Formalización de los algoritmos ^de suma y resta de fracciones]

Luz Cristina Agudelo Palacio
James Mauricio Parra Jaramillo
Juan David Sánchez Sánchez

2009

FORMALIZACIÓN DE LOS ALGORITMOS DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

LUZ CRISTINA AGUDELO PALACIO
JAMES MAURICIO PARRA JARAMILLO
JUAN DAVID SÁNCHEZ SÁNCHEZ

DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA CIENCIAS Y LAS ARTES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

JULIO 2009

FORMALIZACIÓN DE LOS ALGORITMOS DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

LUZ CRISTINA AGUDELO PALACIO
JAMES MAURICIO PARRA JARAMILLO
JUAN DAVID SÁNCHEZ SÁNCHEZ

Trabajo para optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas.

Asesor
EDISON SUCERQUIA VEGA
Profesor Facultad de Educación

DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
JULIO DE 2009

Nota de Aceptación

Firma del Presidente

Firmas de los Jurados

Fecha:

AGRADECIMIENTOS

A nuestras familias, por ser un apoyo constante, durante estos años de preparación para alcanzar el titulo de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

A la Universidad de Antioquia y específicamente a todos nuestros docentes, que contribuyeron a nuestra formación académica y nos proporcionaron las bases necesarias para la consolidación del presente trabajo.

A la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó sector Moravia, por brindarnos sus espacios y disposición para el desarrollo del Proceso de Práctica profesional, por que sin ellos nada de esto tendría sentido.

Finalmente, gracias a nuestro asesor, por su constancia y efectividad al momento de corregir nuestros errores y aplaudir nuestros éxitos.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

En consideración con los planteamientos de la Ley General de Educación (Ley 115 de Febrero 8 de 1994) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, MEN, 1998), planteamos un trabajo en el que se pretende hacer un acercamiento a una profesionalización de nuestra labor como docentes, en la que acordes con los cambios culturales, teóricos, científicos y pedagógicos nos eduquemos para la innovación, actualización e incluso para la investigación y que a su vez procure una optimización, no solo de nuestra formación, sino también la de nuestros estudiantes.

Para nadie es un secreto que en nuestra sociedad existen poblaciones en "situación de multivulnerabilidad" y que a pesar de los esfuerzos del sistema educativo, muchas de estas poblaciones no tiene acceso a estrategias innovadoras que les permita encontrar relación entre su contexto y la educación matemática. Con el presente trabajo se desea hacer un aporte a la Educación Colombiana desde nuestros conocimientos teóricos y prácticos que se han fortalecido gracias a la formación como licenciados. Desde esta perspectiva el siguiente trabajo se enmarca dentro del proceso de práctica pedagógica del programa de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Como aspectos importantes para el desarrollo de este proceso se tienen:

- Proceso de observación y elaboración del diagnóstico educativo, que nos permitió identificar algunas características del contexto, particularidades del espacio de práctica y dificultades del proceso educativo llevado a cabo con los estudiantes de dicho espacio.

- Intervención en el aula y planeación del instrumento, momento crucial para nuestro proceso de formación como educadores, pues muchos de los que nos adentramos en el trabajo de práctica pedagógica era la primera o de las primeras experiencias en el aula y gracias a las cuales dilucidamos muchos aspectos relevantes para la planeación del trabajo de grado y del instrumento metodológico. Además conocimos gustos, disgustos y necesidades de los estudiantes, que nos facilitaron la generación de situaciones y actividades que problematizaron su contexto.

- Ejecución del instrumento de intervención, en el que utilizaremos algunas de las actividades planteadas por Bishop y que nos ayudarán a encontrarle sentido a los valores de la cultura dentro de la contribución de dicho instrumento, a la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones.

- Análisis y sistematización de los resultados para verificar el alcance de los objetivos planteados y revisar minuciosamente que tanto se contribuyo a la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones.

El texto que se presenta a continuación incluye todos los aspectos, información y actividades desarrolladas durante el trabajo de investigación.

CAPÍTULO I

1.1 ANTECEDENTES

El espacio de práctica al cual hacemos mención corresponde a la Institución Educativa Fe y Alegría Luís Amigó, institución de carácter público adscrita a la ciudad de Medellín que se encuentra ubicada en Moravia, barrio popular de carácter urbano regional, localizado cerca a los sectores del Bosque, el Morro, el Oasis Tropical y la Herradura; los cuales hacen parte de la comuna 4 llamada popularmente "Comuna Aranjuez" (Ver imagen 1), y en cercanía a los sistemas Metro y Metro plus, al sistema vial del río Medellín, la carrera 52 Carabobo y la vía Moravia-Acevedo; a lugares como la Universidad de Antioquia, el Jardín Botánico, el Terminal del Transporte y en cercanía a sitios concurridos como son los Parques Explora, Norte, de los deseos y el planetario.

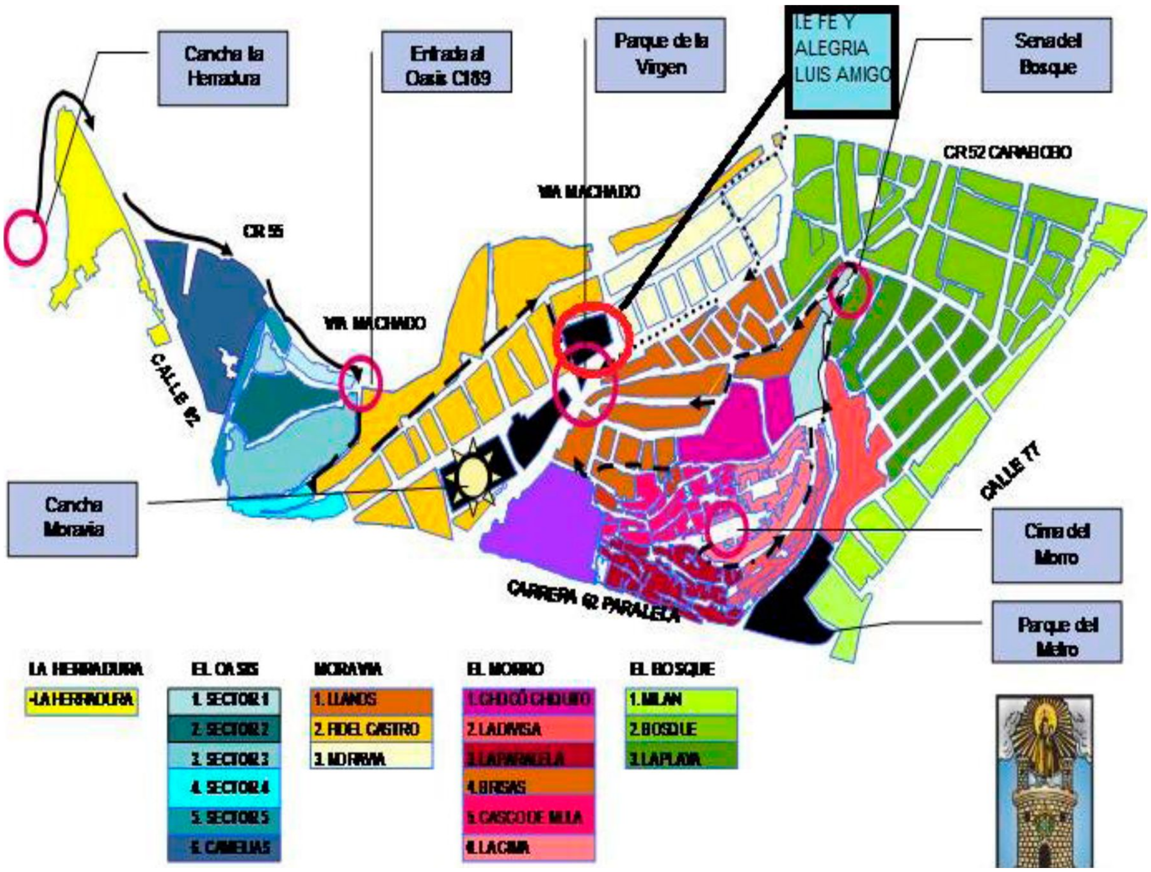


Imagen 1: *Mapa con la ubicación exacta de la institución Educativa Fe y Alegría Luís Amigó*

En cuanto a la población, el plan de desarrollo de la cuidad de Medellín (2004-2007 p. 15) plantea lo siguiente:

> Moravia y sus áreas cercanas están habitadas por hogares de miles de familias que surgieron con el crecimiento de Medellín, principalmente con el auge de las grandes empresas manufactureras y de construcción. También ha sido la puerta de otros grupos familiares que llegaron principalmente desde el norte y el Urabá antioqueños, los departamentos de Córdoba y Chocó y que encontraron alternativas de subsistencia en la economía formal e informal de la ciudad.

De ahí que los habitantes del sector, sean en cierto modo, una mezcla de costumbres y culturas un tanto difícil de clasificar. Cabe anotar en este punto que a pesar del paso de los años, la violencia continúa siendo una constante en el diario vivir de los habitantes de la zona, más específicamente en los estudiantes que pertenecen a la Institución Educativa Fe y Alegría Luís Amigó y que se puede percibir en muchas de sus actitudes y reacciones; ya que al parecer para algunos de ellos es normal relacionarse con sus compañeros a través de golpes. Pero algunos de estos comportamientos son adquiridos, al parecer, por fuera de la institución, sin embargo al interior del establecimiento la mayoría de los estudiantes manifiestan dicha conducta.

Es necesario mencionar que muchos de estos niños a pesar de vivir con su familia se sienten solos, ya que no cuentan con la presencia permanente de sus acudientes, los cuales en su mayoría son madres cabeza de familia que habitualmente cumplen con un trabajo para el sustento económico de sus hijos, que al ver la situación que se presenta en sus hogares se sienten obligados a hacer pequeños trabajos después de clase o incluso cambiar la vida académica por la laboral, en oficios como: vendedor, cantantes clandestinos e incluso haciendo peripecias en semáforos, etc. y de esta manera aportar en su casa para hacer que la carga sea menos pesada, situación que ocasiona en muchos de ellos un descuido parcial y casi total del estudio.

En la actualidad la institución educativa cuenta en su planta física con doce aulas, sala de docentes, coordinación, rectoría, secretaría entre otras dependencias, pero el espacio, desafortunadamente, es muy limitado para la cantidad de estudiantes que cubre la institución, (aproximadamente quinientos) incluso en las clases de educación física es necesario desplazarse a una cancha cercana, una condición que limita el desarrollo de ciertas actividades que se puedan llevar a cabo con los estudiantes[1] y que vinculen espacios diferentes al aula de clase. (Ver imagen 2).

Imagen 2: *Vista al interior de la institución desde el extremo noroccidental superior.*

Luego de observar de manera general algunos aspectos, se consideró apropiado llevar a cabo una revisión de los documentos rectores (Proyecto Educativo Institucional, Manual de convivencia y Plan de área de matemáticas), para adentrarnos en las características ideológicas e históricas de la institución

[1] Los diferentes grados de la institución se encuentran distribuidos en tres jornadas a lo largo del día. En la mañana se encuentran los estudiantes de preescolar y educación básica primaria, en la tarde los de educación básica secundaria y media técnica y finalmente en la noche los CLEI. Nuestro proceso de observación e intervención en la institución, se centró específicamente en los estudiantes de grado séptimo

y retomar las elaboraciones de nuestros pares académicos y basarnos en ellas para conducir el proceso de practica profesional, hacia mecanismos innovadores y contextualizados de intervención que concuerden con las necesidades y características de la población.

Aunque la observación directa nos proporcionó información valiosa para la elaboración del diagnóstico, se emplearon otros medios (entrevistas, diarios de campo, pruebas diagnósticas), para adquirir y precisar información acerca de las estrategias más apropiadas para trabajar con dicha población.

Uno de los aspectos que se resalta de la observación es la importancia que adquiere la triada estudiante-profesor y método de enseñanza, en el aprendizaje y el gusto por el saber matemático. La ruptura de dicha triada, contribuye a que los estudiantes asuman posturas despectivas con respecto al saber matemático y a sus múltiples aplicaciones. En cuanto al componente académico es notoria la inapetencia para la realización de las tareas y trabajos propuestos, mostrando especial apatía por aquellas materias donde el profesor, según ellos, es muy "gruñón" y "no explica bien".

Cuando nos remitimos a las matemáticas como saber específico, es notorio que la mayoría de los estudiantes son un poco más displicentes a la hora de referirse a ésta, no solo por la "dificultad" que histórica y culturalmente le ha sido otorgada, sino también por los conflictos con los números y las fórmulas. A pesar de esto, los estudiantes piensan que las matemáticas son necesarias para un futuro y muchos de ellos sugieren que es ineludible el hecho de aprenderlas.

Se identificó en los estudiantes de esta jornada, una predilección por delegar sus responsabilidades a terceros, postura muy cómoda a sus intereses, pues es más fácil ver hacer o transcribir que sentarse a pensar o trabajar, comportamiento que se expresa en la tendencia a incomodarse con aquellas asignaturas en las cuales se trabaja de forma asidua y constante. En este sentido, las entrevistas nos posibilitaron un acercamiento a las causas de la desmotivación de los estudiantes por la vida académica, esto, según ellos, ocasionado en gran medida por la descontextualización metodológica de los contenidos, es decir, cuando se les enseña un concepto no es clara la relación que esta tiene con el contexto o la metodología que se implementa no facilita el establecimiento de dicha relación.

En este sentido, un factor de alta importancia para el proceso de intervención, es el hecho de que los estudiantes no están conformes con las metodologías que emplean la mayoría de profesores, pues, como lo mencionaron muchos de ellos en las entrevistas, las clases son muy tediosas para una población en la cual las materias que llaman más la atención, coinciden con aquellas en las que se cuenta con un profesor "que explique bien" y en las que se pueda jugar, desarrollar su creatividad, motricidad e imaginación. Sin embargo, otros de los jóvenes entrevistados manifiestan una posición conformista, con la metodología que actualmente implementan los profesores del área de matemáticas y además existen unos cuantos a los que tiene sin cuidado su formación académica, ya que para ellos "la educación no constituye nada significativo para su vida."

A través de las entrevistas, logramos inferir algunas metodologías implementadas por los profesores de la institución y que el desempeño académico de los estudiantes, eran limitados para alcanzar un nivel de formalización. De esta manera, las matemáticas cobrarán importancia para los estudiantes en cuanto se relacionan con su entorno inmediato, citando los Lineamientos Curriculares de Matemáticas "el contexto tiene que ver con lo ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende" (Ministerio de Educación Nacional MEN, 1998).

Adicionalmente, retomando las características sociales y económicas de ésta población, es comprensible que los estudiantes se encuentren interesados en aprendizajes cargados de practicidad para sus vidas y conocimientos que puedan ser usados en un futuro.

Las instituciones educativas cuentan con documentos como Los Estándares Curriculares para apoyar su labor pedagógica, en ellos se establece "lo mínimo que debe saber y ser capaz de hacer [un estudiante] para el ejercicio de la ciudadanía, el trabajo y la realización personal". (http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87872.html, Consultada 8 de mayo de 2009). Basados en éste documento, nos encontramos con la dificultad de que estándares de grados inferiores como "interpretar las fracciones en diferentes contextos" ó "analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes)" que corresponden a los grados cuarto y quinto, no constituyen lo que han logrado los estudiantes en el área de matemáticas, pues, el reconocimiento de los fraccionarios en sus diferentes formas y en su contexto inmediato es muy poca o nula, en la medida que éstos no se representan de manera tan simple como otros sistemas numéricos, en los que no hay que hacer tanto trabajo para identificarlos e incluso trabajar con ellos en su entorno.

En cuanto a los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2007) que corresponden a los grados sexto y séptimo, se lograron identificar, durante el proceso de observación dificultades con algunos de ellos como:

ESTÁNDARES DONDE SE IDENTIFICARON DIFICULTADES
Utilizo los números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
Justificar la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre número racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (asociativa, conmutativa, etc.) en diferentes contextos.

Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.

A lo largo del proceso de observación, se detectó que uno de los temas en los cuales tenían más dificultades los estudiantes, eran las fracciones. A pesar de haber tenido en años anteriores, es decir, durante la primaria y sexto grado de secundaria, un acercamiento a la noción de fracción, su representación y sus operaciones, aún no se logran identificar de manera clara, las diferencias entre los algoritmos de cada una de las cuatro operaciones básicas, incluso una de las mayores dificultades se encuentra en la forma en la que representan una fracción. En esencia los estudiantes presentan serias confusiones con el concepto de número racional, dado que para ellos una fracción no constituye un símbolo numérico. En el paso por los números enteros y posteriormente la introducción de los números racionales generalmente se presentan ambigüedades para ellos y suelen obstaculizar el trabajo con éste nuevo conjunto numérico y por ende con sus operaciones básicas.

A continuación se presenta una tabla en la que se dan a conocer los estándares e indicadores de desempeño que se encuentran relacionados con el tema de las fracciones y que corresponden a los grados sexto y séptimo, es decir, las competencias que hasta el momento deben desarrollar los estudiantes:

ESTANDARES RELACIONADOS	INDICADORES DE DESEMPEÑO
Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.	Interpreta las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones
Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.	Resuelve y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.

Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.	Resuelve y formula problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas
Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	Identifica, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
Justifico regularidades y propiedades de los números y sus relaciones.	Justifica regularidades y propiedades de los números y sus relaciones.
Utilizo números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medidas.	Utiliza números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medidas.
Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.	Reconoce y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
Utilizo, formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.	Utiliza, formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.	Justifica el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.	Justifica la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.

1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

En el amplio mundo de la educación matemática, han sido muchas las dificultades que se han encontrado con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, no sólo en los estudiantes de la educación básica, sino también en estudiantes de educación media; para los cuales, según lo observado, persiste el problema de identificar el algoritmo adecuado cuando se les presenta una situación en la que requieran operar fracciones e incluso para algunos de ellos, existen complicaciones para identificar la operación indicada y encontrar la solución a dicha situación.

Los estudiantes consideran que las fracciones en ocasiones se apartan de la realidad, ignorando el vínculo existente entre el concepto y su contexto, pues así no podamos ver "tres cuartos de automóvil" en la calle, si es necesario saber o entender cual es el sentido y significado de éstas y de todas las fracciones; pues a falta de estas comprensiones los profesores se encuentran enfrentados con toda una prueba de obstáculos cuando presentan un tema donde las fracciones se filtren con algunas de sus operaciones. Se hace necesario disminuir ésta dificultad, posiblemente una forma de hacerlo es, si desde las mismas bases se hace más clara la idea de suma y resta de fracciones, y del "¿por qué se multiplican en cruz y se multiplican los denominadores entre si?", haciendo referencia específicamente a la comprensión del porque se hace de esta manera, posiblemente algunas de estas dificultades no serían causa de apatías y decepciones académicas.

Basados en la información recopilada en el diagnóstico pedagógico logramos establecer que la formalización y la contextualización de las matemáticas constituían el eje central de nuestro trabajo de investigación. Finalmente, el presente estudio aborda el siguiente problema de investigación

La formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones de los estudiantes de séptimo en la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 GENERAL:

Contribuir a la formalización de los algoritmos de las operaciones básicas, suma y resta de fracciones, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Luís Amigó, utilizando situaciones de su contexto social.

1.3.2 ESPECÍFICOS:

- Posibilitar en los estudiantes el establecimiento de relaciones entre las fracciones y el entorno social, a través de la implementación la enculturación matemática entendida como proceso de interacción social.

- Diseñar un módulo de aprendizaje que genere en los estudiantes la necesidad de recurrir a sus conocimientos informales para dar respuesta a una serie de interrogantes y preguntas dentro del aula de clase.

- Facilitar en los estudiantes la apropiación de conocimientos relacionados con la suma y resta de fracciones mediante la "resolución de problemas" en situaciones cercanas a su contexto social.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

Uno de los rasgos más representativos de los estudiantes, es pensar que las matemáticas se encuentran resumidas en el uno, dos y tres o en la mera resolución de ejercicios a través de fórmulas y algoritmos, es decir, que ella no trasciende los limites del aula de clase, sin darse cuenta que los acompaña furtivamente en su diario vivir; pero irónicamente, quizás, las bases de ese pensamiento lo han adquirido por las nociones y metodologías de algunos de los profesores de dicha área, pues como lo presenta el Ministerio de Educación Nacional (MEN,1998, p. 22):

> El conocimiento matemático escolar es considerado por algunos [profesores] como el conocimiento cotidiano que tiene que ver con los números y las operaciones, y por otros, como el conocimiento [...] elemental que resulta de abordar superficialmente algunos elementos mínimos de la materia disciplinar. En general consideran que las matemáticas en la escuela tienen un papel esencialmente instrumental, que por una parte se refleja en el desarrollo de habilidades y destrezas para resolver problemas de la vida práctica, para usar ágilmente el lenguaje simbólico, los procedimientos y algoritmos y, por otra, en el desarrollo del pensamiento lógico-formal.

Dicha consideración, se ha transmutado en el canon a seguir a pesar de las propuestas de los lineamientos curriculares de matemáticas, sin embargo, éste punto de vista aún es llevado al aula en toda su magnitud, ya que muchos de los docentes que se encuentran en las instituciones, son fruto del sistema tradicional de educación y para ellos cambiar los métodos que hegemonizan esa concepción de las matemáticas, se convierte en una hazaña de gran dificultad.

En consecuencia percibimos unas tendencias metodológicas que han elevado de forma ostentosa la importancia de los algoritmos, incluso se le otorga a la palabra formalización un significado desvirtuado, transformándola en un nivel de razonamiento en el cual sólo es necesario conocer "la receta"[2] apropiada para llegar al resultado esperado, llevando la educación a un paradigma formalista en el cual "[...] una vez fijados los términos iniciales y sus reacciones básicas, ya no se admite nada impreciso u oscuro; todo tiene que ser perfecto y bien definido" (MEN, 1998, p. 24,).

A diario los profesores de matemáticas escuchamos inquietudes de nuestros estudiantes como: ¿profe y eso dónde se usa?, ¿eso donde más lo voy a utilizar? ¿Qué importancia tiene esto?, en términos muy generales ¿para qué les sirve aprender lo que estamos enseñando?, interrogantes que incluso para los mismos docentes resulta complejo resolver, no por ausencia de respuestas, sino por la dificultad de justificar la utilidad de lo que se enseña y que simplemente se remite a la aplicación de un procedimiento apropiado para hallar la solución correcta; es así que si caracterizamos a las matemáticas como una sola ejercitación algorítmica, estos cuestionamientos de los estudiantes que deberían estar muy claros, no encontrarán una respuesta, en una educación matemática anti-reflexiva, descontextualizada y unidireccional.

A nuestros estudiantes la sociedad les ha enseñado a contar, sus juegos a tener siempre presente los puntajes, sus madres y conocidos a traer el dinero sin dejarse "tumbar", así, el conocimiento matemático ha entrado en la clandestinidad informal en donde siempre ha estado presente de manera

[2] Consideración presentada por G. Brassard y otro en su texto "Fundamentos de algoritmia. ¿Qué es un algoritmo?" (1997, p. 2)

soterrada; situación que Bishop (1999, p. 115) define, citando a Davis (1973) de la siguiente manera:

> En el nivel informal, todos empleamos las simbolizaciones y las conceptualizaciones de las matemáticas de una manera implícita e imprecisa. Las ideas matemáticas pueden estar en su mayor parte sumergidas en el contexto de la situación y los valores matemáticos pueden ser anulados por sus distintas consideraciones emocionales o sociales [...]

Cuando vinculamos al campo de la educación, la cultura y la individualidad de los sujetos cognoscentes, necesariamente nos adentramos en un terreno donde se resalta lo *no convencional,* algo que en palabras de Davies (1973) es el nivel informal, el cual es específico para cada sujeto y en el que cada persona emplea sus conocimientos matemáticos "con [una] poca relación con la matemática formalista". Es necesario conociendo éste aspecto inconsciente, acudir y retomar ésta fase de la cultura para propiciar un conocimiento matemático que trascienda los limites del pensamiento hegemónico tradicional, que le asigna un enfoque netamente algorítmico y se cambie el paradigma de las matemáticas formales, donde tienen gran relevancia los procedimientos y los métodos de solución. En otras palabras, la formalización ha adquirido un nuevo significado, se ha desvirtuado y ha sido llevada al "mundo de la ideas" (Platón 367 a. de C.) transformándola en un concepto inasequible, haciendo de la formalización un sinónimo de complejizar, de alejar de la informalidad y de hacer inalcanzable las matemáticas, a la actual, anterior e incluso, a la posterior generación de estudiantes.

2.1 Formalizar

¿Qué es la formalización?, ¿Cómo se adquiere?, ¿Es realmente posible llegar a esta?, ¿Se encuentran todas las personas en condiciones de formalizar un proceso, procedimiento o experiencia? A la luz de la enculturación matemática, el hecho de que existan docentes como sólo transmisores del conocimiento, se hace más difícil generar espacios donde se consolide la formalización y se tenga en cuenta no solo el contexto del estudiante.

En cuanto a la formalización como tal, Bishop (1999, p. 116) afirma que "El nivel formal de la cultura Matemática es el nivel de validación de la cultura" y dentro de dicho nivel existen dos subniveles, planteados por Davis (1974), que es importante distinguir:

a. *El nivel donde los valores matemáticos se asumen y aceptan sin discusión.*

b. *El nivel donde otros aspectos de la situación repercuten en estos valores y hacen que las personas pongan en duda la validez de una interpretación puramente matemática de la situación.*

Estos dos subniveles nos llevan a apreciar la formalización, no desde la visión recetaria sino, más bien desde la introspección, y el desarrollo reflexivo de los conocimientos, en los que el aprendizaje sea intencionado y consciente a diferencia de los "conocimientos informales" anteriormente descritos. En esta construcción permanente no sólo interviene lo largo del camino hacia la formalización, sino, una infinitud de obstáculos que se presentan en la consecución de ésta, como es la carencia o nula necesidad de adquirir en matemáticas un mayor nivel de formalización, pues, como lo describiremos más adelante, la divinización del algoritmo hace obsoleta esta capacidad desarrollada del pensamiento, capacidad que Piaget (1964) relaciona con las operaciones formales, las cuales "[...] aportan al pensamiento un poder completamente nuevo, que equivale a desligarlo y liberarlo de lo real para permitirle edificar a voluntad reflexiones y teorías."

Este poder, presentado como un avance de lo simplemente real , tangible y en el caso de las matemáticas de lo abstracto, lleva a un proceso de aprendizaje más creativo e interactivo de todo conocimiento, dirigiéndose a desbordar los límites de lo simple y "hacer más seria y responsable" esta relación dialéctica y reciproca (aprendiz-conocimiento-cultura), en la que nos sumergimos como seres racionales, sociales y pensantes que somos; de esta manera hacemos visible el hecho de que estamos buscando un pensamiento más simbólico y conceptual, sin olvidar que la cultura también hace su aporte para la consolidación del pensamiento formal, en palabras de Bishop (1999), "[...] es adquirido no sólo por seres racionales y pensantes, sino también culturales, seres que han surgido, en cierto modo, de la nada como fruto de una interacción social [...]"

Esta interacción social es necesaria en el proceso educativo, puesto que de ello depende en gran parte la adquisición de un aprendizaje formalizado, debido a que los estudiantes, además de estar sujetos a la relación con el conocimiento, tienen unos lazos innegables con su parte humana; de acuerdo con lo anterior no se puede ocultar que hay que tener en cuenta su vida en comunidad, en familia y en el contexto en el cual se desenvuelven, para propiciar según esto su avance a niveles más formales de aprendizaje matemático.

2.2 El algoritmo

La idea generalizada de lo que es y significa la palabra algoritmo, la encontramos muy diáfana en el diccionario de la Real Academia Española (www.rae.es consultada el 6 de marzo de 2008), el cual define el término algoritmo como "conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema"; si nos remitimos a otros textos especializados que hablen al respecto, solo confirmamos la puntualización hecha anteriormente, asemejándolo a una receta para llegar a la solución de algún problema o situación planteada. Si nos acercamos a los estudiantes con este tipo de paradigma, en vez de aproximarlos a la formalización, lo que hacemos es alejarlos cada vez más del fin de formar estudiantes que sean conscientes y comprendan los conceptos que aprenden, puesto que enseñar un solo medio para solucionar un problema y negar la validez de otros, lo único que genera es más obstáculos que confunden el sentido real y funcional de las matemáticas; así:

> La ejecución de un algoritmo, no debe implicar normalmente, ninguna decisión subjetiva, ni tampoco debe hacer preciso el uso de la intuición ni de la creatividad. Por tanto se puede considerar que una receta de cocina es un algoritmo si describe precisamente la forma de preparar un cierto plato, proporcionándonos las cantidades exactas que deben utilizarse y también instrucciones detalladas acerca del tiempo que debe guiarse. Por otra parte si se incluyen nociones vagas como "salpimentar a su gusto" o "guiarse hasta que este medio hecho" entonces no se podría llamar algoritmo. (Bratley, 1997, p. 29).

Si se piensa en un algoritmo como se describe anteriormente, supondríamos que los sujetos en proceso de aprendizaje serían como unos procesadores de datos (como calculadoras, computadores, etc.), a los cuales se les escribe el problema con su respectivo algoritmo y éstos nos suministran la solución en cuestión de instantes, pormenorizando el carácter subjetivo, que debe ser uno de los estandartes de la educación matemática. De esta manera estaríamos apartándonos del proceso de enculturación matemática, debido a que desde esta perspectiva no se tiene en cuenta al sujeto que lleva a cabo dicho proceso y que finalmente es el encargado de la formalización de las matemáticas, es así como:

> El aprendizaje impersonal de las matemáticas, ignora totalmente estas conexiones y significados personales y, en consecuencia despersonaliza el proceso de aprendizaje, la "ausencia de significados personales" significa que, en realidad en las aulas donde se imparte matemáticas no hay ninguna "persona": solo hay un enseñante de matemáticas y varios alumnos. Por lo tanto, la tarea de ese enseñante es comunicar las "matemáticas" con la mayor eficacia y eficiencia posibles para que los alumnos puedan aprender las "matemáticas". Las "matemáticas son el objeto impersonal que se debe transmitir mediante una comunicación unidireccional. Los significados y los puntos de vista personales del enseñante son irrelevantes y no hacen más que "estorbar", mientras se supone que todos los alumnos deben aprender exactamente lo mismo; existen no como personas sino como un "alumno generalizado". Rara vez se les permite ser personas y expresar sus sentimientos y sus intuiciones, sus significados y sus interpretaciones personales. Sin duda, el aprendizaje impersonal es, en esencia, anti educativo (Bishop 1999, p.27).

Es claro retomando éstas ideas; que en todo este proceso de "globalización" y "algoritmación", estamos alejando de las matemáticas que se aprenden al principal implicado de toda esta dialéctica, el estudiante, el cual no sólo posee unos conocimientos resultado de una educación instructiva, sino que también, es un sujeto que lleva consigo su individualidad, su contexto social y cultural en el cual se generaron todas sus raíces educativas, cimentadas desafortunadamente, en currículos que lo formaron en la instrucción y la ejecución de técnicas e impulsaron elevadamente los algoritmos, las reglas y los procedimientos, creyendo con esto que llegarían a un alto nivel de utilidad y aplicabilidad de los conceptos transmitidos. Apreciamos además que en esta tendencia curricular en la que el factor común es la educación para el "saber hacer" y no para el "sólo conocer", se han generado inquietudes sobre el asunto pedagógico de la educación matemática, Bishop (1999, p. 25) de manera similar, plantea:

> Lo que me preocupa es que, en esencia, se trata de un currículo "de usuario" que pretende desarrollar una "caja de herramientas" exhaustiva y variada para ese usuario. El objetivo es que el alumno sea capaz de emplear estas técnicas tanto dentro como fuera de las matemáticas. Desde este punto de vista de este currículo, "desarrollo" significa dominar un conjunto de técnicas cada vez más complejas y variadas. Conduce lógicamente a la noción de "dominio", que se va consolidando cada vez más el criterio de evaluación de este currículo.

Cuando damos un enfoque curricular que idealiza la formalización en el sentido desvirtuado que se ha mencionado anteriormente, podemos ver que la fuerte tendencia mecanicista aleja abismalmente el contexto, la interactividad, la creatividad e incluso el carácter social y personal que debe llevar todo proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, es así, que pensar bajo ese paradigma educativo en un currículo que de cabida a las capacidades intelectuales subjetivas y culturales es totalmente improcedente, se debe propiciar una educación que posibilite la disminución del adoctrinamiento netamente algorítmico en las aulas de clase. Ésta "panacea" matemática en las aulas de clase debe disminuir, para cortar transversalmente ése currículo en el que "su majestad" la técnica y el algoritmo, son las rutas que nos permiten buscar niveles más comprensibles y consientes de aprendizaje, y para el que la reflexión y la crítica sean parte del fundamento de la educación, y vallan más allá de la mera instrucción y la simple transmisión de conceptos matemáticos.

