poder comenzar a comprender la importancia de la posición de las cifras dentro de los mismos números” (p. 30).

Por su parte autores como Kamii & Joseph (1990), cuyo método de enseñanza se basa en la teoría de Piaget, al hablar de las diferencias con la instrucción tradicional, en su investigación bajo el título “Enseñanza del valor posicional y adición en dos columnas” al referirse a la instrucción tradicional del valor posicional con paquetes de palillos, cuadernillos de tareas, etc; consideran que sin una adecuada utilización del material concreto esto no ayuda, ya que se da por sentado que el número y el valor posicional pueden ser transmitidos al niño desde fuera con materiales sin haber un entendimiento del paso de una posición a otra al formar paquetes de 10, como es el caso del sistema de numeración decimal para la formación de las unidades. En este sentido, ellas afirman que:

La comprensión de decenas y unidades requiere la construcción en la mente de uno o de dos sistemas que funcionan de manera simultánea: uno de unidades y otro de decenas. Cada niño tiene que crear estos sistemas a través de su propia actividad mental, desde adentro, el sistema de unidades es una síntesis de dos tipos de relaciones creadas por el niño: orden e inclusión jerárquica (p. 31).

Por otra parte, ellas consideran que la manera de enseñar el valor posicional y adición en dos columnas difiere de la instrucción tradicional en la medida en que no se enseña “El valor posicional cómo una actividad separada con vistas a preparar a los niños para la adición de dos columnas” (Kamii & Josef, 1990, p. 31).

En general, se puede observar a través de este recorrido que desde los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) y las diferentes investigaciones, se reconoce la importancia del manejo y uso del sistema de numeración decimal y la importancia de una verdadera apropiación del concepto valor posicional numérico por parte de los niños y niñas, ya que dicha apropiación no sólo es necesaria en la realización de las operaciones matemáticas básicas, sino también para lograr avanzar de manera significativa en la constitución de otros conceptos numéricos.

1.4. Planteamiento del problema

Teniendo en cuenta la realidad que se vive con los estudiantes de cuarto y quinto de primaria de la I.E María de los Ángeles Cano Márquez y a su vez, la relevancia que se le otorga no sólo a la comprensión significativa del sistema de numeración decimal sino también al valor posicional numérico, desde los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998), desde el plan de área para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de la I.E y lo planteado y propuesto por diferentes investigadores, la pregunta que orienta el presente proyecto de investigación y sus respectivos objetivos investigativos son:



1.4.1. Pregunta de investigación

¿Qué procesos utilizan los estudiantes de cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez en la apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal?

1.4.2. Objetivo general de la investigación

Analizar el proceso de apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal en estudiantes de cuarto y quinto de primaria de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez.

Capítulo No.2: Horizonte teórico.

El interés principal del presente proyecto de investigación es estudiar el proceso de apropiación del valor posicional numérico en estudiantes de cuarto y quinto de primaria, haciendo uso de un recurso didáctico como lo es el juego.

Para tal objetivo se ha adoptado diferentes referentes teóricos, los cuales enmarcan el problema que se desea estudiar, teniendo en cuenta los siguientes componentes: componente histórico, componente matemático, componente cognitivo y componente curricular, con los cuales, pretendemos dar orden lógico a dichos referentes adoptados en el proyecto.



2.1. Componente histórico

En la actualidad, se puede observar que muchos niños en edad escolar presentan dificultades en la comprensión significativa del sistema de numeración decimal³, debido a que esto conlleva no sólo a un buen manejo de las unidades, decenas, centenas, sino también: “Incluye una apreciación de su estructura, su organización y su regularidad” (MEN, 1998, p. 28).

De ahí, que no sea gratuito que en diversas investigaciones realizadas en Didáctica de las Matemáticas este sea un asunto que amerite ser investigado, donde muchos investigadores centren sus esfuerzos para analizar el origen de esta problemática y así mismo traten de dar solución a la misma desde sus diferentes aportes.

Riveros & Zanocco (1991) en su texto “Como aprenden matemáticas los niños” consideran que:

Para lograr que los niños comprendan nuestro sistema de numeración decimal, es necesario que recorran el camino que el hombre ha realizado hasta la conquista de éste, con el propósito de comprendan la necesidad de esta conversión y que no les sea impuesta (p. 72).

En este sentido, estas autoras consideran que para que el niño tenga un aprendizaje significativo y pueda comprender y usar el sistema de numeración decimal, es necesario realizar un recorrido histórico que dé cuenta de todo el trasfondo social e histórico presente en la consolidación de un sistema coherente como lo es el SND. A su vez, se reconoce la importancia de toda construcción histórica acerca de los conceptos matemáticos, y la

³ De ahora en adelante se utilizará la sigla SND para denotar Sistema de Numeración Decimal



necesidad de que los estudiantes se familiaricen con esta, para que de este modo exista un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes en la medida de que son conscientes del porqué de las cosas.

Como lo expresa Andonegui (2004), “El sistema numérico decimal es el resultado de un largo proceso histórico-cultural, en el que diversas civilizaciones fueron aportando diferentes elementos: la idea posicional, la base decimal, el cero y los otros símbolos numéricos” (p.16).

Por ello, para hablar y comprender de lo que hoy en día se ha denominado SND en esta investigación se considera que: necesariamente se debe remontar a la época prehistórica, la cual nos muestra un panorama desde lo histórico, social, cultural y epistemológico acerca del surgimiento de los primeros sistemas de numeración.

Los distintos sistemas de numeración a lo largo de la historia de la humanidad surgen como respuesta a una necesidad básica del hombre prehistórico que es el poder expresar por medio de símbolos grandes cantidades, como lo expresan Riveros & Zanocco (1991) “La idea de un símbolo que permitiera representar con un conjunto mayor que uno era una necesidad fundamental” (p.72).

Es por tanto que se hace un pequeño recorrido histórico de la formación de algunos sistemas de numeración a lo largo de la historia.



2.1.2. Sistemas de numeración a lo largo de la historia de la humanidad

El sistema de numeración en sus inicios

Para contar, el hombre en tiempos prehistórico utilizaba las partes de su cuerpo como es el caso de usar los dedos de sus manos, utilizando la mano como conjunto contador y un dedo, dos dedos, tres dedos, cuatro dedos como las unidades. Así el hombre podía establecer una correspondencia uno a uno, pareando sus dedos con un conjunto de objetos, todo ello con el propósito de poder contarlos y luego hacer la simbolización de la cantidad.

Situación está muy similar, a la que hoy en día se presenta con los niños de preescolar cuando se les pregunta cuántos años tienen, ya que estos tienden a señalar con los dedos de sus manos su edad.

Otras maneras de representar números fueron juntar piedras, hacer marcas en las murallas de las cavernas, realizar nudos en una cuerda, etc.

Hasta este momento, se puede evidenciar que el sistema de numeración utilizado por el hombre prehistórico era el de correspondencia uno a uno ya que este señalaba, un elemento de un conjunto determinado con los elementos que utilizaban para contar, como eran los dedos, las piedras, los nudos o las marcas. Dicha correspondencia, se convertía en algo muy tedioso en el momento de querer saber y poder expresar numéricamente cuántas marcas había cuando tenían muchos elementos.



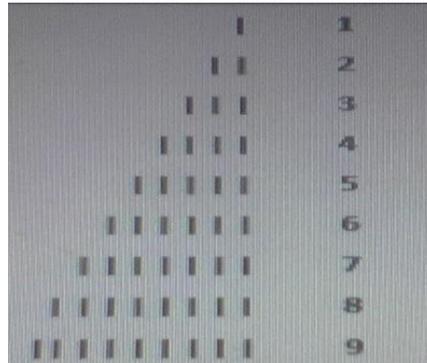
Fue así, como los diferentes sistemas de numeración, surgieron como respuesta a una necesidad fundamental, apareciendo la idea de símbolo. En este sentido, “La idea de símbolo que permitiera representar un conjunto mayor que uno era una necesidad fundamental, los primeros sistemas que incorporaron estos símbolos fueron los egipcios aproximadamente 2000 a 3000 años antes de Cristo” (Riveros & Zanocco, 1991, p.72).

Se resaltan algunas particularidades y similitudes de los sistemas de numeración desde las diferentes civilizaciones como la egipcia, la romana, la babilónica y la maya, las cuales desde sus diversos aportes permitieron no solo la consolidación de un sistema coherente como lo es el sistema de numeración decimal, sino también grandes avances en la matemática. Para ellos se tendrá en cuenta la clasificación de un sistema de numeración según sus características como es: Sistema Agregativo, Sistema Posicional y Sistema Mixto.

2.1.2. Sistema de numeración egipcio

Los egipcios para la creación de su sistema de numeración utilizaron como únicos principios la repetición y agregación. Es así, que para representar un número tenían símbolos para las cantidades multiplicativas de 10 y estos símbolos eran sumados para representar la cantidad pedida. Por ejemplo, para representar el número uno utilizaban un símbolo denominado “raya”, este era repetido las veces que fuese necesario hasta llegar a 9 unidades. Véase Ilustración No.8, que a continuación se presenta:

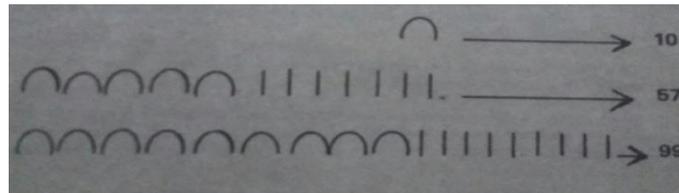
Ilustración 8: Numeración egipcio



Fuente: Riveros & Zanocco.

Para representar el número 10 crearon un símbolo que denominaron “hueso”. Así cualquier número menor que 100 podía ser representado por una combinación de rayas y huesos (Ilustración No.9):

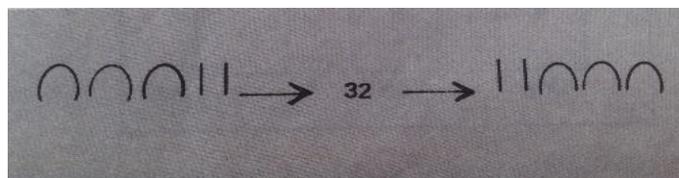
Ilustración 9: Representación de números en sistema egipcio



Fuente: Riveros & Zanocco.

En este sistema, al ser fundamentalmente agregativo, el principio de posición no era tomado en cuenta. Así por ejemplo el numeral 32 podía escribirse de las siguientes dos maneras, como se observa en la Ilustración No.10:

Ilustración 10: Representación de números en sistema egipcio



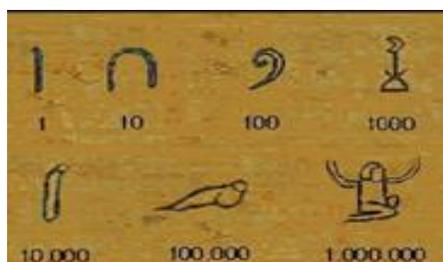
Fuente: Riveros & Zanocco.

Otros símbolos utilizados por los egipcios fueron:

- El pergamino para representar el 100
- La flor de loto para representar el 1000
- El dedo índice apuntando para el 10 000
- El pez para el 100 000
- El hombre asombrado para el 1000 000

En la Ilustración No.11, que a continuación se muestra, puede observarse cada uno de estos símbolos utilizados en este sistema de numeración:

Ilustración 11: Numeración egipcio



Fuente: Riveros & Zanocco.

2.1.3. Sistema de numeración romano

A diferencia del sistema de numeración egipcio, este sistema de numeración fue de un nivel un poco superior al de los egipcios, por ejemplo: Unos pocos símbolos (7) fueron suficientes para representar grandes cantidades, que se leen de izquierda a derecha.

Este sistema de numeración también es agregativo ya que el valor de los símbolos será siempre el mismo, independientemente del lugar que ocupen en el numeral. Este sistema de numeración usaba los siguientes símbolos (Ilustración No.12):

Ilustración 12: Numeración romano:

1	=	I
5	=	V
10	=	X
50	=	L
100	=	C
500	=	D
1.000	=	M

Fuente: Riveros & Zanocco.

De esta forma de representación numérica se puede resaltar que si al representar cierta cantidad, se encuentra un número menor al lado izquierdo significa que a esa cantidad le vamos a quitar o restar lo que representa ese símbolo.

Por ejemplo: $XC = 90$ ya que $100 - 10 = 90$. Los únicos símbolos que se pueden restar son los que representan los números: I, X y C.

En caso de que al lado izquierdo se coloca un símbolo que represente una cantidad mayor a I, X o C, estos símbolos se deben de sumar a dichas cantidades. Por ejemplo:

✓ $DCIII = 603$

✓ $MDXVIII = 1.518$

De lo anterior, los sistemas de numeración egipcios y romanos, se clasificarían como sistemas de numeraciones fundamentalmente agregativos, ya que para representar cualquier cantidad o cifra, los símbolos utilizados para representarlas, se van agregando uno

al lado de otro, donde el valor de un símbolo se conserva sin importar el lugar que ocupe en la cifra. Con la diferencia de que el sistema de numeración romano si un número de menor valor se encuentra a la izquierda de otro número que sea mayor a este, aquel número (el de menor valor) se le sustrae al de mayor y si por el contrario se encuentra a la derecha, se le sumará.

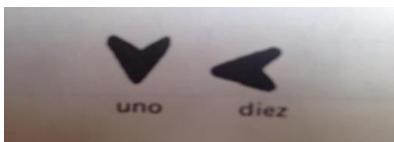
2.1.4. Sistema de numeración babilónico

Este sistema de numeración era una combinación del método agregativo con el método posicional. Utilizaba el principio agregativo en la misma forma que los egipcios, para escribir numerales hasta cincuenta y nueve, inclusive.

Como no tenían la cifra cero, muchas veces se presentaban ambigüedades en su escritura, que sólo el contexto permitía aclarar.

Los símbolos utilizados por el sistema de numeración babilonio se pueden observar en la Ilustración No.13 que a continuación se muestra:

Ilustración 13: Numeración babilonio:

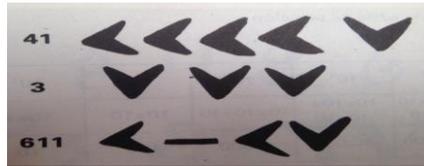


Fuente: Riveros & Zanocco

En los siguientes ejemplos (Figura No.14), cuando se usa el principio posicional se separan por guiones las cifras para evitar confusiones. De igual forma, se observa que la formación de un sistema de numeración, al igual que los otros, se tiene en cuenta unos

símbolos que representan una cantidad y unas reglas que me permiten crear nuevas cantidades mayores.

Ilustración 14: Representación de número en sistema babilonio

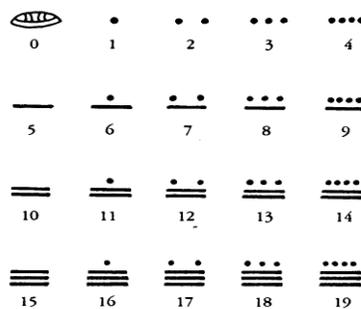


Fuente: Riveros & Zanocco.

2.1.5. Sistema de numeración maya

Este sistema de numeración usa los principios agregativos y posicionales. El primero de estos, para escribir los números del 1al 19 se hacía mediante dos símbolos (barra y punto). La barra: que representa cinco, el punto: que representa el uno. Para representar el cero utilizaban el símbolo llamado “La concha” (véase a continuación la Ilustración No.15)

Ilustración 15: Numeración maya



Fuente: Riveros & Zanocco.

Los mayas poseían tres reglas básicas para combinar los símbolos y poder representar otras cantidades:

- Combinaban de 1 a 4 puntos.
- Cinco puntos forman una barra.
- Las barras se combinan de una a tres.

Lo que distingue a este sistema y lo que lo hace más avanzado que el sistema de numeración de los egipcios y los romanos es la invención de un símbolo para el cero, denominado (concha), que era representado como se muestra en la Ilustración No.16:

Ilustración 16: Símbolo del cero



Fuente: Riveros & Zanocco.

