



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Génesis instrumental en alumnos del grado noveno con conceptos
relativos a la factorización**

FRANCIA INÉS SALDARRIAGA QUIROZ

LIZ YURANY VILLEGAS RODRÍGUEZ

DIANA FRANCO MONÁ

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y ARTES
MEDELLÍN**

2016



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Génesis instrumental en alumnos del grado noveno con conceptos
relativos a la factorización**

**Trabajo de Investigación realizado por:
FRANCIA INÉS SALDARRIAGA QUIROZ
LIZ YURANY VILLEGAS RODRÍGUEZ
DIANA FRANCO MONÁ**

**Asesor
Magister
ALEXANDER JIMÉNEZ**

**Trabajo de grado para optar al título de Licenciadas en
Educación Básica con Énfasis en Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y ARTES
MEDELLÍN
2016**



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Agradecimientos

De una u otra manera fueron muchas las personas que contribuyeron para lograr realizar y concluir con éxito este proyecto de investigación.

A nuestras familias, quienes nos acompañaron siempre en este proceso con su comprensión y apoyo incondicional

A nuestro asesor, quien nos guió durante la realización del presente trabajo.

A los profesores cooperadores y a la comunidad educativa en general del Instituto San Carlos de la Salle, quienes nos abrieron sus puertas para poder realizar nuestra intervención.

Y principalmente a Dios, que nos dio las capacidades para lograrlo y puso en nuestro camino a las personas que nos respaldaron.



Tabla de contenido

Facultad de Educación

Resumen.....	10
Abstract.....	11
Introducción.....	12
Antecedentes.....	14
1.1. Desarrollo histórico epistemológico del álgebra.....	14
1.2. La enseñanza de las matemáticas con tecnología.....	20
1.3. Enseñanza de los conceptos relativos a la factorización en los libros de texto... ..	26
2. Marco contextual.....	35
3. Planteamiento del problema.....	38
3.1. Objetivo general.....	44
3.2. Objetivos específicos.....	44
4. Marco legal.....	45
5. Marco teórico.....	50
5.1. Instrumentos psicológicos.....	50
5.2. Teoría de la actividad instrumentada.....	51
5.3. Ambientes de aprendizaje.....	54
5.4. Unidad didáctica.....	59
6. Marco conceptual.....	63
7. Diseño metodológico de la investigación.....	67
7.1. Enfoque cualitativo.....	67
7.2. Estudio de casos.....	67
7.3. Diseño general.....	68
7.3.1. Categorización apriorística.....	68



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

7.3.2. Muestra.....	70
7.3.3. Delimitación espacial y temporal.	70
7.3.4. Instrumentos de recolección de la información.	71
8. Orientaciones metodológicas.....	72
8.1. Momento I: planeación.....	72
8.1.1. Diseño de instrumentos.....	72
8.1.1.1. Diseño de los cuestionarios de diagnóstico.....	72
8.1.1.2. Talleres.....	73
8.1.1.3. Diario de campo	74
8.1.1.4. Entrevista semiestructurada.....	75
8.1.1.5. Unidad didáctica.....	75
8.1.1.6. Estructura de clase.....	77
8.2. Momento II: Implementación.....	77
8.2.1. Desarrollo de las clases.....	77
8.2.2. Cuestionarios de diagnóstico.....	85
8.2.3. Talleres.....	86
8.2.4. Entrevistas.	86
8.2.5. Diario de campo.....	87
8.3. Momento III. Análisis y triangulación de la información.....	88
8.3.1. Triangulación de la información.....	88
8.3.1.1. La selección de la información.....	89
8.3.1.2. La triangulación por cada instrumento.....	89
8.3.1.3. Triangulación con los referentes teóricos.....	98
8.3.1.3.1. Categoría A.	98



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

9. Conclusiones y recomendaciones.....	104
9.1. Recomendaciones.....	105
9.2. Propuestas para futuras investigaciones.....	106
Referencias.....	108



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Lista de tablas

Tabla 1. Lista de investigaciones seleccionadas.....	22
Tabla 2. Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización.....	23
Tabla 3. Categorías y subcategorías.....	75
Tabla 4. Componentes del diario de campo.....	82
Tabla 5. Estructura de clase.....	85
Tabla 6. Cronograma de clases.....	86
Tabla 7. Diagnóstico 1.....	94
Tabla 8. Secuencia de talleres.....	94
Tabla 9. Preguntas de la entrevista.....	95
Tabla 10. Secuencia del diario de campo.....	96
Tabla 11. Objetivos, categorías y subcategorías.....	99
Tabla 12. Categoría A y referentes, concepto área.....	109
Tabla 13. Categoría A y referentes concepto área, 2D.....	109
Tabla 14. Categoría A y referentes conceptos 2D y 3D.....	110
Tabla 15. Categoría A y referentes, Área, factorización.....	110
Tabla 16. Categoría A y referentes, factorizar, área, 2D, volumen, 3D.....	110



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Tabla 17. Categoría B y referentes, artefacto álgebra geométrica..... 111

Tabla 18. Categoría B y referentes, artefacto prismas de cartulina..... 112

Tabla 19. Categoría B y referentes, artefacto lápiz y papel..... 111

Tabla 20. Categoría B y referentes, artefactos álgebra geométrica, lápiz y papel.....113

Tabla 21. Categoría B y referentes, artefactos cable del cargador, lápiz y papel.....113

Tabla 22. Categoría B y referentes, artefactos Floorplanner, lápiz y papel..... 114

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



Lista de figuras

Figura 1. Línea de tiempo del álgebra.....	14
Figura 2. Proposición # 4 del libro II de los Elementos de Euclides.....	18
Figura 3. Ejercicios enfocados desde la comunicación y el razonamiento lógico.....	29
Figura 4. Ejercicios enfocados desde la resolución de problemas.....	30
Figura 5. Ejercicio a través de una situación problema.....	32
Figura 6. Ejercicio 19 articulación con el área de estadística.....	33
Figura 7. Ejercicio 11 articulación con el área de geometría.....	34
Figura 8. Ejercicio de razonamiento.....	36
Figura 9. Indicadores y recursos con respecto al uso de la tecnología en el aula.....	46
Figura 10. Modelo IAS.....	57
Figura 11. Modelo IAS en la intervención realizada.....	59
Figura 12. Distribución del aula taller de matemáticas.....	61
Figura 13. Aula taller de matemáticas.....	61
Figura 14. Aula de informática.....	63
Figura 15. Descripción de las piezas que componen las tabletas algebraicas o álgebra geométrica.....	72



Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo general, el caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización con el uso de tecnologías. Se tomaron como referentes teóricos los siguientes: los Instrumentos psicológicos de Lev Vigotsky, la teoría de la Actividad Instrumentada de Pierre Verillon y Pierre Rabardel, el ambiente de aprendizaje definido por Jakeline Duarte, y la unidad didáctica planteada por el autor Neus Sanmartí. Se utilizó la metodología de estudio de casos instrumental propuesta por Stake (1998), por lo cual eligieron cuatro casos. La investigación se desarrolló bajo un enfoque cualitativo, según Cisterna (2005), el cual propone realizar el análisis por medio de unas categorías y subcategorías apriorísticas. El proyecto se dividió en tres momentos: 1) antes de la intervención, en el cual se diseñó una unidad didáctica que abarca ocho clases cada una con un taller y un diagnóstico y los instrumentos para recoger la información; 2) durante la intervención, etapa en que se implementa la unidad didáctica y a partir de esto se recoge la información mediante las diferentes fuentes e instrumentos propuestos para ello; 3) después de la intervención, en donde se efectúa el análisis y triangulación de la información. Finalmente de la investigación se concluyó la importancia del uso de la tecnología y de los diversos espacios a los que se recurrió a lo largo del procesos, los cuales fueron significativos para lograr el objetivo de la investigación, además los estudiantes obtuvieron otra perspectiva frente a la factorización de forma positiva, se despertó el interés y motivación de estos y el aprendizaje no fue mecánico ni repetitivo como es usual en temas como la factorización, sino que se dio un aprendizaje significativo.



Abstract

This work has the general objective to characterize the process of instrumental genesis of ninth grade in the ISC for learning concepts of factorization using technologies. The next theories were taken as theoretical references: The Lev Vygotsky's Theory of Psychological Instruments, The Pierre Verillon and Pierre Rabardel's theory of Instrumented Activity, The learning environment defined by Jakeline Duarte, and the teaching unit exposed by the author Neus Sanmartí. It was used The Instrumental case study methodology proposed by Stake (1998). For that reason, four cases were chosen. This research was developed under a qualitative approach by Cisterna (2005). It proposes to carry out the analysis by means of priori categories and priori subcategories. The research was divided into three stages: 1) before the intervention, it was designed a teaching unit covering eight classes, each one with a workshop, a diagnosis, and instruments to collect information; 2) during the intervention, a stage of the teaching unit was implemented and this information was collected by different sources and instruments proposed for it; 3) following the intervention, where the analysis and triangulation of information was performed. Finally, the investigation concluded the importance of using technology and the several spaces that were used throughout the process, those processes were significant to achieve the objective of the research; students also got another perspective on the factorization in a positive way. Student's interest and motivation were better and learning was not mechanical or repetitive as usual in areas such as factorization, but there was a significant learning.

Introducción

Facultad de Educación

Durante el primer semestre de práctica se tuvo la oportunidad de tener algunos acercamientos y realizar algunas intervenciones en los grupos de octavo y noveno grado, gracias a estas experiencias se pudo evidenciar que en dichos grados los estudiantes presentan falencias y dificultades en los temas donde se abordan conceptos relativos a la factorización. Considerando su importancia no solo en los grados mencionados anteriormente, sino también en la educación media y superior se decidió trabajar en torno a estos, en el grado noveno. Igualmente, desde las primeras visitas al Instituto San Carlos de La Salle, lugar donde se llevaron a cabo las prácticas pedagógicas, algo que llamó la atención fue encontrar el apoyo que dicha institución da a la implementación de tecnología en el aula, esto se manifiesta en el Proyecto Educativo Institucional y en los recursos con los que se cuenta.

De acuerdo con lo anterior se pretendió conocer cómo se ha abordado la enseñanza del álgebra por lo cual se rastreó en los libros de texto y asimismo se indagó si el uso de las tecnologías contribuyen o no a la enseñanza de las matemáticas, por lo cual se indagó en investigaciones realizadas en el ámbito educativo con relación a su implementación. Debido a los hallazgos obtenidos y que además se encontró con diferentes políticas públicas vigentes en Colombia que indican que se debe integrar la tecnología en la enseñanza. Se toma como referente la Teoría de la Actividad Instrumentada (1985) propuesta por Pierre Verillon y Pierre Rabardel, en la cual se definen algunos conceptos fundamentales dentro de la misma, con el fin de identificar qué tanto de lo aprendido fue gracias a la mediación tecnológica. De esta manera se llegó a la formulación de la pregunta de investigación la cual es ¿Cómo caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización con el uso de la tecnología? Se decidió utilizar la metodología de estudio de casos propuesta por Stake (1998), bajo un enfoque cualitativo, pretendiendo



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

comprender los procesos y comportamientos de algunos estudiantes en particular.

Se eligieron algunos instrumentos los cuales permitirán recoger los datos pertinentes al objeto de estudio, estos fueron diagnósticos, talleres, entrevista y diario de campo. Además, se emplearon sub-categorías y categorías apriorísticas, definidas según Cisterna (2005), debido a que facilitan el trabajo enfocando el proceso de recopilación de información hacia aquello que realmente interesa de acuerdo a los objetivos que se definieron. Y por último se procedió a reunir y cruzar toda la información pertinente.

De la presente investigación se destaca la influencia que tuvo la tecnología en el proceso de enseñanza de conceptos relativos al álgebra, además de los diferentes ambientes en los que se propició un espacio de aprendizaje de la matemática.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

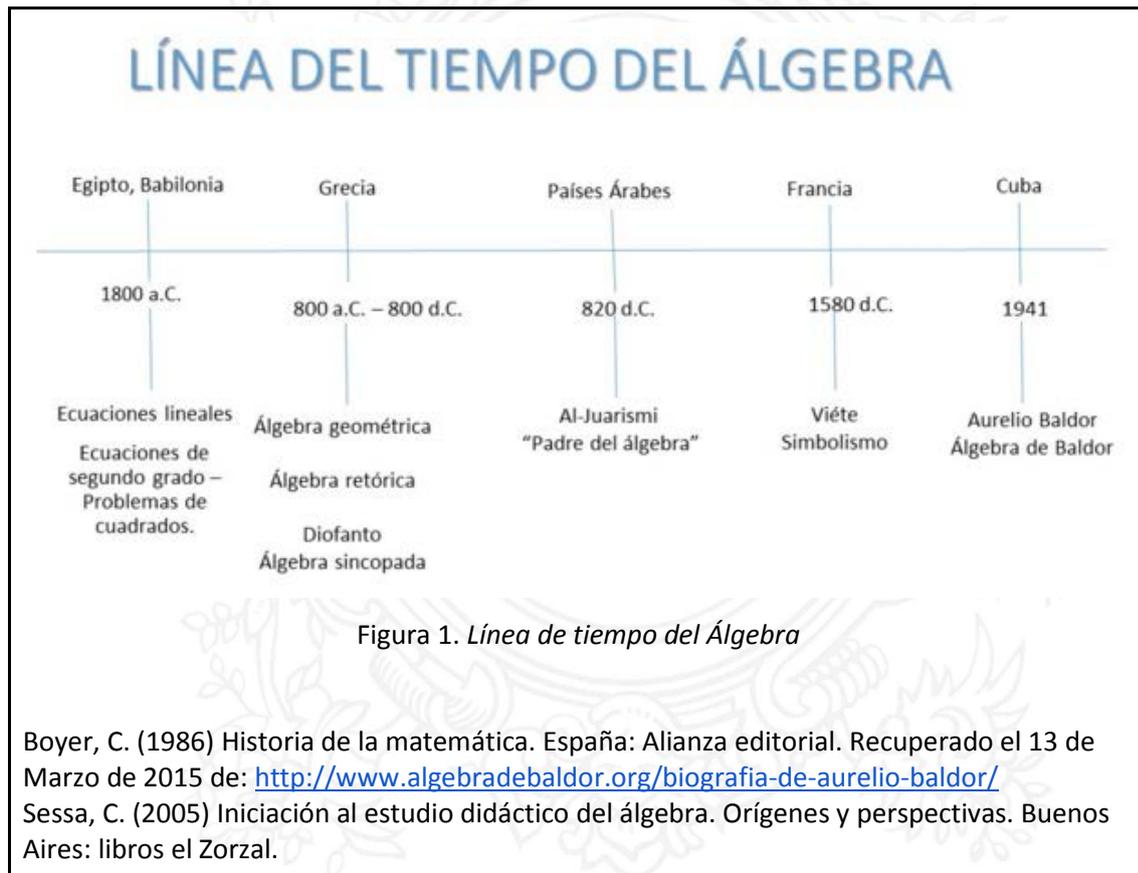
1 8 0 3



1. Antecedentes

1.1. Desarrollo histórico epistemológico del álgebra

A continuación, se abordará el desarrollo histórico epistemológico del álgebra de acuerdo a diferentes civilizaciones.



Babilonia. Debido a que la información que se tiene sobre los babilonios obedece a excavaciones arqueológicas, resulta a veces incompleta o modificable; sin embargo, existen tablas con muchos datos sobre el sistema de numeración de los babilonios, también se encontraron algunas tablas con textos en los que se incluyen problemas algebraicos y geométricos, como el siguiente: “hallar un número tal que sumado a su inverso dé un número dado” (Kline, 1992, p.26). Además, se encontraban problemas tales como hallar dos números



dados su producto y su suma, y para los casos más complicados, se reducían a problemas más sencillos.

Por otra parte, con respecto al uso de simbología, se tienen algunas representaciones para las incógnitas, éstas están asociadas a dimensiones geométricas, una posible causa es que la mayoría de problemas surgían de situaciones en las que se veía involucrada la geometría, con frecuencia eran usadas las palabras *us* para la longitud, *sag* para la anchura y *asa* para el área; cabe resaltar que los babilonios planteaban y resolvían sus problemas empleando el lenguaje natural, y aunque en las evidencias que se tienen solo aparecen ejemplos concretos, se puede percibir un método general para resolver las ecuaciones. Al respecto Kline (1992) escribe el siguiente ejemplo:

He multiplicado la longitud por la anchura y el área es 10. He multiplicado la longitud por ella misma y he obtenido un área. El exceso de la longitud sobre la anchura lo he multiplicado por sí mismo y el resultado por 9. Y esta área es el área obtenida multiplicando la longitud por ella misma. ¿Cuáles son la longitud y la anchura? (p. 27).

Vemos como allí expresan el problema en completo lenguaje natural, así mismo como la utilización de las incógnitas ya mencionadas: área, longitud y anchura, aunque posiblemente dicho simbolismo haya pasado desapercibido. Igualmente es importante mencionar que los babilonios llegaron a solucionar ecuaciones que constaban de cinco incógnitas mediante la reducción a términos más sencillos, también mediante dicha técnica para plantearlas y resolverlas.



Egipto. Los egipcios tenían su propio sistema de escritura, basado en los

jeroglíficos, por ejemplo. Usualmente se escribía con tinta roja o negra sobre papiro, pero cuando el papiro estaba seco, era muy frágil, razón por la cual no se tienen muchos documentos de este tipo. El papiro Rhind es uno de los más importantes sobrevivientes hasta hoy, en él se incluyen ochenta y cinco problemas y sus respectivas soluciones, fue descubierto en el año 1858. Allí se pueden encontrar ejercicios, los cuales servían para que los estudiantes practicarán, en su mayoría eran tomados de situaciones de la vida cotidiana; algunos corresponden al reparto de hogazas de panes, grano o animales, otros a la comida de los animales y almacenamiento de productos alimenticios. Los problemas eran, en su mayoría, resueltos con la ayuda de la aritmética o utilizando ecuaciones lineales tales como $x+ax=b$ en donde la incógnita se llama “aha” o “h” (Collete, 1985).

Por otra parte, en cuanto a la utilización de simbología, según la información descubierta, es notable que había un mínimo uso de éstos para resolver las operaciones, sin embargo, había algunos símbolos que eran empleados con el fin de simplificar la escritura de los problemas, ya que en el papiro Rhind se encontraron símbolos para la adición (un par de piernas andando en la dirección de la escritura), para la sustracción (un par de piernas invertidas), y para el signo de igualdad y la incógnita se tenía: “aha”.

Es de destacar que los egipcios resolvían ecuaciones de una incógnita, hoy llamadas lineales, cuyo procedimiento era netamente aritmético y los problemas aparecen enunciados de manera verbal y carente de instrucciones para su solución.



Grecia. Los griegos se destacan de las demás civilizaciones por su

brillantez, por sus grandes aportes a la fundamentación de matemática de hoy y por su gran influencia a la cultura occidental. La información que se tiene de esta civilización no es directamente de registros de los griegos, sino por ejemplo de Códices Bizantinos, pero éstos son obras críticas, por lo tanto, no es seguro qué tipo de modificaciones fueron realizadas, también se tienen fuentes de traducciones, pero éstas constan del mismo problema, pues no se sabe qué cambios fueron realizados.

En cuanto al álgebra griega, hay que decir que dicha civilización no contaba con una notación algebraica debido a que siempre estuvieron preocupados por la representación geométrica de los números, luego, al no contar con un tipo de notación algebraica, tuvieron que ingeniárselas para trabajar el álgebra con ayuda de figuras geométricas. A continuación, se muestra el método generalmente usado por los griegos:

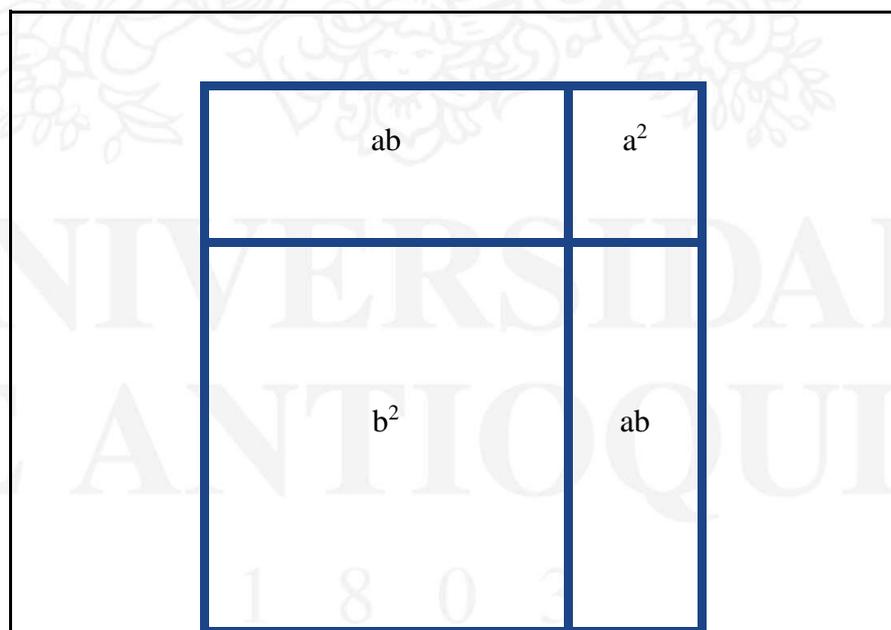


Figura 2. *Proposición # 4 del libro II de los Elementos de Euclides*



En la anterior proposición se encuentra la identidad: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(Collete, 1985). Geométricamente se tiene que el cuadrado de lado $(a+b)$ está compuesto por un cuadrado de área a^2 , dos rectángulos de área ab y un cuadrado de área b^2 .