2.3 Formalización de un algoritmo

Cuando hablamos de formalizar un algoritmo, no nos remitimos al hecho de elevar esta noción a un nivel superior, más bien nos referimos a darle sentido, al porque se suma y resta de la manera como lo ha presentado la educación matemática actual y de soslayar el pensamiento de nuestros antecesores, el cual los llevó a definir esa manera tan particular de resolver operaciones con fracciones. Para tales efectos, es necesario llevar a nuestros estudiantes, a través de un proceso de reconstrucción, reflexión y concientización personal de todo el proceso cultural, que se tuvo en cuenta al definir una forma estandarizada para la resolución de operaciones con fracciones, y que los estudiantes desde este transcurrir encuentren las razones particulares para la formalización de dichos algoritmos.

Desde esta perspectiva, la formalización de un algoritmo se encamina a una búsqueda intencionada, en la cual los estudiantes se apropian de la cultura matemática de manera "re-creadora", lo que les permite dar cuenta de la reciprocidad existente entre los conocimientos ya predefinidos y los que construye a través de su reflexión; por ello, llevar un algoritmo a un estado formal implica una apropiación consciente de los algoritmos, ayudado por el contexto e incluso por los mismos procesos sociales.

Basados en la conceptualización de la formalización de un algoritmo, podríamos decir que un conocimiento formalizado es un proceso constante, ya que encontrar la formalización completa de un algoritmo, (en nuestro caso los de las operaciones básicas de las fracciones) es inverosímil, éstas mismas palabras nos muestran la realidad a la cual nos encontramos cuando, pretendemos hallar la forma de alcanzar lo anteriormente mencionado, es por esto que siendo consientes de la realidad, otorgada por la situación cognitiva de los seres participes del hecho educativo, buscamos contribuir hacia la formalización, para lo cual no contamos con ningún tipo de "receta" o pasos a seguir, pero si sabemos que es un proceso de constante introspección, retroalimentación y búsqueda de niveles de formalización en cuanto a las fracciones, en este sentido Llinares (2000, p.53) afirma que:

> [...] alcanzar el concepto de fracción con todas sus relaciones conlleva un proceso de aprendizaje a largo plazo. La variedad de estructuras cognitivas a las que las diferentes interpretaciones de las fracciones están conectadas condiciona este proceso de aprendizaje. En otras palabras, al concepto global de fracción no se llega de una vez totalmente. Desde las primeras experiencias de los niños con mitades y tercios, vinculada a la habilidad de comparar y manejar dos conjuntos de datos al mismo tiempo, y del desarrollo del esquema de la proporcionalidad, existe un largo camino por recorrer.

En la mecanización y la algoritmación de los procesos de enseñanza de las fracciones limita la introspección y comprensión con sentido de los procesos y valores matemáticos, dado que el estudiante como participante activo en su proceso de aprendizaje, pasa a ser un sujeto pasivo cuya función en ocasiones se limita a aplicar unos parámetros ya definidos, para hacer con dicha receta determinado "plato"; así, cuando enseñamos sin tener en cuenta al estudiante y sus respectivas afectividades y gustos, nos alejamos de una manera abismal del objetivo general que se plantea en este trabajo de investigación, pues no solo se esta descontextualizando el conocimiento, sino que éste llega a los sujetos que aprenden sin un fin, sin el sentido que le otorga el hecho de que se comprenda lo que se esta recibiendo, y el cual proporcionara nuevos horizontes que se encadenarán con la evolución y pugnaran por el progreso de su nivel de pensamiento en el cual se encontraban y hará un gran aporte a los procesos de formalización de los algoritmos.

Ésta manera de posicionarse frente a la enseñanza nos remite, al hecho a el aprendizaje de cualquier ciencia o conocimiento es un ambiente de autonomía e identidad con lo que se pretende conocer, en esta línea la formalización de un algoritmo no se da mediante unos pasos ya concretados y predefinidos mediante los cuales llegamos a un nivel casi erudito de conocimiento o en este caso de formalización, sino el hacernos consientes del proceso de evolución de estos algoritmos y sumándoles nuestro trabajo con sentido sobre dicho progreso, Contribuirán a alcanzar niveles más formales de los algoritmos anteriormente traídos a colación ¿Cómo hacer entonces que los estudiantes busquen y se pregunten cómo entender estos algoritmos?, ¿A través de qué llevamos a nuestros estudiantes al nivel cultural de la formalización?

2.4 La enculturación matemática

Durante los últimos años la educación matemática de nuestro país ha tenido diferentes cambios y reestructuraciones, todo esto encaminado a un buen desarrollo de la educación en general, que nos permita hacernos competentes con respecto a referentes mundiales que existen en los diferentes campos del saber. Por ello, dado que nuestro país hace parte de un grupo de estados en transición y cambio en sus estructuras curriculares, no se ha desvinculado de los currículos y metodologías que han surgido a lo largo de la historia en otros países, llevándonos a que el cambio no sea más que una mezcla de modelos y concepciones extranjeras, ideas que en muchos casos no han sido contextualizadas, es decir, el afán de una "globalización de los conocimientos", ha llevado a algunos sistemas a convertir las matemáticas en la simple expresión de "control"[3] y en otros casos en la simple búsqueda de planteamientos más objetivos o una deshumanización de los contenidos.

Aludiendo a esta vertiginosa y necesaria re-estructuración de los currículos, se plantean además, otros criterios, que según Rico (1998, p. 33-34) deben ser tenidos en cuenta:

[3] Componente sentimental de los valores de la cultura, citados por Bishop (1999. pp. 85-110).

- Considerar los errores usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas.

- Diversidad de representaciones usadas para cada sistema conceptual.

- La fenomenología de los conceptos implicados, así como las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos.

- La diversidad de los materiales de tipo manipulativo y los recursos que puedan emplearse en la enseñanza de cada tópico.

- La evolución histórica de cada campo, e incluso, de cada concepto.

Todos estos criterios nos dejan ver que para mejorar el currículo de matemáticas, debemos valernos de toda esa cantidad de utensilios simbólicos, abstractos e incluso físicos, que poseen las matemáticas y direccionarlos a la "apertura" del sujeto como constructor activo de esos contenidos y conocimientos, sujeto que a la vez se encuentra inmerso en una cultura y que se debe considerar como el protagonista y manipulador de la "tecnología simbólica"[4] que son las matemáticas en la cultura; ya que es él quien considera los errores en el aprendizaje de las matemáticas y hace las diversas representaciones, desarrolla las prácticas de los contenidos, diseña y usa los materiales y finalmente, presencia la evolución de un campo o concepto.

[4] En este sentido Bishop (1999, p. 36) plantea que "*Naturalmente la idea de "tecnología cultural" no se debe limitar a la maquinaria o utensilios como hachas, palas o cuerdas. Algunos autores como Brunner (1964), han argumentado que el hombre ha evolucionado vinculándose son sistemas instrumentales, nuevos y externos y no mediante cambios morfológicos manifiestos [...] la matemática es en esencia una "tecnología simbólica."*"

En este sentido el sujeto es transversal, no sólo al currículo de matemáticas sino a la cultura misma donde éste se desenvuelve y en la cual desarrollan, sin darse cuenta, un conjunto de actividades que emplean motivados por el entorno cuando cuentan, localizan, miden, diseñan, juegan y/o explican, de una forma muy natural para ellos y le dan fuerza a las matemáticas entendidas como una "tecnología simbólica":

> Es decir, las actividades de contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar han desempeñado un papel decisivo, por separado y en interacción, en el desarrollo de las complejas simbolizaciones y conceptualizaciones Matemáticas que conforman la disciplina internacionalizada que conocemos hoy. Sin embargo esta tecnología simbólica es concreto resultado de un conjunto determinado de interacciones culturales y desarrollos [sociales] (Bishop, 1999, p 111).

Las matemáticas de una cultura no sólo son una tecnología simbólica desarticulada de los paradigmas de la sociedad que las han desarrollado, éstas se encuentran inmersas en los diferentes valores "que se han considerado importantes por [la sociedad]" (Bishop, 1999, p 111), y que hacen de las matemáticas un fenómeno cultural; de esta manera Bishop resalta los siguientes valores como pares complementarios:

> *El racionalismo* y *el objetivismo* son ideologías gemelas de las matemáticas, *el control* y *el progreso* son los valores actitudinales que dirigen el desarrollo matemático y, sociológicamente hablando, los valores de *la apertura* y *el misterio* son los relacionados con la apropiación potencial del conocimiento Matemático y con la distancia y la relación entre las personas que generan ese conocimiento y el resto de la sociedad. (Bishop, 1999, p 111)

En conclusión, las actividades implícitas en la informalidad de los estudiantes, complementadas por los valores que la cultura, dan lugar al concepto de enculturación matemática, entendido como "un proceso creativo de interacción social desarrollado dentro de un marco de conocimientos determinados, pero con el objetivo de volver a crear y definir ese marco" (Bishop, 1999, p. 120).

La educación como campo científico crece continuamente y dentro de sus innovaciones e ideas surgen referentes como la enculturación matemática, que ofrece concepciones "equilibradas"[5] entre los diferentes valores de la cultura, fomentando la visión social y cultural de las matemáticas, que se encaminen hacia la formalización, progreso y apertura de las matemáticas, y que se encuentren a la vanguardia con esos cambios y necesidades de la educación. Es así como una de las ideas más fuertes de ésta teoría es la concepción del conocimiento como un producto cultural, fruto de interacciones sociales en las cuales un individuo determinado establece relaciones concretas entre los conceptos y su aplicabilidad en espacios diferentes.

Por ello, cuando planteamos la enculturación matemática como referente teórico, sabemos que la concepción del currículo cambia y se vale de las actividades y de los valores matemáticos implícitos en la cultura para resignificar las matemáticas de usuario, en las que:

> [...] es demasiado fácil dejarse absorber por los aspectos simbólicos y de manipulación de las matemáticas a través del currículo dirigido al desarrollo de técnicas, ignorando así los valores por completo. [Pero] Naturalmente, esto no significa que ahora no enseñemos valores. Al contrario, estoy convencido de que ciertamente los enseñamos, de manera inconsciente, implícita

[5] "Mi interes se centra mas bien en que, cuando se examina la educación en relación con las matemáticas, es fundamental considerar los equilibrios y las interacciones de los valores dentro de la sociedad" (Bishop, 1999, p.112)

y - lo que es más preocupante para la educación- nada crítica. (Bishop 1999, p. 87)

Es en este punto donde la renovación curricular debe fomentar la creación de vínculos más conscientes entre los conceptos, los contextos y los sujetos que interactúan con ellos, permitiendo de esta manera que el currículo de matemáticas se actualice continuamente en correspondencia con las necesidades de cada generación y de cada individuo, y así los procesos de enculturación entren a sustituir los mecanismos de evaluación tradicionales y, donde los valores de la cultura entren a formar parte activa del currículo, a través de sus tres componentes:

- ***Componente simbólico:*** Abarca las conceptualizaciones explicativas significativas en la tecnología simbólica de las Matemáticas, permitiendo básicamente que se exploren de una manera explícita los valores del "racionalismo" y el "objetivismo".

- ***Componente societal:*** Ejemplifica los múltiples usos que hace la sociedad de las explicaciones matemáticas y los principales valores de "control" y "progreso" que se han desarrollado con estos usos.

- **Componente cultural:** Ejemplifica el meta-concepto de las matemáticas como fenómeno existente en todas las culturas e introduce la idea *técnica* de cultura matemática con sus valores básicos de "apertura" y "misterio". (Bishop 1999, p 131).

2.5 La resolución de problemas como estrategia para llegar a la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones.

Cuando hablamos de una enseñanza de las matemáticas vista más allá de la simple réplica y ejecución de una fórmula o algoritmo, postulamos que una manera muy loable de contrarrestar esa simple aplicación mecánica, es la resolución de problemas, ya que ésta, exige del docente un trabajo más arduo de reconceptualización, contextualización, enculturación y personalización de los problemas matemáticos que presentan los libros guías de matemáticas, generando a su vez un mayor esfuerzo cognitivo en los estudiantes que se enfrentan a una situación en la que no sólo pueden encontrar intereses, sino también vivencias personales o cercanas a su vida y las cuales lo relacionan con el contexto; como valor agregado las concepciones matemáticas que así se presentan, además de motivar la apropiación del conocimiento que están construyendo, a su vez permiten un análisis más profundo de la situación, es decir, no se limitan a la operación o a la repetición de un procedimiento, que la mayoría de las veces carece de sentido para ellos. De este modo:

> El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto mas propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. (MEN, 1998, p.41).

Así, cuando tenemos en cuenta la resolución de problemas en todo este proceso educativo, hallamos que se pasa de una matemática lineal y procedimental, a una donde se tienen en cuenta los sujetos que la están estudiando y quienes poseen una individualidad, la cual trae consigo gustos, conocimientos previos, dudas e incluso rechazos. George Polya (1989), principal representante del la teoría de la resolución de problemas plantea cuatro fases que ejemplifican claramente la utilización de estos aspectos antes citados para un aprendizaje de las matemáticas en las cuales se tenga presente el sujeto que aprende:

Fase	Definición	Preguntas orientadoras
Comprender el problema	El alumno debe comprender el problema, pero no solo debe comprenderlo, sino también desear resolverlo. Si hay falta de interés por parte del alumno, no siempre es su culpa, el problema debe recogerse adecuadamente, ni muy difícil ni muy fácil, y debe dedicarse un cierto tiempo a exponerlo de un modo natural e interesante.	-¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? -¿Cuál es la condición? ¿Es condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Es redúndate? ¿Es contradictoria?
Concebir un plan	De la comprensión del problema a la concepción de un plan el camino puede ser largo y tortuoso. De hecho, lo esencial en la solución de un problema es concebir la idea de un plan, esta idea puede tomar forma poco a poco o bien, después de ensayos aparentemente infructuosos y de un periodo de dudas se puede tener de pronto "una idea brillante". Lo mejor que puede hacer el maestro por su alumno es conducirlo a esa idea brillante ayudándole pero sin imponérsele.	-¿Se ha encontrado un problema semejante? ¿O ha visto el problema planteado de en forma ligeramente diferente? -¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le pueda ser útil? Mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una incógnita similar. -He aquí un problema relacionado al suyo y que se ha resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Le haría a usted falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo? -¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? Refiérase a las definiciones. -Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? Considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿En qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué

		forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita a los datos, o ambos si es necesario, de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí? -¿Ha empleado todos los datos? ¿Ha empleado toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?
Ejecutar un plan	El plan proporciona una línea general, nos debemos asegurar que los detalles encajan bien en esa línea [...] Si el alumno ha concebido realmente un plan el maestro puede disfrutar un momento de paz relativa. El peligro estriba en que el alumno olvide su plan, lo cual puede ocurrir fácilmente, si lo ha concebido del exterior y lo ha aceptado para provenir de su maestro.	-Al ejecutar su plan de la solución compruebe cada uno de sus datos. -¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted demostrarlo?
Visión retrospectiva	Reconsiderando la solución, reexaminando el resultado y el camino que los condujo a ella, podrían consolidad sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes para resolver problemas. Un buen profesor debe comprender y hacer comprender a sus alumnos que ningún problema puede considerarse completamente terminado siempre queda algo por hacer mediante un estudio cuidadoso y una cierta concentración se puede mejorar cualquier solución y en todo caso, siempre podremos mejorar nuestra comprensión de la solución.	-¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? -¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede verlo de golpe? ¿Puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

En esta nueva manera de aprender se puede apreciar un sujeto que hace parte activa de la construcción de su conocimiento, y cambia su estado de pasividad a un estado activo de elaboración, personalización, interpretación y construcción de lo que se quiere aprender, algo que alude en términos de la enculturación matemáticas a ver la educación como un "proceso social" vivo en el que se entremezclen la cultura matemática y la individualidad de quienes desean aprenderlas. Entendiendo así que:

> [...] la resolución de problemas es una necesidad práctica de adquisición de conocimientos y hábitos de pensamiento matemático. Tiene una función intelectual de extensión de esos conocimientos y hábitos mediante una mecánica de relaciones, a la interacción con el medio natural y social y una función educativa de desarrollo y enriquecimiento personal. (Fernández, 2000, p. 14)

Cuando buscamos a través de la resolución de problema generar hábitos de "pensamiento matemático", vamos más allá de la simple mecanización de unas determinadas formas estandarizadas para solucionarlos, debemos darle a la resolución un enfoque que tenga en cuenta la enculturación y lo cual requiere una posición del estudiante más activa, ya que no se encuentra con un ejercicio desarticulado y descontextualizado, sino que en la resolución del problema hay, según sus intereses y gustos, una relación más estrecha y autónoma con la consecución de las respuestas o de dudas que éste propicie. Desde este punto de vista retomamos en nuestro trabajo la resolución de problemas, dado que:

> Un rasgo importante de la resolución de problemas es que no pueden ser resueltos a partir de la aplicación mecánica o memorística, sino que el sujeto está obligado a pensar, a partir de determinadas necesidades y motivos que surgen para encontrar los conocimientos necesarios (Mesa 1994)

Lo que en el fondo se persigue con la resolución de problemas es transmitir de una manera sistemática, individual y creativa unos procesos de pensamiento eficaces en los que se contextualice y personalicen las concepciones matemáticas.

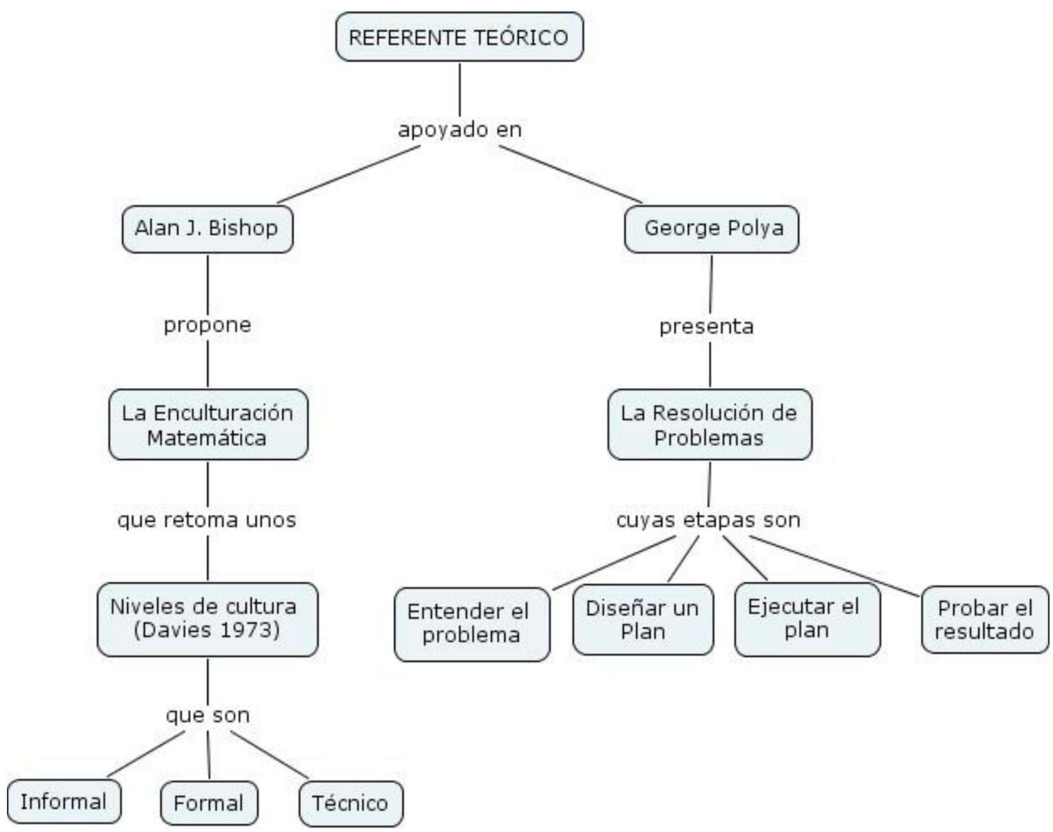
En todo éste proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con acierto por el profesor, colocando al estudiante en situaciones donde participe, y tenga el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido.

Mesa (1994) en su texto *"Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas",* nos plantea que para la intervención en el aula "es necesario respetar y reconocer el saber previo del estudiante", entendemos en este punto que parte de ese saber no es sólo aquel que han adquirido durante su proceso de escolarización, sino un saber que trasciende más allá del aula, ese saber que los ha formado en las calles y en sus hogares, en otras palabras todo aquello que hace parte de su contexto. "En este sentido el lenguaje, por ejemplo, es un elemento determinante para los aprendizajes. Las palabras y las oraciones dan significados específicos a muchos conceptos que se relacionan con nociones científicas, matemáticas o artísticas." (Mesa, 1994, p. 6)

Desde una mirada enculturada, le damos principal relevancia a los procesos sociales y culturales, como también a los individuales, por ello la misión principal de los profesores es ayudarles desde la resolución de problemas a recrear y formalizar los conocimientos matemáticos, para que estos sean construidos de manera consciente y puedan ser aplicarlos en diferentes situaciones.

A medida que avanza el proceso docente educativo, se hace necesario que los vínculos existentes entre el conocimiento del aula y todo aquello que se adquiriere en el hogar y en la comunidad avancen de igual manera. Para nosotros como maestros en formación es muy difícil controlar las susceptibilidades de los estudiantes y manejar sus emociones, pero para posibilitar ese ya mencionado avance, es útil desarrollar actividades que nos permitan producir resultados satisfactorios no sólo para ellos sino también para nosotros. Nuestra propuesta debe tener muy presente esta situación, ya que la caracterización hecha a la población así lo amerita, adicionalmente se ha reconocido la importancia de presentar a los estudiantes actividades y problemas en los cuales pueda participar y en los que tengan sentido todos aquellos conceptos que están inmersos en el aula.

Dentro del desarrollo del referente teórico anteriormente presentado se ha hablado continuamente de la enculturación matemática y de la resolución de problemas, estructurados así:



De la enculturación matemática retomamos, que la función de la educación debe considerarse como un proceso social en el que se busca vincular las herramientas de la tecnología simbólica matemática, que se propician en el aula, con el contexto de los estudiantes, partiendo de un nivel informal y generando experiencias que permitan encaminarlos hacia el nivel formal. Es indispensable para llegar a este nivel de formalización no dejar de lado el hecho, de que existen ciertas concepciones que le son propias a los estudiantes, en términos más específicos, susceptibilidades y experiencias que alteran o modifican los resultados que se pueden obtener con la aplicación de estrategias metodológicas, situaciones que son muy relevantes y que en ocasiones facilitan, pero que en otras tantas dificultan. Mesa (1994, p. 77) presenta de manera muy acertada una de esas situaciones:

> El niño trabajador [...], que se ve obligado a resolver problemas de compra y venta o ganarse el sustento diario y hasta de su familia adquiere habilidades para la solución práctica de muchos problemas de cálculo aritmético, que un niño de clase media no suele resolver. Pero, en la escuela aparecen problemas cuyo significado esta lejano a la experiencia adquirida, lo que origina bajos rendimientos en el niño trabajador.

Como lo mencionamos en la primera parte de éste capítulo, la influencia de los valores que la cultura le da a las matemáticas, intervienen tajantemente en la forma como el sistema educativo interpreta la manera de enseñarlas y llevarlas al aula, es por ello que una concepción de las matemáticas como ciencia terminada o verdad irrefutable, le ha dado una figura a ésta tecnología simbólica como herramienta donde lo primordial es el "hacer" y en la cual la reflexión sobre ella fue relegada, ya que el fin ultimo consiste en desarrollar "una caja de herramientas" que le permitan al estudiante, la obtención de una solución veraz.

Ahora, si miramos ésta educación fundada en la simple instrucción, podemos apreciar que el aprendizaje presentado de esta manera sólo ha generado apatías, aversiones, y una matemática instrumental creada, pensada y desarrollada para la sola producción, por ello, si logramos fomentar la individualidad, los valores subjetivos de quien aprende y su cultura matemática, generamos una educación en la que el aspecto interactivo entre éstos es una de las generatrices de conceptos más formales. Esta manera de enfrentarse a la educación matemática rechaza las "matemáticas de usuario", y de alguna manera corrobora lo que plantea Bishop al retomar la resolución de problemas como una vía alterna para propiciar que los estudiantes encuentren relaciones y aplicaciones en su entorno socio-cultural, o en términos del MEN (1998. P. 28) "[...] proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos".

Con el fin de esclarecer un poco dicha situación, haremos a continuación referencia a que este tipo de problemas conducen a los estudiantes a través de su individualidad y experiencias personales (como es el caso de aquellos estudiantes que durante su tiempo libre se dedican a trabajar en las calles), a desarrollar una "enculturación formal" de sus conocimientos partiendo de sus niveles informales y reconociendo que en él se inmiscuyen muchos aprendizajes y conceptos matemáticos, todo esto debido a que sus experiencias cercanas propician un ambiente de motivación para la enculturación de las matemáticas y de posterior aprendizaje. En este sentido y para concretar la importancia de la resolución de problemas como estrategia metodológica dentro del trabajo que se ha desarrollado, citaremos a Fernández (2000, p.p. 13-14):

> Subordinando la enseñanza del aprendizaje, la resolución de problemas es una necesidad práctica de adquisición de conocimientos y hábitos de pensamiento matemático. Tiene una función intelectual de extensión de esos conocimientos y

hábitos mediante una mecánica de relaciones, a la interacción con el medio natural y social y una función educativa de desarrollo y enriquecimiento personal [...] Un problema es todo aquello que pone en marcha una actividad mental dirigida enteramente a hacer desaparecer lo que ha provocado dicha actividad; no es una regla práctica donde el factor tiempo sea un parámetro para su resolución y, la obtención del paradigma un éxito.

2.6 Enculturación matemática y resolución de problemas como bases que posibilitan la formalización de algoritmos de suma y resta de fracciones.

Para llevar un tema como la suma y resta de las fracciones a un nivel de formalización más elevado, no se puede partir de la simple aplicación mecánica de los algoritmos, es necesario para llegar a este nivel hacer más conscientes y explícitos los valores y las actividades de la cultura que respaldan el avance simbólico y abstracto de las matemáticas, en este sentido se hace necesario utilizar la cultura para posibilitar el "progreso" y la "apertura" del fenómeno educativo, de modo que los conocimientos que sean aprendidos de por los estudiantes, tengan alguna relación o aplicabilidad en su vida diaria. Es precisamente en este punto donde se pretende relacionar la enculturación matemática y la resolución de problemas, pues en el contexto los estudiantes se encuentran infinidad de problemas informales que resuelven fácilmente; es allí donde debemos llevar la enculturación matemática y la resolución de problemas, al nivel en el que los valores de la cultura estén tan asimilados, que encuentren sentido a lo que se efectúa cuando aplican el algoritmo de la suma o de la resta de fracciones.

El principal aporte que nos presenta la enculturación matemática, es la riqueza del lenguaje matemático, algo que tendremos que cuidar y aprovechar al momento de diseñar instrumentos de intervención, éste lenguaje juega un papel muy importante en la interpretación de las matemáticas como una tecnología simbólica, por ello para implementar los diferentes artefactos simbólicos y físicos, la resolución de problemas es la metodología más apropiada, pues le otorga un sentido recreador, interactivo y creativo al trabajo con los diferentes conceptos matemáticos que juegan un papel importante en la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones a través de la enculturación matemática, es así como retomando a Bishop (1999, p.119):

> [...] el aprendizaje cultural no es un simple proceso unidireccional del enseñante al alumno. La enculturación, como se le conoce de una manera más formal, es un proceso creativo e interactivo en el que interaccionan quienes viven la cultura con quienes nacen dentro de ella y que da como resultado ideas, normas y valores que son similares de una generación a la siguiente, aunque es inevitable que difieran en algún aspecto debido a la función "recreadora" de la siguiente generación.

Diremos entonces, que no es sólo el maestro o sólo el estudiante es quien coordina o protagoniza el proceso de enculturación. Si retomamos este proceso de interacción social como un evento en el cual participan diversas generaciones, los conocimientos matemáticos nunca dejarán de tener relevancia ya que estos jamás dejarán de ser enseñados, lo que efectivamente podrá cambiar es la manera como dichos conocimientos se transmiten y las conexiones que se establecen entre los diferentes objetos de conocimiento. Ampliando las características que debe poseer el proceso de enculturación Bishop (1999, pág. 160) considera que este debe:

- Ser interpersonal e interactivo.
- Tener en cuenta la importancia del contexto social.
- Ser formal, intencional y responsable, y estar institucionalizado.
- Ocuparse de conceptos, significados, procesos y valores.

- Ser para todos.

En este punto se reconoce la importancia y utilidad de resaltar los conocimientos que han sido enculturados por los estudiantes en el tema de las fracciones, aquellos que han sido desarrollados mediante un conjunto de interacciones en el aula, en la cuales la intención principal va dirigida a "conformar ideas" (Bishop, 1999 pág. 160) y a desarrollar estructuras mentales sólidas, que permitan a los estudiantes encontrar y recordar fácilmente las relaciones existentes entre los conceptos adquiridos en el aula y los existentes en el contexto; para complementar esta idea los lineamientos curriculares de matemáticas (1998, p. 28) señalan que "cada conocimiento debe nacer de la adaptación a una situación específica, pues las posibilidades se crean en un contexto y en unas relaciones con el medio".

De igual manera los problemas que se presentan a los estudiantes también deben estar enculturados, es decir, que partan de situaciones que le sean muy familiares, ya que ellos deben ser preparados, entre otras cosas, para solucionar problemas que se presentan en el aula y en la vida.

A modo de conclusión:

> [...] la educación matemática debería conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, desde luego sin dejar de lado los elementos de la cultura matemática universal construidos por el hombre a través de la historia en los últimos seis mil años. (MEN, 1998, p.30-31).

CAPÍTULO III

DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.

Teniendo en cuenta las características de la enculturación matemática y los procesos de formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones, el camino más apropiado para el desarrollo del presente estudio, es la investigación cualitativa, haciendo énfasis en aspectos descriptivos del proceso desarrollado con los estudiantes, para alcanzar los objetivos propuestos.

La enculturación matemática nos aporta desde su esencia, un énfasis hacia el trabajo educativo en el que se debe retomar con mucha fuerza la cultura matemática, el contexto y las condiciones personales en las cuales se gesta el aprendizaje, de esta manera cuando éstos componentes trabajan en una forma mancomunada e interrelacionada se pueden producir transformaciones conducidas hacia conceptualizaciones más formales en el proceso educativo. Es por ello, que siendo consecuentes con el énfasis que propicia la enculturación, podemos visionar y comprender que basar nuestra indagación en otro método diferente no nos permitirá retomar algunos aspectos que una investigación cualitativa sí nos facilitaría. Así desde este punto de vista:

> [...] se plantea que la investigación cualitativa puede ser útil para familiarizarse con un contexto, unos actores y unas situaciones antes de proceder "enserio" a los procesos de muestreo y de aplicación de instrumentos de medición. Por tanto, se tiene

> sentido cuando se conoce poco del tema o de la situación que se va a estudiar, como la "inmersión" inicial que aporta elementos en la formulación del problema o de la fase descriptiva de la investigación. (Galeano 2008, Pág. 16)

Aludiendo a las características de la población y a los aspectos resaltados durante el proceso de observación, nuestros métodos de descripción, análisis e interpretación serán variados, ya que para optimizar los resultados que se obtengan con el instrumento de intervención y para que éste sea apropiado para los estudiantes y sus necesidades, es ineludible retomar en la investigación cualitativa, detalles de otros tipos de investigación. En este sentido y de forma más general tenemos que:

> La investigación cualitativa acude al uso de una variedad de materiales empíricos - estudio de casos, experiencia personal, introspección, historias de vida, entrevista, observación, interacción, textos visuales- que describen visiones y momentos problemáticos y significados en la vida individual. Esta perspectiva multimétodo es denominada por DENZIN como "bricolage"... el bricolage es definido como el arte de crear una pintura juntando partes de otras. (Galeano 2008, pág. 20).

