



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LAS FRACCIONES EN UN AMBIENTE GEOMÉTRICO.

Sistematización de experiencias en las instituciones educativas Monseñor Víctor Wiedemann y Centro Formativo de Antioquia “CEFA” a través de la metodología aula taller.

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

DARWIN ALEJANDRO CARTAGENA AGUDELO
JULIAN OCHOA RIVERA

Asesores

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ

CATALINA BERMUDEZ GALEANO

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Medellín

2017



Agradecimientos

Primero a Dios por darme fuerzas en este proceso de formación.

A mi hijo, esposa, abuela, tías, y mi madre que son el motor de mi vida.

A mi maestro cooperador y la I.E por el apoyo y la confianza que me brindaron para poder hacer posible la realización de esta experiencia.

A mis asesores por sus consejos en momentos difíciles.

A mi compañero Julián Ochoa.

Y a Mateo Berrio por su gran ayuda y apoyo.

Darwin Alejandro Cartagena A.

A Dios por darme la paciencia y fortaleza para sacar este trabajo adelante.

A mi familia, en especial a mis padres Adelina Rivera y Antonio Ochoa, por su constante apoyo, dedicación, ayuda y formación como una persona de bien.

A las estudiantes del CEFA por su colaboración y disposición para desarrollar este trabajo.

A mi maestra cooperadora Diana Patricia Vergara, por su apoyo y ayuda en mi proceso de formación como maestro.

A mi compañero Alejandro Cartagena por su apoyo durante estos dos años de trabajo.

A mis asesores Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez por su acompañamiento constante durante todo este proceso.

Y a todos y cada una de las personas que de una u otra manera han estado presentes durante todo este proceso de formación continua.

Julián Ochoa R.



Resumen

El presente trabajo busca sintetizar las reflexiones y comprensiones realizadas por estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas durante su proceso de Práctica Pedagógica, la cual pretendía inicialmente fortalecer algunos aspectos de la fracción a través de un ambiente geométrico desde la metodología aula-taller y desembocó en la necesidad de reelaborar los conocimientos de los maestros en formación sobre la fracción y analizar las inconsistencias e imprecisiones teóricas sobre las cuales desarrollaron sus prácticas y a la luz de un proceso de sistematización de experiencias que permite realizar importantes aportes para la formación de maestros.

Palabras clave: Números racionales, metodología aula-taller, sistematización de experiencias, enseñanza de las matemáticas.

Abstract

The present work seeks to synthesize the reflections and understandings made by students of the Bachelor in Basic Education with emphasis in Mathematics during their Pedagogical Practice process, which initially aimed to strengthen some aspects of the fraction through a geometric environment between the classroom-workshop methodology and led to the need to re-elaborate the knowledge of the teachers in training on the fraction and analyze the inconsistencies and theoretical inaccuracies on which they developed their practices and in the light of a process of systematization of experiences that allows important contributions for teacher training .

Key words: Rational numbers, classroom-workshop methodology, systematization of experiences, teaching of mathematics.



Tabla de contenido

..... 1

..... 2

..... 4

Presentación 9

Introducción 12

Capítulo 1: Analizando el contexto. **Objetivo General** 12

Capítulo 2: Problemáticas **Objetivos Específicos** 12

..... 13

Capítulo 4: Marco Teórico **Fracción, relación parte-todo y equivalencias en la comprensión de los números racionales** 13

Complejidad en el aprendizaje de la fracción 21

Reconocimiento histórico de la complejidad del estudio de los números racionales 23

..... 27

Capítulo 5: Marco Metodológico **Paradigma de Investigación** 28

Enfoque de Investigación 28

Método de Investigación 29

Técnicas de Investigación 32

Observación Participante 33

Diarios Pedagógicos 34

Registro fotográfico y en video y audio 36

Técnica de Intervención: Metodología Aula-Taller 37

Guías de trabajo 39

Capítulo 6: Desarrollo y Análisis **Estrategias de análisis** 41

Consideraciones éticas 43

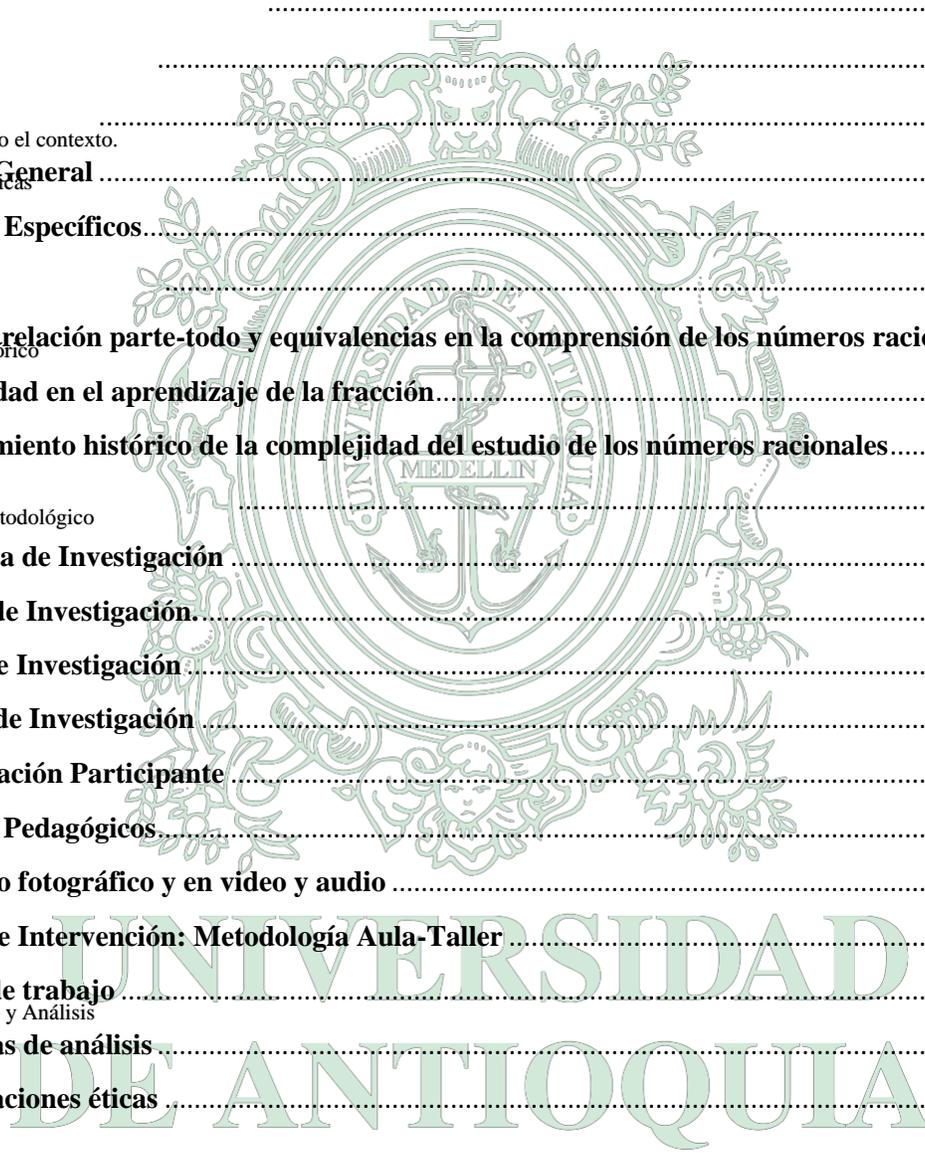
..... 45

Capítulo 7: Conclusiones y Recomendaciones **Prueba Diagnóstica** 48

Instrucciones del juego 83

Desarrollo del juego 83

..... 88





Referencias Bibliográficas



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Tabla de Ilustraciones

Ilustración 1.....	14
Ilustración 2 Prueba diagnóstica realizada al grado sexto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann.....	48
Ilustración 3 Respuesta de niño a la primera pregunta de la prueba diagnóstica.....	50
Ilustración 4 Respuestas de los estudiantes a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica.....	51
Ilustración 5 Respuestas de los niños a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica.....	52
Ilustración 6 Ejercicios propuestos para las estudiantes de décimo salud cuatro CEFA.....	54
Ilustración 7 Ejercicios propuestos para las estudiantes de décimo salud cuatro CEFA.....	55
Ilustración 8 Respuestas de las estudiantes a los problemas planteados.....	56
Ilustración 9 Respuestas de las estudiantes a los problemas propuestos.....	57
Ilustración 10 Respuestas de las estudiantes a los ejercicios propuestos.....	58
Ilustración 11 Actividad equivalencias con doblado de papel (fracciones de $1/3$).....	63
Ilustración 12 Respuestas actividad equivalencias con doblado de papel.....	63
Ilustración 14 Actividad equivalencias con doblado de papel (fracciones de $1/2$).....	64
Ilustración 17 Actividad "Equivalencias con tortas fraccionarias".....	68
Ilustración 26 Dado fraccionario del juego "Escalera fraccionaria".....	81
Ilustración 28 Tarjetas del juego "Escalera fraccionaria".....	82



Las experiencias que se comparten en el presente trabajo son el resultado de desarrollo de la Práctica Profesional de **Presentación** Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, desarrollado de manera paralela en dos instituciones educativas de la Ciudad de Medellín. En él las percepciones de los autores sobre los procesos de aprendizaje se tornan en el principal punto de reflexión sobre la necesidad de realizar ejercicios críticos frente al quehacer profesional de los investigadores y su acercamiento a la conceptualización de las unidades matemáticas en escenarios mediados por material didáctico adecuado.

Durante este proceso, se logró también realizar un acercamiento vivencial frente a lo que verdaderamente significa ser un maestro en la época actual, un ejercicio profesional en el cual se requiere reconocerse en un estado permanente de apertura desde y hacia el conocimiento para lograr aportar a la educación de mejores ciudadanos que asuman de manera crítica y reflexiva su papel en la sociedad. En este proceso, los maestros cooperadores fueron de gran importancia al brindar desde el primer momento la confianza para desarrollar las actividades propuestas por los maestros en formación, lo que llenó de fortaleza el proceso y permitió que las reflexiones que suscitó el trabajo aporten verdaderamente al proceso formativo de los investigadores.



Los procesos de investigación que toman como punto de partida el ejercicio de la profesión docente tienen la particularidad de establecerse como un tipo particular de conocimiento, propio del campo profesional de la educación y a través del cual es posible lograr que los maestros en ejercicio y en formación realicen ejercicios críticos, reflexivos y constructivos de sus propios procesos a la luz de la experiencia de quienes, como los autores de este trabajo, han desarrollado procesos en los cuales los objetivos que se plantean no logran su consecución y es necesario reflexionar sobre las inconsistencias que presentó el proceso para aprender de ellas y transformar las prácticas que tienen lugar en el aula.

De esta manera, el presente trabajo se desarrolló sobre la práctica, reflexionando luego de llevar a cabo las actividades, sobre cuáles fueron las inconsistencias metodológicas y teóricas que impidieron el cumplimiento de los objetivos planteados. La forma en que se presenta el trabajo debe comprenderse desde la lógica que tanto el marco teórico como el marco metodológico sufrieron importantes transformaciones a lo largo del proceso investigativo con el fin de permitir una verdadera sistematización de las experiencias llevadas a cabo durante la práctica pedagógica.

En un primer momento se presenta un análisis somero de los contextos en los cuales se desarrolló la práctica pedagógica, con el fin de ilustrar a quién se acerca a la lectura de este trabajo, a los escenarios en los cuales se desarrolló el proceso y en los cuales tuvieron lugar los aprendizajes y reflexiones que se plasman en el trabajo. Posteriormente se planteará el problema de la investigación que, a la luz de las transformaciones del trabajo, da cuenta de los elementos que fue necesario comprender durante el proceso de investigación.



Facultad de Educación

Posteriormente se plantea un marco conceptual a partir del cual comprender tanto las actividades que se plantearon, como los análisis que se realizaron sobre las mismas desde un ejercicio de comparación de fuentes que enriquece las construcciones realizadas en torno a los números racionales, la noción de fracción y sus diferentes características. Dadas estas claridades conceptuales se plantea un marco metodológico en el cual se busca evidenciar tanto los principios que guiaron el proceso de investigación como las herramientas y los pasos que se siguieron durante el proceso de intervención, análisis y sistematización de las experiencias.

Llegado a este momento, el lector se encontrará con el desarrollo y análisis de la investigación, durante el cual se realizó un especial énfasis en las herramientas didácticas utilizadas por los maestros en formación durante su práctica y las inconsistencias teóricas y estructurales que presentaban, las cuales desvirtuaron los objetivos del trabajo y sobre las cuales es necesario reflexionar a la luz de un proceso de análisis crítico de la experiencia.

Igualmente, en este apartado el lector encontrará una serie de consideraciones sobre el proceso de profesionalización que atravesaron los investigadores en la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, las cuales deben comprenderse como un ejercicio dialógico de construcción de conocimiento sobre la manera en que se desarrollan los procesos de formación de maestros y en los cuales es necesario tener presentes las dificultades que esos presentan para fortalecer sus habilidades en miras de formar maestros críticos y reflexivos sobre su práctica pedagógica.



Facultad de Educación

Para desarrollar el presente proyecto de grado, se entenderá el contexto no sólo como el lugar físico, el aula, el aula de la institución educativa pedagógica; el contexto es más que paredes de ladrillos, infraestructura de cemento, en el contexto se ven implicados también los estudiantes como el pilar del proceso investigativo, ya que de los diálogos e intervenciones que se realizaron con ellos son el producto de los análisis y reflexiones del trabajo, en este contexto intervienen igualmente las dinámicas sociales y culturales de los estudiantes y el lugar en el que viven y la relación de éstos con los maestros en formación con otros agentes educativos como el profesorado, rectores, coordinadores, personas encargadas del aseo, vigilantes, personas de la tienda.

La Práctica Pedagógica tuvo lugar en dos instituciones educativas del Municipio de Medellín, la primera de ellas es el Centro Formativo de Antioquia “CEFA”, una institución pública de carácter femenino, que alberga población de diferentes estratos socioeconómicos. Se enfoca en la formación de la educación media y ofrece algunas especialidades en las cuales las estudiantes se forman durante dos años en una media técnica, algunas de las especialidades en las cuales las estudiantes se forman son las de matemáticas, comercio, informática, ciencias químicas, salud, gestión ambiental, tecnología en alimentos, seguridad ocupacional, gestión cultural y promoción artística.

La institución fue fundada en 1935 por el señor Joaquín Vallejo Arbeláez, el cual legó a la institución objetivos como: acercar a la mujer al campo laboral, implantar una reforma pedagógica liberal con ideas de revolución, ofrecer igualdad de oportunidades a la mujer antioqueña y colombiana, además de posibilitar su acceso a las universidades.



Facultad de Educación

El Centro Formativo de Antioquia se encuentra ubicado en el barrio La Candelaria, Comuna 10 del Municipio de Medellín, en la Calle 50 # 41-55, una cuadra más abajo de la *Placita de Flores*, un sector muy tradicional de Medellín debido a su cultura silleterera. De acuerdo a las nuevas alternativas de transporte implementadas en la ciudad, para llegar a la institución se puede tomar el tranvía ya que ésta se encuentra a todo el costado norte de la estación *Pabellón del Agua*, además de diferentes rutas de transporte público que atraviesan la ciudad.

La institución cuenta con dos jornadas, en la mañana entre las 6:15 am hasta las 12:45 pm y tarde entre la 1:00 pm y las 7:30 pm, cuenta con una excelente planta de profesores, una muy buena infraestructura física, y una constante exigencia académica, donde se genera un ambiente educativo integral y completo; también, la Institución Educativa se ha caracterizado por ser una de las mejores instituciones públicas de la ciudad, ya que al tener una población numerosa en la educación media, aportan un gran número de estudiantes a las universidades públicas de la ciudad. Información tomada de: <https://goo.gl/EngzdU>.

Es de aclarar que actualmente la institución implementa los grados sexto y séptimo, pero el grado en el cual se desarrolló este trabajo fue el grado décimo, debido a que la maestra cooperadora facilitó el trabajo en este grado atendiendo a que los grados iniciales de la secundaria no estaban a su cargo. De los múltiples grupos con los que se trabajó en la Institución Educativa, se optó por realizar el trabajo con el grupo décimo salud cuatro, este grupo demostró un particular interés por trabajar y una excelente disposición por aprender y desarrollar las actividades propuestas.

Son un grupo de estudiantes que les gusta el trabajo colaborativo y por esta razón las actividades se plantearon con el fin de fortalecer esta capacidad; en términos generales las



Facultad de Educación

estudiantes se cuestionan sobre los asuntos trabajados en clase y no dudaban en realizar preguntas puntuales cuando algo no les quedaba totalmente claro, tenían la facilidad para comunicar dudas, fortalezas y a través del diálogo fue posible acercarse a sus conocimientos.

La segunda institución con que se desarrolló la Práctica Profesional fue la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann anteriormente conocida como Escuela Rural para Varones Pradito. Está ubicada en el corregimiento San Antonio de Prado de Medellín, en la Diagonal 60 E # 41 A - 15, fue fundada en 1963 como una donación del Comité de Cafeteros; una escuela con cuatro aulas, dos pequeños cuartos, una sala para el director y una vivienda para el celador. Margarita de Gallego quien dirigía la Escuela Rural La Verde, recibió en la ceremonia de inauguración de la Escuela Rural de Varones Pradito a un grupo de 20 niños.

En el año de 1969 mediante el Decreto 739 del 25 de septiembre, la Escuela Pradito figuraría con el nombre de Escuela Monseñor Víctor Wiedemann y en 1994 pasa a llamarse Colegio Monseñor Víctor Wiedemann, unido a la escuela la verde, con la siguiente misión: La Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann es una institución oficial dedicada a la prestación de servicios de educación formal en los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria, media académica y media técnica. Mediante una propuesta curricular flexible y abierta a la innovación pedagógica, propicia la formación integral de sus estudiantes fundamentada en valores, en la conservación ambiental, en aprender a ser, a conocer, a hacer y a convivir dentro de un contexto de participación democrática.

Es una institución de carácter mixto que alberga una población de alrededor de 1500 estudiantes que se encuentran en los estratos socioeconómicos 1, 2 y 3, desde el grado preescolar



Facultad de Educación

hasta el grado once, cuenta con dos sedes una de primaria y otra de primaria y bachillerato con dos jornadas, en la mañana (6:00 a.m. a 12:00 m) bachillerato y en la tarde (12:15 a 5:15) primaria. Tiene la modalidad de Media Técnica en Diseño de Modas y Ambiental en convenio con el Servicio Nacional de Aprendizaje “SENA”, esto con la firme convicción de cumplir con sus objetivos.

Como lo dice en su visión, para el año 2018 la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann, se destacará por conservar y mejorar su propuesta de formación técnica, fomentar la investigación como componente metodológico transversal y ser un centro de extensión de la comunidad y para la comunidad educativa. Así desde la investigación y la innovación formará integralmente ciudadanos autónomos, creativos, democráticos que valoren el saber científico, social y cultural, componentes para desempeñarse laboralmente y continuar en la cadena de formación técnica, tecnológica y profesional. Información tomada de: <https://goo.gl/eG6dDV>.

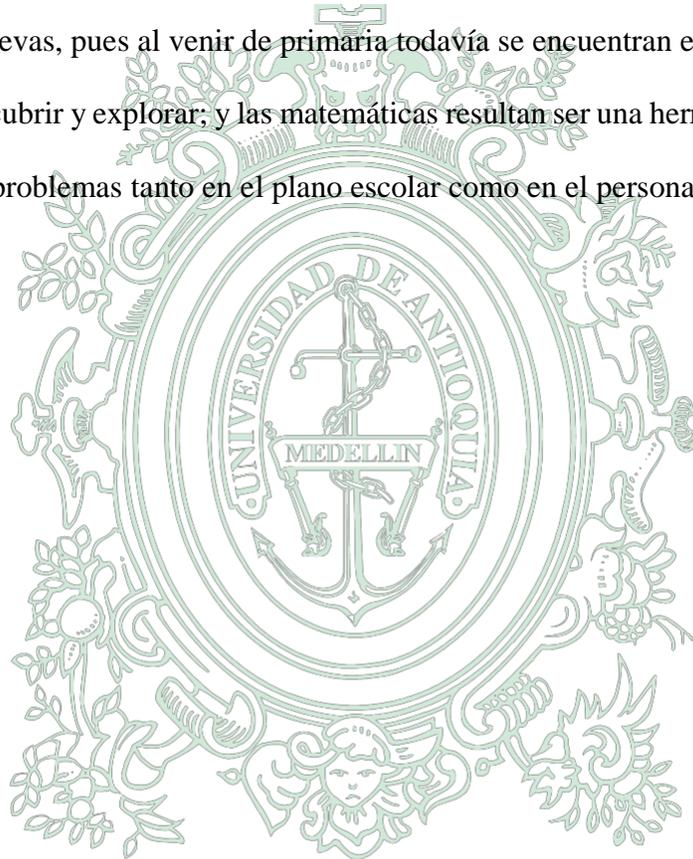
En esta institución, al iniciar el proceso de Práctica Pedagógica se realizó un trabajo con varios grados; puesto que el maestro cooperador era el coordinador, se tenía la posibilidad de asistir a diferentes grados y es por ello que decidimos hacer un recorrido por los diferentes grupos para observar algunos factores propicios para el desarrollo del trabajo lo que ayudó, no sólo a realizar la investigación sino también a estar inmersos en las dinámicas escolares, pues es claro que es lo más importante a la hora de realizar la Práctica Profesional. Es importante tener un enfoque en las temáticas de la investigación, pero también se requiere cierta dedicación y tiempo para ser maestros de matemáticas.

Una vez realizado el recorrido por los diferentes grados, se pudo observar todos los grupos de la institución y se decidió enfocarse en el grado sexto para desarrollar las actividades pues fue en este grado donde se identificaron las falencias más marcadamente en cuanto al trabajo con



Facultad de Educación

fracciones, tema que para este ciclo debe de estar comprendido según los documentos rectores del ministerio de educación nacional, pero en esto se hará énfasis más adelante. El grupo de estudiantes del grado sexto con el cual se desarrolló la práctica, se encontraba dispuesto a trabajar y con ganas de aprender cosas nuevas, pues al venir de primaria todavía se encuentran en una etapa donde aún tienen deseos de descubrir y explorar; y las matemáticas resultan ser una herramienta que les ayuda a develar y resolver problemas tanto en el plano escolar como en el personal.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Para orientar el desarrollo del presente trabajo de investigación, los maestros en formación partieron de una reflexión sobre la problemática práctica, en la cual identificaron la necesidad de fortalecer en sus estudiantes, tanto de grado sexto como de grado décimo, contenidos propios de los números racionales, en especial la noción de fracción y su comprensión desde la relación parte-todo, para la cual buscaban generar desde la metodología aula-taller una suerte de ambiente geométrico propicio para la comprensión de estos componentes de los números racionales.