Hasta el momento en que aparece Diofanto de Alejandría, los problemas se traducían en formas geométricas, pero a partir de su aparición, el álgebra toma un nuevo rumbo, ya que se comienzan a usar abreviaturas tales como incógnitas y sus potencias, y también para las relaciones y operaciones, es decir, se pasa del álgebra retórica en donde se planteaban los problemas en lenguaje natural al álgebra sincopada. Diofanto llamó a la incógnita el número del problema (Kline, 1992, p. 192).

Diofanto Vivió alrededor de 250 a.C., su principal obra es la Aritmética, escrito en trece volúmenes, de los cuales seis han llegado hasta nuestros días, dicha obra se encuentran 189 problemas con sus respectivas soluciones. El libro I contiene ecuaciones del tipo $ax=b$ o $ax^2=b$, con sólo una solución positiva. En los cinco libros restantes, se encuentran ecuaciones indeterminadas (llamadas ecuaciones diofánticas en teoría de números) las cuales tienen infinitas soluciones.

Países Árabes. Por parte de esta civilización el principal aporte al álgebra fue su nombre, “La palabra álgebra viene de un libro escrito el 830 por el astrónomo Moham-med ibn Musa al-Khowarizmi (sobre el 825), titulado Al-jabr w’al muqabala” (Kline, 1992, p. 260). El ya mencionado escrito es la base del álgebra árabe, en él se presentan dos clases de operaciones: al-jabr, significa restaurar, componer, complementar, agregar, completar. Esta



operación permite completar cuadrados, adicionalmente admite agregar lo mismo a ambos lados de la igualdad. Y al-muqabala, significa poner en oposición, balancear. Por medio de esta operación es posible eliminar lo que es igual a ambos lados de la igualdad.

En dicho texto se estudiaba la resolución de ecuaciones de segundo grado en lenguaje retórico, sin utilizar símbolos, allí se explica la forma de solucionar dichas ecuaciones en su forma canónica: $x^2+bx=c$, $x^2=bx+c$, $x^2+c=bx$, $x^2=c$. Es necesario aclarar que todas las ecuaciones y sus operaciones están expuestas en lenguaje retórico, y las dos ya mencionadas operaciones posibilitan la creación del algoritmo para solucionar las ecuaciones cuadráticas. Es de mencionar, que el álgebra árabe fue en su totalidad retórica, y resolvían las ecuaciones apoyados en la geometría.

Francia. En Francia aproximadamente en el siglo XVI, aparece Viète, quien introduce el uso de letras para expresar los datos de un problema, asimismo la utilización de un símbolo para la incógnita, de esta manera, emplea vocales para las incógnitas y consonantes para los demás datos, Kline (1992) expresa al respecto: “Ciertamente, este paso hizo posible hacer una ciencia del álgebra” (p. 346), y es que esto generó un avance significativo en su desarrollo, sin embargo la mayoría de los hombres de aquella época no pudo ver las bondades del simbolismo en dicha área.

François Viète estuvo dedicado exclusivamente a las matemáticas entre 1584 y 1589, escribió la obra *In Artem Analyticam Isagoge*, la plantea como una obra del análisis matemático restaurado, retomando aspectos de Pappus y Diofanto. Precisamente de Diofanto



fue que surgió su idea de emplear letras para expresar los problemas; y no sólo las usaba para representar incógnitas sino que también simbolizaba coeficientes.

Él distinguió la aritmética del álgebra, ya que la primera trata de número y la segunda era concebida como una forma para operar cosas; de este modo el álgebra se convirtió en el estudio de formas y ecuaciones generales. Pero gracias a Descartes es que hoy se toman las primeras letras del abecedario para las constantes y las últimas letras para las incógnitas, aunque ambos usaban dichos símbolos solo para cantidades positivas.

Cuba. Se encuentra Aurelio Baldor, un profesor Cubano, el cual nació en el año 1906. En 1941 se presenta su libro “El álgebra de Baldor”, en donde se expone un curso de álgebra el cual contiene definiciones, problemas resueltos y ejercicios además del solucionario. Este texto ha guiado el proceso educativo de diferentes generaciones hasta la fecha actual.

1.2. La enseñanza de las matemáticas con tecnología

Buscando conocer si el uso de las tecnologías contribuyen o no a la enseñanza de las matemáticas, se realizó la búsqueda de investigaciones realizadas en el ámbito educativo con relación a su implementación. Debido a que los conocimientos referentes a las matemáticas se dividen según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003) en cinco pensamientos (pensamiento numérico y sistemas numéricos; pensamiento espacial y sistemas geométricos; pensamiento métrico y sistemas de medidas; pensamiento aleatorio y sistema de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos) y el estudio de cada uno de estos es bastante amplio, este trabajo se centrará de forma específica en el álgebra en torno a los conceptos relativos a la factorización, tema que se aborda desde el pensamiento variacional.



El rastreo se realizó partiendo de unas categorías de búsqueda como enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con tecnologías, enseñanza del álgebra con tecnologías y enseñanza de la factorización con tecnologías. Se centró especialmente en investigaciones, proyectos publicados en congresos y artículos de revistas que forman parte de publicaciones indexadas, de países iberoamericanos (como Colombia Venezuela, Argentina y República Dominicana), Países Bajos y España, realizados en la última década (2005-2015). Para lo cual se consultó por medio del internet en bases de datos de las bibliotecas de la Universidad de Antioquia, la Universidad del Quindío y la Universidad de los Andes; además de indagar en las memorias de los encuentros de: Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME) y I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe (I CEMACYC). De la búsqueda de investigaciones se seleccionaron los trabajos que se mencionan en la tabla 1.

Tabla 1. *Lista de investigaciones seleccionadas*

Título:	Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización.
Autoras:	Viviana Paola Salazar Fino, Sandra Milena Jiménez Ardila, Lyda Constanza Mora Mendieta.
Título:	El álgebra geométrica como mediadora en la enseñanza de la factorización y los productos notables.
Autores:	Graciela Wagner Osorio, Alba Marina Giraldo Vásquez, Efraín Alberto Hoyos Salcedo, Heiller Gutiérrez Zuluaga y Diego Alejandro Quintero.
Título:	Tabletas Algebraicas como medio para la enseñanza de la factorización y la identificación de factores reducibles e irreducibles en algunos polinomios.
Autores:	Viviana Paola Salazar Fino y Kevin Ulises Parra Rojas
Título:	Uso de las Tabletas Algebraicas como alternativa de enseñanza del proceso de factorización.
Autores:	Sandra Milena Jiménez, Dayana Giselle Guantiva y Duvan Camilo Sánchez
Título:	Uso del programa Descartes para la representación geométrica de los productos notables.



Autor:	Juan Carlos Vega Vega
Título:	El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje del álgebra escolar
Autoras:	Gladys Mejía Osorio y Ninfa Yaneth Barrios Vásquez
Título:	Expresiones algebraicas a golpe de lápiz y ratón
Autor:	Sergio Darías Beautell
Título:	Didáctica del Álgebra
Autor:	Guillermo Sierra Tortosa
Título:	Diseño para el conocimiento reglado de acceso libre a través de Internet
Autores:	M. Carmen Morillo Balsera, Luis Sebastián Lorente, M. Luisa Casado Fuente
Título:	Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática
Autora:	Sandra Castillo

Conforme a los trabajos revisados se hace una relación de cada uno de estos, detallando de forma resumida sus objetivos, el marco teórico y las conclusiones que se extraen de cada uno. A continuación se muestra la tabla 2, donde se muestra uno de estos como ejemplo (para ver las demás tablas ver el anexo 1).

Tabla 2. *Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización*

Título:	Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización.
Autoras:	Viviana Paola Salazar Fino, Sandra Milena Jiménez Ardila, Lyda Constanza Mora Mendieta.
Año:	2013



Fuente:	I Congreso de educación Matemática de América central y el Caribe. Recuperado 29 de septiembre de 2015 de: http://funes.uniandes.edu.co/2791/1/356-520-1-DR-T.pdf
Objetivo:	“Enseñar el proceso de factorización de algunos polinomios, temática del álgebra escolar del grado octavo, en Colombia, mediante el uso de las Tabletas Algebraicas, material concreto manipulativo que se fundamenta en la teoría de las representaciones de Raymond Duval” (p. 2).
Marco teórico:	Debido a investigaciones en el campo de la enseñanza de las matemáticas se ha llegado a la conclusión de “que en el aula existen diferentes vías para construir los conocimientos en los estudiantes... destacándose el uso de materiales tangibles en la enseñanza,” (p. 3). Propuesta desde los años sesenta por autores como Zoltan Dienes (1960) y Jerome Bruner (1961). Autores más recientes como Godino, Batanero y Font (p. 2003) “han clasificado los recursos para la enseñanza de las matemáticas en dos grupos: ayudas al estudio (libros, tutoriales, etc.) y materiales manipulativos enfocados en apoyar y potenciar el razonamiento matemático: manipulativos tangibles (concretos) y manipulativos gráfico textuales-verbales” (p. 3). Según Duval (1999) “el libre tránsito entre las diferentes representaciones de un objeto matemático le permite al estudiante tener una mayor comprensión del mismo” (p. 3).
Conclusiones:	Gracias al material, procesos como factorizar toman sentido al usar “representaciones físicas y simbólico-algebraicas” (p. 10). El material tiene el limitante que solo se presta para trabajar con de algunos polinomios de segundo grado.

De la lectura de los trabajos revisados de forma general se encontró que se han venido desarrollando investigaciones que hacen énfasis en la necesidad de que los docentes apoyen su labor en el aula y brinden ayuda al aprendizaje de los estudiantes con la tecnología, integrando diferentes recursos que aporten a la construcción de los conocimientos. Según Guantiva & Sánchez “... bajo una correcta orientación por parte del docente, puede convertirse en una herramienta que ayude a comprender las nociones del tema que se está abordando con el material” (2011, p. 2).



El uso de material concreto para la enseñanza ha sido propuesto desde

los años sesenta por autores como Zoltan Dienes (1960) y Jerome Bruner (1961), los cuales proponen materiales que permitan la manipulación para trabajar conceptos matemáticos. Incluso Dienes, Z. P. (1997) propone crear materiales concretos que representen relaciones o conceptos matemáticos, aproximando a los estudiantes a experiencias previamente intencionadas por parte del profesor.

Autores más recientes como Godino, J. D., Batanero, M., & Font, V. (2003), plantean una clasificación de los materiales o recursos que pueden apoyar la enseñanza de las matemáticas en dos tipos: ayudas al estudio (libros de texto, tutoriales, etc.) y materiales manipulativos que pueden brindar apoyo a la vez que potencializan el razonamiento matemático, estos a su vez los dividen en manipulativos gráfico-textuales-verbales y manipulativos tangibles. Y además señalan que estos últimos también pueden ejercer funciones simbólicas por ejemplo usar colecciones de objeto como fichas para representar los números naturales. Las tabletas algebraicas mencionadas anteriormente en este caso se clasifican como recurso manipulativo tangible por el énfasis que se da a los elementos visuales y táctiles (forma, color, tamaño, longitudes).

Salazar, V. P., Jiménez, S. M., & Mora, L. C. (2013); desarrollaron un taller previo siendo este la base de su trabajo, en el cual tuvieron en cuenta la teoría propuesta por Raymond Duval, el cual respalda el uso de las tecnologías argumentando que el poder disponer de diferentes representaciones de un objeto o concepto matemático le permite al estudiante tener una mayor comprensión del mismo, porque le facilita la interiorización de este. Además, “las representaciones semióticas son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento” (Jiménez, Guantiva & Sánchez, p.2, 2011). Las representaciones semióticas



funciones.

son producciones formadas por el uso de signos que hacen parte del sistema de representaciones, el cual tiene sus propias limitaciones en cuanto a significados y

Según Mejía & Barrios varias investigaciones sobre el álgebra escolar y su apropiación por parte de los estudiantes, han arrojado resultados poco satisfactorios, debido a que a los estudiantes se les dificulta la transición de la aritmética al álgebra y por lo cual se considera necesario apoyar con la tecnología estos procesos (2008, p. 2).

Con el uso de la tecnología a través de diversas situaciones se ha llegado a que en los estudiantes se les facilita la apropiación de conceptos matemáticos y el desarrollo de habilidades intelectuales superiores como lo son la exploración, hacer conjeturas, razonar, reflexionar y comunicarse con un lenguaje matemático. La tecnología es una herramienta dinamizadora en la enseñanza por parte del profesor como en el aprendizaje de los estudiantes ya que esta puede incrementar el interés y la disposición, generar mayor motivación e inclinación hacia temas que antes podían resultar no muy claros. Además de dar la oportunidad de un aprendizaje más significativo y duradero.

Por otro lado al hablar de las nuevas tecnologías desde los Lineamientos Curriculares de matemáticas (MEN, 1998, p. 18), se expresa que “amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar”. Estas permiten explorar, manipular movimientos, rotaciones, seguir direcciones, construir y reconstruir objetos entre muchas otras posibilidades, permitiendo incluso apreciar objetos que no se pueden visualizar



físicamente los cuales sin su ayuda solo podrían ser concebidos a través de la imaginación de los estudiantes.

Entre los recursos digitales se destaca el software Descartes, debido a que ofrece herramientas que facilitan la enseñanza de las matemáticas, en especial, brinda una mejor visualización gráfica de las construcciones realizadas. De esta manera los estudiantes pueden visualizar representaciones de objetos matemáticos que con lápiz y papel sería muy difícil de construir y en ciertas ocasiones incluso imposible de representar.

Es importante tener en cuenta que el docente debe a través de la enseñanza y el aprendizaje, generar en los estudiantes un pensamiento crítico y racional, en vías de transformar ciudadanos con poder de decisión en medio de la sociedad. El docente deberá escoger adecuadamente los contenidos y la clase de tecnología más adecuada y pertinente para lograr lo anterior, llevando secuencias de aprendizaje estructuradas cuidadosamente y estando presente la interacción simultánea de la tecnología, el profesor y las ideas matemáticas, así realizará un proceso adecuado; pero además debe tener presentes las necesidades de los estudiantes, evitando el facilismo sino más bien enfocándose hacia la creatividad e innovación.

1.3. Enseñanza de los conceptos relativos a la factorización en los libros de texto

Para conocer cómo se aborda la enseñanza del álgebra en los libros de texto se procedió a realizar una revisión de los siguientes: Zona Activa Matemáticas (Viviana Uni Muñoz, 2011), Hipertexto (Marisol Ramírez Rincón, 2010) y Misión Matemática (Dueñas y Garavito, 2008). Se observaron los contenidos y los procedimientos que han sido usados para



desarrollar el pensamiento algebraico en los educandos, centrando la atención en los conceptos relativos a la factorización. Los libros de texto revisados

pertenecen a un rango de tiempo del años 2008 al 2011, en los cuales se consignan guías comunes para abordar conceptos relativos a la factorización y la relación entre conceptos tales como las medidas área, volumen y perímetro con la factorización.

Habilidades de pensamiento

Comunicación

1. **Identifica** el error en el siguiente procedimiento y **corrigelo**.

Factorizar $20x^2 + 55x + 30$.
Divisores de 30:

$p \times q = 30$	p	1	2	3	5
	q	30	15	10	6
	$p + q$	31	17	13	11

Como ninguna de las parejas cuyo producto es 30 suman 55, el polinomio no es factorizable.
Conclusión: es un polinomio primo.

Razonamiento lógico

2. **Completa** el procedimiento.

$$8x^2 - 2x - 3 = 8x^2 - 6x + 4x - 3$$

$$= (8x^2 - 6x) + (4x - 3)$$

$$= 2x(\quad) + (4x - 3)$$

$$= (4x - 3)(\quad)$$

3. **Factoriza** el siguiente trinomio **explicando** cada uno de los pasos.

$$3x^2 + 5x - 12$$

4. ¿Qué diferencia hay entre el caso de factorización de $ax^2 + bx + c$ y el de $x^2 + bx + c$? ¿Se puede aplicar el mismo método?

5. **Factoriza** los trinomios.

- $3x^2 - 5x - 12$
- $2x^2 + 5x - 12$
- $4x^2 + x - 3$
- $2x^2 + 9x + 9$
- $12x^2 - 23x + 10$

- $5x^2 + 9x - 2$
- $15x^2 + x - 2$
- $10x^2 + 21x - 10$
- $40x^2 - 22x + 3$
- $14x^2 + 3x - 2$
- $25x^2 + 25x + 6$
- $12x^2 - 4x - 5$
- $35x^2 + 24x - 35$
- $3x^2 + 5x - 2$
- $12x^2 - 43x + 35$
- $110x^2 - 17x - 15$
- $15x^2 - 13x + 2$
- $30x^2 - 11x - 30$
- $40x^2 + 6x - 1$
- $12x^2 - 14x - 10$
- $8x^2 - 34x + 35$
- $35x^2 + 9x - 2$
- $50x^2 + 25x + 3$
- $56x^2 - 5x - 6$
- $77x^2 - 5x - 12$
- $30x^2 + 61x + 30$

Conexiones

6. **Factoriza** el trinomio: 15

Figura 3. Ejercicios enfocados desde la comunicación y el razonamiento lógico

Tomado de: Zona Activa Matemáticas (Viviana Uni Muñoz, 2011, p. 154).



Desde los libros de texto se intenta retomar elementos presentes en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), tal como encontramos en el libro “Zona Activa Matemáticas” (Viviana Uni Muñoz, 2011) cada unidad es trabajada desde cada pensamiento, abordando en la # 4 los conceptos relativos a la factorización.

Resolución de problemas

Completa el diagrama con los factores de los trinomios dados.

$3x^2 + 5x - 2$

$6x^2 + x - 1$

$6x^2 - 5x - 4$

$15x^2 - 29x + 12$

$10x^2 + 9x - 9$

Determina cuáles trinomios son primos. Explica tu respuesta y factoriza los que no lo sean.

a. $56x^2 + 9x - 2$
 b. $28x^2 + 13x - 6$
 c. $28x^2 + 20x - 6$
 d. $13x^2 + 13x - 4$
 e. $32x^2 - 10x + 3$
 f. $28x^2 + 25x + 3$
 g. $56x^2 - 13x - 3$
 h. $32x^2 - 20x + 3$
 i. $12x^2 + 5x - 2$
 j. $35x^2 + 26x - 48$

9. Halla las dimensiones de los lados de los rectángulos cuyas áreas están representadas por los siguientes trinomios.

a. $20x^2 - 7x - 6$
 b. $12p^2 + 7p - 10$
 c. $5s^2 + 21s + 18$
 d. $28t^2 + 31t - 5$
 e. $32m^2 - 12m - 9$
 f. $10n^2 + 23n + 6$
 g. $56r^2 + 25r - 4$
 h. $2g^2 + 5g - 12$

10. Aplica el método gráfico para factorizar los siguientes trinomios. Guíate por los ejemplos gráficos.

Figura 4.10

a. $12x^2 + 23x + 10$
 b. $28x^2 + 39x + 5$
 c. $8x^2 + 18x + 9$
 d. $10x^2 + 23x + 6$

Figura 4. Ejercicios enfocados desde la resolución de problemas

Tomado de: Zona Activa Matemáticas (Viviana Uni Muñoz, p. 155, 2011).



En el texto se proponen unas seriaciones y polinomios desde la geometría y se presentan algunos procedimientos para ejercitar y desarrollar procesos, entre

los cuales están la comunicación, el razonamiento lógico y la resolución de problemas.

Algunos ejemplos de los ejercicios que se plantean se pueden ver en las figuras 3 y 4.

Además tiene el logro a alcanzar y se hacen relaciones entre la factorización y los conceptos de medida (área, volumen y perímetro), permitiendo una mayor comprensión por parte de los estudiantes. Tiene la opción de autoevaluación bajo una rúbrica establecida, y se propone una prueba tipo saber, dónde el estudiante finalmente dará cuenta del aprendizaje que obtuvo.

En el libro de texto “Hipertexto” (Marisol Ramírez Rincón, 2010) también tiene como uno de sus objetivos la enseñanza del álgebra como se establece en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003); se trabaja por pensamientos, los conceptos se desarrollan en orden secuencial y en las unidades anteriores se trabajó lo necesario para abordar adecuadamente los temas referentes a la factorización, los cuales se desarrollan en la unidad 5. Permitiendo así poner en práctica la capacidad de análisis del estudiante, pues propone situaciones de la vida cotidiana donde se utiliza la factorización como un elemento que brinda ayuda para llegar a la solución. Ofrece trabajar a partir de actividades y de la utiliza de un CD, en los cuales los estudiantes tendrán que responder preguntas de la vida real desde conceptos matemáticos (ver figura 5). A modo de concretar lo trabajado, hay una página donde se recoge lo abordado en la unidad (casos de factorización) con sus respectivos ejemplos. Además en el taller 5 se articula la geometría, la estadística y el álgebra (ver figuras 6 y 7); esta relación permite que el estudiante no aprenda conceptos aislados y por lo tanto pueda ver de una manera más dinámica las aplicaciones del álgebra en los contextos reales.