Dando continuidad a la idea de "bricolage" nuestro papel en el trabajo de investigación será:

> El investigador cualitativo como hacedor de "bricolage" utiliza las herramientas de su propio arsenal metodológico, emplea cualquier estrategia, método o los materiales empíricos que tiene a mano (Becker 1989). Si hay necesidad de "inventar" o de adaptar nuevas herramientas, el investigador lo hace. La de decisión sobre que herramienta utilizar, que practicas

investigativas emplear, no es predeterminada. Su selección depende de las preguntas que se hacen en el proceso de investigación y las preguntas dependen del contexto donde se trabaja y de lo que el investigador puede hacer en esas condiciones. (Citado por Galeano (2008, p.21, Denzin y Lincoln, 1994:2,3)"

En estos términos, diremos a modo de conclusión, que nuestro trabajo se interesa especialmente en los procesos y mecanismos mediante los cuales los estudiantes logran una mayor comprensión de los valores matemáticos, específicamente los algoritmos de suma y resta de fracciones y como a través de dichos procesos y mecanismos contribuimos a la formalización de esos algoritmos.

3.2 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN.

Para enmarcar temporal y espacialmente la información obtenida en un proceso como éste, es necesario servirse de métodos de recolección en los que la información se compile en formatos físicos o magnéticos, ya que dada la condición como la del paso del tiempo, es muy factible que se pierda información valiosa, incluso que en un momento dado no existan elementos suficientes para analizar los resultados del proceso. La historia nos ha mostrado que se pueden desarrollar e innovar teorías, pero que es posible perderlas en cuestión de segundos. En el caso específico de las aulas de clase, es muy amplia y variada la información que circula; gran parte de ella puede estar relacionada y poseer elementos fundamentales para nuestro trabajo y por tal motivo, tenerla a nuestra disposición en cualquier momento es el camino a seguir.

Algunos de los elementos que permiten esa recolección de información se presentan a continuación:

3.2.1 La entrevista.

La entrevista es una herramienta de investigación que se convierte en un potente instrumento de recolección de información contextualizada, ya que ésta debe ser obtenida desde una fuente directa, concreta y confiable.

En el texto *"Entrevistas e inventarios" (págs. 2-3)* se resaltan los tres propósitos principales para los cuales es útil la entrevista:

- Como un dispositivo exploratorio para ayudar a identificar variables y relaciones, para sugerir hipótesis, y para guiar otras fases de la investigación.

- Ser el principal instrumento de la investigación. En dicho caso, en el inventario de entrevista se incluyen preguntas diseñadas para medir las variables de la investigación. Estas preguntas se consideran después como reactivas en un instrumento de medición, más que como meros dispositivos para reunir información.

- Puede complementar otros métodos: hacer un seguimiento de resultados inesperados, validar otros métodos y profundizar en las motivaciones de entrevistados y en las razones por las que responden como lo hacen.

Una de las características más importantes de la entrevista es la posibilidad de construirse como un diálogo entre dos ó más sujetos, sin dejar de lado su intención y sus fines, es decir, aquello que se pretende conocer mediante su aplicación. La entrevista es uno de los métodos más antiguos y utilizados para recolectar información ya que es muy "flexible y se adapta a situaciones individuales", característica que en este caso resulta muy útil ya que el trabajo de investigación requiere información muy precisa sobre los individuos que intervienen en él.

Es necesario resaltar que antes de ser diseñada, se deben tener muy claras las intenciones y el público al cual va dirigida la entrevista. Para nuestro caso se efectuaron con los estudiantes del grado séptimo y los profesores del área de matemáticas. El diseño de cada una de ellas se presenta a continuación.

Debe aclararse en este punto que la entrevista fue usada durante la fase de observación y utilizada para la elaboración del diagnóstico de la institución y población con la cual se estaba trabajando en ese momento.

3.2.1.1 Entrevista a estudiantes.

La entrevista a estudiantes fue diseñada con la principal intención de acercarnos al contexto de los estudiantes, su realidad familiar, la impresión que tenían de la institución, los docentes y sus metodologías. También se incluyó su opinión frente a las matemáticas y las relaciones que se pueden establecer entre ella y lo que viven por fuera del colegio (Ver anexo 4).

Con dicho trabajo se lograron obtener, las siguientes conclusiones:

- La estructura familiar presenta gran variedad, desde familias nucleares pasando por matriarcales y patriarcales, hasta familias con abuelos cabeza de hogar, estructura que además se ve condicionada por el hecho de que en muchos casos varias familias conviven bajo el mismo techo y viviendo problemas que en muchas ocasiones les son ajenos.

- Vale la pena resaltar además, que los acudientes de los estudiantes, en su mayoría son mujeres, varias asumiendo el rol de padre y madre en el hogar, algo que unido a la condición económica las obliga a trabajar para subsistir. Son algunas de las causas para que un acompañamiento permanente a sus hijos sea algo muy difícil. De modo algo complejo de entender, todos estos factores se combinan y dan lugar a una de las principales causas de la falta de autoridad en sus vidas, del poco ritmo de estudio y del irrespeto por la norma, ya que muchos de ellos han establecido sus propias reglas.

3.2.1.2 Entrevista a profesores del área de matemáticas

En cuanto a la entrevista diseñada para los profesores, la intención principal, es identificar las opiniones que les merece su labor dentro de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó.

Dentro de las preguntas que se efectuaron se tienen en cuenta aspectos de su vida académica como los títulos alcanzados, la cantidad de años que han desempeñado su labor y el significado que tiene para ellos su profesión. Además, las preguntas fueron diseñadas de tal manera, que para sus respuestas sintieran la necesidad de manifestar el tipo de metodología que usan en el aula de clase. Dichas preguntas, tenían una estructura similar a la realizada a los estudiantes. En términos generales, la estructura de la entrevista tiene interrogantes muy similares a la entrevista para los estudiantes, con la intención de analizar en que diferían o se asemejaban las opiniones de ambos y ver como concebían ambos las metodologías que se implementaban.

Por otro lado, se incluyeron preguntas sobre la imagen que tenían de los estudiantes de su realidad social, y de la relación que establecían con los profesores dentro y fuera del aula y en ésta medida establecer con sus palabras las problemáticas que ellos tienen. (Ver Anexo A3)

3.2.2 El diario pedagógico.

Dentro de los elementos de registro con los cuales cuenta el profesor, los diarios pedagógicos se consolidan como uno de los más importantes, ya que permite recopilar información para una posterior sistematización de sus experiencias dentro del aula, en otras palabras es una carta de navegación en la cual se escriben no sólo los sucesos, sino también sus interpretaciones. En términos casi poéticos recordaremos la frase "las palabras se las lleva el viento", en el caso de la educación un viento que nunca es igual ni se repite con la misma fuerza, porque nuestros estudiantes no son los mismos, nuestro discurso no siempre es igual y los estados de ánimo cambian constantemente.

Además, "[...]el diario como herramienta asume las tareas de resolver problemas prácticos y reflexionar sobre los eventos para modificar las prácticas[...]" (Porlán, 2004), admite en este sentido plasmar sentimientos, metas, dificultades y motivaciones, y permite que trasciendan en el tiempo para reevaluar continuamente nuestra labor, más específicamente nos posibilita extraer aquello de mayor relevancia para cimentar una posible investigación.

> Los diarios son la cuota inicial de artículos, escritos, reflexiones y trabajos de investigación en torno a diferentes aspectos concernientes a la investigación educativa y pedagógica [...] El diario es una herramienta de la Investigación educativa y/o pedagógica, [...] para reflexionar sobre los sujetos y las interacciones, los saberes y los conocimientos que se producen en la escuela, la solución de problemas en relación con los saberes o con la vida cotidiana, el abordaje de las distintas situaciones problema de la sociedad (Porlán, 2004).

Dentro del marco de ejecución de nuestro periodo de observación e intervención se diseñaron y desarrollaron diarios de campo que tenían en cuenta los siguientes parámetros:

- **Número:** Para identificar más rápidamente el orden en el cual se desarrollaron las actividades.

- **Fecha:** En la cual se efectuó la actividad.

- **Asistentes:** Se consigna el número de estudiantes que asistieron a la sesión, el asesor (en caso de que asista), y los maestros en formación presentes. Cabe anotar en este punto que en la mayoría de los casos teníamos un maestro en formación acompañando la actividad y observando el desarrollo de ésta.

- **Hora:** De inicio y finalización de las actividades de intervención con los estudiantes o de trabajo personal dentro de la institución.

- **Tema:** Conceptos y valoraciones matemáticas a desarrollar durante la sesión.

- **Lugar:** Espacios necesarios para el adecuado desarrollo de la sesión, en ocasiones no sólo incluye el espacio físico simplemente, sino la adecuación que éste debe tener en algunas ocasiones.

- **Técnica:** Mecanismo y metodología mediante el cual se desarrolla el trabajo dentro la sesión. La mayoría de las sesiones se requiere de la implementación de diversas metodologías y mecanismos, con el fin de garantizar o procurar una motivación permanente de los estudiantes, durante el desarrollo de toda la actividad.

- **Recursos:** Todo tipo de insumos con que se cuenta y de los cuales se debe disponer para el normal desarrollo de la sesión (tanto físicos como humanos).

- **Objetivos:** Metas por alcanzar con las actividades presentadas a los estudiantes en la sesión de trabajo y también aquellas que se desea desarrollar de manera intrínseca.

- **Planeación de la sesión:** Todo tipo de actividades, problemas, ejercicios y conceptos que vayan a ser desarrollados durante la sesión. Es importante que estos sean presentados en el mismo orden y estructura con la que van a ser desarrollados en el aula.

- **Recuento de la sesión:** Narración del desarrollo de la planeación de la sesión. Es en este punto también se pueden consignar las reacciones, comentarios, inquietudes, necesidades y dificultades presentadas por los estudiantes frente a las actividades desarrolladas, en éste sentido, es uno de los componentes o parámetros de mayor importancia dentro del diario de campo ya que nos proporciona la información necesaria para hacer un posterior análisis e interpretación de los resultados obtenidos.

- **Análisis de la sesión:** Busca profundizar y analizar los aspectos considerados relevantes en el recuento de la sesión, aquellos que pueden ser de gran ayuda para el desarrollo del trabajo de investigación.

- **Aportes para el trabajo de investigación:** En este parámetro se consigna de manera más específica todos los aspectos que se consideren de gran utilidad dentro del trabajo de investigación, es decir, los que nos permitan avanzar, establecer características y resultados a tener en cuenta en la intervención.

- **Autoevaluación:** Se escriben todas las consideraciones y perspectivas de los maestros en formación frente a la planeación, desarrollo y finalización de la sesión.

3.2.3 Prueba inicial

Antes de la ejecución del módulo se desarrolló una prueba inicial, instrumento que posibilita la disminución de errores triviales y la consecución de mejores resultados; todo ello con miras a que los jóvenes sobre los cuales se va a desarrollar dicho proceso, reciban de manera consiente, atractiva e interesante la propuesta, generando lazos y relaciones estables, dejando de lado estructuras mentales sin fundamento ni coherencia con la experiencia social de los estudiantes. Básicamente se pretende con la prueba inicial reconocer en los estudiantes sus habilidades, aptitudes y conocimientos en el área de matemáticas, específicamente en el concepto de las fracciones y sus operaciones básicas de suma y resta, para con ello determinar el correcto desarrollo del módulo de trabajo y las características de la prueba final.

La prueba que se presenta a continuación fue desarrollada de forma individual, por cada uno de los estudiantes.

PRUEBA INICIAL

1. La tercera parte de una regla es 12 cm. ¿Cuánto mide toda la regla? Representa gráficamente esta situación.

2. ¿Reconoces los siguientes símbolos? ¿Consideras que existe alguna relación entre la representación de la anterior situación y estos símbolos? ¿Por qué?

$$\frac{a}{b} \quad , \quad \frac{c}{d} \quad , \quad \frac{X}{1}$$

3. ¿Puedes asociar estos símbolos con algún conjunto numérico?

a) Si
b) No

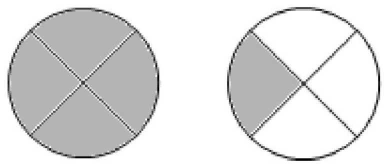
¿Cuál?

4. Escribe al lado de la flecha el nombre de cada uno de los términos del siguiente número:

$$\longleftarrow \frac{14}{20} \begin{array}{l}\longrightarrow \\ \longrightarrow\end{array}$$

5. Completa la siguiente tabla

REPRESENTACIÓN GRÁFICA	**REPRESENTACIÓN NUMÉRICA**	**LENGUAJE**
	$\frac{1}{2}$	Un medio

	$\frac{8}{10}$	
		
		Quince doceavos

6. ¿En qué y en cuáles situaciones de tu vida has utilizado los números fraccionarios?

____

____

____

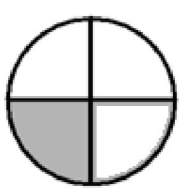
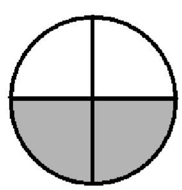
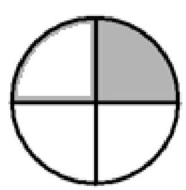
____

____

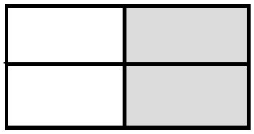
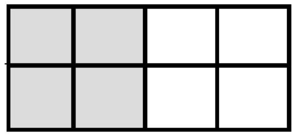
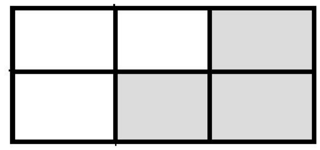
____

7. Realiza las siguientes operaciones:

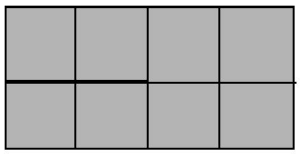
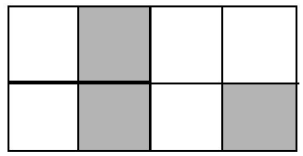
a)

 +  +  =

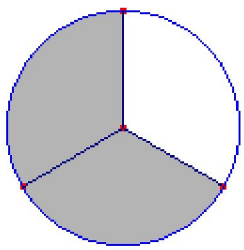
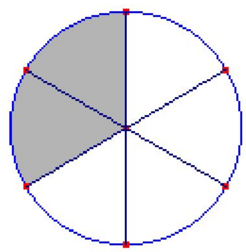
b)

 +  +  =

c)

 -  =

d)

 -  =

8. Realiza las siguientes operaciones y **<u>recuerda escribir el procedimiento que hiciste para encontrar la solución</u>** :

a) $\frac{8}{10}+\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=$

b) $\frac{-8}{3}+\frac{8}{4}+\frac{8}{10}=$

c) $\frac{3}{2}+\frac{6}{4}+\frac{9}{6}=$

d) $\frac{4}{8}-\frac{3}{8}=$

e) $\frac{12}{3} - \frac{8}{3} - \frac{4}{3} =$

9. Lee con atención el siguiente problema:

Juan tiene 22 + ^ *años, Lucía es* 6+ ^ *años más vieja que Juan y Roberto tiene tanto como sumar las edades Lucía y Juan. ¿Cuánto suman las tres edades?*

a) ¿Cuáles son los datos más importantes del problema?

____

____

____

b) ¿Qué relación encuentras entre los datos que te proporciona el enunciado?

____

____

c) ¿Qué debes encontrar en el problema?

____

____

____

d) ¿Cómo podrías resolver el problema?

____

____

____

e) Intenta resolver el problema

f) Describe el proceso que realizaste para encontrar la solución:

____

____

____

g) ¿Conoces otras formas para solucionar el problema? ¿Cuales?

____

____

____

3.3 Proceso de intervención

En continuidad con las características que se establecen en la relación entre enculturación matemática y resolución de problemas, es necesario aclarar que uno de los momentos de mayor interés es la selección de los problemas, los cuales acompañan cada una de las guías y hacen parte del módulo de intervención. Dicha importancia radica en el hecho de que todos los ejercicios, problemas y situaciones que son presentadas a los estudiantes deben estar debidamente relacionadas y contextualizadas con el entorno social y en lo posible familiar de los estudiantes, todo esto con miras a que ellos se encuentren más motivados por las actividades. Mesa (1994, p. 24) considera al respecto que "El niño que desea y está motivado logra mejores resultados que el que no lo está", dentro de dicha motivación se deben generar espacios más apropiados para las actividades con los estudiantes, no sólo en el aspecto físico sino también en la relación con sus compañeros y con sus maestros.

3.3.1 Diseño del módulo:

La propuesta de intervención, busca que la motivación sea tanto directa como indirecta, que le proporcione al estudiante continuamente la posibilidad de participar de las actividades, ejercicios y problemas y que en la misma medida, sin darse cuenta, se le presenten otras formas y situaciones en las cuales puede relacionar el contexto con la matemática del aula. Esa motivación fuera de ser directa e indirecta, debe ser permanente y constante, para que además de motivarlos por el problema como tal, también los lleve a encontrar la solución que consideren es la apropiada y la que más se acomoda a las situaciones y valores matemáticos que en ese momento se están desarrollando durante la intervención.

3.3.2 Características del módulo.

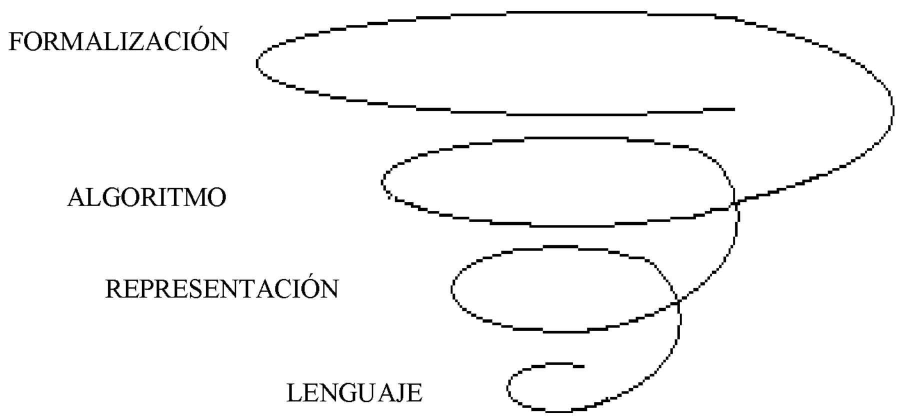
El atributo más relevante y sobre el cual se basa la estructura del instrumento es, como ya lo habíamos mencionado anteriormente, el vínculo establecido entre la enculturación matemática y la resolución de problemas, implementado a través de situaciones no muy complejas del que hacer cotidiano de los estudiantes, a través de las actividades matemáticas que incentiven el desarrollo y la innovación de los valores que le damos comúnmente a éstas.

La estructura del instrumento de intervención se ha establecido en concordancia con una espiral metodológica que relaciona de forma consecuente e integral un aprendizaje cuya base es el lenguaje, para luego impregnarse de la representación de la fracciones, a las cuales posteriormente se les da continuidad en una fase más algorítmica y simbólica, para así desembocar en un acercamiento al proceso de formalización.

Este diseño ha sido planteado para que los estudiantes que participen de todo el proceso de intervención, tengan en última instancia, la posibilidad de recrear, reflexionar y hablar con propiedad sobre todas las posiciones, paradigmas y conceptos que ya posee luego del proceso, pero que en esa misma medida tenga la posibilidad de hablar de la relación que existe entre esos conceptos y su contexto. Dicha propuesta coincide con lo planteado por Galeano (2003, p. 22J en los siguientes términos, como propuesta de investigación:

> No existe en la práctica una división marcada entre los diferentes aspectos del proceso investigativo. Si bien en un determinado momento el investigador puede privilegiar un aspecto sobre el otro, su mente ha de estar puesta simultáneamente en todos los aspectos. Por tanto el proceso investigativo cualitativo es de una naturaleza multiciclo, o de desarrollo en espiral, donde cada momento del proceso investigativo (pre-configuración-configuración-reconfiguración), implica reflexionar sobre la fase anterior para avanzar en la configuración del conocimiento. Cada hallazgo o descubrimiento se convierte en un nuevo punto de partida.

La espiral a la cual se hace referencia y los aspectos tenidos en cuenta en cada una de sus fases, se presenta a continuación:



- **Lenguaje:** Se le presentan a los estudiantes situaciones de su contexto, que les sean muy propias y que usen cotidianamente. Dichas situaciones requieren de cierto grado de complejidad y deben generar en los estudiantes una necesidad, primordialmente la de hallar su solución.

- **Representación:** Una vez presentadas las situaciones cotidianas, que hacen referencia a determinados valores matemáticos, se resaltan aquellos elementos que pueden ser representados simbólica o gráficamente y que tengan directa o indirecta relación con esa dificultad o necesidad que se desea solucionar.

- **Algoritmo:** Luego de relacionar mediante mecanismos de representación esos elementos que han sido tomados del lenguaje, se avanza al establecimiento de un "procedimiento "o "receta" apropiada para llegar a la solución o satisfacción de la necesidad planteada desde el aspecto del lenguaje.

- **Formalización:** Dado que durante todo el proceso, el estudiante continuamente retoma los aspectos del lenguaje y la representación de los valores matemáticos mientras éste ejecuta el algoritmo, se ha generado una mayor conciencia de los procesos matemáticos que se están desarrollando, permitiendo en esa medida que se formalicen dichos algoritmos.

La espiral metodológica que se presenta tiene los siguientes rasgos:

- **Ascendente:** Está diseñada para avanzar en los valores matemáticos y poco a poco aumentar el nivel de formalización de la población sobre la cual se está trabajando.

- **Progresiva:** Por que además de avanzar desde abajo hacia arriba, aumenta el espacio que cubre, es decir el recorrido que se hace es cada vez más amplio e interrelacionado.

La intervención, se encuentra estructurada así: una prueba inicial, un módulo con cuatro guías y una prueba final. Cada una de las guías será desarrollada en dos sesiones, de igual manera cada una de ellas apunte al desarrollo de cada una de las fases de la espiral. Es importante resaltar que a medida que se avanza en cada una de las guías se retoman los elementos más importantes de las que ya se hayan trabajado con los estudiantes, todo esto con miras a un proceso más consciente de las soluciones buscadas.

A continuación se describe de manera más detallada el trabajo para cada una de las cuatro guías, separadas por sesiones:

Guía n°1

La clase inicia con el planteamiento de un problema con el que posiblemente ellos se pueden encontrar a diario, la división de un pastel en tres partes iguales, el cual seguramente resuelven según sus experiencias y conveniencias.

Se plantean diferentes representaciones de las fracciones, inicialmente expresándolas a partir del lenguaje, tratando de que ellos se den cuenta de que en todo momento los están utilizando, que no se encuentran tan desligadas las matemáticas de su vida, como lo han hecho percibir muchas situaciones académicas que se les enseñaron, o más bien, que les quitaron la posibilidad de aprender más allá de la simple mecanización de algoritmos.

Luego, se asocia el problema propuesto inicialmente con su representación simbólica, con el objetivo de que los estudiantes distingan de entre varias opciones, cuál es la correcta, ésto basado en "La resolución de problemas" propuesta por Polya (1989), así, se pasó constantemente de una representación a otra, afianzando y recordando conceptos que ya habían sido olvidados.

Guía n°2

Se presentará a los estudiantes una situación en forma de problema, para ser desarrollada mediante la resolución de problemas. Es necesario tener en cuenta que esas situaciones deben hacer parte de un entorno muy cercano a la vida real de los estudiantes.

Las preguntas que acompañarán el problema estarán encaminadas a las cuatro etapas que se presentan en la resolución de problemas: la interpretación, diseño de un plan de acción, ejecución de ese plan y finalmente la verificación de los resultados obtenidos.

Guía n°3

Para estas sesiones se organiza a los estudiantes en grupos de máximo cuatro personas. Se proporciona una situación en forma de problema, relacionada con un material tangible (del cual también se hará entrega) y acompañada de preguntas similares a las del test diagnóstico pero con un grado mayor de dificultad y donde se oriente a los estudiantes a **interpretar** los datos y **proponer** soluciones y **argumentar** por que consideran que esa es la respuesta correcta.

Guía n°4

Se presenta a los estudiantes inicialmente situaciones contextualizadas para que partiendo del lenguaje cotidiano se genere la necesidad de usar sus respectivas representaciones simbólicas. Luego de esto se pide a los estudiantes desarrollar operaciones de suma y resta de fracciones, dando cuenta del procedimiento a través del cual se han desarrollado los ejercicios, problemas y situaciones presentadas en las anteriores guías. Finalmente se presenta un conjunto de datos que no están asociados a una situación en específico y se plantea varias operaciones para analizar la ejecución del algoritmo, todo esto con el fin de analizar que resultados se han obtenido a lo largo del proceso, en cuanto a la contribución en el proceso de formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones de los estudiantes.

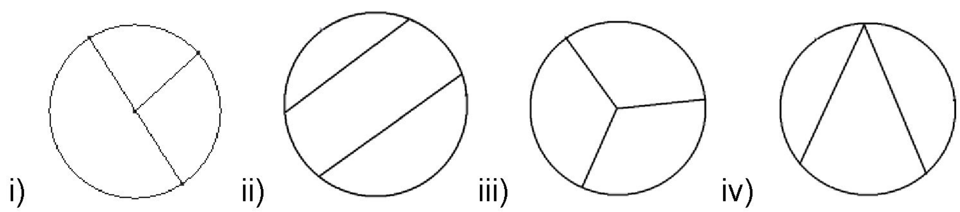
3.3.3 Módulo

A continuación se presenta cada una de las guías, como fueron entregadas a los estudiantes (por presentación ha sido retirada de cada una de ellas el encabezado principal donde se incluía el escudo de la universidad, el nombre de nuestra Facultad y el programa):

3.3.3.1 GUÍA N°1

1. En el descanso de la mañana, tres niños recogieron el dinero suficiente para comprar un pastel de pollo.

   a) Cada una de las siguientes circunferencias representa una forma en la que se podría partir el pastel de pollo, ¿cuál consideras tu que es la repartición apropiada para que cada uno de los niños reciba la misma porción del pastel? Señala la respuesta

   b) De las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a un solo niño

   i) $\frac{3}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{1}$ iv) $\frac{1}{5}$

   c) Ahora, de las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a dos de los niños.

   i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{2}$ iv) $\frac{2}{6}$

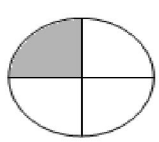
2. Cada una de las siguientes expresiones corresponde a un lugar o grupo de objetos dentro del colegio. Sin salir del salón, responde cada una de las preguntas:

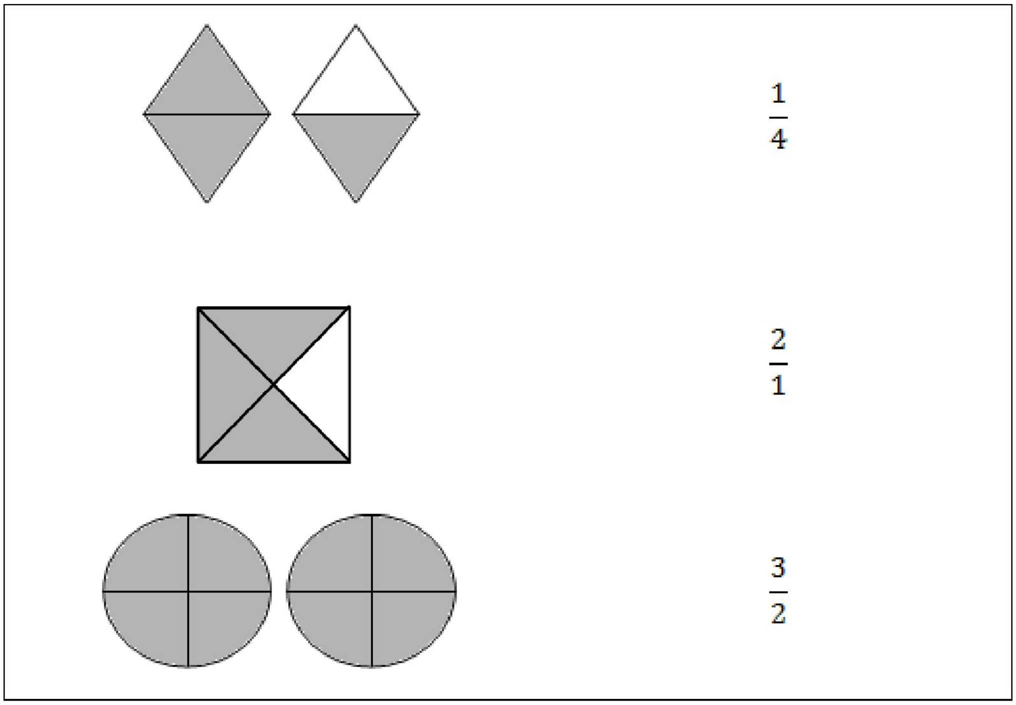
   a) Si el total de las aulas que se utilizan en el colegio en la jornada de la tarde son 12. ¿Qué fracción representa los salones del segundo piso?

   b) Si en una jornada académica solo tienen que ir a clase los grupos de sexto y séptimo. ¿Qué fracción representa el total de aulas vacías?

   c) Si un lunes los grados 6° 1, 6°2, 9°1 y 11°1 no tuvieron clase. En relación con el número total de grupos ¿Qué cantidad del total de grados tuvieron clase?

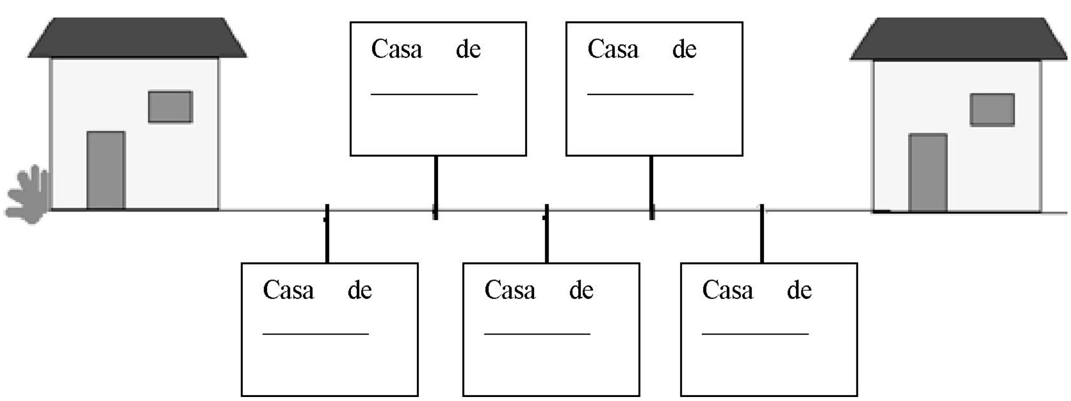
3. En el siguiente apareamiento debes unir mediante una flecha el dibujo, ubicado al lado izquierdo, con las fracciones, ubicadas al lado derecho, y que corresponden a las divisiones y porciones sombreadas en los dibujos.

A	B
	$\frac{3}{4}$



4. Entre la casa de Juan y la casa de María, se encuentra ubicada la casa de Daniel. Como lo puedes observar en el dibujo, la distancia que hay entre las dos casas está dividida en sextos y lo único que sabemos es que la casa de Daniel está a dos tercios de la casa de Juan

CASA DE JUAN **CASA DE MARIA**



Con base en esa información, ubica la casa de Daniel. Y responde las siguientes preguntas:

a) ¿A qué distancia queda la casa de Daniel de la de María?

b) Manuel acaba de mudarse a este barrio, y su casa está dos sextos de la de Daniel. ¿Qué distancia hay entre la casa de Manuel y la de Juan?

3.3.3.2 GUÍA N°2

1. Lee con atención el siguiente problema:

En la primera ruta que hace Andrés en el turno de la mañana ha hecho cuatro paradas y desea saber cuantas personas hay en este momento en su bus, antes de llegar al chequeadero. Para hacerlo no puede parar y contar las personas, pero él recuerda cuántas se subieron y se bajaron en cada una de las paradas, y que además cuando empezó el recorrido ya habían 7 pasajeros:

Parada 1: *Se bajaron r de los pasajeros que había y subieron ^ de las 6 personas que había allí.*

Parada 2: *En este paradero había 16 personas y se subieron al colectivo* 3

- del grupo. Aquí en esta parada no se bajó nadie.

Parada 3: *Se bajó * de los pasajeros.*

Parada 4: *En esta última parada había sólo 4 personas y todas subieron al bus.*

a) ¿Cuáles son los datos más importantes que te proporciona el problema?

____

____

____

b) ¿Qué es lo que te están preguntando o pidiendo que hagas en el problema?

____

____

____

c) Sólo con leer el problema ¿Cuántas personas hay en este momento en el bus?