Esta identificación estuvo mediada tanto por la experiencia de Práctica Pedagógica como por el proceso de formación profesional de los maestros en formación, quienes reconocían el tema de fracciones como un aspecto complejo de comprender y el cual era necesario trabajar en el aula de clase, de manera independiente al grado en el cual se desarrolle el ejercicio profesional, debido a su importancia en la comprensión de aspectos de mayor complejidad en el campo de las matemáticas.

Autores como Perera y Valdemosos (2007) han sostenido enfáticamente que “las fracciones son uno de los contenidos de las matemáticas que manifiestan dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, fundamentalmente en los niveles básicos de educación” (Perera & Valdemosos, 2007, p. 210); sostienen que al no lograr desarrollar unas bases bien fundamentadas acerca del tema de las fracciones en la básica primaria, durante el proceso formativo posterior en la secundaria y la media, los estudiantes encontrarán dificultades al relacionarse con operaciones complejas en las cuales requieran el uso de los principios matemáticos subyacentes a los números racionales.



Facultad de Educación

Esta comprensión, sin embargo, solo vendría a tomar sentido pleno luego del desarrollo del proceso investigativo. Las hipótesis iniciales resultaron ser ciertas, los estudiantes presentan dificultades en la comprensión del concepto de fracción, sin embargo también quedó claro que los maestros en formación poseían serios vacíos teóricos en la comprensión de la fracción lo cual conllevó a que las prácticas pedagógicas se planearan, desarrollaran y evaluaran partiendo de principios matemáticos poco definidos lo cual hizo que las actividades planteadas se desvirtuaran en su objetivo principal de aportar a la comprensión de las fracciones.

El proceso de investigación se estructuró tomando como base la pregunta **¿Cómo la comprensión de la relación parte-todo posibilita los procesos de aprendizaje de las fracciones en estudiantes del grado sexto y décimo a través de un ambiente geométrico?** Esta pregunta conllevaba la necesidad de reflexionar en torno a cómo encaminar la investigación teniendo en cuenta que la Práctica Pedagógica se desarrolló en dos instituciones diferentes y en dos grados tangencialmente opuestos en el proceso formativo de los estudiantes.

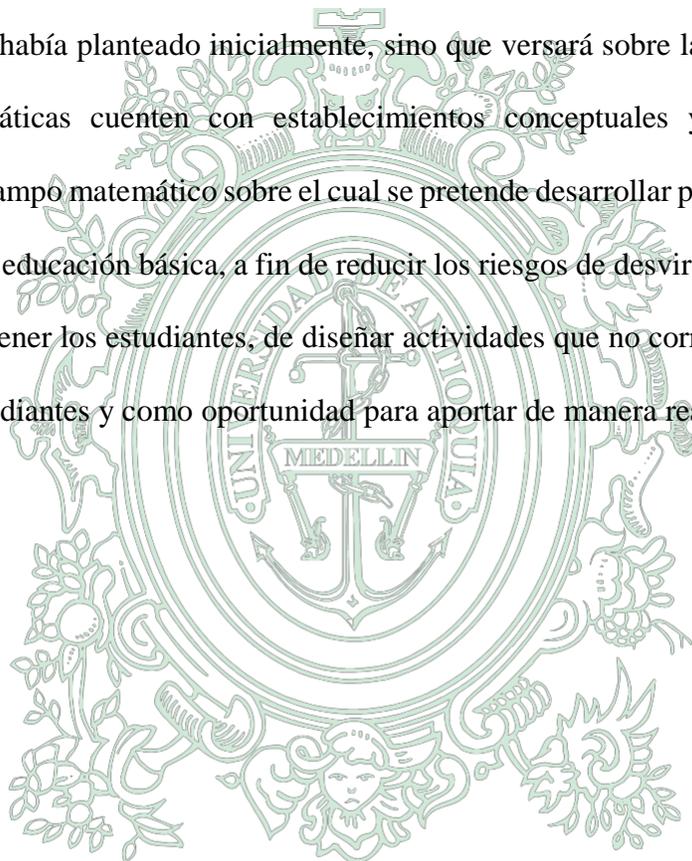
El cuestionamiento inicial era completamente válido y las complejidades metodológicas se hicieron evidentes durante el proceso investigativo, pero como reconoce Fandiño (2009) “la noción de fracción y la operatividad correspondiente son de los contenidos más estudiados desde el inicio de la investigación en Matemática Educativa debido quizá a que representan una de las áreas de dificultad más comunes en las escuelas de todo el mundo” (p.6). De esta complejidad dicha, se puede establecer las razones por las cuales ni estudiantes ni maestros en formación poseían claridades al respecto.

Teniendo en cuenta lo anterior, la problematización de la investigación no se encontraba formulada inicialmente por fuera de lo que serían sus principios conclusivos. Se reconoce la



Facultad de Educación

necesidad de fortalecer el conocimiento sobre los números racionales y en especial sobre la noción de fracción, sin embargo para ello la presente investigación abocará su proceso de análisis no en identificar el potencial de la relación parte-todo en la comprensión de la fracción desde un ambiente geométrico como se había planteado inicialmente, sino que versará sobre la necesidad de que los maestros de matemáticas cuenten con establecimientos conceptuales y teóricos amplios y suficientes sobre el campo matemático sobre el cual se pretende desarrollar procesos de aprendizaje con estudiantes en la educación básica, a fin de reducir los riesgos de desvirtuar los conocimientos previos que puedan tener los estudiantes, de diseñar actividades que no corresponden con el nivel formativo de los estudiantes y como oportunidad para aportar de manera real y significativa en su proceso formativo.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Objetivo General

Capítulo 3: Objetivos

Analizar como la relación parte-todo posibilita los procesos de aprendizaje de las fracciones en estudiantes de grado sexto y décimo a través de un ambiente geométrico.

Objetivos Específicos

- Elaborar herramientas didácticas apropiadas para cada contexto que faciliten la comprensión de la fracción mediante la relación parte-todo.
- Desarrollar un ambiente geométrico a través del aula-taller en los procesos de aprendizaje buscando facilitar el acercamiento a las fracciones desde experiencias cotidianas con las matemáticas.
- Sistematizar las experiencias de la Práctica Pedagógica enfocándose en la posibilidad que representa la geometría para el acercamiento a la fracción en estudiantes de básica secundaria y media.



Fracción, relación parte-todo y equivalencias en la comprensión de los números racionales

Capítulo 4: Marco Teórico

Hasta el momento ha sido posible acercarse al reconocimiento tanto de los intereses particulares de los maestros en formación como de las perspectivas empíricas que han permitido sostener la necesidad de aportar a la comprensión de elementos conceptuales de los números racionales con miras a mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas.

Es por tanto necesario ahora revisar de dónde surge la fracción. Godino et al. (2004) identifican que existen situaciones en las cuales es preciso dividir un todo en partes, repartir un conjunto de objetos en partes iguales o realizar mediciones de un cantidad cuya magnitud no es múltiplo de la unidad de medida que se usa. Para resolver este tipo de situaciones, aparece la necesidad de expresar el cociente de dos números naturales, siempre que la solución no pueda expresarse en números naturales. Esta situación que plantean Godino et al. (2004) es la que da entrada a la noción de la fracción como una manera de representación diferente a los números naturales y la cual, tras un proceso de abstracción permite la introducción de los números racionales.

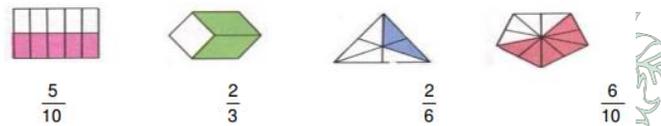
Seguendo esta concreción que realizan Godino et al. (2004) sobre la fracción, la Universidad Técnica Nacional (2015) define los números racionales como aquellos que pueden ser representados como el cociente de dos enteros, lo cual equivale a expresarlos en forma de fracción, en símbolos lo expresan de la siguiente manera , donde Q son todos los $Q = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in Z \text{ y } b \neq 0 \right\}$



Facultad de Educación

números de la forma a/b , en la cual a y b pertenecen a los números enteros con b siendo diferente de cero.

Para ejemplificar esta definición, la Universidad Técnica Nacional (2015) utiliza el siguiente ejemplo en el cual demuestran cómo los números racionales son una forma de representar partes de un todo.



Así, en la imagen se puede establecer que las partes sombreadas de los objetos se encuentran representadas por números racionales, donde el numerador indica la cantidad de partes sombreadas y el denominados el número total de partes que componen la unidad.

En el mismo sentido, y coincidiendo con la perspectiva de Godino et al. (2004) y la Universidad Técnica Nacional (2015), un documento técnico de la Universidad Nacional de San Juan (2016) establece que los números racionales, representados con la letra Q , aluden a la “ración” o “parte de un todo” y son todos aquellos que pueden representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero. Aquí es importante señalar que se asumen puntos de comprensión diferentes, mientras la Universidad Técnica Nacional (2015) asume los números racionales como conjunto contenedor de los números naturales la Universidad Nacional de San Juan (2016) lo hace con los números enteros, lo cual son asimilaciones diferentes, aunque estructuralmente iguales, de la teoría de conjuntos y habla de la complejidad que representan los números racionales en relación a otros conjuntos numéricos.

Facultad de Educación

Sin embargo, la Universidad Nacional de San Juan (2016) va más allá al afirmar que los números racionales son decimales finitos o infinitos periódicos. Esta aclaración es ejemplificada tomando el número decimal finito 0,75, que corresponde a la representación decimal del número racional $\frac{3}{4}$ y el número decimal infinito periódico 0,333... corresponde a la representación decimal del número racional $\frac{1}{3}$. Esta aclaración, permite comprender de manera amplia la noción de número racional el cual es tal si cumple con al menos una de las siguientes condiciones: ser un número entero (positivo, negativo o 0); ser un número fraccionario; ser un número decimal, con un número finito de cifras o ser un número decimal periódico (UNSJ, 2016).

Ahora bien, siguiendo la perspectiva de que al abordar las fracciones se sigue un proceso de complejidad creciente, Godino et al. (2004) plantean que para llegar a la idea de fracción es necesario comenzar analizando situaciones prácticas con los estudiantes que permitan llegar a la idea de fracción como una posible representación para las operaciones en las cuales los números naturales no permiten tener una idea exacta de los resultados de las operaciones, a partir de allí se da entrada al estudio de los números racionales y la manera en que estos pueden ser operados. En este sentido se plantean las situaciones de reparto en las cuales toma lugar la partición de un todo, como primer momento de comprensión de la fracción como forma de representación de los números racionales.

Estas situaciones de reparto en las cuales tiene lugar la partición de un todo son situaciones en las cuales “un todo constituido por 1 8 0 3 se divide en partes iguales y se toman o consideran algunas de esas partes” (Godino et al., 2004, p. 108). En este sentido, la relación parte-todo permite comprender la fracción como una “nueva cantidad” que expresa una relación de



Facultad de Educación

carácter dual entre dos magnitudes, una de las cuales se asume como todo y otra como parte. “Las magnitudes involucradas pueden ser continuas o discretas, y por consiguiente, las unidades (el todo) simples o compuestas respectivamente” (Gilberto Obando, Vanegas, & Vásquez, 2006, p. 68).

Puntualizando esta comprensión, Godino et al. (2004) muestran que al decir que una parte de la unidad es a/b del total, se está queriendo expresar que el total se encuentra dividido en b partes iguales y que la unidad a que se hace referencia se encuentra formada por un número a de dichas partes. Ahora bien, si la unidad se encuentra compuesta por un número de elementos iguales, que a su vez es un múltiplo de b , la relación parte-todo consiste en formar b subconjuntos diferentes con la misma cantidad de elementos y tomar una cantidad a de estos elementos. Ahora bien, este todo o magnitud, como expresan Obando, Vanegas, & Vásquez (2006) y Godino et al. (2004) puede ser continuo o discreto.

Para ejemplificar esta distinción esencial en los números racionales Godino et al. (2004) utilizan los siguientes ejemplos. Cuando se tiene la situación en la cual es necesario repartir una tarta entre tres personas, la respuesta se puede expresar a razón de que cada una de ellas recibe $1/3$ de la tarta la cual aparece como el todo continuo. A su vez se tiene la situación en la cual en una urna hay 5 bolas blancas y 3 bolas negras, aquí la relación que se establece es de probabilidad de obtener una bola blanca, la cual se expresa en razón de $5/8$, en tanto los casos posibles de obtener una bola blanca son 5 en relación a 8 bolas en la urna.

En el sentido de lo anterior, se comprende la expresión de Ruiz (2013) al afirmar que “la interpretación de la fracción como parte-todo, constituye la base sobre la que se van a desarrollar

Facultad de Educación

las restantes interpretaciones” (Ruiz, 2013, p. 36) sobre ésta. La relación parte-todo emerge como la posibilidad para comprender las múltiples relaciones que se establecen con los números racionales a partir del establecimiento de un sistema concreto de pensamiento, de carácter pre-matemático, a partir del cual es posible construir ámbitos relacionados como el de partidor y unidad de cada magnitud, con lo cual se logra construir una acepción intuitiva sobre la fracción comprendiendo este como un proceso de complejidad creciente a través de actividades y ejemplificaciones que se vinculan psicológicamente con la realidad cotidiana de los estudiantes (Fandiño, 2009).

Teniendo en cuenta lo anterior es necesario subrayar que son dos los elementos que se deben tener en consideración a la hora de enfrentarse a las diferentes situaciones problema a las que se enfrentan los estudiantes cuando comienzan a trabajar con habilidades fraccionarias (Gilberto Obando et al., 2006), la primera se corresponde con la naturaleza de la unidad que puede ser de carácter simple o compleja dependiendo de la relación que se establece entre la parte y el todo y en segundo lugar la magnitud a través de la cual se establece la relación, la cual puede ser continua o discreta de acuerdo a la naturaleza del problema.

Para poder lograr el desarrollo de una base conceptual a partir de la cual comprender los diferentes procesos vinculados a la fracción, se hace necesario desarrollar procesos de medición para lograr establecer la cuantificación de la parte y el todo y en consecuencia lograr establecer las relaciones cuantitativas que se dan entre ambos (Gilberto Obando et al., 2006). Esta comprensión es también señalada por Godino et al. (2004) quienes subrayan que, en relación a las situaciones de medida, aquellas pueden abordarse desde el fraccionamiento de la unidad.



Facultad de Educación

Establecen que, en estas situaciones, “existe una cantidad de magnitud a medir que no equivale a la unidad o alguno de sus múltiplos” (Godino et al., 2004, p. 110), en estos casos para lograr establecer con precisión la medida, se divide la unidad en partes igual de tal manera que si una cantidad de magnitud equivale a a/b unidades, quiere decir que dividiendo la unidad en una cantidad b de partes iguales, la cantidad de la magnitud que se busca establecer corresponde a un número a de dichas partes.

Esta precisión es determinante al comprender que, desarrollar procesos de aprendizaje a través de la metodología de aula taller, facilita la materialización de las abstracciones cuantitativas que sustrae la relación parte-todo. Es a este sentido que, al realizar el acercamiento al trabajo con la relación parte-todo, Gilberto Obando et al. (2006) proponen realizar actividades enfocadas a resolver problemáticas con unidades simples que implican necesariamente un trabajo en el contexto de las magnitudes continuas, con lo cual se logra generar importantes vínculos abstractos en el estudiante frente a la relación parte-todo. Este proceso permitirá establecer bases sólidas para avanzar en la complejización de la relación parte-todo en el establecimiento de equivalencias entre distintas unidades y magnitudes lo que implica comprensiones de comparación cuantitativa entre las partes y el todo.

Esta forma de acercarse al estudio de las equivalencias a través del trabajo con la relación parte todo señala una importante diferencia en torno a la manera en que de forma tradicional se ha abordado el tema de los racionales en el entorno escolar, en tanto la medición en la época actual de sistemas métricos internacionales no se reconoce como un aspecto fundamental en el proceso de construcción conceptual de la fracción.



Facultad de Educación

Para realizar este proceso, Obando et. al (2006) señalan la necesidad de acercarse en primer lugar a través de la formulación de actividades que requieran interactuar con abstracciones de longitudes realizadas a través de actividades bajo la metodología de aula-taller para avanzar hacia actividades en las cuales se establecen importantes relaciones con el contexto de los estudiantes al vincular la medición de superficies; es aquí donde las implicaciones geométricas de la fracción se establecen como un elemento esencial en el abordaje de las equivalencias a través de la relación parte todo.

Ahora bien, no es posible acercarse a un conocimiento certero de la fracción sin tener en cuenta las equivalencias como comprensión necesaria para la identificación de la fracción como representación de los números racionales. En este sentido son Godino et al. (2004) quienes han permitido encontrar claridad frente a las equivalencias entre fracciones, los autores establecen que una fracción es equivalente a otra cuando, al tomar dos fracciones a/b , c/d estas cumplen el principio de igualdad de los productos cruzados, es decir que $a.d = b.c$.

En efecto, si $a.d = b.c$, dividiendo ambos miembros por $b.d$ y simplificando se obtiene,

$$\frac{a.d}{b.d} = \frac{b.c}{b.d}; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Y viceversa, si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ multiplicando ambos miembros por $b.d$ y simplificando se obtiene que $a.d = b.c$. En esta relación se cumplen las tres condiciones que permiten hablar de relaciones de equivalencia, a saber: reflexiva en tanto toda fracción debe ser equivalente a si misma; simétrica en tanto que, si una fracción x es equivalente a otra fracción y , y si esta fracción y es equivalente a x entonces, ambas fracciones y e x son la misma fracción y transitiva en tanto que, si una fracción x es equivalente a otra fracción y , y esta fracción y es



Facultad de Educación

equivalente a otra fracción z , entonces las fracciones x y z son equivalentes entre si (Godino et al., 2004)

Llegados a este punto, los autores señalan como de manera intuitiva es posible establecer que dos fracciones son equivalentes si refieren a una misma cantidad en una magnitud dada o a una misma razón si se trata de una comparación; estas intuiciones, que se logran desarrollar en el estudiante durante los primeros procesos de acercamiento a la fracción, toman carácter formal cuando se toma en consideración los números racionales los cuales constituyen el conjunto de todas las *clases de equivalencia*, cada una de las cuales está conformada a su vez por todas las fracciones equivalentes entre si, de tal manera que cada *clase de equivalencia* refiere a un número racional.

Con lo anterior, es necesario comprender que las operaciones con fracciones representan la entrada a campos de complejidad creciente dentro de la formación matemática de los estudiantes. Durante la básica primaria han logrado acercarse a los números naturales, desarrollar operaciones básicas entre ellas y sentar primeros indicios sobre la existencia de más números que componen el amplio campo de las matemáticas.

Sin embargo, al llegar a la media se encuentran en la necesidad de contar con un afianzamiento teórico frente a lo que representa la fracción en la comprensión de los números racionales y a pesar de que un estudio formal de algunos de estos sistemas numéricos solo puede desarrollarse en los últimos años de la educación media, “existen múltiples contextos y situaciones a través de las cuales los estudiantes pueden desarrollar intuiciones primarias sobre dichos sistemas, incluso desde el Preescolar” (Obando, 2003, p. 175)



Facultad de Educación

Investigaciones como la realizada por López (2013) han realizado la necesidad de construir bases sólidas en los estudiantes que faciliten la comprensión del aprendizaje de las matemáticas en la escuela como un camino a través del cual el estudiante va atravesando universos más amplios de complejidad que le permiten realizar abstracciones más completas sobre la realidad y vincularse con la comprensión de su entorno desde una perspectiva matemática.

Complejidad en el aprendizaje de la fracción

Teniendo presente esta contextualización sobre la fracción y su significado, es posible acercarse a la manera cómo se ha estudiado el tema de los números racionales en la escuela, a través de la revisión bibliográfica será posible identificar cómo la geometría aparece en el campo de las matemáticas como una posibilidad para evidenciar la representación y la relación parte-todo en la comprensión de la fracción y su operacionalización.

Cómo ha sido posible evidenciar en el análisis de la prueba diagnóstica la fracción presenta complejidades a la hora de ser abordada en el entorno escolar, en este sentido Perera y Valdemoros (2007) al analizar una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones expresan que éstas “son uno de los contenidos de las matemáticas que manifiestan dificultades tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, fundamentalmente en los niveles básicos de educación” (Perera & Valdemoros, 2007, p. 210), lo cual se suma a los diferentes medios a través de los cuales es posible estudiar las fracciones.

En este orden de ideas Ruiz (2013) plantea que el estudio de los números racionales y particularmente las fracciones es un proceso que surte su camino a lo largo de todo el proceso de



Facultad de Educación

formación del estudiante y llega aún a la educación superior donde al acercarse a la formación inicial en carreras profesionales afines al área de matemáticas se hace necesario realizar construcciones conceptuales formales sobre la complejidad de los números racionales. Lo cual fortalece la hipótesis a través de la cual se establece que la comprensión de la fracción requiere de acciones pedagógicas significativas que permitan generar una trazabilidad en el proceso de formación en torno a su complejidad creciente.

Para la comprensión de las fracciones se requiere de un proceso por fases de complejidad creciente en el cual en un primer momento se establece la representación a través de la relación parte-todo para posteriormente lograr establecer relaciones de equivalencia las cuales, en atención al procesos de complejidad que implican las relaciones de equivalencia, prepara el camino para la comprensión de operaciones de adición en las cuales se utilizan unidades simples a través de magnitudes continuas lo cual permite la comprensión de las relaciones aritméticas y geométricas que se establecen en la operacionalización de las fracciones logrando desarrollar de manera natural habilidades para la resolución de problemas complejos en los cuales se relacionan unidades simples y complejas con magnitudes continuas y discretas.

Diferentes experiencias didácticas revisadas en torno al abordaje de los números racionales en el contexto escolar de básica y media como las realizadas por Cano (2014), Hincapié (2011), Fandiño (2009) entre otros resaltan la complejidad que representa para los estudiantes la comprensión de las fracciones como números en tanto relacionan su operacionalización con la que realizaron durante su formación primaria con números enteros y naturales.