③ Leer la siguiente situación. Luego, resolver.

Una bodega de alimentos cúbica cuya capacidad está definida por la expresión $64a^3$, tiene una sección destinada a la refrigeración cuya capacidad es b^3 . Si el resto de la bodega está destinada a almacenar alimentos no perecederos, ¿cuál es la expresión factorizada que representa la capacidad destinada a los alimentos no perecederos?



La expresión $64a^3 - b^3$ es la capacidad de la bodega para alimentos no perecederos que corresponde a una diferencia de cubos.

La factorización de esta expresión es:

$$64a^3 - b^3 = (4a - b)(16a^2 + 4ab + b^2)$$

Figura 5. Ejercicio a través de una situación problema

Tomado de: Hipertexto (Marisol Ramírez Rincón, 2010, p. 110).

Factorización completa

15 Escribe el polinomio al que corresponde la factorización dada.

- $(m^2 + 6)^2 =$ _____
- $(3x + 2)(2x - 8) =$ _____
- $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) =$ _____
- $(1 - 2x)(1 + 2x + 4x^2) =$ _____
- $(3m - 4n)^3 =$ _____
- $(a^2 + 1)(a^4 - a^3 + a^2 + a + 1) =$ _____

16 Escribe al frente de cada polinomio en cuántos factores puede ser expresado al factorizarlo completamente.

- $1 - a^8$ _____
- $3 - 3a^6$ _____
- $x^5 - 40x^3 + 144$ _____
- $m^4 - 8m^2 - 128$ _____
- $x^6 - 25x^3 - 54$ _____
- $4a^{2x^3} - 4a^2$ _____
- $a^5 - a^3b^2 + a^2b^3 - b^5$ _____
- $1 - 2x^3 + x^6$ _____

19 La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos en un torneo de microfútbol por cinco colegios en dos categorías.

Colegio	Categoría A	Categoría B
1	$(5 - m^2n)(5 + m^2n)$	$(b^2 - 20c)(b^2 - 1c)$
2	$b^4 - 21b^2c + 20c^2$	$(5x - 4)(3x + 2)$
3	$(x^3 - 2)^3$	$25 - m^4n^2$
4	$64m^2 + 48mn + 9n^2$	$x^9 - 6x^6 + 13x^3 - 8$
5	$15x^2 - 2x - 8$	$(8m + 3n)^2$

Responde las siguientes preguntas de acuerdo con los datos de la tabla.

- ¿Cuál colegio en la categoría B obtuvo el mismo puntaje que el colegio 2 en la categoría A?
- ¿Cuál colegio de la categoría A obtuvo el mismo puntaje del colegio 4 de la categoría B?
- ¿Quién obtuvo mayor puntaje entre el colegio 4 de la categoría A y el colegio 5 de la B?
- ¿Puede afirmarse que el colegio 5 en la categoría A obtuvo un puntaje mayor que el 2 de la B?
- ¿Cómo son los puntajes del colegio 3 de la categoría B y el 1 de la A?

Figura 6. Ejercicio 19 articulación con el área de estadísticas



Tomado de: Hipertexto (Marisol Ramírez Rincón, 2010, p. 131).

TALLER 5

Factor común de monomios

- Responde: ¿Qué es un monomio primo?
- Escribe tres monomios cuyo factor común sea la expresión dada.

a. x^{2y}	d. $-9a^3b$
b. $14m^3n^2$	e. $4xm$
c. $\frac{-5}{3}x^2y^3z$	f. $-\frac{3}{7}x^4y^3z^2$
- Escribe tres formas de factorizar cada monomio.

a. $16a^4b^2$	d. $90m^6n^4$
b. $320x^4yz^2$	e. $15am^3n^2$
c. $\frac{2}{9}a^5b^3c$	f. $\frac{8}{3}x^2y^3$

Factor común de polinomios

- Relaciona cada polinomio con su factor común.

a. $7x^2 - 14$	1. $9xy$
b. $4x^3 - 12x^2$	2. $6x^2y$
c. $21x^5 - 35x^3 - 14x^2$	3. $5x^2y^5z^3$
d. $9x^3y^2 - 72x^2y^3 - 54xy$	4. 7
e. $5x^4y^5z^3 - 100x^3y^6z^4$	5. $4x^2$
f. $-6x^3y + 36x^2y^2 - 42x^2y^3$	6. $7x^2$
- Factoriza los siguientes polinomios.

a. $9m + 18$	h. $11y - 33$
b. $3n + 15$	i. $-4m + 28$
c. $5y + 40$	j. $-5x^3 + 20x$
d. $4x^2 + 32x$	k. $-8x - 16x^3$
e. $6x^2 - 42x^3$	l. $-6x^3 + 2x^2 + x$
f. $7x - 14x^3$	m. $10y^3 - 5y^2 + 10y$
g. $-6x - 36$	n. $5y^7 + 15y^2 + 10y$
- Factoriza los polinomios con fracciones.
 - $\frac{4}{7}m^4 + \frac{2}{7}m^3 - \frac{9}{7}m^2 + \frac{1}{7}m$
 - $\frac{5}{8}n^2 + \frac{1}{8}n^6 - \frac{3}{8}n^3 - \frac{21}{8}n^5$
 - $\frac{2}{5}m^3 + \frac{1}{5}m^2 + \frac{3}{5}m + \frac{1}{5}$
 - $\frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{2}n^3 + \frac{3}{2}n^4 - \frac{7}{2}n^5$
- Determina cuál es el factor común en cada caso.
 - $8(x+4) - t(x+4)$
 - $9(x-2) - y(x-2)$

Factor común por agrupación de términos

- Completa cada factorización.
 - $$x + x^2 - y^2 - xy^2$$

$$= x + x^2 - \square$$

$$= x \square - y^2$$

$$= (\square)(\square)$$
 - $$4x^3 - 1 - x^2 + 4x$$

$$= 4x^3 - x^2 + \square$$

$$= x^2 \cdot \square + \square$$

$$= (\square)(\square)$$

Factoriza los siguientes polinomios.

- $3x - y^2 + 2y^2z - 6xz$
- $2a^2c - 5a^2d + 15bd - 6bc$
- $20mx - 5nx - 2ny + 8my$
- $x^3 + x + x^2 + 1 + a^2 + a^2x^2$
- $3x^3 + 2xyz + 2x^2y^2z - 3xy^2 - 2x^2z - 3x^2y$

Factorización de binomios

- Escribe V, si la afirmación es verdadera o F si es falsa.
 - $64x^8y^2 + 36x^2y^4$ equivale a $(8x^4y + 6xy^2)(8x^4y - 6xy^2)$
 - $x^2 - y^2$ equivale a $(x+y)(x-y)$
 - $125x^4 - \frac{100}{9}y^2$ equivale a $\left(5x^2 - \frac{10}{3}y\right)\left(5x^2 + \frac{10}{3}y\right)$
 - $\frac{144}{49}m^2 - n^2$ equivale a $\left(\frac{12}{7}m+n\right)\left(\frac{12}{7}m-n\right)$
- Halla el área de la figura sombreada. Luego, factorízala.

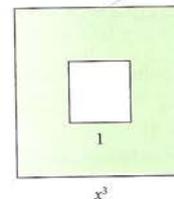


Figura 7. Ejercicio 11 articulación con el área de geometría



Tomado de: Hipertexto (Marisol Ramírez Rincón, 2011, p. 130).

Al igual el libro de texto Misión Matemática (Dueñas y Garavito, 2008) también se muestra una relación de la factorización con la geometría en algunos conceptos de medida, de forma interesante se proponen cuerpos geométricos que están en el contexto de los estudiantes (ver figura 8), para resolver algunos casos de factorización. Cada uno es explicado, contiene un ejemplo de cómo se realiza, y un taller de ejercicios para resolver. Sin embargo, aunque la unidad está trabajada en torno a la situación “Los alimentos”, sólo es mencionada al comienzo de ésta, lo demás (ejemplos y ejercicios) no está contextualizado desde la situación propuesta. Y no se encuentran ayudas tecnológicas para la enseñanza de conceptos relativos a la factorización.



Las áreas frontales de los compartimentos de una nevera se disponen como se indica en la figura.

x^4	$3x^2$
$2x^2$	6

¿Cuáles son las medidas del ancho y el alto de la nevera?

Determinamos el área total de la nevera sumando las áreas de los compartimentos.

$$x^4 + 2x^2 + 3x^2 + 6 = x^4 + 5x^2 + 6$$

Observemos que el resultado es un trinomio, cuyo primer término es un cuadrado, el tercer término tiene dos divisores, el 2 y el 3, y el segundo término se forma de la suma de 2 y 3 multiplicada por la raíz cuadrada del primer término.

$$x^4 + 5x^2 + 6 = (x^2)^2 + (2+3)x^2 + (2 \cdot 3)$$

El ancho de la nevera es $(x^2 + 3)$ y la altura de nevera es $(x^2 + 2)$, es decir, $(x^2 + 2)(x^2 + 3) = x^4 + 5x^2 + 6$.

Para **factorizar** es necesario que las expresiones estén ordenadas, esto facilita identificar el caso de factorización que se puede aplicar.

Figura 8. Ejercicio de razonamiento

Tomado de: Misión Matemáticas (Dueñas y Garavito, 2008 p. 131).

Teniendo en cuenta lo anterior, se podría suponer que las temáticas, que hacen parte de un proceso técnico o temas que pueden presentar un alto grado de dificultad como la factorización, también pueden ser abordadas desde situaciones referentes a la vida misma de los estudiantes, de esta manera pueden conseguir una mejor conexión del contenido con algún contexto cercano a ellos. No obstante, se presenta el trabajo en contexto hasta cierta parte, luego lo deja de lado y acoge nuevamente al tecnicismo en todo su sentido.

Ejercitar el pensamiento es fundamental, por lo cual se debe promover en cualquier área del conocimiento. Pensar no significa simplemente decodificar o pensar sobre lo ya



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

pensado, es algo que va más allá de eso. El ejercicio de pensar está relacionado con lo que al individuo le suscita el pensamiento mismo, de esta manera, podría decirse que los textos analizados pretenden, no solo proponer una praxis en la que se desarrolle un pensamiento matemático, sino la aplicación de éste a otros espacios, es decir, que el pensamiento trasciende los límites de aplicación, de tal manera que el individuo pueda desarrollar habilidades básicas en contexto y a la vez inter-contextualizar el conocimiento.

De la lectura de los anteriores libros de una manera general encontramos que entre los años 2008 y 2011 se ha venido intentando integrar conceptos relativos a la factorización desde otras áreas como la geometría, la estadística o la aritmética, mostrando ejemplos prácticos donde se halla el área y el volumen y luego una serie de actividades que desde los textos proponen desarrollar algunas habilidades de pensamiento propuestas en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2003) como son: comunicación, razonamiento lógico y resolución de problemas a partir de ejercicios.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



2. Marco contextual

El presente proyecto de investigación fue realizado en el Instituto San Carlos de la Salle, de ahora en adelante ISC (ver anexo 2), institución de carácter confesional católico y naturaleza privada, hace parte de la Congregación de los Hermanos de las Escuelas Cristianas fundada por San Juan Bautista de La Salle.

La sede del ISC en particular fue fundada por los Hermanos Gerardo Norberto e Ignacio Felipe en 1938. Inició labores en la carrera 52 con 53 en Carabobo, luego de estar por más 25 años en este sector en 1963 debido al crecimiento de la ciudad se trasladaron a una planta física más amplia, en la cual se encuentran hasta el momento, ubicada en la zona suroccidental de la ciudad de Medellín, en la comuna # 16, en la diagonal 79 # 15-123 en el barrio residencial Belén la Glorieta.

El área construida es menos de la mitad de las dimensiones totales, más de 30 mil metros cuadrados. Está dotado con canchas para varios deportes, coliseo cubierto, aulas de clase para más de dos mil estudiantes, aulas especializadas para las asignaturas de tecnología e informática, dibujo técnico, laboratorio de inglés, física y química y aula taller de matemáticas. Adicional a esto, cuenta con capilla, biblioteca, canal interno de televisión, cafetería con dos niveles para personal administrativo y estudiantes e instalaciones independientes para preescolar.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Actualmente el Colegio cuenta con aproximadamente 1540 estudiantes entre los grados, jardín y transición, primaria y bachillerato, con 106 empleados entre docentes, administrativos y personal de servicios generales y de mantenimiento.

La institución es de carácter mixto, en la cual la mayoría de los estudiantes están clasificados en los estratos socioeconómicos 3, 4 y 5. Con relación al nivel cultural familiar un buen porcentaje de padres de familia han concluido algún tipo de carrera o tecnología.

El ISC ofrece educación en una única jornada escolar organizada de la siguiente manera:

- Preescolar de 8:00 a.m. a 1:00 p.m.
- De 1° a 11° de 7:00 a.m. a 2:15 p.m. Con una variación los días miércoles de 7:00 a 1:00 p.m.

La misión de la institución es procurar educación humana y cristiana a niños y jóvenes, especialmente a los pobres, según el ministerio que la Iglesia le confía. (Regla # 3 de los Hermanos De La Salle).

La visión en el periodo del 2015 al 2020 la comunidad educativa del ISC apoyada en los valores Lasallistas, la investigación, la tecnología y el dominio del inglés, continuará formando ciudadanos felices, líderes, emprendedores y comprometidos con su entorno.

La institución se enfoca hacia el deporte, hace especial énfasis en el inglés, teniendo como eje en su acción pedagógica la filosofía lasallista por medio del método de proyectos



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

colaborativos. Asimismo, se busca que la tecnología se integre a los procesos de enseñanza y aprendizaje de una forma eficiente, trascendiendo a todas las áreas.

La institución cuenta con una página web, a través de la cual los padres y acudientes de los alumnos pueden estar informados sobre actividades académicas y culturales que se presenten allí. Además pueden estar al tanto del proceso que lleva el estudiante, saber si debe realizar planes de apoyo, entre otras cosas. Además en ese sitio se encuentra información general de la institución, su misión, visión, circulares informativas, noticias y experiencias que allí se lleven a cabo. El siguiente es el link en donde se puede encontrar toda esta información: <http://isc.edu.co/>.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



3. Planteamiento del problema

La importancia de usar tecnología en el proceso de formación se puede respaldar con diferentes políticas públicas vigentes en Colombia tales como la Ley de 1341 en la cual se dictan los principios y conceptos sobre la Sociedad de la Información y la organización de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. El Plan Decenal de Educación (2006-2016) es otro documento que aporta unas metas a cumplir con el fin de integrar tecnología en la enseñanza. De igual manera el MEN (2013) establece cinco competencias TIC para el desarrollo profesional docente: tecnológica, pedagógica, comunicativa, de gestión e investigativa.

Con respecto a la normativa del Instituto San Carlos de la Salle, en relación a la implementación de tecnología en el aula, en el Proyecto Educativo Institucional se citan unos indicadores de evaluación, además de los recursos con los que se cuenta.

Finalmente, en relación al proceso de génesis instrumental, se toma como referente la Teoría de la Actividad Instrumentada (1985) propuesta por Pierre Verillon y Pierre Rabardel, en la cual se definen algunos conceptos fundamentales dentro de la misma, con el fin de identificar qué tanto de lo aprendido fue gracias a la mediación tecnológica.

Normativa sobre el uso de las TIC en educación. La Ley 1341 de 2009 establece unos principios en relación a la Tecnologías de la Información y la Comunicación, con ello se pretende fomentar el desarrollo Tecnológico del país, incrementando de esta manera, la



productividad y la competitividad. Para ello, el Ministerio de TIC tiene como objetivos diseñar políticas, programas y proyectos en tecnología, que contribuyan al desarrollo económico del país; además de promover el uso de las TIC entre los ciudadanos.

Asimismo, en el artículo 39 de esta Ley, se determina el apoyo del Ministerio de Tecnologías de las Informaciones y la Comunicaciones al Ministerio de Educación Nacional con el fin de promover el emprendimiento en TIC con componentes innovadores, capacitación a los maestros de todos los niveles escolares, incluir una cátedra de TIC en las instituciones educativas desde los primeros grados e iniciar un Sistema Nacional de alfabetización digital.

El Ministerio de Educación Nacional (2013) establece unas competencias a desarrollar por los maestros de todas las áreas en relación al uso y apropiación de recursos tecnológicos en el proceso de formación de los estudiantes. A continuación será descrita cada una.

- *Competencia tecnológica:* capacidad para seleccionar y utilizar de forma pertinente, responsable y eficiente una variedad de herramientas tecnológicas entendiendo los principios que las rigen, la forma de combinarlas y las licencias que las amparan (p. 31).
- *Competencia comunicativa:* capacidad para expresarse, establecer contacto y relacionarse en espacios virtuales y audiovisuales a través de diversos medios y con el manejo de múltiples lenguajes, de manera sincrónica y asincrónica (p. 32).

Facultad de Educación

- *Competencia pedagógica:* capacidad de utilizar las TIC para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, reconociendo alcances y limitaciones de la incorporación de estas tecnologías en la formación integral de los estudiantes y en su propio desarrollo profesional (p. 32).
- *Competencia de gestión:* capacidad para utilizar las TIC en la planeación, organización, administración y evaluación de manera efectiva de los procesos educativos; tanto a nivel de prácticas pedagógicas como de desarrollo institucional (p. 33).
- *Competencia investigativa:* capacidad de utilizar las TIC para la transformación del saber y la generación de nuevos conocimientos (p. 33).

De esta manera se resalta la importancia de integrar las TIC en el proceso de enseñanza, en tanto posibilita el desarrollo integral y profesional de los estudiantes, para que posteriormente contribuyan al progreso en la productividad y economía del país.

Finalmente, en Colombia en el Plan Decenal de Educación (2006-2016) de acuerdo con lo expuesto por el MEN (2013) fija como reto a alcanzar por la educación:

... la renovación pedagógica y uso de las TIC de la educación, a través de la dotación de infraestructura tecnológica, el fortalecimiento de procesos pedagógicos, la formación inicial y permanente de docentes en el uso de las TIC, innovación pedagógica e interacción de actores



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

educativos. Ciencia y tecnología integradas a la educación; mediante el fomento de una cultura de la investigación, el fortalecimiento de política pública, la formación del talento humano y la consolidación de la educación técnica y tecnológica. Desarrollo profesional, dignificación y formación de docentes y directivos docentes (p. 14).

Cabe destacar que con el fin de afrontar los diferentes desafíos de la educación actual, se presentan unos objetivos con sus respectivas metas, los cuales permitan la integración de las TIC al proceso pedagógico.

Normativa del Instituto San Carlos de la Salle en relación al uso de tecnología en el proceso de formación. Dentro de lo referente a la integración de tecnología en la educación, se encuentra la visión, la cual en pocas palabras establece que será una institución educativa formadora de hombres integrales, apoyada en el desarrollo tecnológico, una segunda lengua y una capacidad emprendedora. Además dentro de su Proyecto Educativo Institucional, se encuentran los siguientes indicadores y recursos con respecto al uso de la tecnología en el aula:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

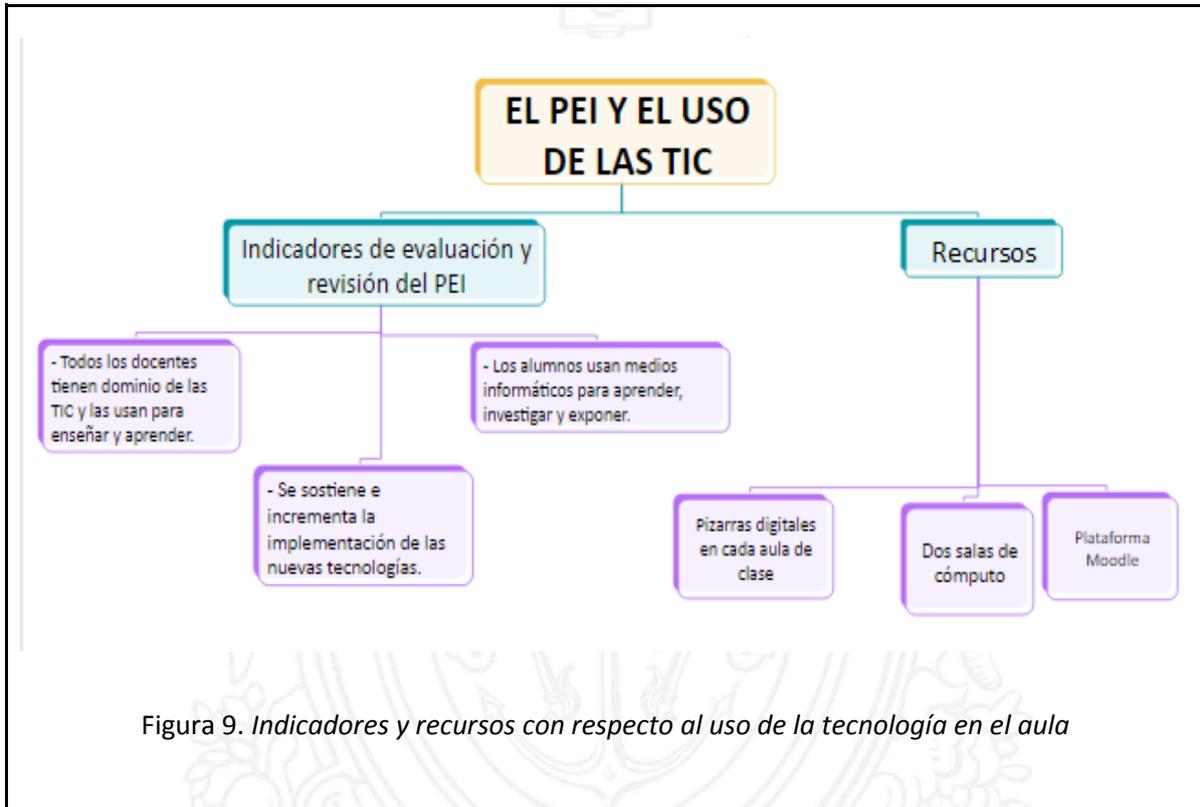


Figura 9. Indicadores y recursos con respecto al uso de la tecnología en el aula

Adicional a los recursos expuestos en la tabla, el instituto cuenta con un aula taller de matemáticas y un set de televisión, sin embargo, dichos recursos son escasamente usados en el desarrollo de las clases.