____

____

____

d) Describe con tus palabras el procedimiento mediante el cual solucionarías el problema

____

____

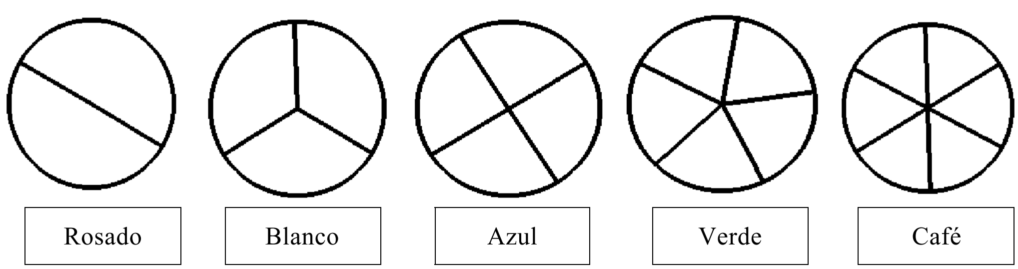
____

e) Desarrolla el procedimiento necesario para resolver el problema

3.3.3.3 GUÍA N°3

Doña Martha tiene cinco manteles circulares para todos los días de la semana, pero ella se ha cansado de ver los mismos manteles en la mesa de su casa, el verde, el rosado, el blanco, azul y café, por ello y con ayuda de uno de sus hijos, se da a la tarea de cortarlos, uno por uno para diseñar nuevos estilos y formas con los que ya tenia; así:

COLOR DEL MANTEL	NÚMERO DE PARTES CORTADAS
AZUL	Cuatro partes iguales
BLANCO	Tres partes iguales
ROSADO	Dos partes iguales
VERDE	Cinco partes iguales
CAFE	Seis partes iguales



Tienes a tu disposición unas ***figuras circulares*** que asemejan la forma y el fraccionamiento de los manteles de doña Martha, incluso con los mismos colores. Utilízalos para responder las siguientes preguntas:

1. Si inicialmente doña Martha solo ha unido un pedazo del mantel de color rosado con otro de color azul ¿Cuál consideras que es el procedimiento más apropiado que ella usaría para saber cuanto suman los dos pedazos de ese nuevo mantel?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{13}=\frac{2+13}{26}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{2+4}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{(4x1)+(1x1)}{2x4}$

d) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{[(4\div 2)x1]+[(4\div 4)x1]}{4}$

2. Teniendo en cuenta lo que doña Martha ha hecho con los pedazos rosado y azul ¿cuál sería el resultado al proceso que consideraste correcto en el numeral 1?

a) $\frac{15}{26}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{3}{4}$

3. Doña Martha, para complacer a su hijo, diseñó un mantel que lleva los colores emblemáticos de su equipo de fútbol favorito (Nacional) con dos trozos blancos y uno verde, pero, dichos trozos no fueron suficientes para completar el mantel y fue necesario utilizar tela negra adicional. ¿cuál de los siguientes procedimientos consideras es el más apropiado para indicarle a doña Martha el trozo de tela negra que debe cortar?

a) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(10)+(3)}{3x5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{13}{15}=\frac{15-13}{15}$

b) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$

c) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$

d) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{(1x3x5)-(2x1x5)+(1x1x3)}{1x3x5}$

4. Con base en la información del numeral 3, ¿cuál fracción equivale al pedazo de tela negra?

   a) $\frac{2}{26}$ b) $\frac{4}{31}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{2}{7}$

5. Uno de los manteles fue creado con dos pedazos blancos y uno rosado, pero al momento de coserlo se ha dado cuenta de que le sobra tela. ¿A qué fracción corresponde el pedazo de tela que sobra? Recuerda incluir el procedimiento y para comprobar el resultado.

6. Escribe tres combinaciones diferentes que sumadas den como resultado un mantel completo (la unidad). **Recuerda escribir el procedimiento que indique que efectivamente los pedazos que sumes dan como resultado la unidad.**

3.3.3.4 GUÍA N°4

La semana pasada, en una de las Instituciones educativas del barrio Moravia se llevó a cabo un conteo sobre los diferentes instrumentos y herramientas con las cuales puede contar el estudiante. Algunos de los datos obtenidos fueron los siguientes:

a) Ocho de las 10 puertas que hay en el segundo piso de la institución, necesitan un retoque de pintura.

b) 45 de los 120 puestos que hay en el aula múltiple, deben ser cambiados ya que se encuentran muy deteriorados.

c) 14 de los 30 salones tienen los televisores funcionando normalmente.

d) 3 de los 10 DVD'S necesitan mantenimiento urgente.

e) De los 30 computadores que hay instalados en la sala de informática, en este momento solo 22 de ellos están funcionando de manera correcta.

1) Escribe las anteriores expresiones en forma de fracciones.

a)

b)

c)

d)

e)

En cada una de las siguientes situaciones se presentan un conjunto de opciones de las cuales debes ***seleccionar sólo una y recuerda escribir el procedimiento*** que corresponda a la respuesta correcta en cada una de las preguntas o situaciones.

2) Por el momento necesitamos saber: ¿cuánto suman la porción del total de televisores que ***no*** funcionan y la porción del total de DVD'S que ***necesitan mantenimiento*?**

a) $\frac{25}{30}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{23}{3}$ d) $\frac{2}{7}$

3) Ahora necesitamos conocer cuánto suman todas las porciones de los objetos mencionados, que se encuentran deteriorados o que necesitan ser reemplazados. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponden con el resultado de la suma?

a) $\frac{322}{120}$

b) $\frac{107}{40}$

c) $\frac{40}{120}$

d) $\frac{40}{107}$

4) Un grupo de estudiantes del grado once a recogido pintura para dar el retoque que necesitan las puertas, pero sólo alcanzó para cinco de ellas. ¿A que porción equivale las puertas que aún no han sido pintadas?

5) Como aún no hay dinero suficiente para reparar todos los DVD'S, fue necesario vender uno de los malos. ¿A qué porción equivale los DVD'S que aún son propiedad del colegio y se encuentran en mal estado?

Para resolver las operaciones que se encuentran a continuación es necesario que tengas en cuenta la siguiente información.

X=15
B=18
W=12
Z=30
P=1

6) $\frac{X}{W} + \frac{B}{W} =$

a) $\frac{12}{33}$

b) $\frac{33}{15}$

c) $\frac{32}{25}$

d) $\frac{33}{12}$

7) $\frac{P}{P} - \frac{Z}{Z}$ **=**

a) $\frac{31}{31}$

b) $\frac{-29}{-29}$

c) $\frac{12}{33}$

d) $\frac{0}{30}$

8) $\frac{B}{X} - \frac{X}{B} =$

a) $\frac{-29}{280}$

b) $\frac{-29}{270}$

c) $\frac{270}{33}$

d) $\frac{153}{90}$

3.4 INSTRUMENTO DE VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

3.4.1 Prueba final.

Para finalizar el proceso de intervención lo que haremos en las dos últimas sesiones es la ejecución de la prueba para el análisis de los resultados, con la misma estructura de la prueba inicial pero con ejercicios diferentes y con un mayor nivel de dificultad en cuanto a la ejecución del algoritmo.

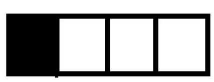
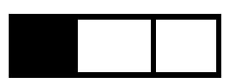
En concordancia con el inicio del proceso, esta prueba tiene un diseño que nos permite compilar los resultados e identificar las dificultades y ventajas presentados por los estudiantes durante el proceso de intervención.

PRUEBA FINAL

1. Señala cual de las siguientes expresiones ***no*** corresponde a la expresión "Un cuarto de...más un tercio de..."

   a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

   b) $\frac{2}{8}+\frac{2}{6}$

   c)  + 

   d) $\frac{4}{1}+\frac{1}{3}$

2. Catalina ha traído para el descanso media naranja, pero desea compartir con su amiga Camila, así que le da un tercio de ese pedazo de naranja. ¿Qué porción de naranja le quedó a Catalina?

   a) $\frac{1}{3}$

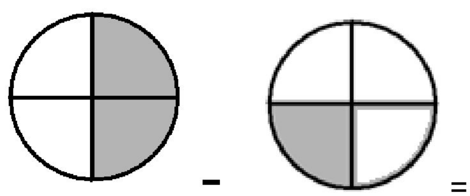
b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{3}$

d) $\frac{1}{6}$

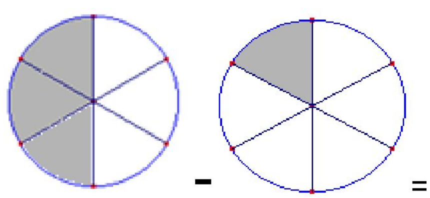
3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la representación de la operación que tiene que hacer Catalina, para saber la porción de naranja con la que quedó después de compartir con Camila?

a)

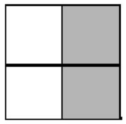
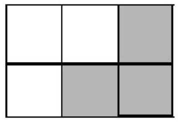


b)

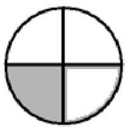
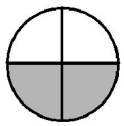
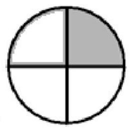
c)

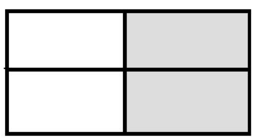
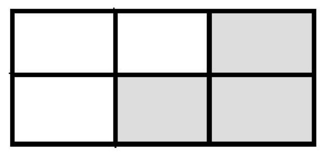


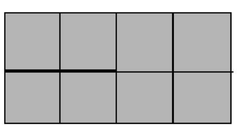
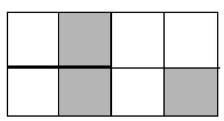
d)

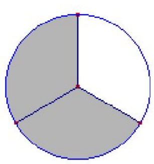
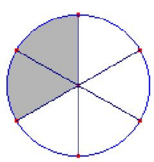
 +  =

4. Realiza las siguientes operaciones:

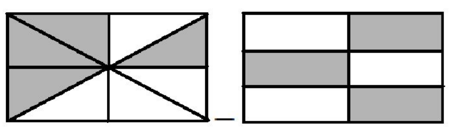
a)  +  +  =

b)  +  +  =

c)  -  =

d)  -  =

5. Completa la siguiente tabla

OPERACIÓN	PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$		
$\frac{3}{7}-\frac{2}{9}$		
$\frac{3}{2}+\frac{6}{4}+\frac{9}{6}$		
Dos quintos de una naranja más ocho tercios de otra naranja.		
		

6. Esta mañana David tuvo que salir a la tienda de la esquina a comprar un cuarto de quesito para el desayuno en su casa, con el fin de completar el medio quesito que su madre utiliza diariamente. Si deseamos saber cuál es la cantidad de quesito con la que contaba la mamá de David antes de mandarlo a la tienda, ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la operación que debemos efectuar? ***<u>Elabora el procedimiento de la operación que consideras es la correcta.</u>***

a) $\frac{\pm}{5} + \frac{*}{2}$

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{1} - \frac{1}{4}$

3.4.2 Mecanismo de selección de la muestra para el análisis de resultados

Para el análisis de resultados serán seleccionados nueve estudiantes del grado séptimo de la institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó a través de un mecanismo establecido por la asistencia a las sesiones de intervención. Serán escogidos tres estudiantes por cada uno de los grupos de asistencia.

Aquellos estudiantes que no hayan asistido a la prueba final no serán tenidos en cuenta para el análisis de resultados, dado que con ellos no se tiene la posibilidad de evaluar su evolución en el tema de la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones. Tampoco serán tenidos en cuenta aquellos estudiantes que por motivos personales no hayan asistido a ninguna de las sesiones.

3.4.3 Procedimiento para la elaboración del análisis de resultados

Con la intención de mostrar con mayor claridad los alcances de nuestros objetivos, el análisis de resultados se hará de forma cualitativa y cuantitativa, con especial énfasis en la cualitativa, específicamente en desarrollo de las pruebas, para luego de manera muy somera construir una interpretación cuantitativa de los resultados obtenidos en las ya mencionadas pruebas:

- **Por pruebas:** Se organizarán las guías y pruebas por paquetes siendo indiferente el estudiante que lo haya desarrollado. Se estudiarán las regularidades que presentan los estudiantes, ya sea en cuanto a las fortalezas o dificultades presentadas en el desarrollo de cada una de las guías y se hará una descripción cualitativa detallada de ese desempeño.

  Al final se hará una valoración en la que se analicen los resultados obtenidos entre la prueba inicial y la prueba final.

- **Por estudiantes:** De manera cuantitativa se hará un cuadro comparativo del porcentaje logrado en la prueba final y en la inicial. Se hará una segunda clasificación por cantidad de clases a las que asistieron para establecer un promedio de mejora por grupo e identificar si la asistencia tiene alguna relación con el rendimiento y desempeño de nuestros estudiantes durante el proceso de intervención del trabajo de investigación.

CAPITULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Antes de analizar la información obtenida con el proceso de intervención, es necesario tener presente que la población con la cual se ha trabajado, corresponde a los estudiantes del grado 7°1, de la jornada de la tarde, de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó.

4.1 Proceso de selección de la muestra.

Inicialmente en un listado del salón, organizado de forma alfabética por apellidos, se consignaron las clases de intervención a las cuales asistieron. Las siglas utilizadas son:

PI: Prueba inicial
G1: Guía uno
G2: Guía dos
G3: Guía tres
G4: Guía cuatro
PF: Prueba Final

Nombre del estudiante	PI	G1	G2	G3	G4	PF
ESTUDIANTE 1	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 2	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 3	X	X	X		x	x
ESTUDIANTE 4		X	X	x	x	
ESTUDIANTE 5	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 6		X	X	x	x	x

ESTUDIANTE 7	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 8				x		
ESTUDIANTE 9	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 10	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 11	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 12		X		x	x	
ESTUDIANTE 13	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 14	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 15	X	X			x	x
ESTUDIANTE 16		X	X	x		x
ESTUDIANTE 17						
ESTUDIANTE 18	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 19	X	X		x	x	x
ESTUDIANTE 20						
ESTUDIANTE 21	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 22			X	x	x	x
ESTUDIANTE 23	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 24	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 25	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 26	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 27	X	X	X		x	x
ESTUDIANTE 28	X		X	x	x	x
ESTUDIANTE 29	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 30	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 31	X	X		x	x	x
ESTUDIANTE 32						
ESTUDIANTE 33	X	X			x	x
ESTUDIANTE 34	X		X	x	x	x
ESTUDIANTE 35	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 36	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 37	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 38						
ESTUDIANTE 39	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 40	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 41	X	X	X	x	x	x

Inicialmente el grupo estaba conformado por 41 estudiantes pero durante el periodo de intervención, varios de ellos no asistieron a ninguna de las sesiones y por tal motivo no fueron tenidos en cuenta para el análisis de resultados. Ahora el grupo de 41 estudiantes se redujo a 37.

Nombre del estudiante	**PI**	**G1**	**G2**	**G3**	**G4**	**PF**
ESTUDIANTE 1	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 2	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 3	X	X	X		x	x
ESTUDIANTE 4		X	X	x	x	
ESTUDIANTE 5	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 6		X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 7	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 8				x		
ESTUDIANTE 9	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 10	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 11	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 12		X		x	x	
ESTUDIANTE 13	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 14	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 15	X	X			x	x
ESTUDIANTE 16		X	X	x		x
ESTUDIANTE 17	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 18	X	X		x	x	x
ESTUDIANTE 19	X	X	X	x	x	
ESTUDIANTE 20			X	x	x	x
ESTUDIANTE 21	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 22	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 23	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 24	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 25	X	X	X		x	x
ESTUDIANTE 26	X		X	x	x	x
ESTUDIANTE 27	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 28	X	X	X	x	x	x

ESTUDIANTE 29	X	X		x	x	x
ESTUDIANTE 30	X	X			x	x
ESTUDIANTE 31	X		X	x	x	x
ESTUDIANTE 32	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 33	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 34	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 35	X	X	X	x		x
ESTUDIANTE 36	X	X	X	x	x	x
ESTUDIANTE 37	X	X	X	x	x	x

De todo el grado de séptimo uno, se filtraron aquellos estudiantes que no asistieron a la sesión de la prueba final, ya que el análisis no sería completo y no tendríamos herramientas suficientes para visualizar la evolución de cada uno de ellos. Para sistematizar de una manera más clara la asistencia de los estudiantes se escribieron la cantidad de clases a las que habían asistido:

Nombre del estudiante	PI	G1	G2	G3	G4	PF	Total asistencia
ACEVEDO LOPERA JEFERSON ESTIVEN	X	X	X	x	x	x	6
ALVAREZ POLO MARISOL	X	X	X	x		x	5
ANGEL AGUDELO JOEL SANTIAGO	X	X	X		x	x	5
ARANGO LOAIZA JESICA	X	X	X	x	x	x	6
ARBOLEDA JARAMILLO ANA MARIA		X	X	x	x	x	5
CASTRILLON CANAS JHON ESNEIDER	X	X	X	x	x	x	6
CASTRO VALENCIA MATEO	X	X	X	x	x	x	6
DURANGO VILLADA EDDIE SANTIAGO	X	X	X	x	x	x	6
ECHAVARRIA RAMIREZ BRAYAN STIVEN	X	X	X	x	x	x	6
ESCOBAR CONDE LUISA MARIA	X	X			x	x	4
GIRALDO MUNOZ CRISTIAN JAVIER		X	X	x		x	4
HINESTROZA CASTRO JULIENIS PAOLA	X	X	X	x	x	x	6
HINESTROZA CASTRO LUIGI VANESA	X	X		x	x	x	5
LUJAN CIFUENTES JESSICA LICETH			X	x	x	x	4
MONSALVE GIL YURLEY DAHIANA	X	X	X	x		x	5
MONTOYA ABADIA YEISON ALEXANDER	X	X	X	x	x	x	6
MORENO SUAREZ CRISTIAN CAMILO	X	X	X	x	x	x	6
MOSQUERA BENITEZ DANIEL MAURICIO	X	X	X	x	x	x	6
MUNOZ QUINCHIA ANDRES FELIPE	X	X	X		x	x	5
OCAMPO SUAREZ SAGNY YURANY	X		X	x	x	x	5

OSORIO CARTAGENA JENIFER	X	X	X	x	x	x	6
PALACIO AGUDELO JESÚS EMILIO	X	X	X	x	x	x	6
PALACIO ARCILA KAREN VANESSA	X	X		x	x	x	5
ROJAS BOTERO SANDRA PATRICIA	X	X			x	x	4
RUA CORTEZ JESSICA ANDREA	X		X	x	x	x	5
SALAZAR VALENCIA JESSICA PAOLA	X	X	X	x	x	x	6
SERNA CARRASQUILLA WENDY	X	X	X	x	x	x	6
SUAREZ VIDALES NATALIA	X	X	X	x	x	x	6
VILLA BEDOYA LUISA FERNANDA	X	X	X	x		x	5
VILLADA FORONDA JUAN DAVID	X	X	X	x	x	x	6
CARDONA BUITRAGO LUISA KATHERINE	X	X	X	x	x	x	6

Finalmente se clasificaron por cantidad de sesiones a las que asistieron y se seleccionaron los tres primeros estudiantes de cada uno de los subgrupos que se formó(ver tabla de número de sesiones). Dado que la guía número tres fue desarrollada en equipo, resultó necesario en algunos casos continuar con otros estudiantes que si tuviesen dicha guía para el respectivo análisis. Los estudiantes resaltados, en cada uno de los grupos son los seleccionados para el análisis de resultados:

NÚMERO DE SESIONES A LAS QUE ASISTIERON		
SEIS	CINCO	CUATRO
ESTUDIANTE 1	ESTUDIANTE 2	ESTUDIANTE 15
ESTUDIANTE 5	ESTUDIANTE 3	ESTUDIANTE 16
ESTUDIANTE 37	ESTUDIANTE 6	ESTUDIANTE 20
ESTUDIANTE 9	ESTUDIANTE 18	ESTUDIANTE 33
ESTUDIANTE 10	ESTUDIANTE 21	
ESTUDIANTE 13	ESTUDIANTE 25	
ESTUDIANTE 14	ESTUDIANTE 26	
ESTUDIANTE 17	ESTUDIANTE 29	
ESTUDIANTE 22	ESTUDIANTE 31	
ESTUDIANTE 23	ESTUDIANTE 35	
ESTUDIANTE 24		
ESTUDIANTE 27		
ESTUDIANTE 28		

ESTUDIANTE 32		
ESTUDIANTE 33		
ESTUDIANTE 34		
ESTUDIANTE 36		

4.2 Prueba inicial

De acuerdo con las características de nuestra espiral metodológica, la prueba inicial se encuentra categorizada desde el lenguaje, siendo este nuestro punto de partida hacia la contribución a la formalización de algoritmos. Dicha prueba, fue planteada con la intención de saber que tan competentes eran los estudiantes con respecto a las fracciones y sus operaciones básicas (suma y resta), es así como en aras de acercarnos un poco a lo que para ellos fue importante y aprendieron, postulamos en la primera parte, la siguiente situación:

La tercera parte de una regla es 12 cm. ¿Cuánto mide toda la regla? Representa gráficamente esta situación.

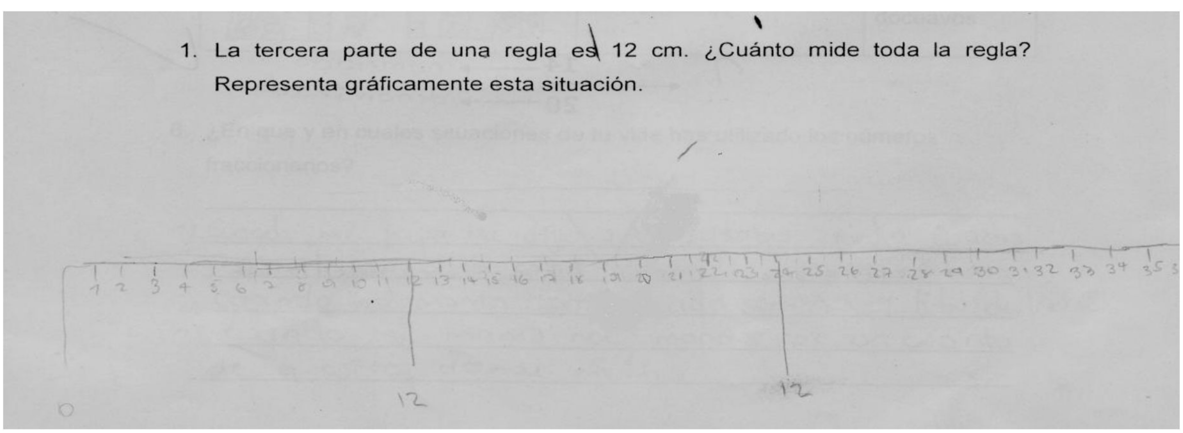
Generalmente se puede ver en lo que ejecutan los estudiantes un collage de explicaciones y soluciones diferentes a la misma situación, debido a que los conocimientos, métodos y los análisis que cada uno hace, son subjetivos e individualizados.

Particularmente en la situación antes planteada, los estudiantes que desarrollaron de manera gráfica éste ejercicio obtuvieron mejores resultados, ya que generaron sobresalientes interpretaciones de las concepciones matemáticas que allí se presentaron implícitamente, es así, como muchos de los resolvieron este punto de manera gráfica, plantearon la figura de una regla del común, con la que trabajan normalmente para hacer mediciones en otros tipos de situaciones escolares; facilitándoles la interpretación de lo que se planteaba cuando preguntábamos por el tamaño total de la regla, conociendo solamente la tercera parte de la ella. Es éste tipo de trabajo con las herramientas y estrategias individuales del estudiante es donde se relaciona estrechamente la informalidad de los conocimientos adquiridos por ellos, con las nociones matemáticas que se encontraban en el problema.

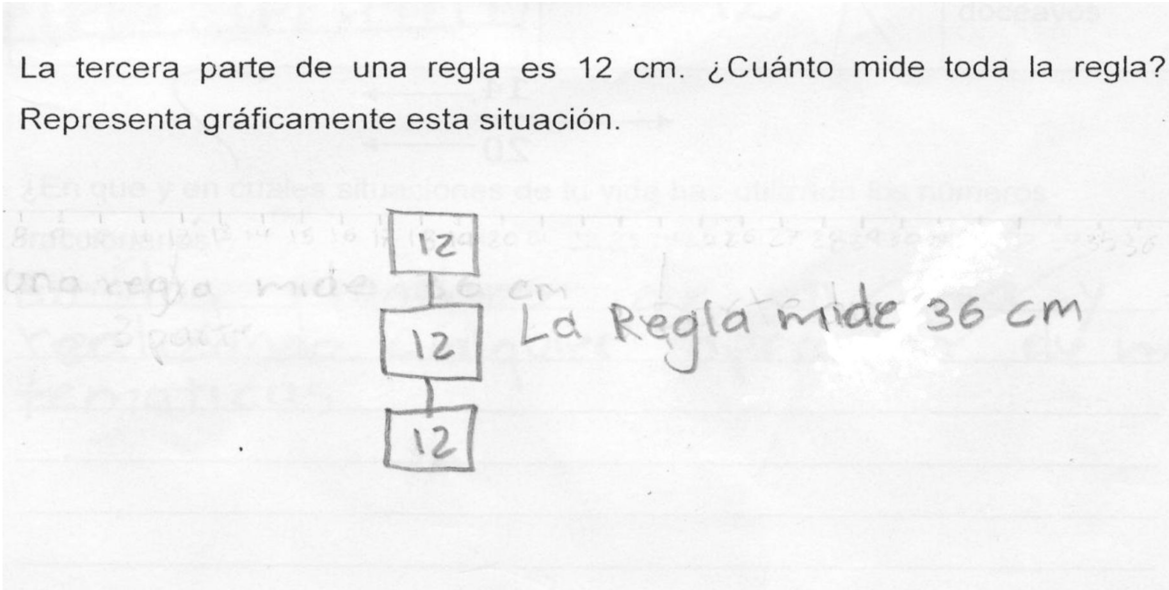
Apreciemos algunos casos puntuales:

- Un estudiante dibuja una regla que a su vez divide en tres partes iguales, cada una consta de 12 unidades, de esta manera obtiene inductivamente que la regla posee una longitud total de 36 cm.

- Otro estudiante representa gráficamente la regla con sus respectivos centímetros dividida en tres partes iguales y esto según lo muestra los resultados obtenidos por él, le ayuda a darle una connotación muy precisa a los enunciados, a demás, se ve en esta representación un alejamiento de la búsqueda mecánica de algoritmos que arrojen la respuesta como en casos posteriores.



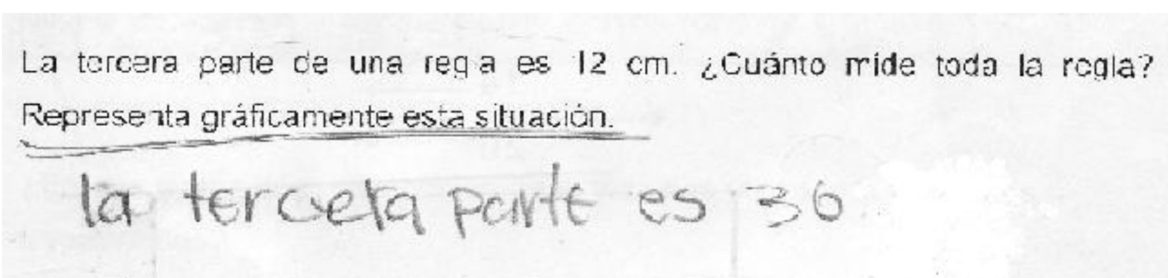
Estudiante 2. Grado séptimo de la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigo



Estudiante 5. Grado séptimo de la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigo.

Por otro lado, se encuentran los estudiantes que iniciaron con una búsqueda de la operación que resolviera dicho problema a través de la aplicación de una fórmula, que arrojará el resultado de manera directa, en este caso en particular algunos estudiantes buscan en su "caja de herramientas", cual es la técnica que deben aplicar para resolver el problema, aquí es donde se hace muy notoria la implementación del algoritmo de la multiplicación, puesto que de manera sucinta toman los valores numéricos que se presentan en el problema y los agrupan con la operación que indica que se este preguntando por la tercera parte de, dando como resultado el número 36, que es la respuesta .

3 x 12 = 36



Estudiante 37. Grado del grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó

Aquí el estudiante expone que la tercera parte de la regla es 36, mostrando una interpretación muy algorítmica del enunciado, desde allí, no hace una asociación explícita del enunciado verbal, con número racional (^) que se le presenta al hablar de una tercera parte de la regla, más bien el estudiante se centró en buscar una operación y aplicarla sobre los datos del problema. En este caso el estudiante no acude a los conocimientos informales como los ejemplos anteriores, lo que le da un corte no muy interpretativo al problema, sino muy contestatario.

Al continuar con el análisis de las situaciones que se presentan en esta prueba, se observó que la mayoría de estudiantes no encuentran una relación directa o indirecta entre la representación de números racionales en el lenguaje común y cotidiano, con su homologa en el lenguaje matemático-formal, por ello, generalmente no son capaces de representar a las fracciones implícitas en el lenguaje del problema matemático, de la forma ^ . Existen algunos casos en los que se establece algún tipo de relación, pero a pesar de ello ésta es muy vaga y ambigua, los cual puede darnos cuenta de que estos conocimientos no se encuentran formalizados por los estudiantes.

Ahora cuando se plantean ejercicios en los que se quiere saber si reconocen otras formas de representación de las fracciones, la mayoría no relacionan éstas con un conjunto numérico; indicando vacios conceptuales presentes en ellos, pese a que ya los habían trabajado en clase (números racionales) y en años anteriores, a causa de un olvido y una desvinculación de lo que aprendieron en clase relacionado con las nociones más básicas de los fracciones.

¿Reconoces los siguientes símbolos? ¿Consideras que existe alguna relación entre la representación de la anterior situación y estos símbolos? ¿Por qué?

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{X}{1}$

¿Puedes asociar estos símbolos con algún conjunto numérico?