Facultad de Educación

Sin embargo, a pesar de su complejidad, las fracciones aparecen cotidianamente en las interacciones de los estudiantes con su entorno, descuentos en las compras, indicadores de precios, el sistema bancario, son aspectos que forman o formarán parte de la cotidianidad de los estudiantes y para lo cual la escuela debe aportar herramientas de comprensión. Como señala Obando (2003), la importancia del trabajo con números racionales en la escuela no solo se restringe a la construcción de bases para el área de matemáticas, sino también para disciplinas como la física, la química o la biología en las cuales se requiere un dominio en su operacionalización.

Como se señaló en el análisis de la prueba diagnóstica realizado anteriormente, las instituciones educativas en las cuales se ha realizado la investigación no se encuentran ajenas a la problemática que representa para los procesos de aprendizaje los números racionales. Al tener la posibilidad de desarrollar el proceso en grados opuestos de la media se pudo evidenciar la necesidad de fortalecer el conocimiento de la fracción, comenzando desde cero, en un proceso de re-aprendizaje de los contenidos ya abordados en años anteriores por los estudiantes.

Reconocimiento histórico de la complejidad del estudio de los números racionales

Así pues, reconocer la importancia que posee para la matemática hoy el estudio de los números racionales implica reconocer su tratamiento histórico y la manera en que las diferentes culturas que realizaron avances en el campo de las matemáticas dieron respuestas a las problemáticas de la vida cotidiana para las cuales hoy utilizamos los números racionales.

Se ha señalado que los primeros trabajos desarrollados con números racionales se dieron en el Egipto faraónico, solo usaban fracciones cuyo numerador era el 1 y que tenían como



Facultad de Educación

denominador 2, 3, 4, etc., además de las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ (F. López, 2014), usando estas lograron realizar grandes avances en la consolidación de las finanzas públicas lo que permitió el sostenimiento de centros urbanos de gran nivel de población en una época donde existían poblados escasos, igualmente en la gestión de la población el Egipto faraónico logró realizar los primeros censos para la administración de las cosechas y el trabajo (Chemla, 2012).

Los babilonios por su parte lograron desarrollar un sistema numérico complejo que les permitía realizar cálculos extensos y al igual que los egipcios el desarrollo cultural de la civilización se dio gracias a la capacidad de realizar cálculos para la gestión de los centros urbanos (Rández, 2012). Utilizaban un sistema mixto para la lectura numérica de carácter posicional aditivo en base 60, su uso se encontraba particularmente enfocado en la operación con cantidades enteras que a través de las adiciones permitían la representación de cualquier cantidad no entera (Fernández, 2015).

Realizaban mediciones disponiendo de una unidad con sus múltiplos y submúltiplos sexagesimales de la misma unidad, el resultado era expresado mediante cantidades enteras y fracciones sexagesimales. La base 60 dificultaba la memorización de las tablas y por ello editaron gran número de ellas. De estas tablas se deduce que las divisiones entre dos enteros acostumbraban a presentarla como la multiplicación de un entero por una fracción, recurriendo al inverso (Fernández, 2015).

Es conocido por todos la importancia del sistema de numeración indo-arábigo que se desarrolló desde finales del siglo V a.C y encontró su proceso de mayor extensión durante los siglos VI y VII, también se sabe que durante el periodo clásico tardío los hindúes ya notaban las fracciones



Facultad de Educación

con el numerador sobre el denominador, pero sin una raya que los separara (Mastin, 2010). Son los árabes los que introdujeron las líneas horizontal y vertical en la notación de las fracciones, así como también la fracción como razón, pero en el contexto de relación o proporción de cambio entre monedas de diferente valor (Chemla, 2012).

Herederos de la tradición matemática hindú, los chinos conocían muy bien las operaciones con fracciones ordinarias hasta el punto de hallar el mínimo común denominador de varias fracciones. Como era su costumbre asignaban un rol femenino y otro masculino a los elementos que componen la fracción. Se referían al numerador como “el hijo” y al denominador como “la madre” (Collette, 1986).

El énfasis generalizado en toda la cultura china sobre los principios del ying y el yang hacia fácil seguir las reglas para manipular fracciones. Más importante que estas curiosidades era, no obstante, la tendencia a la decimalización de las fracciones en China. La adopción de un sistema decimal en pesos y medidas dio como resultado que se impusiera el ámbito decimal en el manejo de las fracciones (Pastor & Babini, 1985).

La fracción y sus propiedades son referenciadas por Euclides en los libros V, VII y VIII de Los Elementos, pero, era asociada a la razón entre dos números, relacionada principalmente con respecto al tamaño de dos magnitudes del mismo tipo y no como fracción. El propio Pitágoras, reconoció la fracción relacionándola con la música al dividir una cuerda tensa a la mitad, la cuarta parte, la octava parte con las notas musicales en la construcción armónica (Ruiz, 2013).

Los griegos mostraron sus grandes dotes en cuanto a geometría en algunas construcciones de segmentos, cuyas longitudes representan racionales. Los griegos y romanos usaron también las



Facultad de Educación

fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval. En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso, entre otras cosas, por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones. Los racionales con los que trabajaban los antiguos, eran precisamente fracciones, ya que se usaron para representar "fraccionamientos" de objetos conocidos (Pastor & Babini, 1985).

Ya hacia finales del siglo XVI la necesidad de reconocer el carácter de número de la unidad, así como su divisibilidad, habían surgido escenarios complejos en el campo de la economía que requerían realizar operaciones cada vez más complejas que implicaban marcos de comprensión matemática más amplios. Es así como Stevin buscando encontrar un sistema de medición que sirviera como referente internacional, logró borrar las fronteras entre lo continuo y lo discreto, esto es, entre las magnitudes y los números (G Obando, 2003).

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Al momento de enfrentarse con el proceso de delimitación metodológica del presente proyecto de investigación, el punto de partida que los maestros en formación desarrollaron un proceso de Práctica Pedagógica a lo largo de cuatro semestres durante los cuales lograron identificar aspectos significativos tanto del contexto de las instituciones como de las necesidades y problemáticas que presentaban los estudiantes en las clases de matemáticas.

Partiendo de esta realidad, los maestros en formación identificaron que tanto los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedermann como las estudiantes del grado décimo del Centro Formativo de Antioquia, requerían del fortalecimiento de sus habilidades en la operación con números fraccionario y más aún delimitar adecuadamente la fracción; como posteriormente se verá este planteamiento fue a la inversa y la necesidad resulto manifiesta en los maestros en formación.

Con el desarrollo de estas habilidades se buscaba no sólo lograr avances significativos en su proceso formativo, sino también generar transformaciones en la manera en que se relacionan con su contexto y las dinámicas que en él tienen lugar; los números racionales son utilizados ampliamente en la cotidianidad de los estudiantes, datos como los índices de calidad de vida se miden a través de fracciones, de allí que su comprensión facilita el logro de cambios significativos en la manera en que los estudiantes actúan para transformar su realidad. Sin embargo las transformaciones tuvieron lugar al otro extremo del proceso, siendo los maestros en formación quienes se vieron verdaderamente atravesados por el proceso de práctica pedagógica desde la reflexión sobre las claridades con que concluyen su proceso de profesionalización.



Paradigma de Investigación

Teniendo en cuenta lo anterior, la presente investigación se realiza bajo el paradigma cualitativo, este paradigma a diferencia del cuantitativo, no busca hacer medibles y reducibles a números las diferentes variables del fenómeno a estudiar, sino entender el fenómeno y reflexionar sobre el mismo para lograr transformarlo de manera positiva. Siguiendo a Hernández, Fernández & Baptista (2003) una de las características fundamentales de este paradigma es que busca comprender el fenómeno de estudio en su ambiente usual.

Esto permite comprender que la realidad que se estudia no es abstracta, sino que tiene un lugar dentro de lo real, lo palpable, lo natural; para su estudio se hace necesario acercarse a esta realidad si intención de alterarla, es decir, las variables del estudio cualitativo no se definen con el propósito de manipularse ni controlarse experimentalmente, surgen del objeto mismo de investigación y se abordan con el fin de identificar los cambios y relaciones entre las diferentes variables (Sampieri, Collado, & Lucio, 2003)

Enfoque de Investigación.

Ante esta perspectiva, el enfoque de la presente investigación en el marco de la comprensión de los intereses y propósitos de la misma, se decanta por un enfoque crítico-social, este enfoque tiene la particularidad de permitir indagar y acercarse a la comprensión de la complejidad escolar a partir de la generación de transformaciones sociales a través del conocimiento escolar desde una perspectiva social.



Facultad de Educación

De esta forma, al trabajar desde un enfoque crítico-social “se caracteriza no sólo por el hecho de indagar, obtener datos y comprender la realidad en la que se inserta la investigación, sino por provocar transformaciones sociales, en los contextos en los que se interviene” (Melero, 2011, p. 341). Ahora bien, al vincular el enfoque crítico-social con el método que se ha seleccionado para el desarrollo de la investigación, se ha encontrado que autores como Capó et.al (2010) y Jara (1994) han subrayado que son múltiples los conceptos y enfoques a través de los cuales enfocarse al desarrollar la Sistematización de Experiencias como método de investigación.

Sin embargo, resaltan que este enfoque permite desarrollar procesos de aprendizaje en los cuales se garantiza una participación activa y protagónica de los estudiantes, los cuales aparecen en el proceso de investigación como actores clave en la experiencia de investigación, a la vez que se busca su empoderamiento como sujetos y la generación de transformaciones en un marco de construcción colectiva de conocimiento. (Capó et al., 2010).

Método de Investigación

Al abordar la Sistematización de Experiencias como método se parte del principio que al basarse en la reflexión del investigador son múltiples los aprendizajes que se pueden generar. La experiencia del trabajo de campo facilita al maestro en formación medir y fortalecer su propia capacidad para realizar ejercicios de comprensión de su propia práctica a través de la aplicación de técnicas para la recolección de información que permitan adentrarse en la realidad que viven los estudiantes en su relación con la construcción del conocimiento (Escobar, 2009).



Facultad de Educación

Como señala Escobar (2009) el proceso de Sistematización de Experiencias se caracteriza por ser un proceso de construcción permanente en razón de la naturaleza impredecible de las acciones de los sujetos objeto de la investigación, lo cual hace al mismo tiempo que sea imposible tener control sobre los múltiples factores que intervienen en el desarrollo de las experiencias lo que genera un fortalecimiento de las capacidad del maestro investigador para reconocer el contexto en el que se desarrolla su ejercicio profesional.

Jara (1994) señala que la sistematización de experiencias nos permite una comprensión más profunda de las experiencias realizadas durante la Práctica Pedagógica con el fin de fortalecer el proceso formativo de los maestros en formación que tomaron parte en ella y aportar en la construcción de un campo de conocimiento sobre como abordar problemáticas complejas en los procesos de aprendizaje en el campo de las matemáticas. Este método de investigación permite hablar desde y con lo vivido en el trabajo de campo, la base de la experiencia se centra en los acontecimientos vividos en los contextos intervenidos, así se posibilita la interacción con el otro desde la práctica.

Para lograr desarrollar un proceso sistemático que conlleve a la comprensión de las experiencias de los maestros en formación durante la aplicación de la metodología aula taller en el aprendizaje de fracciones desde las equivalencias a través de la relación parte todo, se hace necesario identificar los diferentes momentos que conlleva la Sistematización de Experiencias. Jara (1994) señala que existen cinco momentos que permiten desarrollar la Sistematización de Experiencias.



Facultad de Educación

En un primer momento se debe vivir la experiencia, acercarse al contexto y tomar un registro de lo realizado, aquí es importante tener claridad que tipo de acciones se realizan al interior del contexto para lograr establecer que reacciones tienen sobre los estudiantes como actores y actrices del proceso. No se puede sistematizar lo que no se ha vivido, de allí la importancia de realizar registros sobre lo vivido para poder analizarlos con la intención de definir cuáles serán los cuestionamientos que guiarán la investigación.

Posteriormente Jara (1994) propone realizar unas preguntas iniciales, las cuales sirven como guía para acercarse al contexto con una mirada particular y un énfasis especial sobre los elementos que han llamado la atención de los investigadores y se convierten en objeto y razón de ser del proceso de investigación. No todo lo ocurrido en la práctica debe ser analizado, la selección de los contenidos más apropiados garantiza el logro de los objetivos y el alcance de conclusiones significativas en el proceso.

Estos dos primeros momentos permitieron plantear la propuesta de investigación, los resultados de estos análisis fueron presentados al principio del trabajo en tanto se constituyen un elemento fundamental para comprender el planteamiento del problema. La observación y el registro de lo sucedido en las clases permitieron formular actividades a través de la metodología aula taller para intervenir en las clases de matemáticas y continuar con el proceso de Sistematización.

Luego de haber llevado a cabo el proceso de intervención, Jara (1994) propone como tercer momento en la Sistematización de Experiencias la reconstrucción del proceso vivido, durante el cual se da cuenta de los aportes realizados por los sujetos durante la experiencia. En este proceso



Facultad de Educación

la organización y clasificación de la información servirá para desarrollar un análisis sistemático del objeto de estudio y los avances obtenidos en el cumplimiento de los objetivos del proyecto. Cuando se tiene la información de las actividades realizadas se enfoca el análisis en dar respuesta a las preguntas formuladas enfocándose en el cumplimiento de los objetivos.

El cuarto momento es crucial para lograr que la Sistematización de Experiencias logre su objetivo como método de investigación, en este se realiza una reflexión de fondo, donde se analiza qué pasó durante la experiencia, si se encuentran algunos errores conceptuales es necesario enfocar el análisis en la forma cómo se enseñó y cómo el contenido que se llevó a aula con el fin de replantear los conceptos abordados y no caer nuevamente en errores (Jara, 1994). En este punto es muy importante la autoevaluación de cómo los maestros en formación intervinieron los procesos de aprendizaje en las instituciones donde tuvo lugar la Práctica Pedagógica.

Finalmente, el proceso concluye con la elaboración de un documento de análisis que sirve como elemento de divulgación de las experiencias de los maestros en formación y los logros y posibilidades que encontraron durante el desarrollo de la investigación. Este quinto momento buscar también socializar los resultados obtenidos con la población intervenida en este caso los estudiantes, sus familias y las instituciones educativas que nos abrieron las puertas para el desarrollo de la investigación.

Técnicas de Investigación

1 8 0 3

El método de Sistematización de Experiencias conlleva a su vez una serie de técnicas que se describen a continuación y que como menciona Carrillo (2004) buscan provocar a los sujetos



Facultad de Educación

para reconocer sus diversas lecturas y lograr identificar los temas significativos a través de los cuales se articula la experiencia y se construyen las categorías emergentes que movilizan el análisis de la experiencia a la luz de los marcos teóricos que guiaron la investigación, “Así, desde fragmentarias, parcializadas, a veces contradictorias miradas, se construye un macrorrelato que inicialmente describe -en su poliédrica realidad- la práctica objeto de la sistematización. (Carrillo, 2004 p. 4)

Observación Participante

La observación como técnica de investigación conlleva importantes contribuciones al ejercicio de Práctica Pedagógica, como señala Cerda (1991) el observar, a diferencia de mirar, implica la concentración de toda la capacidad sensitiva del investigador en el proceso de fijar su atención en una cosa, actividad o fenómeno. La Observación no es inocente, conlleva una finalidad que se tiene clara al momento de realizar el ejercicio, tiene unas directrices que permiten acercarse con carácter científico al fenómeno estudiado.

El ejercicio de observación comienza en el mismo instante en que el investigador, consciente de su papel en la transformación de las realidades sociales, se cuestiona frente a esta realidad y comienza a participar de ella en un ejercicio dialógico. La participación en la observación implica reconocerse dentro de la población estudiada y como parte constitutiva del problema analizado; en el caso de la investigación pedagógica por ejemplo, el maestro al realizar las funciones de observador posee un conocimiento que ningún observador externo podría tener, y en el cual se incluye no solo su propia intención en el acto pedagógico, sino también el acervo que ha logrado construir sobre los sujetos y las prácticas que tienen lugar al interior del aula de clase.



Facultad de Educación

Martínez (2007) es enfático en el papel esencial que tiene la observación en los procesos pedagógicos que desarrolla el maestro en su acción profesional, señala que cuando un investigador externo se aboca a la tarea de observación una intervención pedagógica, se ve en la irreductible necesidad de desarrollar actividades planeadas para reconocer a los estudiantes y poder comprender lo que debe registrar de lo que ve y escucha. Evitando mediar para la comprensión del fenómeno las apreciaciones u observaciones realizadas por terceras personas.

Es de esta manera que la subjetividad toma partida en el ejercicio de observación participativa, donde el maestro investigador a la vez que narra lo que sucede con sus estudiantes en el desarrollo de su práctica profesional, se narra a si mismo desde su reconocimiento como sujeto de saber que desarrolla procesos pedagógicos y didácticos con el interés de transformar la realidad de sus estudiantes a través de un análisis crítico de su quehacer en el aula de clase.

Diarios Pedagógicos

En correspondencia con la observación participante, los diarios de campo en perspectiva pedagógica son el complemento esencial para que el proceso de observación surta su efecto dentro del proceso de investigación. Valverde (1993) al conceptualizar sobre el diario de campo, señala que este puede definirse como un instrumento que facilita el registro de la información durante el desarrollo del proceso, pero con la particularidad que permite ampliar el espectro de la información que se desea obtener a través de la intencionalidad que media en su construcción por parte del investigador.



Facultad de Educación

Su uso requiere de diferentes técnicas de recolección de información a partir de las cuales se generan dinámicas que permiten el reconocimiento de la realidad al tiempo que se profundiza en los aspectos emergentes que se allegan al proceso para delimitar las problemáticas que guían la investigación y la intervención facilitando generar estructuras cognitivas sobre la información recolectada que facilitará la labor evaluativa y de análisis posterior (Valverde, 1993). Como señala Martínez (2007) los diarios de campo enriquecen la relación necesaria entre la teoría y la práctica.

Este autor sostiene que los Diarios de Campo al ser una técnica de investigación de fuentes primarias requiere de la teoría como fuente de información secundaria para que la información que ha sido recolectada en el proceso de intervención no se quede en la simple descripción, sino que evolucione a través de elementos conceptuales para llegar a procesos de análisis complejos. Este ejercicio dialéctico entre práctica y teoría permite su retroalimentación y “hace[n] que los diarios adquieran cada vez mayor profundidad en el discurso porque, en la investigación existe una relación recíproca entre práctica y teoría.” (Martínez, 2007, p. 76)

Como se puede inferir de los objetivos planteados en la presente investigación, la práctica es la fuente del proceso de investigación y la teoría la raíz del conocimiento que se busca construir a partir del ejercicio de Práctica Pedagógica. Pero a su vez, la teoría sirve de orientación y guía para el desarrollo de las prácticas y para lograr que estas sean más eficaces en la generación de habilidades matemáticas. De tal manera, los diarios utilizados durante el desarrollo de la investigación se realizaron buscando no solo recopilar la información sino lograr generar procesos de argumentación e interpretación de los fenómenos observados durante el proceso de aprendizaje.



Facultad de Educación

Registro fotográfico y en video y audio

Un elemento particular que aporta un grado de análisis más profundo al ejercicio de práctica pedagógica, fue tener la posibilidad de realizar registros tanto de audio como de fotografía y video sobre el proceso llevado a cabo en las instituciones educativas que tomaron parte en la investigación. En este sentido, el trabajo realizado por Jiménez Rosano (2005) da cuenta del profundo carácter semántico que fundamenta el uso de la fotografía y el video como técnicas para la recolección de información en investigaciones de carácter cualitativo.

La autora señala que al utilizar la fotografía y el video como técnica de investigación, es común realizar protocolos para el trabajo en campo que permiten direccionar el ejercicio de registro, con esto no se busca tanto restringir las fotografías como proveer elementos efectivos que contribuyan al análisis y la problematización de las variables que toman partida durante los procesos de aprendizaje; estos protocolos permiten también una organización de los registros y el desarrollo de conjuntos de registros concretos que permiten el análisis de particularidades en el proceso.

Un elemento que ha sido de amplia discusión en el uso de esta técnica de recolección de información es la presencia de la cámara en el contexto en que se desarrolla la investigación. Para el caso particular de esta investigación, los estudiantes con los cuales se desarrolló el proceso están habituados al uso de teléfonos celulares por parte de sus profesores quienes deben llevar un registro fotográfico de las actividades que se desarrollan en el aula. De esta forma la cámara no genera la inhibición del comportamiento natural de los sujetos parte de la investigación sin embargo es necesario tener en cuenta que al tratarse de menores de edad la legislación obliga a tomar ciertas



Facultad de Educación

consideraciones a través de las cuales los padres o tutores de los estudiantes deben firmar un consentimiento informado para que los investigadores puedan realizar los registros.

Técnica de Intervención: Metodología Aula-Taller

Hasta el momento, se ha planteado cuales son los pasos a través de los cuales se guiará el proceso de intervención, sin embargo, todo el proceso se encuentra transversalizado por una estrategia pedagógica que cuenta con amplia trayectoria en el campo de investigación en didáctica de las matemáticas y es conocida como metodología de Aula-Taller.

Esta metodología para abordar procesos de aprendizaje en el aula ha sido abordada de manera especial por la Corporación para el Estudio de las Matemáticas y las Ciencias Naturales Básicas quien a través del Grupo Abaco (2017) busca divulgar la metodología de aula Taller para el aprendizaje de las Matemáticas y las Ciencias Naturales, comprenden esta metodología como un proceso a través del cual se busca generar espacios para el aprendizaje por descubrimiento y asimilación, buscando despertar la curiosidad de los estudiantes a través de una participación activa y protagónica en el trabajo interdisciplinario y colaborativo.

Como señala el Grupo Abaco (2017) esta metodología consiste en

la realización de talleres durante los que se desarrolla y propicia un proceso de construcción del conocimiento a través de la experimentación que hace el estudiante con los objetos que están en su entorno, la utilización de materiales didácticos apropiados y la simulación de situaciones dinámicas que conducen al desarrollo de habilidades y destrezas (2017, p. 5)



Facultad de Educación

Durante este proceso se propugna por desarrollar actividades que fomenten el trabajo colaborativo y participativo, lo cual facilita el desarrollo de procesos formativos amplios en los cuales los estudiantes adquieren habilidades para el trabajo en grupo y la comprensión interdisciplinaria de las realidades sociales. Igualmente, la curiosidad juega un papel importante a la hora de desarrollar habilidades para la innovación desde el planteamiento de múltiples soluciones a problemas complejos que exigen un abordaje interdisciplinar.