A partir de este breve recorrido por algunas civilizaciones históricas en la constitución de sistemas de numeración, se observa como la necesidad de representar cantidades grandes hace que partir de símbolos y reglas se puedan establecer cantidades. Si bien se pueden presentar dificultades y aciertos en la escritura de los números, como es la ausencia del 0 (cero) en algunos sistemas, esto hace que todas estas constituciones humanas creen nuevos conocimientos de acuerdo a sus necesidades.

Se puede evidenciar a lo largo de este recorrido histórico, como los sistemas de numeración eran cada vez más complejos, puesto que, cuando se trataba de tener un símbolo y una palabra para representar la cantidad de objetos de un conjunto con una gran cantidad de objetos, la cantidad de nombres y símbolos a utilizar era tan grande que resultaba incómodo y difícil de retenerlos en la memoria, por tal motivo sintieron la necesidad de agrupar las unidades y fue así que descubrieron la idea de agrupamiento.

Así que, las unidades eran agrupadas en conjuntos primarios, luego este conjunto lo agruparon en uno secundario, siguiendo el mismo principio, hasta ir generando las agrupaciones de primer orden, segundo orden, tercer orden, etc.; permitiendo así reducir mucho las palabras y la expresión simbólica escrita de los números. Así, cualquier número cardinal, distinto de cero, puede ser usado como base.

Por ejemplo: Si tomamos de base 5, estaríamos construyendo un sistema quinario; si 8, un sistema octonario, etc.” (Riveros& Zanocco, 1991, p. 77).

Esta reducción en la expresión simbólica de los signos, permitió dar a los símbolos dos significados:

- **Absoluto:** El símbolo en su valor en sí mismo.
- **Relativo:** El símbolo en su valor de acuerdo a la posición que ocupa en el numeral.

Es así que se consolida el SND. Aquí dejaremos indicado que el SND es posicional y usa las agrupaciones de diez como base, ya que más adelante en la sección 2.2 se realiza una descripción más profunda de este sistema de numeración.

2.2. Componente matemático

En este componente se desarrolla los conceptos de sistema de numeración, sistema de numeración decimal y valor posicional. Estos conceptos son necesarios para analizar los procesos de apropiación que realizan los estudiantes al utilizar el valor posicional en diferentes contextos.

2.2.1. Sistema de numeración

Un sistema de numeración es aquel que está compuesto por un lenguaje formal es decir, por un alfabeto y unas reglas de formación que son las que me dicen cómo se van a comportar los símbolos, los cuales van a representar distintas cantidades y unidades. Por otra parte, también posee un mecanismo deductivo que permite establecer relaciones, operación y representaciones.

Como lo nombran Bedoya & Orozco (2003), “Un sistema de numeración está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos y unas reglas que permiten expresar o representar los números del conjunto” (p.120).

De tal forma, para hablar de sistema de numeración se debe hacer referencia a los símbolos que van a representar las cantidades, y las reglas de formación de las cantidades de cada símbolos. En algunos sistemas de numeración se pueden destacar reglas como son el valor de la posición de cada símbolo, la suma, la resta o la multiplicación entre las cantidades que representan los símbolos o la unificación de la posición con la suma de las cantidades que representa cada símbolo (mixto).

2.2.2. Sistema de numeración decimal

En concordancia con lo anteriormente mencionado, diremos que el SND, puede verse como una estructura matemática que consta de unos símbolos o elementos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,9) y unas reglas de formación que son las que me permiten identificar como se van a representar dichos elementos.



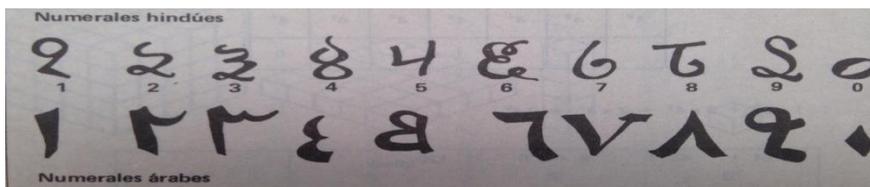
En el SND, la cantidad representada por un dígito en particular está determinada no solo por su “figura”, sino también por su posición en el número, los valores de la posición se incrementan de derecha a izquierda en potencias de diez, además de que posee las siguientes propiedades:

- ✓ **Propiedad multiplicativa:** el valor de un dígito se da multiplicando su valor relativo por el valor asignado a su posición.
- ✓ **Propiedad aditiva:** la cantidad representada por todo el numeral es la suma de los valores representados por cada uno de los dígitos que lo componen, por otra parte también está dotado de un mecanismo deductivo que muestra las relaciones u operaciones se pueden establecer.

Bedoya & Orozco (1991) afirman también que el SND está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos, unas reglas que permiten expresar y representar los números del conjunto de los números naturales, donde los símbolos y los signos básicos del SND son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 0, y un punto para representar las unidades de mil, de un millón, entre otros.

En este sentido, Riveros & Zanocco (1992), expresan: “Se denomina decimal por el hecho de usar agrupaciones de diez y tener 10 símbolos para representar las unidades” (p. 130). Al ser un sistema de numeración de base 10 emplea el principio posicional usando diez símbolos: Los dígitos indoarábicos. Estas cifras se denominan indoarábicas, porque fueron originarias de la India y fueron introducidas en Europa por los árabes. (Ver Ilustración No.17).

Ilustración 17: Números hindú y árabes



Fuente: Riveros & Zanocco.

La base del SND, significa que diez unidades de un orden cualquiera constituyen una unidad del orden inmediato superior y viceversa: una unidad de un orden cualquiera está formada por diez unidades del orden inmediato inferior. Si el número 1, que es la unidad de primer orden, añadimos sucesivamente una a una unidades, formaremos el dos, el tres, el cuatro, etc.; hasta llegar a diez unidades, que constituyen una decena o unidad del orden superior inmediato. Por lo tanto, cada dígito es un numeral que representa un producto.

Por ejemplo: 297

- 7 Valor de posición – uno El dígito 7 representa el producto: (7×1)
- 9 Valor de posición - diez El dígito 9 representa el producto: (9×10)
- 2 Valor de posición – cien El dígito 2 representa el producto: (2×100)

2.2.3. Valor posicional

El valor posicional es una de las reglas del sistema de numeración decimal, el cual muestra el sentido, significado y representación de cada símbolo del 0 al 9, de acuerdo a su posición. El valor posicional es aquel que le da el sentido relativo a los dígitos, es decir, de

acuerdo a la posición del dígito éste representa una cantidad. Es por ello que al escribir

un número se tiene en cuenta los siguientes aspectos:

- ✓ Cada dígito ocupa un lugar en el numeral
- ✓ Cada dígito en un numeral, representa un producto. (Véase a continuación la Ilustración No.18):

Ilustración 18: Valor posicional

10^5	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	$10 \times 10 \times 10$	10×10	10	1

Fuente: Riveros & Zanocco.

Por lo cual se debe entender que el valor posicional no es solamente la comprensión de la posición de un número en las unidades, decenas, centenas etc., sino que también este concepto, está relacionado con la cantidad de cambios que este ha sufrido durante sus agrupaciones y des agrupaciones.

Al examinar el SND, se puede identificar los siguientes principios:

- Esta expresado en base 10, es decir se agrupa de 10 en 10
- Los símbolos para escribir cualquier numeral son los dígitos 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
- Cada numeral posee un valor relativo, dependiendo del lugar que ocupe en la cifra.
- El valor de un numeral es la suma de los productos representados por los dígitos del numeral.

2.3. Componente cognitivo

Para el desarrollo del componente cognitivo, se aborda y desarrolla el concepto de apropiación que propone Baquero (1996) quien retoma la teoría de Leontiev (1938), por ende, es necesario mencionar que este concepto está relacionado con lo social y cultural, es por esta razón que se desarrollará una breve descripción sobre las ideas de Becco (2001) quien retoma la teoría de Vigotsky (1996) acerca de lo histórico-cultural, quien menciona, que el sujeto primero está inmerso en un plano social, donde este, a partir de las interacciones con las demás personas se va apropiando de los instrumentos culturales (lenguaje) hasta llevarlos a un plano intra-psicológico. Terminada esta descripción abordaremos el concepto de apropiación que es el que nos compete desarrollar en este componente.

Dentro de esta perspectiva Becco (2001) retomando a Vigotsky (1996) señala que:

El desarrollo intelectual del individuo no puede entenderse como independiente del medio social en la que está inmersa la persona. Para Vigotsky, el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se da primero en un plano social y después en el nivel individual. La transmisión y adquisición de conocimientos y patrones culturales es posible cuando de la interacción plano inter-psicológico se llega a la internalización plano intra-psicológico (p.5).

Siguiendo este mismo cuadro conceptual Lucci (2006) retomando a Vigotsky (1996) expresa:

El hombre es un ser histórico-social, más concretamente, un ser histórico cultural; el hombre es moldeado por la cultura que el mismo crea. Por lo tanto, el individuo está determinado por las interacciones sociales, es decir, por medio de la relación con el otro, el individuo es determinado; y



es por medio del lenguaje el modo por el que el individuo es determinado y es determinante de los otros individuos (p.5).

Desde esta mirada podemos encontrar que el concepto de apropiación esta permeado por la cultura y la historia, en la medida en que el conocimiento se establece con los demás individuos, su constitución es humana, y por ende es atravesado por un proceso evolutivo en el cual se reproducen unas prácticas de una generación a otra y al mismo tiempo se transmiten unos saberes que fueron constituidos social y culturalmente. En estos términos se puede decir que:

El proceso de apropiación realiza la necesidad principal y el principio fundamental del desarrollo ontogénico humano: La reproducción en las aptitudes y propiedades del individuo de las propiedades y aptitudes históricamente formadas por la especie humana, incluyendo la aptitud para comprender y utilizar el lenguaje (Baquero, 1996; retomando Leontiev, 1938, p.136).

Partiendo de lo anterior, se puede decir que:

Para apropiarse de un objeto o de un fenómeno, hay que efectuar la actividad correspondiente a la que está concretada el objeto o el fenómeno considerado. Por ejemplo, cuando decimos que un niño se ha apropiado de un instrumento, significa que ha aprendido a utilizarlo correctamente, y que las acciones y operaciones motrices y mentales necesarias para ello se han formado (Baquero, 1996; retomando Leontiev, 1983, p. 260).

En este sentido, se podría decir que un sujeto se ha apropiado de un objeto, cuando éste, es capaz no sólo de expresar o comunicar el significado cultural que tiene el objeto en sí, lo que implica no solo definirlo, sino también describirlo, caracterizarlo y utilizarlo correctamente en otros contextos que involucran una actividad correspondiente a dicho objeto. De esta manera, se puede decir que las acciones y operaciones motrices y mentales necesarias para la apropiación de dicho objeto se han formado.



De lo anterior, se puede concluir que para que se dé la apropiación de un objeto es fundamental que haya una actividad, es por esta razón que se hace necesario definir este concepto.

Montealegre (2005) retomando la teoría de la actividad de Leontiev (1989) y mirando la actividad, desde el punto de vista sociocultural, la define como:

La fuerza motriz que impulsa el desarrollo de la psique actuando en una relación dialéctica entre el sujeto y el objeto, donde el ser humano al transformar el objeto se transforma a sí mismo; la relación con el objeto se presenta al sujeto justamente como tal, como relación, y por ello regula la actividad (p. 2).

La actividad puede entenderse como aquella que permite una relación bilateral entre el sujeto y el objeto, donde esta, se inicia a partir de una necesidad y un motivo que tiene el sujeto para alcanzar una finalidad. En ese proceso, el sujeto ejecuta unas acciones para poder llegar al objeto, estas acciones pueden ser prácticas o mentales (representaciones mentales), a su vez estas acciones están mediadas por unas operaciones para lograr una tarea, resaltando que cuando se ha cumplido con la tarea, se ha culminado la actividad.

Es así, que el sujeto a través de la actividad se relaciona con el objeto y genera descripciones y características del objeto, objeto que luego es utilizado como instrumentos en otra actividad, de esta forma se puede presentar una apropiación del objeto.

2.4. Componente curricular

La matemática vista como una constitución del hombre, a lo largo de la historia ha presentado múltiples obstáculos de tipo epistemológico. Por esta razón, hay que



comprender y entender que en los estudiantes se pueden presentar diferentes dificultades en el momento de su aprendizaje. De ahí, la importancia de nuestra labor docente y del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así, como la búsqueda de soluciones que hagan significativo dicho proceso.

En la educación colombiana, más concretamente en lo que respecta a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aspecto central de este proyecto investigativo; desde sus primeros niveles educativos, toma como parte esencial la enseñanza y aprendizaje de los diferentes sistemas numéricos como lo son: el sistema de los naturales, de los enteros, de los racionales, de los reales y los complejos.

De ahí, la importancia de que los niños y niñas en edad escolar logren progresivamente la construcción de los diferentes significados que tienen los números dependiendo del contexto en el que se esté haciendo uso de los mismos.

En este sentido, Los Lineamientos Curriculares de Matemática (1998), reconocen y plantean la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento numérico en los niños y niñas, dejando en claro que este se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que estos tienen la oportunidad de pensar en los números y usarlos en contextos significativos.

El valor posicional es tomado como una actividad de base, que junto a la actividad de contar y agrupar ayuda a la construcción del SND por parte de los niños y niñas.



Aspectos considerados desde sus planteamientos como fundamentales para la comprensión de otros conceptos numéricos apropiados.

De este modo, Los Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) plantea que:

Antes de la enseñanza formal del valor posicional, el significado que los niños le atribuyen a los números mayores se basa normalmente en la cuenta de uno en uno y en la relación ‘uno más que’ que se da entre dos números naturales consecutivos. Ya que el sentido del valor posicional surge a partir de la experiencia de agrupamiento, la adquisición de la destreza de contar debe ser integrada en significados que se basen en el agrupamiento. Los niños serán entonces capaces de usar y comprender procedimientos de comparación, ordenación, redondeo y manejo de números mayores (p.29).

Por otro lado, los Estándares Básicos de competencia en Matemática (2006) en relación SND, más específicamente al concepto de valor posicional numérico, en la coherencia horizontal que corresponde al pensamiento numérico y sistemas numéricos para los grados de 1° a 3° se hace mención a: “Uso representaciones, principalmente concretas y pictóricas, para explicar el valor de posición en el SND y uso representaciones, principalmente concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades SND” (p. 80).

En la coherencia vertical que corresponde al pensamiento numérico y sistemas numéricos para los grados de grado 4° a 5°, en relación SND más específicamente al concepto de valor posicional numérico, se hace mención a: “Justifico el valor de posición en el SND en relación con el conteo recurrente de unidades” (MEN,1998, p. 81).

A partir de consideraciones que desde los dos grandes referentes curriculares de la educación en Colombia, tomados como base para la constitución del currículo de matemática, se podría decir que el estudio del concepto de valor posicional es considerado como un aspecto importante que ayuda al desarrollo de conceptos numéricos en los niños y niñas, recomendando así incluir el uso de material concreto y modelos, el estudio de varias bases que ayuda a una mayor comprensión de este concepto.

2.5 Componente didáctico

Se toma el Juego como una estrategia didáctica que nos permita estudiar los procesos desarrollados por los estudiantes de cuarto y quinto de primaria de la I.E María de los Ángeles Cano Márquez en relación a la apropiación del valor posicional numérico.

A partir del juego, los diversos actores que lo practican pueden relacionarse entre sí y ser partícipes de la cultura, lo cual posibilita que el aprendizaje sea significativo. Es por esta razón que desde Baquero (1996) retomando a Vigotsky dice que:

El juego en Vigotsky se caracteriza como una de las maneras de participar el niño en la cultura, es su actividad cultural típica como lo será luego, de adulto el trabajo. Es decir según la perspectiva dada, el juego resulta una actividad cultural (p.143).