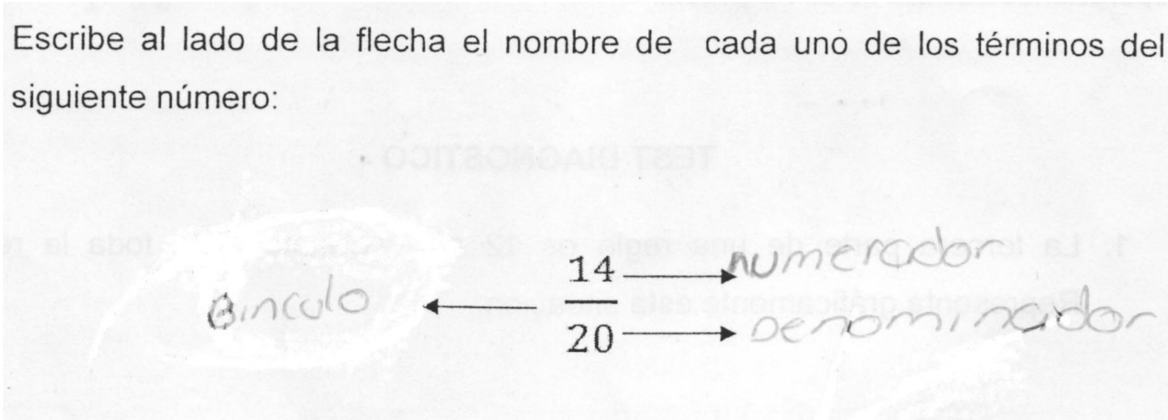
a) Si

b) No

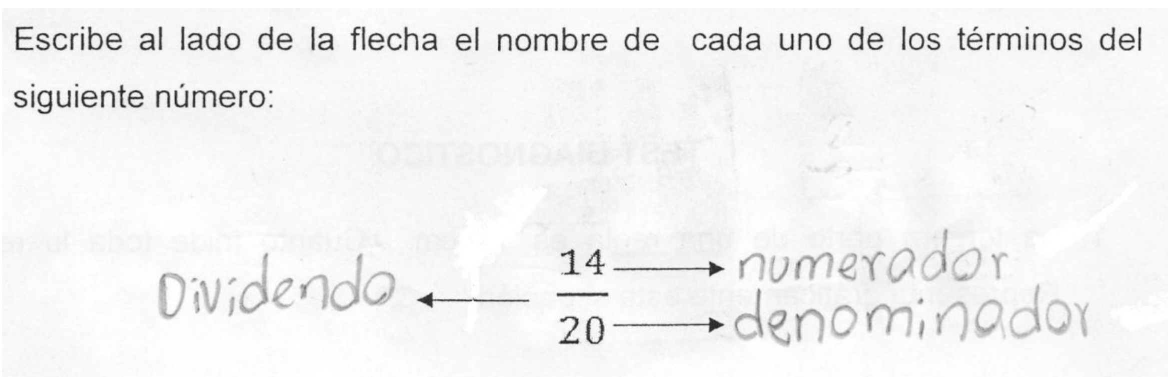
¿Cual?____

Estudiante 26. Grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó

Uno de los aspectos a resaltar, es que cuando se pregunta por las partes estandarizadas de las fracciones, la mayoría de estudiantes respondieron acertadamente que la parte de arriba corresponde al numerador y la de abajo al denominador, incluso en algunas de las respuestas se le asignaba nombre a la línea del medio que separa ambos números, este aspecto tiene mucha importancia en las interpretaciones siguientes por eso presentamos los siguientes ejemplos:

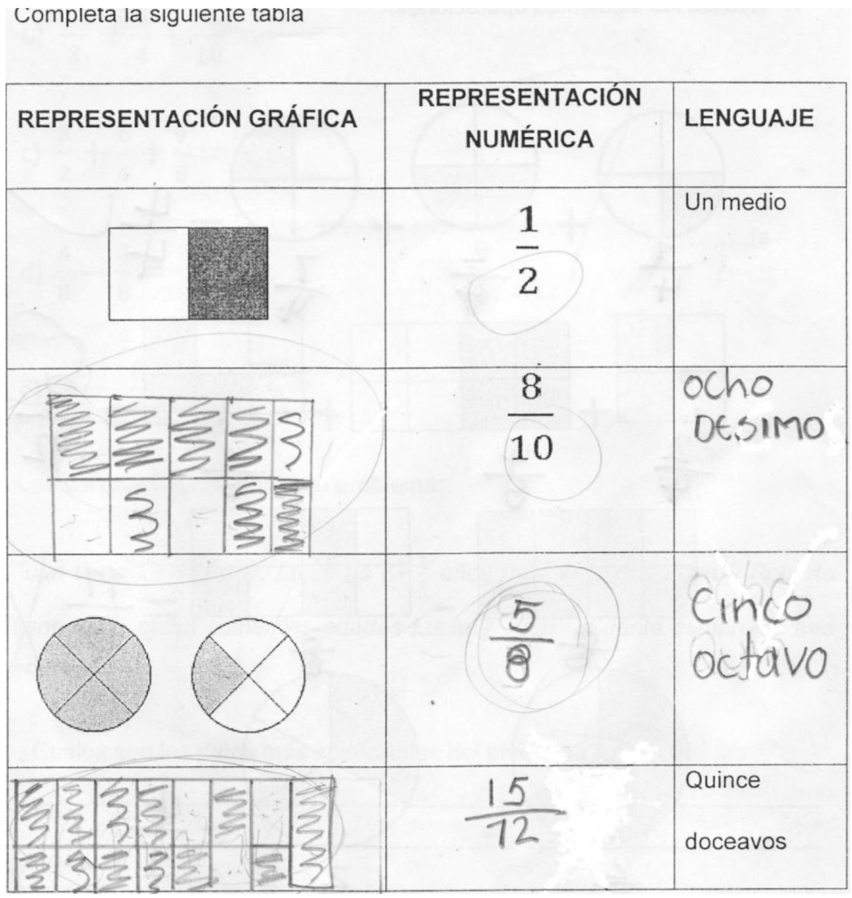


Estudiante 26. Grado séptimo de la institución educativa Fe y Alegría Luis Amigó



Estudiante 1. Grado séptimo de la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigó

En la siguiente parte de la prueba a través de un cuadro comparativo, se logra observar como los estudiantes relacionan: la representación gráfica, la numérica y el lenguaje escrito. Vemos como la repetición muchas veces sin sentido del ejemplo prototipo dado para desarrollar el resto de la experiencia, deja ver una tendencia facilista y mecanicista por parte de los estudiantes al resolver un problema no netamente numérico. Este detalle nos remite nuevamente a la noción de algoritmo como una especie de receta que aplican para encontrar las respuestas pedidas; es por ello que cuando se les hace la presentación de una fracción impropia se ven en serios aprietos, pues el sentido numérico cambia, ya que no se trata de divisiones de una unidad, sino de varias, situación que no se puede resolver con el ejemplo de la primera línea. Sin embargo reconocen que el numerador en ambos tipos de fracciones significa efectivamente la parte sombreada de la representación gráfica y el denominador como el número de divisiones de la gráfica, basados en esta interpretación tanto del numerador como del denominador, universalizan esto a todos los ejercicios, sin discriminar si es propia o impropia como vemos en siguiente tabla elaborada por un estudiante.

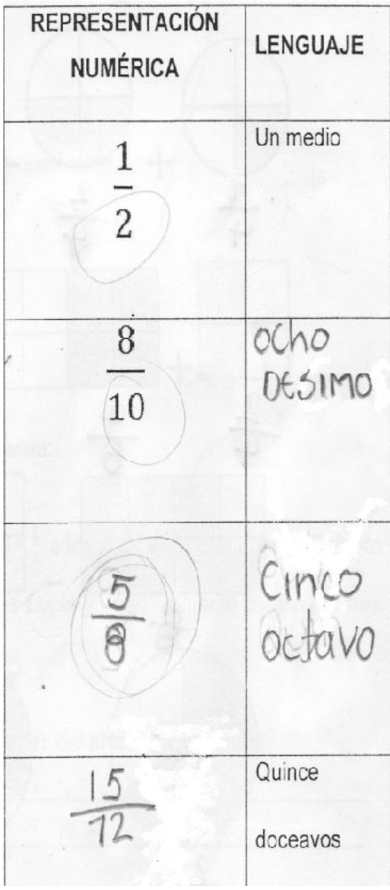


Completa la siguiente tabla

REPRESENTACIÓN GRÁFICA	REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	LENGUAJE
	$\frac{1}{2}$	Un medio
	$\frac{8}{10}$	ocho DESIMO
	$\frac{5}{8}$	cinco octavo
	$\frac{15}{12}$	Quince doceavos

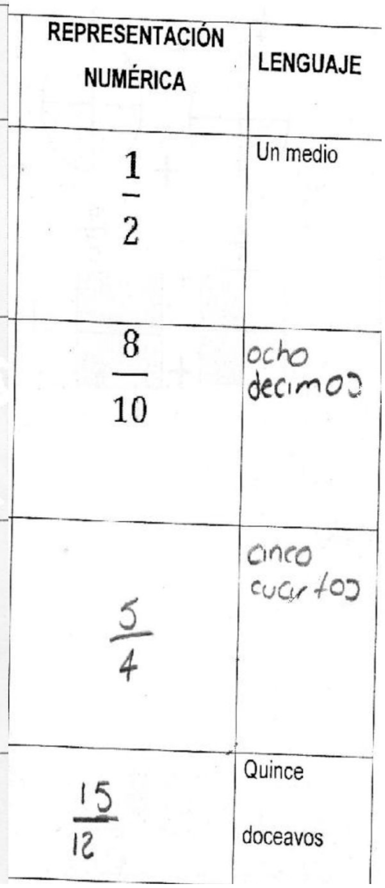
Estudiante 37. Grado séptimo de la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigó

Otro de los aspectos generales a resaltar es que la mayoría de los estudiantes nos dejan ver una buena competencia para asociar la representación numérica con su correspondiente en el lenguaje y viceversa, como se hace claro en la siguiente comparación.



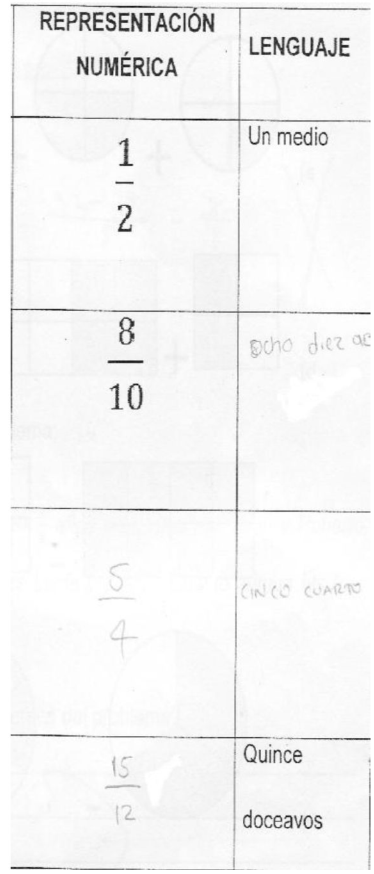
REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	LENGUAJE
$\frac{1}{2}$	Un medio
$\frac{8}{10}$	ocho DESIMO
$\frac{5}{8}$	Cinco octavo
$\frac{15}{12}$	Quince doceavos

Estudiante 37



REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	LENGUAJE
$\frac{1}{2}$	Un medio
$\frac{8}{10}$	ocho decimos
$\frac{5}{4}$	cinco cuartos
$\frac{15}{12}$	Quince doceavos

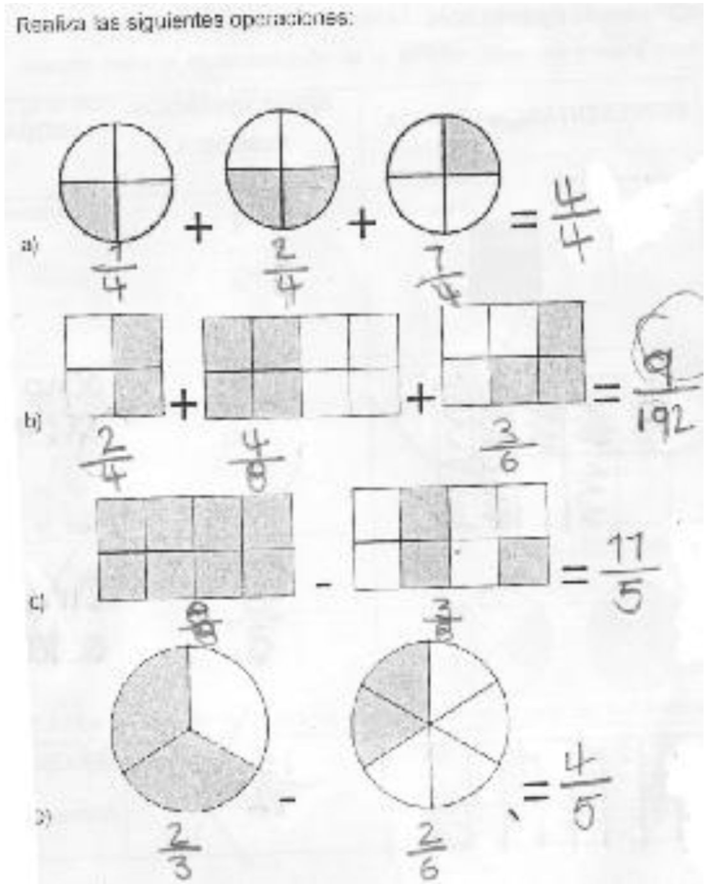
Estudiante 26



REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	LENGUAJE
$\frac{1}{2}$	Un medio
$\frac{8}{10}$	ocho diez ae
$\frac{5}{4}$	CINCO CUARTO
$\frac{15}{12}$	Quince doceavos

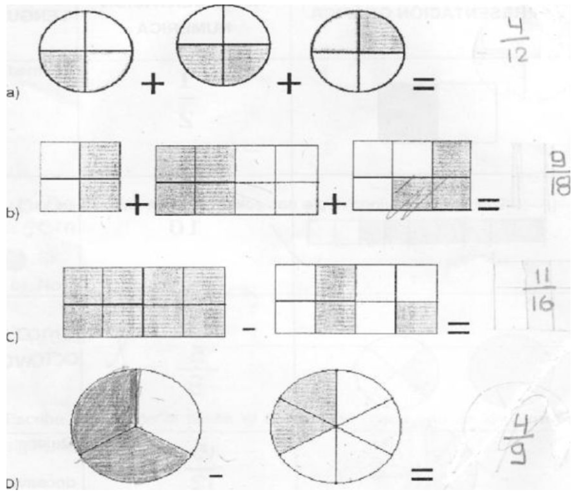
Estudiante 2

Ahora desde la pregunta abierta-¿En *qué y en cuales situaciones de tu vida has utilizado los números fraccionarios?-nos* dimos cuenta que la relación de las fracciones con su entorno inmediato es poca, debido a que, sólo los han utilizado conscientemente en el contexto educativo para la resolución de operaciones entre ellos, además podemos apreciar que su trabajo es muy mecánico y relacionado con la ejercitación. Por otro lado los estudiantes que hablan de ellas fuera del aula de clase las relacionan también desde un sentido utilitarista como por ejemplo en los mandados de la casa, dando cuenta a la vez de la informalidad de las concepciones que tienen de las fracciones en expresiones como: media cuadra, un cuarto de quesito, pero todo ello desvinculado de su aplicación en el aprendizaje de la mismas, por tanto, los lenguajes escolares y los informales se encuentran desvinculados de manera consciente, hecho que impide una formalización desde la enculturación de las concepciones más básicas de las fracciones.



Estudiante 5. Grado séptimo de la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigó

Realiza las siguientes operaciones.



Estudiante 3

De los anteriores ejercicios se puede apreciar que para los estudiantes operar la suma y la resta de manera gráfica es muy complejo, a tal grado que tienen la necesidad de acudir a la representación numérica para poder aplicar lo que saben de fracciones; implicando ello una recurrencia a lo numérico para poder ejecutar el algoritmo que ellos conocen, alejándose consecuentemente sus respuestas de interpretaciones gráficas acordes con lo que se les plantea. Ahora, se puede apreciar que desde la representación de las fracciones en términos numéricos, los estudiantes buscan la relación entre la aplicación del algoritmo y la representación gráfica de fracciones, llevándolos a discriminar detalles importantes como son el número de divisiones que posee la unidad y el tamaño de sus partes entre otras; dedicando su resolución al simple conteo de las partes sombreadas que colocan como el numerador, y el denominador que es el número total de divisiones que poseen todos los elementos del ejercicio, esto pasa más cuando intentan operar las fracciones heterogéneas y menos con las homogéneas, las que tienden a ser resueltas de manera acertada, de todo ello podemos sintetizar que no existe una comprensión y asociación de las diferentes representaciones de las fracciones allí presentes.

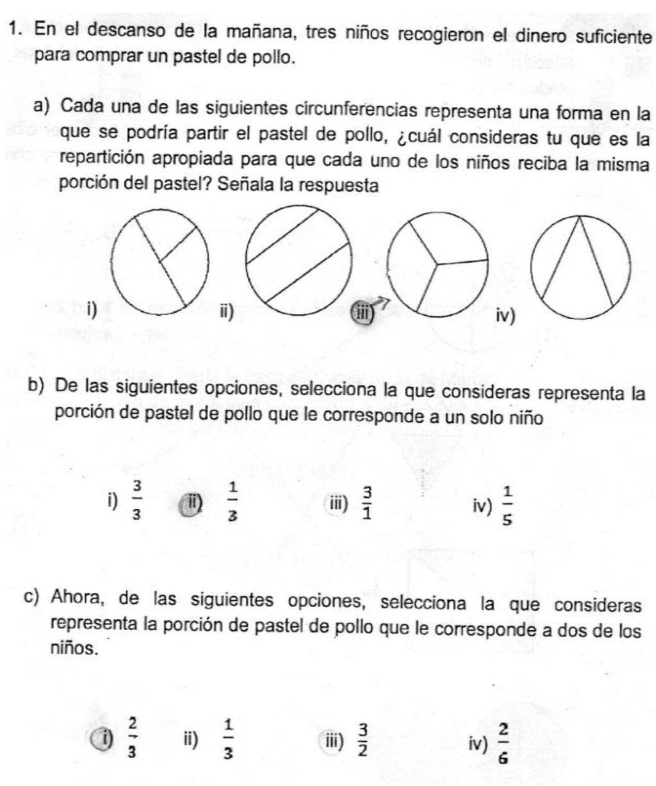
Se ve una tendencia a ejecutar las operaciones muy linealmente, pues vienen de trabajar con los números naturales mucho tiempo y el paso a un nuevo sistema numérico genera discrepancias, es aquí donde la gran dificultad con la operación de las fracciones heterogéneas salta a la vista pues éstas no se trabajan a partir de situaciones lineales, sino que conlleva cierto grado de complejidad con respecto a las homogéneas. De esta manera, para la operación con las fracciones heterogéneas no se reconoce su trabajo algorítmico, a pesar de que los estudiantes saben que son diferentes, no pueden generalizar el cómo se encuentra en número resultante de su operación, y se puede ver en la forma como ellos prefieren no elaborarlos.

Para finalizar se observa como factor común, una fuerte apatía por la resolución de problemas, porque enfrentarse a este tipo de enunciados requiere de un mayor análisis, comprensión, aclaración de los lenguajes matemáticos allí implícitos, además de una lectura más exhaustiva de la situación. Esta conducta se refleja en la mayoría de estudiantes, cuando ni siquiera se toman la molestia de analizarlo según los pasos sugeridos para su resolución; por otro lado los que intentan trabajarlo dejan ver que lo más importante en todos los ítem es encontrar el resultado, menospreciando el filtro en el que se extraen: los datos más importantes del problema la relación de ellos en el enunciado, entre otros. Ahora en la parte en la que se pide resolver el problema, se encuentran ambigüedades para definir lo que hay que hacer, ya que el algoritmo no se encuentra de manera explicita y en lo que están de acuerdo la mayoría es en que allí hay una operación de fracciones; pero desde sus conocimientos no son capaces de dilucidar.

4.3 Guía N.1

Continuando con la categorización que se hace a cada uno de los aspectos de la intervención, tenemos que para la guía número uno se retoman elementos del lenguaje y se hace especial énfasis en la representación, a partir de situaciones en las que se motive al estudiante a encontrar la solución.

En esta guía se pretende iniciar con la utilización de los conocimientos informales de los estudiantes para resolver situaciones hipotéticas comunes, en las que ellos hagan uso de sus criterios personales para representar de diferentes formas las fracciones. Es aquí donde inmiscuimos los intereses personales de quienes resolvían el problema , para que buscaran la forma más equitativa de generar una repartición en una situación que se ve comúnmente en sus descansos, de esta manera, vimos que al introducir una situación tan cotidiana en el ejercicio permitió que lo resolvieran muy bien en su parte numérica y gráfica, incluso realizaron una suma de fracciones homogéneas no explicita sin plantear el algoritmo como vemos en los siguientes ejemplos.


1. En el descanso de la mañana, tres niños recogieron el dinero suficiente para comprar un pastel de pollo.

a) Cada una de las siguientes circunferencias representa una forma en la que se podría partir el pastel de pollo, ¿cuál consideras tu que es la repartición apropiada para que cada uno de los niños reciba la misma porción del pastel? Señala la respuesta

i) ii) iii) iv)

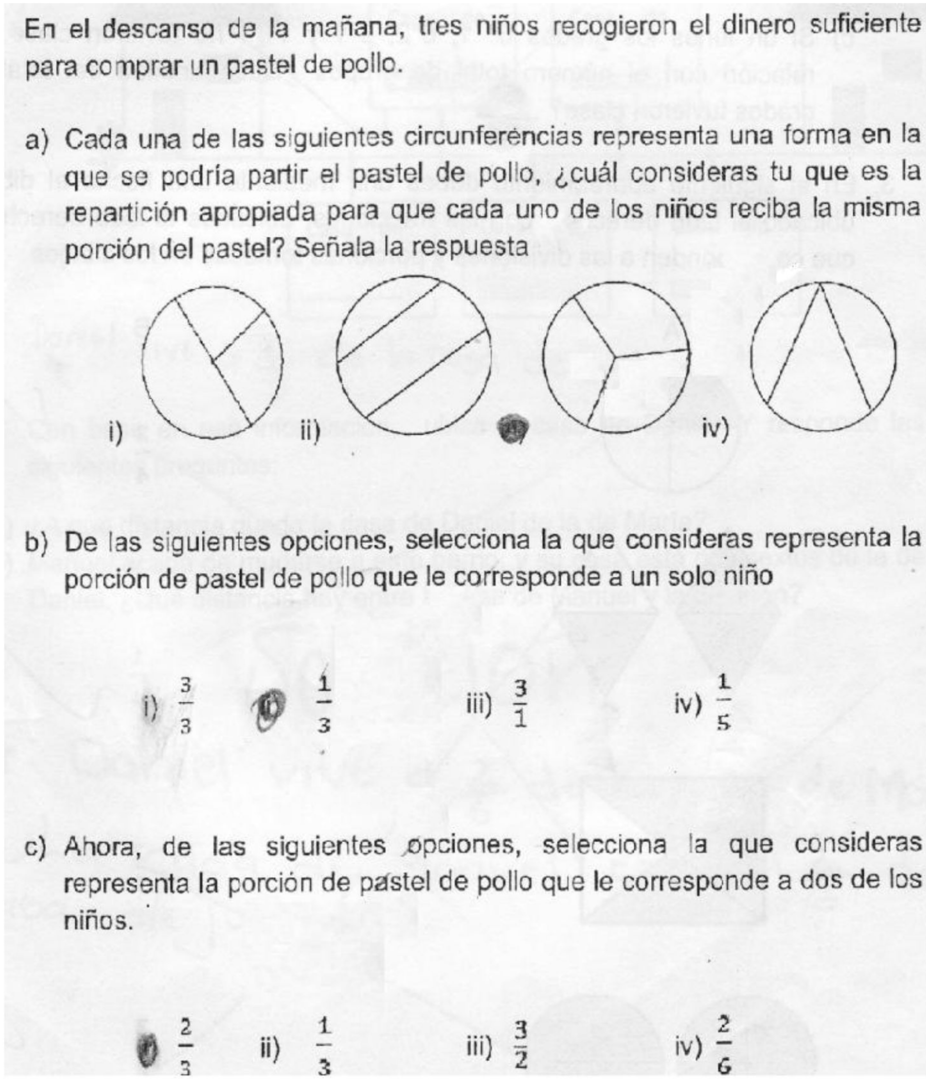
b) De las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a un solo niño

i) $\frac{3}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{1}$ iv) $\frac{1}{5}$

c) Ahora, de las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a dos de los niños.

i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{2}$ iv) $\frac{2}{6}$

Estudiante 37



En el descanso de la mañana, tres niños recogieron el dinero suficiente para comprar un pastel de pollo.

a) Cada una de las siguientes circunferencias representa una forma en la que se podría partir el pastel de pollo, ¿cuál consideras tu que es la repartición apropiada para que cada uno de los niños reciba la misma porción del pastel? Señala la respuesta

i) ii) iv)

b) De las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a un solo niño

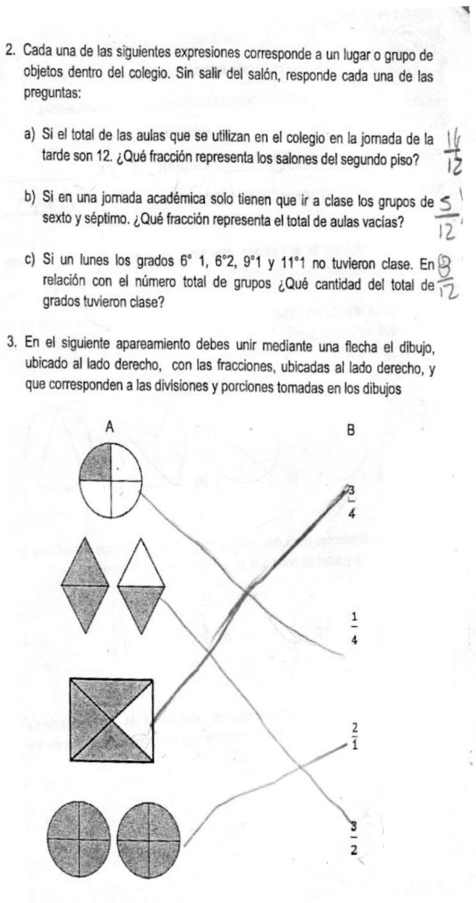
i) $\frac{3}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{1}$ iv) $\frac{1}{5}$

c) Ahora, de las siguientes opciones, selecciona la que consideras representa la porción de pastel de pollo que le corresponde a dos de los niños.

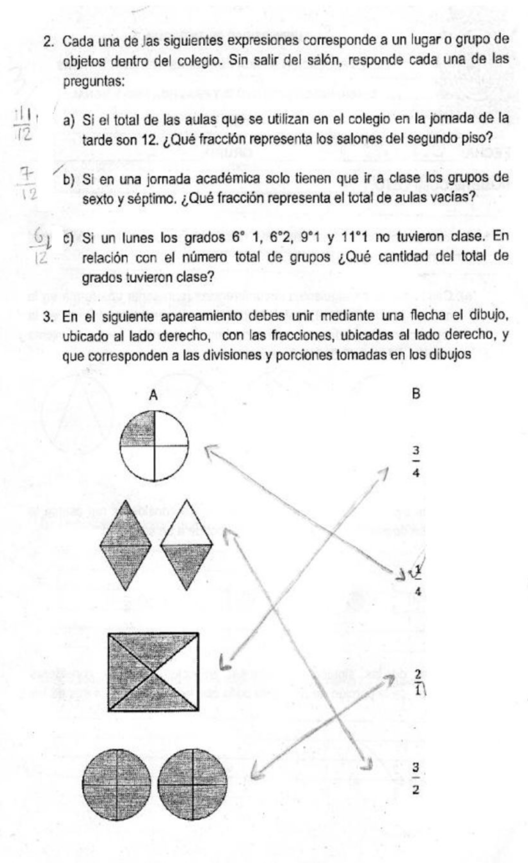
$\frac{2}{3}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{3}{2}$ iv) $\frac{2}{6}$

Estudiante 37

Para el diseño de estas pruebas nos apoyamos en algunas situaciones hipotéticas que se podrían presentar en el contexto del colegio y de esta manera llevarlos a interpretar los lenguajes implícitos en éstas situaciones, a expresiones que representen numéricamente lo que allí se encuentra relacionado con las fracciones.



Estudiante 20

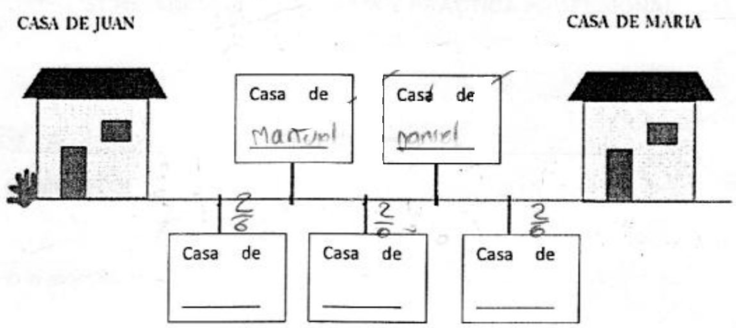


Estudiante 3

Luego de generar estas situaciones más particulares y comunes para ellos, pueden a través de apareamientos conectar muy acertadamente la representación numérica con la representación gráfica, incluso presentan a diferencia de la prueba inicial, cierta facilidad para representar las fracciones impropias.

Esta prueba también nos permitió comprobar que trabajar la representación por medio de situaciones más comunes y aplicables a su realidad, facilitan la interpretación de las mismas, incluso alejándolos de las representaciones canónicas de las fracciones y haciéndola más comprensibles; sin embargo continua un énfasis en la búsqueda de representación numérica para producir explicaciones de lo que hacen, como vemos en las siguientes argumentaciones de las repuestas de los estudiantes

4. Entre la casa de Juan y la casa de María, se encuentra ubicada la casa de Daniel. Como lo puedes observar en el dibujo, la distancia que hay entre las dos casas está dividida en sextos y lo único que sabemos es que la casa de Daniel está a dos tercios de la casa de Juan

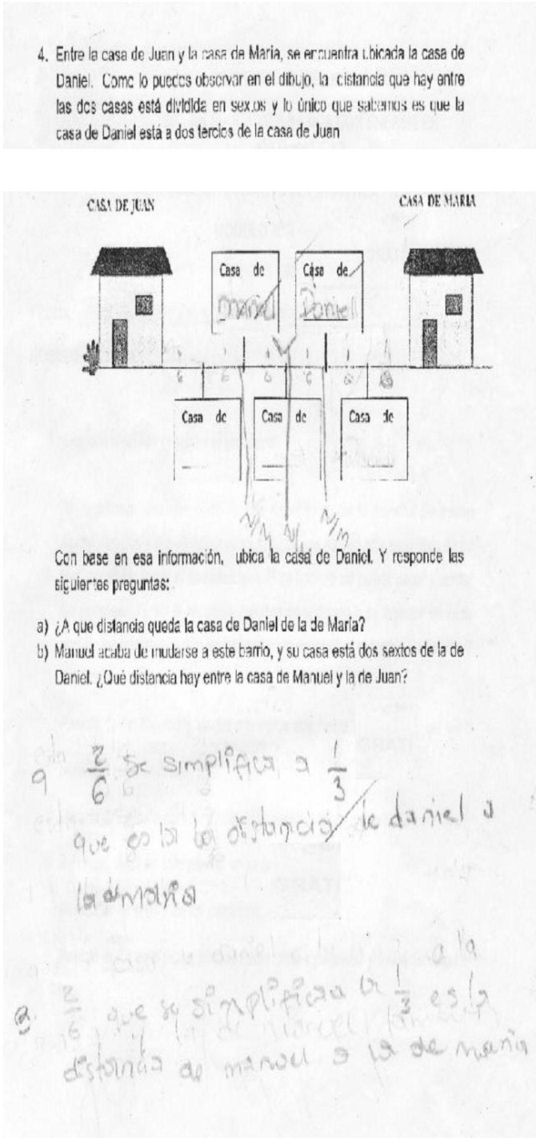


Con base en esa información, ubica la casa de Daniel. Y responde las siguientes preguntas:

a) ¿A que distancia queda la casa de Daniel de la de María?
b) Manuel acaba de mudarse a este barrio, y su casa está dos sextos de la de Daniel. ¿Qué distancia hay entre la casa de Manuel y la de Juan?

Como la casa de juan esta en distancia de sextos de la de maria la casa de Daniel esta a $\frac{2}{6}$ de la de mario y a $\frac{2}{6}$ de la de manuel y a $\frac{4}{6}$ de la ~~de~~ juan y manuel esta a $\frac{2}{6}$ de la casa de juan -

Estudiante 5

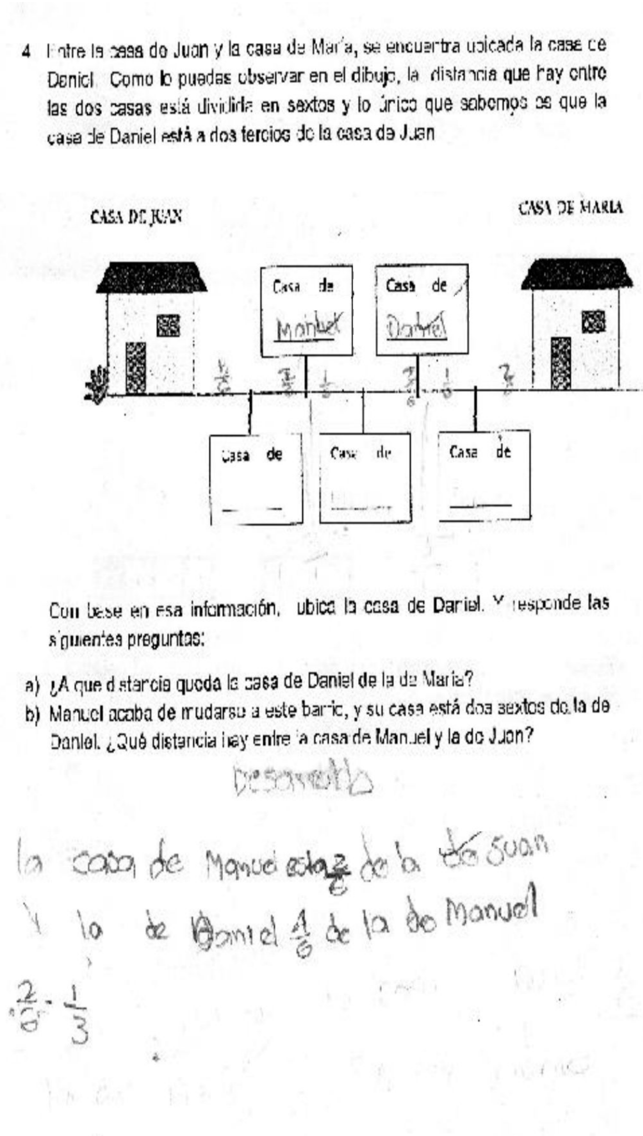


4. Entre la casa de Juan y la casa de María, se encuentra ubicada la casa de Daniel. Como lo puedes observar en el dibujo, la distancia que hay entre las dos casas está dividida en sextos y lo único que sabemos es que la casa de Daniel está a dos tercios de la casa de Juan

Con base en esa información, ubica la casa de Daniel. Y responde las siguientes preguntas:

a) ¿A que distancia queda la casa de Daniel de la de María?
b) Manuel acaba de mudarse a este barrio, y su casa está dos sextos de la de Daniel. ¿Qué distancia hay entre la casa de Manuel y la de Juan?