En el mismo sentido, y siguiendo el enfoque que plantea el Grupo Abaco sobre la Metodología Aula-Taller, Romero (2008) a través de un análisis sistemático de la metodología como posibilidad para la enseñanza aprendizaje de la Geografía, señala que permite que el aula de clase cambie su estructura tradicional y se convierta en un espacio de creación, donde el rol del estudiante se transforma para convertirse en un sujeto activo en el proceso donde el maestro acompaña, coordina y desencadena procesos cognitivos a través del diálogo y la orientación.

En el mismo sentido, Arango (2000) señala que la Metodología Aula-Taller denota una perspectiva completamente diferente del proceso de enseñanza si se compara con estrategias pedagógicas tradicionales; a este sentido señala que la Metodología Aula-Taller transforma la relación de los sujetos maestro y estudiante con el conocimiento, de tal forma que el maestro deja de ser depositario de la verdad y se convierte en un sujeto más del proceso de aprendizaje que al tiempo que orienta reflexiona y construye conocimiento sobre su quehacer en el aula. Esto conlleva a que el maestro deba plantear más preguntas y dar menos respuestas, buscando que la respuesta surja a través de la orientación y el trabajo propuesto a través de las guías que enmarcan la propuesta.

Guías de trabajo

Las guías de trabajo, siguiendo a Pasel & Asborno (1991) se constituyen en actividades que orientan el accionar del estudiante sin limitar sus posibilidades para encontrar nuevos y más apropiados caminos para lograr desarrollar sus capacidades intelectuales de manera colaborativa e interdisciplinar. Consisten en el planteamiento de una serie de actividades en las cuales se incluyen herramientas didácticas diseñadas especialmente para el abordaje de ámbitos matemáticos y el planteamiento de problemas con fracciones con anclajes significativos en el entorno del estudiante de manera que se genere un vínculo psicológico con los conocimientos que deben mediar para la resolución de los problemas.

Pasel & Asborno (1991) y Romero (2008) subrayan la importancia que tienen las guías de trabajo en la Metodología de Aula-Taller en tanto se constituyen como la columna vertebral que da encuadre al trabajo en el aula al tiempo que facilitan el análisis y sistematización de los resultados de los estudiantes en miras de su tratamiento como datos para la investigación desde el método de Sistematización de Experiencias.

En este sentido, Pasel & Asborno (1991) han propuesto tres grandes momentos a través de los cuales se debe orientar la formulación y desarrollo de las guías, con miras a generar una mayor comprensión y asimilación de las construcciones conceptuales que toman parte en el proceso de aprendizaje. Para ello proponen una actividad inicial, un momento de desarrollo conceptual y un tercer momento de afianzamiento, integración y extensión del conocimiento.



Facultad de Educación

El primero momento busca “centrar la atención del alumno en el tema que desarrollará, para que reconozca cuáles son sus conocimientos previos, plantee sus dudas y eventualmente corrija sus errores” (Pasel & Asborno, 1991, p. 35). En este sentido, las primeras guías deben propugnar por buscar que el estudiante aporte espontáneamente la información que anteriormente posee sobre el tema que se estudia y utilice sus capacidades y habilidades para resolver los problemas que se le plantean.

El segundo momento retoma las construcciones realizadas por los estudiantes con el fin de mediar en ellas la incorporación de conceptos instrumentales que faciliten la comprensión y la aplicación de las operaciones con fraccionares a través de ejercicios de equivalencia desde la representación a través de diferentes herramientas didácticas como la torta fraccionaria para la comprensión de la relación parte todo.

Alcanzado este momento, los estudiantes habrán logrado desarrollar elementos conceptuales concretos que les permiten promover una transformación del conocimiento adquirido donde “Además de reelaborar y ampliar el marco conceptual, [se logra] aplicar operacionalmente los conceptos, manifestar sus sentimientos y opiniones [...] entre otras tareas” (Pasel & Asborno, 1991, p. 38). Lo cual les permitirá aplicar los conocimientos a problemáticas que se les presentan en la cotidianidad y lograr estadios más amplios de comprensión de la realidad en que se encuentran inmersos.



Estrategias de análisis

Ahora bien, teniendo en cuenta lo hasta aquí expuesto, se cuenta con gran cantidad de información que permitirá el análisis de las problemáticas planteadas. En primer lugar, se cuenta como elemento sustancial los diarios de campo y los registros de observación; en segundo lugar, se cuenta con las fotografías, videos y registros de audio que fueron recolectados a lo largo del proceso de intervención a través de la metodología de aula taller y en tercer lugar los resultados que generó la intervención con guías mediada por la metodología de aula taller.

Esta información ha sido organizada y ha surtido un proceso de análisis inicial durante el cual se ha logrado establecer vínculos significativos entre la información primaria recolectada y los sustratos conceptuales a través de los cuales se ha nutrido el proceso de aprendizaje. Shettini & Cortazzo (2015) al analizar las diferentes técnicas que se utilizan para análisis de información en investigaciones cualitativas, plantean que la inducción analítica resalta la importancia de la percepción de la experiencia analizada por aquellos que tomaron parte en ella.

Esta forma de análisis se encuentra en diálogo tanto con el enfoque crítico-social como con el método de Sistematización de Experiencias, en tanto a través del marco metodológico lo que se busca es generar estrategias a través de las cuales se logre dar valor y sentido a la información recolectada en búsqueda de aportar a la transformación de la manera en que se comprenden los procesos de aprendizaje que tienen lugar en el aula. La inducción analítica surge en oposición a la llamada inducción enumerativa, la cual solo proporciona correlaciones estadísticas sin poder llegar a dar una explicación sobre los elementos que emergen como excepción a las generalizaciones buscadas.



Facultad de Educación

La inducción analítica parte del principio que los hechos sociales son creados por actores sociales, en este caso los hechos educativos son creados por los actores que en ellos toman lugar, tanto maestros como estudiantes hacen parte del sustrato de la investigación y por tanto los hechos solo pueden comprenderse desde la perspectiva de los sujetos que en ella toman lugar. De esta manera la investigación realizada no busca estudiar la realidad como un observador externo sino entender la forma en los otros ven y construyen el mundo (Shettini & Cortazzo, 2015).

Para realizar este proceso de análisis, se tiene en cuenta que el objetivo está puesto en generar afirmaciones empíricas de diversos alcances y con distintos niveles de inferencia las cuales se generan en su gran mayoría a través de ejercicios inductivos. Aquí el investigador asume como tarea primordial el construir vínculos claves a través de los cuales busca generar patrones de generalización sobre el fenómeno estudiado y buscando generar contacto entre los diferentes datos a través de manifestaciones semejantes, paralelas, dentro del fenómeno estudiado a través de las diferentes técnicas de recolección de información.

Para comenzar el proceso de inducción analítica se hace necesario examinar el conjunto de la información recolectada como un todo, este primer nivel de análisis se realizó a través de la organización y cronologización de los diarios de campo, observaciones participantes, fotografías, videos y audios y los resultados de las actividades desarrolladas a través de la metodología aula taller, lo cual permitió etiquetar la información de acuerdo a la forma en que había sido recolectada y el nivel de análisis y problematización que conllevaba cada uno.

El segundo momento del proceso de inducción analítica conlleva a generar vínculos clave entre los distintos tipos de datos recolectados, lo cual permitió descubrir y verificar los vínculos



Facultad de Educación

existentes entre los datos recolectados y la teoría que sirvió como escenario de sustentación conceptual buscando determinar el mayor número posible de conexiones entre los datos comprendidos como un todo. Las afirmaciones que presentan mayor cantidad de vínculos claves son aquellas que dan luz sobre los resultados del proceso de intervención y emergen como datos empíricos de gran valor.

Con lo anterior, Shettini & Cortazzo (2015) señalan que luego de haber logrado establecer profundos significados a través de los vínculos claves que emergen de la comprensión y análisis de los datos, es posible comenzar el proceso de redacción del informe de análisis, en este el investigador debe estar pendiente de no presentar pruebas de sus afirmaciones en un sentido causal, por el contrario debe buscar demostrar la veracidad de las mismas a la luz de las múltiples relaciones que ha podido establecer entre ellas.

Lo que se busca es aportar bases de evidencias sólidas que permitan asegurar lo que se ha afirmado, en este sentido Shettini & Cortazzo (2015) señalan que una afirmación puede ser verdadera, pero si no cuenta con pruebas sistemáticas que permitan respaldarlas, se quedan en un plano exclusivamente anecdótico, con lo cual se desdibuja el profundo valor académico que posee la Sistematización de Experiencias como ejercicio de reflexión sobre la práctica del maestro.

Consideraciones éticas

La investigación en Ciencias Humanas y Sociales, en especial aquellas que se desarrollan en el campo de la educación, se encuentran en una posición singular en atención a que su objeto de estudio está constituido por personas y grupos humanos que pueden ser vistos o sentir



Facultad de Educación

afectados o incluso dañados como consecuencia de la investigación, más aún es necesario señalar que al trabajar con estudiantes de básica y media, son sus padres quienes deben velar por las garantías que brinda la investigación en el cumplimiento de las consideraciones éticas que se plantean desde la universidad en los procesos de Práctica Profesional.

En este sentido, el investigador en cumplimiento de su carácter profesional, tiene la responsabilidad de evitar el daño de aquellas personas o grupos que toman parte en su investigación, su primera responsabilidad reside en la procura de que sus acciones no perjudiquen a aquellos que forman parte de su estudio, respetar su dignidad, y velar por su seguridad, privacidad y anonimato en el caso de que así lo hayan requerido.

En atención a lo anterior es que se ha contemplado en este trabajo la necesidad de realizar un formato de consentimiento informado, en el cual se informaba a la comunidad educativa tanto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedermann como del Centro Formativo de Antioquia los objetivos de la investigación y las actividades que se iban a llevar a cabo en el transcurso de la misma, y se solicitaba a los padres de los estudiantes que autorizaran el tratamiento de las fotografías y demás registros realizados durante el proceso con fines exclusivamente educativos y académicos. En formato se incluye como anexo de la investigación, así como los formatos firmados por los padres de familia de los estudiantes.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Hasta el momento ha sido posible identificar la estructura de un proceso de investigación
Capítulo 6: Desarrollo y Análisis

en el cual se tiene como objetivo “analizar cómo la relación parte-todo posibilita los procesos de aprendizaje de las fracciones en estudiantes de grado sexto y décimo a través de un ambiente geométrico”. Sin embargo, como se demostrará a continuación, el análisis de la investigación no puede centrarse en el constructo matemático indicado y por su parte se enfocará en la experiencia de los maestros en formación quienes, en un proceso de reflexión sobre la práctica, darán cuenta de las múltiples dificultades tanto teóricas como metodológicas a las que se enfrentaron durante el ejercicio investigativo.

Así pues, bien sobraría decir que el objetivo general se encuentra *in essentia* mal planteado, si bien al comenzar el proceso de investigación se buscaba dar cuenta sobre las posibilidades que sustrae el estudiar la fracción a través de la relación parte-todo en un ambiente geométrico, desde la experiencia de los investigadores durante su intervención, al finalizar el proceso de análisis inicial se comprendió que no se podía dar respuesta al objetivo en cuanto desde su misma formulación posee problemas prácticos desde las matemáticas.

La comprensión de la relación parte-todo hace parte de las situaciones de reparto en las cuales la fracción emerge como representación de la consideración de algunas partes de una unidad compuesta de múltiples partes iguales, y esta ¹ ⁸ ⁰ ³ unidad al actuar como magnitud puede ser continua o discreta en razón de la naturaleza del problema. Desde esta perspectiva el estudio de la relación parte-todo, como se expresó ampliamente en las referencias conceptuales, posee un importante



Facultad de Educación

valor a la hora de comenzar la comprensión de la fracción como representación de un número racional en términos de equivalencia de clase, a través de la cual es posible acercarse a las mediciones desde unidades no convencionales donde se comprende la relación parte-todo.

De haber tenido estas comprensiones, un objetivo general acorde a los intereses de los maestros en formación y las necesidades observadas en las instituciones educativas, bien hubiese girado en torno al análisis de la posibilidad de un ambiente geométrico para la comprensión de las fracciones como *clases de equivalencia*, cada una de las cuales está compuesta por todas las fracciones equivalentes entre si y cuyo conjunto se comprende como *números racionales Q* o *números fraccionarios Q* ; esta última acepción, como bien señalan Godino et al. (2004) es comúnmente usada en currículos escolares, lo cual no solo se prestó a confusiones sino también a malas interpretaciones de las teorías revisadas.

Al comenzar la intervención en el aula, los maestros en formación no contaban con este nivel de concreción teórica sobre la noción de fracción por lo cual, al mediar un ambiente geométrico en las actividades desarrolladas, el potencial de las herramientas didácticas se vio desvirtuado y lograron, por el contrario, generar mayores confusiones en los maestros en formación y estudiantes sobre el aprendizaje del concepto de fracción y su evidente complejidad de la cual era necesario comenzar a establecer principios esenciales que permitieran su comprensión y análisis.

A razón de lo anteriormente expuesto, se hizo necesario realizar una revisión sistemática del encuadre conceptual sobre el cual se habían planteado, ejecutado y analizado en primera instancia las actividades desarrolladas, lo cual conllevó a una reestructuración tanto de los



Facultad de Educación

referentes conceptuales como del marco metodológico sobre el cual se enmarcaba el ejercicio de investigación y en base al cual era posible realizar un análisis que permitiera obtener importantes reflexiones pedagógicas y didácticas, tanto para los maestros en formación como para sus docentes cooperadores y asesores, y a partir del cual resaltar el crecimiento y el avance obtenidos a nivel profesional durante el desarrollo del proyecto, más que los errores conceptuales y de procedimiento en los cuales se incurrió al llevar el contenido matemático al aula de clase.

A fin de dar estructura y concreción a este capítulo de análisis se procederá con un ejercicio sistemático a partir del cual se analizará cuidadosamente cada una de las actividades llevadas a cabo en las instituciones educativas, la forma en que fueron planteadas, los errores conceptuales que contenían, las respuestas que dieron los estudiantes y las reflexiones que cada una de las guías suscitó en el proceso formativo de los maestros-investigadores que asumieron de esta forma el difícil ejercicio de desaprender certezas para comprender confusiones.

De esta manera en primer lugar se analizará la prueba diagnóstica, a partir de la cual se identificaron algunos elementos didácticos a tener en cuenta en su formulación y algunas claridades teóricas que establecer para la comprensión del análisis tanto inicial como posterior de las respuestas de los estudiantes; en un segundo momento se analizarán las guías aplicadas de manera conjunta en ambas instituciones educativas a saber “Equivalencias con doblado de papel” y “Equivalencias con Tortas Fraccionarias” en cuya formulación se identificaron importantes elementos curriculares y didácticos a tener en cuenta y en cuyas respuestas se encuentran análisis significativos sobre la manera en que los estudiantes trataban de asimilar la intención de los maestros en formación al formular las actividades; en un tercer y último momento se versará sobre



Facultad de Educación

las actividades desarrolladas exclusivamente en cada una de las instituciones educativas las cuales revisten un significativo aporte a las formas posibles de abordar las matemáticas con estrategias innovadoras.

Prueba Diagnóstica

Al comenzar el ejercicio investigativo, los maestros en formación establecieron la necesidad de reconocer los conocimientos previos que tenían los estudiantes en torno a los números fraccionarios, para ello se diseñó una actividad denominada “prueba diagnóstica” con la cual se buscaba establecer las habilidades de los estudiantes en el manejo de los número racionales y se analizó una guía de trabajo, tomada de un libro de texto y desarrollada por la maestra cooperadora del CEFA en la cual se formulaban diferentes problemas cuya resolución implicaba el uso de números racionales y su correcta operación.

La “prueba diagnóstica” que fue realizada con los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann consistió en resolver una serie de preguntas como se muestra a continuación.

1) Escribir en el cuadro (>, < ó =) según corresponda	2) ¿Cómo repartes 3 chocolatinas entre 5 niños? Grafica y escribe que fracción le corresponde a cada uno.	3) Realiza las siguientes operaciones:
$\frac{10}{6} \square \frac{15}{6}$		a) $\frac{16}{5} + \frac{2}{5} =$
$\frac{30}{12} \square \frac{15}{6}$		b) $\frac{1}{9} + \frac{3}{6} =$
$\frac{2}{3} \square \frac{3}{4}$		c) $\frac{6}{8} - \frac{18}{16} =$
$\frac{81}{9} \square \frac{27}{3}$		
$\frac{1}{5} \square \frac{2}{7}$		

Ilustración 2 Prueba diagnóstica realizada al grado sexto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedemann.



Con la primera pregunta se buscaba que los estudiantes establecieran relaciones de orden entre las fracciones, sin embargo, se encontraba de entrada mal formulada y los problemas indicados al desconocerse en razón de qué unidad se expresa la fracción, se prestaba a ambigüedades frente a las respuestas e interpretaciones que pudieran hacer maestros y estudiantes. Una formulación correcta de la pregunta hubiese sido “Escribe en el cuadro el tipo de relación de orden que se establece entre los casos dados, utilizando $<$, $>$ ó $=$ según corresponda”, a la cual se hubiera hecho necesario formular problemas del tipo “ $2/6$ $1/3$ de las sillas del salón” o del tipo “ $1/8$ $1/7$ de la superficie del tablero”, los cuales implican una comprensión no solo de la fracción como representación, sino también de las magnitudes a través de las cuales se expresan las fracciones.

En la segunda pregunta de la “prueba diagnóstica” se les pedía a los estudiantes responder al siguiente problema: “¿Cómo repartes 3 chocolatinas entre 5 niños? Grafica y escribe que fracción le corresponde a cada uno”. Al analizar la formulación del ejercicio se encontró que no se había dado claridad a los estudiantes sobre si las chocolatinas eran iguales entre sí ni sobre si la parte que correspondía a cada uno debía ser igual. Además de esto al pedirles escribir la fracción que correspondía a cada uno se estaba realizando una comprensión errónea de la noción de fracción y se estaba pidiendo a los estudiantes realizar una actividad que fortalecía el erróneo imaginario de que una fracción es una parte de algo.

Una formulación adecuada del ejercicio hubiera sido “Si tenemos 2 barra de chocolate y queremos repartirlas en partes iguales entre 5 niños, ¿Qué cantidad de las barras de chocolate le corresponde a cada uno y cómo debemos expresar esta cantidad?, esta forma de formular el



Facultad de Educación

ejercicio exigiría a los estudiantes un reconocimiento del concepto de número fraccionario y conocimientos básicos sobre su operación, así hubiese permitido a los investigadores partir de bases claras sobre su dominio tanto conceptual como operacional sobre la fracción.

La tercera pregunta versaba “realiza las siguientes operaciones”, aquí faltó claridad en el enunciado, ya que siendo una prueba diagnóstica era necesario indicar a los estudiantes que se trataba de operaciones con números racionales y para las cuales debían utilizar criterios específicos para su resolución. Hasta aquí, se ha podido ver como la formulación de la actividad impedía que esta fungiera su objetivo de servir como ejercicio diagnóstico de los conocimientos de los estudiantes. Si alguno de ellos hubiese planteado alguno de los errores de formulación antes mencionados esto hubiese sido una muestra clara de su concreción conceptual al respecto, sin embargo, no fue el caso.

La respuesta que se muestra a continuación da cuenta de lo expresado, tomando como principio que las unidades son las mismas, las dos primeras respuestas estarían malas en razón de que son fracciones equivalentes, mientras la tercera estaría buena. Sin embargo no se dio claridad sobre la naturaleza de las fracciones, por lo cual la respuesta solo podría evaluarse como buena o mala socializando con el estudiante cuales fueron los criterios que utilizó a la hora de establecer la relación de orden entre las fracciones indicadas.

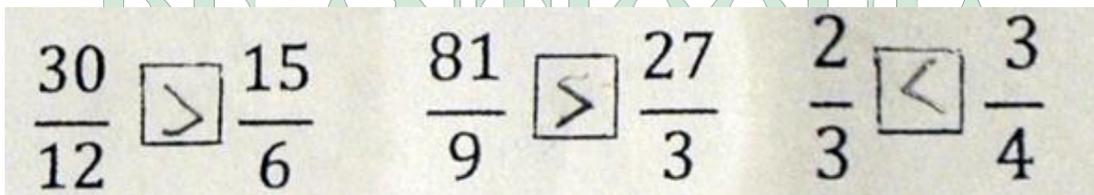

$$\frac{30}{12} > \frac{15}{6} \quad \frac{81}{9} > \frac{27}{3} \quad \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

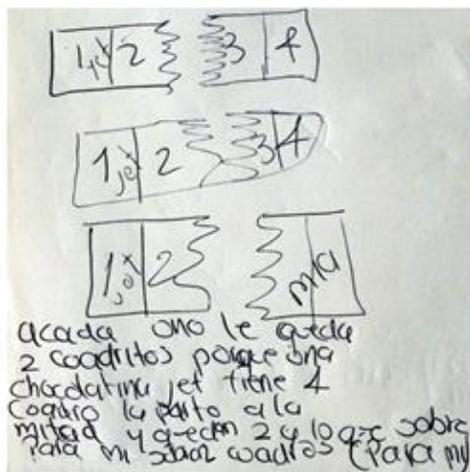
Ilustración 3 Respuesta de niño a la primera pregunta de la prueba diagnóstica

Facultad de Educación

De gran valor pedagógico son las conversaciones que pudieron identificarse entre los estudiantes durante el desarrollo de la actividad. La utilización de frases como “no pueden ser iguales porque son números distintos” si permiten comprender el nivel de aproximación de los estudiantes a la hora de acercarse a un problema con números racionales, sin embargo, este tipo de conclusiones pierden valor al haber sido analizadas a la luz de una actividad mal formulada en la cual se utilizaba de manera imprecisa la noción de fracción.

Las respuestas recibidas a la segunda pregunta son altamente expresivas sobre las diferentes maneras en que los estudiantes asumieron la solución posible del problema partiendo de la ambigüedad en su formulación, la ilustración 3 lo emula.

Estudiante 1



Estudiante 2

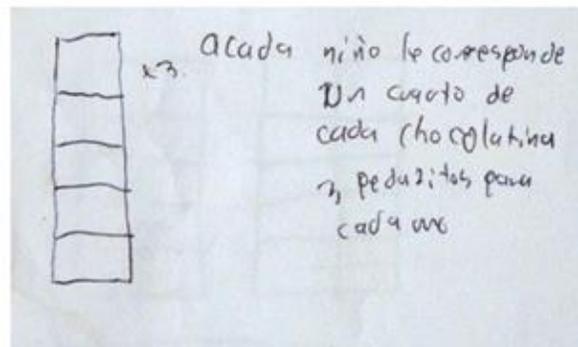


Ilustración 4 Respuestas de los estudiantes a la pregunta 2 de la prueba diagnóstica.