Desde esta mirada se puede evidenciar que el juego es un elemento principal en el desarrollo de la vida del niño, ya que a partir de este se da la inserción a la cultura, además de ser la actividad más importante en los primeros años de vida del niño. A lo que Shuare & Montealegre (2010) retomando a Vigotsky dicen “El juego es la realización imaginaria,

ilusoria de deseos. Tendencias, necesidades, impulsos, intereses, etc. Que no pueden ser satisfechos inmediatamente” (p.83).

En ese sentido, el juego se ve como una actividad, donde el niño a partir de ciertas características que posee un objeto en particular le atribuye el significado de otro a través de su imaginación. Por lo cual, podemos decir que el juego visto desde estas perspectiva permite que el conocimiento se vaya constituyendo en la interacción con los otros niños a medida que él logra representar la realidad que lo rodea a través de su imaginación.

En concordancia con lo anterior, se puede decir que el niño aprende en relación a la cultura en la cual se encuentra inmerso, es por esta razón que el juego se convierte en un factor determinante para el aprendizaje del niños, ya que a través de él, puede apropiarse de los diferentes instrumentos que han sido constituidos social y culturalmente.

Baquero (1996) retomando a Vigotsky dice que:

Una situación de juego puede considerarse entonces como generadora potencial de desarrollo, como generadoras de desarrollo próximo, en la medida en que implique al niño en grados mayores de conciencia de las reglas de conducta y los comportamientos previsibles o verosímiles dentro del escenario construido. Siempre atendiendo de modo relativo, a las prescripciones sociales usuales para los roles representados o actuados en las situaciones que se presentan o representan plásticamente ante sí (p.5).

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente expresado en este componente didáctico, se puede concluir que el juego es indispensable para el aprendizaje del niño, para la interiorización de la cultura además de que es una actividad que produce placer y satisfacción cuando se está desarrollando.

El juego, además de ser un eje motivador para los estudiantes se convierte en actividad, porque tiene un motivo y una finalidad, es decir, el juego en sí mismo es un recurso que motiva al estudiante ya es divertido jugar, pero por otra parte también permite que el alumno se apropie de un aprendizaje.

Capítulo No.3: Diseño metodológico.

3.1. Enfoque y metodología de la investigación

La presente investigación, propone para el desarrollo de su proceso investigativo, un enfoque Cualitativo, con el cual, se pretende realizar una descripción detallada de los estudiantes, de sus interacciones, conductas, manifestaciones, acciones, gestos, lenguaje (natural y/o matemático), etc. Lo cual permite analizar y describir a la luz de los referentes teóricos adoptados en la investigación, como es el proceso de apropiación del objeto en estudio (valor posicional numérico), ya que este enfoque según Hernández, Collado, & Lucio, (2003) retomando a Patton (1980, 1990) permite la exploración y descripción sobre: “Cómo vive, se comporta, actúa la gente, que piensa, cuáles son sus actitudes” (p.15).

En palabras de Hernández, Collado & Lucio (2003) “El enfoque cualitativo, se fundamenta en un proceso inductivo, (exploran y describen y luego generan perspectivas teóricas), van de lo particular a lo general” (p.16).

Como metodología de investigación se propone un Estudio Intrínseco de Caso (Stake, 2002), el cual es considerado como una metodología de investigación cualitativa sobre un sujeto u objeto en específico y caracterizado por ser el estudio de la particularidad de un caso singular.

Intrínseco, ya que más allá de lo que con su estudio se puede aprender sobre otro tipo de situaciones, personas o fenómenos, es decir, sobre otros casos, el objetivo de este estudio es aprender sobre el caso en particular.

En palabras de Stake (2002) “Un caso puede ser un niño, un grupo de alumnos o un determinado movimiento. El caso es uno entre muchos”. Lo que interesa aquí es tanto lo que los hace único como lo que tienen en común” (p.16)

3.2. Participantes e instrumentos de recolección de la información

Para lograr lo anterior se centró la mirada en dos grupos de 3 estudiantes⁴ cada uno, sus edades oscilan entre 10 a 11 años; por asuntos éticos, se solicitó de manera escrita la autorización por parte de la I.E para el desarrollo del trabajo de campo, al igual que a los padres de familias para la participación de los estudiantes. (Ver anexo 3).

El desarrollo de los juegos se hizo de forma grupal ya que al trabajar con el juego, como estrategia didáctica se hace necesario que los estudiantes realicen diversas

⁴ Los participante de esta investigación, son los estudiantes de la I.E. María de los Ángeles Cano Márquez, que en el primer semestre de práctica se encontraban en el grado cuarto de primaria y se continuó trabajando con ellos en el grado quinto, de los cuales se escogió una muestra de seis estudiantes para el desarrollo de la investigación.

interacciones mediante el diálogo, para validar su conocimiento. Al escoger dos grupos de estudiantes, se busca analizar todos los procesos, estrategias que utilizan los estudiantes mediante el desarrollo o la misma dinámica del juego para responder a los interrogantes que allí se están generando

Lo que también permitirá a la investigación de una u otra forma visualizar el trabajo en ambos grupos de forma complementaria, más que de contraste. Observando de este modo

los grupos y tomando como referencia a Stake (1998), esta forma de análisis permite tomar a los dos grupos de estudiantes como un caso único.

Por otra parte, la selección de la muestra se realizó teniendo en cuenta el interés que los participantes mostraron por ser parte de la investigación y a su vez con el fin de obtener la mejor calidad en la información. Por otra parte también se les pidió la opinión a las diferentes directoras de grupo de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Marques del grado cuarto que luego pasaron al grado quinto. Es por esta razón, que: Martín, M. C & Salamanca (2007) dice:

El Muestreo teórico, también denominado muestreo intencionado, se inicia mediante voluntarios, pero posteriormente se realiza un proceso de avalancha, en el que habitualmente se avanza hacia una estrategia de muestreo deliberado a lo largo del estudio, basándonos en las necesidades de información detectadas en los primeros resultados (p2).

Con el fin de obtener los mejores resultados y además de que los datos fueran muy variados, se decidió optar por diferentes instrumentos que permitieran el enriquecimiento de la información obtenida, algunos de los instrumentos elegidos son: el audio,



cuestionarios, videos y entrevistas. Basándonos en Hernández, Collado & Lucio (2010)

dicen:” Los principales métodos para recabar datos cualitativos son: la observación, la entrevista, los grupos de enfoque, la recolección de documentos y materiales, y las historias de vida (p.581)”.

De acuerdo a lo anterior, podemos decir que uno de los instrumentos de mayor relevancia para nuestra investigación es el audio ya que este nos permite evidenciar las experiencias de los participantes, tanto de lo que expresan como sus gestos corporales.

Además de los juegos, quienes son los que permiten las interacciones de los estudiantes y sus acciones en relación al concepto de valor posicional y sistema de numeración decimal; utilizando el juego como una estrategia didáctica.

3.3. Descripción de los juegos

Cada uno de los juegos diseñados se desarrollaron teniendo en cuenta los aspectos por los cuales deben pasar los estudiantes para lograr que se apropien de un objeto matemático. En pocas palabras los juegos les permite a los estudiantes ir apropiándose del concepto valor posicional a través de las actividades que se presentan en los diferentes juegos como lo es: la repartición, relación y clasificación de las unidades de orden, agrupación, comparación entre sistemas de numeración, representación de cantidades, resolución de operaciones, etc.

En cada juego se desarrolló diferentes actividades que el estudiante debió accionar con ayuda de los diferentes materiales empleados; cada vez que el estudiante avanzaba en el desarrollo de los diferentes juegos, se evidenciaba el avance que los estudiantes presentan en el proceso de apropiación del valor posicional numérico.



Es de anotar que los juegos fueron creados de acuerdo a las necesidades e intereses que presentaban los estudiantes en los encuentros, como fue el interés de conocer el sistema de numeración romano y el juego del ábaco.

A continuación se presentan los juegos desarrollados en la presente investigación.

3.3.1. Juego No.1: Recorriendo nuestra historia

Con este juego se pretendió hacer un breve recorrido histórico en el que los estudiantes debían realizar la constitución de un sistema de numeración, creando así sus propios símbolos y reglas. Además de ello, los estudiantes conocieron el sistema de numeración romana, que luego fue comparado con el SND.

En este sentido el juego se desarrolla mediante cinco fases que fueron:

Primera fase: Juego de animales

En esta fase se le pidió a los estudiantes que se imaginaran una granja, y que le dibujaran los animales que hay en esta, luego, se les realizó las siguientes preguntas: ¿Qué cantidad de animales hay en su granja? , ¿Si no tuvieran conocimiento de los números, cómo podrían contar los animales de su granja? El propósito de esta fase era que los estudiantes crearan su propio sistema de numeración y de este modo pudieran, de alguna manera, vivenciar parte del proceso por el cual pasó la humanidad para el logro de la consolidación de un sistema de numeración coherente como lo es el SND.

Segunda fase: juego de fichas con el sistema romano

En esta etapa del juego, a cada grupo de tres estudiantes se le entregó unas fichas con los símbolos de los números romano, con estas fichas cada grupo debió formar los números, que uno de sus compañeros iba dictando. En un primer momento, se les preguntó a los estudiantes cómo se podrían representarse estos números, de acuerdo con las fichas dadas y de forma intuitiva. En un segundo momento, se les entregó a los estudiantes las reglas del sistema de numeración romano y se les pidió que verifiquen su respuesta.

El propósito del juego era que los estudiantes reconocieran que aparte del sistema de numeración decimal existen otros sistemas de numeración como lo es el romano y que este sistema tiene unas reglas específicas para la formación de cantidades, por otra parte también se pretendió que ellos analizarán que este sistema no es posicional, lo cual es esencial para este trabajo de investigación.

Tercera fase: Bingo con la numeración romana

Esta fase del juego se propuso para desarrollarse en grupos de tres estudiantes, uno de los estudiantes tenía una bolsa con los números del sistema de numeración decimal, los cuales debían ir sacando de la bolsa y anunciando en voz alta, mientras que los otros dos jugadores tenían las cartillas del juego en forma de Bingo, pero con los números romanos, como se observa en la ilustración 19. La idea del juego, era que los estudiantes convirtieran los números del sistema de numeración decimal al sistema de numeración romana, reconociendo, no solo las reglas del sistema de numeración decimal, sino también las del romano.

Ilustración 19: ficha del juego con el Bingo

B	I	N	G	O
I	CL	DX	LIV	IV
IX	L	ML	C	MM
V	XXI	D	X	LX
LIII	CCL	VII	M	MD

Fuente: imagen tomada durante la investigación

El propósito de este juego era permitirles a los estudiantes un acercamiento a otro sistema de numeración diferente al SND, como es el sistema romano, de tal forma que los niños reconocieran que un sistema de numeración está formado por símbolos y reglas.

Cuarta fase: Juego de fichas con el sistema de numeración decimal

En este juego se hizo entrega a los estudiantes de 30 fichas en blanco, para que escribieran en ellas los símbolos que fueran necesarios para formar el número natural que les dictaba uno de sus compañeros. Números como: 445, 544, 732, 327 entre otros. De esta forma, ellos podrán percibir algunas diferencias en la posición de algunos números, como en su escritura.

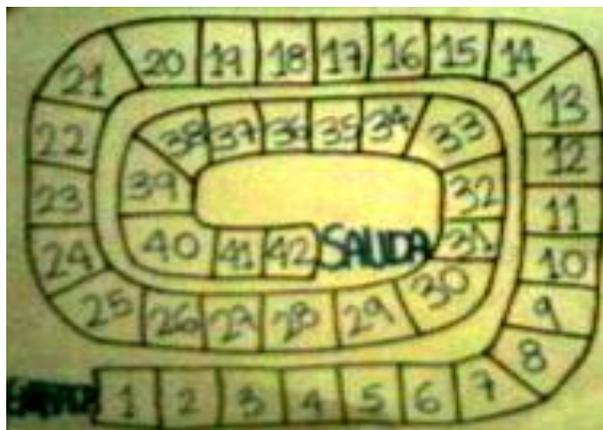
Luego que los estudiantes representaran los números en las fichas, ellos debían de descomponerlos tanto en forma adictiva, como multiplicativa en una ficha dado por el docente investigador.

Como propósito se tiene que los estudiantes empezaran a identificar las reglas del sistema de numeración decimal, a saber que este es posicional, que cumple con las propiedades de ser aditivo y del producto. (Véase anexo 2).

Quinta fase: Juego de pista numérica

El juego se propuso para tres estudiantes, en donde cada jugador debía avanzar con una ficha por 42 casillas de un tablero en forma espiral, dependiendo del número que obtuviera el jugador al lanzar el dado, éste pudo avanzar, retroceder o contestar algún tipo de pregunta en relación al sistema de numeración romano o el sistema de numeración decimal; De esta forma el propósito del juego era que los estudiantes lograran reconocer, expresar, las reglas y características del sistema de numeración romano como el decimal. Ganaba el juego el primer concursante que llegue a la casilla 42, observar ilustración 20.

Ilustración 20: Tablero del juego de pista numérica



Fuente: imagen tomada durante la investigación



Preguntas que se deben responder si se cae en uno de los obstáculos

1. Menciona una de las reglas del sistema de numeración decimal
2. ¿Cuál es la base del sistema de numeración decimal
3. ¿Cuáles son los símbolos del sistema de numeración romano?
4. Menciona tres diferencias entre el sistema de numeración romana y el sistema de numeración decimal.
5. ¿Qué igualdades y diferencias hay entre el número 123 y 321?

3.3.2. Juego No.2: Desafío final

El propósito en este juego era que los estudiantes aplicaran las ideas que ya tenían estructuradas acerca del valor posicional por medio de la formación de cantidades en el ábaco y de forma numérica y en la resolución de operaciones básicas. (Véase anexo 2).

En este sentido este juego se desarrolla en dos fases:

Primera fase: Juego con el ábaco

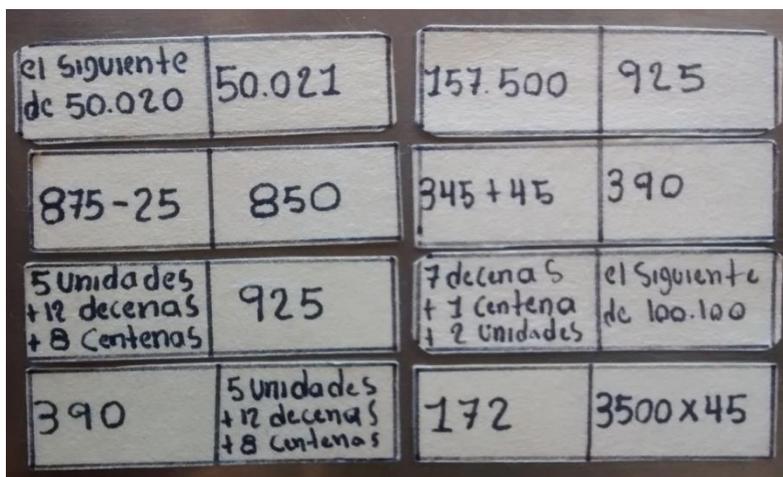
En esta fase, los estudiantes formaban, representaban y comparaban distintas cantidades en el ábaco y de forma numérica. En un primer momento se les explicó a los estudiantes sobre las reglas que se tenían en el ábaco para la formación de los números, en lo cual, los estudiantes comenzaron a compararlo con las reglas del sistema de numeración decimal.

Los estudiantes forman números como 677 y 776, y debían explicar la diferencia entre ambos números.

Segunda fase: juego del dominó

Por medio del juego con un dominó, los estudiantes debían resolver distintas operaciones teniendo en cuenta el valor posicional como un instrumento necesario para la resolución de las mismas. El dominó se creó con relaciones numéricas y la realización de operaciones básicas matemáticas como se observa la ilustración 21.