Tecnología y educación. De acuerdo a lo previamente mencionado en relación al uso de tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se toma como referente la Teoría de la Actividad Instrumentada de Pierre Verillon y Pierre Rabardel (1985), la cual permite evidenciar la influencia de la tecnología en los procesos cognitivos de una persona que interactúa con ella. Según Ballester (2007) “el uso de la tecnología como apoyo al quehacer humano, puede ayudar profundamente con la transformación de los esquemas mentales, con la modificación de la conducta de los sujetos” (p. 135). Es por ello que este referente cobra



importancia dentro de esta investigación, pues es un soporte para justificar la inclusión de tecnología en la enseñanza, además de posibilitar indagar qué de lo aprendido fue gracias a eso.

En cuanto al uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas, Lozano (2014) expone:

“Inicialmente, la característica primordial de los proyectos de aula para las matemáticas es que hacen uso del juego por medio de las TIC para la enseñanza de esta área. Ello desencadena en el resurgimiento del interés de los estudiantes por el aprendizaje didáctico de las matemáticas” (p. 154).

Esto conlleva a pensar que el apoyo tecnológico en el aula favorecerá el aprendizaje de las matemáticas al despertar el interés y entusiasmo de los alumnos, conduciéndolos a participar activamente de las actividades propuestas.

Cabe destacar que se abordó la factorización como concepto principal para el diseño de la unidad didáctica debido a que durante la observación realizada en los dos primeros semestres de práctica en la institución se evidenciaron falencias en este tema, en ese momento los alumnos se encontraban en el grado octavo, por lo cual, para el siguiente año, para la realización de la intervención se pretendía dotar nuevamente de significado el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización, cuando los estudiantes se encontraban en el grado noveno.



De acuerdo a lo anteriormente expuesto se formuló la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización con el uso de la tecnología?

3.1. Objetivo general

Caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización con el uso de tecnologías.

3.2. Objetivos específicos

- Reconocer la implicación en el uso de diferentes ambientes en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.
- Describir los procesos de instrumentalización e instrumentación con tecnología en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



4. Marco legal

En este apartado se expondrán las diferentes leyes que establecen la integración de Tecnologías de la Información y la Comunicación en la educación, tales como la Ley 1341 de 2009, el Plan Decenal de Educación (2006-2016), y las Competencias TIC para el desarrollo profesional docente propuestas por el Ministerio de Educación Nacional en 2013.

Ley 1341 de 2009. Mediante esta Ley se establecen los principios en relación a la Tecnologías de las Informaciones y las Comunicaciones, con el fin de promover el desarrollo Tecnológico del país, incrementando la productividad y la competitividad. Para cumplir con este fin, el Ministerio de TIC plantea algunos objetivos como promover el uso y apropiación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones entre los ciudadanos, las empresas, el gobierno y demás instancias nacionales como soporte del desarrollo económico, social y político de la Nación e impulsar el desarrollo y fortalecimiento del sector de las TIC, promover la investigación e innovación buscando su competitividad y avance tecnológico conforme al entorno nacional e internacional.

Con su artículo 38 se pretende masificar el uso de las TIC con el fin de cerrar la brecha digital, implementando estrategias de conectividad, buscando sistemas que lleguen a las regiones más apartadas del país. Asimismo, en el artículo 39 de esta Ley, se determina el apoyo del Ministerio de Tecnologías de las Informaciones y la Comunicaciones al Ministerio de Educación Nacional con el fin de:

- Promover el emprendimiento en TIC con componentes innovadores.
- Capacitación a los maestros de todos los niveles escolares.



- Incluir una cátedra de TIC en las instituciones educativas desde los primeros grados.

- Iniciar un Sistema Nacional de alfabetización digital.

Plan Decenal de Educación (2006-2016). En el Plan Decenal de Educación se plantean algunos desafíos para la formación en el siglo XXI, pretendiendo afrontarlos se establecen unos macroobjetivos y sus respectivas metas que darán vía a posibles soluciones.

- Fines y calidad de la educación en el siglo xxi (globalización y autonomía)
Para este desafío, en relación a las TIC se propone el uso y la apropiación de las mismas como objetivo, y la siguiente meta: garantizar el acceso, uso y apropiación crítica de las TIC, como herramientas para el aprendizaje, la creatividad, el avance científico, tecnológico y cultural, que permitan el desarrollo humano y la participación activa en la sociedad del conocimiento (PNDE 2006-2016).
- Renovación pedagógica y uso de las TIC en la educación.

En este apartado, en referencia al uso de las TIC se determinan los siguientes Macro Objetivos, acompañados de su meta correspondiente.

1. Dotación e infraestructura, para ello se opta por dotar y mantener en todas las instituciones y centros educativos una infraestructura tecnológica informática y de conectividad, con criterios de calidad y equidad, para apoyar procesos pedagógicos y de gestión.

2. Fortalecimiento de procesos pedagógicos a través de las TIC, para lo cual se propone el fortalecimiento de procesos pedagógicos, reconociendo la transversalidad



curricular del uso de las TIC, apoyándose en la investigación pedagógica.

3. Innovación pedagógica e interacción de los actores educativos, a través de la construcción e implementación de modelos educativos y pedagógicos innovadores que garanticen la interacción de los actores educativos, haciendo énfasis en la formación del estudiante, ciudadano del siglo XXI, comprendiendo sus características, necesidades y diversidad cultural.

4. Formación inicial y permanente de docentes en el uso de las TIC, por medio del cual se busca transformar la formación inicial y permanente de docentes y directivos para que centren su labor de enseñanza en el estudiante como sujeto activo, la investigación educativa y el uso apropiado de las TIC.

(PNDE 2006-2016)

Competencias TIC para desarrollo profesional docente. Debido a las políticas que buscan la integración de tecnología en la educación, desde el MEN (2013) surge un documento en el cual se establecen unas competencias que deben desarrollar y adquirir los docentes con el fin de implementar en su quehacer como maestro, nuevas prácticas que apunten a las formas actuales de acercarse al conocimiento.

El MEN (2013). Afirma que una propuesta innovadora en la educación parte de concebir el proceso educativo como un proceso de desarrollo potencial, en el cual el estudiante pasa de ser objeto de la enseñanza a convertirse en sujeto de aprendizaje, donde se garantiza un aprendizaje significativo, apoyado en el desarrollo de las capacidades para emprender, innovar, crear, cambiar los intereses del conocimiento, producir nuevas soluciones y superarse a sí mismo (p.19).



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Por lo tanto, se hace necesario integrar nuevas formas de enseñanza

que contribuyan al desarrollo tanto de los sujetos como del país, guiando en pro de la evolución de sus habilidades y capacidades. Además de promover un aprendizaje con sentido para los alumnos, pudiendo de esta manera, acercarlos de manera pertinente al conocimiento en este siglo XXI.

A continuación se describen las cinco competencias con las que debe contar un maestro, de acuerdo a las exigencias que se plantean en el siglo XXI.

“Competencia tecnológica: capacidad para seleccionar y utilizar de manera oportuna los recursos tecnológicos con los que se cuenta.

Competencia comunicativa: facultad para relacionarse en espacios virtuales y audiovisuales a través de diversos medios.

Competencia pedagógica: esta puede ser definida como la idoneidad para utilizar las herramientas TIC, con el fin de favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta tanto los alcances como las limitaciones de esos recursos.

Competencia de gestión: capacidad para planear y organizar su práctica pedagógica mediada por las TIC.

Competencia investigativa: facultad para hacer uso de las TIC en la transformación del saber, posibilitando la generación de nuevos conocimientos”.

(MEN 2013, p. 31-33)

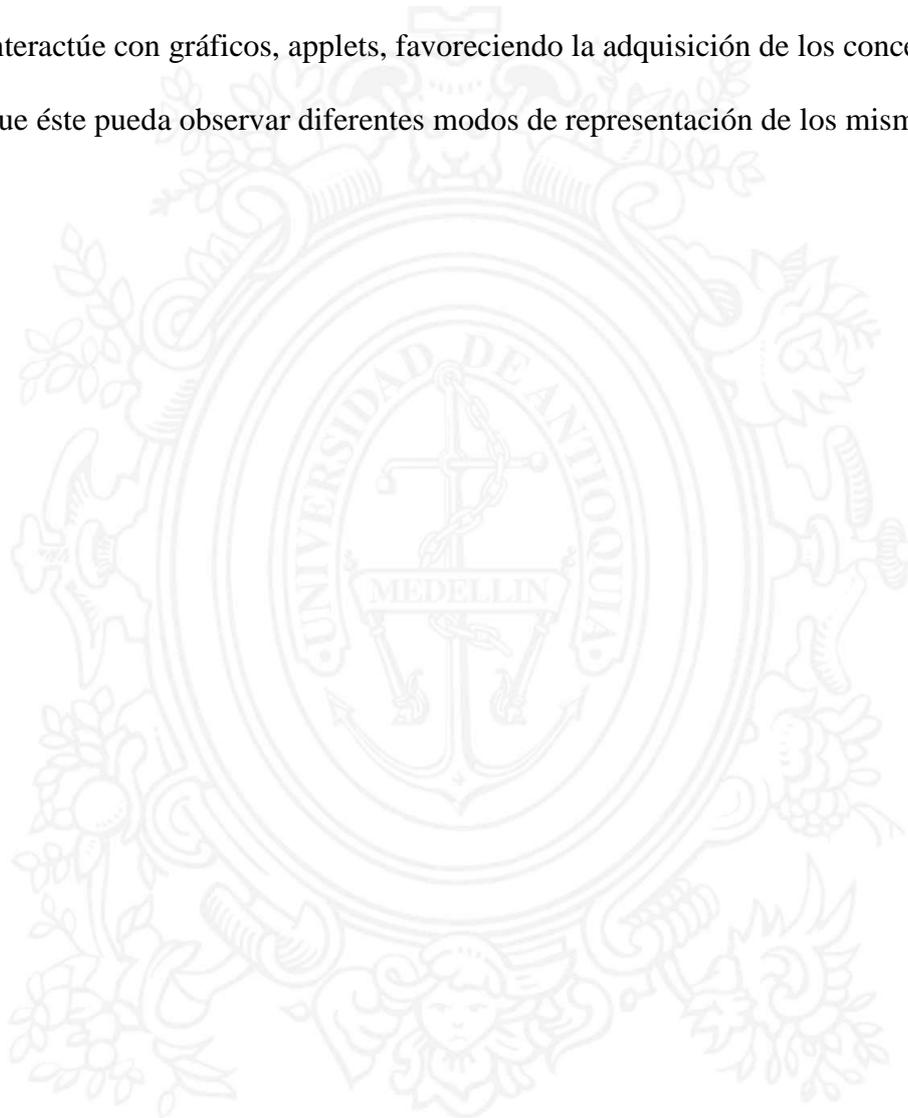
Todas las normas expuestas anteriormente son pertinentes dentro de este proyecto de investigación puesto que en la visión del ISC se establece que esta será una institución educativa formadora de hombres integrales, apoyada en el desarrollo tecnológico, de acuerdo a la Ley 1341, asimismo porque allí se cuenta con los recursos suficientes para que el docente



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

integre tecnología en su práctica, entre ellos se encuentran las salas de cómputo y pizarras digitales en cada aula. Estos recursos pueden ser usados para que el estudiante interactúe con gráficos, applets, favoreciendo la adquisición de los conceptos en la medida en que éste pueda observar diferentes modos de representación de los mismos.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



5. Marco teórico

Para el presente trabajo de investigación, se tomaron como base los siguientes cuatro referentes teóricos: la Teoría de los instrumentos psicológicos de Lev Vigotsky, la Teoría de la Actividad Instrumentada de Pierre Verillon y Pierre Rabardel, el ambiente de aprendizaje definido por Jakeline Duarte, y la unidad didáctica planteada por el autor Neus Sanmartí; éstos surgen luego de plantear el problema y establecer los respectivos objetivos que guiarán dicha investigación. A continuación será descrito cada uno de los referentes mencionados.

5.1. Instrumentos psicológicos

Vygotsky planteó unas ideas sobre los procesos mentales superiores, los cuales considera funciones de la actividad mediada, para ello sugirió tres tipos de mediadores: instrumentos materiales, instrumentos psicológicos y mediación de otra persona; a continuación se describe cada uno.

- Los instrumentos materiales, hace referencia a los objetos o elementos que construye el hombre y que tienen que ver con la naturaleza humana.
- Los instrumentos psicológicos, tienen que ver con los instrumentos materiales, y la manera de cómo interviene entre ellos, es decir, el proceso psicológico que puede hacer una persona cuando al conocer o manipular el instrumento material decide utilizarlo de distintas maneras o para un determinado fin, esto lo lleva a convertirse en un proceso mental.
- Mediación de otra persona, en la cual se proponen dos enfoques uno tiene que ver con el nivel social, la manera como interviene la sociedad (nivel interpsicológico) y el otro

tiene que ver con lo que repercute dentro del niño (nivel intrapsicológico) es decir los significados y construcciones que el niño pueda hacer

(Ballester,2007).

La propuesta de Vygotsky sirve de base para la Teoría de la Actividad Instrumentada desarrollada por Verillon y Rabardel en 1995. Esta será expuesta en los siguientes párrafos.

5.2. Teoría de la actividad instrumentada

La teoría de la actividad instrumentada fue propuesta por Pierre Verillon y Pierre Rabardel (1995), en ella se destacan los posibles aportes a la cognición que pueden resultar del uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Dentro de dichos planteamientos, se establecen las relaciones entre los diferentes elementos involucrados en las acciones mediadas por componentes tecnológicos, éstos son el sujeto, el artefacto, el instrumento, los esquemas de uso y el objeto. En el siguiente gráfico se observa el modelo de Situaciones de la Actividad Instrumentada (IAS por su expresión en inglés: *Instrumented activity situations*) planteado por los autores ya mencionados, en él se ilustran las distintas formas de interacción entre el sujeto, el objeto y el instrumento.

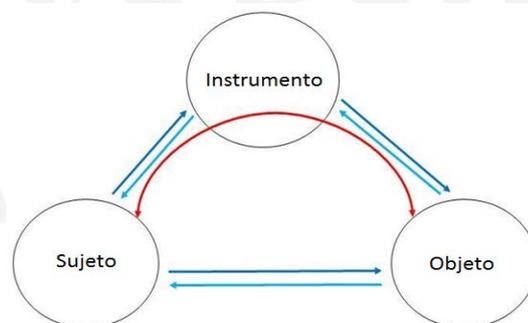


Figura 10. *Modelo IAS*

Modelo IAS propuesto por Verillon y Rabardel (1995, p. 85).



Como indican las flechas, se trata de relaciones bidireccionales entre el sujeto y el instrumento, el instrumento y el objeto y el sujeto y el objeto; además de la interacción sujeto-objeto mediada por el instrumento. En cuanto a este modelo los autores plantean que “más allá de la interacción directa sujeto-objeto, otras interacciones podrían observarse: interacciones entre el sujeto y el instrumento, interacciones entre instrumento y aquello sobre lo cual la acción puede realizarse y la interacción sujeto-objeto mediada por el instrumento”. (Verillon y Rabardel, 1995, p. 85).

Llegados a este punto, se hace necesario definir cinco conceptos fundamentales dentro de dicha teoría:

Sujeto: es quien realiza la acción.

Artefacto: es un objeto material (por ejemplo, un computador) o simbólico (por ejemplo el lenguaje), por medio del cual el sujeto ejecuta la acción.

Instrumento: es una construcción psicológica, fruto de la interacción y apropiación del artefacto por parte del sujeto para llevar a cabo una tarea, asociado a los esquemas de uso. A propósito de este concepto Verillon y Rabardel (1995) afirman:

“El punto es que el instrumento no existe en sí mismo. Una máquina o un sistema técnico no constituyen inmediatamente una herramienta para el sujeto. Incluso, construido explícitamente como una herramienta, no es un instrumento como tal para el sujeto. Esto llega a ocurrir cuando el sujeto ha sido capaz de apropiarse de ello para sí mismo- ha sido capaz de subordinarlo como un medio para sus fines- y a este respecto, lo ha integrado a su actividad” (p. 84-85).

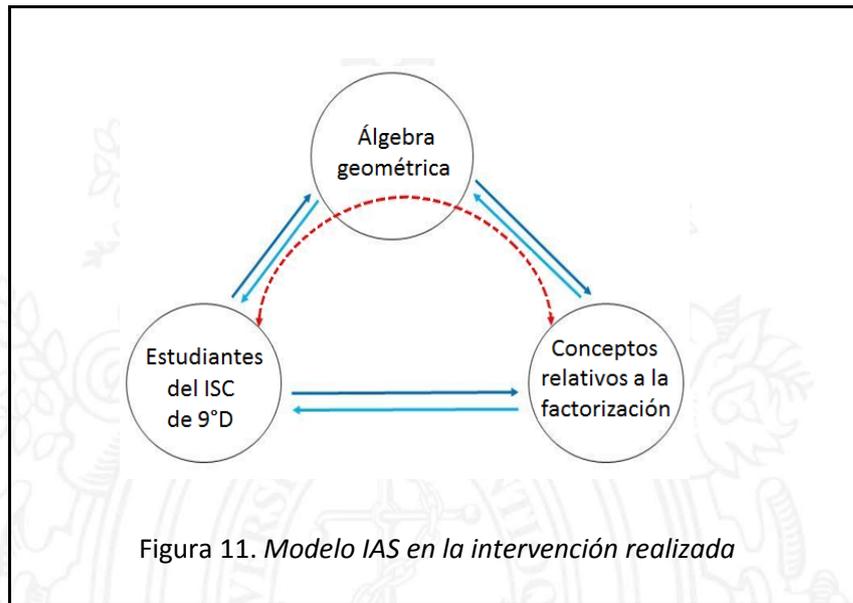


Objeto: es hacia el cual se encuentra dirigida la acción a través del uso del instrumento.

Esquemas de uso: se trata de una invariante representativa y operativa que permite al sujeto llevar a cabo una actividad.

Ahora bien, la transformación de artefacto en instrumento recibe el nombre de génesis instrumental, para que esto resulte es necesario llevar a cabo dos procesos: instrumentalización, la cual consiste en conocer el artefacto, sus bondades y la forma de usarlo. Y la instrumentación, la cual conduce a la apropiación de los esquemas de acción, lo cual va formándose en técnicas que contribuyen a una respuesta efectiva de las tareas asignadas.

Esta teoría permite determinar la evolución en la cognición de los sujetos involucrados en un proceso de enseñanza, mediado por el uso de tecnología. En esta investigación se trata del aprendizaje de los conceptos relativos a la factorización lo cual a la luz de esta propuesta resultaría ser el objeto mediante el uso del álgebra geométrica, o de un applet llamado algebra tiles, lo cual visto desde dicha teoría serían los instrumentos a partir de los cuales los estudiantes construirán el conocimiento (también desde esa propuesta los estudiantes resultan ser los sujetos). A partir de estos tres elementos (instrumento, objeto, sujeto) es que se darán las diferentes interacciones planteadas en el modelo IAS (Verillon y Rabardel, 1995).



5.3. Ambientes de aprendizaje

Este referente cobra importancia puesto que el Instituto San Carlos de la Salle (ISC) cuenta con diferentes espacios en los cuales puede ser llevada a cabo una clase, para efectos de esta investigación se usaron tres espacios físicos: aula taller de matemáticas, aula de informática y aula de clases, y dos hipermediales: algebra tiles¹, Floorplanner². En todos los casos se posibilita el trabajo colaborativo.