Estudiante 2



4. Entre la casa de Juan y la casa de María, se encuentra ubicada la casa de Daniel. Como lo puedes observar en el dibujo, la distancia que hay entre las dos casas está dividida en sextos y lo único que sabemos es que la casa de Daniel está a dos tercios de la casa de Juan

Con base en esa información, ubica la casa de Daniel. Y responde las siguientes preguntas:

a) ¿A que distancia queda la casa de Daniel de la de María?
b) Manuel acaba de mudarse a este barrio, y su casa está dos sextos de la de Daniel. ¿Qué distancia hay entre la casa de Manuel y la de Juan?

Estudiante 20

4.4 Guía N.2

En términos generales, con esta guía se proponen actividades encaminadas a las lecturas e interpretaciones personales de enunciados verbales, en el contexto de las fracciones, una guía donde se consolida el tema de la representación y los jóvenes se adecúen e la estrategia de resolución de problemas.

En la estructura de esta situación, postulamos un contexto donde el manejo eficiente de las operaciones con fracciones ayudaría a facilitarle las cuentas a un conductor de bus, hecho que se convierte en un pretexto para inmiscuirlos en la resolución de dicho problema, ya que los estudiantes ven este escenario muy a menudo en su informalidad. A pesar, de que la situación nos deja ver una mejora en la solución de la misma, se aprecia en las respuestas generadas una muy mala lectura pues la argumentación y la interpretación de los enunciados con su respectiva representación numérica es facilista, además se dedican a resaltar los datos del problema de manera superficial ó casi literal, de esta manera en la extracción de los datos más importantes y de la pregunta principal a la que se le debe dar respuesta al problema, no hacen el filtro necesario para encontrar las repuestas requeridas.

Como en puntos anteriores, este ejercicio plantea un nivel más alto de complejidad porque no se presenta de manera textual el algoritmo que deben aplicar para hallar la conclusión, sino que requiere del trabajo continuo y comprensivo por parte del estudiante, lo cual "genera pereza" en quienes se enfrentan a éste problema. La mayoría de los niños que se dan a la tarea de leer un poco el enunciado descubren de manera intuitiva, que las operaciones allí implícitas tienen estrecha relación con la suma y la resta de fracciones, sin embargo no le pueden dar una buena interpretación a que tipo de fracción se alude, puesto que la unidad de referencia se cambia constantemente, lo que como podemos ver en los siguientes ejemplos le causa dificultades para nuestros estudiantes.

a) ¿Cuáles son los datos más importantes que te proporciona el problema?

R/= los problemas del ejercisio
los 7 pasajero y inicial y las paradas

b) ¿Qué es lo que te están preguntando o pidiendo que hagas en, el problema?

R/= sumas y restas inicia

c) Solo con leer el problema ¿Cuántas personas hay en este momento en el bus?

en este problema hay 7 personas

d) Describe con tus palabras el procedimiento mediante el cual solucionarías el problema

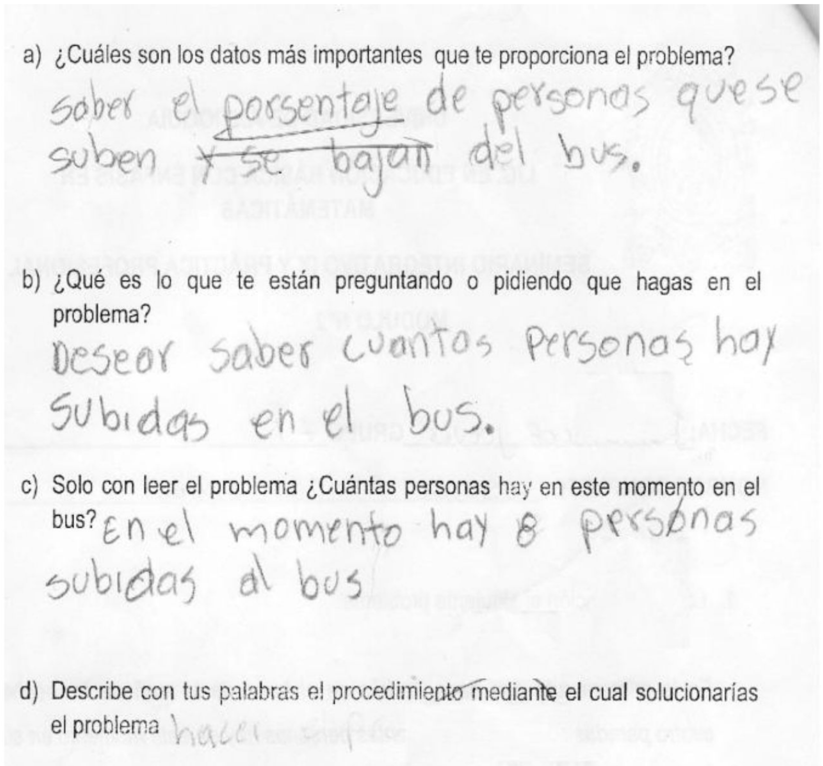
e) Desarrolla el procedimiento necesario para resolver el problema

R/= D:) restos de los 7 pasajeros
los que se bajaron en la primera parada
y sumo los que subieron

en la primera parada se suma
en la tercera se resta
en la cuarta suma

prim parada	seg parada	terc parada	cuart pa
7	4		
-3	$+4$	-18	$+17$
		1	4
4	8	17	21

Estudiante 3

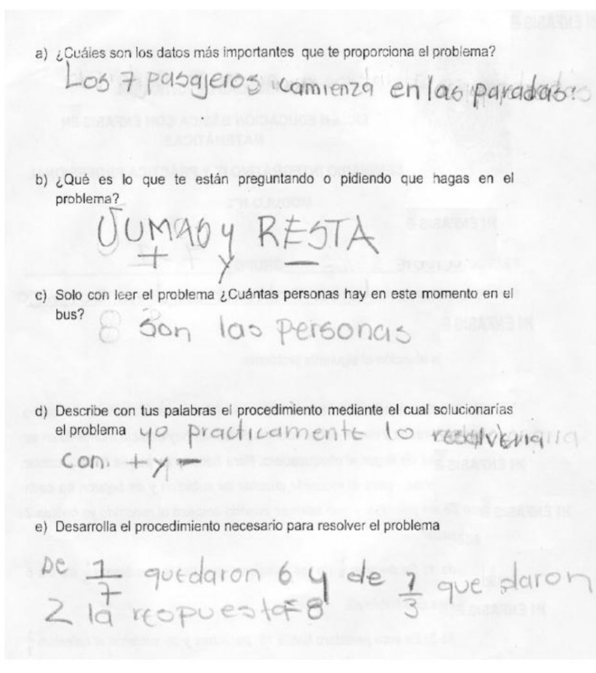

a) ¿Cuáles son los datos más importantes que te proporciona el problema?
sabe el porsentaje de personas quese suben ~~y se bajan~~ del bus.

b) ¿Qué es lo que te están preguntando o pidiendo que hagas en el problema?
Desear saber cuantos personas hay subidas en el bus.

c) Solo con leer el problema ¿Cuántas personas hay en este momento en el bus? En el momento hay 8 persònas subidas al bus

d) Describe con tus palabras el procedimiento mediante el cual solucionarías el problema hacer

Estudiante 5


a) ¿Cuáles son los datos más importantes que te proporciona el problema?
Los 7 pasajeros camienza en las paradas.

b) ¿Qué es lo que te están preguntando o pidiendo que hagas en el problema?
Sumas y RESTA
+ y −

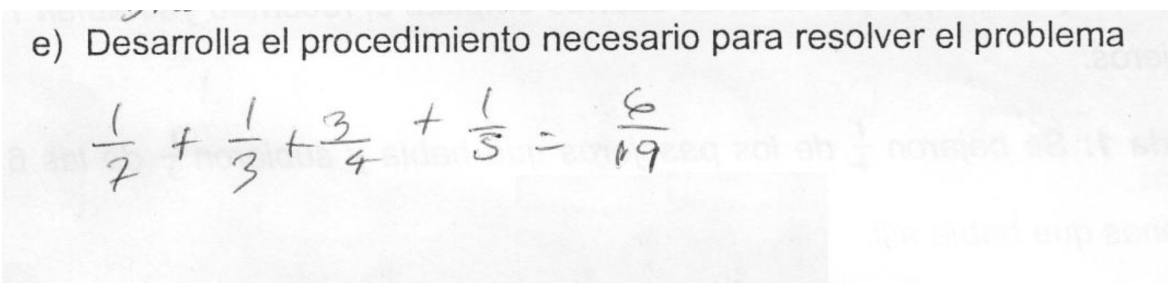
c) Solo con leer el problema ¿Cuántas personas hay en este momento en el bus? 8 son las personas

d) Describe con tus palabras el procedimiento mediante el cual solucionarías el problema yo practicamente lo resolveria con + y −

e) Desarrolla el procedimiento necesario para resolver el problema
De $\frac{1}{7}$ quedaron 6 y de $\frac{1}{3}$ que daron 2 la respuesta 8

Estudiante 37

Para concluir podemos ver grandes diferencias entre el trabajo realizado por los estudiantes en la guía uno y la dos, ya que hay más trabajo de parte de ellos, puesto que intentaron darle una respuesta según sus interpretaciones personales del ejercicio, permitiendo encontrar que cuando los estudiantes se van por la aplicación del algoritmo de suma y resta para hallar el número total de personas que hay en el bus, se les dificulta encontrar acertadamente la respuesta, por el contrario cuando los estudiantes partían del análisis subjetivo de los datos y miraban el problema más allá de la simple aplicación del algoritmo, encontraban salidas más acordes y cercanas a una respuesta veraz a la situación que se le presenta al conductor del bus. Ahora, como en las conclusiones anteriores, se ve la persistencia en la aplicación de métodos lineales para sumar y restar fracciones sin importar el tipo de fracción que se este trabajando, solo se limitan a sumar las cantidades numéricas que literalmente se expresan en el enunciado y de la suma y resta de dichas cantidades obtienen el resultado, los que aplican el algoritmo para adicionar o restar fracciones en su mayoría no tienen una formalización de éstos, evidenciándose en la aplicación mecánica y sin sentido de los mismos.


e) Desarrolla el procedimiento necesario para resolver el problema

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{6}{19}$$

Estudiante 2

4.5 Guía N.3

Luego de trabajar la resolución de problemas de manera tan específica, iniciamos con la representación de los algoritmos de suma y resta de fracciones. Para la interpretación de las preguntas de esta guía, les facilitamos a los estudiantes unas figuras tangibles, de forma circular, que les ayudarían a representar las diferentes opciones de los manteles del enunciado, simulando sus divisiones y respectivos colores.

Mientras los estudiantes trabajaban, se pudo concluir que el uso de éstos materiales, facilitó en ellos una mayor concentración y vinculación activa con la búsqueda de las formas que dieran repuesta a cada una de las situaciones que se plantean y llegar finalmente a su solución.

Cuando se inicia con la combinación de los retazos de mantel en diferentes colores, la mayoría de los estudiantes reconocen muy bien el tipo de operación que indica el problema, cuando se habla de ***unión,*** debido a que le dan correspondencia a esta palabra con la suma, en específico de fracciones; además reconocen que la suma de ambas cantidades no se hace de manera lineal y por el contrario algunos hacen la elección de las operaciones que allí presentamos, y se relacionan con el producto cruzado de numeradores y denominadores sobre el producto de los denominadores, sin embargo no analizan concienzudamente las operaciones y dejan pasar algunos errores; por el contrario, los que hacen la escogencia de la forma estandarizada que se les presentó en clases anteriores le pueden dar una solución acertada a dicha situación, ya que de hacen el filtro de cuál de las posibles respuestas es la correcta y sólo se necesitan desarrollar las operaciones que están sin resolver y de allí obtienen la solución.

1. Si inicialmente doña Martha solo ha unido un pedazo del mantel de color rosado con otro de color azul ¿Cuál consideras que es el procedimiento más apropiado que ella usaría para saber cuanto suman los dos pedazos de ese nuevo mantel?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{13}=\frac{2+13}{26}$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1+1}{2+4}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{(4x1)+(1x1)}{2x4}$

d) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{[(4\div 2)x1]+[(4\div 4)x1]}{4}\frac{3}{4}$

Estudiante 20

1. Si inicialmente doña Martha solo ha unido un pedazo del mantel de color rosado con otro de color azul ¿Cuál consideras que es el procedimiento más apropiado que ella usaría para saber cuanto suman los dos pedazos de ese nuevo mantel?

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{13}=\frac{2+13}{26}$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1+1}{2+4}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{(4x1)+(1x1)}{2x4}=6$

d) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{[(4\div 2)x1]+[(4\div 4)x1]}{4}=2+1$

Estudiante 1

Vemos de nuevo que los estudiantes hacen una buena lectura, pues realizan las respectivas asociaciones del enunciado verbal con su equivalente representación algorítmica, de manera que no sólo saben que la operación allí presente es una resta adjunta con una suma de fracciones heterogéneas, sino que desprecian los enunciados muy similares que no muestran ciertamente el proceso formal que se debe llevar a cabo para solucionarla.

Imagen: *Estudiantes trabajando en la guía número tres.*

Gracias a las figuras circulares que asemejan los manteles, los estudiantes pueden generar interpretaciones más acordes, debido a que recrean el proceso análogo que hacía doña Martha con las tortas fraccionarias. En estas interpretaciones, se observa la inclinación de la mayoría de los estudiantes a elegir acertadamente el numeral que mejor representaba el proceso algorítmico de ésta situación, por ello a una buena elección del algoritmo, se hacen presentes unas buenas respuestas en representación numéricas.

3. Doña Martha, para complacer a su hijo, diseñó un mantel que lleva los colores emblemáticos de su equipo de fútbol favorito (Nacional) con dos trozos blancos y uno verde, pero, dichos trozos no fueron suficientes para completar el mantel y fue necesario utilizar tela negra adicional. ¿cuál de los siguientes procedimientos consideras es el más apropiado para indicarle a doña Martha el trozo de tela negra que debe cortar?

a) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(10)+(3)}{3x5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{13}{15}=\frac{15-13}{15}=\frac{2}{15}$

b) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$ $\frac{2}{7}$

c) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$ $\frac{-}{7}$

d) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{(1x3x5)-(2x1x5)+(1x1x3)}{1x3x5}$

4. Con base en la información del numeral 3, ¿cuál fracción equivale al pedazo de tela negra?

a) $\frac{2}{26}$ b) $\frac{4}{31}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{2}{7}$

Estudiante 20

3. Doña Martha, para complacer a su hijo, diseñó un mantel que lleva los colores emblemáticos de su equipo de fútbol favorito (Nacional) con dos trozos blancos y uno verde, pero, dichos trozos no fueron suficientes para completar el mantel y fue necesario utilizar tela negra adicional. ¿cuál de los siguientes procedimientos consideras es el más apropiado para indicarle a doña Martha el trozo de tela negra que debe cortar?

a) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(10)+(3)}{3x5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{13}{15}=\frac{15-13}{15}$

b) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$

c) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{1}-\left[\frac{(2)+(1)}{3+5}\right]=\frac{1}{1}-\frac{3}{8}=\frac{1-3}{1-8}$

d) $\frac{1}{1}-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)=\frac{(1x3x5)-(2x1x5)+(1x1x3)}{1x3x5}$

4. Con base en la información del numeral 3, ¿cuál fracción equivale al pedazo de tela negra?

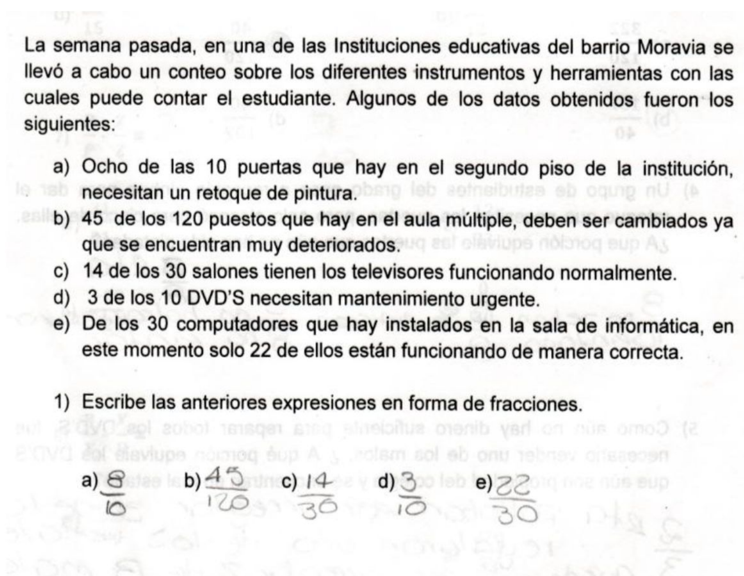
a) $\frac{2}{26}$ b) $\frac{4}{31}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{2}{7}$

Estudiante 37

Un factor común en los estudiantes es desarrollar todos los puntos en los que se presenta el proceso de manera explicita, por el contrario en las dos últimas situaciones en las que el estudiante debía elaborar de manera más personal las soluciones; no se generaron casi respuestas y preferían dejar los espacios vacios, ya que su elaboración los conducía a mayores niveles de trabajo en cuanto a la interpretación; dejándonos ver muestra de esa tendencia de los estudiantes a delegar las tareas a terceros por la comodidad que esto implica y como valor agregado a ello, en estos puntos debían hacer notoria la argumentación de lo que hacían en todo el trabajo, lo cual fue muy complicado ya que relacionan las matemáticas con las representaciones numéricas y poco las trabajan desde otros ámbitos, por ejemplo desde la escritura.

4.6 Guía 4

En esta guía buscabamos que representaran numéricamente algunas situaciones del contexto educativo, gracias a ello se pudo notar que los estudiantes poseen facilidad para hacer la asociación de la parte literal con la numérica, puesto que acertadamente todos pudieron expresar en forma de número fraccionario las cinco situaciones del enunciado, como podemos ver en los siguientes casos:


La semana pasada, en una de las Instituciones educativas del barrio Moravia se llevó a cabo un conteo sobre los diferentes instrumentos y herramientas con las cuales puede contar el estudiante. Algunos de los datos obtenidos fueron los siguientes:

a) Ocho de las 10 puertas que hay en el segundo piso de la institución, necesitan un retoque de pintura.
b) 45 de los 120 puestos que hay en el aula múltiple, deben ser cambiados ya que se encuentran muy deteriorados.
c) 14 de los 30 salones tienen los televisores funcionando normalmente.
d) 3 de los 10 DVD'S necesitan mantenimiento urgente.
e) De los 30 computadores que hay instalados en la sala de informática, en este momento solo 22 de ellos están funcionando de manera correcta.

1) Escribe las anteriores expresiones en forma de fracciones.

a) $\frac{8}{10}$ b) $\frac{45}{120}$ c) $\frac{14}{30}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{22}{30}$

Estudiante 26

La semana pasada, en una de las Instituciones educativas del barrio Moravia se llevó a cabo un conteo sobre los diferentes instrumentos y herramientas con las cuales puede contar el estudiante. Algunos de los datos obtenidos fueron los siguientes:

a) Ocho de las 10 puertas que hay en el segundo piso de la institución, necesitan un retoque de pintura.
b) 45 de los 120 puestos que hay en el aula múltiple, deben ser cambiados ya que se encuentran muy deteriorados.
c) 14 de los 30 salones tienen los televisores funcionando normalmente.
d) 3 de los 10 DVD'S necesitan mantenimiento urgente.
e) De los 30 computadores que hay instalados en la sala de informática, en este momento solo 22 de ellos están funcionando de manera correcta.

1) Escribe las anteriores expresiones en forma de fracciones.

a) $\frac{8}{10}$ b) $\frac{45}{120}$ c) $\frac{14}{30}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{22}{30}$

Estudiante 15

La semana pasada, en una de las Instituciones educativas del barrio Moravia se llevó a cabo un conteo sobre los diferentes instrumentos y herramientas con las cuales puede contar el estudiante. Algunos de los datos obtenidos fueron los siguientes:

a) Ocho de las 10 puertas que hay en el segundo piso de la institución, necesitan un retoque de pintura.
b) 45 de los 120 puestos que hay en el aula múltiple, deben ser cambiados ya que se encuentran muy deteriorados.
c) 14 de los 30 salones tienen los televisores funcionando normalmente.
d) 3 de los 10 DVD'S necesitan mantenimiento urgente.
e) De los 30 computadores que hay instalados en la sala de informática, en este momento solo 22 de ellos están funcionando de manera correcta.

1) Escribe las anteriores expresiones en forma de fracciones.

a) $\frac{8}{10}$ b) $\frac{45}{120}$ c) $\frac{14}{30}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{22}{30}$

Estudiante 3

También podemos ver que las sumas y restas de fracciones se desarrollan más eficientemente, gracias a que las situaciones que se proponen permiten a los estudiantes elaborar más intuitivamente dichas operaciones, de esta manera percibimos que para llegar a buenos resultados los estudiantes no necesitan representar numéricamente el algoritmo, ya que los procesos formales que intervienen en la consecución de las respuestas, no son necesarios hacerlos explícitos y esto se ve reflejado en las respuestas puntuales de los estudiantes. Sin embargo y adulando ésta capacidad que dejaron ver en toda la intervención, es relevante resaltar el hecho que no concreten muchos aspectos importantes de los enunciados, hace que encuentren problemas con la definición de la unidad de división sobre la que se está trabajando y consecuentemente contribuye a superfluas y erróneas interpretaciones del contexto de la situación, hecho que se hace notorio en gran parte de las respuestas analizadas.

En cada una de las siguientes situaciones se presentan un conjunto de opciones de las cuales debes *seleccionar solo una y recuerda escribir el procedimiento* que corresponda a la respuesta correcta a cada una de las preguntas o situaciones.

2) **Por el momento necesitamos saber: ¿cuánto suman la porción del total de televisores que *no* funcionan y la porción del total de DVD'S que *necesitan mantenimiento*?**

a) $\frac{25}{30}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{23}{3}$ d) $\frac{2}{7}$

$\frac{16}{30}+\frac{3}{10}=\frac{160+90}{300}=\frac{250}{300}$ 25 / 250 / 300 / 150 / 30

3) **Ahora necesitamos conocer cuanto suman todas las porciones de los objetos mencionados, que se encuentran deteriorados o que necesitan ser reemplazados. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponden con el resultado de la suma?**

a) $\frac{322}{120}$ c) $\frac{40}{120}$

b) $\frac{107}{40}$ d) $\frac{40}{107}$

4) **Un grupo de estudiantes del grado once a recogido pintura para dar el retoque que necesitan las puertas, pero solo alcanzó para cinco de ellas. ¿A que porción equivale las puertas que aún no han sido pintadas?**

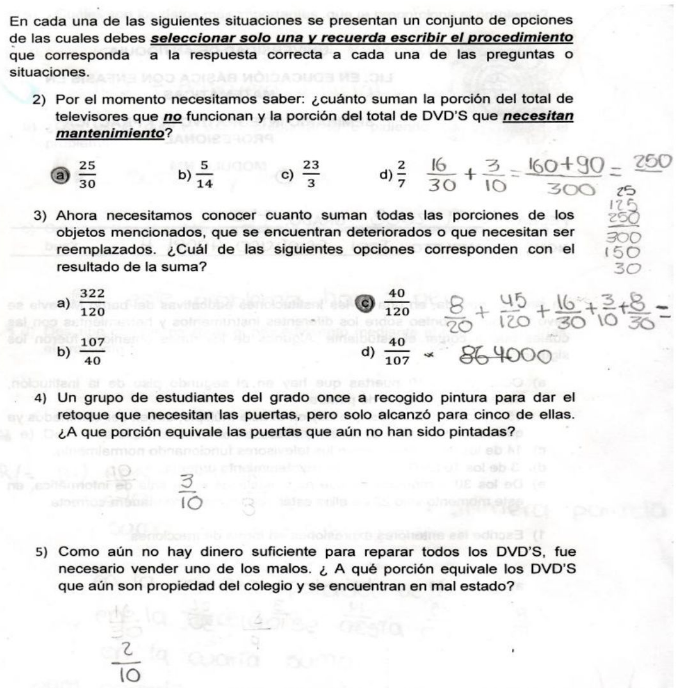
$\frac{3}{8}$ rta

$\frac{8}{10}$ no se han pintado $\frac{5}{8}$ se pintaron $\frac{3}{8}$ no halcanzaron ha pintar

5) **Como aún no hay dinero suficiente para reparar todos los DVD'S, fue necesario vender uno de los malos. ¿ A qué porción equivale los DVD'S que aún son propiedad del colegio y se encuentran en mal estado?**

$\frac{2}{3}$ rta faltaban por arreglar 3 de 10 regalaron uno de los malos quedaron por arreglar 2 de 3 malos

Estudiante 26



En cada una de las siguientes situaciones se presentan un conjunto de opciones de las cuales debes ***seleccionar solo una y recuerda escribir el procedimiento*** que corresponda a la respuesta correcta a cada una de las preguntas o situaciones.

2) Por el momento necesitamos saber: ¿cuánto suman la porción del total de televisores que ***no*** funcionan y la porción del total de DVD'S que ***necesitan mantenimiento***?

a) $\frac{25}{30}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{23}{3}$ d) $\frac{2}{7}$ $\frac{16}{30}+\frac{3}{10}=\frac{160+90}{300}=\frac{250}{300}$

3) Ahora necesitamos conocer cuanto suman todas las porciones de los objetos mencionados, que se encuentran deteriorados o que necesitan ser reemplazados. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponden con el resultado de la suma?

a) $\frac{322}{120}$ c) $\frac{40}{120}$ $\frac{8}{20}+\frac{45}{120}+\frac{16}{30}+\frac{3}{10}+\frac{8}{30}=$

b) $\frac{107}{40}$ d) $\frac{40}{107}$ 864000

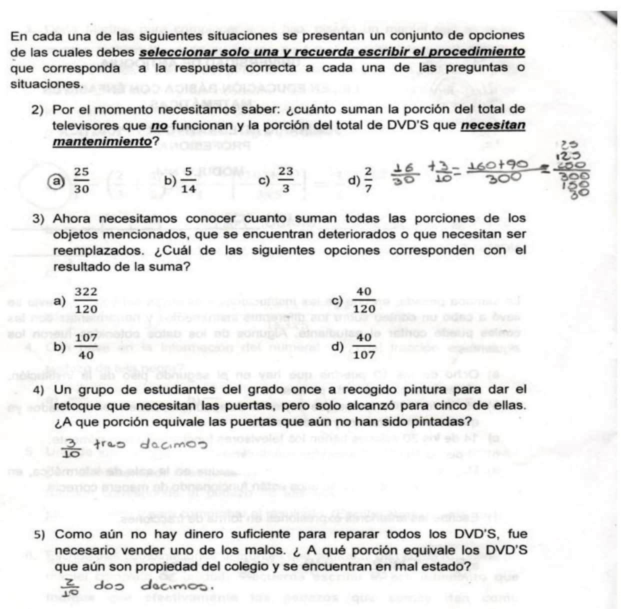
4) Un grupo de estudiantes del grado once a recogido pintura para dar el retoque que necesitan las puertas, pero solo alcanzó para cinco de ellas. ¿A que porción equivale las puertas que aún no han sido pintadas?

$\frac{3}{10}$

5) Como aún no hay dinero suficiente para reparar todos los DVD'S, fue necesario vender uno de los malos. ¿ A qué porción equivale los DVD'S que aún son propiedad del colegio y se encuentran en mal estado?

$\frac{2}{10}$

Estudiante 3



En cada una de las siguientes situaciones se presentan un conjunto de opciones de las cuales debes ***seleccionar solo una y recuerda escribir el procedimiento*** que corresponda a la respuesta correcta a cada una de las preguntas o situaciones.

2) Por el momento necesitamos saber: ¿cuánto suman la porción del total de televisores que ***no*** funcionan y la porción del total de DVD'S que ***necesitan mantenimiento***?

a) $\frac{25}{30}$ b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{23}{3}$ d) $\frac{2}{7}$ $\frac{16}{30}+\frac{3}{10}=\frac{160+90}{300}=\frac{250}{300}$

3) Ahora necesitamos conocer cuanto suman todas las porciones de los objetos mencionados, que se encuentran deteriorados o que necesitan ser reemplazados. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponden con el resultado de la suma?

a) $\frac{322}{120}$ c) $\frac{40}{120}$

b) $\frac{107}{40}$ d) $\frac{40}{107}$

4) Un grupo de estudiantes del grado once a recogido pintura para dar el retoque que necesitan las puertas, pero solo alcanzó para cinco de ellas. ¿A que porción equivale las puertas que aún no han sido pintadas?

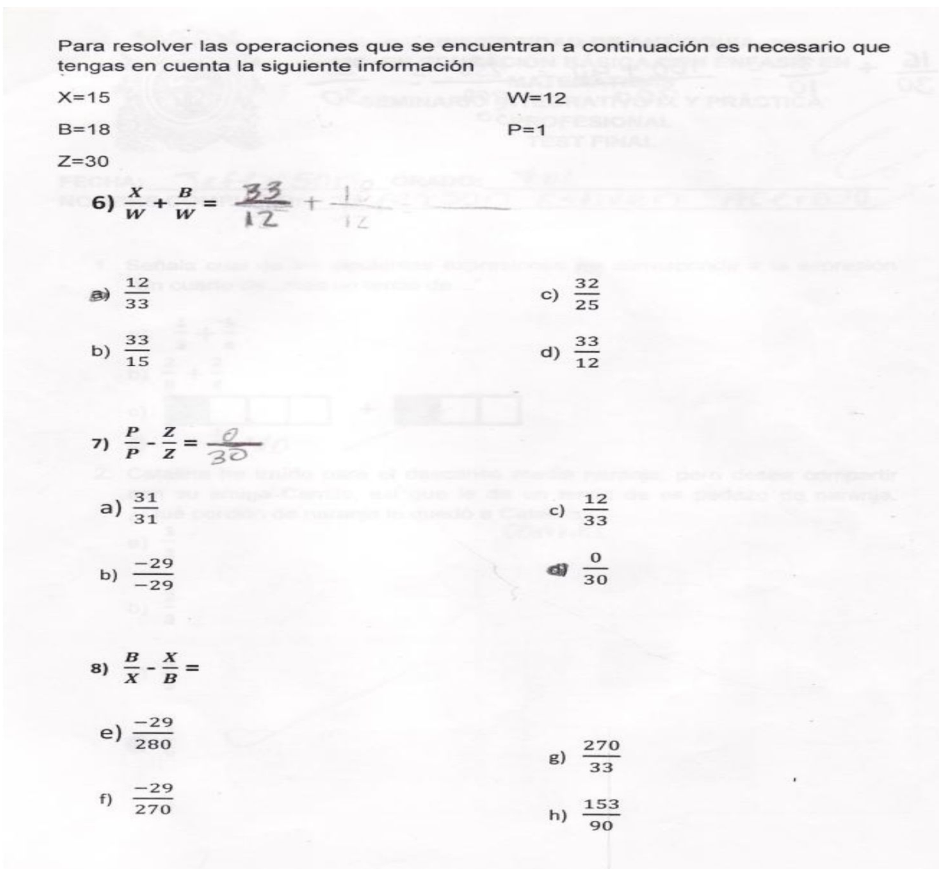
$\frac{3}{10}$ tres dacimos

5) Como aún no hay dinero suficiente para reparar todos los DVD'S, fue necesario vender uno de los malos. ¿ A qué porción equivale los DVD'S que aún son propiedad del colegio y se encuentran en mal estado?

$\frac{2}{10}$ dos dacimos.

Estudiante 20

Al final de la guía, presentamos un ejercicio en el que se debería hacer el reemplazo de unos valores determinados. Continuando en la misma vía de solución los estudiantes resolvieron fácilmente aquellos ejercicios en los que las operaciones implicaban operar con fracciones homogéneas, en cambio cuando encontraban operaciones con heterogéneas, muchos optaban por no resolverlas, vemos en esta parte una gran diferencia con la guía anterior en la que la operación planteada se resolvía por medio del análisis de la situación que se presentaba en el ejercicio, por ello, presentar la suma y la resta de fracciones desvinculadas de contextos significativos fomenta más la apatía en los estudiantes.