Ilustración 21: fichas del juego del domino



Fuente: Imágenes tomadas durante la investigación



Capítulo No.4: Análisis de los datos

En este capítulo se presenta el análisis del marco teórico y la percepción como investigadores de los datos obtenidos por parte de los estudiantes, los cuales surgen gracias a la realización de los diferentes juegos desarrollados en nuestro trabajo de campo, lo que permitió evidenciar las diferentes concepciones que los estudiantes tienen frente al Valor Posicional Numérico.

El proceso de análisis de resultados que hemos llevado con los datos obtenidos a través de los diferentes instrumentos de recolección de información, nos ha llevado a la constitución de tres categorías que muestran los elementos que guían la interpretación de nuestros hallazgos, conformes a las diferentes posturas teóricas adoptadas en este proyecto de investigación y de igual forma para dar respuesta a la pregunta de investigación. Estas categorías fueron emergentes ya que se quería observar el proceso que desarrollaban los estudiantes en los diferentes juegos en la apropiación del valor posicional numérico.

4.1. Categorías Emergentes

Siguiendo este orden, emergen así tres categorías, las cuales se consideran adaptables a este estudio y por ende ayudan a responder al planteamiento central del proyecto investigativo, las cuales se presentan a continuación:





4.1.1. El Valor Posicional como una Regla del SND

En esta categoría se muestran los diferentes procesos desarrollados por los estudiantes, que evidencian como estos logran relacionar el valor posicional como una regla del SND.

Durante la constitución de las reglas del sistema de numeración, los estudiantes comenzaron con un juego nombrado “*Recorriendo nuestra historia*” en el cual, los estudiantes debían elaborar un sistema de conteo diferente al que conocían, con el fin de que ellos crearan su propio sistema de conteo.

Se observó cómo los estudiantes en esa búsqueda para lograr formar cantidades sin hacer uso de los números de nuestro sistema de numeración actual (SND), construyen formas de conteo muy similarmente a como lo hacía el hombre prehistórico para contar, utilizando las partes de su cuerpo como es el caso de usar los dedos de las manos como conjunto contador, y un dedo, dos dedos, tres dedos, cuatro dedos como las unidades.

De esta forma, los estudiantes establecían una correspondencia uno a uno, pareando sus dedos con el conjunto de animales de la granja que había creado, todo ello con el propósito de poder contarlos y luego hacer la simbolización de la cantidad. El siguiente episodio (No.1) se puede evidenciar como los estudiantes realizaron dicha correspondencia uno a uno, lo que representó un primer paso para la humanidad en la constitución de lo que hoy llamamos SND.



Episodio No.1: ¿Si ustedes no tuvieran conocimiento de los números cómo contarías las cantidades de animales que hay?

1. **M⁵:** ¿Qué se les ocurriría?
2. **Da:** A mí se me ocurriría contar con los dedos.
3. **M:** ¿Cómo contarías con los dedos?
4. **Da:** Tendríamos cinco dedos en cada mano, pero no sabemos cómo se llaman los números y nada de eso, entonces si vamos a sumar algo por ejemplo tenemos un par de escobas que serían dos dedos y así lo sumaría.
5. **M:** Pero si yo quiero sumar la cantidad de vacas sin decir un número, como lo haría con los dedos.
6. **Da:** Cuento los pollitos con los dedos (haciendo una correspondencia entre un dedo y un pollito como se puede ver en la ilustración No.19):

Ilustración 22: Correspondencia uno a uno



Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

7. **M:** Entonces si yo quiero saber cuántos pollitos hay en la granja como lo haría con los dedos.
8. **Ke:** Si veo un animal le asigno un dedo y si veo otro animal, le asigno otro dedo y así.
9. **M:** ¿Qué pasa si se les acaban los dedos de las manos, por ejemplo cuantos animales dibujaron ustedes?
10. **Da:** Catorce animales, uno sabe que uno tiene la misma cantidad de dedos tanto de las manos como de los pies, entonces si se me acaban los dedos de las manos contamos con los de los pies.
11. **M:** Pero si se les acaban los dedos como harían.
12. **Ke:** Contamos con rayas.
13. **M:** ¿Si tienen muchas rayas como hacen para saber qué cantidad de animales tienen?
14. **Ke:** Creando símbolos para representación de los números.

⁵ De ahora en adelante se utilizará la letra M para denotar maestro



Es de resaltar que los estudiantes comenzaron a constituir reglas de tal forma que pudieran dar cuenta de las cantidades pedidas, reglas como: los dedos de las manos se constituyeron en los símbolos, si les hacía falta más símbolos utilizarían los dedos de los pies y si querían representar cantidades muy grandes lo hacían con rayas. Esto que estaban realizando los niños, Riveros & Zanocco (1991) lo nombran “La idea de un símbolo que permitiera representar con un conjunto mayor que uno era una necesidad fundamental” (p.72).

En una segunda instancia, se les propuso a los estudiantes un breve juego con el sistema de numeración romano, este sistema de numeración fue escogido debido al interés especial que los mismos estudiantes presentaban frente a este sistema de numeración en particular. Para este juego fue necesario que los estudiantes tuviesen claras las reglas y símbolos utilizados en dicho sistema de numeración, ya que constituyó un principio básico para la representación de diferentes cantidades. Véase a continuación la ilustración No.23:



Ilustración 23: Representación de cantidades con la numeración romanos



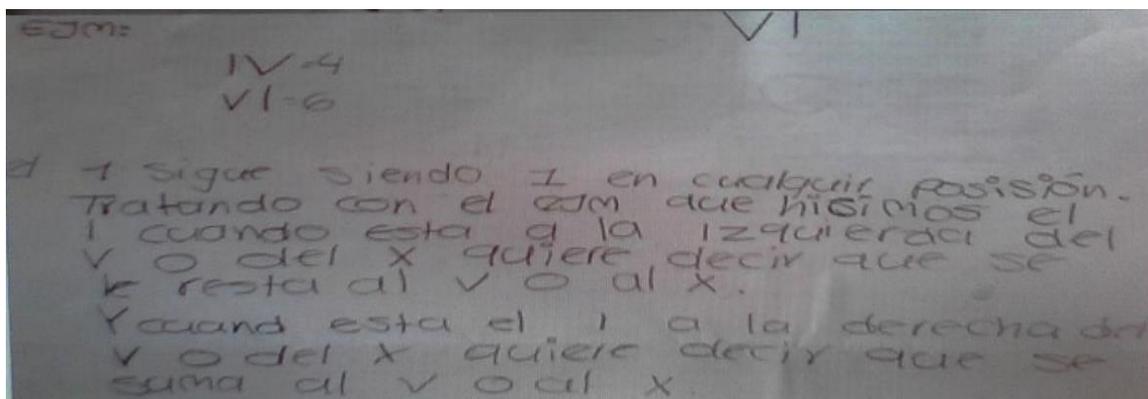
Fuente: Imágenes tomadas durante la investigación

Por medio de este juego, los estudiantes pudieron observar que además del SND existieron otros sistemas de numeración, como es el caso del sistema de numeración romano, que al igual que el SND está conformado por unos símbolos y unas reglas que hacen posible la constitución de cantidades, y al mismo tiempo, los estudiantes observan diferencias entre los sistemas de numeración, como es el caso de la regla Valor posicional, la cual hace diferenciar en este caso particular el SND del sistema de numeración Romano.

Al representar los números 4 y 6 en el sistema de numeración romano los estudiantes expresan “Uno sigue siendo uno en cualquier posición” resaltando que dependiendo de la posición en la que este se encuentre (a la derecha o a la izquierda de otro número) este uno se le sumará o restará a dicho número. Véase a continuación la ilustración No.24:



Ilustración 24: Explicación en relación al valor de las cifras en el sistema de numeración romano



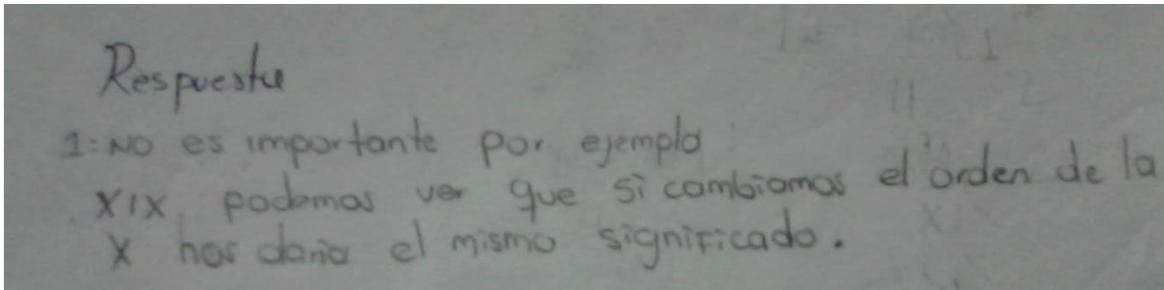
Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

Al representar por ejemplo la cantidad 19 en este mismo sistema, y al preguntárseles si varía o no el valor de las cifras al cambiárseles de posición, los estudiantes expresan, “No es importante, podemos ver que si cambiamos el orden nos daría el mismo significado” refiriéndose al valor del símbolo X, que representa un diez independientemente de la posición

en que este se encuentre, es decir su valor no varía se mantiene intacto sin importar la posición en la que este se encuentre. Véase ilustración No.25:



Ilustración 25: Explicación en relación al valor de las cifras teniendo en cuenta la posición de las mismas en el sistema de numeración romano

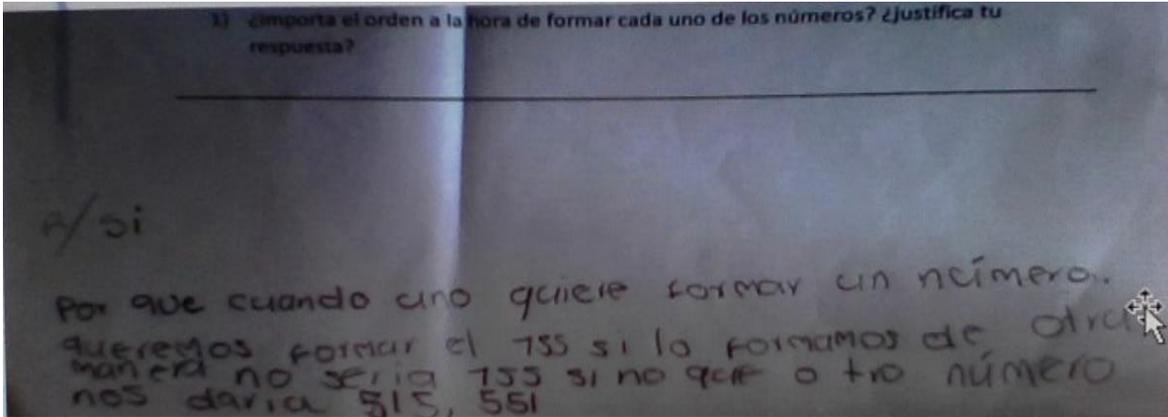


Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

Por otra parte los estudiantes cuando trataban de dar una explicación en relación al cambio o no del valor de una cifra dependiendo de la posición en la que se encuentre dentro de un mismo numeral, ellos resalta que a diferencia del sistema de numeración romano, donde el valor de las cifras no varía, en el SND no ocurre lo mismo. Por ejemplo, cuando los estudiantes al formar el número 155 expresan “ Si lo formamos de otra forma, nos daría otro número, 515, 551” , lo que evidencia la importancia que tiene el valor posicional como regla básica a la hora de formar cantidades dentro del SND, ya que si ubico un mismo dígito en posiciones diferentes dentro de un mismo numeral estaré formando una cantidad totalmente diferente sino que a su vez este dígito me estará representando un valor diferente dependiendo en la posición en la que este se encuentre. Véase a continuación la ilustración No.26:



Ilustración 26: Explicación en relación al valor de las cifras teniendo en cuenta la posición de las mismas en el SND



Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

Se puede observar como el valor posicional, además de los símbolos utilizados, juegan un papel diferenciador a la hora de formar cantidades dentro de un sistema de numeración, como es el caso del sistema de numeración Romano y el SND, el primero de estos utiliza símbolos como (I, V, X, D, L, M, entre otros) y el SND (0,1,2,3,4,5,6,7,8 y 9) y el valor posicional como una regla explícitamente del sistema de numeración decimal, ya que esta es necesaria para poder diferenciar una cantidad de otra en donde cada dígito tiene un valor diferente dentro un mismo numeral, así sea que se esté utilizando el mismo dígito en diferente posiciones.

Después de que en los diferentes juegos como: el de contar animales con otros símbolos, jugar con las fichas para la constitución de cantidades en relación a las reglas del sistema de numeración romano y comparar este sistema de numeración con SND, los estudiantes empezaron a identificar las reglas del sistema de numeración decimal. Entre las reglas más nombradas se resalta la del valor posicional las cuales se pueden observar en el



último juego denominado pista numérica. Véase la ilustración 27 y episodio 2 que a continuación se muestra:

Ilustración 27: Jugando en la pista numérica



Fuente: Imágenes tomadas durante la investigación

Episodio .2: Mencionen algunas reglas del SND

1. **Da:** Con diez números podemos hacer infinitos número
2. **Da:** Que los números se pueden descomponer
3. **M:** ¿Porque se pueden descomponer?
4. **Da:** A partir de las unidades de orden
5. **Lu:** Otra regla del sistema de numeración es el valor posicional
6. **M:** En qué consiste el valor posicional
7. **Lu:** Que es el lugar que ocupa cada cifra en un número
8. **M:** Que más pueden decir del valor posición
9. **Ju:** Por ejemplo 445 son los mismos números de escritura (refiriéndose a el número cuatro que aparece repetidamente dentro de la cantidad 445) pero uno representa otra cosa, porque uno representa la decena y el otro la centena
10. **M:** ¿Cómo se llama esa regla?
11. **Ju:** La regla del valor posicional
12. **M:** Que otra regla tiene el sistema de numeración decimal
13. **Ju:** Que cualquier número se puede descomponer
14. **M:** ¿Cómo se pueden descomponer los números?
15. **Ju:** Se puede descomponer en suma y en multiplicación.
16. **M:** ¿Pero que se tiene que tener encuentra para descomponerse los números en suma y en multiplicación?
17. **Ju:** Las unidades de orden.

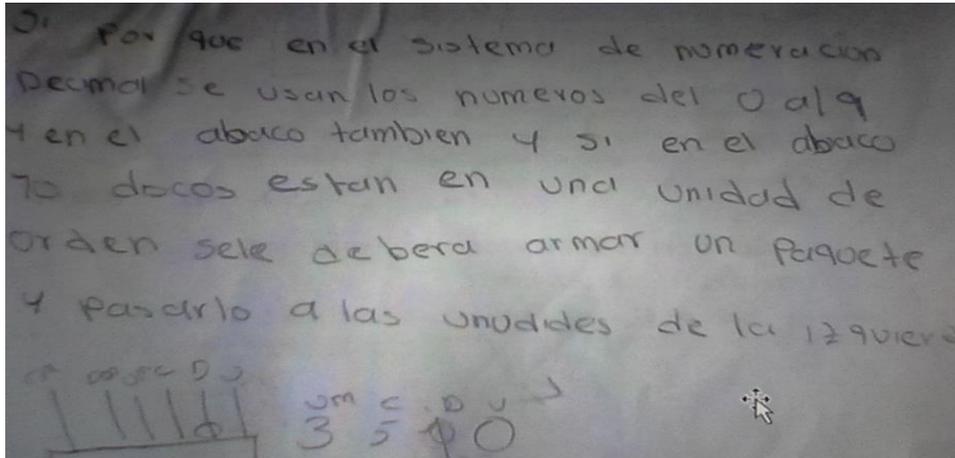
De esta forma podemos interpretar como los estudiantes relacionan y describen propiedades, características y reglas del SND, que este sistema cuenta con unos símbolos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) que cuenta con una la regla denominada valor posicional y unas propiedades como la descomposición de números de forma aditiva, multiplicativa, además de los símbolos que son utilizados dentro del sistema de numeración decimal.