Para Duarte (2003), un ambiente de aprendizaje también es considerado como un ambiente educativo, “no sólo se considera el medio físico sino las interacciones que se producen en dicho medio” (p. 102). Por lo tanto un ambiente de aprendizaje puede ser visto

¹http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_189_g_3_t_2.html?open=activities&from=category_g_3_t_2.html

² <http://www.floorplanner.com/>



como un espacio que puede ser físico o simbólico, en el cual se da lugar a diferentes interacciones, las cuales van generando una evolución en la cognición del sujeto.

Cabe resaltar que no todo espacio físico es adecuado para toda actividad, por lo tanto es necesario seleccionar el lugar según la tarea que se planea llevar a cabo, ya sea una exposición, un trabajo en equipo, un juego, entre otros. Como ya se había mencionado, el ISC cuenta con la infraestructura necesaria para contemplar diferentes ambientes de aprendizaje como lo son:

- El aula taller de matemáticas: es un espacio dotado con una pizarra digital y material didáctico como regletas, tangram, poliedros, cubos de soma, tortas fraccionarias, pentominós, álgebras geométricas, ábacos, torres de Hanoi, entre otros. A continuación se muestra un diagrama con la disposición de las mesas.

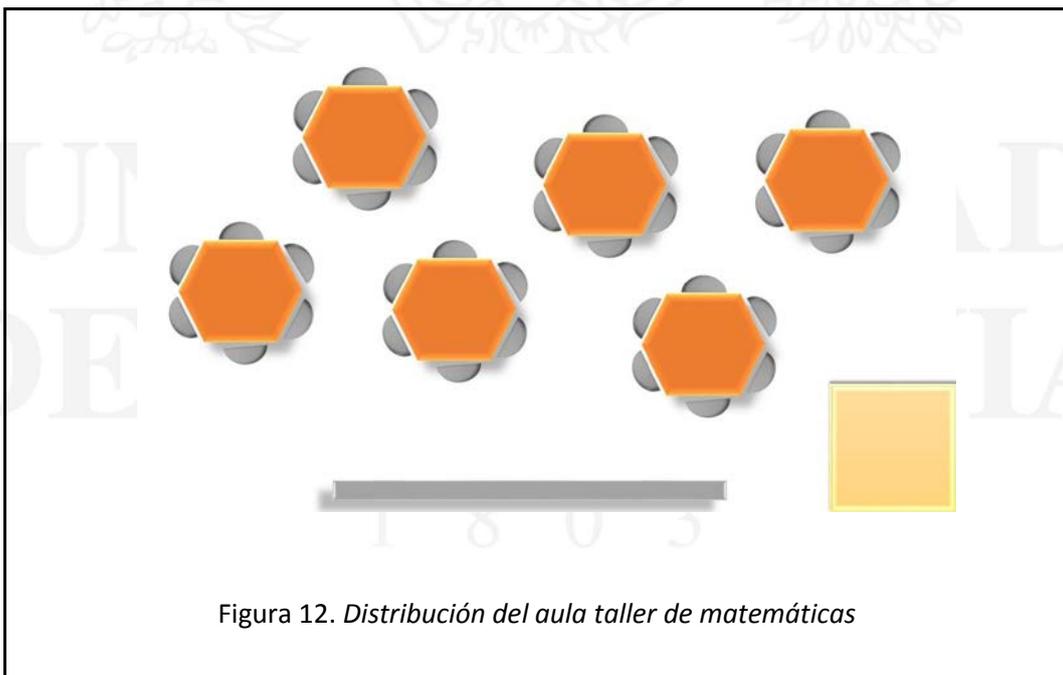


Figura 12. Distribución del aula taller de matemáticas



La disposición de las mesas permite una comunicación bidireccional entre los alumnos y el maestro, además de posibilitar el trabajo colaborativo.



Figura 13. Aula taller de matemáticas

En el aula taller de matemáticas se dispone de un amplio espacio y múltiples materiales didácticos.

Aula de informática: dotada con aproximadamente 20 computadores, allí los estudiantes pueden trabajar colaborativamente ya que está dispuesto un computador para dos personas.

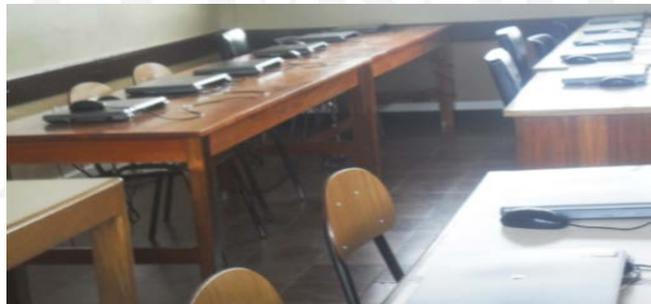


Figura 14. Aula de informática

Se dispone de computadores para cada estudiante.



Aula de clase: es el lugar habitual donde se desarrollan las clases, es un espacio amplio donde cada estudiante está en su pupitre pero estos se pueden organizar de diferentes formas como lo son por filas, en forma de “u” o simplemente desplazar los pupitres a un costado del salón si se desea tener un espacio amplio para desarrollar una actividad determinada. Además, cada aula de clase cuenta con su respectivo tablero en acrílico, y pizarra digital.

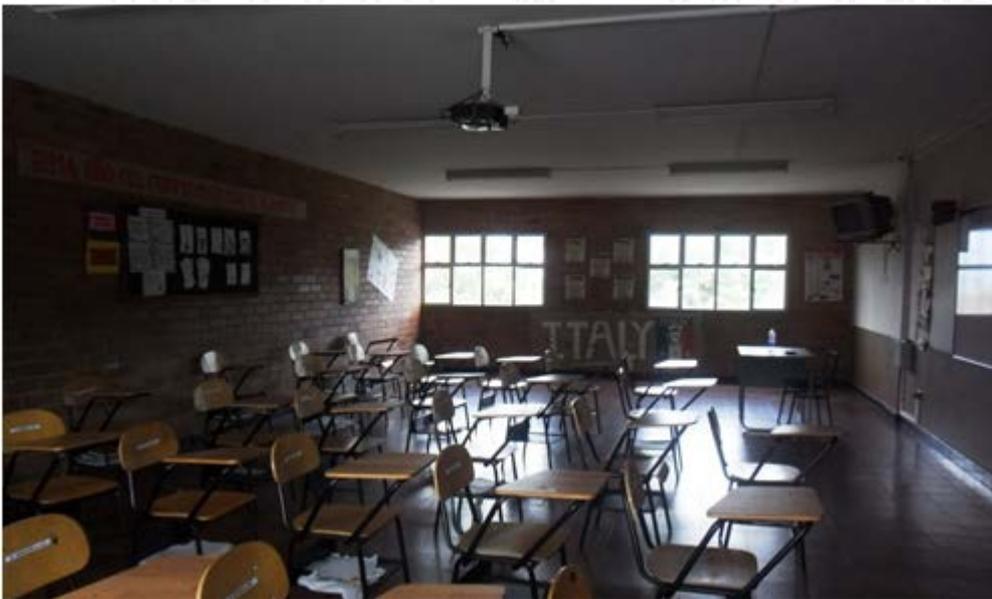


Figura 14. Aula de clase.

Uno de los ambientes de aprendizaje propiciados, fue el Proyecto Aula Omega, propuesta que surge con la Profesora Zulma Sánchez y apoyada por los maestros en formación en el marco de la Práctica Pedagógica.



El proyecto Aula Omega es un espacio académico en el que se propone una guía de trabajo para ser resuelta bajo la metodología de resolución de problemas según George Polya, dicha guía se trabaja y desarrolla desde los lineamientos y los estándares curriculares. Además busca incentivar y motivar a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Para ello se implementaron actividades manipulativas, virtuales o físicas, previas al desarrollo de las guías de trabajo con las que se pretende fortalecer las habilidades de los estudiantes en las diferentes competencias matemáticas mediante el uso de la tecnología, el juego, apoyos audiovisuales, herramientas físicas y virtuales, que ayudan al estudiante a observar aspectos que no son evidenciables fácilmente en el tablero y el papel, pero que pueden ser descubiertos por ellos mismos con la ayuda de material manipulable generando un mayor significado dentro de la construcción de sus propios conocimientos.

El proyecto se dividió en 3 grupos que se conformaron de la siguiente forma:

- Grupo 1, estudiantes de los grados 2° - 3°
- Grupo 2: estudiantes de los grados 4° - 5°
- Grupo 3: estudiantes de los grados 8° - 9°

Con los grados 2°, 4° y 8°, se hace una familiarización con las preguntas de selección múltiple con única respuesta, con el uso de materiales y en diferentes ambientes de aprendizaje en los procesos de enseñanza, con el fin de lograr un mayor acercamiento de los estudiantes con las Matemáticas y generar en ellos una mayor disposición, motivación y gusto frente al área, al mostrarle situaciones de su contexto que son resueltas desde las matemáticas.



Con los Grados 3°, 5° y 9° la estrategia es de preparación para la presentación de dichas pruebas y mantener el interés por el saber, el aprendizaje constante y la relación de las matemáticas en su entorno.

Para finalizar con los referentes teóricos, se presenta la Unidad Didáctica desde Neus Sanmartí, la cual sirve de apoyo para planear un conjunto de clases y estructurarlas de acuerdo a objetivos, pensamientos, indicadores de logros, competencias, entre otras cosas. Esta será descrita a continuación.

5.4. Unidad didáctica

Para la intervención se decide realizar una unidad didáctica ya que permite estructurar las clases de acuerdo a aspectos como competencias, objetivos, contenidos, recursos empleados, entre otras cosas; además de darle un orden lógico puesto que se divide en cuatro fases que permiten ir de un nivel más bajo a uno más alto en el transcurso de la formación, estas serán expuestas más adelante.

Sanmartí (2005) indica que a través de la unidad didáctica se puede definir qué y cómo se van a desarrollar los procesos de enseñanza y aprendizaje, pensando además a quién y para que se van a desarrollar estos procesos. Partiendo de lo anterior se inició por definir cuáles serían los objetivos buscando favorecer dichos procesos, teniendo en cuenta para su elección los conocimientos que se han adquirido de las teorías antes planteadas y buscando a la vez que estos sean prácticos. Se discutió lo que Sanmartí, N. (2005) llama ideas matriz, lo cual hace referencia a “qué se considera importante enseñar, cómo aprenden mejor los estudiantes y cómo es mejor enseñar” (p. 18).



La unidad didáctica se diseñó para estudiantes de noveno grado. Con relación a qué enseñar se partió del nivel y lo aprendido en los grados anteriores. Se abordaron los aspectos que se consideraron más importantes y útiles para los estudiantes en los grados futuros. En este sentido se consideró importante trabajar conceptos relativos a la factorización debido que en intervenciones anteriores durante la Práctica Pedagógica se evidenciaron falencias y dificultades en este tema. Por lo cual el objetivo general de la unidad didáctica es “establecer la relación existente entre conceptos relativos a la factorización y los conceptos de área y volumen en algunos contextos”.

Igualmente, se buscó que los estudiantes mientras se trabajaba en grupos construyeran su propio conocimiento apoyándose entre sí, partiendo de lo aprendido hasta el momento y fueran comprendiendo y/o creando para sí los conceptos. Por lo cual cada situación o propuesta a llevar a cabo se orientó a este propósito, adaptándose a contextos cercanos a los estudiantes. Se buscó trabajar situaciones cotidianas distintas a las que normalmente se realizan en clase. También se tuvo en cuenta el cómo llevar materiales didácticos que facilitarían la comprensión de los conceptos ya que se quería aprovechar las herramientas tecnológicas con que cuenta el ISC en las salas de cómputo y el aula taller de matemáticas.

Teniendo en cuenta lo anterior se eligieron los siguientes objetivos específicos:

1. Aplicar correctamente los conceptos de perímetro y área.
2. Reconocer las operaciones con números reales.
3. Escribir en lenguaje simbólico expresiones dadas en lenguaje natural e identificar la utilidad de símbolos al resolver problemas.



4. Realizar estimación de medidas; dibujar en 2D, 3D y perspectiva, mostrando diferentes vistas de estructuras físicas del entorno.
5. Con la actividad de la casa, Reconocer las medidas, identificar las longitudes X, Y y Z calcular el área y el volumen de la casa.
6. Reconocer la utilidad de la tecnología dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje
7. Expresar algebraicamente el área de la casa
8. Interpretar expresiones geométricas algebraicamente.
9. Utilizar expresiones algebraicas en situaciones de la vida real y factorizar dichas expresiones.

Se estructuró la unidad didáctica en ocho clases, tomando como contexto situaciones relacionadas con las casas de los estudiantes, vinculadas a la búsqueda de áreas y volúmenes de diferentes lugares y objetos de estas, de acuerdo a los distintos objetivos propuestos, por lo cual la estructura se realizó conforme a las fases de actividades propuestas por Sanmartí (2005, p. 37). Entendiendo cada fase como una etapa donde se va avanzando o progresando en el aprendizaje de los estudiantes, perteneciendo así cada clase a una de las siguientes fases.

1. Fase de exploración para la detección de conocimientos previos y repaso. Se aprovecha para que los estudiantes repasen los conocimientos previos a través de situaciones que trabajan de forma individual y en grupo compartiendo distintos puntos de vista y expresándose de nuevas formas.



2. Fase de actividades para la adquisición de nuevos conocimientos.

Conocimientos previos y nuevos se aplican y relacionan entre sí a través de nuevas situaciones, mientras detectan nuevos puntos de vista y nuevas formas de resolver problemas.

3. Fase de estructuración y síntesis. Se trabaja la exploración para identificar e interpretar, utilizando los conocimientos adquiridos aplicándolos en situaciones de la vida real. Es necesario que los estudiantes demuestren la comprensión de los conocimientos adquiridos.

4. Fase de aplicación de los conocimientos. Es necesario transferir la forma como se entiendo lo aprendido a una nueva situación.

La unidad didáctica (ver anexo 10) además permite abarcar otros aspectos importantes tales como los pensamientos y estándares establecidos según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Matemáticas (MEN, 2003); los indicadores de logros que deben ser alcanzados, las competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales relacionadas con el saber, el hacer y el ser, respectivamente; la forma en que se evalúa y los criterios que se tendrán en cuenta en esta; los diferentes ambientes de aprendizaje en donde se llevarán a cabo las clases y las diferentes metodologías propuestas para cada clase. Todos estos aspectos se retoman de una forma más amplia en el apartado 8.1.1.5. y en el desarrollo de la unidad didáctica (ver anexo 10).



6. Marco conceptual

En la búsqueda de implementar la tecnología como mediadora en la enseñanza y el aprendizaje de la factorización, se seleccionó el álgebra geométrica como material idóneo para apoyar la enseñanza de conceptos relativos a la factorización. Partiendo de esto en este capítulo se retoman algunos conceptos básicos relacionados con el álgebra escolar, tales como álgebra, factorización y expresiones algebraicas y el álgebra geométrica como apoyo para su enseñanza y aprendizaje.

El álgebra generalmente se comprende como una parte de las matemáticas que permite desarrollar el pensamiento variacional y no solo tiene que ver con los sistemas algebraicos sino también con los sistemas analíticos. A través de esta se trabaja, como lo indican los Estándares Básicos de Matemáticas, “la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2003, p. 66). El desarrollo de este pensamiento permite la resolución de problemas, la generalización de patrones, analizar relaciones entre cantidades, la modelación de procesos de la vida cotidiana, y desde diversas áreas adicional a las matemáticas como las ciencias naturales y sociales. Es importante su desarrollo desde la Educación Básica Primaria para construir por diversos medios y de forma significativa “la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral (MEN, 2003, p. 66).



Al trabajar con el álgebra se encuentran varias expresiones algebraicas como las ecuaciones o inecuaciones en las cuales se amplía la notación del lenguaje aritmético adicionando letras las cuales en el álgebra representan cualquier cantidad asignada conocidas o desconocidas. Pueden recibir el nombre de incógnitas, variables, constantes, parámetros o indeterminadas. En el presente trabajo sólo se trabajará con incógnitas, lo que quiere decir que en las expresiones algebraicas en este caso en particular una letra sólo representa el valor de un único número, el cual puede ser verificado, por lo cual al ser reemplazado en una ecuación se obtiene la solución.

En el álgebra se pueden realizar operaciones básicas como la adición, sustracción, multiplicación, división o potenciación utilizando propiedades de los sistemas numéricos como la propiedad del cero, la conmutativa y asociativa de la adición y multiplicación, la distributiva de la multiplicación respecto de la adición y las propiedades de la potencia. De esta manera, el álgebra viene a ser como una generalización de la aritmética. También se podría decir que el lenguaje algebraico es una forma de reescribir el lenguaje natural (refiriéndose al lenguaje que comúnmente se utiliza en la comunicación habitual), empleando números y letras de una forma particular formando una expresión algebraica, representando así cantidades desconocidas para poder realizar operaciones y encontrar el valor de estas.

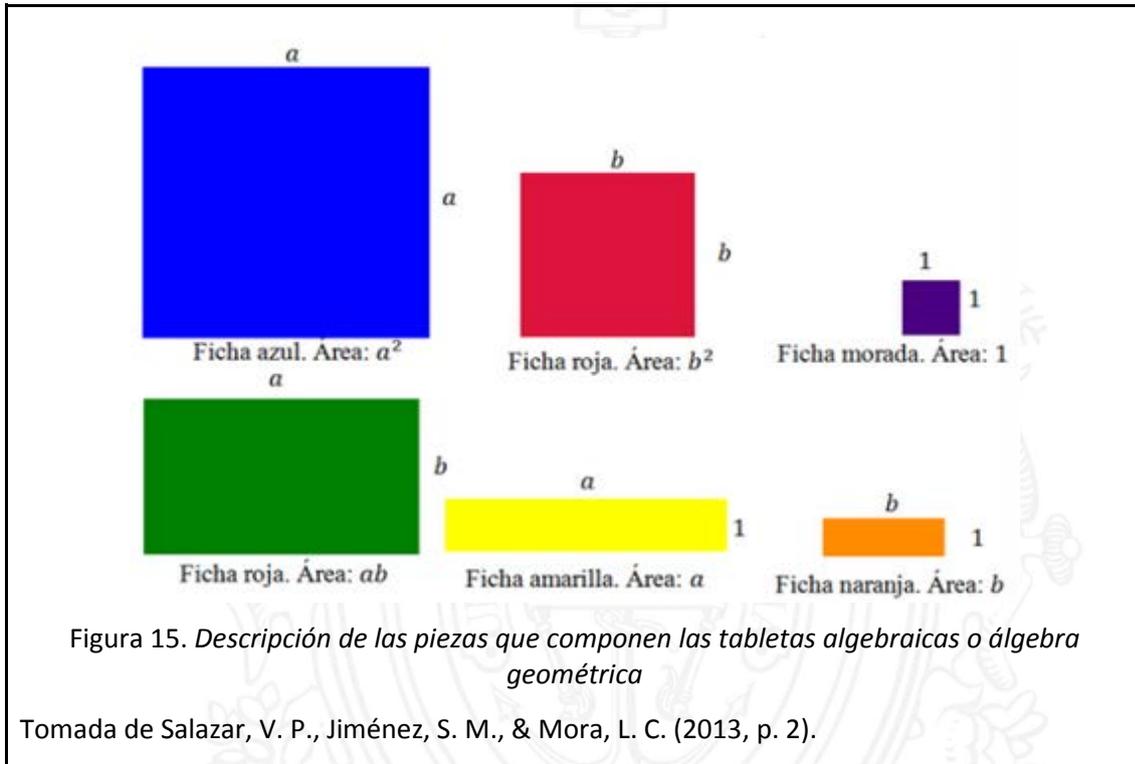
Por otro lado, la factorización se comprende como el procedimiento de descomponer una expresión algebraica con el objetivo de encontrar dos o más factores cuyo producto es equivalente a la expresión propuesta inicialmente. Su operación inversa es la multiplicación, ya que consiste en la búsqueda de los divisores de un producto dado. Debido a esto se eligió trabajar la factorización desde situaciones referentes a la búsqueda de áreas y volúmenes de diversos objetos o de un lugar determinado. En este caso se utilizó objetos que se encuentran



dentro de la casa de cada estudiante y esta misma, asimismo del álgebra geométrica también conocida como baldosas algebraicas, debido a que se considera que puede acercar al estudiante a lo abstracto de las matemáticas y su formalismo, ya que permite la visualización de diferentes puntos de vista y facilita la interpretación del simbolismo utilizado en especial en el álgebra, contribuyendo a que esta tenga sentido.

El álgebra geométrica se puede considerar una ayuda idónea en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra debido a que permite representar expresiones algebraicas e igualmente realizar operaciones con estas, facilitando de esta manera a los estudiantes la comprensión de las formas del pensamiento algebraico y los conceptos de álgebra. Además proporcionan no sólo un enfoque o representación algebraica sino también uno geométrico de los conceptos, concediendo así otra forma menos abstracta de enseñar y aprender, totalmente diferente al aprendizaje tradicional por medio de la repetición de misceláneas de ejercicios. Teniendo dos representaciones de la misma situación los estudiantes pueden encontrar relaciones entre estas, ampliar su visión y las posibilidades de análisis, construyendo así de una forma más sólida los conceptos o conocimientos.