En ella se puede observar como el estudiante 1 realizó un ejercicio de asimilación a un problema cotidiano utilizando chocolatinas jet, las cuales vienen seccionadas en cuatro partes, como se evidencia en la respuesta el reparto no fue equitativo y quien realizó el ejercicio guardó



Facultad de Educación

para si las partes que no podían ser repartidas de manera equitativa entre los demás niños, la segunda a su vez muestra una afirmación preocupante, ya que el estudiante afirma “a cada niño le corresponde un cuarto de chocolatina 3 pedacitos para cada uno”, allí se observa como no comprende la relación parte-todo y establece que “un cuarto son 3 pedacitos” cuando la expresión racional, comparando lo escrito con la gráfica donde dibujó una chocolatina de 5 partes, podría ser un quinto; si la expresión un cuarto buscaba expresar un quinto la afirmación “son 3 pedacitos para cada uno” tomaría valor de verdad frente al problema planteado.

Con la tercera pregunta se buscaba establecer cuáles eran los caminos operacionales que utilizaban los estudiantes para realizar ejercicios de adición y sustracción de fracciones, a continuación, se muestran algunas de las respuestas dadas por los estudiantes.

Estudiante 1

a) $\frac{16}{5} + \frac{2}{5} = \frac{18}{10}$

b) $\frac{1}{9} + \frac{3}{6} = \frac{4}{15}$

c) $\frac{6}{8} - \frac{18}{16} = \frac{12}{8}$

Estudiante 2

a) $\frac{16}{5} + \frac{2}{5} = 28$

b) $\frac{1}{9} + \frac{3}{6} = 19$

c) $\frac{6}{8} - \frac{18}{16} = 48$

Estudiante 3

a) $\frac{16}{5} + \frac{2}{5} = \frac{24}{4}$

b) $\frac{1}{9} + \frac{3}{6} = \frac{10}{9}$

c) $\frac{6}{8} - \frac{18}{16} = \frac{12}{10}$

Ilustración 5 Respuestas de los niños a la pregunta 3 de la prueba diagnóstica.



Facultad de Educación

La respuesta dada por el estudiante 2 da cuenta de la necesidad de aclarar en el enunciado que las operaciones a realizar eran con número fraccionarios, ya que como se observa la respuesta que dio fue en números naturales y las operaciones que realizó fueron sumas y restas de naturales entre si sin tener en cuenta la representación fraccionaria; así mismo el estudiante 1 operó entre numeradores tomándolos como números naturales, y en las respuestas del estudiante 3 se puede ver cómo llegó a todas las respuestas por métodos diferentes, lo cual de haberse advertido oportunamente hubiera sido de gran valor al socializar con el estudiante sobre la manera en que llegó a estas soluciones, sin embargo, partiendo del principio que no se aclaró que se trataba de números racionales, tanto las respuestas del estudiante 1 como del estudiante 2 estarían buenas, aún las del estudiante 3 quien operó bajo su propia comprensión de las operaciones planteadas.

Durante el tiempo que tuvieron los estudiantes para dar respuesta a la actividad los investigadores pudieron observar como entre ellos intercambiaban cuestionamientos sobre cómo realizar las operaciones y se pudieron registrar frases sueltas del orden “ahí no se hace con el método de la faldita”, “se suman derecho” “se suma todos los números”.

De las observaciones realizadas y los diarios pedagógicos registrados, se pudo establecer que los estudiantes se mostraron muy desconcertados con la actividad, varias veces preguntaban que era lo que había que hacer y en un momento se pensó que esto correspondía a una falta de comprensión sobre lo que eran los números racionales, las relaciones de orden y las operaciones con racionales; sin embargo, como se puede comprender de lo anteriormente expuesto, tanto las dudas como la falta de comprensión de las actividades se debía a la falta de precisión en estas y no a interpretaciones erróneas de los estudiantes.



Facultad de Educación

Ahora bien, como ya se indicó, la actividad diagnóstica realizada con las estudiantes del Centro Formativo de Antioquia CEFA no se formuló a modo de “prueba diagnóstica” como se hizo en la otra institución, sino que se partió de una actividad formulada por la profesora, quien la tomó a su vez de un texto guía y en la cual, como se observa en las ilustraciones 5 y 6, se pedía a las estudiantes realizar una serie de operaciones fraccionarias para resolver los problemas matemáticos que se les presentaban.

21. Miguel ha estado tres días de viaje. El primer día se gastó 135 euros, el segundo los $\frac{2}{15}$ del dinero que tenía inicialmente, y el tercero $\frac{1}{5}$. Indica cuánto dinero la ha quedado, sabiendo que tenía inicialmente 810 euros.
22. Francisco ha realizado un trabajo en tres meses. En el primero ha trabajado $\frac{1}{15}$ del total de horas y en el segundo $\frac{1}{3}$. ¿Qué parte del total ha trabajado el tercer mes?
23. He estado dos días de vacaciones, gastándome el primer día los $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía y el segundo, $\frac{1}{3}$. ¿Qué parte del dinero que tenía me queda?
24. De un depósito, que estaba lleno, se ha sacado esta mañana $\frac{1}{2}$ de su capacidad y por la tarde, $\frac{1}{4}$. Si aún le quedan 49 litros, ¿cuántos se sacaron por la mañana?
25. Un comerciante ha comprado plátanos, calabacines y apio. De plátanos ha pedido $\frac{2}{3}$ del total de kilos, y de calabacines $\frac{1}{6}$. Si de apio ha encargado 75 kg, ¿cuántos ha encargado de plátanos?
26. Tres hermanos han comprado un regalo a su madre. El mayor ha puesto $\frac{1}{2}$ del precio y el mediano los $\frac{3}{8}$. Indica cuánto ha costado el regalo, sabiendo que el menor ha puesto 3'60 euros.
27. Carlos se ha comprado una impresora, dando de entrada $\frac{1}{4}$ del precio. A final de mes tiene que pagar $\frac{1}{3}$ y el mes que viene, el resto. Si el último pago es de 40 euros, ¿cuánto le ha costado?
28. Manuel ha realizado un trabajo en cuatro semanas. En la primera ha trabajado $\frac{1}{6}$ del total de horas, en la segunda $\frac{1}{3}$ y en la tercera $\frac{1}{8}$. Indica la parte que ha trabajado en la última semana.
29. Marta ha realizado un trabajo en dos meses, dedicando en el primero $\frac{11}{12}$ del total de horas. Si en el segundo mes ha trabajado 40 horas menos que en el primero, ¿cuántas corresponden al primer mes?
30. En un grupo de amigos, los $\frac{2}{5}$ son hombres. Si hay 14 mujeres más que hombres, ¿cuántos hombres hay?
31. De un depósito, que estaba lleno, se han sacado los $\frac{2}{5}$ de su capacidad. Si le quedan 28 litros más de los que se han sacado, ¿cuál es su capacidad?

DE ANTIOQUIA
Ilustración 6 Ejercicios propuestos para las estudiantes de decimo salud cuatro CEFA.



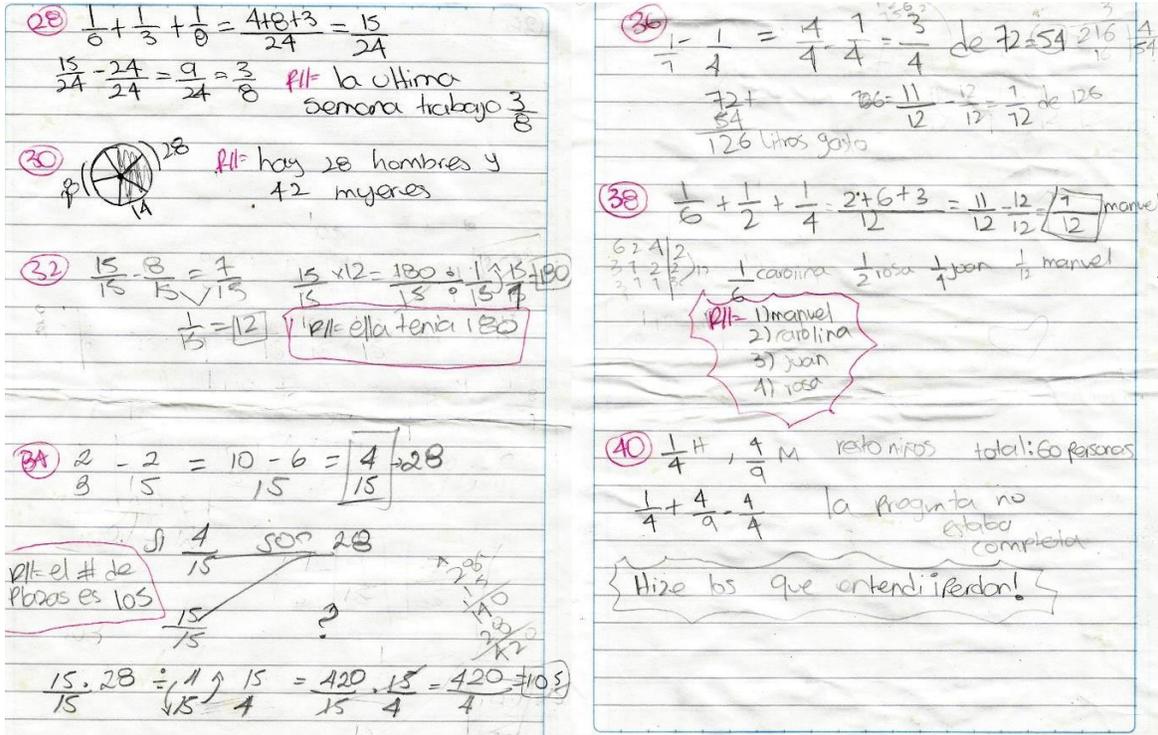
Facultad de Educación

32. Alba se ha gastado en un regalo $\frac{8}{15}$ del dinero que tenía. Si le quedan 12 euros menos de los que se ha gastado, ¿cuánto tenía?
33. En un depósito, que estaba lleno hasta $\frac{1}{4}$ de su capacidad, echamos 6 litros, con lo que la cantidad que contiene pasa a ser de $\frac{1}{3}$ de su capacidad. ¿Cuál es?
34. De un teatro, que estaba lleno hasta los $\frac{2}{3}$ de su aforo, se marchan 28 personas, con lo que la cantidad que contiene pasa a ser los $\frac{2}{5}$. Calcula el número de plazas del teatro.
35. He estado dos días de excursión. El primer día me gasté $\frac{1}{6}$ del dinero que tenía y el segundo, 30 euros. Indica cuánto dinero tenía, sabiendo que en total me he gastado los $\frac{2}{3}$.
36. De un depósito, que estaba lleno, se ha sacado esta mañana $\frac{1}{4}$ de su capacidad y por la tarde 72 litros. Indica los litros que le quedan, sabiendo que se han sacado los $\frac{11}{12}$ del total.
37. En un grupo de amigos, $\frac{3}{5}$ son aficionados al deporte, 6 a la música y el resto, a la lectura. Indica cuántos son aficionados a la lectura, sabiendo que los dos primeros representan los $\frac{7}{10}$ del total.
38. Carolina, Rosa, Juan y Manuel han comprado un regalo para una amiga. Carolina ha puesto $\frac{1}{6}$ del precio, Rosa $\frac{1}{2}$, Juan $\frac{1}{4}$ y Manuel el resto. Ordénalos según la contribución de cada uno.
39. Victoria ha realizado un trabajo en cuatro semanas. En la primera ha trabajado $\frac{1}{3}$ del total de horas, en la segunda $\frac{3}{8}$ y en la tercera $\frac{1}{8}$. Ordena las cuatro semanas en función del tiempo trabajado.
40. En un grupo de personas, $\frac{1}{4}$ son hombres, $\frac{4}{9}$ de los que quedan mujeres y el resto, niños. Si en total hay 60 personas, ¿cuántos

Ilustración 7 Ejercicios propuestos para las estudiantes de décimo salud cuatro CEFA.

De esta actividad es necesario realizar un análisis concreto, las estudiantes al resolver las actividades realizaban comentarios como “se multiplican en cruz”, “se suman derecho”, “como saco la parte de otra parte”, “hacemos el método de la carita feliz”; estas frases evidencian procesos mecanicistas para encontrar las respuestas. En un primer momento se pensó que estas frases indicaban falta de comprensión sobre los números fraccionarios, sin embargo, al analizar detenidamente las respuestas de las estudiantes se encontró que éstas operaban bien con fracciones y no tenían problema en alterar la expresión equivalente de la fracción para realizar las operaciones.

Facultad de Educación



Handwritten student solutions for various math problems:

- 29** $\frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4+8+4}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$. $\frac{15}{24} - \frac{24}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$. *PII= la ultima semana trabajo $\frac{3}{8}$*
- 30** $\frac{28}{4} = 7$. *PII= hay 28 hombres y 42 mujeres*
- 32** $\frac{15 \cdot 8}{15} = 8$. $\frac{15 \cdot 12}{15} = 12$. *PII= ella tiene 120*
- 34** $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10-6}{15} = \frac{4}{15}$. *PII= el # de platos es los $\frac{4}{15}$*
- 36** $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$. *de 72 = 54 $\frac{216}{10}$ $\frac{4}{24}$*
- 38** $\frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+6+3}{12} = \frac{11}{12}$. *PII= 1) marvel 2) carolina 3) juan 4) rosa*
- 40** $\frac{1}{4} H, \frac{4}{9} M$. *resto niños total: 60 personas*

Ilustración 8 Respuestas de las estudiantes a los problemas planteados.

Las expresiones mencionadas pueden entenderse como detonadores mnemotécnicos que permiten a las estudiantes desenvolverse adecuadamente en la operación de fracciones aun cuando no comprendan la esencia de su funcionamiento abstracto. En algunas de las respuestas se observa una comprensión clara de la relación parte-todo, mientras que en otras esta se evidencia como el aspecto coyuntural que les impide desarrollar de manera fluida y natural todos los ejercicios sin necesidad de “recordar” el detonador mnemotécnico que necesitaba para recordar el ejercicio mecánico de operación.

1 8 0 3

A pesar de ello, bien por la manera en que estaban formulados los problemas, bien por el formato que se utilizó para presentar la actividad, las estudiantes no respondieron todos los ejercicios y escogieron aquellos que les parecieron “más sencillos”. Los investigadores pudieron



Facultad de Educación

establecer que los “problemas difíciles” eran aquellos que exigían mayor detenimiento y una lectura más cuidadosa sobre la manera en que estaban formulados, de allí que la comprensión del lenguaje matemático juegue un importante papel en las habilidades que deben fortalecerse durante los procesos de formación escolar.

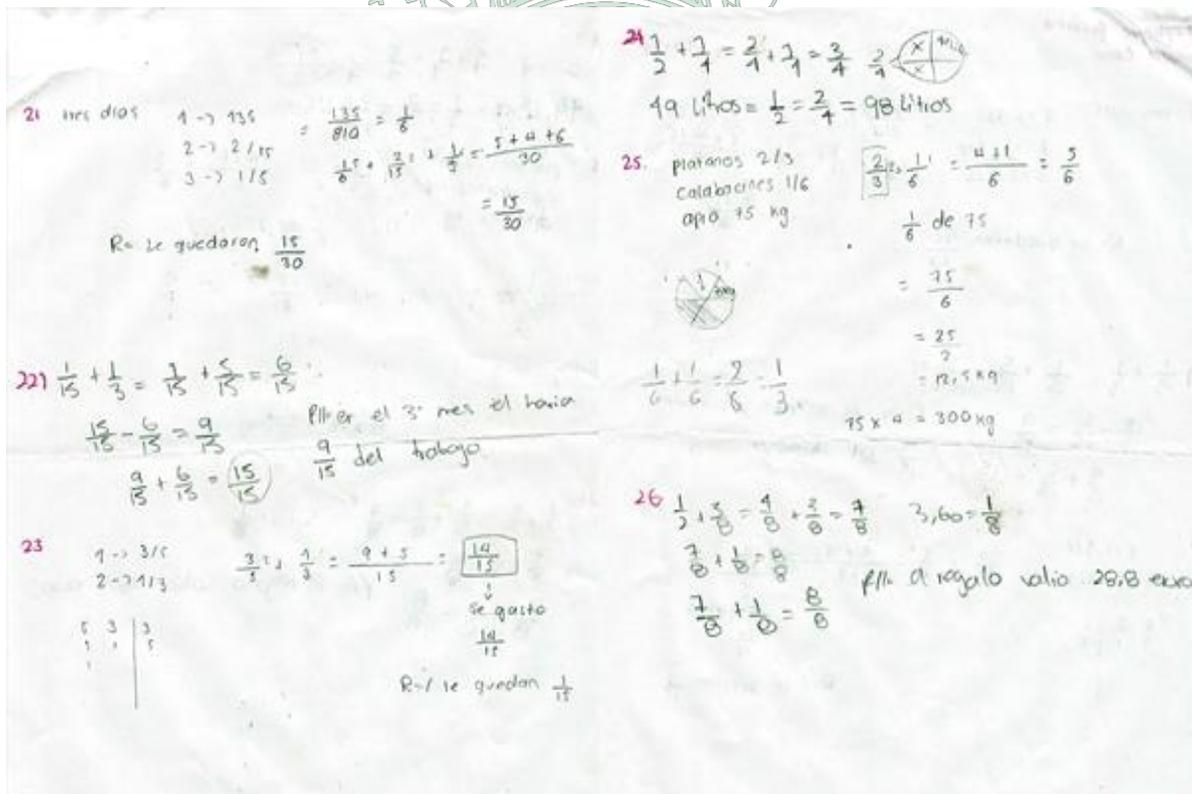


Ilustración 9 Respuestas de las estudiantes a los problemas propuestos.

Facultad de Educación

Solución

1. $10 - \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{15}{15} - \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{15-2-3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
 $= \frac{10}{15} - \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{7}{15} = 270 \text{ euros} + 135 \text{ euros} = 405 \text{ euros}$

2. $3 \text{ meses} = \frac{15}{15}$
 $\frac{15}{15} - \frac{1}{15} - \frac{1}{3} = \frac{15-1-5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

3. $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$
 total de dinero $\frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$

4. $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4-2-1}{4} = \frac{1}{4} = 49 \text{ Litros}$
 entonces $\frac{2}{4} = 98 \text{ Litros}$

5. $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4-1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 75 \text{ kg} = \frac{1}{6}$
 $\frac{1}{6} = 300 \text{ kg}$

6. $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$
 $\frac{1}{8} = 3.60 \text{ euros}$

7. $1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{12-3-4}{12} = \frac{5}{12} = \frac{4}{12} = 40$
 $\frac{12}{12} = 120 \text{ euros}$

12. $\frac{8}{15} + \frac{x}{15} = \frac{15}{15}$
 $\frac{8}{15} + \frac{x}{15} = \frac{15}{15}$
 $\frac{1}{15} \rightarrow 12 \text{ euros}$
 $\frac{15}{15} \rightarrow ?$

13. $\frac{1 \cdot x + \square}{4 \cdot 3} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4}$
 $\frac{3}{12} + \frac{\square}{12} = \frac{4}{12}$
 $6 \text{ Litros} = \frac{1}{12}$ $6 \cdot \frac{12}{12} \div \frac{1}{12}$
 $? = \frac{12}{12}$ $= \frac{72}{12} \cdot 12 = 72$
 R tiene 72 Litros de capacidad

14. $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{10-6}{15} = \frac{4}{15} \rightarrow 28 \text{ Personas}$
 $\frac{4}{15} \rightarrow 28 \text{ Personas}$ $28 \cdot \frac{15}{15} \div \frac{4}{15}$
 $\frac{15}{15} \rightarrow ?$ $= \frac{420}{4} \cdot \frac{15}{4} = \frac{420}{4} = 105 \text{ Personas}$

15. $\frac{1}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2}$ $30 \text{ euros} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{4}{6}$ $\frac{1}{2} \rightarrow 30 \text{ euros}$ $30 \cdot \frac{2}{2} \div \frac{1}{2}$
 $\frac{2}{2} \rightarrow ?$ $= \frac{60}{2} \cdot 2 = 60 \text{ euros}$

Ilustración 10 Respuestas de las estudiantes a los ejercicios propuestos.

Con lo expresado anteriormente es posible clarificar que el trabajo con números racionales no es un tema ajeno a la formación de las estudiantes del Centro Formativo de Antioquia, aunque todas provienen de diferentes Instituciones Educativas de la ciudad se evidenció que poseían conocimientos precisos respecto a la operación con fracciones y realizaban el esfuerzo por establecer la manera adecuada de resolver problemas formulados, lo cual lograban apenas teniendo en cuenta la necesidad de fortalecer aspectos conceptuales básicos, que les hacían más complejo la realización de abstracciones claras sobre cómo dar solución a los ejercicios.



Facultad de Educación

De acuerdo a lo establecido por los documentos rectores del Ministerio de Educación Nacional, al finalizar la básica primaria los estudiantes deberían estar en la capacidad de “Interpretar las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones” (MEN, 2006, p. 82) y sin embargo, de acuerdo a lo observado, ni siquiera los maestros en formación habían logrado establecer los mecanismos conceptuales que les permitieran realizar este tipo de interpretaciones de las fracciones, menos aún los estudiantes del grado sexto que acaban de superar su formación primaria ni las estudiantes de grado décimo que se encuentran ad portas de finalizar su proceso formativo escolar.

Específicamente, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, establecen claramente que los estudiantes al finalizar el grado quinto deben poseer no solo conocimientos conceptuales sobre cómo abordar problemas con números racionales, sino que deben haber alcanzado un nivel que les permita diferenciar la manera particular de abordar problemas complejos a través del uso de diferentes algoritmos; esto solo es posible si los maestros encargados de facilitarle al estudiante este nivel, cuentan con programas académicos adecuados en las Facultades de Educación, donde la comprensión de las bases estructurales y ontológicas de los pensamientos y sistemas matemáticos que se contemplan en el currículo escolar actúen de manera transversal en los procesos de profesionalización

Ya en el grado décimo, está estipulado que los estudiantes deben estar en la capacidad de “comparar y contrastar las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos” (MEN, 2006, p.88), pero como se ha tratado de dejar claro a lo largo del



Facultad de Educación

trabajo, no se tenía suficiente claridad conceptual al desarrollar la práctica pedagógica para establecer hasta que punto existía una comprensión de las propiedades de los números racionales, ya que las precisiones al respecto fueron obtenidas durante el proceso de sistematización y análisis de las experiencias y no durante el desarrollo de las mismas.