Para resolver las operaciones que se encuentran a continuación es necesario que tengas en cuenta la siguiente información

X=15 W=12

B=18 P=1

Z=30

6) $\frac{X}{W} + \frac{B}{W} = \frac{33}{12} + \frac{1}{12}$

a) $\frac{12}{33}$ c) $\frac{32}{25}$

b) $\frac{33}{15}$ d) $\frac{33}{12}$

7) $\frac{P}{P} - \frac{Z}{Z} = \frac{0}{30}$

a) $\frac{31}{31}$ c) $\frac{12}{33}$

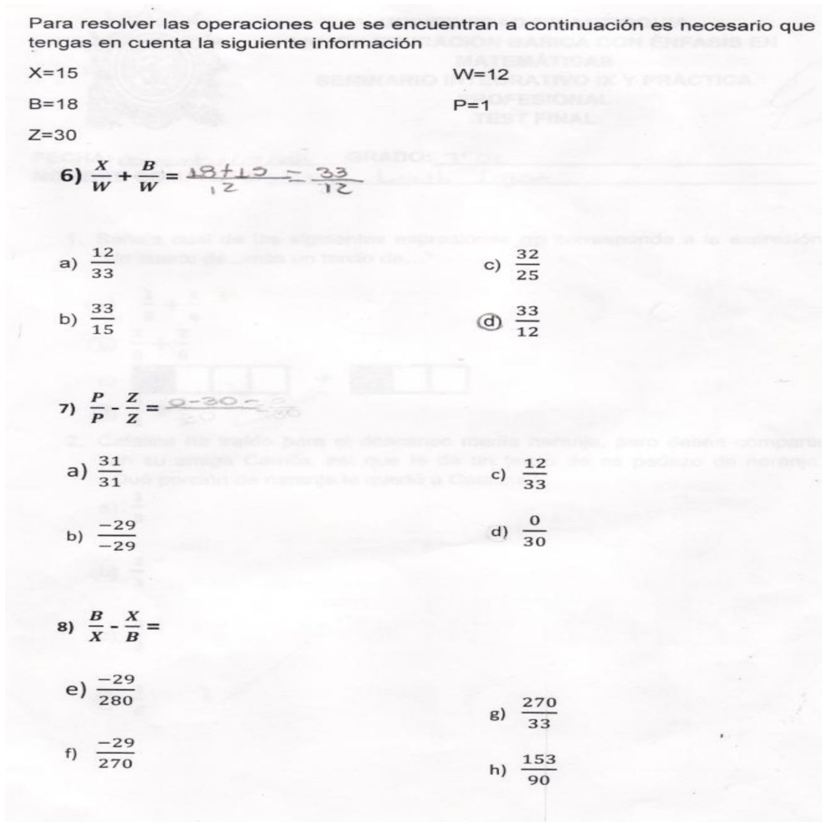
b) $\frac{-29}{-29}$ d) $\frac{0}{30}$

8) $\frac{B}{X} - \frac{X}{B} =$

e) $\frac{-29}{280}$ g) $\frac{270}{33}$

f) $\frac{-29}{270}$ h) $\frac{153}{90}$

Estudiante 1



Para resolver las operaciones que se encuentran a continuación es necesario que tengas en cuenta la siguiente información

X=15 W=12

B=18 P=1

Z=30

6) $\frac{X}{W} + \frac{B}{W} = \frac{18+15}{12} = \frac{33}{12}$

a) $\frac{12}{33}$ c) $\frac{32}{25}$

b) $\frac{33}{15}$ d) $\frac{33}{12}$

7) $\frac{P}{P} - \frac{Z}{Z} =$

a) $\frac{31}{31}$ c) $\frac{12}{33}$

b) $\frac{-29}{-29}$ d) $\frac{0}{30}$

8) $\frac{B}{X} - \frac{X}{B} =$

e) $\frac{-29}{280}$ g) $\frac{270}{33}$

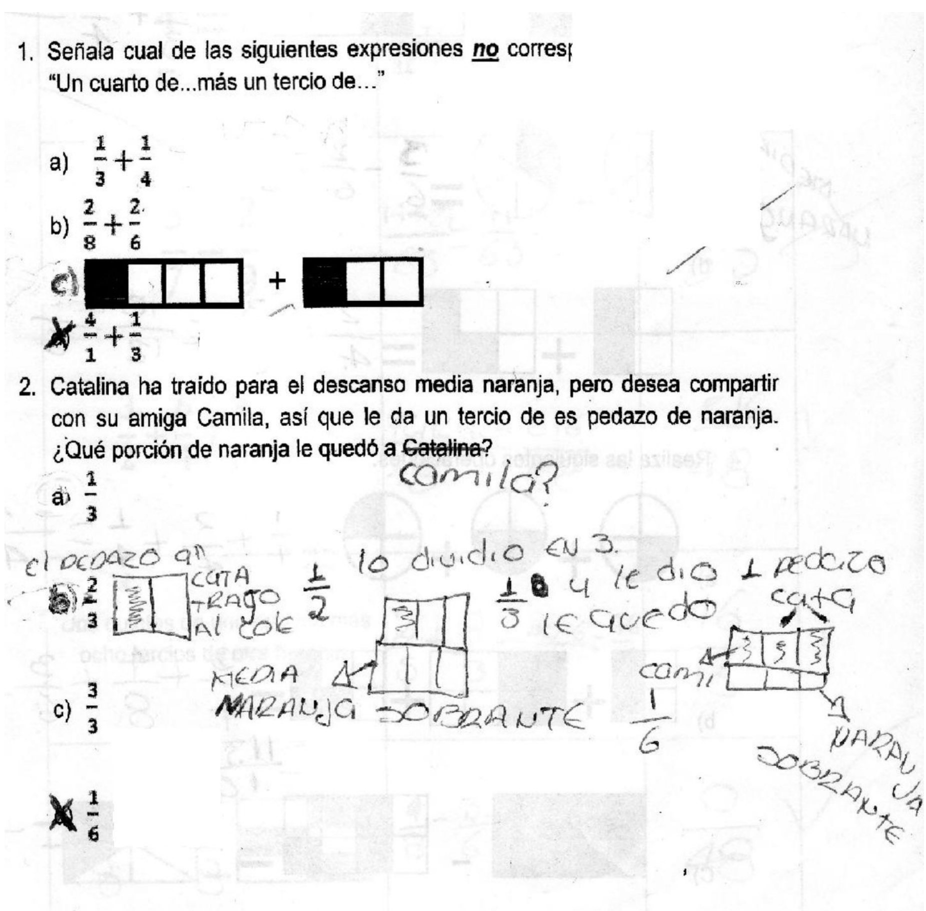
f) $\frac{-29}{270}$ h) $\frac{153}{90}$

Estudiante 20

4.7 Prueba final

Buscando algunas nociones que den cuenta del avance en la formalización de los algoritmos de la suma y resta de fracciones, presentamos una prueba final que nos permitiera contrastar: lo que hicieron en la prueba inicial con lo que fueron desarrollando durante todo el trabajo de las guías, y además que nos permitiera ver como ha sido el proceso de recreación del conocimiento, apoyado en la informalidad de muchas situaciones sociales de los estudiantes; en las que intervienen no solo las representaciones numéricas, gráficas, algorítmicas, sino en las que es necesario retomar a los sujetos que se inmiscuyen en el hecho dialectico, reciproco y social que es la educación.

Con esta prueba se constató que la mayor parte de los estudiantes reconocen la representación numérica de una expresión literal fraccionaria, además poseen una perspectiva vaga pero relevante del concepto de número racional, como es la representación de la fracción como partidor, desde esta concepción vemos que cobra mucha importancia la unidad fraccionada para resolver cualquier situación presentada.



1. Señala cual de las siguientes expresiones **no** corres[...]
"Un cuarto de...más un tercio de..."

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{8}+\frac{2}{6}$

c) [figura] + [figura]

d) $\frac{4}{1}+\frac{1}{3}$

2. Catalina ha traído para el descanso media naranja, pero desea compartir con su amiga Camila, así que le da un tercio de es pedazo de naranja. ¿Qué porción de naranja le quedó a ~~Catalina~~? camila?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

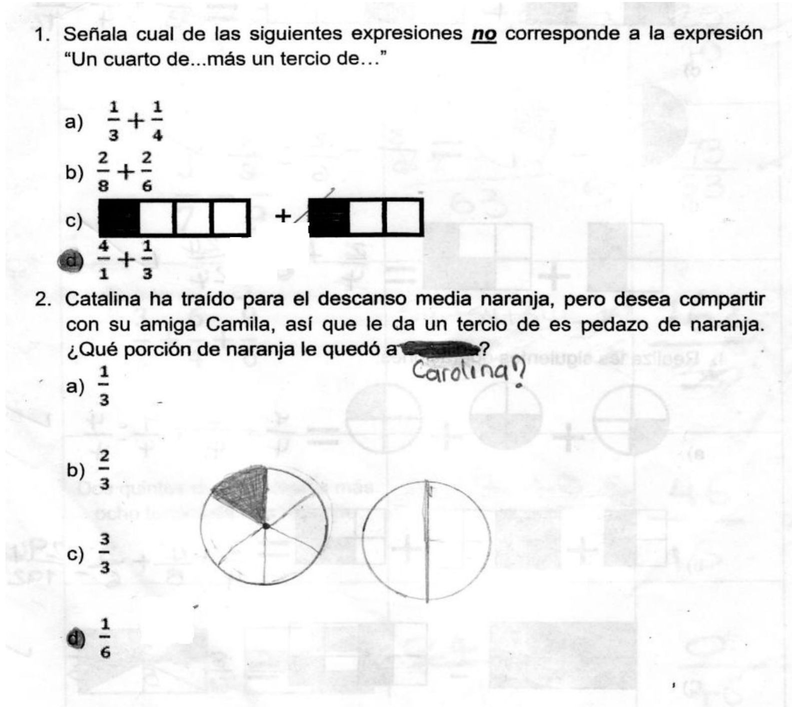
c) $\frac{3}{3}$

d) $\frac{1}{6}$

el pedazo que cata trago al cole $\frac{1}{2}$ lo dividio en 3. $\frac{1}{3}$ y le dio 1 pedazo $\frac{1}{3}$ le quedo cata

media naranja sobrante $\frac{1}{6}$ cami naranja sobrante

Estudiante 37


1. Señala cual de las siguientes expresiones ***no*** corresponde a la expresión "Un cuarto de...más un tercio de…"

a) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{8}+\frac{2}{6}$

c) +

d) $\frac{4}{1}+\frac{1}{3}$

2. Catalina ha traído para el descanso media naranja, pero desea compartir con su amiga Camila, así que le da un tercio de es pedazo de naranja. ¿Qué porción de naranja le quedó a [redacted]?

Carolina?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $\frac{3}{3}$

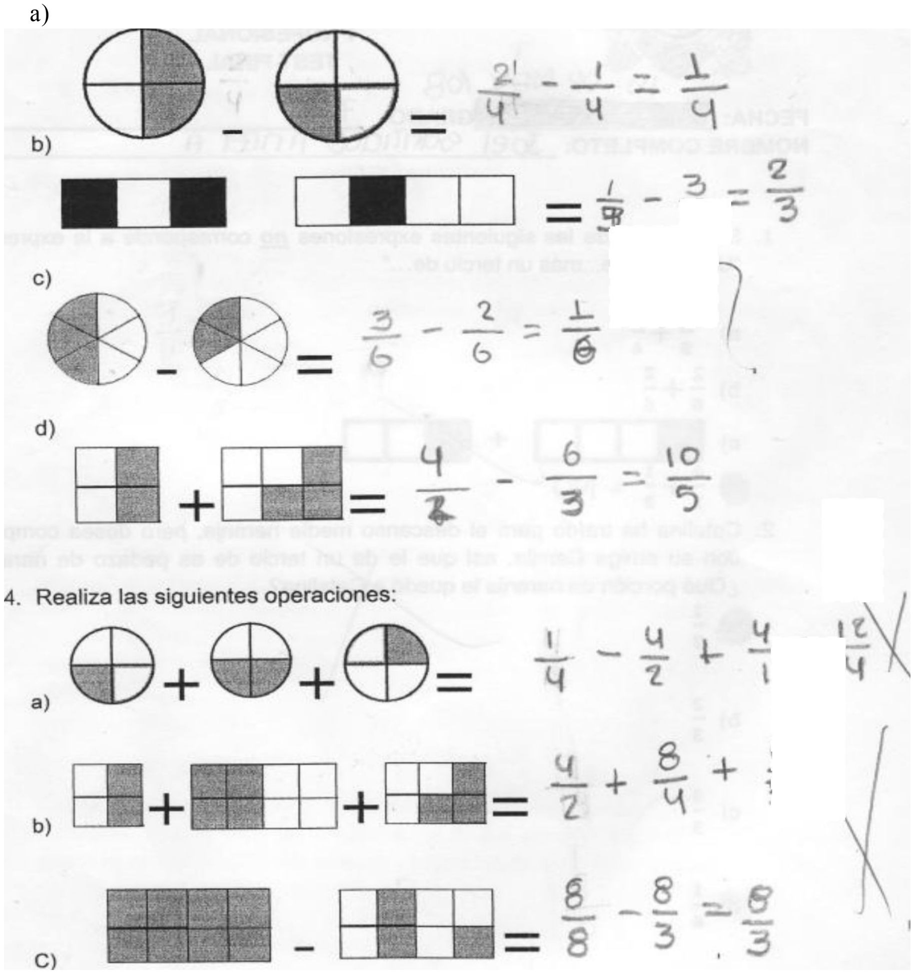
d) $\frac{1}{6}$

Estudiante 37

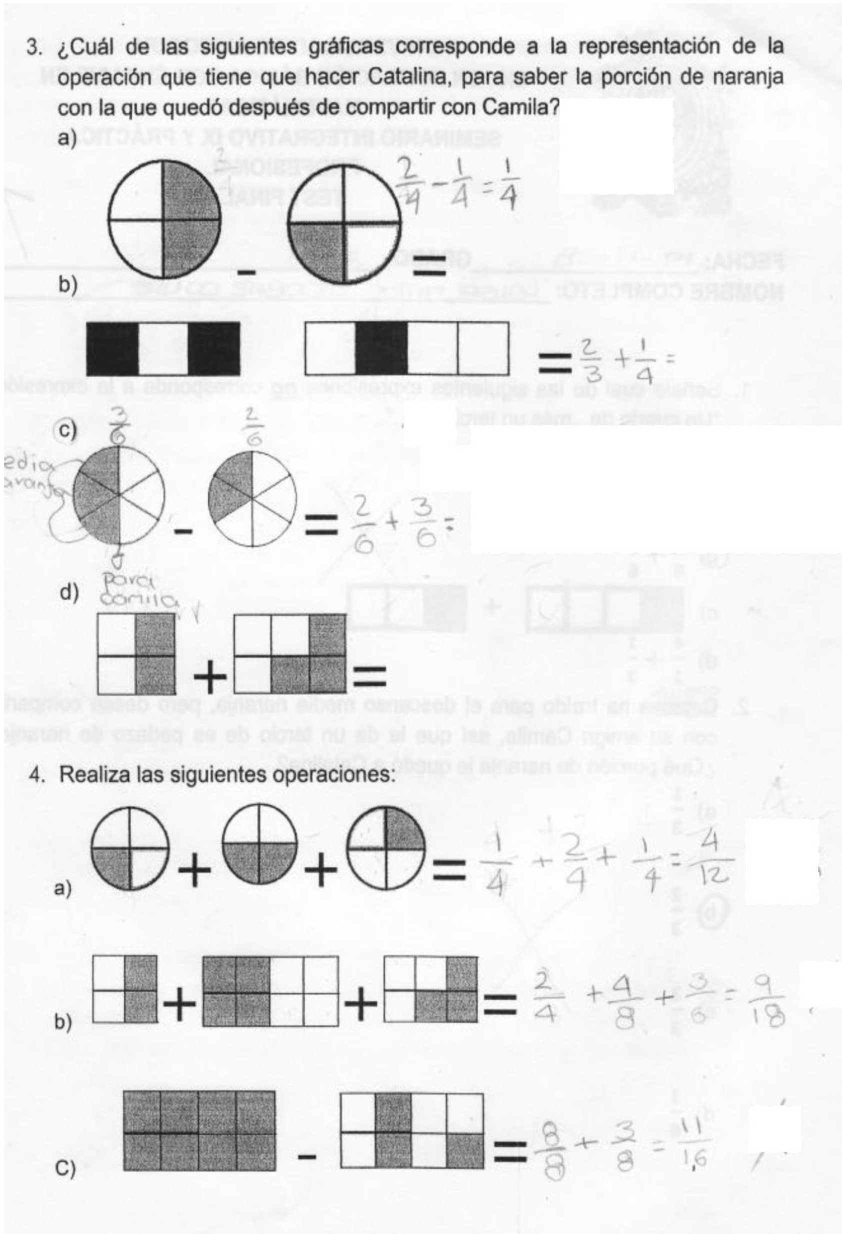
En cuanto a la elaboración de operaciones a través de su forma netamente gráfica, se sigue conservando una necesidad de representarla a través de su correspondiente forma numérica, mostrando además que los estudiantes poseen una buena asociación de lo gráfico con lo numérico; al mismo tiempo sigue persistiendo una resolución lineal de las operaciones sin importar el tipo de fracción con la que se trabaje. Por otro lado se puede notar que hay una interpretación muy acertada de la forma de operar las fracciones homogéneas y heterogéneas de parte de algunos estudiantes, dejándonos ver ello, que algunos de los participantes han hecho un logro progresivo en la interpretación y resolución de las operaciones básicas de suma y resta de fraccionarios, pero que en algunas aún persiste la dificultad.

3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la representación de la operación que tiene que hacer Catalina, para saber la porción de naranja con la que quedó después de compartir con Camila?

a)



Estudiante 3



3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la representación de la operación que tiene que hacer Catalina, para saber la porción de naranja con la que quedó después de compartir con Camila?

a) − = $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

b) = $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$

c) $\frac{3}{6}$ $\frac{2}{6}$

media naranja

− = $\frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$

para Camila

d) + =

4. Realiza las siguientes operaciones:

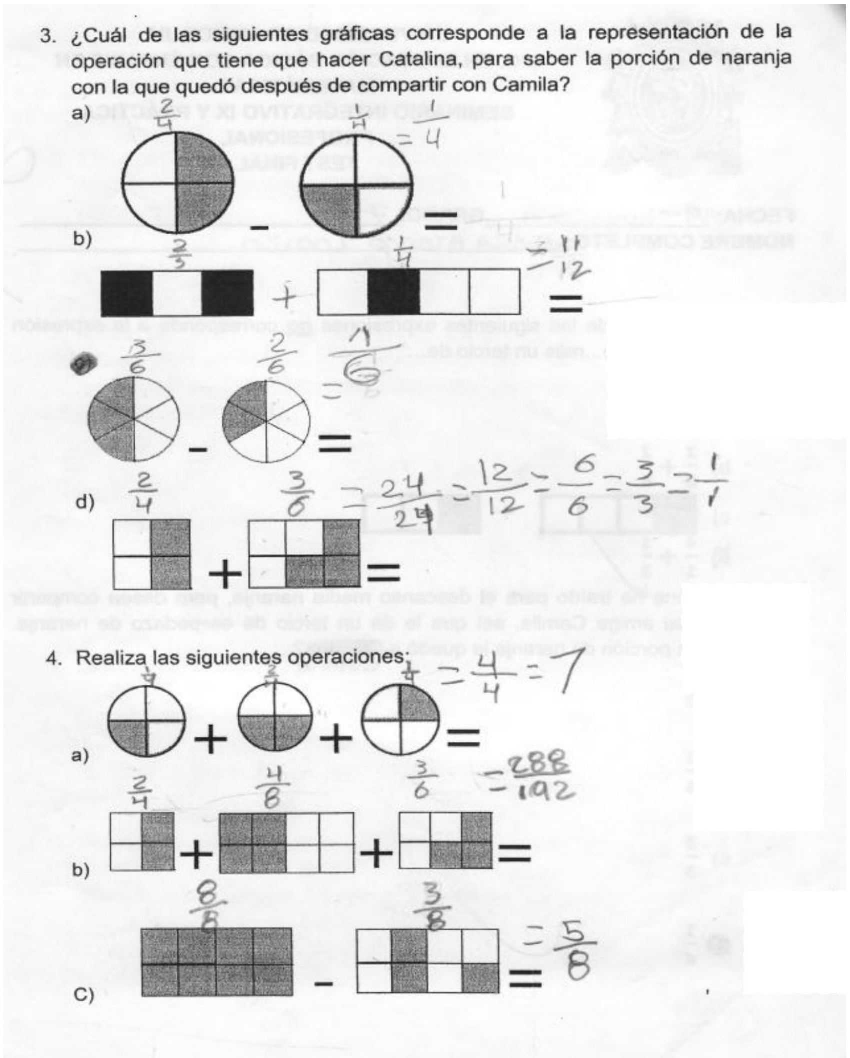
a) + + = $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12}$

b) + + = $\frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{3}{6} = \frac{9}{18}$

C) − = $\frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{16}$

Estudiante 15

Aplican el algoritmo



3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la representación de la operación que tiene que hacer Catalina, para saber la porción de naranja con la que quedó después de compartir con Camila?

a) $\frac{2}{4}$ – $\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{11}{12}$

c) $\frac{3}{6}$ – $\frac{2}{6}$ = $\frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{4}$ + $\frac{3}{6}$ = $\frac{24}{24}=\frac{12}{12}=\frac{6}{6}=\frac{3}{3}=\frac{1}{1}$

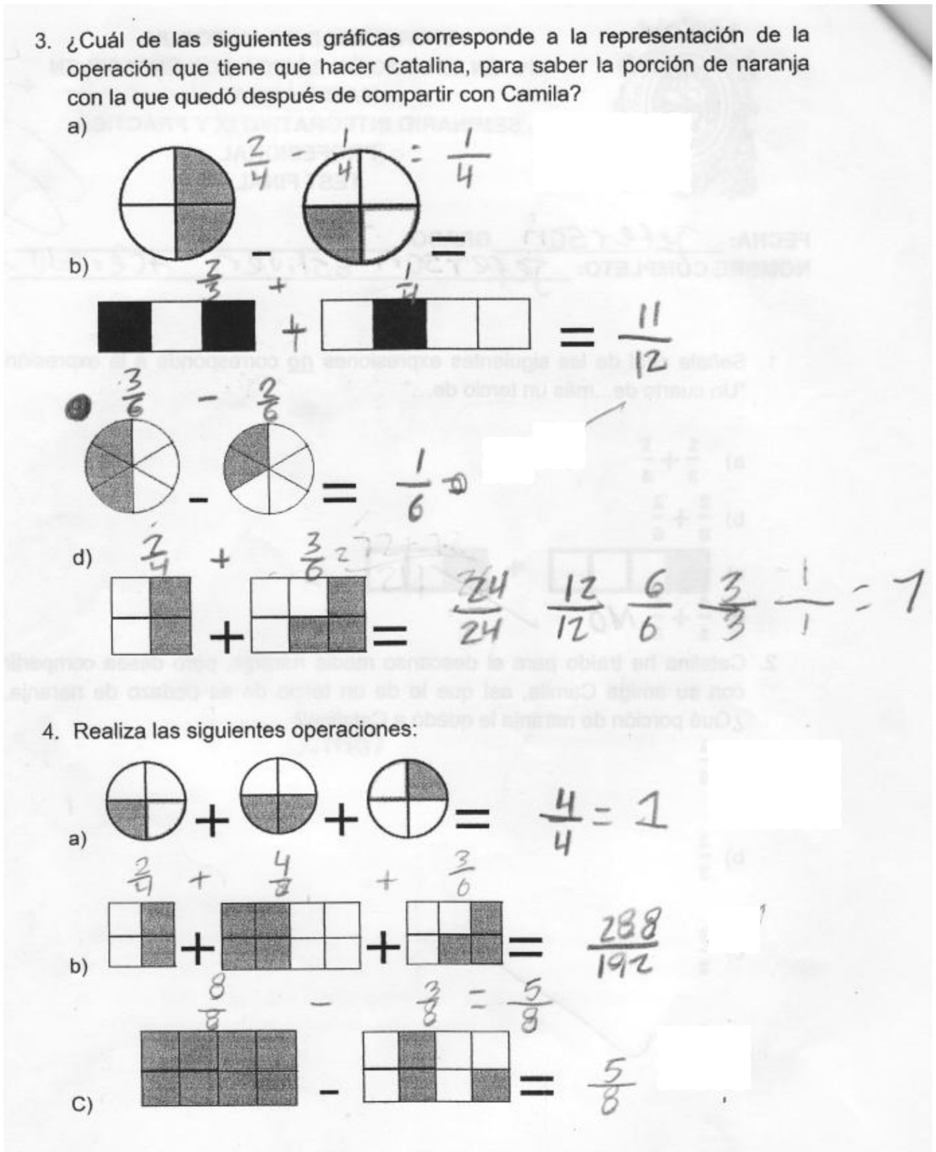
4. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{4}$ + $\frac{2}{4}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{4}{4}=1$

b) $\frac{2}{4}$ + $\frac{4}{8}$ + $\frac{3}{6}$ = $\frac{288}{192}$

c) $\frac{8}{8}$ - $\frac{3}{8}$ = $\frac{5}{8}$

Estudiante 5



3. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la representación de la operación que tiene que hacer Catalina, para saber la porción de naranja con la que quedó después de compartir con Camila?

a) $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$

c) $\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{4} + \frac{3}{6} = \frac{24}{24}\ \frac{12}{12}\ \frac{6}{6}\ \frac{3}{3}\ \frac{1}{1} = 1$

4. Realiza las siguientes operaciones:

a) $= \frac{4}{4} = 1$

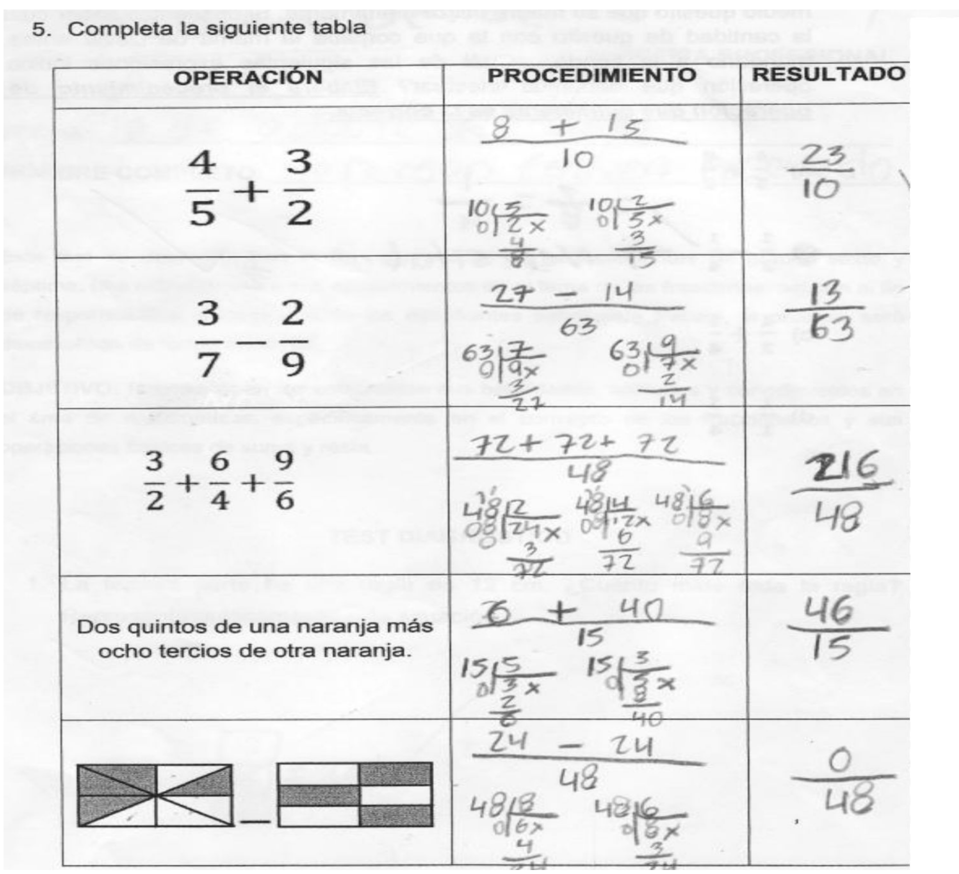
b) $\frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \frac{3}{6} = \frac{288}{192}$

C) $\frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ $= \frac{5}{8}$

Estudiante 1

Finalizando dicha prueba se apreció un logro significativo, puesto que la mayoría de estudiantes aprendieron a aplicar el algoritmo para la operación de la suma y resta de fraccionarios, ello no nos indica que haya una formalización de ésta, pero si nos muestra que hay una asimilación de sus nociones procedimentales, pues advertimos que los estudiantes no sólo se apegan a la forma estandarizada explicada a ellos en clase, sino que nos dejan ver maneras alternas y más sintetizadas para resolver la misma situación. Aquí la mayoría de estudiantes incluyendo los que poseen dificultades con la resolución de sumas y restas entre fracciones heterogéneas, tienden a comprender la diferencia entre las operaciones con fracciones homogéneas y heterogéneas, miremos algunos de los cuadros comparativos desarrollados por los estudiantes de séptimo.

Aplica el algoritmo

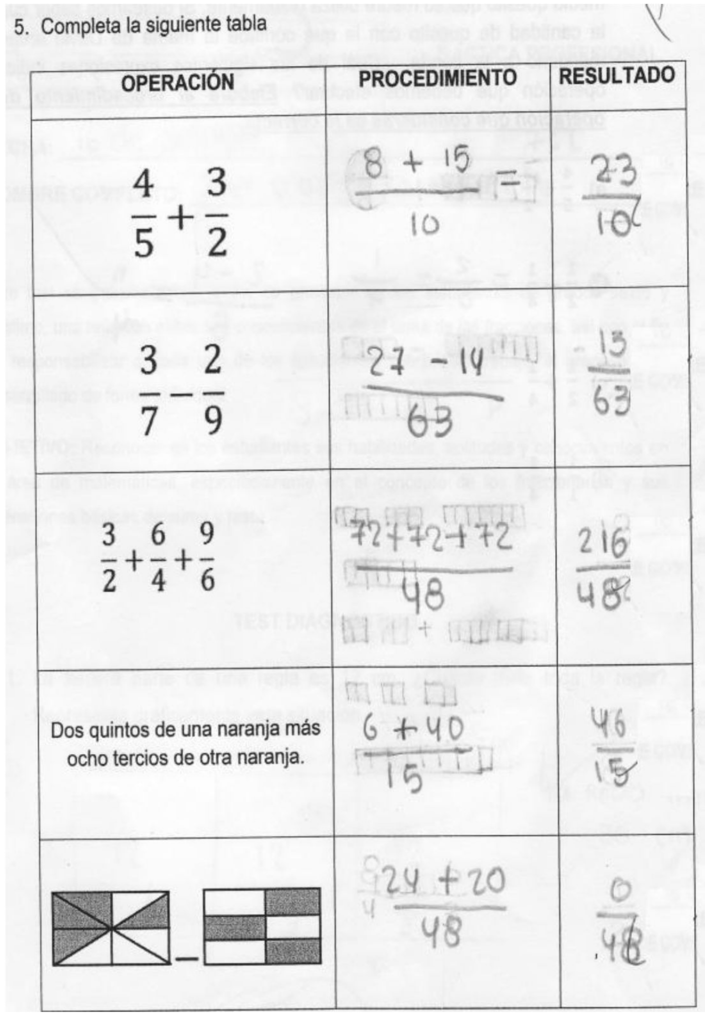


5. Completa la siguiente tabla

OPERACIÓN	PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$	$\frac{8+15}{10}$	$\frac{23}{10}$
$\frac{3}{7}-\frac{2}{9}$	$\frac{27-14}{63}$	$\frac{13}{63}$
$\frac{3}{2}+\frac{6}{4}+\frac{9}{6}$	$\frac{72+72+72}{48}$	$\frac{216}{48}$
Dos quintos de una naranja más ocho tercios de otra naranja.	$\frac{6+40}{15}$	$\frac{46}{15}$
–	$\frac{24-24}{48}$	$\frac{0}{48}$

Estudiante 1

otra forma de hacerlo:

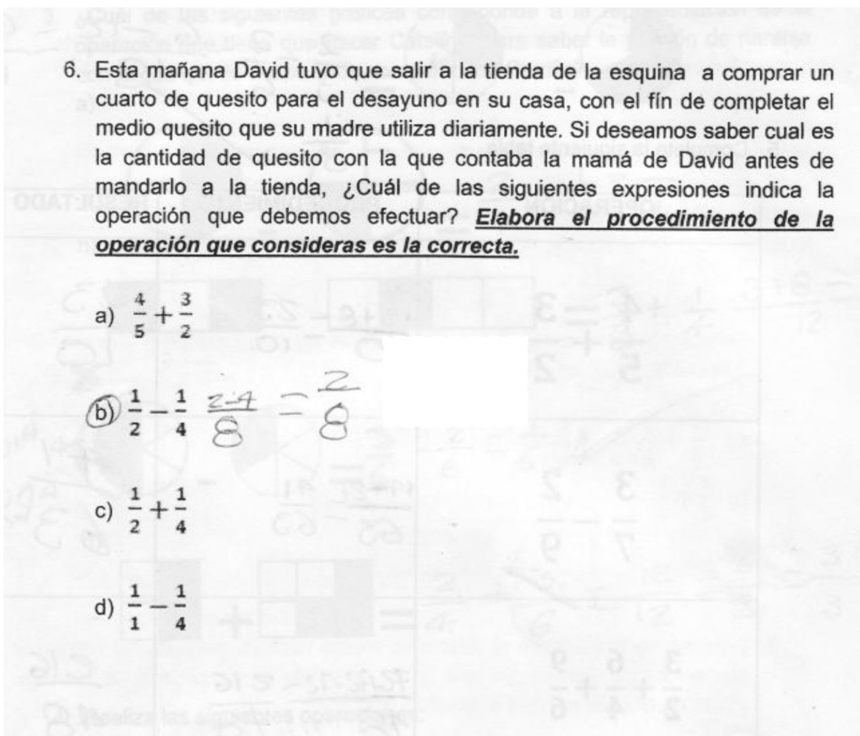


5. Completa la siguiente tabla

OPERACIÓN	PROCEDIMIENTO	RESULTADO
$\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$	$\frac{8+15}{10}=$	$\frac{23}{10}$
$\frac{3}{7}-\frac{2}{9}$	$\frac{27-14}{63}$	$\frac{13}{63}$
$\frac{3}{2}+\frac{6}{4}+\frac{9}{6}$	$\frac{72+72+72}{48}$	$\frac{216}{48}$
Dos quintos de una naranja más ocho tercios de otra naranja.	$\frac{6+40}{15}$	$\frac{46}{15}$
–	$\frac{24+20}{48}$	$\frac{0}{48}$

Estudiante 3

Como ejercicio final de todas las guías les presentamos una situación que muchos de los niños nos trajeron a colación cuando les preguntamos sobre la utilización de las fracciones en su diario vivir, en esta vía los estudiantes nos enfocaron en las compras de productos para hacer el desayuno como uno de los posibles casos donde encontraron una utilidad a las fracciones; de esa manera cuando los jóvenes eran enviados para comprar porciones de quesito encontramos un pretexto muy llamativo para trabajar con éstas. Los resultados que nos arrojó el trabajo de esta situación relacionado con la suma y resta de las fracciones es muy alentador pues la mayoría de estudiantes leyó, interpretó e intentó desarrollar la situación y en gran parte mostraron unas respuestas muy acordes con lo que venían trabajando ya que aplicaron el algoritmo apropiado de manera diferente a lo que les presentó en clase, debido a ello vemos que hay una concreción del conocimiento matemático, en una situación del común y de esta manera no se dedicaron a aplicar sin sentido el algoritmo para encontrar la solución. Vemos que hay cierto nivel de lectura, aceptación de la forma como se presenta el ejercicio, pues casi todos los participantes se dieron a la tarea de resolverlo. Miremos como no sólo aplican el algoritmo enseñado, sino que, como en el punto anterior acuden a formas más sintéticas para llegar a la solución.