Es un material compuesto por varias fichas rectangulares, en sí de seis tamaños diferentes “un cuadrado de lado a , otro de lado b , otro de lado 1 (unidad), un rectángulo de lados $ay b$, otro de lados a y 1, un tercer rectángulo de lados b y 1” (Salazar, V. P., Jiménez, S. M., & Mora, L. C. 2013, p. 2), como puede observarse en la figura 3:





7. Diseño metodológico de la investigación

7.1. Enfoque cualitativo

La presente investigación será guiada bajo un enfoque cualitativo, puesto que se pretende comprender los procesos y comportamientos de unos casos particulares, de interpretar ciertos fenómenos y no generalizar a un colectivo de personas.

Consiste en hacer interpretaciones a las acciones realizadas por los sujetos involucrados. Para luego describir los fenómenos observados, al respecto Cisterna (2005) afirma “las investigaciones descriptivas son aquellas que describen una situación determinada, realizando caracterizaciones del fenómeno estudiado de acuerdo con la finalidad expresada en los objetivos de la investigación” (p.114). En este proyecto se pretende describir el proceso de génesis instrumental, para lo cual es necesario dar una lista de características que cumple el sujeto para hacer dicho proceso.

7.2. Estudio de casos

Para esta investigación se utilizó la metodología de estudio de casos propuesta por Stake en 1998, éste afirma que “El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p.11).

Es importante resaltar que para esta investigación se realizará un estudio instrumental de casos, teniendo en cuenta que unos casos servirán más que otros y lo que se pretende es comprender la actividad de esos casos en particular.



Por lo tanto, para la elección de los casos se tuvieron en cuenta los

siguientes criterios:

- Carta firmada, por los padres y/o acudientes; autorizando la participación de los estudiantes en la investigación para hacer registros, fotográficos y fílmicos. (ver anexo 8).
- Disposición del alumno a participar en la investigación.
- Asistencia al 100% de las clases.
- Interés por las matemáticas y la tecnología.

Los casos elegidos se han codificado de la siguiente manera:

Caso 1 (C1)

Caso 2 (C2)

Caso 3 (C3)

Caso 4 (C4)

7.3. Diseño general

7.3.1. Categorización apriorística. Las categorías son un instrumento el cual permite concretizar el tópico a abordar en la investigación, y es lo que va a permitir guiar las preguntas en las entrevistas, o la observación de las clases. Las categorías surgen específicamente de los objetivos específicos, y a su vez, las sub-categorías son los tópicos en los cuales son desglosadas las categorías. (Cisterna, 2007).



En esta investigación, se emplearon categorías apriorísticas, esto quiere decir que fueron definidas previo al trabajo de campo.

“...resulta mucho más conveniente el uso de categorías apriorísticas que de categorías emergentes, pues las primeras facilitan el trabajo enfocando el proceso de recopilación de información hacia aquello que efectivamente interesa al investigador de acuerdo con los objetivos declarados de su investigación, es decir, por una parte evita la dispersión cuando se recoge la información, y por otra, centraliza el análisis al proporcionar una organización de los datos” (Cisterna, 2007, p. 69-70).

En la tabla 3 se muestra la respectiva categorización.

Tabla 3. *Categorías y subcategorías*

Problema de investigación	Pregunta de investigación	Objetivo general	Objetivos específicos	Categorías	Subcategorías
El concepto de factorización desde: * La observación en el centro de práctica. * Los referentes teóricos. * La normativa sobre integración de tecnología en los procesos de	¿Cómo caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización con el uso de la tecnología?	Caracterizar el proceso de génesis instrumental de los alumnos del grado noveno en el ISC durante el aprendizaje de	Reconocer la implicación de usar diferentes ambientes en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.	Ambiente de aprendizaje (A)	Conceptos (A1) Recursos y medios (A2)
				Génesis	



enseñanza y aprendizaje.	os relativos a la factorización con el uso de tecnologías.	Instrume ntal (B)
	Describir los procesos de instrumentalización e instrumentación con tecnología en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.	Instrumentalización (A1) Instrumentación (A2)

7.3.2. Muestra. Para realizar la presente investigación se llevaron a cabo ocho clases (ver Unidad didáctica, anexo 10) en el grado 9-D del ISC. Se eligieron cuatro casos, los cuales según Stake (1999), “si es posible, debemos escoger casos que sean fáciles de abordar y donde nuestras indagaciones sean bien acogidas, quizá aquellos en los que se pueda identificar un posible informador y que cuenten con actores (las personas estudiadas) dispuestos a dar su opinión sobre determinados materiales en sucio” (p. 17).

7.3.3. Delimitación espacial y temporal. La presente investigación fue realizada en el ISC, ubicado en el barrio Belén. Fue llevada a cabo durante el primer semestre del año 2015.



7.3.4. Instrumentos de recolección de la información. Se eligieron

unos instrumentos los cuales permitirán recoger los datos pertinentes al objeto de estudio, puesto que según Cisterna (2007, p. 70) “La triangulación de la información es un acto que se realiza una vez que ha concluido el trabajo de recopilación de la información”.

Los instrumentos escogidos fueron:

- *Diagnósticos:* se pretendía averiguar acerca de las concepciones que tenían los estudiantes en torno al tema que se iba a desarrollar durante las clases y para conocer qué tan significativo fue el trabajo realizado durante la implementación de la unidad didáctica para los estudiantes.
- *Talleres:* mediante los cuales los estudiantes aplican lo estudiado en cada clase. Siguiendo a Ander Egg, E. “se trata de una forma de enseñar y, sobre todo de aprender, mediante la realización de “algo”, que se lleva a cabo conjuntamente. Es un aprender haciendo en grupo” (1991, p. 10).
- *Diario de campo:* es una herramienta que permite la reflexión de los acontecimientos observados en cada clase. En palabras de Ospina, “Proporciona a autores, formadores, asesores e investigadores de la cotidianidad elementos para la reflexión que ayude al enriquecimiento del inventario de alternativas posibles de acción, de la ampliación de la capacidad de acción y de la transformación de las prácticas”, (2012).
- *Entrevista:* “la entrevista es un método de investigación cualitativo, que se expresa en encuentros cara a cara entre el investigador y los informantes” (Cisterna, 2007, p. 45). Por medio de ésta, se busca recoger la mayor cantidad de información posible acerca de lo que está sucediendo con el sujeto y su proceso de aprendizaje.



8. Orientaciones metodológicas

8.1. Momento I: planeación

La planeación abarca la elaboración de todos los elementos que serán utilizados en el transcurso de la intervención, dirigidos a recolectar la información de la investigación, para este fin se construyeron las siguientes herramientas: diagnósticos, talleres, diario de campo, entrevista semiestructurada, unidad didáctica, estructura de la clase y el cronograma de clases. A continuación se hace una descripción de cada uno de estos instrumentos.

8.1.1. Diseño de instrumentos

8.1.1.1. Diseño de los cuestionarios de diagnóstico. Se elaboraron dos diagnósticos, el primero fue una encuesta realizada en la clase dos, con la finalidad de evidenciar qué concepciones tienen los casos en relación con los conceptos de monomios, binomios, trinomios y polinomios, y conceptos relativos al álgebra y la factorización, además si los estudiantes los consideran importantes, útiles y/o que relación pueden encontrarles con la vida cotidiana. Las preguntas planteadas se realizaron buscando conocer los conocimientos previos de los estudiantes o si los conceptos no han sido abordados antes qué relación encuentran con la vida cotidiana. (Las preguntas realizadas se encuentran en la tabla 9).

El segundo diagnóstico se llevó a cabo al finalizar la unidad didáctica con la intención de conocer qué tan significativo fue el trabajo realizado durante el desarrollo de esta para los estudiantes (ver tabla 8).



8.1.1.2. Talleres. Se propusieron ocho talleres con el fin de que los estudiantes los desarrollaran en equipos, a la vez que manipulan tanto material concreto como el software Floorplanner, mientras se construyen y se apropian de los conceptos relativos a la factorización. A continuación se describen dos de los talleres realizados (para ver los talleres completos ver anexo 5).

Taller 3 “Dibujo mi casa” en este taller se busca que los estudiantes realicen dibujo en 2D, 3D y en perspectiva, identificando las diferencias y semejanzas que puedan encontrar entre estos, asimismo trabajar con medidas a estimación. Se divide en dos puntos. El primer punto consiste en llenar una tabla con las medidas de diferentes espacios de sus casas como la sala, comedor, habitaciones, entre otros, además de las dimensiones totales de la casa (ancho, fondo y altura). El segundo punto abarca la realización de los siguientes dibujos agregando objetos o detalles para lograr que se vean lo más real posible.

- La casa en 2D (vista superior o planta)
- La fachada de tu casa (en perspectiva)
- La casa en tercera dimensión (3D)

Taller 5 “Diseño mi casa en 3D” este taller se elaboró como continuación del taller # 4. Los estudiantes deben diseñar una maqueta virtual de sus casas, interactuando con el software Floorplanner. Con las herramientas del software los estudiantes trabajarán con medidas exactas, y deberán hacer una correcta distribución del espacio, además deberán justificar el trabajo realizado por medio de una presentación explicando la forma en que la diseñaron.



8.1.1.3. Diario de campo. Es el instrumento de reflexión del docente y

está compuesto de las siguientes partes:

- La primera parte contiene aspectos referidos a la clase en general: fecha, hora, nombre de la clase, objetivo, entre otros.
- En la segunda parte se encuentra la descripción de la clase, actividades, tema.
- En la tercera parte se registra el comportamiento de los estudiantes.
- En la cuarta parte se incluyen las reflexiones personales de la clase.

En la siguiente tabla se muestra cada componente del diario de campo diseñado.

Tabla 4. *Componentes del diario de campo*

Diario de campo clase # __	
Profesor colaborador:	Fecha:
Clase dirigida por maestras en formación:	Grupo:
Título de la clase:	Fase:
Objetivo:	Agenda de la clase:
Descripción de la clase:	Conceptos abordados:
Forma en que se concluyó la clase:	Comportamiento de los estudiantes:





8.1.1.4. Entrevista semiestructurada. Se diseñó una entrevista semiestructurada para ser implementada una vez termine la intervención. Partiendo de preguntas previamente estipuladas para realizar una conversación libre entre el entrevistador y los casos, dando la posibilidad a nuevas preguntas o reformular las ya existentes, con el fin de aclarar dudas sobre los temas abordados, asimismo conocer las opiniones de los casos con respecto al trabajo realizado (para ver las entrevistas realizadas están en anexo 7).

8.1.1.5. Unidad didáctica. Se diseñó una unidad didáctica (ver anexo 10) con el fin de planear un conjunto de clases que respondan a diferentes aspectos como objetivos, estándares, metodología, duración, actividades, evaluación y ambientes de aprendizaje. Además de permitir tener un orden y poder llevar un proceso con los estudiantes.

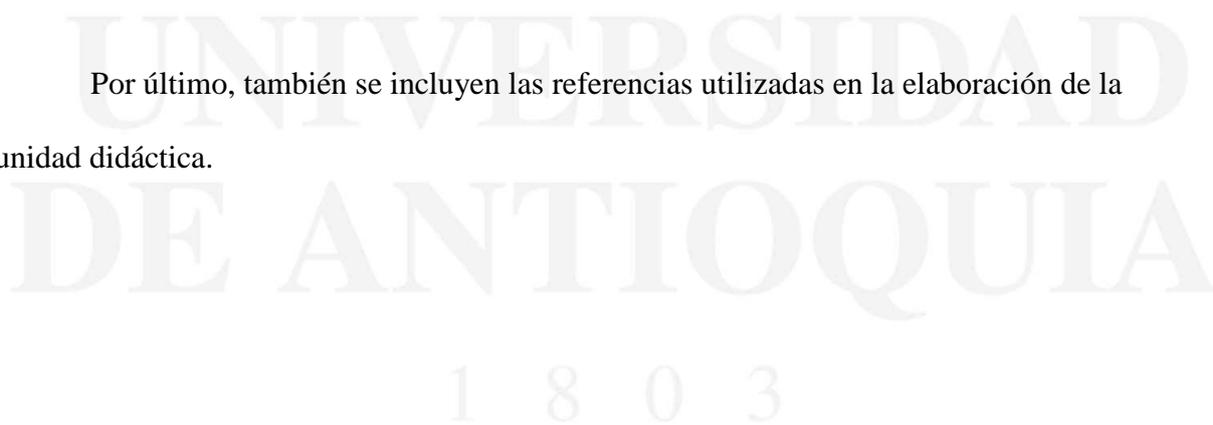
La unidad didáctica está compuesta por las siguientes partes:

- En una primera parte se agrupan lo que es la introducción, donde se detalla que es una unidad didáctica, cómo será utilizada en el desarrollo de la investigación y los aspectos que abarca; las generalidades que indican el área y grado para el cual ha sido realizada, el tema a desarrollar y el periodo de duración; y los objetivos, tanto el general como los específicos, que se desean alcanzar.
- Una segunda parte conformada por los pensamientos que se trabajaran y estándares establecidos según el currículo colombiano, los indicadores de logros que deben ser alcanzados a lo largo del desarrollo de la unidad didáctica; las competencias conceptuales, procedimentales y actitudinales relacionadas con el saber, el hacer y el ser, respectivamente; y la forma en que será entendida la evaluación y los criterios para realizarla.



- Una tercera parte conformada por lo que se ha llamado la matemática formal, en donde se abordan algunos términos que debe tener presente cualquier profesor que desee llevar a cabo la unidad didáctica en un salón de clase. Se ha tratado de que los conceptos queden lo más claros posibles, recurriendo incluso a ejemplos e imágenes donde se consideró necesario.
- La cuarta parte describe las estrategias metodológicas que se implementaron, las cuales fueron la exposición como técnica didáctica (DIDE, 2014b) y el aprendizaje colaborativo (AC) (DIDE, 2014c); y los ambientes de aprendizaje donde se describe cada uno de los que fue utilizado (su importancia dentro del presente trabajo fue abordado en el apartado 5.3.).
- La quinta parte la constituyen el diseño y secuencia de las clases, las cuales cada una incluye un taller para ser desarrollado por los estudiantes, algunas incluyen rúbricas para ser utilizadas como apoyo a la hora de evaluar, materiales para realizar actividades que los requieran y reflexiones para ser compartidas con los estudiantes antes de iniciar la clase. Además se incluyen dos cuestionarios de diagnóstico, uno para la detección de conocimientos previos y otro para conocer qué tan significativo fue el desarrollo de la unidad didáctica para los estudiantes.

Por último, también se incluyen las referencias utilizadas en la elaboración de la unidad didáctica.





8.1.1.6. Estructura de clase. Es el orden que se le da a todos los

elementos que conforman la clase. La tabla 9 muestra la estructura de las clases y el porqué de cada componente.

Tabla 5. Estructura de clase

ELEMENTO	DESCRIPCIÓN
Clase número	Para la codificación en el análisis de categorías y subcategorías de la investigación.
Título	Claro y da una idea del tema que se va a trabajar en la clase.
Objetivo de la clase	Lo que se quiere lograr en esa clase
Indicadores y competencias	Lo que deben alcanzar los estudiantes
Materiales	Todos los insumos necesarios para la realización de la clase
Ambiente de aprendizaje	Lugar donde se desarrollará la clase y con una intencionalidad definida.
Metodología de clase	Forma en que los estudiantes interactúan entre sí en la clase y la disposición del docente en ella.
Agenda	Secuencia en la que se presenta la clase.
Productos de la clase	Los resultados de las actividades, talleres, laboratorios realizados en la clase, entre otros.
Evaluación	Una propuesta evaluativa para la clase.

8.2. Momento II: Implementación

8.2.1. Desarrollo de las clases. La tabla 6 muestra el cronograma de las clases diseñado. El cual incluye el título y los objetivos propuestos para cada una de ellas (en el anexo 4 se encuentran las descripciones de cada una de las clases llevadas a cabo).

Facultad de Educación Tabla 6. Cronograma de clases

CLASE	TÍTULO DE LA CLASE	OBJETIVO(S)
1	Recordemos nuestros saberes	<ul style="list-style-type: none"> ● Aplicar correctamente los conceptos de perímetro y área. ● Reconocer las operaciones con números reales.
2	Expresiones algebraicas	<ul style="list-style-type: none"> ● Escribir en lenguaje simbólico expresiones dadas en lenguaje natural.
3	Estimación	<ul style="list-style-type: none"> ● Realizar estimación de medidas. ● Dibujar planos de la casa.
4	Midamos	<ul style="list-style-type: none"> ● Reconocer las medidas de la casa. ● Identificar las longitudes X, Y y Z en las medidas de su casa. ● Calcular el área y el volumen de la casa.
5	Diseño mi casa en 3D	<ul style="list-style-type: none"> ● Reconocer la utilidad de la tecnología dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje.
6	Factoricemos	<ul style="list-style-type: none"> ● Expresar algebraicamente el área de la casa.
7	Armando el cubo	<ul style="list-style-type: none"> ● Expresar algebraicamente el volumen de la casa.
8	Factorizo	<ul style="list-style-type: none"> ● Factorizar expresiones algebraicas en la vida real.

A continuación se muestra la descripción de cada una de las clases

Clase 1: la intervención comenzó con una actividad, la cual se encuentra en el siguiente link: <http://www.genmagic.org/mates1/per1c.swf> , el fin de esto era recordar el concepto de perímetro, se exploró el applet en la pizarra virtual. Luego se procedió abordar el concepto de área en el siguiente link: http://www.primaria.librosvivos.net/archivosCMS/3/3/16/usuarios/103294/9/6EP_Mat_es_ud12_ResuelveProblemas/frame_prim.swf. Allí se encuentran diferentes ejercicios en los cuales deben aplicar las fórmulas para hallar el área según sea el polígono, a ellos se les iba



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

preguntando y los que supieran iban respondiendo. En esta primera parte los estudiantes estuvieron atentos y dispuestos a participar. Los estudiantes desarrollaron el taller # 1.

En general, los estudiantes tuvieron muy buena disposición para participar de las actividades y preguntas realizadas en torno a los applets, sin embargo, cuando se les entregó el taller para que lo resolvieran, se distrajeron la mayor parte del tiempo.

Clase 2: se inició la clase con el saludo, prosiguiendo luego con la reflexión llamada “Escucha” de Jean Nicolas S.O.S Amitie.

Se explicó la agenda del día, luego se explicó cómo dar respuesta al cuestionario diagnóstico # 1 el cual se les repartió, recalcando que si no recordaban o no sabían el concepto matemático, contestaran desde lo que entienden según lo que han vivido, desde la vida diaria. Los estudiantes manifestaron varias dudas con relación a los términos por los que se les indagaba por lo que fue necesario repetirles varias veces la recomendación anterior.

Seguido se explicó la dinámica del juego bingo algebraico que se llevó a cabo. Organizados por grupos se les repartió el material para el juego, el cual se repartieron entre los integrantes de forma equitativa, siguiendo los mismos pasos que se realizan para jugar bingo, lo único diferente es que para saber los números deben contestar las preguntas que estarán en las fichas que se les entregaron. Los estudiantes se mostraron interesados en el juego en el cual participaron activamente. Se retoman conocimientos previos de un tema que los estudiantes vieron el año pasado. Al final se preguntó cómo les pareció el juego, los estudiantes manifestaron que estaba fácil.



La clase concluyó en el tiempo debido bastante ajustado, se hubiera querido contar con más tiempo para que los estudiantes disfrutaran más del bingo algebraico, aunque el tiempo si alcanzó para que todos jugaran y dieran respuesta a varias de las preguntas del juego.

Clase 3: se inició con el saludo y la oración dirigida por Diana. Por medio de una exposición se explicó las diferentes vistas que puede tener un objeto (lateral o perfil, base o inferior alzado o frente, superior o planta y perspectiva).

Cuales vistas corresponden a dibujos en 2D y 3D. Se explicó que es una medida a estimación y se explica cómo realizar el taller # 3.

Después de la explicación se procedió hacer entrega del taller # 3. Para realizar el trabajo cada estudiante debe recordar más o menos el tamaño y medidas de sus propias casas desde la fachada de esta hasta de los espacios que estas tienen internamente.

Mientras recordaban las medidas algunos estaban inseguros en las medidas que estaban calculando. Uno de los estudiantes dijo si un metro es más o menos así (mostró con las manos y brazos la longitud) entonces el frente de mi casa es más o menos de 10 m.

Clase 4: se recogió el taller # 3 que se había dejado como compromiso. Consiste en realizar los dibujos de la casa vista superior o planta, en 3D y la fachada, lo más real posible. Se socializo, con respecto a los conceptos 2D y 3D y si encuentran relación de estos con área y volumen. Se indago sobre qué dificultades tuvieron, a lo que algunos estudiantes respondieron que dibujar en 3D es muy difícil y que no tienen habilidades para el dibujo. Se



preguntó sobre ¿qué utilidad encuentran en el trabajo realizado? la respuesta de un estudiante fue -esto le sirve a alguien que quiera estudiar arquitectura.