Lo anterior concuerda con lo que dicen Bedoya & Orozco (1991) en relación al SND, quienes afirman que este sistema de numeración está constituido por unos símbolos y signos básico que van del 0 al 9, unas reglas que son las que permiten no solo expresar los número sino que a su vez, representan cantidades y por último por un punto, que permite representa el mil y el millón.

Por último, cuando se realizó el juego del ábaco, también se analizó que no solo hay una identificación de los símbolos del SND, y de las propiedades, si no que otra de las reglas que se logró evidenciar es que el SND es un sistema base 10, esto quiere decir que los estudiantes reconocieron el principio de agrupamiento de este sistema, en donde cada 10 unidades se forma otra de carácter superior, la cual se escribe a la izquierda de la primera de las unidades. Esto es ilustrado en el ábaco, en donde cada vez que tenemos 10 fichas en una varilla, las transformamos en una de la varilla inmediatamente izquierda y la ubicamos en ésta, con lo cual obtenemos que 10 unidades equivalen a una decena, que 10 decenas equivalen a 1 centena y así sucesivamente. (Ver ilustración 28)



Ilustración 28: Relación entre el SND y el uso del ábaco



Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

En conclusión podemos decir que para que los estudiantes pudieran deducir las reglas del sistema de numeración decimal y en especial la regla del valor posicional, primero constituyendo un sistema de numeración con sus propios símbolos y reglas, luego en el reconocimiento del sistema de numeración romano y la comparación con el SND, se logra identificar que la principal diferencia entre los dos sistemas de numeración radicaba en la regla del valor posicional, lo cual fue fundamental para que los estudiantes la reconocieran, al mismo tiempo que nombraron el principio de agrupación.

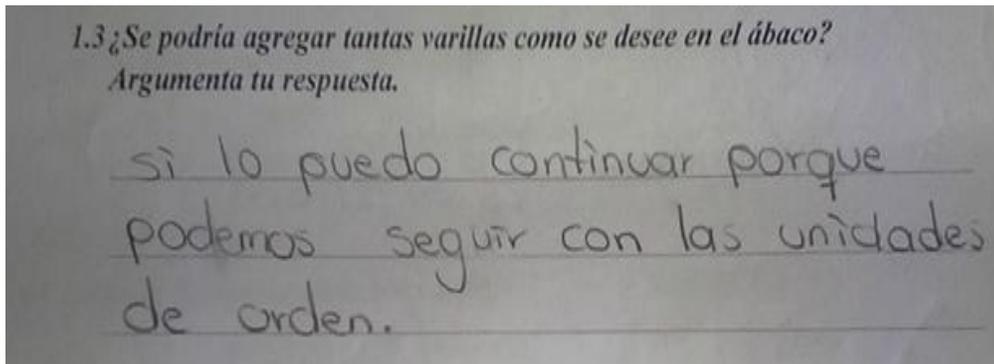
4.1.2. Representando Cantidades

Esta categoría se toma como una continuación de la categoría No.1 porque si bien en la primera categoría lo que se pretende es mostrar los hallazgos encontrados en relación al valor posicional visto como una regla del SND, lo que se pretende aquí, es mostrar cómo esta regla es definida por parte de los estudiantes y las distintas relaciones que estos logran establecer en relación a la representación de cantidades en el SND y el uso o manejo del ábaco.

En un primer momento, los estudiantes relacionan las reglas básicas del uso del ábaco con algunas propiedades de los números del SND, lo cual se puede evidenciar cuando se les pregunta ¿Se podría agregar tantas varillas como se desee en el ábaco? A lo que estos expresan “Sí lo puedo continuar porque podemos seguir con las unidades de orden”, lo que evidencia que si en el momento de formar un número cualquiera, cada dígito dentro de dicho número ocupa una unidad de orden específica, lo mismo pasa en el ábaco, cada varilla representará una unidad de orden, ya que se pueden agregar tantas como se desee, estas son infinitas. Véase a continuación la ilustración No.29. (Esta relación la establece los estudiantes ya que las actividades realizadas en el ábaco eran en base 10, es por tanto que hacen la relación de la base y el juego con las reglas del sistema de numeración decimal).



Ilustración 29: Explicación en relación al uso del ábaco

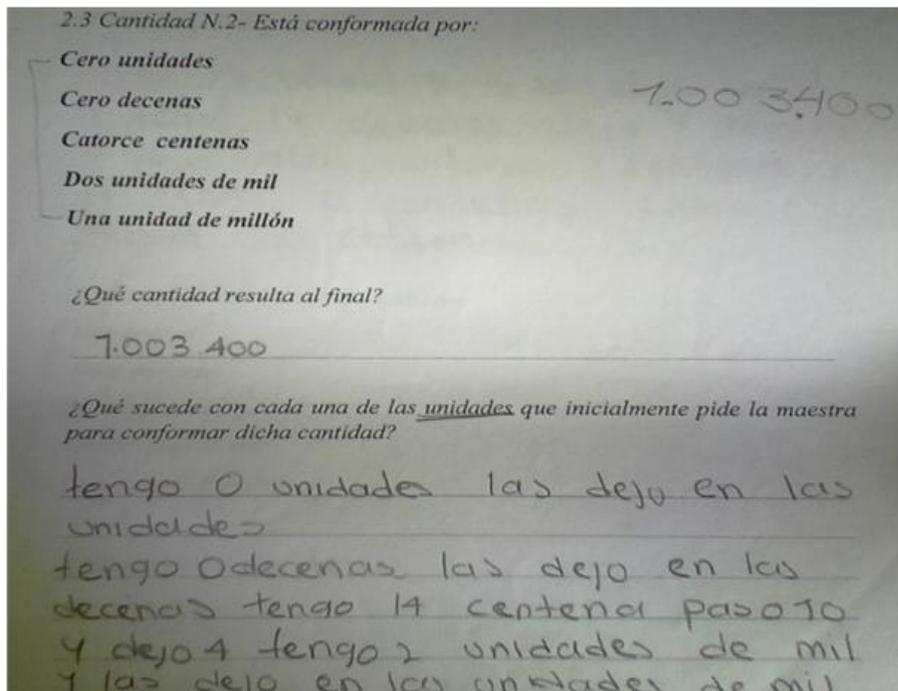


Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

En esta ilustración, se evidencia la relación que existe entre la formación de cantidades en el ábaco y la formación de cantidades en el SND para ello, los estudiantes explican que en cada varilla solo puede ser representada con cantidades hasta 9 discos porque como ellos mismo lo expresan es “Hasta nueve”. Todas estas relaciones quedan ejemplificadas en el momento de pedirles a los estudiantes que establezcan la cantidad final que resulta cuando se realiza efectivamente el cambio entre las unidades de orden, por ejemplo la cantidad resultante de tener cero unidades, cero decenas, catorce centenas, dos unidades de mil y una unidad de millón, la cual les dio como resultado 1.003.400. Véase a continuación las ilustraciones No.30 y No.31 respectivamente:

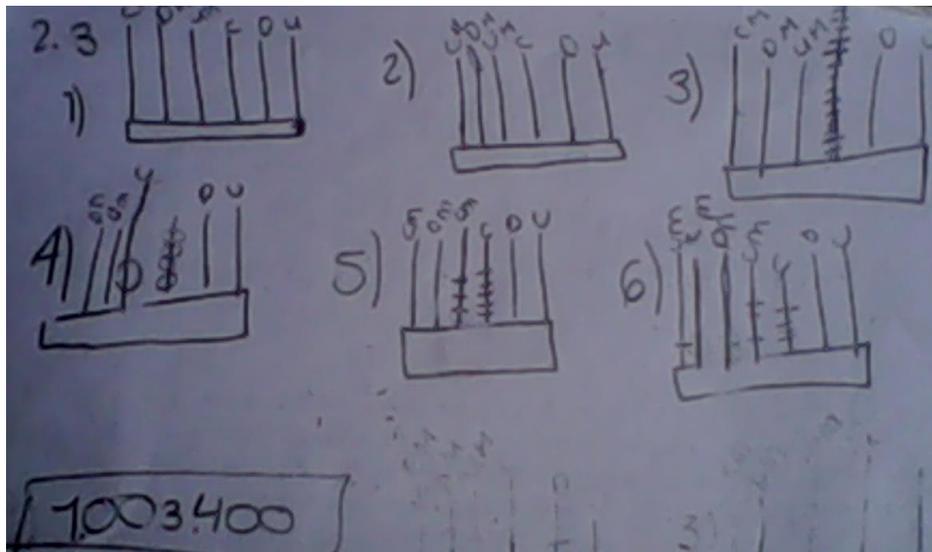


Ilustración 30: Explicación en relación al cambio de unidades en el ábaco



Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

Ilustración 31: Representación pasó a paso en el ábaco de la cantidad 1.0003.400



Fuente: Hojas de trabajo del estudiante

Esto se debe a que el ábaco les permitió a los estudiantes ver la forma como se establecían los números y la representación de sus cantidades. Los estudiantes explican que cada uno de los dígitos pertenece a una relación de orden y que cada relación de orden guarda una relación de grupos de 10, que si bien cada 10 discos en una varilla se pasa un disco inmediatamente a una unidad superior, pues de esta forma se crean los números. Los estudiantes reconocen, lo que Guital (1975) e Ifrah (1987) llaman *principio de base*, fundamental para el reconocimiento de las reglas del sistema de numeración decimal y el uso del valor posicional en las operaciones básicas.

Por otra parte, cuando se les pregunta a los estudiantes lo que representa el dígito cero (0) en el SND aparte de explicarlo establecen una diferencia entre el sistema de numeración romano y el SND, expresando que a diferencia de este sistema en el romano este no vale nada, no existe, ya que este sistema no utiliza este símbolo y que en el SND este símbolo (0) está representando la usencia de unidades de orden dependiendo en la posición en el que este se encuentre dentro de un numeral como se puede evidenciar en el episodio 3 que a continuación se presenta:

Episodio 3: ¿Qué representa el cero en el sistema de numeración decimal?

1. **Ju:** a mi parece que el cero no representa nada
2. **Da:** para mí el cero si representa algo
3. **M:** entonces que representa el cero
4. **Da:** Porque por ejemplo si el número 20, si el cero no estuviera allí, no existiera ni el 20, 30,40
5. **Da:** porque también el cero hace parte del 20
6. **M:** entonces usted me está diciendo que si representa algo
7. **Da:** si
8. **M:** entonces que es lo que está representando
9. **Da:** representa el 20 completo, porque si el cero no estuviera los números serian hasta el 9 pero como son infinitos, el cero también representa al 20
10. **M:** entonces que estaría representando el cero en el, 20



- 11. Da:** la parte del 20, porque si el cero no estuviera allí, sería solo 2
- 12. Ju:** no estaría representando nada en el sistema de numeración romano, porque el sistema de numeración romano no trabaja con el cero
- 13. Da:** si el cero no estuviera al lado del 2, no existiera el 20
- 14. M:** que vendría siendo el cero en el número 20
- 15. Da:** Cero unidades
- 16. M:** ¿Entonces el cero que representa?
- 17. Da:** La ausencia de unidades
- 18. M:** Que es lo que usted me quiere decir
- 19. Ju:** Que el cero si representaría algo en el 20, porque si en el 20 no existiera un cero sería un dos, pero sin embargo el cero representaría cero unidades
- 20. M:** Entonces que representa el cero
- 21. Ju:** Cero unidades
- 22. M:** En cualquier otra unidad de orden que representaría
- 23. Ju:** Lo mismo
- 24. M:** Por ejemplo escribe el número 2005, bueno que estaría representando el primer cero de derecha a izquierda
-
- 25. Ju:** Representan lo mismo
- 26. Ju:** A no, porque el uno representa cero decenas y el otro las centenas
- 27. M:** Que representa el cero entonces en el sistema de numeración decimal
- 28. Ju:** Cualquier unidad, decena, centena, unidad de mil tratando de la posición en la que este
- 29. M:** Si está en las unidades de mil que estaría representando
- 30. Ju:** Cero unidades de mil
- 31. Ju:** Por ejemplo el numero 200
- 32. M:** Los ceros que aparecen allí estarían representando lo mismo
- 33. Ju:** No, porque son diferente
- 34. M:** ¿Diferentes en qué?
- 35. Ju:** Según la posición donde este

Más adelante, cuando se les propone a los estudiantes representar diferentes cantidades, como es el caso de representar 345 y 453 a través del ábaco, al preguntarles por las diferencias que hay entre dichas cantidades se evidencia como relacionan el valor posicional numérico y la representación de las cantidades, ya que si bien reconocen que se utilizan los mismo dígitos para conformar ambas cantidades, a su vez expresan que por

estar en posiciones diferentes los dígitos representan cantidades distintas, como se logra

observar en el siguiente episodio No.4:

Episodio No.4: Representando Cantidades

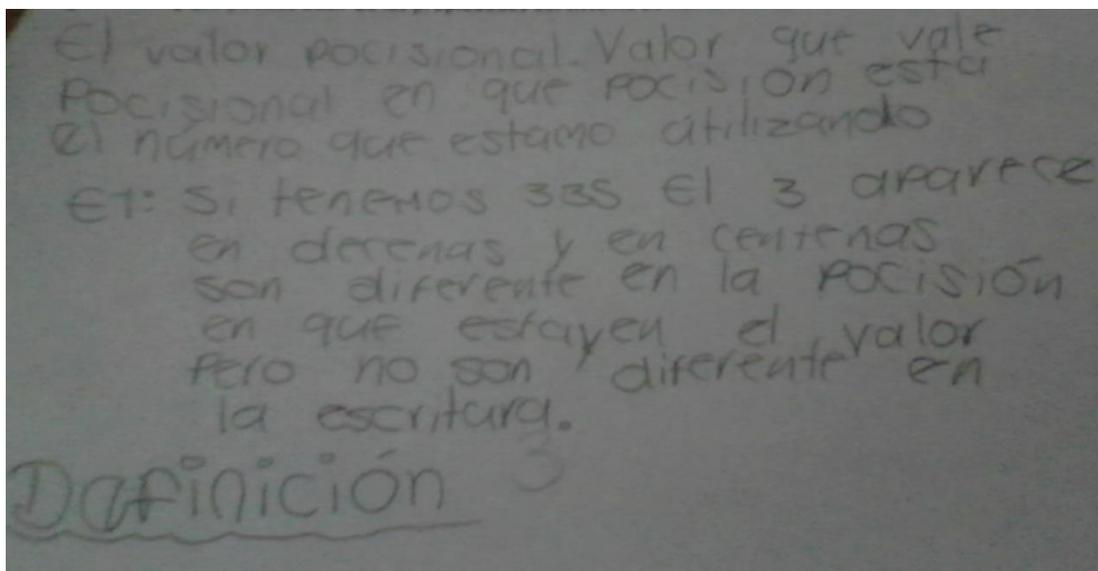
1. **M:** ¿Cuáles son las cantidades que van a representar en el ábaco?
2. **Ju:** Trescientos cuarenta y cinco y cuatrocientos cincuenta y tres
3. **M:** ¿Cuántas cantidades van a representar?
4. **Ju:** Dos cantidades
5. **M:** ¿Cuántos ábacos tenemos?
6. **Ju:** Dos
7. **M:** Entonces, ¿Qué se les ocurre hacer?
8. **Ju:** Colocar en uno una y en el otro otra para ver los dos
9. **M:** Muy bien, ahora, ¿Qué nos están preguntando? (esta pregunta se les realiza después de tener representada las cantidades en el ábaco)
10. **Ju:** ¿Cuál es la diferencia entre 345 y 453?