6. Esta mañana David tuvo que salir a la tienda de la esquina a comprar un cuarto de quesito para el desayuno en su casa, con el fín de completar el medio quesito que su madre utiliza diariamente. Si deseamos saber cual es la cantidad de quesito con la que contaba la mamá de David antes de mandarlo a la tienda, ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la operación que debemos efectuar? ***Elabora el procedimiento de la operación que consideras es la correcta.***

a) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ $\frac{2-4}{8} = \frac{2}{8}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{1}-\frac{1}{4}$

Sagni Yurani Ocampo

6. Esta mañana David tuvo que salir a la tienda de la esquina a comprar un cuarto de quesito para el desayuno en su casa, con el fín de completar el medio quesito que su madre utiliza diariamente. Si deseamos saber cual es la cantidad de quesito con la que contaba la mamá de David antes de mandarlo a la tienda, ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la operación que debemos efectuar? ***Elabora el procedimiento de la operación que consideras es la correcta.***

a) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1\times4-2\times1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{1}-\frac{1}{4}$

Estudiante 5

6. Esta mañana David tuvo que salir a la tienda de la esquina a comprar un cuarto de quesito para el desayuno en su casa, con el fín de completar el medio quesito que su madre utiliza diariamente. Si deseamos saber cual es la cantidad de quesito con la que contaba la mamá de David antes de mandarlo a la tienda, ¿Cuál de las siguientes expresiones indica la operación que debemos efectuar? ***Elabora el procedimiento de la operación que consideras es la correcta.***

a) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$ → Necesitaba $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{1}-\frac{1}{4}$

Estudiante 37

4.8 Cuadro comparativo de los resultados obtenidos por estudiante en la prueba final y la prueba inicial

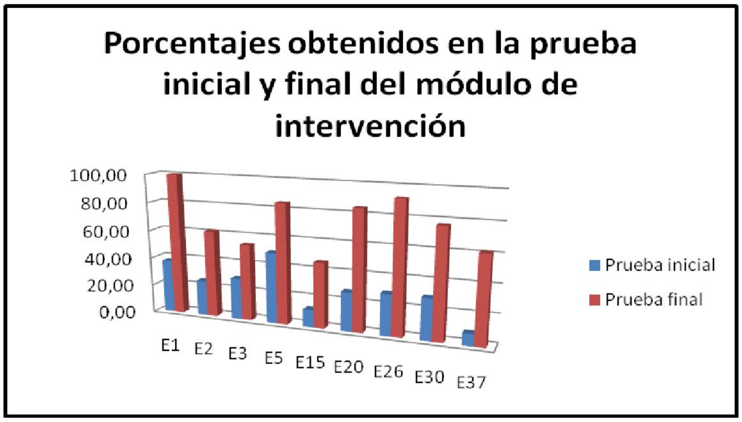
Para analizar el alcance de nuestro trabajo de investigación también se implementó un análisis cuantitativo en el cual se compararon los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica y en la prueba final. A continuación se presenta una tabla en la cual se dan a conocer los porcentajes obtenidos por cada uno de los nueve estudiantes seleccionados, en ambas pruebas.

La fórmula que empleamos para establecer el porcentaje es la siguiente:

P. alcanzado = (Número de preguntas correctas x 100) / Número total de preguntas.

Estudiante	Prueba inicial	Prueba final
E1	37,50	100,00
E2	25,00	61,54
E3	29,17	53,85
E5	50,00	84,62
E15	12,50	46,15
E20	0,00	84,62
E26	29,17	92,31
E30	29,17	76,92
E37	8,33	61,54

Apoyados en esta tabla numérica y en la relación que nos hace el gráfico entre los porcentajes obtenidos por cada estudiante en la prueba inicial(barras azules), apareado con los de las pruebas finales(barras rojas), se hace notoria la conclusión a la que llegamos cualitativamente y en la que nos dimos cuenta de que todos los estudiantes habían progresado en el desarrollo de las actividades relacionadas con la aplicación e interpretación de situaciones en las que se presenten la suma y resta de fracciones implícita o explícitamente.



Luego de ese análisis especifico por estudiante se han organizado nuevamente por la cantidad de clases a las que asistieron y los esquemas son:

Asistieron a seis clases		
Estudiante	Prueba inicial	Prueba final
E1	37,50	100,00
E5	50,00	84,62
E37	8,33	61,54

Asistieron a cinco clases		
Estudiante	Prueba inicial	Prueba final
E2	25,00	61,54
E3	29,17	53,85
E26	29,17	92,31

Asistieron a cuatro clases		
Estudiante	Prueba inicial	Prueba final
E15	12,50	46,15
E20	27,60	84,62
E30	29,17	76,92

Si con base en los anteriores datos se establece el promedio de mejora por grupo obtenemos los siguientes resultados:

Número de clases a las que asistieron	**porcentaje promedio**
seis	49.73
cinco	41,45
cuatro	36,14

Para obtener el porcentaje promedio de mejora se calcula el promedio en cada uno de los grupos en ambas pruebas y luego al promedio de la final se le resta el promedio de la inicial y finalmente obtenemos el porcentaje general de los resultados. Efectivamente el porcentaje promedio de mejoría en los resultados es considerablemente mayor en aquellos que asistieron a todas las sesiones de trabajo, mientras que aquellos con menor asistencia tienen un porcentaje menor.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES.

- La enculturación matemática, entendida como un proceso de interacción social y la resolución de problemas como estrategia de intervención, posibilitan en gran medida contribuir a la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones, a través de un proceso que se apoya en la solución de problemas del contexto social del estudiante y que le ayuden a recrear vínculos entre lo que aprenden en el aula, lo que viven en sus hogares y sociedades, con las matemáticas que se han creado y perfeccionado por las culturas, haciendo que las herramientas informales, simbólicas y conceptuales de las que se valen las matemáticas se hagan más conscientes, aceptadas e incluso utilizadas por los estudiantes en sus contextos.

- Apoyar la búsqueda de conocimientos más formales a través del módulo de intervención, utilizando los conocimientos informales de los estudiantes, permitió incentivar la aplicación de dichos conocimientos en la resolución de problemas inmersos en su contexto y a partir de ellos explicar muchas de las pruebas y guías, mediante puntos de vista socialmente elaborados por parte de los estudiantes. Como resultado de un trabajo más asiduo, contextualizado y consciente se observó en todos los estudiantes mejoras en la interpretación, recreación y análisis de situaciones en las que intervienen la suma y resta de fracciones.

- Existe una alta tendencia en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó a transformar todas las situaciones que se les presentan de manera gráfica, a su correspondiente expresión numérica, acudiendo generalmente a la solución de problemas a través de procedimientos netamente algorítmicos y sistemáticos, pormenorizando de esta manera otros mecanismos de respuesta como la solución gráfica de las mismas situaciones.

- Los lenguajes escolares formales y los informales se encuentran desvinculados debido a que los estudiantes sólo ven las matemáticas en actividades relacionadas solamente con contar. De esta manera conociendo que ésta tecnología simbólica se hace evidente en otras actividades como localizar, medir, diseñar, jugar, explicar; podemos concluir que esta forma de valorar las matemáticas por los estudiantes que desarrollaron el módulo, obstaculiza la formalización de las concepciones más básicas de las fracciones, dado que para ellos las fracciones se encuentran explícitas solamente en el contexto educativo y, la utilización de los algoritmos en las que éstas se emplean sólo los reconocen en los problemas matemáticos trabajados en clase.

5.2 RECOMENDACIONES

- Con nuestro trabajo de investigación se alcanzaron a abordar los algoritmos de la suma y resta de fracciones, en un futuro, incluso con la misma población, se puede postular un trabajo muy similar al nuestro, pero en esta ocasión interesados en la contribución a la formalización de los algoritmos de multiplicación y división de fracciones.

- Para futuros trabajos hacer énfasis en un proceso de investigación que procure la formalización con fracciones heterogéneas, en las cuales encontramos mayores dificultades, pues la aplicación de sus algoritmos requiere de mayor comprensión, por ello pensamos que profundizar en este tema será muy interesante para contribuir a una educación más formal, explícita e intencionada hacia los estudiantes.

- Trabajar en la representación de fracciones impropias, pues uno de los rasgos mas característicos, es la imposibilidad en muchos estudiantes de asociar la representación numérica de una fracción impropia, con un representación gráfica que sea superior a la unidad, consideramos que en esta dificultad, se abre un basto trabajo con las fracciones impropias.

- Postulamos la idea de llevar un proceso similar, pero retomado a largo plazo, en el que se pueda generar una verificación que permita apreciar si el proceso que se inicio lleva un ritmo que si contribuya, hacia lo que nos plantea Davies como el nivel formal.

- Entendida la matemática como una "Tecnología simbólica", a través de los aportes que nos plantea el referente de la Enculturación Matemática, sería pertinente proponer un trabajo que se enfoque en la representación de las fracciones, encadenada con la formalización de las operaciones básicas de las fracciones, desde las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).

BIBLIOGRAFÍA

- Acero, Efrén. El Diario de Campo: Medio de Investigación del Docente. En: Revista Actualidad Educativa. Año III. N° 13. S. f. p. 1

- Agudelo, L. C., Parra J. M., Sánchez J. D., & Sucerquia, E. (2008). Formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones. En J. A. Villa, Y. M. Mesa, M. M. Parra, & M. M. Zapata (Ed.), *Actas estudiantiles de Educación Matemática. 1,* pp. 149-155. Medellín: Facultad de Educación-Universidad de Antioquia.

- Alcaldía De Medellín (2004-2007). Boletín: "Intervención integral del barrio Moravia y su área de influencia". Plan de desarrollo. N° 12.

- Bishop, Alan J (1999). Enculturación Matemática. La educación matemática desde la perspectiva cultural. Editorial Paidós. España.

- Botero Hernández, Olga Lucía y otros (2007). Módulo 6. Situaciones de aprendizaje. Diploma en Desarrollo de Competencias Básicas en Matemáticas en la Educación Básica y Media del Departamento de Antioquia. Editorial Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Medellín.

- Cataño Zapata, Lizeth Natalia y otros. (2008) La formalización de los algoritmos de las operaciones aritméticas básicas en niños, niñas y adolescentes en condición de vulnerabilidad social. Universidad de Antioquia. Medellín.

- Fernández Bravo, José Antonio. (2000) "Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos" Editorial CISS PRAXIS, Educación. Barcelona, España.

- G. Brassard P. Bratley (1997) ¿Que es un algoritmo? Fundamentos de algoritmia. Prentice hall International editorial. Madrid pág. 608

- Galeano M. María Eumelia. (2003) Diseño de Proyectos en la investigación cualitativa. Fondo Editorial Universidad Eafit. Medellín.

- http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87872.html.consultada 8 de mayo de 2009

- Mesa Betancur Orlando (1994). Criterios y estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Centro de pedagogía Participativa. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación, Medellín,

- Ministerio De Educación Nacional (MEN) (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Editorial Magisterio. Bogotá D. C.

- Ministerio de Educación Nacional. (2007) Estándares básicos de competencias en matemáticas. Editorial Magisterio. Santafé de Bogotá

- Piaget, Jean (1964). Seis estudios de psicología. Editorial labor. España P. 71-72

- Polya, George (1989). Como plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. Decimoquinta reimpresión España. Febrero.

- Porlán, Rafael y otros (2004); El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula, Colección investigación y enseñanza, Díada editora, Sevilla,

- Rico, Luis, (1995)- "Consideraciones sobre el currículo escolar de Matemáticas" Revista EMA. Volumen N°1, Una Empresa Docente, Santafé de Bogotá

- Sanabria Salamanca, Julio Roberto (2002). El diario Pedagógico. Medellín, medios magnéticos.

- www.rae.es. Consultada el seis de marzo de 2008

ANEXOS

A1: Plantilla de los diarios de campo.

Durante el proceso de observación e intervención en la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó se consignaron las planeaciones y desarrollo de las diferentes sesiones en los diarios de campo. A continuación se presenta el formato que se utilizó.

<table>
<tr><td rowspan="2">No.</td><td>FECHA:</td><td>ASISTENTES:</td></tr>
<tr><td>HORA:</td><td>TEMA:</td></tr>
<tr><td colspan="2">LUGAR:</td><td>TÉCNICA:</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO (s):</td><td>RECURSOS:</td></tr>
<tr><td colspan="3">PLANEACIÓN DE LA SESIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="3">RECUENTO DE LA SESIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="3">ANÁLISIS DE LA SESIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="3">APORTES PARA SU PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:</td></tr>
<tr><td colspan="3">AUTOEVALUACIÓN:</td></tr>
</table>

ANEXO 2

A2: Articulo para el Tercer encuentro de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Los avances desarrollados hasta el 5 de diciembre del 2008 fueron presentados en el Tercer encuentro de Estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. A continuación se presenta el artículo de la ponencia que se incluyó en las memorias del evento:

FORMALIZACIÓN DE LOS ALGORÍTMOS DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Luz Cristina Agudelo Palacio

James Mauricio Parra Jaramillo

Juan David Sánchez Sánchez

Edison Sucerquia Vega

Resumen

En este documento presentamos un avance un proyecto de investigación que pretende identificar algunas de las dificultades que presentan los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó, en la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones. Con base en dichas dificultades, establecimos como estrategia de intervención la resolución de problemas, apoyados en la teoría George Polya, basada en la enculturación matemática como proceso de interacción social, que nos permitirá en gran medida generar una estrecha relación entre el contexto social, los conceptos y el aprendizaje, estableciendo a partir de ellos una espiral metodológica que posibilita la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones.

Palabras Clave

Enculturación matemática, Resolución de Problemas, Fracciones, Formalización de Algoritmos, Módulo de Instrucción.

INTRODUCCIÓN

Varios son los autores que le atribuyen a la sociedad gran parte del proceso de educación y formación de individuos, uno de los más reconocidos es Bishop (1999), quien resalta el papel de la cultura en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, puesto que provee los materiales e instrumentos necesarios para generar dichos procesos.

Esta investigación se desarrolla en la Institución educativa Fe y Alegría Luis Amigó, de carácter público, y asociada a un contexto multivulnerable'[A]. La primera fase consistió en observación de la población objeto de estudio, como resultado surge la necesidad de indagar por lo algoritmos presentes en los procesos de suma resta de fracciones, de los estudiantes de séptimo grado con el fin de llegar a su formalización.

De esta manera se pretende desarrollar una serie de instrumentos que permita contribuir al entramado conceptual, necesario para que el estudiante logre una concientización de los procesos que se desarrollan en el aula y a medida que lo hace, los vincule con lo que vive en la sociedad, en últimas que logre una "enculturación matemática".

REFERENTES TEÓRICOS

La Enculturación matemática, entendida y conceptualizada como un proceso de interacción social ha sido desarrollada por Bishop (1999) quien es su teoría retoma tres niveles planteados por Davies (1973), los cuales son:

INFORMAL: Todos empleamos las simbolizaciones y las conceptualizaciones de las Matemáticas de una manera implícita e imprecisa. Las ideas matemáticas pueden estar en su mayor parte sumergidas en el contexto de la situación y los valores matemáticos pueden ser anulados por distintas consideraciones emocionales o sociales (...) En situaciones como éstas las personas no participan de una manera formal o técnico en la cultura matemática. Dicho de otra manera, puede que algunas personas no se dediquen nunca a explicar fenómenos desde un punto de vista Matemático y que aquellas que lo hagan no sea todo el tiempo o en todas sus interacciones sociales.

FORMAL: en este nivel el empleo de las simbolizaciones y conceptualizaciones es intencionado, consciente y explicito, y los valores son aceptados y respaldados.

TÉCNICO: Este es el nivel donde los investigadores trabajan con problemas matemáticos: el nivel en el que se genera la multitud de técnicas y conceptos matemáticos especializados, que se supone, representan un avance del conocimiento.

Nuestro principal interés se centra en el desarrollo del nivel formal de nuestros estudiantes de la secundaria. Adicional a éste referente se ha seleccionado la resolución de problemas como estrategia metodológica para generar en el aula un espacio propicio para el aprendizaje que surge de la cultura y del contexto del estudiante y que a medida que avanza el proceso permite al estudiante, no sólo aprender, sino relacionar lo que aprende con situaciones y problemas que puede encontrar en su contexto.

Como punto de partida se tiene en cuenta que:

> *En el nivel informal, todos empleamos las simbolizaciones y las conceptualizaciones de las matemáticas de una manera implícita e imprecisa. Las ideas matemáticas pueden estar en su mayor parte sumergidas en el contexto de la situación y los valores matemáticos pueden ser anulados por sus distintas consideraciones emocionales o sociales.* (Bishop 1999, p.115)

Además "*La ejecución de un algoritmo, no debe implicar normalmente, ninguna decisión subjetiva, ni tampoco debe hacer preciso el uso de la intuición ni de la creatividad."* (G. BRASSARD P. BRATLEY citado por Bishop, 1999)

Pero todos estos apartes tienen sentido dentro de este trabajo, en la medida en que es posible relacionarlos con la resolución de problemas. Muchos son los textos y los docentes que proporcionan a sus estudiantes problemas y situaciones que se encuentran completamente alejados de su realidad, y que por mucho trabajo que deseen elaborar resulta muy difícil que los conocimientos que circulan sean aprendidos de forma significativa por los estudiantes, es decir, que tengan alguna relación o aplicabilidad en su vida diaria. Es precisamente en este punto donde se pretende relacionar la enculturación matemática y la resolución de problemas, considerando que la vida es una "resolución continua de problemas", en este caso, problemas matemáticos que los estudiantes de este contexto socio-cultural puedan encontrarlo significativo en la medida en que pueden asociarlo con la cotidianidad.

METODOLOGÍA

El proyecto de investigación se encuentra dividido en cuatro etapas:

a) Observación y elaboración de un diagnóstico.

b) Diseño de la propuesta metodológica
c) Intervención institucional, selección y elaboración de estrategias de sistematización de información.
d) Sistematización y análisis de los resultados obtenidos.

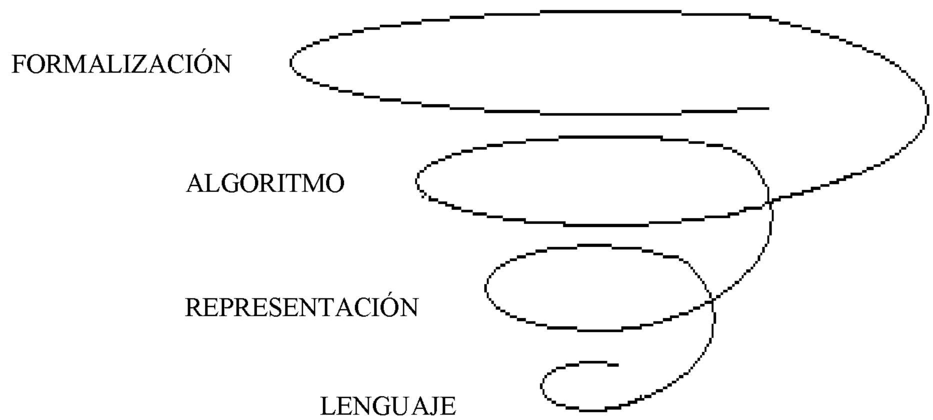
Para esta socialización deseamos mostrar el trabajo desarrollado en la segunda y la tercera etapa, ya que lo consideramos de interés general para los maestros en formación.

ELEMENTOS DE NUESTRA PROPUESTA.

Uno de los aspectos de vital importancia de nuestro proceso es que la intervención, gira constantemente gracias a la resolución de problemas y avanza en el proceso de aprendizaje.

Nos hemos permitido representar nuestra propuesta como una espiral, debido a algunas de sus características:

- Infinita; porque permite que nuestro proyecto luego de finalizarse tenga de donde continuar, no solo hacia niveles más avanzaos de formalización, sino también en sus cimientos, en el lenguaje y en la cultura como tal.
- Progresiva: porque nos permite avanzar hacia nuestras metas y no quedarnos en un único lugar.
- Y por último su apariencia cíclica en la que se avanza sobre los que se ha hecho y en cualquier momento del proceso es muy fácil dar una mirada a nuestros inicios.



- TEST DIAGNÓSTICO

Como preludio para dar un inicio acertado a nuestra metodología planeamos la elaboración de un y EJECUCIÓN DEL TEST DIAGNÓSTICO, para que nos oriente más detalladamente hacia dónde debemos dirigir nuestro instrumento

CLASE N°1: Sesiones 1 y 2

Trabajaremos las fracciones desde la parte de su lenguaje inmediato, que equivale a su parte escritural como algunos de los otros puntos de vista, como lo apreciamos en los numerales que van a continuación

1. “La mitad de…”
2. ½
3. 0,5
4. 50%
5. I------I
6. 

CLASE N°2: Sesiones 3 y 4

En cada una de las dos sesiones se presentará a los estudiantes una situación en forma de problema, para ser desarrollada mediante la resolución de problemas. Es necesario tener en cuenta que esas situaciones deben hacer parte de un entorno muy cercano a la vida real de los estudiantes.

La primera de estas dos situaciones, los maestros en formación guiarán a los estudiantes en la resolución de problemas, como estrategia para llegar a la solución de un problema, pero teniendo presente el no dejar ver a los estudiantes la intención de que aprendan ese tema, sino otro cualquiera, dejando al estudiante libre de crear espacios para la discusión y el aprendizaje grupal.

Ya la segunda situación será desarrollada por cada uno de los estudiantes, solicitando que: interprete el problema, lance hipótesis, elabore un plan y lo ejecute.

CLASE N°3: Sesiones 5 y 6

Para estas sesiones se organizarán a los estudiantes en grupos, máximo tres personas, a los que se les hará entrega de una guía en la que se proporciona una situación problemática, relacionada con material tangible (del cual también se hará entrega) y acompañada de preguntas similares a las del test diagnóstico, pero con un grado mayor de dificultad en la que se oriente a los estudiantes a **interpretar** los datos y a **proponer** soluciones.

En la segunda sesión de esta clase, se seleccionará de manera aleatoria a uno de los integrantes de cada equipo que socializará el trabajo realizado, **argumentando** la respuesta del problema delante de todo el grupo.

CLASE N°2: Sesiones 3 y 4

Para la primera sesión los estudiantes estarán organizados por parejas y se les proporcionará una serie de fracciones que corresponden a objetos que se encuentran presentes en la institución, en total diez fraccionarios. Luego se indicarán ciertas operaciones con dichas fracciones, pero todas presentadas en lenguaje cotidiano sin utilizar los símbolos. Esto con el fin de visualizar los avances que han tenido los estudiantes y analizar los avances o dificultades que continúen presentes en la interpretación de una expresión que implique fracciones y adicional a eso también en la aplicación de los algoritmos de suma y resta de fracciones, además debemos tener en cuenta que ya lo han desarrollado como temática en este año (Aunque eso no garantiza que lo hayan aprendido bien).

Finalmente se proporcionará al estudiante un valor para ciertos variables y se indicarán operaciones de suma y resta para que nos expliquen como lo harían, es decir:

$a / b + c/d$ $\qquad\qquad$ $e/f - g/h$

CLASE N°5: Sesiones 9 y 10

Para finalizar el proceso de intervención lo que haremos en las dos últimas sesiones es la ejecución del test para el análisis de los resultados. Un test con la misma estructura pero con ejercicios diferentes y con un poco más de dificultad.

CONCLUSIONES

- La enculturación matemática, entendida como un proceso de interacción social que trasciende el aula y que nos permite solucionar problemas de la vida cotidiana, y la resolución de problemas como estrategia de intervención, son una mezcla que posibilita en gran medida la contribución a la formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones, ya que los estudiantes empiezan a encontrar sentido entre lo que aprenden en el aula y lo que viven en sus hogares y sociedades, creando así relaciones mas firmes entre los conceptos que poseen y los que apenas adquieren.

- La estructura del instrumento de intervención (módulo de instrucción) permitió a los estudiantes que no asisten a las sesiones, desarrollar las actividades que se trabajaron, dando así continuidad al proceso.
- La vinculación de los docentes de la institución y el continuo acompañamiento, permitió que se fortaleciera la implementación de las metodologías innovadoras generando mayores resultados positivos y posibilitando la continuidad de dicho proceso.

Bibliografía

- Brassard, B. & Bratley, P. (1997)¿Qué es un algoritmo? *En: Fundamentos de algoritmia.* Madrid: Prentice Hall International. .
- Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática. La educación matemática desde la perspectiva cultural.* España: Paidós...
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas* (15ª Reimpresión,). España: Trillas.
- Múnera, J. J. (1998) *Estrategias de intervención pedagógica para la enseñanza de los números fraccionarios.* Tesis de maestría no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia.

Luz Cristina Agudelo Palacio, James Mauricio Parra Jaramillo; Juan David Sánchez Sánchez: Son estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia. Correo: cristiagud7@gmail.com; jmauro75@gmail.com; jsanchez1200@hotmail.com

Edison Sucerquia Vega: Es estudiante de maestría en Educación (Matemática) de la Universidad de Antioquia y profesor de la Facultad de Educación de la misma Universidad. Actualmente se desempeña como investigador del Grupo de Investigación en Educación Matemática e Historia (Universidad de Antioquia - Universidad Eafit) Correo: esucer@yahoo.es

Para citar este artículo sugerimos la siguiente fuente:

Agudelo, L. C., Parra J. M., Sánchez J. D., & Sucerquia, E. (2008). Formalización de los algoritmos de suma y resta de fracciones. En J. A. Villa, Y. M. Mesa, M. M. Parra, & M. M. Zapata (Ed.), *Actas estudiantiles de Educación Matemática. 1,* pp. 149-155. Medellín: Facultad de Educación-Universidad de Antioquia.

ANEXO 3

A 3: Entrevista a los profesores.

Dentro de los mecanismos de recolección de información se implementaron se encuentran las entrevistas a docentes del área de matemáticas, se presentan a continuación las preguntas que se les realizaron durante el proceso de observación:

Entrevista a profesores del área de Matemáticas

Estimado profesor:

A continuación se presentan una serie de preguntas, las cuales esperamos responda de manera concreta y veraz, con el fin de utilizar dicha información en un trabajo de investigación. Le recordamos que la información por usted proporcionada sólo será utilizada para dicho fin y su nombre nunca será revelado para garantizar la privacidad de dicha información. De antemano gracias por su colaboración.

- Nombre completo.
- Año e institución en la cual obtuvo su titulo
- ¿Ha realizado estudios complementarios relacionados con la educación? ¿Cuáles?
- ¿Qué tipo de vinculación tiene con la institución?
- ¿Ha trabajado como docente en otra institución educativa? ¿Cuál o cuáles?
- ¿Hace cuánto labora como docente?
- ¿Qué significa para usted la labor como docente?
- En la actualidad ¿Cuáles son los aspectos positivos y/o negativos de su labor docente?
- ¿Qué lugar tiene en su vida la ciencia que enseña?
- Describa su relación con los estudiantes.
- ¿Conoce usted problemáticas internas de sus estudiantes?
- ¿Cuáles son las problemáticas más evidentes de los estudiantes al interior de la institución?
- ¿Por qué cree que tales problemáticas se presentan con los estudiantes?
- ¿Cree que esto interfiere en el rendimiento académico de los estudiantes?

- De acuerdo a las problemáticas presentadas por los estudiantes al interior de la institución, ¿qué estrategias ha implementado para disminuir dichas problemáticas?
- ¿Qué impacto han generado estas estrategias?
- Mencione la estrategia que implementa para obtener la atención de sus estudiantes de manera que los conflictos externos no los afecten en su rendimiento académico.
- ¿Considera importante planear la sesión de clase? ¿Cada cuánto lo hace?
- ¿Qué recursos implementa para dictar una clase?
- ¿Qué metodologías conoce?
- ¿Cuál de ella utiliza con más frecuencia?
- ¿Qué tan acertada ha sido su estrategia metodológica? Describa.
- ¿Qué métodos de evaluación emplea con los estudiantes y cuáles de esos métodos le parece el más apropiado? ¿por qué?
- ¿Para los estudiantes que reprueban su asignatura cuál es la ruta a seguir?

ANEXO 4

A 4 Entrevista a estudiantes:

Otro de los ya mencionados mecanismos para la recolección de información fue la entrevista a los estudiantes de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó. A continuación se presentan las preguntas que tenía dicha entrevista:

Entrevista a estudiantes:

- Edad:
- Grado y jornada al cual pertenece el estudiante:
- ¿Cuantas personas viven en tu casa?
- ¿Con quien(es) vives en tu casa?
- ¿Cómo es la relación con tus familiares?
- ¿En qué empleas el tiempo libre?
- ¿Te gusta estudiar? ¿por qué?
- ¿Cómo te va académicamente?
- ¿Qué es lo que te gusta de la institución?
- ¿Qué es lo que no te gusta de la institución?
- ¿Cuál es la materia que más te gusta y cuál la que menos te gusta? ¿por qué?
- ¿Cómo es tu relación con los docentes?
- ¿Cuál ha sido el profesor de matemáticas que más te ha gustado? ¿por qué?
- ¿Qué te gusta de las matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Qué no te gusta de las matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Encuentras alguna relación entre la matemática y tu vida cotidiana? ¿Para que te sirve por fuera del colegio?
- ¿Cómo es la relación que tienes con los compañeros de clase?

- ¿Cómo te gustaría que fuera una clase de matemáticas? Descríbela
- ¿Te consideras un estudiante disciplinado o indisciplinado?
- Cuando no entiendes algo de la clase de matemáticas ¿qué haces?
- ¿Cómo se llama tu profesor de matemáticas?
- ¿Crees que el profesor está pendiente de explicar y ayudar a aquellos que no entienden?
- ¿Cómo evalúa el profesor de matemáticas?
- ¿Sabes cómo son las recuperaciones para los estudiantes que pierden la materia