Debido a que se ha notado poco compromiso con la solución de los talleres realizados, se dialogó con los estudiantes llevándolos a que reflexionen sobre esto y sean conscientes de que el trabajo debe ser realizado con más responsabilidad y seriedad.

Se explicó el tema por medio de la presentación # 2 sobre medidas. Donde se realizaron preguntas a los estudiantes como las siguientes:

¿Qué medimos?

¿Qué se puede medir?

¿Para qué se miden los objetos?

¿Qué se mide con instrumentos como la regla, el metro, el transportador, una escuadra, un cartabón y un pie de rey?

¿Qué es superficie?

¿Qué es área?

¿Cuál es la diferencia entre superficie y área?

A medida que los estudiantes iban participando se iba aclarando cuál era el concepto adecuado.

Luego los estudiantes desarrollaron la actividad propuesta en la presentación, en grupos de a tres estudiantes. Como solución de esta actividad los estudiantes deben preparar una exposición. Se evalúa por medio de la observación.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Se entregó el taller # 4 para que lo traigan resuelto para el próximo encuentro que será el lunes 11 de mayo.

Mientras intentaban realizar los dibujos algunos estudiantes manifestaron no saber dibujar a no tener habilidades para el dibujo. Otros comentaron que es algo muy difícil, otros contestaban diciendo que no han recibido clases de dibujo de este tipo.

Clase 5: al inicio los estudiantes no estaban prestando silencio. Después de un rato intentado controlar el grupo se inició socialización el taller # 4, indagando porque dificultades tuvieron en su desarrollo. Varios manifestaron que no hicieron el punto 6, donde se les preguntaba ¿Puedes hallar el volumen aproximado de dichos objetos? Los objetos era nevera, lavadora, horno microondas, televisor, espejo, cuaderno, servilleta, cuchillo, plato pequeño y olla. Y cómo obtenerlo. Contestaban que no sabían cómo hallar el volumen de dichos objetos.

Liz - Alguien hizo este punto.

Juan pablo - yo lo hice.

Liz - como lo hiciste.

Juan pablo - multiplicando las tres medidas.

Grupo - ¿cuáles medidas?

Liz - para hallar el volumen son necesarias tres medidas ancho, largo y altura.

Grupo - ¿cómo así?

Liz - largo, ancho y altura (a la vez que muestra con las manos a que se refiere en cada caso).

Grupo - no entendemos.



Francia - dibuja en el tablero una estructura parecida a una casa donde se muestra cual es el ancho, largo y la altura, vuelve a explicar mostrando a que se refiere con cada una de las medidas mostrándolas en las paredes del salón señalando con las manos y los pies.

Un estudiante -¿cuál es la diferencia entre alto y largo?

Francia - (se explica con un ejemplo) cuando entran a la casa y sigue derecho hasta el fondo este es el largo, (mostrando en paralelo con el salón de clase), la distancia que mide la fachada o frente de la casa, entre casa y casa de los vecinos es el ancho y el alto es del piso al techo o plancha del siguiente piso. -¿quedó claro?

Grupo - sí.

Profesora en formación Francia - ¿a todos?

Grupo - si ya comprendemos.

Se continuó con la explicación de la página.

Liz - aquí podemos ver mejor las dimensiones.

Grupo - conversando.

Se insistió varias veces para que hicieran silencio sin obtener resultado, se prosiguió a indicar que debían realizar un taller del libro y al final se recogerá resuelto como producto.

Clase 6: en el salón de clase con ayuda de la pizarra digital se exploró el applet “Virtual Algebra Tiles” y se realizaron varios ejercicios por parte de los estudiantes. Los estudiantes mostraron entender los ejercicios con mucha facilidad. Después se desplazó al grupo al aula taller de matemáticas, donde en grupos de a tres estudiantes trabajaron el taller # 6 con ayuda del álgebra geométrica. Los estudiantes estuvieron atentos a las explicaciones y mostraron muy buena disposición e interés en el trabajo. En los grupos se vieron a los



integrantes de cada grupo participando en la solución de los ejercicios propuestos en el taller # 6.

Clase 7: en el salón de clase se dieron algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para resolver el taller # 7. Luego se desplazó el grupo al aula taller de matemáticas donde los estudiantes se organizaron en grupos de 5 y 6 integrantes. Se pasa por cada grupo verificando si tenían dudas y dando algunas explicaciones adicionales con respecto a las unidades de medidas que se deben usar para obtener los datos que se solicitaban en el taller # 7. En medio de la explicación en un grupo uno de los integrantes pregunto ¿qué es una arista?, se le preguntó a los demás integrantes si sabían, a lo que un estudiante tomando uno de los prismas mostró en este una arista y dijo - esto es una arista- se complementó mostrando en uno de los prismas que es una cara del prisma y aclarando que una arista es la línea formada por la unión de dos caras del prisma.

En otro caso uno de los estudiantes pregunto que es un prisma, igualmente se le preguntó a los demás integrantes del grupo si ellos sabían que es un prisma. Un estudiante contestó mostrando uno de los prismas - esto es un prisma- se le pregunto - ¿por qué es un prisma? como no supo dar respuesta se explicó que un prisma es el que tiene dos caras iguales paralelas, llamadas bases y tantas caras rectangulares como lados tiene cada base.

También se explicó que todo prisma no es cubo porque el cubo tiene todas sus caras iguales. Por último en todos los grupos se preguntó si tenían más dudas, o dificultades, después de aclarar que para hallar las medidas solicitadas en el taller # 7 usarán el lado más pequeño como una longitud a y el lado más largo como una longitud b , siendo estas dos incógnitas que reemplazan una medida desconocida y que bajo estos términos contestaran las preguntas que se les planteaban, no hubo más preguntas por parte de los estudiantes.

Por medio de la observación al trabajo realizado por los estudiantes se notó que comprendieron lo que estaban realizando.

Clase 8: en el salón de clase se dieron algunas consideraciones que se deben tener en cuenta para resolver el taller # 8. Luego se desplazó el grupo al aula taller de matemáticas donde los estudiantes se organizaron en grupos de 5 y 6 integrantes. Se pasa por cada grupo verificando si tenían dudas y dando algunas explicaciones adicionales con respecto a las preguntas planteadas en el taller # 8. Con relación a la pregunta 2b. ¿Cuáles son las dimensiones de los lados de la casa?, varios estudiantes preguntaron ¿Cuáles son las dimensiones? Con respecto a la fachada de la casa y ventanas que deben sacar factor común, Juan Pablo dice: nunca me imaginé que se podía eso ahí (con referencia al factor común).

Por medio de la observación al trabajo realizado por los estudiantes se notó que comprendieron lo que estaban realizando.

8.2.2. Cuestionarios de diagnóstico. La siguiente tabla muestran las preguntas planteadas los estudiantes del grado 9-D, a través del cuestionario diagnóstico (para ver las respuestas de los estudiantes ir al anexo 3).

Tabla 7. *Diagnóstico 1*

Diagnóstico 1
1. ¿Qué es una constante? Escribe un par de ejemplos.
2. ¿Qué es una variable? Escribe un par de ejemplos.
3. Escribe dos ejemplos para cada una de las siguientes palabras: a. Monomio



b. Binomio c. Trinomio d. Polinomio
4. Responde las siguientes preguntas: a. ¿Qué es el álgebra? b. ¿Puedes escribir algunos ejemplos del uso del álgebra en tu vida cotidiana? c. ¿Qué es factorizar? d. ¿Puedes escribir algunos ejemplos del uso de la factorización en tu vida cotidiana?

8.2.3. Talleres. Los nombres de cada uno de los talleres realizados se encuentran en la tabla 8 (para ver los talleres resueltos ir al anexo 5).

Tabla 8. *Secuencia de talleres*

Taller	Nombre del taller
N°1	Recordemos nuestros saberes
N°2	Acercándonos al álgebra
N°3	Estimación de medidas
N°4	Medidas de la casa
N°5	Diseño de casa en 3D
N°6	Álgebra geométrica plana
N°7	Álgebra geométrica cúbica
N°8	Factorización

8.2.4. Entrevistas. Preguntas realizadas en la entrevista de cada caso, realizada una vez terminada la unidad didáctica (para ver la transcripción de las entrevistas se encuentran en el anexo 7).

Tabla 9. Preguntas de la entrevista

Facultad de Educación

Entrevista	
#	Pregunta
1	¿Qué características positivas le encuentras a la utilización de Floorplanner? ¿Y al álgebra geométrica (plana y cúbica)?
2	¿Qué le aporta el uso de material concreto o Applet que no le brinde la enseñanza por medio del tablero?
3	¿Qué le llamó la atención de las clases vistas? ¿Por qué?
4	¿Qué características negativas le encuentra a los diferentes materiales presentados?
5	Describe cómo realizó las siguientes actividades: Dibujar los planos de la casa Diseñar los planos en Floorplanner Factorizar con los cuadrados y los rectángulos Factorizar con los cubos Resolver los problemas
6	El material presentado ¿te ayudo en tu aprendizaje? ¿Cómo?
7	El material presentado ¿te ayudó a comprender el concepto factorización? ¿Cómo?
8	¿Cómo se sintió al hacer uso de otros espacios (aula taller, sala de cómputo, e incluso la casa) para su proceso de aprendizaje?
9	¿Cómo le pareció el diseño de los talleres?
10	¿Encuentra alguna relación entre la factorización y su vida cotidiana?

8.2.5. Diario de campo.

Tabla 10. Secuencia del diario de campo

Diario de campo	Título de la clase
N°1	Recordemos nuestros saberes
N°2	Expresiones algebraicas



N°3	Estimación
N°4	Midamos
N°5	Diseño mi casa en 3D
N°6	Factoricemos
N°7	Armando el cubo
N°8	Factorizo

8.3. Momento III. Análisis y triangulación de la información

8.3.1. Triangulación de la información. A partir de la categorización propuesta por Cisterna (2005), se parte de los objetivos específicos del proyecto de investigación, de los cuales se derivan dos categorías: ambientes de aprendizaje y génesis instrumental, y dos subcategorías por cada una: conceptos y recursos y medios para la primera e instrumentalización e instrumentación para la segunda; cabe resaltar que estas fueron apriorísticas, las cuales sirven de tópicos para recoger, organizar y analizar la información obtenida de las intervenciones y del trabajo realizado por los casos seleccionados.

Para el análisis de la información se realizó una triangulación hermenéutica, la cual según Cisterna consiste en “la acción de reunión y cruce dialéctico de toda la información pertinente al objeto de estudio surgida en una investigación por medio de los instrumentos correspondientes, y que en esencia, constituye el corpus de resultados de la investigación” (Cisterna, 2005, p. 68). Para este procedimiento se realizaron los siguientes pasos:

- La selección de la información



- La triangulación por cada instrumento
- La triangulación entre todos los instrumentos
- La triangulación con el marco teórico

A continuación se describe cada una:

8.3.1.1. La selección de la información. Para la selección de la información Cisterna (2005) recomienda el uso de dos criterios, el de pertinencia que consiste en tomar en cuenta sólo lo referente al tema en cuestión, a las preguntas realizadas a los sujetos de la investigación y el segundo criterio corresponde a la relevancia, entendida como esos hechos recurrentes factibles de ser agrupados en tendencias en los casos indagados; de esta manera se descartó la información que no cumplía dichos criterios.

8.3.1.2. La triangulación por cada instrumento. Se refiere a la tabulación de la información obtenida mediante las entrevistas, los talleres y el cuestionario diagnóstico, con el fin de organizarla de acuerdo a las subcategorías establecidas y con respecto a cada sujeto. Con el propósito de extraer lo relevante y pertinente en cada caso, con el fin de realizar interpretaciones y extraer las conclusiones respectivas (para ver los cuadros de los análisis ir a anexo 9).

8.3.1.3. La triangulación entre todos los instrumentos. De acuerdo a cada categoría se realizó una interpretación de lo encontrado en cada instrumento estableciendo relaciones con respecto a la información suministrada, esto con el propósito de profundizar conceptualmente, de modo que se pueda evidenciar los aportes del proceso realizado de



acuerdo a los conceptos, recursos, artefactos empleados; lo cual permitirá extraer las conclusiones.

Es de mencionar que las subcategorías se derivan de cada categoría, la cual surge de un objetivo específico planteado, en la siguiente tabla se puede observar esta información:

Tabla 11. *Objetivos, categorías y subcategorías*

Objetivo	Categoría	Subcategorías
Reconocer la implicación en el uso de diferentes ambientes en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización	Ambiente de aprendizaje (A)	Conceptos (A1) Recursos y medios (A2)
Describir los procesos de instrumentalización e instrumentación con tecnología en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.	Génesis instrumental (B)	Instrumentalización (B1) Instrumentación (B2)

A continuación se presenta el análisis realizado por cada objetivo propuesto.

Objetivo 1: reconocer la implicación en el uso de diferentes ambientes en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.

Categoría: ambientes de aprendizaje (A)

Subcategorías: conceptos (A1) y recursos y medios (A2)

La subcategoría A1 hace referencia a los siguientes cinco conceptos: área, volumen, 2D, 3D y factorizar; los cuales fueron abordados a lo largo de la intervención realizada, y sobre los cuales se dará una mirada profunda con el fin de interpretar la evolución en el



aprendizaje de los mismos, alcanzada por los casos (C1, C2, C3 y C4). A

continuación se analizará cada uno en referencia a los casos y a los instrumentos elegidos.

En relación con el área los casos C1 y C2 describen el área total como la suma de todas las áreas que la componen (ver análisis del taller # 6 en anexo 9) y asocian dicho concepto con los planos de su casa, la cual diseñan por medio del álgebra geométrica y expresan las dimensiones de sus lados de manera algebraica (ver evidencias del taller # 6 en anexo 5).

En otra actividad que resolvieron, debían hallar el área ocupada por una pintura, C1, C3 y C4 escribieron el producto de las dimensiones de los lados, entretanto C2 escribió correctamente el área (ver evidencias del taller # 8 en anexo 5).

Con respecto al volumen, los estudiantes expresaron en el taller # 7 volúmenes de los prismas que construyeron con cartulina, tanto C1 y C2 como C3 expresaron dicho volumen en unidades cúbicas. Sin embargo, C1 y C2 midieron los prismas y lo escribieron en números, mientras C3 lo realizó de manera algebraica, mediante el uso de letras (ver evidencias del taller # 7 en anexo 5). Es posible que esto se deba a una interpretación incorrecta de la tarea que debían realizar.



El siguiente concepto abordado es 2D, con respecto a los talleres

desarrollados por los casos, es posible afirmar que hacen una asociación del 2D con figuras planas, pues en sus dibujos así se interpreta. En un momento se indaga por su conocimiento acerca de dicho concepto, C2 es claro con la concepción que tiene del 2D, pues es capaz de relacionarlo con un hecho cotidiano como lo es jugar videojuegos, hace la analogía de los movimientos que puede realizar Mario Bros³, y concluye con que se trata de un plano, en el cual uno solo se puede mover de esa manera mientras que dice que en 3D hay diversas direcciones posibles hacia las cuales moverse:

“Un ejemplo que me ha parecido muy interesante y muy fácil de entender que hubo un primer juego de Mario, de cualquier Nintendo y de cualquier consola, que uno no puede moverse sino de arriba abajo o de izquierda a derecha, eso como para dar un ejemplo en 2D, como en una cruz, un plano, uno solo puede moverse de esa manera. En 3D cobra más sentido moverse atrás o hacia adelante, en todas las direcciones posibles” (ver diario de campo de la clase 5 en anexo 6).

Continuando con el concepto de 3D el C4 se acerca intuitivamente a lo que significa, ya que dice lo siguiente: “3D es como más volumen y más forma” (ver diario de campo de la clase 5 en anexo 6), se observa que el estudiante tiene una noción acerca de lo que es hablar

³ Mario Bros se refiere a un videojuego de plataforma de la compañía Nintendo, para conocer más vea Lafrance, J. P. (2003). El juego interactivo, el primer medio de masas de la era electrónica. *Quaderns del CAC*, (15), 59-68.



de tres dimensiones. Asimismo, logra relacionarlo con el volumen, reflejando un

progreso en el aprendizaje de los conceptos relativos a la factorización.

Finalmente, la idea de factorizar está presente durante la mayoría de las clases llevadas a cabo, además de relacionarse con los cuatro conceptos mencionados anteriormente, pues se abordó desde un punto de vista geométrico, mediante áreas, volúmenes y los planos de las casas. Inicialmente se preguntó a los alumnos qué es factorizar, C2 es claro en su definición: “llevar una expresión a sus factores primos”, mientras que C1 y C3 muestran desconocimiento en el tema. En talleres posteriores, por ejemplo en el 6, se pidió factorizar algunas expresiones representadas gráficamente, mediante el álgebra geométrica, las respuestas pueden verse en el (ver taller 6 en anexo 5). Sin embargo, al preguntarles en la entrevista si habían aprendido a factorizar gracias a los elementos vistos, los casos no son claros sobre si han aprendido esto o no. Podría afirmarse que el concepto como tal no tuvo el nivel de profundidad que se hubiese deseado, pero sí lograron relacionarlo a un tema de la vida real como lo son los planos de una casa.

Recursos y medios es la subcategoría A2, a ella se refieren los recursos y espacios utilizados en el aula de clase con el fin de mejorar el proceso de aprendizaje; aquí cabe entonces materiales como el álgebra geométrica tanto plana como cúbica, los software Floorplanner y algebra tiles y las aulas en las que se trabajó: aula de clase, aula taller y sala de informática.



En general, los casos afirman haber disfrutado las clases gracias al uso de

otros espacios y de diferentes recursos. El C1 manifiesta que: “más que todo en el tablero nos aburren mucho, entonces eso hace que no le pongamos interés a las clases, en cambio con el Floorplanner es muy didáctico entonces uno le pone más como empeño y todo eso” (ver entrevistas en análisis de la información, anexo 9). También C2 expresa que ha aprendido diferentes cosas gracias a estos recursos: “muchas cosas por ejemplo cómo se utiliza el álgebra para sacar áreas o volúmenes me va a dar la factorización y son cosas que yo nunca había visto, ni me había imaginado, me parecieron muy interesantes” (ver entrevistas en análisis de la información, anexo 9), asociando la factorización con el área y el volumen en las actividades que se han sido trabajadas. El C4 afirma que el trabajo en grupo fue muy bueno, puesto que resulta más fácil realizar las tareas: “la forma como nos hicieron los talleres en especial el trabajo en grupo, que así se facilita más porque tres es mejor que uno” (ver entrevistas en análisis de la información, anexo 9).

De acuerdo con los ejemplos que a continuación se muestran, es posible afirmar que el objetivo propuesto para la intervención ha sido cumplido:

- En la clase # 5 mediante el recurso Floorplanner, los estudiantes diseñaron los planos de sus casas en 2D y en 3D en la sala de informática, luego realizaron una exposición sobre ello en el aula taller. En esa ocasión, los estudiantes contaron lo que sabían del 2D y 3D. Por ejemplo, el C2 tuvo la idea de asociar dichos conceptos a un videojuego



llamado Mario Bros, especificó cuáles son los movimientos que se pueden

realizar de acuerdo a la dimensión en que se encuentren, es claro que él conceptualmente comprende esto. El recurso empleado fue el software Floorplanner y el ambiente de aprendizaje fue la sala de informática.

- Durante la clase # 6 se utilizaron dos recursos: el álgebra geométrica y algebra tiles. Además de que la clase fuera llevada a cabo tanto en el aula normal como en el aula taller, los estudiantes resolvieron el taller 6; las respuestas se encuentran en el anexo 5, en ellas se evidencia la apropiación del concepto de área y el de factorizar.
- El taller # 8 fue realizado por los estudiantes en el aula taller, fue realizado durante la clase final, dicho taller se diseñó con el fin de observar lo que los alumnos habían aprendido sobre factorización a lo largo de la intervención realizada. Allí se abordaron situaciones que permitieran a los estudiantes asociar la factorización a contextos reales. De él se concluye que los estudiantes comprenden el concepto de factorizar, además del de área. En el anexo 5 se encuentran las respuestas dadas por cada caso.

Objetivo 2: describir los procesos de instrumentalización e instrumentación con tecnología en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.

Categoría: génesis Instrumental (B)

Subcategorías: instrumentalización (B1) e instrumentación (B2)



La subcategoría B1 corresponde a la apropiación del artefacto, conocer

sus bondades, limitaciones, y aprender a utilizarlo. En la intervención realizada se toman como artefacto el álgebra geométrica y el software Floorplanner. Los estudiantes realizaron los planos de su casa en 2D y 3D en dicho software, para poder realizarlo debían explorar el software, conocerlo e identificar las diferentes herramientas que éste ofrece, al respecto C2 y C4 dicen que para hacer los respectivos diseños, eligieron los objetos que más les gustaron o les parecieron bonitos: “Lo elegí porque fueron los que más me gustaron” menciona C4, y C2 dice que: “Escogí los que me parecieron bonitos, le quise dar un orden a la casa, pero me fije en los que me parecieron más bonitos” (ir al taller 5, anexo 5).