11. **M:** Entonces ¿existe alguna diferencia, si es así cuál creen ustedes que es esa diferencia?
12. **Ju:** Los números son los mismos números pero están en diferente posición
13. **M:** Por lo tanto tienen qué, al decir que tienen diferente posición
14. **Ju:** Diferente valor, por ejemplo el 345 y 453 serían los mismo, utilizaron los mismo números para hacer el 345 y 453 pero en diferente posición
15. **Da:** Son los mismos números pero cuando están en diferente posición, tienen diferente valor
16. **M:** Por lo tanto que podríamos decir
17. **Da:** Que son diferentes
18. **M:** Perfecto

Lo expresado aquí en el episodio No.4 evidencia por parte de los estudiantes, un modo de definir el valor posicional que tiene que ver con el valor que tienen los números dependiendo de la posición en la que estos se encuentren dentro de un numeral. Hay un reconocimiento de los números como valor absoluto y valor relativo, pues si bien el 3 es 3, como valor absoluto, de acuerdo a su posición su valor cambia, es decir, cada dígito si bien es el mismo, de acuerdo a su posición representa una cantidad distinta (lo que llaman los estudiantes valor posicional).

Siguiendo en el mismo orden de ideas, cuando se les pide de manera directa a los estudiantes que expresen o definan con sus propias palabras lo que significa valor posicional, se evidenció las distintas relaciones que estos establecieron para lograr definir este concepto, en un primer momento expresan: “valor posicional, valor lo que vale el número que estamos utilizando”. A modo de ejemplo proponen el numeral 335, resaltando que si bien la el dígito 3 aparece en distintas posiciones, tanto en las decenas como en las centenas, su escritura no varía, sigue siendo exactamente igual. Véase a continuación la ilustración No.32:

Ilustración 32: Explicación en relación al valor absoluto de los números en el SND

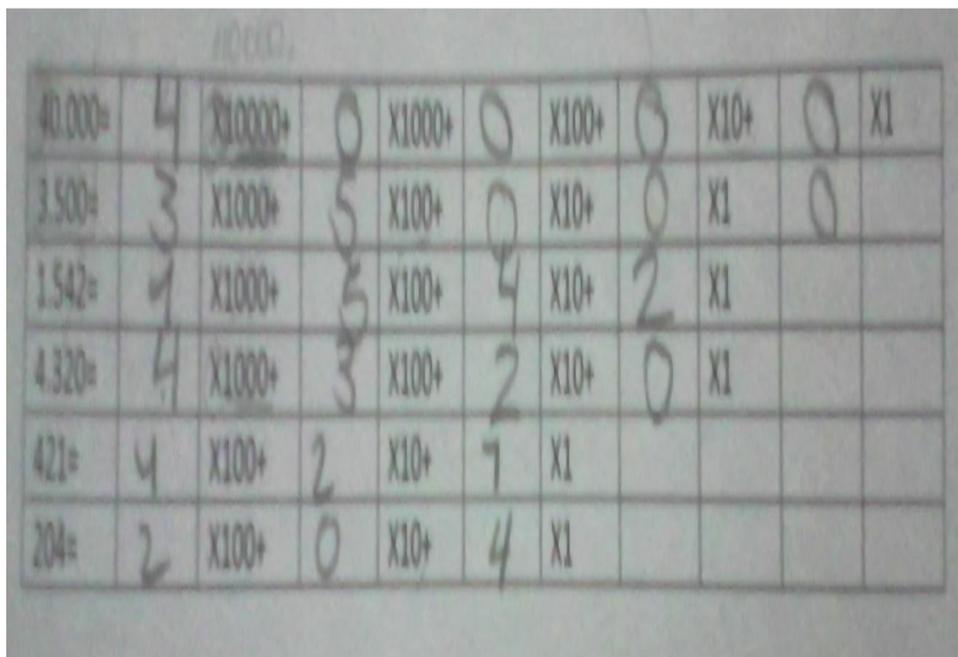


Fuente: Hojas de Trabajo de los estudiantes

Si bien los estudiantes reconocen, en la formación de los números, la importancia del orden los dígitos para representar cantidades, también muestran algunas propiedades que se les puede atribuir como es el caso de la descomposición de los números en sumas y productos, que es evidencia en un segundo momento.

Los estudiantes, realizaron descomposiciones de diferentes numerales, expresando que estas descomposiciones pueden ser expresadas como productos o sumas, de acuerdo a lo posición de cada símbolo numérico, resaltando así que para ello es necesario tener en cuenta la unidad de orden en el que esté ubicado dicho dígito. Por lo tanto, esto designa no solo su posición sino también su valor. Véase a continuación las ilustraciones 33, 34 y 35 respectivamente:

Ilustración 33: Descomposición de numerales en productos



40.000=	4	$\times 10000+$	0	$\times 1000+$	0	$\times 100+$	0	$\times 10+$	0	$\times 1$
3.500=	3	$\times 1000+$	5	$\times 100+$	0	$\times 10+$	0	$\times 1$	0	
1.542=	1	$\times 1000+$	5	$\times 100+$	4	$\times 10+$	2	$\times 1$		
4.320=	4	$\times 1000+$	3	$\times 100+$	2	$\times 10+$	0	$\times 1$		
421=	4	$\times 100+$	2	$\times 10+$	1	$\times 1$				
204=	2	$\times 100+$	0	$\times 10+$	4	$\times 1$				

Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes



Ilustración 34: Descomposición de numerales en sumas

numero	Descomposición
3.500	$3000 + 500 =$
7.000.705	$7000.000 + 700 + 5 =$
7540	$7000 + 500 + 40 + 0 =$
44	$40 + 4 =$
427	$400 + 20 + 7 =$
55	$50 + 5 =$
105000	$100000 + 5000 =$
40000	$40000 =$
4320	$4000 + 300 + 20 =$
992	$900 + 90 + 2 =$
204	$200 + 4 =$
200.000	$200.000 =$
420.900.009	$400.000.000 + 20.000.000 + 900.000 + 9 =$
4.030.100	$4.000.000 + 30.000 + 100 + 0 =$
40.35002	$40.000.000 + 300.000 + 10.000 + 5.000 + 2 =$

Fuente: Hojas de trabajo de los estudiante

Ilustración 35: Explicación en relación a las descomposiciones

Tuvimos en cuenta la suma, podemos hacer la descomposición con cualquier número y en el sistema de numeración decimal para poder hacer la descomposición es con las unidades de orden.

Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

Teniendo en cuenta lo expresado por los estudiantes en cada una de las ilustraciones y episodio que conforman esta categoría, se puede decir que para los estudiantes el valor posicional consiste en:

- El reconocimiento del valor relativo y absoluto de los símbolos del sistema de numeración
- El agrupamiento, de a 10, hace que los números vayan creciendo en su valor posicional en base 10
- Cada número está formado con símbolos, que de acuerdo a su posición representan un valor determinado, que se puede descomponer tanto en sumas como en producto

4.1.3. El valor posicional como Instrumento

Si bien los estudiantes en la primera categoría definen lo que es un sistema de numeración y además mencionan las reglas del sistema de numeración decimal, dándole un mayor énfasis a la regla del valor posicional, en la segunda categoría definen lo que es el valor posicional, en esta categoría se quiere mostrar ese proceso en el cual los estudiantes utilizan el valor posicional como un instrumento ya que para que los estudiantes apropien dicho concepto es fundamental que mencionen sus características y lo defina y lo utiliza como instrumento en otras actividades.

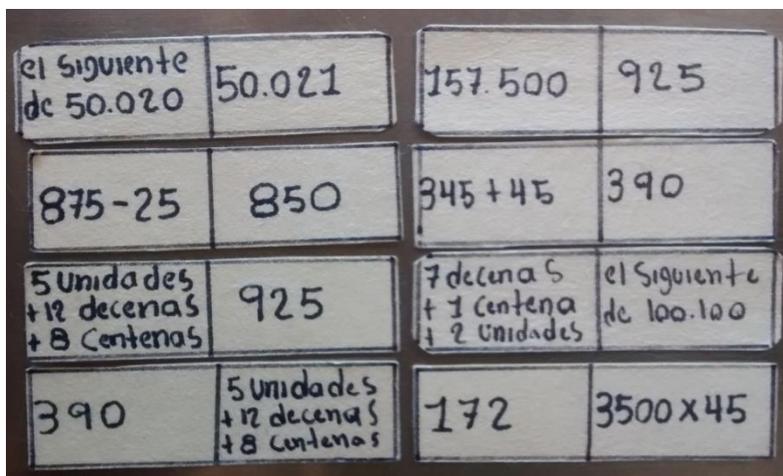
En ese sentido, se puede decir que un estudiante utiliza un objeto matemático como un instrumento cuando es capaz de usarlo en otros contextos, es decir, los instrumentos sirven como medio auxiliar para llevar a cabo una acción. Para hacer uso de este

instrumento es necesario reconocerlo y dominarlo y ser un medio auxiliar que constituye una operación psíquica (Montealegre, 2005; retomando Vygotsky, 1931/1995).

Es así como en los juegos del Abaco y el domino se puede observar como los estudiantes utilizan el valor posicional como instrumento para solucionar diferentes actividades como la realización de sumas, multiplicaciones, la representación y conformación de cantidades.

En el juego del domino, los estudiantes para ubicar adecuadamente las fichas debían resolver algunas operaciones como sumas, restas, multiplicaciones además de encontrar algunas relaciones matemáticas, como del siguiente de un número y representar cantidades en el ábaco. (Véase la ilustración 36)

Ilustración 36: fichas del juego del domino



Fuente: Imágenes tomadas durante la investigación

Los estudiantes para resolver las operaciones que estaban en el juego del dominó, no lo hacían de forma mecánicamente, pues los estudiantes tenían presente el valor posicional de los números para ubicarlos correctamente. Gallego (2015) dice que:



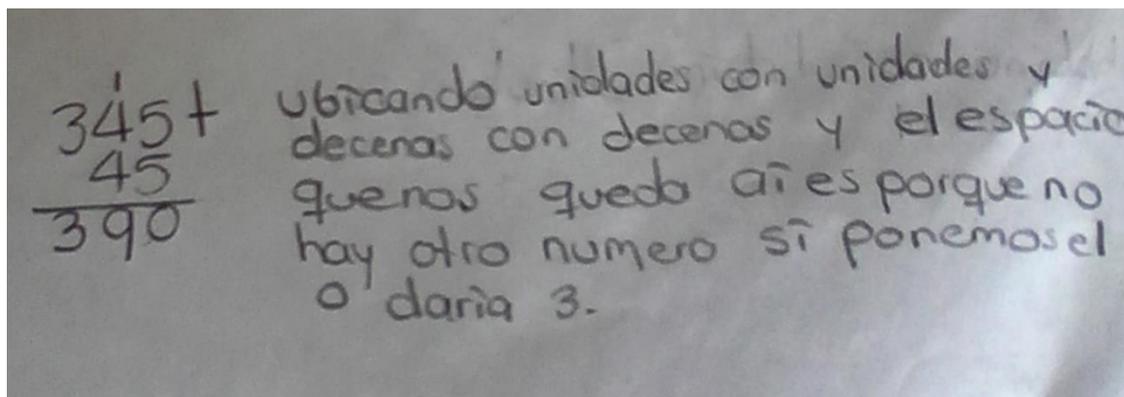
Cuando a los estudiantes de diferentes grados se les proponen análisis de cantidades respecto a la posibilidad de operar con ellas de diversas formas, la mecanización de las operaciones es evidente, la capacidad para resolver una suma o una multiplicación partiendo de la escritura tradicional de esta es casi que inmediata, sin embargo, al proponerles algunas situaciones donde deban argumentar las razones por las cuales resolvieron dicho ejercicio de una u otra manera, se convierte en un problema porque no son conscientes de lo que se está desarrollando (p.4).

En la realización del juego del domino, se evidencia que los estudiantes no resolvieron las operaciones de forma memorística, ya que, la misma dinámica del juego el juego les permitía a ellos explicar las razones del razonamiento que están teniendo. Ellos para ubicar fichas como 345 más 45 reconocieron cuales eran la unidades, las decenas y las centenas, y la posición en la que debían ubicar el número 45, además de saber que el número 45 no tenía centenas, por lo tanto se tenía que dejar un espacio, es así como podemos decir que los estudiantes utilizaron el valor posicional como un instrumento porque no solo resolvieron la operación adecuadamente, sino que también justificaron su procedimiento, demostrando que realizaban un proceso consciente y no memorístico. (Ver ilustración 37).





Ilustración 37: Operación de la adición mientras se jugaba el domino

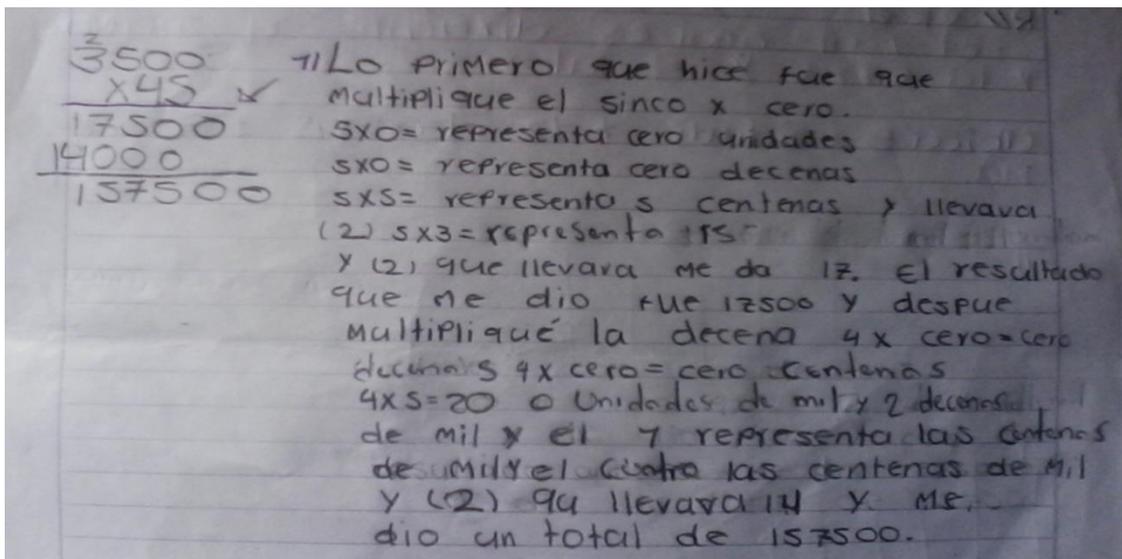


Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

De esta forma podemos decir que no solo en la operación suma había un reconocimiento del valor posicional como instrumento, si no que para resolver operaciones multiplicativas ellos también reconocían como debía ser la posición de los números, en ese sentido cuando iban a ubicar la ficha 3500 por 45 ellos reconocían no solo las unidades de orden, si no el valor posicional de las cifras, denotando que el 5 era una unidad y que cuando se multiplicaba por 3500 el resultado era 17500 y que el número 4 era una decena y que a la hora de multiplicarse por 3500 se debía dejar un espacio en las unidades y ubicar el primer número de este resultado en correspondencia con las decenas demostrando de esta forma que el valor posicional era importante para resolver la operación y no solo eso, sino que también lo utilizaban como instrumento ya que de esta forma la operación se resolvía correctamente (ver ilustración 38):



Ilustración 38: Operación multiplicativa mientras se jugaba el domino



Fuente: Hoja de trabajo de los estudiantes

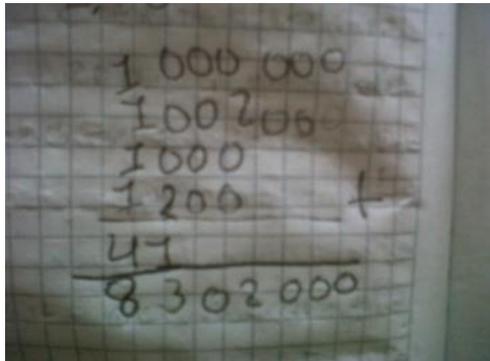
El valor posicional, en estas acciones realizadas por los niños, es instrumento en la medida que los estudiantes al conformar un número o hacer una operación matemática, expresan que el uso adecuado de corresponder los números de acuerdo a su relación de orden es necesaria para resolver lo que se pide.