Con lo anterior, durante el proceso se buscó, sin lograrlo, aportar a un aprendizaje significativo de los elementos conceptuales que no fueron desarrollados adecuadamente durante el proceso formativo de los estudiantes, lo que se logró en términos estrictos fue obtener suficiente información para establecer cuales habían sido las falencias conceptuales de los maestros en formación que hicieron que las actividades que a continuación se analizan y las cuales configuran el aspecto empírico-didáctico del proceso, no permitieran recolectar ningún dato significativo sobre el objetivo planteado, pues como se verá ni la relación parte-todo ni la fracción como noción fueron abordadas en las actividades y el uso del material didáctico se vio desvirtuado, en atención a la advertencia realizada por los maestros asesores durante el proceso de revisión parcial, sobre el riesgo de confundir más que aportar cuando se utiliza inadecuadamente este material.

A partir de este momento se analizarán pues, de acuerdo a la estructura ya indicada, las guías formuladas y aplicadas durante el proceso, donde el énfasis estará puesta más en las inconsistencias de las guías que en los resultados de los estudiantes, en tanto estos, estarán determinados por estas inconsistencias y no permiten, de este modo, establecer elementos conclusivos sobre las posibilidades de las actividades desarrolladas bajo la metodología de aula-taller como facilitadora de un ambiente geométrico, para aportar de manera positiva al proceso formativo de los estudiantes.



Facultad de Educación

Partiendo de la delimitación sobre el aula-taller que realizan Pasel & Asborno (1991), desde la cual el proceso encuentra su núcleo esencial en las guías de trabajo, el análisis procederá como anteriormente se expresó, y en razón de lo cual se presentará la inducción analítica partiendo de la triangulación de las guías de trabajo y sus resultados a la luz de las re-elaboraciones conceptuales que fue necesario realizar para lograr una comprensión objetiva del proceso, tanto de investigación como de práctica pedagógica. Así, en primer lugar, se presentarán los análisis de las guías conjuntas en ambas instituciones y en un segundo momento las guías aplicadas exclusivamente en cada una de las Instituciones Educativas.

La primera guía conjunta, buscaba enfocar el trabajo de los estudiantes hacia el reconocimiento de sus habilidades en la comprensión de los números racionales. Sin embargo, la Guía de trabajo “Equivalencias con doblado de papel” presenta serios problemas, en primer lugar, busca trabajar las equivalencias a través de la relación parte-todo, lo cual implica complejas interacciones en las cuales el doblado de papel no se muestra como la manera más adecuada para lograrlo.

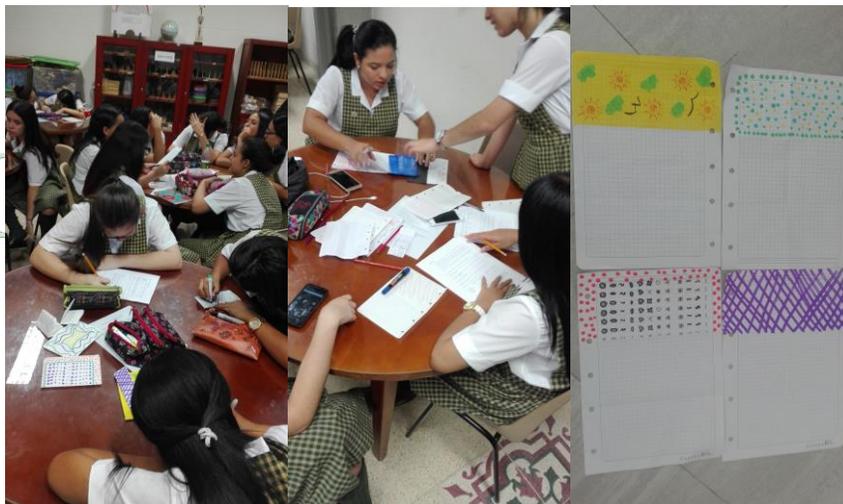
Aun así, la guía que se presenta como anexo planteaba en su introducción “comprender el concepto de equivalencia dentro de las fracciones”, esto no puede ser en tanto la equivalencia no es un concepto, es una relación que puede establecerse entre fracciones y concluye expresando que esto servirá “como base para comprender el tema de las fracciones sus distintas representaciones y operaciones” , esto no puede ser en tanto las fracciones no son un tema, ni tienen distintas representaciones y operaciones, éstas son características de los números racionales que al momento de la formulación de las actividades no se tenían claras.



Facultad de Educación

Ahora bien, la actividad 1 planteaba un ejercicio con equivalencias a $\frac{1}{3}$ de esta forma: “Toma 1 hoja de papel y dóblala en 3 partes iguales, ahora pinta 1 de las 3 partes de la hoja”, luego de hacerlo debían responder la pregunta ¿Cuántas partes pintaste del total de partes que tiene la hoja número 1? posterior a esto diligenciar una table indicando las partes pintadas y el total de partes y en último momento “escribe en formas de fracción las partes pintadas de las hojas sobre el número total de partes de la hoja”.

Claramente las estudiantes no necesitaban haber ni doblado ni pintado el papel para responder los ejercicios, y la última expresión da cuenta de la falta de claridad que tenían los maestros en formación sobre lo que determina la relación parte-todo en la comprensión de la fracción, y lo que hacía con esta actividad era fortalecer la idea que una fracción es una parte de algo. Este tipo de errores tienen lugar cuando el maestro no revisa cuidadosamente lo que lleva al aula y formula actividades que como esta, no requieren ningún tipo de esfuerzo cognitivo por parte de las estudiantes y por el contrario pueden generar confusiones frente a los conocimientos ya adquiridos.





Facultad de Educación

Ilustración 11 Actividad equivalencias con doblado de papel (fracciones de 1/3).

Ahora llena la siguiente tabla.

	Hoja #1	Hoja #2	Hoja #3	Hoja #4
Partes pintadas	1	2	4	8
Total de partes	3	6	12	24

¿Las partes pintadas en todas las hojas son iguales? Si ¿Porqué?
Son fracciones equivalentes, y aunque se divide en diferentes partes conservan la misma medida.

Ilustración 12 Respuestas actividad equivalencias con doblado de papel.

	Hoja #1	Hoja #2	Hoja #3	Hoja #4
Partes pintadas	1	2	4	8
Total de partes	3	6	12	24

¿Las partes pintadas en todas las hojas son iguales? Si ¿Porqué?
Si son lo mismo pero partidas en mas pedacitos

2

Ilustración 13 Respuestas de la guía "Equivalencias con doblado de papel".

La segunda actividad de esta primera guía, consistió en realizar dobleces con hojas esta vez con equivalencias a $1/2$, nuevamente se plantearon las actividades de la forma “toma una hoja de papel y dóblala en dos partes iguales, pinta 1 de las partes” para luego pedirle que respondiera ¿cuántas partes pintaste del total de partes que tiene la hoja número 1?, nuevamente debía diligenciar la tabla indicando partes pintadas y total de partes para luego escribirlas en otra tabla “en forma de fracción”, siendo reiterativos los errores ya enunciados.

Facultad de Educación

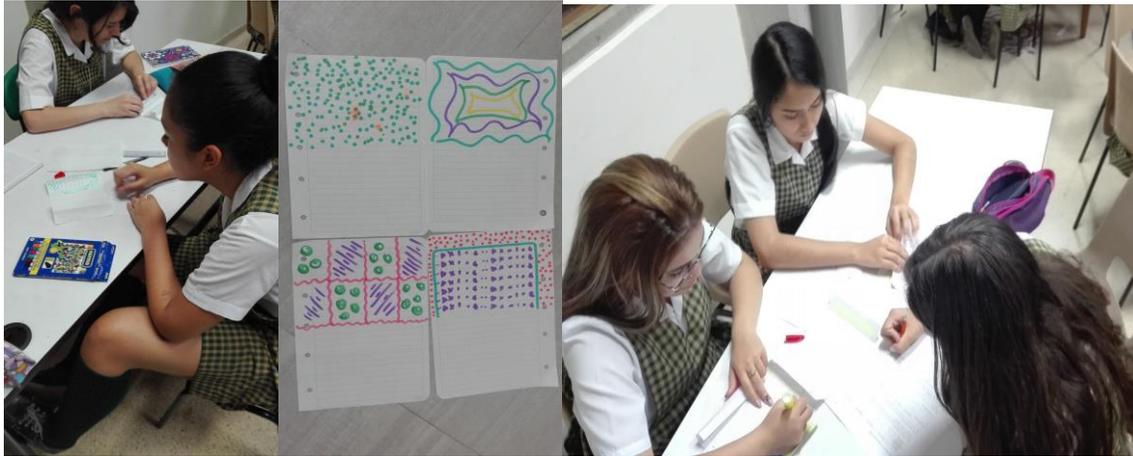


Ilustración 134 Actividad equivalencias con doblado de papel (fracciones de $1/2$).

Un último momento se denominaba “conclusiones” y en él se pedía lo siguiente “describe que viste en las dos actividades acerca del número de partes dobladas y el número de partes pintadas en cada una de las hojas con relación a las demás”. Aquí es de tener claro que existen errores de cohesión en lo que se pide, no se busca que el estudiante escriba lo que pudo analizar o comprender sobre el ejercicio, sino que describa lo que vio en las hojas, lo cual en un sentido práctico serían sus propios trazos; además que no se está aclarando que se trabajó con dos *clases de equivalencia* diferentes, por lo cual las comparaciones deberían realizarse siguiendo esta estructura de conjunto.

Conclusiones

Describe que viste en las dos actividades acerca del número de partes dobladas y el número de partes pintadas en cada una de las hojas con relación a las demás.

Si todas las fracciones son equivalentes, no importa el número de doblados de la hoja la parte coloreada será la misma



Facultad de Educación

Conclusiones

Describe que viste en las dos actividades acerca del número de partes dobladas y el número de partes pintadas en cada una de las hojas con relación a las demás.

Que todas las hojas dobladas y las pintadas forman una fracción, y es divertido 😊❤️👍😊😊

Ilustración 15 Respuestas de la guía "Equivalencias con doblado de papel".

De las conclusiones dadas por los estudiantes se puede evidenciar como poseían importantes construcciones frente a lo que significan tanto las equivalencias como la fracción como representación de los números racionales, en la primera respuesta de la ilustración 13 se ve como el estudiante realiza una abstracción clara sobre el sentido real de la actividad en la cual no mediaba la relación parte-todo y en la segunda como la estudiante, quizá buscando establecer una relación de la actividad con la referencia hecha en los objetivos, estableció que “todas las hojas dobladas y las pintadas forman una fracción” denotando una clara comprensión del significado de número racional y sus representaciones equivalentes.

Si bien en un primer momento de análisis se estableció que las estudiantes no tenían claridades conceptuales sobre “las fracciones” una revisión detenida permitió identificar como la actividad en sí, de la manera en que estaba formulada, no representaba un ejercicio con números racionales sino un ejercicio de lectura comprensiva para diligenciar la guía presentada. A partir de lo cual, se evidenció la necesidad de revisar no solo la estructura de las demás guías, sino y con mayor razón, las inconsistencias conceptuales que en ellas se plasmaron, en busca de reconocer los



Facultad de Educación

avances que respecto a ese ejercicio inicial lograron los maestros en formación durante el proceso de investigación.

La Segunda Guía que se aplicó de manera conjunta en ambas instituciones fue “Equivalencias con tortas fraccionarias”, nuevamente la actividad no busca trabajar la relación parte todo a través de las tortas fraccionarias, en lo cual debía de haberse orientado de acuerdo al objetivo general del proyecto, sino trabajar el concepto de equivalencias, para lo cual, de haber sido la intención del proceso, el trabajo con las tortas fraccionarias debe orientarse de manera muy puntual de manera que no se preste a malas interpretaciones de esta relación entre fracciones.

La introducción de esta guía es exactamente igual a la de la guía “Equivalencias con doblado de papel” y en este sentido posee sus mismas inconsistencias. Ya el enunciado de la actividad uno requiere revisión, orientado como estaba a estudiantes de grado sexto y décimo, plantear que “los estudiantes deberán saber cómo se lee y se escribe un número fraccionario”, no solo es una imprecisión teórica, en el sentido que lo que se lee y escribe es la representación de un número racional, sino también un desconocimiento de los conocimientos mínimos que los estudiantes deberían tener en estos niveles.

La actividad 1 plantea una inconsistencia similar a la de la guía anterior, se plantean una serie de ejercicios de la siguiente manera: “tomamos la torta que representa la unidad y la cubrimos con las tortas que representan los medio, ¿cuántas partes necesitas para cubrirla exactamente? Exprésalo como una suma de fracciones.”. Nuevamente, se presenta la situación de que para resolver la pregunta no se requiere de la utilización del material didáctico, y al pedirles que lo



Facultad de Educación

expresen como una suma de fracciones ya se les está proporcionando la respuesta de lo que podría ser una posible pregunta del orden ¿cómo lo representaría como una operación con fracciones?

La segunda parte de la actividad les pedía que diligenciaran la siguiente tabla:



1	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{3}$			$\frac{6}{6}$
	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$			
$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{5}{10}$	
	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$				
$\frac{1}{3}$			$\frac{4}{12}$		
	$\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$			$\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$				$\frac{6}{24}$
			$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{3}{15}$			
	$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$				$\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30}$

Ilustración 16

Como se puede evidenciar, nuevamente no es necesario ningún tipo de contacto con el material didáctico para resolver este ejercicio, más aún no se requiere resolver ningún problema ya que el mismo cuadro indica que se trata de fracciones equivalentes y que lo que debe realizarse es indicar la suma de tantas fracciones con denominador 1 como fueran necesarias para indicar la fracción equivalente. Con lo cual las tortas fraccionarias no ayudan en el proceso que, por si solo, permite demostrar gráficamente la relación parte-todo en las *clases de equivalencia*. La segunda tabla presentaba un ejercicio similar, donde las fracciones indicadas en el extremo izquierdo eran $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{10}$, a pesar de no tener más información, esta tabla era fácilmente resuelta con base en la tabla anterior,



Facultad de Educación

Las Tortas Fraccionarias consisten en una serie de círculos iguales, con un radio aproximado de 7.5 cm y pueden ser elaborados en diferentes materiales. El primer círculo es compacto, el que sigue está dividido en dos medios, el siguiente en tres tercios y así sucesivamente dependiendo del tamaño de la torta. La intencionalidad de la actividad hubiese podido enfocarse hacia la representación tangible de operaciones básicas como la suma de fracciones heterogéneas, en la cual los estudiantes podrían clarificar la relación parte-todo como posibilidad para establecer soluciones a problemas prácticos en los cuales la generación del ambiente geométrico a través de la metodología aula-taller podría ejercer como aspecto facilitador para el abordaje de abstracciones como las que se plantean en el trabajo con los números racionales.



Ilustración 147 Actividad "Equivalencias con tortas fraccionarias".

Facultad de Educación



Ilustración 18 Desarrollo de la guía "Equivalencias con tortas fraccionarias".

De esta forma, al pedirles a los estudiantes que describieran qué de la tabla 1 les había permitido llegar a las respuestas de la tabla 2, aparecieron expresiones del tipo “que era como una secuencia” ó “una secuencia de multiplicar cada denominador por el número 2”, igualmente quedaron registrados en los diarios expresiones surgidas de los grupos de trabajo frente a que se necesitaba para dar respuesta a las tablas, con las anteriores, la expresión “multiplicar los denominadores y los numeradores por el mismo número” da cuenta de que los estudiantes no comprendían el concepto de fracción o bien las actividades estaban formuladas, con tal nivel de simplicidad, que llegar a las respuestas implicaba, nuevamente, más un ejercicio de lectura juiciosa, que la búsqueda a través de operaciones con racionales, de las respuestas necesarias.

Nuevamente se hace evidente como esta guía, desdibuja el sentido inicial del proceso, al no tener en cuenta la relación parte-todo y al trabajar, desde comprensiones vagas sobre los números racionales, aspectos relacionados con equivalencias y clases de equivalencia sin que de este ejercicio se realizara un proceso de comprensión o al menos socialización en sentido de su capacidad para representar de manera palpable y visible lo que significan las equivalencias en la



Facultad de Educación

comprensión de los números racionales, ya que los maestros en formación no habían logrado establecer este tipo de claridades y desarrollaron las actividades con una pretensión completamente diferente a la cual no se aportó de manera significativa.

Llegados a este punto, el análisis se enfocará en las guías aplicadas exclusivamente en cada una de las instituciones, en primer lugar, se abordará la Guía Uno aplicada a los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedermann y en segundo lugar, las Guías Tres y Cuatro aplicadas con las estudiantes del grado décimo salud cuatro del Centro Formativo de Antioquia. La actividad que se analiza a continuación fue aplicada como guía de inicio para los 32 estudiantes participantes de la investigación en la Institución Educativa Monseñor Víctor Wiedermann, esta actividad tenía como objetivo lograr establecer cómo representar un número racional.

Esta actividad, que se presenta como anexo del trabajo, consistía en una hoja de papel donde se encontraban nueve círculos, uno de los cuales estaba vacío y los demás fraccionados en 2, 3...,9 partes iguales. Allí se les pidió que rellenaran una de las partes en que se encontraba dividido el círculo y lo escribieran como fracción. Este tipo de actividad, más que fortalecer claridades sobre la definición de fracción, genera confusión y fortalece la idea de la fracción como una parte de algo. Esta se puede evidenciar claramente en la manera en que los estudiantes daban la respuesta, ya que, a falta de un lugar preciso, la colocaban al interior del círculo dando cuenta de una comprensión equivocada de qué es lo que verdaderamente representa la fracción en los casos indicados.

Facultad de Educación

Lo anterior se evidencia en los diarios de campo y las observaciones, en los cuales se registraron como esta actividad pareció insulsa a la mayoría de los estudiantes, demasiado sencilla para su nivel y durante la cual se presentaron confusiones sobre dónde ubicar los números después de pintar la parte de la circunferencia, todas de las cuales estaban referidas a si ponerlo dentro o fuera del círculo con lo cual se comprende que más que aclarar la fracción como representación, se generó confusión sobre la manera en que esta se debe entender para comprenderla a razón de los números racionales y su operación.

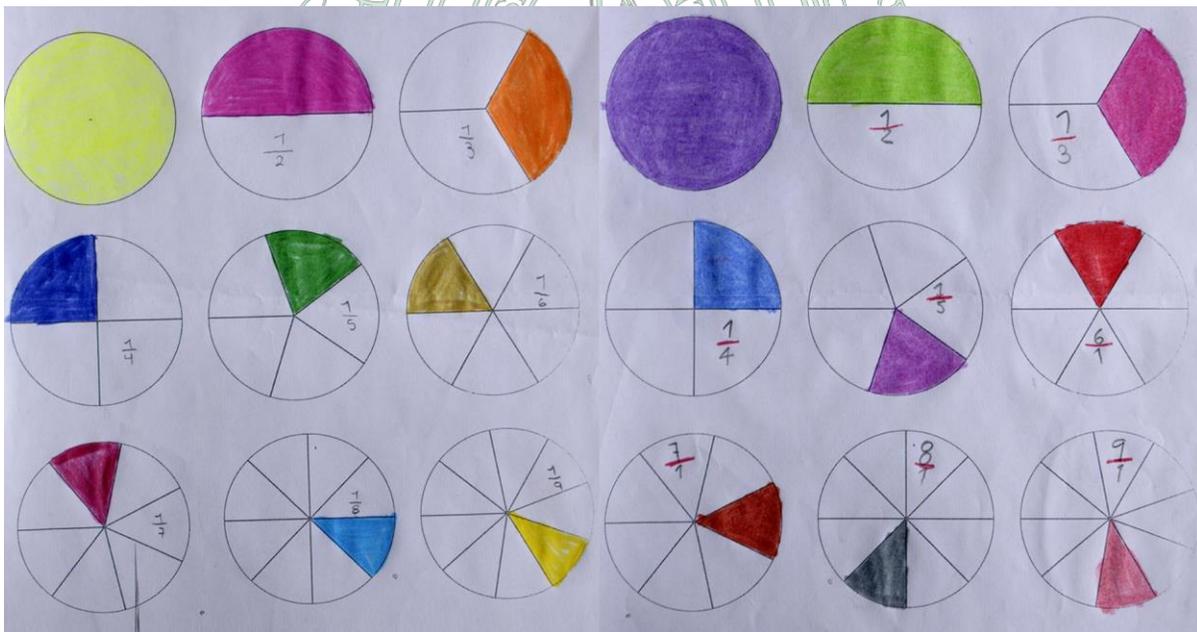


Ilustración 19 Actividad circunferencias unitarias.

En el Centro Formativo de Antioquia las actividades se desarrollaron bajo el rotulo de Guías Tres y Cuatro con 36 estudiantes del grado décimo salud cuatro, la forma de organizar el trabajo se realizó por grupos de estudiantes, dando como resultado seis grupos de seis estudiantes en

Facultad de Educación

procura de fortalecer el trabajo colaborativo y la construcción común de conocimiento, la primera guía que se desarrolló exclusivamente en esta institución tenía por nombre “Midamos con”.

Los diferentes autores consultados *a posteriori* en torno a la importancia de los números racionales en la formación básica, señalaban todos ellos la importancia de que la comprensión de las fracciones comience con ejercicios vinculados a problemas de medición, los cuales no solo fueron en la antigüedad la puerta de entrada para el estudio de los números racionales, sino también la manera más cotidiana de establecer vínculos significativos con ejemplo propios de la realidad de los estudiantes, a partir de los cuales lograran comprender que “los fraccionarios aparecen en las puntas que sobran, después de medir unas cuantas unidades. No aparecen al comienzo de cero para arriba como nosotros creemos” (MEN, 1998, p. 67). Sin embargo algunos problemas en la redacción de la guía y en la estructuración de la misma desvirtuaron estas posibilidades.