Agregándole a este aspecto, C2 menciona la facilidad para usar el software: “eso no fue sino 10 minuticos de ver cómo funcionaba todo, empecé primero hice el plano después empecé a decorar las paredes, después designé que espacio de cada lugar de la casa y ya al final lo decoré con las sillitas, la mesita, la cocina” (ver entrevistas en análisis de la información en el anexo 9), de esta manera se puede observar la forma en que los estudiantes se acercan a este artefacto y lo van conociendo, en la medida en que van cumpliendo con las tareas concernientes al tema de factorización.

En relación con la factorización mediante el álgebra geométrica, C2 expresa su sorpresa al observar la facilidad de llevar a cabo este proceso mediante figuras geométricas: “como dije antes nunca me lo hubiera esperado, interesante, fácil, mucho más fácil ver una expresión en cuadrados y rectángulos que escrita” (ver entrevista en análisis de la



información en anexo 9), es evidente que el alumno ha logrado relacionar dicha

representación (geométrica) con la descomposición en factores, esto gracias a dicho artefacto.

Por otra parte, la instrumentación (subcategoría B2), se refiere a la apropiación de conceptos y procedimientos por medio de la utilización de un instrumento. En este caso, C1 y C2 hacen una asociación entre los planos de su casa y algunas figuras geométricas, además de relacionarlo con el concepto de área, al respecto afirman que: “en la actividad anterior hicimos el plano de una casa en base a figuras geométricas, en la realidad podemos ver estas mismas figuras en planos verdaderos y el área sería el terreno total que ocupa el plano planteado” (ver taller 6 en análisis de la información en anexo 9).

En el taller 6 también se observa esta subcategoría, puesto que los estudiantes factorizan gracias a la manipulación del álgebra geométrica, en el anexo 9, en el análisis de la información, se encuentran las respuestas dadas por cada caso. En dicho taller, el punto 1 es el complemento de la instrumentalización hecha con el álgebra geométrica, puesto que para hallar estas expresiones era necesario conocer la manipulación de dicho artefacto, por lo tanto C1, C2 y C3 factorizan las expresiones allí presentadas.

Asimismo en el taller 8 se nota como algunos casos comprenden el concepto de factorizar gracias a lo aprendido durante las demás sesiones de clase ya trabajadas, pues para



resolverlo era necesario usar los conocimientos previos sobre áreas, álgebra geométrica, planos de casas, etc. Las respuestas a este taller se encuentran en el anexo 5. Por ejemplo en la segunda pregunta C2 expresa correctamente el área pedida, evidenciando su conocimiento sobre área y factorización por medio del álgebra geométrica, de esta manera dicho artefacto se ha transformado en instrumento al ser mediadora del aprendizaje de dichos conceptos.

8.3.1.3. Triangulación con los referentes teóricos.

8.3.1.3.1. Categoría A. En las tablas que se exponen a continuación, se muestra cómo se conecta el concepto con los recursos y medios empleados por los casos para contribuir a la categoría A, evidenciando la influencia de este en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización.

Tabla 12. *Categoría A y referentes, concepto área*

Sujeto	Ambiente de aprendizaje (A)	
	Conceptos (A1)	Recursos y medios (A2)
C1, C2	Área Demuestra que la suma de varias áreas o volúmenes da como resultado un área total o un volumen total.	álgebra geométrica Establece una expresión algebraica que represente el área o volumen.

Tabla 13. *Categoría A y referentes concepto área, 2D*

Sujeto	Ambiente de aprendizaje (A)	
	Conceptos (A1)	Recursos y medios (A2)



C1, C2	Área, 2D	Toma de medidas de forma simbólica o algebraica.
	Volumen, 3D	A través del cubo obtiene datos.
	Demuestra que la suma de varias áreas o volúmenes da como resultado un área total o un volumen total.	Establece una expresión algebraica que represente el área o volumen.

Tabla 14. *Categoría A y referentes, conceptos 2D y 3D*

Sujeto	Ambiente de aprendizaje (A)	
	Conceptos (A1)	Recursos y medios (A2)
C2	Comprende los conceptos 2D y 3D e identifica la diferencia entre los dos	Floorplanner

Tabla 15. *Categoría A y referentes, área, factorización*

Sujeto	Ambiente de aprendizaje (A)	
	Conceptos (A1)	Recursos y medios (A2)
C1	Área, factorización	Por medio del álgebra geométrica el alumno halla áreas y las expresa algebraicamente.

Tabla 16. *Categoría A y referentes, factorizar, área, 2D, volumen, 3D*

Sujeto	Ambiente de aprendizaje (A)	
	Conceptos (A1)	Recursos y medios (A2)
C1, C2, C3, C4.	Factorizar, área, 2D, volumen, 3D	Aporte del material concreto y virtual, diferente a lo expuesto en una clase tradicional. (Álgebra geométrica, Floorplanner)



<p>C1, C2, C4.</p> <p>Factorizar, área, 2D, volumen, 3D</p>	<p>Los talleres propuestos desde la unidad didáctica lograron despertar el interés de los estudiantes desde la propuesta de utilizar material concreto o virtual para solucionarlos</p>
---	---

Triangulación con los referentes teóricos: categoría B. En las tablas que se presentan a continuación se muestran algunos ejemplos del proceso de génesis instrumental llevado a cabo por los casos.

Tabla 17. *Categoría B y referentes, artefacto álgebra geométrica*

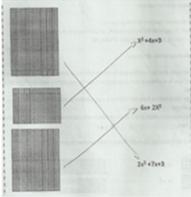
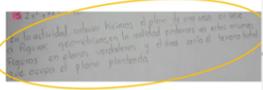
Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento	
C2	Álgebra geométrica	Hallar dimensiones de un rectángulo	Factorizar		Factoriza expresiones representadas geoméricamente
	Software Floorplanner	Diseño planos de su casa	Plano de la casa en 2D y en 3D		Describir los planos de su casa y asociarlo con algunos conceptos trabajados: área, 2D, 3D.
	Álgebra geométrica	Dibujar el plano de la casa con ayuda del álgebra geométrica	área de rectángulos		Establecer relaciones entre figuras geométrica, planos de una casa y áreas

Tabla 18. *Categoría B y referentes, artefacto prismas de cartulina*

Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento
C1 y C2	Prismas de cartulina	Formar un cubo a partir de ocho prismas	Volumen	 <p>Identificar el volumen total como suma de todas las partes que componen la figura</p>

Tabla 19. *Categoría B y referentes, artefacto lápiz y papel*

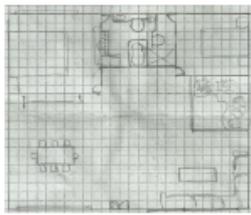
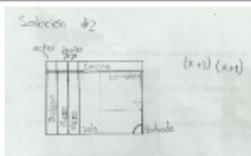
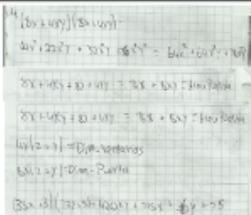
Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento
C2	Lápiz y papel	Dibujar planos en 2D	Plano de la casa en 2D	 <p>Asociar conceptos matemáticos como 2D a situaciones de su vida real</p>
	Álgebra geométrica	Diseño planos de su casa	Plano de la casa en 2D	 <p>Asociar el concepto de área a los planos de su casa</p>
	Lápiz y papel	Hallar el área a un objeto de la casa	Área	 <p>Hallar el área de la puerta de una casa</p>

Tabla 20. Categoría B y referentes, artefactos álgebra geométrica, lápiz y papel

Facultad de

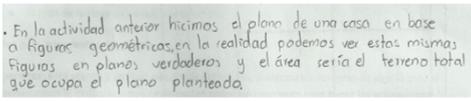
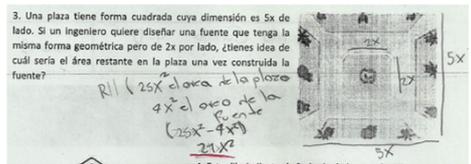
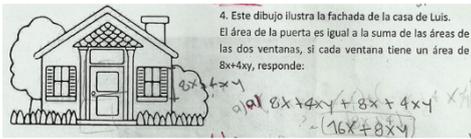
Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento	
C1	Álgebra geométrica	Dibujar planos en 2D	Plano de la casa en 2D		Establecer relaciones entre figuras geométricas, y planos de la casa; además del concepto de área
	Lápiz y papel	Hallar el área de un lugar (plaza)	Planos en 2D		Relacionar planos en 2D con concepto de área
	Lápiz y papel	Hallar el área a un objeto de la casa	Área		Relacionar conceptos de área con situaciones de la vida real

Tabla 21. Categoría B y referentes, artefactos cable del cargador, lápiz y papel

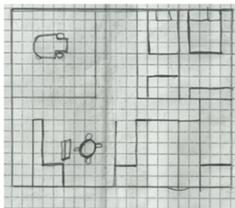
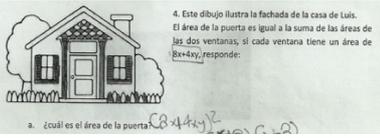
Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento	
C3	Lápiz y papel	Dibujar planos en 2D	Plano de la casa en 2D		Asociar conceptos matemáticos como 2D a situaciones de su vida real
	Cable del cargador	Tomar medidas a algunos objetos	Medir dimensiones de una figura		Utilizar una unidad de medida no convencional para medir algunos objetos
	Lápiz y papel	Hallar el área a un objeto de la casa	Área		Hallar el área de la puerta de una casa



Tabla 22. Categoría B y referentes, artefactos Floorplanner, lápiz y papel

Facultad de Educación

Sujeto	Artefacto	Acción	Objeto	Instrumento	
C4	Lápiz y papel	Dibujar planos de la casa en 2D	Plano de la casa en 2D		Relacionar planos de la casa con conceptos matemáticos como 2D
	Lápiz y papel	Dibujar plano en 3D de la fachada de la casa	Planos en 3D		Relacionar planos en 3D con concepto de volumen
	Floorplanner	Diseñar planos de la casa en 2D	Área, planos 2D		Relacionar conceptos matemáticos como área y 2D con situaciones de la vida real como lo es el plano de su casa



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803



9. Conclusiones y recomendaciones

A continuación se enuncian las conclusiones que surgen a partir del proyecto de investigación llevado a cabo en el marco de la Práctica Pedagógica, el cual tuvo como objetivo describir el proceso de génesis instrumental en alumnos de grado noveno con conceptos relativos a la factorización. Para el desarrollo de este se implementó una unidad didáctica en el Instituto San Carlos de la Salle. Durante la intervención se observa en un primer lugar la manipulación de los artefactos de los que se dispone, conociéndolos, descubriendo sus atributos, aprendiendo a usarlos, dando lugar así a la instrumentalización. Posteriormente se presenta la apropiación de conceptos como área, volumen y factorizar mediante el uso del álgebra geométrica, el software Floorplanner, entre otros, los cuales han sido convertidos en instrumentos para el estudiante, mediando su aprendizaje, generando desde estos los dos procesos de la génesis instrumental. De lo anterior se concluye que el objetivo general se cumplió además se rescata que los estudiantes no sólo aprendieron sobre conceptos relativos a la factorización sino también de otros como el de área, volumen, 2D, 3D, entre otros.

Una de las inquietudes iniciales que surgió fue conocer si la tecnología contribuye a los procesos de enseñanza y aprendizaje y de qué manera. Una vez terminado el proceso de triangulación y análisis de la información se puede decir al respecto que dentro del proyecto de investigación los estudiantes obtuvieron otra perspectiva frente a la factorización, sus usos y aplicaciones de forma positiva; esta contribuyó a una mayor comprensión facilitando la apropiación y el aprendizaje de los conceptos, permitiendo que los estudiantes construyeran por sí mismos los conocimientos debido a que fueron partícipes activos.



El trabajar de forma simultánea la geometría y el álgebra permitió la posibilidad de tener dos representaciones donde cada una aportó sentido a la otra y sirvió de medio para auto-validar el trabajo realizado. Además se ha de tener en cuenta que los estudiantes no solo se limitaron a aplicar lo aprendido a las situaciones relacionadas con la vida cotidiana que se les plantaron, sino que además lo asociaron con cosas conocidas de su entorno por sí mismos, reconociendo su utilidad, enriqueciendo el aprendizaje y dándole así mayor sentido. También fue notorio que el uso de tecnología y de diferentes ambientes en el aprendizaje de conceptos relativos a la factorización suscitó en los estudiantes una motivación e interés por aprenderlos, poniendo mayor empeño en las tareas que realizaban.

La totalidad del proyecto contribuyó al desarrollo de procesos generales como son el razonamiento y la comunicación y de habilidades intelectuales como realizar exploraciones, formular, confrontar, reflexionar, hacer conjeturas, discutir y/o debatir sus ideas y argumentos, esto gracias al trabajo en grupo el cual también en ocasiones posibilitó el resolver dudas puesto que los estudiantes se apoyaban mutuamente. En sí el aprendizaje no fue de forma mecánica ni repetitivo como es usual en temas como la factorización, sino que se dio un aprendizaje significativo y duradero a largo plazo.

9.1. Recomendaciones

- El uso de tecnología y de diversos espacios es algo que despierta motivación e interés en los estudiantes por lo cual se propone como estrategia para incrementar o despertar en los estudiantes inclinación hacia las matemáticas.
- Es necesario tener en cuenta que el material utilizado solo permite trabajar con polinomios de segundo grado cuando se relaciona con áreas, (trabajado con el álgebra



geométrica plana) y de tercer grado cuando se vincula a volúmenes (trabajado con el álgebra geométrica cúbica).

- No se debe implementar tecnologías solo por hacerlo, es necesario elegir de forma adecuada los recursos que se van a implementar, para que sean usados de manera acertada y promueva el aprendizaje de las temáticas que se pretendan abordar, siendo fundamental saber apreciar en qué tipo de situaciones o proyectos determinada tecnología es una herramienta importante para su solución.
- Es necesario recordar dar a los estudiantes un tiempo prudente para que conozcan el material, su uso y cualidades, antes de iniciar el trabajo en sí.
- En lo posible se recomienda dar la oportunidad de interactuar con el mismo material de diferentes formas (por ejemplo físico y virtual o con figuras o imágenes planas (como dibujos) y sólidos (como poliedros) como fue el caso de la aplicación del álgebra geométrica o combinar con otros recursos o actividades que lleven a una misma situación.
- Es recomendable hacer una previa planeación de lo que se va a hacer en el aula, con el fin de tener una clase estructurada y que se lleve a cabo adecuadamente, favoreciendo de esta manera el aprendizaje de los estudiantes.
- Se debe propiciar o llevar a los estudiantes a buscar o tener diferentes puntos de vista, a que argumenten y defiendan sus ideas, con el fin de promover un pensamiento crítico y reflexivo.

9.2. Propuestas para futuras investigaciones

Analizando los resultados y teniendo en cuenta lo positivo de estos, se propone para futuras investigación dos opciones:



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Trabajar en la construcción de ecuaciones que por medio del referente geométrico, el cual llena de sentido para los estudiantes las expresiones algebraicas.

La presente investigación no pretendía abordar de forma sistemática los diez casos de factorización sino trabajar conceptos relativos a la factorización, por lo que solo se aplicaron algunos de estos. Sería interesante buscar o crear materiales o recursos que sean una representación que contribuya a la comprensión y construcción de los conceptos, al desarrollo de habilidades intelectuales, a la vez que generen motivación e interés, con el objeto de que el aprendizaje sea significativo.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Referencias

- Facultad de Educación Ander Egg, E. (1991). El taller, una alternativa de renovación pedagógica Río de la Plata: Magisterio del Río de La Plata.
- Baldor, A. (1983) Álgebra de Baldor. México: Publicaciones Cultural.
- Ballestero, A. E. (2007). Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, (4).
- Boyer, C. (1986). Historia de la matemática. España: Editorial Alianza.
- Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. Harvard educational review. Recuperado el 25 de febrero de 2016 de: <http://psycnet.apa.org/psycinfo/1962-00777-001>
- Chacel (2012). George Polya: estrategias para la resolución de problemas. Recuperado el 2 de mayo de 2016, de http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf
- Cisterna, F. (2007). Métodos de Investigación Cualitativa en Educación. Guía teórico-práctica. Recuperado el 30 de Mayo de 2015, de <http://es.scribd.com/doc/147417873/Francisco-Cisterna-Me-todos-de-investigacion-cualitativa-en-educacion>
- Collete, J. P. (1985). Historia de las matemáticas I. España: Siglo XXI editores.
- Dienes, Z. P. (1960). Building Up Mathematics' Hutchinson Educational. *New York*.
- Dienes, Z. P. (1997). Propuestas para una renovación de la enseñanza de las matemáticas a nivel elemental (Vol. 3). Fund. Infancia y Aprendizaje. Recuperado 24 de febrero de 2016 de: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=ctBZXnFzIWcC&oi=fnd&pg=PA11&dq=+material+concreto+%22Zoltan+Dienes%22&ots=QP2RFxDRe4&sig=F4Je3WZpDk0m7juZ4wWdgnq1reE#v=onepage&q&f=false>



Duarte, D. (2003). Ambientes de aprendizaje: una aproximación conceptual. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, (29), 97-113. Recuperado 19 de octubre de 2014 de: <http://rieoei.org/deloslectores/524Duarte.PDF>

Duval, R. (1999). Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning.

Estrada, W., Moreno, V., Romero, F., Silva, L.E. (2013) *Matemáticas para pensar 8*. Colombia: Norma. Recuperado el 13 de marzo de 2015 de: <http://www.algebradebaldor.org/biografia-de-aurelio-baldor/>

Godino, J. D., Batanero, M., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Recuperado el 20 de diciembre de 2015 de: http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/livros/fundamentos.pdf

Jiménez, S., Guantiva, D., & Sánchez, D. (2011). Uso de las tabletas algebraicas como alternativa de enseñanza del proceso de factorización.

Kline, M. (1992) *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. España. Alianza Editorial.

Lozano Díaz, S. O. (2014). Prácticas innovadoras de enseñanza con mediación TIC que generan ambientes creativos de aprendizaje. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 43, 147-160. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/557/1103>

Marisol Ramírez Rincón, F. L. (2010). *Hipertexto Santillana*. Bogotá Colombia: Santillana.

Mejía, G., & Barrios, N. (2008). El álgebra geométrica como recurso didáctico en la enseñanza-aprendizaje del álgebra escolar.

Mesa, C. P. (2012). Alcaldía de Medellín. Recuperado el 18 de 08 de 2015, de <https://www.medellin.gov.co/irj/go/km/docs/wpcccontent/Sites/Subportal%20del%20Ciudadano/Educación/Secciones/Publicaciones/Documentos/2011/Evaluación%20de%20los%20impactos%20de%20las%20políticas%20públicas%20en%20la%20apropiación%20social%20de%20las%20TIC>,

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Magisterio, Bogotá.



Ministerio de Educación Nacional (2003). Estándares Básicos de Matemáticas. Santafé de Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). Plan Decenal de Educación 2006-2016: *Los diez temas y sus macro objetivos*. Recuperado el 28 de febrero de 2016, de http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_10_temas_macro_objetivos.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2013). Competencias TIC para el desarrollo profesional docente. Recuperado el 28 de febrero de 2016, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-318264_recurso_tic.pdf

Moreno, L. & Waldegg, G. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. In: Ministerio de Educación Nacional (Ed.). Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de educación media de Colombia. Bogotá: Enlace Editores Ltda. p. 40-66.

Ospina, D (2012). El diario como estrategia didáctica. Recuperado el 20 de marzo de 2016, de <http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/moodle/mod/resource/view.php?inpopup=true&id=34201>.

República de Colombia. (2009). Ley 1341 de 2009. .Recuperado el 28 de febrero de 2016, de http://www.mintic.gov.co/portal/604/articles-3707_documento.pdf

Ruiz, H. M. (2011). Génesis instrumental en el Estudio de la Elipse desde una Perspectiva Variacional: el Caso de Geogebra. (Tesis de maestría inédita) Universidad de Antioquia, Colombia.

Salazar, V. P., & Parra, K. (2011). Tablet algebraicas como medio para la enseñanza de la factorización y la identificación de factores reducibles e irreducibles en algunos polinomios.

Salazar, V. P., Jiménez, S. M., & Mora, L. C. (2013). Tablet algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización.

Sánchez, N (2015). La enseñanza del concepto de razón de cambio fundamentada en la Teoría de la Actividad Instrumentada y mediada por el software Tracker. (Tesis de maestría inédita) Universidad de Antioquia, Colombia.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En Couso, Digna; Badillo, Edelmira; Perafán, Gerardo y Adúriz - Bravo, Agustín. Unidades didácticas en ciencias y matemáticas (338 p.) Bogotá: cooperativa editorial magisterio.

Sessa, C. (2005). Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas. Buenos Aires: Libros el Zorzal.

Stake, R. E. (1998). Investigación con el estudio de casos. Madrid: Ediciones Morata, S. L.

Vega, J. (2014). Uso del programa Descartes para la representación geométrica de los productos notables.

Verillon y Rabardel. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European journal of Psychology of education* 10(1). p. 77-101.

Wagner, O. G., Giraldo V. A., Hoyos S., E., Gutierrez Z. H., & Quintero, D. A. (2014). El álgebra geométrica como mediadora en la enseñanza de la factorización y los productos notables.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3