En concordancia con lo anterior, se puede evidenciar que no solo los estudiantes tienen un dominio de lo que es el concepto de valor posicional, ya que explican su uso, sino que también lo utilizaban como un instrumento para resolver la operación. Al inicio de la presente investigación los estudiantes no tenían claro la correspondencia entre las unidades de orden sino que presentaban ciertas dificultades, ya que cuando la profesora les proponía a los estudiantes la realización de las operaciones básicas, estos no tenían en cuenta el valor que representa cada cifra para ubicar los números adecuadamente. Esto se debe a que los estudiantes no utilizan el valor posicional a la hora de resolver las operaciones, ya que



ubicaban indistintamente los números, es decir, no hacían corresponder las unidades con unidades, las decenas con las decenas, las centenas con las centenas (ver ilustración 39).

Ilustración 39: Operación matemática Realizada por una estudiante



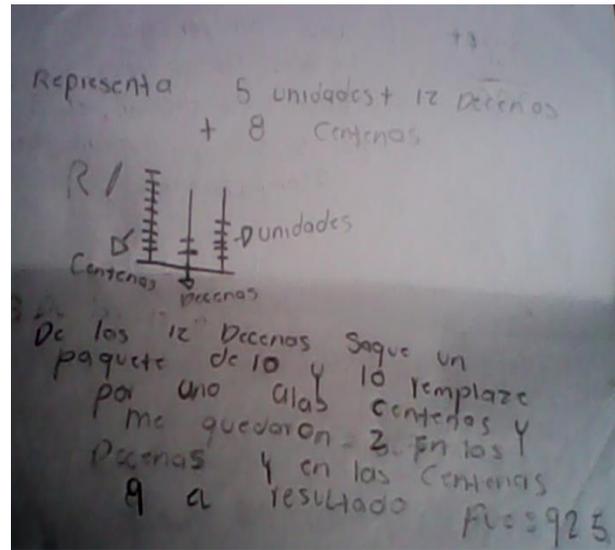
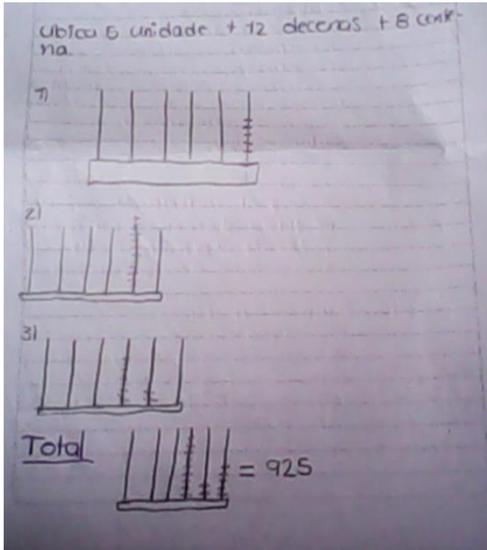
Fuente: Cuaderno de matemática de la Estudiante

A diferencia de lo anterior, en el desarrollo de los diferentes juegos, los estudiantes no solo resolvían operaciones y relaciones de orden entre números, sino que también reconocían el principio de base, de acuerdo a la posición de los números.

Cuando se les pedía a los estudiantes que mencionaran cuánto era 5 unidades más 12 decenas más 8 centenas, ellos para conformar ese número utilizaron el valor posicional como un instrumento, ubicaban cada dígito en la posición correspondiente, teniendo en cuenta las unidades de orden, además con las 12 decenas realizaron un paquete de 10, formando así una centena, de este modo el número resultante fue 925 (ver ilustración 40):



Ilustración 40: representando cantidades en el Abaco, mientras se jugaba el domino



Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

Otro de los juegos que se puede observar que los estudiantes hacen uso del valor posicional para resolver algún problema matemático, como sucedió con el juego del dominó es el juego del Abaco, éste también permitió que los estudiantes desarrollaran esas habilidades, mediante el diálogo y la discusión equipo. (Ver ilustración 41):

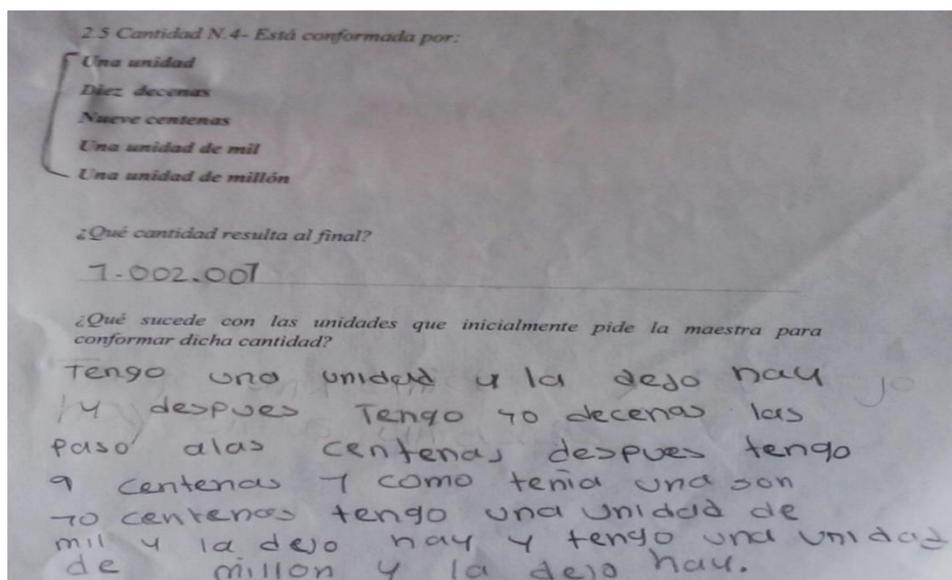
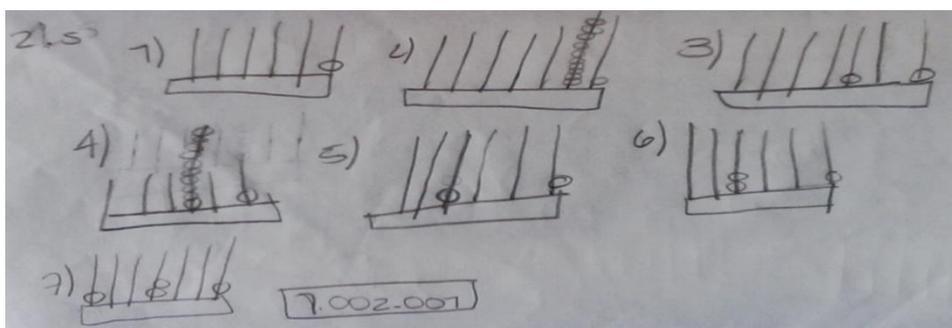
Ilustración 41: dialogo de los estudiantes mientras se desarrollaba el juego con el Abaco



Fuente: Imágenes tomada durante la investigación

Siguiendo ese mismo hilo conductor se puede analizar que cuando los estudiantes conformaron la cantidad de una unidad, diez decenas, nueve centenas, una unidad de mil, una unidad de millón, utilizaron el valor posicional como mediador, reconociendo las posiciones de cantidad y en que unidad de orden las debían ubicar. De esta forma tenían claro que con las 10 decenas debían realizar un paquete y pasarlo como una centena a la unidad de orden inmediatamente superior, de igual forma sabían que con la centena que pasaron y las nueve centenas que ya tenían, formarían otro paquete de 10, con el cual formarían una unidad de mil obteniendo como resultado el numero 1.002.001 (Ver ilustración 42):

Ilustración 42: Representando cantidades en el Abaco 1.0002.0001



Fuente: Hojas de trabajo de los estudiantes

En conclusión podemos decir que los estudiantes tomaron el valor posicional como mediador para la solución de operaciones matemáticas y la representación de cantidades, pues mostraron un claro dominio de la necesidad de utilizar el valor posicional para solucionar algunas preguntas planteadas en el juego.



Capítulo No.5: Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

La investigación, tuvo como propósito principal analizar el proceso de apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal en estudiantes de cuarto y quinto de la básica primaria de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez de la ciudad de Medellín.

En este sentido, los logros obtenidos en la investigación a nuestro juicio evidencia por un lado, que el hacer uso del juego como una estrategia didáctica en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en este caso particular del valor posicional numérico jugó un papel muy importante en la investigación, no sólo desde la motivación para el trabajo con los estudiantes, sino también en la aprehensión de diferentes temáticas en el aula de clase, para ser más específicos del valor posicional.

En todo el proceso investigativo se logra interpretar como el juego se convirtió en una estrategia metodológica fundamental, para que los estudiantes pudieran alcanzar un aprendizaje significativo, ya que no solo se buscaba alcanzar una finalidad interna sino una finalidad externa, es decir, como finalidad externa se pretendía que los estudiantes a medida que dialogaban entre sí, iban desarrollando nuevos procesos cognitivo, habilidades y estrategia, los cuales les permitieron llegar a la constituciones de nuevos conocimientos, por lo cual Vigotsky (1996) dice que el conocimiento primero seda en un plano social y luego en un plano individual, lo cual se logró evidenciar en cada juego desarrollado, ya que a partir de

las conversaciones entre los estudiantes se lograban tomar decisiones para resolver los diferentes preguntas que estaban presentes en cada juego.

Adicionalmente, durante el desarrollo de los juegos, se pudo evidenciar que algunos procesos utilizados por los estudiantes en relación proceso de apropiación del valor posicional en el sistema de numeración decimal.

En un primer momento, los estudiantes crean su propio sistema de numeración, teniendo en cuenta las reglas y símbolos, más adelante cuando ellos realizan la comparación entre el sistema de numeración romano y el decimal, se dan cuenta que en el sistema de numeración romano para formar cantidades no es necesario tener en cuenta el valor posicional de las cifras, esto hace que los estudiantes empiecen a establecer diferencias y similitudes entre ambos sistemas, reconociendo de esta forma características, propiedades y reglas del SND, en especial la regla del valor posicional.

Dentro del SND los estudiantes nombran reglas como: la posición de los números, la conformación de los números con paquete de 10, descomposición y composición de los números en sumas y productos.

En un segundo momento, los estudiantes reconociendo que una cifra tiene un doble significado uno es el valor absoluto de un número es el que tiene por su figura, para definir el valor posicional como el lugar que ocupa un número acuerdo a la posición que este representa en una cantidad, de esta forma mediante diversos ejemplos no solo, logran definirlo sino que también lo relacionan con la cantidad de cambios que este ha sufrido durante sus agrupaciones y des agrupaciones.

En un tercer momento, los estudiantes logran aplicar todas las relaciones e ideas que tienen acerca del valor posicional, es decir utilizarlo como un instrumento en diferentes operaciones y en la formación de cantidades.

De esta forma podemos decir que los estudiantes lograron una apropiación del valor posicional porque no solo mencionan sus características, propiedades y lo definen sino que también lo utilizan en otros contextos.

Si bien en los estudiantes se dio una apropiación del valor posicional numérico, lo que implicó para ellos lograr expresar y comunicar el significado de este, poder definirlo, describirlo y utilizarlo; como docentes investigadores también aprendimos de este proyecto la importancia y lo que en sí implica para nosotros el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que exige de nuestra parte no sólo un conocimiento matemático sino también un conocimiento histórico, social, pedagógico y didáctico que fortalezca y nutra día a día el proceso, permitiendo así la búsqueda de nuevas estrategias para lograr en nuestros estudiantes el desarrollo de nuevos conocimientos, que se apropien de ellos.

En la educación matemática, este proyecto deja como aporte una nueva mirada desde lo didáctico, que permite guiar y llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, donde el juego cumple un papel fundamental en la aprehensión de conceptos básicos que permita el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de la básica primaria, en este caso particular del valor posicional numérico. Al igual que, el aporte de aprendizaje a los estudiantes de la Institución Educativa donde se llevó a cabo la investigación, el cual mostraron una apropiación del concepto de valor posicional.



Recomendaciones

- Reconocer el papel que tiene la historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que permite en el maestro la búsqueda de distintas estrategias que sirvan para superar las diferentes dificultades u obstáculos que lleguen a presentar los estudiantes y así cambiar la concepción de las matemáticas como algo estático y acabado, permitiendo así un mayor acercamiento e interés por parte de los estudiantes y de este modo hacer de este proceso significativo.
- Para la continuación de este procesos investigativo es priorizar la enseñanza del valor posicional en alguna de las operaciones básicas, ya sea en la adición, multiplicación o división, y de esta forma permitirle a los estudiantes desarrollar otras competencias matemáticas, las cuales esta ligadas a las agrupaciones, des agrupaciones e identificar cambios en las agrupación para obtener mejores resultados a la hora de resolver la operación.
- Uno de los objetivos de los juegos fue el de realizar un recorrido histórico con el fin de que los estudiantes lograran de alguna manera vivenciar parte del proceso por el cual tuvo que atravesar la humanidad para lograr la consolidación de un sistema de numeración coherente como el SND, lo cual se logró en la medida en que ellos bebían crear un su propio sistema de numeración lo que implicó crear sus propias reglas y símbolos, los cuales les pudieron expresar y representar cantidades. Cuando trabajaron con otro sistema de numeración distinto al SND pudieron establecer algunas similitudes y diferencias, reconocer y resaltar algunas propiedades y características del mismo. Por lo



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

tanto consideramos que el trabajo enfocado en distintas bases puede servir en la medida en que

los estudiantes tengan la oportunidad de trabajar con una base diferente a la de nuestro sistema de numeración y poder así establecer diferencias y relaciones entre bases, entre otros sistemas de numeración.



UN

Referencias bibliográficas

- Acevedo, V. & Arango, P. (2011). *Sistema formal es un lenguaje formal dotado de un mecanismo deductivo*.
- Andonegui, M. (2004). *El Sistema Numérico Decimal*. Caracas: Federación Internacional Fe y Alegría.
- Baquero, R. (1996). *Vygotsky y el aprendizaje escolar* (Vol. 4). Buenos Aires: Aique.
- Becco, G. (2001). *Vigotsky y teorías sobre el aprendizaje*. Conceptos centrales de la perspectiva Vigotskiana.
- Bedoya, E. & Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 11-12.
- Gallego. (2015, March). Implicación en la comprensión del valor posicional. In XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática.
- Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez (2008). *Plan Educativo Institucional*.
- Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez (2010). *Plan de Área de Matemáticas*.
- Kamii, C. & Joseph, L. (1990). *Valor de Posición y Adición en Doble Columna*. Madrid, España.
- Lucci, M. A. (2006). La propuesta de Vygotsky: la psicología socio-histórica. *Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado*, 10(2), 10.
- Shuare, M. O., & Montealegre, R. (2010). La situación imaginaria, el rol y el simbolismo en el juego infantil. *Revista Colombiana de Psicología*, (5-6), 82-88.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articulos-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas*. M.E.N. Bogotá: Recuperado de

Riveros, M. & Zanocco, P. (1991). Los principios que rigen los sistemas de numeración. *Como aprenden matemáticas los niños*. Santiago, Chile: Editorial Universitaria

Montealegre, R. (2005). La actividad humana en la psicología histórico-cultural. *Avances en Psicología latinoamericana*, 23(1), 33-42.

Martín-Crespo, M. C., & Salamanca, A. B. (2007). El muestreo en la investigación cualitativa. *Nure investigación*, 27(4).

Hernández, B; Collado, C. & Lucio, B. (2003). *Metodología de la Investigación*. México D.F:McGRAW-Hill Interamericana.

Stake, R. (2002). *Investigación con Estudios de Casos*. Madrid, España: Editorial Morata, S.

Terigi, F., & Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista iberoamericana de educación*, 66
<http://www.rieoei.org/rie43a03.pdf>





Anexos

Anexo 1

2. JUEGO No. 2

RECORRIENDO NUESTRA HISTORIA

Fase No.1: Juego de Animales

I

Esta primera actividad, se hace con el fin de dar unas primeras ideas en relación al juego principal, de este modo los estudiantes pueden comprender las instrucciones del juego.