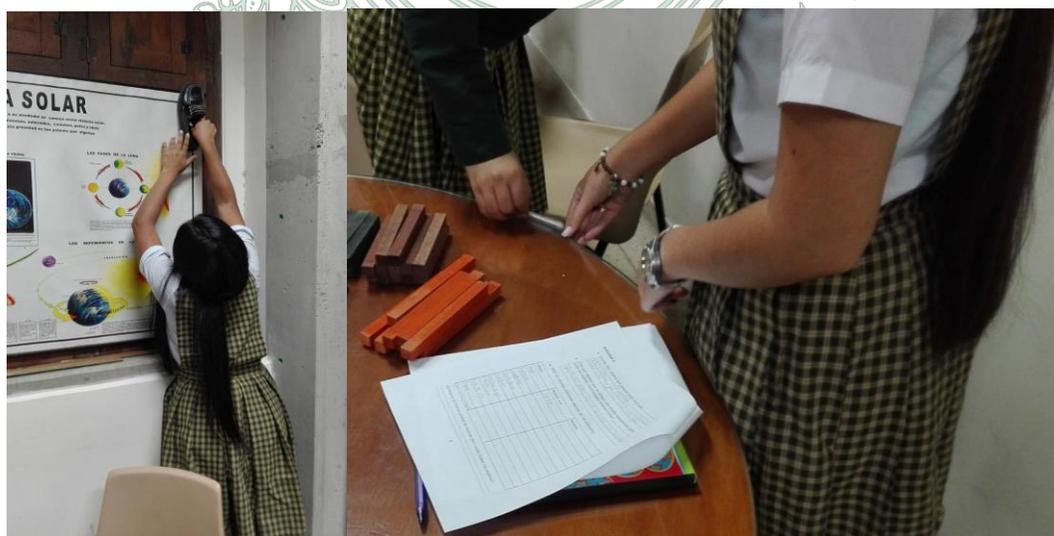


Ilustración 20 Desarrollo de la guía "Midamos con...".



Facultad de Educación

Un primer elemento que debe ser aclarado es que las medidas como creación de los dioses no se evidencia en libros de historia antigua sino en libros sagrados, la Torá para los judíos, la Biblia para los cristianos o el Corán para los musulmanes contienen pasajes explícitos en los cuales se coloca en voz del Dios Uno medidas específicas que permiten orientar el accionar de los hombres, sin embargo son los libros de historia antigua los que demuestran que estas medidas surgen de las necesidades de los hombres para medir no solo espacios sino también cantidades de lo que producían estas sociedades.

Ahora bien, la primera actividad buscaba que las estudiantes establecieran unidades de medida de longitud con elementos que tuvieran a su alcance y realizaran algunas mediciones con ellos para consignarlos en una tabla. Sin embargo, la forma en que se planteó la actividad no fue la correcta: en primer lugar, se les pidió que escribieran diez objetos que pudieran medir en el aula, sobraría decir que todos los objetos del aula pueden ser medidos y aún el aula misma, por lo cual hubiera sido metodológicamente más adecuado definir cuáles eran los elementos que debían medir, para así poder generar procesos de trabajo colaborativo donde descubrieran las diferencias entre las mediciones.

En segundo lugar, se formuló la pregunta “¿Con qué objetos que no tengan una medida estandarizada puedes medir los objetos mencionados anteriormente?”, aquí es necesario realizar varias observaciones, en primer lugar, la mayoría de los objetos que hay en un aula de clase tiene una medida estandarizada, pero no una unidad de medida, zapatos, cuadernos, lápices o cordones poseen medidas industriales estándares. La pregunta que debió formularse fue ¿qué unidades de medida de longitud no convencionales puedes utilizar para medir objetos en el aula de clase?; más



Facultad de Educación

allá, al utilizar diferentes objetos para establecer unidades de medida las estudiantes difícilmente podrán realizar comparaciones, por lo cual hubiese sido mejor pedirles que midieran determinados objetos con partes del cuerpo y de esta manera lograr establecer los problemas de equivalencia entre las diferentes unidades de medida utilizadas.

La forma en que se les pidió que diligenciaran los cuadros tampoco fue clara, se les pidió “mide los objetos utilizando algunos de los anteriores”, en las observaciones quedó registrado una pregunta de una estudiante que expresó “hay que medir los objetos con los objetos o al revés, o como es”, dando a indicar la evidente falta de claridad de la indicación que, a pesar de ser obvia debido a la presencia del cuadro, no dejaba de ser confusa dentro de la estructura de la guía, igualmente el cuadro planteaba tres columnas “objeto”, “medido con” y “medida”; donde la expresión “medido con” debió haber sido “unidad de medida”.

Las preguntas posteriores no permiten igualmente establecer que comprensiones tenían las estudiantes, la primera “¿utilizaste la misma unidad de medida para medir todos los objetos?”, no solo introduce el concepto unidad de medida que no se había usado antes, también puede responderse únicamente con un si o un no. Debió haberse formulado de tal manera que los estudiantes se vieran en la necesidad de realizar abstracciones sobre el procesos que realizaron, siendo una pregunta posible “¿podías utilizar la misma unidad de medida para todos los objetos? Si __, No __ ¿porqué?”, la cual hubiera aportado mayor información sobre la manera en que las estudiantes comprendían las medidas y su necesaria estandarización.

Facultad de Educación

• Mide los objetos utilizando algunos de los anteriores.

Objeto	Medido con	Medida
Cuaderno	Gafas	2 gafas de largo y $\frac{1}{2}$ de ancho
Cartuchera	Dedos	2 dedos y medio de largo y 1 de ancho
Conector	Sacapuntas	2 sacapuntas de ancho y 3 de largo
Celular	Borrador	2 Borradores
Chapa	Minas	1 mina de ancho y 1 de largo
Mesa	Regleta naranja	8 regletas
Lapiz	Regleta naranja	1 regleta
Suiche	Sacapuntas	2 sacapuntas de ancho y 3 de largo
Silla	Cartuchera	2 cartucheras de ancho y 4 de largo
Borrador	Regleta berish	4 de largo y 1 de ancho.

¿Utilizaste la misma unidad de medida para medir todos los objetos?
No, porque decidimos escoger varios objetos para haber su capacidad dentro de otros.

• Mide los objetos utilizando algunos de los anteriores.

Objeto	Medido con	Medida
Cuaderno	Palito naranjado	1 y $\frac{1}{4}$ de palito
Cartuchera	Portaminas	1 y $\frac{1}{2}$
Lápiz	marcador	1
organizadores	Palito naranjado	2.
Zapato	marcador	2.
Palito naranja	Portaminas	$\frac{1}{2}$
Cubo	marcador	$\frac{1}{4}$
abacos	Palito naranjado	1 y $\frac{1}{2}$
Silla	Palito naranjado	5 y $\frac{1}{2}$
mano	Portaminas	1.

¿Utilizaste la misma unidad de medida para medir todos los objetos?
no ya que los tres elementos que use eran de diferentes tamaños

Ilustración 21 Primera actividad de la guía "Midamos con...".

De las respuestas dadas a esta primera parte de la guía es posible establecer que las estudiantes, a pesar de los errores en la formulación de la actividad, lograron establecer cómo las medidas que tomaron debían necesariamente incluir representaciones fraccionarias o bien referenciar otras unidades de medida para poder indicar longitudes “exactas”. Lo cual refiere un avance bastante significativo en la manera cómo relacionan el uso de racionales en la solución de problemas cotidianos.

Para el desarrollo de la segunda parte de la guía se utilizaron *las regletas de Cuisenaire*, las cuales consisten en un versátil juego de manipulación matemática que permite la comprensión de diferentes aspectos matemáticos como operaciones básicas, fracciones, raíces cuadradas, área, resolución de ecuaciones entre otras. Las relaciones de equivalencia entre las regletas y su diferenciación por colores facilitan procesos de comparación y medición.

Facultad de Educación



Ilustración 22 Trabajo con "Las regletas de Cuisenaire" en la guía "Midamos con...".

De esta manera, las estudiantes debían medir los objetos que habían medido en la actividad anterior, los cuales como ya se ha planteado fueron propuestos por las estudiantes. Obsérvese como si la estudiante hubiera identificado, por ejemplo, una viga estructural del techo del salón, su medición tanto con otro objeto como con las regletas hubiera sido imposible; a razón de lo cual se resalta nuevamente la importancia de definir con claridad los objetos a medir. Esta vez el cuadro constaba de dos columnas "objeto" y "medida". Esta medida debían plasmarla en palabras, lo cual no se incluyó en la guía, pero fue explicitado por los maestros en formación durante su desarrollo. Como se observa a continuación las estudiantes utilizan términos como "cuarto" y "medio" que, como en la actividad anterior, denotan comprensión sobre las representaciones que permiten las fracciones en procesos de medición de longitudes.

Facultad de Educación

Actividad 2. Midamos con regletas

Utilizando las regletas mide los objetos de la actividad 1

Objeto	Medida
El cartel	Seis y un cuarto de la regleta naranja
El tablero	Dieciocho regletas de color azul
Una ventana	Doce y un cuarto de la regleta de color café
Un armario	Diecinueve de la regleta de color verde
Un libro	Cuatro y medio de la regleta de color fucsia
El escritorio	Siete regletas de color azul
la puerta	Veintinueve de la regleta de color rosado
las cajas	cinco de la regleta de color negro
las estudiantes	once y medio de la regleta de color naranja
El Cahado	Dos y medio de la regleta negra

Ilustración 23 Segunda actividad de la guía "Midamos con..."

Posteriormente debían responder dos preguntas: “¿se hace más fácil la medición con las regletas? ____ ¿Por qué?”, la cual, aunque más clara que la de la primera parte de la actividad, debía haberse formulado de la forma “¿qué hizo que la medición con las regletas fuera más sencilla?” partiendo del hecho que al ser estándares y que unas se contienen a otras en partes iguales, harían más sencillos los procesos de medición y lo importante a conocer de lo realizado por las estudiantes eran sus comprensiones con respecto a este hecho. La segunda pregunta “¿qué relación puedes establecer entre los objetos medidos con las regletas?” no es clara, su intención era diferente y puede ser expresada más claramente, en relación con la primera parte de la actividad, con la



Facultad de Educación

pregunta “¿qué relación puedes establecer entre el proceso de medición con unidades no estandarizadas y el proceso de medición con las regletas?”.

La tercera parte de la actividad estaba compuesta por dos puntos, el primero de ellos buscaba que las estudiantes establecieran relaciones entre las regletas donde éstas facilitarían la comprensión de la fracción como representación de medida por conmensurabilidad, en las cuales “se comparan dos cantidades de una magnitud, estableciendo cuántas veces tiene que ser repetida cada una de ellas para obtener dos cantidades iguales.” (Godino et al., 2004, p. 106), lo cual no responde al objetivo del proyecto de trabajar la relación parte-todo, para lo cual hubiera sido necesario enfocar de otra manera el ejercicio.

Éste consistía en que las estudiantes debían completar los campos de frases como “La regleta verde es la mitad de”, las cuales buscan claramente evidenciar cuántas regletas y de qué color, diferentes a la verde, son necesarias para obtener dos longitudes iguales; aludiendo con ello a un ejercicio por conmensurabilidad y no por relación parte-todo como debía ser el énfasis de la guía. La segunda parte de esta actividad consistía en diligenciar un cuadro con las representaciones fraccionarias que correspondían a la relación entre dos regletas, esto hubiera sido fructífero en la comprensión de la fracción como razón, no como representación de cantidad, desde la cual se comprende la relación parte-todo, en lo cual nuevamente se pierde el objetivo del trabajo.

Sin embargo, aun cuando el ejercicio hubiera podido representar un grado de dificultad y abstracción importante para las estudiantes, éste se planteó a manera de proyección geométrica, con lo cual las estudiantes solo debían establecer la relación entre un par de regletas para deducir con facilidad las demás fracciones que completaban la tabla. Para que esto no sucediera hubiese



Facultad de Educación

sido necesario alterar el orden de las regletas tanto en las filas como en las columnas de manera que las estudiantes se vieran en la necesidad de utilizar las regletas para encontrar las respuestas y no hallarlas a través de simple deducción.



Si encuentras alguna relación entre las regletas puedes establecerlas en la siguiente tabla.

	Blanco	Rojo	Verde Claro	Fucsia	Amarillo	Verde Oscuro	Negro	Café	Azul	Naranja
Blanco	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rojo	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1
Verde Claro	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
Fucsia	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3
Amarillo	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4
Verde Oscuro	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5
Negro	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6
Café	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7
Azul	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8
Naranja	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Si encuentras alguna relación entre las regletas puedes establecerlas en la siguiente tabla.

	Blanco	Rojo	Verde Claro	Fucsia	Amarillo	Verde Oscuro	Negro	Café	Azul	Naranja
Blanco	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
Rojo	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$
Verde Claro	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$
Fucsia	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
Amarillo	$\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{1}{5}$	1	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{3}{5}$	$1\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{5}$
Verde Oscuro	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Negro	$\frac{1}{7}$	$3\frac{1}{7}$	$2\frac{1}{7}$	$1\frac{2}{7}$	$1\frac{2}{7}$	$1\frac{1}{7}$	1	$1\frac{1}{7}$	$1\frac{1}{7}$	$1\frac{3}{7}$
Café	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{8}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$	1	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$
Azul	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{9}$	$1\frac{2}{9}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{9}$	1	$1\frac{1}{9}$
Naranja	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$3\frac{1}{10}$	$2\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{3}{10}$	$1\frac{1}{5}$	$2\frac{1}{10}$	1

Ilustración 24 Comparación de "Las regletas de Cuisenaire" en la guía "Midamos con...".

La guía finaliza formulando dos preguntas, que a fuerza de haber sido realizadas a los estudiantes incontables veces en múltiples espacios no sólo formativos sino también recreativos, pierden todo el posible valor pedagógico para el proyecto, “¿Qué te pareció la actividad?” es una pregunta con respuesta inmediata, “entretenida, muy buena, chévere” son las respuestas recurrentes que no aportan comprensión sobre la importancia de la actividad en su proceso formativo.

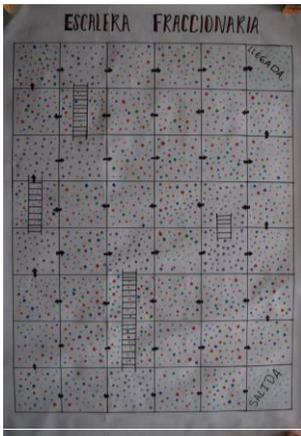
La segunda pregunta “¿Qué relación encuentras con las actividades anteriores?” habría cumplido su objetivo si se mencionaran cuales actividades entran en relación y que tipo de relaciones se deben establecer, de lo contrario una respuesta del tipo -las dos fueron entregadas por los practicantes y se entregaron en hojas de papel- sería suficiente para dar una respuesta verídica a la pregunta realizada, lo cual evidentemente no aportaría nada al proceso investigativo.

La Segunda Guía desarrollada de manera exclusiva en el Centro Formativo de Antioquia tenía por nombre “Escalera Fraccionaria” el objetivo de este juego era desarrollar un ejercicio valorativo



Facultad de Educación

sobre los aprendizajes de las estudiantes frente a la noción de fracción y la relación parte-todo. El juego está diseñado para las estudiantes del grado décimo y constaba de:

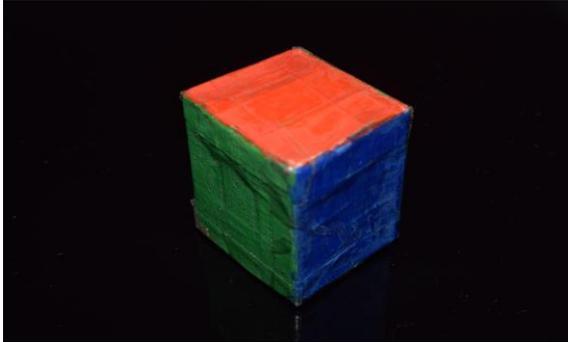


Tablero: tenía en total 48 casillas repartidas en 6 filas y 8 columnas, dentro del tablero se encontraban 4 atajos (escaleras), los cuales se podían tomar si la jugadora contestaba correctamente a una pregunta en la que debía utilizar fracciones, la cual estaba plasmada en una de las tarjetas.

Dado fraccionario: éste contenía fracciones en las cuales se tomaba como unidad el tablero del juego, y se expresaba el número de casillas que podía avanzar la estudiante al responder bien a la pregunta. El dado contaba con las siguientes expresiones, $1/48$ con la cual se conseguía recorrer una

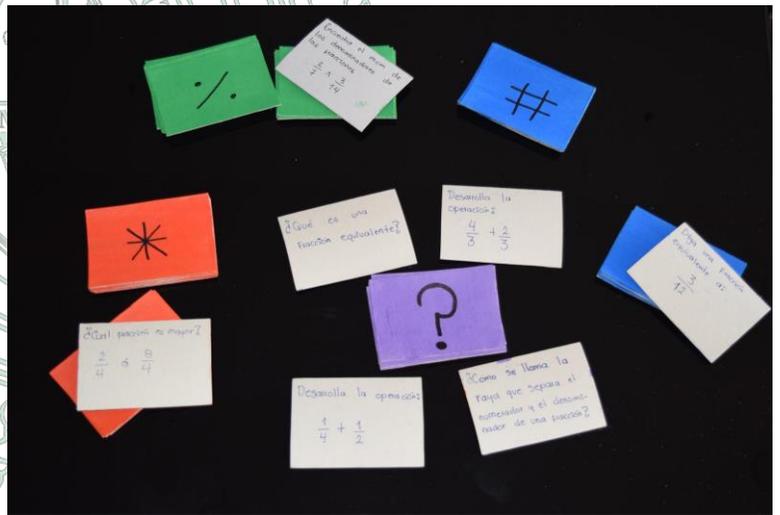


unidad del tablero, $4/96$ indicaba el recorrido de dos casillas, $6/96$ para el desplazamiento de 3 casillas, $4/48$ el de 4 casillas, $10/96$ indicaba el recorrido de 5 casillas y por último $6/48$ para recorrer 6 casillas; de esta manera, el dado y su representación permiten generar intuiciones en las estudiantes frente a la relación parte-todo.



Dado de color: éste dado contenía en sus caras tres colores, los cuales indicaban el color de la tarjeta para responder la pregunta correspondiente y poder avanzar en el tablero durante el juego.

Las tarjetas: en el juego se podían encontrar 4 tipos de tarjetas, estas se dividían en 4 colores; las tarjetas verdes contenían problemas relacionados a encontrar el mínimo común múltiplo de los denominadores de dos fracciones indicadas, las tarjetas de color azul



contenían preguntas acerca de la equivalencia entre dos fracciones, las tarjetas naranjas contenían preguntas acerca de relaciones de orden entre dos fracciones. Las respuestas de las preguntas según el color dependían del color que saliera en el dado de color, si no se respondía la pregunta correctamente no se podía avanzar por el tablero, por último las tarjetas de color morado eran especiales ya que si se avanzaba a una casilla de color morado en el tablero y se



Facultad de Educación

respondía la pregunta de ésta tarjeta se podía avanzar por el atajo (escalera), las preguntas de estas tarjetas estaban relacionadas con operaciones con números racionales.



Fichas: se contaban con 6 fichas de diferentes colores para que las jugadoras se desplazaran por el tablero durante el juego.

Instrucciones del juego

Se lanzaba el dado que contenía fracciones, teniendo en cuenta que la unidad era el número de casillas del tablero (48), el dado tenía los números del 1 al 6 expresados en diferentes fracciones ya mencionadas, los jugadores luego lanzaban el dado de color para tomar una tarjeta de pregunta según el color, si el jugador respondía correctamente la pregunta se le permitía avanzar el número obtenido anteriormente en el lanzamiento del dado fraccionario, si el jugador no contestaba correctamente la pregunta no podía avanzar.

Si al avanzar, la ficha quedaba en una casilla morada donde podía subir por la escalera, debía tomar una tarjeta morada y si contestaba correctamente la pregunta, podía tomar el atajo. El jugador que lograba llegar a la meta era el ganador.

1 8 0 3

Desarrollo del juego

Facultad de Educación

Para este juego se seleccionó una estudiante de cada grupo formado durante el proceso, las seis estudiantes interactuaron con el juego y según la instrucción dada de como jugarlo se inició el desarrollo de la actividad.



Ilustración 30 Desarrollo del juego "Escalera fraccionaria"

Ahora bien, el diseño y la planificación del juego se encontraban bien formuladas, sin embargo, al no poder dejar registro del proceso llevado por las estudiantes para resolver las tarjetas la actividad no facilita su proceso de análisis, además de esto, metodológicamente no se supo priorizar el uso de las técnicas de investigación, por lo cual el desarrollo del juego no se registró en video, lo que hubiera permitido importantes análisis respecto a su desarrollo.

Sin embargo, la observación participante y los diarios de campo permitieron evidenciar cómo las estudiantes asumían con responsabilidad la comprobación de las respuestas que daban



Facultad de Educación

sus compañeras, y no tenían reparos en realizar operaciones para comprobar dichas respuestas, además de esto frases como “ahora todo tiene sentido” ó “si ve pa’ que servía lo de la clase” dan cuenta de los vínculos que realizaron los estudiantes entre los contenidos que se trabajaron a lo largo de las sesiones de clase y las actividades formuladas en el juego.

Las observaciones permitieron identificar la apropiación que demostraban las estudiantes al evaluar los ejercicios que unas y otras realizaban, y demostraban la motivación que generaba el juego al vincular elementos desarrollados en las clases como necesarios para poder llevar a cabo el juego y poder participar de él. Los conocimientos previos adquiridos por las estudiantes antes de iniciar el proceso de práctica fueron fundamentales en el desarrollo de la prueba, aspectos como el mínimo común múltiplo no fueron abordados en clase y sin embargo su abordaje no presentó mayor complejidad para ellas.

Si bien, el juego mismo permitía abordar la relación parte-todo y aún las equivalencias entre fracciones, para lograrlo hubiera sido necesario que la actividad hubiera tenido una intencionalidad más específica y haberse acompañado de una guía a través de la cual las estudiantes se vieran en la necesidad de registrar los procedimientos que habían realizado para resolver cada tarjeta y de esta manera establecer con mayor exactitud sus avances, permanencias y retrocesos en la comprensión de los números racionales, la noción de fracción y la relación parte-todo como situación de reparto.

Del trabajo realizado en ambas instituciones es posible establecer que, tal y como se planteó a lo largo de la investigación, la fracción es un tema complejo, no solo para su abordaje en la escuela sino también para su comprensión por parte de los futuros licenciados en matemáticas, la



Facultad de Educación

falta de claridad en este tema puede conllevar a que, como en el caso de la presente investigación, las actividades que se formulen no aporten al proceso formativo y por el contrario puedan generar confusiones en los conocimientos previos de las estudiantes.

De esta manera, aunque se generó un ambiente geométrico facilitado por la metodología aula-taller y la mediación de material didáctico diseñado para trabajar diferentes elementos matemáticos, este ambiente no cumplió con su objetivo de aportar a la comprensión de la noción de fracción y la relación parte-todo, en tanto la manera en que se plantearon las actividades no contribuía a estos fines sino que se plantearon partiendo de otros principios como las *clases de equivalencia* o la comensurabilidad que no eran realmente el objetivo del proyecto.

El trabajo colaborativo y la posibilidad de socializar sus avances con sus compañeros a través de la comprobación de sus hipótesis gracias al material didáctico utilizado, da cuenta del potencial que plantea la Metodología de Aula Taller en los procesos de aprendizaje de fracciones, que, aunque no fue aprovechado adecuadamente en el proceso, demostró su efectividad para motivar a los estudiantes en la implicación de conocimientos matemáticos en la resolución de problemas cotidianos como los que pueden ser trabajados a través de las tortas fraccionarias o las *Regletas de Cuisenaire*.

De acuerdo a lo planteado anteriormente y a los análisis hasta el momento expresados, es posible establecer que el objetivo general perseguido en la investigación, así como los objetivos específicos no fueron cumplidos a cabalidad; como se mostró anteriormente el objetivo general quedó desdibujado gracias a la forma en que fueron planteadas las actividades, y los objetivos específicos, en consecuencia, no fueron desarrollados en la actividad.



Facultad de Educación

El primero de ellos “Elaborar herramientas didácticas apropiadas para cada contexto que faciliten la comprensión de la fracción a través de la relación parte-todo” no se logró en tanto algunas de las herramientas didácticas desarrolladas no eran consecuentes con el nivel académico de los estudiantes y, además, no consiguieron facilitar la comprensión de la fracción a través de la relación parte-todo, por el contrario generaron confusión frente a la noción de fracción y sus características a razón de los números naturales.

El segundo objetivo específico, “implementar la metodología de aula-taller en los procesos de aprendizaje buscando facilitar el acercamiento a la fracción desde experiencias cotidianas con las matemáticas”, tampoco logró su consecución, aunque se implementó la metodología aula-taller para generar un ambiente geométrico, ésta no permitió facilitar el acercamiento a la noción de fracción como buscaban los investigadores; aunque se reconoce su potencial para vincular experiencias cotidianas en la enseñanza de las matemáticas.

Por su parte, el tercer objetivo cambió su enfoque a razón de comprender lo sucedido durante el proceso, así, aunque planteado inicialmente como “sistematizar la experiencia de Práctica Pedagógica enfocándose en la posibilidad que representa la geometría para el acercamiento al concepto de fracción en estudiantes de básica secundaria y media”, es necesario comprender que el enfoque de la sistematización de experiencias estuvo en la comprensión de las irregularidades que se presentaron en las actividades y las imprecisiones conceptuales de los maestros en formación, como una posibilidad para significar la experiencia de Práctica Pedagógica a la luz de su capacidad para confrontar al maestro y la manera en que asume su ejercicio profesional.



Al inicio del trabajo se planteó como pregunta problematizadora ¿Cómo la comprensión de la relación parte-todo posibilita los procesos de aprendizaje de las fracciones en estudiantes del grado sexto y décimo a través de un ambiente geométrico?, sin embargo, como fue posible evidenciar durante el proceso de análisis, una pregunta que respondería con mayor claridad a las conclusiones que a continuación se desarrollarán sería ¿cuáles fueron las causas que conllevaron al no cumplimiento de los objetivos planteados durante el proceso de investigación?, lo cual permitirá analizar no solo los vacíos e imprecisiones conceptuales de los maestros en formación, sino también la inoperancia de un sistema de Prácticas Pedagógicas en el cual el acompañamiento, la revisión y la reflexión crítica sobre el quehacer de los “practicantes” en sus centros de práctica no aparece como elemento diferenciador del ejercicio que se realiza en la universidad y aquel que será llevado a cabo por el futuro profesional de la educación.

La pregunta inicial, no solo condensaba las motivaciones de los maestros en formación sino también las necesidades de los estudiantes de ambas instituciones de acuerdo a lo que se pudo observar durante todo el proceso de práctica. Con este fin se buscó inicialmente delimitar conceptualmente el tema y acercarse a su problematización desde la mediación de diferentes técnicas que motivaran a los estudiantes y permitieran el fortalecimiento de sus habilidades matemáticas.

Los problemas comenzaron justamente cuando, al elaborar el marco de referencia, la revisión documental que se había realizado daba cuenta, no de los teóricos que se habían avocado



Facultad de Educación

en el estudio de la fracción, sino en fuentes terciarias, en su mayoría monografías para optar a títulos de educación con énfasis en matemáticas o maestrías en la misma línea. De allí que los posibles errores conceptuales que tenían estos terceros autores fueron los principios sobre los cuales se mediaron las estrategias metodológicas necesarias para su abordaje, de allí que todo ejercicio posterior careciera de la suficiente claridad para lograr fortalecer los vacíos que mostraban los estudiantes.

El ejercicio necesario luego de realizar la comprensión de los errores que habían presentado las actividades, fue nuevamente revisar las referencias conceptuales, esta vez buscando acercarse a los autores que, en propiedad, se habían dedicado al estudio de la fracción y podían aportar las claridades teóricas necesarias para comprender no sólo los errores de los planteamientos de los maestros en formación, sino también los verdaderos avances que habían logrado las estudiantes, los cuales se evidenciaban en su desempeño durante las actividades, y que en un primer momento se tuvieron como errores a la luz de la imprecisión conceptual de los investigadores.

De esta manera, el marco conceptual fue completamente transformado, los documentos inicialmente consultados fueron la base para rastrear cuales eran los autores que habían logrado establecer las suficientes claridades conceptuales para permitir un análisis sistemático de los ejercicios planteados y los contenidos desarrollados durante la práctica pedagógica. De esta manera al llegar a las fuentes primarias el panorama de análisis comenzó a aclararse y, aunque se reconoce que pueden existir aún imprecisiones¹ y vacíos² conceptuales, lo realmente importante fue establecer que no se tenían las claridades suficientes y abocarse en la tarea de conseguir las con el



Facultad de Educación

fin de hacer de éste ejercicio de investigación un proceso fructífero que aporte a la formación de los investigadores, los estudiantes y los maestros cooperadores y asesores que tomaron lugar en él.

La utilización de la metodología Aula-Taller, tal como sostiene el Grupo Abaco, es un aporte sustancial para transformar la manera en que tradicionalmente se han abordado diversas temáticas que en las matemáticas son de gran complejidad teórica. Sin embargo, cuando su uso está mediado por una mala comprensión de estas temáticas complejas, los ejercicios, contrario a su objetivo, lograrán desvirtuar y confundir a los estudiantes frente a aquellos contenidos que se buscaba facilitar.

El trabajo colaborativo que facilita la Metodología Aula-Taller es quizá el mayor logro obtenido a razón de la formación de los estudiantes de ambos centros de práctica, en tanto fortaleció el ejercicio de los maestros en formación y dio una posibilidad a los estudiantes para reconocer que existen múltiples formas para estudiar las matemáticas, las cuales no necesariamente requieren de la mediación del maestro para lograr aportar a su formación personal y fortalecer aquellos aspectos que, desde un ejercicio auto-evaluativo crítico, se reconocen como dificultades en el proceso educativo.

De esta manera, el marco metodológico cómo fue posible reconstruirlo, permite comprender la importancia que tiene la matemática y en especial los números racionales, en la comprensión de fenómenos sociales complejos, los cuales requieren de diferentes habilidades para ser analizados y donde ejercicios simples como ver las noticias o leer el periódico toman sentido en la medida en que se cuenta con la capacidad para comprender lo que allí se dice y de esta manera la realidad en la que se encuentran inmersos, que no puede ser un determinante para que opere el



Facultad de Educación

necesario proceso de transformación que debe generar la escuela en los estudiantes en pos de prepararles para su vida adulta.

El juego siempre es un posibilitador para dinamizar las prácticas en el aula de clase, dentro del proceso llevado a cabo fue posible establecer el profundo valor que conlleva a la hora de poner en juego las diferentes destrezas y habilidades que han adquirido los estudiantes a lo largo de su proceso formativo, y desde el cual se pueden generar procesos de formación ciudadana más allá del contenido curricular del área de matemáticas.

El respeto por el otro, la comprensión, la paciencia y el trabajo colaborativo son valores que, a través de la inclusión de juegos grupales en el campo de las matemáticas escolares, puede contribuir a la necesaria vinculación interdisciplinar entre los diferentes campos que conforman el currículo escolar, buscando dar garantías a los estudiantes de que su formación les permitirá afrontar con creatividad y concreción los retos que se le presenten en su vida cotidiana.

Ahora bien, toda persona que haya visto el documento parcial de este trabajo, podría cuestionarse y con razón como era posible que no cumpliera con los mínimos técnicos requeridos para fungir como un documento académico de investigación. Esta situación sin embargo debe analizarse detenidamente. La Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia dejará de existir a partir del semestre 2018-1 para dar paso a la Licenciatura en Matemáticas, ante esta situación no puede dejarse pasar por alto la necesidad de repensar la manera en que se orienta la formación de los futuros profesores de matemáticas a razón de las competencias profesionales que de ellos espera la sociedad.



Facultad de Educación

Cada vez más el discurso de la innovación aparece en la escuela como la tabla de salvación que permitirá transformar una institución social cuyos principios ontológicos han dejado de corresponder a las necesidades de las sociedades en las cuales se encuentra anclada. De allí que cada vez más se busque en las instituciones una nueva *raza* de maestros, el llamado “maestro investigador” pareciera el *non plus ultra* de la escuela actual, donde a la manera de un Superman encarnado en docente, no solo cumple cabalmente con sus más de 20 horas de clase, realiza planeaciones, atiende padres de familia y asiste a consejos y reuniones de maestros, sino que además desarrolla prácticas investigativas en el aula que alimentan sendos trabajos posgraduados que les permiten escalar en las pedregosas cumbres de la carrera magisterial colombiana.

Sin embargo, la investigación no puede ser un pesado lastre que deba imponerse a los maestros que llevan décadas orientando sus clases con las mismas libretas de apuntes y menos aún puede ser comprendido por las nuevas generaciones de maestros como eso, un lastre. La investigación educativa y pedagógica, es decir, la investigación sobre la escuela y lo que en ella sucede, debe ser un ejercicio que dote de sentido la profesión docente. Se hace necesario que los maestros asuman la investigación como un aspecto cotidiano de su quehacer profesional y no como una actividad relegada a los claustros universitarios.

Sin embargo, para lograr que esto suceda, la Facultad de Educación, y en especial el nuevo programa de Licenciatura en Matemáticas, deberá valorar el papel que debe jugar la formación en investigación educativa y pedagógica dentro del pensum de profesionalización para maestros de matemáticas. Uno de los campos que actualmente genera mayores innovaciones educativas es justamente el campo matemático, su potencialidad para desarrollar proceso multi, inter y



Facultad de Educación

transdisciplinarios desde diferentes corrientes y enfoques pedagógicos demuestran la necesidad de que desde la Universidad se fomente la investigación como un ejercicio que no solo facilita, sino que también enriquece y dota de sentido el quehacer del maestro en la sociedad actual.

Si al maestro se le continúa considerando como un profesional de segunda clase es justamente porque no ha logrado empoderarse de su saber pedagógico y evidenciarlo a través de procesos de investigación, donde la forma, la estructura, las normas y las márgenes pasen a su segundo plano y donde la preocupación estriba en transformar su propia práctica y la realidad de los estudiantes que en ella se ven inmersos. Lo cual solo puede lograrse a través de motivar la creación de comunidades académicas que fomenten el estudio de las experiencias que tienen lugar en el aula de matemáticas.

Ahora bien, para la realización de este trabajo se hizo necesario contar con el acompañamiento de un asesor externo al programa, quien logró orientar adecuadamente el proceso de investigación y permitió la comprensión de la “estructura” de una investigación pedagógica. Esto, aunque no debería suceder en un proceso como éste, se hizo necesario ante la impotencia de los investigadores para comprender el ejercicio al que se habían visto abocados sin una preparación adecuada. Es en este sentido que se concluye la necesidad de fortalecer el componente formativo de investigación dentro del proceso de profesionalización, de manera que la angustia que puede generar enfrentarse a un proceso que se desconoce completamente, no genere más maestros con *fobia a la investigación*, quienes logran avances increíbles en sus prácticas, pero no logran que éstos avances aporten al mejoramiento y transformación de la escuela.



Facultad de Educación

A modo de recomendaciones se plantean algunos caminos posibles para lograr fortalecer la investigación pedagógica como ejercicio profesional del Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas y los futuros Licenciados en Matemáticas. Por una parte los cursos de formación en investigación son de carácter electivo, sin embargo la investigación emerge como una exigencia en el marco de las prácticas pedagógicas, lo cual hace necesario que éstos cursos pasen a ser obligatorios dentro del pensum del programa y cuenten con maestros idóneos en investigación tanto matemática como pedagógica, que permitan un diálogo de saberes fecundo a partir del cual enriquecer, fortalecer y dignificar el ejercicio de la profesión docente desde la investigación como camino en la construcción de conocimiento científico sobre la escuela y lo que en ella tiene lugar.

Por otro lado, los maestros en formación tienen la “libertad” de tomar varios cursos en la universidad mientras desarrollan su práctica pedagógica, lo cual genera complejos problemas a la hora de dedicar el tiempo y el esfuerzo necesario para lograr los objetivos que se plantean desde los cursos de práctica y los compromisos que se adquieren con los centros de práctica. Para ello sería necesario generar políticas en los cursos en los cuales sea necesario dar prioridad a la práctica desde el diseño mismo de la estructura del pensum del programa.

Ahora bien, las guías desarrolladas en la presente investigación surtirán un proceso de ajuste por parte de los maestros en formación que se encuentran ad portas de culminar su proceso de profesionalización en tanto se reconocen que, adecuándolas a los objetivos iniciales del proyecto y siendo cuidadosos en la manera en que se plantean, pueden aportar significativamente a los procesos de aprendizaje de las fracciones.



Facultad de Educación

Como recomendaciones para posibles investigaciones posteriores en el tema se plantea la necesidad de continuar desarrollando procesos investigativos enfocadas desde la sistematización de experiencias donde la metodología aula-taller actúe como estrategia pedagógica, lo cual demostró su potencialidad durante el proceso (aun cuando no conllevó al cumplimiento de los objetivos del proyecto) para el abordaje de ámbitos complejos en las matemáticas que además reviste un aspecto motivador para los estudiantes desde la transformación del espacio de aula tradicional.

Igualmente, emerge la necesidad de continuar trabajando a través de estrategias pedagógicas como juegos de mesa y talleres lúdicos, los cuales poseen gran potencial para lograr vincular el desarrollo de los contenidos conceptuales del área de matemáticas con los contenidos actitudinales y procedimentales de las demás áreas del currículo escolar y lograr así más que llenar de datos y fórmulas a los estudiantes, contribuir a su formación ética y ciudadana.

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Arango, P. (2000). ¿Cómo debe ser la Escuela del siglo XXI? *Consudec*, 2(878), 42–45.

Cano, F. (2014). *Unidad Didáctica para la Enseñanza de los Fraccionarios en el Grado Cuarto de Básica Primaria. Estudio de Caso: Institución Educativa Supia*. Universidad Nacional de Colombia.

Capó, W., Arteaga, B., Capó, M., Capó, S., García, E., Montenegro, E., & Alcalá, P. (2010). *La sistematización de Experiencias: un método para impulsar procesos emancipadores*. (CEPEP, Ed.). Caracas: El Perro y la Rana. Retrieved from http://www.cepalforja.org/sistem/documentos/libro_sist_de_exp_mipe_cepep_ver_imp_alta_resol.pdf

Carrillo, A. (2004). La sistematización de experiencias educativas: reflexiones sobre una práctica reciente. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Retrieved from http://www.pedagogica.edu.co/storage/ps/articulos/pedysab13_04arti.pdf

Cerda, H. (1991). Medios, Instrumentos, Técnicas y Métodos en la Recolección de Datos e Información. In *Los elementos de la investigación* (p. 106). Venezuela: El Buzo. Retrieved from <http://postgrado.una.edu.ve/metodologia2/paginas/cerda7.pdf>

Chemla, K. (2012). The Mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam. A sourcebook. *Historia Mathematica*, 39, 324–334. <https://doi.org/10.1016/j.hm.2012.04.003>

Collette, J. P. (1986). *Historia de las matemáticas*. Buenos Aires: Siglo Veintiuno.

Escobar, A. L. (2009). La sistematización de experiencias en el campo. Una reflexión desde las dificultades, sentimientos y aprendizajes metodológicos. In Asociación Latinoamericana de Sociología (Ed.), *XXVII Congreso de la Asociación Latinoamericana de Sociología* (p. 13). Buenos Aires: CDSA. Retrieved from <http://cdsa.academica.org/000-062/1127.pdf>

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Cooperativa



Facultad de Educación

Editorial Magisterio.

- Fernández, N. (2015). Sistema de numeración posicional de Babilonia. *Escuela Universitaria de Magisterio Sagrado Corazón*. Retrieved from <http://www.uco.es/users/ma1fegan/Comunes/recursos-matematicos/Sistemas-numeracion/Sistema-de-numeracion-Babilonia.pdf>
- Godino, J. D., Batanero, C., Cid, E., Roa, R., Font, V., & Ruíz, F. (2004). *Matemáticas para maestros*. (J. Godino, Ed.) (Proyecto E). Granada: Universidad de Granada. <https://doi.org/84-933517-2-5>
- Grupo Abaco. (2017). Corporación para el estudio de las matemáticas y las ciencias naturales básicas.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2003). *Metodología de la investigación*. (A. Martínez, Ed.). México D.F: McGraw Hill.
- Hincapie, C. (2011). *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota*. Universidad Nacional de Colombia.
- Jara, O. (1994). *Para sistematizar experiencias: una propuesta teórica y práctica*. (Centro de Estudios y Publicaciones, Ed.). San José C.R: Alforja. Retrieved from <http://www.fahce.unlp.edu.ar/extension/Documentos y Ponencias/para-sistematizar-experiencias-una-propuesta-teorica-y-practica>
- Jiménez Rosano, M. C. (2005). La Fotografía como herramienta en la investigación exploratoria de un fenómeno social. In *El Ensayo Fotográfico como Diseño de Información* (pp. 53–85). Puebla: Universidad de las Américas Puebla. Retrieved from http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/ldf/jimenez_r_mc/capitulo3.pdf
- López, F. (2014). Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. Retrieved August 21, 2017, from http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_moscu.htm



Facultad de Educación

- López, J. A. (2013). *El aprendizaje del concepto de fracción desde la perspectiva Histórico-Cultural: un camino*. Universidad de Antioquia. Retrieved from <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/1383/1/JC0794.pdf>
- Martinez, L. (2007). La observación y el diario de campo en la definición de un tema de investigación. *Perfiles Libertadores*, 74–82. Retrieved from <https://escuelanormalsuperiorsanroque.files.wordpress.com/2015/01/9-la-observacin-y-el-diario-de-campo-en-la-definicion-de-un-tema-de-investigacin.pdf>
- Mastin, L. (2010). Indian Mathematics. Retrieved August 20, 2017, from <http://www.storyofmathematics.com/indian.html>
- Melero, N. (2011). *El paradigma crítico y los aportes de la investigación acción participativa en la transformación de la realidad social: un análisis desde las Ciencias Sociales*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Retrieved from https://institucional.us.es/revistas/cuestiones/21/art_14.pdf
- MEN. (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Bogotá D.C: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá D.C: Ministerio de Educación Nacional. Retrieved from https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*, 8, 157–182. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/1521/>
- Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. L. (2006). *Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos*. (Gobernación de Antioquia, Ed.). Medellín: Dirección de Foemtno a la Educación con Calidad.
- Pasel, S., & Asborn, S. (1991). *Aula-taller*. Buenos Aires: Aique. Retrieved from <https://www.casadellibro.com/libro-aula-taller/9789507010064/4919>



Facultad de Educación

- Pastor, R., & Babini, J. (1985). *Historia de la Matemática*. Barcelona: Gedisa. Retrieved from <https://es.scribd.com/doc/216529433/Historia-de-la-Matematica-vol-1-Rey-Pastor-J-Babini-ed-Geodisa-1985-BUENO-pdf>
- Perera, P., & Valdemoros, M. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación En Educación Matemática*, (11), 209–218.
- Rández, L. (2012). Matemáticas en Babilonia. *Departamento de Matemática Aplicada*. Universidad de Zaragoza. Retrieved from <http://pcmap.unizar.es/~pilar/babilonia.pdf>
- Romero, A. (2008). *El Aula-Taller: Metodología para la enseñanza y el aprendizaje de la geografía. Estado del arte y consideraciones para su aplicación*. Universidad de Antioquia.
- Ruiz, C. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta didáctica para el Colegio Los Alpes IED*. Universidad Nacional de Colombia.
- Sampieri, R., Collado, C., & Lucio, P. (2003). El proceso de investigación y los enfoques cuantitativo y cualitativo: hacia un modelo integral. *Metodología de La Investigación*, 8–25. <https://doi.org/-> ISBN 978-92-75-32913-9
- Shettini, P., & Cortazzo, I. (2015). *Análisis de datos cualitativos en la investigación social. Procedimientos y herramientas para la interpretación de información cualitativa*. Buenos Aires: Editorial de la Universidad de la Plata. Retrieved from http://stel.ub.edu/sites/default/files/agenda/documents/analisis_de_datos_cualitativos_1.pdf
- Universidad Técnica Nacional. (2015). Conjuntos Numéricos. In *Curso de Ingreso* (pp. 1–29). Tucumán: Facultad Regional de Tucumán. Retrieved from http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/men_udea/pluginfile.php/25324/mod_resource/content/0/CONJUNTOS_NUMERICOS.pdf
- UNSJ. (2016). Teoría de Conjuntos - Conjuntos Numéricos. In *Matemática* (pp. 14–46). Buenos Aires: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Retrieved from



Facultad de Educación

<http://www.upes.edu.sv/claroline2016/claroline/backends/download.php?url=L21hdGVtYXRpY2FzL0lOVEVSvkFMT1MucGRm&cidReset=true&cidReq=CDI00001PA17>

Valverde, L. (1993). Conceptualización del Diario de Campo. *Revista de Trabajo Social*, 12(X), 308–319. Retrieved from <http://www.binasss.sa.cr/revistas/ts/v18n391993/art1.pdf>



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3