¡Adivina como hacerlo!

Para el siguiente juego puedes reunirte con dos compañeros. Cada uno va a aportar ideas para solucionar el siguiente.

1. Imaginate una granja. En una hoja de block dibuja la granja que imaginas.
2. Escribe la cantidad de animales que tiene tu granja. Recuerda copiar cuántos de cada uno.
3. Si ustedes no tuvieron conocimiento de los números cómo contarías la cantidad de animales que hay. Escribe varias ideas.
4. ¿Conoces otros números diferentes a los que utilizamos?
5. Comparte las ideas con los demás compañeros del salón.

Nota: Pon mucha atención en las respuestas que realices, las mejores respuestas serán premiadas. Usa tu imaginación.



Fase No.2: Juego de fichas con el Sistema Romano

En un primer momento a cada grupo de tres estudiantes se le entregara unas fichas con los símbolos de los números romano. Con las fichas cada grupo deberá formar los números, que uno de sus compañeros ira dictando.

Inicialmente se les preguntaran a los estudiantes cómo se podrían representarse estos números. En el segundo momento se les entregaran las reglas del sistema de numeración romano y se les pedirá a los estudiantes que verifiquen su respuesta.

3.500	1000105	1542
44	421	55
1005000	40000	4320
992	204	200000

Símbolos y reglas del sistema de numeración romano

La numeración se basa en siete letras mayúsculas, con la correspondencia que se muestra en la siguiente tabla:



Letras	I	V	X	L	C	D	M
Valores	1	5	10	50	100	500	1.000

Reglas del sistema de Numeración Romano:

Si a la derecha de una cifra romana se escribe otra igual o menor, el valor de ésta se suma a la anterior.

La cifra "I" colocada delante de la "V" o la "X", les resta una unidad; la "X", precediendo a la "L" o a la "C", les resta diez unidades y la "C", delante de la "D" o la "M", les resta cien unidades.

I

En ningún número se puede poner una misma letra más de tres veces seguidas. En la antigüedad se ve a veces la "I" o la "X" hasta cuatro veces seguidas.

La "V", la "L" y la "D" no pueden duplicarse porque otras letras ("X", "C", "M") representan su valor duplicado.

Si entre dos cifras cualesquiera existe otra menor, ésta restará su valor a la siguiente.

El valor de los números romanos queda multiplicado por mil tantas veces como rayas horizontales se coloquen encima de los mismos, así con dos rayas se multiplica por un millón.



Fase No.3: Bingo con la Numeración Romano

B	I	X	C	O
I	CL	DX	LIV	IV
IX	L	ML	C	MM
V	XXI	D	X	LX
LIII	CCL	VII	M	MD

Propósito: se buscan situaciones donde los alumnos puedan tener un acercamiento a otro sistema de numeración diferente al sistema de numeración decimal. Además de promover entre los estudiantes la lectura de los números así como la historia de otro sistema de numeración como lo es el romano.

Materiales:

- ✓ Cartilla con números impresos
- ✓ Fichas



Organización del grupo: El juego está propuesto para desarrollarse en grupos de tres estudiantes uno de ellos tendrá una bolsa con números, los cuales debe ir sacando de la bolsa y ha anunciado en voz alta, mientras que los otros dos alumnos tendrán las cartillas de juego.

Reglas

- ✓ Cada participante posee una cartilla con números romanos impresos al azar y unas fichas.
- ✓ A medida que se van anunciando los números pertenecientes a la cartilla de cada participante, estos deben ir cubriéndolos con las fichas.
- ✓ El juego termina cuando uno o más jugadores canten "BINGO" al completar el Cartón.

Preguntas

¿El valor de la cifra cambia en el sistema de numeración romana?

Justifica tu respuesta.

R/:



¿El sistema de numeración romano tiene una cifra que represente el cero?

Justifica tu respuesta.

R/:

Fase No.4: Juego de fichas sobre el Sistema de Numeración Decimal

A cada grupo se le entregara una 30 fichas en blanco, cada grupo deberá escribir los símbolos del sistema de numeración decimal con diez de las fichas y si hace faltan símbolos podrán tomar de las fichas sobrante. Por otra parte uno de los compañeros de grupo ira dictando los números.

Tres mil quinientos

Un millón ciento cinco

Cuarenta y cuatro

Cuatro cientos veinte y uno

Novecientos noventa y dos

Cincuenta y cinco

Ciento cinco mil

Cuarenta mil

Doscientos cuatro

11/8



¿De acuerdo a la situación anterior que puedes decir del sistema de numeración decimal?

R/:

1) Escribe el valor de la posición de la cifra 4

40000

4.320

204

420.900.009

40.315.002

4.030.100

402

45





¿Escribe que entiendes por el valor posicional de un número teniendo en cuenta la situación anterior?

R/:

2) Encuentra los dígitos que faltan

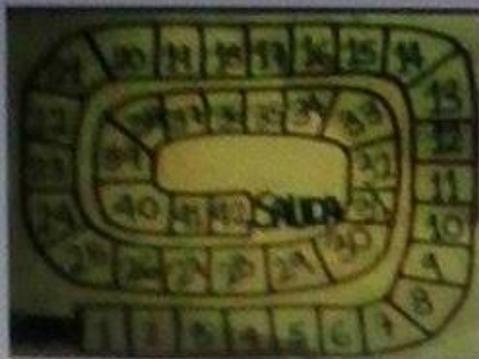
3.596=		X1000+		X100+		X10+		X6
1.542=		X1000+		X100+		X10+		X1
4.323=		X1000+		X100+		X10		X1
421=		X100+		X10+		X1		
204=		X100+		X10+		X1		

¿Qué podemos decir del sistema de numeración decimal, con relación al ejercicio que se acaba de realizar?

R/:



Fase No. 6: Juego de Notas Numéricas



Propósito: Se busca que los alumnos comprendan el concepto de valor posicional así como la comparación entre el sistema de numeración romano y el sistema de numeración decimal.

Materiales:

- ✓ Un tablero para tres estudiantes
- ✓ Un dado
- ✓ Fichas de color

Organización del grupo: El juego está propuesto para tres jugadores en el cual cada participante deberá avanzar una ficha por el tablero en forma de espiral con 42 casillas. Dependiendo de la casilla en la que se caiga se puede avanzar o por el contrario retroceder y en algunas de ellas se deberá contestar una pregunta. En su turno cada jugador tira un dado que le indican el número de casillas que debe avanzar. Gana el juego el primer concursante que llegue a la casilla 42.



Reglas del juego

- ✓ Juego de pista numérico: Casillas 3, 11, 12, 18, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 39 y 41. Si se cae en una de estas casillas, se debe responder una pregunta.
- ✓ Puente: Casilla 6 y 12. Si se cae en estas casillas se salta a la casilla 19 (la Posada) y se pierde un turno.
- ✓ Laberinto: Casilla 19. Si se cae en esta casilla se pierde un turno.
- ✓ Pozo: Casilla 31. Si se cae en esta casilla, NO se puede volver a jugar hasta que no caiga otro jugador en esa casilla.
- ✓ Cárcel: Casilla 34. Si se cae en esta casilla, hay que permanecer hasta que caiga allí otro jugador y lo rescate.
- ✓ Calavera: Casilla 39. Si se cae en esta casilla, hay que volver a la Casilla 1, vuelve a iniciar el Camino.

Gana el jugador que llegue hasta la casilla 42 que indica la salida

Preguntas que se deben responder si se cae en uno de los obstáculos

1. Menciona una de las reglas del sistema de numeración decimal
2. ¿Cuál es la base del sistema de numeración decimal
3. ¿Cuáles son los símbolos del sistema de numeración romano?
4. Menciona tres diferencias entre el sistema de numeración romana y el sistema de numeración decimal.



Sistema de Numeración Romano	Sistema de Numeración Decimal

5. ¿Menciona algunas reglas del sistema de Numeración Romano?

6. ¿Nombra algunas diferencias entre las reglas del Sistema de Numeración Romano y el Decimal?

7. ¿Qué igualdades y diferencias hay entre el número 123 y 321?

8. ¿Cuál sistema de numeración te gusta? ¿Porque?

9. ¿Cómo representarías el número trescientos dos en el Sistema de Numeración Decimal y romano?

10. ¿Para qué se utiliza el cero en el Sistema de Numeración Decimal?

11. ¿Qué igualdades y diferencias hay entre el número 457 y 754?

12. ¿Cómo representarías el número mil dos en el Sistema de Numeración Decimal y romano?

Nota: al final de la actividad como grupo se realizara una socialización sobre las dudas que se generaron.





Anexo 2

3. JUEGO NO.3

DESAFIO FINAL

Fase No.1: El Abaco

Número de Jugadores: 3

Grupo No. : _____

Nombre de los integrantes del grupo:

Material a utilizar:

Un Abaco de 5 varillas (columnas) para representar hasta las unidades quinto orden (decenas de mil)

Propósito: Que los estudiantes reconozcan el sistema de numeración decimal lo que implica un reconocimiento de sus reglas a saber que es posicional y decimal tanto de forma numérica como haciendo uso de ábaco

REGLAS PARA EL MANEJO DEL ABACO

- **El valor de cada disco:** Si se traslada un disco a la posición de la izquierda, este disco estará aumentando diez veces su valor, es decir, depende de la posición.
- **Paquetes de diez:** Como máximo se podrá ubicar nueve discos en cada varilla del ábaco, ya que si hay diez discos, se deberá armar un paquete y reemplazarlo por un disco en la varilla izquierda.



¿Con qué sistema de numeración se trabaja el ábaco?

R/:

¿Qué representa cada varilla del ábaco?

R/:

¿Se podría agregar tantas varillas como se desee en el ábaco?

Argumenta tu respuesta.

R/:

¿Existe algún tipo de relación entre las reglas del manejo de este material (ábaco) y el sistema de numeración decimal? Argumenta tu respuesta

R/:





Representa las siguientes cantidades en el ábaco

345 y 453

¿Cuál es la diferencia entre 345 y 453?

987 y 879

¿Cuál es la diferencia entre 987 y 879?

506 y 650

¿Cuál es la diferencia entre 506 y 650?

123 y 231

¿Cuál es la diferencia entre 123 y 231?

677 y 776

¿Cuál es la diferencia entre 677 y 776?





Mónica y María además de ser hermanas, son compañeras de clase, las cuales se encuentran cursando 5^o de primaria, su maestra de matemáticas les ha dejado como tarea para la próxima clase, formar las siguientes cantidades en números, pero su maestra en vez de leerles las cantidades por ejemplo: dos mil y uno para que ellas las escriban en números, es decir 2001, lee la cantidad de unidades que conforman cada cifra del número con la intención de que ellas logren descifrar la cantidad final que resulta.

¡Manos a la Obra!.. Ayuda a las hermanas Mónica y María a resolver su tarea.

¿En qué sistema de numeración la maestra ha pedido que conformen las diferentes cantidades?

2.2 Cantidad N.1- Está conformada por: I

Diez unidades

Once decenas

Ciento tres centenas

¿Qué cantidad resulta al final?

¿Qué sucede con cada una de las unidades que inicialmente pide la maestra para conformar dicha cantidad?



2.3 Cantidad N.2- Está conformada por:

Cero unidades

Cero decenas

Catorce centenas

Dos unidades de mil

Una unidad de millón

¿Qué cantidad resulta al final?

¿Qué sucede con cada una de las unidades que inicialmente pide la maestra para conformar dicha cantidad?

2.4 Cantidad N.3- Está conformada por:

Nueve unidades

Diez y nueve decenas

Cero centenas

¿Qué cantidad resulta al final?

¿Qué sucede con cada una de las unidades que inicialmente pide la maestra para conformar dicha cantidad?





2.5 Cantidad N.4- Está conformada por:

Una unidad

Diez decenas

Nueve centenas

Una unidad de mil

Una unidad de millón

¿Qué cantidad resulta al final?

¿Qué sucede con las unidades que inicialmente pide la maestra para conformar dicha cantidad?

2.6 Representa dichas cantidades en el ábaco

2.7 ¿Qué puedes decir respecto a este sistema de numeración?





Fase No. 2: Dómino

el siguiente de 50.020	50.021	757 500	925
875 - 25	850	345 + 45	390
5 unidades + 12 decenas + 8 centenas	925	7 decenas + 1 centena + 2 unidades	el siguiente de 100.100
390	5 unidades + 12 decenas + 8 centenas	172	3500 x 45

Objetivos didácticos: Jugando este juego, se pretende verificar si los alumnos manejan adecuadamente la posición de los números mediante operaciones con los números naturales como (la suma, resta, multiplicación), además de algunas relaciones que existen en el sistema de numeración decimal.

Actividad: Se trata de jugar unas partidas de dominó con 27 fichas, de la misma forma como se juega con las fichas de dominó tradicional, pero con la variante de que los jugadores deben resolver las operaciones y las relaciones matemáticas propuestas para colocar las fichas.



Reglas del juego:

- Juego propuesto para cuatro jugadores.
- Se reparten 7 fichas por jugador.
- Sale el jugador que tiene la ficha

$345+45$	390
----------	-----

- Por orden los jugadores van colocando sus fichas, de acuerdo a las relaciones matemáticas que se pueden establecer.
- Si un jugador no puede colocar una ficha porque no tiene las fichas adecuadas, pierde su turno.
- Gana el jugador que se queda sin ficha.





UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Anexo 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
Proyecto de investigación para obtención del título de:
Licenciados en Matemática
LINEA DE PENSAMIENTO NUMÉRICO

Medellín, abril de 2015

Yolanda Inés Zuluaga

Rectora

Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez

Cordial saludo:

Me permite solicitarle permiso para la realización del trabajo de campo con los estudiantes de grado quinto, estudiantes con los cuales estamos realizando nuestras prácticas universitarias actualmente, para desarrollar con ellos en las clases de matemáticas el proyecto de investigación denominado "Apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal, en estudiantes de cuarto y quinto de primaria", dicho proyecto se está desarrollando en asesoría con la profesora Monly Catherine Torres Jaramillo, profesora de la universidad de Antioquia.

Agradezco su atención y colaboración:

Walter C. Kelly J. Pino M.

Walter David Cuesta Sálas
Kelly Johana Pino Moreno
Practicantes de la universidad
De Antioquia

Monly Catherine Torres Jaramillo
Asesora

Autorizo el trabajo de campo con los estudiantes.

Rectora
Institución educativa María de los Ángeles cano Márquez



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
Proyecto de investigación para obtención del título de:
Licenciados en Matemática
LINEA DE PENSAMIENTO NUMÉRICO

Medellín, abril de 2015

Señores padres de familia y acudientes:

De la estudiante: Luisa Fernanda Oquendo Gómez.

Cordial saludo:

En la clase de matemáticas se está realizando el proyecto de investigación denominado "Apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal, en estudiantes de cuarto y quinto de primaria" dicho proyecto tiene el aval de la rectora de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez.

Queremos solicitarles formalmente la autorización para que Luisa Fernanda Oquendo Gómez, como estudiante de dicha institución, forme parte como participante de nuestra investigación e igualmente tener la posibilidad de presentar a su hija en la publicación de los resultados. Dicha autorización es importante para la recolección de registros de su hija en grabaciones de audio y video, actividades de trabajo y entrevistas.

Agradezco su atención y colaboración:

Walter C. Kelly J. Pino M.

Walter David Cuesta Salas

Kelly Johana Pino Moreno

Practicantes de la universidad

De Antioquia

Monly Catherine Torres Jiménez

Asesora

Autorizamos la participación de Luisa Fernanda Oquendo Gómez en la investigación "Apropiación del valor posicional numérico en el sistema de numeración decimal, en estudiantes de cuarto y quinto de primaria"

JOHN JAIRO OQUENDO Z
cc. 70579.542



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UN